

Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- [Le Conservatoire numérique](#) communément appelé [le Cnum](#) constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre (www.eclydre.fr).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - http://cnum.cnam.fr](#))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

Auteur(s)	Mastaing, Louis de (18..-1874)
Titre	Cours de mécanique appliquée à la résistance des matériaux
Adresse	Paris : Lith. St Joseph, [1868]
Collation	1 vol. (192 p.) : ill. ; 28 cm
Nombre d'images	201
Cote	CNAM-BIB 4 Dy 35 (2) (P.2)
Sujet(s)	Mécanique appliquée -- Manuels d'enseignement supérieur
Thématique(s)	Machines & instrumentation scientifique
Typologie	Ouvrage
Langue	Français
Date de mise en ligne	20/05/2021
Date de génération du PDF	20/05/2021
Permalien	http://cnum.cnam.fr/redir?4DY35.2.2

4 Dy 35(2) (P.2)

École Impériale Centrale
des

ARTS ET MANUFACTURES.

Cours

de

MÉCANIQUE APPLIQUÉE
à la Résistance des Matériaux.

M. de MASTAING.

Lith. S. Joseph 18, rue Dauphine. Paris.

École Impériale Centrale
des

ARTS ET MANUFACTURES

Cours

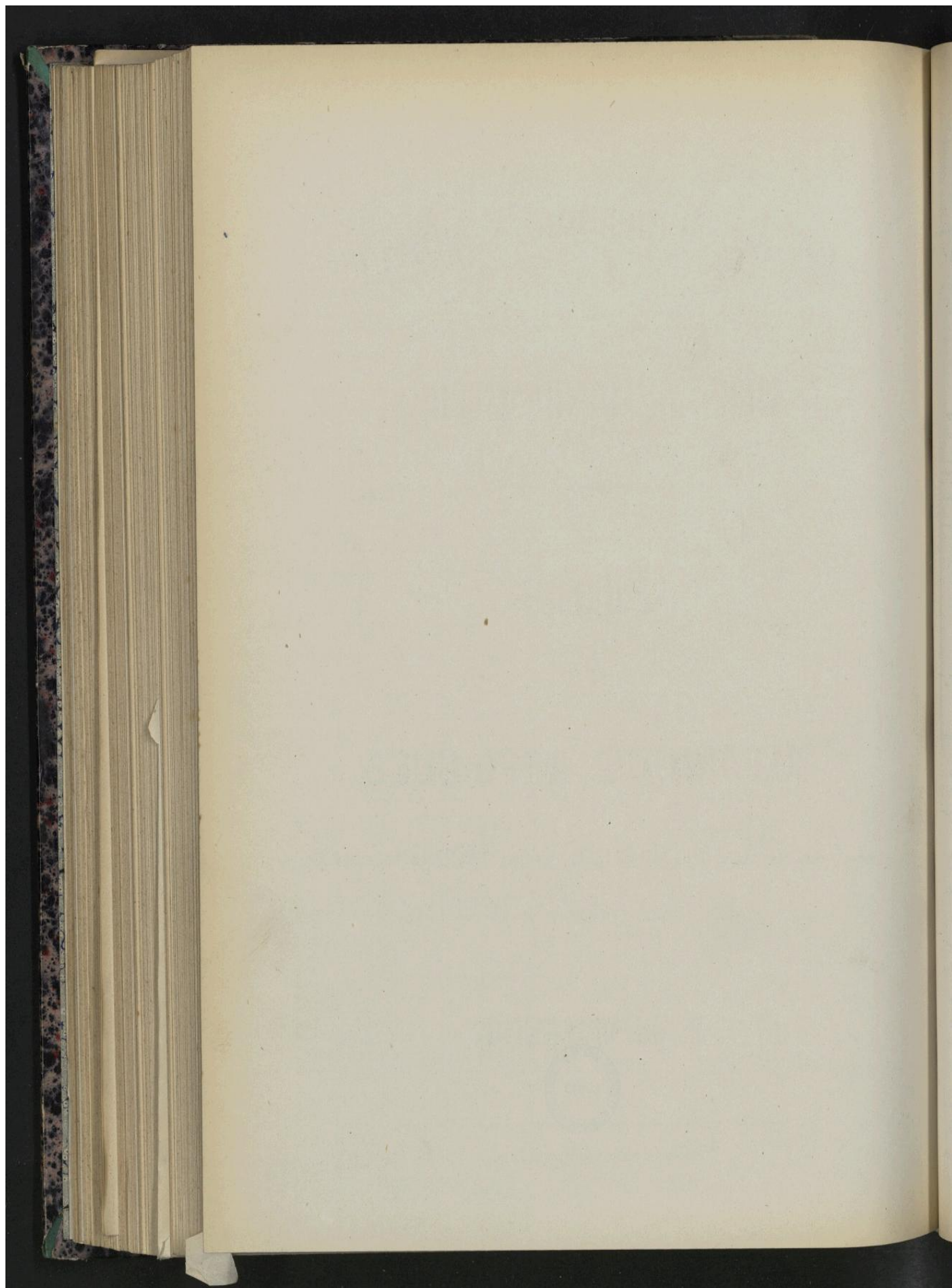
de

MÉCANIQUE APPLIQUÉE

à la Construction des Machines

M. de MISTING





Préliminaires.

1^{re} — *Objet du Cours.* — Dans les constructions proprement dites, les matériaux sont soumis à des efforts auxquels ils doivent pouvoir résister sans déformation, afin que les positions relatives soient conservées.

La mécanique rationnelle donne l'intensité et la direction des forces agissant sur un corps solide; la mécanique appliquée détermine les forces moléculaires qui se développent dans les corps soumis à des efforts extérieurs, la compression, &c. Nous nous proposons d'appliquer les formules résultant de ces deux sciences, à la détermination des pièces de Machines.

Dans les constructions, les matériaux ont généralement une ou deux dimensions plus petites que la troisième. Les grandes dimensions sont déterminées par les nécessités du rôle que les pièces doivent jouer dans les machines, ou dans les constructions; les dimensions transversales doivent être suffisantes pour assurer la conservation de ces pièces dans les conditions où elles sont appelées à travailler. L'étude de la résistance des matériaux a pour but de déterminer quelles sont les dimensions minima à employer pour ces sections transversales. Cette détermination a la plus grande importance puisque, d'une part, elle garantit la sécurité, et, d'autre part, elle permet d'employer le minimum de matière nécessaire pour obtenir cette sécurité.

2^{re} — La déformation d'une pièce peut être produite par l'action d'une force qui tend à l'allonger ou à la raccourcir, à la faire fléchir ou à la tordre.

Il y a des circonstances où une ou plusieurs de ces actions peuvent affecter une même pièce.

Comme exemples des diverses déformations que peuvent éprouver les matériaux, on peut citer : 1^{re} Une corde à laquelle un corps pesant est suspendu; 2^{re} une colonne portant une charge; 3^{re} une poutre chargée transversalement; un arbre de machine soumis à un mouvement de rotation.

La théorie de la résistance des solides repose essentiellement sur l'expérience. C'est à l'aide d'un certain nombre de faits constatés avec précision qu'on justifie les hypothèses servant à établir les formules mathématiques, et qu'on détermine les coefficients qu'elles comportent.

Extension.

3° — Définitions. — Considérons une tige suspendue fixée à son extrémité supérieure et chargée à l'autre d'un poids p . Une longueur l de cette tige est devenue $l + \Delta l$ après l'application du poids p . Si nous enlevons ce poids, l'allongement Δl ne disparaît pas complètement, la partie persistante s'appelle allongement permanent, et l'autre partie, allongement élastique. Contre les fois qu'on fera supporter à cette même tige un effort qui ne dépassera pas l'effort p , l'allongement qui en résultera sera uniquement l'allongement élastique. Il ne se produira de nouvel allongement permanent, que si le nouvel effort est plus grand que p .

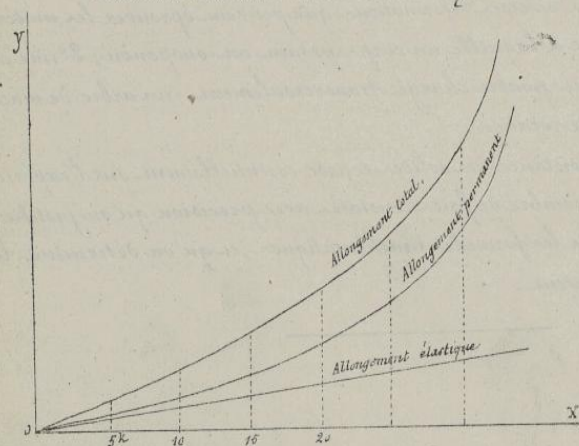
4° — Voici les résultats d'expériences faites sur des tiges chargées successivement de poids de plus en plus considérable jusqu'à la rupture.

Charges.	Allongement total.	Allongement permanent	Allongement élastique.
5 kil	0 ^m / ₁₀₀ 253	0 ^m / ₁₀₀ 003	0 ^m / ₁₀₀ 250
10	0 , 506	0 , 004	0 , 502
15	0 , 760	0 , 010	0 , 750
20	1 , 250	0 , 255	0 , 995
25	4 , 400	3 , 140	1 , 260
30	17 , 288	16 , 515	1 , 373
35	34 , 335	32 , 325	2 , 060

la rupture se produit entre 35 et 40 kilogr.

Mettons ce tableau sous forme graphique: Construisons une courbe rapportée à deux axes rectangulaires, dont les abscisses seront proportionnelles aux poids, et les ordonnées, aux allongements totaux.

Construisons une autre courbe ayant les mêmes abscisses et des ordonnées



proportionnelles aux allongements permanents. Pour une même abscisse, c'est-à-dire pour une même charge, la différence entre les ordonnées des deux courbes sera proportionnelle à l'allongement élastique.

Si nous prenons ces différences comme ordonnées, nous obtiendrons une ligne droite, ce qui indique que les allongements

élastiques restent proportionnels aux poids quelle que soient les allongements permanents.

On ne doit jamais soumettre le fer à des efforts qui donneraient une tension supérieure à 15^k par ⁵⁰mm² q.

Dans ces limites, l'allongement permanent est insignifiant ; pour une charge de 5^k par exemple, il est moindre que $\frac{1}{50}$ de l'allongement élastique.

5. Relation entre la charge et la déformation. — Considérons une tige de section Ω soumise à l'action d'un poids N , la charge par unité de section sera $\frac{N}{\Omega}$. Soit L la longueur, ΔL étant l'allongement élastique total produit, l'allongement élastique par unité de longueur sera représenté par $\frac{\Delta L}{L} = i$. La loi de proportionnalité donne donc la relation :

$$\frac{N}{\Omega} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} = Ei = R$$

Si l'on suppose $\Omega = 1^{\text{mm}^2}$ et $i = 1$, on aura $N = E$

Le nombre E appelé coefficient d'élasticité représente le poids qui, agissant à l'extrémité d'une tige ayant ¹mm² de section et d'une longueur L produirait un allongement $\Delta L = L$, c'est-à-dire doublerait la longueur de la tige, si la chose était possible de sorte que le rapport $i = 1$.

Ce nombre nécessairement très élevé est égal à 20 000 000^k pour le fer.

Si au lieu d'exprimer la section en mètres carrés et l'allongement en mètres, nous les exprimons en millimètres carrés et millimètres linéaires, pour que l'équation $\frac{N}{\Omega} = Ei$ soit satisfaite, il faut écrire $\frac{N}{\Omega_{\text{mm}^2}} = E' i \cdot 10^3$, E' étant la valeur du coefficient d'élasticité qui correspond à ces hypothèses sur les unités, d'où $\frac{N}{\Omega} = 10^3 E' i = Ei$ d'où $E = E' \times 10^3$.

Le coefficient d'élasticité est alors $E = E' \cdot 10^3$. Pour le fer c'est $E' = 20$. C'est-à-dire qu'une charge de 20 Kilogr. par millimètre carré est nécessaire pour allonger le fer de 1^{mm} par mètre. Comme ce nombre E' est usité dans les calculs, on en conserve l'expression en écrivant la valeur de E sous la forme $E = 20 \times 10^3$ et non pas $E = 20\,000\,000$ et de même pour les autres matériaux.

6. Limite d'élasticité. — Au delà d'une certaine limite de tension les allongements permanents jusqu'à là presque insensibles croissent rapidement et l'on dit que la tension sous laquelle ces allongements permanents commencent à se manifester d'une manière sensible exprime la limite d'élasticité de la matière ; et pour un certain nombre de substances on a déterminé ces chiffres dits de limite d'élasticité.

Aussi, dans les constructions, pour ne point altérer la forme des matériaux on ne charge pas jusqu'à la limite d'élasticité, mais seulement environ jusqu'à $\frac{1}{2}$ de cette limite.

Pour le fer, la limite d'élasticité ayant lieu par un effort de 12 à 15^{kil} par millimètre carré, nous ne le chargerons que de 6^k à 8^k environ.

Les matériaux pour lesquels la limite d'élasticité a pu être déterminée ne devront pas supporter plus de la moitié de la charge correspondant à cette limite ;

ceux pour lesquels on n'a pu déterminer que le nombre correspondant à la rupture seront chargés d'une fraction de ce poids égale au plus au $\frac{1}{5}$ de la charge de rupture.

Compression.

7. — Le phénomène de la compression est simple quand les matériaux sont courts. S'ils sont longs par rapport aux dimensions transversales, outre le raccourcissement, il y a flexion. Dans le premier cas on observe, à la compression, les mêmes lois qu'à l'extension. Dans la plupart des matériaux la charge qui produit la rupture par traction est à peu près la même que celle qui produit la charge par compression; pour la fonte, par exception, il n'en est pas ainsi.

8. — Coefficient d'élasticité. — Pour les matériaux, il est à peu près le même à la traction et à la compression surtout dans les limites où ils sont chargés ordinairement.

Si nous supposons $\frac{N}{\ell}$ constant, l'équation $\frac{N}{\ell} = E i$ nous fait voir que les déformations i par unité de longueur, sont en raison inverse des coefficients d'élasticité E .

Or, le coefficient d'élasticité du fer est: 20×10^9

celui de la fonte est égal à 9×10^9

Donc, à charges égales une pièce de fonte se déforme environ deux fois plus qu'une pièce de fer.

Matériaux employés dans les constructions.

9. — Les matériaux employés dans les constructions sont: le fer, la fonte, la tôle, l'acier, le chêne, le sapin, le peuplier. Nous allons successivement examiner ces diverses substances.

10. — Acier. — L'acier de bonne qualité présente une résistance à la rupture pour l'écrasement qui peut aller jusqu'à 100 ^{kil} par millimètre carré et pour la traction à 70 ^{kil} par ^{mm}².

On représente ce nombre par R , ou a d'une façon générale la relation $R = \frac{N}{\ell}$.

Or $E i = R$ d'où $i = \frac{R}{E}$.

Le nombre R exprimant la charge par unité de surface que supporte la matière dans des circonstances déterminées, on peut calculer la valeur de la déformation connaissant cette charge par unité de surface et le coefficient d'élasticité. L'acier n'est pas encore très employé dans la construction des machines, il est d'un prix élevé et n'a pas une homogénéité complète; mais la fabrication s'améliorant, on s'en servira beaucoup plus.

11. — Tôle. — On emploie la tôle d'acier pour la construction des

chaudières à vapeur. Elles sont alors moins épaisses que si elles étaient construites en tôle de fer, en par conséquent sont dans de meilleures conditions pour la production de la vapeur. L'acier soumis à l'action de la chaleur subit un petit amoindrissement de résistance. Ainsi une chaudière ayant servi pendant 5 ans, la tôle dont elle était faite supportait 70^k par millimètre carré à la partie supérieure et $65,5$ à la partie inférieure.

On emploie encore la tôle dans les constructions de ponts, de bateaux à vapeur, et de grandes charpentes. Les tôles faites en vue des constructions sont généralement de qualité très uniforme parce que le procédé de fabrication est partout le même. Elles ne sont pas chères; on les obtient en très grandes dimensions, ce qui permet de diminuer le nombre des assemblages.

En général la charge rupture est de 35^k par millimètre carré. Pour la tôle de fer, on fait supporter 6 à 7^k par millimètre carré. On a donc les valeurs suivantes.

$$R = \begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} 6 \\ 7 \end{matrix}} \right\} 10^6 \quad E = 20 \cdot 10^9$$

La déformation est alors :

$$i = \frac{6 \times 10^6}{20 \times 10^9} = 0,0003$$

Les feuilles de tôle pour la construction des ponts ont ordinairement 1^m de large environ sur 6^m de long. Elles sont laminées dans le sens de leur longueur et la résistance à la traction est un peu plus grande dans ce sens.

La résistance transversale est de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{12}$ plus faible. Pour toutes les tôles de fer la résistance est comprise entre 30 et 37^k par millimètre carré.

12. — Fer. — On emploie le fer en barres rondes, carrées ou plates. La résistance à la traction et à la compression varie avec la grosseur de l'échantillon, ce qui tient aux circonstances de fabrication.

Les plus petits échantillons offrent la plus grande résistance, car, pour les produire, on fait subir au fer des opérations plus nombreuses qui le purifient, et on les fait avec des fers de qualité intrinsèque meilleure pour qu'ils se comportent bien dans les diverses opérations qu'ils doivent subir; on doit compter à peu près sur les chiffres suivants pour les fers de commerce.

	Rupture.	Charge de sécurité.	Maximum de sécurité.
Gros fer rond, carré ou en barre de plus			
de 50^m de diamètre ou de côté	30	5,	6
de 15 à 50^m	40	6,50	7
de 5 à 15	50	8,	10
Fil de fer de 5 à 50 fils plats ou feuillards	60	10,	12
< 1^m	80	12,	15

13. — Fonte. — La fonte présente de grandes variations de résistance. C'est une substance complexe; elle est formée de fer, de charbon, de silicium de soufre et de phosphore. La fonte résiste à la compression beaucoup mieux qu'à la traction; son coefficient d'élasticité est faible, donc R est petit. Elle ne doit pas être soumise à des efforts considérables. On lui fait supporter 1^k à $1^k,5$ par millimètre carré ce qui nécessite des pièces de grandes dimensions. Il résulte de là qu'une pièce de fonte est souvent plus chère qu'une pièce de fer pouvant résister au même effort.

La fonte rompt plus brusquement que le fer, de sorte qu'elle n'est plus employée que pour les pièces compliquées et difficiles ou coûteuses à obtenir en fer. Elle donne des résultats satisfaisants dans la construction des machines. Pour les pièces soumises au frottement, on emploie des fontes dures et susceptibles d'un bon poli; dans ce cas, la fonte convient parfaitement.

La fonte est dure quand le fer est combiné avec tout le carbone, alors elle est blanche, se rompt brusquement.

Quand le silicium déplace le carbone pendant le refroidissement, la fonte est grise, plus malléable, pouvant se tailler en ayant des propriétés élastiques favorables dans la construction.

Il ne faut pas faire un bâti, des cylindres, des engrenages, des poulies avec la même fonte.

Lorsqu'il y a un peu de phosphore dans la fonte, elle a plus de fluidité, par suite facilite le moulage.

Le soufre produit des soufflures; on suppose que cela a lieu par la réaction de l'eau des moules sur le soufre de la fonte. Dans les fontes cavernieuses on sent l'odeur de H_2S .

Quand on coule la fonte avec plusieurs vases, il y a des parties qui ne se soudent pas; c'est un défaut capital connu sous le nom de gouttes froides.

Pour la fonte $B = 10.10^3$.

La résistance à la traction est faible. Dans les machines on fait supporter à la fonte $1^k,50$ à 2^k par mm^2 carré.

Dans les organes qui ne sont pas mobiles on peut aller à 3^k par mm^2 carré.

La déformation par mètre sera: $i = \frac{3}{10} = 0,3 mm$.

Les pièces en fonte qui doivent supporter un certain effort sont des pièces lourdes.

Les pièces en fer peuvent être employées de façon que la main d'œuvre soit faible, la matière étamée en excès; on de manière qu'on ait juste la matière nécessaire, mais d'une main d'œuvre plus grande.

Dans les trois cas, on a à peu près compensation.

Pour l'exécution des machines, c'est un avantage d'avoir des pièces lourdes aussi emploiera-t-on long-temps la fonte pour faire les bâtis de machines.

Cuivre rouge. — Le Cuivre rouge est surtout employé à l'état de tôle,

de boulons, rivets, entretoises.

C'est un métal cher, sa grande malléabilité permet d'en tirer un bon parti pour les pièces difficiles. Il est moins attaqué que le fer par les acides.

Le martelage a pour effet de resserrer les molécules et rend le cuivre cassant, mais le recuit lui rend ses qualités.

Bronze. — Le bronze est composé de cuivre et d'étain. On le moule facilement. Suivant les proportions on a des qualités variées comme résistance à la compression, flexion, traction. On l'emploie surtout pour faciliter les frottements.

Laiton. — Le laiton est composé de cuivre et de zinc. Il est moins cher que le bronze. On l'emploie toutes les fois qu'on peut le substituer au bronze. Les robinets à vapeur sont en bronze.

14. — Bois. — Dans les constructions on emploie le bois de chêne et le bois de sapin.

Le chêne supporte à la traction un effort de 6 à 8^k par millimètre carré, tandis qu'il ne supporte que 4 à 5^k à la compression.

En général, on ne doit point faire supporter à une pièce de bois plus du $\frac{1}{6}$ ou du $\frac{1}{4}$ de la charge de rupture.

Dans les limites où l'on charge le chêne, le coefficient est le même pour la traction et la compression.

Le chêne convient principalement pour résister à la flexion.

Le sapin est d'un bon emploi pour des poteaux et les arbalétriers, car il résiste très bien à la compression.

Dans les constructions provisoires de peu d'importance on peut employer le bois de peuplier.

15. — Tableau des coefficients d'élasticité, des charges de rupture en de sécurité des différents matériaux.

Charges par millimètre carré.	acier	10 ⁶ kg	Fer		Fonte		Chêne		Sapin		Peuplier	
			Extens.	Comp.	Extens.	Comp.	Extens.	Comp.	Extens.	Comp.	Extens.	Comp.
a. produisant la rupture	100	35	37	25	13	60	8	4,5	4	4	1,25	2
b. limite d'élasticité	66	14	15	14	6	13	2	"	2	"	1.	"
c. limite supérieure de sécurité	25	7	8	7	3	3	0,8	0,45	0,4	0,4	0,125	0,2
Rapport $\frac{c}{a}$	0,25	0,20	0,22	0,28	0,23	0,13	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
Rapport $\frac{c}{b}$	0,37	0,50	0,53	0,50	0,50	0,61	0,40	"	0,20	"	0,125	"
Coefficients d'élasticité	30,10 ³	19,10 ³	20,10 ³	17,10 ³	9,10 ³	8,10 ³	2,10 ³	11,10 ³	1,10 ³	1,10 ³	0,5,10 ³	0,5,10 ³
Valeur de ϵ correspondant à C.	0,0003	1,00037	0,00040	0,00041	0,00033	0,001	0,00066	0,00040	0,00040	0,00040	0,00065	0,00040

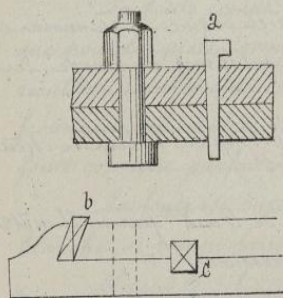
Quand on fait un travail d'une grande importance, on essaie directement les matériaux employés.

16. Matériaux soumis à la Traction simple.

Parmi les matériaux qui résistent à la traction simple, nous trouvons certains organes de machines, tels que les boulons et les rivets.

17. — **Boulons.** — Un boulon doit être disposé pour résister seulement à la traction.

Si les pièces qu'il sert à réunir pouvaient glisser l'une sur l'autre, il tendrait à être cisailé.



Pour empêcher ces inconvénients de se produire, on met à côté du boulon un goupillon a. Cette disposition a en outre l'avantage de faciliter le montage.

On peut employer la disposition indiquée en b. L'une des pièces porte un ergot contre lequel on vient caler l'autre pièce. Enfin, on peut pratiquer dans chacune des pièces une rainure destinée à recevoir une même cale en acier. C'est cette disposition que montre en c la figure.

Quant au diamètre du trou, il est toujours un peu plus grand que celui du corps du boulon.

Il est quelquefois difficile d'évaluer la traction à laquelle on soumet le boulon et par conséquent de calculer ses dimensions exactes.

L'effort exercé dépend du serrage de l'écrou qui s'effectue à l'aide d'une clé. Il y a toujours une limite au serrage à la main; il faudra donc régler la longueur du bras de levier, tant pour faciliter le serrage, que pour éviter qu'il dépasse la limite de sécurité.

Le profil du filet de vin de boulon est un triangle équilatéral, à angles arrondis; au filetage succède la partie cylindrique.



Le diamètre de cette partie étant d' , le diamètre le plus fatigué de la partie filetée est de $0,08 d$. C'est la valeur de d' qui sert à désigner et qui caractérise le boulon; il est donc utile d'exprimer la résistance en fraction de ce diamètre.

La section résistante de la partie filetée sera :

$$A = \frac{\pi \cdot d'^2}{4} \quad \text{or: } d' = 0,08 d \quad \text{en } d'^2 = 0,64 d^2$$

en, en fonction du diamètre d du boulon

$$A = \frac{0,64 \pi d^2}{4} = 0,16 \pi d^2$$

si la tension par unité de section est R , la tension totale sera

$$F = 0,16 \times \pi d^2 \times R$$

Il est bon de ne pas faire supporter plus de 6^k par millim. carré. D'où

$$F = 0,16 \pi d^2 \times 6$$

D'où l'on tire :

$$d^2 = \frac{F'}{0,96 \cdot \pi}$$

$$d = 0,575 \sqrt{F'} \quad d \text{ est exprimé en mm}$$

on arrive donc à la formule générale

$$d = K \sqrt{F'}$$

La valeur du coefficient K n'est pas la même pour tous les fers.

Pour les boulons de bâtiment, dont le fer est d'une qualité inférieure, on prend K égal à

si le fer est bon 0,7

pour l'acier corroyé 0,6

pour l'acier cimenté 0,5

pour l'acier fondu et trempé 0,45

0,4

Tels sont les coefficients admis dans les ateliers du Chemin de fer du Nord.

Il faut que les autres parties soient proportionnées à cette partie connue. C'est ce qu'on fait généralement dans la construction des Machines.

L'effort de Compression que produit la tête du boulon doit être égal à l'effort de traction supporté par le diamètre d . Cet effort se manifeste sur une surface annulaire.

$$\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

Si nous donnons à cette surface annulaire la surface $\bar{u} d^2$ nous aurons déterminé D et cette hypothèse suffit.

$$\bar{u} (D^2 - d^2) = \bar{u} d^2$$

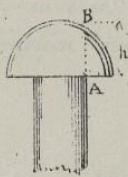
d'où $D^2 = 2 d^2$ par suite $D = d \sqrt{2} = 1,41 d$.

Ordinairement on prend $D = 2 d$ dans la pratique.

(L'écrou se calculera de la même façon.)

Au lieu de $D = 2 d$ prenons $D = 1,5 d$ pour diamètre de la tête, d et D sont exprimés en mm.

Calculons l'épaisseur.



Si l'épaisseur est trop faible, le boulon sera arraché sur une surface $\bar{u} d h$.

Si donc nous calculons cette surface de façon que l'on ait l'effort d'arrachement égal à l'effort de traction, on aura :

$$R \bar{u} d h = \frac{R \bar{u} d^2}{4}$$

$$h = \frac{d}{4} \quad h \text{ et } d \text{ sont en mm.}$$

Nous verrons donc avoir pour minimum de $AB \frac{1}{4} d$.

Ordinairement on prend $h = \frac{1}{2} d$ alors la tête est basse.

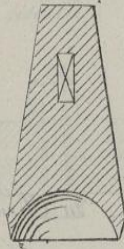
Pour $h = d$ on a la tête de boulon ordinaire.

Quand on fait des têtes sphériques $h = 1,5 d$.

13. — Rivets. — Les rivets servent à assembler les plaques de tôle, de fer ou de cuivre.

La rivure se fait ordinairement, soit conique à l'aide d'un petit marteau, soit en goutte de suif, à l'aide d'une bouterolle; la tête du rivet repose sur un tûre dans les deux cas.

Dans la rivure au marteau, deux ouvriers frappent alternativement de petits coups de marteau pour écraser le fer du Rivet; on obtient ainsi un épanouissement conique.



La bouterolle est un poinçon qui présente en creux la saillie du Rivet, et lui donne la forme en goutte de suif ou en ogive. Les bords de la bouterolle sont à vive arête, cette arête produit le rapprochement des feuilles de tôle et opère une dépression autour de la tête du rivet. Par l'effet de cette compression le fer chaud remplit exactement toutes les cavités de la tôle. On s'applique à faire le trou aussi régulièrement que possible.

Le poinçonnage se fait avec un poinçon en acier manœuvré mécaniquement. Soit d le diamètre du poinçon. La résistance à l'écrasement sera

$$\frac{1}{4} \pi d^2 \times R$$

R étant la charge de rupture de l'acier à la compression et par unité de section. Le fer est déchiré suivant une surface cylindrique ayant à peu près ce diamètre d ; la hauteur de ce cylindre est l'épaisseur e de la tôle. La déchirure s'opère sur la surface $\pi d e$. Si nous désignons par R , la charge de rupture de la tôle par unité de surface, on a :

$$\pi d e R, < \frac{1}{4} \pi d^2 R$$

c'est-à-dire que la résistance à l'arrachement de la feuille de tôle doit être plus petite que la résistance du poinçon à la compression.

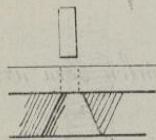
R , est d'environ 30^{kg} par millimètre carré (tôle)

R est d'environ 100^{kg} pour l'acier.

On doit donc avoir

$$\frac{d}{e} > \frac{4 R}{R}$$

$$\frac{d}{e} > 1,2$$



D'où l'on déduit

$$d > 1,2 e$$

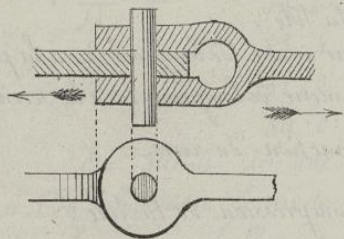
Le trou aura donc pour diamètre minimum $1,2 e$.

Les tôles assemblées tendent à glisser, et le rivet tend à être cisailé.

On a cherché à déterminer la résistance des boulons au cisaillement.

On a fait des expériences avec un appareil en acier. La figure indique du reste parfaitement la disposition employée. On comprend parfaitement qu'en tirant en sens contraire les deux pièces de l'appareil, on puisse voir quel effort a été nécessaire pour opérer le cisaillement du boulon.

On a trouvé ainsi que la résistance au cisaillement était les $\frac{8}{10}$ de la résistance à la compression. De sorte que si l'on désigne par R_c cette espèce de résistance, on a



$$R_c = 0.8 R.$$

La moyenne des efforts par millimètre carré a été de $31^k.89$. Les expériences ont du reste donné jusqu'à des efforts de $32^k.70$ par millimètre carré de surface.

Adhérence produite par la rivure.

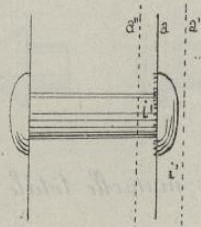
19. Expériences sur l'adhérence. — On a cherché à déterminer la résistance des feuilles de tôle au glissement, c'est-à-dire quelle adhérence produit la rivure de deux tôles.

On a rivé ensemble trois feuilles de tôle. Le trou de la tôle du milieu était allongé. Remarquons que l'on sort ainsi des conditions de la rivure pratique. On a fait ensuite glisser la feuille du milieu entre les deux autres. Pour cela il a fallu développer un certain effort; on a divisé par 2 cet effort produisant le glissement des feuilles de tôle. On a ainsi l'adhérence que donne le rivet dans chaque joint de contact et on calcule cette adhérence rapportée à l'unité de section du rivet.

Des expériences faites en Angleterre ont donné par millimètre carré de section du rivet de 13 à 16^k .

20. Détermination de la tension du Rivet et de l'adhérence.

Le rivet étant posé à chaud se contracte par le refroidissement. Cette contraction ne s'opère qu'en partie à cause de la force élastique développée en sens inverse par la tôle qui est comprimée. Si le rivet était libre, la contraction due au refroidissement serait de $a'a''$; l'effet de la réaction élastique des tôles est d'exercer une traction de $a''a$ sur le rivet.



L'effet du refroidissement du rivet est d'exercer sur les feuilles de tôle une compression de a' en a .

La somme des deux derniers effets est égale à $a'a''$, c'est-à-dire à l'effet que produirait le refroidissement s'il pouvait s'effectuer librement.

Désignons par

N la tension totale du rivet égale à la compression totale de la tôle.

Ω la section du rivet :

Ω' la section de la couronne suivant laquelle le rivet presse sur la tôle.

i variation par mètre de longueur due à la première force.

i' variation par mètre de longueur due à la seconde force.

On a donc $i = \frac{N}{E\Omega}$ traction du rivet

$i' = \frac{N}{E\Omega'}$ compression de la tôle.

La somme de ces deux effets est égale à la contraction que produirait le refroidissement sur le rivet.

Si nous désignons par t l'excès de la température du rivet, au moment de la rivure, sur la température finale, nous aurons pour expression de la contraction,

$\frac{1}{81500}$ désignant le coefficient de dilatation linéaire du fer pour 1 degré.
Alors on a donc

$$i + i' = \frac{N}{E\Omega} + \frac{N}{E\Omega'} = \frac{t}{81500}$$

On en tire

$$\frac{N}{E} \left(\frac{1}{\Omega} + \frac{1}{\Omega'} \right) = \frac{t}{81500}$$

Nous allons appliquer les dimensions pratiques indiquées § 22.

$$\Omega' = \frac{\pi d^2}{4} (1,66^2 - 1)$$

$$\Omega = \frac{\pi d^2}{4}$$

D'où l'on tire $\frac{\Omega'}{\Omega} = 1,66^2 - 1 = 1,75$

$$\Omega' = 1,75 \Omega$$

On a donc $\frac{1}{\Omega} = \frac{1}{1,75 \Omega} = \frac{4}{7 \Omega}$

Ainsi $\frac{t}{81500} = \frac{N}{E\Omega} \left(1 + \frac{4}{7} \right)$

$$\frac{t}{81500} = \frac{11 N}{7 E \Omega}$$

On détermine ainsi l'intensité de la pression mutuelle totale qui existe entre le rivet et la plaque de tôle, car on a

$$\frac{N}{\Omega} = \frac{7 E t}{11 \times 81500}$$

On peut calculer ainsi la tension du rivet par millimètre carré correspondante à diverses températures et l'on a trouvé

$\frac{N}{\pi}$	$7^{\text{K}} 50$ par millim. carré pour $t = 50^{\circ}$
	15, 6 ----- 100°
	23, 4 ----- 150°
	31, 2 ----- 200°
	39, 0 ----- 250°

On atteint ici une charge pouvant produire la rupture du fer. Ainsi si l'on abandonne le rivet à lui-même à une température supérieure à 250° il se brisera probablement.

C'est ce qui est sensiblement confirmé par la pratique.

21. — Quant à l'adhérence on l'aurait immédiatement si l'on connaissait le coefficient de frottement.

Supposons le de 0,6. On aura alors l'adhérence en multipliant la pression mutuelle totale par ce coefficient; cela donne par mm^2 carré de section du rivet:

Pour 50° de refroidissement, une adhérence de $4^{\text{K}} 68$
100° " 9.36
150° " 14.04
200° " 18.72
250° " 23.40

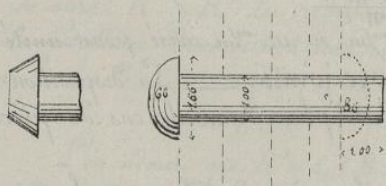
Or, dans les conditions de la pratique, l'excès de la température est d'environ 150° et nous avons vu que les expériences faites en Angleterre ont donné pour l'adhérence une valeur de

13 à 16^{K} par mm^2 carré.

Nous sommes donc autorisés à penser que ces chiffres peuvent être appliqués avec une sécurité suffisante à cause de la concordance entre le calcul et l'expérience, mais bien que l'un et l'autre présentent des causes d'incertitude.

22. — Proportions pratiques du rivet. —

Si l'on prend le diamètre du rivet égal à 100, la tête fait saillie de 66; c'est un segment de sphère de 86 de rayon. Le diamètre de la base du segment



est 166. Pour former une tête exactement semblable à l'autre, il faut que la saillie du rivet soit 100. On doit observer ces chiffres dans la rivure à la bouteille, parce qu'il ne faut pas d'excès de fer.

23 Déterminer le Diamètre et le nombre des rivets nécessaires à l'assemblage des tôles.

1^{er} Cas où les tôles peuvent se superposer. — C'est le cas de la construction des chaudières. La pratique fournit la indication suivante.

$$d = 2c + 0^m,003$$

$$E = 3d$$

Ces nombres sont dictés par la nécessité d'avoir des appareils qui ne perdent pas à la rivure.

2^o Cas des Charpentes en tôle.

Dans ce cas le nombre et le diamètre des rivets devient une question de résistance. L'adhérence entre les tôles, produite par les rivets, est de 14 à 16 kil. par mm^2 carré de section des rivets; on peut compter utilement environ sur le $\frac{1}{3}$ de cette force, c'est-à-dire 3^k,5 à 4 kil. Si e est l'épaisseur des tôles à assembler, l leur largeur, γ la charge qu'on leur fait supporter par mm^2 carré, N la section des rivets, en mm^2 carré, n leur nombre. On aura la relation suivante

$$(1) \quad \gamma \times e \times l = n \times N \times 3,5$$

$$n = 2el$$

$$N = \frac{\pi d^2}{4}, \quad n = \frac{\pi d^2}{4} = 2el$$

relation dans laquelle d et n sont inconnues. On fait d'ordinaire $d = 2c$ et la relation devient

$$n = \frac{2el}{\pi c}$$

Dans les semelles de poutres en tôle, il y a généralement plusieurs feuilles de tôle; il faudra tenir compte du nombre de feuilles interrompues, s'il y en a m , la section résistante devient $m \times e$ et la relation (1) s'écrit

$$\gamma \cdot m \cdot e \cdot l = n \times N \times 3,5$$

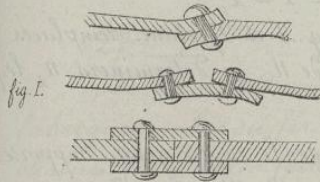
$$n = \frac{2 m l}{\pi c}$$

e , l et N sont rapportés au mm et au mm^2 carré pour unité.

24 Remarques sur les Courbe-joints. — La disposition qui était applicable dans le cas de chaudières ne l'est plus dans le cas de pièces de charpente.

L'effort de traction tend à mettre les pièces de tôle en prolongement l'une de l'autre et il en résulte une composante poussant à la rupture du rivet et par suite une déformation. On y remédie par l'emploi des courbe-joints, mais il faudra toujours en mettre deux, car un seul courbe-joint aurait le même désavantage.

Supposons qu'on ait deux feuilles de tôle superposées (fig. I. l'une d'elles est interrompue) en A nous y mettrons un couvre-joint, reste à savoir s'il faudra encore dans ce cas en mettre un au dessous de la pièce B. Si F est la charge supportée par les deux tôles chacune d'elles supporte $\frac{1}{2} F$; mais au point a la pièce supérieure étant interrompue, la charge se partage entre le couvre-joint C et la tôle inférieure qui dès lors supporte $\frac{3}{4} F$. Il faudra donc dans ce cas la soutenir par un couvre-joint.

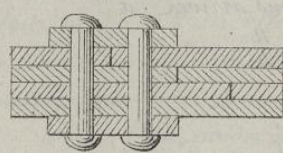


Cependant, quand même il existerait, une tôle qui ne serait pas coupée, il est d'une bonne précaution de mettre deux couvre-joints.

A chaque joint, il faut deux couvre-joints. On prend deux tôles de plus quand on a un grand nombre de joints. Nous avons vu plus haut



fig. II



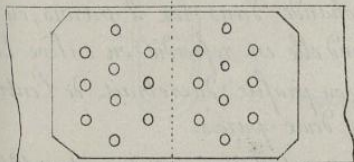
$n = \frac{c \ell}{\pi e}$ pour le nombre de rivets nécessaire pour couvrir deux tôles. On a baissé quelquefois jusqu'à

$$n = \frac{\ell}{\pi e}$$

25. — Disposition des rivets sur les Couvre-joints.

Il arrive aussi qu'on trouve pour n un nombre tel qu'on ne peut mettre tous les rivets sur une même ligne. Il importe de bien les disposer sur les couvre-joints.

Les rivets produisent deux effets: 1°. Ils font naître entre la tôle et le couvre-joint une adhérence qui intéresse le couvre-joint à l'effort supporté par la tôle; 2°. Ils réduisent la section résistante.



Supposons deux feuilles de tôle de largeur ℓ , et d'épaisseur e réunies par deux couvre-joints. Le nombre des rivets étant déterminé nous en aurons n , à une 1^{ère} rangée. La section résistante sera alors $(\ell - n, d) e$.

R étant la section par unité de surface d'une section dans laquelle il n'y a pas de rivets, on peut désigner par R' la résistance de la section contenant les rivets. L'on aura $R' > R$. La résistance totale de la section réduite devant être égal à la résistance d'une section non réduite ou à l'effort de traction T à transmettre par la feuille interrompue, nous aurons la relation.

$$R e \ell = T = R' (\ell - n, d) e \quad \text{d'où} \quad \frac{R'}{R} = \frac{\ell - n, d}{\ell}$$

L'on admet que $R' = 1,1 R$ et même $1,2 R$, ce qui est convenable, l'équation précédente donne le nombre de rivets à mettre dans la 1^{ère} rangée.

$$n = \frac{0,1 \ell}{1,1 d} = \frac{\ell}{11 d}$$

La présence de ces rivets diminue l'intensité de l'effort transmis au second rang. Ils ont ensemble une section totale $n, \frac{\pi}{4} d^2$ et comme l'unité de section

du rivet crée une adhérence A , le nombre de rivets n transmettra une adhérence $n, \frac{\pi}{4} d^2 A = T$,

L'effort transmis au second rang sera donc $T - T_1$,

On devra donc avoir $R' (l - n_2 d) c = T - T_1$,

n_2 étant le nombre de rivets du second rang. T et T_1 étant remplacés par leurs valeurs et par un calcul analogue à celui de n , on déterminera n_2 lequel nombre est supérieur au premier.

Ayant déterminé n_2 , en avant de la 2^e ligne le couvre-joint supporte un effort T_2 analogue à T , et derrière il transmet $T + T_1 - T_2$. Mais on ne peut continuer ainsi d'une manière indéfinie, il faut évidemment que nous arrivions à un effort T , car ce qui a lieu pour le bord du couvre-joint a également lieu pour le bord de la tôle.

On est donc conduit à une distribution symétrique des rivets sur les couvre-joints de chaque côté de la feuille interrompue.

Nous savons que le nombre total des rivets à employer est $n = \frac{2l}{\pi c}$.

Nous nous arrêtons donc quand nous serons arrivés à

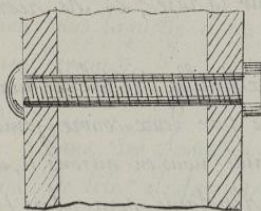
$$n_1 + n_2 + n_3 + \dots = \frac{n}{4}.$$

26. —

Entretoises.

L'entretoise est une tige qui réunit les parois extérieure et intérieure d'une chaudière de locomotive, ce qui a pour but de l'empêcher de se déformer.

L'entretoise présente à son extrémité A une tête en goutte de suif surmontée d'une tête carrée pouvant être fixée par une clef. La tige est filetée on la visse pendant qu'elle est chaude dans les 2 parois, on rive l'extrémité B et quand elle est refroidie on enlève la tête à de cette manière on profite du retrait de l'entretoise pour rapprocher les deux parois.



L'écartement des entretoises varie entre 120 et 125 ^{mm}. Chaque entretoise supporte la pression de la vapeur sur un carré dont le côté est égal à l'écartement des entretoises; on voit facilement que si cette pression est trop forte ou l'écartement des entretoises trop grand la paroi fléchit, le trou par lequel est entrée l'entretoise s'ouvre et la chaudière fuit.

Des expériences spéciales ont montré que les entretoises peuvent supporter jusqu'à 30 ^k par ^{mm} carré, il faut donc les calculer de manière qu'elles supportent seulement le 1/6 de cette charge au maximum.

Désormais, à étant l'écartement des entretoises, p la pression de la vapeur en ^kilas par unité de surface on aura la relation

$$p a^2 = \frac{\pi d^2}{4} R$$

qui, a et p étant donnés, permettra de calculer le diamètre de l'entretoise, lequel

est proportionnel à leur écartement.

a ne doit pas dépasser 125 $\frac{m}{m}$.

Compter les quantités de la formule sous exprimées en prenant le $\frac{m}{m}$ ou le $\frac{m}{m}$ carré pour unités.

27. —

Chaînes.

Le fer à l'état de chaînes résiste moins qu'en barre. Les chaînes fabriquées avec du fer résistant à 32 $\frac{k}{m}$ se rompent à 24 kilos, toutefois les chaînes étant conçues faites avec le même fer ne rompent qu'à 30 kilos. On a donc été conduit à admettre pour les chaînes une résistance qui est 0,75 de la résistance du fer.

$$R' = 0,75 R$$

Les chaînes étant conçues résistent autant que si le fer était employé en barre seulement,

$$R_c = 30 \frac{k}{m} \text{ au lieu de } 32 \frac{k}{m} \text{ par } \frac{m}{m} \text{ carré.}$$

Quand on emploie des chaînes de grande longueur, il faut tenir compte de leur poids. À cet effet, on remarque que le développement d'un maillon est sensiblement équivalent à 4 tiges de même longueur que lui, et de même diamètre que le fer dont est faite la chaîne.

Soit P un poids à soulever, l la longueur de la chaîne, $4 \omega l$ sera son volume $4 \omega l$ son poids; le poids total à soulever sera donc $P + 4 \omega l$, la section résistante étant 2ω et la résistance 0,75 R . On aura donc:

$$P + 4 \omega l = 2 \omega 0,75 R$$

$$P = (1,50 R - 4 l \omega) \omega$$



$$\omega = \frac{P}{1,50 R - 4 l \omega}$$

Remarquons que pour

$$l = \frac{1,5 R}{4 \omega}$$

ω est infini. Quand le rayon de courbure du maillon est $\rho = 1,25 d$ on prend pour diamètre du fer $d = 2,44 \sqrt{\frac{P}{\pi R}}$

Dans la marine on soumet les chaînes à des épreuves de traction. Quand le fer des chaînes a moins de 16 $\frac{m}{m}$ de diamètre on lui fait supporter dans les épreuves 17 $\frac{k}{m}$ par $\frac{m}{m}$ carré de section du fer et quand le diamètre est plus grand que 16 $\frac{m}{m}$ la charge d'épreuve est de 14 kilos.

28. Chaîne de Gall. La chaîne de Gall est composée de maillons en tôle simplement juxtaposés et réunis par des boulons.

La section résistante est pour chaque maillon $(l - d) e$

Quand il y en a $(2n + 1)$ il y en a n dirigés dans un sens et $n + 1$ dans l'autre sens. Il y a toujours n sections qui supportent la charge du côté le plus

fatigué, la résistance totale sera donc :

$$n(l-d)eR = P \quad (1)$$

Le boulon résiste à un effort de cisaillement.

Pour chaque section $(l-d)e$ soumise à la traction du côté le plus fatigué, on a deux sections cisailées par le boulon. Donc, en tout $2n$ sections cisailées et la résistance totale

$$2n \times \frac{\pi d^2}{4} \times 0,8R = P' \quad (2)$$

Et comme il n'y a pas de motif pour faire P' différent de P , on pourra écrire :

$$n(l-d)eR = 2n \frac{\pi d^2}{4} \times 0,8R$$

$$(l-d)e = 2 \times \frac{\pi d^2}{4} \times 0,8 = 1,256 d^2 \quad (3)$$

Cette relation montre que le rapport entre la section résistante d'un maillon et celle du rivet est indépendante du nombre n des maillons, c'était facile à prévoir.

En pratique, on prend :

$$l = 3d; \quad E = 4d; \quad L = 7,5d \quad \text{et} \quad (2n+1)e = 6d$$

C'est-à-dire que l'épaisseur totale de la chaîne ne dépasse pas 6 fois le diamètre du boulon et qu'il y a un nombre impair de maillons.

Pour calculer une chaîne de ce genre si nous considérons 2 mailles agissant sur le même boulon, nous aurons pour la partie qui résiste à la traction

$$(l-d)e$$

La résistance des n maillons à la traction devra être égale au poids à soulever $n(l-d)eR = P$ poids à soulever.

Si nous remplaçons l par sa valeur $3d$, nous aurons :

$$2n de R = P \quad (1)$$

Quant au boulon il a deux sections cisailées par chaque maille, nous aurons donc pour n mailles et en prenant $0,8R$ pour résistance au cisaillement par mm^2 carré :

$$2n \pi \frac{d^2}{4} 0,8R = P$$

Car c'est le poids soulevé qui détermine le cisaillement.

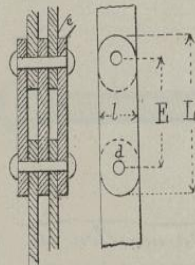
Ces deux relations nous donnent donc :

$$(l-d)e = 1,256 d^2$$

Une bonne proportion est : $e = 0,628 d$

Si on fait les maillons plus minces, il y en aura un plus grand nombre, par conséquent plus de sections cisailées.

Le boulon devra alors être établi dans des conditions de résistance plus fortes



car le boulon s'use toujours et alors sa résistance au cisaillement diminue, tandis que le maillon s'use suivant un trou ovale de même diamètre d ce qui ne diminue pas la partie résistante à la traction ($l - d$)

M^r de Mastaing pense qu'on doit limiter e à :

$$e = 0,50 d$$

En introduisant cela dans la relation (1), nous aurons

$$nd^2 R = P$$

et dans $(2n+1)e \cong 6d$ il vient :

$$n + 0,5 \cong 6$$

$$n \cong 6 - 0,5$$

Nous ne pouvons avoir une fraction pour n , nous aurons donc

$$n = 5 \text{ à la limite}$$

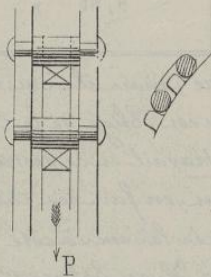
par suite $2n+1 = 11$ maillons

Quand on veut déterminer les maillons d'une chaîne, on prend $d = \frac{P}{\pi R}$, P et R étant exprimés en Kilos, R étant la résistance à la traction par mm^2 , d étant exprimé en mm .

n est arbitraire, mais plus petit que 5.

Nous avons des données empiriques en une condition de résistance.

$$e = 0,5 d$$



On emploie la chaîne de Gall comme nous l'indiquons avec un fuseau qui repose sur une denture d'engrenage. Le fuseau qui supporte la charge tend à être cisailé. On peut admettre que plusieurs fuseaux travaillent en même temps. Si nous en supposons deux, nous aurons pour la résistance au cisaillement :

$$\frac{2\pi d^2}{4} \cdot R_c = P$$

On donne à R une valeur allant jusqu'à 12^k par mm^2 .

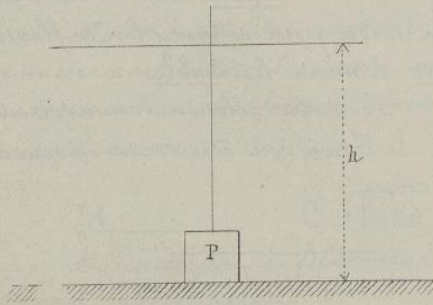
29. — Cordes de Chaivre.

Les Cordes en chaivre sont employées surtout dans la Marine.

Les Cordes en chaivre ne doivent jamais supporter une charge, qui dépasse

la moitié de la charge de rupture : et alors elles éprouvent un allongement permanent égal au $\frac{1}{10}$ de leur longueur. Quand on continue à les charger, les éléments glissent les uns sur les autres : et quand la corde rompt, elle s'est allongée de $\frac{1}{6}$ de sa longueur.

On voit donc que ces allongements sont assez importants pour en tenir compte



dans certain cas. C'est serait celui d'un fardeau P qu'on aurait à élever à la hauteur h . Il faudrait compter non seulement sur une longueur h de corde, mais en outre sur l'allongement produit par l'effet de P .

On emploie le chanvre blanc ou goudronné. Le goudron préserve contre les agents extérieurs, tels que l'humidité, mais il favorise le glissement des fibres les unes sur les autres. Aussi la résistance des câbles goudronnés, est-elle les $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{4}$ de celle d'une corde blanche.

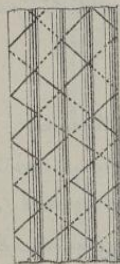
Quand les cordes blanches sont mouillées, la résistance est diminuée de moitié.

Les cordes d'un petit diamètre sont plus résistantes par unité de section que les autres.

Tableau.

Nature de la Corde.	Diamètre de la Corde.	Charge de rupture.
Corde blanche	au-dessous de 14 mm	8,80 x 10^6
id	14 à 17 mm	6,50 x 10^6
id	17 à 23 mm	6,00 x 10^6
id	40 à 54 mm	5,50 x 10^6
Cordes goudronnées.	quelquefois d	4,40 x 10^6

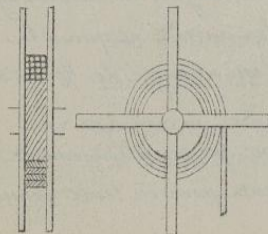
On fait des cordages jusqu'à 100 mm de diamètre; mais ils ont l'inconvénient d'être très rigides. En pour l'usage des mines où l'on est obligé de les enrouler sur des bobines, leur rigidité est une cause de perte de travail et de destruction.

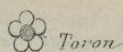


Pour éviter ces inconvénients, on fait des câbles plats, formés de câbles ronds placés les uns à côté des autres et cousus par une série de fils en hélice. Ces câbles s'enroulent sur eux-mêmes et dans le même plan.

Les câbles sont formés de fibres de chanvre, cocotier, alvès, etc. On fait d'abord des fibres de Cares de 3 mm de diamètre; en réunissant 2, 3, 4 10, 20, 25 fils de cares, on obtiens un Coron. Le milieu du Coron est un fil moins tordu, pour donner plus de flexibilité, 5 ou 6 Corons forment le Cable.

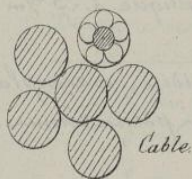
Le Cares détendu doit avoir ses fibres parallèles. Le Coron doit être tordu en sens contraire du cares.





30. — Cables métalliques.

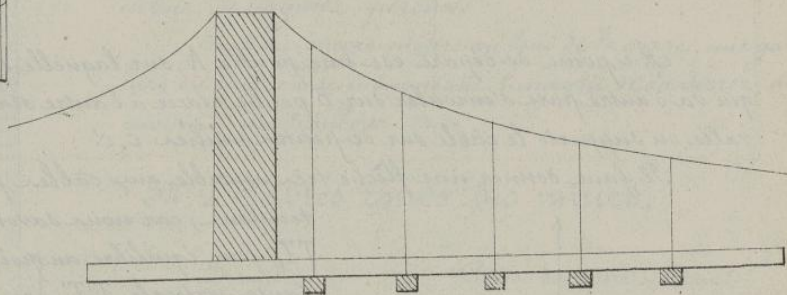
On fabrique des fils métalliques en acier, fer, laiton ou Cuivre rouge.



L'acier est très résistant, mais il présente l'inconvénient d'être brisant; le fer au contraire s'étend: Il y a donc moins de chance de rupture avec le fer. Ceux en cuivre sont d'un très bon usage, surtout dans les endroits humides. Seulement ils sont très chers.

On fabrique pour la suspension des ponts, deux genres de câbles:

1^o Les uns avec un fil de 2^m/m de diamètre au plus. Ils sont fabriqués comme les cordes en chanvre; ou bien les fils sont rangés parallèlement, et liés par d'autres fils enroulés sous ce faisceau; c'est la plus mauvaise manière; car les fils étant parallèles, il est difficile dans la fabrication, de leur donner une tension uniforme. De sorte que les plus tendus cassent. Et l'on arrive à une destruction complète du câble.



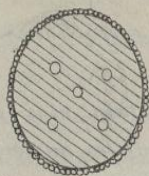
L'Emploi de câbles fabriqués comme les cordes est plus avantageux. Les fils enroulés en hélice se tassent mieux. Cependant on n'est pas encore sûr que la charge soit uniformément répartie sur chaque fibre. Aussi au lieu de câbles verticaux réunissant les pièces de pont avec le câble principal est-il préférable d'adopter une disposition en treillis.

Une seule tige de fer forgé aurait l'avantage de porter la charge uniformément. Mais une fois rompue, il n'y aurait pas de remède.

2^o On a pris une moyenne, et l'on a composé le câble de 6 à 7^m/m de diamètre rangés circulairement autour d'une âme en chanvre: Et quand on veut des câbles plus forts on réunit 5 à 6 faisceaux précédents autour d'une âme en chanvre.

31. — Cables sous-marins.

On enveloppe les fils conducteurs, de manière à les abriter, contre les attaques extérieures.



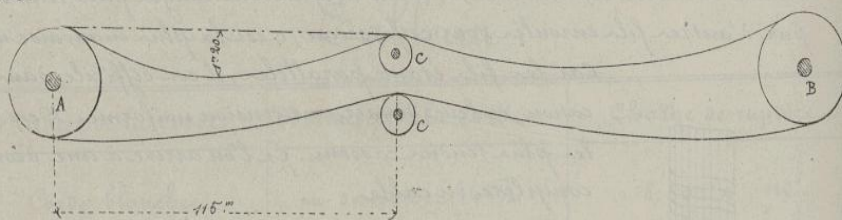
Chaque fil est isolé dans une masse de gutta-percha, autour de laquelle est une enveloppe de fil d'acier.

Ainsi le câble transatlantique à 25^{m/m} de diamètre, les fils d'acier 5^{m/m}.

Pour avoir moins de rigidité, on remplace les fils d'acier de 5^{m/m} par de plus petits réunis en faisceaux de 5^{m/m}.

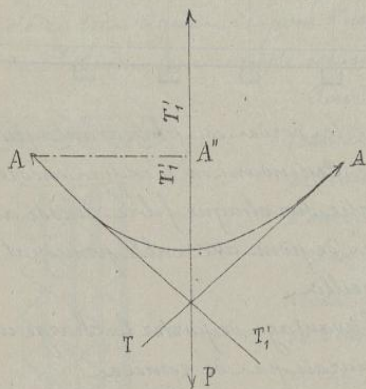
32. Transmission de mouvement à distance.

On emploie des câbles, pour transmettre le mouvement d'un endroit à un autre.



Au point de départ est une poulie A, sur laquelle est enroulé le câble qui va d'autre part s'enrouler sur B poulie placée à l'autre station. Dans l'intervalle on supporte le câble sur de petites poulies C, C'.

Il faut donner une flèche très sensible aux câbles pour éviter les



tensions; car nous savons que ces tensions TT_1 font équilibre au poids, par leur composante verticale $T'T'_1$; ces tensions seront donc d'autant plus fortes pour le même poids qu'elles seront moins inclinées sur l'horizontale.

On a ainsi établi des transmissions de 100 chevaux à 1 kil., la distance des poulies intermédiaires était de 115^m; et toutes les fois que la transmission a lieu au-dessus du sol, il faut éloigner les poulies d'au moins 50^m. La flèche de la courbe était de 1^m 20.

La poulie B est mise en mouvement par frottement. Mais à cause de l'inertie de la poulie, il commence à y avoir un certain glissement pendant un moment. Alors le câble s'use sur toutes les poulies. On y remédie en faisant des poulies de masses excessivement faibles. Côté en bois, en en leur donnant un diamètre convenable.

$D = 200$ d. diamètre du câble. Il y a de plus les frottements des courroies de la poulie sur les coussinets: c'est le cas d'employer la disposition de la

machine d'atowd: jantes croisées; mais il faut que les poulies soient légères.

Cette disposition a été appliquée sur une longueur de 4,600^m.

Chiffres pour l'établissement d'une transmission:

Diamètre des Cables.

Poids du mètre courant.

4 ^m / _m	0 kil 10
6 ^m / _m	0 , 17
8 ^m / _m	0 , 26
9 ^m / _m	0 , 31
10 ^m / _m	0 , 35
12 ^m / _m	0 , 45

On peut faire subir une traction de 15 Kil. par ^m/_m carré, et avec une vitesse de 5^m par seconde. Ce qui fait un cheval par millimètre carré de section du câble.

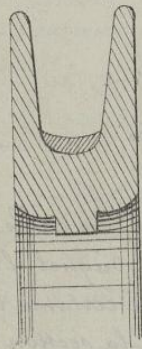


33. — Forme de la poulie.

Elle a une forme spéciale.

La poulie est en fonte. Le fond de la gorge est rempli en bois ou en gutta-percha.

On peut encore mettre au fond de la gorge, une garniture en cuir, en se ménageant le moyen de la serrer au moyen d'un tambour m.

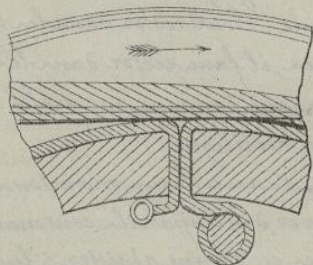


34. — Cables ronds des mines.

Diamètre.

Poids du mètre courant.

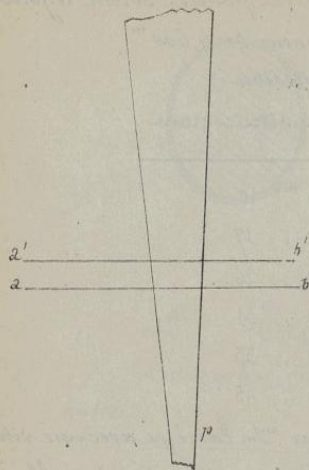
13 ^m / _m	3 kil 60
23 ^m / _m	4 , 80
33 ^m / _m	6 , 00



35. — Forme d'un câble d'égale résistance.

Dans l'exploitation des mines profondes, le câble ayant une grande longueur peut rompre sous son propre poids. On a voulu déterminer la forme à donner à ces câbles, pour que dans toutes les sections les fibres travaillaient à la même tension par unité de section.

Pour cela considérons une section (a b) R. Dans cette section la tension par unité de section, si l'on représente par p la charge



agissant au-dessous de la section ab sera :

$$\frac{p}{\Omega} = R$$

Si je considère une section $a'b'$ infiniment voisine elle deviendra $\Omega + d\Omega$, et au poids viendra s'ajouter le poids dp du câble compris entre a, b et a', b' . Or en admettant le même coefficient R nous aurons pour cette section :

$$\frac{p + dp}{\Omega + d\Omega} = R$$

$$\text{D'où } p + dp = R(\Omega + d\Omega)$$

$$\text{mais } p = R\Omega$$

$$\text{D'où } dp = R d\Omega$$

Mais dp est sensiblement le poids d'un cylindre de base Ω et de hauteur dx .

Donc

$$dp = \Omega dx \delta$$

$$\Omega \delta dx = R d\Omega$$

$$dx = \frac{R}{\delta} \frac{d\Omega}{\Omega}$$

Intégrons

$$x = \frac{R}{\delta} \log' \frac{\Omega}{\Omega_0} + x_0$$

Mais Ω peut s'écrire

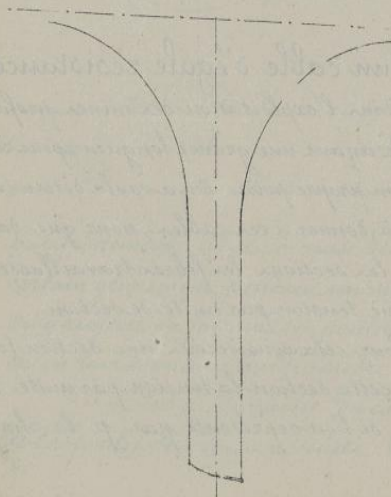
$$\Omega = \pi r^2$$

en supposant une section circulaire.

D'où

$$x = \frac{R}{\delta} \log' \frac{\pi r^2}{\pi r_0^2} + x_0$$

$$x = \frac{R}{\delta} \log' \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 + x_0$$



Cela conduit au câble un profil de logarithmique duquel il résulte qu'au delà d'une certaine longueur pour une charge finie la section deviendrait infinie. Pour rester dans les limites pratiques, il faut rester dans les considérations qui donnent un profil sensiblement rectiligne.

Nous allons maintenant nous occuper des appareils contenant des fluides et devant résister à leur pression.

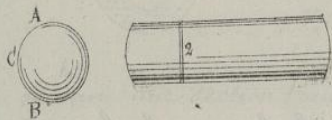
Appareil contenant des fluides et devant résister à leur pression.

26. — Chaudières à vapeur.

Les chaudières à vapeur sont composées d'un cylindre en tôle, terminé à ses deux extrémités par une calotte sphérique. La chaudière disposée sur un foyer, est à moitié remplie d'eau. Par suite de l'élévation de température, il y a production de vapeur. Il faut donc que les parois de la chaudière puissent résister à la pression de la vapeur d'eau. Diverses causes peuvent produire l'explosion de la chaudière; telles sont l'accroissement de la pression intérieure, les incrustations, les vices de construction, &c.

Il y a trois sortes de résistances à étudier:

- 1^{re} Résistance suivant les génératrices de la surface cylindrique,
- 2^{re} Résistance suivant la section transversale ou circulaire tendant à détacher la calotte qui sera de fond,
- 3^{re} La résistance de la calotte elle-même.



Calculons d'abord la résistance suivant les génératrices de la surface cylindrique.

Considérons la petite zone de largeur z mesurée suivant l'axe et de longueur ACB .

Comme l'épaisseur de la tôle est très faible relativement au diamètre nous pourrions considérer la surface extérieure comme sensiblement égale à la surface intérieure du cylindre.

Désignons par p l'excès de la pression intérieure sur la pression extérieure par unité de surface qui s'exerce normalement à la zone.

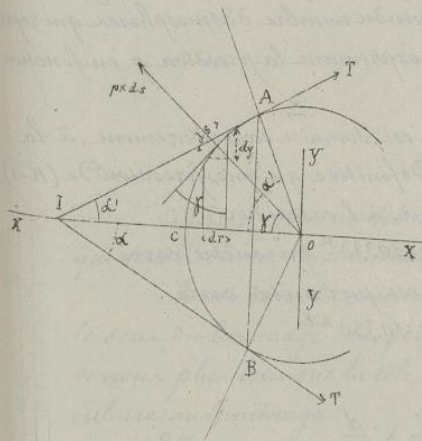
Sur un élément de longueur ds la pression sera

$$p z ds$$

elle s'exerce normalement.

C'est l'ensemble de ces pressions élémentaires qui tend à détacher la partie ACB du reste de la zone. Mais au point A et B s'exercent des réactions dues à la cohésion du métal; elles

sont produites par la résistance à l'arrachement, désignons par R la résistance par unité de section que nous ne voulons pas dépasser, en A la résistance totale sera Rz , nous la désignerons par la lettre T , en B il y aura une autre réaction



égale à cause de la symétrie, α étant l'angle que font chacune de ces forces avec l'axe des x et y celui qui fait avec le même axe de la pression $pz ds$ sur l'élément considéré.

Puisqu'il y a équilibre entre les réactions en A et B en l'ensemble des pressions $pz ds$, on pourra écrire les équations d'équilibre qui constatent ce fait et notamment l'équation de projection sur l'axe des x .

Projetons les efforts normaux sur l'axe des x , l'équation de cette projection sera :

$$\sum pz ds \cos y = pz dy$$

Car

$$dy = ds \cos y$$

On a donc

$$\sum pz dy = pz \sum dy = pz \cdot AB$$

Car

$$\sum dy = AB$$

Projetant sur le même axe les réactions en A et B il vient :

$$2T \cos \alpha = 2Rze \cos \alpha$$

à cause de l'équilibre, il faut que les projections soient égales. Donc :

$$2Rze \cos \alpha = pz AB$$

Mais

$$\cos \alpha = \sin \alpha' = \frac{AB}{2r} \quad r \text{ rayon du cylindre}$$

Donc

$$2Re \cdot \frac{AB}{2r} = p \cdot AB$$

En simplifiant

$$Re = pr$$

D'où enfin

$$e = \frac{pr}{R}$$

Cette est l'expression de l'épaisseur de la tôle formant la chaudière.

Elle est indépendante de α et de AB et par conséquent la même en tout les points de la circonférence, ce que l'on pouvait prévoir par la raison de symétrie.

On peut exprimer l'épaisseur en fonction du nombre d'atmosphères qui représente la pression intérieure de la chaudière, en exprimant la pression p en fonction de ce même nombre.

Soit n ce nombre ; comme la chaudière est soumise extérieurement à la pression atmosphérique, il ne supportera en définitive qu'une pression de $(n-1)$ atmosphères exercée par la vapeur d'intérieur à l'extérieur.

Or la pression de l'atmosphère est de 10330^k par mètre carré.

Donc la pression dans la chaudière est par mètre carré.

$$P = (n-1) \times 10330^k$$

Nous venons de voir que

$$e = p \frac{r}{R} = \frac{p}{R} \times \frac{d}{2}$$

remplaçant p par sa valeur, on a :

$$e = \frac{10330(n-1)}{R} \times \frac{d}{2} = 0,00172(n-1)d$$

La tôle que l'on emploie pour résister à 30 ou 35^{kg}; mais comme l'on a besoin d'une grande sécurité, l'on ne donne guère en pratique à la valeur de R que le $\frac{1}{10}$ de la charge de rupture.

$$R = 3^{\text{kg}}$$

À une certaine époque l'administration avait donné une formule dans laquelle $R = 2^{\text{kg}}, 85 \times 10^6$

$$e = 0,0018 (n-1) d + 0^{\text{mm}}, 003.$$

On a ajouté la constante de 3 millim. pour que l'épaisseur ne soit pas nulle quand $n = 1$ atmosphère et pour tenir compte de la détérioration de la chaudière sous l'action du feu.

Cette formule était imposée aux constructeurs; mais depuis le 25 Janvier 1865, on leur a laissé toute liberté, les rendant ainsi responsables des accidents qui peuvent se produire.

La chaudière que nous venons d'examiner est chauffée extérieurement; il y a une notable quantité de chaleur perdue. On remédie à cet inconvénient en plaçant le foyer à l'intérieur dans un tube spécial. Mais cela diminue la surface de chauffe.



Dans ce cas, on prend pour épaisseur de l'enveloppe extérieure de la chaudière les $\frac{3}{4}$ de celle qu'elle aurait, si le foyer était extérieur.

Si on veut se rendre compte des chances de rupture suivant une section transversale du corps de la chaudière.

On remarque que la pression qui tend à produire ce résultat est :

$$p \pi r^2$$

Et que la section résistante du métal est :

$$2 \pi r e R$$

D'où

$$p \pi r^2 = 2 \pi r e R$$

$$p r = 2 e R$$

$$e = \frac{1}{2} \frac{p r}{R}$$

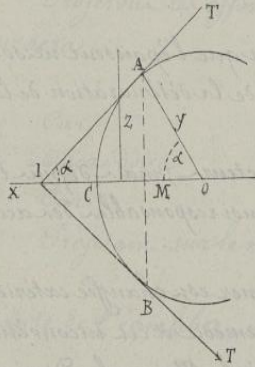
C'est-à-dire moitié de ce que doit être l'épaisseur pour résister à l'effort qui tend à ouvrir la chaudière suivant une génératrice.

Aussi dans la construction des chaudières on placera la tôle de façon que le sens du laminage soit perpendiculaire aux génératrices du cylindre, car nous verrons plus loin que la tôle résiste mieux dans ce sens que dans le sens perpendiculaire au laminage.

27. — Occupons nous maintenant des conditions de résistance d'une calotte de chaudière.

Evidemment ce devra être une surface de révolution, puisque les pressions sont disposées symétriquement par rapport à l'axe de la chaudière.

Une portion AB de la calotte est soumise à des pressions normales exercées par la vapeur sur la calotte ACB et à des réactions tangentielles exercées par le métal sur la calotte ACB suivant la circonférence AB. Ces réactions élémentaires du métal sont dirigées suivant les génératrices d'un cône tangent à la sphère suivant la circonférence AB en dont la somme est I.



Désignons par R la réaction du métal par unité de section pour un élément $d\omega$ de la section AB la réaction sera $R d\omega$ et si p est l'excès de la pression intérieure sur la pression extérieure par unité de surface, $p ds$ sera la pression sur un élément ds de la calotte sphérique.

Comme il y a équilibre entre l'ensemble des pressions $R d\omega$ et l'ensemble des pressions $p ds$, nous pourrions écrire les équations qui constatent le fait et notamment l'équation sur l'axe Ox :

$$\sum R d\omega \cos \alpha = \sum p ds \cos \beta$$

$$\text{ou } R \cos \alpha \sum d\omega = p \sum ds \cos \beta$$

Or $\sum d\omega = \pi AB e$, AB étant le diamètre moyen de la section du métal suivant AB .

Si l'élément ds de la surface sphérique est très petit on pourra le considérer comme plan, et l'angle qu'il fera avec un plan perpendiculaire à l'axe Ox sera précisément l'angle que fait la force $p ds$ avec cet axe Ox ; de sorte que $ds \cos \beta$ est la projection $ds y$ de la surface ds sur un plan perpendiculaire à Ox .

$$\text{Or } \sum ds y = \pi \frac{AB^2}{4}$$

$$\text{de plus } \cos \alpha = \sin \alpha' = \frac{AB}{2} \cdot \rho$$

$$\text{Donc } R \frac{AB}{2\rho} \times \pi AB e = p \pi \frac{AB^2}{4}$$

$$\text{ou } \frac{R e}{\rho} = \frac{p}{2}$$

$$\text{et } e = \frac{p \rho}{2 R}$$

Comme on prend e constant, ρ l'est aussi, la calotte devra donc être sphérique.

Comparons maintenant l'épaisseur de la calotte et l'épaisseur de la partie cylindrique.

$$\text{Nous avons trouvé: Cylindre } e = \frac{P}{R} r$$

$$\text{Calotte } e_1 = \frac{P}{2R} \rho$$

Comme en pratique on prend des tôles de même épaisseur pour la construction de toutes les parties de la chaudière.

$$c = c_1$$

D'où

$$\rho = 2r$$

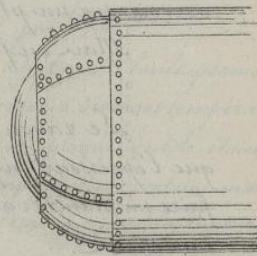
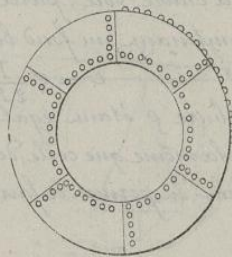
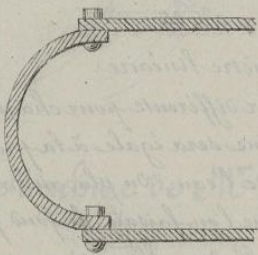
C'est-à-dire que pour résister à une même pression intérieure, une calotte de chaudière ou une chaudière sphérique peuvent avoir un rayon double de celui d'une chaudière cylindrique de même épaisseur. Si l'on faisait $r = \rho$, on voit que :

$$c_1 = \frac{1}{2} c$$

c'est-à-dire que dans ce cas l'épaisseur de la calotte peut être moitié de celle de la partie cylindrique.

Autrefois on faisait des fonder hémisphériques de plusieurs pièces suivant le croquis ci-joint.

Mais actuellement, on sait faire des tôles emboutées de très grande dimension et de courbures considérables : on fait ces fonder d'une seule pièce, sous la forme d'une calotte sphérique d'un grand rayon raccordée avec une partie cylindrique. Cette partie cylindrique est rivée dans l'intérieur du corps de la chaudière.



Manière dont était formé le fonder des Chaudières quand on faisait $\rho = r$ $\rho = 2r$ on peut embouter ces fonder.

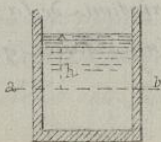
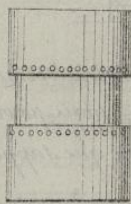
Réservoirs.

38. Les réservoirs destinés à contenir de l'eau ou un autre liquide se construisent en tôle, en bois ou en zinc.

Il faut tenir compte de la pression du liquide dans la détermination de l'épaisseur du réservoir.

Les feuilles de tôle que l'on emploie ont généralement 1^m de largeur ; de sorte que le réservoir est formé d'une série d'anneaux dont il faut calculer l'épaisseur qui pour chacun d'eux est uniforme sur toute la hauteur.

Proposons-nous de déterminer l'épaisseur de la



tôle en une zone $a b$ de hauteur assez faible pour que la pression puisse être considérée comme constante sur la hauteur $a b$ et désigner par h la distance de cette tranche au niveau de l'eau.

La pression P par mètre carré sera égale à

$$\Delta h \delta = 1 \times h \times 1000 \quad \text{car, la densité est } 1000$$

$$P = h \times 1000$$

La formule qui donnera l'épaisseur est celle que nous avons calculée pour la chaudière à vapeur, puis que nous sommes dans un cas complètement analogue. Nous n'aurons qu'à remplacer P par sa valeur en fonction de h , et nous aurons :

$$e = \frac{1000 h r}{R}$$

On a ajouté dans la pratique une constante de 0,0025 qui permet d'avoir une closerie étanche pour $h = 0$. Donc :

$$e = \frac{1000 h r}{R} + 0,0025$$

Les unités étant le mètre carré et le mètre linéaire.

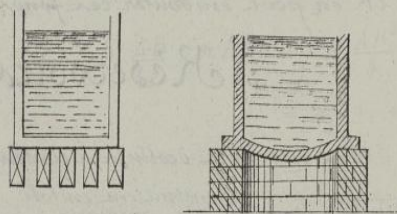
On emploiera des feuilles de tôle d'épaisseur différente pour chaque zone, et la valeur de h à introduire dans le calcul de la zone sera égale à la profondeur du bord inférieur de la tôle au-dessous du niveau de l'eau. On placera autrefois le réservoir sur un plancher à claire-voie, parce que l'on faisait le fond plat.

Mais on fait maintenant un fond bombé dont l'épaisseur sera :

$$e = \rho \frac{P}{2R}$$

Le rayon de courbure ρ étant égal au diamètre du réservoir, il en résulte que l'épaisseur du fond est la même que celle de la zone de tôle inférieure, cela dispense de faire un plancher assez coûteux, en permet de faire travailler le métal dans de meilleures conditions.

Un patin qui règne tout autour permet de l'appuyer sur une maçonnerie qui rend l'accès du fond plus facile, de sorte que l'on peut facilement boucher les fuites.



Pour économiser l'espace quand on doit placer plusieurs réservoirs à côté les uns des autres dans un local étroit on les fait rectangulaires, mais pour cela il faut maintenir les parois par des tirants calculés d'après la pression que supporte la portion de paroi affectée à chacun d'eux.

Les réservoirs sont soumis à l'action des variations de la température comme les chaudières, il y a donc lieu de se préoccuper de l'importance que pour avoir cette action.

M. Fairbairn a fait à ce sujet des expériences d'où il résulte que l'action de la température ne joue pas un bien grand rôle dans la résistance de la tôle, mais il a trouvé qu'elle offrait au maximum de résistance vers 160° .

Comme la tôle sous forme de barre de fer plus ou moins bien soudeée par le laminage, il peut arriver quand la soudure n'est pas complète en un point de la chaudière soumise à l'action du foyer, que la partie située du côté du feu s'échauffe plus que celle située du côté de l'eau, en par suite de la différence de dilatation qui en résulte il se produit une cloque ou boursoufflure un rivet qui produit le rapprochement des deux parties remédie à cet inconvénient.

Mais il vaudrait encore mieux remplacer par une pièce neuve la partie défectueuse.

L'appareil employé dans les essais de M^{re} Fairbairn consistait en un grand levier gradué muni

d'un plateau mobile permettant d'exercer sur le métal soumis à l'expérience une traction pouvant atteindre 70^k par m^2 .

Un bain d'huile permettait d'opérer à diverses températures.

Les plaques de tôle étaient découpées d'une certaine manière de façon à ce que la rupture ait lieu à l'endroit le plus étroit, on les fixait par de gros boulons passés dans les trous des extrémités.

Le fer des rivets soumis aux essais était rond et terminé par deux épaulements servant à le fixer. Les diamètres étaient :

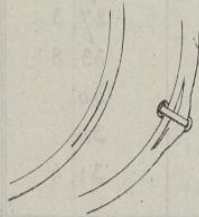
$$a = 23, \quad b = 19, \quad c = 14.$$

On fit sur la tôle 141 expériences formant 16 séries.

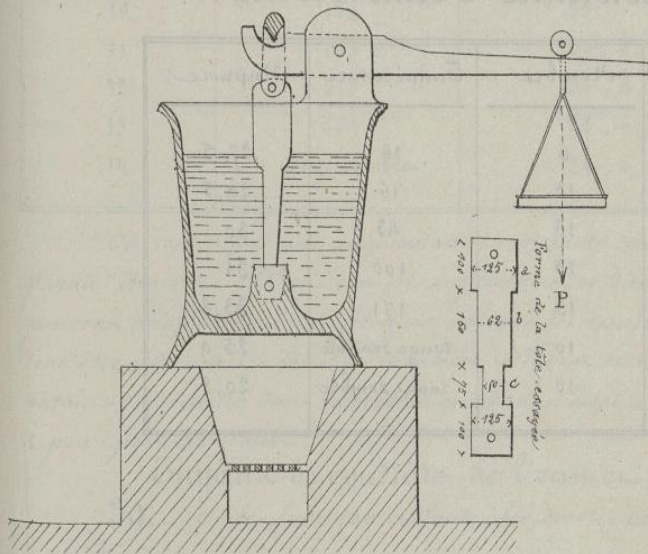
On fit des essais dans le sens du laminage, série A dans le sens perpendiculaire série B et la section de rupture a varié de 400 à 500 mm^2 carrés.

Les résultats de ces expériences bien que assez irréguliers montrent que la résistance qui est minima aux environs de 50° est maxima aux environs de 160° qui correspond à la pression de 6 atmosphères, qui est la plus usitée maintenant.

Pour les rivets, on a fait 14 séries d'expériences comprenant 76 essais.



Machine de M^{re} Fairbairn.



Résistance Longitudinale.

Série	Nombre	Température	Rupture.
1	10	0°	33 ^k ,5
4	14	16°	34,5
6	7	44°,4	28,80
7	14	48°,9	27,6
8	2	100°	27,3
10	14	100°	33,8
11	8	132°	30.
12	17	141°	34
14	13	200°	31,4

Résistance Transversale.

Série	Nombre	Température	Rupture.
1	6	16	27,5
2	13	16	29,5
3	13	43	30.
4	13	100	31
5	13	171	33,8
6	10	rouge sensible	25,9
7	10	rouge sombre	20,8

Pour les rivets, le maximum de résistance correspond à peu près à la même température que pour la tôle.

Toutes les expériences faites ailleurs ont conduit à des résultats analogues, ils peuvent donc inspirer toute sécurité quant au mode de travail de la tôle et des rivets dans les chaudières.

Les allongements ont été à peu près constants.

Résistance du fer du rivet.

Il a été fait 14 séries d'expériences comprenant 76 essais.

Voici le Tableau qui les résume:

Numéro de la Série.	Température.	Charge de rupture par $\frac{mm^2}{mm^2}$	Remarque.
1	-35	43	trop <
2	+16	42, 2	"
3	16	43, 5	"
4	46	48, 4	"
5	100	56, 5	trop >
6	100	50, 6	"
7	100	46, 0	"
8	121	56	"
9	132	58, 5	"
10	154	55	"
11	163	59, 5	"
12	215	54, 8	"
13	224	58, 6	"
14	rouge sombre.	24, 5	trop >

On remarque une augmentation croissante dans la résistance dans le maximum paraît être vers 163°. Dans ces expériences et d'autres analogues que nous ne pouvons rapporter ici, on a toujours trouvé les résultats dans le même sens. On peut donc être sûr que les tôles de chaudière à vapeur et leurs rivets présentent au moins autant de sécurité dans le travail que dans l'essai à froid. Les allongements ont été à peu près constants.

Tuyaux de conduite de l'eau et de la vapeur.

39.- On les fabrique en fonte, fer, cuivre, plomb, zinc, bois, papier, béton, pâte d'ardoise.

On voit de suite que les conditions de résistance de tuyaux sont les mêmes que celles des chaudières. On les calculera donc par une formule analogue.

$$c = \frac{10330 \cdot n}{R} \cdot \frac{d}{2} + a$$

Quand les dimensions sont faibles, on prend n au lieu de $(n-1)$, ce qui donne un excès de solidité utile; d'ailleurs pour les petits diamètres, l'épaisseur est déterminée le plus souvent par des conditions de fabrication.

Les tuyaux destinés aux distributions d'eau sont le plus généralement

en fonte. A Paris, on les essaie à une pression de 10 atmosphères qui est celle qui doit entrer dans le calcul. On distingue ceux qui sont coulés horizontalement et ceux qui le sont verticalement, parce qu'ils ne présentent pas les mêmes garanties de sécurité. Quand on place le moule horizontalement, le noyau qui nage dans la fonte remonte au milieu, et le tuyau est plus mince en dessus qu'en dessous. Les scories se dégagent mal et le tuyau peut avoir des défauts. Ces deux inconvénients n'ont pas lieu dans la coulée verticale. On emploie aussi le système mixte de la coulée oblique qui est aussi bon et plus commode.

La formule ci-dessus devient en effectuant le calcul $\frac{10330}{R} = K$ de la forme

$$e = K \cdot d \cdot n + a$$

Pour appliquer l'une ou l'autre aux divers matériaux, on peut employer les valeurs suivantes :

Nature des Matériaux	R	a ^{m/m}	K
Fonte coulée horizontalement	$2,5 \times 10^6$	10 ^{m/m}	0,002, 00
" verticalement	$3,25 \times 10^6$	8	0,001, 60
Fer	6×10^6	3	0,000, 86
Cuivre rouge	$3,5 \times 10^6$	2	0,001, 47
Plomb	$0,4 \times 10^6$	3	0,012, 92
Zinc	$0,83 \times 10^6$	4	0,006, 20
Bois (Ebène ou Orme)	$0,16 \times 10^6$	27	0,032, 30
Pierres naturelles	$1,40 \times 10^6$	30	0,003, 63
Pierres factices ou Béton comprimé	$0,90 \times 10^6$	40	0,005, 38

Les valeurs de K données ci-dessus supposent que d est exprimé en millimètres dans la formule :

$$e = K \cdot d \cdot n + a$$

Ainsi pour les tuyaux de fonte que l'on essaie à 10 atmosphères, étant égal à 10, s'ils sont coulés horizontalement

$$e = 10 + 0,02 \cdot d$$

$$\text{Si } d = 200^{\text{m/m}} \quad e = 14^{\text{m/m}}$$

s'ils sont coulés verticalement

$$e = 8 + 0,016 \cdot d$$

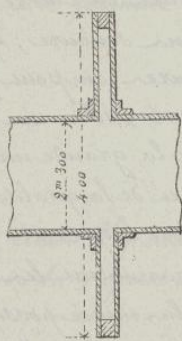
$$\text{Si } d = 400^{\text{m/m}} \quad e = 14,4^{\text{m/m}}$$

Les tuyaux en fonte se réunissent par emboîtement, brieds, au moyen de caoutchouc. Les dimensions de ces parties ne se calculent pas et sont déterminées par des considérations de construction.

Les tuyaux de conduite d'eau se font en tôle bitumée, tuyaux Chameroi la formule qui sert à leur calcul est empirique, est la suivante :

$$e^m/m = 0,0045 \cdot d + 0,6.$$

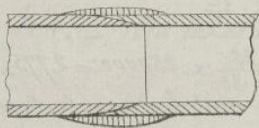
On peut employer pour les gros diamètres la construction des Chaudières à vapeur. Le meilleur moyen d'assemblage est la rivure, mais comme il faut des dispositions permettant la dilatation, on emploie l'assemblage suivant : Ces tuyaux sont réunis au moyen de deux disques en tôle comme le montre la figure.



Ces tuyaux sont commandés pour franchir des vallées; leur épaisseur étant calculée pour résister à la pression, il faut écarter les appuis de manière qu'ils résistent encore à la flexion comme nous le verrons plus tard.

L'emploi de la tôle doit être recommandée pour toute tuyauterie d'un grand diamètre.

40. — **Tuyaux en plomb.** — On les a coulés jusqu'au diamètre de 0,216, ceux-ci étant étirés peuvent se réduire au diamètre de 100^{mm}. On fait aujourd'hui des tuyaux en plomb refoulés d'une longueur quelconque au moyen de la presse hydraulique. On oblige ainsi le plomb à passer par un orifice annulaire.



On assemble les tuyaux de plomb bon à bon par un nœud de soudure en taillant les extrémités en sifflet.

D'après Navier, la résistance du plomb à la traction est $R = 1^k,35$, et il commence à s'étendre sous une charge de

0,70 à 0,80. Mais comme ce métal n'éprouve aucune influence par l'effet des chocs, on peut le charger du $\frac{1}{4}$ de la charge de rupture, c'est-à-dire $\frac{1}{4}$ de la limite d'élasticité.

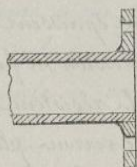
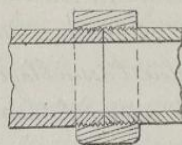
41. — **Tuyaux en terre.** — On les fait en argile cuite vernissée, comprimée à la presse hydraulique; leur épaisseur varie de 20 à 30^{mm} suivant leur diamètre. On n'a pas de renseignements sur leur résistance; on leur a fait supporter des essais jusqu'à 34 atmosphères. Les tuyaux de brique sont à base d'ardoise et servent aux mêmes usages que les précédents.

42. — **Tuyaux en bois.** — Ils résistent bien mais s'altèrent vite dans la terre.

Pour les conduites de vapeur on emploie la fonte, le fer ou le cuivre. Les tuyaux en fonte se calculent comme les tuyaux d'eau. Les tubes en fer se fabriquent par rapprochement ou par recouvrement; les premiers sont plus épais, et s'assemblent au moyen de manchons filetés, ce qui est un bon assemblage. Dans la formule ci-dessus leur épaisseur correspond à $R = 6,00$ et $a = 4^m/m$ à peu près; d'après l'usage de la fabrication,

l'on a sensiblement la formule empirique

$$e = 0,35 \cdot \sqrt{a} \text{ mm.}$$



Les tubes fabriqués par recouvrement sont plus minces, $a = 2 \text{ mm}$ en plus. On les assemble par des brides brasées au lieu de manchons.

Les tubes en cuivre rouge se font avec ou sans soudure; quand ils sont sans soudure, on peut faire à la fois

$$R = 5 \times 10^6 \text{ et } a = 0,001$$

à cause de la grande uniformité de leur résistance et de la qualité du cuivre qui, à

cause du travail auquel on le soumet, doit être bonne.

Les tubes en fer, cuivre ou laiton qui garnissent les chaudières tubulaires ne se calculent pas, on les fait le plus mince possible. Pour les locomotives, les tubes de 50 mm de diamètre ont 2 mm $\frac{1}{4}$ d'épaisseur, et sont soumis à une pression de 10 atmosphères, et de 20 à l'essai de la chaudière, mais on les essaie auparavant en les mettant en pression à 25 atmosphères et en les frappant. La tension du métal dans ces essais est de $R = \frac{r}{e} \cdot P$

$$\text{à cause de } e = r \cdot \frac{R}{P}$$

$$R = \frac{25}{2,25} \times 250000 = 2,775 \times 10^6$$

C'est-à-dire que la tension du métal dans le travail de la chaudière est :

$$R = \frac{25}{2,25} \times 100000 = 1,11 \times 10^6$$

On propose actuellement des tubes en acier qui n'auraient que 1 mm $\frac{1}{2}$ et supporteraient ainsi :

$$R = \frac{26,5}{1,5} \times 100000 = 1,765 \times 10^6$$

mais on n'a pas encore d'assez longues expériences pour affirmer que cela n'aura pas d'inconvénients.

Les tuyaux de conduite de gaz ne se calculent pas pour la résistance qu'ils ont à supporter, résistance qui est insignifiante.

Cylindres de machines à vapeur.

43. — Ils sont faits en fonte dure en service. Ils doivent être assez épais non-seulement pour résister à la pression de la vapeur, mais encore pour subir l'alésage sans déformation de la paroi de l'outil ou des chaînes

qui servent à le fixer sur l'alsoir. On arrivera à des dimensions convenables sous ces rapports divers en prenant dans la formule :

$$e = \frac{10330 \cdot n \cdot d}{2 \cdot R} + a$$

$$R = 0^{\text{K}},85 \times 10^6 \quad \text{et} \quad a = 12 \text{ mm}$$

Pour de gros cylindres on peut prendre $R = 1^{\text{K}},00$

La formule devient

$$\begin{aligned} e &= \frac{5165}{0,85 \times 10^6} \cdot n \cdot d \text{ mm} + 12 \text{ mm} \\ &= 0,006 \cdot n \cdot d + 12 \\ &= 0,012 \left(\frac{n \cdot d}{2} + 1000 \right) = 0,012 (n \cdot r + 1000) \end{aligned}$$

Ainsi l'épaisseur d'un cylindre à vapeur de 500 mm de diamètre devant recevoir la vapeur à 6 atmosphères serait :

$$\begin{aligned} e &= 0,012 (6 \times 250 + 1000) \\ &= 0,012 (1500 + 1000) = 0,12 \times 2500 = 30 \text{ mm} \end{aligned}$$

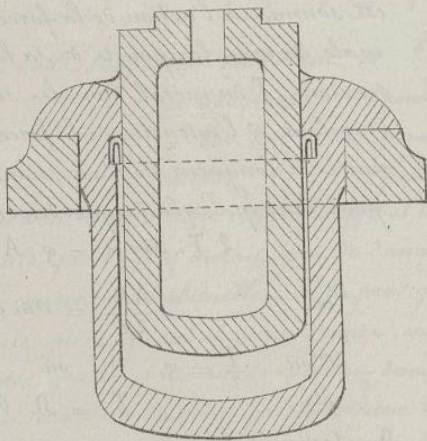
Les corps de pompe se calculent comme les cylindres à vapeur.

Corps de Presse hydraulique.

44. — On les fait en fonte, pour obtenir facilement les formes qui sont nécessaires, néanmoins, il serait possible maintenant de les faire en fer forgé, ce qui permettrait d'atteindre à des pressions beaucoup plus élevées, et donnerait plus de sécurité que la fonte. Celle-ci est souvent un peu poreuse, il en résulte que la pression va se transmettre dans l'intérieur même de la paroi, ce qui occasionne des ruptures. L'épaisseur des cylindres des presses hydrauliques se calculent encore par la formule :

$$e = r \frac{P}{R} + 10 \text{ mm}$$

L'expérience prouve que les fontes étant bonnes, on peut adopter $R = 6^{\text{K}}$ avec sécurité. Il y a d'ailleurs un certain intérêt à ne pas faire les pièces



de fonte trop épaisse, parce que la surface se solidifie avant le milieu, celui-ci n'est pas résistant.

Les presses hydrauliques employées au levage du pont Britannia (de trois de Murray, Chemin de fer de Chester à Holyhead) construit en 1849, sont les plus grandes que l'on ait établies, en voici les dimensions :

Diamètre du piston plongeur	0 ^m , 510
" corps cylindrique	0, 560
Épaisseur du 2 ^e 2 ^e	0, 153
Pression employée à 0,01 ²	570 ^k
d ^e totale sur le piston	1,161, 500
Résistance par 0,001 ²	6 ^k , 83

Volants.

Les volants des machines, les poulies et les engrenages de transmission tournant avec une grande vitesse, la force centrifuge tend à séparer les éléments de la jante et leurs bras en à les projeter au loin. Il y a donc lieu dans leur construction de déterminer son influence, et de les établir dans des conditions de résistance qui évitent leur rupture.

Considérons, comme cas général, un anneau tournant autour de son centre. On peut supposer la matière concentrée sur la circonférence moyenne de rayon r . Soit ABC un arc, et prenons en Co l'axe des α . Il est soumis à l'action de la force centrifuge normale en tous les points de sa longueur et aux tensions T du métal dans les sections A et B. Appelons g l'intensité de la force centrifuge par unité de longueur de l'arc, nous aurons, comme pour le corps cylindrique des chaudières à vapeur.

$$2 T \sin \alpha = g \cdot AB$$

$$\text{ou} \quad \frac{AB}{2r} = \sin \alpha$$

$$\text{D'où} \quad \frac{T}{r} = g \quad \text{ou} \quad T = g \cdot r \quad (a)$$

$$\text{or} \quad T = \Omega \cdot \theta$$

Ω section de la jante

θ résistance de la traction.

Pour déterminer g , prenons δ le poids spécifique du métal, ω la vitesse angulaire ; le poids de l'unité de longueur de la jante sera :

$$p = \Omega \delta$$

et la force centrifuge

$$g = \frac{p}{g} \omega^2 r$$

aura pour expression :

$$g = \frac{\pi \delta}{g} \omega^2 r$$

L'équation (α) deviendra en substituant les valeurs de T et de

$$R. \theta = \frac{\pi \delta}{g} \omega^2 r^2$$

D'où

$$\omega^2 = \frac{g \cdot \theta}{\delta \cdot r^2}$$

Cette relation donne la vitesse angulaire qu'il ne faut pas dépasser avec un volant de rayon r pour que la tension θ du métal ait une valeur maximum que l'on s'imposera.

Ordinairement, les données de la question, par suite des usages adoptés dans les ateliers pour le nombre de tours η, que le volant fait par minute, et son diamètre d. On a :

$$\omega = \frac{2 \pi \eta}{60}$$

D'où

$$\omega^2 = \frac{\pi^2 \eta^2}{900}$$

et

$$r = \frac{d}{2}$$

$$r^2 = \frac{d^2}{4}$$

D'où

$$\frac{\pi^2 \eta^2}{900} = \frac{4 g \cdot \theta}{\delta d^2}$$

On en tire

$$\eta^2 = \frac{3600 \cdot g \cdot \theta}{\pi^2 \cdot \delta \cdot d^2}$$

Remarquons que

$$\pi^2 = g$$

et

$$3600 = \frac{1}{2} \delta$$

D'où

$$\eta = \sqrt{\frac{3600 \cdot g}{\pi^2 \delta}} \cdot \frac{\sqrt{\theta}}{d}$$

$$= 0,707 \frac{\sqrt{\theta}}{d}$$

et

$$\theta = 2 \eta^2 d^2$$

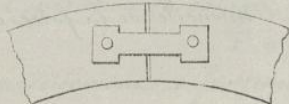
Si nous supposons un volant de 2^m,000 de diamètre

η = 600 tours	pour	θ = 3 × 10 ⁶
= 860 "	pour	= 6 × 10 ⁶
= 1220 "	pour	= 12 × 10 ⁶

On voit d'après ces résultats que si les volants étaient toujours des anneaux d'une seule pièce, il y aurait peu de danger de rupture par la force centrifuge dans les conditions habituelles de la pratique. Mais les volants ne se font pas d'une seule pièce quand ils sont grands, et lorsqu'ils sont petits il faut les couper pour éviter que les bras ne se cassent dans les moules. Il faut donc des assemblages, et ceux-ci doivent présenter une résistance équivalente à la tension totale de la jante.

Pour les petits volants dont le diamètre ne dépasse pas 2^m,50, volants

que l'on fend pour éviter la rupture des bras, on fait la jonction au moyen de deux



pièces de fer disposées comme l'indique le croquis, en disposées comme l'indique le croquis, en retenant par un petit rivet. Soit a la section de l'une des pièces, en R_f la résistance du fer. On a vu que la tension de la fonte par unité de section, est

$$\theta = 2 \eta^2 d^3$$

de sorte que la tension totale qui doit supporter le fer sera :

$$\theta \Omega = 2 \Omega \eta^2 d^2$$

Il faut donc que :

$$2a \cdot R_f = 2 \Omega \eta^2 d^2$$

D'où :

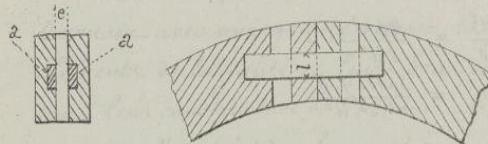
$$a = \Omega \frac{\eta^2 d^2}{R_f}$$

Ici R_f est rapporté au mètre carré et sera égal à 6×10^6 par exemple, et alors a est exprimé en unités de même espèce que Ω .

On fait aussi assemblage au moyen d'une barre noyée dans la masse et

maintenue par des clavettes. a est alors la section de cette barre d'un côté de la clavette.

La clavette doit résister à l'effort de cisaillement



Soit x la section, on a :

$$2R_c \cdot x = \theta \cdot \Omega$$

Mais la section x de la clavette ne doit pas être d'une forme quelconque. Si la largeur de la barre d'assemblage est l et l'épaisseur de la clavette e , celle-ci sera soumise à l'écrasement sur une surface :

$$e \cdot l$$

qui doit résister à ces efforts, d'où :

$$R_f \cdot e \cdot l = \theta \cdot \Omega$$

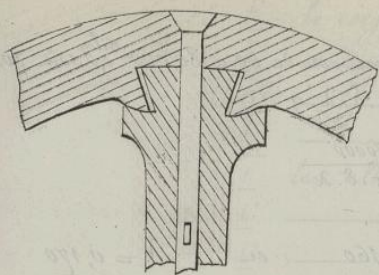
ce qui donne la valeur de e . Alors la largeur l de la clavette sera telle que

$$l \cdot e = x$$

D'où

$$l = \frac{x}{e}$$

Les volants très lourds sont généralement composés d'autant de segments qu'ils ont de bras. En chacun des points de séparation, on applique un assemblage comme il vient d'être indiqué, on a soin de faire les coupures entre deux bras. Afin d'augmenter la sécurité on calcule l'assemblage du bras avec la jante de manière qu'il puisse supporter toute l'intensité de la force centrifuge afférente au segment relié à ce bras.

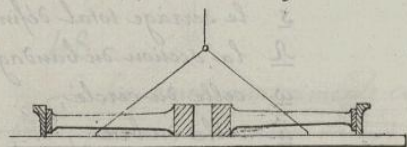


On utilise aussi les segments pour l'assemblage, en faisant la jante double et à joint croisé, de sorte qu'aux points de coupure, la section résistante est égale à la moitié de celle de la jante. Cette disposition pourrait n'être pas assez résistante, si la vitesse était très grande.

46. Roues des Véhicules de Chemins de fer.

Les roues des véhicules employés dans l'exploitation des Chemins de fer sont composées de deux parties distinctes : l'une qui doit durer long-temps, et l'autre que l'on peut changer lorsqu'elle est usée. Cette dernière partie porte le nom de bandage, elle est alésée intérieurement, l'autre est appelée Centre, elle est tournée extérieurement. Le bandage est fixé au centre au moyen de rivets, dont la tête est noyée du côté du bandage. Quand le centre est plein les rivets sont placés obliquement.

Le diamètre extérieur du centre tourné est un peu plus grand que le diamètre intérieur du bandage alésé, en moyenne, il est plus grand que 1^{mm} par mètre du diamètre de contact. Pour placer le bandage sur le centre, on fait dilater le premier en le chauffant au rouge sombre ; quand il est placé, on le laisse refroidir lentement, et dès qu'il serre assez le centre pour ne plus s'en séparer, on plonge le tout dans l'eau. À cet effet, tout le système repose sur un disque suspendu à une grue qui permet facilement l'immersion. Cette opération s'appelle l'embattage des roues.



Le rapport de la différence s entre les diamètres d'alésage et de tournage au diamètre d du centre, s'appelle le serrage. Ainsi, quand $\frac{s}{d} = 0,001$, on dit que le serrage est d'un millième, etc.

La roue ainsi préparée est montée sur un essieu dont le diamètre est un peu plus grand que celui d'alésage du moyen ; on est obligé d'effectuer l'emmanchement à la presse hydraulique.

Ainsi, entre l'essieu et le moyen, s'exerce une pression mutuelle dont l'intensité par unité de surface est q ; si nous désignons par δ le diamètre intérieur du moyen, par λ sa largeur, la pression totale Q sur le pourtour sera :

$$Q = \pi \delta \cdot \lambda \cdot q$$

Dans l'opération du calage, cette opération fait naître un frottement :

$$F = f \cdot Q = f \cdot \pi \cdot \delta \cdot \lambda \cdot q$$

C'est précisément ce frottement qui est équilibré par l'effort nécessaire

pour faire entrer l'essieu dans le moyeu.

Pour les roues de locomotive, ces efforts varient de 60 à 80,000 ^{Kilogs}, soit 70,000, donc

$$70,000 = f \cdot \pi \cdot \delta \cdot \lambda \cdot q$$

Donc $q = \frac{70000}{f \cdot \pi \cdot \delta \cdot \lambda}$

Habituellement, on a :

$$f = 0,15 \quad \delta = 0,160 \quad \text{en} \quad \lambda = 0,170$$

Donc on conclut :

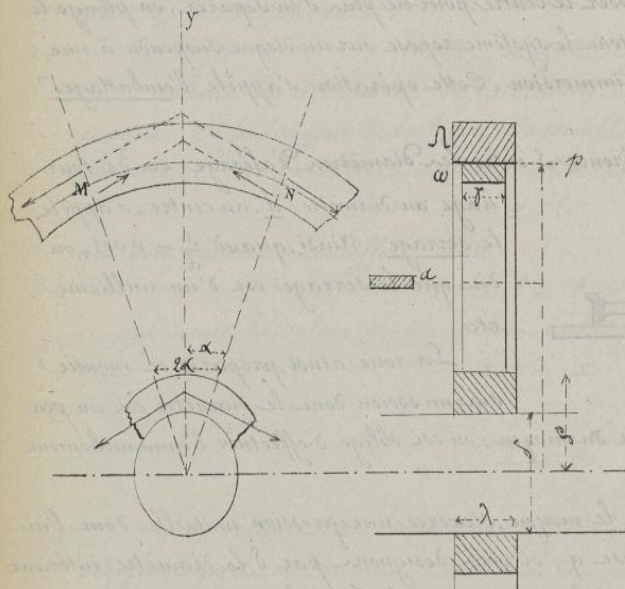
$$q = 5500000 \text{ Kilogs}$$

ou bien

$$q = 5,5 \times 10^6$$

On fait aux roues de locomotive autant de bras qu'il y a de décimètres dans le diamètre, ainsi une roue de 1^m 300 aurait 13 bras ou rayons, une roue de 1^m 83 en aurait 18. L'écartement angulaire de deux bras sera donc toujours connu, désignons le par 2α .

Nous désirons connaître quelles sont les tensions et compressions des diverses parties de la roue, afin de pouvoir apprécier les conditions de résistance qu'elles présentent et de leur donner les dimensions les plus convenables dans la fabrication. Nous considérons pour cela une portion de la roue, comprise dans l'angle 2α et nous étudions les conditions d'équilibre des diverses parties qui composent cette portion de roue.



Représentons par :

- p la pression mutuelle entre les bandages en le cercle,
- b la largeur du cercle,
- r son rayon de fabrication,
- s le serrage total défini ci-dessus,
- A la section du bandage,
- ω celle du cercle,
- a celle du bras,
- l la longueur du bras,
- 2α l'angle que font deux bras consécutifs,
- A la section du moyeu,
- ρ son rayon extérieur,
- q la pression mutuelle de l'essieu,

R	la tension du métal en	Ω
R'	_____ d' _____	en ω
R''	_____ d' _____	en a
R_1	_____ d' _____	en A

$\frac{E}{E'}$	le coefficient d'élasticité de Ω
$\frac{E''}{E'}$	_____ de ω
$\frac{E'''}{E'}$	_____ de a
$\frac{E'''}{E'}$	_____ de A
$\frac{i}{i'}$	les allongements et compression de Ω
$\frac{i''}{i'}$	_____ de ω
$\frac{i'''}{i'}$	_____ de a
$\frac{i'''}{i'}$	_____ de A
$\frac{\delta}{\lambda}$	le diamètre intérieur du moyen
$\frac{\lambda}{\lambda}$	sa largeur

Soit en tout 24 quantités

L'équilibre des diverses parties fournit les équations suivantes :

47. — Bandage.

Il est soumis aux tensions T qui ont lieu dans les sections extrêmes en à la pression mutuelle du cercle ; il faut que les projections de ces deux groupes de forces soient égales.

La projection sur oy des forces T est :

$$2T \sin \alpha = 2 \cdot \Omega \cdot R \sin \alpha$$

La projection des pressions mutuelles dont l'intensité est p par unité de surface a pour valeur

$$p = b \cdot MN$$

Or

$$MN = 2 \cdot r \cdot \sin \alpha$$

par suite à cause de l'équilibre

$$2 \Omega R \sin \alpha = 2 p b \cdot r \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

48. — Cercle.

Le bandage comprime le cercle, et par suite le bras ; la compression du bras qui réagit a pour valeur :

$$a \cdot R''$$

et se projette en vraie grandeur.

Les compressions à droite et à gauche de la portion du cercle considérée sont t , elles ont pour valeur :

$$\omega \cdot R''$$

et pour projection :

$$2 \omega \cdot R'' \sin \alpha$$

Enfin, les pressions mutuelles ont comme ci-dessus pour projection :

$$2 \cdot p \cdot b \cdot r \sin \alpha$$

Donc

$$2 \omega \cdot R'' \sin \alpha + a \cdot R'' = 2 \cdot p \cdot b \cdot r \sin \alpha \quad (2)$$

s'après l'équation de l'équilibre.

49. ———— Moyen.

Il est soumis à la pression du bras qui est :

$$\alpha \cdot R''$$

comme pour les cercles. De plus, il est soumis à deux tractions tangentielles ayant chacune pour valeur :

$$\theta = A \cdot R_1$$

dont la projection est :

$$2 \cdot A \cdot R_1 \cdot \sin \alpha$$

Le moyen est encore soumis à la pression mutuelle de l'essieu dont l'intensité par unité de surface est q , en qui a pour projection :

$$2q \frac{\delta}{2} \cdot \lambda \cdot \sin \alpha = q \cdot \delta \cdot \lambda \cdot \sin \alpha$$

On a donc à cause de l'équilibre :

$$2A \cdot R_1 \cdot \sin \alpha + \alpha \cdot R = q \cdot \delta \cdot \lambda \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

Il faut tenir compte de l'élasticité de la matière en appliquant la formule fondamentale :

$$R = \frac{N}{\lambda} = E \cdot i$$

qui nous fournit ici :

$$R = E \cdot i \quad (4)$$

$$R' = E' \cdot i' \quad (5)$$

$$R'' = E'' \cdot i'' \quad (6)$$

$$R_1 = E' \cdot i_1 \quad (7)$$

E' est constant parce que nous supposons que toutes les parties du centre sont fabriquées avec le même métal, du fer, ce qui n'a pas lieu dans certaines roues de wagon dont le moyen est en fonte, il faudrait en tenir compte, mais le calcul suit la même marche. Le bandage est en acier pour les roues de locomotives dont il s'agit ici plus particulièrement. C'est pourquoi on a pris E' différent de E .

Après la pose du bandage, il y a contraction i' du centre et allongement i du bandage.

Le diamètre définitif de la circonférence de contact est donc compris entre les diamètres de l'alésage et du tournage; i et i' sont les allongements ou raccourcissements par unité de diamètre, il s'ensuit que :

$$i + i' = \frac{\delta}{2 \cdot r} \quad (8)$$

Car $2 \cdot r \cdot i$ est l'allongement du diamètre du bandage,

$2 \cdot r \cdot i'$ est la contraction du diamètre du cercle,

$$2 \cdot r \cdot (i + i') = \delta$$

ou bien

$$i + i' = \frac{\delta}{2 \cdot r}$$

La dilatation du moyen par le calage mesurée à partir du centre est :

Le bandage produit suivant le bras, en mesurant du centre à la circonférence une contraction qui est :

On remarque que le cercle est toujours rond, et on l'admet dans ce calcul. Le bras est donc comprimé et raccourci par l'effet de ces deux actions du moyen et du bandage, et ce raccourcissement du bras a pour mesure :

On a donc

$$i'' \cdot l = i' \cdot r + i_1 \cdot \rho \quad (9)$$

ce qui fait 9 équations entre 24 quantités. 8 d'entre-elles sont toujours connues, ce sont :

$$\alpha, b, r, \delta, \lambda \quad \text{par construction,}$$

$$E, E', g \quad \text{par expérience.}$$

Il faut se donner 7 des 16 autres, de manière qu'il ne reste que 9 inconnues. Celles qu'il convient de se donner résultent du tracé d'un avant-projet, ce sont :

$$\Omega, w, a, A, s, l, \rho$$

On calcule alors : $p, R, R', R'', R_1, i, i', i'', i_1$

Ce sont surtout les diverses valeurs R, R', R'', R_1 qu'il importe le plus de connaître. Si l'on voit qu'elles ne sont pas convenables, comme l'avant-projet aura dû être tracé d'après l'expérience acquise des constructions antérieures, il faudra, avant de le changer, faire une ou deux nouvelles hypothèses sur la valeur de s , car c'est surtout de s que dépendent les valeurs des tensions et compressions.

On peut simplifier ces calculs, de manière à en rendre l'application et l'interprétation plus faciles. On observe en effet que la déformation du moyen par le calage est négligeable, à cause de la valeur toujours très grande, de la section A de cet organe. Alors :

$$i_1 = 0$$

l'équation (7) s'annule, alors $R_1 = 0$

l'équation (3) se réduit à :

$$a \cdot R'' = g \cdot \delta \cdot \lambda \cdot \sin \alpha$$

mais elle cesse d'être exacte, puisqu'elle exprime ainsi que la compression du bras ; $a \cdot R''$ fait seule équilibre aux pressions mutuelles g , ce qui est contraire à notre hypothèse par laquelle nous disons que le moyen seul fait équilibre, sans déformation à ces efforts mutuels g . Il ne faut donc plus s'en écrire ainsi altérée, et rendre inexacte.

$$\text{Nous avons donc : } 2 \cdot \Omega \cdot R \cdot \sin \alpha = 2 \cdot p \cdot b \cdot r \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

$$2 \cdot \omega \cdot R' \sin \alpha + a \cdot R'' = 2 p \cdot b \cdot r \cdot \sin \alpha \quad (2)$$

$$R = E \cdot i \quad (3)$$

$$R' = E' \cdot i' \quad (4)$$

$$R'' = E' \cdot i'' \quad (5)$$

$$i + i' = \frac{\delta}{2\tau} \quad (6)$$

$$i' l = i' \cdot \tau \quad (7)$$

Les équations (1) et (2) donnent :

$$2 \cdot \Omega \cdot R \cdot \sin \alpha = 2 \cdot \omega \cdot R' \sin \alpha + a \cdot R'' \quad (a)$$

Substituons dans (a) les valeurs données par (3)(4) et (5), il vient :

$$2 \cdot \Omega \cdot E \cdot i \sin \alpha = 2 \omega \cdot E' \cdot i' \sin \alpha + a \cdot E' \cdot i'' \quad (b)$$

$$(6) \text{ donne } i' = \frac{\delta}{2\tau} - i$$

$$(7) \text{ donne } i'' = i' - \frac{\tau}{\ell}$$

$$= \left(\frac{\delta}{2\tau} - i \right) \frac{\tau}{\ell}$$

valeurs qui substituées dans (1) donnent

$$2 \cdot \Omega \cdot E \cdot i \sin \alpha = 2 \cdot \omega \cdot E' \left(\frac{\delta}{2\tau} - i \right) \sin \alpha + a \cdot E' \left(\frac{\delta}{2\tau} - i \right) \frac{\tau}{\ell}$$

$$2 \cdot \Omega \cdot E \cdot i \sin \alpha = 2 \omega \cdot E' \cdot \frac{\delta}{2\tau} \sin \alpha - 2 \omega \cdot E' \cdot i \sin \alpha + a \cdot E' \cdot \frac{\delta}{2\tau} - a \cdot E' \cdot i \frac{\tau}{\ell}$$

$$i \left[2 \cdot \Omega \cdot E \cdot \sin \alpha + 2 \omega \cdot E' \cdot \sin \alpha + a \cdot E' \cdot \frac{\tau}{\ell} \right] = E' \cdot \frac{\delta}{2\tau} \cdot \left[2 \omega \sin \alpha + a \cdot \frac{\tau}{\ell} \right]$$

$$i = \frac{\delta}{2\tau} \cdot \frac{E' (2 \omega \sin \alpha + a \cdot \frac{\tau}{\ell})}{\Omega \cdot E \sin \alpha + \omega \cdot E' \sin \alpha + a \cdot E' \cdot \frac{\tau}{\ell}}$$

Cette valeur de i étant calculée, nous aurons :

$$i' = \frac{\delta}{2\tau} - i$$

$$i'' = i' - \frac{\tau}{\ell}$$

Et enfin :

$$R = E \cdot i$$

$$R' = E' \cdot i'$$

$$R'' = E' \cdot i''$$

Application. — Ayant fait ces calculs pour une roue dans laquelle

$$\Omega = 0,0064$$

$$\omega = 0,0016$$

$$a = 0,0016$$

$$2\alpha = 15^\circ$$

$$\text{D'où } \sin \alpha = 0,13$$

$$E = 30 \times 10^9$$

$$E' = 20 \times 10^9$$

$$\tau = 0''',001$$

$$2\tau = 1''',00$$

$$\ell = 1,300$$

$$b = 0,140$$

On a trouvé :

$$i = 0,000506$$

$$i' = 0,000494$$

$$i'' = 0,000823$$

$$R = 15,18 \times 10^6$$

$$R' = 9,88 \times 10^6$$

$$R'' = 16,46 \times 10^6$$

$$p = 1,388,786 \text{ Kilog}$$

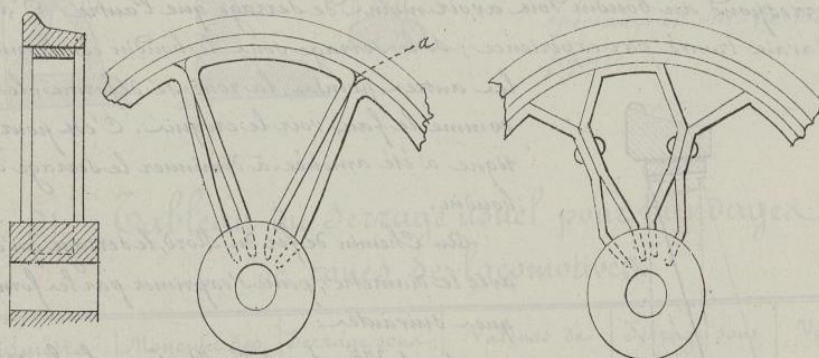
Ce calcul s'applique exactement aux roues de locomotives, à bandage plan, et aux roues à bandage ordinaire avec une exactitude suffisante, mais en donnant des valeurs moyennes de R , R' , R'' .

50.

Roues des Wagons.

Les roues de Wagon du système Arbal sont tout-à-fait comme celles de locomotives, et le même calcul peut leur être appliqué.

En dehors de ce système on fait des roues à rayons pliés et des roues à centres pleins, ces dernières en fonte ou en fer. Les roues à rayons pliés sont disposées suivant deux systèmes principaux dont les uns se rapprochent plus ou moins. Les rayons sont formés de fer plan plié en triangle, et dont les extré-



mités sont noyées dans un moyeu en fonte ou en fer.

Section de bandage : 0,006272

Section du cercle : 0,001539

Dans le 1^{er} système, on plie le bras, et on soude un morceau de fer dans l'angle a , ce qui établit la continuité du cercle extérieur; le moyeu est en fer. Dans l'autre système, que l'on commence à abandonner, on rapporte un faux cercle et le moyeu est en fonte.

Pour calculer ces roues, on se sert des mêmes formules que pour celles de locomotives; mais elles se simplifient encore, car la forme courbe des roues fait que leur résistance est négligeable, on supprimera donc le terme a .

L'expression :

devient alors

$$i = \frac{s}{2r} \times \frac{E' (2\omega \cdot \sin \alpha + a \cdot \frac{\pi}{L})}{2 \sin \alpha (\Lambda E + \omega \cdot E) + a \cdot E' \cdot \frac{\pi}{L}}$$

$$i = \frac{s}{2r} \times \frac{\omega \cdot E'}{\Lambda \cdot E + \omega \cdot E'}$$

En pratique on fait souvent le centre en le bandage en fer, il s'ensuit que $E = E'$; d'ailleurs, il y a beaucoup d'acier pour lesquels la valeur de E est la même que pour le fer, de sorte que

$$i = \frac{s}{2r} \times \frac{\omega}{\Lambda + \omega}$$

et

$$i = \frac{s}{2r} - i = \frac{s}{2r} \left(1 - \frac{\omega}{\Lambda + \omega}\right) = \frac{s}{2r} \times \frac{\Lambda}{\Lambda + \omega}$$

D'où

$$\frac{i}{i'} = \frac{\omega}{\Lambda} = \frac{E \cdot i}{E' \cdot i'} = \frac{R}{R'}$$

Ainsi les tensions sont en raison inverse des sections respectives du bandage et du cercle.

Cette conclusion est importante, car elle fait voir que le cercle, pour un serrage donné $\frac{s}{2r}$ est d'autant plus comprimé que le bandage a une plus grande section. Or, les bandages ne sont pas rectangulaires à cause du boudin, et si, par la pensée, on le suppose divisé en deux portions juxtaposées, on voit que celle qui correspond au boudin doit avoir moins de serrage que l'autre. D'ailleurs, on l'avait trouvé par expérience; si le serrage sous le boudin est le même que dans

les autres points, la roue se déforme, le moyen sonne comme le fait voir le croquis. C'est pourquoi, la pratique a été amenée à diminuer le serrage du côté du boudin.

Au Chemin de fer du Nord, le serrage qu'on fait varier avec le diamètre, peut s'exprimer par les formules empiriques suivantes:

$$s = 1,375 \cdot d - 0,00171 \text{ sous le boudin}$$

$$s = 2,06 \cdot d - 0,00166 \text{ sous l'autre bord.}$$

s est exprimé en millimètres, d en mètres, la constante en millimètres.

Ceci s'applique aux roues à rayons pleins. Pour les roues de Wagon à centre plein :

$$s^{\text{mm}} = 1,8 \cdot d$$

pour les roues de locomotives avec bandages en acier fondu.

$$s^{\text{mm}} = 1,0 \cdot d$$

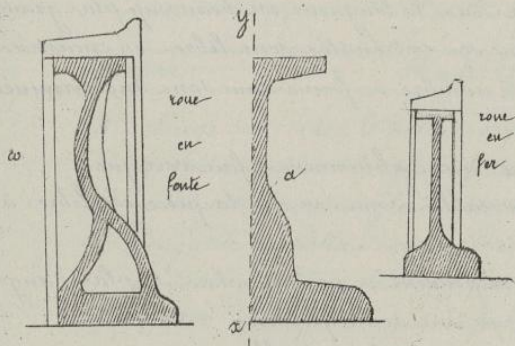
Nous donnons plus bas un tableau du serrage usité dans certains ateliers de construction.

Il arrive quelquefois qu'un bandage a été fabriqué un peu trop grand pour permettre le serrage convenable. On peut alors diminuer son diamètre, en le faisant chauffer au rouge sombre, et le plongeant ainsi dans l'eau froide,



en en répétant plusieurs fois de suite cette opération. On peut de cette manière le réduire de 2 ou 3 millimètres.

Les roues à centre plein sont en fonte ou en fer, on n'en fait plus en fonte depuis long-temps dans nos pays, il y en a encore en Russie et en Amérique où leur fabrication a atteint un degré de perfection que nous ne pourrions pas obtenir faute d'une expérience suffisante. D'ailleurs ces roues sont trop lourdes; lorsqu'elles ont un bandage, il doit y avoir peu de serrage, parce que la valeur de ω est grande par rapport à celle de $\underline{a}$. En effet, ω est alors la section diamétrale depuis le centre jusqu'à la circonférence, comme on le voit en prenant $2\alpha = 180^\circ$. La section ω est équivalente à celle $\underline{a}$ obtenue en totalisant les épaisseurs à droite d'une ligne xy .



Bien que le coefficient E soit faible pour la fonte, la section ω est assez grande pour que la roue ne se contracte pas sensiblement sous la pression du bandage.

Les centres pleins en fer se font avec des laminoirs spéciaux et ont la disposition figurée.

51. Tableau du serrage usuel pour bandages de roues de locomotives.

Diamètre des Roues	Moyenne des Diamètres	Serrage sous le boudin.	Valeurs de $\frac{2}{d}$	Serrage sous le bord.	Valeurs de $\frac{3}{d}$
1,000	1,100	0 ^m / ₈	0,00075	1,60	0,00150
1,200					
1,250	1,375	1,20	0,00087	2,20	0,00160
1,500					
1,550	1,675	1,60	0,00095	2,80	0,00165
1,800					
1,850	1,975	2,00	0,00100	3,40	0,00173
2,10					
2,15	2,225	2,40	0,00108	4,00	0,00180
2,30					

52.

Résistance à la Compression.

On a vu que la formule très simple :

$$\frac{N}{\Omega} = E \cdot i = R$$

exprime avec exactitude les phénomènes de l'extension dans les limites des charges auxquelles les matériaux sont soumis dans les constructions, et lorsque l'effort de traction s'exerce suivant l'axe, passant par le centre de gravité de leur section. On sait aussi que cette formule est applicable à la compression dans les mêmes circonstances, mais avec cette troisième condition que la longueur du solide considéré ne dépasse pas 5 ou 6 fois sa plus petite dimension. Mais cette condition est exceptionnelle, et, dans la plupart des cas, la longueur est beaucoup plus grande. Alors la pièce se courbe en suivant que ses extrémités sont libres ou encastrées, cette courbure peut affecter un grand nombre de formes qui sont indéterminées a priori.

La théorie mathématique de ces phénomènes fait voir que :

- 1° Les cas les plus défavorables sont ceux où la pièce est libre à ses deux extrémités ;
- 2° Parmi tous les cas qui peuvent se produire alors, le plus dangereux est celui où la pièce n'éprouve qu'une seule flexion ;
- 3° Dans ce cas, la force qui produit cette flexion a pour expression :

$$N = \frac{\pi^2 E I}{l^2}$$

et 4° la flèche maximum a n'est pas déterminée par l'analyse.

Quoiqu'il en soit, la force N ainsi calculée exprimant la valeur suffisante de la charge capable de produire le cas le plus défavorable, sera pour nous le maximum théorique qu'il ne faut pas dépasser dans les constructions.

Si le poteau est carré :

$$I = \frac{A}{12} \cdot c^4 \quad \text{et} \quad N = \frac{\pi^2}{12} \cdot E \cdot \frac{c^4}{l^2}$$

Si il est rectangulaire :

$$I = \frac{1}{12} \cdot b \cdot c^3 \quad \text{et} \quad N = \frac{\pi^2}{12} \cdot E \cdot \frac{b \cdot c^3}{l^2}$$

Si il est cylindrique :

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad \text{et} \quad N = \frac{\pi^3}{64} \cdot E \cdot \frac{d^4}{l^2}$$

ce qui fait voir que, dans l'un et l'autre cas, N est proportionnel à :

$$\frac{c^4 \text{ ou } d^4}{l^2}$$

Partant de cette théorie, nous allons examiner les vérifications expérimentales auxquelles elle a donné lieu, les altérations que l'on a fait subir à la forme

primitive pour obtenir l'expression des faits observés, et les coefficients numériques propres à déterminer les dimensions qu'il convient de donner aux longues pièces résistants à la compression.

Nous n'avons à présenter que des formules d'interpolation, mais ce seront celles qui sont d'un usage habituel pour ces sortes de calculs.

Nous aurons principalement à examiner la résistance des poteaux en bois, des colonnes en fonte, en fer et en pierre.

Les expériences les plus nombreuses sont celles de M. Hodgkinson. Dans celles qu'il a faites sur les poteaux en bois, la longueur a varié de 30 à 45 fois le côté de la base qui était carrée ou rectangulaire. En résumant les coefficients numériques de la formule:

$$N = \frac{\pi^2}{12} \cdot E \cdot \frac{c^4}{l^2}$$

en un seul coefficient K , il a trouvé que le résultat des expériences pouvait se formuler avec une exactitude suffisante par:

$$N = K \cdot \frac{c^4}{l^2} \text{ pour les poteaux carrés}$$

en par:

$$N = K \cdot \frac{b \cdot c^3}{l^2} \text{ pour les poteaux rectangulaires.}$$

N , charge qui écrase le poteau exprimée en kilogrammes;

b grand côté du rectangle exprimé en mètres;

c petit côté du rectangle ou côté du carré exprimé en mètres;

l longueur du poteau exprimée en mètres;

$K = 2565 \times 10^6$ pour le chêne fort;

$2^\circ = 1800 \times 10^6$ pour le chêne faible;

$= 2142 \times 10^6$ pour le sapin rouge ou blanc fort et le Pin;

$= 1600 \times 10^6$ pour le sapin blanc faible et le sapin jaune.

Pour les constructions de longue durée, on ne fera supporter aux poteaux que $\frac{1}{10}$ de N ; pour les travaux provisoires, on peut aller à $\frac{1}{5}$ de N .

La charge d'écrasement par unité de section est dans l'un et l'autre cas:

$$\frac{N}{\Omega} = K \frac{c^2}{l^2} = K \cdot \left(\frac{c}{l}\right)^2 = K \cdot \frac{1}{m^2}$$

en posant

$$\frac{l}{c} = m$$

rapport que l'on se donne le plus souvent. Ceci permet de calculer un tableau de pression par unité de surface que l'on peut employer avec sécurité.

Valeurs de $\frac{1}{10} K$.	$m = 10$	$m = 15$	$m = 20$	$m = 25$	$m = 30$	$m = 35$	$m = 40$	$m = 45$	$m = 50$
	$\frac{N}{\Omega}$	$\frac{N}{\Omega}$	$\frac{N}{\Omega}$	$\frac{N}{\Omega}$	$\frac{N}{\Omega}$	$\frac{N}{\Omega}$	$\frac{N}{\Omega}$	$\frac{N}{\Omega}$	$\frac{N}{\Omega}$
256	2,56	1,14	0,64	0,41	0,285	0,21	0,16	0,126	0,102
180	1,80		0,45				0,11		0,072
214	2,14		0,54				0,14		0,0856
160	1,60		0,40				0,10		0,064

Rondelen ayant fait des expériences sur les poteaux en bois a trouvé que si la résistance d'un cube de bois est prise pour unité, cette résistance variait avec le rapport m de la longueur au côté d'après le tableau ci-après :

$m = 1$	12	24	36	48	60	72
$N = 1$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$

résultats qui peuvent être représentés par les nombres

24	20	12	8	4	2	1
----	----	----	---	---	---	---

Ces résultats sont conformes à la théorie ci-dessus et aux expériences d'Holdgkinson.

M. le Général Morin ayant représenté par une courbe rectifiée les résultats des expériences de Rondelen, en en admettant $0^k 6 \times 10^6$ pour la résistance de 0 sécurité du chêne, a donné le tableau suivant des charges que l'on peut faire supporter aux poteaux en chêne suivant la valeur du rapport $m = \frac{l}{c}$:

$m =$	12	16	20	24	28	32	40	50	60
$\frac{N}{N}$	0,44	0,39	0,35	0,31	0,26	0,22	0,15	0,10	$0,05 \times 10^6$

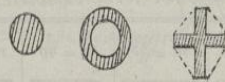
Les pieux employés comme pilotis de fondation en soutènement de tous côtés par le terrain dans lequel ils sont enfoncés supportent avec la plus grande sécurité la charge de $0^k 35 \times 10^6$ à laquelle on les soumet habituellement. Ils doivent être en chêne, car ce bois se conserve très bien dans l'eau et la terre mouillée.

53. — Colonnes en fonte.

Elles sont pleines ou creuses, quand le diamètre dépasse 0,100, il y a généralement intérêt à les faire creuses. La qualité de la fonte est meilleure, le poids total peut être moindre, et il est facile de leur donner à poutrelle plus de résistance qu'aux colonnes pleines.

Ces colonnes en fonte sont le plus souvent de forme circulaire ou bien en forme de croix, dans ce dernier cas, la valeur de d est le côté du carré.

a, b, c, d en non sa diagonale.



Une colonne en fonte de 3,05 de longueur en d^m , 000645 de section maintenue par des colliers sur toute sa hauteur étant essayée

à la compression, M. Holdgkinson a observé que jusqu'à $17^k 45 \times 10^6$ les compressions totales étaient proportionnelles aux efforts exercés, et qu'ensuite les compressions élastiques, la compression permanente étant déduite, restaient proportionnelles aux efforts jusqu'à la charge de $23^k 27 \times 10^6$ que d'ailleurs, les compressions permanentes ne sont pas appréciables jusqu'à 10 et 12 k et par conséquent sont négligeables en pratique.

La valeur de E est 8 804.764.000 à la compression.

ou 9.096.070.000 à l'extension.

L'on peut donc prendre en moyenne pour l'un ou l'autre, la valeur

$$E = 9 \times 10^9$$

54. Charge de rupture.

La longueur ne dépassant pas 5 fois le diamètre, la charge de rupture est la même pour toutes les longueurs. Ayant expérimenté sur 18 variétés de fonte, M. Hodgkinson a trouvé des charges de rupture variant de 39,65 à 111,53 dont la moyenne est 63,21. Ces grandes variations font voir qu'il faut faire des essais directs des fontes que l'on emploie.

Dans l'étude des projets, on ne doit pas supposer que cette résistance sera plus grande que $60 \text{ à } 75^k \times 10^6$.

Connaissant la résistance d'une colonne courte (5 fois le diamètre) on a eu à faire d'autres expériences sur les colonnes longues.

Les expériences de M. Hodgkinson ont fait voir que pour des colonnes faites d'une fonte dont la rupture avait lieu sous une charge de

$$81,33 \times 10^6$$

la longueur des colonnes ayant varié de 30 à 120 fois le diamètre, les charges de rupture pourraient être exprimées par la formule :

$$N = 10676 \times \frac{d^{3,6}}{l^{1,7}} \text{ pour les colonnes pleines.}$$

$$N = 10676 \times \frac{d^{3,6} - d_0^{3,6}}{l^{1,7}} \text{ pour les colonnes creuses.}$$

Les colonnes dont il s'agit étaient à base plate, ce qui produit un certain encastrement. Si la base est arrondie, la charge de rupture est :

$$N' = 0,33. N$$

ainsi le coefficient 10676 doit être remplacé par $10676 \times 0,33 = 3560$.

S'il s'agit d'une fonte dont la résistance à l'écrasement soit différente de $81,33 \times 10^6$, il faudra encore modifier ces coefficients proportionnellement à

$$\frac{R}{81,33}$$

Dans cette formule, on exprime :

N en kilogrammes,

d ou d_0 en centimètres,

l en décimètres.

Ceci peut occasionner des erreurs, il faut donc ramener toutes les unités en millimètres suivant l'usage de la construction, en faire entrer dans la formule le coefficient de résistance à l'écrasement de la fonte employée ce qui donne finalement :

Pour les colonnes pleines :

$$N = 10676 \frac{R}{81,33 \times 10^6} \cdot \frac{100^{1,7}}{10^{3,6}} \cdot \frac{d^{3,6}}{l^{1,7}} = 82,85 \cdot \frac{R}{106} \cdot \frac{d^{3,6}}{l^{1,7}} \quad (A)$$

$\frac{R}{10^6}$ résistance par millimètre carré.

Pour les Colonnes creuses: on a de même

$$N = 82,85 \frac{R}{10^6} \cdot \frac{d^{3,6}}{l^{1,7}} \quad (A')$$

Pour les piliers dont la hauteur n'atteint pas 30 fois le diamètre, la formule ci-dessus n'est pas exactement applicable, il faut corriger les résultats qu'elle donne. On commence donc à l'appliquer comme si elle était exacte pour ce cas, on l'on obtient une valeur de N . L'on trouve la vraie valeur en substituant cette valeur trouvée pour N dans la formule:

$$N' = \frac{N \cdot R}{N + \frac{5}{4} R} = \frac{N}{\frac{N}{R} + 0,75} \quad (B)$$

Dans la pratique, on ne doit faire supporter aux Colonnes que le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{6}$ de la charge de rupture, on fera donc le calcul en supposant que l'on cherche le diamètre d'une Colonne pouvant être rompue par une charge égale à 4 ou 6 fois la charge réelle, on ne sait pas a priori quel sera le diamètre, on devra tenir compte de la condition (B).

Exemple: - On demande le diamètre d'une Colonne pleine en fonte pour supporter 500,000^k sa hauteur étant 2^m et la résistance de la fonte étant 75×10^6 pour la rupture?

Si on veut qu'elle ne soit chargée que de $\frac{1}{5}$ de la charge de rupture, cette charge aura pour valeur à mettre dans le calcul.

$$N = 500,000$$

La relation (A) est ainsi

$$500000 = 82,85 \times 75 \cdot \frac{d^{3,6}}{2000^{1,7}}$$

$$2000^{1,7} = 409025$$

D'où

$$d^{3,6} = \frac{409025 \times 500000}{82,85 \times 75} = 32,915,380$$

$$d = 122,5 \text{ millimètre}$$

La section correspondante étant 11780 ^{mm}², la pression de rupture par ^{mm}² sera:

$$\frac{500000}{11780} = 42,5$$

et la pression réelle correspond à

$$\frac{100000}{11780} = 8,5$$

Mais d'après cette dimension, le diamètre est plus grand que $\frac{1}{30}$ de la longueur, de sorte que la relation (B) étant appliquée fait voir que la charge de rupture ne serait pas 500,000^k, mais:

$$N' = \frac{500000}{\frac{500000}{75000000} + 0,75} = \frac{500000}{0,7565} = 660000^k$$

le diamètre est donc un peu trop fort.

Pour déterminer le diamètre exact, on tire la valeur de N de la formule (B) en y posant $N' = 500000$. Cette formule donne en effet :

$$N = \frac{\frac{3}{2} \cdot N'}{1 - \frac{N'}{R}}$$

et l'on a :

$$N = \frac{\frac{3}{2} \cdot 500000}{1 - \frac{500000}{75 \times 10^6}} = 400000$$

Cette valeur mise dans (A) donnera le diamètre convenable qui est :

$$d = 115 \text{ mm}$$

55. — Méthode de M. le Général Morin.

Pour éviter les calculs compliqués auxquels on est conduit par l'application de cette formule, M. le Général Morin a proposé une méthode très usuelle, qui consiste à tracer des courbes exprimant les valeurs de N correspondant aux divers diamètres de colonnes pour des valeurs données de l , et en adoptant certaines valeurs pratiques de R , de sorte que pour chaque longueur l , il y a à tracer une courbe dont les ordonnées sont les charges que peut supporter pratiquement la colonne, et les abscisses sont les diamètres.

On fait de même pour les colonnes creuses, on inscrit les poids par mètre de chaque type de colonne, et ce tableau une fois fait, remplace tous les calculs qui peuvent se présenter, et permet de juger quelle sera la colonne dont l'emploi sera le plus économique, en leur appliquant le prix d'achat.

On trouve, par exemple, qu'une colonne pleine de $0^m,200$ de diamètre et d'une certaine hauteur pouvant supporter $82,000 \text{ kg}$, la même colonne étant creuse de $0^m,120$ de diamètre intérieur, supporte encore $45,000 \text{ kg}$. Le rapport des charges est donc :

$$\frac{45}{82} = 0,55$$

et celui des sections, et par conséquent des poids est :

$$\frac{0,200^2 - 0,120^2}{0,200^2} = 0,64$$

Ce n'est donc pas une bonne substitution, puisque la résistance donne moins que le poids.

Pression rapportée à l'unité de section. On a vu la formule :

$$N = 82,85 \cdot \frac{R}{10^6} \cdot \frac{d^{1,6}}{l^{1,7}}$$

on en tire :

$$\frac{N}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{N}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{82,85}{\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{R}{10^6} \cdot \frac{d^{1,6}}{l^{1,7}}$$

Posant :

$$\frac{N}{\Omega} = \frac{R_1}{10^6}$$

et calculant

$$\frac{82,85}{\frac{\pi}{4}} = 105$$



on a :

$$m = \frac{R_l}{R} = 105 \frac{d^{1,6}}{l^{1,7}}$$

formule applicable. Si $l > 30.d$, d et l étant exprimés en millimètres.

On peut donc ainsi avant de faire tout autre calcul se rendre compte de la réduction de résistance qui résulte du rapport choisi entre la longueur et le diamètre en tracer des courbes des valeurs de m pour diverses longueurs et divers diamètres de colonnes.

Ces colonnes ayant généralement des embases et des chapiteaux fixés par des boulons, cette disposition augmente de $\frac{1}{3}$ leur résistance, calculée comme ci-dessus, ce calcul correspondant par ses coefficients au cas de colonnes à bases planes, mais non reliées aux corps environnants, de sorte que si cette résistance était 1, elle devient 1,33.

Nous avons vu que si les deux bouts de la colonne sont arrondis, la résistance est 0,33, et comme le rapport de

$$\frac{1,33}{0,33} = 4$$

On en conclut que la résistance d'une colonne encastrée est 4 fois plus grande que celle d'une colonne dont les extrémités sont libres. La théorie mathématique de la résistance des colonnes fléchies conduit au même résultat.

Le renflement architectural des colonnes vers le milieu de leur hauteur augmente leur résistance de $\frac{1}{17}$ à $\frac{1}{3}$. D'après la formule posée plus haut

$$N = 82,85 \cdot \frac{R}{106} \cdot \frac{d^{3,6} - d'^{3,6}}{l^{1,7}}$$

la résistance d'une colonne creuse est la différence des résistances des deux colonnes ayant respectivement les diamètres d et d' , et la hauteur commune l .

Les épaisseurs minimums que l'on donne à ces colonnes sont données dans le tableau suivant :

Hauteur	2 ^m	3 ^m	4 ^m	6 ^m	8 ^m
Épaisseur	0,012	0,015	0,020	0,025	

M^r Love a proposé la formule d'interpolation suivante, qui représente bien les résultats des expériences de M^r Hodgkinson

$$\frac{N}{A} = \frac{R}{1,45 + 0,00337 \left(\frac{l}{d} \right)^2}$$

$\frac{N}{A}$ se rapporte aux mêmes unités de surface que R et exprime le même genre de résistance, c'est-à-dire de rupture ou de sécurité, etc.; l et d sont exprimés en unités de la même espèce.

Cette formule s'applique à tous les piliers en fonte dont la hauteur varie de 4 à 120 le diamètre.

Dans les limites de 5 à 30 fois le diamètre, M^r Love a proposé la

Cette formule s'applique à tous les piliers en fonte dont la hauteur varie de 4 à 120 fois le diamètre.

Dans les limites de 5 à 30 fois le diamètre, M. Love a proposé la formule plus simple

$$\frac{N}{A} = \frac{R}{0.68 + 0.1(\frac{l}{d})}$$

Si $R = 12^{\text{e}} 50$ par millimètre carré, ou le $\frac{1}{6}$ de la charge de rupture 75^{e} , on a les valeurs suivantes de $\frac{N}{A}$.

$\frac{l}{d}$	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\frac{N}{A}$	12,5	7	4,45	2,80	1,83	1,58	0,92	0,70	0,55	0,43	0,35

Nous avons vu que la résistance de la fonte à la compression est plus grande qu'à la traction; pour une même fonte, le rapport de ces résistances varie peu, et il est généralement très voisin de 6,5 à 7,0.

Les arcs de pont en fonte ne doivent jamais être chargés de plus de $2^{\text{e}} 70$ par m^2 .

56. — Colonnes et Supports en fer.

La Compression du fer donne une déformation proportionnelle à la charge jusqu'à 18^{e} au maximum. Il est égal à $16,295,000,000$, diffère peu de la valeur donnée par la traction, est double de la valeur donnée pour la fonte, donc à charge égale, le fer se déforme moins.

M. Love a donné la formule suivante :

$$\frac{N}{A} = \frac{R}{1.55 + 0.0005(\frac{l}{d})^2}$$

applicable pour $\frac{l}{d}$ compris entre 5 et 120, et la formule

$$\frac{N}{A} = \frac{R}{0.85 + 0.04 \frac{l}{d}}$$

pour $\frac{l}{d}$ compris entre 5 et 30, d'où l'on déduit comme plus haut le tableau suivant

$\frac{l}{d}$	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\frac{N}{A}$	8	5	4,57	4,0	3,4	2,85	2,39	2,0	1,68	1,43	1,22

Les formules ci-dessus sont applicables aux Colonnes, aux Charpentes en fer, aux parties des ponts soumises à l'écrasement de manière à ne pouvoir fléchir par suite des dispositions et précautions prises dans leur établissement.

on peut alors faire supporter 8 à 10^k avec la plus grande sécurité.

Les pièces de machines comme les tiges de piston se calculent par la formule ci-dessous de M^r Love.

On se sert pour le calcul des bielles et des tiges de formules dues à Tredgold. Pour les pièces en fonte on a :

$$N = 230 \frac{d^4}{1,24 \cdot d^2 + 0,00039 \cdot l^2}$$

et pour les pièces en fer

$$N = 267 \frac{d^4}{1,24 \cdot d^2 + 0,00034 \cdot l^2}$$

d et l sont exprimés en centimètres. Ces formules ont l'inconvénient de ne pas contenir le coefficient de résistance, ce qui est désuet, on n'en fait plus guère usage.

Pour les tiges de piston, si on représente par P la pression de la vapeur, D le diamètre du piston, et celui de la tige, on doit avoir :

$$\frac{P \cdot \pi \cdot D^2}{4} = R \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

D'où

$$d = \sqrt{\frac{P}{R}} \cdot D = K \cdot D.$$

Le diamètre de la tige doit être proportionnel à celui du piston.

Dans les machines à basse pression, le diamètre de la tige est $\frac{1}{10}$ de celui du piston ; dans les machines à haute pression, on donne $\frac{1}{10}$ et on ajoute une constante.

$$d = 0,10 \cdot D + 4 \text{ mm}$$

Les bielles en fonte ont une section telle que la charge qu'elles supportent au milieu de leur longueur est $0^k,28 \times 10^6$ et aux extrémités $0^k,35 \times 10^6$.

Les bielles en fer forgé, supportent au milieu de leur longueur $0^k,60 \times 10^6$ et aux extrémités $1^k,00 \times 10^6$.

Dans les bielles en croix à noyau cylindrique, le noyau seul doit pouvoir supporter les efforts de traction et de compression ; les nervures doivent l'empêcher de fléchir. D'après les expériences de M^r Hodgkinson, une bielle en fonte à section en croix est moins résistante que si elle était cylindrique, creuse, et de même section ; le rapport des deux résistances étant comme 12 est à 40.

$$\frac{12}{40}$$

57. — Métaux divers.

On a très peu de données sur leur résistance à l'écrasement. Les essais faits sur des échantillons courts ont donné environ :

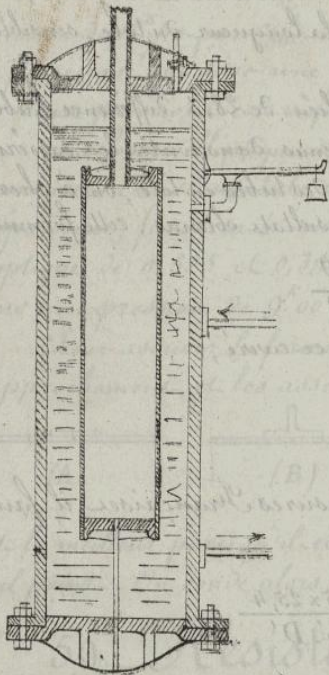
Cuivre rouge corroyé		72, 45	} 16 ⁶
Laiton 2°		115, 84	
Étain coulé		10, 87	
Plomb 2°		5, 40	

Les deux premiers chiffres paraissent trop élevés.

58. Résistance des Gros tubes de Chaudières.

Expériences de Fairbairn. Les gros tubes en tôle des chaudières à foyer intérieur, lorsqu'ils sont parfaitement cylindriques sont dans des conditions analogues à ceux qui reçoivent la pression intérieurement. Seulement ils résistent à l'écrasement, de sorte qu'ils sont dans une condition d'équilibre instable. Lorsque la forme circulaire est altérée, la résistance des tubes à l'écrasement est diminuée dans une énorme proportion. Il a été fait à ce sujet par M. William Fairbairn des expériences curieuses en 1858.

L'appareil employé consistait dans un cylindre en fonte dans lequel on introduisait le tube à essayer. Les couvercles du bas et du haut de l'appareil, consolidés par des nervures, étaient boulonnés sur le cylindre. Le tube était supporté sur une tige de fer à la partie inférieure, et un tube servait à le mettre en communication avec l'atmosphère à la partie supérieure.



Chaque bout du tube essayé était fermé par un bouchon en fonte dont la résistance représente celle des parties auxquelles les tubes de chaudière sont attachés. La pression était effectuée au moyen de l'eau envoyée dans l'appareil par une pompe d'injection, et l'air qui se comprimait au sommet jouait le rôle de la vapeur dans les chaudières.

La rupture se produisait toujours par une explosion violente accompagnée d'un grand bruit, et, pour diminuer la violence des secousses, on était obligé de laisser échapper une partie de l'air contenu dans l'appareil.

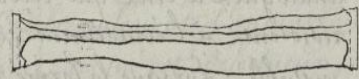
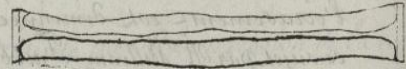
Ces expériences donnaient donc une expression suffisamment exacte de ce qui se passe dans les explosions de Chaudières.

Dans ces expériences, les tubes étaient composés de tôle d'épaisseur uniforme rivée et brasée pour empêcher les fuites.

On a expérimenté sur l'influence de la longueur qui est en effet mise en jeu dans les Chaudières d'après leur mode de construction.

On a essayé des tubes de 11^m/m d'épaisseur et dont les diamètres étaient 0^m,102 ; 0^m,152 ; 0^m,204 ; 0^m,254 ; 0^m,305 ; 0^m,382.

Voici les résultats des expériences faites sur les tubes de 204^m/m de diamètre.

Longueur	Pression par cm^2	Coupe.	Forme du tube écrasé.
0 ^m ,763	23 ^k ,3		
0 ^m ,990	23 ^k ,2		
1 ^m ,02	22 ^k ,5		

Remarquons que les plis se propagent sur toute la longueur, et que la pression par centimètre carré diminue avec la longueur du tube, sensiblement en raison inverse, car

$$\frac{990}{763} \times 23,2 = 29,696 \text{ ou } 30 \text{ au lieu de } 23,3 \text{ différence faible.}$$

Des résultats analogues ont été obtenus dans toutes les expériences.

Les expériences ayant été faites sur des tubes en tôle, on a cherché une formule d'interpolation qui rendit compte des résultats obtenus ; cette formule est :

$$P = 806.300 \frac{e^{2,19}}{L \cdot D}$$

P pression en livres de 0^k,453 par pouce carré,

e épaisseur du tube, en pouces,

L sa longueur en pieds = 0,305.

D son diamètre en pouces = 0,0254.

Pour ramener cette formule aux mesures Françaises, il faut faire la transformation suivante :

$$\frac{P'}{0,453} = 806.300 \cdot \frac{e'^{2,19} \times 305 \times 25,4}{25,4^{2,19} \times L' \cdot D'}$$

d'où

$$P' = 367.700 \frac{e'^{2,19}}{L' \cdot D'}$$

P' pression en kilogrammes par centimètre carré, ou sensiblement en atmosphère.

L' et D' en millimètres.

Cette valeur ci-dessus de la charge d'écrasement est assez élevée, et il est bon de ne pas dépasser $\frac{1}{5}$ de la charge ainsi calculée dans

l'établissement des chaudières. On pourra employer comme formule donnant la sécurité :

$$e^{2,19} = \frac{L.D.P.}{73.500}$$

Si l'on exprime la pression en atmosphères, on a très sensiblement $P = n - 1$, d'où l'on déduit :

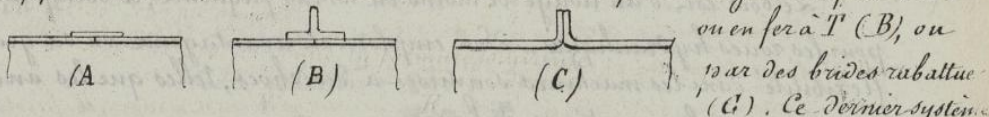
$$e^{2,19} = \frac{L.D.(n-1)}{73.500}$$

Nous avons dit que l'altération de la forme cylindrique diminuait la résistance de ces tubes ; cette altération consiste en ce que la fabrication oblige à donner une forme en spirale, quand le tube est rivé par recouvrement, ou en ce qu'il éprouve un peu d'ovalisation par imperfection de la fabrication. L'emploi du contre-joint permet de faire des tubes cylindriques.

Un tube rivé à recouvrement de 0.228 de diamètre, en tôle de 6^m/m d'épaisseur, et de 0^m.970 de longueur fut écrasé sous une pression de 18^k.40 par cm^2 . Un tube semblable, mais rivé sur contre-joints, ne fut écrasé que sous une pression de 26^k.60 par cm^2 ; le rapport de ces deux pressions est à peu près comme 7 est à 10 :: 7 : 10.

La forme elliptique affaiblit d'autant plus les tubes qu'elle est plus prononcée. Ainsi un tube cylindrique de 0,475 de diamètre et de 6^m/m d'épaisseur, fut écrasé sous une pression de 29^k.50 par cm^2 ; un tube elliptique de 0,525 et 0,395 de diamètre et de même épaisseur, fut écrasé sous une pression de 9^k.00 par cm^2 .

Pour assurer la forme circulaire, il faut rier les tubes par rapprochement, et les assembler bout à bout par des bagues simples (A)



ou en fer à T (B), ou par des brides rabattues (C). Ce dernier système est le meilleur parcequ'il évite une trop grande accumulation de fer sur un seul point. On soude alors les abouts du joint longitudinal.

59.- Résistance à la Torsion.

Les arbres des machines sont les pièces qui sont surtout soumises à des efforts de torsion, par leur fonction qui consiste à transmettre les mouvements de rotation. On les fait en acier, en fer, en fonte et en bois.

Acier.

On ne fait actuellement en acier que des arbres assez courts

et de petits tourillons. Les essieux de locomotives et ceux de wagons constituent les plus importantes applications. L'emploi de l'acier présente une difficulté, celle de la cémentation et surtout de la trempe des surfaces frottantes. La solidification brusque de ces surfaces par la trempe équilibre le cœur de la pièce dans un état de tension souvent voisin de la rupture. On sait que les corps se gonflent en passant de l'état amorphe à l'état cristallin, c'est là la cause du phénomène qui a lieu, et il y a souvent rupture intérieure. Il faut des aciers excessivement doux pour supporter cette opération; ils sont alors infusibles et ne présentent aucun avantage sur le fer.

Fer.

C'est surtout le fer qui est employé pour tous les arbres de transmission, et les gros arbres des plus puissantes machines. Le fer réunit au plus haut degré toutes les qualités requises; il est facile de cémenter et de tremper les tourillons.

Fonte.

La fonte est moins convenable que le fer; les grands perfectionnements du forgeage ont presque supprimé son emploi qui n'a plus guère lieu que dans la construction des moteurs hydrauliques, roues et turbines. Les arbres en fonte doivent être creux, et aussi les arbres qui ont besoin d'être creux doivent se faire en fonte.

Les arbres en fonte toujours plus gros et plus lourds que ceux en fer absorbent plus de frottement dans les machines, et sont plus sujets à se rompre brusquement sous l'influence des chocs auxquels ils sont soumis.

Bois.

Le bois est d'un usage de moins en moins fréquent, il sert principalement pour les roues hydrauliques. Son emploi est avantageux vu sa grande flexibilité dans les machines soumises à des chocs, telles que les anciens marteaux et les martinets de forges.

Forme des Arbres.

La forme circulaire est la plus avantageuse, c'est celle presque exclusivement adoptée pour les arbres en fer et en fonte. La forme carrée est quelquefois nécessitée par les besoins de la construction, et certaines conditions d'organisation des machines.

Les arbres en bois sont ronds ou carrés, quelquefois à huit pans.

On les compose, quand cela est nécessaire de 4 arbres juxtaposés.



La théorie de la torsion fait voir que cette résistance est de même nature que l'extension et la compression, qu'elle participe des deux à la fois, en ce que dans un corps tordu des molécules s'éloignent les unes

Des autres, et d'autres se resserrent. On résume toutes ces résistances en une seule que l'on appelle résistance au glissement.



Si nous représentons par F l'effort par unité de surface pour produire un certain déplacement d'un élément dw et l'amener en dw' , l'effort total relatif à l'élément dw est :

$$F \cdot dw$$

L'expérience a fait voir que, dans les limites où l'on charge les matériaux, cet effort est proportionnel à dw , et au déplacement de cet élément, de sorte que θ étant la longueur de rayon égal à l'unité, et la distance de dw au centre on a :

$$F \cdot dw = G \cdot \theta \cdot r \cdot dw \quad (1)$$

G étant un coefficient de proportionnalité relatif à la matière dont le solide est fait.

Le couple extérieur qui produit la torsion étant $P \cdot p$, on a à cause de l'équilibre l'égalité des moments

$$P \cdot p = \sum M_0 F \cdot dw = \sum S F \cdot r \cdot dw = \sum G \cdot \theta \cdot r^2 \cdot dw = G \cdot \theta \cdot \int r^2 \cdot dw$$

$$(2) \quad P \cdot p = G \cdot \theta \cdot I_0$$

I_0 étant le moment d'inertie polaire $= \int r^2 \cdot dw$.

60. Inclinaison des fibres longitudinales.

Si nous considérons le solide tordu les fibres longitudinales se courbent suivant des hélices. En développant, les hélices deviennent des droites, et leur inclinaison est :



on a :

$$\operatorname{tg} \alpha = \theta \cdot r$$

La relation (1) donne :

$$\theta \cdot r = \frac{F}{G}$$

de sorte que

$$\frac{F}{G} = \operatorname{tg} \alpha$$

Cette relation est celle que nous avons trouvée pour l'extension,

$$\frac{R}{E} = i$$

ce qui montre bien l'analogie qui existe entre la torsion et l'extension ; F et R sont deux efforts d'une nature analogue, il en est de même des deux coefficients G et E . De même aussi pour $\operatorname{tg} \alpha = \frac{nn'}{mn}$ et $i = \frac{\Delta L}{L}$

Les principales valeurs usitées de I_0 sont :

pour un cercle $I_0 \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi s^2}{32}$

pour un carré $I_0 \frac{a^4}{6} = \frac{a^4}{6} = \frac{a^2}{6}$

pour un rectangle $I_0 \frac{ab}{12} (a^2 + b^2) = \frac{a^2 b^2}{12}$

pour un cercle vide $I_0 = \pi \frac{r^4}{2} = 2 \cdot \frac{r^2 - r^2}{2}$

On a rarement besoin de faire cette recherche pour d'autres figures. Rappelons seulement que l'axe neutre (non tordu) passe au centre de gravité de la section, en effet, la projection du couple P étant nulle, il faut qu'il en soit de même pour les forces moléculaires formant un couple équivalent, donc

$$\int G \cdot \theta \cdot r \cdot d\omega = 0 \quad \text{ou bien} \quad \int r \cdot d\omega = 0.$$

ce qui prouve que la torsion est nulle pour cet axe et que ce dernier passe par le centre de gravité, puisque c'est là l'équation qui le détermine.

61. Détermination de G . — G a été déterminé expérimentalement de la façon suivante.

De la formule (2) on tire :

$$G = \frac{P \cdot p}{\theta \cdot I_0}$$

et comme l'on a :

$$\theta = \frac{t g \alpha}{r}$$

il s'ensuit :

$$G = \frac{P \cdot p \cdot r}{t g \alpha \cdot I_0}$$

S'il s'agit d'un arbre rond

$$I_0 = \frac{\pi r^4}{2}$$

d'où

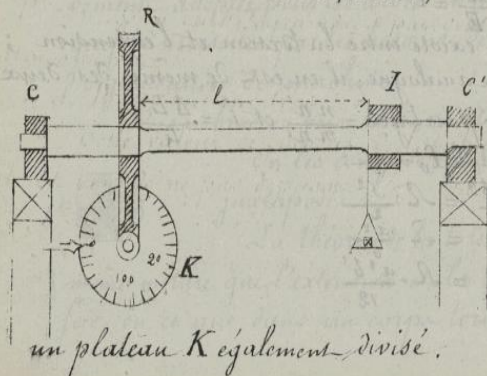
$$G = \frac{2 \cdot P \cdot p}{\pi \cdot r^3 \cdot t g \alpha}$$

Il faut donc disposer une expérience qui permette de mesurer à la fois P , p et $t g \alpha$, les autres quantités étant connues.

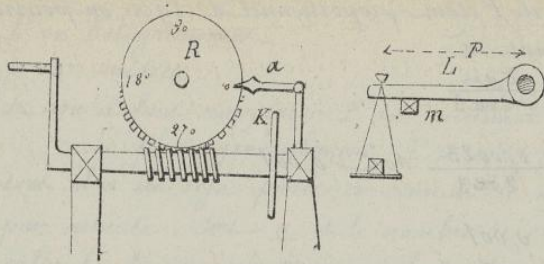
En principe, on dispose l'expérience de la manière suivante :

Dans les deux Consomètres G, G , on engage les tourillons pratiqués aux extrémités libres de l'arbre à essayer, celui-ci est réduit de diamètre sur la longueur l , longueur pour laquelle on opère, de manière qu'il n'y ait aucune torsion appréciable dans les moyeux. Une

roue R à dents hélicoïdales est montée à l'une des extrémités de l , elle porte intérieurement une division en degrés, avec une aiguille indice a . Elle est mise en mouvement par une vis sans fin portant



un plateau K également divisé.



D'après le nombre de dents de la roue R, un tour de la vis sans fin correspond à un nombre connu de degrés.

Un levier L est calé à l'autre extrémité de l, et il repose sur un arrêt M qui le maintient horizontal. On connaît le poids

p' équivalent à celui du plateau et du levier L. On place dans le plateau un poids P, puis on tourne la vis sans fin jusqu'à ce que le levier L cesse de reposer sur l'appui M, ce qui se reconnaît dès que l'on peut apercevoir une lumière entre L et M. On lit au moyen des divisions des cadrans l'angle de torsion totale β de l'arbre essayé. On a donc:

$$\alpha = \frac{\beta}{l}$$

d'où $\tan \alpha$. Le moment des poids dans le plateau est alors

$$(P + p') p$$

et

$$G = \frac{2(P + p') p}{n \cdot r^3 \cdot \tan \alpha}$$

On a ainsi trouvé les valeurs suivantes de G.

Fer forgé	6 à 7×10^9
Fer laminé	6×10^9
Acier Corroyé	8×10^9
Acier fondu	10×10^9
Fonte	2×10^9
Cuivre rouge	$4,4 \times 10^9$
Bronze	1×10^9
Bois de chêne	$0,4 \times 10^9$
Bois de sapin	$0,15 \times 10^9$

De même que pour l'extension et la compression, on constate à partir d'une certaine torsion que les matériaux conservent une torsion permanente. Elle est peu connue en général. Pour le fer $\tan \alpha = 0,0023$ lorsqu'il conserve la plus petite torsion permanente appréciable. Or la formule (1) donne

$$F = G \cdot \theta \cdot r = G \cdot \tan \alpha$$

donc à la limite d'élasticité pour le fer

$$F = 6,5 \times 10^9 \times 0,0023 = 15,10 \times 10^6 \text{ en moyenne pour la fonte.}$$

$$F = 17 \text{ à } 26 \times 10^6$$

Comme l'on peut avec sécurité soumettre les corps à des efforts compris entre $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{2}$ de la charge sous laquelle ils éprouvent une

déformation permanente, et F étant proportionnel à $t g \alpha$, on pourra adopter la valeur de F correspondant à

$$\frac{t g \alpha}{2 \text{ ou } 3}$$

Pour le fer, ce sera

$$t g \alpha = \frac{0,0023}{2 \text{ ou } 3} \text{ soit } 0,001$$

de sorte que

$$F = G \times 0,001$$

Or G étant un nombre de la forme $n \times 10^9$, on a :

$$F = n \times 10^9 \times 0,001 = n \times 10^6$$

Si on généralise cette loi pour tous les matériaux, on déduira du tableau des valeurs de G , celui des valeurs de F , en changeant simplement 10^9 en 10^6 et comme l'on arrive ainsi à des chiffres qui se trouvent être sensiblement les mêmes que ceux adoptés pour la résistance à la traction, il paraît convenable de les admettre pour la torsion.

62. Calcul du diamètre des arbres.

En éliminant G entre les équations (1) et (2) donnée ci-dessus, on a :

$$P. p = \frac{F}{\tau} \cdot I_0$$

La section de l'arbre étant un cercle dont le diamètre est D ,

on a
d'où

$$I_0 = \frac{\pi \cdot D^4}{32} \quad \tau = \frac{D}{2}$$

$$P. p = \frac{2F}{D} \cdot \frac{\pi \cdot D^4}{32} = \frac{F \cdot \pi \cdot D^3}{16}$$

d'où enfin

$$D^3 = \frac{16 \cdot P. p}{\pi \cdot F} = 5,1 \frac{P. p}{F}$$

On peut donc calculer D , quand on connaît le moment de torsion et la résistance F que l'on veut développer dans les fibres les plus fatiguées de la matière.

Dans l'expression ci-dessus, toutes les quantités sont rapportées au mètre pris pour unité, de sorte que F contient 10^6 . Multipliant les deux membres par 10^6 , on aura la formule :

$$D^3 \times 10^6 = 5,1 \frac{P. p}{F}$$

dans lequel $D^3 \times 10^6 = d^3$, si d est le nombre de centimètres contenu dans le diamètre de l'arbre, ainsi on écrit

$$d^3 = 5,1 \frac{P. p}{F} \quad (a)$$

formule très usuelle, mais qu'il faut appliquer en ayant soin d'observer qu'elle donne d en centimètre qu'il faut exprimer

P en Kilogrammes
 p en mètres

et qu'il faut rapporter F au millimètre carré.

Le plus généralement P, p n'est pas donné, mais suivant l'usage dont il a été déjà parlé, on connaît le nombre de tours que l'arbre fait par minute. Soit n et le nombre de chevaux à transmettre, soit C ; enfin la transmission peut se faire d'une manière continue par courroies ou engrenages, ou bien d'une manière périodique par bielle et manivelle.

Dans le premier cas, le moment P, p est constant (ou à très peu près), dans le second, il est variable, et, par suite, sa valeur a un maximum périodique. Il faut faire entrer dans le calcul de d la valeur de P, p ou celle de son maximum.

Considérons d'abord le cas des engrenages ou courroies. Le travail transmis dans un tour est

$$P \cdot 2 \cdot \pi \cdot p$$

et par seconde

$$P \cdot 2 \cdot \pi \cdot p \cdot \frac{n}{60}$$

mais d'un autre côté, le travail transmis est de C chevaux ou bien $75 \cdot C$.

en Kilogrammètres, puisque 1 cheval-vapeur est l'équivalent de $75 \frac{\text{Kgm}}{\text{seconde}}$, donc

$$P \cdot 2 \cdot \pi \cdot p \cdot \frac{n}{60} = 75 \cdot C$$

$$P \cdot p = \frac{60 \cdot 75}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{C}{n} = 716,22 \cdot \frac{C}{n}$$

ce qui donne pour un arbre rond

$$d^3 = \frac{5,1 \times 716,22}{F} \cdot \frac{C}{n} = \frac{3652,7}{F} \cdot \frac{C}{n} \quad (m)$$

On calculerait aussi le diamètre des arbres en fonction de la quantité de travail transmise par minute, et exprimée en Kilogrammètres. Soit A cette quantité, l'on a

$$A = 60 \times 75 \cdot C$$

équation qui fournit A , d'où l'on déduit

$$A = P \cdot 2 \cdot \pi \cdot p \cdot n$$

équation qui donne P, p en fonction de A

$$P \cdot p = \frac{A}{2 \cdot \pi \cdot n}$$

cette valeur substituée dans (a) donne

$$d^3 = \frac{5,1}{F} \cdot \frac{A}{2 \cdot \pi \cdot n} = \frac{0,81}{F} \cdot \frac{A}{n} \quad (n)$$

en attribuant à F certaines valeurs et en effectuant le rapport

$$\frac{0,81}{F} = K$$

on peut poser

$$d = K \cdot \frac{A}{n} \quad (p)$$

formule très-utile mais qui a l'inconvénient de ne pas laisser en évidence le coefficient de résistance F .

S'il s'agit d'un arbre carré dont le côté est c , on a :



donc

$$I_0 = \frac{c^4}{6} \quad \text{et} \quad \alpha = c \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$P.p = \frac{F}{c\sqrt{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{c^4}{6} = \frac{F.c^3}{\sqrt{18}} = \frac{F.c^3}{4,242}$$

d'où

$$c^3 = \frac{4,242}{F} \cdot P.p$$

Remplaçant $P.p$ par sa valeur en fonction de c et de n , il vient

$$c^3 = \frac{4,242 \times 716,22}{F} \cdot \frac{c}{n} = \frac{3038,20}{F} \cdot \frac{c}{n} \quad (m')$$

et en fonction de A , après substitution

$$c^3 = \frac{0,674}{F} \cdot \frac{A}{n} \quad (n')$$

et en effectuant encore

$$\frac{0,674}{F} = K''$$

on trouve

$$c^3 = K' \cdot \frac{A}{n} \quad (p')$$

On voit d'après ces formules que le diamètre de l'arbre rond est > que le côté de l'arbre carré.

En comparant les valeurs (m) et (m') on a :

$$\frac{d^3}{c^3} = \frac{3652,7}{3038,2} = 1,20217$$

d'où

$$\frac{d}{c} = 1,063$$

Mais il faut aussi comparer les sections

$$\frac{n}{N} = \frac{\pi d^2}{4.c^2} = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{d}{c}\right)^2 = 0,888$$

L'arbre rond est donc moins lourd que l'arbre carré, d'un peu plus de $1/10^e$. De plus la matière y est mieux utilisée, puisque toute celle qui forme la surface cylindrique extérieure y est soumise à l'effort F , tandis que dans l'arbre carré, il n'y a que les arêtes qui soient soumises à cet effort, donc la matière y est moins bien utilisée, et ces quatre arêtes isolées sont plus exposées au déchirement que les génératrices de la surface cylindrique continue de l'arbre rond.

On considère dans le choix du coefficient de résistance la manière dont le travail est transmis, suivant la régularité du moteur ou des résistances qu'il surmonte. Sans avoir des données positives à ce sujet, on doit se guider sur l'appréciation des circonstances. L'on peut se faire une idée du choix à faire d'après le tableau ci-après. Les coefficients qu'il contient s'appliquent aux arbres des premiers moteurs, qui sont toujours construits dans des conditions de grande sécurité.

Conditions de la transmission du Travail.	Arbres ronds en						Arbres carrés en		Arbres carrés en bois.	
	fer			fonte			fer	fonte	F	K'
	F.	K	lg x 1000	F	K	lg x 1000				
	F.	K	lg x 1000	F	K	lg x 1000	K'	K'	F	K'
Travail régulier, transmis par moteur régulier (force hydraulique, turbine).	4,0	0,20	0,675	2,0	0,105	1,000	0,168	0,336	0,0337	20
Travail régulier avec moteur moins régulier	3,5	0,22	0,575	1,75	0,163	0,875	0,181	0,362	0,0270	25
Travail irrégulier avec moteur régulier	3,0	0,27	0,460	1,50	0,510	0,750	0,193	0,386	0,0225	30
Travail irrégulier avec moteur irrégulier	2,5	0,325	0,375	1,25	0,650	0,625	0,227	0,454	0,0168	40
Travail par intermittences	2,0	0,405	0,320	1,00	0,810	0,500	0,248	0,496	0,0150	45
Machines de Bateau	2,0	0,405	0,320	0,75	1,08	0,375	0,275	0,516	"	"
Laminage	1,5	0,511	0,230	0,75	1,08	0,375	0,455	0,910	0,0110	50
Marteaux	0,75	1,08	0,122	0,50	1,62	0,250	0,680	1,360	0,0070	100

63. Comparaison des arbres creux avec les arbres pleins.

Soient : P, p le moment de torsion,

d le diamètre d'un arbre plein,

d_1 et d_1' ceux d'un arbre creux,

il faut que

$$P, p = \frac{F}{\pi} \cdot I_0 = \frac{2F}{\pi} \cdot I_0 = \frac{2F}{\pi} \cdot I_1$$

ou bien

$$\frac{d_1}{d} = \frac{I_0}{I_1} = \frac{\frac{\pi}{32} (d_1^4 - d_1'^4)}{\frac{\pi}{32} d^4}$$

posant

$$d_1' = m \cdot d_1$$

il vient

$$\frac{d_1}{d} = \frac{d_1^4 (1 - m^4)}{d^4}$$

d'où

d'où enfin
$$d_1^3 = d^3 \frac{1}{1-m^4}, \quad d_1'^3 = d^3 \frac{m^3}{m^4}$$

$$d_1 = \sqrt[3]{1-m^4} \cdot d, \quad d_1' = \frac{m}{\sqrt[3]{1-m^4}} \cdot d$$

Exemple.

Soit $m = 0,8, \quad m^4 = 0,41$

$$1-m^4 = 0,59 \quad \sqrt[3]{1-m^4} = 0,838$$

$$d_1 = \frac{1}{0,838} \cdot d = 1,2 \cdot d \quad d_1' = 0,96 \cdot d$$

et si l'on compare les sections

$$\frac{\Omega_1 - \omega_1}{\Omega} = \frac{d_1^2 - d_1'^2}{d^2} = \frac{d^2(1,2^2 - 0,96^2)}{d^2} = 0,518$$

Ainsi l'arbre creux dont le diamètre extérieur n'est que 20 % plus gros que celui de l'arbre plein, pèse cependant moitié moins.

On commence à faire usage d'arbres creux en fer qui sont très minces; on peut les calculer simplement en admettant que F est uniforme sur toute l'épaisseur; alors on a:

$$2 \cdot \pi \cdot r \cdot e \cdot F \cdot r = P \cdot p.$$

e varie entre $\frac{\pi}{10}$ et $\frac{\pi}{5}$, soit
$$e = \frac{\pi}{m}$$

On a alors en substituant

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot F}{m} = P \cdot p = 716,22 \frac{C}{n} = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot F}{4 \cdot m}$$

d'où on tire

$$d^3 = \frac{2864,88 \cdot m}{F} \cdot \frac{C}{n}$$

64. Diamètre des arbres mus par bielle et manivelle.

La formule fondamentale est toujours la même

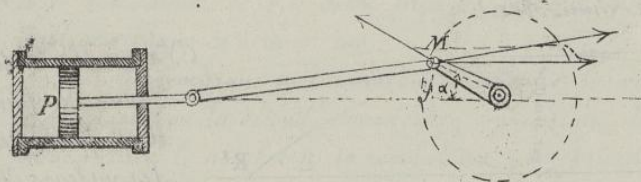
$$d^3 = \frac{5,1}{F} \cdot P \cdot p$$

mais $P \cdot p$ est variable, et il s'agit d'en déterminer la valeur maximum. Connaissant le nombre de chevaux transmis ainsi que le nombre de tours de l'arbre par minute. Cette transmission s'applique entre un piston dont le mouvement est rectiligne alternatif et un arbre dont le mouvement est circulaire continu. La transmission est d'ailleurs réciproque, c'est-à-dire que le piston peut commander l'arbre ou bien que l'arbre peut commander le piston.

Il y a deux cas à considérer:

1° La pression sur le piston est constante comme dans la machine à colonne d'eau, les pompes, les machines à vapeur sans détente; car alors la pression de la vapeur reste la même pendant toute la course du piston.

2^e. La pression sur le piston est variable comme dans les machines à vapeur à détente, les souffleries, les machines à air comprimé ou dilaté. Considérons le premier cas, et supposons une machine à vapeur sans détente, et soient :



r le rayon de la manivelle
 l la course $= 2r$
 P la pression totale sur le piston.

Si nous supposons la bielle de longueur infinie ce qui est une hypothèse admissible dans ce calcul, la force P se transmet intégralement sur le bouton M de la manivelle et son moment dans une position quelconque est $P.y$, dont le maximum est évidemment $P.r$, la valeur de P restant constante : (ordinairement la longueur de la bielle est de 5 ou 6 fois celle de la manivelle)

Il s'agit d'évaluer $P.r$ en fonction de C et de n . Or le travail de P dans un tour est :

$$2.P.2a = 4.P.r.$$

dans une seconde, c'est :

$$\frac{4.P.r.n}{60} = 75.C$$

d'où

$$Pr = \frac{60.75}{4} \cdot \frac{C}{n} = 1125. \frac{C}{n}$$

Cette valeur maximum du moment de torsion donne

$$d^3 = \frac{5.1}{F} \times 1125. \frac{C}{n} = \frac{5737.5}{F} \cdot \frac{C}{n}$$

Dans le cas d'une transmission par courroies ou engrenages nous avons trouvé

$$d_1^3 = \frac{3652.7}{F} \cdot \frac{C}{n}$$

d'où il résulte :

$$\frac{d}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{5737.5}{3652.7}} = 1.1625$$

le diamètre augmente de 16 %, et

$$\frac{N}{N_1} = 1.1625^2 = 1.352$$

le poids augmente de 35 %

Prenez maintenant le second cas, les machines à détente. Nous avons vu ci-dessus

$$U_0 P = P.y$$

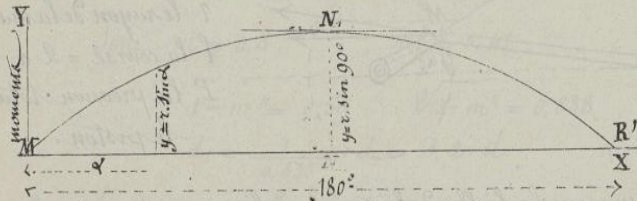
nous remarquons que

$$y = r. \sin \alpha$$

d'où

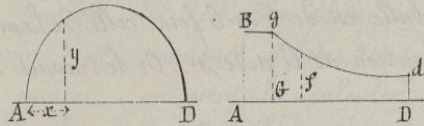
$$M_o P = P \cdot r \sin \alpha$$

Nous voyons que les valeurs successives des mouvements peuvent être représentées par une sinusoïde: on développera donc la demi-circonférence, l'on construira la sinusoïde.



D'après l'équation, comme d'après la figure même, il est facile de voir, que les valeurs des moments sont symétriques et

égales, si P est constant. Mais si l'on a affaire à une machine à détente ou à compression, la valeur de P n'est pas constante, on peut la figurer par un tracé graphique; A.D. étant la course, les ordonnées telles que AB, Gg, Dd



représentent les pressions aux différents points de cette course; l'arc g d est un arc d'hyperbole, car on suppose que les pressions sont en raison inverse des

volumes, et ceux-ci sont proportionnels à x , d'où

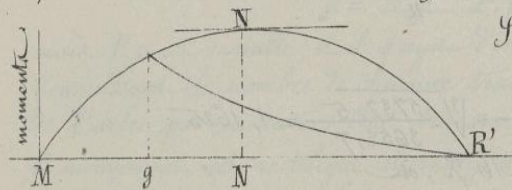
$$\frac{P}{Gg} = \frac{A \cdot G}{x}$$

$$P \cdot x = A \cdot G \times Gg = \text{Constante}$$

donc $P \cdot x$ est constant, la courbe est donc bien une hyperbole.

Notons que la surface ABg d.D représente le travail effectué dans un coup de piston.

L'on peut également tracer le cercle décrit par la manivelle de rayon $r = \frac{1}{2} \cdot AD$, et en chaque point x , on aura l'ordonnée y , ce qui permettra de calculer $P \cdot y$, valeur du moment de torsion correspondant au point de la course dont l'abscisse est x . On a



$$P \cdot y = P \cdot r \sin \alpha$$

Si donc, on développe comme ci-dessus l'arc de 180° et qu'on trace les valeurs des moments

$P \cdot y$, on aura un arc de sinusoïde

pour la portion de la course dans laquelle P est constant, le surplus est d'une autre forme, et cette branche de la courbe passe en R' , car pour ce point

$$y = r \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\alpha = 180^\circ \quad \sin \alpha = 0$$

puisque

$$P \cdot y = 0$$

de sorte que

quelle que soit la valeur de P .

Lorsqu'on vient à effectuer ces calculs et ces tracés, on remarque sur l'épure que le maximum de y a lieu au point correspondant à celui où la détente commence, pourvu que ce point soit situé dans l'arc de 90° , car au delà de NN' les valeurs de y sont plus petites que NN' qui est le maximum à appliquer dans ce dernier cas.

Cette remarque nous ramène à calculer la valeur du moment de torsion à l'instant où la détente commence, connaissant le nombre C de chevaux à transmettre, le nombre n de révolutions par minute, et le degré $\frac{1}{m}$ de la détente.

Les chiffres $m = 2, 3, 4, 5$, etc., sont les coefficients de la détente, c'est-à-dire que si la détente a lieu au quart de la course

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{4}$$

$$m = 4$$

Pour arriver à déterminer le moment de torsion, nous devons étudier les conditions dans lesquelles se produit le travail avec détente. Reprenant la figure représentative de ce travail, dans lequel AB exprime la pression initiale P qui est constante sur la portion AG de la course, la surface $ABgG$ représente le travail fait à pleine pression, et $GgdD$ le travail fait par la détente; $ABgdD$ est le travail total. Le travail total est dans un certain rapport

$$\frac{ABgdD}{ABgG} = Em$$

avec celui qui a lieu par l'action de la pression constante, de sorte que si le travail à pression constante est pris pour unité, le travail total est Em .

On a calculé les valeurs de Em correspondant à divers degrés de détente, c'est-à-dire à diverses valeurs de $m = 2, 3, 4, 5$, etc. (voir le tableau).

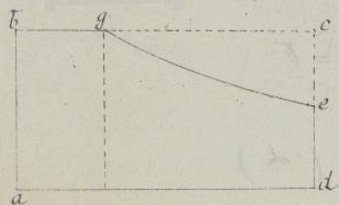
Ces rapports Em étant connus, nous remarquerons que si la pression eût été maintenue sur toute la longueur AD de la course, le travail total au lieu d'être Em eût été m , car

$$\frac{AG}{AD} = \frac{1}{m} \text{ d'où } AD = m \cdot AG$$

et comme par hypothèse, le travail sur $AG = 1$, le travail sur $AD = m$, à pression constante, aussi, dans le cas du travail à la détente m , on a la relation générale

$$\frac{ABCD}{ABgdD} = \frac{m}{Em}$$

Si, maintenant, nous revenons à la machine dont l'arbre est à calculer,



dans laquelle, la pression $P = ab$, la course $2r = ad$, la détente m , la quantité de travail à produire dans une course de piston est T , et on a d'après la figure

$$\frac{P \times 2r}{T} = \frac{abed}{abgd} = \frac{m}{Em}$$

en prenant en considération ce qui a été dit ci-dessus. L'on tire de la relation

$$P.r = \frac{m.T}{2.E_m}$$

Or nous avons vu ci-dessus que

$$M_o P = P.r. \sin \alpha$$

donc

$$M_o P = \frac{m.T}{2.E_m} \cdot \sin \alpha$$

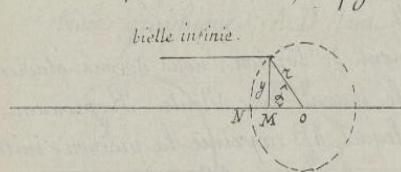
Revenons T et $\sin \alpha$, en fonction des données C, m, n ; nous avons

$$\frac{2.T.n}{60} = 75.C$$

d'où

$$T = \frac{60 \times 75}{2} \cdot \frac{C}{n} = 2250 \cdot \frac{C}{n}$$

Quant à $\sin \alpha$, la figure ci-dessous donne, en supposant la bielle infinie



$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$y = \sqrt{r^2 - OM^2}$$

$$\frac{y}{r} = \sqrt{1 - \left(\frac{OM}{r}\right)^2}$$

$$OM = r - MN \quad MN = \frac{2r}{m} \text{ à cause de la détente } OM = r - \frac{2r}{m}$$

$$\frac{OM}{r} = 1 - \frac{2}{m}$$

$$\left(\frac{OM}{r}\right)^2 = 1 + \frac{4}{m^2} - \frac{4}{m}$$

par suite il vient

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} = \sqrt{1 - 1 + \frac{4}{m^2} - \frac{4}{m}} = \sqrt{\frac{4}{m} - \frac{4}{m^2}} = \frac{2}{m} \sqrt{m-1}$$

Substituons les valeurs ainsi trouvées, on a :

$$M_o P = \frac{m \cdot 2250 \cdot C \cdot 2}{2.E_m \cdot n \cdot m} \cdot \sqrt{m-1} = 2250 \frac{C}{n} \cdot \frac{\sqrt{m-1}}{8m}$$

posons

$$2250 \frac{\sqrt{m-1}}{8m} = a$$

on aura

$$M_o P = a \cdot \frac{C}{n}$$

Si nous reprenons alors la relation

$$d^3 = \frac{5.1}{F} \cdot M_o P$$

elle devient

$$\begin{aligned} d^3 &= \frac{5.1}{F} \cdot 2250 \cdot \frac{\sqrt{m-1}}{8m} \cdot \frac{C}{n} \\ &= \frac{11475}{F} \cdot \frac{\sqrt{m-1}}{8m} \cdot \frac{C}{n} \end{aligned}$$

et posant pour résumer

$$\frac{11475}{F} \cdot \frac{\sqrt{m-1}}{8m} = b$$

nous avons :

$$d^3 = \frac{b}{F} \cdot \frac{C}{n} \quad (\alpha)$$

Observons que la formule ne s'applique pas si $m < 2$, comme nous l'avons dit plus haut, nous rentrons dans la formule où la pression est constante, car c'est le maximum à appliquer dans ce cas là.

Rappelons que dans cette formule (2)
 F est la résistance à la torsion par $\frac{m}{cm^2}$ de section de l'arbre,
 C la force en chevaux,
 n le nombre de tours par minute,
 d^3 le cube du diamètre en centimètres.

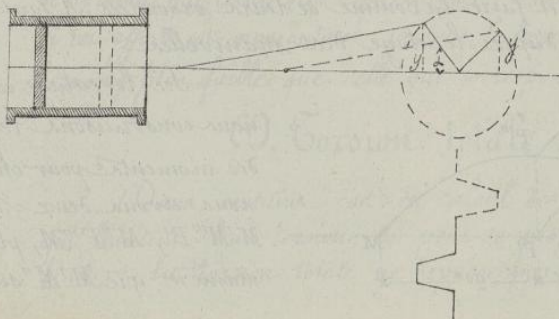
Voici un tableau de valeurs numériques pour diverses valeurs de m .

Rappelons que $a = 2250 \cdot \frac{\sqrt{m-1}}{E_m}$ et $b = 11475 \cdot \frac{\sqrt{m-1}}{E_m}$

65. Tableau des valeurs numériques.

m	E_m	$\sqrt{m-1}$	$\frac{\sqrt{m-1}}{E_m}$	a	b
1	1,000	"	"	1125	5730
2	1,690	1,00	0,590	1350	6875
3	2,080	1,41	0,670	1520	7750
4	2,386	1,73	0,725	1630	8300
5	2,609	2,00	0,767	1720	8750
6	2,792	2,236	0,800	1800	9200
7	2,947	2,450	0,830	1865	9550
8	3,079	2,645	0,855	1920	9800
9	3,197	2,830	0,880	1980	10100
10	3,302	3,000	0,910	2050	10450
15	3,708	3,741	1,010	2270	11600
20	4,000	4,358	1,090	2450	12500

66. Cas où l'on a deux manivelles. Dans les locomotives, les machines de bateaux, etc, il y a deux cylindres, et par suite deux manivelles qui agissent sur le même arbre. Les manivelles sont calées à 90° l'une par rapport à l'autre.



Si nous prenons les moments des forces P agissant sur les deux manivelles par rapport à leur axe commun et si nous représentons par α l'angle que fait la première manivelle avec l'horizontale,

$\alpha + 90^\circ$ celui que fait l'autre,
 r le rayon commun aux deux manivelles,
 P la pression sur l'un des pistons, l'on aura

$$\sum M_o P = P y + P y'$$

$$= P r (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

Comme nous voulons trouver le moment maximum, différencions,
 et nous aurons en égalant à 0 :

$$\frac{d \sum M_o P}{d \alpha} = P r (\cos \alpha - \sin \alpha) = 0$$

d'où

$$\cos \alpha = \sin \alpha$$

donc

$$\alpha = 45^\circ \text{ et } \sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ainsi le moment maximum a pour valeur

$$\sum M_o P = 2 \cdot P \cdot r \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = P \cdot r \cdot \sqrt{2} = 1,41 \cdot P \cdot r$$

et la relation qui donne le diamètre de l'arbre devient :

$$d^3 = \frac{5,1}{F} \cdot P \cdot r \cdot \sqrt{2} = \frac{7,21}{F} \cdot P \cdot r$$

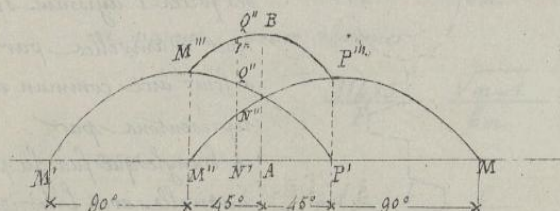
Parmi les machines locomotives, il n'y a pas lieu de s'occuper de la détente qui souvent n'a lieu que dans la 2^e partie de la course, et de plus les arbres calculés en supposant la détente seraient trop faibles pour supporter les efforts qui résultent des inégalités de pression et ne manqueraient pas de se rompre.

67. Courbes des moments.

La méthode qui consiste à tracer la courbe des moments est applicable à tous les cas.

Si nous n'avons qu'une seule manivelle et pas de détente, nous avons déjà vu que cette courbe est une sinusoïde; lorsqu'il y a détente, on a une fraction de sinusoïde avant la détente, et ensuite une autre courbe pendant la détente, comme nous l'avons également vu. Il est alors facile de trouver le moment maximum.

Dans le cas de deux manivelles sans détente, par exemple, il faut tracer deux sinusoïdes, et faire la somme de leurs ordonnées. Il faut bien caler ces courbes sur l'épure d'après le calage des manivelles.



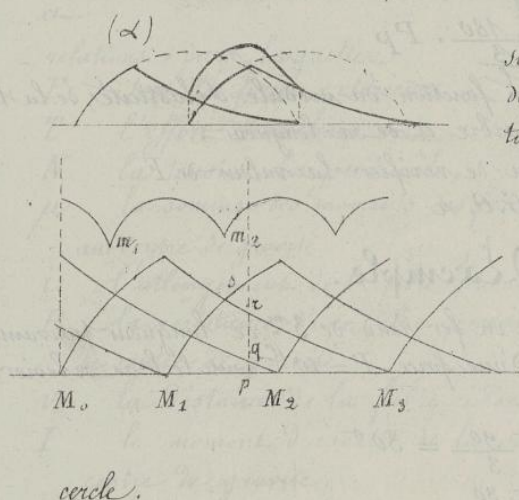
Ici le calage est 90° . Si nous construisons les courbes des moments pour chacune d'elles, nous avons deux sinusoïdes $M'M''P'$, $M''P''M$, placées de manière que $M'M'$ soit égal au

Développement de l'arc de 90° , et de rayon r , 90° étant l'angle dont les manivelles sont écartées l'une de l'autre.

Pour totaliser les moments, on prend une ordonnée telle que $N'Q''$, et on la prolonge d'une quantité $Q''q'' = N'N''$, ce qui donne un point q'' de la courbe $M''q''P''$, etc. — On trace par points la courbe des moments ainsi totalisés, elle est symétrique par rapport à tous les points tels que A et la valeur de AB qui est son ordonnée maximum est celle qu'il faut introduire dans le calcul, sa valeur est

$$P. r. \sqrt{2}$$

Lorsque les deux manivelles reçoivent le mouvement de machine à détente, le procédé graphique est le seul qui permette de trouver simplement le moment maximum. L'épure a la disposition suivante. (2)



Dans le cas de trois manivelles elles sont calées à 60° l'une de l'autre. On développe la demi-circulaire, dont on totalise les ordonnées.

On totalise $ps + pr + pq$. Pour tous les points intermédiaires, ce qui donne la courbe $m_1 m_2$, dont on cherche l'ordonnée maximum qui est la valeur du moment maximum à introduire dans le calcul, ce qui suffit, puisque la périodicité produit les mêmes efforts dans les autres portions du

cercle.

68. Observations.

Dans les machines à un seul cylindre et à détente, l'arbre est calculé pour résister à un moment de torsion maximum correspondant au point où la détente commence; or il peut arriver que dans la mise en train par exemple, on laisse entrer la vapeur pendant toute la course ou bien pendant plus de la moitié, alors il se produit un moment maximum Y_1 plus grand que le moment Y sur lequel, on a compté, l'arbre supporte alors un plus grand effort de torsion que celui qui a été calculé, mais cela n'a pas d'inconvénient, surtout si cet effort est momentané, puisque la force F sur laquelle on a compté est beaucoup plus faible que celle qui correspondrait à une altération de l'arbre.

69. Torsion totale des arbres.

Dans certains cas du calcul des arbres, il faut s'imposer des conditions qui limitent leur torsion. On peut se proposer d'établir un arbre de longueur L , dont la torsion totale ne dépasse pas un angle β .

La torsion par mètre est alors

cela permet de calculer θr , car $\theta = \frac{\pi \beta}{180}$ et $r = \frac{d}{2}$
Comme

$$F = G \cdot \theta \cdot r$$

on a la formule

$$d^3 = \frac{5,1}{G \cdot \theta \cdot r} \cdot P p$$

et en substituant, il vient :

$$d^3 = \frac{5,1 \cdot 180 \cdot 2}{G \cdot \pi \cdot \frac{\beta}{\ell} \cdot d} \cdot P p$$

$$d^4 = \frac{5,1 \cdot 2 \cdot 180}{G \cdot \pi \cdot \frac{\beta}{\ell}} \cdot P p$$

le diamètre est ainsi calculé en fonction du module d'élasticité, de la torsion qu'on veut faire prendre à l'arbre et de sa longueur.

Mais il faut avoir soin de vérifier la valeur de F

$$F = G \cdot \theta \cdot r$$

70. Exemple.

On veut faire un ressort en fer rond de 3^m de longueur pouvant être tordu de 90°. Sous l'action d'une force $P = 10^k$ dont le bras de levier est 0^m, 80.

On a alors $\frac{\beta}{\ell} = \frac{90}{3} = 30^\circ$
 $\theta = \frac{\pi \cdot 30}{180}$

$$\theta r = \frac{\pi \cdot 30}{180} \cdot r = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{d}{2} = \frac{\pi \cdot d}{12}$$

par suite

$$d^3 = \frac{5,1 \cdot 12}{G \cdot \pi \cdot d} \cdot 10 \cdot 0,8$$

$$d^4 = \frac{5,1 \times 12}{7 \cdot 10^3 \cdot 3,14} \cdot 10 \cdot 0,8 = \frac{489,6}{21980}$$

$$d = 0^{\text{cm}}, 38632 = 3^{\text{mm}}, 8632$$

Dans ce cas

$$F = G \cdot \theta \cdot r$$

$$\theta = \frac{30 \cdot \pi}{180} = 0,523$$

$$G = 7 \times 10^3 \text{ par millimètre carré de section}$$

$$r = 0^{\text{m}}, 0019316$$

$$F = 7 \times 10^3 \times 0,523 \times 0,0019316 = 7^k, 0715876$$

Cette valeur est indépendante de la force de 10^k, employée à tordre

le ressort, elle n'est exprimée qu'en fonction de la torsion qu'il éprouve.

A. Résistance à la flexion.

Étant donnée une pièce prismatique fléchie sous l'action de forces extérieures, la théorie de la résistance des matériaux a fourni entre les forces moléculaires et les forces extérieures les relations suivantes :

$$\text{Projections verticales} \quad \sum P_y = T \quad (1)$$

$$\text{Projections horizontales} \quad \sum P_x = N \quad (2)$$

$$\text{Moments} \quad \sum M_o P = \mu = E \cdot i \cdot \frac{I}{V} \quad (3)$$

$$\text{On a de plus les relations} \quad R = E \cdot i \cdot \frac{v-V}{V} \quad (4)$$

$$\text{et} \quad N = E \cdot i \cdot N \quad (5)$$

relations dans lesquelles

P Som les forces extérieures,

T l'effort tranchant,

N la tension longitudinale,

μ la somme des moments des forces P , par rapport à un axe passant au centre de gravité.

i l'allongement de la fibre passant au centre de gravité,

R la résistance d'une fibre passant à la distance v de celle qui contient le centre de gravité.

v la distance de la fibre ci-dessus,

I le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe projeté au centre de gravité,

V la distance de l'axe neutre à la fibre du centre de gravité,

N la section considérée.

Des trois dernières équations on tire, en éliminant

E et V :

$$R = \frac{v\mu}{I} - \frac{N}{N} \quad (6)$$

Les équations (1) (2) et (6) contiennent toute la théorie de la flexion, l'équation (6) est la plus souvent appliquée. Il faut tenir compte du signe v positif ou négatif par convention.

Lorsque les forces P sont perpendiculaires à l'axe neutre

$$N = \sum P_x = 0 \quad \text{et} \quad T = \sum P,$$

et l'équation (6) se réduit à

$$R = \frac{v\mu}{I}$$

les forces P sont affectées de leur signe $+$ ou $-$, les moments sont $+$ ou $-$ par convention.

Les formules les plus fréquentes des pièces sont :

le rectangle dont le moment d'inertie est :	$I = \frac{a b^3}{12}$
le carré	$I = \frac{a^4}{12}$
le rectangle évidé	$I = \frac{a b^3}{12} - a' b'^3$
le double T	$I = \frac{a b^3}{12} - a' b'^3$
le cercle	$I = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$
le cercle évidé	$I = \frac{\pi}{4} (r^4 - r'^4) = \frac{\pi}{64} (d^4 - d'^4)$

• Lorsqu'il s'agit du calcul de pièces de machines, les valeurs de R à introduire dans ces formules sont généralement plus faibles que pour les pièces de construction.

Il convient de prendre :

pour la fonte	sans choc	$R = 2,5 \times 10^6$
	avec choc	$R = 1,0 \times 10^6$
pour le fer	sans choc	$R = 5,0 \times 10^6$
	avec choc	$R = 3,0 \times 10^6$
pour le bois	sans choc	$R = 0,6 \times 10^6$
	avec choc	$R = 0,3 \times 10^6$

Dans la formule

$$R = \frac{v \mu}{I}$$

la quantité $\frac{I}{v}$ est exprimée en fonction des dimensions de la pièce, il faut donc mettre cette quantité en évidence, ce qui donne :

$$\frac{I}{v} = \frac{\mu}{R}$$

Nous allons voir les applications les plus importantes et les plus fréquentes.

72. Engrenages.

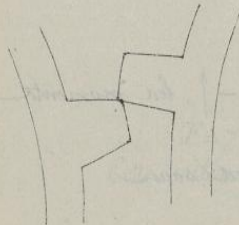
On peut déterminer par l'application de la formule précédente les dimensions principales des engrenages.

Les engrenages se font en fonte, fer, bronze, les dents sont parfois en bois. Dans les grosses transmissions, une roue à dents en fonte engreène avec une roue à dents en bois.

On détermine d'abord l'effort tangentiel capable de produire le travail transmis.

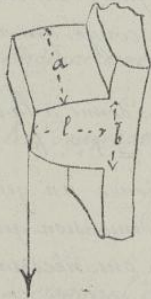
$$\frac{2\pi r P n}{60} = 75 C. \quad \text{d'où}$$

$$P = \frac{60 \cdot 75}{2\pi r} \cdot \frac{C}{n} = \frac{716,22}{r} \cdot \frac{C}{n}$$



On voit que le plus défavorable pour la résistance des dents est celui où une seule dent supporterait l'effort P , cet effort étant appliqué sur le bout de la dent. On suppose donc que ce cas pourra se produire, et on calcule la dent pour y résister.

Soient l la longueur de la dent,
 a sa largeur,
 b son épaisseur.



Appliquons la relation

$$\frac{I}{V} = \frac{\mu}{R}$$

à la section d'encastrement pour laquelle μ est maximum, nous aurons :

$$I = \frac{ab^3}{12}$$

$$V = \frac{b}{2}$$

$$\mu = Pl$$

$$\frac{I}{V} = \frac{ab^3 \cdot 2}{12 \cdot b} = \frac{ab^2}{6}$$

D'où

$$\frac{ab^2}{6} = \frac{Pl}{R}$$

Comme l'on n'a ainsi qu'une seule équation entre les trois quantités a, b, l , on s'en donne deux autres tirées des usages de la construction; généralement

l varie de 1,2 à 1,5. b

et a varie de 3 à 6. b Soit $a = m \cdot b$

Cette variation de a dépend de la pression car la surface au contact doit augmenter avec la pression, pour ne pas que le métal soit écrasé suivant la petite zone de contact, mais a ne varie pas proportionnellement à la pression parce que les gros engrenages ont des dents dont la surface a un grand rayon de courbure. On suit généralement les proportions suivantes :

Soit $a = m \cdot b$

Lorsque P est compris :

entre 100	et 200	^{kilogs}	$m = 3,0$
200	et 500		4,0
500	et 800		4,5
800	et 1,200		5,0
1,200	et 2,000		5,5
2,000	et 3,000		6,0

Ces nombres correspondent à peu près à la formule empirique

$$m = \frac{1}{2} \sqrt[3]{P}$$

Cette expression donnera donc :

$$\frac{a \cdot b^2}{6} = \frac{m b^3}{6} = \frac{P \times 1,5 \cdot b}{R}$$

D'où

$$b^2 = \frac{9 \cdot P}{m \cdot R}$$

D'où, enfin :

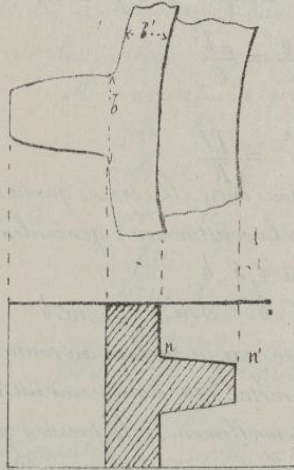
$$b^3 = \sqrt{\frac{P}{m \cdot R}}$$

ayant b , on en conclut a et l .

Ce calcul donne les dimensions de la dent au point où elle est encastree sur la couronne, les autres dimensions dépendent des nécessités géométriques

Du tracé.

Dans les engrenages à denture de profil épicycloïdal, l'épaisseur de la dent est moindre à la racine que sur la circonférence primitive; aussi, si l'on a de grands efforts à transmettre, on devra préférer le tracé en développante dans lequel l'épaisseur est maximum à l'encastrement. Il faut d'ailleurs toujours réserver dans le jeu qui est au fond de la denture un congé qui renforce la dent en ce point.



L'épaisseur que l'on donne à la couronne est :

$$b' = 1,2 . b$$

La nervure intérieure $n'n'$ qui soutient la couronne a la même dimension que la dent.

Les dents en bois ont nécessairement même largeur a et même saillie l que celles en fonte, mais leur épaisseur b diffère, en regard au coefficient de résistance :

Il est évident qu'on doit avoir :

de même que l'on a eu pour la fonte

$$\frac{ab^2}{6} = \frac{\mu}{R}$$

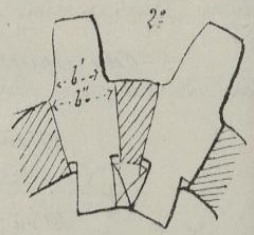
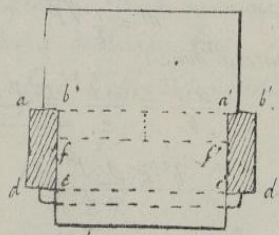
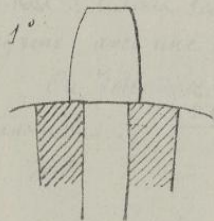
éliminant μ , il vient :

$$b'^2 = b^2 \cdot \frac{R}{R'} \quad b' = b \cdot \sqrt{\frac{R}{R'}}$$

On a donc simplement l'épaisseur de la dent en bois en fonction de celle en fonte.

Pour recevoir les dents en bois, on pratique dans la couronne des ouvertures ou loges rectangulaires, dans lesquelles les dents sont maintenues par diverses dispositions de caler ou goupiller à étudier dans les cours de construction.

L'épaisseur b' est toujours la plus faible. Des deux épaisseurs qui se succèdent dans le plan d'encastrement.



Dans le premier cas, $b'' = 1,2 \cdot b'$ et dans le second

$$b'' = 0,9 \cdot b'$$

et les deux pignons présentent ensemble la même section totale qu'une jante ordinaire ou un peu plus

$$abcd + a'b'c'd' \approx b'ff'a'$$

Ordinairement, le pas des engrenages est :

$$p = 2,1 \cdot b$$

quand les deux roues ont les dents de même nature. Si l'une est en fonte et l'autre en bois :

$$p = b + b' + 0,05(b + b') \\ = 1,05(b + b')$$

Lorsque l'effort à transmettre P est très grand, il en résulte des dents d'épaisseur b très grande, ce qui donne un pas très grand, il faut donc que la dent soit longue pour avoir un arc de conduite suffisant, ce qui produit un grand travail de frottement dans l'engrenage, car ce travail est proportionnel à l'arc de glissement. Pour y remédier, on pourrait ne pas admettre le rapport

$$l = 1,2 \quad \text{à} \quad 1,5 \cdot b$$

que nous avons indiqué ci-dessus comme habituellement suivi, mais on pourrait le prendre plus petit, posons

$$l = n \cdot b$$

la relation

$$\frac{ab^2}{6} = \frac{Pl}{R}$$

Deviendra

$$\frac{ab^2}{6} = \frac{Pn \cdot b}{R} \quad \text{ou} \quad \frac{ab}{6} = \frac{P \cdot n}{R} \quad (\alpha)$$

pour une autre valeur de n , si l'on conserve a , l'on aura :

$$\frac{a \cdot b'}{6} = \frac{P \cdot n'}{R}$$

D'où :

$$\frac{b'}{b} = \frac{n'}{n}$$

Les épaisseurs b, b' sont donc entre elles comme les valeurs de n . Mais on ne peut pas faire décroître n indéfiniment. Il faut que la dent puisse résister à l'effort tranchant, donc on doit avoir :

$$R \cdot a \cdot b = P$$

et comme l'équation (α) donne

$$R \cdot a \cdot b = 6Pn$$

Il résulte

$$P = 6Pn$$

et

$$n = \frac{1}{6}$$

ainsi, en admettant que la résistance à l'effort tranchant soit égale à

la résistance à la traction, il faut que n soit $\approx \frac{1}{6}$ ou 0,17

Dans la pratique, on ne descend jamais à une si faible valeur. Néanmoins, pour nous rendre compte de l'influence qu'aurait l'emploi d'un rapport si petit, prenons un exemple

Soit $P = 600$ alors $m = 4$ d'après le tableau.
on trouve:

$$a = 120, \quad b = 30, \quad l = 36, \quad p = 59 \text{ mm}$$

En faisant

$$n = 1,5 \text{ et } R = 1,5$$

Si on conserve la valeur

$$m = 4$$

et que l'on prenne

$$n = \frac{1}{6}$$

l'équation

$$\frac{a \cdot b^2}{6} = \frac{P \cdot l}{R}$$

devient

$$\frac{4b \cdot b^2}{6} = \frac{P \cdot l}{6 \cdot R} \quad \text{ou} \quad 4b^3 = \frac{P \cdot l}{R}$$

Ce qui donne ici

$$b^3 = \frac{600}{4 \times 1,5} = 100 \quad \text{d'où } b = 10$$

On a donc

$$a = 40, \quad b = 10, \quad l = 1 \text{ mm}, \quad p = 21 \text{ mm}$$

Le pas est 3 fois plus court, mais la dent est impossible pratiquement. Seulement, cet exemple a pour but de faire voir que par la réduction de la longueur, on peut arriver à améliorer les engrenages.

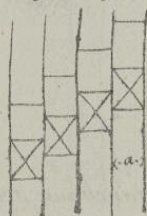
Il existe une disposition dont l'emploi serait indispensable avec les dentures courtes; c'est celle qui consiste à mettre des joues aux engrenages. Il faudrait que ces joues fussent tournées suivant les circonférences primitives; afin que l'on soit guidé par leur contact sur l'exactitude du calage des engrenages.

En résumé, le travail perdu par le frottement dans les engrenages ayant pour expression

$$Gf = f \cdot P \cdot \frac{a}{2} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right)$$

est proportionnel au pas, et à l'épaisseur a des dents, on peut donc chercher à le réduire par

un procédé comme celui-ci qui aurait encore l'avantage de faciliter la taille des engrenages.

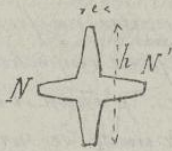


Pour diminuer cet inconvénient, on a fait des engrenages à gradins, disposition d'une exécution difficile, et qui n'offre pas une surface de contact suffisante pour supporter la pression mutuelle.

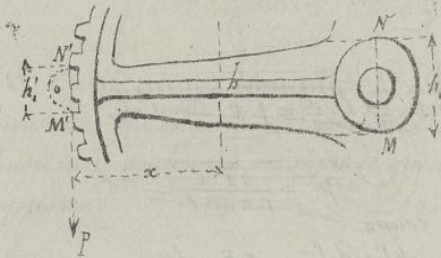
En multipliant les gradins, on arrive aux dents

obliques, a se réduire à un point, l'arc de conduite de chaque point est égal à 0, il n'y a donc pas de frottement, mais cette disposition est mauvaise sous le rapport de la résistance, car la pression ne porte que sur le point de contact, et les dents entrent en prise par leur bord, qui peut se briser.

73. Calcul des bras. — Les bras des engrenages ont, en général, une section présentant la forme d'une croix dont l'épaisseur est à peu près celle des dents. Dans le calcul on néglige les nervures N et N' , et on ne s'occupe que du grand rectangle vertical qu'on suppose résister seul à tout l'effort tangentiel qui agit dans le plan de la roue.



Pour évaluer la largeur h , on considère une section située à une distance x du point d'application de P que l'on suppose être sur la circonférence primitive. On aura toujours en prenant les moments par rapport au centre de gravité de la section x



$$\frac{I}{V} = \frac{\mu}{R}$$

c'est-à-dire ici

$$\frac{e h^3}{6} = \frac{P x}{R}$$

$$h^3 = \frac{6 P}{R \cdot e} \cdot x$$

équation d'une parabole entre h et x dont la somme est en 0. Dans la pratique, on ne donne jamais cette forme, on

met dans la formule la valeur supposée $x = r$, ce qui donne une valeur

$$h_1 = \sqrt[3]{\frac{6 P r}{R \cdot e}} = MN$$

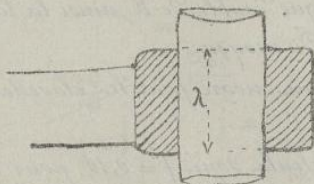
e est connu = b des dents.

Par les points M et N distants de h_1 , on mène deux droites faisant avec le milieu du bras un angle d'environ 2° , ou bien on prend

$$h_1 = 0,80 \cdot h_1$$

et l'on joint MM' , NN' par deux lignes droites.

On donne aux nervures transversales une largeur égale au moins à $\frac{1}{2}$ de celle des nervures calculées.



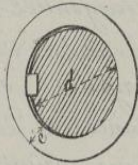
74. Moyen. — Dans les petits engrenages on donne au moyen une longueur λ égale à la largeur a de la jante.

Quand ils sont grands, on y ajoute un excédant proportionnel au rayon pour augmenter la stabilité de la roue sur son arbre

$$\lambda = a + 0,05 \cdot r$$

Quant à l'épaisseur du moyen, elle doit être suffisante pour recevoir l'assemblage à clavette engagé ou tangentiel, sans être rompu par le serrage de cette clavette.

Pour calculer les conditions d'établissement du moyen, on suppose qu'il n'y a de contact du moyen et de l'arbre que dans la demi-circonférence opposée à la clavette par suite du soulèvement que celle-ci produit dans le moyen. Il se produit ainsi dans cette surface de contact des réactions ayant une compo-



sante normale qui fait naître un frottement, le quel doit être suffisant pour empêcher le moyen de tourner sur son arbre. p étant l'intensité des pressions normales par unité de surface, il faut que l'on ait pour la résistance du moyen :

$$p a l = 2 R e l \quad (1)$$

P étant l'effort tangentiel dans la roue ;

f le coefficient de frottement ;

r le rayon de la roue ;

On a pour l'équilibre

$$P r = f . p . \pi . \frac{d}{2} . l . \frac{d}{2} = f . p . \frac{\pi}{4} . d^2 . l \quad (2)$$

d'où

$$p = \frac{4 P . r}{f . \pi . d^2 . l} \quad (3)$$

Cette valeur mise dans (1) donne

$$\frac{4 P . r . d . l}{f . \pi . d^2 . l} = 2 R e l$$

d'où

$$e = \frac{4 P . r . d . l}{f . \pi . d^2 . l . 2 R} = \frac{2 P r}{f . \pi . d . l . R} \quad (4)$$

75. Calcul de la Clavette. — Elle doit résister à l'écrasement produit par la pression $p . d . l$, laquelle a pour valeur d'après l'équation (3)

$$p . d l = \frac{4 . P . r}{f . \pi . d} \quad (5)$$

La largeur étant a , on doit avoir :

$$R_1 . a . l = \frac{4 . P . r}{f . \pi . d}$$

d'où

$$a = \frac{4 . P . r}{f . \pi . d . l . R_1}$$

On a donc à cause de (4)

$$\frac{a}{e} = \frac{2 R}{R_1}$$

La résistance R_1 de l'acier est plus que double de R , ainsi la largeur de la clavette pourra être moindre que l'épaisseur du moyen.

D'ailleurs en dehors des calculs, il faut encore pour les clavettes se référer aux usages pratiques.

Les valeurs de f à introduire dans ces calculs sont $f = 0,10$, pour les roues qui ne sont pas calées à l'atelier, et $f = 0,20$ pour les autres.

L'épaisseur de la clavette peut aussi se calculer quand elle est encastrée,

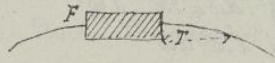
mais le calcul est peu usuel; il faut que la clavette résiste à l'écrasement, on a donc :

$$\frac{R_1 \cdot \delta \cdot l}{2} = F \quad \text{ou} \quad F = \frac{2P \cdot r}{d}$$

Par suite

$$\frac{R_1 \cdot \delta \cdot l}{2} = \frac{2P \cdot r}{d}$$

$$\delta = \frac{4P \cdot r}{R_1 \cdot l \cdot d}$$



Il ne faut pas que la clavette soit cisailée, donc :

$$R_1' \cdot a \cdot l = F = \frac{2P \cdot r}{d}$$

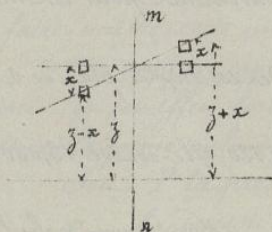
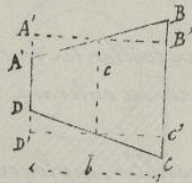
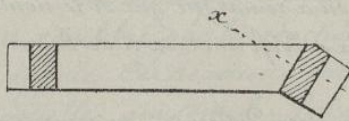
$$a = \frac{2P \cdot r}{R_1' \cdot l}$$

La quantité de fer laissée sur les côtés ne doit pas être cisailée par la clavette.

$$R_2' \cdot \lambda \cdot l = F = \frac{2P \cdot r}{d}$$

$$\lambda = \frac{2P \cdot r}{R_2' \cdot l}$$

76. Engrenages coniques. — Les calculs que l'on fait pour déterminer les dimensions des engrenages coniques sont les mêmes que pour les engrenages cylindriques, seulement on suppose que les efforts sont appliqués dans un plan moyen xy .



Faisons une coupe pour déterminer la section d'enracinement ABCD de la dent sur la jante, si b est la largeur de la section, sa hauteur prise au milieu sera la quantité c , et l'on fera le calcul en supposant que l'enracinement a lieu suivant la section A'B'C'D', ce rectangle étant compris sur ces deux dimensions. On commet une erreur en remplaçant le trapèze par ce rectangle équivalent, mais le moment d'inertie du trapèze est plus grand que celui du rectangle, de sorte que l'erreur donne des dimensions un peu plus fortes.

En effet, si l'on considère dw du rectangle σ situés symétriquement par rapport à mn passant au milieu de la base, ces deux éléments étant à la distance z , leurs moments d'inertie valent :

$$2z^2 \cdot dw$$

Si on les remplace par deux éléments égaux, situés respectivement aux distances $(z+x)$ et

$(z-x)$ leurs moments d'inertie sont :

$$(z+x)^2 \cdot d\omega = (z^2 + x^2 + 2z \cdot x) d\omega$$

$$(z-x)^2 \cdot d\omega = (z^2 + x^2 - 2z \cdot x) d\omega$$

Donc la somme est

$$2z^2 \cdot d\omega + 2x^2 \cdot d\omega$$

qui est plus grande que $2z^2 d\omega$ de la quantité $2x^2 d\omega$.

Pour les bras, le calcul est le même que pour les engrenages cylindriques, seulement leur forme est celle d'un T simple, les nervures dans le plan de l'axe étant réunies en une seule d'un même côté du bras.

77. Nombre de bras des roues. — Si la roue a moins de 1^m,50 de diamètre, on met 4 bras,

Si son diamètre est compris entre 1,50 et 2,50 on met 6 bras

_____ 7° _____ 2,50 et 5,00 — 7° — 8 —

_____ 9° _____ est plus grand que 5,00 — 9° — 10 —

Ceci est à peu près l'usage de la construction.

Il serait préférable de faire comme pour les roues de locomotive, adopter un écartement uniforme de 1^m,00 par exemple à la jante, alors

$$n = \pi \cdot d$$

Cela conduirait à avoir pour certains diamètres des nombres de bras impairs, ce que l'on a voulu éviter, mais à tort. On supposait que si le nombre de bras est impair, leur centre de gravité n'est pas au centre de la roue, ce qui est une erreur mécanique, car il résultera de la symétrie qu'il est sur tous les diamètres donc à leur intersection qui est le centre, en on a remarqué que si le nombre de bras est impair, la roue est moins sujette à se déformer et à se briser au retrait de la fonte.

Quand deux engrenages sont de diamètres différents, on arme le plus grand de dents en bois, il faut alors tailler les dents du plus petit parce que la fonte brise trop le bois.

Si les deux sont en fonte, il vaudrait mieux ne pas tailler les dents, sans sacrifier la précision, car on diminue ainsi la résistance à l'usure en enlevant la croûte de la fonte.

Pour caler les roues, il faut autant que possible employer la presse hydraulique. On chauffe quelquefois le moyeu pour le dilater, mais cette application de la chaleur est mauvaise pour la fonte, et on ne sait pas quelle est la tension du métal après refroidissement. Cela a moins d'inconvénients pour les manivelles qui sont en fer.

Pour les roues de locomotive calées sur des essieux de plus de 0,160, la pression de calage à froid est de 60,000 à 80,000^k.

Pour les roues de wagon sur essieux de 0,120, elle est de 25,000^k, sur essieux de 0,08 elle est de 12,000^k.

78. Contre-roues des arbres de transmission. — Nous avons calculé le diamètre

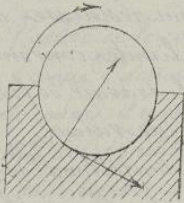
des arbres pour résister à la torsion. Il est clair que le diamètre, ainsi calculé est un minimum, et s'applique seulement aux tourillons résistants à la torsion. Il y a des tourillons qui ne résistent pas à la torsion, mais seulement à la flexion; de plus, le corps des arbres résiste à la fois à la torsion et à la flexion. Nous devons donc étudier la flexion des arbres.

Si nous examinons d'abord les tourillons, nous voyons qu'ils sont soumis à la réaction des paliers sur lesquels ils sont pressés par leur poids, par celui des roues et des poulies, par les efforts extérieurs des courroies, des dentures d'engrenages ou des bielles qui actionnent les manivelles. Mais avant de calculer les dimensions des tourillons pour résister à la flexion, nous avons à examiner deux conditions d'établissement d'une très grande importance.

Il doit être graissé convenablement pour résister à l'usure que produirait le frottement direct des métaux. L'interposition des matières grasses entre les parties frottantes des machines doit produire deux résultats qui sont solidaires l'un de l'autre; diminuer le travail perdu de frottement, et assurer la conservation de ces parties frottantes.

Pour que le but soit atteint, il faut que les graisses puissent rester dans les parties frottantes, et s'y conserver. Pour qu'elles y restent, il faut que la pression mutuelle ne soit pas tellement élevée qu'elles en soient chassées, et pour qu'elles s'y conservent, il ne faut pas que la chaleur développée par le travail de frottement les décompose.

Un arbre placé dans des coussinets étant chargé d'un poids P , ce poids est équilibré par les réactions de tous les points du coussinet sur lequel il s'appuie. Ces réactions ont des composantes normales et des composantes tangentielles qui sont les forces de frottement. On doit admettre que les pressions normales par unité de surface sont uniformes pour tous les points, et on le démontre suffisamment en remarquant que si un point supportait une pression plus élevée que les autres, il s'y produirait une usure qui aurait pour conséquence de diminuer la charge qu'il supporte, et que, inversement, un point moins chargé que les autres s'usant moins, deviendrait



peu à peu plus chargé; de sorte que la première conséquence du frottement mutuel d'un arbre sur son coussinet est de le ronder l'un sur l'autre de manière à faire naître cette uniformité des pressions mutuelles.

Ceci suppose que la matière de l'arbre et celle du coussinet sont homogènes, et, en effet, lorsqu'elles ne le sont pas, il y a une usure irrégulière qui altère la forme cylindrique; c'est ce qui arrive avec les coussinets en bois.

Soit P la pression totale exercée par un tourillon sur son coussinet, et p la pression mutuelle par unité de surface;

d le diamètre,
l la longueur du tourillon,
la condition d'équilibre des forces en présence donne

$$P = p \cdot d \cdot l$$

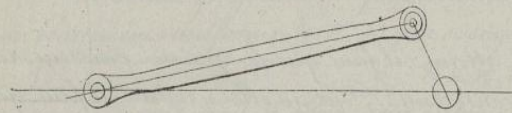
D'où

$$p = \frac{P}{d \cdot l}$$

La valeur de p doit être limitée à 15^k par cm^2 , pour un mouvement continu dans le même sens, si $p > 15^k$ par cm^2 , le graissage devient impossible.

Dans le cas de mouvements alternatifs, les coussinets étant en bronze et le tourillon en fer, p peut atteindre 35 à 40^k par cm^2 .

Si le tourillon est en acier, c'est-à-dire si la surface est cimentée et trempée, p peut s'élever à 60^k par cm^2 , dans ce cas de mouvement alternatif, c'est ce qui a lieu dans les deux assemblages d'une bielle. Cela tient à



ce que l'effort de la bielle ayant lieu tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, la graisse ou l'huile passe d'un côté à l'autre, à la faveur du petit jeu qui existe toujours dans

l'articulation, à tel point que si l'on veut supprimer ce jeu, le tourillon chauffe, il y a donc toujours un petit choc dans les bielles, il faut le diminuer, mais ne pas essayer de le supprimer tout à fait.

La chaleur développée par le travail du frottement doit être dissipée par la conductibilité et le rayonnement des pièces frottantes; leur température doit donc dépasser celle de l'air ambiant; elle ne doit pas dépasser 45° , car au-delà les huiles et les graisses s'altèrent. Si les graisses sont résineuses ou saponifiées, elle peut aller jusqu'à 60° . Pour ne pas dépasser les limites convenables, il faut établir le tourillon dans des dimensions telles que le travail de frottement développé par unité de surface ne dépasse pas une certaine valeur.

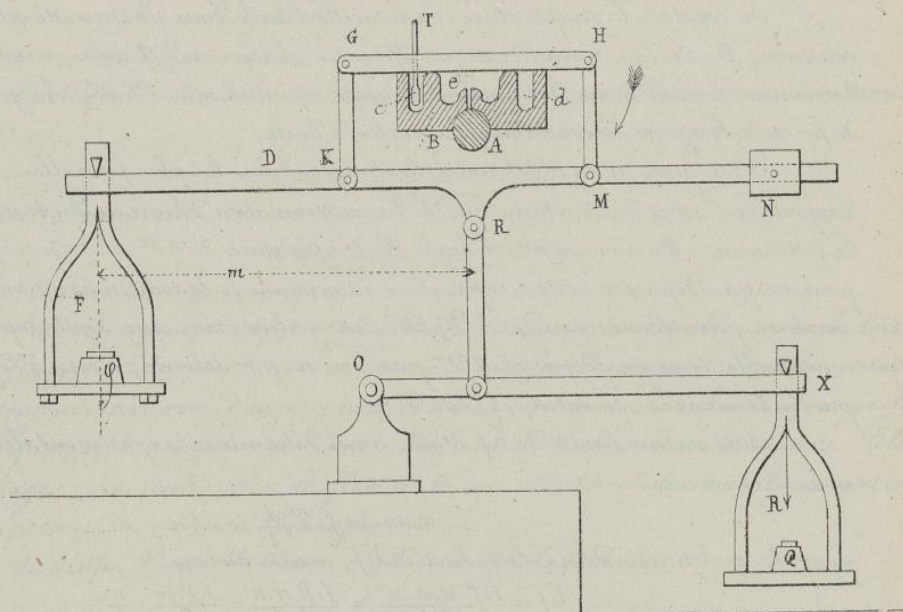
On a fait sur le frottement et le graissage des tourillons des expériences suffisantes pour nous permettre de connaître les limites convenables du travail de frottement et de la pression mutuelle par unité de surface.

Voici un des appareils employés :

A est le tourillon sur lequel il s'agit d'expérimenter, il est surmonté d'un coussinet spécial en bronze B, évidé, dans lequel les évidements c et d sont remplis d'eau et on plonge un thermomètre T. L'huile ou la graisse est dans le godet e.

Ce coussinet B est entouré d'un système articulé GHKM au moyen duquel on exerce sur l'arbre une pression déterminée.

A cet effet, le levier D porte d'un côté un plateau de balance F, équilibré,



de l'autre par un contrepoids N. Un autre levier OX oscillant en O, porte à son autre extrémité X un plateau de balance.

Ayant placé dans le plateau R un poids Q, et dans le plateau F un poids q, il est facile de calculer la pression totale P exercée sur le tournillon par ces poids, contrepoids et tout l'attirail. On connaît donc la pression mutuelle.

$$P = \frac{P}{d \cdot l}$$

entre l'arbre et le coussinet.

Sous l'action du frottement dû à P, le levier tend à quitter la position horizontale, mais il y est maintenu par le poids q uniquement, car tout le système FDKMN est équilibré, et la bielle RS est dans le plan de l'axe A. Le moment de q est donc égal à celui du frottement, donc :

$$q \cdot m = f \cdot P \frac{d}{2}$$

d'où

$$f = \frac{2q \cdot m}{P \cdot d}$$

Le travail de frottement par unité de surface et par seconde est :

$$\mathcal{E}f = f \cdot p \cdot v$$

v vitesse à la circonférence de l'arbre A

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60}$$

Remplaçant f, p et v par leurs valeurs, il vient :

$$\mathcal{E}f = \frac{q \cdot m \cdot n \cdot \pi}{80 \cdot d \cdot l}$$

On peut donc calculer le travail développé par le frottement et par unité de surface, correspondant à toutes les conditions de charge et de vitesse.

On constate la température, on recueille l'huile dans une cuvette placée sous le coussinet B. On fait travailler sous différentes charges et différentes vitesses afin de déterminer les conditions de minimum d'usure en analysant l'huile chargée de limaille de fer et de bronze, et en constatant les pertes d'huile.

C'est ainsi qu'on a déterminé les températures les plus favorables, sans sous le rapport de l'usure des métaux que de la consommation d'huile et du travail perdu par le frottement. On a vu qu'avec l'huile, la température de 45° est très convenable, et que pour ne pas dépasser cette température maximum le travail maximum par centimètre carré et par seconde est de 2^{kg} 64. Cette valeur étant une limite supérieure, il sera convenable de ne pas dépasser 2^{kg} par $\frac{1}{100}$ m² et par seconde, c'est-à-dire 20,000^{kg} par mètre carré, ou mieux 17,500^{kg}.

Cette valeur limite de $\bar{C}f$ étant ainsi déterminée expérimentalement, si nous reprenons

$$g.m = f.P \frac{d}{2}$$

pour le substituer dans la valeur de $\bar{C}f$, nous aurons :

$$\bar{C}f = \frac{f.P.d.n.\pi}{2.89.d.l} = \frac{f.P.\pi.n}{60.l} = \frac{f.P.\pi}{l} \cdot \frac{n}{60}$$

d'où

$$l = \frac{f.P.\pi}{\bar{C}f} \cdot \frac{n}{60} = P \cdot \frac{\pi}{60.\bar{C}f} \cdot f.n = K.f.n.P$$

Cette valeur de l est indépendante de d , ce qui s'explique facilement, parce que, si la pression par unité de surface est en raison inverse de d , la vitesse est proportionnelle à d , de sorte que le travail qui est proportionnel à leur produit reste constant quelque soit d .

On a donc ainsi un moyen de déterminer quel est la longueur du tourillon nécessaire pour éviter l'échauffement. On voit que cette longueur dépend du coefficient de frottement, lequel dépend lui-même de la nature de la matière lubrifiante, de sorte que cette nature de matière entre dans le calcul.

Pour le tourillon en fer sur coussinet en bronze graissés

à l'huile..... $f = 0,05$

au cambouis d'huile..... $f = 0,09$

à l'eau et à la graisse..... $f = 0,19$

à l'eau seule..... $f = 0,35$

On voit aussi que le nombre de tours augmente la valeur de l .

Ce calcul doit précéder tous les autres surtout quand il s'agit d'arbres très chargés.

La longueur minimum étant déterminée, toute autre plus grande sera convenable a fortiori. On doit ensuite calculer le diamètre minimum nécessaire pour que la pression mutuelle ne dépasse pas 15^{kg} par $\frac{1}{100}$ m².

$$p \cdot d \cdot l = P$$

$$p = 20^{\text{kg}} \text{ avec huile,}$$

$$p = 15^{\text{kg}} \text{ avec graisse,}$$

$$p = 10^{\text{kg}} \text{ avec eau.}$$

Exemple : - Un arbre de locomotive supporte 6,000^{kg}, la longueur d'un tourillon doit être :

$$l = \frac{\pi \cdot 0,05 \times 150 \times 6000}{60 \times 15000}$$

le diamètre minimum

$$d = \frac{6000}{20 \times 17,7} = 17 \text{ mm}$$

ce sont les dimensions pratiques.

On doit ensuite vérifier si ces dimensions sont convenables pour la torsion et la flexion. En général, on sera amené à modifier ces premières valeurs, mais ce sera toujours par voie d'augmentation; il y a tout à fait à faire. Lorsque les arbres portent des engrenages légers, l'influence de la torsion est dominante. Si les engrenages sont lourds, c'est la flexion, on doit alors avoir les tourillons aussi courts que le permet la condition d'échauffement.

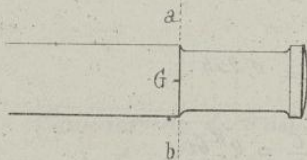
On vérifie F pour la torsion seule tirant de la formule :

$$d^3 = \frac{3652,7}{F} \cdot \frac{C}{\eta}$$

qui donne F

$$F = \frac{3652,7}{d^3} \cdot \frac{C}{\eta}$$

Pour la flexion, remarquons que le tourillon soumis à la réaction du palier subit des pressions uniformément réparties sur toute sa longueur dont la résultante est appliquée en son milieu; soit ab le plan d'encastrement dans l'arbre, écrivons que P fait équilibre aux p forces moléculaires situées à gauche de ab . Pour cela, prenons les moments par rapport à l'axe projeté en G , et appliquons



$$\frac{I}{v} = \frac{\mu}{R}$$

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

$$v = \frac{d}{2}$$

$$\mu = \frac{P \cdot l}{2}$$

$$\frac{\pi d^3}{32} = \frac{P \cdot l}{2 \cdot R}$$

$$d^3 = \frac{16}{\pi} \cdot \frac{P \cdot l}{R} = \frac{5,1}{R} \cdot P \cdot l$$

formule identique à celle trouvée pour la torsion, mais dans laquelle le moment de torsion est remplacé par le double du moment fléchissant.

On peut aussi (d étant calculé pour le graissage et l pour l'échauffement) vérifier si

$$R = \frac{5,1}{d^3} \cdot P \cdot l$$

est convenable, et modifier d , si R n'est pas convenable.

Exemple: - Supposons qu'il s'agisse de transmettre 100 chevaux en faisant 30 tours par minute, et que l'arbre porte un volant denté placé aux distances l, l' des paliers. Soit Q le poids de ce volant, et T l'effort tangentiel appliqué dans la denture pour transmettre ce travail de 100 chevaux.

On doit disposer la transmission de manière que l'effort T tende à soulever la roue dans laquelle ces efforts occasionneraient le plus de travail de frottement sur ses tourillons, en égard à leur diamètre et à leur vitesse, c'est-à-dire la roue qui tourne le plus vite, attendu que ses tourillons sont relativement d'un plus gros diamètre que ceux de l'autre roue, puisqu'ils sont entre eux dans le rapport inverse des racines cubiques des vitesses, de sorte qu'ici, c'est comme si le volant denté pesait $Q+T$. Soit q le poids approximatif de l'arbre, poids que l'on vérifiera quand il sera calculé.

Ayant la somme $Q+T+q$ on décompose ce poids total d'après les distances l, l' en raison inverse, et l'on a :

$$P = (Q+T+q) \frac{l'}{l+l'}$$

$$P' = (Q+T+q) \frac{l}{l+l'}$$

Soit $P = 8000^k$ calculé de cette manière, nous aurons la longueur nécessaire au point de vue de l'échauffement.

$$l = \frac{\pi}{60 \cdot \bar{c}f} \cdot f \cdot P \cdot \eta$$

$$\text{Soit } f = 0,10$$

$$\bar{c}f = 20000$$

$$l = \frac{\pi}{60 \times 20000} \times 0,1 \times 8000 \times 30 = 0,210$$

pour le graissage, prenant $p = 150000$

$$d = \frac{8000}{60 \times 20000} = 0,254$$

pour la torsion, on trouve

$$F = \frac{3652,7}{d^3} \cdot \frac{C}{n} = 0,61^k$$

pour la flexion

$$R = \frac{5,1}{d^3} \cdot Pl = 0,525^k$$

Ces deux coefficients sont beaucoup trop faibles, le diamètre est trop gros, et cela entraînerait un trop grand travail de frottement qui ferait perdre 5 à 6 chevaux, sans que cela soit demandé par les exigences de la résistance à la torsion ou à la flexion.

Pour diminuer le travail ainsi perdu, doublons la longueur l , ce qui améliore les conditions au point de vue de l'échauffement, on pourra diminuer le diamètre de moitié au point de vue du graissage.

On aura donc :

$$d = 0,127 \quad l = 0,420$$

mais alors la valeur de F qui est proportionnelle à $\frac{1}{d^3}$ sera multipliée par 8 et deviendra

$$8 \times 0,61 = 4,88$$

et celle de R qui est proportionnelle à $\frac{l}{d^3}$ sera multipliée par 16 et deviendra

$$16 \times 0,525 = 8,40$$

Cette valeur étant trop élevée, essayons une proportion assez usitée en pratique

$$l = 1,5 \cdot d$$

p. l. d devient

$$1,5 \cdot p \cdot d^2$$

en posant

$$1,5 \cdot p \cdot d^2 = 8000$$

$$p = 15$$

on tire

$$d = 0,190$$

$$l = 0,285$$

cette valeur de l étant plus grande que le minimum 0,210 trouvé ci-dessus, est satisfaisante pour éviter l'échauffement.

Les résistances qui correspondent aux nouvelles dimensions, sont :

$$F = 3,65$$

$$R = 5,12$$

valeurs convenables.

On peut donc s'arrêter aux valeurs

$$d = 0,190$$

$$l = 0,285$$

qui satisfont aux 4 conditions d'échauffement,

de graissage,

de torsion,

de flexion.

Connaissant le diamètre des tourillons, il est facile de déterminer celui du corps de l'arbre. On a en effet :

$$P \cdot l = P' \cdot l' = \frac{R \cdot I}{v} = \frac{R \cdot \pi d^3}{32}$$

adoptant $R = 3 \times 10^6$ pour une grande sécurité, on trouve

$$d = 0,274$$

On augmente un peu ce diamètre pour compenser l'affaiblissement dû

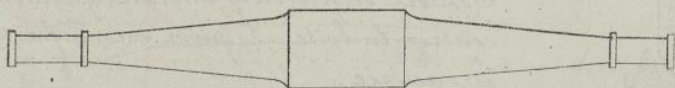
à la clavette, on prendra 0,280. - On

raccorde le milieu

aux extrémités

par des portions

coniques.



Les longs arbres de transmission dans les ateliers sont chargés de pontiers placés sur toute leur longueur d'une manière quelconque, généralement

inconnue a priori; les tensions des courroies tendent à fléchir les arbres, ce qui exige un plus gros diamètre que celui qui correspondrait à la torsion.

On suppose alors que tous les efforts extérieurs seront appliqués au milieu de la longueur des diverses travées d'arbre; on aura donc pour déterminer le diamètre de l'arbre en ce milieu, la relation

$$\frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{P \cdot l}{2 \cdot R}$$

le diamètre ainsi calculé au milieu, règne sur toute la travée d'arbre à laquelle il se rapporte, ce qui permet d'y monter les poulies en un point quelconque.

On peut calculer aussi les arbres de manière que leur flexion soit limitée à une valeur déterminée.

P étant les efforts extérieurs rapportés en leur milieu,

f la flèche, on a:

$$\frac{P \cdot l^3}{48} = E \cdot I \cdot f$$

mais on a aussi

$$\frac{P \cdot l}{2 \cdot R} = \frac{I}{v} \quad \text{d'où} \quad I = \frac{v \cdot P \cdot l}{2 \cdot R} = \frac{P \cdot d \cdot l}{4 \cdot R}$$

d'où

$$\frac{P \cdot l^3}{48} = E \cdot \frac{P \cdot d \cdot l}{4 \cdot R} \cdot f$$

$$\frac{l^2}{12} = \frac{E}{R} \cdot d \cdot f \quad \text{et} \quad f = \frac{R}{12 E} \cdot \frac{l^2}{d}$$

d'où l'on tire

$$d = \frac{R}{12 E} \cdot \frac{l^2}{f}$$

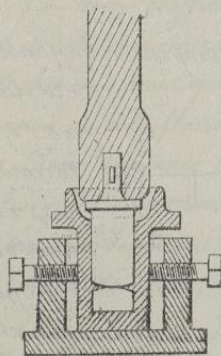
relation très simple et indépendante de P .

Exemple: - On veut qu'un arbre de 4^m de longueur ne fléchisse que de 0^m,003 en son milieu, la tension R étant 5^K x 10⁶

$$d = \frac{5 \times 10^6}{12 \times 20 \times 10^9} \cdot \frac{16}{0,003} = 0,111$$

C'est un mode de calcul qu'il convient beaucoup d'employer pour les arbres de transmission générale des ateliers.

79. Pivots. - Détermination de leur diamètre.



Le pivot est rapporté à l'extrémité de l'arbre par un emmanchement que traverse une clavette. Son extrémité inférieure repose dans une boîte en bronze placée dans un support en fonte. Des vis de pression latérales permettent de centrer la boîte. Le pivot est en fer, sa surface est acérée.

Le pivot tourne sur sa crapandine, car l'on a besoin d'un bon graissage. Le mouvement des huiles est continu et leur renouvellement perpétuel entre le pivot et la crapandine grâce

à des canaux perpendiculaires entre-eux qui traversent le pivot de part en part.

On détermine encore le diamètre par la considération du travail de frottement par unité de surface; mais, comme les vitesses des différents points sont variables, plus grande à la circonférence qu'au centre, on compte le travail de frottement à la circonférence.

Soit P la charge totale,

d le diamètre du pivot,

$$p = \frac{4P}{\pi d^2}$$

$$\mathcal{E}f = f \cdot p \cdot v$$

à la circonférence

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60}$$

donc

$$\mathcal{E}f = f \cdot \frac{4P}{\pi d^2} \cdot \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} = \frac{f \cdot P \cdot n}{15 \cdot d}$$

d'où

$$d = \frac{f \cdot P \cdot n}{15 \cdot \mathcal{E}f}$$

$\mathcal{E}f$ est comme pour les vis = 20000

f a les mêmes valeurs déjà données

80 Jeu de meules. — On leur donne 0^m,06 de diamètre et $n = 120$ tours.

Si on cherche le poids qu'elles peuvent supporter sans échauffement, on a:

$$P = \frac{15 \cdot \mathcal{E}f \cdot d}{f \cdot n}$$

et en nombre

$$P = \frac{15 \times 20000 \times 0,06}{0,06 \times 120} = 2500^k$$

Or, la meule la plus lourde ne pèse guère plus de 900^k, ce diamètre de 0,06 donne donc une sécurité très grande. On charge cette meule de 2^k par ^m², l'on a:

$$2^k \frac{\pi d^2}{4} = P$$

81. Manivelles. — On les fait maintenant exclusivement en fer.

Soient:

d le diamètre de l'arbre et du moyeu,

D — d — extérieurs

l la longueur du moyeu.

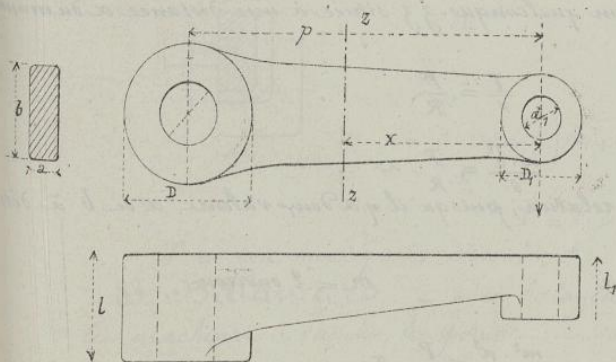
d_1

D_1

l_1

les quantités correspondantes pour le maniveton.

On établit dans la construction les relations empiriques suivantes, entre ces quantités.



$$D = (1,8 \text{ à } 2,2) \cdot d$$

$$l = 1,2 \cdot d$$

$$D_1 = (1,8 \text{ à } 2,2) \cdot d_1$$

$$l_1 = 1,2 \cdot d_1$$

Il faut donc déterminer d et d_1 comme on le verra plus loin.

La théorie du calage des moyeux permet de déterminer D et D_1 , plus rationnellement. On connaît la pression de calage Q , le coefficient de frottement $f = 0,20 \text{ à } 0,25$.

$$Q = \pi \cdot d \cdot l \cdot f \cdot p$$

d'où

$$p = \frac{Q}{\pi \cdot d \cdot l \cdot f}$$

ensuite

$$p \cdot d \cdot l = 2R \cdot e$$

donc

$$\frac{Q}{\pi \cdot l \cdot f} = 2 \cdot R \cdot e$$

d'où

$$e = \frac{Q}{2R \cdot \pi \cdot l \cdot f}$$

l est connu par la relation empirique

$$l = 1,2 \cdot d$$

ce qui permet de calculer e , quand on connaît la pression de calage Q . Il faut compter pour avoir Q , sur la formule.

$$Q = 500000 \times d \quad d \text{ est exprimé en mètres.}$$

Le corps de la manivelle dont la section est rectangulaire ou en diffère peu, se calcule comme les bras des engrenages.

Le moment Pp de la force appliquée à la manivelle prend une valeur maximale que l'on détermine suivant les conditions de travail transmises comme nous l'avons vu pour le calcul des arbres sur lesquelles sont calées les manivelles.

Ayant la valeur de ce moment, et la longueur p de la manivelle, on en conclut:

$$P = \frac{M_{ov.}}{p}$$

appliquée au maneton.

Or pour une section quelconque zz située à une distance x du maneton, on a:

$$\frac{I}{v} = \frac{\mu}{R}$$

ou bien

$$\frac{a \cdot b^3}{6} = \frac{P \cdot x}{R}$$

Il faut une seconde relation, puisqu'il y a deux valeurs a et b à déterminer, soit

$$b = m \cdot a$$

$$m = 2 \text{ environ}$$

donc

$$\frac{m^3 \cdot a^3}{6} = \frac{P \cdot x}{R}$$

d'où

$$a^3 = \frac{6P}{m^2 R} \cdot x$$

les valeurs de a et de b varient comme les ordonnées de paraboles du 3^e degré.

$$\frac{b^3}{6m} = \frac{P}{R} \cdot x$$

d'où

$$b^3 = \frac{6 \cdot P \cdot m}{R} \cdot x$$

On ne donne pas rigoureusement ces profils qui sont presque rectilignes. On calcule a , et b , correspondant à $x = p$ ce qui donne

$$a_1^3 = \frac{6Pp}{m^2 \cdot R}$$

On conserve cette valeur a , sur toute la longueur, et on donne en élévation le profil résultant de l'équation

$$\frac{a \cdot b^2}{6} = \frac{P}{R} \cdot x$$

en faisant varier x en b .

82. Mamelon. — Ses dimensions doivent être l et d , on fait

$$l = (1 \text{ à } 1,3) d$$

Il faut satisfaire à la condition de graissage

$$p \cdot l \cdot d = P = p \cdot 1,2 \cdot d^2$$

on a vu que p peut atteindre 60^k par cm^2 , on prend 50^k dans le calcul.

$$d^2 = \frac{P}{50 \times 1,2} = \frac{P}{60}$$

On a ainsi d en centimètres, et par suite l . On doit vérifier si la résistance à la flexion est suffisante, et on a vu qu'il faut pour cela calculer

$$R = \frac{5 \cdot l \cdot P \cdot l}{d^3}$$

R ne doit pas dépasser 5×10^6

Enfin, il faut vérifier si la manivelle ne sera pas tordue dans sa section minima. $P \cdot p'$ est le moment de torsion par rapport à cette section dont les dimensions sont a et b .

On a vu que dans un corps tordu

$$\frac{I_0}{\tau} = \frac{Pp'}{F}$$

d'où

$$F = P \cdot p' \cdot \frac{\tau}{I_0}$$

or

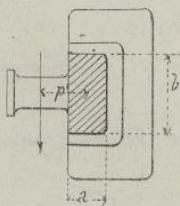
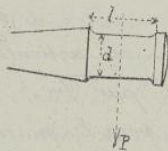
$$\tau = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2}, \quad I_0 = \frac{a \cdot b}{12} (a^2 + b^2)$$

d'où

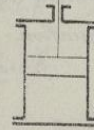
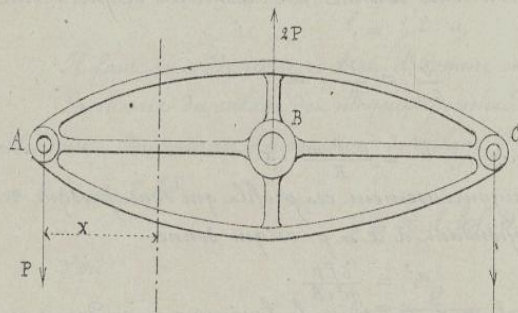
$$F = P \cdot p' \cdot \frac{6 \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{a \cdot b (a^2 + b^2)} = \frac{6 \cdot P \cdot p'}{a \cdot b \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}$$

F ne doit pas dépasser $3 \text{ ou } 4^k \times 10^6$

83. Balanciers. — Les balanciers sont des organes employés dans les machines à vapeur, les pompes, les sondages, etc. Le plus souvent, ils sont symétriques par rapport à leur axe de suspension.



Soit ABC un balancier de longueur $AC = l$; l'effort P appliqué en C se



transmet en A , et la réaction des deux parties du milieu est $2P$, chacun d'eux supporte P .

Les mannetons assemblés en A et C sont doubles, et l'assemblage de la bielle et de la tête de la tige du piston se fait à fourche. On établit ainsi

aisément une surface de frottement suffisante dans ces articulations. La pression mutuelle peut s'élever jusqu'à 50 ou 60^{kg} par cm^2 .

On construit les balanciers en fer ou en fonte pour les machines de plus de 100 chevaux, on doit toujours préférer le fer.

On leur donne un excès de résistance, et à ces effets, on néglige les nervures dans le calcul des balanciers en fonte.

Soient une abscisse x , correspondant à une largeur y et à une épaisseur e , on a toujours

$$\frac{I}{v} = \frac{P}{R} \cdot x$$

ou bien

$$\frac{e y^2}{6} = \frac{P}{R} \cdot x \quad (\alpha)$$

pour $x = \frac{l}{2}$, on fait $y = \frac{l}{6}$, ce qui donne :

$$\frac{e l^2}{6 \cdot 36} = \frac{P}{R} \cdot \frac{l}{2}$$

d'où

$$e = \frac{108 \cdot P}{l \cdot R}$$

cette valeur est conservée constante sur toute la longueur, de sorte que mise dans (α) , elle donne :

$$\frac{108 \cdot P}{l \cdot R} \cdot \frac{y^2}{6} = \frac{P}{R} \cdot x$$

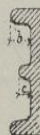
d'où

$$y^2 = \frac{l}{36} \cdot x$$

Les nervures ont l'épaisseur e , leurs saillies sont :

$$b = (3 \text{ à } 4) \cdot e$$

$$c = (2 \text{ à } 3) \cdot e$$



84. Balanciers en tôle. — Ils sont construits en section I , chaque plate-bande est composée de plusieurs tôles ; elles sont reliées par une lame verticale.

Si l'on considère une section située à la distance x du manneton, on aura :

$$\frac{I}{v} = \frac{P}{R} \cdot x$$

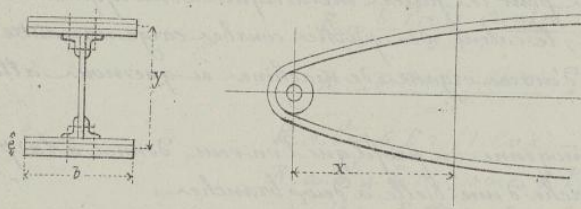
On peut écrire ici :

$$I = 2 \cdot b \cdot e \cdot \frac{y^2}{4}$$

$$v = \frac{y}{2}$$

car e est faible

par rapport à y , on suppose toutes les parties de la semelle à la distance $\frac{y}{2}$ de l'axe du balancier, on ne tient pas compte de l'âme dans le calcul, on ne considère que



les deux semelles.

On a donc :

$$\frac{I}{v} = \frac{2 \cdot b \cdot e \cdot y^2 \cdot 2}{4 \cdot y} = b \cdot e \cdot y = \frac{P}{R} \cdot x \quad (\alpha)$$

Comme il y a trois quantités dans l'équation, il faut deux autres conditions. On prend au milieu.

$$x = \frac{l}{2} \quad y = \frac{l}{6} \quad b = \frac{l}{12}$$

ce qui donne :

$$\frac{l}{12} \cdot e \cdot \frac{l}{6} = \frac{P}{R} \cdot \frac{l}{2}$$

d'où

$$e = \frac{36 \cdot P}{R \cdot l}$$

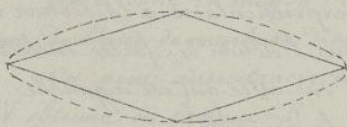
Si l'on conserve e constant, et b aussi, la formule (α) devient :

$$\frac{x}{12} \cdot \frac{36 \cdot P}{R \cdot l} \cdot y = \frac{P}{R} \cdot x$$

d'où

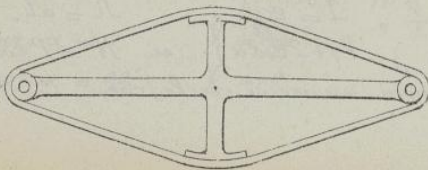
$$y = \frac{x}{3}$$

On en conclut donc que le profil serait une ligne droite passant par l'axe du manneton, ce qui donne un balancier losange.



On trouve la forme parabolique ou elliptique plus élégante et comme elle est plus solide, il n'y a pas d'inconvénient à l'employer.

Dans la forme losange, on a fait des balanciers américains ; ils sont évidés et composés de barres de fer assemblées sur une pièce en forme de croix qui a été faite



$$z = m G \sin \alpha$$

$$m G = G C \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = r \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

donc

$$z = r \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \alpha = r \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \cdot 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = r \cdot 2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$z = r (1 - \cos \alpha)$$

puisque

$$\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad \text{d'où} \quad 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} = 1 - \cos \alpha$$

Substituant ces valeurs, il vient

$$R = \frac{b \cdot P \cdot r (1 - \cos \alpha) \cdot 12}{2 \cdot a \cdot b^3} - \frac{P \cos \alpha}{a \cdot b}$$

$$R = \frac{6 \cdot P \cdot r (1 - \cos \alpha)}{a \cdot b^2} - \frac{P \cos \alpha \cdot b}{a \cdot b^2}$$

$$R \cdot a \cdot b^2 = 6 \cdot P \cdot r \cdot (1 - \cos \alpha) - P \cos \alpha \cdot b$$

$$R \cdot a \cdot b^2 + P \cdot b \cdot \cos \alpha - 6 \cdot P \cdot r \cdot (1 - \cos \alpha) = 0$$

$$b^2 + \frac{P \cos \alpha}{R \cdot a} \cdot b - \frac{6 \cdot P \cdot r \cdot (1 - \cos \alpha)}{R \cdot a} = 0$$

$$b = -\frac{P \cos \alpha}{2 \cdot R \cdot a} \pm \sqrt{\left(\frac{P \cos \alpha}{2 \cdot R \cdot a}\right)^2 + \frac{6 \cdot P \cdot r}{R \cdot a} (1 - \cos \alpha)}$$

$$b = \frac{P}{R \cdot a} \left[-\frac{\cos \alpha}{2} \pm \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{4} + \frac{R \cdot a}{P} \cdot 6 \cdot r (1 - \cos \alpha)} \right]$$

Le signe + devant le radical ne convient pas à la question, puisque si l'on suppose $\alpha = 0$, l'on a :

$$b = \frac{P}{R \cdot a} \left(-\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + 0} \right) = \frac{P}{R \cdot a} \left(-\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right)$$

avec le signe -, on a :

$$b = -\frac{P}{R \cdot a}$$

avec le signe +, on a :

$$b = 0$$

cette dernière valeur est impossible.

Pour $\alpha = 90^\circ$, on a :

$$b = \frac{P}{R \cdot a} \left(0 \pm \sqrt{0 + \frac{6 \cdot a \cdot R \cdot r}{P}} \right) = \sqrt{6 \cdot \frac{P}{R \cdot a} \cdot r}$$

d'où

$$\frac{a \cdot b^2}{6} = \frac{P \cdot r}{R}$$

On a donc le moyen de calculer la valeur de b correspondant à chaque point de l'axe de courbure déterminé par un angle α .

On peut aussi tracer la ligne des fibres neutres en calculant la valeur de V obtenue en faisant $R = 0$.

$$V = \frac{I \cdot N}{A \cdot \mu} = \frac{a \cdot b^3 \cdot P \cdot \cos \alpha}{12 \cdot a \cdot b \cdot P \cdot r (1 - \cos \alpha)}$$

$$V = \frac{b^2}{12 \cdot r} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

pour $\alpha = 0 \quad V = \infty$

pour $\alpha = 90^\circ \quad V = 0$

Si on cherche l'angle pour lequel $V = \frac{b}{2}$, on a :

$$\frac{b}{2} = \frac{b^2}{12.r} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

$$1 = \frac{b}{6.r} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad \text{d'où } 6r - 6r \cdot \cos \alpha = b \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{6.r}{6.r + b}$$

Remarquons que $6.r$ diffère peu de $6r + b$, de sorte que la courbe de V passe près de α , en K ; il n'y a donc pas de fibres tendues dans la portion αK .

On aura des éléments suffisants pour tracer la fourche de la bielle, en calculant deux ou trois valeurs de b ; ainsi l'application de cette méthode n'entraîne pas de longs calculs.

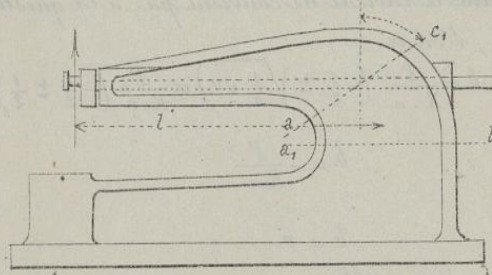
Si l'axe de figure de la fourche n'est pas un arc de cercle, on tracera une épure de grandeur d'exécution sur laquelle on mesurera les valeurs α et z , ce qui permettra d'exprimer N et p .

86. Bâti des Machines. — Ils sont généralement soumis à des efforts dont la direction est extérieure à certains de leurs parties.

Soit, par exemple, une machine à poinçonner.

La réaction de la matière agissant suivant l'axe du poinçon tend à ouvrir le bâti.

Supposons que la rupture tende à se produire dans le plan a, b , et soit la section dans



ce plan.

On suppose la machine dessinée, et on cherche l'épaisseur e . On aura à appliquer comme ci-dessus

$$R = \frac{v \cdot P}{I} + \frac{N}{\Omega}$$

On peut négliger la nervure du milieu, car le bâti devra avoir un grand excès de solidité.

On aura donc

$$I = 2.a.e \cdot \frac{b^2}{4} = \frac{a.e.b^2}{2}, \quad \Omega = 2.a.e, \quad v = \frac{b}{2}$$

Donc

$$R = \frac{v \cdot P \cdot l \cdot 2}{2.a.e \cdot \frac{b^2}{2}} + \frac{P}{2.a.e}$$

d'où

$$2.a.e.b.R = 2.P.l + P.b$$

$$e = \frac{P(2.l+b)}{2a.e.b.R}$$

cette valeur de e ainsi calculée sera applicable à tous les points de la section.

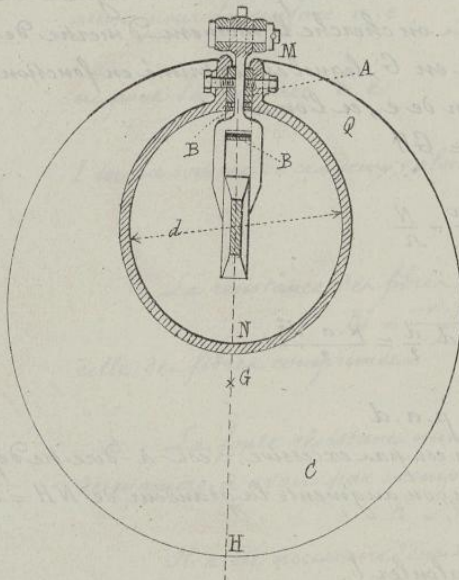
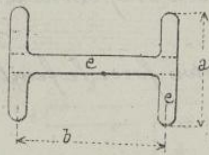
Il est évident d'ailleurs que l'on fera un calcul plus exact en calculant les valeurs de I et N correspondant à l'usage simultané des 3 valeurs a, b, e , la 3^e e ayant été déterminée par le calcul précédent comme première approximation.

Pour une section oblique telle que celle suivant ac , il faudrait suivre une méthode analogue à celle donnée pour la fourche de la bielle, et chercher une première approximation de e ci-dessus.

Enfin, on peut prendre b pour inconnue en se donnant a et e .
On aurait alors: $v = \frac{b}{2}$, $I = \frac{e.b^3}{12} + \frac{a.e.b^2}{2}$, $N = e.b + 2a.e$

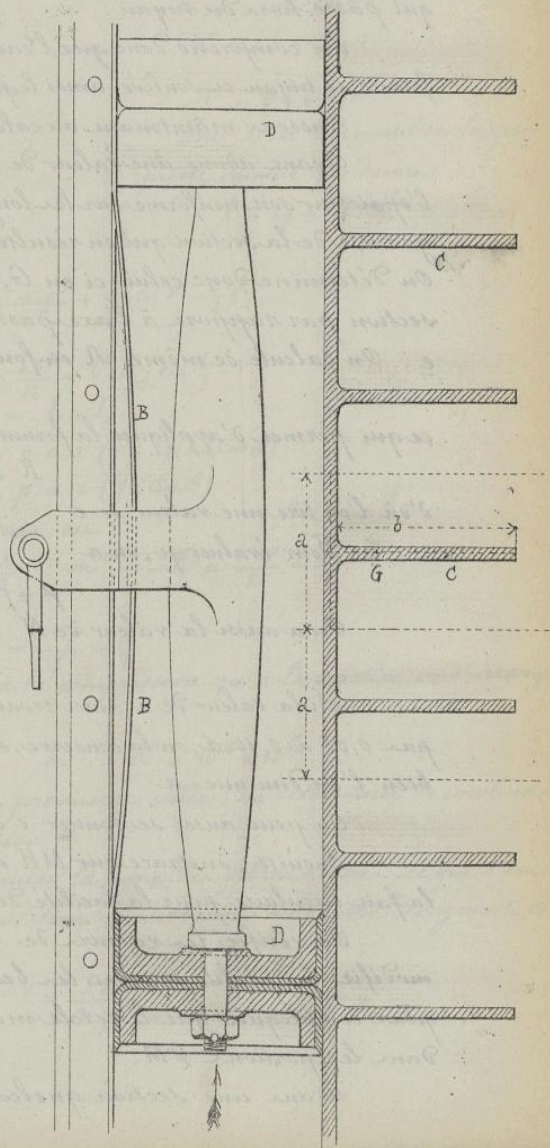
Ensuite,

on applique
la formule
et on trouve
les valeurs
de b .



87. Calcul d'un tigeau fendu pour monte-charge hydraulique.

Cet appareil consiste,



en principe, en un tuyau cylindrique dans lequel se trouve un piston auquel est suspendue la charge à soulever; sous ce piston on envoie de l'eau sous pression, qui le fait monter. La disposition mécanique représentée ci-contre a pour but de montrer comment on est parvenu à attacher la charge au piston.

Le tuyau est fendu longitudinalement tout du long, et les deux extrémités sont munies de bandes de caoutchouc A pour faire le joint. Un fer feuillard B s'applique sur toute la longueur de la fente.

Dans ce tuyau armé de nervures C se trouve l'ensemble de 2 pistons D reliés par une tige. Cette tige porte en son milieu un bras horizontal qui traverse la fente; une ouverture pratiquée dans ce bras force le fer feuillard à s'écarter du tuyau entre les deux pistons; La charge est suspendue à ce bras qui passe hors du tuyau.

On comprend donc que l'eau injectée sous le piston force le feuillard à fermer le tuyau et soulever ainsi le piston.

Passons maintenant au calcul d'un tel tuyau.

Ayant admis une valeur de b pour saillie de la nervure, comme on veut que l'épaisseur soit uniforme sur les longueurs a et b , on voit que le centre de gravité de la section qui en résultera sera le même que celui des lignes a et b . On détermine donc celui-ci en G, puis on cherche le moment d'inertie de la section par rapport à l'axe passant en G, lequel est exprimé en fonction de e . On calcule de même N en fonction de e , et l'on a:

$$v = GH$$

ce qui permet d'appliquer la formule

$$R = \frac{v\mu}{I} - \frac{N}{\Omega}$$

d'où l'on tire une valeur de e

Pour évaluer μ , on a

$$\mu = p \cdot a \cdot d \cdot \frac{d}{2} = \frac{p \cdot a \cdot d^2}{2}$$

On a aussi la valeur de N

$$N = p \cdot a \cdot d$$

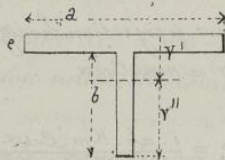
Si la valeur de e ainsi trouvée n'est pas excessive, c'est-à-dire ne dépasse pas 0,08 à 0,10. d , on la conserve, sinon, on augmente la grandeur de $NH = b$, ou bien l'on diminue a .

On peut aussi se donner e et calculer b .

Ensuite, on trace sur MH un cercle représentant la bride excentrée, et on la fait circulaire pour la facilité de la fabrication.

On vérifie les valeurs de R et R'' pour différentes sections, et on modifie le profil suivant les besoins; on a été amené ainsi à une forme plus compliquée que le cercle mais qui en diffère très peu, et seulement dans les portions LM.

Dans une section quelconque, faisant un angle β avec le diamètre


$$I = I_g + \Omega \cdot d^2$$
$$V = \frac{IN}{\Omega \cdot \mu}$$

Cette ligne étant déterminée, on remarque que la résistance R' étant uniforme partout, l'allongement des fibres par unité de longueur sera uniformément

$$i = \frac{R'}{E}$$

quantité déterminée, de sorte que si on suppose un petit mouvement, un arc élémentaire ab devenant ac , on aura :

$$\frac{bc}{ab} = i \quad \text{d'où} \quad bc = i \cdot ab$$

On peut supposer que le petit arc bc est produit par une rotation infiniment petite θ du rayon Kb , normal à bc , autour du point K pris sur l'axe neutre, de sorte que

$$bc = \theta \cdot Kb$$

en même temps le point m vient en n , et

$$mn = \theta \cdot Km$$

Enfin mn a pour projection horizontale

$$mp = mn \cdot \cos \alpha$$

d'où

$$mp = \frac{i \cdot ab \cdot Km \cdot \cos \alpha}{Kb}$$

et l'ouverture totale sera

$$2 \cdot \sum mp = 2 \cdot i \cdot \sum \frac{ab \cdot Hm}{Kb}$$

En divisant la demi-circonférence intérieure du tuyau en n parties égales entre-elles, telles que ab , on aura :

$$2 \cdot i \cdot \frac{ab}{Kb} \sum Hm$$

L'épure donnant des valeurs de Hm et Kb , on calculera les valeurs $\frac{Hm}{Kb}$ d'où $\sum \frac{Hm}{Kb}$ étant calculé en ayant pour valeur S , l'ouverture totale du tuyau sera :

$$2 \cdot ab \cdot \frac{R'}{E} \cdot S$$

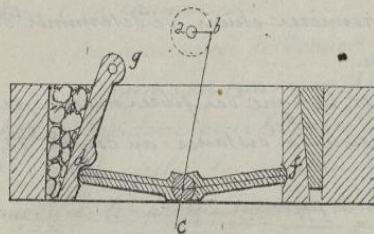
Cette formule donne des résultats qui sont exacts. Dans le cas donné par elle avait indiqué une ouverture de 0^m 00127.

Il y a des circonstances où le frottement a une influence dont il faut tenir compte dans le calcul des sections des pièces de machines, pour leur donner les dimensions réellement nécessaires.

Machine à casser les minerais.

Nous trouvons dans cette machine un exemple de ce que nous venons de dire, nous y trouvons un tourillon qui exerce un grand frottement sur les bielles, qui oscillent autour de lui.

Dans cette machine une petite



$$\mu = p \left(r + \frac{l}{2} \right) (1 - \cos \beta) r + f \cdot p \cdot \left(r + \frac{l}{2} \right) r \cdot \sin \beta - f \cdot p \cdot \text{arc} \beta \cdot r \cdot r$$

$$= p \cdot r \left[\left(r + \frac{l}{2} \right) (1 - \cos \beta) + f \left(r + \frac{l}{2} \right) \cdot \sin \beta - f \cdot r \cdot \text{arc} \beta \right]$$

de même que la valeur de N , celle de μ reçoit un terme dû au frottement.

Pour terminer le calcul, il suffit de déterminer toutes les valeurs numériques, en l'on obtient R' et R'' en les faisant entrer dans l'équation originelle

$$R = \frac{r \cdot \mu}{I} - \frac{N}{\Omega}$$

En faisant une application numérique, nous pourrions nous rendre compte de l'influence du frottement sur la tension et la compression auxquelles le métal est soumis.

Soient donc les données :

$$P = 750000$$

$$l = 300 \text{ mm}$$

$$b = 50 \text{ mm}$$

$$\text{Corde } ab = 75 \text{ mm}$$

$$r = 40 \text{ mm}$$

$$f = 0,20 \text{ vu le mauvais graissage.}$$

$$\beta = 30^\circ$$

$$\cos \beta = 0,866$$

$$\sin \beta = 0,50$$

$$\text{arc} \beta = 0,524$$

On aura :

$$\Omega = 300 \times 50 = 15000$$

$$I = \frac{300 \times 50^3}{12} = 3125000$$

$$N = 10000 \times 40 (1 - 0,866) = 400000 \times 0,134 = 53600 \text{ sans frottement}$$

Ajoutons le terme dû au frottement, nous aurons

$$N = 400000 \times 0,134 = 53600$$

$$+ 400000 \times 0,2 \times 0,5 = 40000$$

$$N = 93600 \text{ avec le frottement}$$

$$\mu = 400000 [(40 + 25) \times 0,134] + = 348400 \text{ sans frottement}$$

$$+ 400000 \times 0,2 [65 \times 0,5 - 40 \times 0,524] =$$

$$= 80000 [32,5 - 20,96] = 80000 \times 11,5 = \frac{920000}{4404000} \text{ avec le frottement.}$$

Sans frottement, nous avons :

$$R' = \frac{-25 \times 3484000}{3125000} - \frac{53600}{1500}$$

$$= -27,875 - 3,575 = -31,450 \text{ pour l'extension, la rupture est imminente.}$$

$$R'' = +27,875 - 3,575 = 24,300 \text{ pour la compression.}$$

En tenant compte du frottement, on a :

$$R' = \frac{-25 \times 4404000}{3125000} - \frac{93600}{15000}$$

$$= -35,232 - 6,240 = -41^k, 472 \text{ rupture certaine}$$

$$R'' = 35,232 - 6,240 = 28^k, 992.$$

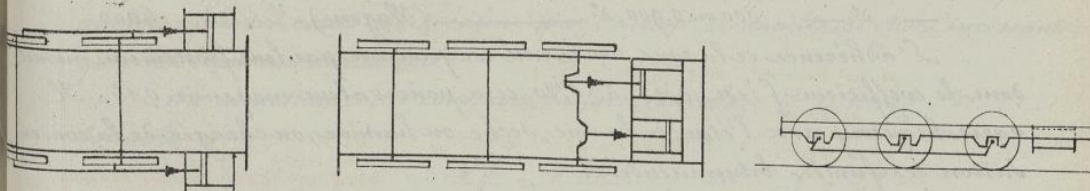
Il est arrivé en effet que la pièce a été brisée après quelque temps de travail, et, c'est en calculant ses conditions d'établissement, qu'on a été amené à voir que l'influence du frottement avait rendu la rupture inévitable, quoiqu'elle ne fût qu'imminente, d'après le calcul qui n'en tient pas compte, la pièce rompue étant en fer.

89. Matériel de chemins de fer. — Avant de quitter le sujet de la flexion dans ses applications au calcul des pièces de machines, nous allons examiner les conditions d'établissement de quelques organes du matériel de chemins de fer pour lesquels il y a quelques renseignements spéciaux à ajouter à tout ce qui a été dit jusqu'ici dans ce cours.

90. Essieux. — De tous les organes du matériel, les essieux sont les plus importants, sous le rapport de la fonction qu'ils remplissent et sous celui de la sécurité de l'exploitation. Les dimensions qu'on leur donne actuellement ont été déterminées par la pratique, et il est intéressant d'examiner quels coefficients il eût été convenable d'introduire dans le calcul de leurs dimensions pour déterminer celles qui ont été reconnues nécessaires dans la pratique. Voyons d'abord les essieux de locomotives.

Ces essieux sont de deux sortes : les essieux condier et les essieux droits, suivant que les machines ont leurs cylindres intérieurs au chassis ou extérieurs.

91. Essieux condier. — Ils n'ont pas de manivelle, c'est le conde qui en fait fonction ; les deux condier sont à angle droit l'un sur l'autre. On doit les



fabriquer par flexion ; et non plus comme autrefois en découpant les condier dans une masse de fer forgé sur le corps de l'essieu.

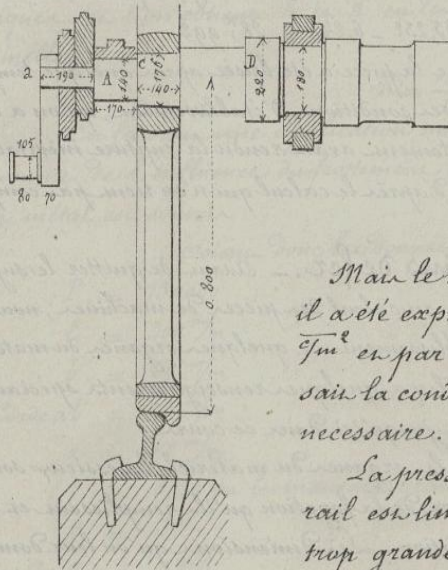
Le tourillon A se calcule comme celui des arbres par la condition que la pression mutuelle n'y dépasse pas 15^k par cm^2 . Ainsi dans la machine à laquelle ces essieux sont empruntés, le poids qui pourrait être appliqué sur chaque tourillon serait

$$15 \times 17 \times 14 = 3570.$$

et comme il y a 3 essieux, en, par conséquent 6 tourillons la machine
peut peser

$$3570 \times 6 = 21420$$

C'est en effet 20 à 22 tonnes que présentent ces machines, on en fait maintenant de plus lourdes, il y faut de plus gros tourillons.



Mais le travail de frottement calculé comme il a été expliqué ne doit pas dépasser $1 \frac{kg}{m^2}$ par $7m^2$ en par seconde, ce qui donne comme on le sait la condition de minimum de longueur nécessaire.

La pression mutuelle entre la roue et le rail est limitée par la nécessité d'éviter une trop grande flexion du rail sous la charge, ce à quoi on remédie en partie en multipliant et rapprochant les points d'appui de ce dernier, mais surtout par la condition de n'écraser ni le bandage ni le rail au point de contact. On satisfait à cette condition en limitant la charge par roue aux chiffres suivants :

Roues de 2^m, 300 de diamètre (Crampton en voyageurs) 7000^{kg}

— 2^e — 1, 600 — 2^e — (Moxter) 6000

— 2^e — 1, 200 — 2^e — (Marchandiser) 5000

— 2^e — 1, 000 ou 0,900, 2^e — (Wagon) 4000

L'adhérence de la roue sur le rail est produite par leur frottement mutuel dont le coefficient f est 0,12 à 0,20, et a pour valeur moyenne 0,16. Il varie beaucoup avec l'état de la voie, sèche ou humide, ou chargée de la condensation des fumées bitumineuses.

Si donc sur une roue de 1^m 600 de diamètre, il y a une charge de 6000^{kg}, le plus grand effort tangentiel auquel cette roue sera soumise est de $6000 \times 0,2 = 1200 \frac{kg}{m}$, dont le moment est :

$$P.p = 1200 \times 0,8 = 960$$

Ce moment est transporté par la bielle d'accouplement sur la manivelle de la 2^e roue motrice, et de là sur celle de la 1^{re}, le moment de la 2^e roue s'y ajoute, de sorte que le moment de torsion auquel l'essieu moteur est soumis égale

$$2 \times 960 = 1920$$

dans sa portion ac, en devient

$$3 \times 960 = 2880$$

dans sa portion c D.

Si donc on cherche la valeur de la résistance à la torsion dans cette partie, par exemple, on trouve

$$F = \frac{5,1}{d^3} \cdot P \cdot p \cdot \frac{5,1}{17,6} \times 2880 = 2^{\text{e}}, 50$$

Il ne faut donc pas dépasser ce faible coefficient dans le calcul du diamètre en ce point.

Par l'action des chocs et des vibrations qui en résultent, les essieux s'altèrent en service. Après un parcours de 100 à 150,000 Kilomètres, on fait subir aux essieux des essais par choc et par flexion, mais comme on ne peut pas les essayer tous, on ne fait l'essai que sur un petit nombre 2% du même lot, et si l'essai est mauvais on retire celui-ci de la circulation. Voir le cours de Chemins de fer pour de plus amples détails.

Nous avons déjà dit que le calage de la roue sur l'essieu se faisait au moyen de la presse hydraulique et que l'effort de calage est environ 500000 d. Pour le car qui nous occupe, cet effort serait donc $0,176 \times 500000 = 88000$; c'est donc le frottement total de la roue sur son essieu; son moment est:

$$88000 \times 0,088 = 7744$$

Or, on a vu que le moment du frottement sur le rail est:

$$960$$

le moment de calage est donc:

$$\frac{7744}{960} = 8$$

8 fois plus grand que celui du frottement sur le rail.

On ajoute encore une clarette en acier, et, malgré cela, il arrive quelquefois que des roues se décalent par l'action accumulée de chocs incessants qu'elles reçoivent sur la voie.

En admettant cette condition, la force de calage Q se tirera de la formule

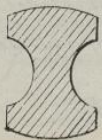
$$\frac{Qd}{2} = 8 \frac{FP.D}{2} \quad \text{ou} \quad f = 0,2$$

d'où

$$Q = 1,6 \cdot P \cdot \frac{D}{d}$$

On peut considérer l'effort de calage ainsi déterminé comme le maximum qu'il convient de prescrire.

89. Bielle. — La bielle ne peut être calculée, comme il a été dit, puisque l'effort transmis par elle est limité; montant en descendant à chaque oscillation, elle tend à fléchir sous l'action de la force accélératrice appliquée à chaque extrémité, force qui est égale à la demi-force centrifuge correspondant au

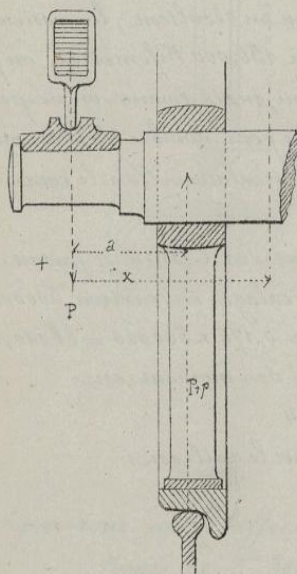


poids de la bielle et à sa vitesse de rotation.

On a proposé de les évider latéralement pour diminuer leur poids et augmenter leur moment d'inertie. Cela est peu pratique.

20. Essieux des wagons. — Il importe de déterminer leurs dimensions exactement sans excès de matière qui serait coûteuse à cause de leur grand nombre, et sans défaut de matière également, car il faut, avant tout, de la sécurité.

Le ressort est assemblé dans un châssis dont la tige agit sur le coussinet logé dans les boîtes à graisse. On l'applique de manière que la pression P agisse au milieu de la longueur de la fusée. La réaction du rail fait équilibre à $P + p$ poids de la zone, et la réaction du moyen sur l'essieu est $-P$.



Pour une section située à la distance x du poids P , on a :

$$\frac{I}{v} = \frac{\mu}{R}$$

$$I = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad \text{et} \quad \mu = P \cdot x - P(x-a) = P \cdot a$$

d'où

$$\frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{P \cdot a}{R}$$

Ce qui montre que d doit être constant. Mais on l'augmente dans le calage, et raccorde cette portion renflée avec le surplus par une portion conique.

Dans les diverses Compagnies de Chemins de fer, on a des dimensions de fusées qui ne sont pas exactement les mêmes, ce qui tient à ce que le poids des véhicules sont eux-mêmes variables.

Maintenant, on fait des wagons qui reçoivent au moins dix tonnes de chargement, ce qui avec le poids de la caisse porte la charge totale sur la fusée à 14000, de sorte que la pression mutuelle entre la fusée et le coussinet est :

$$\frac{\frac{1}{4} \cdot 14000}{20 \times 8,5} = 20,5 \text{ par } \text{cm}^2$$

la longueur de la fusée étant 200 mm, et son diamètre 85 mm. Il y a 4 roues au wagon.

Les boîtes à graisse contiennent un réservoir supérieur où est de la graisse solide, et il faut y mettre un réservoir inférieur d'huile. Cette huile est élevée à la fusée par divers moyens dont le meilleur est une mèche de coton, qui élève l'huile par capillarité.

C'est grâce à ces deux précautions qu'on peut porter la pression

mutuelle à $20^{\text{kg}},5$ par cm^2

Tableau des dimensions pour Essieux en roues de Wagons

	Essieux légers	Essieux forts
Diamètre au calage	0,110	0,120
— d° — milieu	0,090	0,100
— d° — de la fusée	0,060	0,080
Longueur de la fusée	0,120	0,180
— d° — totale de l'essieu	1,990	2,100
Ecartement des roues	1,380	1,370
Largeur de la roue	0,140	0,150
Poids des essieux (sans roues)	130 ^{kg}	160 ^{kg}

La pression P étant appliquée au milieu de la longueur, on a pour la résistance

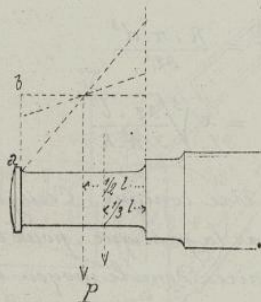
$$\frac{P \cdot l}{2 \cdot R} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

d'où

$$d^3 = \frac{32 \cdot P \cdot l}{2 \pi \cdot R} = \frac{16 \cdot P \cdot l}{\pi \cdot R} = 5,1 \frac{P \cdot l}{R}$$

$$R = \frac{5,1}{d^3} \cdot P \cdot l$$

la pression mutuelle est alors reportée uniformément sur la longueur de la fusée, distribution qui peut être représentée par un rectangle dans lequel $ab = p$.



On a proposé de reporter P vers l'encastrement; la distribution ou répartition de la pression est alors représentée par un trapèze, et à la limite par un triangle; alors, la valeur maximum de p est double de ab , et P est à $1/3 \cdot l$ de l'encastrement. Mais p étant devenu double, de ce qu'il était précédemment, il faudra doubler le diamètre au point d'encastrement pour satisfaire à la condition de graissage

$$p = 20^{\text{kg}},5$$

ce qui donnerait:

$$\frac{P \cdot l}{3 \cdot R'} = \frac{8 \cdot \pi \cdot d^3}{32} \quad \text{d'où} \quad R' = \frac{32 \cdot P \cdot l}{24 \cdot \pi \cdot d^3}$$

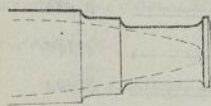
cette valeur de R' est douze fois plus petite que celle de R , il semblerait donc *a priori* que c'est une grande amélioration, mais elle est impraticable, parce qu'elle suppose que p n'est pas uniforme, d'où résulterait une grande usure vers l'encastrement qui détruirait la répartition supposée, ensuite le travail total du frottement serait augmenté.

La pression étant uniformément répartie sur la fusée, on doit rechercher

quel profil il conviendrait de lui donner. On a dans une section située à la distance x :

$$p \cdot x \cdot \frac{x}{2} = \frac{R \cdot \pi \cdot d^3}{32} \quad \text{d'où} \quad d^3 = \frac{16 \cdot p}{\pi \cdot R} \cdot x$$

ce qui détermine une sorte de profil parabolique; on doit tracer ce profil au delà de l'encastrement, et avoir soin que toutes les parties de l'essieu jusqu'au moyen inclusivement lui soient circonscrites.



Lorsque la charge n'est pas au milieu, la pression répartie p est de la forme :

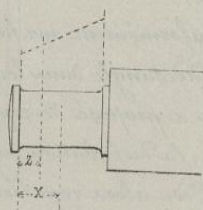
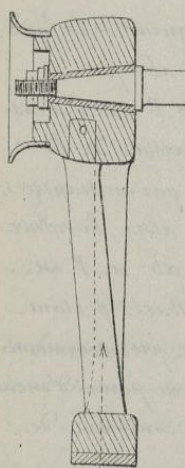
$$p = a + b \cdot z$$

donc :

$$\begin{aligned} p \cdot dz &= a \cdot dz + b \cdot z \cdot dz \\ d\mu &= z \cdot p \cdot dz = az \cdot dz + b \cdot z^2 \cdot dz \\ \mu &= \frac{a z^2}{2} + \frac{b z^3}{3} \end{aligned}$$

On a donc l'équation

$$\frac{a \cdot x^2}{2} + \frac{b \cdot x^3}{3} = \frac{R \pi \cdot d^3}{32}$$



Cette formule qui donne la valeur de d en fonction de x , donne dans le cas où $x = 0$, c'est-à-dire où $P = \frac{2}{3} \cdot l$

$$\frac{b x^3}{3} = \frac{R \cdot \pi \cdot d^3}{32}$$

d'où

$$d = x \sqrt[3]{\frac{32 \cdot b}{3 \pi \cdot R}}$$

Le profil de la fusée devrait donc être conique. Ceci justifie l'emploi de cette forme, trouvée par la pratique, pour les fusées des essieux de roues ordinaires dont le moyen est plus long à l'extérieur qu'à l'intérieur, ce qui fait que la charge n'agit pas au milieu de la longueur de la fusée.

91. Étude d'une Grue à vapeur pouvant soulever des fardeaux de dix tonnes.

On suppose qu'elle reçoit l'action d'une seule machine à vapeur faisant 120 tours par minute, travaillant à la détente $\frac{1}{5}$.

La vitesse d'ascension du fardeau étant 0^m 10 par 1", et les travaux de

frottements 50 % du travail principal, la puissance de la machine en chevaux est :

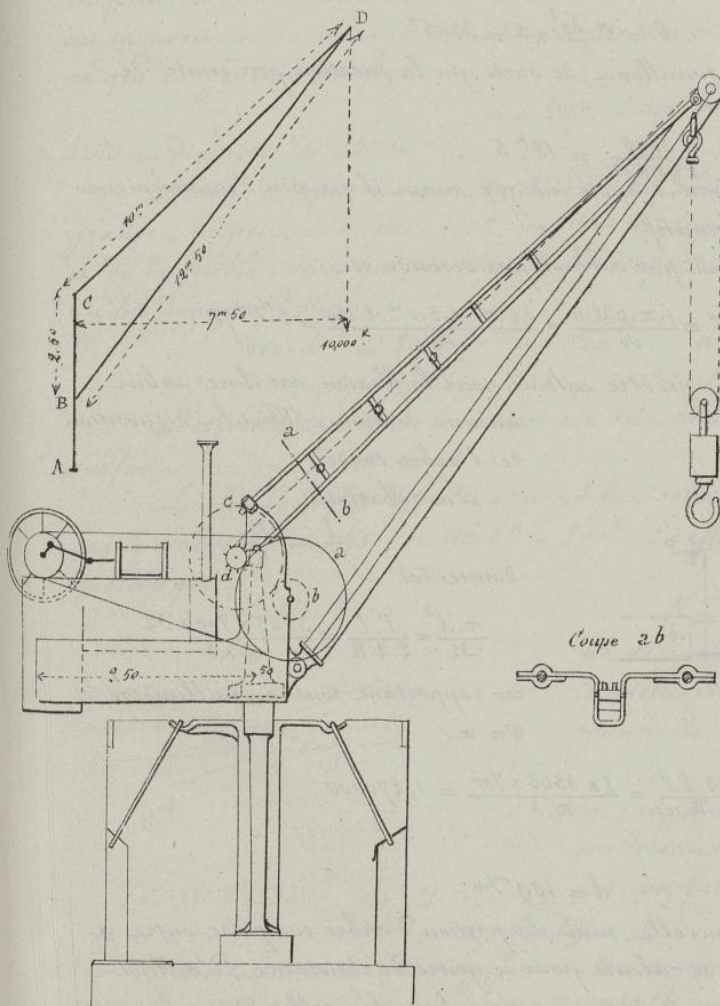
$$C = \frac{10000 \times 0,10 \times 1,5}{75} = 20 \text{ chevaux}$$

Nota. — La même machine faisant 120 tours, élève les fardeaux de 5 tonnes à la vitesse de 0,20 par 1", ce qui s'obtient en dégonflant la chaîne.

Le diamètre des tourillons de l'arbre conduit pour résister à la torsion est :

$$d^3 = \frac{b}{F} \cdot \frac{C}{n}$$

pour $m = 5$ $b = 8750$, $F = 3^k$, $C = 20$, $n = 120$



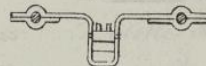
Roue a = 1^m 500

b = 0,250

c = 1^m 500

d = 0,140

Coupe a b



On a donc en substituant les chiffres

$$d^3 = \frac{8750}{3} \times \frac{20}{120} = 486$$

$$d = 7,8 = 78 \text{ mm} \text{ Soit } 80$$

On prend l longueur des tourillons

$$l = 1,5 \cdot d = 120 \text{ mm}$$

Par des calculs spéciaux, on a déterminé le diamètre

$$d = 300 \text{ mm}$$

la course

$$c = 480 \text{ mm}$$

La pression sur le piston, pression effective, est de 5^k par cm^2 , ce qui fait une pression totale

$$P = \frac{\pi \cdot 30^2}{4} \times 5 = 3545^k$$

elle se répartit sur les deux tourillons, de sorte que la pression par unité de surface y est de

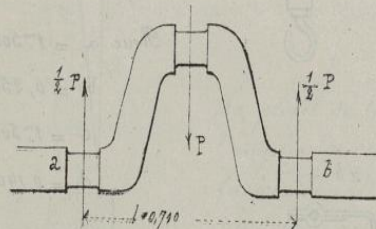
$$\frac{3545}{2 \times 8 \times 12} = 18,5^k$$

C'est un peu plus qu'il n'a été indiqué, mais il y a peu d'inconvénient à cause du mouvement alternatif

Le travail de frottement par cm^2 en par seconde est

$$\text{cf} = \frac{f \cdot \pi \cdot p \cdot d \cdot n}{60} = \frac{0,06 \cdot \pi \cdot 18,5 \cdot 0,08 \cdot 120}{60} = 1^{\text{kgm}}/78$$

Le tourillon du coude doit être calculé pour la flexion, car il ne subit aucune torsion. Voici la disposition de l'arbre coude.



La relation

$$\frac{I}{v} = \frac{\mu}{R}$$

donne ici

$$\frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{P \cdot l}{2 \cdot 2 \cdot R} = \frac{3545 \times 700 \times 32}{4 \times 3}$$

en rapportant tout au millimètre.

On a :

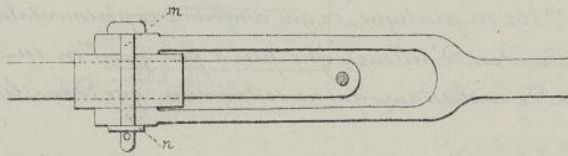
$$d^3 = \frac{32 \cdot P \cdot l}{4 \cdot R \cdot n} = \frac{8 \times 3545 \times 700}{\pi \cdot 3} = 1,270000$$

D'où l'on tire :

$$d = 109 \text{ mm}$$

Il n'y a pas de manivelle, mais la portion d'arbre comprise entre a et b , résiste à la flexion, on se calcule pour ce genre de résistance; d'ailleurs en lui donnant les dimensions nécessaires pour enlever les collets dans la masse, en raccorder les 3 tourillons, on a généralement des dimensions suffisantes. Les dimensions calculées ci-dessus pour a au point de vue de la

torsion et trouver suffisante quant au graissage, doivent être vérifiées pour la flexion, à cause du poids du volant, et de la torsion des courroies. Cette vérification amènerait probablement à augmenter les diamètres trouvés, aussi, arrive-t-il généralement que les trois tourillons sont égaux entre eux.



Le boulon d'articulation de la bielle sur le coulisseau résiste au cisaillement, mais les dimensions nécessaires pour cela sont très faibles.

Ainsi en admettant que la pression sur l'articulation s'élève à 4000, par suite de l'augmentation due au mouvement varié du piston, chaque section cisailée supporterait 2000, ce qui exige une surface

$$\omega = \frac{2000}{4} = 500 \text{ mm}^2$$

d'où un diamètre de 25 mm

Mais, il faut aussi en *m* et *n* éviter une pression mutuelle trop grande; on peut admettre 100^k par cm² à cause du mouvement alternatif et de la faible vitesse qui assurent le graissage, et préviennent l'échauffement. On lui donnera donc:

$$100 \cdot d \cdot l = 2000$$

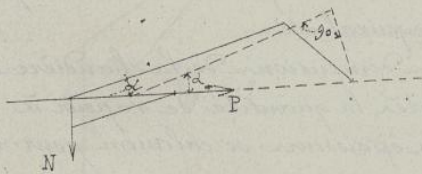
$$d = 4,5$$

$$\text{d'où } dl = 20$$

$$\text{en } l = 4,5 \text{ en centimètres.}$$

Le coulisseau dont la vitesse est très grande va présenter une grande surface.

La longueur de la bielle étant 5 fois celle de la manivelle, la pression sur le coulisseau est 1/5^e de 4000^k = 800^k. En effet, on a dans une position quelconque:



$$N = P \cdot \tan \alpha$$

Or le maximum de α a lieu quand la bielle est perpendiculaire à la manivelle, en alors

$$\tan \alpha = \frac{1}{5}$$

la pression par unité de surface du coulisseau est donc en appelant *S* cette surface

$$p = \frac{800}{5}$$

La vitesse maximum égale celle du maneton

$$v = \frac{\pi \cdot 0,48 \times 120}{60} = 3,00$$

La condition

$$fp \cdot v < 20000$$

donne donc

$$0,1 \times \frac{800}{s} \times 3 < 20000$$

d'où

$$s > \frac{80 \times 3}{20000} \quad \text{ou} \quad s > 0,012$$

de sorte que la largeur du coulisseau étant $0^m,100$, sa longueur doit être $> 0,0120$. En effet, il aurait au moins $0^m,160$ en pratique, ce qui confirme expérimentalement les indications de cette théorie. Ce n'est d'ailleurs que peu à peu que l'on est arrivé à ces grandes dimensions de coulisseaux qui ne se trouvent que dans les bonnes machines.

La tige du piston se calcule par la formule de Eiedgold, ou bien on lui donne simplement pour diamètre $\frac{1}{10}$ de celui du piston.

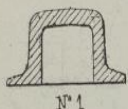
L'épaisseur du cylindre se calcule par la formule :

$$\begin{aligned} e &= 0,006 \cdot n d + 0,012 \\ &= 0,006 \cdot 5 \cdot 0,30 + 0,012 \\ &= 0,009 + 0,012 \\ &= 0,021 \end{aligned}$$

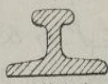
C'est l'épaisseur minimum, nécessaire après l'alésage. On peut le faire plus épais sans autre inconvénient que d'augmenter le poids de la fonte employée dans la machine, ce qui n'est pas important.

Les dimensions principales des autres organes de la machine résultent de nécessité de construction ; il en est beaucoup qui ne peuvent pas se calculer.

Les bâtis sont dans le même cas ; nous avons déjà donné le seul calcul auquel il puisse donner lieu. Les



N°1



N°2

former à leur donner doivent avoir l'aspect de la solidité en même temps qu'une solidité réelle. Ainsi il faut préférer la forme N°1 à la forme N°2, bien qu'elles soient équivalentes.

Les dimensions de la chaudière en sa construction sont déterminées d'après la quantité de vapeur à produire et celle de charbon à brûler. Les épaisseurs se calculent pour le corps cylindrique par la formule

$$e = \frac{P}{R} \cdot r$$

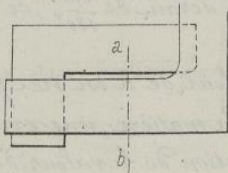
et le surplus d'après des règles de construction.

Le bâti qui porte la grue peut être calculé dans sa section ab , connaissant le poids de cette chaudière pleine d'eau, et celui de la machine qui la surmonte.

à cause des vibrations imprimées par la machine, il est bon que

R ne dépasse pas 1^k à $1^k,50$ dans ce calcul. Le surplus est déterminé par les nécessités de la position et des assemblages des axes des engrenages, et des efforts exercés sur les points d'attache.

Le pivot peut être chargé de 200^k par cm^2 ;
 le fardeau pesant $10,000^k$
 et l'ensemble de l'appareil $6,000$
 En tout $16,000$



l'on aura :

$$200 \times \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 16000$$

$$d^2 = \frac{4 \times 16000}{200 \cdot \pi} = 102$$

d'où

$$d = 11,4 = 0^m 114.$$

Le pivot ne peut d'ailleurs se calculer qu'en dernier lieu, lorsque toutes les dimensions de l'appareil étant connues, le poids qu'il aura à supporter sera déterminé.

La colonne verticale qui porte tout le poids de l'appareil est soumise à une force verticale parallèle à son axe, résultant du poids propre de l'appareil et de la charge à soulever. Il faut appliquer la formule :

$$R = \frac{r \cdot I}{I} + \frac{N}{\pi}$$

À propos de ce calcul, il faut remarquer une simplification possible, et qu'il y a lieu de faire dans ce cas et dans d'autres analogues ; nous allons déterminer comment elle peut se faire.

Soit N la résultante des poids en question, dont la position est déterminée par l'abscisse y ; si on observe que I est par définition de la forme $\Omega \cdot y^2$, on écrira :

$$R = \frac{r \cdot N \cdot \frac{3}{4}}{\Omega \cdot y^2} + \frac{N}{\pi} = \frac{N}{\pi} \left(\frac{r \cdot \frac{3}{4}}{y^2} + 1 \right)$$

En général, y^2 diffère peu de $\frac{r^2}{4}$; ainsi dans un rectangle

$$I = \frac{a \cdot b^3}{12} = ab \cdot \frac{b^2}{12} = \Omega \cdot \frac{4 \cdot r^2}{12} = \Omega \cdot \frac{r^2}{3} = \Omega \cdot y^2$$

C'est la même chose dans un carré.

Dans un cercle, l'on a :

$$I = \frac{\pi \cdot r^4}{4} = \Omega \cdot \frac{r^2}{4} = \Omega \cdot \frac{r^2}{4}$$

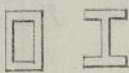
Dans les formes ci-contre, y^2 est très voisin de $\frac{r^2}{4}$

Soit donc approximativement

$$y^2 = \frac{r^2}{4}$$

l'on aura :

$$R = \frac{N}{\pi} \left(\frac{r \cdot \frac{3}{4}}{\frac{r^2}{4}} + 1 \right) = \frac{N}{\pi} \left(\frac{4 \cdot \frac{3}{4}}{r} + 1 \right)$$



On remarque que le terme qui contient z est beaucoup plus grand que 1, de sorte que si l'on néglige 1, l'erreur sera insignifiante. En effet, ici

$$z = 7^m,50 \quad v = 0,25$$

$$\text{d'où} \quad \frac{4 \cdot z}{v} = \frac{4 \cdot 7,50}{0,25} = 120$$

donc, en négligeant 1, l'erreur sur R serait de $\frac{1}{120}$, ce qui est insignifiant.

Dans un cas comme celui-ci, où la valeur de R est très faible par des raisons de prudence, en vu le prix peu élevé de la matière, une erreur de 110% n'a pas d'importance. On peut donc négliger la portion de la valeur de R qui est due à $\frac{N}{R}$, à côté de celle qui est due à μ , toutes les fois que

$$\frac{4 \cdot z}{v} > 10$$

ou, ce qui revient au même

$$\frac{8 \cdot z}{d} > 10$$

on

$$z > 1,25 \cdot d$$

On pourra donc calculer simplement

$$R = \frac{v \cdot \mu}{I}$$

toutes les fois que z sera plus grand que le diamètre de la pièce soumise à l'action d'une force parallèle à son axe.

Cette colonne qui porte la grue doit être ronde, puisque celle-ci tourne autour de son axe, les conditions de résistance se reproduisent symétriquement tout autour de son axe.

Si d est le diamètre et e l'épaisseur au point 0, on aura en ce point d'après ce qui vient d'être dit :

$$R = \frac{v \cdot \mu}{I} = \frac{d}{2} \cdot N \cdot z \cdot \frac{64}{\pi [d^4 - (d-e)^4]} = N \cdot z \cdot \frac{32 \cdot d}{\pi [d^4 - (d-e)^4]}$$

ici, $T \times 0L$ moment de la force extérieure qui agit à l'extrémité de la colonne est équivalent à $N \cdot z$. En effet, la partie OM est soumise aux forces moléculaires de la pression du bas, à la pression P' de la volée, à la réaction horizontale H du collier en fonte, et à la tension T du tirant, les moments des forces H et P' sont nuls, et il reste :

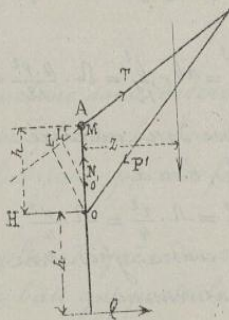
$$\mu = T \times 0L$$

Les forces T et P' étant équivalentes à N , si on prend les moments par rapport à 0, celui de P' est nul, et l'on a

$$N \cdot z = T \times 0L \quad \text{d'où} \quad T = \frac{N \cdot z}{0L}$$

donc

$$\mu = N \cdot z$$



Mais dans un autre point tel que O' , on aurait :

$$\mu = T \times O'L'$$

en remplaçant T par sa valeur

$$\mu = N \cdot z \cdot \frac{O'L'}{OL}$$

on remarque que

$$\frac{O'L'}{OL} = \frac{O'A}{OA} = \frac{x}{h}$$

on aura donc en un point quelconque

$$\mu = N \cdot z \cdot \frac{x}{h} = \frac{N \cdot z}{h} \cdot x$$

de sorte que l'on aura en un point quelconque

$$R = \frac{N \cdot z}{h} \cdot x \cdot \frac{32 \cdot d}{\pi [d^4 - (d-e)^4]}$$

Dans la partie inférieure, la colonne est soumise à deux composantes dont celle horizontale Q a pour valeur

$$Q = \frac{N \cdot z}{h}$$

de sorte qu'en un point quelconque, en x' , on a :

$$\mu = Q \cdot x' = \frac{N \cdot z}{h} \cdot x'$$

Ordinairement, on se donne le profil extérieur de la colonne, en on calcule son épaisseur e au moyen des formules ci-dessus ; il suffit de faire ce calcul pour 3 ou 4 points ; en d'ailleurs la formule se résout par rapport à e , car elle donne :

$$\frac{d^4 - (d-e)^4}{d} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{R \cdot h}{N \cdot z \cdot x} = A$$

$$d^4 - (d-e)^4 = A \cdot d$$

$$(d-e)^4 = d^4 - A \cdot d$$

$$d-e = \sqrt[4]{d^4 - A \cdot d}$$

$$e = d - \sqrt[4]{d^4 - A \cdot d}$$

$$e = d - \sqrt[4]{d^4 - \frac{\pi \cdot R \cdot h \cdot d}{32 \cdot N \cdot z \cdot x}}$$

Pour déterminer le tirant et la flèche, il faut remarquer que si l'on ne tient compte que du fardeau et des chaînes, en supposant un excédant au poids normal du fardeau, on a :

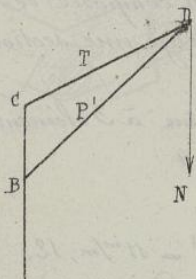
$$N : P' : T :: BC : BD : CD$$

d'où

$$T = N \cdot \frac{CD}{BC}$$

$$P' = N \cdot \frac{BD}{BC}$$

On a ici pour valeurs numériques :



$$T = 10000 \frac{10,00}{2,50} = 40000$$

$$P' = 10000 \frac{12,50}{2,50} = 50000$$

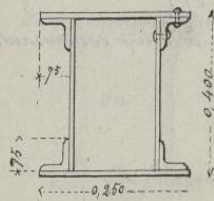
Comme il y a deux tirants, chacun d'eux supporte 20,000^k. la résistance du fer peut être de 6^k. par ^m/_m², la section est donc

$$\frac{20000}{6} = 3333$$

d'où leur diamètre

$$d = 65^{\text{mm}}$$

La flèche qui résiste à la compression est une sorte de colonne creuse en tôle ayant la section ci-contre; ses dimensions sont 0,400 x 0,250. Il faut tenir compte du rapport de la longueur à la plus petite dimension, rapport qui est:



$$\frac{12,50}{0,25} = 50$$

La charge par ^m/_m², qu'elle peut supporter, en adoptant 6^k pour une pièce courte est:

$$P = \frac{6}{1,55 + 0,0005 \times 50^2} = 2,15$$

c'est-à-dire l'épaisseur de la tôle, le développement

total est:

2 parties de 250 ^m / _m	500
2 " 400 "	800
4 Cornières de 150 "	600

1.900.

Il faut donc que

$$1900 \times e \times 2,15 = 50000$$

d'où

$$e = 12^{\text{mm}}$$

On fait quelquefois cette pièce circulaire, mais elle plus facile à construire rectangulaire, et moins sujette à fléchir sous son propre poids.

92. Chaîne. — La chaîne étant mouflée pour élever 10 tonnes, doit être calculée pour en porter 5 ou 6 seulement. Elle est composée de deux brins qui ont ainsi à supporter 2,5 à 3^{tonnes}, ce qui exige une section totale de

$$\frac{3000}{6} = 500^{\text{mm}^2}$$

D'après ce qui vient d'être dit, supposons une chaîne à 3 éléments

$$2n + 1 = 9 \quad \text{d'où} \quad n = 4$$

on aura le diamètre du boulon

$$d^2 = \frac{3000}{4 \times 6} = 125 \quad \text{en} \quad d = 11^{\text{mm}}, 12.$$

ce qui détermine toute la chaîne

$$l = 3 \times 12 = 48$$

$$L = 7,5 \times 12 = 90^{\text{mm}}$$

Ce calcul conforme à ce que nous avons dit précédemment, donne une chaîne dont les fuseaux sont trop faibles pour résister au cisaillement, c'est d'ailleurs les défauts de presque toutes ces chaînes. Nous engageons donc à suivre d'autres proportions que celles qui résultent de ces calculs, qui s'appliquent à des chaînes tirées par le bout, et non pas soulevées par leurs fuseaux.

Il faut pour résister au cisaillement quand un seul boulon porte :

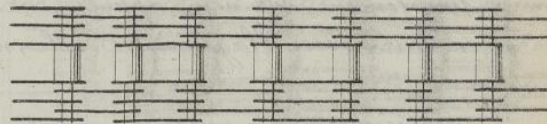
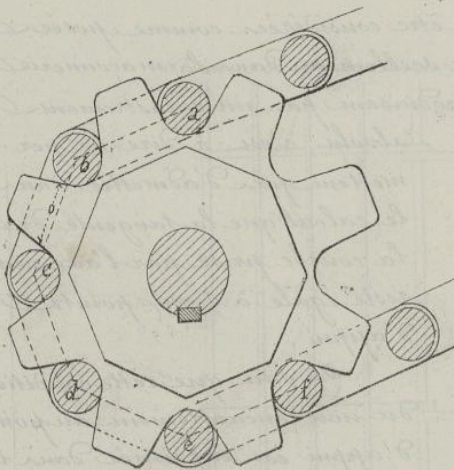
$$R \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 3000^{\text{kg}}$$

d'où

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3000}{8} = 375$$

correspondant à un diamètre de 24, la largeur l du maillon serait alors de 48^{mm}, et la longueur 102, $E = 60$, les autres dimensions étant conservées.

Il faut remarquer d'ailleurs que la disposition de la chaîne permet qu'il y ait autre chose qu'un effort tranchant, c'est-à-dire une flexion. Il faut donc vérifier la chaîne à ce point de vue.



Pour tracer le pignon Galle, on fait les polygone $abcdef$ des centres des fuseaux. Le fond des dents est circulaire d'un diamètre égal à celui des fuseaux; la face des dents est un arc de cercle dont le rayon est égal à

$$p = L - \frac{1}{2} \cdot d$$

Les côtés des dents sont garnis de deux tourteaux polygonaux disposés

pour recevoir la chaîne. Par cette disposition, on diminue la charge sur les fuseaux, en la reportant sur les maillons, ce qui améliore les conditions de résistance de la chaîne.

Nous allons maintenant étudier des questions relatives à des constructions autres que celles des machines.

Nous examinerons successivement :

Les planchers en fer et en bois,

Les charpentes,

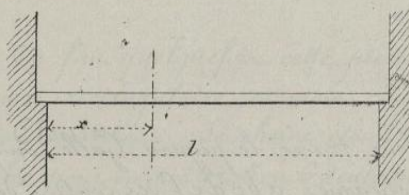
Les ponts métalliques,

Les travaux de maçonnerie, notamment les ponts et les murs de revêtement.

93. Planchers. — Les planchers en fer sont les plus importants à étudier à cause de l'usage de jour en jour plus répandu du fer dans leur construction, et à cause du prix encore élevé de cette matière. La solidité que le fer permet de réaliser pour toutes les parties, en les garantissant qu'il donne contre l'incendie, sont les motifs principaux de la préférence dont il est l'objet. Malgré les progrès de la fabrication du fer, le prix de ces planchers est encore presque double de celui des planchers en bois.

La fonte a été employée à leur construction, mais le perfectionnement du laminage, et la création des fers spéciaux d'un profil très résistant a permis de renoncer à l'emploi de la fonte.

Les pièces des planchers doivent être considérées comme posées simplement sur deux appuis, car leur scellement dans la maçonnerie et leurs assemblages entre-elles, ne produisent pas un encastrement



absolu, c'est-à-dire ne permet pas d'admettre dans le calcul que la tangente de la courbe prise par l'axe neutre reste égale à 0 aux points d'appui.

On sait que cette condition du non-encastrement au point d'appui est exprimée dans le

calcul par

$$\mu_0 = 0$$

La charge est toujours considérée comme uniformément répartie, attendu qu'elle se compose d'une portion permanente due aux maçonneries et parquetage du plancher, portion uniformément répartie par construction,

et parce que le rapprochement et la liaison des différents éléments du plancher répartissent les surcharges accidentelles sur une assez grande surface.

Soit donc p la charge uniformément répartie par mètre linéaire, pl est la charge totale; la réaction de chaque appui est $\frac{p \cdot l}{2}$, et le moment fléchissant, c'est-à-dire celui des forces extérieures par rapport à l'axe projeté au centre de gravité d'une section quelconque est :

$$\mu = \frac{p \cdot l}{2} \cdot x - p \cdot x \cdot \frac{x}{2} = \frac{p}{2} (l \cdot x - x^2)$$

Cette valeur de μ dépend de x , et elle a un maximum que l'on trouve en posant

$$d. (l \cdot x - x^2) = 0$$

$$l \cdot dx - 2x \cdot dx = 0$$

d'où

$$x = \frac{l}{2}$$

μ est maximum au milieu de la longueur de la pièce et a pour valeur :

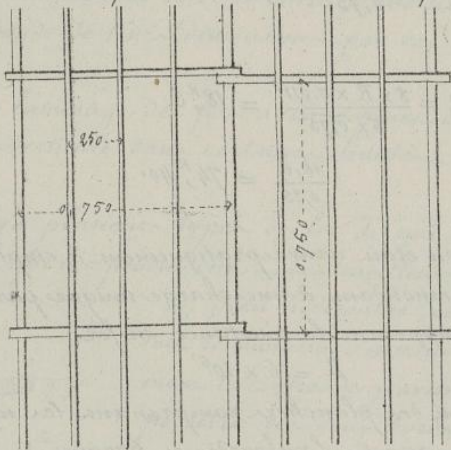
$$\mu_1 = \frac{p}{2} \left(l \cdot \frac{l}{2} - \frac{l^2}{4} \right) = \frac{p \cdot l^2}{8}$$

Le procédé de fabrication, le laminage, produit des fers de section uniforme. Il suffit donc de calculer la section pour le milieu de la pièce c'est-à-dire pour le point de sa longueur le plus fatigué, les autres points auront un excès de solidité.

Le calcul à faire est donc simplement :

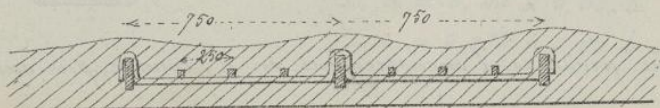
$$\frac{I}{v} = \frac{p \cdot l^2}{8 \cdot R}$$

Avant de passer au calcul d'un plancher à construire, nous examinerons les conditions d'établissement auxquelles on est parvenu par l'expérience.



On a d'abord construits les planchers au moyen de solives en fer plat posées de champ. On les espacait d'environ 0,750, et les relierait par des entretoises en fer carré de 0,116 espacées de 0,750 sur lesquelles on posait des fentons en fer carré de 0,111, espacés de 0,250.

Dans ces conditions d'écartement, on employait



des poutres de 9^m d'épaisseur, en on leur donnait une largeur sur champs de 1 pouce par 3 pieds de portée, c'est-à-dire 0^m,03 par mètre de longueur. Cette règle empirique est conforme à la théorie, car

$$\frac{I}{v} = \frac{\mu}{R}$$

devient

$$\frac{a.b^2}{6} = \frac{p.l^2}{8.R}$$

Il faut donc que b soit proportionnel à l , posant

$$b = 0,03.l$$

$$b^2 = 0,0009.l^2$$

on a :

$$p = \frac{8.R.a.b^2}{6.l^2} = \frac{8.R.a.0,0009.l^2}{6.l^2}$$

posant

$$R = 6 \times 10^6$$

$$a = 0,009$$

on a :

$$p = \frac{8 \times 6 \times 10^6 \times 0,009 \times 0,0009}{6} = 64^k,80$$

pour valeur du poids uniformément réparti dont on peut charger la pièce par mètre courant avec sécurité, ce qui correspond à un poids de :

$$\frac{64,80}{0,750} = 86^k,40$$

par mètre carré de plancher.

Les entretoises peuvent porter par mètre courant :

$$p = \frac{8.R.a^3}{6.l^2} = \frac{8 \times 6 \times 10^6 \times 0,016^3}{6 \times 0,75^2} = 58^k,2$$

ce qui correspond à un poids de :

$$\frac{58,2}{0,75} = 78^k,50$$

par mètre carré.

Pour les fentons

$$p = \frac{8.R \times 0,011^3}{6 \times 0,75^2} = 18^k,6$$

ce qui correspond à

$$\frac{18,6}{0,25} = 74^k,40$$

par mètre carré.

Ainsi, en résumé, on était arrivé pratiquement à employer des fers bien proportionnés, et tous correspondant à une charge unique par mètre carré, charge qui est d'environ 75^k, en supposant la résistance du fer

$$R = 6 \times 10^6$$

C'est le poids moyen des planchers comprenant les matériaux dont ils sont composés (plafonds, augets, lambourdes et parquets). Mais nous verrons que, suivant la destination de l'édifice, il y a lieu d'admettre d'autres surcharges dans le calcul.

Si l'on peut produire l'encastrement en A, comme, par exemple, au

moyen de caler en fer, et d'un poids de muraille suffisant, le μ maximum en ce point est :

$$\frac{p' \cdot l^2}{12}$$

au lieu de

$$\frac{p \cdot l^2}{8}$$

et pour un fer donné

$$\frac{p' \cdot l^2}{12} = \frac{R \cdot I}{\gamma} = \frac{p \cdot l^2}{8}$$

d'où

$$p' = \frac{12}{8} \cdot p = 1,5 \cdot p$$

On pourrait donc avoir un plancher pesant 50% de plus, supporté par le même fer, ou inversement, pour un plancher d'un poids donné, employer des fers pesant

$$\frac{1}{1,5} = 0,666$$

du poids nécessaire, sans encastrement.

Au milieu de la longueur :

$$\mu = - \frac{p \cdot l^2}{24}$$

et la flèche est donnée par

$$E \cdot I_f = \frac{1}{24} p \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^4 \quad \text{au lieu de} \quad \frac{5}{24} p \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^4$$

pour la pièce posée. Il y a donc convenance sous ce rapport à chercher à produire l'encastrement, puisque la flèche est 5 fois plus petite.

Pour diminuer le poids du fer employé dans les planchers, on a imaginé les fers en Γ , dont le moment d'inertie, à section égale, est plus grand que celui des fers rectangulaires, et dont la fabrication n'est pas plus difficile.

Mais le calcul de ce moment d'inertie étant assez compliqué, on a facilité l'étude de leurs dimensions par des méthodes que nous allons expliquer.

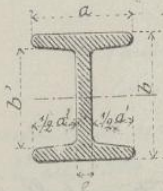
Le laminage des fers a Γ permet de faire varier l'épaisseur de leur lame verticale dans certaines limites, sans rien modifier au reste du profil.

Il y a plusieurs types de fer Γ qui sont donnés dans les albums des forges qui les produisent. Les meilleurs sont symétriques par rapport à un plan horizontal, ce qui, pour une section donnée, produit le moment d'inertie maximum, en plaçant simultanément le centre de gravité à la plus grande distance possible des deux bords du fer.

Les proportions les plus convenables, sont :

$$a = 0,45 \text{ à } 0,60 \cdot b$$

$$c = 0,045 \text{ à } 0,06 \cdot b = 0,1 \cdot a$$



On indique dans les albums de fer spéciaux la valeur maximum et minimum de e , que permettent les laminaires.

Pour chaque échantillon de fer, on calcule la valeur $\frac{I}{v}$ correspondant au minimum d'épaisseur, et aussi la variation $\Delta \frac{I}{v}$ qui correspond à une variation de 1^{mm} d'épaisseur de la lame verticale, laquelle est

$$\frac{0,0001 \cdot b^2}{6}$$

On calcule aussi le poids par mètre q du même échantillon, et la variation de ce poids :

$$\Delta Q = 0,001 \cdot b \cdot \delta$$

par ^m/_m d'épaisseur, ce qui permet de dresser un tableau dont voici un spécimen :

Désignation du fer.	Hauteur b	Hauteur b'	Saillie $\frac{a'}{2}$	Épaisseur ($a - a'$)	Valeur de $\frac{I}{v}$	Valeur de $\Delta \frac{I}{v}$	Poids par mètre q	Valeur de Δq
A	140	120	36	6	0,00011320	0,00000327	20	1,09
B	160	140	36	8	13550	4,27	22	1,25
C	180	154	44	9	22420	5,40	32	1,40
D	200	174	50	10	29400	6,66	34	1,56
E	260	228	60	12	61220	11,27	52	2,03

Supposons que le calcul de

$$\frac{I}{v} = \frac{\mu \cdot l^2}{8 \cdot R}$$

ait fourni une certaine valeur numérique A de $\frac{I}{v}$; il est rare qu'on la trouve exactement dans le tableau, on verra celle qui s'en approche le plus, en lui est inférieure, soit $\frac{I'}{v}$ cette valeur ; on fera la différence $\frac{I - I'}{v}$ laquelle étant divisée par $\Delta \frac{I}{v}$, donnera pour quotient le nombre de millimètres à ajouter à l'épaisseur de l'échantillon du tableau.

Ainsi supposons que l'on ait trouvé :

$$\frac{I}{v} = \frac{\mu l^2}{8 \cdot R} = 0,00014800$$

la valeur qui s'en rapproche le plus dans le tableau est 0,00013550, faisant la différence :

$$0,00014800$$

$$0,00013550$$

$$0,00001250$$

qui est

$$\text{en divisant par } \frac{\Delta I}{v} = 0,00000427$$

Le quotient est 3.

Il faudra donc ajouter 3^{mm} à l'épaisseur 8 inscrite au tableau.

L'usage de ce tableau permet d'introduire la valeur de R que l'on veut adopter dans la construction; mais il ne simplifie par aucun les calculs que si on adopte une valeur déterminée de R .

Celle qui convient à cette sorte de fer est à leur application est: $R = 6 \times 10^6$

On aura donc pour un fer connu:

$$\frac{p \cdot l^2}{8} = \frac{R I}{\nu}$$

D'où

$$p \cdot l^2 = \frac{8 \cdot R I}{\nu} = 48 \times 10^6 \cdot \frac{I}{\nu}$$

et pour une augmentation de 1^m/m de l'épaisseur

$$\Delta \cdot p \cdot l^2 = \frac{0,001 \cdot b^2}{6} \times 48 \times 10^6 = 8000 b^2$$

On fera donc un tableau analogue au précédent, mais contenant $p \cdot l^2$ et $\Delta \cdot p \cdot l^2$ dont l'usage sera le même.

Avec ce tableau, supposons qu'un plancher doit supporter 250^k par mètre carré, que l'écartement des solives égale 0^m,70, et que leur portée soit 6^m,00.

$$p = 250 \times 0,70 = 175^k$$

$$p \cdot l^2 = 175 \times 6^2 = 6300$$

Désignation des Fers.	Hauteurs b	Hauteurs b'	Saillies $\frac{a'}{2}$	Épaisseurs $a - a'$	Valeurs de $p \cdot l^2 = \frac{8 R I}{\nu}$	Valeurs de $\Delta \cdot p \cdot l^2 = 8 R b^2$	Poids par mètre q	Variation Δq .
A	140	120	36	6	5433,60	156,80	20,00	1,09
B	160	140	36	8	6504,00	204,96	22,00	1,25
C	180	154	44	9	107616,00	259,20	32,00	1,40

Le nombre qui s'approche le plus de 6300 dans le tableau est 5433; la différence est $6300 - 5433 = 867$ qui, divisé par 156,80 donne pour quotient:

$$\frac{867}{156,80} = 5,75 \text{ soit } 6$$

Il faudrait donc ajouter 6^m/m à l'épaisseur de la lame verticale.

Le fer qui pèse le mètre 20^k,00 sera augmenté de $1,09 \times 6 = 6,54$; son poids total sera: 26,54. Or, le fer d'échantillon B ne pèse que 22,00, la valeur $p \cdot l^2$ est 6504, c'est-à-dire un peu supérieure à celle qui est nécessaire, c'est donc lui qu'il faut employer.

Ainsi le calcul en apparence compliqué des fers à T se réduit à celui de $p \cdot l^2$, après la formation facile des tableaux ci-dessus.

La valeur de p à introduire dans le calcul se compose du poids du plancher lui-même, et de celui des charges accidentelles.

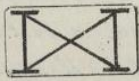
Voici le Tableau des valeurs de p décomposées en ses éléments.

Locaux.	Longueur par mètre ²	Houvroie.	Surcharge	Ecartement	p .
Chambres d'habitation....	1,3	150	100	0,70	175
				0,70	245
Pièces de réception, Salons.	3	150	200	0,60	210
				0,50	175
				0,60	270
Grands Salons.....	4	150	300	0,50	225
				0,40	180
Bureaux, Salles de travail..	3	150	200	0,70	245
				0,70	350
Salles d'Assemblée.....	4,6	180	320	0,60	300
				0,55	275
				0,70	420
				0,60	360
Salons pour grandes réunions..	6	180	420	0,50	300
				0,40	240
				0,35	210
Magasins de marchandises encombrantes mais de peu de poids.....		50	450	0,70	350
				0,55	275
				0,45	225
Magasins de marchan- dises lourdes, Entrepôts Docks.....		100	900	0,70	700
				0,60	600
				0,50	500

Nota. — Le poids d'une personne est supposé égal à 75^k.

Planchers en bois. — Les solives qui les composent doivent avoir

pour épaisseur la moitié de la hauteur environ ; on donne aussi $\frac{1}{3}$ mais c'est un peu trop mince, elles sont alors sujettes à se voiler. On les calcule d'après les mêmes principes que celles en fer en se servant du tableau des surcharges ci-contre. Les tenons doivent résister à l'effort tranchant, pour lequel $R = 0,6$. Les solives d'enchevêtrement se déterminent d'après la somme des poids qu'elles supportent.

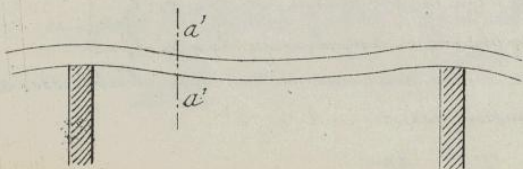


On assemble deux à deux des solives de bois ou de fer pour construire des poutrelles, la disposition adoptée pour le fer de croisillons en frottes posées à chaud répartit bien les efforts sur les deux.

D'après les données précédentes, un plancher qui pèse tout compris 450^k le mètre carré, ayant $7^m 00$ de portée, solives écartées de $0^m 60$, coûte les prix suivants, selon son mode de construction, en donne les résultats ci-après :

Mode de Construction.	Fer à I	Fer plan	Bois.
Hauteur b	0,260	0,202	0,367
Largeur a	0,067	0,040	0,122
Épaisseur c	0,013	"	"
Flèche au milieu	0,0108	0,0153	0,0112
Poids par mètre courant	40^k	62,60	Chêne
id superficiel	66,66	104,20	
Prix % k en place	31,60	28,00	120 ^f le mètre
Prix par mètre superficiel	21,66	29,05	9.00.

Ponts métalliques. — On a établi dans la théorie mathématique de la flexion des poutres continues posées sur plusieurs appuis, que toutes les forces moléculaires qui se développent dans une section a', a' se réduisent



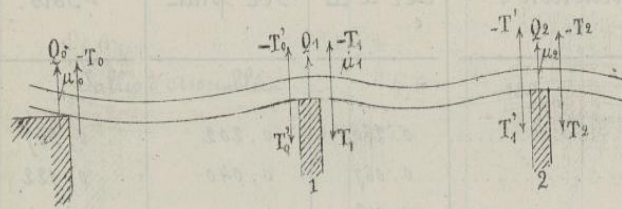
à une force verticale et à un couple ; que cette force verticale a pour valeur la somme des projections verticales de toutes les forces extérieures à la pièce et situées au-delà du plan a', a'

dans lequel on considère les forces moléculaires exercées par la matière située à gauche de $a'a'$ sur celle qui est située à droite en occasionnées par l'existence de forces moléculaires situées en deçà de ce plan. Cette somme des projections des forces qui constitue l'effort tranchant est représentée par T . On a vu encore que le moment du couple des forces moléculaires par rapport à un axe transversal passant au centre de gravité de la section est égal à la somme des moments des forces extérieures situées au-delà du plan considéré $a'a'$ somme représentée par μ . On a démontré que ce moment des forces moléculaires exprimé en fonction de R ou de r a pour valeur $\frac{RI}{r}$, R étant la tension ou la compression par unité de surface de fibres situées à une distance r de l'axe neutre.

En fonction de E et de ρ , E étant le module d'élasticité de la matière et ρ le rayon de courbure de l'axe neutre, cette valeur est $\frac{EI}{\rho}$ d'où résulte :

$$\frac{EI}{\rho} = \frac{RI}{r} = \mu$$

Rappelons encore que si l'on décompose la poutre en tranches diverses



correspondant aux appuis, par des plans verticaux semblablement placés par rapport à la réaction de l'appui, que si l'on remplace les forces extérieures situées en deçà et au-delà de ces appuis par les

efforts tranchants $-T_0$ en T_1 , ..., $-T_1$ en T_2 , ..., $-T_2$ en T_3 et par les moments résistants de la matière dont les valeurs respectives sont : $-\mu_0$ et μ_1 , $-\mu_1$ et μ_2 , $-\mu_2$ et μ_3 , la charge par mètre étant : p_1 , p_2 , p_3 dans les 1^{re}, 2^e et 3^e tranches, on a en un point quelconque d'une tranche :

$$\mu = \mu_0 - \left(\frac{\mu_0 - \mu_1}{l_1} + \frac{1}{2} p_1 \cdot l_1 \right) x + \frac{1}{2} p_1 \cdot x^2$$

équation qui permet de calculer μ , connaissant μ_0 et μ_1 , que les valeurs de μ_0 , $-\mu_1$, $-\mu_2$, $-\mu_3$, etc, dans le cas où les appuis sont de niveau, sont données par les relations ou formules de Clapeyron.

$$4\mu_0 \cdot l_1 + 8\mu_1 (l_1 + l_2) + 4\mu_2 \cdot l_2 = p_1 \cdot l_1^3 + p_2 \cdot l_2^3$$

$$4\mu_1 \cdot l_2 + 8\mu_2 (l_2 + l_3) + 4\mu_3 \cdot l_3 = p_2 \cdot l_2^3 + p_3 \cdot l_3^3$$

Enfin, on a vu que μ étant connu pour une section dont l'abscisse est x , l'effort tranchant dans cette section est :

$$T = - \frac{d\mu}{dx}$$

d'où la résistance au glissement transversal ou cisaillement est :

$$R_c = - \frac{d\mu}{dx} \times \frac{1}{\Omega} \text{ par unité de surface.}$$

est l'effort qui produit le glissement longitudinal, par unité de surface, le long de l'axe neutre

$$S = - \frac{d\mu}{dx} \cdot \frac{M}{b \cdot I} = T \frac{M}{b \cdot I}$$

M = moment de la demi surface en coupe de la poutre, par rapport à l'axe neutre.

Ainsi tout le système des calculs à faire a pour base le calcul de la valeur de μ , laquelle dépend des valeurs de μ_0, μ_1, μ_2 etc, qui sont à calculer tout d'abord.

Dans l'application des formules de Clapeyron, il faut commencer par calculer les valeurs numériques résultant de la substitution des valeurs de $l_1, l_2, l_3, \dots$ etc. et de $p_1, p_2, p_3, \dots$ etc. Ces formules

$$4\mu_0 \cdot l_1 + 3\mu_1(l_1 + l_2) + 4\mu_2 l_2 = p_1 \cdot l_1^3 + p_2 \cdot l_2^3$$

peuvent s'écrire

$$a \cdot \mu_0 + b \cdot \mu_1 + c \cdot \mu_2 = d$$

$$a' \cdot \mu_1 + b' \cdot \mu_2 + c' \cdot \mu_3 = d'$$

S'il n'y a que trois travées par construction $\mu_0 = 0 = \mu_3$, il ne reste donc que deux inconnues, en ainsi de suite. S'il y a plus de deux travées $\mu_0 = 0 = \mu_n$ les autres valeurs $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{n-1}$, étant calculées, on a :

$$\mu = + \mu_0 - \left(\frac{\mu_0 - \mu_1}{l_1} + \frac{1}{2} p_1 \cdot l_1 \right) \cdot x + \frac{1}{2} p_1 \cdot x^2$$

On peut calculer les coefficients numériques, et l'on a :

$$\mu = a - b \cdot x + c x^2 \quad (a)$$

en faisant :

$$a = \mu_0 ; \quad b = \left(\frac{\mu_0 - \mu_1}{l_1} + \frac{1}{2} p_1 \cdot l_1 \right) ; \quad c = \frac{1}{2} p_1 ;$$

c'est l'équation d'une parabole.

On peut la calculer par points, en prenant diverses valeurs de x , mais c'est trop long. Il vaut mieux la tracer en cela est suffisant pour l'établissement du projet.

Pour cela, il faut chercher la position du sommet. En ce point, la tangente est horizontale, or, en un point quelconque

$$\frac{d\mu}{dx} = -b + 2c \cdot x \quad (m)$$

et, pour le sommet dont l'abscisse cherchée sera x'

$$-b + 2cx' = 0$$

$$\text{D'où} \quad x' = \frac{b}{2c}$$

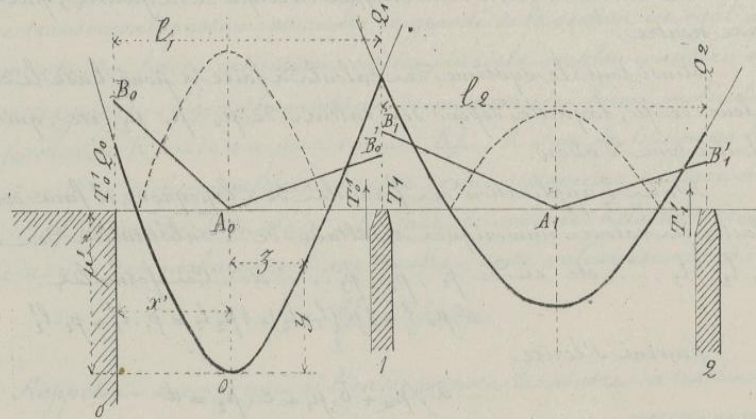
Cette valeur substituée dans (a) donne pour ordonnée du sommet

$$\mu' = a - \frac{b^2}{2c} + \frac{b^2}{4c^2} = a - \frac{1}{4} \frac{b^2}{c}$$

Observons que le nombre

$$\frac{1}{4} \frac{b^2}{c} = x' \cdot \frac{b}{2}$$

ce qui simplifie le calcul.



On fait une épure sur laquelle on représente à une certaine échelle les valeurs de μ , on y place le point $O (x' \mu)$, et l'équation de la parabole rapportée à des axes passant en O est :

$$y = c \cdot z^2 = \frac{1}{2} p_1 \cdot x^2$$

laquelle est facile à tracer par l'un quelconque des moyens connus.

A cause de l'équation (m) et des propriétés démontrées.

$$T = b - 2cx \quad \text{c'est l'équation d'une ligne droite.}$$

pour $x = 0$

$$T_0 = b$$

pour $x = x' = \frac{b}{2c}$

$$T' = 0$$

pour $x = l_1$

$$T'_0 = b - 2cl_1$$

ce qui permet de calculer et de tracer les valeurs de T dans tous les points de la travée, en joignant $A_0 B_0$ et $A_1 B'_0$.

Il faut remarquer ici que la valeur de T'_0 diffère de celle de T_0 , car sur la pile n° 1, il y a trois forces :

Q_1 réaction de cette pile;

T_0' effort tranchant dû à la travée de gauche;

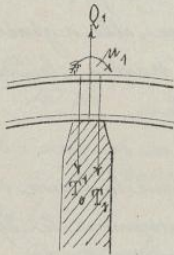
T_1 " " " " de droite.

en l'on a:

$$Q_1 = T_0' + T_1$$

d'où il ne résulte pas que T_0' soit égal à T_1 ; cependant il faut tâcher d'en approcher pour que la pile soit chargée symétriquement.

La valeur de T_1 se calcule soit comme celle de T_0 ci-dessus, dérivée de l'équation μ dans la 2^e travée, soit d'après l'équation fournie par l'équilibre de l'ensemble de la 2^e travée



$$-\mu_1 + \mu_2 + T_1 l_2 - \frac{1}{2} p_2 \cdot l_2^2 = 0$$

d'où

$$T_1 = \frac{\mu_1 - \mu_2}{l_2} + \frac{1}{2} p_2 \cdot l_2$$

valeurs qui doivent être identiques, comme vérification

On a donc ainsi le moyen de calculer les μ , les T et les réactions des piles. Ces quantités dépendent de $p_1, p_2, p_3, \dots$ poids par mètre courant dans chaque travée.

La valeur de p_i comprend le poids du pont, et celui des charges d'épreuve; le poids par mètre du pont n'est pas uniforme, mais on peut le supposer ainsi sans grande erreur, et, alors, pour chaque travée où l est la longueur de la travée, la largeur du pont, h la hauteur des poutres, on peut admettre pour faire les calculs, par mètre:

$$p = K \frac{l \cdot l^2}{h}$$

formule empirique, approximative, fondée sur l'observation, et dans laquelle le nombre K varie de 1^{re} 30 à 1^{re} 60 suivant les types de pont; le type n'étant pas défini, l'on peut prendre:

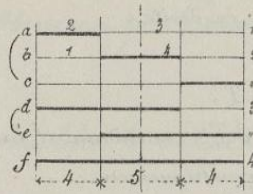
$$K = 1^{re} 50.$$

Outre le poids p , on ajoute une surcharge qui varie de 1000 à 2000^{kg} par mètre carré de la surface (voir le cours de routiers ou Ponts et celui de Chemins de fer). Nous reviendrons tout à l'heure sur les surcharges.

$$q = (1000 \text{ à } 2000)$$

et les valeurs de $(p+q)$ forment $p_1, p_2, p_3, \dots$

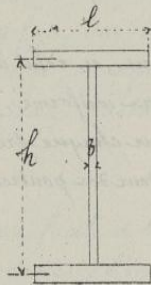
Cette surcharge d'épreuve ne se place pas à la fois sur toutes les travées, mais sur 1, 2, 3. Ainsi, dans un pont à 3 travées, on peut la placer suivant le



croquis ci-contre dans lequel les traits pleins représentent les travées ayant reçu la surcharge. Les conditions a, c, d et e sont identiques entre-elles, ce qui réduit l'étude à faire à quatre cas ; Le 1^{er} et le 2^e sont généralement les plus défavorables, et dans une première étude on peut n'étudier que ces deux là.

On doit faire en sorte que les moments fléchissants dans chaque travée aient des maximums égaux. Comme la première travée produit un encastrement sur la pile. N^o 1, la 2^e travée peut être plus longue, elle a généralement 25% de plus que les deux autres. S'il y a plus de trois travées, les deux extrêmes auront les 80% des autres qui sont égales entre-elles.

Quant à la détermination de la répartition des tôles en fer : On peut la faire par le calcul ou par des tracés. Nous supposons que la forme de la section de la poutre est connue et adoptée, et qu'il s'agit d'en déterminer les épaisseurs ; prenons par exemple une poutre en I, à lame verticale pleine, et calculons les épaisseurs a et b.



L'épure donne toujours le μ le plus grand qui puisse se produire en un point ; et pour ce point la poutre doit satisfaire à la condition :

$$R = \frac{v \cdot \mu}{I}$$

ici, d'après le profil adopté, on a :

$$v = \frac{h}{2} \quad I = \frac{b \cdot h^3}{12} + \frac{2alh^2}{4} = \frac{h^2}{4} \left(\frac{b \cdot h}{3} + 2al \right)$$

$$R = \mu \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{4}{h^2 \left(\frac{b \cdot h}{3} + 2al \right)} = \frac{2\mu}{h \left(\frac{b \cdot h}{3} + 2al \right)} = \frac{6\mu}{bh^2 + 6alh} \quad (a)$$

Il faut aussi que :

$$R_c = \frac{T}{\Omega} = \frac{T}{bh + 2al} \quad (b)$$

L'équation (a) donne :

$$Rbh^2 + 6Ral \cdot h = 6\mu$$

L'équation (b) donne :

$$R_c bh + R_c 2al = T$$

équations faciles à résoudre par rapport à $\frac{b}{h}$ et a. Mais cela comporte des calculs que l'on évite par la méthode des tracés.

D'ailleurs la valeur de b que l'on trouverait ainsi doit encore être vérifiée pour le glissement longitudinal, pour lequel il faut que :

Ici

$$S = R = T \cdot \frac{M}{b \cdot I}$$

D'où

$$M = \frac{b \cdot h}{2} \times \frac{h}{4} + a \cdot l \times \frac{h}{2} = \frac{b \cdot h^2}{8} + \frac{a l h}{2}$$

$$R = T \cdot \frac{\frac{b h^2}{8} + \frac{a l h}{2}}{\frac{b h^2}{4} \left(\frac{b h}{3} + 2 a l \right)} = T \cdot \frac{3(b h + 4 a l)}{2 b h (b h + 6 a l)} = \frac{T}{b \cdot h} \times \frac{3 b h + 12 a l}{2 b h + 12 a l}$$

La méthode de tracée employée, pour éviter ces calculs compliqués est basée sur l'hypothèse que l'on peut faire supporter aux plate-bandes les efforts dus aux moments fléchissants et à la paroi verticale ceux dus aux efforts tranchants. L'épure sera alors à faire la distribution de tôle et de fer. En effet:

$$\mu = \frac{R I}{4} = R \cdot 2 a l \cdot \frac{h^2}{4} \cdot \frac{2}{h} = R a l h$$

D'où

$$a = \frac{\mu}{R l h}$$

a est donc proportionnel à μ . Généralement h est environ $1/8^e$ à $1/12^e$ de l .

On calcule ainsi a , soit $a = 0^m,100$, il faut tenir compte des cornières; on a leur section ω' , si leur largeur était l , leur épaisseur serait $\frac{\omega'}{l}$ que l'on déduit de la hauteur supposée et qui à l'échelle donne $0^m,100$. On a de cette manière remplacé les cornières par une feuille de tôle équivalente.

La différence, soit $0^m,06$ se divise en, par exemple, 8 parties représentant chacune une tôle de $12^m/m$; cette division se prolonge dans toute l'épure, les feuilles de tôle ayant de 6 à 7^m de longueur. On indique la position des joints en couvre-joints et on fait de même pour les cornières.

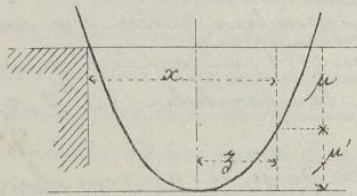
On dessine à part les paraboles et les lignes droites, représentatives des moments fléchissants et des efforts tranchants. On remarque que l'équation de la parabole qui, si elle est prise par rapport à l'origine de la travée, est:

$$\mu = \mu_0 - \left(\frac{\mu_0 - \mu_1}{l_1} + \frac{1}{2} p_1 l_1 \right) x + \frac{1}{2} p_1 \cdot x^2$$

se réduirait à

$$\mu' = \frac{1}{2} p_1 \cdot x^2$$

Si on la rapporte à son axe principal et à la tangente à son sommet, de sorte que la connaissance que l'on a de la valeur $p_1, p_2, \dots$ etc... de la charge totale par mètre répartie dans les travées est suffisante pour tracer les paraboles représentatives de moments fléchissants que nous nomme ces charges. On aura



ainsi autant de paraboles séparées qu'il y a de valeurs de $p_1, p_2, \dots$ à considérer. On découpe le papier sur lequel on les a tracées séparément, de manière à obtenir un gabarit de chacune d'elles, sur lequel est tracé son axe principal.

Il faut déterminer la position que ces paraboles doivent occuper dans chaque travée suivant les hypothèses relatives à la distribution des surcharges sur l'ensemble du pont. On a déjà calculé, par l'application des formules de Clapeyron : 1° les valeurs des moments sur les piles; 2° les coordonnées du sommet de la parabole dans chaque travée; il est donc facile de placer les paraboles dans la position qu'elles doivent occuper dans chaque travée.

Quant aux droites représentatives des efforts tranchants, comme l'on a démontré que :

$$T = -\frac{d\mu}{dx},$$

leur inclinaison sur l'axe des x est :

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{d^2\mu}{dx^2} = -\frac{d^2p'}{dx^2} = -p,$$

et, comme ces droites rencontrent l'axe horizontal, au point où se projette le sommet de la parabole, on peut les tracer.

Nous joignons un modèle d'épure comme exemple; il s'agit d'une poutre à 3 travées.

La première travée ainsi que la troisième sont surchargées pèsent p_1 par mètre, d'où le tracé du gabarit d'une parabole N°1. Les mêmes travées avec surcharge pèsent p'_1 par mètre, et donnent lieu à l'exécution du gabarit d'une parabole N°2. La travée du milieu sans surcharge pèse par mètre, on construit le gabarit correspondant N°3; avec surcharge, son poids par mètre est p'_2 d'où le gabarit d'une parabole N°4. Si on avait supposé $p_1 = p_2$, on aurait eu $p'_1 = p'_2$, et il eût suffi de faire les gabarits de deux paraboles N°1 et N°2. Les quatre gabarits exécutés servent à faire le tracé complet de l'épure. En effet, dans le 1^{er} cas, la première travée étant chargée et les deux suivantes ne l'étant pas, la parabole N°2 s'applique dans la première travée, la parabole N°3 dans celle du milieu, et la parabole N°1 dans la troisième. Dans le second cas, où la travée centrale est seule chargée, la parabole N°1 s'applique dans les deux travées extrêmes, et la parabole N°4 dans celle du milieu. Dans le 3^e cas, où les deux premières travées sont seules chargées, on applique les paraboles N°2, N°4 et N°1; et dans le 4^e cas où toutes les travées sont chargées, on applique les paraboles N°2, N°4 et N°3.

Quand on a déterminé les valeurs de p_1 et p_2 pour chacun des 4 cas, il n'est pas nécessaire de faire l'épure pour les 3 travées à cause

de la symétrie, car chacune des 4 hypothèses peut se produire en commençant par la 1^{re} ou la 3^e travée; c'est pourquoi, ici, on n'a représenté que 2 travées, et il suffit d'étudier toutes les hypothèses différentes sur la moitié de la longueur du pont.

On trace également les droites représentatives des efforts tranchants sur une épure séparée, en observant de prendre pour représenter p , une échelle convenable pour les dimensions du dessin, de même qu'on a dû le faire pour les valeurs de μ .

Formation des plate-bandes. — Les diverses paraboles se coupant sur l'épure, on considère la suite de leurs arcs les plus extérieurs $A m n p q - D E F G H - I r s t$, et l'on ramène les parties inférieures à l'axe $A o$, c'est-à-dire $A m n p q - I r s t$ au-dessus de cet axe, de manière à obtenir un contour $A B C D E F G H K L$ — qui représente les moments maximum pouvant se produire en un point quelconque des ponts par suite de toutes les répartitions supposées de la surcharge.

Considérons une ordonnée quelconque telle que $K J$ qui représente à l'échelle adoptée un moment fléchissant dont la valeur numérique est, par exemple, $\mu = 750000$ on calcule nécessairement en ce point

$$\alpha = \frac{\mu}{R.l.h} = \frac{750000}{6^8 \times 10^6 \times 0,50 \times 5^m} = 0^m,050$$

en supposant :

$$l = 0^m,500$$

$$h = 5^m,000$$

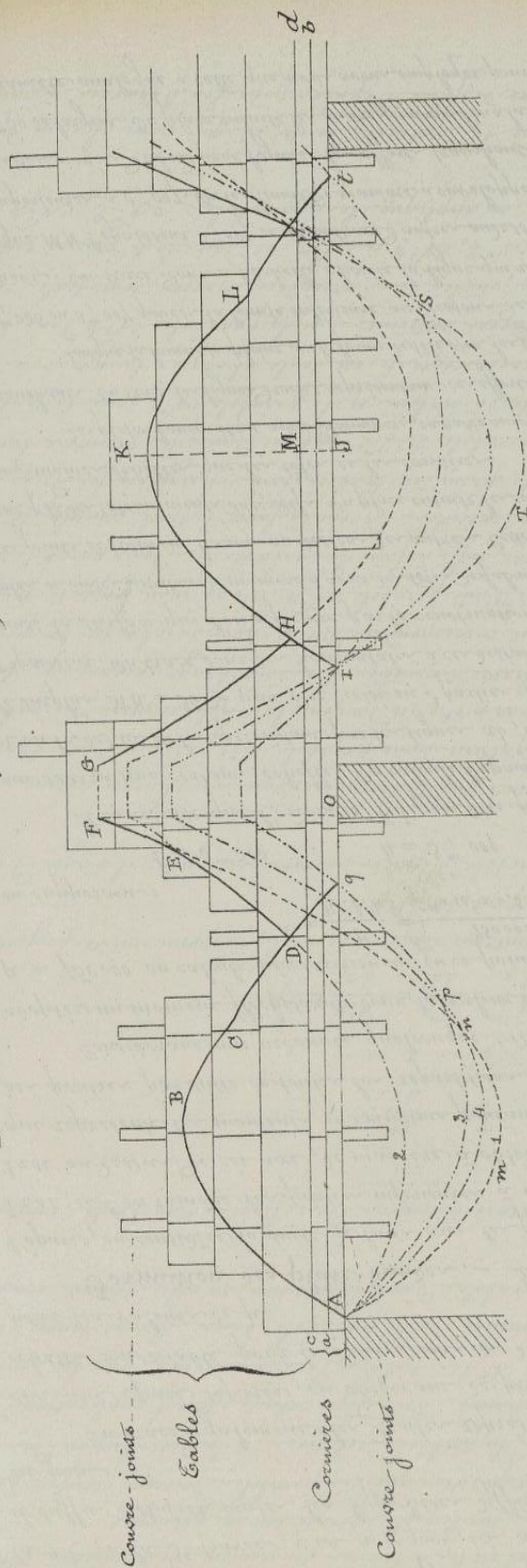
$$R = 6 \times 10^6$$

Il en résulte que l'ordonnée $K J$ peut être prise comme représentant $50^m/m$ d'épaisseur à une certaine échelle. On calcule l'épaisseur équivalente aux deux cornières, et on la déduit ou la représente par les lignes ab , cd , soit $14^m/m$ cette épaisseur fictive, le surplus $M K = 36^m/m$ peut être divisé en 3 parties représentant 3 feuilles de tôle de $12^m/m$ d'épaisseur. On trace donc des horizontales à ces distances prises à l'échelle. On couvre ainsi la surface que l'on a formée par la construction ci-dessus indiquée. On limite ces tôles et on les distribue de manière à avoir des tôles de fabrication courante, et on fait en sorte que les joints se trouvent les uns au-dessous des autres. Cette distribution des tôles ne peut se faire que par des tâtonnements successifs. On place ensuite le couvre-joint qui doit aussi représenter aux mêmes échelles que les tôles et les cornières.

Les plate-bandes étant ainsi déterminées, on passe aux lames qui doivent supporter les efforts tranchants. On trace les lignes droites représentant ces efforts.

Lorsque la lame est pleine, on la forme de tôle dont l'épaisseur varie de $1^m/m$ en $1^m/m$ jusqu'à $0^m,006$ ou $0^m,007$ qui est la limite inférieure au-dessous de laquelle on ne descend pas ordinairement. On trace donc à l'échelle choisie la ligne qui représente par sa distance verticale à la ligne $M N$ l'épaisseur $0^m,007$, et on en trace d'autres au-dessus qui représentent les épaisseurs supérieures à $0^m,007$. On les limite de manière à envelopper la surface formée par les lignes droites menées d'abord pour figurer les efforts tranchants. On emploie, ici, des tôles de $1^m,00$ à $1^m,50$ de largeur. On place ensuite le couvre-joint, et l'on a la distribution des tôles pour la lame d'une manière analogue à celle que nous avons employée pour obtenir la distribution dans les plate-bandes.

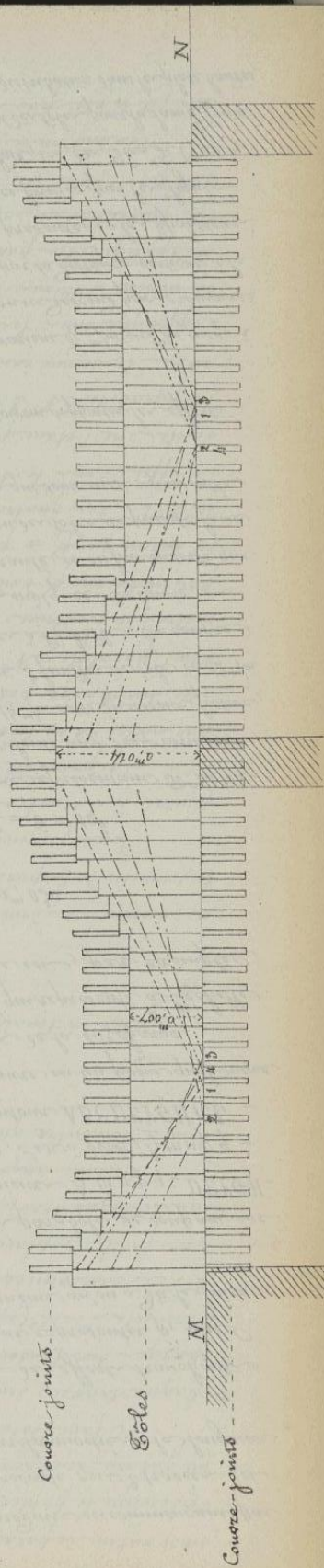
A. Valeurs des moments fléchissants μ et toles des tables horizontales.



1^{re} hypothèse pour les surcharges

2 ^e	3 ^e	4 ^e	5 ^e	6 ^e	7 ^e	8 ^e	9 ^e	10 ^e
14	12	10	8	6	4	2	1	0

B. Valeurs des efforts tranchants T, et toles de la paroi verticale.



Ponts en treillis et en latice.

La lame verticale des ponts en treillis au lieu d'être pleine se compose souvent d'éléments ou barres croisés et assemblés entre-eux, de manière à former un ensemble rigide.

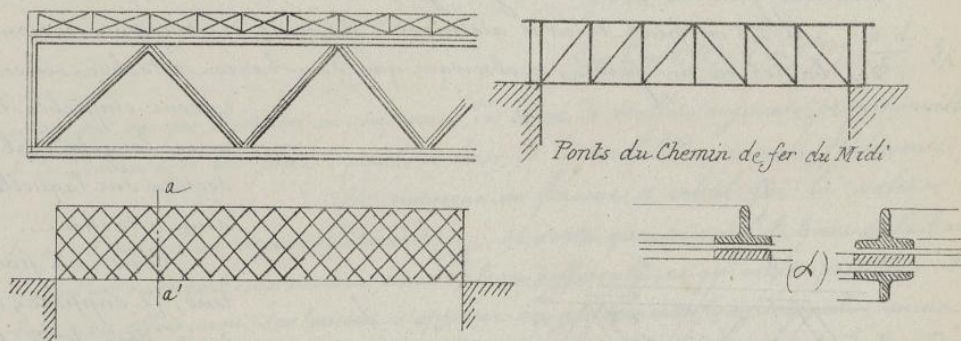
Ces bandes sont généralement disposées suivant deux directions symétriquement inclinées sur la verticale. La disposition est dite en latice, s'il n'y a qu'un seul croisement sur la hauteur, et en treillis, s'il y en a plusieurs.

Un avantage de cette disposition consiste dans la légèreté des éléments et dans leur maniabilité, ce qui permet des transports et un montage faciles.

Par cette disposition on ne peut pas compter beaucoup sur la résistance de la paroi verticale au moment fléchissant, et l'hypothèse par laquelle on suppose que les tables de la poutre font cette fonction est plus exacte.

Au point de vue de la quantité de métal employé, ce système ne présente pas d'avantage sur celui de la poutre pleine. Quand les mailles du treillis sont grandes, les éléments ou barres du treillis deviennent très forts, et l'avantage de construction indiqué disparaît; on est donc conduit à multiplier beaucoup ces éléments.

On dispose ces ponts de diverses manières dont nous donnons les principales.



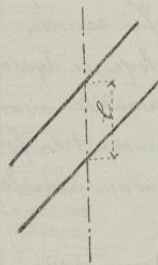
Nous avons dit ci-dessus que le treillis faisait que les semelles presque seules supportent l'action des moments fléchissants. On calcule donc le treillis pour supporter l'effort tranchant, ce qui n'est qu'une approximation. Comme celui-ci va croissant d'intensité en s'approchant des piles, il faudrait augmenter la section des barres du treillis, ce qui aurait l'inconvénient en construction de multiplier les types de fers employés à les exécuter. Pour avoir la somme des sections nécessaires par mètre courant, on resserre parfois les barres vers les points d'appui.

Epures montrant la disposition générale des fers dans un pont métallique.

La théorie des treillis fait voir que les barres du prolongement rencontrent l'axe vertical de la parabole qui représente les moments fléchissants, O , au-dessus de l'axe neutre des poutres résistent à la compression et les autres à l'extension. Les premières doivent donc être disposées pour la compression, ce qui s'obtient en les faisant en fer à T, les autres étant en fer plat. Le croisement des barres est ainsi facile à obtenir. On met aussi une barre plate entre deux fers à T, (fig. a).

L'inclinaison de 45° est la plus favorable.

La pièce comprimée se calcule comme l'autre, et l'on ne tient pas compte de sa nervure qui sert à lui donner l'excès de section nécessaire pour soutenir la compression.



L'étude du treillis se fait donc par tâtonnement. Ayant l'effort tranchant dans une section il faut que :

$$\frac{T}{p.e.l} = R \quad l, \text{ longueur verticale de barre rencontrée.}$$

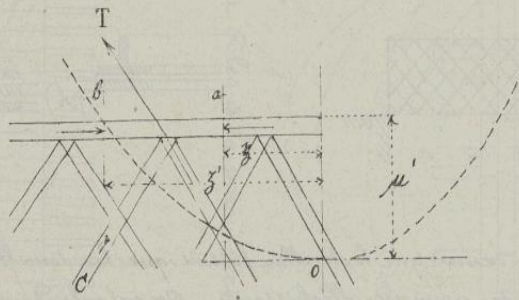
On prend R plus petit que pour les parois pleines, soit $R = 3$ ou 4^R .

Tous plans a, a' rencontrent n sections de barres qui sont supposées devoir supporter l'effort tranchant.

Cette Méthode qui n'est pas mathématique donne des ponts qui résistent fort bien aux preuves et à un long usage, et elle est suivie à cause de sa simplicité.

Mais on peut trouver aisément l'intensité des tensions et compressions des barres en un point, en observant que deux barres attachées en ce point

doivent empêcher le glissement longitudinal de la section sur laquelle elles sont attachées.



Ainsi, un point ab tend, je suppose, à glisser de a vers b et pour l'en empêcher, il faut que la compression C et la tension T aient une résultante égale à ce que serait la résistance au glissement longitudinal le long de

a b s'il y avait une lame verticale continue :

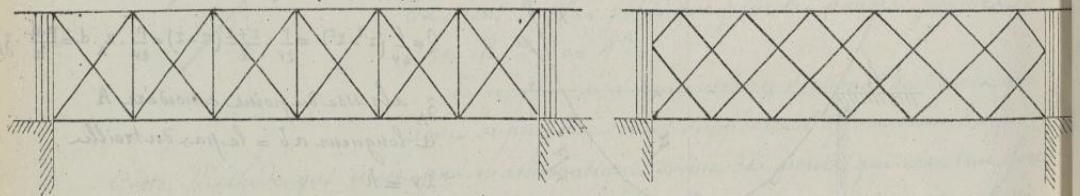
En b la tension du métal est $R = \frac{\mu}{I}$, en admettant qu'elle est uniforme sur toute la section, l'effort total reçu de gauche à droite

< T. La barre AB n'est donc pas en équilibre, elle tend donc à faire plier toutes celles qui la rencontrent. C'est, en effet, ce qui a lieu, en lorsque ces sont des barres comprimées comme ici, cela leur met dans de mauvaises conditions de résistance, en le point B tend à s'approcher de B'. Mais si l'on met un étai BB', il supportera une compression dont la grandeur sera telle que

$$t + w = T$$

en la barre AB sera en équilibre. Il est facile de calculer w et d'en déduire la petite compression de l'étai. Le système ABC aura nécessairement son symétrique A'B'C', dans lequel les efforts seront symétriques aussi, ce qui mettra l'étai BB' en équilibre.

Ainsi donc au lieu de multiplier les barres des latices, en de les soumettre à la flexion, il vaut mieux mettre des étais verticaux. C'est ce qui a été reconnu en pratique; on aurait ainsi la disposition suivante, qui est préférable à celle indiquée à côté



qui contiennent plus de fer

De la surcharge. — Elle se produit par le passage des convois, donc sa position est variable, mais elle se remplace par une charge d'épreuve

Pont de 4^m. 00 — Supposons une machine sur le pont, la machine pesant 32 tonnes, soit 8 tonnes par mètre courant comptés pour une voie. Il faut doubler pour l'ensemble du pont en cas de croisement des trains

Pont de 10^m. 00 — On suppose une machine en son tender, soit :

$$32^t + 20^t = 52^t$$

ou par mètre 5^t, 2

Pont de 15^m. 00 — On suppose un convoi de machines, soit 4^t, 5 à 5^t, par mètre courant

de voie.

Pont de 30 à 50^m. 00 — Supposons un train de machines sur une voie et un train de Wagon sur l'autre, soit

$$4^t, 5 + 2^t, 5 = 7^t \text{ en moyenne } 3^t, 500 \text{ par voie}$$

Voici, du reste un Tableau des surcharges convenables à introduire dans les calculs :

Longueur des travées	4 ^m	6 ^m	10 ^m	15 ^m	20 ^m	25 ^m	30 à 50 ^m	60 ^m
P par mètre de voie	8 ^t	7 ^t	6 ^t	5 ^t	4 ^t ,75	4 ^t ,5	4 ^t ,5	4 ^t

Effets de la charge en mouvement. — Ces effets sont à peu près analogues à ceux qui auraient lieu si la surcharge était posée brusquement, sans choc sur le pont. Pour s'en faire une idée, il faut considérer ce qui a lieu quand un fil de fer est soumis dans ces conditions à l'action d'un poids P . Si celui-ci est soutenu de manière que le fil soit dressé sans être tendu, en qu'on laisse aller le poids subitement, il descend et fait un travail Ph .

La tension du fil qui a commencé par être 0, a pris une valeur Q proportionnelle à l'allongement, de sorte qu'elle a pris des valeurs successives représentées par une droite, le travail de la force Q variable est $\frac{Q \cdot h}{2}$.

Qu moment où la charge P cesse de descendre, l'on a :

$$\frac{Q \cdot h}{2} = P \cdot h \quad \text{et} \quad Q = 2P$$

Il arrive une chose analogue dans les ponts.

La surcharge appliquée brusquement par la rapidité de marche des convois, s'abaisse, en agissant en développant des pressions, à peu près doubles de son propre poids ; il en résulte que la flèche du pont, due au passage d'un train doit être à peu près double de celle que produirait le même poids au repos. C'est ce qui aurait lieu complètement si le pont n'avait pas de masse. Mais une partie du travail Ph est absorbée pour donner la vitesse à la masse du pont, et les flèches observées ne sont d'environ que 1,50 de celle qui aurait lieu au repos. Par l'action des trains les plus rapides, l'on n'a jamais observé de flèches plus grandes que 1,75 de celle qui a lieu au repos.

Détails de construction des ponts métalliques.

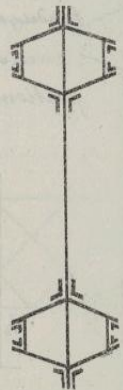
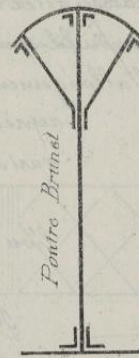
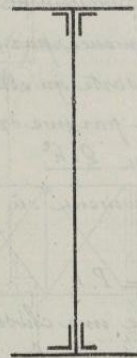
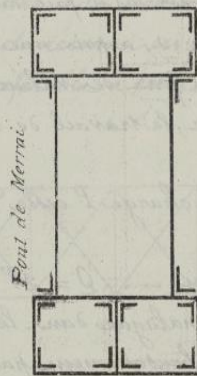
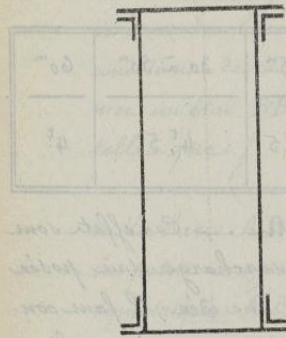
Types de ponts. — On peut mettre une double paroi verticale, il y a beaucoup de métal dans les parois, mais cela permet des tables plus larges. La largeur des tables dans les ponts à paroi simple ne doit pas dépasser 0,80, en elle est rarement plus petite que 20 fois l'épaisseur ; cette règle est empirique.

Si la paroi simple ou même double ne donne pas une section suffisante, on emploie la poutre cellulaire, qui est peu sujette au voilement, et convient pour pontons de très grande portée.

Il faut que la lame règne sur toute la hauteur.

Il faut que les clouures de la lame à la poutre empêchent le glissement longitudinal, ce qui sert à déterminer le nombre de rivets.

Il y a sur chaque clouure verticale une armature simple, et tous les 3^m une renforcée.



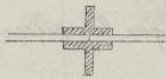
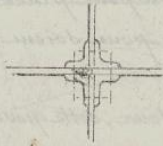
Au point d'application de la réaction Q des piles, on place des renforts verticaux ayant une section suffisante pour résister à cette réaction. Nous donnons plus loin la manière de les calculer.

Les poutres des pontons dont nous avons parlé jusqu'ici ont des parois ou lames verticales pleines, les parois horizontales sont appelées plates-bandes.

Les feuilles de tôle du Commerce ont une largeur d'environ 1^m à 1^m 50, il est facile d'en avoir de moins large, en certaines usines sont outillées de manière à pouvoir en faire ayant près de 2^m 00. Leur longueur atteint facilement 6 à 7^m 00. On les dispose dans les plates-bandes de façon que leur plus grande dimension soit parallèle à l'axe du ponton; elles sont reliées par de petites tôles disposées au droit des pontons et nommées couvre-joints dont nous avons étudié plus haut la disposition avec détails. Les plates-bandes, comme on l'a vu, sont constituées d'un plus ou moins grand nombre de feuilles superposées.

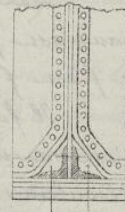
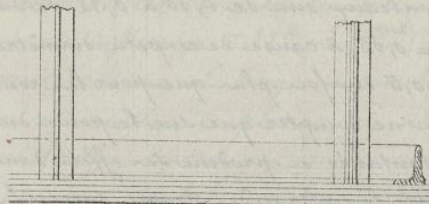
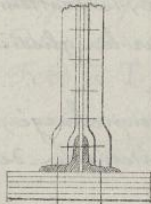
La lame verticale, en général, formée d'une seule feuille placée debout et reliée aux plates-bandes par des cornières. La longueur de

ces feuilles verticales est suffisante pour éviter qu'il y ait des joints horizontaux. Les joints verticaux sont formés par 2 fers à T simples en 3 en 3, on le fait plus fort au moyen d'une tôle verticale prise entre deux cornières.



Dans le haut et dans le bas, les fers à T ou les cornières sont travaillées à la forge de manière à épouser les contours des cornières qui relient la lame verticale aux plates-bandes.

Les croquis que nous donnons ci-contre indiquent sommairement les principales dispositions de ces assemblages. Les tôles de renforcement



sont fixées par des cornières contournées comme l'indique le croquis ci-dessus et à l'aplomb des piles et des culées, on multiplie les renforts verticaux, de manière à ce qu'ils puissent résister à l'écrasement produit par la réaction de l'appui.

$$Q = T'_0 + T_1$$

Ces renforts se calculent alors comme des colonnes; mais comme elles sont rivées et soutenues de bas en haut, on prend la largeur des cornières pour la plus petite dimension d dans le terme $\frac{L}{d}$ qui entre dans la formule de la résistance.

Pièces de pont. — Ces pièces sont celles qui relient les grandes fermes; leur longueur dépend du genre du pont. S'il est à 3 pontons, elles ont 4^m, 50 environ; s'il est à 2 pontons on leur donne 8^m, 50. Pour les chemins à deux voies, on emploie la forme à simple ou double T, à paroi pleine ou latice.

Contreventement. — Pour opérer le contreventement, l'on place des pièces obliques entre les pièces de pont; on les met en diagonale entre elles.

Stabilité des ponts. — La hauteur des pièces de pont dépend de la position des voies, position qui peut varier depuis le bas jusqu'au sommet des pontons. La position la plus favorable est la partie inférieure, car

la charge en mouvement est en équilibre instable, elle marche en oscillant à droite et à gauche, et c'est la rigidité de la poutre qui la maintient dans son plan. Si la charge est placée à la partie inférieure, cette rigidité a moins à travailler.

Si l'axe des voies est en-dessus ou en-dehors, on peut placer les pontons à l'aplomb de cet axe, sinon, il faut que les pièces de pont soient très hautes pour contreventer du haut en bas.

Si on peut mettre la voie au milieu de la hauteur, cette position est très bonne, car les pièces de pont permettent le contreventement en dessous.

Manière de reposer sur les appuis. — Les variations de température font dilater le pont, il faut qu'il soit mobile sur ses appuis. On emploie pour cela des rouleaux ou glissières. On a observé des dilatations de 0,0004 par mètre (pont Britannia) et en Espagne encore plus.

Les rouleaux ont de 0,10 à 0,12 de diamètre, le frottement des rouleaux est $f = 0,05$ à cause de ce petit diamètre. Pour les glissières la valeur de f est $f = 0,5$ dix fois plus que pour les rouleaux.

Il faut ne compter que sur le poids du pont non chargé, car la dilatation n'est pas instantanée et produit ses effets dans les intervalles de temps qui s'écoulent entre le passage des trains successifs.

L'effet de cette dilatation est de tendre à renverser les piles; aussi on fixe le pont sur l'une des piles (celle du milieu) et on le fait rouler ou glisser sur les autres, pour avoir le maximum d'amplitude de déplacement possible.

L'inconvénient des rouleaux est de permettre les oscillations, celui des glissières est de renverser les piles. On pourrait mettre des rouleaux sur les piles et des glissières sur les culées.

Nous avons déjà vu les propriétés des matériaux, fer, tôle, cornières, rivets, en égard à leur résistance, leur assemblage, etc. De plus au point de vue de la construction des ponts en tôle, on doit tenir compte des circonstances suivantes. Le poids des tôles ne dépasse pas 5 à 700^k. La longueur des fers ne dépasse pas 12 à 14^m. On ne peut pas couper couramment à la cisaille des tôles de plus de 20^{m/m}.

Du reste, on peut, au point de vue des difficultés de la fabrication, classer les tôles comme il suit :

1^{re} Classe. Poids maximum 350^k, largeur minimum 0^m,500, pour des épaisseurs variant de 5 à 20^{m/m}.

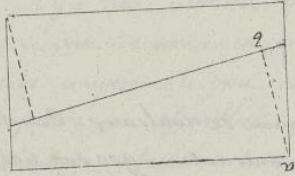
2^e Classe. Poids maximum 450^k, largeur minimum 0^m,400, pour des épaisseurs variant de 5 à 20^{m/m}.

3^e Classe. Poids maximum 650^k, largeur minimum 0^m,300, pour des épaisseurs variant de 5 à 25^{m/m}.

Dans toutes les classes, pour des épaisseurs supérieures à

6^m/m, on peut augmenter la largeur de 0,100 en diminuant la longueur de 0^m,700 environ.

Les tôles trapézoïdales se découpent dans les tôles rectangulaires, mais il faut des cisailles qui admettent la longueur ab , en l'en peut avoir $ab = 0,400$ facilement.



Parmi les défauts de fabrication, on distingue surtout le manque d'homogénéité qui se voit surtout sur les bords en aux extrémités. On le reconnaît à la vue, au son sous le marteau, à la coupe à la chute des copeaux.

Souvent le bord est mal affranchi, par suite quand on commande des tôles, il faut toujours les commander 5^m/m trop grandes et rabattre le champ.

Il faut faire des essais de résistance sur les tôles et ne pas admettre celles dont la résistance est inférieure à 32^k par ^mm².

Fers à T, I, Cornières. — La longueur possible est 12 à 14^m; il faut en même temps en commander de plus courts afin d'en faciliter l'obtention. Les défauts sont le plus souvent des criquer sur les angles.



On fabrique depuis 3^m/m jusqu'à 15^m/m d'épaisseur, et depuis 30 jusqu'à 120 de largeur d'aile.

On fait des cornières d'angles supplémentaires qui sont très utiles; on en fait à bancher inégales. Les commandes aux Usines se disposent en tableau comme suit :

Usine de

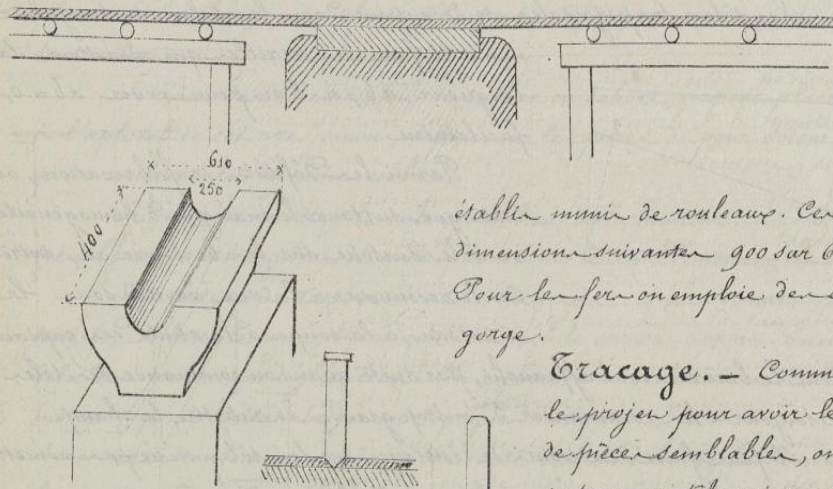
Born de

Commande N°

Number des Série	Lettres du projet	Désignation des Pièces	Dimensions						Epaisseur	Poids calculé	Nombre de pièces	Classification	Prix	Époque de la Livraison.	Observations
			Longueur			Largeur									
			Pièce finie L	pour l'usine		Pièce finie l	pour l'usine								
			L + 0,085 max	L + 0,005 max	L + 0,015 max	L + 0,005 max									
7	A	Coilles verticales	5,500	5,535	5,505	5,933	5,948	5,938	2,010	401,5	4	3 ^e	360		

Pour le poids on tolère 410^g en plus ou en moins.

Dressage. - On dresse les tôles sur un tan placé entre deux



établir un min de rouleaux. Ce tan ont les dimensions suivantes 900 sur 600 sur 150.

Pour les fers on emploie des enclumes à gorge.

Tracage. - Comme on a étudié le projet pour avoir le plus possible de pièces semblables, on fait des patrons en tôle mince que l'on perce de petits trous, au travers desquels on donne des coups de pointeau, puis

on passe le pointeau à 3 dents. Quand il y a beaucoup de trous équidistants on trace la ligne d'axe.

Le Perçage se fait à la machine à poinçonner avec chariot diviseur.

Les épaulements des fers à T ou des cornières se font sur des tan spéciaux.

Cisaillage en Rabotage des tôles. - Il vaut mieux le faire sur des paquets de feuilles superposées. On a fait des machines à 4 outils, en 15 heures, on rabote des paquets de 0,15 sur 0,85 sur 8^m,50. La mise en place sur la machine dure 3 heures.

Le rabotage n'est pas indispensable si les tôles sont bien coupées; au point de vue de la résistance, son utilité est nulle dans les points soumis à la traction, lesquels varient de position dans le passage des trains sur les ponts. Mais il faudrait perfectionner le cisaillage.

Le montage se fait sur un Chantier composé de tréteaux en bois de 0,900 de hauteur, de niveau, espacés de 3^m. On assemble au moyen de boulons, on place les cornières en leur couvre jointe, et lorsque tout est vérifié, les riveurs finissent la construction.

Le montage se fait généralement de manière à expédier le pont par tronçons. Pour un pont à parvi pleine, on a 3 chantiers juxtaposés; on peut monter en même temps la parvi en les deux semelles. Si le pont est en treillis on a deux chantiers sur lesquels on assemble les plates bandes au treillis; on ne pose les rivets que dans les parties qui seront expédiées finies. Pour

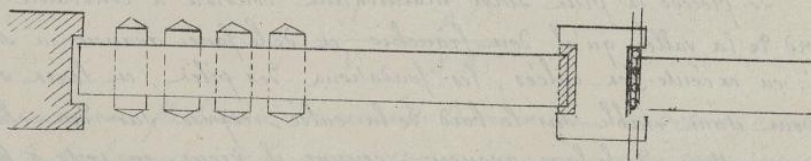
le surplus, ou vérifié les trous, et la rivure se fait à pied d'œuvre.

Mise en place des Ponts.

Il y a trois méthodes principales : les ponts de service, le levage, le lançage.

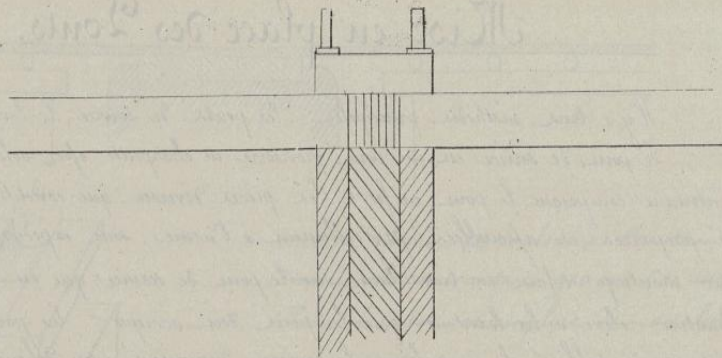
Le pont de service est un pont provisoire en charpente assez solide pour supporter les matériaux comparant le pont en fer. Les pièces diverses qui constituent celui-ci ayant été préparées et assemblées partiellement à l'usine, sont expédiées à pied d'œuvre, et leur montage se fait en travaillant sur le pont de service qui est ainsi une espèce de chantier élevé à la hauteur que le pont doit occuper. Les ponts de service sont coûteux à établir, ils encombrement la rivière, diminuent son débouché, et ont plusieurs fois été emportés par les eaux. Exemple du pont de Plaisance, le pont de service a une partie du pont métallique l'ayant été par une crue subite arrivée le 18 Octobre 1863, il a été perdu pour 300,000 francs de travaux, et l'achèvement du pont a été retardé d'une année.

Dans la méthode du levage, les grandes poutres, états, construites entières, sont amenées sur des pontons flottants ou autrement au pied des piles, et soulevées à la hauteur qu'elles doivent occuper. Cette méthode convient pour les petits ponts lorsque les voies de transport amènent les matériaux à leur pied. Elle a été appliquée sur la plus grande échelle au pont Britannia ; il a 3 travées ; les deux extrêmes de 80 mètres de longueur pesant chacune 1 300,000 K. et celle du milieu ayant 140^m de longueur, et pesant 2 200 000^K. Les piles ayant été construites avec des évidements sur toute leur hauteur, on a amené les poutres sur des pontons, et on a fait entrer leurs extrémités dans les évidements des piles : au sommet de ces piles, on avait établi des presses hydrauliques posées sur des sommiers transversaux à l'aplomb de leurs évidements. Les poutres, états suspendues aux plongeurs des presses hydrauliques au moyen de chaînes pour les mail

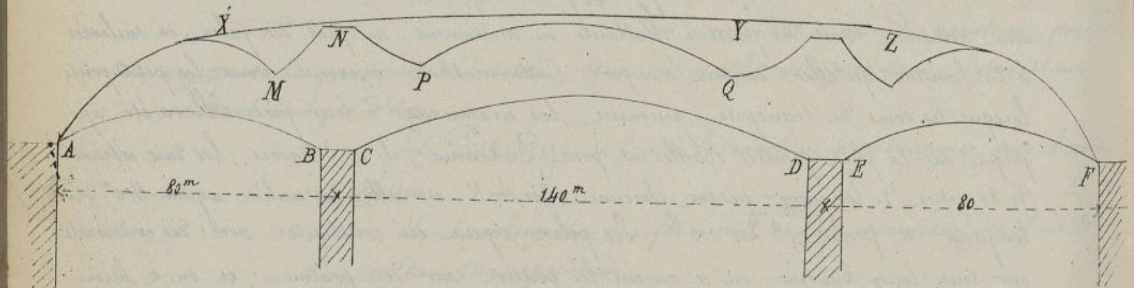


lons très longs avaient une longueur égale à la course des plongeurs, de sorte que, après avoir soulevé les poutres d'une hauteur égale à cette course, on supprimait à chaque chaîne un de ses maillons ; au fur et à mesure que les poutres s'élevaient, on construisait la maçonnerie dans les évidements des piles. Quand les poutres furent parvenues à leur hauteur définitive, on les assembla entre elles, en rapportant dans les intervalles qui les séparaient la structure en fer qui correspond à l'aplomb des piles, et le

tous sur rive sur place.

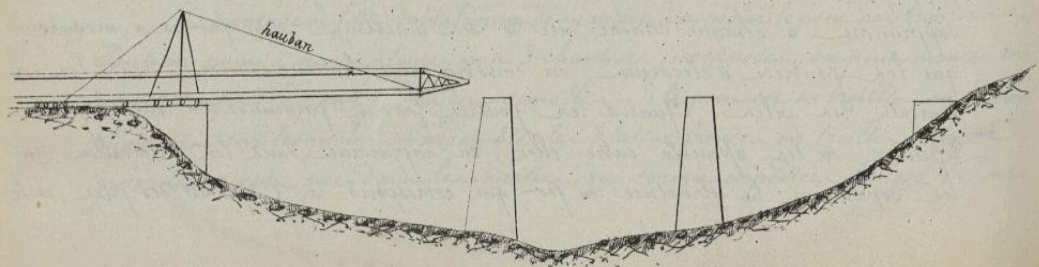


Il est résulté de ce mode de montage, que les moments fléchissants dans chaque travée avant l'assemblage faisaient sur les piles et correspondaient au poids propre des poutres étaient représentés par les arcs de paraboles coupant l'axe horizontal au bord des piles $AB CDEF$. Puis, les assemblages étant faits,



et la surcharge appliquée, les moments fléchissants sont représentés par le contour des paraboles $AMNPQ$. ; dans la construction, la matière a été répartie suivant une courbe continue $AXYZ$ qui enveloppe sensiblement le contour précédent.

Le procédé le plus suivi maintenant consiste à construire le pont sur le bord de la vallée qu'il doit franchir et de le faire avancer à sa place. Pour cela, on exécute les culées, les fondations des piles, et leurs soulèvements. Le pont étant établi sur le bord de la culée, repose sur des chariots de galets qui permettent de le faire avancer, comme il vient en porte à faux, on lui donne de la rigidité au moyen d'un chevalier et de haubans disposés comme l'indique le croquis. On le garnit ensuite d'un avant-bec de charpente.



qui se relève un peu en dessous, de manière à ce qu'il puisse monter sur la pile quand il vient la rencontrer. Le pour étain avancé en porte à faux jusqu'à l'aplomb de la 1^{re} pile, sert à amener les matériaux pour construire cette pile; ceux-ci sont descendus en place par le bout de l'avant bec. Quand la pile est achevée, on fait avancer le pour jusqu'à l'aplomb de la pile suivante, et ainsi de suite.

L'installation des chevalets et des haubans la position en porte à faux de la 1^{re} travée du pour pendant le lançage, occasionnent à ce moment des conditions de résistance particulières qu'il faut étudier pour mettre le pour en état d'y résister. Mais comme ce n'est qu'une résistance temporaire qu'il doit développer dans cette circonstance, on peut admettre pour les calculs relatifs à la consolidation exigée, un coefficient de $10^{\frac{1}{2}}$ par $\frac{m}{m^2}$.

Termes de Charpente

L'étude des conditions d'équilibre et du calcul des fermes de charpente, étant faite complètement dans un autre cours, ainsi que celle de tout ce qui a rapport à leur construction, nous ne reviendrons pas sur ces questions.

Nous voulons seulement expliquer l'usage des méthodes graphiques au moyen desquelles on peut rapidement étudier les projets.

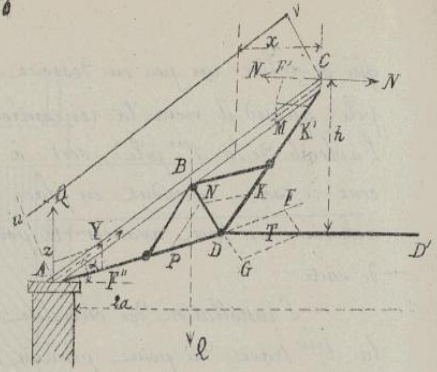
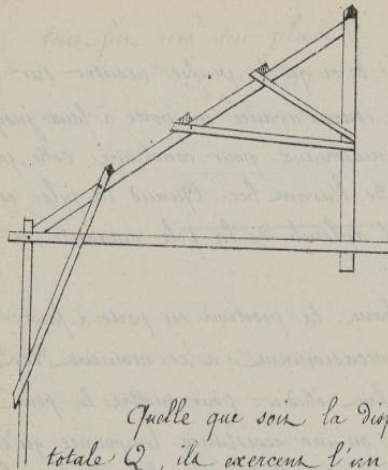
Dans l'étude mathématique du calcul des charpentes, on suppose notamment que les charges sont uniformément réparties sur les pièces composant les fermes, ce qui n'est pas exact pour les arbalétriers, mais seulement pour les lattes, chevrons et pannes. Ces pièces se calculent donc simplement comme reposant sur des appuis et recevant des charges uniformément réparties, ce qui donne

$$\frac{I}{V} = \frac{p \cdot l^2}{8 R}$$

pour le moment fléchissant maximum déterminant la section nécessaire au milieu de la longueur de la pièce, et que l'on conserve en tous ses points.

Les pannes reposent sur les arbalétriers en des points qui dans les charpentes bien étudiées sont soutenus par des contrefiches ou autres armatures, et en tenant compte de cette circonstance, et considérant les fermes comme des systèmes articulés, on trouve facilement des traces qui permettent avec quelques calculs élémentaires de déterminer les efforts auxquels les pièces sont soumises en chaque point où il est important de s'en rendre compte.

Voici par exemple un type de charpente en bois dans lequel cette condition de soutenir les pannes est bien observée, et qui permet des portées de 12 à 15 mètres.



Quelle que soit la disposition des arbalétriers qui supportent une charge totale Q , ils exercent l'un sur l'autre une pression horizontale équilibrée par la réaction des murs et surtout par la tension d'un tirant. L'on a toujours

$$T = N = \frac{Qa}{2h}$$

Car on a : projections horizontales.

$$T = N$$

moments

$$Th + Q\frac{a}{2} - Qa = 0$$

$$Th = Q(a - \frac{a}{2}) = Q\frac{a}{2}$$

$$T = Q\frac{a}{2h}$$

Si la charge est uniformément répartie, l'on a

$$Q = p \cdot a$$

et par suite

$$T = \frac{pa^2}{2h}$$

Dans cette hypothèse de répartition, s'il y a une seule contrefiche BD, et que les 3 points A, B, C soient en ligne droite, la contrefiche supporte

$$\frac{5}{8} p \cdot a \cdot \cos \alpha$$

T se décompose en DF et DG , et si l'on prend

$$DN = DG + \frac{5}{8} p \cdot a \cdot \cos \alpha$$

qui exprime la poussée totale en D, on a :

$DK = DP =$ la tension des tirants DA et DC, due à cette poussée DN, de sorte que le tirant DC est soumis à cette seule tension, tandis que DA est soumis à une somme de tensions $PD + DF = PF$ due à l'action simultanée du tirant DD' et de la contrefiche BD.

Les forces extérieures agissant sur l'arbalétrier en C sont $N = T$, représentée par $CF' = DF$ et $CK' = DK$, plus un poids égal à $\frac{3}{16} p \cdot a$. En combinant ces trois forces, leur résultante est CM qui, comme vérification

doit être dirigée suivant l'arbalétrier. Elle le comprime, et cette compression va croissant à partir de C jusqu'en bas. En un point dont l'abscisse est x , cette compression a pour valeur

$$CM + p.x. \sin \alpha$$

et au point a

$$CM + p.a. \sin \alpha$$

Comme vérification, si on prend la force $AF'' = PF$, et qu'on la compose avec la force $AZ = Q - \frac{3}{16} p.a.$ on doit retrouver cette valeur ci-dessus de la

compression en A dirigée suivant l'arbalétrier

L'arbalétrier dont on connaît la compression N , en un point quelconque et le moment fléchissant se calcule par la formule

$$R = -\left(\frac{v\mu}{I} + \frac{N}{\Omega}\right)$$

On figure ces compressions par une droite u v tracée en prenant $Au = AY$ et $Cv = CM$ et les moments fléchissants par deux paraboles.

Quand les contrefiches sont plus nombreuses, la tension T calculée comme ci-dessus produit dans le tirant AD une tension $D'I = \theta$. Si on suppose que $ABCE$ restent en ligne droite, les pressions sont :

en A $\frac{11}{112} p.a. \cos \alpha$

en B $\frac{32}{112} p.a. \cos \alpha$

en C $\frac{36}{112} p.a. \cos \alpha$

en D $\frac{32}{112} p.a. \cos \alpha$

en E $\frac{11}{112} p.a. \cos \alpha$

La force agissant en D produit deux tensions t

$$\text{--- } \theta \text{ --- } B \text{ --- } \theta \text{ --- } t$$

La force agissant en C s'ajoute à $D'K$, et fait naître deux tensions t' sur $D'A$ et $D'E$.

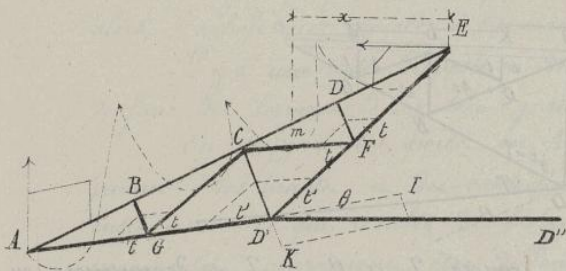
On a donc :

$$\text{Tension de } D'D'' = N \text{ calculé}$$

$$\text{--- } \theta \text{ --- } D'G = \theta + t'$$

$$\text{--- } \theta \text{ --- } GA = \theta + t' + t = M$$

$$\text{--- } \theta \text{ --- } DF = t'$$



$$\text{Tension de } FE = t + t$$

$$\text{— d° — } GC \text{ et } CF = t$$

La compression de l'arbalétrier en E est la résultante de N , de t et de $\frac{11}{112} p \cdot a \cdot \cos \alpha$

$$N + t + \frac{11}{112} p \cdot a \cdot \cos \alpha = K$$

en un point quelconque m , elle a pour valeur

$$K + p \cdot x \cdot \sin \alpha$$

en A, sa valeur est

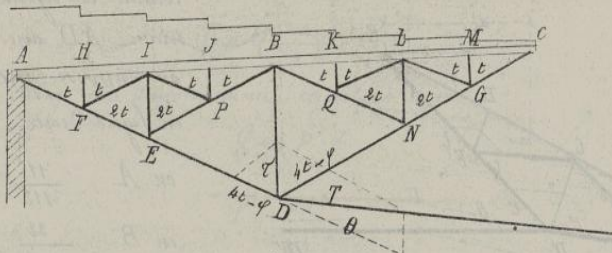
$$K + p \cdot a \cdot \sin \alpha$$

cette dernière valeur est aussi égale à la résultante de Q , M , et $\frac{11}{112} p \cdot a \cdot \sin \alpha$

L'on pourra aussi tracer les valeurs successives des μ , de manière à calculer pour chaque point

$$R = - \left(\frac{VM}{I} + \frac{N}{\Lambda} \right)$$

Si l'on suppose un système dans lequel il y ait une contrefiche à chaque poutre, chaque contrefiche recevant la même pression, donnera deux composantes t en son pied.



Il calcule comme il a été dit donnera T et θ ; T se décomposera en deux forces ϕ de sorte que les tensions seront

$$\text{sur } DE = -\theta - \phi + 4t$$

$$\text{sur } EF = -\theta - \phi + 6t$$

$$\text{sur } FA = -\theta - \phi + 7t$$

$$\text{sur } DN = -\phi + 4t$$

$$\text{sur } NG = -\phi + 6t$$

$$\text{sur } GC = -\phi + 7t$$

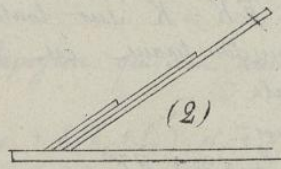
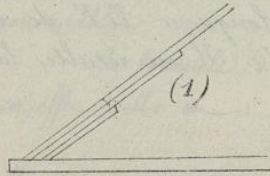
$$\text{sur } FI, IP, QL, LG = t$$

$$\text{sur } EP, FQ = 2t$$

La compression de l'arbalétrier en C est la résultante de $N=T$, de $-\phi + 7t$ tension de GC et de $p' \cdot \sin \alpha$ charge de la poutre en ce point. Cette compression est constante sur toute la longueur CM ; en M, elle s'augmente de $p' \cdot \sin \alpha$, et cela jusqu'au point A, point où il y a lieu de faire la même

vérification, c'est-à-dire que la compression doit être égale en ce point à la résultante des forces $-Q$ réaction du mur, $\theta - q + 7t$ tension de FA et $p \sin \alpha$ poids de la sablière. Ces variations sont figurées par une droite à gradins, et il n'y a aucun moment fléchissant. L'Arbalétrier se calcule donc comme un poteau dans chaque travée.

Dans certaines charpentes en bois, on double et triple les arbalétriers dans le bas, mais on le fait d'après la disposition (1), il serait plus rationnel



de faire le contraire et de prendre la disposition (2).

En résumé, lorsque la charge est uniformément répartie sur l'arbalétrier,

comme dans certaines charpentes où il n'y a pas de chevrons ni de pannes mais des fermes assez nombreuses pour recevoir le voligeage, on doit calculer les arbalétriers d'après la formule

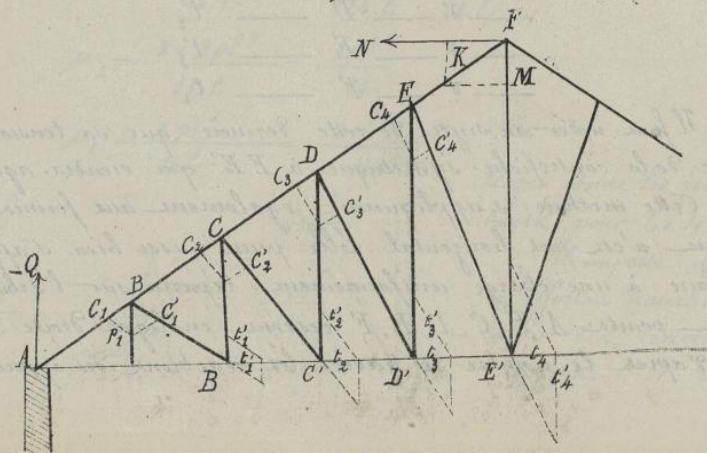
$$R = -\left(\frac{v \mu}{I} + \frac{N}{\Omega}\right)$$

dans laquelle N et μ , sont données par l'épure, après avoir calculé les réactions des appuis comme dans les poutres et travées multiplées.

S'il y a des pannes, il faut tâcher de soutenir chacune d'elles, et alors l'arbalétrier résiste à la manière des poteaux et doit se calculer de même.

Il y a une autre disposition de ferme usitée en Allemagne qui a permis de faire des fermes d'une très-grande portée.

On suppose les poids en A, B, C, D, E, F points d'application des pannes, des tirants et des contrefiches; on suppose donc ces poids égaux entre eux, ce qui résulte de l'égalité d'espacement des pannes (les espacements pourraient être différents, sans changement de la méthode). Enfin on admet que l'on a là un système articulé, ce qui permet la décomposition de forces nécessaires pour trouver les tensions et compressions.



Le poids p_1 fait naître suivant BA et BB' deux compressions C_1 et C'_1 . Celle-ci se transporte en B' et fait naître dans $B'A$ une tension t_1 , et dans $B'C$ une tension t'_1 . t'_1 se transporte en C , et le poids p_2 s'y ajoutant, leur résultante fait naître suivant CB une compression C_2 , et suivant CC' une compression C'_2 , laquelle se transporte en C' , et ainsi de suite. Au milieu t'_4 s'ajoute en F au poids p_5 , et leur somme résultante TM combinée avec la réaction horizontale N de l'autre arbalétrier produit la compression du premier qui a pour valeur $FK = K$ sur toute la longueur EF , de même que au point E' la tension du tirant est $T = N$. Il en résulte la répartition suivante des efforts :

Dans l'arbalétrier :

Compressions le long de		
_____ 9° _____	FE	K
_____ 9° _____	ED	$K + C_4$
_____ 9° _____	DC	$K + C_4 + C_3$
_____ 9° _____	CB	$K + C_4 + C_3 + C_2$
_____ 9° _____	BA	$K + C_4 + C_3 + C_2 + C_1$

Tensions du tirant :

en		
	E'	T
le long de	$E'D'$	$T + t_4$
_____ 9° _____	$D'C'$	$T + t_4 + t_3$
_____ 9° _____	$C'B'$	$T + t_4 + t_3 + t_2$
_____ 9° _____	$B'A$	$T + t_4 + t_3 + t_2 + t_1$

Compressions des bielles

bielle	BB'	C'_1
bielle	CC'	C'_2
bielle	DD'	C'_3
bielle	EE'	C'_4

Tensions des tiges verticales :

appliquées en	B	0
_____ 9° _____	C	t'_1
_____ 9° _____	D	t'_2
_____ 9° _____	E	t'_3
_____ 9° _____	F	t'_4

Il faut noter au sujet de cette dernière, que sa tension réelle sera $2t'_4$, à cause de la contrefiche symétrique à $F'E'$ qui viendra agir sur elle.

Cette méthode s'appliquait également aux fermes de ce système dont le tirant n'est pas horizontal. Elle peut aussi bien s'appliquer, quand on a à faire à une charge uniformément répartie sur l'arbalétrier, on admettant que les points A, B, C, D, E, F restent en ligne droite. Il faut alors calculer d'après le nombre des travées les réactions des appuis qui donnent les

valeurs des forces p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 , et déterminer les moments fléchissants.

Dans un cas comme celui-ci, on tracera les moments fléchissants en dessinant une parabole

$$M = \frac{1}{2} p \cdot x^2$$

en cherchant les moments sur les appuis, et plaçant la parabole au point convenable.

La formule de Clapeyron qui sert dans ce cas, se simplifie encore; en effet, elle est:

$$4 l_1 \mu_0 + 8 (l_1 + l_2) \mu_1 + 4 \mu_2 l_2 = p_1 l_1^3 + p_2 l_2^3$$

elle se réduit à

$$4 l \cdot \mu_0 + 16 l \cdot \mu_1 + 4 l \cdot \mu_2 = 2 a$$

$$a = p_1 l_1^3 = p_2 l_2^3$$

Pour 4 travers, l'on a:

$$\mu_0 = \mu_4 = 0$$

$$\mu_1 = \mu_3$$

$$\mu_2$$

Il n'y a que deux inconnues μ_1 et μ_2 , il suffit de deux équations

$$16 l \cdot \mu_1 + 4 l \cdot \mu_2 = 2 a \quad (1)$$

$$8 l \cdot \mu_1 + 16 l \cdot \mu_2 = 2 a \quad (2)$$

(1) devient

$$8 l \cdot \mu_1 + 2 \mu_2 - l = a$$

d'où l'on tire en retranchant

$$14 l \cdot \mu_2 = a$$

$$\mu_2 = \frac{a}{14 l}$$

par suite

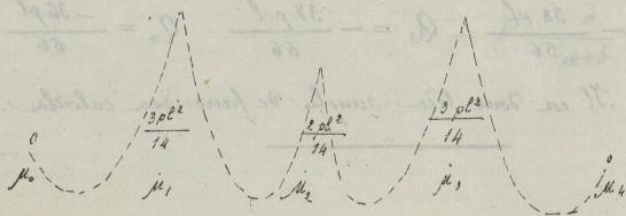
$$\mu_1 = \frac{2a - \frac{4a}{14}}{16 l} = \frac{24 a}{224 l} = \frac{3 a}{28 l}$$

$$\mu_1 = \frac{3 \times 2 p l^3}{28 l} = \frac{3 p l^2}{14}$$

$$\mu_2 = \frac{2 p l^3}{14 l} = \frac{2 p l^2}{14}$$

ce qui donne les résultats suivants pour les 4 travers

Il importe surtout d'avoir les efforts tranchants pour avoir les réactions sur les appuis. Or, en un point



quelconque:

$$1^{\text{re}} \text{ travée} \quad M = M_0 + \frac{x}{l} (\mu_1 - \mu_0) + \frac{1}{2} p \cdot x^2 - \frac{1}{4} p \cdot l \cdot x$$

d'où

$$T = -\frac{dM}{dx} = -\frac{pl}{4} - \frac{\mu_1 - \mu_0}{l} - p \cdot x$$

ce qui donne à l'origine de la travée où $x = 0$

$$T' = -\frac{p \cdot l}{4} - \frac{\mu_1 - \mu_0}{l}$$

et à l'autre extrémité où $x = l$

$$T = \frac{p \cdot l}{4} - \frac{\mu_1 - \mu_0}{l} - pl = -\frac{3pl}{4} - \frac{\mu_1 - \mu_0}{l}$$

La quantité $\frac{pl}{4} = b$ servira au calcul dans toutes les travées

$$\text{dans la } 1^{\text{re}} \quad \frac{\mu_1 - \mu_0}{l} = \frac{3pl}{14}$$

$$\text{dans la } 2^{\text{e}} \quad \frac{\mu_2 - \mu_1}{l} = -\frac{pl}{14}$$

$$\text{dans la } 3^{\text{e}} \quad \frac{\mu_3 - \mu_2}{l} = \frac{pl}{14}$$

$$\text{dans la } 4^{\text{e}} \quad \frac{\mu_4 - \mu_3}{l} = -\frac{3pl}{14}$$

On a donc:

$$1^{\text{re}} \text{ Travée} \quad \begin{cases} T'_1 = \frac{pl}{4} - \frac{3pl}{14} = \frac{2pl}{56} \\ T''_1 = -\frac{3pl}{4} - \frac{3pl}{14} = -\frac{54pl}{56} \end{cases}$$

$$2^{\text{e}} \text{ Travée} \quad \begin{cases} T'_2 = \frac{pl}{4} + \frac{pl}{14} = \frac{15pl}{56} \\ T''_2 = -\frac{3pl}{4} + \frac{pl}{14} = -\frac{38pl}{56} \end{cases}$$

$$3^{\text{e}} \text{ Travée} \quad T'_3 = \frac{pl}{4} - \frac{pl}{14} = 0$$

$$\text{d'où} \quad Q_0 = \frac{2pl}{56} \quad Q_1 = T'_2 + T''_1 = -\frac{36pl}{56}$$

$$Q_2 = -\frac{38pl}{56} \quad Q_3 = -\frac{38pl}{56} \quad Q_4 = \frac{2pl}{56}$$

$$Q_5 = \frac{2pl}{56} \quad \text{Il est donc très simple de faire ces calculs.}$$

Arc Métallique.

La manière de résister des arcs diffère de celle des voûtes, en ce que le métal supporte des efforts de traction qui sont utilisés; il supporte aussi des efforts de compression longitudinale dus à la présence des calées ou d'un tirant. Le calcul des arcs est très compliqué, lorsqu'on veut le faire par des moyens purement algébriques.

Je propose une méthode mixte comportant des procédés graphiques et des calculs simples.

Supposons qu'il s'agisse de supporter, au moyen d'un arc, une masse de matière d'une disposition connue quant à sa forme et à la distribution des charges qui la composent, l'arc métallique lui-même en faisant partie. Imaginons dans cette masse un arc de courbe de forme et de position inconnue, cet arc très mince et parfaitement flexible, mais supposé d'une résistance absolue à la compression, reposant sur deux points fixes de position donnée A et B. Soient G le centre de gravité, et P le poids de la matière comprise entre les deux plans verticaux A et B, P et G étant déterminés par les procédés connus.

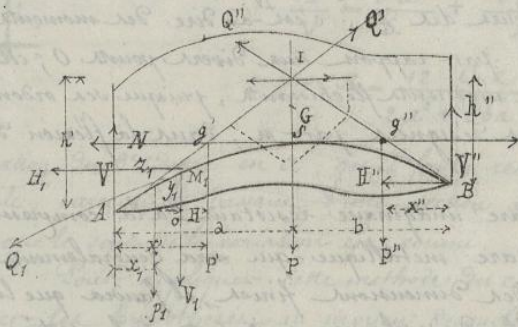
Les réactions Q' et Q'' des points d'appui A et B faisant équilibre au poids P. Ces trois forces se coupent en un même point I dont la position détermine l'intensité et la direction de Q' et Q''; si on donne le point I. En composant successivement Q' ou Q'' avec les poids partiels des portions voisines de proche en proche,

on obtiendra une courbe qui sera telle que chacun de ses points recevra une compression tangentielle égale en intensité et en direction à la résultante qui en tangente à la dite courbe au point considéré; cette compression sera donc normale en ce point à la section droite d'un arc très mince représenté par une courbe.

Les composantes verticales de Q' et Q'' ont pour valeur

$$V' = P \frac{b}{a+b}$$

$$V'' = P \frac{a}{a+b}$$



Les composantes horizontales H' et H'' sont égales entre elles, cette égalité résulte des conditions d'équilibre de l'ensemble du système; elle est donc indépendante de la position des points A et B , donc aussi de l'inclinaison de Q' et Q'' , de sorte que si l'on considère l'élément horizontal de la courbe lequel est soumis aux réactions horizontales mutuelles N et $-N$, ces réactions n'ayant pas de composantes verticales se réduisent à $N = H' = H''$.

Cet élément horizontal de la courbe est dans le plan qui contient P , car la somme des moments des poids étant nulle par rapport à ce plan, l'effort tranchant y est nul aussi; donc la réaction mutuelle des éléments de la courbe n'y a pas de composante verticale, donc cet élément est horizontal. La force N rencontre Q' en g' , donc le poids p' de la partie de gauche est dans le plan vertical de ce point g' à cause de l'équilibre, de même p'' est dans le plan de g'' .

Au lieu de donner la direction de Q' en choisissant le point I , on aurait pu se donner le niveau de N , c'est-à-dire le sommet S de la courbe, et composer N avec p' , en deduire la valeur de N , la direction et la valeur de Q' .

En un point quelconque M_1 de la courbe, dont les coordonnées, en rapport au point A sont x_1 et y_1 , la réaction Q_1 a deux composantes qui sont

$$H_1 = H = N \quad \text{et} \quad V_1 = V' - p_1$$

p_1 = le poids des masses comprises entre le plan de A et celui de M_1 , et si l'on prend les moments par rapport à l'axe O , l'on a :

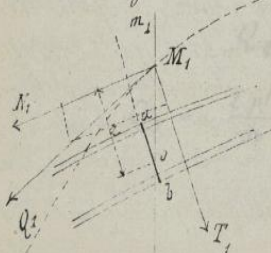
$$H_1 \cdot y_1 + p_1 (x_1 - x_1) - V' x_1 = 0$$

$$N \cdot y_1 = \mu \quad y_1 = \frac{1}{N} \cdot \mu$$

Donc cette courbe représente les valeurs de μ , c'est-à-dire des moments successifs des forces verticales prises par rapport aux divers points O ; elle est donc semblable à une courbe des moments fléchissants, puisque ses ordonnées sont proportionnelles aux valeurs désignées par μ , dans la flexion des poutres droites.

Si l'on veut remplacer l'arc imaginaire résistant à la compression simple et ainsi déterminé par un arc métallique qui sera généralement d'une forme différente et qui aura des dimensions finies, il faudra que les forces moléculaires qu'il sera susceptible de développer par suite de la section qu'on lui donnera, soient équivalentes à la compression Q_1 prise sur le point de la courbe imaginaire correspondant à la section considérée de l'arc métallique.

Mais ayant trouvé que la masse située à droite du point m_1, m_2 exerce sur le point M_1 de la courbe idéale une compression Q_1 , nous calculerons la section correspondante ab de l'arc métallique de manière, à ce qu'il puisse en cette section résister à l'action d'une



force extérieure ayant la position, la grandeur et la direction de Q_1 .

À cet effet, nous décomposons Q_1 en N normale à la section ab , et T_1 force transversale, et nous avons à satisfaire aux deux conditions

$$\begin{array}{l} \text{effort tranchant} \\ \text{compression et flexion} \end{array} \quad R = \frac{T_1}{\Omega} \quad (a)$$

$$R = \frac{v\mu}{I} + \frac{N_1}{\Omega} \quad (b)$$

$$\mu = N_1 \cdot z \quad I = \Omega \rho^2$$

Observerons de suite que $\frac{N_1}{\Omega}$ étant déjà plus grand que $\frac{T_1}{\Omega}$,

à fortiori $\frac{v\mu}{I} + \frac{N_1}{\Omega}$ sera plus grand que $\frac{T_1}{\Omega}$ et que par conséquent

si l'équation b est satisfaite, l'équation (a) le sera à fortiori. D'ailleurs la valeur de N_1 diffère peu de Q_1 généralement, de sorte que l'on peut prendre la valeur de Q_1 au lieu de N_1 , et appeler z , la perpendiculaire abaissée sur Q_1 du point O .

N'ayant qu'une équation, on ne peut déterminer qu'une dimension de la poutre. C'est généralement sa hauteur, qui varie ainsi de proche en proche, ainsi sa section étant en double Γ et d'épaisseur e

$$\Omega = (a + 2b)e$$

$$I = \frac{ea^3}{12} + 2b \frac{a^2}{4} \quad v = \frac{1}{2}a$$

$$\frac{I}{v} = \frac{ea^2}{6} + \frac{eba}{4} = \frac{2ea^2 + 3bea}{12}$$

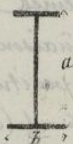
$$e \cdot R = \frac{12 \cdot Q \cdot z}{2a^2 + 3ba} + \frac{Q}{a + 2b}$$

équation du 3^e degré en a , qu'il faut résoudre par un tâtonnement, d'ailleurs facile, parcequ'en passant d'une section à la suivante, la valeur de a varie peu, et que le sens de la variation est connu.

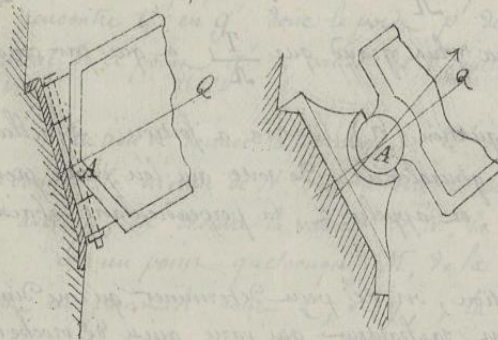
Pour appliquer cette méthode du calcul des arcs, il est nécessaire de fixer les hypothèses au moyen desquelles on arrivera à tracer la courbe idéale de l'arc infiniment mince comprimé. Nous allons donc étudier cette question.

La forme de cet arc idéal dépend de la direction et du point d'application admissibles pour l'une des réactions Q d'un des points supposés fixés ou de la position attribuée à N , et d'ailleurs les deux valeurs qui en résultent pour Q et N dépendent l'une de l'autre. Nous supposerons connu le point d'application A de la force Q , et nous chercherons quelle inclinaison il convient d'attribuer à cette force.

C'est dans le plan de naissance de l'arc métallique que nous chercherons



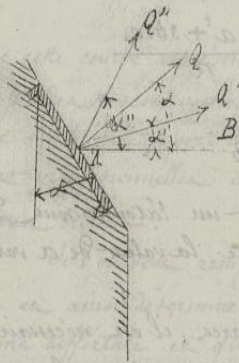
le point A, paraque nous pouvons l'y déterminer très approximativement, lors du montage de l'arc. En effet, l'arc métallique repose sur mainvances sur une plaque de fondation scellée à la pierre, et il y est calé par le moyen de coins; ces coins étant symétriques, peuvent être choisis par des efforts égaux, et par suite ils exerceront des pressions égales, dont la résultante passera au milieu de leur distance qui sera aussi le milieu du joint de contact. Ainsi on peut les faire frapper par le même ouvrier employant le même marteau, ou mieux encore les traverser par une vis commune; en tournant cette vis, elle fera avancer celui qui est le moins serré.



On fait aussi reposer les arcs par un gros tourillon, ce qui assure d'une façon absolue la position du point de passage en A de la réaction Q.

Nous admettons donc que la force Q passe au milieu de la naissance, et, comme le serrage par des coins s'oppose mieux aux

vibrations de l'arc et aux oscillations du point que l'articulation sur un tourillon, nous supposons que l'on a recouru au serrage par des coins. Il reste à choisir la direction de Q.



Soient Q' et Q'' les positions extrêmes que Q pourra prendre et α' et α'' les inclinaisons correspondantes sur l'horizontale AB, la position moyenne de Q aura l'inclinaison moyenne $\alpha = \frac{1}{2}(\alpha' + \alpha'')$

et il est naturel de donner à la plaque de fondation la même inclinaison α sur la verticale, de sorte que Q lui soit normal dans la position moyenne autour de laquelle Q oscille, et il est évident que les plus grands écarts à prévoir en plus ou en moins de l'angle moyen α sont

$\pm \varphi$ (φ angle de frottement) puisque, si cette limite est dépassée, l'arc serait importé par le glissement. Donc à la limite

$$\alpha' = \alpha - \varphi$$

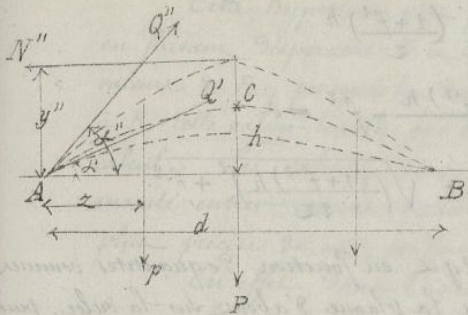
$$\alpha'' = \alpha + \varphi$$

Il faut déterminer α . Supposons tracée la fibre moyenne A, C, B de l'arc et α connu. Nous déterminerons P poids total à supporter en grandeur et en position ainsi que $p = p_1$ poids de la partie de gauche et de celle de droite (qui peuvent n'être pas égaux)

entre eux, mais nous supposons la symétrie)

Nous traçons les deux courbes de pression correspondantes à $\angle$ et $\angle''$ supposés connus. Soit la position Q'' , on a

$$N'' y'' = p \cdot z$$



$$\text{donc } N'' = p \cdot \frac{z}{y''} = \frac{p}{\operatorname{tg} \angle''}$$

et le moment fléchissant de N'' par rapport à la section C est :

$$\begin{aligned} \mu'' &= N'' (y'' - h) = N'' y'' - N'' h \\ &= p \cdot z - \frac{p \cdot h}{\operatorname{tg} \angle''} = p \left(z - \frac{h}{\operatorname{tg} \angle''} \right) \end{aligned}$$

Pour la position Q' , on a de même :

$$\mu' = p \left(z' - \frac{h}{\operatorname{tg} \angle'} \right)$$

μ' et μ'' sont de signes contraires

Il convient de faire $\mu' = -\mu''$, parce que l'arc doit être symétrique par rapport à sa fibre moyenne, de sorte qu'il présentera une résistance symétrique, et que, dans les limites a, b des sautes oscillations possibles de la courbe des pressions, il présentera une résistance supérieure à celle qu'il aura dans ces deux cas extrêmes. Nous aurons donc à la fin

$$\begin{aligned} \angle' &= \angle - \varphi \\ \angle'' &= \angle + \varphi \\ \mu' &= -\mu'' \end{aligned}$$

$$\text{ou } p \left(z - \frac{h}{\operatorname{tg}(\angle - \varphi)} \right) = -p \left(z - \frac{h}{\operatorname{tg}(\angle + \varphi)} \right)$$

De cette équation on tire $\operatorname{tg} \angle$ en fonction de z et de h , et comme sa valeur ne dépend pas de $AB = d$, elle s'applique au cas de non symétrie de la charge, à la section de l'arc placée dans le plan de P , et dont la hauteur est h .

Calcul de $\operatorname{tg} \angle$. On a d'après la trigonométrie

$$\operatorname{tg}(\angle \pm \varphi) = \frac{\operatorname{tg} \angle \pm \operatorname{tg} \varphi}{1 \mp \operatorname{tg} \angle \cdot \operatorname{tg} \varphi}$$

on posant $\operatorname{tg} \angle = a$,
donc en transposant

$$\operatorname{tg} \varphi = f = 0,16 \text{ environ}$$

$$\begin{aligned} \frac{2z}{h} &= \frac{1}{\operatorname{tg}(\angle - \varphi)} + \frac{1}{\operatorname{tg}(\angle + \varphi)} = \frac{1 - a \cdot f}{a + f} + \frac{1 + a \cdot f}{a - f} \\ &= \frac{a - f - a^2 f^2 + a f^2 + a + f + a^2 f + a f^2}{a^2 - f^2} \end{aligned}$$

$$\frac{az}{h} = \frac{2a(1+f^2)}{a^2-f^2}$$

$$a^2 - f^2 = a \frac{(1+f^2)h}{z}$$

$$a^2 - a \frac{(1+f^2)h}{z} - f^2 = 0$$

$$a = \frac{(1+f^2)h}{2z} + \sqrt{\left(\frac{(1+f^2)h}{2z}\right)^2 + f^2}$$

Nous pouvons donc calculer $a = \operatorname{tg} \angle$ en fonction de quantités connues.

Ayant ainsi l'angle $\angle$, on placera la plaque d'abord sur la calée, puis on trace les deux courbes correspondant aux directions Q' et Q'' , c'est-à-dire aux inclinaisons $\angle - \varphi$ et $\angle + \varphi$, et l'on aura le moyen de calculer les sections successives de l'arc, de manière à les mettre en état de résister à toutes les conditions possibles de passage de la courbe des pressions, tant qu'il ne glissera pas sur ses culées.

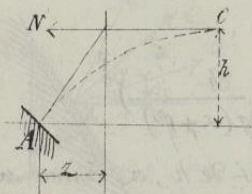
Mais, au lieu de prendre $\varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} f$, on peut le prendre plus petit, ce qui conduira à un arc plus léger. Or, à la limite, si on prend $\varphi = 0$ ou $f = 0$, on trouvera

$$a = \frac{(1+0)h}{2z} + \sqrt{\left(\frac{h}{2z}\right)^2} = \frac{h}{z}$$

L'angle $\angle$ est tel alors que N passe en C , car si l'on construit

$$\operatorname{tg} \angle = \frac{h}{z}$$

on aura la figure ci-contre.



Cette valeur rend $\mu = 0$

$$\mu = p \left(z - \frac{h \cdot z}{h} \right) = 0$$

La section en C paraît donc pouvoir être nulle, ce qui n'est pas exact. Cette anomalie tient à ce que l'hypothèse $\mu' = -\mu''$ n'est qu'une approximation qui cesse d'être applicable dans le cas où $f = 0$, bien qu'elle soit suffisante quand f a une valeur.

En effet, quand N'' passe au-dessus de l'arc

$$R'' = \frac{V \mu''}{I} + \frac{N''}{\Omega}$$

quand N' passe au-dessous

$$R' = \frac{-V \mu'}{I} + \frac{N'}{\Omega}$$

ces deux valeurs de R doivent être égales, donc

$$\frac{V \mu''}{I} + \frac{N''}{\Omega} = \frac{-V \mu'}{I} + \frac{N'}{\Omega} \quad (a)$$

et ce n'est qu'en supposant $N' = N''$ que l'on a $\mu' = -\mu''$

Cette hypothèse n'est pas rigoureuse, mais elle permet un calcul facile en faisant disparaître I et Ω , et comme elle n'a aucune influence sur les valeurs de R , puisque la détermination ultérieure de I et Ω permet de donner à R telle valeur limite que l'on veut, elle peut être employée pour un premier calcul. Les valeurs de I et Ω déterminées en vertu de ce calcul, pourrions ensuite entrer comme quantités connues, dans une nouvelle détermination plus précise de Ω , en faisant alors $R' = R''$.

En effet, dans l'équation (a) nous remplacerons N', N'', μ', μ'' par leurs valeurs. On a d'abord :

$$\frac{V}{I} (\mu' + \mu'') + \frac{1}{\Omega} (-N' + N'') = 0$$

$$\frac{V}{I} \left[R \left(z - \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha''} \right) + R \left(z - \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha'} \right) \right] + \frac{1}{\Omega} \left(\frac{R}{\operatorname{tg} \alpha''} - \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha'} \right) = 0$$

$$\frac{V}{I} \left[z - \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha''} + z - \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha'} \right] + \frac{1}{\Omega} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha''} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha'} \right) = 0$$

$$\frac{2Vz}{I} - \frac{Vh}{I} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha''} + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha'} \right) + \frac{1}{\Omega} \left(\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha''} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha'} \right) = 0$$

ou bien, plus simplement

$$A - B \left(\frac{1}{\alpha''} + \frac{1}{\alpha'} \right) + C \left(\frac{1}{\alpha''} - \frac{1}{\alpha'} \right) = 0$$

$$\alpha' = \frac{a-f}{1+af} \quad \alpha'' = \frac{a+f}{1-af}$$

$$A - B \frac{\alpha' + \alpha''}{\alpha' \alpha''} + C \frac{\alpha' - \alpha''}{\alpha' \alpha''} = 0$$

$$A \alpha' \alpha'' - B (\alpha' + \alpha'') + C (\alpha' - \alpha'') = 0$$

$$\frac{A(a-f)(a+f)}{(1+af)(1-af)} - B \left(\frac{a-f}{1+af} + \frac{a+f}{1-af} \right) + C \left(\frac{a-f}{1+af} - \frac{a+f}{1-af} \right) = 0$$

$$\frac{A(a^2-f^2)}{1-a^2f^2} - B \frac{a-f-a^2f+a^2f^2+a+f+a^2f+a^2f^2}{1-a^2f^2} + C \frac{a-f-a^2f+a^2f^2-a^2f^2-a^2f^2-a^2f^2}{1-a^2f^2} = 0$$

ou en simplifiant

$$A(a^2-f^2) - B(2a(1+f^2)) - C(2f(1+a^2)) = 0$$

$$Aa^2 - Af^2 - a(2B(1+f^2)) - 2Cf - 2Cfa^2 = 0$$

$$a^2(A-2Cf) - a(2B(1+f^2)) - Af^2 - 2Cf = 0$$

$$a^2 = a \frac{2B(1+f^2)}{A-2Cf} - \frac{Af^2 + 2Cf}{A-2Cf} = 0$$

$$a = \frac{B(1+f^2)}{A-2Cf} + \sqrt{\left[\frac{B(1+f^2)}{A-2Cf}\right]^2 + \frac{(Af^2+2Cf)(A-2Cf)}{(A-2Cf)^2}}$$

$$a = \frac{B(1+f^2) + \sqrt{[B(1+f^2)]^2 + (Af^2+2Cf)(A-2Cf)}}{A-2Cf}$$

$$a = \frac{\frac{vh}{I}(1+f^2) + \sqrt{\left[\frac{vh}{I}(1+f^2)\right]^2 + \left(\frac{2vz}{I}f^2 - \frac{2f}{n}\right)\left(\frac{2vz}{I} - \frac{2f}{n}\right)}}{\frac{2vz}{I} - \frac{2f}{n}} \quad (m)$$

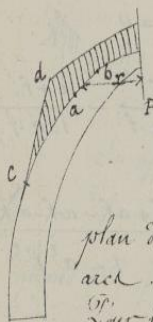
Si on y fait $f=0$, on retombe encore

$$a = \frac{\frac{vh}{I} + \sqrt{\left(\frac{vh}{I}\right)^2}}{\frac{2vz}{I}} = \frac{\frac{2 \times h}{I}}{\frac{2 \times z}{I}} = \frac{h}{z}$$

ceci vérifie l'exactitude de la formule (m)

Charpentes de Dômes, etc ...

La méthode graphique permettant de tracer une courbe de pression quel que soit le mode de répartition de la charge, on pourra l'employer à calculer l'arc d'un dôme, car on saura tenir compte, d'après le profil arrêté et le nombre de fermes de la manière dont la charge est répartie sur elles. Ainsi le poids de l'arc augmente progressivement avec son développement, celui de la couverture est proportionnel aux longueurs ab des portions considérées de l'arc multipliés par $\frac{2\pi x}{n}$, n nombre d'arcs.



Le poids de la neige sera réparti suivant la même loi, mais il faudra le limiter par un certain talus naturel cd . La poussée qu'en est-elle réduite par la forme même et on peut la compter équivalente à 20 ou 30 kg par mètre carré.

Comme tout le calcul ne dépend que du poids situé à gauche du plan de P , il n'y a pas lieu de s'occuper de la réaction des autres arcs.

Pour les arcs de ponts de chemins de fer, les surcharges sont distribuées suivant la longueur des véhicules.

Locomotive	40 à 60 tonnes	longueur	8 à 9 ^m
Tender chargé	25 à 30 "	"	7 à 8 "
Wagon chargé	12 à 16 "	"	8 " 00

Résistance des Matériaux

appliquée spécialement aux travaux de Construction.

Déjà nous avons examiné quelques cas relatifs aux constructions civiles, tels que règles relatives aux dimensions des poteaux, colonnes et piliers, et aux murailles, dans les cas simples où la charge peut être considérée comme agissant suivant l'axe vertical des supports. Comme applications du calcul des pièces chargées transversalement nous avons étudié les planchers en fer des édifices et les grands ponts métalliques à poutres droites. Nous compléterons ces études par l'examen de la construction des routes et ponts en pierre, des arcs métalliques courbes appliqués aux ponts et aux charpentes, et par celles de certaines formes de charpentes.

Les propriétés résistantes des métaux nous été examinées en détail, nous avons besoin de donner quelques développements sur celles des matériaux non métalliques, c'est-à-dire les pierres factices ou naturelles, sans recevoir toutefois sur ce qui a déjà été donné dans le cours de construction.

On a divisé les pierres, au point de vue de leur emploi dans les constructions, en

1. Pierres argileuses
2. Pierres calcaires
3. Pierres gypseuses
4. Pierres scintillantes ou siliceuses

1^o La première classe comprend les granits, porphyres, basaltes,
 2^o rochers à ciments feldspathiques, qui sont en maçonnerie confondus sous le nom de granites, elle comprend aussi les schistes, ardoises. Les pierres de cette classe offrent une résistance extrême aux agents atmosphériques, et au point de vue qui nous occupe une résistance à l'écrasement qui est fort grande. voici quelques chiffres de la charge d'écrasement par centimètre quarré.

Désignation des Pierres		Densité	Charge
A	Granite gris de Bretagne	2.74	650
	d ^o gris des Vosges	2.64	420
B	Granite de Normandie (Flamanville)	2.71	707
	d ^o d ^o	2.66	700
C	Sarc dure du Vésuve	2.60	590
	d tendre	1.97	230
	Porphyre	2.87	2470

Nota: Dans les groupes A, B, C, la résistance varie dans le même sens que la densité.

2°. Les pierres calcaires compreneurs les marbres, les roches dures et tendres, les liais, la craie.

Voici quelques chiffres relatifs à leur résistance, groupés de manière à se suivre pour une même nature de roche.

{	Marbre noir	2.72	790	
{	autre 2°	2.60	600	
{	Roche de Bagneux	2.777	731	
{	2° tendre	2.08	130	
	Pierre de Saillancourt	1 ^{re} Qualité	2.41	140
		2° 2°	2.29	120
		3° 2°	2.10	90
{	Pierre tendre ou Vergeler	1.82	60	
{	autre	1.50	42	
{	Calcaire jaune de Saumons	2.20	180	
{	autre	2.00	120	
{	Lambourdes	1.70	36	
{	autres	1.56	20	

Nota. Encore la décroissance de la résistance avec celle de la densité

3°. Les pierres gypseuses ne valent rien pour bâtir, il n'y a pas lieu de s'en occuper.

4°. Les pierres siliceuses sous les silex pyromaqueux de la craie et autres, les pierres meulières, les grès quartzeux.

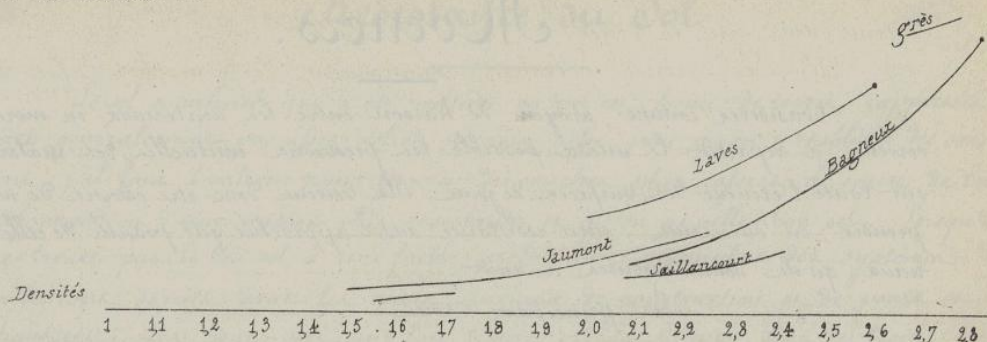
La résistance des grès varie de 300^k à 800^k par centimètre carré, et la densité de 2.10 à 2.57.

Celle des meulières de 30^k à 75^k et dépend surtout de la porosité, elle est difficile à mesurer à cause de la texture cavernueuse de cette pierre.

On a remarqué, à propos de chacun des chiffres cités dans ces tableaux très abrégés que la résistance d'une pierre donnée décroît en même temps que sa densité.

En compulsant les tableaux d'expériences très nombreuses, et en mettant les résultats sous forme graphique, c'est-à-dire prenant pour abscisses les densités et pour ordonnées les résistances, on voit que les résistances de chaque nature de matière sont exprimées par des courbes presque rectilignes qui vont toutes converger vers le même point correspondant

à la densité 1.



Il faut remarquer que ces courbes sont des moyennes, et que, les résultats réels sont exprimés par des Polygones accidentés à cause des nombreuses causes d'erreurs et des influences accidentelles qui se produisent dans les essais. Il est désirable que l'on fasse des essais sur des rochers de même formation, afin d'établir exactement cette relation entre la résistance et la densité.

Les matériaux artificiels sous les briques, les bétons agglomérés et les mortiers divers.

Les briques obtenues par la cuisson d'un mélange d'argile et de sable sont soumises aux mêmes lois. Mais comme la composition, la fabrication, la cuisson... sont effectuées dans des conditions extrêmement variables, et souvent avec beaucoup d'incertitude, on rencontre des briques dont la résistance varie dans des limites fort étendues; mais toujours les plus denses sont les plus résistantes.

Exemples

	Densités	Résistances.
Brique bien cuite de Bourgogne	2.20	150
— 2° — de Sauvillat	2.00	125
— 3° — de Montereau	1.78	110
— 4° — de Paris	1.52	90

On rencontre des briques qui ne s'écrasent pas sous 300 K. de pression et on en fait de si mauvaises qu'elles cèdent sous 20 K., il ne faut pas les employer pour des travaux où la résistance est une condition dominante. On ne doit pas chercher à compenser la mauvaise qualité de résistance par l'emploi d'une plus grande quantité de matériaux.

Mortiers.

Considérés comme moyen de liaison entre les matériaux en morceaux, ils servent à répartir le mieux possible les pressions mutuelles des matériaux solides sur toute l'étendue des surfaces de joint. Ils doivent donc être choisis de manière à prendre, en durcissant, une résistance aussi approchée que possible de celle des matériaux qu'ils sont destinés à unir.

Les principales sont :

	Densités	Résistances
Le plâtre gâché serré qui, après 30 heures présente une résistance de _____	1,57	52
Le plâtre gâché au lait de chaux _____		73
Le mortier de chaux grasse et sable _____	1,60	35
— d° — d° — et ciment de tuileries _____	1,46	48
— d° — d° — hydraulique et sable _____		74
— d° — d° — très hydraulique et sable _____		144
— d° — de ciment romain de Vassy et sable _____		155

La charge habituelle des matériaux employés dans la maçonnerie ne doit pas dépasser $\frac{1}{10}$ des charges de rupture, elle ne doit atteindre $\frac{1}{6}$ que pour des constructions très légères auxquelles on ne prévoit pas une longue durée. Dans les constructions en moellons où la proportion des mortiers est très grande et les matériaux de peu de valeur, on ne doit pas dépasser $\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{15}$.

La brique peut se charger au $\frac{1}{10}$ à cause de ses formes régulières qui assurent une meilleure répartition des pressions.

Quand il s'agit de voûtes, comme on est souvent amené à les décentrer avant que le mortier ait eu le temps de durcir, on doit ne pas compter, par mètre carré, d'après M. Desjardins sur plus de :

paraît trop faible	5000 ^k	pour moellons bruts ou béton.
	10000	— d° — plats ou peu dressés
	20000	— d° — équarris et bien dressés
	30000	— d° — appareillés en coupe
	50000	pour pierres de taille calcaires

Les mortiers de chaux hydraulique et de sable supportent 750 000^k quand ils ont fait prise, le plus grand des nombres ci-dessus n'est que $\frac{1}{15}$ de ce que deviendra la résistance du mortier; mais l'auteur conseille de décentrer les voûtes aussitôt que la construction en est achevée.

Résistance du sol

Le sol superficiel qui a été cultivé, ou qui est formé de terres rapportées, n'est généralement pas assez solide ni assez tassé pour qu'on y établisse des constructions ; il faut l'enlever pour trouver des couches plus tassées à cause de leur profondeur ou d'une nature plus résistante et qu'on appelle bon sol. Lorsqu'on ne trouve pas le bon sol à une faible profondeur, on emploie des systèmes de fondations décrites dans les cours spéciaux de construction et de ponts et chaussées. Les bons sols que l'on trouve ordinairement sont de trois classes.

1°. Ceux sur lesquels on peut bâtir directement, les rocs, les tufs, les bancs de pierre . . . , il n'y a pas à s'occuper de leur résistance qui est toujours supérieure à celle des murs et piliers que l'on y construit puisque leur section est indéfinie.

2°. Les sols graveleux et sablonneux, sont très résistants lorsqu'il ne s'y fait pas de mouvements d'eau qui les dérangent, on peut sans danger les charger jusqu'à 4^k par centimètre carré au maximum.

3°. Le sol vierge ou la terre naturelle qui n'a jamais été remuée, et qui ne contient pas de racines de végétaux, si elle est exempte de sources et d'humidité, forme une base assez solide pour y fonder des maisons, et même des bâtiments d'usines et on peut alors le charger de 2^k avec sécurité au maximum.

Murs.

L'établissement des murs est généralement déterminé par d'autres considérations que celle de la résistance des matériaux, néanmoins il est toujours utile de vérifier si les dimensions obtenues par ces considérations sont satisfaisantes à ce point de vue.

À l'écrasement dû à la charge verticale et permanente que supportent les murs s'ajoute souvent l'action du vent, les murs des édifices sont donc dans de bonnes conditions pour résister à l'action du vent, d'abord à cause de la forme de l'édifice, et à cause des contre-ventements produits par les planchers et les murs de refend. Relativement à la résistance à la compression il y a lieu de faire des vérifications importantes ; mais qui se résument uniquement à déterminer quelle est la résistance à l'écrasement au point le plus fatigué.

On tient compte, dans une certaine mesure de l'appui mutuel que se donnent des murs sous la longueur n'est pas très grande par rapport à la hauteur, en réduisant leur épaisseur par la formule.

$$e' = e \frac{l}{\sqrt{l^2 + h^2}}$$

e = épaisseur qu'aurait le mur isolé et indéfini, elle est $\frac{1}{18}$, $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{12}$ de h , sui-
vant qu'on veut bâtir plus ou moins solidement, on ne doit jamais faire

$$e < \frac{1}{12} h$$

posons donc $e = \frac{h}{m}$

ce qui donne

$$e' = \frac{lh}{m \sqrt{l^2 + h^2}} = \frac{1}{m \sqrt{\frac{l^2}{h^2} + 1}}$$

la règle $e = \frac{h}{m}$ fait que la compression par unité de section dans la base du mur augmente avec sa hauteur, on a en effet ; pour l'unité de longueur

$$R e = \delta e h$$

d'où

$$R = \delta h$$

comme l'épaisseur disparaît, on voit que ce résultat a lieu pour toutes les épaisseurs il est défectueux, et comme c'est une conséquence de l'épaisseur constante, on a été conduit à faire des murs d'épaisseur variable quand il s'agit de leur faire atteindre une grande hauteur.

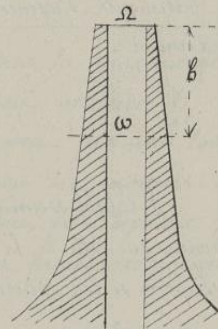
Dans la construction des phares on a établi des tours dont le profil est tel que la pression y soit uniforme par unité de section, ce qui s'obtient comme cela a été expliqué pour le câble soumis à l'extension.

$$\frac{\partial p}{\partial \omega} = R$$

$$\partial p = \Omega \partial h \cdot \delta$$

$$R \partial \omega = \Omega \partial h \cdot \delta$$

$$\frac{\partial \omega}{\Omega} = \frac{\partial h \cdot \delta}{R}$$



D'où en intégrant

$$\text{Log} \frac{\omega}{\Omega} = \frac{\delta h}{R}$$

Si le mur est rectiligne $\omega = e \times 1,$

Si il est circulaire et plein $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$

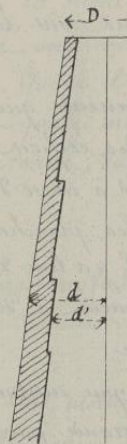
$$\Omega = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\text{Log} \frac{d^2}{D^2} = \frac{\delta h}{R}$$

Si il est creux

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} - a$$

$$\Omega = \frac{\pi D^2}{4} - a$$



C'est ce qui a lieu pour les phares.

Pour les cheminées d'usine on emploie une autre méthode, on fait croître brusquement l'épaisseur par ressauts brusques de 0,11. C'est une nécessité de l'emploi de la brique. La cheminée est conique extérieurement. On donne 0,11 ou 0,22 d'épaisseur au sommet, et on ajoute 0,11 à chaque 3 ou 4 mètres, en descendant; par ce moyen, la résistance va croissant de haut en bas suivant une loi assez compliquée. On pourrait se servir de la loi

$$\log' \frac{\omega}{\Omega} = -\frac{\delta B}{R}$$

en observant que

$\Omega = \pi (D^2 - D'^2)$ et $\omega = \frac{\pi}{4} (d^2 - d'^2)$ et $d' = D + 0,06h$, ce qui donnera la courbe de d' d'après laquelle on établira les gradins. La pente du cône varie de 0,01 à 0,03 par mètre; cette dernière est de beaucoup la plus usitée.

Quand l'on a à construire des murs soumis à l'action du vent, tels que murs de clôture, par exemple, il faut vérifier si, en regard à la force maximum du vent dans la contrée où l'on se trouve, la proportion entre la hauteur du mur et son épaisseur est convenable.

Soient h , la hauteur, e l'épaisseur, p , la pression par mètre carré de surface, le mur se renversant autour de son arête A , s'écraiera quand la compression sur cette arête aura atteint la valeur R . Supposons que ce soit l'assise de fondation qui ait tourné de l'angle α , le mur étant resté vertical; la compression se propagera sur une longueur $3a$, et, au moment de l'écroulement la résultante des compressions sera :

$$-P = -\frac{3Ra}{2}$$

et le couple $P, -P$ dans le bras du levier est z fera équilibre à la poussée d'arc

$$Q \frac{h}{2} = Pz$$

$$Q = ph; \quad P = \delta e h; \quad z = \frac{e}{2} - a$$

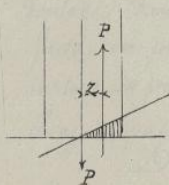
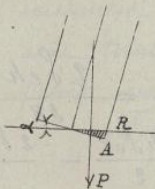
$$a = \frac{2P}{3R} = \frac{2\delta e h}{3R}$$

d'où $\frac{ph^2}{2} = \delta e h \left(\frac{e}{2} - \frac{2\delta e h}{3R} \right)$

$$ph = 2\delta e \left(\frac{e}{2} - \frac{2\delta e h}{3R} \right)$$

$$h \left(p + \frac{4\delta^2 e^2}{3R} \right) = \delta e^2$$

$$h = \frac{3R\delta e^2}{3pR + 4\delta^2 e^2} \quad 4\delta^2 e^2 = \frac{1}{100} 3p.R$$



Cette relation est un peu compliquée, mais on peut sans erreur sensible, effacer $4 \delta^2 e^2$ qui ne dépasse pas $\frac{1}{100} 3 p R$, et l'on aura

$$h = \frac{\delta e^2}{p} \quad \text{et} \quad e = \sqrt{\frac{p}{\delta}} h$$

Ordinairement on prend $h = 8e$

$$\delta e = \frac{\delta e^2}{p} \quad p = \frac{\delta e}{8} \quad e = \frac{\delta p}{\delta}$$

Ainsi un mur dont la hauteur est 8 fois l'épaisseur peut supporter une pression de vent qui est environ :

$$p = \frac{2000 \times e}{8 h} = 250 e$$

si $e = 0,33$ $p = 80^k$ et $h = 2,64$
ce qui correspond à une grande tempête.

On voit, par ces résultats, que la densité a plus d'influence que la valeur absolue de la résistance puisque R a disparu.

Les murs peuvent encore être soumis à la poussée des terres ou à celle de l'eau, cela donne lieu à des calculs analogues à ceux qui ont été faits pour la poussée du vent, mais comme il s'agit de constructions d'une bien plus grande importance que celle des murs de clôture, cette étude demande de plus grands développements.

S'il s'agit de la poussée de l'eau, et d'un mur d'épaisseur uniforme.

1° La poussée de l'eau a pour expression $Q = 1000 \frac{h^2}{2}$ et pour point d'application $\frac{h}{3}$ de sorte que son moment est $Q \frac{h}{3}$, d'ailleurs le calcul peut se faire par la même méthode que celui qui a été fait pour la poussée du vent, seulement h étant donné, on calculera e .

$$1000 \frac{h^2}{2} \frac{h}{3} = Pz$$

$$P = \delta e h \quad z = \frac{e}{2} - a \quad a = \frac{2 \delta e h}{3 R}$$

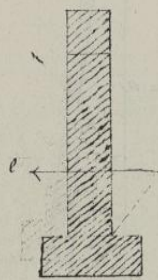
$$1000 \frac{h^3}{6} = \delta e h \left(\frac{e}{2} - \frac{2 \delta e h}{3 R} \right) = \frac{h \delta e^2}{2} - \frac{2 \delta^2 e^2 h^2}{3 R}$$

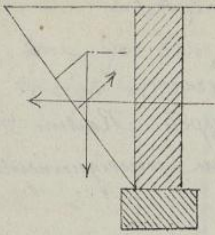
$$e^2 = h^2 \frac{1000}{3 \delta - \frac{4 \delta^2 h}{R}}$$

$$e = h \sqrt{\frac{1000 \times \frac{4 R}{h}}{9 R \delta - 4 \delta^2 h}}$$

Le mur ne doit pas glisser, il faut donc :

$$\begin{aligned} 0,76 \delta e h &> \frac{1000 h^2}{1000 h} \\ 1,5 \delta e &> \frac{1000}{1000} h \\ e &> \frac{1000}{1,5 \delta} h \end{aligned}$$





Quand un mur doit résister à la poussée des terres au lieu de l'eau il est encore très facile de vérifier s'il est dans de bonnes conditions de stabilité.

La poussée agit au $\frac{1}{3}$ de la profondeur x considérée, et elle a pour valeur, d'après M^r Cresca

$$F = \frac{1}{2} \omega \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) x^2$$

son moment par rapport à la base du mur est :

$$F \cdot \frac{x}{3} = \frac{1}{2} \pi \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) \frac{x^3}{3}$$

Des Voûtes.

On calcule la condition d'équilibre des voûtes par deux méthodes principales :

- 1^o La recherche du joint de rupture
- 2^o La courbe des centres de pression

Il faut tout d'abord dessiner un avant-projet de la voûte que l'on veut établir. Les conditions d'ouverture et de montée sont données par les nécessités de la destination de la voûte, et des conditions architecturales. Il en est à peu près de même de la forme du profil de la voûte sauf les modifications à y introduire par suite de l'étude des conditions d'équilibre.

On peut donc supposer l'intrados tracé, par une des méthodes connues et donnant plein cintre, arc de cercle, anse de panier, ellipse, ogive etc.

Aucune des théories connues n'est suffisante pour déterminer à priori l'épaisseur de la clef qui est le point de départ du projet.

On se sert de formules empiriques basées sur l'observation des voûtes existantes, construites depuis longtemps, celles qui n'étaient pas solides sous tombeau, il ne reste plus que les meilleures, c'est pourquoi on les prend pour types.

Formule de Peronnet applicable à tous les profils :

$$e = 0,0347 d + 0,125 \quad (A)$$

e épaisseur à la clef en mètres

d distance entre les piedroits en mètres

Lorsque $d > 30^m$, cette formule donne des valeurs de e un peu trop fortes, il convient alors de réduire e par comparaison avec les dimensions adoptées dans les voûtes existantes. Les grands ponts, étant généralement faits en pierres très solides et très résistantes, et la largeur de e ayant surtout pour but de donner de la latitude au déplacement de la courbe des pressions il n'y a pas lieu de s'occuper de R dans cette première détermination.

D'après M. Léveillé, ingénieur des ponts et chaussées, on peut faire :

$$e = \frac{1^m + e, 1 d}{3} \quad (b)$$

ce qui rentre à peu près dans la formule empirique de Leroumer.

D'après M. Dejardin (auteur de l'ouvrage appelé *Règlement de l'établissement des routes*, et qui contient les meilleurs renseignements), on peut faire :

$$e = 0,30 + 0,1 r \quad (c)$$

quand la route est en plein cintre de rayon r , et d'après l'observation des routes existantes

Quand le profil est un arc de cercle

$$e = 0,30 + 0,05 r \quad (d)$$

Si l'arc est de 60°

$$e = 0,30 + 0,035 r \quad (e)$$

Si l'arc est de 50°

et, pour les routes surbaissées en anse de panier,

$$e = 0,30 + 0,07 \times f \quad (f)$$

f étant le rayon de courbure au sommet, lorsque la montée de la route n'est pas $\frac{1}{3}$ de l'ouverture ; pour les autres routes surbaissées en anse de panier, on peut faire :

$$e = \frac{1}{3} (0,20 f + 1^m, 00) \quad (g)$$

d'après M. St. Guilhem.

Pour une arche elliptique de $30^m, 00$ d'ouverture et de $10^m, 00$ de montée, c'est-à-dire surbaissée au $\frac{1}{3}$, la formule (f) ci-dessus de M. Dejardin dans laquelle $f = 22,50$ donnerait :

$$e = 1,875$$

La formule (a) donnerait $1,375$

— d° — (b) — d° — $1,335$

— d° — (g) — d° — $1,850$

Pour le pont d'Éna en arc de cercle de 53° , $r = 31,35$, l'ouverture $d = 28,00$, la flèche $3,30$, d'après la formule (a) on devrait avoir :

$$e = 1,305$$

d'après la formule (d) $1,867$

— d° — (e) — $1,397$

— d° — (g) — $2,123$

on lui a donné $1,440$

ce qui paraît convenable, et aujourd'hui que de lourds convois de ballast ont passé sur ce pont, ce qui n'avait pas été prévu dans la construction, il ne paraît pas en avoir souffert.

Après avoir adopté une épaisseur à la clef, il faut chercher à tracer une courbe d'extrados qui offre des probabilités d'être à peu près convenable.

La position du jour de naissance étant connue, on peut supposer un instant que l'on puisse déterminer la longueur du jour de naissance; il n'y a pas de règle même empirique pour cela, mais il est évident que plus le jour est surbaissé, plus le jour doit être large; on pourra donc, comme avant-projet prendre

$$l = e \left(1 + \frac{d}{12 h} \right)$$

h = montée

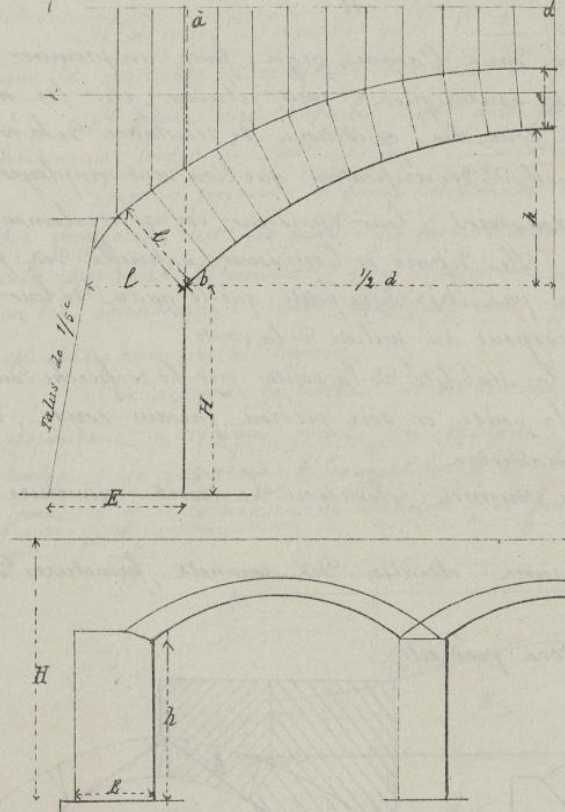
d = ouverture

il faut aussi définir une épaisseur provisoire au piedroit.

On n'a pas de données positives à ce sujet.

Les piedroits supportent simplement le poids de la maçonnerie du jour et peuvent se calculer aisément comme un mur chargé d'un poids connu, quand le tracé est arrêté au-dessus des naissances.

Mais les culées doivent résister au renversement, on les trace à priori d'après les



formules empiriques suivantes :

1°. Pour voûtes en plein cintre

$$E = (0,60 + 0,162 d) \sqrt{\frac{h + 0,25 d}{H} \times \frac{0,865 d}{0,25 d + e}}$$

d ouverture, h hauteur des naissances au-dessus des fondations, e épaisseur à la clef, H hauteur des chaussées au-dessus des fondations.

2°. Pour voûtes en arc de cercle.

$$E = (0,33 + 0,212 d) \sqrt{\frac{h}{H} \times \frac{d}{f + e}}$$

f flèche de la voûte

H environ $h + f + e + 0,60$

$0,60$ épaisseur du remblai et du pavage, même densité que le reste du pont

3°. Voûtes en anse de panier

$$E = (0,43 + 0,154 d) \sqrt{\frac{h + 0,54 \times b}{H} \times \frac{0,84 d}{0,465 \times b + e}}$$

$b = f$ est le demi axe vertical d'une ellipse pouvant remplacer l'anse du panier, et dont le grand axe horizontal serait $2a = d$

Le numérateur de la fraction $\frac{h + 0.64 + b}{H}$ exprime la cote du joint de rupture à l'intrados.

On pourra donc dans l'avant-projet, faire un premier tracé d'après toutes ces données empiriques, pour étudier, par les méthodes scientifiques connues, quelles sont les conditions de résistance de la voûte.

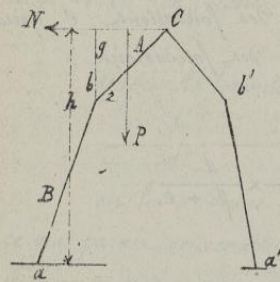
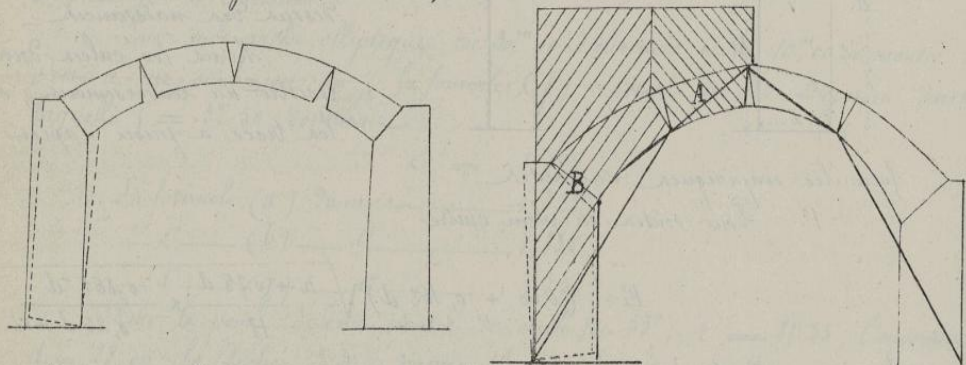
Quelle que soit la méthode de vérification que l'on veut employer, il faut d'abord diviser la voûte en voussoirs; leur épaisseur est généralement proportionnelle à leur longueur; elle dépend de l'épaisseur naturelle des pierres dont on dispose; elle ne doit pas être plus petite que le quart de leur longueur. Celui du milieu ou clef correspond au milieu de la voûte.

On se rend compte de la stabilité de la voûte par la recherche du joint de rupture; on considère que la voûte et son piedroit faisant corps, il peut y avoir rupture de trois manières.

1°. Affaissement du sommet, élévation des reins, ouverture des piedroits.

2°. Affaissement des reins, élévation des sommets, fermeture des piedroits.

3°. Par glissement des piedroits.



La voûte est donc fictivement remplacée par un système articulé. La portion de droite exerce sur celle de gauche une réaction égale, opposée, et symétrique à celle qu'elle reçoit en N. On a donc pour l'équilibre de l'ensemble à b c

$$N h = \mu$$

on appelle μ la somme des moments par rapport à a des poids de A et de B, somme des moments qui est constante.

Stabilité de A

$$Pz < Ny$$

eliminant $N = \frac{\mu}{h} - \frac{Pz}{y} < \frac{\mu}{h}$

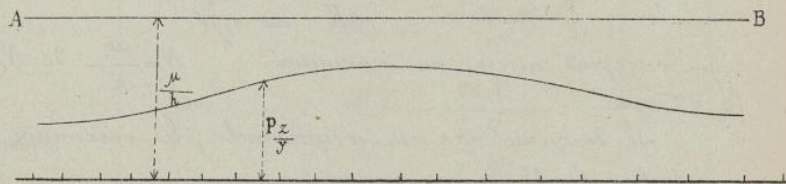
ou $\frac{\mu}{h} - \frac{Pz}{y} > 0$

Il n'y a de variable que $P \frac{z}{y}$ et c'est par le maximum de $P \frac{z}{y}$ que la quantité s'approche le plus de 0.

Il faut donc calculer μ une fois pour toutes, ce qui est facile, et déterminer toutes les valeurs de $P \frac{z}{y}$ correspondant à chaque joint.

Pour y parvenir il faut déterminer la position du c. d. g. de l'ensemble des voussoirs sur les quels on fait l'examen des conditions de stabilité. Pour cela on devra déterminer d'abord séparément le centre de gravité de chacun d'eux, en les considérant comme des trapèzes, ce qui d'ailleurs est exact quand la voûte est extradossée parallèlement.

On dressera le tableau et on tracera la courbe des valeurs de $P \frac{z}{y}$ correspondant à chaque joint en prenant pour abscisse le développement de l'intrados, on y tracera l'horizontale AB , à la cote $\frac{\mu}{h}$, et l'on verra en quel joint il y a le moins de stabilité; il faut que $\frac{\mu}{h}$ soit partout plus grand que $P \frac{z}{y}$.



Si cela n'avait pas lieu, il faudrait augmenter μ , ce qui se fait par l'augmentation de l'épaisseur du piedroit qui augmente à la fois le bras de levier et le poids de la masse totale; si l'on ne peut pas augmenter la surcharge.

Car cette méthode revient à dire qu'il faut toujours que le moment de la masse totale par rapport au point A soit plus grand que celui de la poussée horizontale ($P \frac{z}{y} \times H$) d'une de ses parties.

Deuxième cas. Quand la rupture de la voûte se produit de façon à ce qu'il y ait affaissement des reins et élévation de la clef, il faut pour la stabilité du voussoir que le moment de N' soit < que celui de son poids P' .

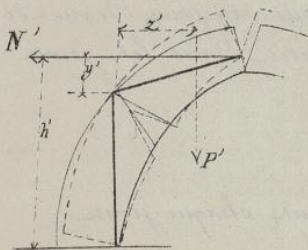
$$N'y' < P'z'$$

et, pour l'équilibre de l'ensemble on doit avoir

$$N'h' = \mu'$$

en éliminant N' il vient

$$\frac{P'z'}{y'} - \frac{\mu'}{h'} > 0$$



ce qui doit avoir lieu même pour le minimum de $\frac{Pz'}{y'}$, bien qu'alors la valeur s'approche le plus de 0. Si cette condition n'était pas remplie, il faudrait charger la route à la clef. En effet supposons la limite ou

$$\frac{P'z'}{y'} = \frac{\mu'}{h'} = \frac{M'X'}{h'} \quad (\mu' = M'X')$$

$$\frac{P'}{M'} \cdot \frac{z'}{X'} = \frac{y'}{h'}$$

en introduisant une surcharge q à la clef, il vient

$$\frac{P' + q'}{M' + q'} \cdot \frac{z''}{X''} = \frac{y'}{h'}$$

Comme $\frac{P'}{M'}$ est une fraction, $\frac{P' + q'}{M' + q'}$ est une fraction plus grande;

d'un autre côté z' augmente plus vite que X' puisque q' est plus petit par rapport à M' que par rapport à P' , donc le premier terme devient plus grand que le second qui est constant.

Troisième cas. Le piedroit peut glisser sur sa base, c'est ce qui aura lieu si :

$$KM < N$$

$$K = 0,76$$

ce qui correspond encore au maximum $N = \frac{\mu}{h}$ de N , qui se produit dans le 1^{er} cas.

Le deuxième cas est exceptionnel ; le maximum N dans le 1^{er} sert à calculer le 3^e.

Cette méthode du joint de rupture, qui suppose la route libre de s'élever en certains points et de s'abaisser en d'autres, n'est applicable qu'à des routes isolées ne portant aucune surcharge : on ne devrait pas en faire usage en ce dernier cas, néanmoins il a été exécuté un grand nombre de ponts étudiés par cette méthode approximative.

On a vu que pour chaque joint considéré, on avait la poussée N et les poids P qui donnent une résultante

$$F = \sqrt{N^2 + P^2} \\ = \sqrt{\left(\frac{\mu}{h}\right)^2 + P^2}$$

Pour voir si la largeur de joint est suffisante, au point de vue de la résistance, on suppose que la pression se répartit dans les joints suivant un triangle, de sorte que :

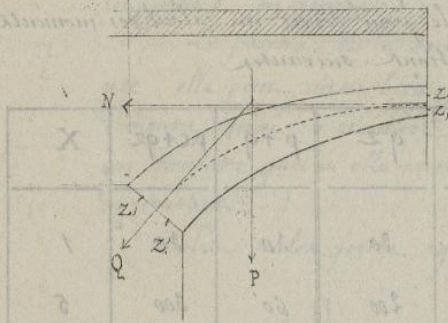
$$\frac{R e}{2} = F$$

ce qui conduit à faire $e > \frac{2F}{R}$ dans chaque joint

Mais ce ne sont là que des approximations.

La méthode plus précise et qu'il faut préférer est celle du tracé des courbes dites de pression, par abréviation qui donne la position probable en chaque joint, du point de passage de la réaction mutuelle.

L'avant-projet de la route étant tracé et décomposé en ruisseaux comme il a été dit, on suppose d'abord que la pression à la clef passera au milieu de e , et à la naissance au milieu de l , ce qui est possible; on aura ainsi deux valeurs, l'un pour N , l'autre pour Q . Ces deux valeurs de N étant trouvées on trace des points intermédiaires d'après la méthode donnée, qui consiste à prendre la résultante de la force N et du poids d'une portion de la route limitée par un joint et la surface verticale qui passe par la rencontre de l'extrados et du joint. La rencontre de cette résultante et du joint sera un point de la courbe; l'on obtient ainsi une première courbe qui ne doit pas trop s'éloigner du milieu de la route, si elle s'en écartait beaucoup on changerait le profil.



on calcule de même.

ou

$$N = \frac{3 R a}{2}$$

$$\alpha = \frac{2 N}{3 R}$$

$$\alpha' = \frac{2 Q}{3 R}$$

et on trace une nouvelle courbe par les points trouvés Z et Z' on fait de même par

Z_1 et Z'_1
 Z_2 et Z'_2
 Z_3 et Z'_3

Cette dernière est peu utile, la précédente l'est davantage, car elle donne Q le plus défavorable pour calculer la stabilité du pied droit.

On continue la courbe dans ce dernier, en le prenant d'abord assez mince, et y ajoutant des couches verticales successives, qui peuvent être en redans les unes sur les autres pour utiliser le poids des terres.

à la distance e du bord inférieur, il y aura donc une zone

$$e - 2a$$

dans laquelle courbe des pressions pourra prendre une position quelconque sans que la stabilité soit compromise, cette zone est une fraction

$$K' = \frac{e - 2a}{e} = 1 - \frac{2a}{e}$$

de la largeur totale de la pierre qui exprime la probabilité de la stabilité de la voûte relative au joint de la clef, on peut l'écrire :

$$K = 1 - \frac{4N}{3Re}$$

valant donc le terme négatif diminue à mesure que R et e augmentent, de sorte que plus la pierre est résistante et plus le joint est large, plus le degré de probabilité de la stabilité de la voûte augmente, et inversement.

Exemple. Si $e = 1^m 00$, si les valeurs de N et de R sont telles que

$$a = 0.10 ; e - 2a = 0.80$$

$$\frac{e - 2a}{e} = 0.80$$

Si on réduit e à 0.90 , si l'on se sert d'une pierre moins résistante, de sorte que $a = 0.20$

$$K = \frac{e - 2a}{e} = 0.555$$

Comme jamais $\frac{4N}{3Re}$ n'est égal à 0, jamais K ne sera = 1 et jamais on n'aura certitude de stabilité.

C'est ce qui a été dit du joint de clef est applicable aux autres joints, et ils peuvent tous être établis de manière à donner le même degré de stabilité, il suffit R étant constant, pour toute la voûte, d'y faire.

$$\frac{N}{e} = \frac{Q}{l} = m = \text{constante}$$

car alors

$$K = 1 - \frac{4m}{3R}$$

K sera constant pour toute la voûte, et sa valeur absolue dépendra de R .

Le terme $\frac{2a}{e}$ ne peut pas devenir nul, mais il doit avoir une limite supérieure, conséquence de la loi du trapèze et qui correspond à

$$a = \frac{1}{8} e$$

$$\frac{2a}{e} = \frac{2}{8}$$

De sorte que

$$K = 1 - \frac{2}{3} = 0.333$$

C'est le plus faible degré de stabilité qu'on doit donner à une voûte, dans les

constructions les plus hardies :

Quel est le plus haut degré de stabilité qu'il convienne de donner à une route ? on trouve :

$$K = 0.66 \text{ à } 0.75$$

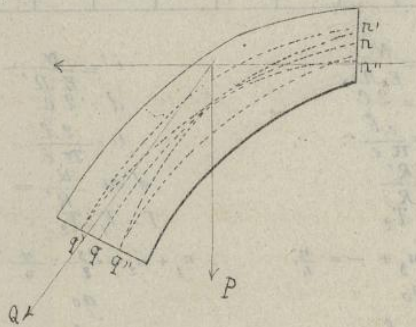
mais ce résultat étant déduit de l'étude d'un nombre de routes assez restreint, il sera bon de vérifier cette donnée sur des ponts existants.

Lorsqu'on calcule la valeur de K minimum ou maximum, la valeur de R est $\frac{1}{10}$ du chiffre de rupture, c'est à dire la charge que la pierre peut supporter normalement dans les constructions. Si on introduisait la charge de rupture on aurait :

$$K = 1.90 \text{ à } 0.95 \text{ environ}$$

A cause de vibrations, trépidation ... etc. on ne doit jamais compter sur la valeur maximum de R , puisque le calcul des valeurs de N , Q ... ne tient pas compte de l'intensité exceptionnelle que ces forces peuvent prendre, ce qui détruit la vraie valeur de $\frac{N}{R}$.

Bien que la courbe des centres de pression moyenne soit la plus intéressante à tracer, il est encore utile de tracer au moins deux courbes diagonales. La courbe $q' n''$ est utile à tracer parce qu'elle donne la plus grande valeur et la plus petite inclinaison de Q , laquelle est nécessaire pour déterminer l'épaisseur de la culée. La courbe $n' q''$ donne la plus grande inclinaison de Q , et comme la composante verticale de Q est toujours P , on voit que sa plus grande inclinaison ne fait qu'ajouter à la stabilité.



Ayant Q on cherche un poids de la culée suffisant pour que leur résultante soit comprise dans la base.

Il y a deux méthodes :

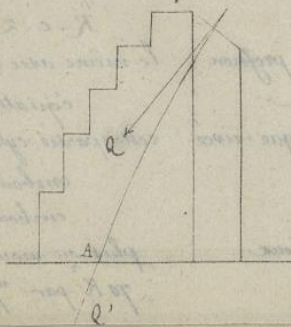
Où l'on déterminera une épaisseur qui donnera l'équilibre sur l'arête A , et l'on ajoute à cette épaisseur 0.25 à 0.35 de sa valeur.

Où l'on vérifie si la condition :

$$a = \frac{2}{3} \frac{Q'}{R}$$

est satisfaite, en tenant compte de la distance du sol à l'écrasement. Les forces Q forment une courbe de pression.

On peut économiser de la maçonnerie en donnant à la culée un profil en gradin, qui suit à peu près cette courbe, on peut même l'éviter en donnant



On ne compte pas sur la poussée de l'air qui ajoute à la stabilité, parceque cette poussée est incertaine quand le pont est neuf. Il faut vérifier quelle sera son influence.

<u>Grata:</u>	<u>Pages</u>	<u>lignes</u>	<u>au lieu de</u>	<u>mettre</u>
	3	17	20,000,000 K	20,000,000,000 K
	3	27	20,000,000 K	20,000,000,000 K
	5	8	On emploie encore la tôle dans .. On emploie la tôle de fer dans ..	
	7	Remplacer le tableau qui s'y trouve par le suivant.		

Matériau	acier		tôle		Fer		Fonte		Cuivre		Chêne		Sapin		Plomb
	Ext. comp.	Ext. comp.	Ext. tension	Comp. pression	Ext. tension	Comp. pression	Ext. tension	Comp. pression	Ext. tension	Comp. pression	Ext. tension	Comp. pression	Ext. tension		
Charges par $\frac{m^2}{m}$															
a	70	35	40	36	12	60	25	22	8	5	7	7	1.35		
b	30	12	15	12	6	45	"	"	2	"	2	"	0.80		
c	15	7	8	7	3	42	5	4.5	1	0.6	1	1	0.45		
$\frac{c}{a}$	0.21	0.20	0.20	0.19	0.25	0.20	0.20	0.21	0.125	0.075	0.143	0.143			
$\frac{c}{b}$	0.50	0.60	0.53	0.60	0.50	1.0	"	"	0.50	"	0.50	"			
$\frac{c}{E}$	35	20	20	16	10	8	10	8	1.2	1.2	1.5	1.5			
l	0.6	0.35	0.4	0.44	0.3	1.5	0.5	0.6	0.85	0.50	0.66	0.66			

12 7

14 23

15 14

15 35

16 9

16 17

16 27

17 18

17 19

19 6

20 16

22 32

25 31

25 35

26 1

28 11

29 11

29 7

29 14

31 5

31 19

$l' = \frac{N}{E \cdot \Omega}$

$d = 2c$

$n = \frac{c \cdot l}{\pi \cdot e}$

$d' = \frac{R'}{R}$

$T + T_1 - T_2$

$n_1 + n_2 + n_3 + \dots = \frac{n}{4}$

120

4 col

4 col

$(2n+1)c \geq 6d$

Quelques fois d

boulons

au point A et B

$R \approx z$

le même avec la pression

équations

cette partie cylindrique rivée

embouties

embouter

plus ou bien mieux

70 K par cm^2

$l' = \frac{N}{E \cdot \Omega'}$

$d = 2c$

$n = \frac{c \cdot l}{\pi \cdot e}$

$d' = \frac{R'}{R}$

$T - T_1 - T_2$

$n_1 + n_2 + \frac{n_3}{2} = \frac{n}{4}$

90

4 w.l

4 w.l

$(2n+1)c \geq 6d$

quelque fois d

boulons

aux points A et B

$R \cdot c \cdot z$

le même avec la pression

équations

cette partie cylindrique est rivée

embouties

embouter

plus ou moins bien

70 K par cm^2

Page	Page	au lieu de trop >	mettre trop <
33	12	$\frac{10330}{R} = K$	$\frac{10330}{2R} = K$
34	14	$e = K \cdot \alpha \cdot n + a$	$e = K \cdot d \cdot n + a$
35	28	métal	métal
36	9	$a = 2^{\text{me}}$ en plus	$a = 2^{\text{me}}$ au plus
37	6	la fonte	la fonte
38	4	débris de Murray	débris de Menay.
38		Note à mettre avant les volants: Les dimensions les plus usuelles des presses hydrauliques ne dépassent pas beaucoup 0 ^m 300 de diamètre, on note la pression de l'eau sur un effort à exercer.	
		L'épaisseur du plongeur qui résiste à la compression se calcule par la même formule mais on peut faire $R = 12$ à $15 K$.	
		Le fond doit être en arc de cercle de rayon $\varphi = 2r$; les autres formes sont défectueuses, par défaut de résistance ou par abus de matière.	
38	21	en Co l'axe des a	en Co l'axe des x
39	22	$n = \sqrt{\frac{3600 \cdot g}{\delta \cdot \pi^2}} \cdot \frac{\sqrt{\theta}}{L}$	$n = \sqrt{\frac{3600 \cdot g}{\pi^2 \cdot \delta}} \cdot \frac{\sqrt{\theta}}{L}$
44	14	$= g \cdot \delta \cdot 2 \sin \alpha (3)$	$= g \cdot \delta \cdot T \cdot \sin \alpha (3)$
45	12	$\alpha, b, r, \delta, \lambda$ par construction	$\alpha, b, r, \delta, \lambda$ par construction
46	15	substituée dans (7)	substituée dans (b)
46	17	$= 2 \omega E' \frac{r}{2r} \cdot \sin \alpha - 2 \omega E' \sin \alpha + \dots$	$= 2 \omega E' \frac{r}{2r} \cdot \sin \alpha - 2 \omega E' \sin \alpha + \dots$
47	16	donc les uns de	donc les autres de
48	1	le terme α	le terme en α
48	2	$i = \frac{r}{2r} \times \frac{E' (2 \omega \sin \alpha + a \frac{r}{r})}{2 \sin \alpha (R E + \omega E') + a E' \frac{r}{r}}$	$i = \frac{r}{2r} \times \frac{E' (2 \omega \sin \alpha + a \frac{r}{r})}{2 \sin \alpha (R E + \omega E') + a E' \frac{r}{r}}$
48	10	$i = \dots$	$i' = \dots$
48	21	le moyen sera	le moyen sera
50	26	$I = \frac{A}{C^4}$	$I = \frac{1}{C^4} \cdot C^4$
51	4	M. Hodgkinson	Hodgkinson
54	2	$= 82,85 \cdot \frac{R}{d^{3,6}}$	$= 82,85 \cdot \frac{R}{d^{3,6}}$
54	11	$N' = \frac{N \cdot R^{106} \cdot l^{1,7}}{N + \frac{3}{5} R}$	$N' = \frac{N \cdot R^{1,7}}{N + \frac{3}{5} R}$
57	27	aux colonnes, aux charpentes en fer aux parties	aux colonnes, aux charpentes
		des ponts soumises à l'écrasement de manière à pouvoir fléchir	en fer les parties de ponts
		par suite des dispositions et précautions prises dans leur établis-	 dans leur établis-
		sement, on peut alors	moins prouvé alors
63			
63	9	la longueur du rayon égal	la longueur d'un rayon égal
63	20	{ Cette relation est celle que nous	{ Cette relation est analogue à celle
		avons trouvée pour	que nous avons trouvée pour
70	3	$d_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{1 - m^4}} \cdot d$	$d_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{1 - m^4}} \cdot d$
70	19	$= \frac{4 m}{4 m}$	$= \frac{4 m}{4 m}$
72	3	mouvement	mouvement
72		