

## Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- Le Conservatoire numérique communément appelé le Cnum constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre ([www.eclydre.fr](http://www.eclydre.fr)).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - https://cnum.cnam.fr](https://cnum.cnam.fr))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment possible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

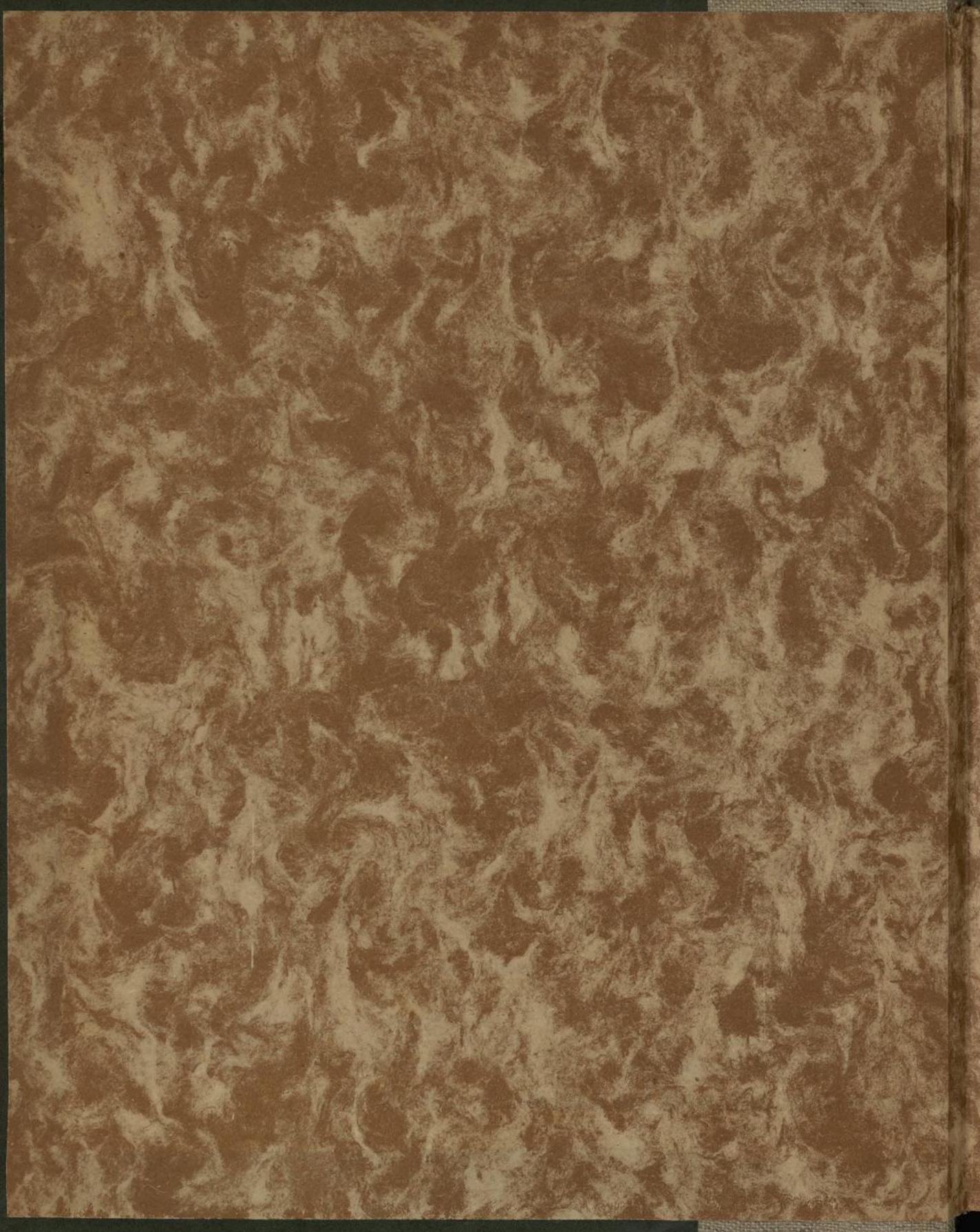
## NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

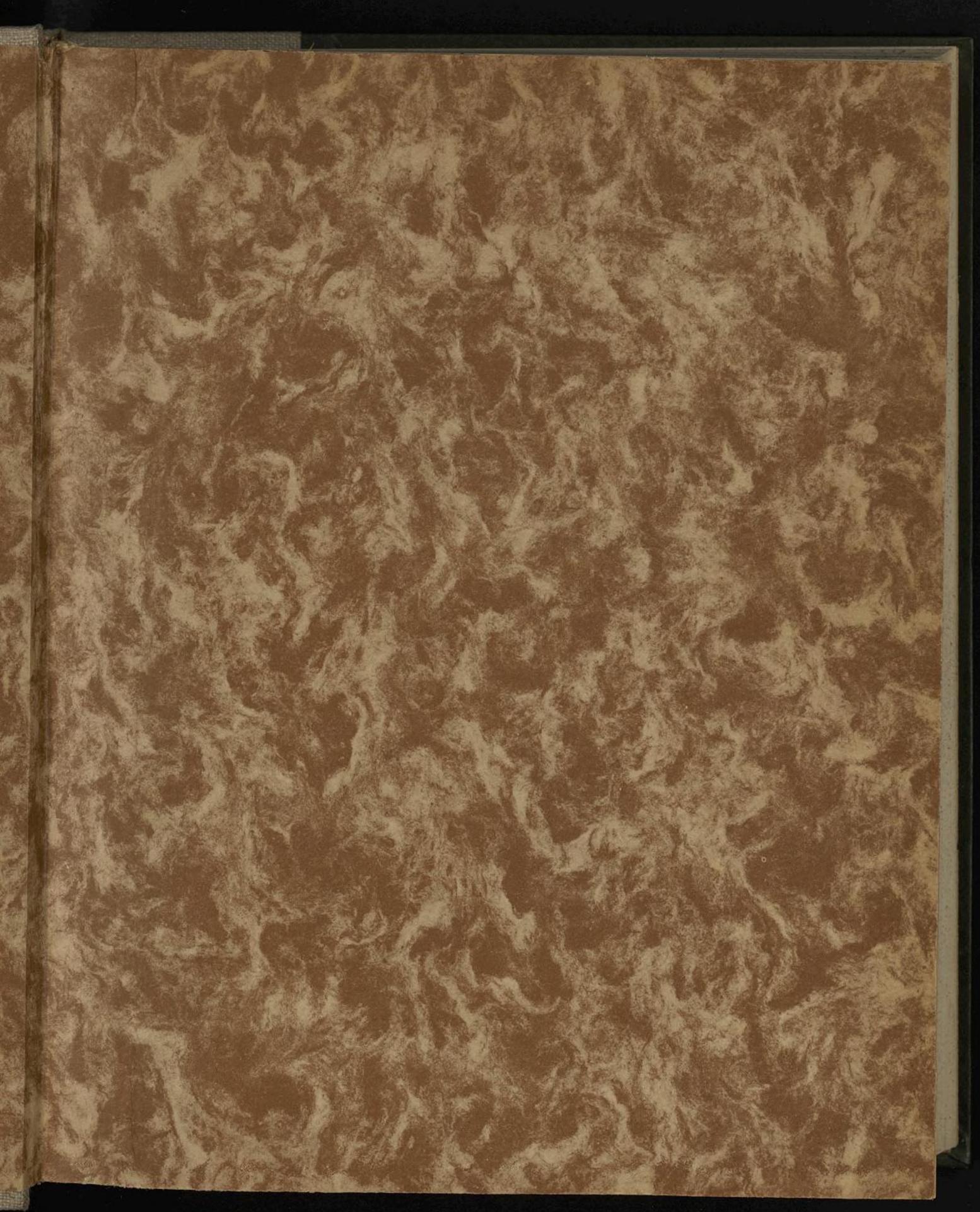
NOTICE DE LA GRANDE MONOGRAPHIE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Ardant, Paul-Joseph
Auteur(s)	Ardant, Paul-Joseph (1800-1858)
Auteur(s) secondaire(s)	Curie, Jules (1826-18XX); École d'application de l'artillerie et du génie (Fontainebleau, Seine-et-Marne ; 1870-1912)
Titre	Cours de constructions : professé à l'École d'application de l'artillerie et du génie de 1838 à 1842. Première partie, Leçons préparatoires au lever et au projet de bâtiment
Adresse	Paris : Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire du bureau des longitudes, de l'École Polytechnique, 1876
Collation	1 vol. (IX-602 p.) : ill. ; 28 cm + 1 atlas (XXXI p. de pl. ; 38 cm)
Nombre de volumes	2
Sujet(s)	Architecture -- Manuels d'enseignement supérieur -- 19e siècle Technique de la construction -- 19e siècle Architecture -- Dessins et plans -- 19e siècle
Note	Imprimé par ordre du Ministère de la guerre
Notice complète	<a href="https://www.sudoc.fr/124608647">https://www.sudoc.fr/124608647</a>
Permalien	<a href="https://cnum.cnam.fr/redir?4KO86.1_2">https://cnum.cnam.fr/redir?4KO86.1_2</a>
<b>LISTE DES VOLUMES</b>	
<b>VOLUME TÉLÉCHARGÉ</b>	<a href="#">Texte</a> <a href="#">Atlas</a>

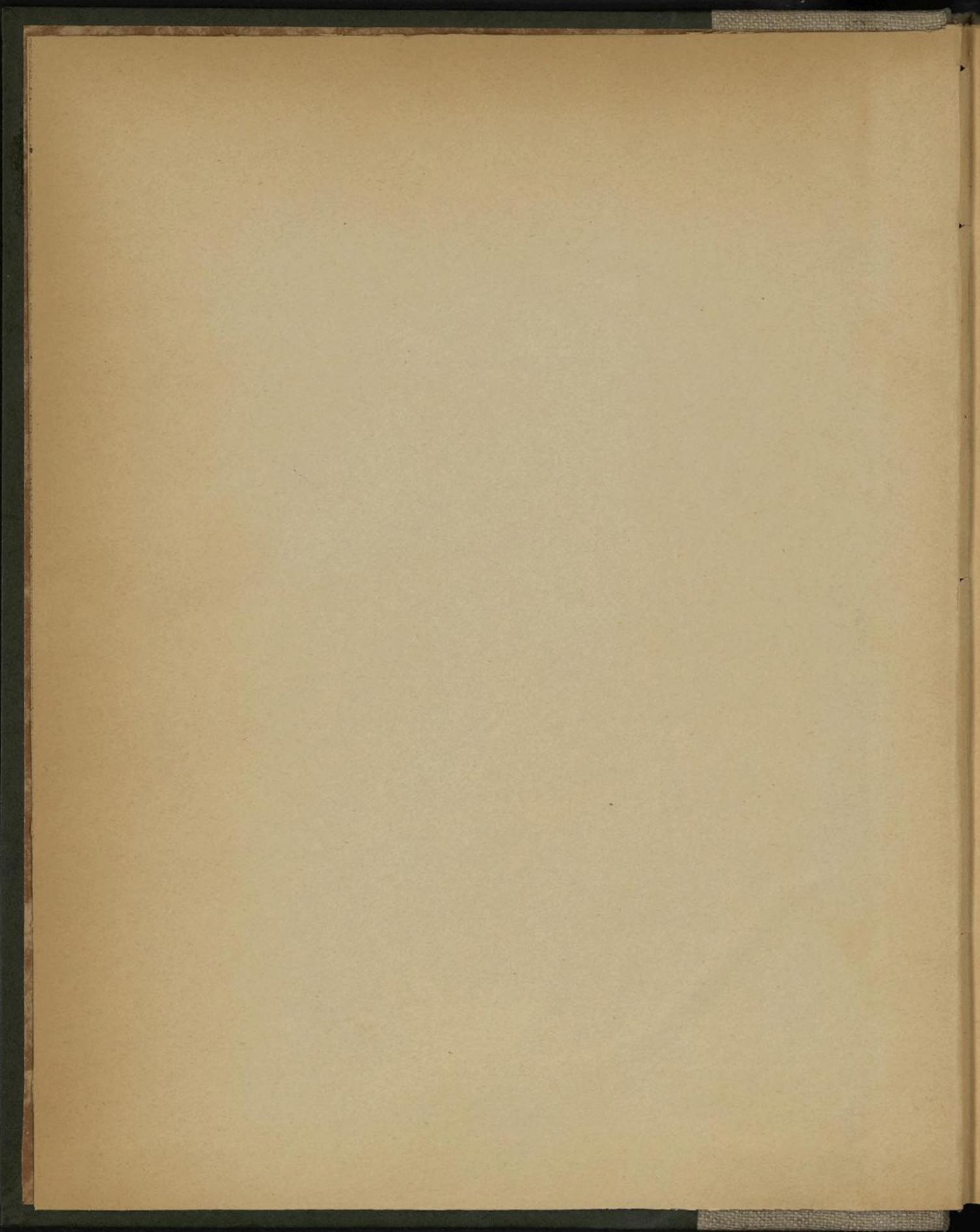
NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Auteur(s) volume	Ardant, Paul-Joseph (1800-1858)
Auteur(s) secondaire(s) volume	Curie, Jules (1826-18XX); École d'application de l'artillerie et du génie (Fontainebleau, Seine-et-Marne ; 1870-1912)
Titre	Cours de constructions : professé à l'École d'application de l'artillerie et du génie de 1838 à 1842. Première partie, Leçons préparatoires au lever et au projet de bâtiment
Volume	<a href="#">Cours de constructions : professé à l'École d'application de l'artillerie et du génie de 1838 à 1842. Première partie, Leçons préparatoires au lever et au projet de bâtiment - Texte</a>
Adresse	Paris : Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire du bureau des longitudes, de l'École Polytechnique, 1876
Collation	1 vol. (IX-602 p.) : ill. ; 28 cm
Nombre de vues	630
Cote	CNAM-BIB 4 Ko 86 (1)
Sujet(s)	Architecture -- Manuels d'enseignement supérieur -- 19e siècle Technique de la construction -- 19e siècle Architecture -- Dessins et plans -- 19e siècle
Thématique(s)	Construction
Typologie	Ouvrage
Note	Imprimé par ordre du Ministère de la guerre.
Langue	Français
Date de mise en ligne	11/06/2021
Date de génération du PDF	07/02/2026
Recherche plein texte	Disponible
Notice complète	<a href="https://www.sudoc.fr/124608647">https://www.sudoc.fr/124608647</a>

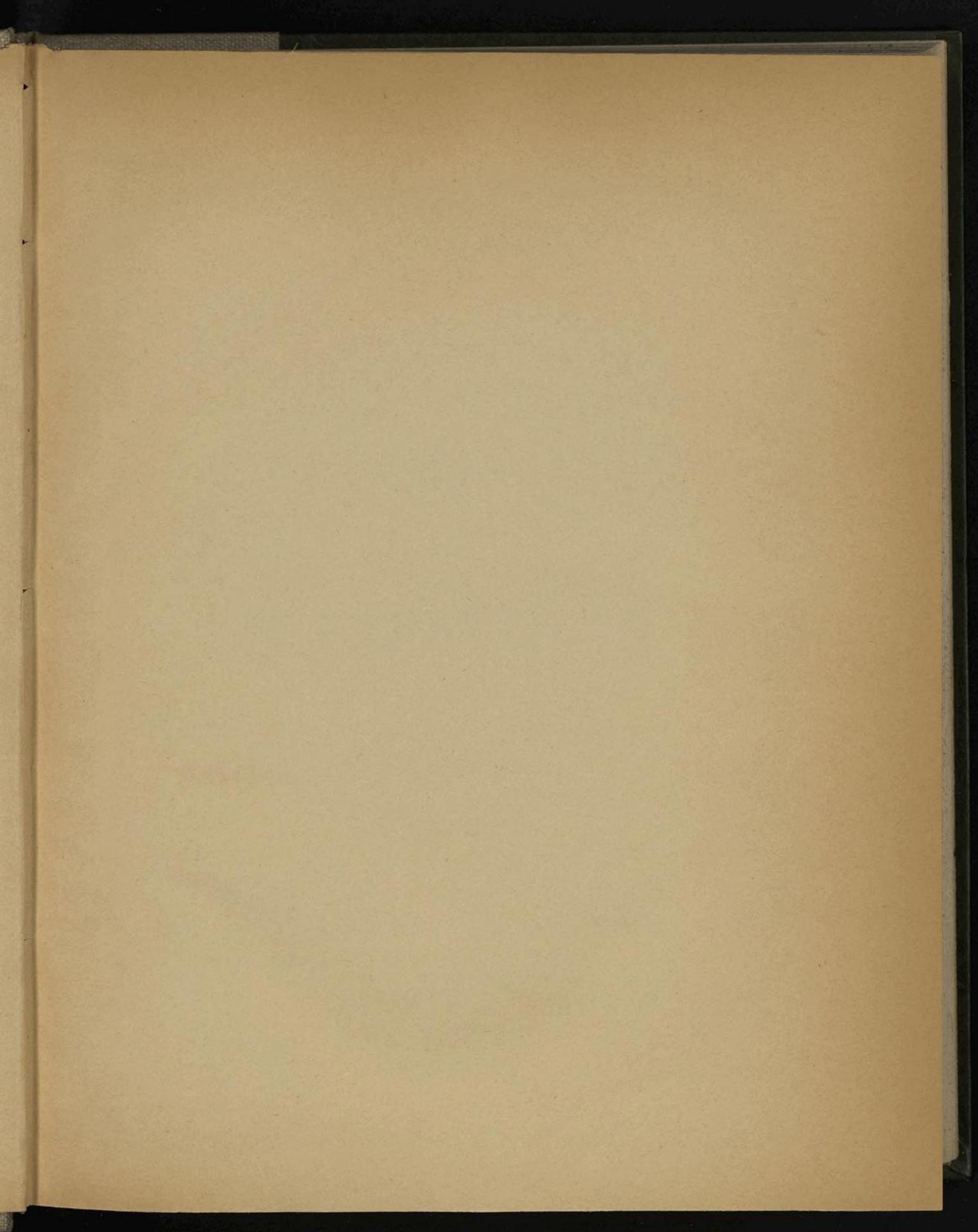
Permalien

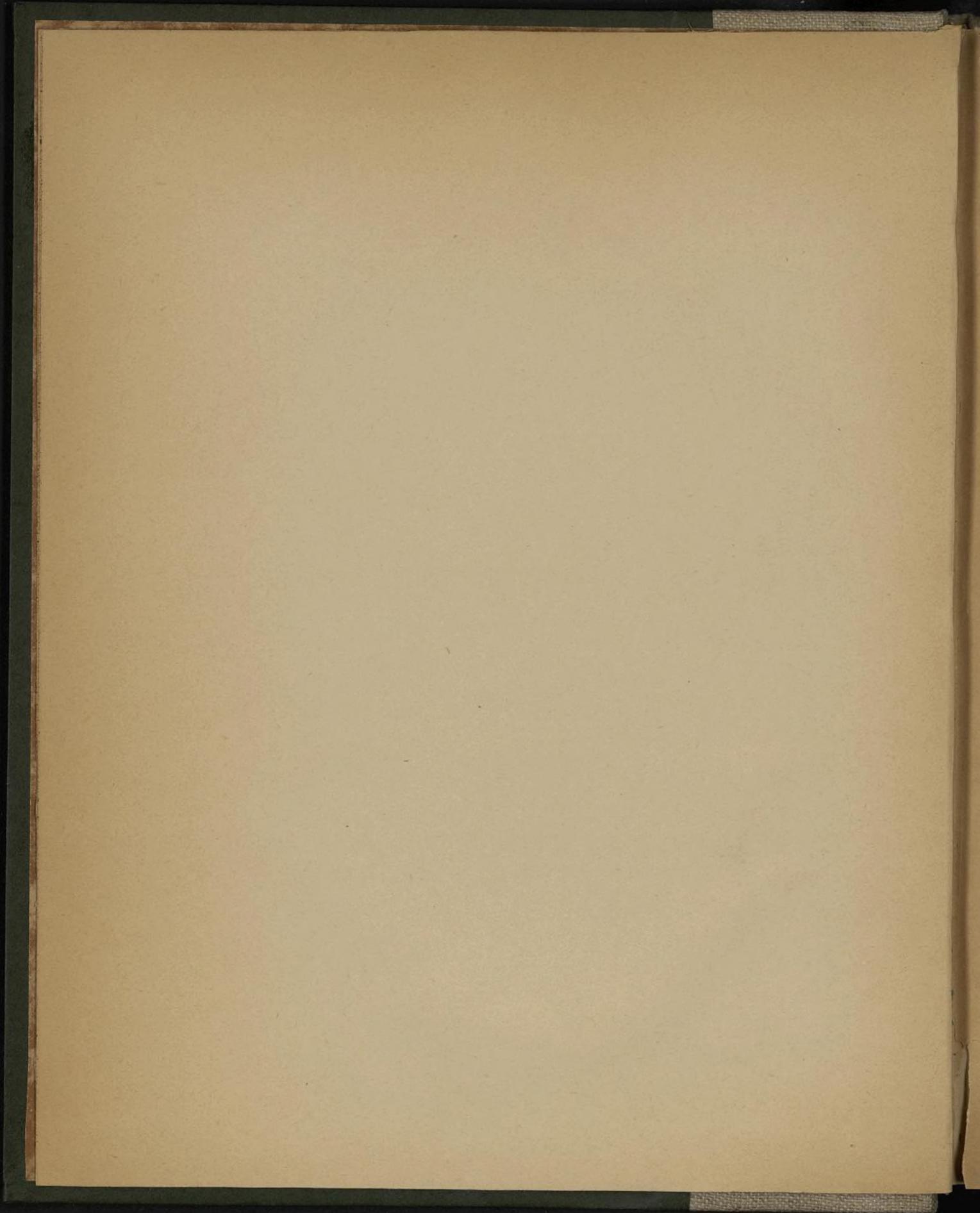
<https://cnum.cnam.fr/redir?4KO86.1>











COURS  
DE  
CONSTRUCTIONS.

Cette Première Partie ainsi annotée peut être considérée comme un Ouvrage  
complet et ne recevra aucune suite.

L<sup>i</sup> Ko. 86(1)

H<sup>o</sup> Ko 86(1)

# COURS DE CONSTRUCTIONS,

PROFESSÉ  
A L'ÉCOLE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE,  
DE 1838 A 1842,

PAR P. ARDANT,  
CHEF DE BATAILLON DU GÉNIE.

## PREMIÈRE PARTIE,

LEÇONS PRÉPARATOIRES AU LEVER ET AU PROJET DE BATIMENT;

REVUE ET ANNOTÉE

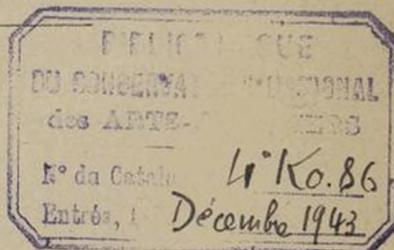
Par J. CURIE, chef de bataillon du Génie.



IMPRIMÉ PAR ORDRE DU MINISTRE DE LA GUERRE.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE  
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,  
SUCCESEUR DE MALLET-BACHELIER,  
Quai des Augustins, 55.



1876  
(Tous droits réservés.)

ЛІНГВІСТИКА

---

Le Ministre de la Guerre, par deux décisions en date du 26 décembre 1841 et du 14 août 1848, a ordonné l'impression du *Cours de constructions* professé, de 1838 à 1842, à l'École d'Application de l'Artillerie et du Génie, par le Chef de bataillon du Génie Ardant.

La Première Partie de ce Cours, comprenant les *Leçons préparatoires au lever et au projet de bâtiment*, a été imprimée en 1851 par les soins de M. Ardant, devenu Colonel. Elle formait un volume de 438 pages, accompagné d'un Atlas de 31 planches, dont 15 seulement ont été tirées immédiatement, bien que la gravure sur cuivre de toutes ces planches fût achevée.

Dès cette époque, l'Auteur avait de lui-même reconnu l'impossibilité de livrer son œuvre à la publicité sans l'avoir soumise à un travail de révision qu'il entreprit; mais les nombreuses obligations de service auxquelles il eut à faire face, dans la carrière si bien remplie qu'il parcourut jusqu'au grade de Général de brigade, et sa mort prématurée ne lui permirent pas de le terminer.

Le Comité des Fortifications confia successivement la continuation de ce travail à deux officiers : d'abord à M. le Colonel de la Grèverie, l'un des successeurs de M. Ardant comme professeur du Cours de constructions à l'École d'Application ; c'est à lui que l'on doit d'avoir signalé la plupart des corrections que réclamait l'œuvre laissée inachevée par l'Auteur.

Après lui, le Commandant Curie fut chargé de reprendre ce travail de révision, d'effectuer les corrections jugées nécessaires, de compléter dans une certaine mesure la Première Partie du Cours, en donnant la démonstration d'un certain nombre de formules dont le calcul devait figurer dans la Troisième Partie ; enfin d'indiquer sommairement les principaux progrès accomplis dans l'art des constructions depuis l'époque à laquelle a eu lieu l'impression de l'Ouvrage.

Il doit être bien entendu qu'en complétant ainsi la Première Partie du Cours du Général Ardant, de manière à pouvoir la faire paraître isolément, sans les autres

Parties qui devaient en former la suite naturelle, mais dont la rédaction n'a jamais été terminée, on a eu surtout en vue de rendre un juste hommage à la mémoire de cet officier général et de ne pas laisser inutile une œuvre dont le mérite ne saurait être contesté, malgré les imperfections de détail qu'elle présente, et de la mettre au courant de l'état actuel de la Science, sans prétendre d'ailleurs, par le choix des matières contenues dans ce volume, ni par les idées particulières qui y sont développées, influer en rien sur les programmes actuels de l'École d'Application, ni sur l'esprit dans lequel l'enseignement est donné à cette École.

C'est le résultat du travail de révision, dont l'objet vient d'être indiqué, que l'on trouvera, sous forme d'*Errata* et de *Notes*, dans un *Appendice* placé à la fin du volume. Le Lecteur est invité à s'y reporter sans cesse pour éviter de laisser passer inaperçues des erreurs qui n'avaient pas échappé à l'Auteur, ou mieux encore, à effectuer lui-même dans le texte les corrections qui figurent à l'*Errata*, et à y mentionner par des renvois les *Notes* de l'*Appendice*.

Le répertoire placé à la fin du volume figurait à la suite du texte primitif du Général Ardant. On l'a reproduit en indiquant dans une colonne spéciale la page des *Notes* qui se rapportent aux paragraphes du texte. Ainsi complété, ce répertoire facilitera les recherches et permettra de trouver immédiatement, avec les résultats donnés par l'Auteur, les observations auxquelles ils ont paru devoir donner lieu.

---

ÉCOLE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE.

---

COURS

DE

CONSTRUCTIONS,

PROFESSÉ DE 1838 A 1842,

PAR P. ARDANT,

COLONEL DU GÉNIE.

---

*Tome Premier.*

---

PARIS,

BACHELIER, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, DE L'ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES,  
QUAI DES AUGUSTINS, 55.

—  
1851

PARIS.—IMPRIMERIE DE BACHELIER,  
rue du Jardinet, n° 12.

# SOMMAIRE DE LA PREMIÈRE PARTIE.

## PREMIÈRE LEÇON. — *Des murs de bâtiment et de leur appareil.*

Numéros		Pages.
1	Division des matières du Cours. 2 Utilité de l'étude des détails de la construction des édifices. — Limites dans lesquelles on se propose de renfermer cette étude.....	1
3	Des murs. — Murs de clôture. 4 Règle pour déterminer l'épaisseur des murs de clôture. — Réflexions sur la nature et l'emploi des règles empiriques et des formules théoriques. 5 Des murs de face des bâtiments. 6 Règles de Rondelet, pour calculer l'épaisseur des murs de face ou de refend. 7 Résultats de la pratique sur l'épaisseur des murs. 8 Détermination de la largeur relative de la fondation des murs, par la condition de répartir uniformément le poids de la construction sur le sol .....	4
9	Tracé du profil d'un mur de face.....	14
10	Règles générales à suivre dans l'appareil des maçonneries. 11 Application des règles générales de l'appareil des murs.....	14
12	Moyens employés pour obtenir la liaison et la solidarité entre les différentes pierres d'une assise et entre les différentes assises d'une construction en maçonnerie.....	16
13	Appareil des parements de mur en carreaux et boutisses. 14 Appareils des murs construits en maçonnerie de différentes natures. 15 Des chaînes verticales sur les murs de face des bâtiments. 16 Des chaînes horizontales.....	17
17	Des baies pratiquées dans les murs. 18 De l'appareil des têtes de voûte en berceau .....	20

## DEUXIÈME LEÇON. — *Des murs de revêtement. Formules relatives au calcul de leur épaisseur.*

19	Définition. 20 Effets virtuels de la poussée des terres contre les murs de revêtement.	
21	Objets qu'on doit avoir en vue dans le projet d'un mur de revêtement.....	22
22	Pratique des ingénieurs antérieurs à Vauban. 23 Règle connue sous le titre de Profil de Vauban. 24 Instruction qui accompagne le dessin du profil attribué à Vauban. 25 Tracé du profil équivalent au profil de Vauban.....	23
26	Formules pratiques proposées depuis Vauban. 27 Théorie de Coulomb. 28 Formule de Français. 29 Formule de Navier. 30 Travaux de MM. Audoy et Poncelet; formule de M. Poncelet.....	28
31	Construction graphique et formules proposées pour le tracé du profil des murs à paroi intérieure inclinée du dedans vers le dehors.....	31
32	Tableau synoptique des formules pratiques usitées ou proposées pour le calcul des murs de revêtement. 33 Observations sur la composition des formules pratiques conte-	

Numéros.		Pages.
	nues dans le tableau (n° 32). — <i>a.</i> Influence de la hauteur <i>h</i> de la surcharge des terres sur l'épaisseur du mur, d'après la constitution des formules. — <i>b.</i> Influence de la valeur à attribuer à l'angle du frottement des terres sur elles-mêmes, dans le calcul des formules inscrites au tableau (n° 32). — <i>c.</i> Détermination de l'angle de frottement des terres sur la maçonnerie. 34 De l'emploi du coefficient de stabilité et de celui du terme constant, pour rendre les formules de la théorie applicables à la pratique.....	34
35	Règles relatives aux contre-forts des murs calculés par les formules inscrites au tableau (n° 32).....	40

**APPENDICE A LA DEUXIÈME LEÇON. — Note sur le profil le plus économique à donner aux murs de revêtement.**

36	Historique des théories sur les poussées des terres. 37 Explication théorique de la construction indiquée au n° 32 de la deuxième Leçon, pour le profil du revêtement à paroi inclinée; expériences à l'appui.....	41
----	--	----

**TROISIÈME LEÇON. — Des murs de revêtement. (Suite.)**  
*Détails sur leur construction.*

38	Des fondations des murs de revêtement. 39 De l'égale répartition de la pression sur le sol. 40 Formule pour le calcul de la largeur totale à donner à la base de la fondation. 41 Aperçu des moyens d'art employés pour remédier à la compressibilité du sol. 42 Aperçu de la profondeur d'enracinement à donner aux fondations. 43 Formule pour le calcul de la profondeur à donner aux fondations. 44 Des moyens d'art usités pour empêcher ou arrêter le glissement des murs de revêtement.....	49
45	Précautions à prendre lors de la construction de la maçonnerie d'un mur de revêtement. 46 Des revêtements et placages en maçonnerie contre du roc ou des terrains résistants.....	60
47	Du talus extérieur des murs de revêtement. 48 Des contre-forts des revêtements pleins et des arcs en décharge.,.....	64
49	Des revêtements en décharge.....	69

**QUATRIÈME LEÇON. — Des voûtes. Tracé et appareil des voûtes en berceau.**

50	Nomenclature. 51 Du tracé de l'intrados des voûtes en berceau. — Des voûtes cylindriques ou en berceau. 52 Tracé des voûtes en ogive ou en tiers-point. 53 Voûtes en plein cintre. 54 Tracé des arcs circulaires. 55 Du surbaissement des courbes d'intrados en arc de cercle ou en anse de panier. 56 Tracé des anses de panier. 57 Tracé des anses de panier à trois centres. 58 Tracé de l'anse de panier à cinq centres. 59 Tracé des anses de panier depuis cinq jusqu'à onze centres. 60 Tracé des arcs rampants.....	72
61	De l'extrados des voûtes en berceau.....	81
62	Du trait des voûtes en général. 63 Du trait des voûtes cylindriques et sphériques.....	82
64	Des voûtes biaises; leur appareil. 65 Appareil hélicoïdal, dit appareil anglais. 66 Construction des voûtes biaises par zones étroites, limitées à des plans parallèles aux têtes. 67 Appareil dit orthogonal. 68 Appareil dit orthogonal convergent.....	85

## SOMMAIRE.

III

Numéros.

Pages.

CINQUIÈME LEÇON. — *Calcul de l'épaisseur des pieds-droits des voûtes en berceau.*

69	Règle du père Déraud, pour l'épaisseur des pieds-droits des voûtes en berceau.	III
70	Autre règle empirique pour le calcul de l'épaisseur des pieds-droits.....	94
71	Des travaux dont la théorie des voûtes a été l'objet antérieurement à Coulomb.	
72	Théorie de Coulomb. 73 Méthode graphique de M. Poncelet, pour la vérification des conditions de stabilité du bandeau des voûtes et pour la détermination des éléments du calcul de l'épaisseur des pieds-droits. 74 Formule pour le calcul de l'épaisseur des pieds-droits d'une voûte en berceau.....	96
75	Règle empirique pour la détermination de l'épaisseur à la clef des voûtes extradossées en arc de cercle. 76 Épaisseur à la clef des voûtes dont le surbaissement est de plus du quart. 77 Épaisseur à donner aux naissances des voûtes en plein cintre et surbaissées, extradossées en arc de cercle. 78 Épaisseur à la clef et aux naissances des voûtes primitives destinées à être recouvertes par des chapes horizontales et inclinées.....	110
79	Construction et usage des tables servant au calcul des épaisseurs des pieds-droits des voûtes en berceau.....	117

SIXIÈME LEÇON. — *Remarques sur l'établissement des voûtes à l'épreuve.**Notions sommaires sur d'autres espèces de voûtes.*

80	Des voûtes à l'épreuve de la bombe. 81 De la figure d'intrados et d'extrados la plus avantageuse à la stabilité des voûtes à l'épreuve de la bombe. 82 De l'inclinaison à donner aux chapes des voûtes à l'épreuve de la bombe. 83 Expériences de Woolwich sur une voûte à l'épreuve, en pierres factices de béton. 84 De l'épaisseur à donner au bandeau des voûtes à l'épreuve. — Règle pratique de Bélidor pour la détermination de cette épaisseur. — Des effets produits par la chute des bombes sur les voûtes. 85 De la hauteur du remblai à superposer aux voûtes qu'on veut mettre à l'épreuve de la bombe.....	121
86	Des plates-bandes. — Leur appareil. — Calcul de leur épaisseur.....	131
87	Des voûtes plates en brique et plâtre. 88 Des voûtes minces en tuiles superposées .....	132
89	Voûtes en arc de cloître et voûtes d'arête. 90 Des voûtes à l'impériale. 91 Des voûtes en dôme et des pendentifs. 92 Des contre-forts destinés à consolider les pieds-droits des voûtes.....	137
93	De l'emploi des armatures en fer pour consolider les voûtes et leurs pieds-droits. 94 Des voûtes en poterie. 95 Des voûtes en fer et poterie pour planchers. 96 Voûtes en briques portées par des poutres et des colonnes en fonte de fer.....	140
97	Des voûtes dites gothiques.....	143
98	De l'épaisseur des piles intermédiaires et des culées, dans les voûtes accolées.....	146

SEPTIÈME LEÇON. — *Des escaliers.*

99	Définitions. 100 Conditions fondamentales du tracé d'un escalier. 101 De la cage d'escalier; de ses dimensions. 102 Tracé des escaliers. 103 De l'échappée dans les escaliers
----	---

Numéros.		Pages.
	qui font plusieurs révolutions. 104 Des formes les plus habituelles des cages d'escaliers.	
	103 Relation qui existe entre les dimensions du plan de la cage et la largeur de l'escalier qu'on peut y placer. 106 Formules pour le calcul des escaliers.....	147
107	Tracé du balancement et de l'adouci des marches.....	153
108	Construction des escaliers. — Leur division en escaliers portés par des massifs et en escaliers suspendus. 109 Escaliers voûtés entre deux murs, et escaliers suspendus en encorbellement. — Ne sont plus en usage. — Escaliers suspendus en vis à jour. 110 Escaliers en vis à jour avec limons. 111 Escaliers à jour en charpente. 112 Construction des paliers de repos dans les escaliers en pierre et en charpente.....	155
133	Première rampe des escaliers. — Sa construction. — Description de la volute qui la termine. 114 Description de la cyclo-spirale. 115 Tracé de la volute.....	162
116	Plafonds des escaliers suspendus.....	167
117	Escaliers en menuiserie. 118 Escaliers en fonte de fer.....	167

*HUITIÈME LEÇON. — Notions sommaires sur la résistance des matériaux  
et la stabilité des constructions.*

119	Considérations générales sur la stabilité des constructions.....	169
120	Notions sommaires sur la résistance des corps solides aux efforts qui tendent à changer leur figure et leurs dimensions. 121 Élasticité, roideur, ténacité et ductilité des solides. 122 Mesure de l'intensité de la force élastique. — Module d'élasticité. 123 Des effets produits par une force de traction directe. 124 De la résistance transverse des pierres et du bois. 125 Des effets d'une force de compression directe sur les prismes de pierre, de bois et de fer. 126 De la limite des charges permanentes. 127 Calcul de l'équarrissage des prismes tirés ou comprimés parallèlement à leur longueur.....	171
128	De la résistance des corps solides à la flexion et à la rupture produite par des efforts dirigés transversalement à leur largeur. 129 De la position de l'axe des fibres neutres sur la section transversale des prismes fléchis. 130 De la figure transversale d'un solide la plus avantageuse à la résistance à la flexion. 131 Remarque sur les intensités relatives des résistances d'un même corps : à des efforts qui tendent uniquement à faire varier sa longueur, et à des forces de nature à produire sa flexion.....	182
132	Solides d'égale résistance. 133 De la figure transversale d'égale résistance à des efforts perpendiculaires à la longueur des arbres tournants.....	188
134	Constitution des formules au moyen desquelles on peut calculer les dimensions de l'équarrissage d'un prisme solide exposé à des efforts dont l'intensité et la direction sont connues. 135 Pièce posée horizontalement sur deux appuis de niveau, chargée d'un poids réparti uniformément sur sa longueur et d'un autre poids P concentré en un point quelconque. — Calcul de son équarrissage. 136 Pièce rectangulaire posée sur deux appuis de niveau et chargée de poids. 137 Comparaison entre les prix de revient de deux pièces de même longueur, l'une en bois, l'autre en fer, destinées à porter des poids égaux. 138 Pièce posée sur deux appuis de niveau et chargée : 1 <sup>o</sup> de deux poids égaux placés symétriquement de chaque côté de son milieu ; 2 <sup>o</sup> d'un poids réparti uniformément sur sa longueur. 139 Pièce posée sur deux appuis de niveau et chargée : 1 <sup>o</sup> de deux poids égaux placés symétriquement par rapport à son milieu ; 2 <sup>o</sup> d'un autre poids suspendu au mi-	

Numéros		Pages.
	lieu ; 3 <sup>e</sup> d'un poids réparti uniformément sur sa longueur. 140 Pièce encastrée horizontalement à ses deux extrémités, chargée d'un poids distribué uniformément sur sa longueur, et d'un autre poids concentré en son milieu.....	190
141	Des pièces portées sur plus de deux points d'appui. 142 Pièces portées sur trois points d'appui : a. diversement chargées ; b. chargées uniformément sur leur longueur.....	202
143	Des pièces posées sur deux appuis de niveau, chargées de poids répartis d'une manière quelconque, et soumises, en outre, à un effort de compression parallèle à leur longueur.	
	144 De la résistance des pièces inclinées.....	204
145	Arc surbaissé circulaire, en bois ou en fer, destiné à porter des poids. 146 Arc en plein cintre. 147 Poussées ou tractions longitudinales exercées, contre ses appuis, par une pièce courbée.....	207

## APPENDICE A LA HUITIÈME LEÇON.

148	Des conditions de résistance et de stabilité d'un massif de maçonnerie. 149 Des coefficients de la stabilité d'un prisme solide. 150 De la résistance à l'écrasement d'un prisme de maçonnerie chargé sur sa base supérieure.....	209
151	Vérification de la résistance à l'écrasement des voussoirs de voûtes calculés par la formule (B) du n° 73. 152 Vérification de la résistance du sol à l'enfoncement des fondations du pied-droit de la voûte et de la résistance à l'écrasement d'une assise quelconque de ce pied-droit.....	212
153	De la largeur à donner à la base d'une fondation qui repose sur un sol compressible dépourvu d'élasticité.....	213
154	Résistance à la rupture d'un prisme de maçonnerie sollicité par une force perpendiculaire à la direction de ses arêtes. 155 Inclinaison de la face de cassure.....	215
156	Recherche, sur le parement extérieur d'un massif de maçonnerie, de l'arête autour de laquelle la rupture et la rotation du massif ont le plus de tendance à se produire. 157 Formule pratique pour le calcul de la résistance d'un prisme de maçonnerie au renversement. — Hypothèses implicites sur lesquelles cette formule est basée.....	217
158	Calcul de la largeur à donner à la base de la fondation d'un massif de maçonnerie, en tenant compte de la résistance du sol.....	221
159	Du glissement des assises de maçonnerie sur elles-mêmes et sur le sol.....	223
160	De l'équilibre d'un système de corps solides portant les uns sur les autres par des surfaces planes.....	224

NEUVIÈME LEÇON. — *Des constructions en charpente, poutres armées, pans de bois et planchers.*

161	Conditions générales auxquelles doit satisfaire une construction en charpente. 162 Des pièces élémentaires des charpentes, piliers, poteaux, colonnes et colonnettes. 163 Exemple du calcul de l'équarrissage d'une pièce posée de bout. 164 Des poteaux en bois composés de plusieurs morceaux réunis par des armatures.....	227
165	Des entures horizontales. 166 Des poutres renforcées et armées. — a. Pièces portées par des encorbellements et renforcées par des armatures. — b. Pièce formée de plusieurs morceaux superposés ou assemblés. — c. Autre système indiqué par Rondelet. — d. Pièce	

Numéros.		Pages.
	formée de deux barres parallèles , tenues à distance l'une de l'autre , et rendues solidaires dans leur flexion.— <i>e</i> . Système de pièces courbes.— <i>f</i> . Pièce refendue et consolidée par des tâquets.— <i>g</i> . Pièce contre-bandée par des arbalétriers.— <i>h</i> . Pièces portées sur des points d'appui soutenus par des sous-tendeurs en fer.....	231
167	Des pans de bois. 168 Des cloisons creuses , légères , en madriers et en planches.	244
169	Des cloisons en plâtre. 170 Des cloisons suspendues .....	244
171	Des planchers. 172 Des travures simples. 173 Des planchers à la Serlio. 174 Des planchers d'enrayure. 175 Des travures composées. 176 Règles pratiques pour l'établissement des travures simples et composées. 177 Comparaison de ces règles avec la formule théorique du n° 153. 178 Modifications que l'on peut faire aux règles pratiques , relativement à l'espacement et à l'équarrissage des poutres et des solives.....	247
179	Des aires des planchers. — <i>a</i> . Planchers de Vauban à entrevois.— <i>b</i> . Planchers à solives apparentes.— <i>c</i> . Planchers houdis en augets.— <i>d</i> . Planchers avec lambourdes et chaînes en plâtre entre les lambourdes.— <i>e</i> . Planchers doubles avec gîtes et couches de mortier interposées.....	256
180	Des plafonds. 181 Des planchers à compartiments.— Des soffites.....	259

DIXIÈME LEÇON. — *Charpente des combles.*

182	Composition du comble d'un bâtiment. 183 Nomenclature des diverses espèces de fermes en usage. 184 Des fermes droites avec tirant.— Détail des assemblages. 185 Des fermes droites composées. 186 Des sous-arbalétriers ou écharpes. 187 Des contre-fiches et des entrails. 188 Des fermes à entrails. 189 Des sous-arbalétriers. 190 Des jambettes.....	261
191	Fermes antiques. 192 Fermes surhaussées du moyen âge et du temps de la Renaissance. 193 Fermes modernes. 194 Fermes à écharpe. 195 Fermes à entrail retroussé et à jambes-de-force. 196 Équarrissage à donner, d'après Vauban, aux pièces des fermes à entrail retroussé. 197 Appropriation de la ferme dite de Palladio aux combles à entrails retroussés.....	269
198	Des fermes droites en fer et en bois. 199 Des fermes de faite. 200 Remarques diverses sur les fermes dont l'ensemble et les détails sont représentés par les figures des <i>Pl. XVI, XVII et XVIII</i> . 201 Effets des variations de température sur les tirants en fer.....	276
202	Des fermes circulaires à la Philibert de Lorme. 203 Application du système de Philibert de Lorme à la construction des voûtes en charpente. 204 Équarrissage à donner aux courbes du système de Philibert de Lorme.....	283
205	Modification au système de Philibert de Lorme, faite par M. Lacaze. 206 Arc en bois plié, de l'invention de M. le colonel Émy. 207 Défaut d'homogénéité dans une charpente composée d'une ferme droite et d'un arc; inconvenient qui en résulte.....	285
208	Des charpentes dites droites sans tirants.....	288
209	Fermes en arc mi-parties de fonte et de bois.....	288
210	Des poussées exercées contre les murs par les charpentes sans tirants. 211 Remarques sur l'intensité et les effets de la poussée exercée sur leurs appuis par les fermes sans tirants.	289
212	Des fermes polygonales dont la figure est la courbe d'équilibre définie au paragraphe <i>e</i> du n° 166.....	291

## SOMMAIRE.

VII

## Numéros.

	Pages.
213 Comparaison des prix du mètre cube d'espace couvert par les différents systèmes de fermes sans tirants les plus usités.....	292
214 Des appentis. 213 Des hangars et des halles, des charpentes légères. 216 Remarque sur l'emploi des charpentes légères.....	293
217 De l'espacement des fermes, dans le sens de la longueur du comble. — Observations sur les formules empiriques qui servent au calcul de l'équarrissage des charpentes des combles.....	296
218 Remarques générales sur le sujet traité dans la dixième Leçon.....	297
219 Calcul de l'épaisseur à donner aux murs servant d'appui à des fermes de charpente sans tirant.....	298

APPENDICE A LA DIXIÈME LEÇON. — *Formules servant au calcul de l'équarrissage des fermes de charpente des combles.*

220 Calcul du poids porté par l'arbalétrier d'une ferme. 221 Table des inclinaisons des toits et du poids des couvertures par mètre carré, suivant la nature des matériaux employés. 222 Pressions exercées par le vent sur une surface de un mètre carré qu'il frappe perpendiculairement. 223 Exemple du calcul du poids d'une couverture, par mètre carré..	299
224 Du système de deux pièces inclinées. 225 Fermes composées de deux arbalétriers, d'un poinçon et d'un tirant suspendu par un étrier en fer qui l'embrasse en son milieu. 226 Le tirant (calcul de son équarrissage). 227 Le poinçon ( <i>idem</i> ). 228 Application des formules du n° 224 aux fermes à écharpes, à contre-fiches et à entrails.....	302
229 Des fermes en bois et en fer, et des fermes entièrement métalliques. 250 Des tirants en fer. 251 Ferme simple avec un tirant en fer retroussé. 252 Des fermes à sous-tendeurs en fer. — Fermes à une seule flèche. 253 Fermes à trois flèches.....	309
234 Des fermes circulaires et des fermes droites sans tirants.....	312
235 Des fermes polygonales. — Polygones d'équilibre. 236 Conditions d'équilibre des systèmes polygonaux de prismes solides articulés entre eux. 237 Ferme polygonale dont chacun des côtés porte un poids proportionnel à la longueur de sa projection horizontale. 238 Calcul de l'équarrissage des côtés d'un polygone en équilibre, supportant la couverture d'un comble. 239 Tracé graphique des polygones d'équilibre.....	313

ONZIÈME LEÇON. — *Des couvertures.*

240 Considérations générales sur les différents systèmes de couvertures. 241 Composition d'une couverture. — Lattis et couverture proprement dite.....	321
242 Couvertures légères ou provisoires. — Couvertures en toile. 243 Couvertures en planches. 244 Couvertures en carton. 245 Couvertures en chaume et en roseaux.....	322
246 Des couvertures permanentes. — Couvertures en tuiles plates et creuses. — a. Tuiles plates. — b. Pente du toit. — c. Composition du lattis. — d. Pose des tuiles sur le long pan. — e. Des tranchis sur les pignons et les arétiers. — f. Des tuiles faîtières. — g. Des noues. — h. Des ruellées. — i. Des aiguilles ou poinçons saillants. — k. Des tours rondes. — l. Des lucarnes, lucarnaeux et œils-de-bœuf.....	325

Numéros.		Pages.
247	Des couvertures en ardoises. — <i>a.</i> Du lattis. — <i>b.</i> Inclinaison du toit. — <i>c.</i> Des ardoises.	328
248	Couvertures en bardeaux. 249 Couvertures en laves.....	328
250	Couvertures en tuiles creuses. — <i>a.</i> Tuiles creuses ordinaires. — <i>b.</i> Tuiles de Tarascon. — <i>c.</i> Tuiles romaines. — <i>d.</i> Tuiles flamandes ou pannes. — Ouvrages à consulter.....	329
251	Des couvertures métalliques. 252 Tuiles creuses en fonte. 253 Couvertures en feuilles de tôle cannelée d'un hangar des Docks de Londres. 254 Des métaux le plus généralement mis en œuvre dans la couverture. 255 Des conditions que doit remplir tout système de couverture métallique. — <i>a.</i> Des effets du vent sur les couvertures métalliques. — <i>b.</i> De l'humidité introduite par l'effet du vent entre les feuilles de métal. — <i>c.</i> Nécessité de laisser aux feuilles métalliques une libre dilatation. — <i>d.</i> Précautions à prendre contre la précipitation de vapeur à la surface inférieure des feuilles métalliques. 256 Deux systèmes en usage pour les couvertures métalliques. 257 Couvertures en plomb.....	331
258	Couverture en zinc et en cuivre (système à grandes feuilles). — <i>a.</i> Mode d'attache des feuilles dans le sens horizontal. — <i>b.</i> Différents modes d'attache des feuilles dans le sens longitudinal. 259 Des noues, faîtières et arétiers. 260 Consolidation des goutterots et des parties les plus exposées à l'action du vent. 261 Moyen d'éviter les effets de la capillarité. 262 Couvertures en grandes feuilles de zinc à surface concave.....	336
263	Des ardoises en zinc. — <i>a</i> Pose de la couverture.....	340
264	Des moyens d'aérage et de ventilation des couvertures métalliques.....	341
265	Des terrasses. 266 Des couvertures en mastic bitumineux. — <i>a.</i> Coulage du mastic. — <i>b.</i> Préparation des aires. — <i>c.</i> Construction des plates-formes à couvrir en mastic bitumineux. 267 Réflexions sur les couvertures en terrasses adaptées aux bâtiments militaires.	342
268	De l'écoulement des eaux .....	348

DOUZIÈME LEÇON. — *Détails relatifs aux bâtiments d'habitation.*

269	Des caves sous les bâtiments d'habitation .....	348
270	Des fosses d'aisances, précautions à prendre dans leur établissement. 271 Construction adoptée pour les latrines dans les bâtiments militaires. Différents moyens d'éviter leur mauvaise odeur.....	351
272	Des cheminées. 273 Des tuyaux de cheminée circulaires et de la réunion de plusieurs tuyaux en un seul. 274 De la figure longitudinale la plus avantageuse du canal intérieur d'un tuyau de cheminée. 275 Diverses causes de fumée dans les habitations.....	354
276	Des greniers. 277 Dessin du profil d'une ferme à entrail retroussé. 278 Espacement des fermes de comble. 279 Échappée des escaliers sous les tirants des fermes. 280 De la rencontre des pièces de la charpente des combles avec les cheminées. 281 Des combles formant croupe. 282 Des pièces dévoyées et déversées. 283 Des noues et noulets. 284 Des combles à pans gauches. — Manière d'éviter le gauche.....	361
285	Pavage sur forme de sable. 286 Pavés en briques, en carreaux et en dalles. 287 Aires en mastic bitumineux. 288 Pavés en bois. 289 Aires en mortier hydraulique. 290 Du stuc en plâtre.....	368
291	De la menuiserie et de la serrurerie des bâtiments militaires. 292 Des principaux assemblages de la menuiserie. 293 Des planchers et parquets. 294 Des lambris. 295 Des portes à panneaux. 296 Des persiennes. 297 Des croisées. 298 Des portes des casernes.	

## SOMMAIRE.

IX

Numéros.

Pages.

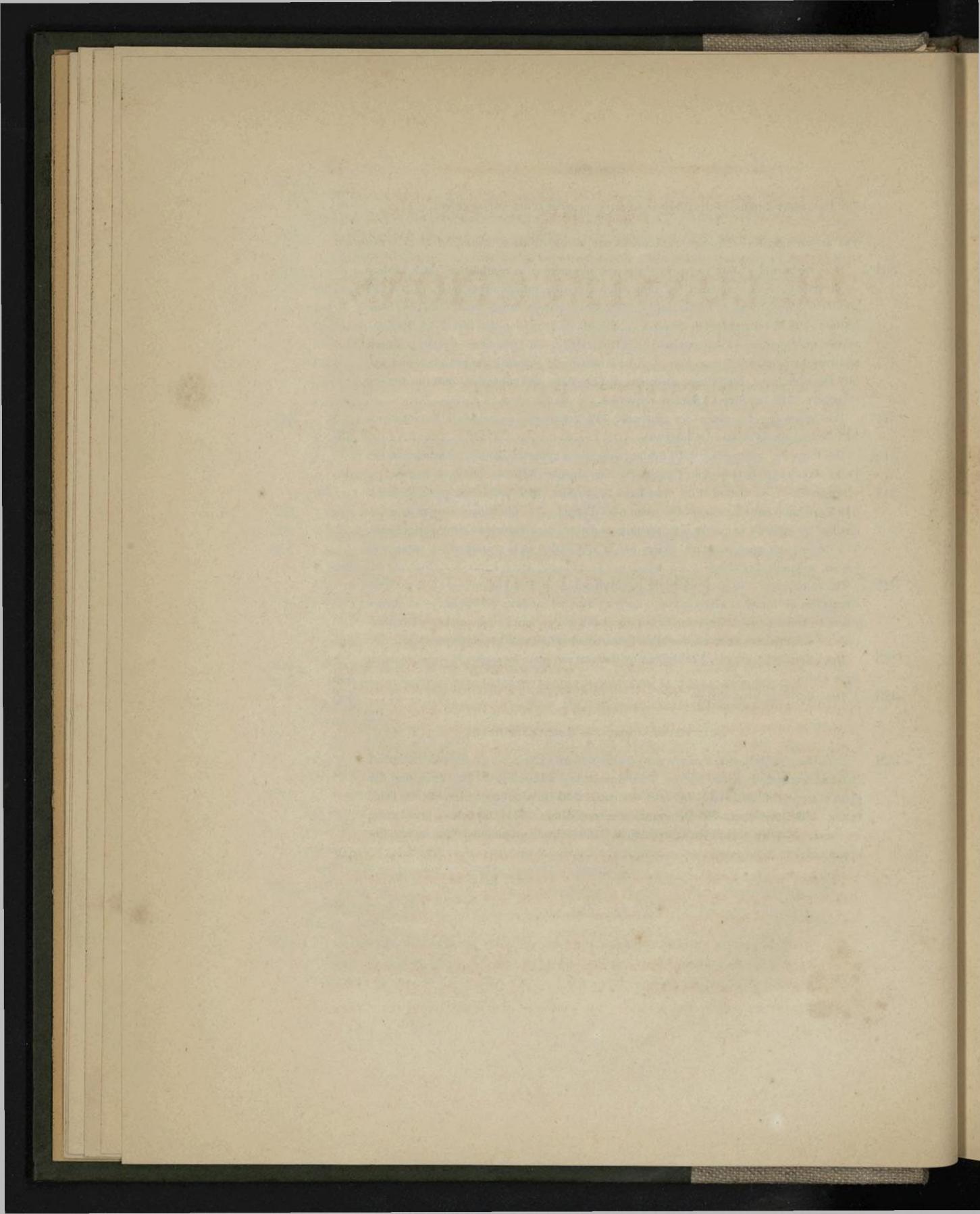
299 Des portes à joints évidés. 300 Des portes cochères et des portes de ville.....	371
---	-----

TREIZIÈME LEÇON. — *Notions sommaires sur les appareils de chauffage et de ventilation.*

304 Des combustibles. 302 Des principales circonstances de la combustion. 303 Tableau de diverses données concernant les combustibles, et observations sur ce tableau. 304 Des combustibles relativement à leur emploi. 303 Des appareils dans lesquels s'opère la combustion. 306 Des chaudières destinées à l'ébullition de l'eau.— a. Du foyer.— b. De l'ouverture qui donne accès à l'air extérieur.— c. Du cendrier.— d. Des grilles.— e. Des positions relatives du foyer et de la chaudière.— f. De la surface de chauffe à donner à la chaudière. 307 Des cheminées. 308 Vitesse théorique de l'air dans une cheminée. 309 Des fours à réverbère. 310 Des foyers à flamme renversée.....	379
311 Des fourneaux de cuisine des casernes. 312 Fourneaux de cuisine à feu intérieur. 313 Fourneaux de cuisine des hôpitaux.....	388
314 Des fours de boulangerie. 313 Perfectionnements apportés dans la construction des fours. Fours aérothermes, four l'Espinasse, four Granier. 316 Des fours provisoires.....	391
317 Appareils de ventilation et de chauffage. Leur objet. 318 Ventilation par l'air froid. 319 Ventilation par l'air chaud. Des cheminées d'appel.— a. Cheminées d'appel dans lesquelles l'air est brûlé en partie.— b. Cheminées d'appel dans lesquelles l'air n'est pas brûlé. 320 Tableau des quantités d'air viciées par la respiration et la transpiration cutanée et par les appareils d'éclairage.....	396
321 Des calorifères. 322 Des calorifères à air chaud.— a. Des poèles.— b. Des poèles à circulation de fumée et à circulation d'air frais dans les conduits de fumée.— c. Poèles russes en briques.— d. Des calorifères à air chaud qui portent l'air à une haute température.— e. Utilisation de la chaleur d'un fourneau chauffé à une haute température.....	400
323 Des calorifères à vapeur. 324 Différentes dispositions pour les appareils à condensation de la vapeur.....	406
325 Des calorifères à eau chaude.....	408

QUATORZIÈME LEÇON. — *Lever de bâtiment.*

326 Définition. 327 Marche à suivre dans les opérations extérieures du lever de bâtiment. Reconnaissance de la partie à lever. 328 Exécution des brouillons. 329 Exécution des plans et en particulier de celui du rez-de-chaussée. 330 Du plan du grenier. 331 De l élévation. 332 Des coupes. 333 Des grands et menus détails. 334. Des notes à prendre sur les lieux. 335 Du travail de la rédaction. 336 Travail graphique. Mise au net des brouillons.....	412
---	-----



---

# COURS DE CONSTRUCTIONS.

---

## PREMIÈRE PARTIE.

LEÇONS PRÉPARATOIRES AU LEVER ET AU PROJET DE BATIMENT,

CONTENANT

DES NOTIONS ÉLÉMENTAIRES SUR LES FORMES, LES DIMENSIONS ET LA CONSTRUCTION  
DES PARTIES PRINCIPALES DES BATIMENTS.

---

## PREMIÈRE LEÇON.

DES MURS DE BATIMENTS ET DE LEUR APPAREIL.

**1. Division des matières du Cours.** — Un officier chargé de la construction d'un édifice ou d'un ouvrage d'art quelconque, commence par en dresser le *projet*. Ce premier travail consiste dans un certain nombre de dessins, accompagnés d'un texte explicatif et d'une estimation de la dépense; le tout suffisamment détaillé pour faire apprécier comment seront remplies les convenances générales imposées à l'édifice d'après sa destination, par quels moyens et jusqu'à quel point la solidité de toutes les parties essentielles se trouve assurée, et enfin à quel prix ces divers résultats seront obtenus.

Lorsque cette composition, souvent après avoir subi des modifications nombreuses, est définitivement approuvée, son auteur s'attache à la revoir avec soin, et à rédiger, sur une échelle plus grande, les dessins de détail, dits *d'exécution* parce qu'ils doivent servir de guide aux appareilleurs et aux ouvriers en bois et en fer.

En même temps, il se met en mesure de commencer les travaux dans une saison favorable, de les conduire avec régularité et économie, et de les achever dans les délais qui lui sont fixés.

Nous suivrons, dans l'exposition des matières qui font l'objet du *Cours*

*de constructions*, un ordre d'idées correspondant à la succession des travaux intellectuels auxquels donnent lieu la composition et la réalisation d'un *projet*.

Dans la *première partie*, nous examinerons quelles sont les formes et les dimensions à donner aux différentes parties des bâtiments et des autres ouvrages dont l'exécution est confiée aux officiers des corps de l'artillerie et du génie. Cette première partie renfermera, pour le calcul des épaisseurs des murs de revêtements, des pieds-droits des voûtes et des pièces de charpente, des formules dont la démonstration rigoureuse formera l'objet spécial de la *troisième partie*, sorte d'appendice de la première (\*). La *deuxième partie* renfermera, sur l'architecture, des notions applicables à la composition des projets des bâtiments militaires. Dans la *quatrième partie*, nous nous occuperons des approvisionnements, de la disposition des chantiers et ateliers, de la conduite des travaux, des précautions à prendre dans l'exécution des fondations, et nous ferons l'application des règles contenues dans cette partie et les précédentes, à la construction des ouvrages hydrauliques qui servent aux manœuvres d'eau dans les places fortes. Nous la compléterons par des notions abrégées sur d'autres genres de travaux qui sont dans les attributions spéciales des ingénieurs civils, mais à l'exécution desquels les officiers du génie et d'artillerie peuvent avoir à concourir dans certains cas, et notamment lorsque ces travaux se font sur le terrain militaire.

Indépendamment de ce qu'aura de logique l'ordre que nous nous proposons de suivre, il présentera l'avantage de mettre les différentes parties théoriques du Cours en correspondance avec la série des travaux graphiques exigés de messieurs les élèves. L'étude de la première partie pourra précéder et faciliter beaucoup le travail du *lever de bâtiment*; celle des deuxième et troisième parties pourra concorder avec le travail du *projet de bâtiment* et celui du *projet de détail*; la quatrième partie contiendra toutes les notions nécessaires à la rédaction du *projet de construction hydraulique*.

**2. Utilité de l'étude des détails de la construction des édifices. Limites dans lesquelles on se propose de renfermer cette étude.** — Nous allons donc prendre un à un tous les éléments de la construction des édifices, murs, voûtes, escaliers, charpentes, couvertures, etc., apprendre leur nomenclature, étudier leurs formes les plus habituelles et les plus avantageuses, fixer

---

(\*) Nous aurions pu renvoyer toutes les formules théoriques à la troisième partie; mais nous avons voulu faire de celle-ci une espèce d'aide-mémoire raisonné du praticien constructeur. C'est au professeur à éluder des leçons tout ce qu'il jugera inutile à l'exposé des matières du Cours, en même temps qu'à donner les développements que, pour ne pas augmenter cette première partie déjà trop volumineuse, nous aurions sacrifiés à l'insertion des formules et des tables.

enfin leurs dimensions d'après les règles de la solidité et de l'économie. Cette étude pourra sembler aride et minutieuse, mais elle aura une utilité incontestable pour ceux qui, non contents de satisfaire aux convenances du programme qu'ils ont à remplir, veulent encore que leurs combinaisons soient facilement et économiquement exécutables. Le plan le mieux distribué et le plus commode, la façade la plus régulière et la mieux décorée, lorsque leurs dimensions et leurs formes entraînent des difficultés de construction qui toujours se résolvent en surcroît de dépense, deviennent inadmissibles; à moins, ce qui est rare, que ces dispositions ne soient absolument commandées. Savoir se restreindre à des combinaisons simples, donner aux espaces à couvrir des largeurs modérées, n'adopter pour les couvertures que des systèmes en rapport convenable avec le climat, se mettre en mesure d'employer, presque exclusivement, les ouvriers et les matériaux que fournit la localité où l'on doit bâtir, sont des conditions à observer par quiconque veut atteindre à cette économie aujourd'hui plus que jamais désirable.

D'un autre côté, il se rencontre parfois des nécessités impérieuses auxquelles le constructeur ne peut satisfaire que par l'emploi de toutes les ressources de son art; il faut donc qu'il les connaisse à fond, et qu'il sache aussi bien surmonter les difficultés lorsqu'elles se présentent forcément, que les éviter quand cela se peut.

C'est donc avec raison que l'étude de l'architecture proprement dite est toujours précédée de celle des éléments de la bâtie. On ne peut être, en effet, bon architecte si l'on n'est pas en même temps bon constructeur. Toutefois, il importe de préciser les limites dans lesquelles cette étude des détails doit raisonnablement rester circonscrite.

Pour cela, il faut remarquer que chacune des parties principales d'un bâtiment doit satisfaire nécessairement à de certaines conditions inséparables de la commodité et de la solidité qu'on désire trouver dans un édifice quelconque. Ces conditions sont à peu près les mêmes dans toutes les localités, et il est absolument essentiel de s'y conformer; mais on peut le faire en employant, pour un même objet, des matériaux de natures diverses combinés de différentes manières.

Un mur, par exemple, doit toujours être stable et immobile; mais un mur peut être fait en pisé ou en pierres sèches, maçoné en plâtre ou en mortier, et remplir cette condition.

Un bon système de couverture doit être imperméable à la pluie, solide, léger, facile à entretenir; voilà des conditions essentielles, mais auxquelles on satisfait par des procédés très-divers.

La constitution géologique et topographique du sol, le climat, l'activité du commerce, la facilité des transports, les habitudes particulières des localités influent considérablement sur la nature des matériaux le plus employés et sur les procédés de leur mise en œuvre. En parcourant successivement les devis des marchés passés avec les entrepreneurs dans les différentes places de France, on voit varier beaucoup les prescriptions et même le langage; tel procédé recommandé dans une place est inconnu ou même proscrit dans une autre.

Est-il nécessaire d'avoir, dès l'entrée de la carrière de l'ingénieur, une connaissance approfondie de toutes les pratiques usitées par les ouvriers qui bâissent, décorent et meublent les édifices publics? Nous ne le pensons pas, et, en tous cas, une instruction aussi variée ne saurait être le but d'un *Cours élémentaire sur les constructions*.

Connaître les conditions spéciales auxquelles doivent satisfaire les parties les plus essentielles des édifices, et savoir mettre leurs dimensions en rapport avec les efforts qu'elles ont à supporter; posséder des notions exactes, mais sommaires, sur les qualités naturelles des matériaux les plus généralement employés et sur leur mise en œuvre: tel est le double but vers lequel nous dirigerons nos efforts. Nous n'irons pas au delà de ces connaissances générales. Nous croyons que l'ingénieur qui en possédera bien l'esprit sera en état, non-seulement d'apprécier et d'employer judicieusement des procédés nouveaux pour lui, mais encore d'en inventer lui-même, si la nécessité l'y conduisait.

Sous la réserve de ces observations, nous allons entrer en matière et nous occuper des *murs*, parties importantes des édifices, et celles qui, peut-être, demandent le plus de réflexion et de jugement lorsqu'on veut les établir avec économie et solidité tout à la fois.

**3. Des murs.** — Les murs, dans l'acception la plus générale du mot, sont des ouvrages de maçonnerie. Ils prennent des noms qui varient avec leur destination.

*Des murs de clôture.* — Les *murs de clôture* sont ceux qui servent à renfermer une cour, un jardin ou un enclos quelconque. Ils peuvent être bâties en pierres sèches, en cailloux ou en moellons maçonnés avec de la terre argileuse, ou enfin en bonne maçonnerie de pierres avec du mortier de chaux et de sable. Les plus solides et les plus soignés sont revêtus à l'extérieur de moellons piqués apparents (A), *fig. 1, 2, 3 et 4, Pl. I*, renforcés par des chaînes en pierres de taille (B), espacées de 4 mètres en 4 mètres environ, et présentant une largeur réduite de 0<sup>m</sup>,70. Dans un terrain médiocrement

résistant, on leur donne jusqu'à 1 mètre de fondation (C) en gros moellons ou libages; on les assooit au niveau du sol sur un socle formé de une ou deux assises de pierre de taille (D), et on les couronne par un chaperon, arrondi en forme de tablette (E), ou coupé suivant un (F), ou deux égouts (G), selon que les terrains des deux côtés du mur appartiennent au même propriétaire, ou à des propriétaires différents.

Bien que les murs de clôture n'aient rien à porter que leur propre poids, il faut cependant qu'ils aient une certaine épaisseur pour que l'action de l'humidité ou de la gelée ne les détruise pas trop promptement, et aussi pour que le pied de la verticale de leur centre de gravité ne tende pas à sortir de la surface de leur base au moindre mouvement du sol. Aussi ceux dont la hauteur varie entre 2 mètres et 3<sup>m</sup>,50 ont-ils de 0<sup>m</sup>,25 à 0<sup>m</sup>,40 d'épaisseur, quand ils sont en bonne maçonnerie. S'ils ne sont qu'en pierres sèches ou en cailloux maçonnés avec de l'argile, il faut augmenter leur épaisseur jusqu'à 0<sup>m</sup>,60, 0<sup>m</sup>,80, ou 1 mètre même suivant la hauteur.

4. *Règle pour déterminer l'épaisseur des murs de clôture dont la hauteur est donnée. Réflexions sur la nature et l'emploi des règles empiriques et des formules théoriques.* — Rondelet, architecte et écrivain d'une grande autorité due à une longue expérience, a déduit de l'observation des restes d'un certain nombre d'édifices anciens, une règle *empirique* pour la détermination du rapport à établir entre la hauteur, la longueur et l'épaisseur d'un mur découvert. (*Voir le Traité de l'art de bâtir*, septième édition, tome IV, page 105.)

Les règles dites *empiriques* sont l'expression abrégée d'un grand nombre de résultats fournis par l'expérience et recueillis par l'observation : c'est la tradition écrite des praticiens constructeurs.

Il se passe journellement, dans la pratique des constructions, des faits dont il importe de conserver le souvenir; mais ils sont dus à des causes dont la nature ou le mode d'action sont trop incomplètement connus, pour qu'on puisse apprécier exactement les effets qu'elles produisent, et les soumettre au calcul : on laisse donc la cause de côté, et l'on se borne à enregistrer le fait. On écrit, par exemple, comme nous allons le voir tout à l'heure, un mur de *telle hauteur* et de *telle épaisseur* a subsisté pendant des siècles : c'est là une formule empirique, c'est un avis, un conseil que l'expérience donne au praticien. Si celui-ci doit éléver un mur de même hauteur, il sera conduit à lui donner la même épaisseur qu'au mur observé, et il aura des chances de voir son œuvre résister aussi longtemps, en supposant toutefois que les mêmes forces naturelles agissent sur l'un et l'autre mur avec la même intensité.

Cette restriction que nous apportons à la certitude de l'indication donnée par la formule empirique avertit suffisamment de ce que cette dernière laisse à désirer. Elle n'est pas générale, en ce que de sa nature elle ne représente qu'un certain nombre de faits; elle est vague, en ce qu'elle ne rend pas compte des circonstances dans lesquelles se sont accomplis les faits qu'elle rappelle.

C'est pour remédier à ces imperfections, communes à tous les corps de doctrines composés uniquement d'observations pratiques, que l'on est conduit à faire des théories physico-mathématiques sur la stabilité des constructions; c'est-à-dire à expliquer les faits par l'action de certaines forces dont l'intensité, susceptible d'être mesurée, puisse non-seulement rendre compte des résultats connus, mais même faire prévoir ceux qu'on obtiendrait dans des circonstances autres que celles qu'on a pu observer jusqu'alors.

Lorsqu'on rencontre juste, et sur les causes prédominantes d'un certain ensemble de phénomènes naturels, et sur la mesure de l'énergie de ces causes, on a une bonne théorie de laquelle on déduit, par le calcul, des règles ou formules théoriques plus générales et plus précises à la fois que les règles empiriques. Mais comme toutes les théories ne sont, dans l'état de nos connaissances sur la constitution intime des corps solides, que des approximations, c'est encore à l'expérience que l'on demande la confirmation des conséquences auxquelles ces théories conduisent. Ordinairement, une formule théorique n'est adoptée définitivement que lorsque, dans de certaines limites, elle concorde avec des faits bien analysés et bien connus, ou avec les indications d'une règle empirique dans laquelle les praticiens ont une confiance justifiée par le succès.

L'observation et le raisonnement sont les deux fondements de toutes les sciences. La règle empirique représente le premier; la formule théorique est le produit du second: il convient donc de ne dédaigner ni l'une ni l'autre, et de s'en servir dans les limites de leur utilité; mais pour cela il faut encore de la prudence et du discernement.

Nous nous attacherons à n'insérer dans nos leçons que des règles ou des formules dignes d'une certaine confiance; et cependant nous ne voudrions les voir employer par un constructeur qu'après un examen réfléchi des circonstances où il se trouve, et une comparaison judicieuse de ces circonstances avec les hypothèses qui ont servi de point de départ à la théorie. Dès la prochaine leçon nous aurons occasion de développer notre pensée à ce sujet; pour le moment, nous nous bornerons à faire remarquer que l'autorité d'une formule n'est jamais une excuse suffisante pour une faute à laquelle son emploi aura conduit. Revenons maintenant à Rondelet.

Cet auteur distingue trois genres de solidité : *solidité légère, moyenne et forte*, qu'on peut supposer correspondre à la solidité des bâtiments particuliers, à celle des bâtiments militaires d'habitation et à celle des grands édifices publics.

D'un autre côté, l'observation de plusieurs murs antiques *isolés*, qui, pendant des siècles, ont résisté à toutes les intempéries des saisons, lui a fait connaître que la plus petite épaisseur que puisse avoir un mur *isolé* fait en maçonnerie de première qualité, est d'environ un seizième de sa hauteur. Et comme les murs neufs en moellons n'ont pas la dureté et l'homogénéité des anciens murs romains dont l'action lente du temps a durci le mortier au point de les transformer, pour ainsi dire, en blocs d'une seule pièce, Rondelet propose de donner aux murs neufs de *solidité légère*, le douzième de leur hauteur, d'augmenter jusqu'au dixième l'épaisseur des murs de *solidité moyenne*, et enfin de faire l'épaisseur des murs de *solidité forte* égale au huitième de la hauteur.

Il fait remarquer en même temps, avec justesse, que la grandeur des côtés d'une enceinte en maçonnerie influe sur sa stabilité, et qu'un pan de mur arc-bouté par deux autres murs qui le rencontrent d'équerre ou obliquement, est d'autant moins facile à renverser, que ces derniers sont plus rapprochés entre eux. Il propose, en conséquence, d'augmenter l'épaisseur des murs en raison composée de leur hauteur et de leur longueur.

Nommant :

$H$  la hauteur du mur;

$L$  la longueur du mur prise entre deux angles consécutifs de l'enceinte dont il fait partie,

$x$  son épaisseur en supposant ces deux parements verticaux;

$n = 12, = 10$  ou  $= 8$ , selon qu'il s'agit d'avoir une solidité légère, moyenne ou forte;

Rondelet pose la relation empirique

$$x = \frac{LH}{n\sqrt{L^2 + H^2}},$$

qui paraît donner des valeurs convenables de  $x$  pour certaines valeurs de  $L$  et de  $H$ .

Si l'on met cette égalité sous la forme

$$(a) \quad x = \frac{H}{n\sqrt{1 + \frac{H^2}{L^2}}},$$

il est facile de voir qu'aussitôt que la longueur du mur est un peu grande

par rapport à sa hauteur, l'épaisseur n'augmente plus sensiblement avec la longueur. En sorte qu'un mur de 3 mètres de hauteur devrait, d'après la formule ci-dessus, avoir à peu près la même épaisseur dans le cas où il aurait 10 mètres de longueur, et dans le cas où il en aurait 100.

La règle (*a*), ainsi que l'indique Rondelet, est applicable au côté d'un polygone quelconque jusqu'au dodécagone. Les murs appartenant à des enceintes d'un plus grand nombre de côtés auraient l'épaisseur de ceux qui entoureraient un dodécagone de même développement total que le polygone proposé.

Les murs circulaires seraient supposés avoir pour longueur la moitié du rayon de la circonférence.

Faisons une application à ce dernier cas :

Le mur de clôture de la cour de l'église de Saint-Étienne-le-Rond à Rome forme une enceinte circulaire de 198 pieds, ou 65<sup>m</sup>,20 de diamètre. Ce mur, qui est en maçonnerie de blocage revêtu de briques, a 22  $\frac{1}{2}$  pieds, ou 7<sup>m</sup>,32 de hauteur et 0<sup>m</sup>,659 d'épaisseur.

Supposons qu'on ait voulu avoir une solidité moyenne, et posons

$$n = 10;$$

faisons dans la formule (*a*)

$$H = 7^m,32 \quad \text{et} \quad L = 16^m,30,$$

et concluons-en l'épaisseur : nous la trouverons de 0<sup>m</sup>,68.

La formule de Rondelet reproduit donc, à trois centièmes près, l'épaisseur du mur existant.

**5.** Les *murs de face* des bâtiments sont ceux qui constituent leurs façades sur les rues, les cours et les jardins. Dans les anciennes constructions, ces murs se terminaient en pointe sur la rue et portaient l'extrémité du faîte de la couverture; on leur donnait le nom de *pignons*. Aujourd'hui, on désigne aussi sous ce nom les murs des petits côtés des édifices dont le plan a la figure d'un rectangle, lorsque la façade principale est sur un des longs côtés.

L'épaisseur de ces murs n'est pas la même sur toute la hauteur, elle va en diminuant de la base au sommet, ce qui leur donne une forme de prisme tronqué avantageuse à la stabilité. Lorsque le mur est en moellons ou en pierre de taille, la diminution de l'épaisseur se fait du côté de l'extérieur par un talus ou *fruit*, qui a pour objet de dissimuler à la vue les surplombs que les bâtiments prennent souvent vers le dehors par l'action des poussées des charpentes ou par un enfoncement inégal de la fondation. Du côté de l'inté-

rieur, ce talus serait désagréable à la vue et gênant pour l'ameublement. On le remplace par des retraites successives faites suivant des plans verticaux. Ces retraites ont l'avantage de favoriser la pose de la charpente des planchers (*voir la fig. 5, Pl. I.*). Le fruit est toujours compris entre  $\frac{1}{80}$  et  $\frac{1}{250}$  de la hauteur du mur; les retraites sont de 0<sup>m</sup>,05 à 0<sup>m</sup>,08 environ.

Les murs en briques n'ont point de *fruit* à l'extérieur, et les retraites se font toujours de la largeur d'une demi-brique, ce qui fixe chacune d'elles à 0<sup>m</sup>,11 dans le nord de la France, où les briques les plus employées ont 0<sup>m</sup>,22 de longueur, 0<sup>m</sup>,11 de largeur et 0<sup>m</sup>,05 d'épaisseur.

Il résulte aussi de là que l'épaisseur des murs en briques est toujours égale à un certain nombre de fois une demi-brique. Vauban, dans ses *Oisivetés*, dit : « L'épaisseur des murs de maisons est, pour l'ordinaire, de trois briques d'épais au rez-de-chaussée, et celle des murs de refend de brique et demie d'épais » (*voir page 108, tome I<sup>er</sup> de l'édition publiée, en 1843, par les soins de M. le colonel Augoyat*).

Les *murs de refend* sont ceux qui servent à diviser l'intérieur des bâtiments; ils ont leurs parements verticaux des deux côtés: on y pratique, à hauteur de chaque étage, des retraites pareilles à celles des murs de face (*fig. 6, Pl. I.*). Il faut excepter cependant les murs qui forment l'enceinte des cages d'escalier, auxquels on ne fait point de retraites à cause de l'effet désagréable qu'elles produiraient.

6. *Règles de Rondelet pour calculer l'épaisseur des murs de face ou de refend.* — La solidité des murs de face et de refend des bâtiments dépend principalement du soin avec lequel on a établi la fondation sur un terrain naturellement incompressible, ou rendu tel par des travaux d'art; et de la qualité ainsi que de l'arrangement des matériaux employés dans leur construction. Plus les matériaux sont réguliers dans leur forme, moins il reste de vide entre eux, et plus les surfaces de contact de deux assises superposées sont étendues. C'est pour cela qu'à hauteur égale et pour une même charge à supporter, on peut faire les murs en pierres de taille plus minces que les murs en moellons; et que les murs en briques ont un certain avantage sur ceux qui sont construits avec des matériaux plus durs, mais moins réguliers.

On ne règle pas l'épaisseur des murs de face et de refend des bâtiments d'après la considération des efforts qu'ils ont à supporter. Presque toujours ces efforts se réduisent à des pressions verticales; au moins, c'est à obtenir ce résultat que doivent tendre les dispositions de la construction intérieure, et ces pressions verticales sont, en général, bien loin de pouvoir produire l'écrasement des murs tels que la pratique les a adoptés. Ce n'est que dans

le cas où les murs de face des bâtiments ont à supporter la poussée d'une charpente ou celle d'une voûte, que l'on a recours à la théorie pour arrêter leurs dimensions (*voyez ci-après, cinquième leçon, le calcul des pieds-droits des voûtes, et dixième leçon, celui des murs qui portent les pieds des grandes charpentes*). Les murs des bâtiments ordinaires se règlent par des formules empiriques, attendu que leur solidité varie avec la nature des matériaux, et que les causes les plus puissantes de leur dégradation sont les ébranlements et l'inégale résistance du sol, les intempéries de l'air, l'action des eaux de pluie, les surcharges de neige accidentnelles; or ni les unes ni les autres de ces choses ne peuvent être soumises au calcul avec quelque rigueur.

Rondelet donne, pour les épaisseurs des murs de face et de refend, les règles suivantes.

Nommant :

*e* l'épaisseur du mur au niveau du plancher de chaque étage;

*l* la largeur totale *hors œuvre* du bâtiment, quand il s'agit du calcul des murs de face, ou l'espace à diviser mesuré *dans œuvre* au rez-de-chaussée lorsqu'il est question d'un mur de refend;

*H* la hauteur mesurée depuis le sol de chacun des étages jusqu'au sommet du mur;

*h* la hauteur du rez-de-chaussée; il fait :

$$\text{Murs de face.} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Bâtiments doubles } e = \frac{l+H}{48} + (0^m,027 \text{ ou } 0^m,054), \\ \text{Bâtiments simples } e = \frac{2l+H}{48} + (0^m,027 \text{ ou } 0^m,054), \end{array} \right.$$

$$\text{Murs de refend au rez-de-chaussée } e = \frac{l+h}{36} + (0^m,013 \text{ ou } 0^m,027).$$

L'épaisseur du mur de refend au niveau des différents étages au-dessus du rez-de-chaussée varie en raison de la grandeur des retraites qu'on lui fait subir.

La fraction à ajouter à la valeur de *e* donnée par le premier terme de ces formules dépend de la bonté relative de la maçonnerie. Si le mur est en briques ou maçonné avec du mortier médiocre, on ajoute au premier terme la fraction  $0^m,054$ ; si le mur est en bons moellons et chaux hydraulique, on ne lui donne que  $0^m,027$  en sus de la valeur du premier terme.

Il est essentiel de remarquer que la règle relative aux murs de face et de refend ne s'applique qu'à ceux des longs côtés du bâtiment ou à leurs parallèles; et que les murs des extrémités ou de pignons et leurs parallèles ne sont jamais plus épais que les autres. Au contraire, on peut les diminuer un peu en raison de leur moindre longueur.

Lorsqu'on voudra appliquer la formule relative aux murs de refend, on se rappellera que *l'espace à diviser* par un mur de ce genre doit toujours être mesuré *dans œuvre*, c'est-à-dire dans l'intérieur d'un mur de face à l'autre. Dans un bâtiment de 16 mètres de largeur mesurée hors œuvre dont les murs de face auront 0<sup>m</sup>,60 d'épaisseur, la longueur à diviser serait de 14<sup>m</sup>,80.

**7. Résultats de la pratique sur l'épaisseur des murs.** — On peut contrôler la règle de Rondelet en comparant les résultats qu'elle fournit aux épaisseurs ci-après, qui sont admises par la pratique.

Pour les murs en moellons, Vauban (lieu cité ci-dessus) rapporte en ces termes la pratique usitée de son temps :

« Aux bâtiments fort élevés, où le moellon a peu d'assiette, on donne ordinairement 2  $\frac{1}{2}$  pieds (0<sup>m</sup>,812) d'épaisseur aux murs, immédiatement au-dessus de la retraite des fondations; au deuxième étage, 2  $\frac{1}{4}$  pieds (0<sup>m</sup>,721); au troisième étage, 2 pieds (0<sup>m</sup>,65); et si on exhausse un quatrième étage, ce qui n'arrive guère à la campagne, on lui donne 20 pouces (0<sup>m</sup>,542).

» Observer que mieux vaut un mur trop épais d'un pied que trop faible d'un pouce.

» L'épaisseur des murs de refend peut se réduire aux deux tiers ou aux trois quarts de celle des murs de face. »

Nous avons déjà rapporté ci-dessus la pratique de Vauban dans la construction des murs en briques (n° 5).

Depuis l'époque où écrivait notre grand ingénieur, l'art de la maçonnerie s'est perfectionné, ou bien l'économie et la confiance sont devenues plus grandes; car les praticiens ont beaucoup diminué les épaisseurs des murs des bâtiments indiquées par Vauban, comme on peut en juger par les résultats contenus dans les trois tableaux suivants :

TABLE I. — Des épaisseurs des murs au rez-de-chaussée, d'après Rondelet.

DÉSIGNATION DES BATIMENTS.	MUR de face.	MUR mitoyen.	MUR de refend.
Maisons particulières.....	0,40 à 0,65	0,43 à 0,54	0,32 à 0,48
Bâtiments plus considérables que les maisons d'habitation.....	0,65 à 1,00	0,54 à 0,65	0,40 à 0,54
Palais et grands édifices dont les rez-de-chaussée sont voûtés.....	1,30 à 3,00	1,00 à 1,30	0,64 à 2,00

TABLE II, indiquant les épaisseurs des murs de face et de refend, d'après les types du comité du Génie.

DÉSIGNATION DES ÉTAGES.	CASERNES VOUTÉES à l'épreuve de la bombe.		CASERNES NON-VOUTÉES à deux étages.	
	Murs de face.	Murs de refend.	Murs de face.	Murs de refend.
Caves.....	(*) 1,13	1,40	(**) "	"
Rez-de-chaussée.....	0,80	1,10	0,70	0,60
Premier étage.....	0,80	1,00	0,65	0,50
Deuxième étage.....	"	"	0,50	0,40

(\*) Lorsque les murs de face des casernes voutées à l'épreuve sont exposés aux coups des projectiles, on augmente leur épaisseur jusqu'à 1<sup>m</sup>,25, plus ou moins, selon les circonstances.

(\*\*) Si les casernes non voutées n'ont qu'un étage, on donne 0<sup>m</sup>,65 au rez-de-chaussée et 0<sup>m</sup>,50 au premier.

TABLE III, relative aux bâtiments ordinaires non voûtés.

DÉSIGNATION des ÉTAGES.	RÉSULTATS DE LA PRATIQUE pour des bâtiments d'une largeur indéterminée et pour des hauteurs d'étage de 3 à 4 mètres.		RÉSULTATS DU CALCUL de la règle de Rondelet pour un bâtiment de 13 mètres de largeur hors œuvre.			
	Épaisseur du mur de face.	Épaisseur du mur de refend.	Hauteur de l'étage.	Épaisseur du mur de face.	Épaisseur du mur de refend longitudinal.	
Aux fondements.....	m 0,73 à 0,97	m 0,70 à 0,80	m "	m 0,61 à 0,64	m 0,48 à 0,50	
Au niveau des caves.....	0,57 à 0,81	0,50 à 0,60	" "	" "	" "	
Au rez-de-chaussée.....	0,48 à 0,65	0,35 à 0,40	5,00	0,52 à 0,54	" "	
Au premier étage.....	0,43 à 0,54	0,30 à 0,35	4,00	0,43 à 0,45	" "	
Au deuxième étage.....	0,40 à 0,48	0,25 à 0,30	3,50	0,36 à 0,38	" "	
Au troisième étage.....	0,30 à 0,42	0,20 à 0,25	3,00			

On peut remarquer que la règle de Rondelet donne des épaisseurs un peu fortes.

Nous appellerons aussi l'attention sur le rapport à établir entre l'épaisseur des murs de face et celle des murs de refend. Généralement on fait les premiers plus épais que les seconds. Cette pratique s'observe surtout à la campagne ou dans les bâtiments d'habitation isolés, parce que plus les murs d'enceinte sont épais, mieux ils conservent la chaleur intérieure des appartements pendant l'hiver.

On fait aussi les murs de face plus épais que les autres dans les localités où les moellons, le sable et la chaux sont de bonne qualité, et composent une maçonnerie inattaquable par l'humidité et la gelée : alors on fait porter à ces

murs le poids des fermes de charpente et une grande partie de celui des planchers, et les murs de refend, étant peu chargés, reçoivent une épaisseur moindre.

Dans les pays où l'on emploie les briques ou d'autres matériaux tendres et peu résistants, on s'abstient souvent de rien faire porter par les murs de face, parce qu'ils sont sujets à de fréquentes réparations; on reporte alors, le plus qu'on le peut, tout le fardeau des couvertures et des planchers sur les murs de refend, qui prennent en conséquence des épaisseurs supérieures à celles des murs de face.

A Paris, l'usage de pratiquer aux rez-de-chaussée de larges ouvertures convenables à des magasins ou à des remises oblige à faire les murs de face assez légers pour que des poutres en bois puissent les porter. Cette nécessité conduit à répaissir les murs de refend et les murs mitoyens, afin de pouvoir y appuyer les poutres des planchers et les pieds des fermes de la charpente.

8. *Détermination de la largeur relative de la fondation des murs par la condition de répartir uniformément le poids de la construction sur le sol.* — Après avoir calculé l'épaisseur des murs, il est bon, afin d'éviter des tassements inégaux, de déterminer la largeur de la base de la fondation de manière que la pression sur *un mètre carré* du sol soit partout la même.

Soient  $S'$ ,  $S''$ ,  $S'''$ , etc., les surfaces respectives totales de chacun des murs de face et de refend d'un bâtiment;  $P'$ ,  $P''$ ,  $P'''$ , etc., la pression totale, y compris leur propre poids, que ces murs exercent sur le terrain lorsqu'ils porteront les planchers, les charpentes et la couverture;  $p$  le poids, déterminé par une expérience préalable, que le terrain peut porter par mètre carré sans tassement appréciable; la condition à remplir est

$$\frac{P'}{S'} = \frac{P''}{S''} = \frac{P'''}{S'''} \cdots = p.$$

On a deux moyens d'y satisfaire :

1°. Si, pour un mur quelconque,  $\frac{P}{S}$  est  $> p$ , on élargira par des retraites et des empatements la largeur de la fondation;

2°. Si  $\frac{P}{S}$  est  $< p$ , on pourra réduire la surface par laquelle le mur porte sur le sol en le fondant par arceaux.

Les angles des bâtiments sont toujours plus chargés que les autres parties: on fera bien de les fortifier et d'augmenter la surface par laquelle ils reposent sur le sol; autrement on s'exposera à voir des lézardes se montrer dans les murs de pignon.

9. *Tracé du profil d'un mur de face. Détermination des retraites intérieures et du fruit.* — Après avoir déterminé l'épaisseur d'un mur d'après les règles ou les tables précédentes, on peut encore éprouver quelque embarras à dessiner son profil et à déterminer le fruit et les retraites. M. le commandant du génie Soleirol donne (page 209 de son *Cours de constructions*) le moyen suivant de lever cette difficulté par un tracé fort simple (*fig. 7, Pl. I.*):

Par le point *a*, pied extérieur du mur, menez deux lignes *al*, *am*, inclinées l'une au  $\frac{1}{80}$ , l'autre au  $\frac{1}{250}$  avec la verticale *ai*, lesquelles représenteront les deux limites du fruit. Tirez une horizontale *lk* à hauteur du sommet du mur, et une autre *cd* à hauteur de la retraite du premier étage. Sur l'horizontale supérieure, portez *ln* et *mo* égales à la moitié de l'épaisseur trouvée par le calcul pour le sommet du mur; portez sur *cd* de la même manière, à partir des deux limites du fruit, la moitié de l'épaisseur trouvée pour le mur au rez-de-chaussée; puis des quatre points *n*, *o*, *p*, *q*, ainsi déterminés, abaissez sur la base du mur quatre perpendiculaires, entre les pieds desquelles vous choisirez un point *t* qui laisse de chaque côté de lui une grande et une petite perpendiculaire. Par ce point, menez une verticale *tx* qui sera l'axe du mur, et à droite et à gauche du point *x*, portez la moitié de l'épaisseur du mur au sommet, de *x* en *y* et en *k*. Joignez *a* et *y*, ce qui vous donnera pour le mur un fruit compris entre les deux limites; et à partir de cette ligne de fruit, portez à hauteur du plafond de chaque étage l'épaisseur trouvée pour le mur à cet étage, ce qui déterminera la largeur des retraites intérieures.

Cette construction conduit à ce double résultat, de déterminer le fruit convenablement, et de faire coïncider le mieux possible la projection du milieu du sommet du mur avec le milieu de la base. Pour opérer le tracé avec facilité, il convient de prendre l'échelle des dimensions horizontales, décuple de celle des dimensions verticales.

Il peut arriver que les grandes perpendiculaires soient toutes deux à droite ou à gauche des petites; mais il est facile de voir que lorsque les grandes perpendiculaires tombent entre les petites et la face extérieure, c'est la limite supérieure du fruit qu'il faut prendre, ou  $\frac{1}{80}$ , et que quand elles tombent au delà des deux petites, c'est au contraire le plus petit fruit, ou  $\frac{1}{250}$ , qu'il convient d'adopter.

APPAREIL DES MURS. — DES BAIES PRATIQUÉES DANS LES MURS; DES PORTES ET DES FENÊTRES DROITES ET CIRCULAIRES.

10. *Règles générales à suivre dans l'appareil des maçonneries.* — Dans tout ouvrage de maçonnerie, on doit, autant que la nature des matériaux

le permet, régler l'appareil des pierres d'après les principes suivants, qui sont regardés par tous les constructeurs comme des axiomes, ou au moins comme des règles dont il ne faut s'écarte que le moins possible (*voir RONDELET, Art de bâtiir, 7<sup>e</sup> édit., t. II, chap. II, p. 13; — VALLÉE, Traité de la coupe des pierres, liv. I, p. 7; — DOULIOT, Traité de la coupe des pierres, t. I, chap. V, p. 59; — MONGE, Application de l'analyse à la géométrie, p. 116; — Devis-modèle de M. P. BERGERE*).

1<sup>o</sup>. Les pierres doivent être taillées de manière que leurs lits de pose soient perpendiculaires à la direction de la force qui agit sur elles en les comprimant. Lorsque les pierres sont de nature à se déliter, comme le seraient les schistes, on fait nécessairement coïncider le lit de pose avec le lit de carrière. Quelquefois cependant le désir d'économiser la pierre de taille conduit à la poser dans le sens perpendiculaire à son lit de carrière, comme on le voit en K et K' dans les *fig. 19 et 19'*, *Pl. I*, qui représentent une baie de croisée dont les jambages sont formés de pierres posées *en délit*: on ne doit, au surplus, se permettre cette infraction à la règle qu'avec des pierres compactes et résistantes.

2<sup>o</sup>. Les lits et les joints des pierres doivent être, autant que possible, des surfaces planes ou des surfaces réglées pour plus de facilité dans la taille des lits et joints.

3<sup>o</sup>. Les lits et les joints des pierres doivent former entre eux des angles droits ou obtus, et jamais des angles aigus.

4<sup>o</sup>. Lorsque la surface sur laquelle il s'agit de tracer des joints d'appareil est une surface courbe, il convient que l'une des séries de joints soit tracée suivant les lignes de plus grande courbure, et l'autre suivant les lignes de plus petite courbure de la surface.

5<sup>o</sup>. Les joints horizontaux peuvent être continus sur tout le développement de la surface; les joints verticaux doivent être interrompus d'assise en assise, de manière qu'un joint d'une assise tombe toujours sur le plein d'une pierre de l'assise inférieure.

**11.** *Application des règles générales de l'appareil des murs.* — L'application à l'appareil des murs des principes qui précédent, conduit à remarquer :

1<sup>o</sup>. Que si le parement du mur est un plan vertical ou un plan dont le talus ne soit que du  $\frac{1}{6}$  ou même du  $\frac{1}{5}$ , les lits des pierres peuvent être disposés horizontalement. Les briques se posent toujours perpendiculairement à la surface extérieure du mur, quelque faible que soit son inclinaison.

2<sup>o</sup>. Si le mur ne doit résister qu'à des pressions verticales, les assises qui le composent seront comprises entre des plans horizontaux, d'où il résultera

que la forme des pierres qui forment le parement sera celle d'un parallélépipède. Ces pierres seront superposées de telle sorte que les joints verticaux se recroiseront pleins sur joints (*fig. 8, 9, 13 et 13', Pl. I*).

3°. Si le parement est une surface cylindrique verticale, les assises seront toujours comprises entre des plans horizontaux, les joints verticaux seront dans les plans méridiens du cylindre (*voir l'élevation et le plan de deux assises d'un mur cylindrique, fig. 8, 8' et 8'', Pl. II*).

4°. Si le parement est un plan très-incliné ou une surface conique, les joints verticaux seront toujours dans des plans normaux à la surface, les autres seront d'abord dirigés suivant des plans ou des surfaces coniques normales au parement; mais, après avoir présenté une petite portion de leur étendue dans cette direction, ils se retourneront parallèlement à l'horizon (*voir l'élevation, les plans de deux assises, et la coupe d'un mur conique, fig. 9, 9', 9'' et 9'', Pl. II, et la projection, l'élevation latérale et le plan d'un mur en aile et en talus, fig. 10, 10' et 10'', Pl. II*).

**12. Moyens employés pour établir la liaison et la solidarité entre les différentes pierres d'une assise et les différentes assises d'une construction en maçonnerie.** — Lorsqu'un massif de maçonnerie est exposé à de fortes pressions dirigées horizontalement ou obliquement, on renonce quelquefois à le construire par assises horizontales. On entaille les pierres dans leur lit supérieur et inférieur pour les réunir par encastrement; on coupe leurs joints verticaux de manière à les assembler à tenons et mortaises, ou à queue d'hironde, comme des pièces de charpente. Les Anciens nous ont laissé des modèles de ces dispositions (*voir PIRANESI, Recueil des antiquités romaines, et autres ouvrages*). Les Modernes les ont imités (*fig. 10, 10' et 10'', Pl. I*) dans un grand nombre de constructions. Entre autres exemples, nous citerons la construction du phare d'Edystone (*fig. 11 et 11', Pl. I*), (*LESAGE, Recueil de Mémoires extraits de la bibliothèque des Ponts et Chaussées*); mais ces entailles pratiquées dans les pierres sont coûteuses, à cause de la main-d'œuvre qu'elles exigent et du grand déchet qu'elles occasionnent; la pose est plus difficile et les pierres plus exposées à se fendre et à s'éclater sous la charge, parce qu'il est très-difficile de faire porter en plein des lits ainsi entaillés.

Aussi a-t-on de tout temps cherché à suppléer ce mode d'assemblage par des agrafes ou des crampons en métal ou en bois, ou même en os d'animaux (*fig. 12, 12' et 12'', Pl. I*).

Les crampons en fer doivent être placés sur les lits ou à la queue des pierres, dans l'intérieur des assises, mais jamais à l'extérieur. On fait leurs scellements

en plomb ou en plâtre. Pour placer les agrafes en bois ou en tibias de boeuf, on pratique sur les lits supérieurs des pierres, et à leur jonction, des entailles en double queue d'hironde perpendiculairement au joint, puis on y coule du soufre ou un mélange de résine et de cendre. On peut employer de la même manière des briques et des cailloux, et pratiquer un logement partie dans le lit inférieur d'une pierre, et partie dans le lit supérieur d'une autre, afin de rendre solidaires deux assises superposées (*voyez* la quatre-vingt-quatorzième note du Devis-modèle, p. 121, et l'art. 166 du Devis-modèle, p. 85 du texte).

Enfin, lorsqu'il s'agit d'une culée de pont qui supporte la poussée d'une voûte ou d'un arc de charpente en bois ou en fer, on peut, dans la partie de la culée rencontrée par la direction de l'effort, disposer les pierres normalement à cette direction; le reste du massif se construit d'ailleurs par assises horizontales.

Une dernière règle à ajouter à ce que nous venons de dire sur l'appareil des murs, c'est que lorsque ceux-ci forment des arêtes rentrantes ou saillantes, on doit éviter de placer un joint le long de cette arête. Une arête saillante, divisée en deux par un joint, deviendrait plus fragile; d'un autre côté, le joint placé dans une arête rentrante serait plus sujet que tout autre à recueillir la poussière et les graines que le vent transporte, et à absorber l'eau qui coule le long des parements. C'est ordinairement dans les joints voisins des angles rentrants que la végétation s'établit d'abord; on fait donc bien de n'en pas admettre sur cet angle même (*fig. 10, 10' et 10'', Pl. II*). A la vérité, cela oblige à recreuser les pierres de taille qui le recouvrent, et le désir d'éviter la dépense qui en résulte fait souvent passer sur les inconvénients que nous venons de signaler. C'est par cette raison de l'économie que l'on supprime aujourd'hui les pierres de taille dans les angles rentrants des revêtements de la fortification.

**15.** *Appareil des parements de mur en carreaux et boutisses.* — Les *lits* d'une pierre, les  *joints*, les *têtes* ou *parements*, sont des termes trop connus pour qu'il soit nécessaire de les définir. On appelle *parpaing* toute pierre à deux parements parallèles qui, par sa largeur, fait seule l'épaisseur du mur; *boutisse* celle qui, dans le sens perpendiculaire au mur, a une longueur plus grande que sa largeur parallèle au parement; *carreau* celle qui ne fait pas l'épaisseur du mur, qui a une longueur et une largeur à peu près égales, et qui n'a qu'un seul parement; *libage* ou *moellon* toute pierre noyée dans l'épaisseur d'un mur, et qui, n'étant pas visible, n'a pas besoin de parement. La dénomination de *libages* s'applique plus spécialement aux moellons de grosse dimension qu'on emploie dans les fondations.

L'appareil des pierres dans un mur quelconque doit toujours être disposé de manière à produire entre elles la plus grande liaison possible; c'est là la chose essentielle. Lorsque le mur doit faire partie d'un édifice construit avec luxe ou avec recherche, on peut aussi demander à l'appareil de présenter à l'extérieur un aspect agréable, par une disposition régulière des joints horizontaux et verticaux; surtout si l'on pratique sur le parement du mur des refends et des bossages. Le devis-modèle rédigé par M. P. Bergère (note 92, page 117) donne plusieurs exemples de combinaison des carreaux et boutisses dans le parement d'un mur en pierres de taille. Nous en rapporterons ici deux ou trois.

Supposons qu'il s'agisse d'un mur formé de parpaings, ou assez minces pour qu'une boutisse fasse parpaing. Dans ce cas, si l'on pouvait donner à toutes les pierres des dimensions égales, on les poserait de manière que les joints d'une assise répondissent au milieu de la longueur des assises supérieures et inférieures (*fig. 9, Pl. I.*). Ou bien on poserait une assise formée de boutisses, entre deux assises composées chacune de deux rangs de carreaux (*fig. 8, Pl. I.*). Si les pierres formant boutisses n'étaient pas en grand nombre, on pourrait composer chaque assise de carreaux et de boutisses entremêlés d'une manière régulière (*fig. 13 et 13', Pl. I.*).

Dans les murs épais, que l'on cherche ou non à obtenir à l'extérieur un appareil régulier, on doit s'efforcer d'obtenir une liaison complète entre le gros du mur et le parement, en disposant les pierres de ce dernier de manière qu'elles pénètrent inégalement dans la maçonnerie brute. Les moellons qui composent celle-ci doivent s'entrecouper, et les joints verticaux d'une assise tomber toujours sur un plein de l'assise inférieure. Les angles saillants sont ordinairement appareillés en *harpe*, c'est-à-dire que sur chacun des deux parements par la rencontre desquels il est formé, cet angle présente l'aspect d'une chaîne verticale composée de pierres alternativement courtes et longues (*fig. 11, Pl. II.*). Les pierres *courtes* sur un parement sont *longues* sur l'autre, et réciproquement (*voir les fig. 13 et 13', Pl. I; fig. 4, 5, 6, 6', 7 et 7', Pl. II.*).

**14. Appareil des murs construits en maçonnerie de différentes natures.** — Dans les constructions faites au compte du département de la Guerre, l'économie la plus sévère préside au choix et à l'emploi des matériaux. Il est très-rare, par suite, que l'on fasse aujourd'hui des parements tout en pierres de taille. Cela ne serait admissible que dans les localités où il serait impossible de se procurer de bons mortiers capables de durcir à l'air; or, depuis les découvertes de MM. Treusart et Vicat, et les essais en grand de MM. Saint-Léger, Briant et autres, pour la fabrication des chaux et pouzzolanes factices,

il est à peu près certain que l'on peut, sans trop de dépense, obtenir partout de bons mortiers.

On fait donc, en général, les parements en briques, en moellons piqués ou même en moellons bruts, recouverts d'un crépi en mortier hydraulique quand le mur appartient à un bâtiment d'habitation, et seulement rejoignoyés quand c'est un revêtement de fortification. On réserve la pierre de taille pour les angles, pour les socles au pied des murs, pour les corniches et pour les tablettes de couronnement. Afin de relier solidement le parement avec le massif du mur, on place de distance en distance des chaînes verticales et des chaînes horizontales en pierres de taille, ou, comme nous l'avons déjà dit, des boutisses; mais c'est surtout sur les parements des fortifications que l'on place ces dernières (*fig. 11, Pl. II*). Les chaînes verticales et horizontales sont plus employées pour les murs des bâtiments, par ce double motif: 1<sup>o</sup> qu'elles ont généralement un objet spécial, qui est de porter le poids des charpentes ou des retombées des voûtes d'arête, ou bien de renforcer les murs aux endroits où ils sont affaiblis par les entailles qu'on y pratique pour la pose des poutres et solives des planchers; et 2<sup>o</sup> qu'elles fournissent une décoration d'autant plus convenable, qu'elle est parfaitement en rapport avec les règles de la solidité.

**15. Des chaînes verticales sur les murs de face des bâtiments.** — Les chaînes verticales se placent: 1<sup>o</sup> aux angles de la façade; 2<sup>o</sup> à la jonction des murs de face avec les murs de refend; 3<sup>o</sup> sous la portée des principales pièces des combles et des planchers; 4<sup>o</sup> sous la retombée des voûtes; 5<sup>o</sup> aux pieds-droits des portes et des croisées.

Ces chaînes, pour mieux se relier avec le reste du mur, doivent être composées de pierres alternativement courtes et longues (*fig. 14 et 15, Pl. I*): la pierre la plus courte doit avoir une largeur au moins égale à sa hauteur; la plus longue dépasse celle-ci de  $\frac{1}{3}$  de sa largeur de chaque côté. On peut aussi faire des chaînes en liaison avec des pierres d'égale longueur, en les disposant de manière qu'elles se débordent l'une l'autre d'assise en assise, tantôt à droite, tantôt à gauche, sur  $\frac{1}{3}$  de leur longueur (*fig. 16, Pl. I*).

Quoique cette liaison des chaînes avec le reste du mur existe réellement, elle n'est pas toujours apparente; souvent, on met en saillie la partie de la chaîne qui correspond à la pierre la plus courte, et on dissimule dans le parement du mur les extrémités des pierres longues (*fig. 17, Pl. I*). Dans ce cas, la chaîne devient un *pilastre*; la saillie de ces pilastres peut n'être que de 2 à 3 centimètres quand ils ne portent point de corniches ou d'entablements profilés suivant les règles de l'architecture. S'ils font, au contraire, partie

d'un système régulier de décoration, leur saillie est de  $\frac{1}{4}$  à  $\frac{1}{6}$  de leur largeur. Celle-ci varie du  $\frac{1}{10}$  au  $\frac{1}{8}$  de la hauteur des pilastres (*fig. 18, Pl. I.*).

Les pilastres peuvent être unis ou divisés en assises apparentes par des refends. Quand ils se terminent à leur partie supérieure à des corniches ou à des plinthes profilées de moulures, on fait saillir sur le pilastre les moulures qui sont au-dessous du larmier de la corniche ou de la face carrée de la plinthe (*fig. 18, Pl. I.*).

**16. Des chaînes horizontales.** — Les chaînes horizontales sont : 1<sup>o</sup> le *socle* (B), *fig. 14, Pl. I.*, qui est composé de une ou deux assises sur une hauteur de 0<sup>m</sup>,50 à 0<sup>m</sup>,80; 2<sup>o</sup> des *bandeaux* ou *plinthes* (C) à hauteur du plancher de chaque étage ou de l'appui des croisées, et qui ont 0<sup>m</sup>,20 à 0<sup>m</sup>,25 d'épaisseur au moins; 3<sup>o</sup> une *corniche* (D), qui couronne le mur, porte les chéneaux et éloigne les eaux pluviales du pied de l'édifice. Sa hauteur est, dans les bâtiments ordinaires, le  $\frac{1}{24}$  environ de celle de la façade. Sa saillie ne peut guère être plus grande que l'épaisseur du mur au sommet (*voir* la deuxième partie du Cours, Leçons sur l'architecture).

**17. Des baies pratiquées dans les murs.** — Les murs de façade sont percés d'ouvertures de deux sortes; les portes destinées à faciliter la communication entre l'extérieur et l'intérieur, et les fenêtres par où pénètrent l'air et la lumière.

Ces baies sont très-variées de forme; leurs jambages sont toujours verticaux, mais leur partie supérieure peut être ou une *plate-bande*, ou un *cintre* en demi-cercle, ou un *arc surbaissé* (*fig. 19, 19' et 19'', Pl. I; fig. 1, 1' et 1'', Pl. II.*).

Dans l'encadrement des portes et des fenêtres, lequel est presque toujours en pierres de taille, on distingue : 1<sup>o</sup> le *bandeau* A, qui forme l'entourage de la baie en élévation; 2<sup>o</sup> le *tableau* B, partie de l'épaisseur du mur, qui sépare le châssis de la croisée, du contre-vent ou volet placé au droit du mur; 3<sup>o</sup> l'*ébrasement* C, partie oblique dans laquelle s'appliquent les volants de la croisée quand ils sont ouverts; 4<sup>o</sup> la *feuillure* F, partie de l'ébrasement qui reçoit le châssis dormant de la croisée; 5<sup>o</sup> l'*allège* ou embrasure D, c'est le renforcement qui diminue l'épaisseur de l'appui et permet de voir commodément dans la rue; 6<sup>o</sup> la *tablette* E ou appui qui porte les jambages, et dont l'intérieur est plus élevé que la partie extérieure, afin d'empêcher les eaux pluviales de pénétrer dans les appartements; 7<sup>o</sup> la *voussure* G, que l'on est obligé de faire aux fenêtres cintrées pour rendre possible l'ouverture de la croisée (*voir*, pour les dimensions des baies et pour leur décoration, les Leçons sur l'architecture, deuxième partie du Cours).

**18. De l'appareil des têtes des voûtes en berceau.** — Aux principes généraux de l'appareil contenus dans les n°s 10 et suivants, nous en ajouterons encore un; c'est celui de la *continuité des assises* de la maçonnerie, en vertu duquel on cherche à raccorder les joints horizontaux avec les joints inclinés des arceaux des voûtes, de manière qu'on n'aperçoive aucune interruption dans les grandes lignes de la construction.

Ce raccordement des joints horizontaux du parement des murs avec les joints inclinés des têtes des voûtes doit se faire, autant que possible, sans altérer l'équidistance des premiers, et sans donner au second des dimensions exagérées. On ne peut arriver à un résultat satisfaisant que par des tâtonnements: les constructions suivantes sont destinées à les abréger.

**PREMIER TRACÉ,** applicable au cas où la voûte doit être divisée en un petit nombre de voussoirs, comme 5 ou 7 par exemple (fig. 2, Pl. II). La voûte étant supposée en plein cintre, marquez en dehors de l'une des naissances et sur le diamètre horizontal, une distance égale au  $\frac{1}{12}$  du rayon. Prenez ensuite, à partir de l'autre naissance et en dedans du cercle, sur le même diamètre, le  $\frac{1}{6}$  du rayon, et marquez l'extrémité de cette longueur par un point. De ce point comme centre, décrivez un arc de cercle qui passe par le premier point pris en dehors comme il vient d'être dit. Cet arc de cercle limitera la longueur des joints inclinés des voussoirs. Ils se replieront, à partir de cet arc, pour se raccorder avec les assises horizontales, comme l'indique la fig. 2, Pl. II.

**SECOND TRACÉ,** applicable aux cas où la voûte est divisée en 9, 11, 13 ou 15 voussoirs. Il se fait d'une manière analogue au précédent. Le point de centre de l'arc, limite des joints inclinés des voussoirs, est sur le milieu du rayon, et cet arc coupe le diamètre horizontal en dehors du cercle, à une distance égale au  $\frac{1}{6}$  du rayon (fig. 3, Pl. II).

Si cela paraît nécessaire à la régularité de l'appareil, on altère un peu à la fois l'égalité des intrados des voussoirs et celle des hauteurs des assises horizontales de manière à faire une compensation la plus heureuse possible.

Lorsque les différentes parties de la construction ne sont pas faites en matériaux de même nature, et que, par exemple, le mur est en briques et la voûte en pierres de taille, il n'y a plus de raccordements à faire; on peut alors tracer l'extrados de la tête de voûte parallèle à l'intrados, soit d'égale épaisseur, soit en faisant des voussoirs inégaux (fig. 2 et 3, Pl. II, parties cotées A et B).

Les Romains, même dans des édifices tout en pierres de taille, ne s'astreignaient pas à ces raccordements. Ils extradossaient leurs têtes de voûte

parallèlement. Les architectes florentins du temps de la Renaissance les ont imités en cela. C'est un des traits saillants du style de l'architecture toscane. On peut à la fois obéir en réalité aux règles d'un bon appareil, et adopter en apparence l'extrados parallèle à l'intrados, ce qui est souvent d'un très-bon effet. La partie B de la *fig. 3, Pl. II*, donne un exemple de ce genre d'appareil.

---

## DEUXIÈME LEÇON.

### DES MURS DE REVÊTEMENT; FORMULES RELATIVES AU CALCUL DE LEUR ÉPAISSEUR.

**19.** Les *murs de revêtement* sont ceux qui soutiennent des massifs de terre tels que les remparts des fortifications, les digues et les terrasses de toute espèce.

**20.** *Effets virtuels de la poussée des terres contre les murs de revêtement.* — Le plus souvent, les terres amoncelées derrière ces murs sont meubles parce qu'elles ont été récemment déblayées et transportées. Certaines natures de terres, comme le sable pur et sec par exemple, ne prennent jamais de cohésion. D'autres, comme les marnes argilo-calcaires, doivent au carbonate de chaux et à l'alumine qu'elles contiennent, la faculté d'absorber beaucoup d'eau, de devenir onctueuses et glissantes, et de couler sous un faible talus.

Ce n'est donc que lorsque les murs de revêtement sont adossés à du roc ou à des terres vierges non remuées et incapables, ce qui est fort rare, de se détremper par l'humidité, que la paroi intérieure de ces murs n'a pas à supporter une pression ou *poussée* de la part des remblais qu'ils soutiennent. Hors de ces cas exceptionnels, les terres tendent à descendre et à s'ébouler; elles pressent les murs qui contrarient cette tendance, et peuvent, lorsqu'on n'a pas pris de précautions suffisantes dans la construction des maçonneries, produire un ou plusieurs des effets suivants :

1<sup>o</sup>. Rompre le mur au niveau de l'assise par laquelle il repose sur sa fondation, et le renverser autour de l'arête extérieure de cette assise.

2<sup>o</sup>. Ou bien le faire glisser parallèlement à lui-même sur cette même assise. Ce n'est guère qu'au point de vue théorique que nous mentionnons la possibilité de ce mouvement. Il est le moins probable de ceux auxquels le mur est exposé.

3°. Si la pression que la base de la fondation exerce sur le sol n'est pas égale partout et si le sol est compressible, celui-ci peut céder inégalement sous la charge qu'il supporte. La fondation s'enfonce alors à l'avant plus qu'à l'arrière, ou l'inverse se produit. Il en résulte, dans les deux cas, un déversement du mur qui peut entraîner sa chute.

4°. Enfin, si le sol est très-glissant sous la base de la fondation, si les terres, dans lesquelles celle-ci est enfouie, n'offrent pas une résistance suffisante à la compression, tout le système du mur et de sa fondation peut glisser et se déplacer en avant. Ordinairement, et à cause de l'adhérence des terres contre le parement intérieur, ce glissement est accompagné d'un renversement du mur autour de l'arête *intérieure* de sa fondation, en suite duquel il se couche sur les terres (*fig. 15, Pl. II*).

**21.** *Objets qu'on doit avoir en vue dans le projet d'un mur de revêtement.* — Lorsqu'on projette l'établissement d'un mur de revêtement, il faut donc :

1°. Calculer son épaisseur de manière qu'il ait un poids suffisant pour résister à la poussée qui tend à le faire tourner autour de l'arête extérieure de l'assise par laquelle il repose sur sa fondation, ou à le faire glisser sur cette assise;

2°. S'occuper des moyens d'art par lesquels on pourra, s'il y a lieu, rendre incompressible le sol inférieur à la fondation, et chercher à répartir uniformément la pression que le mur exerce sur sa base;

3°. Chercher de combien il faut enfoncer la fondation, pour que la résistance du terrain existant en avant d'elle rende impossible le glissement de l'ensemble de cette fondation et du mur qu'elle supporte.

**22.** *Pratique des ingénieurs antérieurs à Vauban.* — Pendant longtemps la détermination des formes et dimensions qui peuvent assurer aux murs de revêtement une stabilité suffisante a été abandonnée à l'expérience propre, et pour ainsi dire à l'instinct de chaque constructeur en particulier. De nos jours, un grand nombre d'ingénieurs prennent encore pour guide unique l'imitation des constructions faites dans des circonstances analogues à celles que présentent les travaux dont ils sont chargés.

C'est Vauban qui, le premier, a fait sortir la pratique de cet incertain et de cet arbitraire où elle était plongée, en composant sa règle empirique, si célèbre, on peut le dire, sous la dénomination de *profil de Vauban*.

Toutefois, en raison même de la vogue et de l'influence qu'a eues cette règle, et de l'application quelquefois absolue et irréfléchie qu'on en a faite, il importe de remarquer que les ingénieurs du xvi<sup>e</sup> siècle et du commencement du xvii<sup>e</sup> se guidaient, dans leur pratique, d'après un principe remis en

honneur de nos jours: à savoir, que les dimensions à donner aux murs de revêtement, à leurs fondations et à leurs contre-forts, doivent varier non-seulement avec la hauteur du mur et celle du remblai qu'il supporte, *mais aussi avec la nature du terrain dans lequel on les établit*. Ce précepte se trouve dans tous les auteurs italiens qui ont, il n'y a pas à rougir de le reconnaître, servi de modèles, sous Henri II et ses successeurs jusques à Louis XIII, à nos premiers ingénieurs; ceux-ci l'ont reproduit dans leurs écrits (*voir Antoine de Ville, page 87 de l'édition in-folio de 1628; Bitauvieu, édition de 1674, et autres*).

Quant aux formes des revêtements et de leurs contre-forts, le génie inventif des ingénieurs italiens avait, dès le xvi<sup>e</sup> siècle, épousé toutes les combinaisons qui, depuis et jusques à nos jours, ont été reproduites, les unes pour être définitivement condamnées, les autres pour recevoir de grands et utiles perfectionnements. Parmi ces dernières, nous mentionnerons particulièrement les revêtements en décharge. L'usage de jeter, d'un contre-fort à l'autre, des arceaux destinés à supporter, en partie, le parapet était général à l'origine de la fortification moderne, et l'on peut même dire qu'il était une nécessité. Il dérivait d'un autre usage qui s'est conservé longtemps en Italie, et qui a persisté en France jusques au temps de Vauban (*voir les Traité de Fortification de Girolamo Maggi, 1567; de Marchi, 1599; Bryois, 1674, et autres*), et qui consistait à faire le parapet en maçonnerie de moellons ou mieux de briques, en lui donnant 6 pieds environ d'épaisseur. Comme celle du mur au sommet était au-dessous de cette dimension et qu'un parapet en maçonnerie ne pouvait pas reposer immédiatement sur le remblai du rempart, on avait imaginé, par économie, de le faire porter sur des voûtes en décharge jetées d'un contre-fort à l'autre.

On faisait, aux époques que nous venons de citer, les murs de revêtement en talus à l'extérieur, à raison de 1 pied de base pour 5 ou 6 pieds de hauteur, afin d'obtenir autant de solidité, à moindre frais, qu'avec un mur vertical. Les contre-forts les plus généralement adoptés étaient plus larges à leur jonction avec le mur qu'à leur extrémité la plus enfoncée dans les terres. Au reste, on en avait déjà proposé de mille formes différentes. Nous donnons, dans les fig. 6' et 7', *Pl. III*, un spécimen de ces inventions emprunté à l'ouvrage de Marchi, 1599.

Le rapport entre la hauteur des murs et leur épaisseur, la longueur et l'espacement de leurs contre-forts devaient varier beaucoup, à une époque où aucune règle n'avait encore été formulée par un auteur ayant assez d'autorité pour faire école. Les anciens auteurs s'expriment d'une manière peu

précise sur ces divers points. Le plus explicite est le chevalier Antoine de Ville, qui donne les indications suivantes dans son *Traité de Fortification* daté de 1628, page 87 de l'édition in-folio :

Il suppose des murs de 30 à 36 pieds ( $9^m,75$  à  $11^m,37$ ) de hauteur, et il leur donne, 1<sup>o</sup> un parement vertical du côté des terres avec un talus extérieur au  $\frac{1}{5}$ ; 2<sup>o</sup> une épaisseur, mesurée au niveau de la retraite sur les fondations, de 15 à 18 pieds ( $4^m,87$  à  $5^m,84$ ). Au niveau du sol, il pratique vers le dehors une retraite, ce que nous appellerions aujourd'hui un *empatement*, de  $2\frac{1}{2}$  pieds ( $0^m,812$ ). L'épaisseur du mur à la base est donc réduite à  $12\frac{1}{2}$  pieds ou  $15\frac{1}{2}$  pieds (4 mètres à  $5^m,037$ ), d'où résulte au sommet une épaisseur de  $6\frac{1}{2}$  pieds à  $9\frac{1}{2}$  pieds ( $2^m,11$  à  $3^m,08$ ).

Il fortifie ce mur par des contre-forts de 4 à 5 pieds ( $1^m,299$  à  $1^m,624$ ) d'épaisseur, de 7 à 8 pieds ( $2^m,274$  à  $2^m,599$ ) de longueur, espacés de 15 à 20 pieds ( $4^m,873$  à  $6^m,497$ ) d'axe en axe.

Le profil de cet auteur ne diffère de celui de Vauban dont nous allons parler, que par une plus forte épaisseur du mur au sommet. L'espacement des contre-forts et leur longueur sont, comme on va le voir, à très-peu près les mêmes dans l'un et l'autre système.

**25. Règle connue sous le titre de profil de Vauban (fig. 12, 12' et 12'', Pl. II).** — Cette règle paraît, d'après la teneur d'une lettre de Louvois à Vauban, avoir été rédigée vers 1684 : elle est communément sous la forme d'un tableau accompagné d'un dessin ; en voici le résumé :

Pour les murs de revêtement, depuis 10 pieds ( $3^m,25$ ) jusqu'à 80 pieds ( $25^m,99$ ), on fera le talus extérieur au  $\frac{1}{5}$ , et l'on donnera 5 pieds ( $1^m,624$ ) d'épaisseur au sommet ; le parement intérieur du côté des terres sera vertical. En désignant par  $H$  la hauteur du revêtement, par  $E$  son épaisseur à la base, on aura donc

$$(A) \quad E = 1^m,624 + 0,20 H.$$

On fortifiera le mur par des contre-forts espacés de 15 pieds en 15 pieds (5 mètres en 5 mètres), et l'on fera :

La longueur des contre-forts égale à

$$(B) \quad 4 \text{ pieds} + \frac{1}{5}(H - 10) \text{ pieds} = 0^m,65 + \frac{1}{5}H;$$

la largeur des contre-forts à la racine égale à

$$(C) \quad 3 \text{ pieds} + \frac{1}{10}(H - 10) \text{ pieds} = 0^m,65 + \frac{1}{10}H;$$

la largeur des contre-forts à la queue égale à

$$(D) \quad 2 \text{ pieds} + \frac{1}{15}(H - 10) \text{ pieds} = 0^m,43 + \frac{1}{15}H.$$

**24. Instruction qui accompagne le dessin du profil de Vauban.** — 1°. Dans les pays où la maçonnerie est fort bonne, on peut réduire l'épaisseur au sommet à  $4\frac{1}{2}$  pieds ( $1^m,46$ ) ; mais dans les lieux où elle ne le sera pas, il faudra l'augmenter jusqu'à  $5^{\text{pi}} 6^{\text{po}}$  ( $1^m,79$ ) et même plus si elle est fort mauvaise.

2°. Les contre-forts aux angles saillants doivent être redoublés et ébrasés de chaque côté par rapport aux lignes qui forment ces angles (*fig. 12<sup>e</sup>, Pl. II*).

3°. Ils seront toujours élevés à plomb à l'extrémité et sur les côtés, et bien liés au corps de la muraille.

4°. Les contre-forts seront élevés aussi haut que le cordon ; ils seraient encore meilleurs si on leur donnait 2 pieds de plus pour le soutien du parapet.

5°. Dans les ouvrages où le revêtement n'est élevé qu'à moitié ou aux trois quarts du rempart et le surplus en gazon , il faudra régler son épaisseur comme s'il devait être élevé en maçonnerie jusqu'au sommet du rempart (*fig. 13, Pl. II*).

6°. Dans la même hypothèse, on donnera aux contre-forts les mêmes dimensions que s'ils appartenaient à un revêtement dont la hauteur serait prise depuis le sol jusqu'au sommet du rempart.

7°. Dans les endroits où l'on fera des cavaliers , comme à Maubeuge , il faudra augmenter le sommet du profil d'un demi-pied d'épais pour chaque cinq pieds dont le cavalier sera élevé au-dessus du revêtement , et la solidité des contre-forts à proportion , ce qui doit s'entendre du gros revêtement de la place et non de ceux qu'on fait quelquefois aux cavaliers , et seulement quand le pied du cavalier approche de trois à quatre toises du parapet.

8°. *Ici, dans l'original, est une remarque que nous ne croyons pas utile de transcrire, parce qu'elle est relative uniquement à une table des épaisseurs de murs que cette Instruction accompagnait.*

9°. Que ces profils ne sont proposés que pour la maçonnerie qui doit soutenir de grands poids de terre nouvellement remuée , et non pas celle qu'on adosse contre la terre vierge et qui ne l'a pas encore été , comme sont la plupart des revêtements de fossé .

En terminant la copie de cette Instruction , il nous paraît important de revenir sur l'article 5 relatif aux demi-revêtements , et de mettre en évidence l'épaisseur Vauban entend leur donner .

Désignons par  $h$  l'élévation du milieu de la plongée du parapet au-dessus du cordon , et par  $H$  la hauteur de ce cordon au-dessus du fond du fossé ; la hauteur totale du milieu de la plongée au-dessus de la base du mur sera  $H + h$  . De cette quantité , il faut retrancher 4 pieds ( $1^m,30$ ) pour le petit mur  $mr$  , que Vauban , comme un reste de l'usage de faire les parapets en maçon-

nerie, élevait à plomb sur le cordon de l'escarpe (*fig. 13, Pl. II*), et  $1\frac{1}{2}$  pied ( $0^m,487$ ) pour la moitié de la plongée. Le reste, ou en nombres ronds ( $H + h - 2^m$ ), représentera la hauteur fictive d'après laquelle l'Instruction prescrit de calculer l'épaisseur à la base du demi-revêtement. Cette épaisseur sera donc

$$(E) \quad E = 1^m,624 + 0^m,20 (H + h - 2^m).$$

**25. Tracé des profils équivalents à celui du mur de Vauban, de 10 mètres de hauteur.** — Bien des critiques ont été adressées au profil de Vauban, notamment par Buchotte (*Mémoire manuscrit du Dépôt des fortifications*, daté de 1716), et par Bélidor (*livre 1<sup>er</sup>, chap. 5 du livre 1<sup>er</sup> de la Science des Ingénieurs*); mais elles n'ont pas diminué le crédit dont il a joui et dont il jouit encore de nos jours. En effet, l'une des méthodes le plus en vogue aujourd'hui pour la détermination des épaisseurs des murs de revêtement à parements extérieurs au  $\frac{1}{10}$  ou au  $\frac{1}{20}$ , comme on les construit actuellement, se réduit à prendre cette épaisseur de telle sorte que la stabilité du mur en projet soit, théoriquement, égale à celle du mur de Vauban, de 30 pieds de hauteur.

C'est pour faciliter l'usage de cette pratique, encore très-générale, que M. Poncelet, dans son *Mémoire sur la poussée des terres*, a indiqué le moyen de passer d'un profil en talus à un autre profil à parement vertical ou en talus, possédant une résistance égale au glissement ou au renversement.

En ce qui concerne la résistance au glissement, il est facile de voir que puisqu'elle ne dépend que du poids du mur, tous les profils de même surface, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison du talus extérieur, correspondront à une résistance équivalente. Donc, étant donné un mur en talus à transformer en un autre mur, ou vertical ou en talus, de même stabilité, quant au glissement sur sa base, il suffira, pour opérer la transformation demandée, de faire passer la verticale du parement ou la direction du nouveau talus par le point milieu du talus extérieur du profil donné.

Si l'on veut que le profil primitif et le profil transformé possèdent la même résistance au renversement autour de l'arête antérieure de la base par laquelle ils posent sur leur fondation, on divisera la hauteur du mur en dix parties égales, et par les points de division on tirera des horizontales jusqu'à la rencontre du parement extérieur du profil à transformer. Le sommet du parement étant à la cote 0, et son pied à la cote 10, on tirera par le point dont l'horizontale est cotée 9 (*fig. 16, Pl. II*) une parallèle à la direction du nouveau talus que l'on veut donner au mur. Ce point jouit de cette propriété, que l'é-

paisseur mesurée sur son horizontale doit rester à peu près constante dans tous les murs de même résistance au renversement, quelle que soit l'inclinaison du talus, pourvu qu'elle ne dépasse pas  $\frac{1}{6}$ . L'erreur que l'on peut commettre en effectuant par cette construction la transformation d'un mur au  $\frac{1}{6}$  en un mur à parement vertical, est moindre de  $\frac{1}{65}$  de l'épaisseur à la base. Ce tracé met en évidence l'avantage dont jouissent les murs en talus, sous le rapport de l'économie, car on voit diminuer sensiblement le volume de la maçonnerie à mesure que le talus extérieur augmente (*fig. 16, Pl. II*).

Il est à observer toutefois que, pour que le profil transformé ait une stabilité égale à celle du profil primitif, il est nécessaire de disposer de la berme de manière que la distance du parement intérieur du mur au pied du talus extérieur du parapet reste à peu près la même dans les deux profils. Si le profil primitif est consolidé par des contre-forts, on doit en donner aussi au profil transformé.

Si l'on voulait effectuer, par le calcul, la transformation d'un mur avec talus à l'extérieur, en un mur à deux parements verticaux, il suffirait d'égalier entre elles les expressions algébriques des deux moments des poids des murs, pris par rapport à l'arête extérieure de leur base.

Nommant :

$E$  l'épaisseur de la base du mur en talus;

$n$  le rapport de la base du talus à sa hauteur;

$e$  l'épaisseur constante du mur vertical;

$H$  la hauteur commune; l'égalité des moments donne

$$e = \sqrt{E^2 - \frac{1}{3} n^2 H^2},$$

valeur qui, à moins de  $\frac{1}{110}$  près (n° 13 du *Mémorial du Génie*, page 73), revient à

$$(F) \quad e = 1,01 E - \frac{1}{9} n H.$$

En mettant dans cette dernière égalité, à la place de  $E$ , la valeur de l'épaisseur à la base (n° 24), d'un demi-revêtement de Vauban supportant une surcharge de hauteur  $h$ , et en faisant  $n = 0,20$ , on la transforme en celle-ci :

$$(F') \quad e = 0,202 (h + 0,89 H) + 1^{m},24,$$

qui donne l'épaisseur d'un mur à parement intérieur vertical et à talus extérieur au  $\frac{1}{20}$  de même stabilité que le demi-revêtement de Vauban.

**26.** *Formules pratiques proposées depuis Vauban.* — Bullet, contemporain de Vauban, expose, dans son *Architecture pratique*, dont la publication date

de 1691, une théorie de laquelle ressort la formule suivante; nommant : E l'épaisseur du mur à la base; H sa hauteur qui est supposée égale à celle des terres à soutenir;  $\alpha$  et  $\varepsilon$  les angles que font, avec la verticale, le talus naturel des terres et le talus extérieur du revêtement;  $p$  et  $p'$  les poids du mètre cube de terre et du mètre cube de maçonnerie :

$$(G) \quad E = \frac{H}{2} \left( \frac{p \tan^2 \alpha}{p' \sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} + p' \tan \varepsilon \right).$$

Si dans cette formule on suppose, avec Bullet,  $\tan \varepsilon = 0$ ,  $\tan \alpha = 1$ ,  $\frac{p}{p'} = 1,00$ , elle donne  $E = 0,35 H$ .

Il est à remarquer que Bullet ne considérait parmi les effets de la poussée énumérée ci-dessus n° 20, que le second, c'est-à-dire le glissement du mur sur sa base, et que c'est à ce seul cas que se rapporte sa formule.

Couplet, dans un Mémoire inséré parmi ceux de l'Académie des Sciences, année 1726, et Bélidor, dans le livre 1<sup>er</sup> de la *Science des Ingénieurs*, imprimée en 1729, quoiqu'en partant d'hypothèses très-différentes, arrivent l'un et l'autre à la formule

$$(I) \quad E = H \left( 2 \tan \varepsilon + \sqrt{\frac{1}{3} \tan^2 \varepsilon + \frac{p}{6p'}} \right),$$

formule qui, d'après les théories de ses auteurs, se rapporte au cas du renversement du mur autour de l'arête extérieure de la base de sa fondation.

Pour  $\tan \varepsilon = 0$ ,  $\frac{p}{p'} = \frac{2}{3}$ , elle donne  $E = 0,33 H$ .

On appelait jadis, et l'on appelle encore quelquefois aujourd'hui *terres et maçonneries moyennes*, les terres auxquelles on supposait un talus naturel à 45 degrés, et les maçonneries qui pesaient un tiers en sus du poids des terres. On voit que les théories de Bullet, de Couplet et de Bélidor conduisaient à ce résultat fort simple, que : *Pour les terres et maçonneries moyennes, l'épaisseur d'un mur de revêtement à parements verticaux doit être égale au tiers de la hauteur des terres à soutenir.* Cette règle a longtemps joui d'une grande vogue, qu'elle a due, sans doute, à son extrême simplicité autant qu'à l'autorité de ses auteurs.

**27. Théorie de Coulomb.** — Depuis la publication des travaux de Couplet, la question de la stabilité des murs de revêtement paraît n'avoir fait aucun progrès jusqu'à l'année 1773, date de l'approbation donnée par l'Académie des Sciences au Mémoire de Coulomb sur l'*application des règles de maximis et de minimis à la résolution de quelques problèmes d'architecture.* (Voir le tome VII du *Recueil des travaux des Savants étrangers.*)

La théorie exposée dans ce Mémoire est, jusqu'ici, la seule dont les déductions se trouvent parfaitement vérifiées par l'expérience (n° 15 du *Mémorial du Génie*. — Expériences du lieutenant-colonel Audé). Elle est adoptée aujourd'hui par la plupart des ingénieurs, et les formules pratiques les plus accréditées sont celles qui en ont été tirées par MM. Français, Navier et Poncelet.

Avant de transcrire ici ces formules, nous devons avertir que les épaisseurs qu'elles indiquent sont suffisantes pour mettre les murs à l'abri des chances du renversement par rotation, mais qu'elles ne les garantissent nullement contre les accidents dus au glissement ou à l'enfoncement inégal de la fondation.

**28. Formule de Français.** — Dans son remarquable Mémoire inséré au n° 4 du *Mémorial du Génie*, Français donne, page 176, la formule suivante pour servir à calculer l'épaisseur des murs à parements verticaux de même résistance au renversement que les murs de Vauban de 30 pieds de hauteur sans contre-forts.

Nommant :

$e$  l'épaisseur du mur;

$H$  sa hauteur;

$h$  la hauteur mesurée verticalement à laquelle les terres s'élèvent au-dessus du sommet du mur; s'il s'agit d'un parapet élevé au-dessus d'un mur de revêtement, la hauteur  $h$  sera celle qui se trouvera comprise entre l'horizontale du milieu de la plongée et le dessous de la tablette;

$\alpha$  l'angle que fait le talus naturel des terres avec la verticale;

$p$  et  $p'$  les poids respectifs du mètre cube de terres et du mètre cube de maçonnerie; il pose

$$(K) \quad \frac{e}{H} = 0,775 \left( 1 + \frac{h}{H} \right) \tan \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{p}{p'} \left( 1 + \frac{h}{H} \right)}.$$

Si l'on y fait  $\frac{h}{H} = 0$ ,  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\frac{p}{p'} = \frac{2}{3}$ , il vient en nombres ronds,

$$(K') \quad e = 0,27 (H + h),$$

formule qui, aussi simple que celle de Bullet et de Bélidor, donnant des résultats moins exagérés et inspirant plus de confiance, en raison de la théorie dont elle tire son origine, a été aussi beaucoup employée depuis trente ans.

**29. Formule de Navier.** — Navier, page 117 de ses Leçons sur l'application de la Mécanique à la stabilité des constructions, propose une formule qui, en ramenant les notations de l'auteur à celles que nous avons adoptées ci-dessus (n° 28), n'est autre que la suivante :

$$(L) \quad e = 0,59 (H + h) \tan \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{p}{p'}},$$

laquelle ne donne que l'épaisseur minimum ou correspondante à l'équilibre strict entre le moment de la poussée et celui de la résistance du mur. Si son auteur avait voulu qu'elle assurât aux murs de revêtement une stabilité égale à celle du mur de Vauban, il aurait dû en multiplier le second membre par le facteur  $\sqrt{1,80} = 1,34$ , et écrire

$$(M) \quad e = 0,78 (H + h) \tan \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{p}{p'}}$$

**30.** *Travaux de M. Audoy. Formule de M. Poncelet.* — M. Audoy s'est occupé de substituer à la règle de Vauban, pour les demi-revêtements E (n° 24), une formule déduite de considérations théoriques. Son travail, inséré au n° 11 du *Mémorial du Génie* sous forme d'une Note au Mémoire du général Michaux sur les revêtements en décharge, a pour point de départ la théorie de Coulomb comme celui de Français, cité ci-dessus (n° 28).

M. Poncelet (dans la première partie de son Mémoire sur la poussée des terres, n° 13 du *Mémorial du Génie*) reprit, en 1835, la question traitée par M. Audoy, avec l'intention d'abréger le calcul de l'épaisseur du demi-revêtement, en substituant aux équations rigoureuses, des règles empiriques suffisamment simples. Conservant les notations indiquées ci-dessus (n° 28), il fait

$$(N) \quad e = 0,86 (H + h) \tan \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{p}{p'}}$$

**31.** *Construction graphique, et formules proposées pour le tracé du profil des murs de revêtement à paroi intérieure inclinée dedans vers le dehors.*

— Indépendamment des murs à talus extérieur et à parements verticaux qui sont le plus usités, on a proposé et exécuté à diverses époques des murs à talus intérieur incliné de *dedans en dehors* (*fig. 1, Pl. III*). Bélidor en parle au chapitre troisième du livre I<sup>er</sup> de sa *Science des Ingénieurs* pour leur adresser des critiques dont la justesse est démentie par l'expérience.

Une formule très-anciennement suivie dans la pratique des constructions civiles est la suivante : Nommant, comme précédemment (n° 28), *h* la hauteur à laquelle s'élève la surcharge des terres au-dessus du sommet du mur, *H* la hauteur du mur, *e* son épaisseur à la base, *e'* son épaisseur au sommet ; on fait  $e = 0^m,50$  à 1 mètre, suivant les circonstances particulières de la construction, et  $e' = 0^m,54 (H + h) - e$ ; puis, par des retraites intérieures en gradins on raccorde la base du mur avec son sommet (*fig. 3, Pl. III*). L'épaisseur moyenne du mur est donc, en définitive,  $0^m,27 (H + h)$ .

En 1806, le comité du Génie, dans le sein duquel s'agitaient depuis quelques années diverses questions relatives à la figure du profil du revêtement, recom-

mandait, par un avis du 18 juillet, à l'attention des chefs du génie, un profil à parement extérieur vertical et à retraites intérieures. « Ce profil est fort ancien, dit le rédacteur de l'avis; c'est celui du profil à parement vertical que l'on voit à Saint-Omer et dans d'autres places, et dont les dessins faits sur les lieux se trouvent au dépôt des Fortifications. C'est encore celui que M. de Perronet avait adopté pour les murs de terrasse à parements verticaux qu'il a eu occasion d'exécuter. » Les idées consignées dans cet avis du comité furent sans aucun doute alors plusieurs fois mises en pratique, car les Archives du dépôt des Fortifications contiennent les dessins de plusieurs murs semblables exécutés avec succès de 1797 à 1810, à Granville et ailleurs. Nous ignorons les raisons qui ont fait revivre l'ancien profil et motivé l'abandon du profil à paroi intérieure inclinée, mais il est probable que les propriétés de ce dernier n'étaient pas alors bien connues.

Cependant la théorie de Coulomb conduit directement à ce résultat, qu'en donnant à la paroi intérieure d'un mur de revêtement une inclinaison convenable, on peut lui assurer une stabilité *indépendante de la hauteur de la surcharge de terres que ce mur pourra avoir à supporter*; de telle sorte qu'un revêtement capable de soutenir un remblai simplement arrasé au niveau de son cordon, l'est aussi de supporter un parapet superposé à ce remblai, quelle que soit la longueur du talus extérieur. On trouvera dans l'appendice à cette Leçon (n° 57) la démonstration, par un raisonnement très-simple, de cette proposition qui peut paraître paradoxale, mais qui, *pour des murs posés sur un sol inébranlable soutenant des remblais secs et graveleux*, n'en est pas moins sanctionnée par l'expérience.

L'inclinaison de la paroi intérieure d'un mur, auquel on veut donner la propriété dont il vient d'être question, dépend de *l'angle du frottement sur la maçonnerie, des terres qui doivent composer le remblai*. Nous désignons par la lettre  $\varphi'$  cet angle que nous supposons mesuré avec l'horizon. C'est, comme on le sait, l'inclinaison que pourrait prendre un parement de maçonnerie chargé de terres, avant que ces terres se missent en mouvement pour glisser.

Cela posé : pour tracer le profil d'un mur à paroi intérieure inclinée et à talus extérieur quelconque, voici la construction graphique à effectuer :

Soit AC (*fig. 1, Pl. III*) le parement extérieur du mur incliné comme on voudra : sur AC, nous décrivons un arc de circonférence capable de l'angle  $(90^\circ + \varphi')$ , puis, par un point N pris sur la verticale aux 0,366 de la hauteur CV, nous tirons une horizontale NL qui coupe l'arc de circonférence en L. Joignant le point C et le point L, et prolongeant CL jusqu'à sa rencontre en B avec

l'horizontale AB, nous avons un triangle ACB qui est théoriquement le profil demandé.

Mais comme les intempéries des saisons, en dégradant le parement du mur, diminuent au bout d'un certain temps son épaisseur, nous l'augmentons un peu en ajoutant à la largeur de la base, de B en B',  $\frac{1}{10}$  en sus, et nous menons à BH une parallèle B'H' qui sera la position définitive de la paroi intérieure, ce qui fait l'épaisseur au sommet égale à  $\frac{1}{11}$  de la base. Les constructeurs qui trouveront cette dimension encore insuffisante pourront l'augmenter arbitrairement jusqu'à 0<sup>m</sup>,60 ou 1 mètre, selon la qualité plus ou moins bonne des matériaux mis en œuvre. Cette épaisseur définitive du sommet CH' sera raccordée par une verticale H'K avec la paroi B'H', en sorte que le profil pratique sera ACH'KB'.

Nommant F la tangente de l'angle du frottement des terres sur la maçonnerie,  $t$  celle de l'angle du parement extérieur avec la verticale, H la hauteur du mur, et calculant, d'après ce qui précède, la largeur AB' du profil pratique que nous désignerons par  $e'$ , on a

$$(O) \quad e' = 0,275 H [\sqrt{9(F+t)^2 + 8(1 - 3Ft)} - 3(F+t)].$$

Nous avons quelques remarques à faire sur cette formule. D'abord il est facile de voir que l'existence d'un talus à l'extérieur est favorable à la stabilité; car, en admettant pour F la valeur 0,70 que lui assignent la plupart des expériences faites récemment (notamment à la direction des fortifications de Paris par M. le capitaine Blondeau par les ordres de M. le général Noizet) et faisant  $t = 0,05$ , on obtient  $e' = 0,346 H$ ; tandis que pour  $F = 0,70$  et  $t = 0$ , il vient  $e' = 0,40 H$ . Le mur avec parement extérieur au  $\frac{1}{20}$  présentera donc une économie assez sensible sur le mur à parement extérieur vertical (*voir ci-après le n° 47*).

En faisant à la fois  $F = 0,70$ ,  $t = 0,05$ ,  $H = 10^m$ , on tire de la formule (O)  $e' = 3^m,46$ ; ce qui suppose la largeur au sommet égale à 0<sup>m</sup>,314, en négligeant la surépaisseur qu'on peut donner arbitrairement à cette partie du mur. L'épaisseur moyenne est donc 1<sup>m</sup>,887; celle du mur de Vauban, de 10 mètres de hauteur avec un talus au  $\frac{1}{5}$ , est, en moyenne également, de 2<sup>m</sup>,62. La substitution du profil à paroi inclinée au revêtement de Vauban permettrait donc de réaliser une économie de 7<sup>m</sup>,33 par mètre courant de revêtement, ou de près du quart.

Il n'est pas moins intéressant de comparer les résultats donnés par la formule (O), à ceux que fournissent celles des n<sup>o</sup>s 25 à 30 inclus.

Pour faciliter ce rapprochement, nous supposerons que le parement exté-

rieur des murs à calculer est vertical. Nous ferons donc, dans la formule (O),  $t = 0$ ; nous y remplacerons en même temps la lettre F par la valeur  $\tan \varphi'$  qu'elle représente. Elle deviendra alors

$$(O') \quad e' = 0,875 H \tan \varphi' \left( \sqrt{1 + \frac{0,888}{\tan^2 \varphi'}} - 1 \right).$$

**32. Tableau synoptique des formules pratiques usitées ou proposées pour le calcul des murs de revêtement (n°s 29 à 31 inclus).**

NOMS des auteurs qui les ont proposées.	NUMÉROS d'ordre des formules.	FORMULES DONNANT les épaisseurs uniformes des murs à deux parements verticaux, et les épaisseurs à la base des murs à paroi intérieure inclinée de dedans en dehors, calculées uniquement en vue de la résistance au renversement par rotation.	APPLICATION d'après les données suivantes: $\alpha = 55^\circ$ , $\frac{p}{p'} = 1$ , $H = 8m,00$ , $h = 5m,00$ , $\tan \varphi' = 0,50$ .	
			Épaisseurs moyennes.	Cube de maçonnerie par mètre courant.
<i>Murs à parements verticaux. (Épaisseurs uniformes.)</i>				
Vauban....	1	$e = 0,202(H + 0,89H) + 1m,24$ .....	3,68	29,44
Français....	2	$e = 0,27(H + h)$ .....	3,51	28,08
<i>Idem</i> ....	3	$e = 0,78(H + h) \tan \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{p}{p'} \left( 1 + \frac{h}{H} \right)}$ .....	6,729	53,832
Navier....	4	$e = 0,78(H + h) \tan \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{p}{p'}}$ .....	5,278	42,224
Poncelet....	5	$e = 0,85(H + h) \tan \frac{1}{2} \alpha \sqrt{\frac{p}{p'}}$ .....	5,752	46,016
<i>Murs à parement vertical et talus intérieur incliné de dedans en dehors. (Épaisseurs à la base.)</i>				
Inconnu....	6	$e' = 0,54(H + h) - \left\{ \begin{array}{l} 0m,60 \\ \text{à} \\ 1m,00 \end{array} \right\}$ .....	3,51	28,08
Le rédacteur du Cours...	7	$e' = 0,825 H \tan \varphi' \left( \sqrt{1 + \frac{0,888}{\tan^2 \varphi'}} - 1 \right)$ .....	2,128	17,024

OBSERVATIONS ESSENTIELLES.

La formule (4), de feu Navier, a été modifiée de manière à donner à un mur de 10 mètres de hauteur une stabilité égale à celle d'un revêtement de Vauban.

Les formules (6) et (7) donnent les épaisseurs à la base des murs à profil trapèze; celles du sommet sont supposées varier de 0m,60 à 1 mètre; le talus extérieur est vertical; l'épaisseur moyenne est la demi-somme des dimensions à la base et au sommet.

Les épaisseurs calculées par les unes et les autres de ces formules sont plus que suffisantes pour que les revêtements soient à l'abri du danger de se renverser autour de l'arête antérieure de leurs bases, à condition que la fondation sera établie sur un sol naturel ou factice inébranlable; mais elles ne garantissent nullement les murs contre les chances du glissement de leurs fondations sur un terrain savonneux.

**33.** *Observations sur la composition des formules contenues dans le tableau du n° 32 des murs de revêtement.* — Pour pouvoir faire un usage intelligent de ces formules, il est indispensable d'apprécier l'influence des divers éléments qui s'y trouvent, savoir : 1<sup>o</sup> la hauteur  $h$  à laquelle le remblai s'élève au-dessus du sommet du mur; 2<sup>o</sup> la tangente de l'angle  $\alpha$ , complément de celui du frottement des terres sur elles-mêmes; 3<sup>o</sup> celle de l'angle  $\varphi'$  du frottement des terres sur la maçonnerie.

a. *Influence de la hauteur  $h$  de la surcharge de terres sur l'épaisseur du mur, d'après la constitution des formules (3), (4) et (5) du tableau n° 32.* — En commençant par la formule (3), on voit qu'elle indique déjà une épaisseur considérable pour un mur qui n'a cependant à supporter qu'une hauteur de surcharge égale aux  $\frac{5}{8}$  de sa hauteur. Cette épaisseur irait toujours croissant avec la valeur du rapport  $\frac{h}{H}$ ; elle serait infinie pour  $h$  infinie ou pour  $H = 0$ , résultat contraire à l'expérience, qui nous montre, dans les pays de montagne, des talus d'une hauteur indéfinie soutenus par des revêtements d'une épaisseur assez faible.

L'exagération d'épaisseur à laquelle conduit la formule de Français pour des hauteurs un peu grandes de la surcharge des terres au-dessus du sommet du revêtement, tient à la figure que son auteur suppose implicitement au profil de cette surcharge dont il calcule la poussée comme si elle était limitée à la partie supérieure par une horizontale et latéralement par un plan vertical en prolongement du parement intérieur du mur. La formule (3) n'est donc pas applicable au calcul du demi-revêtement dont les parapets, souvent très élevés, sont toujours limités par des talus extérieurs à terres coulantes ou même plus doux, qui viennent recouvrir en partie le mur, et ne laissent subsister qu'une berme de médiocre largeur. On ne doit plus, en effet, se servir de cette formule dès que la hauteur  $h$  de la surcharge dépasse le  $\frac{1}{4}$  de la hauteur  $H$  du revêtement.

La formule (5), due à M. Poncelet, peut être employée avec confiance pour toutes les valeurs de  $h$  comprises entre 0 et  $H$ , et pour des largeurs de berme qui n'excèdent pas 0,20 de  $H$ . Les épaisseurs de mur tirées de cette dernière formule croissent, avec celles du rapport  $\frac{h}{H}$ , moins rapidement que ne le font les épaisseurs données par la formule (3) de Français. En effet, désignant, pour plus de clarté, par  $e'$  les valeurs calculées par la formule (3), et continuant à indiquer par  $e$  celles que fournit la formule (5), on a

$$e = \frac{1,09 e'}{\sqrt{1 + \frac{h}{H}}}.$$

Les deux valeurs  $e$  et  $e'$  sont égales quand  $\frac{h}{H} = 0,19$ , ou que  $h$  est environ le cinquième de  $H$ ; à mesure que  $\frac{h}{H}$  augmente,  $e$  devient de plus en plus petit comparativement à  $e'$ . La formule (5) est donc exempte des exagérations que l'on reproche avec raison à la formule (3), et s'applique mieux que celle-ci au calcul des épaisseurs à donner aux demi-revêtements.

La formule (4) de Navier peut être adoptée dans les mêmes limites que la formule (5). Elle donne des épaisseurs de mur moins fortes dans le rapport de  $0,78$  à  $0,85$  ou de  $\frac{1}{12}$  environ, mais encore suffisantes.

La formule (7), que nous proposons nous-même, ne confine pas l'expression de la hauteur de la surcharge, parce que les épaisseurs de mur qu'on en tire doivent être à peu près les mêmes, quelle que soit cette hauteur.

Les formules (1) et (6) donnent des épaisseurs de mur convenables lorsque le remblai est formé de sable sec ou de terre franche, et des épaisseurs trop faibles lorsque le remblai est argileux ou susceptible de couler par l'effet de l'infiltration de l'eau.

*b. Influence de la valeur à attribuer à l'angle du frottement des terres sur elles-mêmes dans le calcul des formules inscrites au tableau (n° 52).*

— Le second membre des formules que nous examinons contient deux constantes : l'une est le poids spécifique  $p$  des terres, l'autre le complément  $\alpha$  du talus *naturel* des terres mesuré sur l'horizon. La détermination exacte de la valeur de ces deux coefficients importe beaucoup à la bonté des résultats que donne le calcul des formules; mais elle est malheureusement très-difficile parce que le poids et le talus naturel des terres varient avec la quantité d'eau dont celles-ci sont imprégnées, et avec leur tassement; et qu'il est presque impossible de produire d'avance, dans des expériences faites en petit, les circonstances qui modifieront la constitution des terres après l'achèvement du remblai.

Et d'abord nous dirons que rien n'est plus inexact que cette dénomination de *terres moyennes* données aux terres qui affecteraient le talus de 45 degrés. Des expériences nombreuses et réitérées ont démontré que ce talus de 45 degrés n'est affecté naturellement par aucune espèce de remblai ameubli par la pioche, et qu'on ne peut, avec des *terres meubles*, de quelque nature qu'elles soient, monter un talus à 45 degrés que par un régâlage et un damage faits avec soin, en créant une cohésion factice qui se détruit au bout d'un temps plus ou moins long.

D'une Note insérée au n° 14 du *Mémorial du Génie*, page 152, par M. le chef de bataillon du génie Leblanc, il résultera que les matériaux *secs* et de

grosseur à peu près uniforme, comme les débris de roches naturelles, les pierres concassées, les galets, les sables, les terres sèches ameublées par la pioche, etc., prennent des talus qui ne diffèrent pas sensiblement de 35 degrés mesurés avec l'horizon; en sorte que leur inclinaison présente cette circonstance remarquable, qu'elle est parallèle ou à peu près à la diagonale d'un cube.

Un peu d'humidité ajoutée aux terres pulvérulentes et aux sables a pour effet de roidir les talus, et de les éléver à 37, 38 et 39 degrés.

Une plus grande quantité d'eau ajoutée aux sables fins, aux marnes et aux argiles, les détrempe au contraire et les fait couler sous un talus de 30, 27, 22 degrés et au-dessous.

Puisque le talus naturel des terres dépend de la quantité d'eau qu'elles ont absorbée, il est nécessaire de prévoir, autant que cela est possible, dans quel état de sécheresse ou d'humidité relative se trouvera le remblai après son achèvement. Un exemple le fera bien comprendre.

Les terres marno-argileuses sont susceptibles de présenter quatre talus différents : le premier, vertical lorsqu'il appartient à une excavation faite dans un terrain marneux bien sec; le deuxième, de 45 degrés ou environ quand il est formé par des marnes ameublées d'abord, mais remontées ensuite en couches bien damées et légèrement humectées; le troisième, de 35 degrés qu'elles prennent quand, brisées en mottes par la pioche, les marnes sont jetées en monceau à la pelle; le quatrième enfin, de 27 à 22 degrés et au-dessous, sous lequel elles coulent après avoir été détremplées par des eaux abondantes.

De ces talus naturels à 45, 35, 22 degrés, il résulte, pour l'angle  $\alpha$  qui est le complément de l'angle du talus naturel mesuré avec l'horizon, des valeurs de 45, 55, 68 degrés, et, par suite, on aura à substituer pour  $\tan \frac{1}{2} \alpha$ , dans les formules (3), (4) et (5), tableau n° 32, un des trois nombres 0,414, 0,5205, 0,6872; la substitution de ces trois valeurs de  $\tan \frac{1}{2} \alpha$ , toutes autres quantités restant constantes, donnera des épaisseurs qui seront entre elles comme les nombres 1,000, 1,25, 1,68, c'est-à-dire que l'épaisseur calculée pourra se trouver trop forte des  $\frac{2}{3}$  ou trop faible des  $\frac{2}{3}$  si l'on n'a pas fait une appréciation exacte des circonstances finales dans lesquelles se trouvera le remblai après la construction du mur. On comprend dès lors que l'économie de la construction n'est pas moins engagée que la solidité dans la détermination du talus *virtuel* des terres, et que cette détermination ne doit être faite qu'après des expériences répétées et une mûre réflexion.

c. *Détermination de l'angle du frottement des terres sur la maçonnerie.* —

Lorsque l'on aura fixé d'une manière raisonnée et définitive le frottement des terres sur elles-mêmes, on en déduira celui qu'elles exercent contre la maçonnerie, car ces deux frottements ne diffèrent pas sensiblement entre eux. C'est du moins ce qui résulte des expériences faites à Ivry et à Bicêtre en 1845 et 1846 par M. le capitaine du génie Blondeau sous la direction de M. le général Noizet, expériences dont le tableau ci-après présente le résumé.

NATURE DES TERRES.	RAPPORT DU FROTTEMENT A LA PRESSION.	
	Terres sur terres.	Terres sur la maçonnerie.
Marnes sèches à l'état naturel.....	0.78	0.74
Marnes ameublées puis damées, de manière à réduire des $\frac{2}{3}$ le foisonnement produit dans le déblai.....	0.70	0.68
Marnes à l'état naturel et saturées d'eau sans être en bouillie.....	0.56	"
Terres végétales sèches à l'état naturel.....	0.79	0.75
Terres végétales ameublées puis damées, de manière à réduire le foisonnement au $\frac{1}{2}$ .....	0.67	0.62
Terres végétales à l'état naturel et saturées d'eau.....	0.60	"
Arènes sèches à l'état naturel.....	0.70	0.70
Arènes ameublées puis damées, de manière à réduire le foisonnement au $\frac{4}{5}$ .....	0.65	0.61
Arènes à l'état naturel et saturées d'eau sans être en bouillie.....	0.62	0.65
Arènes saturées d'eau et damées, de manière à réduire le foisonnement au $\frac{1}{3}$ .....	0.51	0.53

En adoptant comme exactes les données contenues dans ce tableau, on ferait le frottement des terres sur la maçonnerie inférieur de  $\frac{1}{15}$  au plus au frottement qu'elles exercent sur elles-mêmes.

D'un autre côté, M. Dommergue, dans ses additions au Mémoire de M. le lieutenant-colonel Audé, inséré au n° 15 du *Mémorial du Génie*, conclut de l'application de la théorie aux expériences de cet officier supérieur, que le frottement des terres contre une paroi solide doit différer sensiblement de leur frottement sur elles-mêmes. En effet, en assignant au sable gros et au sable extra-fin un même talus naturel qui, mesuré sur l'horizon, aurait pour tangente 0,67, il trouve pour  $\tan \varphi'$ , c'est-à-dire pour la tangente de l'angle du frottement du sable contre une paroi solide, 0<sup>m</sup>,50 quand le sable est gros, et 0,257 quand le sable est extra-fin. Mais ces résultats, obtenus d'une manière très-indirecte, sont en opposition avec celui d'une expérience que nous avons faite nous-même (*voir l'Appendice à cette Leçon, n° 37*) et

de laquelle nous nous croyons autorisé à conclure pour le sable fin :  $\tan \varphi = \tan \varphi' = 0,70$ , en conformité avec les expériences de M. Blondeau.

En résumé, on voit que les formules dites *pratiques* ne méritent pas tout à fait ce nom ; car si elles dispensent les constructeurs de recourir à la théorie, elles ne les dispensent pas d'une étude plus difficile peut-être, celle des circonstances dans lesquelles ils en font emploi.

**34.** *De l'emploi du coefficient de stabilité et de celui du terme constant pour rendre les formules de la théorie applicables à la pratique.* — A cette discussion des résultats que fournissent les différentes formules comprises au tableau du n° 32, nous ajouterons quelques réflexions sur un sujet qui nous paraît aussi mériter quelque attention.

Les formules n°s 2, 3, 4 et 5 ne sont que des équations d'équilibre entre la puissance et la résistance dans lesquelles cette dernière a été multipliée par un *coefficient de stabilité*. Elles font l'épaisseur du mur directement proportionnelle à la charge qu'il doit soutenir, comme si le poids des terres était la seule force à laquelle les revêtements eussent à résister. Si par le surcroît d'épaisseur qu'elles donnent aux murs au delà de ce qui est nécessaire pour leur équilibre strict, elles semblent prévoir les écorchements produits par l'action des eaux et de la végétation, elles ne tiennent pas compte de ce fait, que les dégradations atteignent des profondeurs presque aussi considérables dans un mur peu élevé que dans un mur de 10 mètres de hauteur par exemple. Aussi ne sont-elles plus applicables lorsqu'on y suppose  $H + h$  très-petit. Si, par exemple, dans la formule (2) on fait  $H + h = 1^m$ , on a  $e = 0^{m,27}$ , épaisseur qui, pour un mur de fortification, est insuffisante.

Il convient mieux de partager, par la pensée, l'épaisseur nécessaire à un mur de revêtement en deux parties, l'une représentant la résistance à la poussée des terres, l'autre destinée à s'user sous l'action de l'air et des éléments ; la première partie étant naturellement proportionnelle à la hauteur des terres à soutenir, la seconde restant indépendante de cette hauteur. Cette séparation doit ressortir dans la composition algébrique des formules, et pour cela il faut qu'elles présentent un terme proportionnel à  $(H + h)$  et un terme constant.

Les formules (1), (6) et (7) répondent tout à fait à cette distinction des deux genres de forces auxquelles un mur doit résister. Quelque peu considérable que soit la hauteur des terres à soutenir, les épaisseurs qu'elles donnent ne descendent jamais au-dessous d'une certaine limite fixée par la valeur du terme constant. Vauban a fait ce dernier terme trop fort : sous ce-

rapport, on peut critiquer sa règle; mais la formule (1), qui en est déduite, nous paraît avoir la forme algébrique la meilleure, et nous l'avons imitée dans la composition de la formule (7).

*33. Règles relatives aux contre-forts des murs calculés par les formules inscrites au tableau du n° 32.* — Ces formules, dans l'hypothèse de  $\frac{p}{p'} = \frac{2}{3}$  et  $f = 1$  qui convient aux terres et maçonneries moyennes, assignent à un mur de 30 pieds de hauteur, l'épaisseur qu'il doit avoir pour posséder une stabilité strictement égale à celle du mur de Vauban sans contre-forts. En sorte qu'à la rigueur, pour avoir un revêtement de même résistance, il faudrait aux murs à parements verticaux calculés par l'une ou l'autre des formules (3), (4) ou (5) du tableau n° 32, ajouter les contre-forts de Vauban (n° 23). Mais, au lieu de considérer les terres et les maçonneries comme moyennes (n° 26), on suppose, ce qui est presque toujours plus conforme à la réalité des choses, le talus des terres plus doux que 45 degrés, et le rapport  $\frac{p}{p'}$  plus grand que  $\frac{2}{3}$ ; on fait, par exemple,  $f = 0,70$  et  $\frac{p}{p'} = \frac{5}{8}$ , et qu'en substituant ces valeurs dans les formules (3), (4) et (5), on arrive à une épaisseur qui donne au mur projeté, comme on peut s'en assurer facilement, une stabilité beaucoup plus grande que celle du mur de Vauban de même hauteur. Si donc on ajoutait encore à cet excès de stabilité celui qui résulterait de l'addition des contre-forts du profil général (n° 23), on tomberait dans une exagération inutile au point de vue de la solidité, et très-regrettable eu égard à la dépense qui en résulterait.

Pour éviter ce dernier inconvénient, quelques auteurs ont proposé de supprimer les contre-forts en les remplaçant par une augmentation dans le massif du mur que Cormontaigne en particulier fixe au sixième de l'épaisseur au sommet (*Architecture militaire*, 2<sup>e</sup> partie, page 5, édition de 1742); d'autres ingénieurs ont admis une convention, tout à fait empirique à la vérité, mais que l'expérience a justifiée suffisamment dans plusieurs constructions récentes. Elle consiste à ajouter des contre-forts aux murs à parements extérieurs vitaux ou en talus au  $\frac{1}{20}$ , calculés par les formules (K) et (L), mais à diminuer en même temps l'épaisseur donnée par le calcul, de manière que le cube de maçonnerie retranché au massif du mur soit égal au cube de la maçonnerie qui entre dans les contre-forts. Nous conseillerons de suivre le second de ces partis plutôt que le premier; car, en supposant même que les contre-forts se détachent tôt ou tard du mur, la diminution qu'ils apportent dans la poussée en divisant l'action des terres et en donnant lieu à des arc-

boutements entre leurs faces latérales, la grande stabilité qu'ils assurent au revêtement en augmentant la surface de la base par laquelle il pose sur le sol, et l'obstacle qu'ils opposent à son renversement du côté des terres, font que le même cube de maçonnerie est toujours employé plus avantageusement sous cette forme qu'il ne le serait sous celle d'une surépaisseur ajoutée au massif du mur. Cette règle ne saurait s'appliquer aux revêtements à paroi intérieure inclinée dont le cube de maçonnerie est tellement réduit, qu'il est impossible d'en rien ôter. On ajoutera donc, à ces murs, des contre-forts auxquels on donnera l'espacement et les dimensions à la base de ceux de Vauban (n° 25). Mais, au lieu de les monter verticalement, on inclinera de dedans en dehors la face qui regarde les terres, de manière à leur donner la forme d'un tronc de pyramide dont la saillie sur le nu du mur sera, au sommet, réduite à  $\frac{1}{10}$  de l'épaisseur à la base, comme l'indiquent les *fig. 2, Pl. III.*

## APPENDICE A LA DEUXIÈME LEÇON.

### NOTE SUR LES MURS DE REVÊTEMENT A PAROI INTÉRIEURE INCLINÉE.

**36.** *Historique des théories sur la poussée des terres.* — A l'exception de Couplet, les auteurs cités aux n°s 26 et suivants de la deuxième Leçon ont tous adopté, pour expliquer et calculer la poussée des terres, la même hypothèse fondamentale. Ils considèrent la pression exercée par le remblai BHMN (*fig. 14, Pl. II*) contre la paroi BH du mur ACHR comme égale à une force capable de maintenir en repos sur le plan incliné BM, le prisme de terre BHM, qui tend à descendre de M vers B. Mais tous n'ont pas connu ou apprécié avec une égale exactitude les forces qui agissent sur le prisme BHM à l'instant où son mouvement de descente tend à naître; de là résultent, entre des théories dont le point de départ est le même, des différences importantes.

Bullet confondait le plan *de rupture* BM, sur lequel tend à glisser le prisme de terres BHM que nous appellerons aussi *prisme de rupture*, avec le plan du *talus naturel*, celui que prennent les terres ameublies et jetées à la pelle. Il ne tenait pas compte de l'effet du frottement des terres sur elles-mêmes et contre la maçonnerie du mur. Enfin il évaluait inexactement la poussée en la supposant égale à l'effort à faire, parallèlement au plan incliné BM, pour maintenir en équilibre le prisme *de rupture* BHM; tandis que la réaction du mur contre les terres qui le pressent, réaction qui est égale et contraire à la poussée,

## 42 APPENDICE A LA DEUXIÈME LEÇON.—MURS A PAROI INTÉRIEURE INCLINÉE.

s'exerce, lorsqu'il n'existe pas de frottement, dans une direction perpendiculaire à la paroi BH. Enfin, pour établir les conditions de stabilité du mur, Bullet ne considérait que sa résistance au glissement sur la base AB, et la formule de cet auteur n'exprime pas autre chose que l'égalité entre le poids du mur et l'effort qui, agissant parallèlement au plan incliné, est capable de maintenir en repos, sur le plan BM, le prisme de rupture BHM.

Bélidor rectifie la plupart des inexactitudes commises par Bullet. Il donne à la poussée sa direction véritable en la supposant perpendiculaire à la paroi BH; il fait voir qu'elle est au poids du prisme de rupture BHM, comme la hauteur BH du plan incliné BM est à sa base BN; il démontre, de plus, que le *point d'application de cette poussée est situé, en comptant à partir du point B, au tiers environ de la hauteur BH*. Ce résultat théorique, dont il convient de tenir note, parce que nous aurons bientôt occasion de le rappeler, permet à Bélidor de déterminer la valeur du moment de la poussée par rapport au point A de la base, de l'égaler au moment du poids de la maçonnerie et de calculer de cette manière, par la formule (I) (n° 27), l'épaisseur à donner à un mur de revêtement pour le mettre à l'abri du renversement par rotation autour de l'arête extérieure A de sa base AB. Comme cette épaisseur dépasse généralement celle qui est nécessaire pour prévenir le glissement d'une partie du mur *sur une assise de maçonnerie*, c'est elle que les auteurs qui ont traité la question depuis Bélidor se sont tous attachés à calculer, et c'est elle aussi que donnent les formules (K), (L), (M), (N) rapportées dans les n°s 28 à 30.

Mais, si Bélidor a envisagé d'une manière exacte celles des circonstances de la question dont il a tenu compte, il en a omis une des plus essentielles, savoir le frottement des terres sur elles-mêmes, ce qui le conduisait à regarder comme indifférente la position du plan de rupture BM. En effet, si l'on nomme H la hauteur BH des terres à soutenir, B la base HM du prisme de rupture BHM, qui est égale à la base NB du plan incliné BM, p le poids du mètre cube de terres, P la poussée contre la paroi BH, on aura, d'après la théorie de cet auteur,

$$P : \frac{pHB}{2} :: H : B, \quad \text{d'où} \quad P = \frac{p}{2} H^2;$$

c'est-à-dire que la poussée serait uniquement proportionnelle au carré de la hauteur des terres à soutenir et qu'elle serait la même quel que soit l'angle MBH du plan de rupture avec la verticale.

Coulomb, à qui la mécanique pratique est redévable de la considération des résistances passives, est le premier qui ait fait remarquer que le prisme de

rupture BHM se trouve soutenu non-seulement par les réactions des parois BH et BM, mais aussi par les frottements que ces réactions font naître en sens contraire du mouvement que tend à prendre le prisme. A la force du frottement, Coulomb ajoutait celle de la cohésion des terres agissant perpendiculairement au plan de rupture BM ; mais la coexistence du frottement et de la cohésion le long d'une face de séparation des deux parties d'un même corps est un point que ni la théorie ni la pratique n'ont encore éclairci. Nous laisserons donc la cohésion de côté, et, nous bornant à considérer des remblais sablonneux dont les particules n'ont aucune adhérence entre elles, nous ferons remarquer les conséquences de l'introduction des forces de frottement parmi les éléments de la question de la poussée des terres. La première, c'est l'existence entre les angles du frottement des terres sur elles-mêmes et sur la maçonnerie d'une part, et l'inclinaison du plan de rupture BM sur la verticale d'autre part, d'une relation telle que, toutes choses égales d'ailleurs, plus les frottements sont faibles, plus la poussée est considérable. La seconde, c'est la direction oblique que prend la poussée par rapport à la paroi contre laquelle elle s'exerce, par suite de l'existence du frottement des terres sur la maçonnerie (<sup>n°</sup> 37).

Coulomb n'a pas traduit en formules applicables à la pratique les résultats auxquels conduit sa théorie ; les savants qui ont entrepris de le faire, cherchant à simplifier la question, négligèrent d'abord le frottement des terres sur la maçonnerie, et ne firent entrer dans leurs formules que le seul coefficient du frottement des terres sur elles-mêmes ; ce qui, au reste, était déjà un grand progrès sur les formules de Bélidor. C'est de la théorie de Coulomb, modifiée et restreinte de cette manière, que sont déduites les formules pratiques (K), (L) et (N) des <sup>n°</sup> 28, 39 et 30 de la deuxième Leçon.

Enfin M. Poncelet, dans la deuxième partie du Mémoire qu'il a fait insérer au <sup>n°</sup> 13 du *Mémorial du Génie*, traitant, par des considérations géométriques, la question de la poussée des terres, restitua parmi les données de la question leur frottement contre la maçonnerie, et rectifia l'erreur commise jusqu'alors sur la direction de cette force de poussée.

**37.** *Explication théorique de la construction indiquée au <sup>n°</sup> 31 de la deuxième Leçon pour le profil de revêtement à paroi inclinée. Expériences à l'appui.* — Pour bien comprendre de quelle importance il est de connaître la véritable direction de cette force, rappelons-nous que, comme nous l'avons dit au <sup>n°</sup> 36, si le prisme BHM, dans son mouvement virtuel de descente n'éprouvait aucun frottement le long de la paroi BH (fig. 14, *Pl. II*), son action sur le mur, et, par suite, la réaction de celui-ci, se réduirait à une pression perpendiculaire à cette paroi. Mais s'il se développe un frotte-

ment, comme l'expérience, du reste, le prouve surabondamment, cela équivaudra à l'addition d'une force parallèle à BH dirigée de B vers H, force qu'il faudra composer avec la réaction normale du mur pour avoir une force égale et contraire à la véritable action du prisme BHM. La résultante PQ, obtenue de cette manière, sera évidemment perpendiculaire à une droite BO faisant avec la paroi BH un angle OBH égal à l'angle  $\varphi'$  du frottement des terres sur la maçonnerie. Par conséquent, l'angle PQB de la poussée et de la paroi sera égal à  $90^\circ + \varphi'$ ; et si l'angle  $\varphi'$  a quelque amplitude, la direction de la poussée sera sensiblement oblique à la paroi BH, et son moment pris par rapport au point A sera d'autant moindre, que l'angle  $\varphi'$  du frottement et l'angle BHK de la paroi BH avec la verticale auront une valeur plus grande.

De là, à cette remarque importante que l'on peut, en inclinant convenablement la paroi d'un mur de revêtement, lui donner *une résistance au renversement indéfinie et indépendante de la surcharge de terres qu'il supporte*, la transition est facile, si l'on admet, avec Bélidor, que le point d'application de la poussée est situé au tiers environ de la hauteur de la paroi (n° 36).

En effet, si sur la ligne AC (*fig. 1, Pl. III*) qui représente le profil de la paroi extérieure du mur on décrit un arc de circonférence ACL capable de l'angle  $90^\circ + \varphi'$ ; qu'à partir du point A, on prenne un point N situé à un peu plus du tiers de la hauteur CN, et que par ce point on mène une horizontale NL qui coupe en L l'arc de circonférence, puis qu'on tire CL prolongée jusqu'à sa rencontre en B avec l'horizontale de la base du mur, la direction BC sera celle de la paroi d'un mur triangulaire ACB qui n'éprouvera aucune tendance à se renverser par l'action de la poussée des terres, quelle que soit l'intensité de cette force; car si au point L, qui sera le point d'application de la poussée, on mène une direction faisant avec BC l'angle que la poussée fait avec cette paroi quand on tient compte du frottement, cette direction prolongée passera par le point A. Le moment de la poussée par rapport à ce point sera donc nul, et le mur ne tendra nullement à être renversé.

On peut même donner au mur une figure telle, que la pression des terres, loin de détruire sa stabilité, l'augmente au contraire. C'est ce que nous avons voulu rendre sensible par l'expérience suivante, qui nous semble donner à elle seule un grand degré de probabilité aux diverses hypothèses sur lesquelles s'appuie la théorie que nous venons d'exposer, savoir : l'existence du frottement des terres sur la maçonnerie et la position du point d'application de la poussée au tiers de la hauteur de la paroi comptée à partir du bas de cette paroi.

Nous prenons un morceau de bois taillé dans la forme d'un prisme dont le profil est un triangle rectangle ABC (*fig. 13, Pl. III*). Le petit côté AB de l'angle droit s'appuie contre un plan qui fait avec la verticale un angle de 35 degrés; le grand côté BC fait alors nécessairement le même angle de 35 degrés avec l'horizon. Le rapport entre les longueurs de ces deux côtés de l'angle droit est tel, que le centre de gravité du triangle est sur la verticale AV qui passe par le sommet de l'angle A opposé au plus grand des deux.

Abandonné à lui-même, sans être chargé par un remblai, le prisme se renverse de manière que l'hypoténuse AC se couche sur l'horizontale; mais si nous chargeons le grand côté BC de l'angle droit, d'une certaine quantité de sable siliceux très-fin et très-sec, qui prend naturellement un talus de 35 degrés mesuré avec l'horizon, nous voyons le prisme rester stable sous l'action de la poussée. Bien loin de le solliciter à tomber, elle le maintient, au contraire, appliquée par le petit côté de l'angle droit contre le plan AB. Voici l'explication de ce fait qui, au premier abord, est de nature à causer quelque surprise.

L'angle de 35 degrés est celui du frottement du sable contre lui-même. Or nous avons enduit de gomme et parsemé de sable fin la face BC du prisme mobile, de manière que le frottement du sable sur cette paroi soit égal à celui du sable sur lui-même. Maintenant, si l'on a présent à l'esprit ce théorème énoncé précédemment, savoir : que la direction de la poussée du sable contre une paroi plane est perpendiculaire à un plan qui fait avec la paroi l'angle du frottement du sable contre cette même paroi, on verra tout de suite que le côté BC faisant avec la verticale un angle de 35 degrés, la poussée du sable contre ce côté, combinée avec le frottement, doit avoir une résultante verticale. Si de plus on admet que le point d'application de la poussée sur la paroi BC ne peut jamais (*voir le n° 13 du Mémorial du Génie*, page 23, et le n° 15, page 246), quelle que soit la surcharge de sable qu'elle porte, s'élever au delà des 0,366 de la longueur de BC à partir de B, il sera évident que la résultante, qui est ici dirigée parallèlement à la verticale, viendra couper le côté BC en un point L, situé entre le point B et le point V appartenant à la verticale AV du point de rotation A, puisque cette dernière droite contient aussi le centre de gravité du triangle ABC, et que, par suite, le point V est le milieu de BC.

La résultante LR des forces appliquées au prisme ABC, y compris son propre poids, passe donc en arrière du point de rotation A lorsque le côté BC est chargé de sable; son moment par rapport à ce point A est, par conséquent, négatif, et le renversement du prisme ne peut avoir lieu.

*a. Autres expériences faites sur une plus grande échelle relativement à la stabilité des murs à paroi inclinée.* — La réussite de cette expérience a été pour nous un encouragement à en tenter d'autres sur une échelle plus grande et avec des circonstances plus rapprochées de celles dans lesquelles se trouvent les murs de revêtement.

Dans l'une des écuries de la caserne de cavalerie de Panthemont, à Paris, il existe des piliers en maçonnerie espacés d'environ 3 mètres et éloignés, de l'un des murs, de 4 mètres à peu près. Entre ces piliers, sur un sol qu'on pouvait considérer comme incompressible, nous avons construit trois murs en moellons maçonnés, de 1<sup>m</sup>,20 de hauteur. A l'un d'eux, nous avons donné des parements verticaux et une épaisseur uniforme de 0<sup>m</sup>,25; aux autres, une épaisseur de 0<sup>m</sup>,45 à la base, et 0<sup>m</sup>,05 au sommet seulement, avec un parement extérieur vertical, de sorte que le parement qui se trouvait en contact avec les terres avait une inclinaison de 1 de base sur 3 de hauteur. Derrière ces murs on a fait un remblai en sable un peu humide. Le mur à épaisseur uniforme s'est renversé aussitôt que le remblai a atteint le niveau de son sommet; les deux autres ont soutenu une surcharge de 0<sup>m</sup>,62, égale par conséquent à la moitié de leur hauteur, plus le poids de deux hommes montés sur le remblai pour le charger et le serrer en le piétinant. Ces trois murs se sont renversés en tournant autour de l'arête extérieure de la base par laquelle ils posaient sur la fondation. En déblayant l'éboulis qui les recouvrait, on les retrouvait couchés sur le sol et entiers, sauf deux ou trois moellons appartenant au parement intérieur, qui étaient restés sur la fondation et qui n'avaient éprouvé qu'un petit mouvement de glissement de 0<sup>m</sup>,02 environ.

Deux autres murs également de 1<sup>m</sup>,20 de hauteur ont été construits en briques posées à sec : l'un de 0<sup>m</sup>,44 d'épaisseur, uniforme du sommet à la base, ayant par conséquent ses parements verticaux ; l'autre de 0<sup>m</sup>,44 à la base et 0<sup>m</sup>,15 au sommet, sans talus à l'extérieur et taillé à l'intérieur en gradins de manière à raccorder la base avec le sommet par cinq ressauts de 0<sup>m</sup>,06 à très-peu près chacun. Ces deux murs, dont les cubes respectifs étaient bien différents, se sont rompus sous une même surcharge de 0<sup>m</sup>,50 au-dessus de leur sommet. L'arête de rotation s'est trouvée être dans l'un et dans l'autre à 0<sup>m</sup>,18 environ au-dessus du sol. La surface de séparation entre la partie renversée et la partie demeurée en place était formée de quatre ressauts d'une brique d'épaisseur chacun, en sorte que du côté des terres il restait une hauteur de mur de 0<sup>m</sup>,35. On a cru remarquer qu'il y avait eu, dans les parties inférieures de l'un et l'autre mur, un faible glissement par suite duquel elles s'étaient avancées de 0<sup>m</sup>,01 ou 0<sup>m</sup>,02.

Ces deux séries d'expériences suffisaient sans doute pour rendre évidente la supériorité de résistance des murs à paroi intérieure inclinée, mais nous avons voulu mettre, s'il est possible, tout à fait hors de contestation les deux propositions suivantes qui nous avaient été démontrées par la théorie, savoir : 1<sup>o</sup> qu'un mur dont le profil est tracé de manière à rendre nul le moment de la poussée (n° 37) ne peut se renverser que par suite d'un glissement ou par la rupture de sa cohésion; 2<sup>o</sup> que lorsqu'un mur bâti en maçonnerie possède certain degré de cohésion, fût-il même assez faible, il se renverse toujours en tournant autour de l'arête extérieure de la base par laquelle il pose sur le sol (n° 156).

Sur une longueur de 3 mètres et 1<sup>m</sup>,20 de hauteur, nous avons fait établir un mur composé de deux pierres seulement, séparées par un joint vertical. Ce mur avait comme les précédents 0<sup>m</sup>,05 d'épaisseur en haut, 0<sup>m</sup>,45 d'épaisseur en bas, les deux parements étaient des plans taillés de manière à présenter des surfaces unies ; à l'extérieur, le parement était vertical ; du côté des terres il était incliné du dedans au dehors à 1 de base sur 3 de hauteur. Le mur était compris entre deux piliers en maçonnerie ; mais, afin d'éviter qu'entre lui et ces piliers il ne s'établît un frottement favorable à sa résistance, nous avions fait remplir de saindoux les deux joints latéraux de 0<sup>m</sup>,01 de largeur.

Ce mur ainsi disposé a été chargé de sable fin et humide, autant que les dimensions du local où il était établi ont pu le permettre. Il a supporté une surcharge double de la hauteur pendant près d'un mois sans faire le moindre mouvement, bien que le sol fût continuellement ébranlé par le passage des voitures dans la rue voisine.

A côté de ce mur et avec les mêmes précautions pour empêcher que ses profils extrêmes ne pussent frotter contre les piliers entre lesquels il était compris, on a élevé un autre mur en briques maçonnées de 2 mètres de hauteur, 0<sup>m</sup>,05 d'épaisseur au sommet et 0<sup>m</sup>,75 à la base, en sorte que son épaisseur moyenne était les  $\frac{22}{100}$  de sa hauteur. Ce mur a supporté sans aucun dérangement apparent une surcharge qui dépassait son sommet de 1<sup>m</sup>,14. Comme le principal objet de l'expérience était d'observer le mode de rupture dans le renversement, nous avons fait monter sur le remblai deux hommes qui, en le piétinant, ont déterminé dans la masse du sable un ébranlement qui a amené la chute du mur. Le renversement a eu lieu d'une seule pièce autour de l'arête extérieure de la base par laquelle il posait sur le sol. La maçonnerie couchée par terre était fort peu dérangée, c'est-à-dire que quoique la cohésion entre les briques fût rompue, celles-ci conservaient leurs positions relatives.

Tout ce que nous prétendons conclure de ces expériences, c'est que, en

donnant à un mur de maçonnerie établi sur une fondation solide le profil indiqué au n° 31 de la deuxième Leçon, on peut, avec un moindre cube de maçonnerie, lui assurer une résistance *au renversement supérieure à celle d'un mur à parement intérieur vertical*, et réaliser, sur la dépense des constructions faites dans le mode actuel, des économies considérables.

L'adoption du profil à paroi intérieure inclinée serait principalement avantageuse dans le cas où il s'agirait de soutenir des remblais très-elevés, comme cela a lieu dans les tranchées des chemins de fer, les glacis de contrescarpe de la fortification et dans beaucoup d'autres circonstances, puisque l'épaisseur à donner au mur serait indépendante de la surcharge qu'il aurait à supporter.

Quant à la résistance au glissement, il est bien évident qu'elle est augmentée par l'inclinaison de la paroi intérieure du mur; car la composante horizontale de la poussée diminue à mesure que cette inclinaison augmente. De même que l'on peut anéantir la tendance du mur au renversement en faisant passer la direction de la poussée par le point autour duquel tend à se faire la rotation, on peut aussi faire disparaître la tendance au glissement en amenant, comme nous l'avons expliqué ci-dessus, la poussée à être verticale. Il est vrai que, pour obtenir ce dernier résultat, il faudrait donner à la paroi intérieure du mur une inclinaison tellement considérable, qu'elle deviendrait presque une impossibilité pratique. Si, par exemple, le sol est composé d'argiles susceptibles de se délayer dans l'eau et de devenir pour ainsi dire fluides, il sera inutile de chercher à mettre en jeu la résistance due au frottement, puisque, dans un pareil terrain, le frottement devient nul; mais, parce que, dans des cas tout à fait particuliers et pour ainsi dire extrêmes, le profil que nous proposons perd ses propriétés, il ne s'ensuit pas que celles-ci n'existent jamais ou ne puissent pas être utilement employées dans les circonstances ordinaires de la pratique des constructions.

La seule force à laquelle les murs à paroi inclinée ne pourraient probablement pas opposer une résistance efficace, c'est le choc que leur ferait éprouver le tassement brusque et instantané d'un remblai, si tant est que dans des remblais il se produise jamais de ces sortes de tassements ou des effets analogues. Il est bien évident que moins le mur aura de poids, moins il pourra résister à la pression d'un corps en mouvement; mais, encore une fois, il reste à savoir si dans un remblai, bien damé et bien régalé, il se fait des tassements instantanés pendant lesquels le remblai agit en tout ou en partie contre le mur comme une masse animée d'une certaine vitesse. C'est là une question sur laquelle nous ne pouvons nous former aucune opinion et

dont nous laissons la décision aux personnes qui ont eu, plus souvent que nous, l'occasion d'observer les divers états par lesquels passent les remblais depuis le moment de leur construction jusqu'à celui où ils ont acquis toute leur assiette.

Au surplus, c'est à des expériences faites en grand avec des précautions convenables, qu'il faut surtout demander des lumières. Ces expériences ont déjà commencé; des essais du profil à paroi inclinée ont été faits sur l'avis du comité du Génie, dans quelques places, notamment dans la direction de Brest, chefferie du Conquet. Elles n'ont été suivies d'aucun accident, et il en est résulté des économies proportionnellement assez considérables. D'autres expériences seront faites sans doute, et il est à désirer qu'elles le soient avec une complète intelligence des propriétés du profil nouveau, et dans les limites où il est réellement applicable. C'est là le motif qui nous a engagé à entrer à son sujet dans des explications détaillées dont on nous pardonnera la longueur en faveur de leur utilité.

## TROISIÈME LEÇON.

### DES MURS DE REVÊTEMENT. (Suite.)

#### DÉTAIL SUR LEUR CONSTRUCTION.

**58.** *Des fondations des murs de revêtement.* — Les revêtements pleins dont l'épaisseur a été calculée au moyen de l'une des formules du tableau n° 52 (deuxième Leçon), possèdent un excès de résistance plus ou moins grand au renversement par rotation; et comme les épaisseurs que donnent ces formules sont considérables, le poids d'une portion du mur prise entre le sommet et une assise quelconque est suffisant pour que le frottement ne lui permette pas de glisser sur cette assise. D'ailleurs, la cohésion que les mortiers acquièrent promptement lorsqu'ils sont bien faits, suffirait seule pour empêcher ce dernier mouvement.

Mais, ainsi que nous l'avons déjà dit (n° 20), les murs de revêtement ont d'autres dangers à courir que ceux dont ils peuvent être menacés en raison de l'insuffisance de leur épaisseur. En examinant, avec attention et sans préoccupation aucune, les circonstances qui ont accompagné les accidents arrivés à un certain nombre de revêtements depuis 1818 jusqu'ici, on ne

peut s'empêcher de reconnaître qu'ils ont eu pour causes principales des imperfections plus ou moins graves dans l'établissement des fondations. Le plus souvent, le mur et sa fondation ont glissé ensemble sur un sol naturellement mobile ou rendu onctueux par l'humidité. Plus rarement, mais souvent encore, le sol, inégalement pressé ou inégalement résistant, s'est affaissé dans certains points plus que dans d'autres, de manière à entraîner le déversement du mur. D'autres fois, les moyens d'art auxquels on a eu recours dans le but de corriger la mauvaise qualité du sol n'ont pas été appliqués d'une manière heureuse, et enfin, ces diverses causes ont pu agir simultanément et compliquer l'effet général de chacun des effets qui leur sont propres.

Les précautions à prendre pour assurer la stabilité des fondations se résument toutes dans les suivantes : 1<sup>o</sup> s'opposer à l'enfoncement inégal de la fondation dans un terrain compressible ; 2<sup>o</sup> empêcher le glissement sur la base de la fondation.

39. *De l'égale répartition de la pression sur le sol.* — Lorsque le terrain, quelle que soit d'ailleurs sa nature, qu'il soit du roc, du gravier mastiqué, de l'argile sèche et dure, est assez résistant pour supporter, sans dépression aucune, la pression résultant de l'action combinée de la poussée des terres et du poids des maçonneries, il n'est nullement nécessaire de s'occuper de la manière dont cette pression sera répartie sur le sol.

Si, au contraire, la compressibilité du terrain est telle, que la pression de la base du mur doive nécessairement y opérer des tassements et des déformations sensibles, il faut remédier à cette mobilité, ou tout au moins la diminuer par des travaux d'art dont nous donnerons tout à l'heure un aperçu.

Mais il peut arriver que, quoique le terrain paraisse d'une bonne nature, on ait cependant quelques doutes sur son incompressibilité, et que l'on craigne qu'avant de résister convenablement, il ne subisse un léger tassement. Alors, en supposant que l'on veuille épargner les frais qu'entraîne l'emploi des moyens d'art dont nous venons de parler, il faut s'arranger de telle manière que le mur s'enfonce également partout, sans déversement dans aucun sens, de telle sorte que chacun des points de son profil reste dans la verticale de sa position primitive.

On obtiendra ce résultat si les pressions exercées sur la fondation du mur sont uniformément réparties sur sa base, ou, en d'autres termes, si la résultante de toutes les forces qui agissent sur cette base vient passer par son centre de figure.

Ces forces sont au nombre de trois, savoir : 1<sup>o</sup> la poussée des terres GP (*fig. 17, Pl. III*) dont la direction est perpendiculaire à une droite BS fai-

sant, avec la paroi intérieure BH du mur, un angle égal à celui du frottement des terres sur la maçonnerie (n° 37 de l'appendice à la deuxième Leçon); 2° le poids GQ de la maçonnerie du mur, qui agit verticalement de haut en bas; 3° la résistance virtuelle du terrain à la compression qu'il éprouverait si la fondation venant à tourner autour d'un point quelconque O' de sa base, la partie antérieure O'A' tendait à s'enfoncer dans le sol (\*).

Nous énumérons ici ces trois forces, parce que les auteurs qui ont proposé des formules pour le calcul de la largeur à donner à la base de la fondation d'un revêtement, ont jusqu'ici négligé la résistance du sol; en sorte que leurs formules indiquent des empattements d'une largeur tout à fait exagérée. Celle de M. Français, notamment, est tout à fait dans ce cas (§ V, n° 36, de son Mémoire, page 197 du n° 4 du *Mémorial du Génie*).

Nous avons cherché à corriger cette omission et à introduire dans le calcul de la largeur de la base de la fondation d'un mur de revêtement la considération de la résistance du sol, et aussi celle du frottement des terres contre la maçonnerie. Mais nous n'avons pu éviter une trop grande complication dans la composition de nos formules, qu'en adoptant arbitrairement certaines hypothèses dont, au surplus, la plupart sont favorables à la stabilité du revêtement.

Elles consistent à supposer : 1° que le frottement des terres sur elles-mêmes est égal au frottement des terres sur la maçonnerie; 2° que le remblai fait derrière le mur est de même nature que le terrain sur lequel s'appuie la base de la fondation, qu'il a le même poids spécifique et qu'il exerce le même frottement contre la maçonnerie; 3° que la poussée des terres contre le mur de revêtement s'exerce sur une hauteur Bh' (*fig. 21, Pl. III*) égale à celle de la paroi intérieure du mur augmentée de la distance verticale comptée entre le cordon et une horizontale H'h' menée par le milieu de la plongée du parapet, hypothèse qui revient à supposer plein de terres le trapèze H hh' H', et à pro-

(\*) On peut, par une expérience directe, obtenir la résistance du sol à la compression en élevant un prisme droit vertical en maçonnerie de même nature que celle qui doit constituer le mur de revêtement, jusqu'à une hauteur telle, que le poids de ce prisme constitue une charge sous laquelle le terrain commence à éprouver une très-légère dépression. Nommant  $p'$  le poids du mètre cube de maçonnerie;  $h''$  la hauteur qu'on aura pu donner au prisme, avant qu'il fasse tasser le terrain, on pourra exprimer la résistance par mètre carré par le produit  $1^{\text{m}}\text{q},00 \times p' h''$  ou simplement par  $p' h''$ . (*Voir* le n° 153, Appendice à la huitième Leçon.) Il est évident d'ailleurs qu'au lieu de bâtir un prisme en maçonnerie, on peut charger le terrain d'épreuve avec de la fonte ou du plomb, et obtenir la hauteur  $h''$  en divisant par le poids d'un mètre cube de maçonnerie la charge imposée à chaque mètre carré du terrain.

longer la paroi intérieure du mur BH jusqu'en H'; 4° que le poids du prisme de terres CKH compris entre le sommet du mur, le talus extérieur et le prolongement de la paroi intérieure du revêtement, est négligeable; 5° que l'on néglige aussi la force de butée exercée par le terrain naturel contre la paroi antérieure A'E de la fondation du mur. Au moyen de ces suppositions, on peut se dispenser de multiplier la poussée par un coefficient de stabilité, et l'on arrive à une formule dont le calcul n'offre aucune difficulté. Si les résultats auxquels elle conduit ne sont pas d'une exactitude absolue, ils donneront au moins des indications utiles sur les limites en deçà desquelles il ne serait pas prudent de restreindre les empiements des fondations.

Nous allons transcrire cette formule, qui s'applique également aux murs à deux parois verticales et aux revêtements à parement extérieur vertical et à paroi inclinée du côté des terres, en faisant remarquer que ce n'est que dans un terrain très-peu compressible qu'on peut se dispenser de faire des travaux d'art pour consolider la fondation, et que, par suite, ce n'est que dans l'hypothèse d'un terrain de ce genre que nous conseillons l'emploi de notre formule.

*40. Formule pour le calcul de la largeur totale à donner à la base de la fondation.*

Nous nommerons :

- X la largeur de la fondation mesurée depuis l'aplomb de l'arête intérieure de la base du mur prise au niveau du sol sans compter la retraite que l'on fait quelquefois du côté des terres, jusqu'à la verticale de la face antérieure de l'empiement de la fondation du côté du fossé, c'est-à-dire de B à E (*fig. 17, Pl. III*), A'E étant supposé vertical;
- e la largeur HC du mur au sommet; } son parement AC extérieur étant  
e' sa largeur BA au niveau du sol; } vertical;
- H la hauteur du mur, comptée verticalement de A en C;
- h la hauteur hh' de la surcharge de terre qu'il supporte, surcharge que l'on suppose limitée à une horizontale moyenne H'h' substituée à la plongée du parapet;
- h' la profondeur dont la fondation est enfoncée dans le sol;
- h'' la hauteur d'un prisme droit ayant sa base au niveau du dessous de la fondation, construit en maçonnerie de même nature que celle du mur, et dont le poids ne cause dans le sol aucune dépression sensible (*voir la note du n° 39, page 51*);
- p le poids du mètre cube des terres adossées au mur;
- p' le poids du mètre cube de maçonnerie;
- φ' l'angle du talus naturel des terres mesuré sur l'horizon, que nous ré-

duisons à être égal à l'angle du frottement des terres du remblai contre la maçonnerie;

$m, n, q$  des coefficients dont les valeurs varient avec le nombre de degrés contenus dans l'angle  $\varphi'$ , de la manière indiquée dans les tableaux I et II ci-après dont chaque ligne horizontale contient les valeurs correspondantes de  $\varphi'$ , et de  $m, n$  et  $q$ ;

$N$  et  $M$  des quantités fonctions des précédentes avec lesquelles elles sont liées par des relations que nous allons indiquer.

a. *Calcul de la largeur de la base de la fondation d'un mur à deux parements verticaux.*—S'il s'agit de calculer le rapport  $\frac{X}{H}$  de la largeur de la fondation d'un mur à deux parements verticaux à la hauteur  $H$  de ce mur, on posera

$$M = \frac{3}{2} \frac{H}{h''} \left[ \frac{p}{p'} m \left( 1 + \frac{h}{H} \right)^2 + \frac{2e}{H} \right], \quad N = \frac{H}{2h''} \left[ \frac{p}{p'} n \left( 1 + \frac{3h'}{H} \right) \left( 1 + \frac{h}{H} \right)^2 + \frac{3e^2}{H^2} \right],$$

et on calculera les valeurs de  $M$  et de  $N$ , en y introduisant celles de  $\frac{e'}{H} = \frac{e}{H}$ , qui aura dû être préalablement calculé au moyen de l'une des formules (1) à (5) du tableau n° 32; de  $H, h, h', p, p', \varphi$ , qui sont des données de la question; de  $h''$ , qui aura dû être déterminée par une expérience préalable; et enfin celles de  $m$  et  $n$ , qui seront fournies par le tableau I ci-après. Puis on portera  $M$  et  $N$  dans la formule

$$(g) \quad \frac{X}{H} = 2 \sqrt{\frac{M^2}{4} + N - M},$$

qui donnera le rapport de la largeur de la base de la fondation à la hauteur du mur, mesurée du sol au niveau du cordon.

TABLE I servant au calcul de la formule (g).

$\varphi'$	$m$	$n$
19°	0,1172	0,3407
21	0,1348	0,3509
23	0,1537	0,3621
25	0,1742	0,3733
27	0,1958	0,3845
29	0,2204	0,3962
31	0,2451	0,4080
33	0,2740	0,4203
35	0,3029	0,4326

b. Calcul de la largeur à donner à la base de la fondation d'un mur à parement extérieur vertical et à paroi intérieure inclinée. — S'il s'agit de la fondation d'un mur à paroi intérieure inclinée du dedans vers le dehors (fig. 1 et 2, Pl. III), on posera comme ci-dessus,

$$M = \frac{3}{2} \frac{H}{h''} \left[ \frac{p}{p'} m \left( 1 + \frac{h}{H} \right)^2 + \frac{e + e'}{H} \right],$$

$$N = \frac{H}{2h''} \left[ \frac{p}{p'} \left( n + 3q \frac{h'}{H} \right) \left( 1 + \frac{h}{H} \right)^2 + \frac{2e'}{H} \frac{(e + e')}{H} - \frac{e^2}{H^2} \right],$$

et l'on calculera  $M$  et  $N$ , en y introduisant  $\frac{e'}{H}$  calculé par la formule (7) du tableau n° 32;  $\frac{e}{H}$  pris arbitrairement entre  $\frac{1^m,00}{H}$  et  $\frac{0^m,60}{H}$ ;  $H, h, h', p, p', \varphi'$  qui sont des données de la question;  $h''$  déterminé par une expérience préalable;  $m, n, q$  fournis par le tableau II suivant, et on les portera dans la formule

$$(i) \quad \frac{X}{H} = 2 \sqrt{\frac{M^2}{4} + N - M}.$$

TABLE II servant au calcul de la formule (i).

VALEURS DE			
$\varphi'$	$m$	$n$	$q$
19 <sup>0</sup>	0,308	0,457	0,430
21	0,333	0,461	0,332
23	0,336	0,465	0,310
25	0,345	0,467	0,304
27	0,353	0,469	0,299
29	0,359	0,476	0,291
31	0,364	0,428	0,283
33	0,367	0,411	0,273
35	0,370	0,396	0,263

Afin de prouver que le calcul de  $\frac{X}{H}$  n'offre aucune difficulté, faisons une application de la formule (i) à un mur de revêtement dont la hauteur  $H$  est de 10 mètres, portant une surcharge  $h$  de 2 mètres, et enfoncé de  $h' = 1$  mètre dans le sol. Supposons : que la hauteur  $h''$  du prisme de maçonnerie construit

pour essayer la résistance du terrain ait pu arriver à 10 mètres, sans que le sol ait commencé à se déprimer; que le poids spécifique  $p$  des terres du remblai soit égal au poids  $p'$  du mètre cube de maçonnerie; et, enfin, que l'angle  $\varphi'$  du talus naturel des terres avec l'horizon soit de 27 degrés seulement; on aura :  $\frac{h}{H} = 0,20$ ;  $\frac{h'}{H} = 0,10$ ;  $\frac{H}{h''} = 1,00$ ;  $\frac{p}{p'} = 1$ . Nous supposerons qu'on a préalablement calculé l'épaisseur du mur à la base d'après les données  $\frac{p}{p'} = 1$ ,  $\tan \varphi' = \tan 35^\circ 30' = 0,7165$ , en se servant de la formule (7) du tableau n° 34, et qu'on a trouvé  $\frac{e'}{H} = 0,3865$ ; nous ferons d'ailleurs  $\frac{e}{H} = 0,10$ . Le tableau II ci-dessus nous donne, en correspondance avec  $\varphi' = 27^\circ$ ,  $m = 0,353$ ,  $n = 0,469$ ,  $q = 0,299$ . Substituant ces diverses valeurs dans celles de  $M$  et de  $N$ , nous trouvons  $M = 1,4921$ ,  $N = 0,4506$ ; mettant ces valeurs devant l'égalité ( $g$ ), nous en tirons

$$\frac{X}{H} = 0,5109.$$

La largeur totale de la fondation serait donc  $0,5109 H$ ; mais puisque l'épaisseur  $e$  du mur est égale à  $0,3865 H$ , il s'ensuit que la saillie de l'empattement de la fondation sur le nu du mur est de  $0,1244 H$ , ou, à cause de  $H = 10^m$ ,  $1^m,244$ , épaisseur qui n'a rien d'exagéré. On voit donc que dans des terrains peu compressibles, l'égale répartition des pressions sur la base de la fondation peut être réalisée par des largeurs de fondations tout à fait raisonnables. Nous insistons sur ce point, parce que la plupart des auteurs qui ont écrit sur les fondations des murs de revêtement négligent cette condition comme impossible à remplir; ce qui conduit les constructeurs, tantôt à consacrer des sommes considérables à des travaux d'art qui ne sont pas indispensables, tantôt à compromettre la stabilité des murs de revêtement en réduisant autre mesure la largeur des empattements de la fondation.

**41. Aperçu des moyens d'art employés pour remédier à la compressibilité du sol.** — Si le terrain était naturellement très-mou ou susceptible de le devenir par l'absorption de l'eau, il ne faudrait pas s'en reposer, pour la stabilité du mur, sur l'adoption des dimensions indiquées par les formules des n°s 32 et 40. Trop de causes diverses peuvent rompre l'équilibre entre la résistance du sol inférieur, le poids du mur et l'action de la poussée du remblai, pour qu'on puisse avoir confiance dans son maintien, lorsque cet équilibre n'est pas parfaitement stable, et que les forces de résistance ne surpassent pas de beaucoup, quant à leur intensité et à leurs moments, les forces opposées.

Aussi, dans les terrains indéfiniment mauvais, ou, ce qui est pire encore, inégalement compressibles, est-il nécessaire d'asseoir les fondations sur un sol factice préparé par des moyens dont nous nous contenterons de donner ici l'énumération, attendu que des leçons spéciales sont réservées, dans la quatrième partie, à leur explication détaillée.

On peut tenter de raffermir le sol par la compression et le battage, au moyen d'une masse pesante que l'on fait tomber d'une certaine hauteur. On ajoute à l'effet de ce moyen en se servant de la masse comprimante pour faire pénétrer dans le sol, des pierres, du gravier, ou une multitude de petits pieux en bois. Les architectes du moyen âge faisaient un grand usage de ce dernier procédé. Les fondations des grands ponts élevés du XII<sup>e</sup> au XV<sup>e</sup> siècle sont généralement posées sur un sol raffermi par une foule de petits pieux enfouis très-près les uns des autres, à une profondeur qui ne dépasse guère 1 mètre.

On peut remplacer le terrain sur une hauteur de 1 mètre, 1<sup>m</sup>, 50 ou 2 mètres, par une couche de sable moyennement gros, qui jouit de la propriété d'être incompressible; on emploie, plus souvent, une plate-forme en béton de mortier hydraulique qui, au bout de quelque temps, acquiert, en se durcissant, l'immobilité et la solidité d'un banc de roc naturel. Cependant, si elle est très-étendue et d'une faible épaisseur, elle est sujette à se rompre sous une charge trop inégalement répartie, ou par l'effet d'un tassement irrégulier du sol.

Sous l'arête extérieure de la fondation de presque tous les murs construits du temps de Vauban, on trouve un bon madrier de chêne destiné à empêcher cette arête de pénétrer dans le sol. Cette précaution, qui n'entraîne pas de trop grands frais, peut être fort utile. Dans les terrains marécageux, on a recours à une plate-forme en charpentes composée de poutres horizontales, se croisant de manière à former un grillage. Dans les cases de ce grillage, on chasse des moellons, garnis dans leurs joints de pierres plus petites, faisant office de coins. Quelquefois même on place, par-dessus le grillage, un plancher en madriers, sur lequel repose la fondation. Les plates-formes en charpente ont, sur celles en béton, l'avantage d'être à l'abri des ruptures, et, par conséquent, de mieux parer aux accidents qui peuvent résulter de l'inégale compressibilité du sol; mais elles sont généralement plus dispendieuses.

Souvent on a jugé nécessaire d'encadrer les fondations des murs de revêtement dans des enceintes de pieux et vannages, ou de pieux et palplanches. On fait quelquefois de pareilles enceintes autour des plates-formes en béton et en charpente, lorsque le terrain est très-mobile, ou que l'on a à craindre

l'action érosive des eaux courantes contre le sol sur lequel elles reposent.

Enfin, si la compressibilité des couches supérieures du sol est telle qu'on ne puisse compter aucunement sur leur résistance, on le traverse par des pieux dont l'extrémité va se fixer dans un terrain plus résistant, et dont les têtes, réunies par un grillage en charpente, supportent une couche de béton ou un plancher. Ce moyen d'art, connu sous le nom de *fondation sur pilotis*, entraîne à de grandes dépenses. Employé autrefois presque à l'exclusion de tout autre, il est aujourd'hui, dans beaucoup de circonstances, supplié par l'emploi du béton.

**42. Aperçu de la profondeur d'enracinement à donner aux fondations.** — Le moyen le plus efficace et le plus économique d'empêcher le glissement des fondations, c'est de les enfoncer dans le terrain à une profondeur convenable.

Lorsque le fond de la tranchée d'excavation est un terrain solide, comme du roc ou du gravier, il suffira généralement d'enfoncer la fondation de 0<sup>m</sup>,50 à 0<sup>m</sup>,70 au-dessous du niveau du fond du fossé.

Lorsque le sol, sans être de roc, sera cependant de telle nature que l'on puisse asseoir le revêtement immédiatement dessus, sans avoir à le consolider par des moyens d'art, et alors qu'on n'aura pas à craindre pour le mur une tendance prononcée au glissement sur le sol, il faudra néanmoins descendre la fondation à 1 mètre environ.

Mais si le terrain d'assiette est glissant et mobile, si le remblai est susceptible de couler sous l'action des eaux d'infiltration, il faudra que la fondation s'enfonce de beaucoup. Les fondations profondes sont le moyen d'arrêter les glissements le plus employés par Vauban dans les terrains mobiles de la Flandre, à Ypres par exemple, où il les a descendues jusqu'à 14 et 17 pieds (4<sup>m</sup>,54 à 5<sup>m</sup>,52) de profondeur. (*Voir* à ce sujet le Mémoire de M. Poncelet, n° 13 du *Mémorial du Génie*, pages 178 et suivantes.)

L'effet de ces fondations profondes est de faire profiter la stabilité du mur d'une force de résistance que Coulomb a désignée sous le nom de *butée des terres*, et dont M. Poncelet a, le premier, indiqué l'emploi.

On comprend toute l'énergie de cette force quand on sait qu'elle est égale à celle qui serait nécessaire pour faire remonter un prisme de terres le long d'un plan incliné intermédiaire entre l'horizon et le talus naturel. Elle croît avec la hauteur de la paroi contre laquelle elle s'exerce, bien plus rapidement que ne le fait la poussée; en sorte qu'en enfonçant la fondation d'un mur, on arrive à obtenir contre la face extérieure de cette fondation une butée capable de neutraliser la poussée qui a lieu contre la paroi intérieure de ce mur, bien

avant que l'enfoncement des maçonneries au-dessous du sol soit égal à leur élévation au-dessus.

Mais, pour la complète efficacité de ce moyen, il faut que le terrain en avant de la fondation soit en contact parfait avec elle; qu'il soit vierge ou tellement bien damé, qu'il ne puisse pas se comprimer beaucoup. Aussi, dans le cas où l'on aurait été obligé d'ouvrir de larges tranchées pour établir la fondation, on fera bien de les combler, en avant de la maçonnerie, avec du sable, du gravier ou des pierailles mélangées de terre et fortement damées.

**43. Formule pour le calcul de la profondeur à donner aux fondations des murs à deux parements verticaux.** — Ici, comme lorsqu'il s'est agi de calculer la largeur à donner à la base de la fondation d'un mur de revêtement, nous adoptons les hypothèses les plus propres à simplifier les formules. Ainsi nous supposerons que le sol du fossé est de même nature que celui du remblai fait derrière le mur, qu'il a le même poids, le même talus naturel et le même frottement sur la maçonnerie. Nous admettrons que le mètre cube des maçonneries de la fondation pèse le même nombre de kilogrammes que celui de la maçonnerie du massif du mur, et que la poussée des terres s'exerce sur une hauteur égale à celle de la paroi intérieure du mur augmentée de l'élévation du milieu de la plongée du parapet au-dessus du cordon.

Cela posé, nommant :

- x* la profondeur d'enracinement cherchée;
- e'* la largeur connue et arrêtée d'avance de la fondation;
- e* l'épaisseur connue du mur de revêtement, qu'on suppose être à parements verticaux;
- H* la hauteur du mur depuis le niveau du sol jusqu'au cordon;
- h* la hauteur au-dessus du cordon d'une horizontale moyenne substituée à la plongée du parapet;
- p* le poids du mètre cube des terres du remblai et aussi du mètre cube des terres du fossé supposées être de même nature les unes et les autres, ou une moyenne arithmétique entre ces deux densités si l'on suppose les terres de natures différentes;
- p'* le poids du mètre cube des maçonneries, si celles des fondations et celles du mur sont de même poids, ou une moyenne arithmétique entre le poids des unes et des autres;
- φ* l'angle du talus naturel des terres avec l'horizon que nous supposerons égal à l'angle du frottement des terres sur la maçonnerie;
- m* et *n* des coefficients que l'on trouvera, tout calculés, dans la Table III transcrise ci-après.

On calculera d'abord, en se servant de la Table II, les quantités :  $M = \left(1 + \frac{h}{H}\right)m - \frac{p'e'}{pH}n$ ;  $N = \left(1 + \frac{h}{H}\right)^2 m - \frac{2p'e}{pH}n$ , et on les substituera dans la formule

$$(l) \quad \frac{x}{H} = M + \sqrt{M^2 + N},$$

qui donnera le rapport  $\frac{x}{H}$  de la profondeur de la fondation à la hauteur du mur au-dessus du sol.

TABLE III servant au calcul de la formule (l).

$\gamma$	$m$	$n$	OBSERVATIONS.
19 <sup>0</sup>	0,158000	0,147330	
21	0,116990	0,140720	
23	0,090573	0,133410	
25	0,066163	0,125370	
27	0,049849	0,115370	Les valeurs de $m$ et $n$ varient avec celle de l'angle de $\varphi$ . Dans la table ci-contre, les valeurs correspondantes de ces trois quantités sont écrites sur la même horizontale. Par exemple, quand on a trouvé par expérience $\varphi = 19^0$ , on doit faire
29	0,036030	0,107105	$m = 0,158000; n = 0,147330;$
31	0,025328	0,096832	et ainsi de suite.
33	0,017109	0,085676	
35	0,010902	0,073848	

*Exemple du calcul de  $\frac{x}{H}$ .* — Soient  $\frac{e'}{H} = 0,333$ ,  $\frac{e}{H} = 0,27$ ,  $\frac{h}{H} = 0,20$ ,  $\frac{p}{p'} = \frac{2}{3}$ , données de la question;  $\varphi' = 27^0$ , ce qui suppose un terrain glissant et peu consistant. On trouve dans la Table en correspondance avec la valeur attribuée ici à  $\varphi'$ ,  $m = 0,049849$  et  $n = 0,115370$ . Substituant ces valeurs dans celles de  $M$  et de  $N$ , on trouve  $M = 0,0341$  et  $N = 0,0204$ ; portant ces dernières dans l'équation (l), on en tire  $\frac{x}{H} = 0,181$ . Si, par exemple,  $H = 10^m,00$ ,  $x = 1^m,81$ .

**44. Des moyens d'art usités pour empêcher ou arrêter le glissement des murs de revêtement.** — La mobilité du sol ou sa nature aquatique peuvent rendre fort dispendieuses les excavations à faire pour descendre la fondation à toute la profondeur désirable. Il est alors quelquefois plus économique d'avoir recours à ce qu'on appelle des *travaux d'art*.

Le procédé le plus simple de ceux par lesquels on peut suppléer à un enfoncement insuffisant de la fondation, consiste à augmenter la butée des

terres en chargeant de remblai ou même de maçonnerie le pied du revêtement; mais, comme cela aurait l'inconvénient de diminuer la hauteur des escarpes, on a soin d'éloigner du revêtement, à une certaine distance, le massif de rechargement M (*fig. 14, Pl. III*), et l'on appuie ce massif sur l'une des extrémités d'un arceau renversé, qui bute par l'autre contre la fondation.

D'autres fois on trouve moins dispendieux d'encadrer la fondation dans un coffrage de charpente composé de pieux fichés verticalement dans le sol sur deux rangées très-voisines entre lesquelles on descend des panneaux en madriers, si l'on n'aime mieux y chasser des palplanches jointives (*fig. 15, Pl. III*). Il est évident que les panneaux de ces coffrages prolongent dans le sol la paroi antérieure de la fondation, et comprimeraient les terres à peu près comme cette paroi le ferait si le mur éprouvait un commencement de glissement. Ce système rend encore un autre service. En effet, les terres renfermées dans l'intérieur des coffrages, ne pouvant échapper latéralement à la pression due au poids du mur, se tassent et se contractent de manière à offrir une résistance de beaucoup supérieure à celle dont elles auraient été susceptibles dans leur état naturel.

Au surplus, il faut observer que l'on ne doit compter sur une résistance efficace de la part des pieux et des palplanches que lorsque leurs pointes, après avoir traversé le mauvais terrain, pénètrent d'une certaine quantité dans un sol résistant.

On peut faire un emploi simultané des deux moyens dont nous venons de donner un aperçu. Ainsi, on a vu bâtir au pied de l'escarpe des massifs de maçonnerie E (*fig. 16 et 16', Pl. III*), auxquels on a donné le nom d'éperons, et les faire buter contre une rangée de pieux, en les réunissant entre eux par des arceaux à axes verticaux. Ces pieux étaient plantés à une distance de l'escarpe assez grande pour qu'on n'eût pas à craindre de les enfoncez dans le terrain remué lors du déblai de la fondation.

Dans des terrains très-mobiles, on a été conduit à étendre les éperons butants à travers toute la largeur du fossé, de manière à contre-butler l'une par l'autre l'escarpe et la contrescarpe.

**45. Précautions à prendre lors de la construction de la maçonnerie du mur de revêtement.** — Ce n'est pas assez que d'avoir obtenu par le calcul les dimensions les plus convenables pour le mur et sa fondation, et d'avoir préparé à celle-ci une assiette inébranlable; il importe encore de prendre, dans l'exécution des massifs de maçonnerie, certaines précautions que nous allons indiquer succinctement.

La première est relative au déblai des excavations, que l'on devra, autant

que possible, couper à pic ou sous un talus roide, afin que les maçonneries de la fondation et celles du mur soient, si cela se peut, en contact immédiat avec le terrain vierge, ou séparées de lui par la couche la plus mince possible de terrain meuble. Cette prescription, lorsqu'elle pourra être observée, aura le triple avantage de permettre des économies sur les frais du déblai, de faire agir avec toute son énergie la force de butée des terres, et de réduire au minimum l'action de la poussée. Si l'on a été obligé de creuser, pour l'établissement de la fondation, une tranchée beaucoup plus large que le massif de maçonnerie à y construire, on fera bien de remblayer en avant de la maçonnerie, avec des matériaux durs et incompressibles, ou des terres franches fortement damées.

Le remblai derrière le mur doit être fait avec soin, principalement dans le but d'empêcher que les eaux pluviales ne traversent le terrain rapporté pour aller délayer le sol inférieur, ou qu'elles n'arrivent à former, entre le mur et le remblai, une nappe d'eau qui, quoique très-mince, exercerait contre le revêtement une poussée énergique. Nous ne connaissons que deux exemples de la chute d'un mur *par renversement*, et ces deux accidents ont eu l'un et l'autre pour cause l'action d'une colonne d'eau formée, à la suite de grandes pluies, derrière des murs qu'on n'avait pas eu la précaution de mettre en contact parfait avec le terrain auquel ils étaient adossés.

Les précautions à prendre contre l'action des eaux varient avec la nature du remblai qu'on peut former derrière le mur. A-t-on à sa disposition de la terre franche, ou des pierailles ou cailloux qu'on puisse mélanger avec de l'argile; il faut essayer, par un damage énergique, de tasser le remblai, de le faire adhérer au mur, et de s'opposer à tout accès de l'eau par imbibition ou par infiltration.

Si, au contraire, on doit remblayer en sable ou en gravier, au-dessus d'un terrain marneux par exemple, ou, pour parler d'une manière plus générale, si le remblai supérieur est perméable et le sol inférieur susceptible de se délayer dans l'eau, il faut chercher à procurer à celle-ci un écoulement à l'extérieur, en élevant derrière le gros du mur des massifs en pierres sèches posés sur une couche mince de béton maigre, disposée elle-même en pentes alternativement opposées, de façon à former des caniveaux correspondants à des barbacanes pratiquées à travers le mur. On pourra espérer alors que les eaux d'infiltration traverseront les murailles en pierres sèches, s'échapperont par les barbacanes, et ne séjournent pas dans le remblai. Les *fig. 18, 18'* et *18'', Pl. III*, donnent une idée de ce dispositif, qui a été généralement appliqué aux revêtements de la fortification de Paris.

Le creusement du fossé ou de l'emplacement de la fondation peut couper quelque nappe d'eau souterraine. Des couches de roc inclinées vers le fossé amènent quelquefois contre la paroi intérieure des murs les eaux de pluie qui se rassemblent dans leur intervalle. Il faut, dans l'une et l'autre de ces deux circonstances, avoir le plus grand soin de concentrer les eaux, au moyen de petits canaux en moellons secs, dans un ou plusieurs aqueducs, ayant une issue à travers les maçonneries ou par-dessous le mur. Les barbacanes, si elles ne sont pas toujours efficaces, sont néanmoins, dans ce cas encore, une précaution bonne à prendre, et qui n'offre aucun danger.

Le fond de la fondation se tient ordinairement horizontal; cependant, si l'on a à redouter des glissements, on fera bien de lui donner une pente de 0<sup>m</sup>,04 par mètre environ, de l'avant à l'arrière. Son massif doit être construit en gros libages, bien garnis, dans leurs joints, de mortier et d'éclats de pierres. Il ne faut pas oublier que cette partie de la construction supporte la pression du mur et celle des terres. L'économie que l'on ferait sur sa façon pourrait se payer cher plus tard.

La maçonnerie du mur doit également être faite avec soin, sans aucun vide, bien rejointoyée à l'extérieur, et recouverte à l'intérieur d'un crépi ou enduit en mortier hydraulique.

Si le parement est en pierres de taille et le gros du mur en maçonnerie de briques et de moellons, il faut prendre les plus grandes précautions contre la formation des soufflures et des écorchements qui ne se manifestent, le plus souvent, que par suite de la mauvaise construction du parement qui, élevé en briques ou pierres de taille de petit échantillon et de longueur de queue presque uniforme, n'est qu'un placage dont le tassemement, moindre que celui de la maçonnerie de moellons, ne lui permet pas de faire corps avec elle.

Un procédé très-anciennement usité pour empêcher que la dégradation d'une portion du parement n'entraîne la chute de toute la portion qui est située au-dessus, consiste à disposer de distance en distance sur la hauteur des rangées de moellons appareillés en voûte MM e' (*fig. 18, Pl. III*). On remarque ce dispositif sur les parements de quelques-unes des escarpes de la citadelle de Metz. Tout nouvellement, on a proposé l'application de ce moyen, pour arrêter le progrès des écorchements dans quelques places des directions de Lille et de Mézières.

On a cherché à assurer la liaison du parement avec le gros du mur par l'emploi de longues pierres, nommées *boutisses*, pénétrant plus profondément dans la grosse maçonnerie que le reste du parement (*fig. 11, Pl. II*).

Mais ce procédé, fort dispendieux dans les localités où la pierre de taille est chère, ne réussit bien que lorsque le mortier est de bonne qualité, et, dans ce dernier cas, une maçonnerie homogène en moellons, pourvu que ceux-ci ne soient pas gélifs, est préférable à une combinaison quelconque de moellons et de pierres de taille. Il faut bien se garder, d'ailleurs, de couvrir d'un crépi ou d'un enduit un parement en moellons bruts; il faut le rejoindre avec soin, en mettant les joints en creux et jamais en relief, de façon qu'ils soient protégés par la légère saillie des moellons qui remplissent alors, vis-à-vis d'eux, l'office que la tablette de couronnement devrait remplir vis-à-vis de tout le parement.

Au sommet du mur on place cette tablette (*fig. 19, Pl. III*). Derrière elle on établit une chape de mortier hydraulique, que l'on descend à une certaine profondeur derrière le mur, afin d'ôter autant que possible aux eaux de filtration tout accès dans l'intérieur des maçonneries, qu'elles dégraderaient promptement.

**46. Des revêtements et placages en maçonnerie contre du roc ou des terrains résistants.** — Jusqu'ici nous avons implicitement supposé que les revêtements avaient à soutenir sur toute leur hauteur l'action d'un remblai plus ou moins mobile. Il arrive quelquefois, cependant, que le sol formé de roc, ou de couches alternatives de pierres et de marnes, n'exerce aucune poussée sur une partie de la hauteur du mur, et, même, que le revêtement n'a pas d'autre objet que de défendre le roc ou l'argile contre l'action destructive de la gelée. D'autres fois le rocher, quoique régnant sur toute la hauteur de l'escarpe, forme un talus en retraite au devant duquel on élève un revêtement (*fig. 20, Pl. III*); le massif du remblai susceptible de pousser le mur se réduit alors à un prisme aigu BHK, dont l'action peut être moindre que celle d'un remblai indéfini.

Il est évident, de soi-même, que dans de pareilles circonstances, on peut faire de notables économies sur les maçonneries du mur en diminuant son épaisseur, et sur celles des contre-forts en les arrêtant à la première couche de terrain résistant, comme on le voit *fig. 20 et 21, Pl. III*. Mais ces réductions doivent être combinées avec réflexion. La théorie seule peut indiquer les limites dans lesquelles on doit les renfermer. On trouvera, dans la troisième partie du Cours, la solution de ces questions. Nous nous bornerons ici à prémunir les constructeurs contre l'appât d'une économie qui, séduisante au premier coup d'œil, pourrait se transformer plus tard en une dépense supplémentaire.

Peut-être n'est-il pas inutile non plus de faire remarquer que ce serait une

grave erreur de croire que parce que le roc s'élève jusqu'en  $h$  par exemple (*fig. 21, Pl. III*), on peut calculer l'épaisseur à donner au mur comme si sa hauteur verticale était réduite à  $hH$ . En effet, si la poussée contre la paroi intérieure n'est réellement que celle qui est due à une hauteur  $hH$  de remblai mobile, le point de rotation dans le cas du renversement est toujours en A, et le bras de levier de la composante horizontale de la poussée, au lieu de n'être que  $\frac{4}{3}Hh$ , comme si le point  $h$  était au niveau du sol extérieur, est égal à  $\frac{4}{3}(Hh + 3hB)$ . Par conséquent, le moment de la poussée sur  $Hh$ , par rapport à A, est plus considérable que celui de la poussée sur un mur dont l'élévation totale serait  $Hh$ , et, par suite aussi, l'épaisseur de maçonnerie convenable à ce dernier mur serait trop faible pour la partie  $Hh$  du revêtement que nous considérons.

Les contre-forts devront pareillement être plus longs et plus épais que s'ils étaient calculés pour la hauteur  $Hh$  seulement.

Lorsque les murs de placage vont en se répaissant à mesure qu'ils s'élèvent, et lorsque les contre-forts ne descendent pas aussi bas que le pied du mur, il est fort à craindre que le tassement des maçonneries ne les sépare du rocher contre lequel elles sont appliquées.

Le meilleur préservatif contre cet accident, c'est une sage lenteur apportée dans la construction. D'après des expériences faites dans plusieurs places, il paraîtrait que lorsqu'il s'agit d'adosser de la maçonnerie à du rocher, il faut diviser le travail en parties de 2 mètres de hauteur, et laisser un mois d'intervalle entre l'exécution de chacune de ces zones. De cette manière, le tassement n'a plus que des effets insensibles.

*47. Des talus à donner, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur, aux murs de revêtement.* — C'était dans un but d'économie que les anciens ingénieurs donnaient aux revêtements un talus extérieur du  $\frac{1}{5}$  au  $\frac{1}{6}$ . Et, en effet, nous avons remarqué, à l'occasion de la méthode de transformation des profils (*n° 25*), combien les murs en talus étaient, à stabilité égale, plus économiques que les murs verticaux. Cet avantage tient à ce que le centre de gravité du profil s'éloigne de la verticale du point de rotation, à mesure que le talus extérieur prend une plus forte inclinaison; de telle sorte, que le moment du profil trapèze peut surpasser celui du profil rectangulaire, quoique la surface du premier soit moindre que celle du second.

Le moment de résistance à la rotation serait plus grand encore dans un mur dont les deux parements seraient inclinés dans le même sens (*fig. 4, Pl. III*), c'est-à-dire en talus à l'extérieur et en surplomb du côté des terres. Vauban a prescrit quelquefois l'emploi de ce profil, à Ypres, en 1678; à Hu-

ningue, en 1679, à Perpignan, à Douai, etc. Il paraît qu'il était anciennement pratiqué en Espagne et en Italie, car on l'a retrouvé en démolissant de vieilles murailles, à Palma-Nova notamment (Mémoire manuscrit du général Bertrand, 1806, Archives du dépôt), et nous croyons que, dans ces derniers temps, il a été essayé de nouveau avec succès. Cependant nous ne conseillerons son emploi que dans le cas d'un sol ferme non glissant et d'un remblai de terre franche sablonneuse, incapable de se délayer dans l'eau. On comprend, en effet, que ce profil, tout en offrant une grande résistance à la rotation autour de l'arête extérieure de sa base, favoriserait le glissement des terres fluides par la pression qu'il exercerait sur elles, et que, poussé par le pied, il serait sujet à éprouver un accident du genre de celui que représente la *fig. 15, Pl. II.*

En tous cas, le surplomb intérieur de ces murs ne devrait pas être considérable. Vauban ne le faisait pas de plus de  $\frac{1}{6}$ . C'est une limite que l'on ne doit pas dépasser, excepté toutefois dans la construction des murs en pierres sèches nommés *perrés*, que l'on couche tout à fait sur les terres, après avoir donné à celles-ci un talus très-voisin de leur talus naturel.

Si, à l'exemple de la plupart des auteurs qui ont écrit sur la poussée des terres, on regarde comme négligeable l'action du frottement des terres contre la maçonnerie, on sera conduit à regarder le profil dont nous venons de parler (*fig. 4, Pl. III*), comme celui qui réunit à la plus grande économie la plus grande stabilité (Mémoire de M. Français, n° 4 du *Mémorial du Génie*, page 180); mais si, au contraire, on tient compte de cette force avec Coulomb et avec M. Poncelet, on trouvera, comme nous l'avons indiqué dans la leçon précédente, que l'avantage de la résistance et de l'économie appartient au profil ayant deux talus (*fig. 1, 2 et 3, Pl. III*), l'un à l'extérieur et l'autre à l'intérieur dedans en dehors; la pente de ce dernier s'élevant de  $\frac{3}{10}$  à  $\frac{4}{10}$ , selon que le coefficient du frottement des terres sur la maçonnerie variera lui-même de  $\frac{1}{2}$  à  $\frac{1}{4}$ .

Que l'on donne ou non une inclinaison à la paroi du mur qui est appuyée contre les terres, on ajouterait toujours beaucoup à la stabilité du mur, en le faisant taluter à l'extérieur; en sorte que si la qualité des matériaux et leur mise en œuvre arrivaient un jour à ce point de perfection, qu'on pût compter sur la durée des maçonneries malgré l'action incessante de l'humidité, des variations de température et de la végétation, on ferait bien de donner aux murs de revêtement des talus de  $\frac{1}{6}$  ou même de  $\frac{1}{5}$ . Cette hypothèse, d'une maçonnerie inaltérable, pourrait se réaliser dans certaines localités du midi et même du nord-est, dont le climat n'est pas très-humide, et qui possèdent de la chaux et des moellons de première qualité. A Metz, par exemple, les

maçonneries faites et rejoignoyées avec soin acquièrent, en vieillissant, un tel degré de dureté, que leur démolition coûte plus cher que n'a coûté leur construction, et que le talus qu'on leur donne est à peu près indifférent. Et si l'on y trouve quelques parements de mur dégradés comme au fort Moselle, c'est que le choix des moellons a été mal fait, et alors les murs verticaux sont en aussi mauvais état que les murs en talus.

Mais, dans un grand nombre des villes du nord-ouest, les murs, bâtis le plus souvent en briques ou en moellons tendres, sont soumis à l'action d'une atmosphère constamment chargée d'eau et d'une température très-froide en hiver. Dans ce cas, l'inclinaison du talus extérieur n'est plus indifférente; elle est une cause de dégradations continues et, par conséquent aussi, de frais d'entretien onéreux. Il en est de même partout, dès que les maçonneries ne sont pas de première qualité.

Une enquête, provoquée par le comité du Génie en l'an III (1793), a démontré que, sur divers points de la France très-éloignés les uns des autres, à Saint-Omer, Béthune, Granville, Narbonne, Montdauphin, Besançon, Wissembourg, etc., il existait des revêtements verticaux construits, les uns dans le moyen âge (de 1050 à 1560 environ), les autres à des époques plus récentes, tous assez bien conservés; tandis que les revêtements en talus, élevés par les contemporains de Vauban et ses successeurs, avaient, pour la plupart, été repris une ou plusieurs fois en écorchement. Il est facile de se rendre compte de la cause de ces faits.

Les murs en talus ne sont pas suffisamment protégés par la saillie de leur tablette contre les eaux qui découlent du parapet. Leurs joints se remplissent à l'automne, et lorsque la gelée arrive, l'expansion de la glace tend à donner à la tranche verticale extérieure de la maçonnerie plus de longueur qu'aux tranches intérieures; d'où résulte un boursouflement du parement et bientôt sa chute. Un effet pareil se reproduit dans la maçonnerie intérieure lorsqu'elle est mise à nu, et l'écorchement fait, d'année en année, des progrès plus considérables.

Une autre cause de dégradation pour les murs en talus, c'est la végétation des semences qui, apportées par le vent, germent dans les joints des assises et y poussent des racines dont l'action, pour être lente, n'en est pas moins sûrement destructive.

Les résultats fournis par l'enquête dont nous venons de parler, avaient décidé le Comité à adopter en principe (séance du 9 pluviôse an III, 28 janvier 1795), que « dorénavant, il ne serait plus donné aux murs de revêtement d'autre talus que celui qui serait nécessaire, sous le nom de *fruit*,

» pour ne pas faire perdre le coup d'œil de l'aplomb par la moindre défectuosité ou défaut de construction. » Cet avis fut approuvé par le Comité de salut public, et la Commission de l'organisation et du mouvement des armées de terre, par une circulaire du 13 fructidor an III (30 août 1795), ordonna aux directeurs des fortifications de s'y conformer.

Malgré cette décision, l'usage de donner du talus aux parements a prévalu jusqu'à aujourd'hui, et l'on n'a construit qu'un petit nombre de murs verticaux. Toutefois, l'inclinaison des talus a été réduite d'abord au  $\frac{1}{10}$ , puis au  $\frac{1}{20}$ . Grâce à cette réduction, la tablette, avec une saillie de 0<sup>m</sup>,30, peut abriter le pied du mur, mieux qu'elle ne le faisait par le passé. Mais si l'on considère que dans les pays du nord en particulier, et dans toutes les grandes vallées en général, les briques sont les matériaux les plus employés, que la pierre de taille est rare, et que, par ce motif, on économise sur les tablettes, on sera disposé à penser que, peut-être, il serait plus conséquent avec les principes d'économie si souvent invoqués, d'adopter définitivement, pour ces localités, les parements verticaux. Et, en effet, les talus au  $\frac{1}{10}$  ou au  $\frac{1}{20}$  ne se justifient pas, comme les talus au  $\frac{1}{5}$ , par un surcroît de stabilité donné aux murs de revêtement, et l'on ne peut pas non plus dire qu'ils soient tout à fait exempts des inconvénients inhérents aux grands talus.

Si, pour une raison quelconque, on voulait monter un mur en talus, il vaudrait mieux composer son parement d'un certain nombre de faces verticales raccordées les unes aux autres par des facettes à 45 degrés taillées dans des chaînes horizontales en pierres de taille (*fig. 5, Pl. III*), comme on en trouve des exemples anciens, à Béthune, à Saint-Omer, à Tournay, à Arras, et des exemples récents sur les chemins de fer d'Angleterre ainsi que dans la plupart des localités dont le climat est humide et les ressources en matériaux bornées à la brique et à une pierre de taille rare et chère à la fois.

**48. Des contre-forts des revêtements pleins et des arcs en décharge.** — Les contre-forts ajoutent à la solidité du mur lorsqu'ils sont bien liés avec lui; et, alors même qu'ils s'en séparent, ce qui a lieu trop souvent, ils diminuent la poussée des terres par le frottement que celles-ci éprouvent contre leurs parois latérales. A ne considérer donc que ce dernier effet, très-favorable d'ailleurs à la stabilité du mur, il conviendrait de multiplier les contre-forts, et de les allonger dans l'intérieur du remblai plutôt que les épaissir.

Mais, d'un autre côté, il est important, au point de vue statique aussi bien qu'au point de vue militaire, d'établir et de conserver entre le mur et les contre-forts une bonne liaison; car si les contre-forts du profil de Vauban par exemple étaient assez bien reliés au mur pour le suivre dans un mou-

vement de rotation autour de l'arête extérieure de sa base, on peut affirmer que le moment de stabilité du mur serait toujours très-supérieur au moment de la poussée des terres, et que le revêtement ne serait jamais exposé à être renversé par elles. Dans la même hypothèse, le temps nécessaire à l'ouverture d'une brèche praticable serait un peu plus considérable qu'il ne l'est lorsque le mur et les contre-forts sont sans liaison entre eux. C'est là, vraisemblablement, ce qui a porté Vauban à faire croître l'épaisseur à la racine plus rapidement que la longueur des contre-forts à mesure que leur hauteur augmente (n° 25).

Plusieurs auteurs ont critiqué les contre-forts de Vauban et imaginé d'autres systèmes prétendus plus avantageux. Un ingénieur, nommé Charpentier de Palus, proposait, vers 1725, de disposer les contre-forts en forme de puits triangulaires ou circulaires (*fig. 6 et 7, Pl. III*), enserrant un certain volume de terres dont le poids s'ajouteraient en grande partie à celui du mur, aussi longtemps que ce dernier ne se séparerait pas des contre-forts. Mais ces systèmes, ingénieux d'ailleurs, n'ont pas été adoptés, parce que, indépendamment d'une plus grande dépense dans la main-d'œuvre, on pourrait craindre un défaut de liaison entre les maçonneries du puits et celles du revêtement.

D'autres ingénieurs ont proposé au contraire de renforcer la liaison du mur et des contre-forts, en adoptant pour ces derniers le tracé indiqué *fig. 8, Pl. III*. Mais il résulterait de ce tracé un peu plus de dépense par une augmentation tant du cube de la maçonnerie que du prix de la main-d'œuvre.

Ce qu'on a imaginé de mieux, c'est de jeter d'un contre-fort à l'autre des arceaux en maçonnerie, bâtis sur la terre elle-même servant de cintre, et d'une épaisseur de 0<sup>m</sup>,60 à 0<sup>m</sup>,70, suffisante pour résister au tassemement du remblai (*fig. 9, Pl. III*). Cela se faisait déjà au XVI<sup>e</sup> siècle, et cela s'est pratiqué récemment aux fortifications de Paris. Une pratique a des chances pour être bonne quand elle est jugée telle à de si grandes distances. Le tracé de ces arceaux, et la hauteur à laquelle il convient de les jeter, ne sont pas des choses indifférentes. Il est bon de faire les arcs aussi surbaissés que possible, de les extradosser horizontalement et de mettre leur intrados aux  $\frac{7}{12}$  environ de la hauteur du mur mesurée à partir du sommet (*voir la troisième partie du Cours*). Le surbaissement des arcs est une affaire d'économie et ne doit pas être poussé au point de compromettre leur solidité. La position que nous indiquons pour leur extrados est celle d'où résulte, théoriquement du moins, la plus grande diminution dans l'action de la poussée des terres contre le massif du mur pour le renverser.

49. *Des revêtements en décharge.* — Nous avons indiqué au n° 22 l'origine des revêtements en décharge. Ce système, qui avait été complètement mis en oubli du temps de Vauban, fut inventé de nouveau ou reproduit vers 1726 par Duvivier, directeur des fortifications, dont le Mémoire est aux Archives du dépôt des Fortifications. Ses idées, peu développées d'ailleurs, n'attirèrent pas d'abord d'une manière sérieuse l'attention des constructeurs. Mais un autre officier nommé Olry, ayant assisté, en 1760, au siège de Dillembourg, signala, dans la relation qu'il en fit, les difficultés qu'un revêtement soutenu par des arceaux en décharge avait opposées à la formation de la brèche. Le profil proposé par Duvivier fut alors examiné avec plus de faveur, et reçut par la suite une grande extension. De simplement économique qu'il était, il devint défensif et militaire; au lieu de laisser couler les terres à l'intérieur sous les arceaux, on imagina de bâtir un *mur de fond* à la queue des contre-forts, et de transformer en casemates percées de créneaux les espaces, devenus vides, entre les contre-forts sous les voûtes. Nous ignorons à qui est due la première idée de cette disposition; mais nous voyons (Archives du dépôt des Fortifications) dans sa séance du 16 janvier 1795, le Comité, sur la proposition du colonel Récicourt, adopter un type de revêtement en décharge à plusieurs étages de voûte, en ordonner l'impression et l'envoi dans les places avec une instruction sur sa mise en œuvre.

Ce type était fort compliqué et il est probable que dès les premières applications qui en furent faites, on reconnut qu'il était trop dispendieux. En 1804, à la Rocca d'Anfo et à Peschiera, le chef de bataillon du génie, depuis général Haxo, construisait des revêtements à un seul étage de voûtes, qu'on exécuta d'une manière à peu près identique, à Calais et à Arras, en 1818, et bientôt après dans un grand nombre de places.

Les fig. 10, 10', 10'', Pl. III, sont le plan et les coupes d'un revêtement exécuté en 1826 à Belfort, sur le roc, en bons moellons, et qui a parfaitement résisté. Un autre revêtement exécuté à Douai sur un radier général en béton, est dessiné fig. 11, 11' et 11'', Pl. III. Enfin nous avons copié aussi (fig. 12 et 12', Pl. III) un revêtement en décharge à machicoulis, dessiné pour Marsal, en 1834, mais qui avait déjà été exécuté à Grenoble en 1825.

Les dimensions de détail de ces profils ne sont pas identiques; elles sont plus massives dans le profil de Belfort que dans les deux autres. Mais le système, dans son ensemble, ne diffère pas sensiblement d'un profil à l'autre. Dans ces trois revêtements, les contre-forts, de parties accessoires qu'ils étaient, sont devenus parties principales; ils ont pris, en plan, une figure rectangulaire, et servent de piliers à une suite de voûtes formant comme un pont parallèle

à la direction du parapet. Un mur de masque, indépendant de la maçonnerie des voûtes, les ferme du côté du fossé. Ce mur est percé de créneaux. Les terres remplissent l'entre-deux des pieds-droits jusqu'à une distance de 3<sup>m</sup>, 40 environ de l'intrados des voûtes. A cette hauteur, elles sont tassées horizontalement et forment l'aire des casemates, dont l'intérieur est défendu contre les éboulis du remblai par un *mur de fond* cintré en plan, et supporté dans le sens vertical par un arceau jeté d'un pilier à l'autre. Des portes percées dans les pieds-droits, tout contre le mur de fond, établissent la communication d'un compartiment à l'autre de la casemate.

Les dimensions à donner aux diverses parties de ce système pour réduire au strict nécessaire sa résistance à la poussée des remblais, n'ont point encore été calculées avec précision ; mais une pratique, que nous croyons bonne, consiste à donner à la ligne horizontale qui va du parement extérieur du mur de face à la paroi du mur de fond contiguë aux terres, une longueur égale à la somme de l'épaisseur du mur de Vauban et de la longueur de son contrefort, ce qui fait 6 mètres environ de profondeur totale pour une hauteur d'escarpe de 10 mètres (*voir les fig. 10, 11 et 12, Pl. III*, pour les cotes des détails).

Fondés sur un sol inébranlable non sujet au glissement et bâties avec des matériaux résistants, les revêtements de ce genre n'ont pas à craindre d'être renversés autour de l'arête antérieure de leur base. Ils ont certainement, et dans tous les cas, pour un cube de maçonnerie égal ou même moindre, une résistance au renversement par rotation vers le dehors, très-supérieure à celle des revêtements pleins à paroi intérieure verticale. Ce n'est donc pas à la poussée des terres qu'il faut attribuer les accidents qui leur sont arrivés.

On a vu, dans un grand nombre de localités, les voûtes des revêtements en décharge se lézarder peu de temps après leur construction. Elles semblaient se renverser en arrière en s'écartant du mur de masque, et leurs pieds-droits se fendaient ou s'affaissaient sur eux-mêmes. Il est impossible de ne pas reconnaître dans ces avaries l'effet d'un écrasement de la maçonnerie ou d'un tassement inégal du sol, résultats nécessaires d'inégalités, évidentes au premier coup d'œil, dans les pressions que supportent les différentes parties du système.

Le mur de masque est sans contredit beaucoup moins chargé que les pieds-droits, car ceux-ci supportent, non-seulement les voûtes, mais les terres du parapet dont le poids augmente à mesure que le pied-droit s'enfonce vers l'intérieur du rempart. De plus, le mur de fond, porté sur un arceau jeté sur la queue des pieds-droits, vient y ajouter brusquement un poids additionnel, très-considérable à cause de la pression des terres du fond de la casemate.

À notre avis, cette inégale répartition des pressions est la principale cause des accidents qui ont fait douter un instant de la possibilité de construire avec succès des revêtements en décharge, et l'on a attribué, tantôt à la poussée des terres, tantôt à celle des voûtes, des effets dus uniquement à cette cause.

Les faits semblent être d'accord avec cette manière de voir. A Arras, les pieds-droits bâtis en pierre tendre se sont partiellement écrasés; à Grenoble, le sol s'est comprimé inégalement; les pilotis, enfouis à un refus insuffisant, se sont inclinés en avant et ont cédé au glissement du revêtement vers le dehors. A Belfort, où le sol et les matériaux offraient une grande résistance; à Douai, où l'on a eu soin d'élargir les bases des pieds-droits et de les établir sur un radier général en béton, il n'y a pas eu d'accidents.

Nous recommanderons donc aux ingénieurs qui auront de semblables revêtements à construire, l'application de la règle que nous avons donnée ci-dessus (n° 8) pour le calcul des surfaces à donner aux fondations des murs. Elle les conduira à donner aux pieds-droits une largeur non pas uniforme, mais croissante en allant du mur de masque vers le mur de fond, et des empattements de plus en plus larges depuis le niveau du sol de la galerie jusqu'à celui de la fondation.

Les voûtes doivent être poussées jusqu'au parement extérieur du mur et bâties les premières; il faut attendre qu'elles aient fait tout leur tassement pour monter le mur de masque. Celui-ci ne doit rien porter que son poids et celui des terres comprises entre le sol de la galerie et le niveau du fossé. On calculera son épaisseur comme celle d'un demi-revêtement.

Les précautions à prendre dans l'établissement des revêtements en décharge ont fait l'objet d'une Note du général Michaux insérée au *Mémorial du Génie*, n° 11, page 344. On y trouvera des observations et des conseils très-utiles; nous en recommandons, autant qu'il est en nous, la lecture. Nous avons cru devoir insister particulièrement sur les dangers de l'inégale répartition des pressions, mais nous ne disons pas, pour cela, qu'il n'y en ait pas d'autres contre lesquels on doive se prémunir. Les revêtements en décharge, s'ils ne peuvent pas se renverser vers le dehors, peuvent glisser, en totalité ou partiellement, sur le sol. Les moyens à employer pour les mettre à l'abri de cet accident sont les mêmes que ceux qu'il convient d'appliquer aux revêtements pleins (*voir* les n°s 59 et suiv.)

Nous mettons fin ici aux détails, peut-être un peu minutieux, dans lesquels nous sommes entrés au sujet des murs de revêtement. On nous pardonnera l'étendue de nos développements, si l'on considère que l'État consacre tous

les ans des sommes considérables à des travaux de cette espèce, et que la plus légère erreur dans la fixation des épaisseurs des murs, aussi bien que dans l'établissement des fondations, se traduit immédiatement en des dépenses supplémentaires doublement regrettables à cause de l'élévation de leur chiffre et à cause de leur objet.

---

## QUATRIÈME LEÇON.

### DES VOUTES.

#### TRACÉ ET APPAREIL DES VOUTES EN BERCEAU.

**50.** *Nomenclature.* — Les voûtes les plus usitées dans les bâtiments et les constructions militaires sont les suivantes :

- 1°. Les voûtes cylindriques ou en berceau;
- 2°. Les voûtes composées de deux voûtes cylindriques qui se pénètrent, telles que les voûtes d'arêtes et les voûtes en arcs de cloître;
- 3°. Les voûtes sphériques ou sphéroïdales;
- 4°. Les voûtes hélicoïdales qui forment le plafond des escaliers suspendus, et quelquefois la douelle des passages biais.

**51.** *Du tracé de l'intrados des voûtes en berceau. Des voûtes cylindriques ou en berceau.* — Dans l'établissement d'une voûte en berceau il y a lieu de considérer quatre choses : 1° le tracé de la courbe CmN (*fig. 4, Pl. VI*) du profil de l'*intrados* et le tracé DMLE de l'*extrados*; 2° la coupe des voussoirs ou le *trait*; 3° les épaisseurs à donner au *bandeau CcqnN* de la demi-voute et à son *pied-droit ABEN*; 4° les matériaux à employer et les soins à prendre dans la construction.

**52.** *Tracé des voûtes en ogive ou en tiers-point.* — Les voûtes *en ogive* sont aussi appelées par les ouvriers voûtes *en tiers-point*, parce que les deux points de leurs naissances et le point de rencontre des deux arcs dont l'ensemble forme leur intrados, coïncident avec les trois sommets d'un triangle équilatéral, ou à peu près équilatéral, comme nous allons le voir d'après leur tracé.

L'*ogive* était la figure la plus usitée au moyen âge pour l'*intrados* des voûtes; elle était très-aiguë à son origine, au XII<sup>e</sup> siècle. Les centres O'O"

des arcs qui la composaient (*fig. 6, Pl. IV*) étaient placés en dehors des naissances  $a$  et  $a'$ , à une distance qui allait jusqu'au tiers, et même jusqu'à la moitié de l'ouverture. Un peu après, les ogives se traçaient exactement en tiers-point, c'est-à-dire que le centre de chacun des deux arcs était placé à la naissance de l'autre. On a fait ensuite des ogives dites *surbaissées*. Dans le XVI<sup>e</sup> siècle et jusqu'au temps même de Vauban, on attribuait aux voûtes dont l'intrados avait cette figure une solidité dont elles ne jouissaient réellement pas et on les employait encore pour couvrir les magasins à poudre. Voici leur tracé tel qu'il est indiqué par Vauban (*Oisivetés*, tome I, p. 113). La hauteur  $cb$  de la voûte est supposée moindre que l'ouverture  $aa'$ ; on joint le sommet  $b$  avec la naissance  $a$ , et sur le milieu  $h$  de  $ab$  on élève une perpendiculaire  $hO$ , que l'on prolonge jusqu'à sa rencontre en  $O$ , avec la ligne  $aa'$  des naissances (*fig. 1, Pl. VI*). Le point  $O$  est le centre de l'arc  $ab$ ; celui de l'arc  $a'b$  se trouve de même.

Depuis Vauban, et à son exemple, on a renoncé à l'emploi des voûtes en ogive; à cause de leur grande hauteur, de la prise qu'elles offraient aux coups des projectiles, et de leur résistance, relativement faible, à l'action du choc des bombes.

**53. Voûtes en plein cintre.** — Le demi-cercle est la courbe dont la figure est la plus agréable à l'œil. On nomme *pleins cintres* les voûtes en berceau dont l'intrados est demi-circulaire. Ces voûtes occupent dans le sens vertical moins d'espace que les voûtes en ogives; mais leur élévation est encore considérable et souvent gênante quand leur rayon est grand. C'est le seul inconvénient qu'elles présentent, mais il engage souvent à leur préférer des voûtes *surbaissées* en arc de cercle ou en *anse de panier*.

**54. Du tracé des arcs circulaires.** — Lorsqu'on est limité par l'espace, on substitue aux pleins cintres des portions d'arcs de cercle dont la *flèche* ou *montée* est moindre que le rayon. On s'en sert pour voûter les portes principales des bâtiments d'habitation, les passages sous les traverses dans la fortification, les arches de pont dont les abords sont peu élevés au-dessus de la surface des eaux moyennes, et dans beaucoup d'autres circonstances. Leur emploi est souvent commode et économique; mais leur aspect n'est pas gracieux. La rencontre de l'arc à sa naissance avec la ligne intérieure du pied-droit forme un angle mixtiligne qui est une sorte de *jarret*.

Les éléments du tracé d'un arc circulaire sont : 1<sup>o</sup> le rayon, 2<sup>o</sup> l'angle au centre, 3<sup>o</sup> la corde ou l'ouverture, 4<sup>o</sup> la flèche ou montée de l'arc. Deux de ces choses étant connues, on peut en déduire les deux autres.

Nommant :

- $r$  le rayon de l'arc;
- $\alpha$  le demi-angle au centre;
- $2a$  l'ouverture ou la corde;
- $f$  la flèche ou montée; on a

$$r = \frac{a}{\sin \alpha}, \quad r = \frac{f}{2} \left( \frac{a^2}{f^2} + 1 \right), \quad \sin \alpha = \frac{\frac{2a}{f}}{\frac{a^2}{f^2} + 1}, \quad f = r(1 - \cos \alpha).$$

55. *Du surbaissement des courbes d'intrados en arc de cercle, ou en anse de panier.* — Toutes les fois que la flèche ou montée de l'intrados d'une voûte est moindre que la moitié de son ouverture, on dit que la voûte est *surbaissée*. On mesure le *surbaissement* par le rapport qui existe entre l'ouverture entière et la montée. Si la flèche est contenue quatre fois dans l'ouverture, le surbaissement est du quart; si l'ouverture ne contient que trois fois la flèche ou montée, le surbaissement est du tiers, et il en est ainsi des autres rapports qu'on peut imaginer.

56. *Du tracé des anses de panier.* — Les anses de panier sont composées d'arcs de cercle qui se raccordent tangentiellement entre eux, de manière à composer des courbes continues; elles ont, sur les arcs simples, l'avantage d'offrir à l'intérieur de la voûte un espace plus libre et plus dégagé, et celui de faire disparaître l'angle mixtiligne, formé par la rencontre de l'arc et de l'arête verticale du pied-droit.

Elles ont toujours un nombre impair de centres, qui est trois, cinq, sept, neuf et même onze; mais cinq centres suffisent dans presque tous les cas pour obtenir une courbe gracieuse: on gagne peu de chose à dépasser ce nombre.

On impose généralement deux conditions à une courbe en anse de panier: la première, c'est que les rayons des arcs de cercle du sommet et des naissances soient plus grands que les rayons de courbure maxima et minima d'une ellipse qui aurait même montée et même ouverture; la seconde, c'est que le rayon au sommet de la voûte ne dépasse pas une certaine limite de grandeur, afin que la courbe ne soit pas surbaissée ou aplatie à un point qui compromettrait la solidité de la voûte. Ces conditions sont parfaitement remplies, 1<sup>o</sup> pour les courbes à trois centres, par un tracé attribué au célèbre Huygens; 2<sup>o</sup> pour les courbes à cinq centres et plus, par la méthode de tracé dont Perronet a donné un si bel exemple au pont de Neuilly.

57. *Du tracé des anses de panier à trois centres.* — Les anses de panier à

trois centres, d'après le système de Huygens, se composent de trois arcs de cercle égaux chacun à 60 degrés.

Nommant :

*a* la demi-ouverture de la voûte (*fig. 2, Pl. IV*);

*b* sa montée;

*r* et *r'* les deux rayons *ob* et *o'a*;

*x* et *y* les distances *oc* et *o'c* des centres *o* et *o'* au point milieu *c*; on trouvera

$$b + y = a - x + \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \text{mais} \quad \sqrt{x^2 + y^2} = 2x,$$

et, par suite,

$$y = x\sqrt{3}, \quad x = \frac{1}{2}(a - b)(1 + \sqrt{3}).$$

Ces valeurs se construisent graphiquement comme il suit: on porte *ca* = *a*, de *b* en *e*, sur la verticale *bc*; on élève une perpendiculaire *kh* sur le milieu *k* de *ce*; on fait *kh* = *ck* = *ke*; et du point *h* comme centre, avec *ce* pour rayon, on décrit un arc de cercle qui coupe *ca* en *o'*. *o'* est le centre du petit arc. De ce point *o'*, avec un rayon égal à deux fois *o'c*, on trace un autre arc qui coupe *be* prolongé en *o*; *o* est le centre de l'arc du sommet de la courbe.

Lorsque le surbaissement est très-grand, on obtient une courbe plus gracieuse par la construction suivante (*fig. 1, Pl. IV*): Du point *c* comme centre, avec *ca'* pour rayon, on décrit le quart de la circonférence *aKB*; du point *a*, avec le même rayon, on trace un arc de cercle qui coupe la demi-circonférence en *K*; du point *b* on mène une parallèle à la corde *BK* jusqu'à la rencontre en *m* de la corde *Ka*; par le point *m* on tire, parallèlement au rayon *cK*, une droite *mo*, qui coupe en *o* le prolongement de *bc*, et en *o'* la ligne *a'a* des naissances: les points *o* et *o'* sont les centres de la courbe.

58. *Tracé de l'anse de panier à cinq centres.* — M. Michal, ingénieur des Ponts et Chaussées (*Annales*, 1<sup>re</sup> série, 2<sup>e</sup> trimestre de 1831), a généralisé cette construction en l'appliquant aux anses de panier d'un nombre quelconque de centres, mais composées d'arcs comprenant chacun le même nombre de degrés. Voici, pour la description de l'anse de panier à cinq centres, le procédé qu'il indique : Sur la demi-ouverture *ca'* (*fig. 3, Pl. IV*) traçons un quart de circonférence *aIKNLB*; partageons-le en cinq arcs égaux *aI*, *IK*, *KN*, *NL* et *LB*; tirons les droites *aK*, *KL*, *BL*, *CK* et *CL*; portons de *a* en *o''* une grandeur *o''a*, que nous apprendrons tout à l'heure à déterminer; menons *o''m* parallèle à *cK* jusqu'à sa rencontre en *m* avec la corde *Ka*; puis, par le point *m* et par le point *b*, deux parallèles respectivement à *BL*

et à KL; marquons leur point d'intersection  $n$ ; par ce point tirons une parallèle à cL, et prolongeons-la suffisamment pour qu'elle rencontre  $mo''$  et  $bc$  prolongées, la première en  $o'$ , la seconde en  $o$ : les trois points  $o$ ,  $o'$ ,  $o''$  seront les centres de la courbe  $bnma$ .

Pour arriver à la détermination du rayon  $o''a$ , que nous désignerons par  $r$ , M. Michal impose à chacun des trois rayons  $o''a$ ,  $o'n$  et  $ob$  de l'anse de panier la condition d'être égaux chacun au rayon de courbure qui, dans l'ellipse de même ouverture et de même montée que l'anse de panier, partagerait en deux parties égales les arcs d'ellipse correspondants aux arcs  $bn$ ,  $nm$  et  $ma$ .

Nommant :

$a$  la demi-ouverture;

$b$  la montée;

$t$  la tangente de l'angle que fait avec  $ca'$  le rayon  $o'm$ ;

$r$  la longueur de ce rayon; la condition énoncée ci-dessus conduit à faire

$$r = \left( \frac{1+t^2}{a^2+b^2t^2} \right)^{\frac{1}{2}} a^2 b^2.$$

Pour éviter aux constructeurs des calculs pénibles, M. Michal a préparé des tableaux qui contiennent ces calculs tout faits. Nous reproduisons ici celui qui se rapporte aux courbes à cinq centres, dont nous avons indiqué ci-dessus le tracé :

RAPPORT de la montée $b$ avec l'ouverture entière $2a$ .	RAPPORT du premier rayon $r$ avec la demi-ouverture $a$ .	OBSERVATIONS.
0,36	0,556	Les rayons sont supposés faire entre eux des angles égaux à 36 degrés.
0,35	0,530	
0,34	0,504	
0,33	0,477	
0,32	0,450	
0,31	0,423	
0,30	0,396	

59. *Tracé des anses de panier depuis cinq jusqu'à onze centres.* — Le mode de description de l'anse de panier du pont de Neuilly, qui est à onze centres, consiste en ceci (*fig. 4, Pl. IV*) :

$ca = a$  était la *demi-ouverture*,  $bc = b$  la *montée* de l'intrados.

Après avoir pris sur  $ca$ , à partir de  $c$ , une longueur  $co'$  déterminée comme

il sera dit ci-après, où l'a divisée en cinq parties croissant à partir de la première  $o^v a^v$  comme les nombres 1, 2, 3, 4 et 5.

La distance  $co^v$  a été portée ensuite trois fois sur le prolongement de  $bc$ , à partir de  $c$  jusqu'en  $o$ , puis la longueur  $co$  a été divisée en cinq parties égales  $cc', c'e'', \dots, c^v o$ .

Cela fait, on a joint par des droites indéfinies le premier point de division  $o^v$  de la ligne  $c'a$ , à partir de  $a$ , avec le premier point de division  $c'$  le plus voisin de  $c$  sur  $co$ ; le second point  $a^v$ , avec le second  $c''$ ; on a marqué le point  $o^v$  d'intersection de ces deux dernières droites. En joignant ensuite  $a'''$  et  $c'''$ , on a obtenu, par la rencontre de la ligne  $a'''c''$  avec la précédente  $a^v c''$ , un nouveau point  $o''$ , et en continuant ainsi de la même manière, on a déterminé la suite  $o^v, o^v, o'', o'', o', o$  des centres successifs des arcs  $ab^v, b^v b^v, \dots, b' b$  dont se compose la courbe d'intrados de la demi-arche  $abc$ .

D'après cet exemple, on voit que la règle adoptée par Perronet pour la description des anses de panier, c'est que les divers rayons de la courbe interceptent sur le prolongement de la ligne de montée des parties égales, et sur la ligne des naissances des parties croissantes en progression arithmétique.

Mais cette construction n'implique aucunement la connaissance préalable de la grandeur absolue des deux rayons de l'anse de panier à sa naissance et à son sommet, ni même celle du rapport qui existe entre eux. Nous allons profiter de cette indétermination pour choisir ces rayons, de telle sorte que l'anse de panier présente un débouché au moins égal à l'ellipse de même ouverture et de même montée, et pour fixer en même temps l'aplatissement de la courbe en deçà de la limite à partir de laquelle la solidité de la voûte se trouverait compromise.

Nommant donc :

$a$  la demi-ouverture;

$b$  la montée;

$R$  le rayon  $ob$  du sommet de l'arc;

$r$  le rayon  $o^v a$  de la naissance;

$x$  la distance  $co^v$ ;

$qx$  la longueur  $co$ , en sorte que  $\frac{co}{co^v} = q$ ; on aura évidemment

$$(1) \quad R = b + qx, \quad (2) \quad r = a - x, \quad (3) \quad \frac{R}{r} = \frac{b + qx}{a - x}.$$

On voit donc que  $R$  augmentera avec  $q$  et avec  $x$ , qu'il en sera de même du rapport  $\frac{R}{r}$ , et que  $r$  diminuera au contraire lorsque  $x$  augmentera; c'est donc

$q$  et  $x$  qu'il faut déterminer, puisque de leurs valeurs dépendent celles de  $R$  et  $r$ .

Or la condition de donner à l'anse de panier un débouché un peu supérieur à celui de l'ellipse de même ouverture et de même montée, conduit à prendre pour limites inférieures des valeurs de  $R$  et  $r$ , celles des rayons des cercles tangents à l'ellipse au point  $a$  de sa naissance et à son sommet  $b$  (*fig. 4, Pl. IV*).

On doit donc avoir, d'après la théorie bien connue de cette courbe,

$$R = \frac{a^2}{b}, \quad r = \frac{b^2}{a}.$$

Si l'on porte cette valeur de  $r$  dans l'égalité (2) ci-dessus, il vient

$$(3) \quad x = \frac{a^2 - b^2}{a},$$

pour la plus grande valeur que l'on puisse donner à  $x$ . Si on la substitue dans l'égalité (1) et qu'on écrive que  $R$  ne doit pas être moindre que  $\frac{a^2}{b}$ , on a

$$q \frac{(a^2 - b^2)}{a} > \frac{a^2 - b^2}{b};$$

d'où l'on tire  $q = \frac{a}{b}$  pour la valeur minimum à donner à  $q$ .

D'un autre côté, la pratique a fait reconnaître que lorsqu'on faisait  $q > 4$ , la courbe s'aplatisait d'une manière dangereuse pour la solidité de la voûte. Au pont de Neuilly, Perronet a fait  $q = 3$  seulement. C'est donc entre les deux limites  $\frac{a}{b}$  et 4 que l'on pourra faire varier  $q$ , en se rappelant qu'à mesure que  $q$  augmente, la courbe devient de plus en plus aplatie. Ces limites sont généralement assez rapprochées l'une de l'autre pour qu'on n'éprouve pas trop d'hésitation à choisir la valeur de  $q$  la plus convenable au tracé de la courbe, et à la solidité de la voûte eu égard à la qualité des matériaux qui doivent entrer dans sa construction.

Nous avons aussi la limite supérieure de la distance  $x = co^v$ . Il s'agit maintenant, tout en prenant  $x$  au-dessous de ce maximum, de le déterminer de manière que le développement  $o^v, o^{vv}, o^{vvv}, o'', o', o$  de la ligne des centres (*fig. 4, Pl. IV*), augmenté du rayon  $r$ , donne bien une somme égale à  $R$ ; car, si cela n'était pas, la courbe ne passerait pas par le point extrême  $c$  de la montée.

Pour y parvenir, on est obligé de construire une *figure auxiliaire* qu'on peut aisément se représenter par la pensée, semblable à la partie  $c, o^v, o^{vv}$ ,  $o^{vvv}, o'', o', o$  de la *fig. 4, Pl. IV*, que nous désignerons par l'expression de

*figure principale*; c'est-à-dire qu'après avoir mené par le point  $c$  deux droites  $co^v$  et  $co$  à angle droit, on prend arbitrairement une longueur  $co^v$  que l'on porte de  $c$  en  $o$  sur  $co$  autant de fois qu'il y a d'unités dans le rapport  $q$  adopté pour le tracé de la *figure principale*. Cela fait, on construit la ligne des centres  $o^v, o^{iv}, o'', o', o$  comme nous l'avons indiqué ci-dessus, de manière que les prolongements des rayons interceptent des parties égales sur  $co$ , et sur  $co^v$  des segments croissants, à partir de  $o^v$ , en progression arithmétique. On calcule ensuite avec soin chacune des longueurs  $o^v o^{iv}$ ,  $o^{iv} o''$ , etc., et on fait leur somme, que nous représenterons par  $s$ .

Nous nommerons :

- $z$  la longueur du développement de la ligne des centres de la *figure principale*, longueur désignée par  $s$  sur la *figure auxiliaire*;
- $\alpha$  la distance  $co^v$  du milieu  $c$  de l'ouverture au centre  $o^v$  du rayon des naissances mesurée sur la *figure auxiliaire*: la partie correspondante de la *figure principale* est désignée par  $x$ ;
- $\beta$  la longueur  $co$  de la *figure auxiliaire* que nous avons nommée  $\gamma$  sur la *figure principale*.

Cela posé, les figures semblables donnent

$$\alpha : \beta :: x : \gamma = \frac{\beta x}{\alpha}, \quad \alpha : s :: x : z = \frac{sx}{\alpha}.$$

Mais si la *figure principale* est bien proportionnée, on doit avoir

$$z + a - x = \gamma + b;$$

substituant dans cette égalité les valeurs de  $z$  et  $\gamma$  en  $x$ , on en tire

$$x = \frac{\alpha(a - b)}{\alpha + \beta - s}.$$

égalité dans laquelle  $x$  est exprimée par des quantités toutes connues.

Les tracés que nous venons d'indiquer ne peuvent servir qu'au dessin des projets sur le papier. Pour opérer avec exactitude la description des épures en grand, il faut avoir calculé les angles et les longueurs de chacune des parties des figures, et avoir les coordonnées de chacun des centres et même de chacun des points de la courbe. Plusieurs ingénieurs se sont occupés de dresser des Tables contenant les éléments de ces calculs [voir la 2<sup>e</sup> *Collection lithographique des Ponts et Chaussées*; la Note sur les courbes en anses de panier, par MM. Montluisant et Kermaingant; le Mémoire de M. Michal, déjà cité ci-dessus; celui de M. Lerouge (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1839, 2<sup>e</sup> semestre); la Description des courbes à plusieurs centres d'après le procédé de Perronet, par M. Breton (de Champ), ingénieur des Ponts et Chaussées;]

Paris, Mathias, 1846; le *Cours de Géométrie*, de Camus, livre X, page 506; le *Cours sur la Stabilité des constructions*, de M. Persy, 4<sup>e</sup> édition, page 130; Perronet, Description des arches du Pont de Neuilly, page 55 du texte, *Pl. XV* de l'atlas].

**60. Tracé des arcs rampants.** — La construction des rampes d'escaliers en pierre, ou des contre-forts en arc-boutants, conduit quelquefois à tracer des courbes composées d'arcs de cercle qui doivent raccorder entre elles deux ou plusieurs lignes droites.

La plupart des problèmes de ce genre peuvent se ramener à celui-ci (*fig. 5, Pl. IV*):

Raccorder deux lignes verticales AF et BG par une courbe circulaire qui leur soit tangente, et qui le soit aussi à une ligne FG dont l'inclinaison est donnée.

Lorsque le raccordement doit être fait au moyen de deux arcs de cercle seulement, il est aisément de voir que les trois points de tangence A, T et B sont nécessairement déterminés par la double condition  $AF = FT$  et  $GT = GB$ ; en sorte que, lorsque les points A et B seront donnés de position, ainsi que la direction à laquelle la ligne FG devra être parallèle, le point T et la position de FG seront également donnés.

Lorsque la ligne de sommet FG n'est pas entièrement déterminée, mais qu'elle doit seulement être parallèle à une direction connue, il est facile de trouver la position qu'elle doit prendre pour que les conditions  $FT = FA$ ,  $TG = GB$  soient remplies (*fig. 6, Pl. IV*).

On tracera arbitrairement une droite  $F'G'$  suivant une inclinaison parallèle à celle que doit avoir la ligne FG; puis des points  $F'$  et  $G'$  d'intersection de cette droite arbitraire  $F'G'$  avec les verticales AF et BG, pris pour centres, on décrira des portions de circonférence AK et BL qui viendront rencontrer  $F'G'$  en K et en L. On tirera les droites indéfinies AK et BL jusqu'à leur point de rencontre en T. Par ce point T, on mènera parallèlement à  $K'O'$  la ligne FG qui sera placée dans sa véritable position. Le point T sera le point de tangence commun des deux arcs de raccordement.

Quand les deux droites FG et AB sont à priori données de position, il peut arriver que la condition

$$FG = FA + GB \quad (\text{fig. 7, Pl. IV})$$

ne soit pas satisfaite, et alors il n'est pas possible d'effectuer le raccordement, au moyen de deux arcs de cercle seulement, et il faut en employer trois ou un plus grand nombre.

Par exemple, on peut commencer par raccorder une des lignes verticales avec la ligne inclinée par un seul arc de cercle AT, après quoi on n'aura plus qu'à couper l'angle opposé TFA par une sécante FK, dont la partie interceptée entre les deux côtés de l'angle devra avoir une longueur égale à la somme des distances F'T et KA des points de tangence T et A aux points de rencontre F' et K de la sécante avec les droites FG et FA.

Quelles que soient la distance qui sépare les verticales AF et BG et l'ouverture de l'angle que font entre elles la ligne des naissances AB et la ligne de sommité FG, on peut toujours tracer une ellipse tangente aux trois droites AF, FG et GB (*fig. 8, Pl. IV*).

AB et OZ seront les directions d'un système de diamètres conjugués de la courbe; AB sera la longueur de l'un de ces diamètres. Si l'on représente par A' la longueur connue du demi-diamètre AO, et par B' la longueur inconnue OZ de l'autre demi-diamètre; par  $x$  et  $y$  l'abscisse Ox et l'ordonnée Tx du point de tangence T; par  $d$  la distance OK du centre O de l'ellipse au point K d'intersection de AB et de FG suffisamment prolongé, on aura

$$x = \frac{A'^2}{d}, \quad B' = \frac{A'y}{\sqrt{A'^2 - x^2}};$$

les deux diamètres de l'ellipse étant déterminés en grandeur et en direction serviront à la décrire en entier par des procédés connus, et l'on trouvera facilement ses axes A'A'' et B'B''.

On pourra ensuite, si on le veut, remplacer la demi-ellipse A''B''A'' par une anse de panier qui sera assujettie à être tangente en T, à la droite FG, ce qui déterminera la longueur Tr de son premier rayon; mais la montée OB'' pourra être prise arbitrairement, de manière à faire rentrer le rayon Tr dans la série de ceux qui conviennent à une courbe à trois ou à cinq centres.

Comme ces constructions se présentent rarement dans la pratique, nous nous croyons autorisé à en faire une simple mention. Nous nous bornerons également à indiquer la possibilité de raccorder deux droites, parallèles ou non, par une courbe développante d'un polygone régulier. Nous aurons d'ailleurs à revenir sur ce dernier sujet à propos du tracé de la volute d'un limon d'escalier (*voir ci-après la septième leçon*).

**61. De l'extrados, des voûtes en berceau.** — Lorsque la voûte a partout la même épaisseur, l'extrados est une courbe semblable à l'intrados; on dit alors que la voûte est à *extrados parallèle* ou qu'elle est *extradossée parallèlement* (*fig. 8, Pl. IV*).

Il est assez rare que les voûtes soient extradossées de cette manière, qui est la moins favorable à la solidité. Les praticiens ont l'usage de tracer l'ex-

trados des voûtes au moyen d'un arc de cercle d'un rayon plus grand que l'arc d'intrados, de telle sorte que l'épaisseur de la voûte mesurée *aux reins*, c'est-à-dire sur un rayon faisant un angle de 30 degrés avec l'horizon ou bien aux naissances, soit un certain multiple de l'épaisseur au sommet. Nous désignerons cette espèce d'extrados par le terme *d'extrados en arc de cercle* (*fig. 9, Pl. IV*), quel que soit d'ailleurs le rapport existant entre l'épaisseur au sommet et l'épaisseur aux reins.

Quand le massif de la voûte est terminé à la partie supérieure, par un plan horizontal, on dit qu'elle est *extradossée horizontalement* ou *de niveau* (*fig. 10', Pl. IV*).

Les voûtes de ponts, et, en général, toutes celles qui sont destinées à être recouvertes d'un massif de terre, sont extradossées *en chape* (*fig. 10, Pl. IV*), c'est-à-dire terminées par deux ou plusieurs plans inclinés, disposés de manière à faciliter l'écoulement des eaux. L'inclinaison de ces plans varie depuis  $7^{\circ}\frac{1}{2}$  jusqu'à 41 degrés mesurés sur l'horizon.

Mais alors même que la voûte est extradossée en chape ou horizontalement, on commence toujours par construire une voûte, que nous appellerons *primitive*, *cCNn* (*fig. 4, Pl. VI*), sur laquelle on construit la chape par assises horizontales. La maçonnerie de la voûte primitive est seule faite *en coupe* et par claveaux, et cela en vue d'économiser les frais de main-d'œuvre et de cintres, ainsi que la plus-value des matériaux sur la construction de la chape.

**62. Du trait des voûtes en général.** — Les voûtes sont les constructions en maçonnerie dans lesquelles il importe le plus d'observer avec soin les règles de l'appareil que nous avons énoncées au n° 10 de la première leçon. Nous croyons, en conséquence, utile non-seulement de les mentionner de nouveau, mais aussi d'en faire apprécier la justesse, en citant textuellement les déductions par lesquelles Monge y arrive d'une manière aussi élégante que rigoureuse :

« Les voûtes construites en pierre de taille sont composées de pièces distinctes, auxquelles on donne le nom générique de *vousoirs*. Chaque voussoir a plusieurs faces qui exigent la plus grande attention dans l'exécution : 1<sup>o</sup> la face qui doit faire parement, et qui, devant être une partie de la surface visible de la voûte, doit être exécutée avec la plus grande précision : cette face se nomme *douelle*; 2<sup>o</sup> les faces par lesquelles les voussoirs consécutifs s'appliquent les uns contre les autres : on les nomme généralement *joints*. Les joints exigent aussi la plus grande exactitude dans leur exécution; car la pression se transmettant d'un voussoir à l'autre, perpendiculairement à la

surface du joint, il est nécessaire que les deux pierres se touchent par le plus grand nombre possible de points, afin que pour chaque point de contact la pression soit la moindre, et que pour tous elle approche le plus de l'égalité. Il faut donc que dans chaque voussoir les joints approchent le plus de la véritable surface dont ils doivent faire partie; et, pour que cet objet soit plus facile à remplir, il faut que la surface des joints soit de la nature la plus simple et de l'exécution la plus susceptible de précision. C'est pour cela que l'on fait ordinairement les joints plans; mais les surfaces de toutes les voûtes ne comportent pas cette disposition: dans quelques-unes on blesserait trop les convenances, dont nous parlerons dans un moment, si l'on ne donnait pas aux joints une surface courbe.

» Dans ce cas, il faut choisir, parmi toutes les surfaces courbes qui pourraient d'ailleurs satisfaire aux autres conditions, celle dont la génération est la plus simple et dont l'exécution est la plus susceptible d'exactitude. Or, de toutes les surfaces courbes, celles qu'il est plus facile d'exécuter sont celles qui sont engendrées par le mouvement d'une ligne droite, et surtout les surfaces développables. Ainsi, lorsqu'il est nécessaire que les joints des voussoirs soient des surfaces courbes, on les compose, autant qu'il est possible, de surfaces développables.

» Une des principales conditions auxquelles la forme des joints des voussoirs doit satisfaire, c'est d'être partout perpendiculaire à la surface de la voûte que ces voussoirs composent; car si les deux angles qu'un même joint fait à la surface de la voûte étaient sensiblement inégaux, celui de ses angles qui excéderait l'angle droit serait capable d'une plus grande résistance que l'autre; et, dans l'action que deux voussoirs consécutifs exercent l'un sur l'autre, l'angle plus petit que l'angle droit serait exposé à éclater, ce qui au moins déformerait la voûte, et pourrait même altérer sa solidité et diminuer la durée de l'édifice. Lors donc que la surface d'un joint doit être courbe, il convient de l'engendrer par une droite qui soit partout perpendiculaire à la surface de la voûte; et, si l'on veut de plus que la surface du joint soit développable, il faut que toutes les normales à la surface de la voûte, et qui composent pour ainsi dire le joint, soient conséutivement deux à deux dans un même plan. Or nous venons de voir que cette condition ne peut être remplie, à moins que toutes les normales ne passent par une même ligne de courbure de la surface de la voûte: donc, si les surfaces des joints des voussoirs d'une voûte doivent être développables, il faut nécessairement que ces surfaces rencontrent celle de la voûte dans ses lignes de courbure.

» D'ailleurs, avec quelque précision que les voussoirs d'une voûte soient exécutés, leur division est toujours apparente sur la surface; elle y trace des lignes très-sensibles, et ces lignes doivent être soumises à des lois générales et satisfaire à des convenances particulières, selon la nature de la surface de la voûte. Parmi les lois générales, les unes sont relatives à la stabilité, les autres à la durée de l'édifice: de ce nombre est la règle qui prescrit que les joints d'un même voussoir soient rectangulaires entre eux, par la même raison qu'ils doivent être eux-mêmes perpendiculaires à la surface de la voûte. Aussi les lignes de division des voussoirs doivent être telles, que celles qui divisent la voûte en assises soient toutes perpendiculaires à celles qui divisent une même assise en voussoirs. Quant aux convenances particulières, il y en a de plusieurs sortes, et notre objet n'est pas d'en faire ici l'énumération; mais il y en a une principale, c'est que les lignes de division des voussoirs, qui, comme nous venons de le voir, sont de deux espèces, et qui doivent se rencontrer toutes perpendiculairement, doivent aussi porter le caractère de la surface à laquelle elles appartiennent. Or il n'existe pas de lignes sur la surface courbe qui puissent remplir en même temps toutes ces conditions, que les deux suites de lignes de courbure, et elles les remplissent complètement. Ainsi la division d'une voûte en voussoirs doit donc *toujours* être faite par des lignes de courbure de la surface de la voûte, et les joints doivent être des portions de surfaces développables formées par la suite des normales à la surface, qui, considérées consécutivement, sont deux à deux dans un même plan, en sorte que, pour chaque voussoir, la surface des quatre joints et celle de la voûte soient toutes rectangulaires. »

L'application de ces règles aux diverses espèces de voûtes les plus employées dans la pratique est facile à faire.

**63. Du trait des voûtes cylindriques et sphériques.** — Dans les voûtes cylindriques horizontales par exemple, les lignes de joints verticales sont des cercles, des ellipses ou des anses de panier, servant de directrices à la génération de la surface de douelle; les lignes horizontales de joints sont les génératrices droites de la même surface.

Dans les *descentes droites*, les lignes des joints continus s'inclinent à l'horizon comme les génératrices droites des cylindres, et les joints montants formés par les directrices leur restent perpendiculaires.

Les surfaces de joints des voûtes en berceau sont toutes planes, et contenues, les unes dans les plans méridiens des cylindres à base circulaire, et les secondes dans un système de plans passant par les courbes directrices normalement aux premières.

Dans les voûtes sphériques, les surfaces des joints montants sont fournies par des plans méridiens verticaux, et les surfaces des joints normaux aux précédentes, par un système de cônes droits ayant pour sommet commun le centre de la sphère, et pour base de petits cercles horizontaux.

**64. Des voûtes biaises; leur appareil.** — Représentons-nous une voûte cylindrique à base circulaire composée de voussoirs, dont les plans de joint tendent tous vers le centre du cercle, et reportons-nous à l'époque de sa construction.

On comprend que le premier voussoir A (*fig. 7, Pl. V*), posé sur le plan des *naissances aa'* supposé horizontal, n'éprouvera aucune tendance à se déplacer; le second B, quoique moins stable et ayant une légère disposition au glissement, sera retenu en place par son frottement sur le joint *bb'*. Il pourra en être encore de même du troisième et du quatrième; mais à mesure que l'inclinaison des joints augmentera, le rapport entre le frottement et le poids des voussoirs diminuera, en sorte que pour un certain voussoir K, c'est la pesanteur qui l'emportera, et que, pour maintenir en place ce voussoir et les suivants, il faudra, jusqu'à l'entier achèvement de la voûte, les soutenir sur une autre voûte bâtie provisoirement en charpente, et désignée sous le nom de *cintre*.

La construction achevée par la pose du voussoir supérieur que l'on nomme *clef*, parce qu'il ferme la voûte, on opère le *décintrement*. À ce moment, tous les voussoirs éprouvent un léger mouvement de descente favorisé par la compression du mortier interposé entre eux, et par leur compressibilité propre. Il se produit un *tassement* qui se propage dans toute l'étendue de la voûte: bientôt cet effet est arrêté par la réaction moléculaire des corps comprimés; mais la pression mutuelle des voussoirs les uns contre les autres n'en subsiste pas moins. Chacune des moitiés de la voûte s'appuie sur le joint de la clef qui lui est contigu, et pour que l'équilibre s'établisse et se maintienne entre les pressions que la clef supporte, la première condition c'est que ces deux pressions soient égales. Elle est évidemment remplie lorsque la *tête* de la voûte est dans un plan perpendiculaire à la direction des génératrices droites. Mais si le plan de tête est oblique à cette direction; en d'autres termes, si la voûte est , comme celle dont la *fig. 11, Pl. IV*, représente la projection sur le plan horizontal, l'égalité des pressions à la clef n'existe que dans la portion rectangulaire *bfce* limitée par des plans perpendiculaires à l'axe *li* du cylindre et passant par les sommets des deux angles aigus *b* et *c* des pieds-droits de la voûte. Ces plans *hf* et *ce* sont les deux derniers dans lesquels on puisse tracer en entier, dans sa position et sa

grandeur, la courbe directrice de la surface de douelle; les parties de la voûte situées au delà de *bf* et *ce* ne sont plus symétriques par rapport au plan vertical qui contient l'axe *li*. La portion *blm* et la portion *ldfm*, qui s'appuient l'une contre l'autre, sont très-inégales en volume; et si, comme cela a lieu ordinairement, la maçonnerie est homogène dans toute l'étendue de la construction, le poids de la seconde *ldfm* l'emportera beaucoup sur celui de la première *blm*. L'équilibre ne pourra donc plus exister, et lors du décintrement, la partie *lmb* courra risque d'être jetée en dehors par la pression de la partie opposée, tandis que celle-ci, n'étant pas soutenue, tendra à tomber vers l'intérieur des pieds-droits. Cette double tendance se manifesterait par des lézardes dirigées, comme on le voit, en *s* et *r* sur la *fig. 11, Pl. IV.*

Pour rétablir l'équilibre, il faut changer la direction des pressions, et, de perpendiculaires qu'elles sont au plan vertical *li* de l'axe du cylindre, les rendre parallèles aux plans de tête *bd* et *ae*.

Pendant longtemps on a cru obtenir ce résultat par des artifices d'appareil, en taillant les voussoirs de telle manière que leurs plans de joint fussent perpendiculaires aux plans de tête. La question réduite à ces termes est susceptible d'une foule de solutions. Nous en indiquerons quelques-unes d'après les constructeurs les plus renommés.

Gauthey divise l'arc de tête en un nombre de voussoirs tel, que chacun d'eux soit à peu près égal à l'un des voussoirs de l'arc droit supposés égaux. Par les points de division, il mène des plans normaux au parement extérieur de la voûte. Ces plans contiennent les surfaces de joints des voussoirs, qu'il raccorde ensuite le mieux possible avec ceux dont les plans de joints sont contenus dans les plans méridiens du cylindre.

La *fig. 12, Pl. IV*, donne la coupe normale C à l'axe du cylindre, l élévation A de l'arc de tête et une portion P du plan de la douelle d'un passage biais appareillé dans ce système. Elle suffit pour le faire comprendre; cependant nous allons ajouter quelques détails sur le tracé des panneaux de douelle et de joints de l'un des voussoirs de tête, parce que ce genre d'appareil peut s'appliquer aux arcs de tête dans d'autres systèmes de voûtes biaises très-employés aujourd'hui.

Prenons pour exemple le voussoir dont la projection verticale est *MmnNpq* (*fig. 12, Pl. IV*): on obtiendra les projections horizontales *m'n'* et *p'q'* des intersections des plans *Mn* et *Nq*, avec la douelle de la voûte au moyen des courbes auxiliaires *t'c'*, *t'c''*, *t'c'''*, etc., tracées sur la douelle par des plans équidistants parallèles au plan de tête, et dont les traces horizontales sont

$T'C'$ ,  $T''C''$ ,  $T'''C'''$ , etc. Ces lignes de douelle  $m'n'$  et  $p'q'$  seront facilement reportées en  $m''n''$  et  $p''q''$  sur le développement du cylindre; ce qui donnera le panneau de douelle. Reste à obtenir les panneaux de joints.

Or rien n'est plus facile; car la projection verticale de la ligne de joint  $Mn$  donne les distances réelles de chacun de ses points situés dans les plans verticaux  $t'c'$ ,  $t''c''$ , aux deux droites horizontales qui se projettent verticalement en  $M$  et en  $m$ , et qui sont perpendiculaires au plan de la tête de la voûte; le rabattement  $M'''m''n''$  du plan de joint, autour de la ligne projetée en  $M$ , se fera donc sans difficulté. La fig. 12' représente la projection complète de la douelle d'un passage biais dont les têtes sont appareillées d'après le procédé que nous venons d'exposer. Les voussoirs ont plus de longueur dans la tête  $AD$  que dans celle cotée  $CD$ , ce qui donne plus de garantie à la solidité, mais entraîne en même temps à plus de dépenses.

Au surplus, l'épure de ce procédé de Gauthey n'est pas autre chose que celle du biais passé avec douelle cylindrique qui fait partie de la *Collection de l'École Polytechnique*.

Pour l'arche d'un ponceau, dont le biais est de 45 degrés, Perronet, afin de n'avoir que des surfaces cylindriques à tracer, fait un double raccordement, en se servant d'une surface intermédiaire entre l'arc de tête en biais et la partie de la voûte sur laquelle on peut tracer la directrice courbe en son entier. Les fig. 13 et 13', Pl. IV, suffisent pour faire comprendre ce procédé.

Au Trilport, M. de Chézy avait abattu l'angle aigu *man* (fig. 1, Pl. V) par un plan  $mn$  normal au plan de tête  $om$ , et raccordé le nouvel arc de tête  $om$  et la douelle de la voûte par une corne-de-vache  $omn$  (voir la 1<sup>re</sup> *Collection lithographique des Ponts et Chaussées*).

**65. Appareil hélicoïdal, dit appareil anglais.** — Ces différents moyens d'éviter le biais, et d'autres qui leur sont analogues, ont l'inconvénient de nécessiter l'emploi d'une grande quantité de pierres de taille. On a cherché à résoudre le problème d'une manière moins dispendieuse, et dans ce but on s'est décidé à modifier l'appareil de la voûte biaise tout entière, en renonçant à conduire les lignes de joint longitudinales parallèlement aux génératrices rectilignes de la douelle.

En 1834, M. le lieutenant-colonel du génie Leblanc, alors capitaine employé à Péronne, proposa le procédé suivant pour l'appareil d'un pont biais à construire en briques sur l'entrée de la Somme dans la place :

Soient  $AB$  et  $CD$  (fig. 2, Pl. V) les deux pieds-droits d'une voûte biaise,  $AEC$  la courbe de tête. On développe le cylindre et l'on trace sur son développement celui de la demi-courbe de tête  $AE$  en  $A'E'$ . On divise la courbe  $A'E'$

en un nombre de parties égales correspondant à autant de voussoirs. Puis les points de division  $v'$ ,  $v''$ ,  $v'''$  deviennent les points de départ d'une suite de droites  $v'u'$ ,  $v''u''$ , normales à la droite  $A'D'$ , qui forme la corde de l'arc de courbe  $A'E'$  suivant lequel on a développé le *demi-arc de tête AE*.

Les droites  $v'u'$ ,  $v''u''$ , etc., sont destinées à représenter le développement des lignes de joint de la douelle. On voit tout de suite que, dans leur position réelle sur le cylindre enroulé de nouveau, elles deviendront des hélices dont les éléments sont d'autant plus inclinés sur l'horizon que le biais de la voûte est plus prononcé. C'est ce qu'indique assez bien la projection verticale de la voûte sur un plan parallèle à celui des têtes que représente la *fig. 2', Pl. V.*

La nature de ces courbes permet de les tracer sur le cintre par un moyen fort simple, qui consiste à tendre une ficelle noirce depuis leur point de départ  $v^n$  sur un arc de tête jusqu'à leur point d'arrivée  $u^n$  sur l'arc de tête opposé, et faire cingler la ficelle en la pinçant à la manière des charpentiers qui piquent les bois. L'hélice se trouve immédiatement tracée sur toute sa longueur.

Cet appareil hélicoïdal est aujourd'hui fréquemment appliqué en Angleterre aux ponts biais de chemins de fer. Il a été imité en France. On doit cependant craindre que sur des joints aussi inclinés que le sont ceux qui approchent des lignes de naissances, des pierres de taille ou de gros moellons n'aient de la difficulté à tenir en place et ne soient disposés à glisser en dehors de l'arc de tête. Cette considération fait qu'on n'exécute guère ce genre d'appareil qu'avec des briques reliées en bon mortier hydraulique, composant un tout à peu près homogène, dont la stabilité tient plus à la cohésion des matériaux qu'à leur coupe. A cette précaution, on ajoute celle de placer dans les pieds-droits, à hauteur des naissances, une assise de pierres de taille coupées en crémaillère, qui reçoit la retombée des assises de briques et permet de conserver à celle-ci leur épaisseur.

On fait ordinairement les arcs de tête en pierres de taille, en les divisant de manière que chacun des voussoirs corresponde à un nombre exact de rangées de briques. Les lignes de joints de la douelle des voussoirs sont limitées sur la projection horizontale à deux plans parallèles au plan de tête, et dont les distances à ce plan déterminent les longueurs respectives des voussoirs longs et courts. Les surfaces des joints devraient être des surfaces développables, contenant les normales menées à la douelle par chacun des points de leur intersection commune. Mais, pour simplifier le travail des tailleurs de pierre, on leur substitue des plans perpendiculaires aux courbes d'intrados situées dans le plan de tête. Ces plans diffèrent assez peu des surfaces développables

orthogonales à la douelle, et ils ont l'avantage de donner en élévation, sur le parlement extérieur, des joints rectilignes.

Ainsi donc, après avoir développé la demi-courbe de tête  $Amp'D$  en  $A'p''D'$  (*fig. 3, Pl. V'*), et marqué sur ce développement les positions  $p''$  et  $D'$  que doivent y prendre les points  $p$  et  $D$ , on joindra  $A'$  et  $D'$  par une droite à laquelle on mènera une perpendiculaire  $p''q''$  qui sera, sur le développement de la douelle, une des lignes de joint du voussoir de tête, dont la projection verticale est  $MNqn$ .

On obtiendra la projection horizontale  $p'q'$ , et la projection verticale  $pq$  de cette ligne, au moyen des projections horizontales et verticales des intersections de la douelle avec une suite de plans verticaux parallèles au plan de tête.

Le panneau de douelle sera limité au développement  $d'n''q''$  de l'intersection  $o'd''$  de la douelle, avec l'un de ces plans : la longueur de la ligne de douelle  $p''q''$  du panneau de joint est donc connue ; le joint de tête  $Np$  est projeté en grandeur réelle sur le plan vertical de la tête de la voûte. Reste à connaître l'angle que font ces deux lignes.

Soient  $N$  l'extrémité de la ligne de joint sur le plan de tête en projection verticale, et  $s'$  la projection horizontale du point  $N$ . Joignons en projection verticale les points  $q$  et  $N$  par une droite  $qN$  ; sa projection horizontale sera  $q's'$ . Cette droite sera l'hypoténuse d'un triangle rectangle, dont un des côtés se projette verticalement en  $qN$  dans sa véritable grandeur, et dont l'autre côté est la distance  $q'r$ , mesurée entre le plan de tête et le plan parallèle qui limite la longueur des voussoirs. Élevant donc sur  $qN$  en projection verticale une perpendiculaire  $Nl$  égale à  $q'r$ , et joignant  $ql$ , on aura la véritable dimension de la diagonale  $qN$ . On pourra donc, sur le côté  $p''q''$  du panneau de douelle développé comme base, construire avec  $pN$  et  $ql$  un triangle  $p''q''N'$  qui déterminera entièrement la figure du panneau de joint. Pour achever de le tracer, en supposant que l'extrados de la voûte soit parallèle à l'intrados, il suffira de compléter par deux parallèles à  $m''n''$  et à  $m''N'$  le parallélogramme  $p''N'N''q''$ .

**66. Construction des voûtes biaises par zones étroites limitées à des plans parallèles aux plans de tête.** — Les ingénieurs du chemin de fer de Saint-Germain ont imaginé un autre appareil qui évite l'inclinaison des assises, reprochée à l'appareil hélicoïdal dit *anglais*. On jugera, lorsque nous en aurons donné un aperçu, s'il a réellement de grands avantages sur celui auquel on se propose de le substituer, et s'il ne remplace pas un défaut par un autre à peu près de même nature. Mais il se lie, dans l'exposé qu'en ont

fait leurs auteurs, à une théorie de la construction des ponts biais qui a donné naissance à un procédé pratique couronné de succès. C'est là une chose trop rare et trop précieuse pour la passer sous silence (*voir le Mémoire de M. Lefort sur les ponts biais, Annales des Ponts et Chaussées, 1<sup>er</sup> semestre de 1839, page 281*).

On se rappelle ce que nous avons dit, dans le n° 64, de la contraction qu'éprouvent les massifs des voûtes au moment où le décintrement s'achève. Il en résulte une pression des voussoirs les uns sur les autres et de ceux-ci sur les pieds-droits, qui tend à renverser ces derniers, et dont l'effet est principalement à redouter pour les angles aigus des pieds-droits des voûtes biaises. Cette pression est évidemment proportionnelle à la grandeur de la contraction qu'éprouve la voûte, puisque ces deux effets sont dus à la même cause. Or la direction suivant laquelle la contraction est la plus grande est, ou celle de la directrice de la voûte lorsqu'elle peut être tracée sur le cylindre, ou la direction qui se rapproche le plus de celle-là lorsque la voûte biaise est trop peu étendue pour qu'on puisse y tracer cette directrice dans une position perpendiculaire à l'axe du cylindre; car, comme l'effet de cette contraction sera un abaissement sensiblement égal de tous les points situés sur une même génératrice droite, celle du sommet par exemple, il est clair que la différence entre la longueur d'une courbe tracée sur la douelle avant le décintrement, et la longueur qu'elle prendra après cette opération, sera d'autant plus grande que le développement primitif de la courbe sera plus restreint.

Il suit de là que si les plans des têtes d'une voûte biaise sont peu distants l'un de l'autre, la plus grande contraction, et, par suite, la plus grande poussée sur les pieds-droits sera à très-peu près parallèle aux traces horizontales de ces plans. Il n'y aura plus dès lors de poussée au vide ni de pression dirigée de manière à rompre les angles aigus des pieds-droits. Ceci conduit naturellement à essayer de construire les voûtes biaises par zones parallèles aussi étroites qu'il est possible. Cette idée n'est pas nouvelle, car on la trouve réalisée dans des ponts bâtis au XIII<sup>e</sup> siècle; mais depuis elle avait été considérée plutôt comme un objet de curiosité que comme une idée pratique, et les ingénieurs qui lui ont rendu sa valeur réelle ont tout le mérite de l'invention.

Le système d'appareil des ponts droits ou biais des XIII<sup>e</sup> et XIV<sup>e</sup> siècles est représenté en plan et en élévation par la fig. 4, *Pl. V*. Il est basé sur le même principe de construction que celui des voûtes dites gothiques; c'est-à-dire que la surface de douelle est réduite à un certain nombre de nervures en pierres de taille *ab*, *cd*, *ef*, *gh*, isolées les unes des autres, et portant un remplissage en maçonnerie brute, ou plutôt en béton, composé de débris de tuiles, de

briques et de pierres poreuses noyées dans du mortier. Le pont des Morts et le pont Tiffroy ont été bâti à Metz suivant ce système, vers la fin du XIII<sup>e</sup> siècle. Le profil des arcs isolés ou nervures est tel que le représente la *fig. 4'*, *Pl. V*. Sur les faces verticales de ces arcs sont creusées des rainures concentriques à l'arc de douelle de 0<sup>m</sup>,03 à 0<sup>m</sup>,04 en carré. Après leur mise en place, faite au moyen d'un cintre volant, les arcs recevaient dans leurs rainures des planches étroites ou *couchis* de 0<sup>m</sup>,027 d'épaisseur, portant d'un arc à l'arc voisin, et formant un cintre sur lequel on posait le béton ou la maçonnerie brute destinée à remplir l'intervalle des nervures. Ce mode de construction, qui ne présente rien de défectueux dans son aspect, nous a paru digne d'être rappelé à l'attention des constructeurs à cause de sa légèreté et de son économie.

Il est possible de construire des voûtes biaises tout en pierre de taille en les partageant en un certain nombre de zones étroites, parallèles et contiguës les unes aux autres, comme l'indique la *fig. 5*, *Pl. V*. Chacune de ces petites voûtes *abcd*, *cdef*, etc., a son axe particulier; par l'axe IK de la première zone, on fait passer des plans qui divisent la courbe de tête AB en un nombre convenable de voussoirs, et par leurs points de rencontre avec l'arc de tête de la seconde zone, les plans de division de la seconde zone, et ainsi de suite. Si, en arrivant à l'arc de tête opposé à celui par lequel on a commencé le partage des voûtes en voussoirs, on tombe sur une division de la courbe qui ne soit pas tout à fait convenable, on corrige ce défaut par un tâtonnement, en altérant un peu les dimensions des voussoirs dans les zones précédentes. On peut aussi partager la voûte biaise en un nombre impair de zones, faire une division en voussoirs tout à fait pareille sur chacun des deux arcs de tête, et raccorder les deux systèmes de joints sur la zone impaire du milieu.

Les ressauts successifs de chacune des zones sur celle qui la précède (*fig. 4*, *Pl. V*) ne sont peut-être pas d'un aspect satisfaisant. Dans le but d'obtenir une apparence de force et de régularité tout à la fois, on peut disposer les zones alternativement en creux et en relief, de manière à figurer, avec des arceaux en pierre, les arcs d'un pont en bois ou en fonte (*fig. 6* et *6'*, *Pl. V*). Cette idée ingénieuse a été réalisée par M. A. Boucher, à Chartres, dans la construction d'un viaduc du chemin de fer. Nous renvoyons, pour les détails d'exécution, à la Note insérée par cet ingénieur dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, 1<sup>er</sup> semestre 1848, page 247.

Mais quelque séduisant que soit ce système au premier coup d'œil, on ne peut s'empêcher de remarquer que l'obligation d'employer beaucoup de

pièces de taille doit le rendre, dans certains cas, très-dispendieux. Nous préférions la méthode de diviser la douelle en zones parallèles, appliquée, par les ingénieurs du chemin de fer de Saint-Germain, à des voûtes en briques de la manière suivante qui réunit les avantages de la stabilité à ceux de l'économie : On trace sur les cintres des courbes parallèles aux plans des têtes (*fig. 2, Pl. V*), et sur ces courbes on pose un cours de voliges verticales *ab*, *cd*, formant la séparation des zones. On maçonnera ensuite de droite et de gauche de ces voliges, en réservant des vides pour poser des moellons en recoupe entre ceux qui aboutissent exactement au joint séparatif des zones. La voûte achevée, on arrache les voliges, on décintre et on laisse à la voûte le temps d'achever son tassemement. Lorsqu'on le juge complet, on ferme avec des moellons d'échantillons les vides laissés dans la douelle. On refait avec soin les joints de ces moellons, et lorsqu'ils font corps avec le reste de la construction, on remplit l'intervalle existant au-dessus d'eux entre les zones avec du béton, parce qu'il serait trop difficile d'introduire de la maçonnerie ordinaire dans ce vide étroit et profond.

**67. Appareil dit orthogonal.** — Si l'on appliquait les règles de l'appareil à une voûte divisée en zones d'une largeur infiniment petite, on serait conduit à infléchir les lignes de joints longitudinales perpendiculairement aux directions successives de chacune de ces zones. Les ingénieurs du chemin de fer de Saint-Germain ont réalisé cette idée théorique dans un système appelé *appareil orthogonal*, parce que les lignes de joints sont des lignes orthogonales aux sections faites dans la douelle par une série de plans parallèles aux têtes et très-voisins les uns des autres.

Le tracé de ces courbes orthogonales se fait sur la projection verticale de la douelle au moyen des plans auxiliaires parallèles aux têtes. Il consiste à mener, en projection verticale, à partir d'un point quelconque de l'arc de tête, un élément normal à cet arc jusqu'à la rencontre de l'arc parallèle le plus voisin auquel le second élément est normal à son tour, et ainsi de suite. On obtient de cette façon les lignes de joints longitudinales de la douelle. On les reporte ensuite sans difficulté sur la projection horizontale et sur le développement du cylindre.

Les courbes résultant de ce tracé n'ont pas, comme celles de l'appareil hélicoïdal, le défaut de rencontrer les naissances sous des angles aigus ; elles s'infléchissent de manière à leur devenir parallèles dans le voisinage des arcs de tête, ainsi qu'on peut le voir dans la *fig. 5, Pl. V*, qui représente l'élévation d'une partie de douelle appareillée par ce procédé. Mais elles ont un autre inconvénient ; c'est qu'elles finissent par se rapprocher tellement les

unes des autres, que la construction des voûtes d'une certaine longueur devient impossible, ou qu'au moins il faut renoncer à la continuité des joints. On voit, de plus, que les matériaux d'une épaisseur uniforme, tels que sont les briques, ne conviennent point à la construction de ce genre de voûtes biaises.

68. *Appareil dit orthogonal convergent.* — On peut cependant remédier en partie aux défauts que nous venons de signaler, en partageant en plusieurs parties les voûtes un peu longues, et en menant les normales élémentaires non plus aux sections parallèles aux têtes de la voûte, mais aux développements d'un certain nombre de sections convergentes vers un même point. Pour cela, on prend sur la projection horizontale du pied-droit, du côté de l'angle obtus, une longueur plus petite que le diamètre de tête et de son extrémité, on abaisse une perpendiculaire sur la direction de la génératrice du cylindre jusqu'à sa rencontre avec la projection horizontale de l'arc de tête. Du point de rencontre on mène des plans verticaux, qui tracent sur la douelle une série de courbes dont il est facile d'avoir la projection verticale et le développement.

L'épure ainsi préparée, on mène les trajectoires normales, non plus comme nous l'avons indiqué précédemment, aux projections verticales des sections auxiliaires faites dans la douelle, mais à leur développement, etc., et on regarde ces trajectoires comme les développements des lignes de joints de la douelle. Du développement on retourne aisément aux projections verticales et horizontales.

La partie de la voûte biaise contiguë à la portion dont nous venons de décrire l'appareil peut, si elle est longue, se construire comme une voûte droite, et se terminer, à son ouverture opposée, par une partie d'appareil orthogonal symétrique à la première. Si la voûte est courte, on peut, par deux systèmes de plans convergents, la partager en deux parties qu'on appareille comme il vient d'être dit.

Les arcs de tête se font ici en pierres de taille presque nécessairement, parce que, en raison de l'inégalité qui règne dans les épaisseurs des assises, les parements en moellons feraient un effet disgracieux. Ces arcs en pierres de taille s'appareillent suivant le procédé de Gauthey, exposé précédemment au n° 64, ou par un procédé analogue à celui que nous avons décrit en parlant des arcs de tête des voûtes hélicoïdales (n° 65). Nous n'insisterons pas sur la description des voussoirs; ce que nous avons dit dans les numéros que nous venons de citer, suffit pour donner une idée de la manière dont on peut opérer dans le cas présent (*voir* le Mémoire déjà cité de M. Lefort).

Nous nous sommes étendus avec quelque complaisance sur ce qui concerne

les voûtes biaises, parce qu'en regard des règles sévères si bien tracées par Monge pour l'appareil de voûtes dont les douelles et les parements extérieurs se faisaient de son temps presque exclusivement en pierres de taille, nous étions bien aise de placer l'exposé des procédés des ingénieurs modernes qui, mettant en œuvre la force de cohésion due à des mortiers notamment meilleurs que ceux dont on se servait autrefois, ont pu éluder en partie la sévérité des règles anciennes et réaliser de grandes économies, sans altérer la solidité des constructions. L'architecture dans le siècle dernier était plus amie de la régularité et de la pureté des formes, plus observatrice des règles, plus assujettie aux idées reçues, qu'elle ne l'est aujourd'hui. L'utile est devenu le but commun de toutes les spéculations; et si la théorie est écoutée avec quelque déférence, c'est lorsqu'elle conduit à une pratique économique et expéditive.

C'est là un des faits nombreux par lesquels se révèle la tendance générale de l'esprit moderne. Nous n'avons pas cru inutile de le faire remarquer, dans l'intérêt de ceux qui se préparent à se livrer, utilement pour eux et pour l'État, à l'étude de la pratique et de la théorie de l'art de bâtir.

## CINQUIÈME LEÇON.

### CALCUL DE L'ÉPAISSEUR DES PIEDS-DROITS DES VOUTES EN BERCEAU.

**69. Règle du père Dérand pour l'épaisseur des pieds-droits des voûtes en berceau.** — Le moyen âge ne nous a légué qu'une seule règle empirique pour la détermination de l'épaisseur des pieds-droits des voûtes en berceau. L'ouvrage le plus ancien de ceux dans lesquels on la trouve rapportée est l'*Architecture des voûtes* du père Dérand, jésuite (né aux environs de Metz en 1588, mort à Agde en 1644). Elle a été adoptée par un grand nombre d'architectes de mérite, et critiquée par quelques savants (Frézier, *Stéréotomie*, livre IV); mais Vauban la rapporte dans ses *Oisivetés* (tome I<sup>e</sup>, page 113, édition de 1843), comme étant justifiée par l'expérience.

Voici cette règle : « Dans quelque espèce de voûte que ce puisse être, elliptique (fig. 2, Pl. VI), à plein cintre, à tiers-point (fig. 1), et à portion de cercle, divisez la circonference de l'intrados *mnpq* en trois parties égales *mn*, *np*, *pq*, prolongez la corde *mn* de l'une de ces parties d'une quantité *mn'* égale à elle-même; faites tomber du point *n'*, sur le prolonge-

ment  $om$  du diamètre, la perpendiculaire  $n'k : mk$  sera l'épaisseur cherchée du pied-droit. »

Suivant cette méthode, dit Vauban (lieu cité), il est à remarquer : 1<sup>o</sup> que plus les courbes d'intrados sont élevées, moins les pieds-droits demandent d'épaisseur; 2<sup>o</sup> que ceux des voûtes en plein cintre viennent juste du quart du diamètre; 3<sup>o</sup> que ceux des voûtes à anse de panier en demandent beaucoup plus.

« Cette règle est bonne, ajoute Vauban, pour les voûtes communes qui n'ont qu'une médiocre épaisseur; mais quand il s'agit d'en faire de fortes, comme celles des magasins à poudre, ou quand les matériaux se trouvent mauvais, le plus sûr est d'ajouter l'épaisseur des voûtes à celles des pieds-droits trouvés par ladite règle, moyennant quoi il y aura sûreté pour toutes. »

A la remarque de Vauban, qui consiste en ceci, que la règle de Dérand donne, pour l'épaisseur des pieds-droits des voûtes en plein cintre, le quart du diamètre, nous ajouterons, ce qu'il est facile de vérifier, que pour les voûtes à tiers-point composées de deux arcs de 60 degrés (*fig. 1, Pl. VI*), elle fait l'épaisseur du pied-droit égale aux 0,191 de l'ouverture  $mq$ .

Or, si, considérant des voûtes en plein cintre et en tiers-point dont l'épaisseur moyenne serait le  $\frac{1}{15}$  de l'ouverture, proportion usitée dans le moyen âge, et dont les pieds-droits auraient une hauteur très-grande, on applique à la recherche des épaisseurs de ceux-ci les règles de la théorie de Coulomb, la plus savante et la plus exacte des théories modernes, on trouve, en désignant par  $D$  le diamètre ou l'ouverture de l'intrados, que les limites, vers lesquelles convergent les dimensions cherchées, sont à très-peu près égales aux nombres donnés par la règle de Dérand : savoir, 0,50 $D$  pour les voûtes en plein cintre, et 0,17 ou 0,18 $D$  pour les voûtes en tiers-point. Or, si, de plus, on observe que, dans le moyen âge, les architectes avaient presque uniquement à construire des voûtes d'église portées sur des piliers très-elevés, on comprendra pourquoi l'inventeur de la règle dont il s'agit n'a pas tenu compte de la hauteur du pied-droit dans la détermination de son épaisseur. Cette coïncidence si frappante de la règle pratique et de la théorie ferait croire que quelque maître maçon du XIII<sup>e</sup> siècle avait pressenti ou même connu les vrais principes de la stabilité des voûtes. Toujours est-il que les travaux des savants modernes sur ce sujet ne remontent pas au delà des dernières années du XVII<sup>e</sup> siècle, tandis que du XIII<sup>e</sup> au XVI<sup>e</sup> les voûtes des édifices religieux s'élevaient en foule avec une hardiesse et une légèreté qu'on a rarement imitées depuis et jamais surpassées.

Dans les modifications que Vauban propose de faire à cette règle, lorsqu'il s'agit de l'appliquer aux voûtes d'une grande résistance, nous trouvons

l'explication de l'épaisseur qu'il a donnée au pied-droit de la voûte de son type de magasins à poudre (*voir Bélidor, Science des Ingénieurs*, livre IV, chap. IX). Il donnait 25 pieds de diamètre et 3 pieds d'épaisseur à la voûte; par conséquent, en suivant exactement la règle dite de *Dérand*, il aurait dû borner l'épaisseur du pied-droit à 6<sup>pi</sup> 3<sup>po</sup>. Mais en ajoutant, comme il l'indique, l'épaisseur de la voûte elle-même qui est de 3 pieds, il porte celle du pied-droit à 9 pieds en nombres ronds.

**70.** *Autre règle empirique pour le calcul de l'épaisseur des pieds-droits.* — La méthode suivante est employée par quelques officiers du corps du génie pour obtenir l'épaisseur des pieds-droits d'une voûte forte, telles que les voûtes à l'épreuve des casernes par exemple. Soient CN (*fig. 4, Pl. VI*) la courbe d'intrados, NA la hauteur du pied-droit, Cc l'épaisseur au sommet.

Sur le prolongement de NA on portera de A en Q une longueur égale à l'épaisseur Cc de la voûte, et du point N on abaissera la perpendiculaire Ng sur la direction CQ. Du point g on abaissera une autre perpendiculaire gK, sur l'horizontale ON des naissances, et la distance NK sera l'épaisseur cherchée du pied-droit.

Nommant *f* la montée de la voûte, *a* son ouverture, *e* son épaisseur au sommet, H la hauteur du pied-droit, E l'épaisseur cherchée, on obtient

$$E = \frac{a(H + e)(H + e + f)}{a^2 + (H + e + f)^2},$$

ou en faisant, pour abréger,  $(H + e) = h$ ,

$$E = \frac{ah(h + f)}{a^2 + (h + f)^2}.$$

Cette formule n'est applicable que dans certaines limites de la hauteur du pied-droit et de l'ouverture de la voûte. Pour les voûtes en plein cintre, qui ne doivent pas être à l'épreuve de la bombe, E devient sensiblement trop fort aussitôt que *h* s'approche d'être égal à  $\sqrt[2]{a^2 + f^2}$ . Lorsqu'il s'agit de voûtes surbaissées, E atteint son maximum dès que *a* est égal à *h* + *f*. Si, à partir de cette valeur, la demi-ouverture continue à augmenter, l'épaisseur du pied-droit diminue, au contraire, jusqu'à devenir nulle pour *a* =  $\infty$ .

**71.** *Des travaux dont la théorie des voûtes a été l'objet antérieurement à Coulomb.* — Nous nous sommes, dans la deuxième leçon, longuement étendus sur les différentes formules dont les ingénieurs font usage pour le calcul des murs de revêtement : d'abord, à cause de l'importance du sujet qu'on reconnaîtra être très-grande, si l'on considère l'élévation du chiffre des sommes

dépensées dans les travaux de fortifications en constructions de murs de revêtement; et ensuite parce que ces formules sont toutes plus ou moins généralement employées, et qu'il importait d'attirer l'attention des ingénieurs sur la nature des résultats auxquels elles conduisent. Nous n'avons pas les mêmes motifs d'examiner avec détail les formules ou procédés graphiques proposés par divers auteurs, tels que Gauthier, Frézier, Rondelet, pour la détermination de l'épaisseur des voûtes et de leurs pieds-droits. Ces procédés sont peu connus et encore moins en usage. Nous allons donc passer rapidement sur les recherches antérieures au Mémoire de Coulomb de 1773, et nous hâter d'arriver à la théorie de cet auteur, qui, développée par plusieurs savants dont nous aurons soin de citer les travaux, est aujourd'hui à la portée de tous les constructeurs.

Le problème qui consiste à trouver les conditions de la stabilité des voûtes en berceau se partage naturellement en deux autres. En effet, une voûte se compose de deux parties, savoir : 1<sup>o</sup> le *bandeau cylindrique cCNn* (*fig. 4, Pl. VI*), qui est suspendu au-dessus de l'espace à voûter, et 2<sup>o</sup> les pieds-droits ABHN, qui le supportent. Pour que le système soit en équilibre, il faut d'abord que le bandeau, abstraction faite des pieds-droits, et en le supposant appuyé sur un sol inébranlable, se soutienne de lui-même; ensuite il faut que, placé sur ses pieds-droits, il n'agisse pas sur eux, par sa poussée, de manière à les renverser.

On arrive aux conditions de la stabilité d'un bandeau de voûte, de deux manières différentes : on peut se donner les forces qui agissent sur un système de voussoirs, et chercher la figure que doit avoir le profil de la voûte pour rester en équilibre avec une épaisseur donnée; ou bien, ce que l'on fait plus généralement, se donner le tracé de l'intrados et la nature de la courbe qui doit former l'extrados, et chercher l'épaisseur en différents points du bandeau.

Ces deux questions ont été traitées, à plusieurs reprises, durant le cours du XVIII<sup>e</sup> siècle; on trouvera dans Frézier, *Traité de Stéréotomie*, livre IV, chap. II; dans la *Mécanique de Bossut*, édition de 1802; dans Gauthey, *Traité de la Construction des Ponts*, tome II, chap. IV; dans la *Statique des Voûtes* de Bérard, et au commencement du Mémoire de M. Audoy, sur l'équilibre des voûtes (*Mémorial du Génie*, n° 4), l'historique de ces recherches, dont la plupart avaient pour point de départ et pour base, des hypothèses tellement éloignées de l'état réel des choses, qu'il n'en résultait rien d'applicable à la pratique. De nos jours, les progrès de l'analyse algébrique et la lumière jetée sur les faits par des expériences nombreuses, ont permis de reprendre

cette étude avec plus de succès. Nous voudrions pouvoir donner, dès à présent, le résumé de travaux tels que : la méthode de M. Moseley, pour tracer sur le profil d'un bandeau de voûte circulaire la courbe des pressions qu'exercent les voussoirs les uns sur les autres (*Moseley's Theory of Arch.*, 1839); un Mémoire sur le même sujet, de M. Méry (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1840, 1<sup>er</sup> semestre), et une Théorie des voûtes, que M. Yvon Villarceau a insérée dans le cinquième volume de la *Revue de l'Architecture et des Travaux publics*, de M. César Daly. Mais, comme nous aurons à revenir sur ces intéressants travaux dans la troisième partie de ce Cours, nous nous bornerons à les mentionner ici.

Nous nous arrêterons quelques instants sur la théorie de l'académicien Lahire, parce que, quoique son principe fût inexact, sa simplicité lui a valu un immense succès. Elle se recommande d'ailleurs par cette circonstance, qu'elle donne constamment des résultats favorables à la stabilité dans un rapport qui varie de 1,60 à 1,90. (*Voir* le Mémoire de M. Audoy, pages 78 et suivantes.) On peut dire que les pieds-droits des voûtes calculés par la méthode de Lahire sont, pour ce genre de construction, ce que le profil de Vauban (n° 24) est pour les murs de revêtement, un type dont la solidité, éprouvée par le temps, sert de point de comparaison aux constructions calculées par les règles des théories modernes. Deux ingénieurs célèbres, MM. de Perronet et de Chézy, ont dressé, d'après cette théorie, des Tables généralement adoptées par le corps des Ponts et Chaussées. (*Voir* le Recueil de divers Mémoires extraits de la Bibliothèque des Ponts et Chaussées, par Lesage, II<sup>e</sup> partie, page 243.) Nous croyons donc devoir, pour les praticiens qui ne voudraient pas nous suivre dans l'étude de la théorie de Coulomb, donner ici une idée de la théorie de Lahire et mettre sous une forme facilement applicable les formules qui en ont été déduites par Bossut et Perronet.

Lahire, d'après l'observation de quelques faits accidentels, ou peut-être arbitrairement, supposait qu'une voûte qui n'est pas en état de se soutenir, soit par le défaut de son épaisseur, soit par la faiblesse de ses pieds-droits, se rompt de chaque côté de la verticale de son centre, en un joint MR (*fig. 5, Pl. VI*) situé, pour les voûtes en plein cintre, comme pour les voûtes en anse de panier, au milieu du quart CN de la circonférence. Considérant ensuite comme un seul voussoir la partie de la voûte comprise entre le joint du sommet CC' et le joint de rupture MR, Lahire admet qu'il est retenu en place par les réactions normales exercées, sur le joint CC', par la demi-voûte opposée, et sur le joint MR, par les parties inférieures de la voûte. Le voussoir CC'RM exerce donc à son tour sur le joint MR une pression

dont la direction KO, passant par le centre de figure K de ce joint, est dirigée normalement à la droite MR. Cette pression, que nous désignerons par P, agit pour renverser la partie inférieure RMN<sub>n</sub> de la voûte et le pied-droit ANHB, autour de l'arête extérieure B de la base de ce dernier, avec le bras de levier BO. Pour l'équilibre, il faut que le moment  $P \times BO$  soit égal à la somme des moments du voussoir inférieur RMN<sub>n</sub> et du pied-droit, pris également par rapport au point B. Or, en nommant  $r$  le rayon de l'intrados d'une voûte en *plein cintre, extradossée parallèlement* (n° 61);  $e$  l'épaisseur constante du bandeau de la voûte;  $h$  la hauteur d'un mur à parements verticaux que nous supposerons s'élever sur le pied-droit derrière le bandeau de la voûte, mesurée depuis l'horizontale de l'arête extradossé du joint des naissances;  $E'$  l'épaisseur de ce mur connue et mesurée à priori;  $H$  la hauteur du pied-droit;  $E$  son épaisseur cherchée; la condition que nous venons d'énoncer conduit à l'égalité

$$E = (2r + e) \left[ -0,785 \frac{e}{H} + \sqrt{\frac{e}{H} \left( 1.570 \frac{H+e}{2r+e} + 0,617 \frac{e}{H} + 0,123 \right)} - \frac{E'^2 h}{H} \right].$$

Les voûtes, dont les pieds-droits sont calculés par cette formule, ont sur celles qui sont strictement en équilibre, un excès de stabilité qui diminue à mesure qu'elles ont plus d'ouverture, et qui augmente avec la hauteur des pieds-droits pour la même voûte. Pour les pleins cintres de 4 à 10 mètres d'ouverture, il peut être représenté, en moyenne, par 0,80, la stabilité correspondante à l'équilibre strict étant 1,00. D'après cela, si l'on veut donner à une voûte en projet une stabilité égale à celle des voûtes de Lahire, il faut multiplier le moment de sa résistance par un coefficient dit *de stabilité*, égal à 1,80. C'est ce que nous ferons ci-après, n° 74.

M. de Perronet, invoquant l'expérience et remarquant d'ailleurs que son hypothèse est favorable à la stabilité, suppose que dans les voûtes dont l'intrados est une anse de panier composée de trois arcs de cercle chacun de 60 degrés, le joint de rupture est situé à la rencontre du grand et des petits arcs; de sorte que ce joint fait avec l'horizon un angle qui est aussi de 60 degrés. Cela posé, nommant  $R'$  et  $r'$  le grand et le petit rayon de l'intrados, conservant, d'ailleurs, les notations adoptées ci-dessus, il fait

$$E = 0,5186 \frac{e}{H} \left\{ -(R' + 2r' + 1.50e) + \sqrt{(R' + 2r' + 1.50e)^2 - \frac{E'^2 h}{H} + 3,857 \frac{e}{H} \left[ \begin{array}{l} R'(e + r' + 1.7332 H) \\ + r'[e + 0,3301(e + r')] \\ + 0,4175 e^2 \end{array} \right]} \right\}.$$

et Michon.—Des expériences faites à Montpellier, en 1732, par un académicien de cette ville, nommé Danisy (voir le livre IV, partie II, de la *Stéréotomie de Frézier*), et répétées vers 1797 avec plus de soin et dans des circonstances plus semblables à celles que présentent les constructions en grand, par M. Boistard, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées (*Expériences sur les travaux exécutés au pont de Nemours*; Paris, 1822), ont démontré que l'hypothèse de Lahire sur le mode de rupture des voûtes ne s'accordait généralement pas avec les faits. Au lieu de se rompre de la manière indiquée par cette théorie, les voûtes se partagent le plus souvent en quatre parties, dont les deux supérieures agissent comme des leviers pour renverser en dehors les parties inférieures (fig. 3, Pl. VI), et les joints de rupture ne sont pas toujours placés au milieu des reins des voûtes comme Lahire le supposait. Le résultat des expériences de M. Danisy inspira à Coulomb l'idée de sa théorie, qu'il exposa dans ce même Mémoire de 1773, où il traite de la poussée des terres. C'est ainsi que, dans quelques pages, cet illustre ingénieur donnait, de deux problèmes agités vainement depuis près d'un siècle, des solutions dont le développement devait occuper les savants durant un autre siècle après lui. Pendant longtemps, les idées de Coulomb demeurèrent inappréciées et comprises, à ce point, que les objections multipliées qui lui étaient faites avaient fini par l'amener lui-même à douter de la généralité de sa théorie. Heureusement M. Audoy, par son travail inséré au n° 4 du *Mémorial du Génie*, l'a remise en lumière et reproduite sous une forme qui l'a rendue familière aux ingénieurs. M. Petit et M. de Garidel ont voulu leur en faciliter l'application, en calculant des Tables disposées de manière à abréger les longueurs de calcul qu'entraîne la solution algébrique de la question (n° 12 du *Mémorial du Génie*). M. Poncelet a mis cette théorie à la portée de tous les praticiens, en traduisant les raisonnements en constructions géométriques aussi simples qu'élégantes, au moyen desquelles il suffit de quelques minutes pour résoudre des problèmes qui demanderaient, si l'on y employait le calcul, plusieurs jours d'un travail assidu (même numéro du Recueil cité.).

M. Michon s'est servi des méthodes de M. Poncelet pour calculer de nouvelles Tables d'un usage plus étendu et plus commode que celles connues jusqu'alors (n° 15 du *Mémorial du Génie*).

73. *Méthode graphique de M. Poncelet, pour la vérification des conditions de stabilité du bandeau des voûtes, et pour la détermination des éléments du calcul de l'épaisseur des pieds-droits, d'après la théorie de Coulomb.* — Pour nous faire une idée nette des actions exercées par les diverses parties d'une voûte les unes contre les autres, nous supposerons d'abord que la hauteur de

ses pieds-droits est nulle, ce qui revient à considérer isolément le bandeau  $a'acC$  (*fig. 7, Pl. V*) posé sur un plan horizontal inébranlable.

Imaginons, comme nous l'avons déjà fait ci-dessus (n° 64), que, sans les appuyer sur un cintre, on mette en place, successivement, un certain nombre de voussoirs. Les premiers pourront se maintenir par le seul effet du frottement; mais aussitôt que l'un des joints  $rs$  arrivera à l'inclinaison mesurée par le rapport du frottement à la pression, il sera nécessaire d'appliquer au voussoir qui posera sur ce joint  $rs$  une force  $F_g$  capable d'empêcher son glissement.

De même, aussitôt que le centre de gravité  $g$  du groupe  $mqm'q'$ , formé par la superposition d'un certain nombre de voussoirs au-dessus d'un joint quelconque  $mq$ , tombera verticalement en dedans des pieds-droits, par rapport à l'arête intrados  $m$  du joint  $qm$ , l'action d'une force  $F_r$  sera nécessaire pour empêcher la rotation du groupe  $qmm'q'$  autour de l'arête  $m$  intrados de  $qm$ . Ce que nous venons de dire d'un certain nombre de voussoirs qu'on aurait mis en place sans les appuyer sur un autre aura lieu, à fortiori, pour chacune des deux demi-vôûtes  $cCaa'$ , au moment du décintrement. Chacune d'elles tendra, en partie du moins, à s'appuyer contre celle qui lui est symétrique, et il naîtra de là, sur chacun des joints de la clef, des pressions qui, si l'équilibre existe, seront nécessairement égales et directement opposées.

Pour simplifier le discours et les figures, nous supposerons que la voûte est partagée en un nombre pair de voussoirs, de telle manière qu'il y aura un joint vertical  $Cc$  au sommet (*fig. 3, 6, 7 et 8, Pl. VI*). Les deux pressions exercées sur ce joint, lui étant normales, seront par conséquent dirigées parallèlement à l'horizon. Chacune d'elles sera ce qu'on appelle la *poussée horizontale* de la voûte; c'est cette poussée qu'il s'agit de mesurer.

Au premier moment du décintrement, la voûte, soutenue en partie, n'aura pas beaucoup de poussée; mais, à mesure que l'on baissera les cintres, les deux demi-vôûtes se serreront davantage l'une contre l'autre, et la poussée croîtra constamment jusqu'à ce qu'elle atteigne son maximum. Il est évident que, pour l'équilibre, il faut qu'elle arrive à être assez forte pour interdire, dans l'une et dans l'autre des demi-vôûtes  $cCNn$ , tout mouvement de rotation ou de glissement vers l'intérieur à un groupe quelconque de voussoirs, limité à tels joints que l'on voudra choisir entre celui  $cC$  du sommet et celui des naissances  $Nn$ ; et cela, avant d'acquérir le degré d'intensité qui la rendrait capable de déterminer le glissement ou la rotation vers l'extérieur d'une autre partie quelconque de la demi-vôûte. Il faut même qu'elle reste toujours au-dessous de la valeur qu'elle devrait avoir pour opérer ce dernier effet.

La valeur de la poussée doit donc être comprise entre deux limites, qui sont, d'une part, la plus grande des forces nécessaires pour maintenir en place, dans chaque demi-voute, le groupe de voussoirs qui a le plus de tendance à se déplacer : *maximum* auquel la poussée doit être au moins égale, et que nous désignerons par  $F_1$ ; et, d'autre part, la plus faible des pressions capable de déterminer le déplacement du groupe de voussoirs le plus disposé à glisser ou à tourner vers l'extérieur : *minimum* d'intensité que la poussée ne doit jamais atteindre; représentons-le par  $F_2$ .

L'épaisseur du bandeau d'une voûte doit donc être tellement ménagée du sommet aux naissances, que le maximum  $F_1$  des forces horizontales à appliquer au joint de la clef pour rendre impossible tout mouvement des voussoirs soit inférieur au minimum  $F_2$  des forces horizontales capable de produire parmi eux un déplacement quelconque. La quantité dont le minimum  $F_2$  dépasse le maximum  $F_1$  est la mesure de la stabilité de la voûte sur ses naissances.

D'un autre côté, il est clair que si la poussée de la voûte arrive à la valeur  $F_1$  avant d'atteindre au minimum de  $F_2$ , son intensité n'augmentera pas; car, l'équilibre étant établi, la pression sur le joint  $Cc$  ne dépassera pas l'intensité nécessaire pour maintenir cet équilibre aussi longtemps que, par l'application d'une force extérieure ou d'une surcharge, on n'en changera pas les conditions. Donc, en désignant, comme nous le ferons ci-après, par  $H$  la poussée effective de la voûte, nous sommes autorisés dans le cas de l'équilibre, c'est-à-dire dans une voûte stable sur ses naissances, à la regarder comme égale au maximum  $F_1$  des forces nécessaires pour maintenir en place un groupe quelconque de voussoirs contre toute tendance au renversement ou au glissement vers l'intérieur.

Rien de plus simple que de trouver dans tous les cas possibles, par le procédé graphique de M. Poncelet, une quantité proportionnelle à cette force  $F_1$ . Bornons-nous ici à considérer, parmi les nombreux modes de rupture dont les voûtes sont susceptibles, le plus commun, celui dans lequel la rotation de la partie supérieure se fait vers l'intérieur des pieds-droits autour de l'arête intrados du joint inférieur  $mq$  (*fig. 3, Pl. VI*); c'est à peu près le seul dont les praticiens aient à se préoccuper. Remarquons que si ce mouvement commençait à se produire, le joint  $Nn$  s'ouvrirait nécessairement à l'extrados, et le joint  $Cc$  du sommet à l'intrados. Les deux demi-vôûtes s'arc-bouteraient donc l'une contre l'autre, en s'appuyant contre l'arête extrados  $c$  du joint du sommet, si toutefois cette arête ne s'écrasait pas, circonstance que nous écartons en ce moment; et, par suite, le point d'application de la poussée horizontale  $H$  de la voûte se trouverait au point  $c$ . Cela posé, nom-

mons :  $s_1$  le poids du voussoir  $cCmq$  qui a le plus de tendance à tomber vers l'intérieur ;  $g_1$  la distance horizontale  $km$  de son centre de gravité  $g$  à la verticale de l'arête  $m$  de rotation ;  $\gamma_1$  la distance verticale  $ci$  de la même arête au point  $c$  d'application de la poussée ; pour l'équilibre, il faudra que le moment du poids du voussoir  $cCmq$  et celui de la poussée  $\Pi$ , pris tous deux par rapport au même axe de rotation  $m$ , soient égaux : condition qui donne

$$F_1 = \frac{s_1 g_1}{\gamma_1}.$$

D'un autre côté, si la pression à la clef était capable de renverser à l'extérieur la portion  $cCmq$  de la demi-voute (*fig. 6, Pl. VI*) qui offre le moins de résistance à ce mouvement, le joint de rupture  $mq$  s'ouvrirait à l'intrados, et le joint du sommet à l'extrados ; les deux demi-voutes s'arc-bouteraient donc au point  $C$  de l'intrados du joint du sommet, et l'on aurait, en nommant pareillement  $s_2$  le poids du voussoir  $cCmq$ ;  $g_2$  la distance horizontale  $qd$  de son centre de gravité  $g$  à l'arête de rotation  $q$ ;  $\gamma_2$  la distance verticale  $Cr$  du point d'application  $C$  de la force  $F_2$  à la même arête,

$$F_2 = \frac{s_2 g_2}{\gamma_2}.$$

Les opérations à faire se réduisent donc à trouver le maximum de la force  $F_1$  égale à  $\frac{s_1 g_1}{\gamma_1}$ , et le minimum de la force  $F_2$  égale à  $\frac{s_2 g_2}{\gamma_2}$ , et à vérifier que le maximum de  $F_1$  est moindre que le minimum de  $F_2$ , auquel cas la voûte sera stable sur ses naissances, et la poussée effective  $\Pi$  égale au maximum de  $F_1$ .

Considérons une voûte dont la longueur soit égale à l'unité et dont la maçonnerie pèse 1 000 kilogrammes le mètre cube, supposition qui, au surplus, ne diminuera en rien la généralité de la solution que nous allons exposer ; nous pourrons alors représenter les poids de la voûte entière et des parties dans lesquelles elle sera divisée par la surface en mètres carrés des profils de cette voûte et de ses parties. Les quantités  $s_1$  et  $s_2$ , que nous avons prises pour représenter les poids des voussoirs  $cCmq$  (*fig. 3 et 6, Pl. VI*), ne seront donc pas autre chose que les surfaces des profils de ces mêmes voussoirs.

Divisons l'intrados de la demi-voute en un certain nombre de voussoirs, en cinq par exemple, ce qui suffit pour l'exactitude des constructions ; marquons les joints inférieurs de ces voussoirs des lettres  $a_1, a_2, a_3, a_4$  et  $a_5$  (*fig. 7, Pl. VI*) ; et, par les points de division, menons des normales à l'intrados de la voûte : elles diviseront la surface de celle-ci en un certain nombre de quadrilatères qui auront tous un côté égal, ce qui facilitera leur

transformation en des triangles équivalents ayant une base commune; elle se fera pour le premier voussoir, par exemple, en concevant par le point C la diagonale Cf, et en lui menant par le point c une parallèle Ck prolongée jusqu'à sa rencontre en k avec la normale à l'intrados  $a_1 k$ , passant par le point  $a_1$ . Le triangle  $Cka_1$  sera équivalent au quadrilatère  $Ca_1 fc$ . Désignons par  $a$  la base de ce triangle, qui sera d'ailleurs commune à tous les triangles que l'on construirait de même sur les intrados  $a_1 a_2$ ,  $a_2 a_3$  des autres voussoirs, et par  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$  et  $l_5$  la hauteur  $a_1 k$  du premier triangle  $a_1 ck$  et celle des triangles suivants : il est clair que la surface d'un nombre quelconque de voussoirs, celle des trois premiers par exemple, sera égale à

$$\frac{a}{2}(l_1 + l_2 + l_3);$$

et si la rupture devait avoir lieu au point  $a_3$ , ce que nous ignorons d'ailleurs, la quantité que nous venons d'écrire serait la valeur de  $s_1$  que nous cherchons.

Avant d'aller plus loin, prolongeons indéfiniment la verticale du point  $c$ , et, à partir de ce point, portons bout à bout les longueurs  $l_1 l_2$ ,  $l_2 l_3$ ,  $l_3 l_4$  et  $l_4 l_5$ , en marquant l'extrémité de chacune d'elles du chiffre correspondant au voussoir auquel elle appartient. Il est clair que la somme  $cl_5$  de ces longueurs sera proportionnelle à la surface totale du profil de la demi-voute dans le rapport de l'unité à la moitié de la longueur  $a$  de la base commune des triangles équivalents à la surface des voussoirs partiels. La somme  $l_1 + l_2 + l_3 = cl_5$  sera de même proportionnelle à la surface de la portion de la voute comprise entre le joint du sommet et le joint  $a_3$ ; et pour passer des longueurs aux surfaces auxquelles elles sont proportionnelles, il suffira de multiplier les premières par  $\frac{a}{2}$ , en sorte que la surface d'ensemble des trois premiers voussoirs, par exemple, sera égale à  $\frac{a \cdot cl_5}{2}$ , et que la surface totale de la demi-voute sera  $\frac{a \cdot cl_5}{2}$ . Réciproquement, si l'on représente par  $s_3$  la surface d'ensemble des trois premiers voussoirs, par exemple, on aura  $cl_5 = \frac{2s_3}{a}$ . Cela est évident, mais nous n'en appelons pas moins l'attention sur cette expression de la longueur  $cl_5$  et de ses semblables, parce que nous allons nous en servir tout à l'heure.

Marquons maintenant la position  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$ ,  $g_4$  et  $g_5$  des centres de gravité de chacun des voussoirs partiels, puis menons par ces points des lignes verticales indéfiniment prolongées. Les poids des voussoirs partiels  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $a_4$  et  $a_5$  peuvent être regardés comme des forces parallèles agissant suivant les directions des verticales de leurs centres de gravité. Si nous composons le poids  $g_1$  avec le poids  $g_2$ , nous aurons une résultante  $R, r$ ,

dont la direction passera évidemment par le centre de gravité de l'ensemble des deux voussoirs  $a_1$  et  $a_2$ . De même, si nous composons les poids  $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_3$ , nous obtiendrons une résultante  $R_2 r_2$ , qui passera par le centre de gravité de l'ensemble des voussoirs  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ , et ainsi de suite. Or la connaissance de ces directions suffit à la recherche que nous faisons du moment des poids des voussoirs de rupture qui peuvent se former dans la voûte, puisqu'elles nous donnent les distances horizontales des centres de gravité d'un ensemble quelconque de *voussoirs partiels*  $a_1 + a_2 + a_3$ , par exemple, à l'arête intérieure  $a_3$  du joint autour duquel cet ensemble tournerait si la rupture avait lieu.

On peut obtenir ces résultantes partielles en se servant de deux propriétés connues des polygones funiculaires.

La première consiste en ce que, un polygone funiculaire  $l_5, R_1, v_2, v_3, v_4$  et  $v_5$  (*fig. 7, Pl. VI*) étant donné, si on prolonge deux côtés quelconques,  $l_5 R_1$  et  $q v_5$  par exemple, leur point d'intersection  $R_5$  se trouvera sur la résultante des forces intermédiaires  $g_1, g_2, g_3, g_4$  et  $g_5$ .

La seconde, c'est que, étant donné un certain nombre de forces parallèles  $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5$  (*fig. 7, Pl. VI*), il suffit, pour relier ces forces par un polygone funiculaire, de porter sur une parallèle  $cl_5$  à leur direction commune et bout à bout, des longueurs proportionnelles à l'intensité de chacune de ces forces en  $cl_1, l_1 l_2, \dots$ , et  $l_4 l_5$ ; puis, après avoir pris arbitrairement un point A en dehors de cette droite, de mener entre les forces parallèles  $g_1, g_2, \dots, g_5$  des parallèles aux droites qui joindraient le point A avec les points de division  $c_1, l_1, \dots, l_5$  de la ligne auxiliaire  $cl_5$ .

Or, dans notre épure (*fig. 7, Pl. VI*), tout est disposé pour le tracé d'un pareil polygone entre les verticales des centres de gravité  $g_1, g_2, \dots, g_5$  des voussoirs partiels, verticales qui représentent, comme nous l'avons dit, les directions d'un système de forces parallèles égales aux poids respectifs de ces voussoirs. En effet, les longueurs  $cl_1, l_1 l_2, \dots, l_4 l_5$ , proportionnelles à ces poids, sont portées sur la verticale du point c. Prenons donc un point A en dehors de cette droite, et concevons qu'il est joint au point c par une ligne à laquelle nous mènerons une parallèle indéfinie  $l_5 R_5$  par le point  $l_5$ . Marquons l'intersection  $R_1$  de cette dernière droite avec la verticale de  $g_1$ , puis posant notre équerre sur A et sur  $l_1$ , menons à la ligne  $Al_1$  une parallèle par le point  $R_1$ ; prolongeons-la suffisamment pour avoir son intersection avec la verticale de  $g_2$  en  $v_2$ . Continuons l'opération d'après le même système, jusqu'à ce que nous ayons obtenu le tracé du polygone funiculaire  $l_5, R_1, v_2, v_3, v_4$  et  $v_5$ , ainsi que les points d'intersection  $R_1, R_2, R_3, R_4$  et  $R_5$  de chacun de

ses côtés avec la première direction  $l_5 R_1$  suffisamment prolongée. Les verticales des points  $R_1, R_2, \dots, R_5$  passeront respectivement par les centres de gravité des groupes de voussoirs partiels composés des deux premiers, des trois, des quatre, et enfin des cinq dans lesquels la demi-voute est partagée. Prolongeons-les jusqu'à leurs rencontres en  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5$  avec l'horizontale  $cr_5$  de l'extrados  $c$  du joint du sommet.

Les choses arrivées à ce point ne demandent plus grand effort pour trouver telle valeur que l'on voudra des quantités  $\frac{s_1 g_1}{y_1}$  dont nous cherchons le maximum, et  $\frac{s_2 g_2}{y_2}$  dont nous cherchons le minimum.

En effet, si après avoir élevé la verticale  $a_5 h$  du point  $a_5$ , arête intrados du joint  $a_5 A_5$  des naissances, nous joignons ce même point  $a_5$  avec le pied  $r_5$  de la verticale  $R_5 r_5$  du centre de gravité de l'ensemble des cinq voussoirs de la demi-voute, et si par le point  $c$  d'application de la force  $F_1$  opposée au renversement de la demi-voute vers l'intérieur, nous menons à  $a_5 r_5$  une parallèle indéfinie prolongée jusqu'à sa rencontre en  $s_5$  avec l'horizontale  $l_5 s_5$  passant par le point  $l_5$ , nous aurons évidemment

$$l_5 s_5 = \frac{cl_5 \times hr_5}{h \cdot a_5}.$$

Mais  $cl_5$  est proportionnelle, comme nous l'avons vu, à la surface totale des cinq voussoirs dans lesquels la voûte est divisée; c'est donc la valeur particulière que prend  $\frac{2s_1}{a}$ , quand on suppose que le joint  $a_5$  est le joint de rupture.  $hr_5$  n'est autre chose que la distance horizontale du centre de gravité de l'ensemble des cinq voussoirs  $a_1, \dots, a_5$  à l'arête supposée de rotation  $a_5$ , c'est-à-dire la valeur particulière de  $g_1$  dans cette hypothèse. De même,  $ha_5$  est la valeur particulière de  $y_1$  ou du bras de levier de la force  $F_1$  appliquée en  $c$ . La longueur  $l_5 r_5$  est donc égale à  $\frac{2s_1 g_1}{ay_1}$ , dans la supposition que la demi-voute tendrait à tourner vers l'intérieur autour de l'arête  $a_5$ .

Tirant l'horizontale  $l_4 s_4$ , joignant  $a_4$  et  $r_4$  par une droite, et lui menant la parallèle  $cs_4$  prolongée jusqu'à sa rencontre en  $s_4$  avec l'horizontale  $l_4 s_4$ , on obtiendra de même une longueur  $l_4 s_4$  égale à la valeur particulière de  $\frac{2s_2 g_2}{ay_2}$  dans l'hypothèse que la rotation tendrait à se faire vers l'extérieur autour du joint  $a_4$ .

En continuant ainsi, on obtiendra une série d'ordonnées  $l_5 s_5, l_4 s_4, l_3 s_3, l_2 s_2, l_1 s_1$  qui représenteront les diverses valeurs de  $\frac{2s_1 g_1}{ay_1}$ , correspondantes

aux différentes hypothèses que l'on peut faire sur la position de l'arête intrados autour de laquelle une portion de la demi-voute a le plus de tendance à tourner.

Pour avoir le maximum de  $\frac{2s_1g_1}{ay_1}$ , il suffira de joindre par une courbe les points  $s_5, \dots, s_1$  et de mener à cette courbe une tangente parallèle à l'axe  $cl_s$  de ses abscisses. L'ordonnée  $ls$  du point de tangence sera égale au maximum cherché de  $\frac{2s_1g_1}{y_1}$ .

La recherche du minimum de  $\frac{s_2g_2}{y_2}$  se fera par une opération tout à fait semblable. Seulement, comme il s'agit ici de chercher le minimum d'une force qui tend à renverser la voute en la faisant tourner vers le dehors, autour d'une arête de son extrados, et dont le point d'application est par suite, comme nous l'avons vu, à l'intrados C du joint Cc, on joindra, par exemple, le point  $A_5$  et le point  $r_5$ , et on leur mènera par C une parallèle prolongée jusqu'à la rencontre de l'horizontale de  $l_s$  en  $S_5$ , et ainsi de suite.

On obtiendra de cette manière une seconde courbe  $S_5, \dots, S_1$ , à laquelle on mènera une tangente parallèle à  $cl_s$ . L'ordonnée LS du point de tangence sera le minimum des valeurs que prend la quantité  $\frac{2s_2g_2}{ay_2}$  en correspondance avec les différentes hypothèses que l'on fait sur la position de l'arête extrados autour de laquelle peut s'opérer le renversement vers l'extérieur.

Pour que la voute soit stable, il faut que la courbe  $S_5, S_4, \dots, S_1$  laisse partout au-dessous d'elle la courbe  $s_5, s_4, \dots, s_1$ ; le rapport entre l'ordonnée minimum LS de la première et l'ordonnée maximum ls de la seconde sera la mesure de la stabilité de la voute.

Si ce rapport est convenable, on regardera le bandeau de la voute comme stable sur ses naissances et l'on prendra pour la valeur de la force de poussée horizontale la quantité  $\frac{a}{2}ls$  maximum de  $\frac{s_1g_1}{y_1}$ ; nous la désignerons, comme précédemment, par  $\Pi$ . On aura sa valeur numérique en multipliant la longueur effective en mètres de l'ordonnée  $ls$ , par la longueur effective en mètres de la moitié de la longueur commune  $a$  de l'intrados des voussoirs dans lesquels on a divisé la voute.

On aura de même la valeur de la surface S de la demi-voute, en multipliant la longueur  $cl_s$  par  $\frac{a}{2}$ .

G, distance horizontale du centre de gravité de la demi-voute, et Y, dis-

tance verticale du point d'application C de la poussée à l'arête N des naissances, seront en grandeur tels que les donnera l'épure.

**74.** *Formule pour le calcul de l'épaisseur des pieds-droits d'une voûte en berceau.* — Maintenant que nous savons déterminer la valeur de la poussée d'une voûte stable sur ses naissances, nous sommes en état de calculer l'épaisseur de ses pieds-droits. Pour cela nous remarquerons qu'une voûte stable sur ses naissances peut ne pas l'être sur ses pieds-droits; car, pour être comprise entre les deux limites que nous venons d'indiquer, savoir : le maximum de  $\frac{s_1 g_1}{y_1}$  et le minimum de  $\frac{s_2 g_2}{y_2}$  (*n° 72*), la poussée n'en a pas moins une tendance virtuelle à écarter les parties inférieures de la voûte, de manière à permettre la chute des parties supérieures vers le centre. Si on la pose sur des pieds-droits composés d'assises horizontales de maçonnerie entre lesquelles nous supposerons qu'il n'existe pas plus de liaison qu'entre les voussoirs de la demi-voûte, on modifie les conditions de l'équilibre d'une manière défavorable. En effet, quoique la demi-voûte ne se rompe pas, le pied-droit peut se rompre, et la rotation vers l'extérieur s'opérer autour d'une des arêtes extérieures d'un quelconque QM (*fig. 8, Pl. VI*) de ses joints d'assise; et, si on prend les moments de la poussée et celui de la demi-voûte, y compris la portion de pied-droit située au-dessus du joint QM, par rapport à l'arête extérieure Q de ce joint, on trouvera que le moment de la poussée  $F_1$ , aura beaucoup augmenté en raison de l'allongement de son bras de levier. Or, si cette augmentation n'est pas compensée par celle que le poids du pied-droit apporte au moment de la demi-voûte, la poussée  $F_1$ , quoique inférieure à la force  $F_2$  (*n° 72*), pourra néanmoins avoir, par rapport à l'arête extérieure B de la base du pied-droit, un moment supérieur à la somme des moments de la demi-voûte et de son pied-droit, et opérer en conséquence le renversement de ce dernier.

Le moyen d'empêcher ce résultat de se produire, c'est d'augmenter l'épaisseur du pied-droit jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli; et même, pour plus de sûreté, jusqu'à ce que le moment du poids de la demi-voûte et de son pied-droit soit égal à un certain nombre de fois  $\delta$  le moment de la pression à la clef.

Nommant donc :

- e* l'épaisseur de la voûte à la clef (*fig. 9, Pl. VI*);
- e'* son épaisseur mesurée sur le joint des naissances;
- r* le rayon *moyen* de la courbe d'intrados, c'est-à-dire le rayon d'une circonférence passant par les deux naissances et le sommet de la courbe quelle qu'elle soit;

- $f$  la montée de la courbe d'intrados;  
 $H$  la hauteur du pied-droit mesurée depuis le niveau du joint des naissances jusqu'au niveau du sol;  
 $x + e'$  son épaisseur cherchée;  
 $h$  la hauteur d'un mur  $n$  HDF à parements verticaux, que nous supposons s'élever sur le pied-droit derrière le bandeau de la voûte, mesurée depuis l'horizontale de l'arête extrados du joint des naissances;  
 $E'$  l'épaisseur de ce mur connue et déterminée à priori;  
 $S$  la surface de la demi-voûte entière  $cCNn$ ;  
 $G$  la distance  $NK$  de la verticale  $GK$  du centre de gravité de  $S$  à celle de l'arête intérieure  $N$  du joint des naissances;  
 $\delta$  un coefficient dit de *stabilité*, adopté de manière à donner à la voûte la stabilité de Lahire, et fait, dans ce but, égal à 1,80; on aura, en égalant le moment de la poussée à celui du poids de la demi-voûte, et les deux moments étant pris par rapport à l'arête extrados du joint des naissances,

$$\delta \Pi (H + f + e) = S(G + x + e') + \frac{(x + e')^2 H + E'^2 h}{2}.$$

Divisant par  $\frac{Hr^2}{2}$ , il vient

$$\frac{(x + e')^2}{r^2} + \frac{2S}{r^2} \cdot \frac{r}{H} \left( \frac{x + e'}{r} \right) + \left( \frac{2SG + E'^2 h}{r^3} \right) \cdot \frac{r}{H} - \frac{2\delta\Pi}{r^2} \left( 1 + \frac{f+e}{H} \right) = 0;$$

d'où l'on tire

$$(A) \quad \frac{x + e'}{r} = - \frac{S}{r^2} \cdot \frac{r}{H} + \sqrt{\left[ \frac{S^2}{r^4} \cdot \frac{r^2}{H^2} - \left( \frac{2SG + E'^2 h}{r^3} \right) \cdot \frac{r}{H} + \frac{2\delta\Pi}{r^2} \left( 1 + \frac{f+e}{H} \right) \right]},$$

égalité qui servira à calculer l'épaisseur  $x + e'$  du pied-droit, lorsque l'on connaîtra les quantités  $e$ ,  $e'$ , qui sont les seules inconnues; car  $r$ ,  $f$ ,  $E'$ ,  $h$  et  $H$  sont des données de la question, et les quantités  $\frac{S}{r^2}$ ,  $\frac{G}{r}$  et  $\frac{\Pi}{r^2}$  sont évidemment dépendantes de  $\frac{e}{r}$  et  $\frac{e'}{e}$ . Nous venons d'apprendre à les calculer par une méthode dont la pratique n'offre ni longueur ni difficulté (n° 73). Néanmoins, comme les procédés graphiques exigent en général, de celui qui s'en sert, un souvenir bien précis de leur théorie, on aime souvent mieux recourir à une Table où l'on trouve directement ce que l'on cherche.

Nous indiquerons donc l'usage et la construction de quelques Tables dans lesquelles on trouvera les valeurs des quantités  $\frac{S}{r^2}$ ,  $\frac{SG}{r^3}$  et  $\frac{\Pi}{r^2}$  à substituer dans la formule (A), et correspondantes à des valeurs données de  $\frac{e}{r}$  et  $\frac{e'}{e}$ . Mais,

auparavant, il est nécessaire que nous exposions les considérations d'après lesquelles, étant donné le rayon  $r$  de l'extrados d'une voûte, on détermine les épaisseurs  $e$  et  $e'$  du bandeau au sommet et aux naissances.

**75. Règle empirique pour la détermination de l'épaisseur à la clef des voûtes extradosées en arc de cercle.** — Les praticiens n'ont, pour la détermination de l'épaisseur à la clef des bandeaux des voûtes, aucune règle qui soit généralement adoptée et confirmée par l'expérience.

Dans le moyen âge, on donnait à la clef des voûtes *en plein cintre extradosées parallèlement* (n° 61 et fig. 8, *Pl. IV*), une épaisseur qui variait du  $\frac{1}{2}$  au  $\frac{1}{7}$  de la largeur de l'ouverture. Le rapport du  $\frac{1}{15}$  était le plus usité (voir Léon Alberti, *De Re adificatoria*; Gauthier, *Traité des Ponts*; Gauthey, *Construction des Ponts*, etc.).

Ici, comme nous y avons été conduits à propos de la règle du P. Dérand, nous ne pouvons nous empêcher de signaler une coïncidence remarquable entre cette règle empirique et les indications de la théorie moderne. En effet, si l'on cherche, soit par la méthode graphique de M. Poncelet, exposée ci-dessus n° 73, soit par le calcul, la limite inférieure de l'épaisseur à la clef d'une voûte *en plein cintre extradosée parallèlement*, au delà de laquelle cette voûte ne serait plus stable sur ses naissances, on la trouve égale au  $\frac{1}{7}$  de son diamètre, de telle sorte qu'une pareille voûte ne pourrait se soutenir d'une manière permanente, qu'à l'aide de la cohésion du mortier interposé entre les joints de ses voussoirs.

La règle empirique de Léon Alberti, qui fixe au  $\frac{1}{15}$  l'épaisseur à la clef des voûtes en plein cintre à extrados parallèle, s'accorde donc avec la théorie de Coulomb; et nous sommes, une fois de plus, forcés de reconnaître, contrairement à un préjugé assez général, que si la forme de la science est moderne, le fond en est fort ancien.

Mais, aujourd'hui, on ne se borne plus à faire des voûtes en plein cintre; et, lorsqu'on en fait, on leur donne rarement une épaisseur uniforme, parce que, ainsi que nous le verrons tout à l'heure, ce n'est pas le moyen de leur assurer la plus grande stabilité avec le moindre cube de maçonnerie possible. On fait l'extrados de toutes les voûtes *primitives* (n° 61), en forme d'arc de cercle d'un rayon plus grand que celui de l'intrados, et alors on peut, pour fixer l'épaisseur à la clef, descendre beaucoup au-dessous de la règle du  $\frac{1}{15}$  de l'ouverture, non-seulement lorsqu'il s'agit de voûtes en plein cintre, mais même lorsqu'il est question de voûtes surbaissées. Nous n'en citerons qu'un exemple. Les arches du pont de Neuilly, qui ont 42 mètres d'ouverture, et dont le surbaissement est de  $\frac{1}{4}$ , n'ont que 1<sup>m</sup>,64 d'épaisseur.

seur à la clef, au lieu de  $2^m,80$  que leur aurait donné la règle du  $\frac{1}{15}$  de l'ouverture.

M. de Perronet employait, dans ses constructions, la règle suivante :

Nommant  $a$  la demi-ouverture<sup>e</sup> de la voûte, et  $e$  l'épaisseur à la clef, il faisait

$$(p) \quad e = 0^m,32 + 0,081 a.$$

Mais cette formule n'est guère applicable qu'aux voûtes des ponts dont l'intrados est en arc de cercle ou en anse de panier.

Si dans la détermination de l'épaisseur à la clef d'une voûte, on ne voulait rien laisser à l'arbitraire, il faudrait satisfaire à trois conditions principales : 1<sup>o</sup> donner à chacun des joints de la clef une surface assez grande pour que la pression de la demi-voûte ne fût pas capable d'écraser la pierre; 2<sup>o</sup> établir entre les poids des parties supérieures et des parties inférieures de la voûte un rapport tel, qu'il en résultât un équilibre stable du bandeau sur ses naissances; 3<sup>o</sup> remplir la seconde condition, en réduisant au minimum le cube de la maçonnerie de l'ensemble de la voûte et de son pied-droit.

Occupons-nous d'abord de la seconde de ces deux conditions. D'après les considérations exposées dans les n<sup>o</sup>s 72 et 73, on comprend que le problème qui consiste à déterminer l'épaisseur à la clef du bandeau d'une voûte, par la condition de lui donner une stabilité suffisante sur ses naissances, n'est susceptible d'une solution unique, que lorsque l'extrados doit être une courbe semblable et parallèle à celle de l'intrados; car, puisqu'il faut et qu'il suffit, pour l'équilibre, qu'il existe un certain rapport entre le poids des parties supérieures de la voûte, qui produisent la pression horizontale ou poussée à la clef, et le poids des parties inférieures qui résistent à cette poussée, il est clair que l'on peut adopter pour l'épaisseur au sommet telle dimension que l'on voudra, sauf ensuite, par un tracé convenable de l'extrados, à établir entre les parties supérieures et inférieures de la voûte le rapport de pesanteur convenable à son équilibre. Cela est si vrai, que, dans l'origine, la question théorique de l'établissement des voûtes a été presque exclusivement envisagée de ce point de vue.

D'un autre côté, on peut se convaincre facilement, par la méthode graphique du n<sup>o</sup> 73, qu'une voûte extradossée en arc de cercle dont l'épaisseur au sommet est  $e$  et dont l'épaisseur à la naissance est  $e'$ , a une stabilité plus grande et une poussée moindre que celles d'une voûte extradossée parallèlement et dont l'épaisseur constante est  $\frac{e+e'}{2}$ . Par conséquent, en ré-

duisant à son minimum l'épaisseur à la clef, on réduit de même au moindre volume possible le massif de maçonnerie de la voûte et de ses pieds-droits. Il suit de là que l'épaisseur de la voûte à la clef n'est réellement assujettie qu'à une seule condition absolue, celle d'être assez grande pour que la pierre résiste à l'écrasement sous la pression due à la poussée. On doit ensuite ajouter quelque chose à cette épaisseur lorsque la voûte est exposée à des surcharges accidentielles considérables ou à des chocs. Enfin il faut, comme pour les murs, faire la part de l'action destructive du temps et des intempéries de l'air.

L'épaisseur suffisante pour prévenir l'écrasement de la clef pourrait être obtenue avec une grande approximation, par un tâtonnement qui consisterait à prendre d'abord cette épaisseur arbitrairement, àachever le tracé de la voûte de manière à obtenir la stabilité sur la naissance, à calculer la poussée et à vérifier si cette poussée est ou n'est pas capable d'écraser une pierre de la nature et de la dimension de celle qui doit former la clef de la voûte. Mais en ce qui concerne les chocs et les pressions accidentielles, et plus spécialement encore l'action des éléments, il est évident que la surépaisseur à donner à la clef est à peu près laissée à l'arbitraire des constructeurs; en sorte que ce qu'il y a de mieux à faire en définitive, c'est de se guider par l'expérience et par l'observation des voûtes existantes.

On peut s'arrêter à ce dernier parti avec d'autant plus de confiance, que les limites supérieures et inférieures de l'épaisseur des voûtes à la clef sont assez peu distantes les unes des autres. L'intervalle qui les sépare, indéfini en théorie, se trouve dans la pratique restreint par des convenances et des usages que l'on est obligé de respecter.

Remarquons d'abord que l'on peut classer les voûtes en quatre espèces, d'après leur destination, et distinguer : 1<sup>o</sup> les *voûtes à l'épreuve de la bombe*; 2<sup>o</sup> les *voûtes fortes*, telles que celles des ponts et des grands passages souterrains, celles qui portent des réservoirs d'eau et des surcharges considérables; 3<sup>o</sup> les *voûtes moyennes*, comme celles qui remplacent les planchers d'étage dans les casernes voûtées à l'épreuve, dans les grands magasins publics et dans certains bâtiments d'habitation; 4<sup>o</sup> les *voûtes légères*, comprenant celles que l'on fait en briques et plâtre dans certaines localités, pour remplacer la charpente des combles et des planchers, et les voûtes minces en moellons qui ne portent que peu ou point de surcharge, comme celles des églises par exemple.

Or, en prenant chacune de ces espèces de voûtes en particulier, on peut

s'apercevoir que les ouvertures de chacune d'elles ont une limite supérieure qu'elles ne dépassent guère, soit parce qu'une ouverture moindre suffit aux besoins pour la satisfaction desquels on les construit, soit parce qu'une ouverture plus grande donnerait trop d'élévation à l'édifice dont elles font partie ou augmenterait outre mesure les frais et la difficulté de la construction.

Par exemple, on n'a fait jusqu'ici aucune voûte à l'épreuve de plus de 8 mètres de diamètre. Nous ne connaissons guère d'arche de pont de plus de 40 à 45 mètres d'ouverture, et en fixant à 10 mètres la largeur des espaces à voûter dans les bâtiments d'habitation, nous croyons indiquer une limite supérieure qui est rarement atteinte.

D'un autre côté, le rapport entre les épaisseurs des bandeaux et l'ouverture des voûtes est réglé par des considérations de résistance militaire, comme dans les voûtes à l'épreuve, ou par des règles architectoniques qui établissent pour les voûtes des ponts et celles des bâtiments d'habitation un certain rapport entre l'ouverture et l'épaisseur apparente du bandeau, ou, enfin, par les dimensions des moellons et des briques employés à la construction des voûtes moyennes et légères.

C'est ainsi que depuis 1 mètre jusqu'à 2 mètres d'ouverture, les voûtes à l'épreuve de la bombe conservent 0<sup>m</sup>,50 à 0<sup>m</sup>,60 d'épaisseur à la clef, mesurée sur *la voûte primitive* (n° 61). L'épaisseur de celles de 8 mètres de diamètre est fixée à 1 mètre par l'usage, d'après le magasin à poudre de Landau, qui sert de type à ce genre de constructions. Donc, pour les voûtes à l'épreuve, tandis que le rayon  $r$  de l'ouverture peut varier de 0<sup>m</sup>,50 à 4 mètres, l'épaisseur  $e$  à la clef ne varie que de 0<sup>m</sup>,60 à 1 mètre, et par suite le rapport  $\frac{e}{r}$  reste compris entre des limites qui sont 0<sup>m</sup>,60 et 0<sup>m</sup>,25.

Pour les *voûtes fortes*, en relevant les dimensions d'un assez grand nombre de constructions existantes, nous trouvons que  $\frac{e}{r}$  reste compris entre 0<sup>m</sup>,15 et 0<sup>m</sup>,07 environ.

Les épaisseurs des voûtes moyennes ne varient guère que de 0<sup>m</sup>,22 à 0<sup>m</sup>,33. La limite inférieure est fixée par l'échantillon le plus faible de ceux qui soient adoptés dans la pratique pour les moellons de voûtes. Cette limite est 0<sup>m</sup>,22, attendu qu'on ne gagnerait rien dans les carrières à débiter les moellons au-dessous de 0<sup>m</sup>,22 de longueur sur 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,12 de largeur et autant d'épaisseur. Or, en admettant que l'on fasse varier l'ouverture des voûtes depuis 3 mètres d'ouverture jusqu'à 10 mètres, et l'épaisseur à la clef de 0<sup>m</sup>,22 à 0<sup>m</sup>,33,  $\frac{e}{r}$  variera de 0,145 à 0,045.

Pour les voûtes légères, les limites du rapport  $\frac{e}{r}$  sont encore plus resserrees, car on ne donne guère moins d'une demi-brique, c'est-à-dire moins de  $0^m,11$  d'épaisseur aux moins larges, ni plus d'une hauteur de brique,  $0^m,22$ , aux plus larges des voûtes de ce genre. En sorte que, pour des valeurs de  $r$  variant de 1 mètre à 5 mètres,  $e$  varie de  $0^m,11$  à  $0^m,22$ , et que  $\frac{e}{r}$  reste compris entre  $0,11$  et  $0,04$ .

D'un autre côté, si, prenant l'épaisseur d'une voûte entre les limites que nous venons d'indiquer, on fait, relativement à la résistance de sa clef à l'écrasement, la vérification dont nous avons parlé tout à l'heure, on trouvera que la surface du joint est toujours assez grande pour que chaque unité de cette surface éprouve une pression inférieure à la charge permanente que la pierre ou la brique peut supporter sans danger.

Nous croyons donc que le mieux et le plus simple, pour la détermination des épaisseurs de la clef des voûtes, c'est de se servir de formules empiriques, et nous proposerons les suivantes, qui nous paraissent d'accord, pour les voûtes de pont notamment, avec les Tables données par plusieurs auteurs et avec la pratique pour les autres sortes de voûtes.

Nommant :

$e$  l'épaisseur au sommet de la voûte primitive;

$r$  le rayon de l'intrados des voûtes en plein cintre, ou le rayon de l'arc qui passe par les trois points des naissances et du sommet des voûtes en arc ou en anse de panier, rayon que nous avons déjà désigné sous le nom de *rayon moyen*;

nous ferons, pour les voûtes en plein cintre, et pour les voûtes surbaissées dont la montée ne sera pas moindre que le quart de l'ouverture, les unes et les autres étant extradossées en arc de cercle :

- |     |   |
|-----|---|
| (B) | $(1)$ Voûtes à l'épreuve de la bombe. . . . . $e = 0^m,44 + 0,14 r,$<br>$(2)$ Voûtes fortes : des ponts et des souterrains. $e = 0^m,30 + 0,05 r,$<br>$(3)$ Voûtes moyennes : des étages intérieurs des casernes et magasins et autres analogues. $e = 0^m,17 + 0,03 r,$<br>$(4)$ Voûtes légères en briques et plâtre ou en moellons, ne portant pas de surcharge. . $e = 0^m,03 + 0,04 r.$ |
|-----|---|

Appliquons ces formules à quelques exemples.

D'après la première, la voûte d'une galerie de mines, de 1 mètre de largeur, aura  $0^m,44 + 0^m,07 = 0^m,51$  d'épaisseur; celle d'un magasin à poudre, de 8 mètres de largeur, aura  $0^m,44 + 0^m,56 = 1^m$ . Ce sont là

exactement les dimensions adoptées dans la pratique des constructions militaires.

L'intrados d'une arche surbaissée au quart, c'est-à-dire dont la flèche de l'arc moyen sera le quart de l'ouverture, aura pour rayon moyen les  $\frac{5}{8}$  de cette ouverture (n° 54). Supposons-la de 42,23, comme au pont de Neuilly; la formule (2) donnera

$$e = 0,30 + \frac{0,25 \times 42,23}{8} = 1^m,62.$$

Perronet a donné à la clef des arches du pont de Neuilly, 1<sup>m</sup>,642 de hauteur.

**76. Épaisseur à la clef des voûtes dont le surbaissement est de plus du quart.** — Lorsque le demi-angle au centre d'une voûte en arc de cercle sera moindre que 50 degrés, ou lorsque le surbaissement sera de plus de  $\frac{1}{4}$ , on fera :

- (C) { Pour les voûtes à l'épreuve. . . . .  $e = 0^m,44 + 0,06r,$   
 Pour les voûtes fortes. . . . .  $e = 0^m,23 + 0,03r,$   
 Pour les voûtes moyennes. . . . .  $e = 0^m,17 + 0,012r,$   
 Pour les voûtes légères. . . . .  $e = 0^m,03 + 0,02r.$

**77. Épaisseurs à donner aux naissances des voûtes en plein cintre et surbaissées, extradossées en arc de cercle.** — Il est bien essentiel de se rappeler que les épaisseurs à la clef fournies par les formules précédentes (B) et (C) pourraient être insuffisantes si le bandeau de la voûte était extradossé parallèlement. Leur adoption suppose toujours que l'épaisseur du bandeau va en augmentant de la clef aux naissances; en sorte qu'en désignant par  $e'$  l'épaisseur aux naissances, on aura toujours  $\frac{e'}{e}$  plus grand que l'unité, et qu'à chacune des valeurs de  $e$ , il en correspondra nécessairement une du rapport  $\frac{e'}{e}$ , qui sera le minimum nécessaire pour que la voûte possède un certain degré de stabilité au delà de l'équilibre strict: or, évidemment, ce degré de stabilité ne doit pas être le même pour toutes les espèces de voûtes; il doit être plus considérable pour les voûtes exposées au choc des bombes que pour toutes les autres, plus grand dans les voûtes fortes et moyennes, qui supportent quelquefois de grandes surcharges, que dans les voûtes légères. Nous proposons de le fixer ainsi qu'il suit:

Pour les voûtes à l'épreuve, de une fois et demie à deux fois ce qu'il devrait être pour l'équilibre exact entre la puissance et la résistance; pour les voûtes

fortes, de 1,25 à 1,35; pour les voûtes moyennes, de 1,20 à 1,25; et pour les voûtes légères, de 1,12 à 1,20.

Or on obtiendra des stabilités comprises entre les extrêmes de celles que nous venons de poser en établissant entre l'épaisseur  $e'$  aux naissances et l'épaisseur  $e$  au sommet, les relations suivantes, applicables entre certaines limites de la grandeur du rayon  $r$  de l'intrados; limites que nous avons soin d'indiquer:

(D)	Vôûtes à l'épreuve de la bombe, depuis 1 mètre jusqu'à 10 mètres de diamètre. . . . .	$\frac{e'}{e} = 1,00,$
	Vôûtes fortes depuis 10 mètres jusqu'à 40 mètres d'ouverture . . . . .	$\frac{e'}{e} = 3,92 - 22 \frac{e}{r},$
	Vôûtes moyennes de 3 mètres à 10 mètres d'ouverture. . . . .	$\frac{e'}{e} = 3,04 - 12,20 \frac{e}{r},$
	Vôûtes légères depuis 2 mètres jusqu'à 10 mètres d'ouverture. . . . .	$\frac{e'}{e} = 3,00.$

**78. Épaisseur à la clef et aux naissances des voûtes primitives, destinées à être recouvertes par des chapes horizontales ou inclinées.** — Lorsque sur une voûte extradossée en arc on élève par assises horizontales un massif de maçonnerie jusqu'au niveau de l'extrados de la clef, on augmente considérablement la stabilité. Cet effet subsiste alors même que la chape s'incline, pourvu que son inclinaison, mesurée sur l'horizontale, ne dépasse pas 15 degrés.

Quand l'inclinaison atteint 30 degrés, on trouve que la stabilité a diminué beaucoup par l'addition de la chape. La diminution est plus sensible encore si la chape est à 45 degrés. Les règles que nous avons données précédemment (n°s 75, 76 et 77) semblent donc demander quelques modifications pour devenir convenablement applicables aux voûtes extradossées de niveau ou en chape inclinée.

Voici ce que nous proposons à ce sujet:

L'épaisseur du bandeau primitif des voûtes destinées à supporter une chape horizontale peut être tenue constante de la clef aux naissances, après avoir été déterminée par les formules (B) ou (C) des n°s 75 ou 76.

Il en est de même pour les bandeaux primitifs destinés à être extradossés en chape, sur une inclinaison qui ne dépasse pas 15 degrés.

Les bandeaux des voûtes en chapes inclinées de 15 à 30 degrés inclus, seront calculés et tracés de la clef aux naissances, comme des voûtes extradossées en arc d'après les règles des n°s 75, 76 et 77.

Si l'on voulait pousser l'inclinaison de la chape au delà de 30 degrés, il faudrait augmenter d'un quart les épaisseurs données par les formules (B), (C) et (D). Mais nous ferons observer qu'il n'y a aucun avantage à adopter des chapes dont l'inclinaison dépasse 30 degrés, et nous conseillons de ne pas le faire, à moins de motifs bien spéciaux.

**79.** *Construction et usage des Tables servant au calcul des épaisseurs des pieds-droits des voûtes.* — Faisons cette remarque importante, que la formule (A) du n° 74, mise sous la forme que nous avons adoptée, donne, non pas seulement l'épaisseur du pied-droit de la voûte de rayon  $r$ , dont l'épaisseur au sommet est  $e$  et l'épaisseur aux naissances égale à  $e'$ , mais les épaisseurs des pieds-droits de toutes les voûtes dans lesquelles les deux rapports  $\frac{e'}{e}$  et  $\frac{e}{r}$  sont les mêmes, c'est-à-dire les épaisseurs de pieds-droits d'un nombre infini de voûtes différentes.

En effet, on peut s'assurer, par des considérations très-simples, que les valeurs des quantités  $\frac{S}{r^2}$ ,  $\frac{SG}{r^3}$  et  $\frac{II}{r^2}$  ne contiennent plus celle de  $r$ , et ne varient qu'avec les deux rapports  $\frac{e}{r}$  et  $\frac{e'}{e}$ . Or il est clair que  $e$  et  $r$  peuvent prendre une infinité de valeurs différentes, et le rapport  $\frac{e}{r}$  rester néanmoins constant. Il en est de même du rapport  $\frac{e'}{e}$ .

M. Petit, auteur de cette remarque, en ce qui concerne le rapport  $\frac{e}{r}$ , en a profité pour renfermer, dans un petit nombre de Tables, tous les éléments du calcul des pieds-droits des voûtes circulaires *d'égale épaisseur à la clef et aux naissances* extradossées d'ailleurs, soit parallèlement, soit en chape sous diverses inclinaisons (n° 12 du *Mémorial du Génie*, Mémoire couronné par le Comité). Mais l'hypothèse d'une égale épaisseur à la clef et aux naissances n'est pas la plus favorable à la solidité et à l'économie dans la construction des voûtes. Les Tables de M. Petit, quoique très-utiles à consulter, ne répondent donc pas entièrement aux besoins de la pratique.

Puisque l'on extradosse généralement les voûtes en arc de cercle, c'est pour ce dernier genre de voûtes qu'il fallait dresser des Tables. La première édition lithographiée de ce Cours en contenait des fragments que nous avions ébauchés, en nous servant de la méthode graphique de M. Poncelet. M. Michon, reprenant depuis ce travail, l'a considérablement étendu et perfectionné, et il a composé un recueil de 17 Tables contenant les va-

leurs  $\frac{S}{r^2}$ ,  $\frac{G}{r}$ ,  $\frac{n}{r^2}$  formule (A) du n° 74 pour les voûtes en plein cintre, en arc de cercle et en anse de panier extradossées en arc de cercle, de niveau et en chapes inclinées à 15, à 30 et à 45 degrés. Son Mémoire, qui contient en outre beaucoup d'observations importantes sur l'établissement des voûtes, a été couronné par le comité du Génie, qui, dans sa séance du 29 avril 1846, lui a décerné un premier prix.

Les épaisseurs à la clef des voûtes *primitives*, considérées par M. Michon, varient entre les limites  $e = 2r$  et  $e = 1,04 \cdot r$ ; leurs épaisseurs  $e'$  aux naissances vont depuis  $e' = e$  jusqu'à  $e' = 5e$ . Il paraît donc au premier coup d'œil qu'elles comprennent un plus grand nombre de cas qu'on ne peut en rencontrer dans la pratique. Cependant il n'en est pas tout à fait ainsi, parce qu'il ne suffit pas qu'une voûte ait un certain degré de stabilité plus grand que celui qui correspond à l'équilibre strict entre la poussée des parties supérieures et la résistance des parties inférieures et des pieds-droits, il faut encore que ce degré de stabilité varie et concorde avec la nature de la voûte, selon qu'elle est *forte*, *moyenne* ou *légère*. De plus, puisque, comme nous l'avons déjà fait remarquer ci-dessus n° 75, une voûte aura toujours relativement une surface de profil d'autant moindre que son épaisseur à la clef sera moins forte, il est clair que l'on a intérêt, dans tous les cas, à adopter pour le rapport  $\frac{e}{r}$  un minimum fixé d'après certaines des considérations exposées au n° 75, sauf à faire ensuite le rapport  $\frac{e'}{e}$  tel, qu'il ramène à un degré convenable la stabilité de la voûte sur ses naissances. Il conviendrait donc d'éliminer des Tables toutes les combinaisons des rapports  $\frac{e}{r}$  et  $\frac{e}{e'}$ , qui ne correspondent pas à des voûtes généralement usitées, et de répéter au contraire les rapports  $\frac{e}{r}$  les plus usuels, en les mettant chaque fois en regard d'un rapport  $\frac{e}{e'}$ , d'où résulte la stabilité convenable à une voûte, selon que celle-ci appartient à l'une ou à l'autre des catégories établies dans le n° 75.

Pourachever de faire comprendre nos idées à ce sujet, nous allons transcrire ici un spécimen d'une Table des valeurs  $\frac{S}{r^2}$ ,  $\frac{G}{r}$  et  $\frac{n}{r^2}$ , à substituer dans la formule (A) du n° 74, pour obtenir l'épaisseur des pieds-droits des voûtes en plein cintre extradossées en arc. Un autre tableau, placé à la suite du précédent, contiendra des applications des formules (A), (B) et (D) des n°s 74, 75 et 77, que nous croyons utile de rapporter ici pour faire apprécier les résultats que donne le calcul de ces formules.

Tableau E.

ÉLÉMENS DU CALCUL DE L'ÉPAISSEUR DES PIEDS-DROITS DES VOUTES EN PLEIN CINTRE EXTRADOSSES EN ARC DE CERCLE (voir, pour les notations, les n°s 75 et 77).						
$\frac{e}{r}$	$\frac{e'}{e}$	$\frac{S}{r^2}$	$\frac{G}{r}$	$\frac{2SG}{r^3}$	$\frac{\Pi}{r^2}$	Stabilité sur les naissances.
<i>Voutes à l'épreuve.</i>						
0,500	1,00	0,985	0,206	0,406	0,172	2,30
0,288	1,00	0,507	0,265	0,275	0,140	1,70
0,250	1,00	0,440	0,284	0,250	0,128	1,60
<i>Voutes fortes.</i>						
0,110	1,50	0,235	0,218	0,103	0,092	1,30
0,080	2,16	0,190	0,220	0,084	0,064	1,30
0,065	2,50	0,100	0,236	0,047	0,031	1,25
<i>Voutes moyennes.</i>						
0,145	1,25	0,227	0,294	0,133	0,094	1,28
0,083	2,02	0,171	0,284	0,097	0,064	1,25
0,065	2,25	0,150	0,250	0,075	0,041	1,20
<i>Voutes légères.</i>						
0,050	3,00	0,235	0,220	0,103	0,046	1,29
0,046	3,00	0,125	0,214	0,054	0,038	1,25
0,037	3,00	0,112	0,208	0,047	0,032	1,17

Tableau F.

APPLICATIONS des formules (B) et (D), n°s 75 et 77.			APPLICATIONS de la formule (A), n° 74, et du tableau E. Valeurs de $\frac{x+e'}{r}$ pour		
$r$ rayon de l'intrados.	$e$ épaisseur à la clef.	$e'$ épaisseur aux naissances.	$H=3m,00; h=0;$ $\delta=1,80.$	$H=\text{infini};$ $\delta=1,80.$	
<i>Voutes à l'épreuve.</i>					
m 1,00	m 0,50	m 0,50	0,6211	0,7867	
2,50	0,72	0,72	0,5875	0,6326	
4,00	1,00	1,00	0,5260	0,6787	
<i>Voutes fortes.</i>					
5,00	0,55	0,83	0,5700	0,5757	
10,00	0,80	1,73	0,4470	0,4807	
20,00	1,30	3,25	0,2840	0,3340	
<i>Voutes moyennes.</i>					
1,50	0,22	0,27	0,5500	0,5704	
3,25	0,27	0,54	0,4310	0,4647	
5,00	0,32	0,72	0,3500	0,3850	
<i>Voutes légères.</i>					
2,00	0,11	0,33	0,4244	0,4448	
3,50	0,16	0,48	0,3544	0,3697	
5,00	0,22	0,66	0,3340	0,3400	

Nous ferons sur ces tableaux les observations suivantes :

Ce que, dans le tableau E, nous appelons *stabilité sur les naissances*, c'est le rapport  $\frac{F_2}{F_1}$  entre la valeur de la force  $F_2$  et celui de la force  $F_1$ , que nous avons plusieurs fois définies précédemment (n° 73).

Dans le tableau F, nous donnons, mais seulement comme exemple de l'application de la formule (A) du n° 74, des épaisseurs de pieds-droits de voûtes à l'épreuve. Nous pensons que l'on fera bien de préférer, à ces épaisseurs données par le calcul, celles qui sont usitées dans la pratique, lorsque ces dernières seront plus fortes. Par exemple, pour le pied-droit d'une voûte à l'épreuve de 4 mètres de rayon, la formule (A) du n° 74 donne au plus  $0^m,67 \times 4 = 2^m,68$ , tandis que l'usage est de donner 3 mètres aux pieds-droits du magasin à poudre de 8 mètres de diamètre. Nous conseillons de suivre l'usage, et, en général, d'augmenter de  $\frac{1}{8}$  les épaisseurs de pieds-droits données par la formule (A) du n° 74, lorsqu'il s'agira de voûtes à l'épreuve isolées des terres. Pour celles qui sont enterrées et pour les trois autres espèces de voûtes *fortes*, *moyennes* et *légères*, la formule donne des épaisseurs de pieds-droits qu'on peut adopter en toute confiance.

Si dans cette formule on suppose  $H = \infty$ , elle se réduit à

$$(x + e') = \sqrt{2\delta\Pi}.$$

L'épaisseur du pied-droit, lorsque sa hauteur devient très-grande, ne surpasse donc jamais la racine carrée du double de la poussée horizontale de la voûte, multipliée par un coefficient de stabilité  $\delta$ . Nous avons calculé ces épaisseurs limites en faisant  $\delta = 1.80$  (n° 71), pour les mettre en regard de celles que donne la formule (A) pour des pieds-droits de 3 mètres de hauteur. En comparant les unes avec les autres, on voit que l'épaisseur des pieds-droits augmente bien plus lentement que leur hauteur; d'où l'on peut conclure que l'inexactitude de certaines règles pratiques, comme celles du père Dérand, tient moins à ce qu'elles négligent la hauteur des pieds-droits, qu'à ce qu'elles ne font aucun compte de l'épaisseur du bandeau des voûtes et des conditions de leur stabilité sur leurs naissances.

Ce n'est pas assez faire, pour la stabilité d'une voûte et de ses pieds-droits, que de leur donner des épaisseurs d'où résulte l'équilibre statique entre le poids des maçonneries et les poussées qu'elles supportent; il faut encore que, comme pour les murs de revêtement, la fondation des pieds-droits soit inébranlable. C'est là un point essentiel sur lequel nous reviendrons dans la huitième leçon.

---

## SIXIÈME LEÇON.

REMARQUES SUR L'ÉTABLISSEMENT DES VOUTES A L'ÉPREUVE. NOTIONS  
SOMMAIRES SUR D'AUTRES ESPÈCES DE VOUTES.

**80.** *Des voûtes à l'épreuve de la bombe.* — Ce sujet est l'un de ceux qui méritent au plus juste titre l'attention des ingénieurs militaires; malheureusement nous n'avons guère autre chose à exposer ici que nos regrets sur l'oubli dans lequel il est tombé, et notre désir de voir des expériences spéciales jeter quelques rayons de lumière sur une question qui n'a pas encore été étudiée avec un soin proportionné à son importance.

Les points sur lesquels ces expériences pourraient porter utilement sont nombreux, car il nous semble que les ingénieurs ne sont bien fixés encore, ni sur la figure la plus avantageuse à donner à la courbe de l'intrados des voûtes à l'épreuve, ni sur le rapport à établir entre leur épaisseur et les dimensions du vide qu'elles recouvrent, ni sur l'inclinaison des plans qui composent leur chape, ni enfin sur l'épaisseur de la couche de terres dont il convient de couvrir cette chape. Nous allons exposer nos doutes sur quelques-unes de ces questions.

**81.** *De la figure d'intrados la plus avantageuse à la stabilité des voûtes à l'épreuve de la bombe.* — Avant le maréchal de Vauban, on faisait en tiers-point les voûtes des magasins à poudre. Nous pensons que cet usage était un reste de l'habitude de faire les intrados de voûtes en ogive qui se conservait, parce que les constructeurs sachant que les voûtes surhaussées exercent moins de poussée sur leurs pieds-droits que les pleins cintres, les croyaient plus stables ou plus économiques, faute de bien distinguer entre la stabilité du bandeo d'une voûte et celle de ses pieds-droits. Mais Bélidor (*Science des Ingénieurs*, liv. IV, page 63) nous apprend que Vauban y avait renoncé, éclairé par l'expérience de plusieurs sièges, et notamment de celui de Tournay en 1709, pendant lequel deux souterrains voûtés en tiers-point furent enfoncés à la troisième ou quatrième bombe, quoique couverts de cinq à six pieds de terre depuis plus de quarante ans. Quelles étaient les ouvertures des voûtes, leurs épaisseurs et celles de leurs pieds-droits? c'est ce qu'a omis de rapporter Bélidor.

Depuis Vauban, on donne toujours à l'intrados des voûtes des magasins à poudre, une figure demi-circulaire, et à l'extrados, la forme d'une chape dont les plans font avec l'horizon un angle de 41 degrés. Mais, dans les casernes à l'épreuve, et dans les ouvrages de la fortification, on a souvent, depuis 1818, adopté, pour l'intrados, des portions d'arc de cercle de 120, 100 et même 80 degrés, et pour l'extrados, des chapes inclinées à 30 et à 15 degrés, et même des plans à peu près horizontaux.

Ces modifications se justifient à un certain point de vue, lorsque l'on considère la stabilité des voûtes à l'épreuve comme dépendant des principes exposés dans le n° 73, et qu'on fait abstraction de la cohésion de la maçonnerie, pour ne tenir compte que de l'équilibre statique entre les poids des voussoirs supérieur et inférieur au joint virtuel de rupture.

En effet, n'ayant égard qu'à la possibilité de la rupture de la voûte par rotation de ses parties inférieures ou supérieures, nous avons vu (n° 73) que, pour qu'une voûte fût stable sur ses naissances, il fallait que la poussée engendrée à la clef par les pressions réciproques des deux demi-voûtes opposées fût au moins égale à une force  $F_1$ , capable de maintenir en équilibre, sur son joint inférieur, le groupe de voussoirs le plus disposé à tomber vers l'intérieur; et en même temps, que son intensité fût inférieure à celle d'une force  $F_2$ , capable de renverser en dehors le groupe de voussoirs qui oppose le moins de résistance à ce mouvement.

Il est clair que si, pour une voûte donnée, ces deux forces  $F_1$  et  $F_2$  étaient à peu près égales, on ne pourrait rien ajouter à la force  $F_1$ , ou rien diminuer de la force  $F_2$ , sans détruire la stabilité de la voûte. Si, au contraire, la force  $F_1$  est de beaucoup inférieure à la force  $F_2$ , la voûte pourra supporter certaines pressions extérieures de nature à augmenter  $F_1$ , ou à diminuer  $F_2$ , sans cesser pour cela d'être stable sur ses naissances.

Or, quel doit être l'effet du choc d'une bombe qui tombe sur la partie supérieure de la voûte? c'est évidemment d'augmenter la poussée à la clef, et d'ajouter brusquement un poids additionnel très-considérable au voussoir que cette force doit maintenir contre sa tendance à tomber en dedans des pieds-droits; ou, en d'autres termes, d'augmenter la valeur de  $F_1$ . Si la bombe, au contraire, frappe la voûte dans le voisinage des naissances, elle tendra, par l'impulsion donnée à la partie inférieure de la voûte, à soulever la partie supérieure et, par suite, il faudra, pour renverser cette dernière partie en dehors, une force  $F_2$  moins considérable que lorsque la voûte était abandonnée à elle-même.

Par conséquent, on peut dire que, abstraction faite de la cohésion des

maçonneries, et en ne considérant que les actions respectives des poids des voussoirs, les voûtes les mieux disposées pour résister au choc des bombes sont celles dans lesquelles la différence des forces  $F_1$  et  $F_2$ , dont nous venons de rappeler la définition, se trouve être un maximum.

Or il est facile de se convaincre que la largeur de l'espace à voûter et la surface du profil de la voûte, restant les mêmes, la différence des deux forces  $F_1$  et  $F_2$  se trouve moindre dans une voûte en ogive que dans une voûte en plein cintre, et plus faible encore dans celle-ci que dans un arc surbaissé ou une anse de panier. Donc, enfin, si l'on pouvait faire dépendre la stabilité des voûtes à l'épreuve, uniquement de leur résistance à la rupture par rotation, on serait conduit à adopter pour leur intrados un arc de cercle d'une certaine amplitude moindre que la demi-circonférence, ou mieux encore, une anse de panier.

Mais, d'un autre côté, à mesure que les voûtes surbaissées s'aplatissent, la rupture par rotation devient moins probable, et c'est la rupture par glissement qui a le plus de chance de se produire: or la stabilité des voûtes, par rapport à ce second mode de rupture, diminue à mesure que le surbaissement augmente; celui des voûtes à l'épreuve ne doit donc pas dépasser une certaine limite. Et il y a pour cela une raison encore, c'est que les voûtes aplatis exercent sur leurs pieds-droits une poussée très-considérable. Nous pensons, sans pouvoir appuyer notre opinion sur des arguments incontestables, que la figure d'intrados la plus avantageuse à la résistance, au choc des bombes, est celle d'un arc de 120 degrés d'amplitude, ou celle d'une anse de panier à trois centres, dont l'ouverture et la montée présenteraient entre elles le rapport qui existe entre la corde et la flèche de l'arc de 120 degrés.

**82. De l'inclinaison à donner aux plans des chapes des voûtes à l'épreuve de la bombe.** — Les considérations par lesquelles nous avons été amenés à penser que les courbes d'intrados surhaussées ou en plein cintre n'étaient pas les plus avantageuses à la stabilité des voûtes exposées au choc des projectiles, conduisent à cette autre conséquence, que les chapes à 45 ou à 41 degrés ont une trop grande élévation. En effet, en consultant, soit les résultats de la méthode graphique de M. Poncelet, soit les Tables de MM. Petit et Michon (nos 12 et 15 du *Mémorial du Génie*), on voit que les chapes horizontales ajoutent beaucoup à la stabilité des voûtes primitives auxquelles on les superpose, mais qu'à mesure qu'on incline ces chapes, la stabilité des voûtes diminue malgré l'augmentation du volume de la maçonnerie; de telle sorte, qu'une voûte en plein cintre extradossée en chape à 30 degrés est

moins stable qu'une voûte de même diamètre extradossée parallèlement avec une épaisseur uniforme.

Mais on considère les chapes sous un autre aspect, et l'on fait remarquer qu'il est avantageux qu'elles aient beaucoup d'inclinaison, parce qu'alors les bombes, après les avoir frappées, roulent, vont éclater sur le sol et n'ajoutent pas les effets de leur explosion à ceux qu'a produits leur choc. Cette observation est très-juste; mais peut-être n'est-il pas nécessaire, pour amener le résultat dont on vient de parler, que l'inclinaison soit poussée jusqu'à 41 degrés avec l'horizon. Peut-être que 30 degrés suffiraient pour que la bombe, qui ne s'enfonce que de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,12 dans la maçonnerie et qui rebondit toujours après sa chute, ne pût pas s'arrêter sur la chape. Nous serions portés à le penser et à fixer cette inclinaison à 30 degrés, comme la limite de celle qu'il est réellement utile de donner aux plans des chapes.

En supposant que la tangente à la trajectoire, que suit le projectile, fasse avec l'horizon, au moment de sa chute, un angle de 45 degrés, on voit que le choc aura lieu dans une direction presque normale avec la chape à 41 degrés, et sous un angle aigu avec celle qui fait 30 degrés seulement avec l'horizon. L'effet du choc sera donc moindre et la probabilité du ricochet plus grande dans le second cas que dans le premier.

**83. Expériences de Woolwich sur une voûte à l'épreuve en pierres factices de béton.** — On peut faire, aux considérations que nous venons d'exposer dans les deux numéros précédents, cette objection, que les voûtes à l'épreuve n'étant exposées au feu de l'artillerie que longtemps après leur construction doivent être considérées comme des corps homogènes qui résistent par leur élasticité et leur cohésion, plutôt que comme des ensembles de voussoirs pesants, en équilibre les uns sur les autres, et que, par conséquent, la conservation de l'équilibre statique de ces voûtes n'est pas la chose dont on doive le plus se préoccuper.

Ne pouvant pas entrer, à ce sujet, dans une discussion que les bornes de ces leçons ne comportent pas, nous nous contenterons de rapporter ici un fait qui nous paraît justifier le point de vue duquel nous envisageons la résistance des voûtes à l'épreuve.

En 1835, à Woolwich, il a été fait une expérience dans le but d'apprécier la possibilité de construire en béton des voûtes d'une grande résistance (*voir* la relation de cette expérience, traduite de l'anglais, par M. le colonel Augoyat, et insérée dans le 24<sup>e</sup> volume du *Spectateur militaire*, 13<sup>e</sup> année, page 656). En voici les principaux résultats :

Une voûte en berceau, circulaire, extradossée en dos d'âne, de 1<sup>m</sup>,20 d'épaisseur, 5<sup>m</sup>,40 d'ouverture intérieure, 6 mètres de longueur, portée sur des pieds-droits de 1<sup>m</sup>,30 de hauteur et de 2<sup>m</sup>,40 d'épaisseur, construite en pierres factices de béton hydraulique, fut exposée au feu d'un mortier de 12 pouces à 457 mètres de distance. Le béton était encore, au moment de l'achèvement de la voûte, tellement frais, qu'un boulet de canon, tiré à cette distance, y pénétra de 1<sup>m</sup>,24.

Trois bombes, remplies de sable et lancées à 45 degrés, tombèrent sur la voûte; elles n'en déterminèrent ni la chute ni la rupture complète. *Leur effet fut d'ouvrir des lézardes dirigées, les unes dans le sens de la longueur du cylindre, les autres dans un sens perpendiculaire à celui-ci et parallèle aux directrices de sa génération; plusieurs de ces dernières traversaient toute la voûte en s'étendant sur la moitié de son contour.*

On ne sait pas ce qu'aurait produit le choc d'un plus grand nombre de bombes. Dans les effets observés, on ne peut méconnaître la tendance de la voûte à se diviser en carrés ou en rectangles compris entre des plans parallèles et normaux aux génératrices droites du cylindre de la douelle, et, par conséquent, en voussoirs non adhérents les uns aux autres. Cette division ainsi opérée aurait amené la voûte en expérience exactement à l'état théorique dans lequel nous avons considéré les voûtes ordinaires au n° 73, et les conditions de stabilité trouvées pour ces dernières lui seraient devenues applicables.

**84. De l'épaisseur à donner au bandeau des voûtes à l'épreuve. Règles pratiques proposées par divers auteurs pour la détermination de cette épaisseur. Des effets produits par la chute des bombes sur les voûtes.** — Le fait le plus concluant que l'on connaisse, relativement à l'épaisseur à donner aux voûtes à l'épreuve, c'est la résistance du magasin à poudre construit à Landau par Vauban, lequel, dans le siège de 1704, a reçu plus de quatre-vingts bombes sans en être endommagé (*voir Bélidor, Science des Ingénieurs, livre IV*).

Vauban avait donné à ce magasin 25 pieds de diamètre dans œuvre; la voûte en plein cintre était extradossée en chape faisant avec l'horizontale un angle de 41 degrés. Son épaisseur aux reins était de 3 pieds, ses naissances étaient à 8 pieds au-dessus du sol; elle portait sur des pieds-droits de 8 pieds d'épaisseur renforcés par des contre-forts de 6 pieds d'épaisseur, de 4 pieds de longueur, espacés de 15 pieds d'axe en axe. Les fondements des pieds-droits avaient 9 à 10 pieds de largeur. La voûte était composée de quatre rouleaux de briques concentriques superposés. Au-dessus de son extrados,

on avait placé une couche de terre de 3 pieds d'épaisseur, retenue en place par un petit mur régnant tout autour du magasin. Ce bâtiment est resté le type d'après lequel les ingénieurs déterminent les dimensions de ceux auxquels ils veulent donner la propriété d'être à l'épreuve de la bombe.

Pendant le siège de Pampelune, en 1823, plusieurs bombes tombèrent sur un magasin à poudre de cette place sans produire d'autre effet que de briser les tuiles de la couverture, et de laisser sur la chape des empreintes de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,14 de profondeur à l'endroit de leur chute. Mais il est à remarquer que la voûte, semblable à celles des magasins à poudre de Vauban, était recouverte d'une maçonnerie extrêmement dure, difficilement attaquable par la pioche, épaisse de 1<sup>m</sup>,40 au-dessus de la clef, et de 1 mètre au-dessus des reins (*voir* le Mémoire du colonel Augoyat sur les pénétrations des projectiles, n° 7 du *Mémorial du Génie*).

Le magasin à poudre de la citadelle d'Anvers fut atteint, en 1831, de plusieurs bombes qui n'y causèrent que peu de dommages (*Relation des opérations de l'artillerie au siège d'Anvers*, page 120).

Il est donc bien établi que des voûtes de 8 mètres de diamètre, de 1 mètre d'épaisseur, extradossées en chape, chargées de terre ou renforcées par une surépaisseur de maçonnerie, sont à l'épreuve de la bombe.

Nous disons 8 mètres de diamètre et 1 mètre d'épaisseur, parce que nous croyons que la masse de la construction dont la voûte fait partie influe sur la résistance. En effet, les bombes n'endommagent pas les voûtes par leur pénétration uniquement, elles les ébranlent et les lézardent, et tendent à en disjoindre les parties, non-seulement par l'effet de leur choc, mais par le mouvement de trépidation qu'elles communiquent à la maçonnerie et au sol lui-même. Or l'étendue des effets produits par ce mode d'action dépend des proportions du bâtiment que la voûte recouvre ou dont elle fait partie; on conçoit qu'une voûte d'un petit diamètre, et d'une faible longueur, serait, si elle était isolée, démolie ou bouleversée par des bombes, plus tôt que si elle appartenait à une masse de constructions considérable. Les petites voûtes des culées d'une caserne à l'épreuve, par exemple, reçoivent un appui efficace de la part des grandes voûtes et des gros murs auxquels elles sont accolées, et les contre-forts que Vauban ajoutait aux pieds-droits de son magasin à poudre amortissaient l'effet de l'ébranlement communiqué à l'édifice par le choc des bombes, en le répartissant sur une plus grande étendue du sol. Aujourd'hui ces contre-forts sont remplacés par une surépaisseur donnée à la maçonnerie des pieds-droits, non pas qu'on les ait regardés comme inutiles à la stabilité, mais parce que

les angles formés par les murs et les contre-forts, recevant difficilement les rayons du soleil, contractaient de l'humidité et la transmettaient à l'intérieur. Toutefois, il n'est pas bien certain que la stabilité du magasin n'en soit pas quelque peu diminuée.

S'il paraît probable qu'une voûte qui se relie d'une manière quelconque à une masse de constructions en maçonnerie, acquiert par là un certain surcroît de stabilité, il l'est encore plus qu'un remblai en terres entourant de toutes parts un souterrain ou même arc-boutant latéralement un passage voûté, doit, indépendamment de la protection directe qu'une couche de terre donne à une voûte, annuler ou au moins diminuer pour eux le danger des ébranlements et des dislocations causés par le choc des bombes.

Il y a encore des circonstances d'une autre nature, qui doivent permettre, dans certains cas, de diminuer l'épaisseur des voûtes que l'on veut mettre à l'épreuve. Qu'on se figure, par exemple, un abri voûté situé sur une colline, et dominant de tous côtés le terrain sur lequel l'ennemi peut établir ses batteries; on comprendra tout de suite que la vitesse d'une bombe tirée sous un angle de projection quelconque, et venant frapper la voûte, sera, comparativement à celle que le projectile aurait au moment de sa chute sur un but situé au niveau de la batterie, moindre de toute l'accélération due à la hauteur de l'abri voûté, au-dessus du plan horizontal passant par la bouche à feu. L'angle de chute de la bombe sera aussi d'autant moindre que le plan sur lequel elle tombera sera plus élevé au-dessus du sol de la batterie (\*), et, par ces deux raisons, les effets d'un bombardement sont moins redoutables pour les voûtes placées dans des situations dominantes que pour celles qui sont, ou de niveau avec les emplacements possibles des batteries, ou, comme cela peut arriver, dominées elles-mêmes par ces emplacements.

On voit donc qu'il y a un grand nombre d'éléments qui doivent concourir à la fixation de l'épaisseur d'une voûte à l'épreuve; mais l'influence de la plu-

(\*) Les mortiers dont on se sert actuellement dans les sièges sont disposés de manière à pouvoir tirer sous tous les angles compris entre 30 et 60 degrés comptés avec l'horizontale. L'angle de projection qui donne le plus de vitesse de chute à la bombe est celui de 60 degrés: c'est sous cet angle que l'on doit tirer lorsqu'il s'agit d'enfoncer des voûtes. L'angle de tir moyen est celui de 45 degrés: il est adopté le plus souvent, parce qu'il donne le maximum de portée et la plus grande justesse de tir. Lorsque le projectile doit être lancé contre des blindages très-inclinés du côté de la batterie, on tire sous l'angle de 30 degrés (Piobert, *Traité d'Artillerie, tir des mortiers*).

La petite Table suivante, calculée, en tenant compte de la résistance de l'air, par M. le chef d'escadron d'artillerie Didion, au moyen des formules de son *Traité de Balistique*, peut donner une idée de l'influence de l'élévation du but sur la vitesse et l'angle de chute des bombes lancées, sous

part d'entre eux n'est susceptible que d'une appréciation conjecturale. Le seul qu'on puisse, dans l'état actuel de la question, soumettre au calcul, c'est la variation du diamètre, et encore ne connaissons-nous, sur ce point, que la règle empirique due à Bélidor. (*Voir la Science des Ingénieurs*, livre IV, chapitre IX.) Assimilant les voûtes à des solides homogènes posés sur des appuis par leurs extrémités et chargés de poids dans l'intervalle, et se conformant à la théorie de Galilée, cet auteur propose de faire les épaisseurs de leurs bandeaux proportionnelles aux racines carrées de leur diamètre ou de leur ouverture. Nommant D le diamètre d'une voûte en plein cintre, extradossée en chape, E son épaisseur aux reins, et remarquant que la voûte du magasin à poudre de Landau a 8<sup>m</sup>,121 de diamètre et 0<sup>m</sup>,9745 d'épaisseur aux reins, il pose

$$E = 0,34196 \sqrt{D},$$

règle qui, pour les voûtes d'un petit diamètre, donne des épaisseurs plus faibles que celles que l'on déduit des formules que nous avons proposées ci-dessus (n°s 75 et 76). On voit par là que Bélidor, tout en assignant la cohésion pour principal moyen de résistance aux voûtes à l'épreuve, croyait formellement qu'on devait diminuer leur épaisseur à mesure que le diamètre de leur ouverture devenait moindre. Il pensait donc que le plus grand danger pour les voûtes n'était pas d'être *percées*, mais bien d'être *rompues* par les bombes. Cette opinion paraît être conforme aux faits. Les bombes ne percent que les voûtes faibles de 0<sup>m</sup>,25 à 0<sup>m</sup>,30 d'épaisseur, non recouvertes de terre. Dès que l'épaisseur d'une voûte est assez considérable pour qu'une bombe ne la traverse pas au premier choc, sa rupture par dislocation est plus probable que son percement. Au surplus, sur ce point comme sur le précédent (n° 82), et sur celui que nous allons examiner (n° 83), c'est à l'expérience à décider.

l'angle maximum de 60 degrés, aux distances où l'on tire communément dans les sièges. Les calculs sont faits pour une bombe de 0<sup>m</sup>,27 de diamètre dont le poids avec sa charge intérieure est de 50<sup>k</sup>,60.

DISTANCE du but à la batterie.	HAUTEUR du but au-dessus du sol de la batterie.	ANGLE de projection de la bombe.	VITESSE initiale en mètres par seconde.	ANGLE de chute de la bombe.	VITESSE de chute en mètres par seconde.
400	0	60	72,80	67,00	90,01
800	0	60	113,70	63,20	65,00
400	100	60	78,00	63,50	83,00
800	100	60	115,60	55,20	55,70
400	200	60	85,80	60,10	78,40
800	200	60	120,00	40,40	46,80

**85.** *De la hauteur du remblai à superposer aux voûtes qu'on veut mettre à l'épreuve de la bombe.* — Vauban (*Défense des places*, page 179) recommande, à l'approche d'un siège, de charger de 1 mètre à 1<sup>m</sup>,30 de terres l'extrados des voûtes des magasins à poudre. Cependant aujourd'hui beaucoup d'ingénieurs pensent que les terres placées sur les chapes des magasins à poudre sont plus nuisibles qu'utiles, parce que les bombes s'y arrêtent, y éclatent et, agissant comme des fourneaux de mine surchargés, produisent par leur explosion des effets plus dangereux que ceux qu'on aurait eu à craindre de leur choc. Ils admettent d'ailleurs, qu'en tous cas, en remplaçant la couche de terre par une couche de maçonnerie dont l'épaisseur soit à celle du remblai dans le rapport direct des pénétrations d'une bombe dans ces deux espèces de corps, on donnera à la voûte une résistance plus grande et mieux assurée.

Pour apprécier cette opinion, qui se présente d'une manière spacieuse, nous avons consulté les relevés des enfoncements des bombes dans la terre sablonneuse du polygone d'exercice de Metz, le *Traité d'Artillerie* de M. Piobert, et le Compte rendu des expériences de la Commission des principes du tir; nous en avons obtenu les renseignements suivants :

La profondeur à laquelle les bombes animées de la plus grande vitesse qu'elles puissent acquérir dans l'air pénètrent dans des terres rassises, ne dépasse pas 0<sup>m</sup>,90 et s'arrête moyennement à 0<sup>m</sup>,50. Arrivés à la limite de leur pénétration dans la terre, *les projectiles, lorsqu'ils n'éclatent pas, ne compriment pas la terre en avant d'eux à une distance de plus de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,20*; le déplacement des terres, pour faire place à la bombe, ayant lieu de l'intérieur à l'extérieur, contrairement à ce qu'on est disposé à penser au premier abord.

Lorsque les bombes éclatent dans les terres, elles y produisent des entonnoirs dont le diamètre va de deux à trois fois la longueur de leur enfoncement, et elles ébranlent la masse des terres à une distance de une fois et demie cet enfoncement. En sorte que, par exemple, une bombe de 0<sup>m</sup>,32 de diamètre éclatant au moment où elle atteint sa plus grande profondeur de pénétration, qui est 0<sup>m</sup>,90, ébranlera les terres à une distance de leur surface extérieure égale à 2 mètres ou 2<sup>m</sup>,25. Constatons donc, en passant, qu'un remblai de 2<sup>m</sup>,50 au plus, superposé à une voûte, la met par lui seul à l'épreuve de la bombe, sauf l'éventualité, assez peu probable, de la chute d'un certain nombre de ces projectiles dans le même entonnoir. Les constructeurs peuvent donc se croire dispensés de donner uniformément, quelle que soit leur ouverture, 1 mètre d'épaisseur aux voûtes des communications souterraines et des

voûtes en décharge, lorsqu'elles sont enterrées de plus de 2 mètres, et se contenter de leur appliquer les formules indiquées aux n°s 75 et 76 pour les voûtes fortes ou moyennes.

Revenant maintenant à la question de savoir si la couche de terres que Vauban recommande de superposer aux chapes des magasins à poudre peut leur devenir plus nuisible qu'utile, nous ferons remarquer qu'il y a ici à considérer deux effets qui doivent varier en sens contraire, en même temps que l'épaisseur de la couche de terre augmente. En effet, il est clair que l'interposition entre la voûte et les projectiles d'une couche quelconque de terre amortira, en partie, la violence du choc; mais, d'un autre côté, il est possible qu'à mesure que la bombe trouvera à s'enfoncer davantage, son explosion produira des effets d'ébranlement plus considérables. Il y a donc une certaine épaisseur de terre pour laquelle la diminution apportée dans les effets du choc serait, pour ainsi dire, exactement compensée par l'augmentation des effets de l'explosion. Une épaisseur plus faible sera utile, une épaisseur plus considérable pourra être nuisible; puis lorsqu'elle aura augmenté jusqu'à avoir 2<sup>m</sup>,50, la couche de terres mettra la voûte à l'abri des effets de l'explosion et du choc tout à la fois.

C'est à l'expérience à décider entre quelles limites se trouve cette épaisseur de terres qui augmente assez les effets de l'explosion des bombes pour les rendre plus dangereux que ceux du choc. Il y a d'autant plus de raisons de recourir à l'enseignement que peuvent donner les faits, que jusqu'ici on n'est même pas d'accord sur la puissance relative des deux modes d'action des projectiles creux. Si, d'une part, on lit (page 383 du n° 11 du *Mémorial du Génie*), dans le Compte rendu des expériences faites à Douai en 1826, 1827, 1828 et 1829, que les blindages qui ont résisté au choc ont tous résisté à l'explosion de la bombe, dont l'action paraît être beaucoup moins énergique que celle du choc; d'un autre côté, le *Journal des Armes spéciales* (1<sup>re</sup> série, 4<sup>e</sup> année, tome IV, pages 153 et suivantes) nous apprend que, dans des expériences faites en Prusse en 1810, 1816, 1818 et 1822, on a observé le fait suivant: Une bombe dont la chute n'avait fait éprouver au ciel d'un blindage aucune avarie, ayant été retirée de son trou avec précaution et remplacée par une autre du même calibre, l'explosion de cette dernière fit rompre plusieurs des grosses pièces du ciel, dont les débris furent lancés dans l'intérieur avec tant de force, qu'ils entrèrent de 2 pieds dans le sol.

En résumé, nous sommes disposés à penser que l'arc de cercle de 120 degrés serait la figure d'intrados la plus avantageuse à la résistance des voûtes au choc des bombes; que l'épaisseur des voûtes à l'épreuve doit varier avec

leur ouverture; et enfin, qu'un recouvrement en terres est plus souvent avantageux que nuisible : mais nous ne donnons ces aperçus que comme des hypothèses sur la valeur desquelles l'expérience peut seule prononcer en dernier ressort.

## DES VOUTES PLATES.

**86. Des plates-bandes.** *Leur appareil.* — Les plates-bandes sont des portions de voûtes plates qui servent de *linteaux* aux portes et aux fenêtres de forme rectangulaire, et qui remplacent, dans l'architecture moderne, les architraves que les Grecs faisaient d'une seule pièce.

Les plates-bandes se partagent en claveaux comme les arcs à intrados cylindriques; les joints tendent tous à un centre commun, qui est au sommet du triangle équilatéral dont l'ouverture de l'intrados est la base.

Pour satisfaire à la règle de l'appareil, qui veut que les joints des claveaux rencontrent la douelle à angles droits, on retourne les joints dans la direction verticale, à partir de leurs rencontres avec une droite horizontale située à 0<sup>m</sup>,05 de l'arête d'intrados. Par la même raison, on rapporte le joint horizontal EF à quelques centimètres en contre-bas du point A. La plus petite épaisseur verticale qu'on puisse donner à une plate-bande se détermine en élévant au point A, l'une des naissances, une perpendiculaire à la direction du joint du *coussinet*, et en marquant le point C de rencontre avec la verticale passant par le milieu de l'ouverture en O'. Il convient de rester toujours au-dessus de cette limite. On termine ordinairement l'extrados de la plate-bande à un arc concentrique à celui auquel les joints sont perpendiculaires, à moins que les convenances de l'appareil n'exigent un autre mode d'extradossement.

La poussée horizontale d'une plate-bande est très-considérable; l'épaisseur limite à donner à chacun de ses pieds-droits, pour qu'ils puissent résister au renversement, est des  $\frac{7}{10}$  de son ouverture. De plus, comme la poussée tend à faire glisser le coussinet ADK sur son joint horizontal EF, il faut que ce dernier soit retenu en place soit par le frottement, soit par des moyens d'art.

Nommant E l'épaisseur du pied-droit, H' la hauteur de la maçonnerie dont on doit le charger au-dessus du joint AD du coussinet,  $a$  la demi-ouverture AO' de la plate-bande, et supposant le frottement sur le joint EF égal aux 0,70 du poids dont il sera chargé, on aura (*voir* la troisième partie du Cours)

$$0,70 EH' = a^2,$$

relation qui servira à déterminer E ou H' à volonté. Si, par exemple,  $E=1,40 a$ ,

comme nous l'avons indiqué ci-dessus, on trouvera

$$H' = 1,02 \alpha.$$

Dès que les plates-bandes atteignent une largeur de 4 à 5 mètres, les praticiens jugent convenable de s'opposer aux effets de la poussée par un tirant en fer logé dans une feuillure de 0<sup>m</sup>, 16 de profondeur creusée dans l'intrados de la plate-bande, traversant les deux coussinets, et tendu fortement au moyen de deux écrous portant sur deux plaques de fonte (*voir la fig. 10*, et la *fig. 10'* qui est la coupe de la plate-bande en O'C de la *fig. 10*). On calcule l'équarrissage de ce tirant par la formule

$$\Omega = \frac{p'la^2}{6000\,000},$$

dans laquelle  $\alpha$  est la demi-ouverture de la plate-bande,  $l$  la longueur de la plate-bande mesurée perpendiculairement au plan de tête,  $p'$  le poids du mètre cube de la maçonnerie, et  $\Omega$  la surface de la section transversale du tirant;  $l$  et  $\alpha$  sont exprimés en mètres,  $\Omega$  en mètres carrés et  $p'$  en kilogrammes.

Les plates-bandes, quoi qu'on fasse, sont toujours des constructions peu solides, et sur lesquelles il est dangereux de faire porter de grands poids. Aussi a-t-on généralement la précaution de jeter au-dessus d'elles des arcs en moellons, dits *arcs de décharge*, qui reportent sur les pieds-droits le poids des constructions supérieures.

**87. Des voûtes plates en brique et plâtre.** — Ces voûtes sont appelées *voûtes plates*, parce qu'on peut leur donner une courbure extrêmement faible, et aussi parce que, dans les deux tiers au moins de leur largeur, les briques dont on se sert pour leur construction sont posées à plat. On les trouve indiquées sous le nom de *volterrane*, par des auteurs qui disent qu'elles ont été inventées à Volterra, en Toscane. Ce qui peut donner quelque vraisemblance à cette opinion, c'est que les environs de Volterra fournissent de la pierre à plâtre excellente, et de la bonne terre à brique. On ne les exécute guère, en France, que dans les provinces méridionales, la Provence, le Languedoc et le Roussillon. Cependant on en a construit aussi à Versailles et à Paris. En général, elles ne réussissent que dans les localités où le plâtre est de bonne qualité, et les briques cuites avec soin et bien sèches : elles ne peuvent durer qu'autant qu'elles sont à couvert de l'humidité. Comme c'est le plâtre qui fait leur principale force, il est avantageux d'employer à leur construction des briques de peu de largeur, parce qu'elles offrent, à proportion, plus de joints que les grandes, et que, d'ailleurs, elles font mieux la douelle. Les briques dont on se sert habituellement

dans le Roussillon ont  $0^m,27$  de longueur,  $0^m,135$  de largeur et  $0^m,027$  d'épaisseur.

Ce genre de voûtes est susceptible de recevoir toutes les formes possibles; les plus en usage sont celle des voûtes en arc de cloître très-surbaissées, ayant une montée du  $\frac{1}{8}$  environ de l'ouverture, et celle dite en *impériale de carrosse*, qui est un arc de cloître dont les arêtes sont effacées et remplacées par des surfaces courbes de raccordement.

On les construit au moyen de *cintres* en charpente (*C fig. 11* et *C' fig. 11''*, *Pl. VI*), recouverts de planches minces présentant avec exactitude la forme de la douelle. Mais les ouvriers habiles n'en ont pas besoin; ils se contentent de quelques *cherches* ou courbes en bois figurant des sections normales aux arêtes longitudinales de la voûte, lesquelles leur servent plutôt de directrices pour poser leurs règles ou tendre leurs cordeaux et de guides dans la pose des briques, que de soutiens pour ces dernières.

Le premier rang de briques se pose sur une entaille de 1 décimètre de profondeur, pratiquée dans les murs qui doivent porter la voûte; l'ouvrier gâche, dans un auget de  $0^{ma},50$  de surface, du plâtre qui a été exposé pendant six heures à la chaleur d'un four à cuire le pain, puis broyé très-fin à la meule, de manière à n'en préparer à la fois que ce qu'il en faut pour une brique ou deux. Il plonge dans l'eau la brique qu'il doit poser, la garnit de plâtre sur la partie qui doit porter dans l'entaille, et la met en place en se réglant sur le cordeau tendu d'une *cherche* à l'autre. Son compagnon la tient dans la position qu'elle doit occuper, jusqu'à ce que la seconde brique soit garnie de plâtre sur ses joints et prête à prendre sa place. Il a suffi de ce temps pour que la prise du plâtre ait solidement attaché la première brique au mur. La seconde fait de même bientôt corps avec la précédente, et ainsi de suite. L'ouvrier n'entreprend le second rang de briques qu'après avoir posé le premier sur tout le développement de la pièce; il le commence par une demi-brique, afin que les joints se recoupent avec ceux du premier rang. Lorsque la voûte est achevée, elle peut, en raison de la cohésion de ses parties, être comparée à *un couvercle en poterie*, posé sur l'enceinte dont elle recouvre l'intérieur. On a fait à Ajaccio, en 1777, une expérience qui semble prouver la justesse de cette comparaison. Après avoir élevé des voûtes sur les deux premiers étages d'une caserne, on a laissé tomber du troisième une bombe qui n'a fait que son trou dans les deux voûtes qu'elle a rencontrées.

Cependant, pour fortifier ces voûtes et les empêcher de se rompre par la chute des parties qui avoisinent la clef, et par le soulèvement des portions qui se rapprochent des naissances, on élève sur leur extrados, à des intervalles de 1 mètre à  $1^m,50$ , de petites cloisons d'une brique de champ d'é-

paisseur, à peu près jusqu'au niveau du sommet de cet extrados. On garnit leur entre-deux de menus gravois bien tassés à la dame; puis, de l'une de ces cloisons à l'autre, on jette de petites voûtes cylindriques de 0<sup>m</sup>,30 de flèche, dont les extrados forment une aire sur laquelle on pose le plancher ou le carrelage de l'étage supérieur à celui que la voûte recouvre (D *fig.* 11 et D' *fig.* 11', *Pl. VI*).

On fait de grandes voûtes qui n'ont en épaisseur qu'une seule brique. Il est plus prudent de les redoubler. Elles peuvent alors porter des fardeaux considérables. Sur le milieu d'une voûte de 8<sup>m</sup>,70 de long, 4<sup>m</sup>,70 d'ouverture et 0<sup>m</sup>,40 seulement de montée, on a accumulé en pyramide, sans l'endommager, un poids de moellons dépassant 7 000 kilogrammes. On la fit démolir ensuite à coups de masse, et il fallut l'abattre par morceaux.

Un danger qu'on ne peut éviter qu'avec beaucoup de précautions pendant la construction de ces voûtes, c'est la pression énergique qu'elles exercent contre les murs par suite de l'expansion du plâtre. Il faut avoir soin d'arrêter le travail aussitôt qu'il ne reste plus que quelques rangs à poser pour fermer la voûte et attendre que le plâtre ait fait tout son effet avant de la terminer. Il convient de prendre des précautions pareilles lors de la construction des cloisons et des petites voûtes ou *voutains*. L'emploi des tirants en fer pour relier les murs doit toujours être adopté quand il n'en résulte pas trop de dépense, et qu'on n'a pas la certitude qu'ils sont inutiles.

M. Olivier de Pézet, capitaine du génie, a trouvé un moyen très-ingénieux de diminuer la poussée due à l'expansion du plâtre. Il consiste à substituer aux briques plates des *briques à crochet* (*voir les fig.* 12, 12' et 12'', *Pl. VI*), qui s'assemblent de manière que chacune d'elles en réunit deux autres de la couche supérieure ou inférieure à celle dont elle fait partie. Le gonflement du plâtre ne peut plus alors avoir d'autre effet que de serrer les briques les unes contre les autres, et de donner de la solidité à la masse. Pour assurer l'effet de cette disposition, on a soin de faire toujours aussi minces que possible les joints de la couche inférieure, tandis que l'on augmente ceux de la couche supérieure, en raison inverse de la force expansive du plâtre, de manière à suppléer à la qualité par la quantité.

Mais alors même que le plâtre aurait acquis tout le volume qu'il doit prendre en se solidifiant, alors même qu'il réunirait les briques avec toute la force nécessaire pour qu'on pût regarder la voûte comme un corps solide parfaitement continu, elle n'en exercerait pas moins contre ses appuis une poussée analogue à celle qu'exercent les arcs et les voûtes en charpente, due à l'élasticité des briques et à celle du plâtre lui-même. Il faut donc fortifier les murs contre cette pression qui tend à les renverser.

D'après les résultats des expériences de M. le capitaine du génie Olivier de Pézet (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1<sup>er</sup> semestre, 1837, pages 303 et suivantes), on peut évaluer la poussée d'une voûte de 4<sup>m</sup>,89 d'ouverture, 0<sup>m</sup>,47 de flèche et 0<sup>m</sup>,08 d'épaisseur, à 344<sup>kil</sup>,83 par mètre courant, contre chacun des pieds-droits. Nous pensons que pour des voûtes d'une ouverture différente, mais toujours surbaissées au  $\frac{1}{10}$ , la poussée doit croître proportionnellement à l'ouverture. D'après cette hypothèse, la poussée  $\Pi$  d'une voûte plate de 1 mètre de longueur serait, en représentant son ouverture par  $2\alpha$ ,  $\Pi = \alpha \times 70^{\text{kil}}$ . L'épaisseur à donner aux murs qui supportent une voûte plate se déterminera ensuite au moyen de l'équation suivante.

Nommant :

$e$  l'épaisseur du mur;  $H$  sa hauteur jusqu'à la voûte;  $h$  la hauteur à laquelle il est prolongé par-dessus;  $E$  son épaisseur dans cette partie;  $p'$  le poids du mètre cube de la maçonnerie du mur;  $\Pi$  la poussée en kilogrammes d'une portion de voûte de 1 mètre de longueur;  $\delta$  un coefficient représentant le surcroît de stabilité qu'on veut donner aux pieds-droits; on posera

$$e = \sqrt{\left(\frac{2\delta\Pi}{p'} - \frac{E^2 h}{H}\right)};$$

$\delta$  pourra varier de 1,50 à 2,00.

Voici des faits d'expérience qui pourront servir à contrôler les résultats que donne cette règle, ou suppléer au calcul. Nous les extrayons de deux Mémoires existant aux Archives du dépôt des Fortifications et rédigés, l'un par le sieur Manetti, de Florence; l'autre, par le capitaine du génie Prudhomme : tous deux sont datés de 1810.

*Dimensions de quelques voûtes plates en plâtre, et des murs qui en supportent la poussée.*

OUVERTURE de la voûte.	FLÈCHE.	HAUTEUR des murs.	ÉPAISSEUR des murs.	OBSERVATIONS.
3,00	0,33	3,00	0,25	
4,00	"	"	0,30	
5,00	0,60	4 étages.	0,54	
5,50	"	"	0,60	
6,00	"	"	0,60	
6,00	"	13 <sup>m</sup> ,00	0,66	
6,00	0,75	"	0,75	
10,00	2,00	1 étage.	0,80	
11,50	"	"	0,80	
15,00	"	"	0,88	

Il n'est pas prudent de faire des voûtes plates en plâtre de plus de 8 mètres d'ouverture, sans les fortifier par des armatures en fer.

**88. Des voûtes minces en tuiles superposées.** — Quelle que grande que paraisse la légèreté des voûtes plates en briques, elle est encore surpassée par celle des voûtes en tuiles plates, dont l'usage est habituel en Sicile. On en a fait diverses imitations au château de Neuilly. Voici, sur ce genre de constructions, des renseignements que nous devons à M. le lieutenant-colonel du génie Leblanc.

Ces voûtes sont très-plates; leur flèche minimum a  $0^m,05$  par mètre de corde : elles ont ordinairement d'épaisseur trois tuiles à joints recroisés, comme le montrent les *fig. 13, 13' et 13''*, *Pl. VI*. Pour les construire, on établit sur des cintres légers un couchis en planches, on coule dessus une couche de plâtre passé au tamis, on pose la première couche de tuiles, et par-dessus on coule du plâtre gros; puis une seconde couche de tuiles, etc. Les joints des tuiles doivent être très-minces, ainsi que les joints entre les couches. Trois tuiles, dont on a fait sauter le bouton qui sert à les arrêter sur le lattis des toits quand on les emploie pour couverture, avec les quatre coulis de plâtre, donnent 8 centimètres d'épaisseur. On décintre immédiatement. La voûte ne forme qu'un morceau; le dessous de la voûte est simplement gratté, et n'a pas besoin d'un nouvel enduit. La trace des tuiles qu'on aperçoit forme un dessin fort propre.

Pour les voûtes de cave dont les pieds-droits sont adossés aux terres, on doit, près des naissances, remplacer le plâtre par le ciment de Pouilly. Une voûte de cette sorte (*fig. 13*) de 4 mètres de corde a supporté, sans avaries, le choc d'une pierre de  $0^m,300$ , qu'on a déchargée dessus par mégarde.

Dans les pays où le plâtre est cher, il est probable qu'on pourrait réussir avec ce qu'on nomme du *mortier bâtarde*, qui est un mélange de mortier et de plâtre.

Le toit du petit château de Neuilly est fait ainsi en tuiles, et la charpente des mansardes (*fig. 13'*) est regardée, par l'architecte, comme tout à fait inutile à sa solidité; elle ne sert qu'à porter les planchers. Cette voûte a été faite et décintrée par parties. Le paratonnerre est fixé à la voûte par deux tringles de fer en croix, posées dessus, boulonnées avec deux tringles pareilles posées dessous. Ce détail prouve beaucoup en faveur de la solidité de la voûte. Les ardoises sont immédiatement clouées sur l'enduit extérieur en plâtre. Les fenêtres des lucarnes ont été percées après coup. On peut, sans crainte, découper dans la voûte toutes les ouvertures qu'on veut, surtout si les tuiles sont un peu tendres et se taillent facilement.

Une voûte semblable a été faite au château de Bizy, sans ferme et sans plancher.

Ce mode de constructions paraît susceptible de nombreuses applications dans les détails du bâtiment, comme planchers de toutes portées, paliers, escaliers, combles, etc.; mais il ne faut pas oublier que les voûtes en tuiles et plâtre doivent pousser les murs comme le font les voûtes plates en briques.

## DES VOUTES COMPOSÉES DE PARTIES CYLINDRIQUES ET SPHÉRIQUES.

89. *Vôûtes en arc de cloître et vôûtes d’arête.* — Supposons que deux berceaux cylindriques ABCD et LMNP (fig. 1, Pl. VII), ayant l’un et l’autre leurs naissances dans le même plan horizontal, et une montée égale au-dessus de ce plan, viennent à se rencontrer et à se pénétrer mutuellement, suivant des courbes planes projetées en *ad* et *bc*; il y aura dans chacun des angles *aob*, *cod*, *aoc* et *bod*, deux portions de surfaces cylindriques superposées. Si l’on enlève les portions supérieures, il restera ce qu’on appelle une *vôûte en arc de cloître* (fig. 2 et 2', Pl. VII), formée de quatre pans de voûtes cylindriques appuyés sur des murs verticaux et renfermant entièrement l’espace intérieur. Si, au contraire, on enlève les parties inférieures, les parties restantes formeront ce qu’on appelle une *vôûte d’arête* (fig. 3, 3' et 3'', Pl. VII), ouverte sur les côtés et reposant aux quatre angles sur autant de piliers.

Selon que les deux cylindres ont même ouverture ou des ouvertures différentes, les voûtes d’arête sont dites *droites* ou *barlongues*.

L’appareil des voûtes d’arête et des voûtes en arc de cloître n’offre aucune difficulté. On dispose toujours les cylindres qui les composent, de telle manière qu’ils se pénètrent suivant des courbes planes. Il ne doit jamais y avoir de joints sur les arêtes d’intersection, en sorte que les voussoirs qui comprennent cette arête doivent appartenir en même temps à deux cylindres : la clef de voûte fait à la fois partie des quatre demi-berceaux.

On n’emploie guère les voûtes en arc de cloître et les voûtes d’arête que dans les bâtiments; les premières pour couvrir des salles, les autres pour former le plafond des galeries.

90. *Des vîûtes à l’impériale.* — Si l’on coupe une voûte en arc de cloître par un plan horizontal, à une certaine hauteur au-dessus des naissances, on aura une voûte à l’impériale (fig. 4 et 4', Pl. VII), composée d’un plafond porté sur quatre pans de voûtes en berceaux. Ordinairement, pour obtenir un effet plus gracieux, on altère la courbure des parties cylindriques, de façon à les faire se raccorder tangentiellement avec la partie en plafond et avec les quatre murs verticaux.

Le plus souvent, le plafond est supprimé, pour donner à la salle du jour

par en haut. La retombée des parties cylindriques est alors maintenue par une bordure *abcd* (fig. 4) et *mn* (fig. 4', *Pl. VII*) qui encadre le jour, et qui est appareillée de manière à présenter la coupe d'une plate-bande (n° 84), tant dans le sens horizontal que dans le sens vertical. Si la partie à jour a beaucoup de longueur, on est obligé de partager la bordure en plusieurs plates-bandes. Les voussoirs *v'* et *v''*, communs à deux plates-bandes consécutives, sont maintenus en place par des armatures en fer *v'*, *v''*, qui traversent le plafond, et servent de support aux vitrages quand celui-ci est à jour.

Les voûtes d'arête et celles dites en *arc de cloître* ou à *l'impériale*, s'extra-dosseront comme les voûtes cylindriques, et l'épaisseur de leurs bandeaux se règle d'après les formules données pour les berceaux dans les n°s 75, 76 et 77. On calculera leurs pieds-droits par la formule (A) du n° 74, au moyen des Tables insérées au n° 15 du *Mémorial*, ou avec l'aide de la méthode graphique de M. Poncelet (n° 73); mais comme la surface de bandeau à supporter est moitié moindre dans les voûtes en arc de cloître que dans les berceaux, tandis que la longueur du pied-droit reste la même, on pourra ne donner à ce dernier que la moitié de l'épaisseur qu'on donnerait à celui d'une voûte en berceau de même figure et de même épaisseur que la voûte en arc de cloître.

Par une raison contraire à celle qui nous fait diminuer l'épaisseur des supports d'une voûte en arc de cloître, nous donnerons aux pieds-droits d'une voûte d'arête, sur chacune de leurs faces *c* et *c'* (fig. 3, *Pl. VI*), une fois et demie l'épaisseur du pied-droit d'une voûte en berceau de même profil que l'arc de la voûte d'arête dont le plan de tête est parallèle à cette face. Il est bien entendu que si les pieds-droits déterminés de cette façon se trouvent moins épais que les murs de bâtiment sur lesquels portent, du côté opposé, les voûtes d'arête d'une galerie par exemple, on ne diminuera pas pour cela l'épaisseur de ces murs.

**91. Des voûtes en dôme et des pendentifs.** — Les voûtes en dôme sont des calottes sphériques portées sur une tour ronde (fig. 5, 5' et 5'', *Pl. VII*); elles ne sont guère usitées que dans les édifices de luxe. Nous avons indiqué leur appareil au n° 63.

Le contour circulaire des tours surmontées de dômes repose ordinairement sur une enceinte quadrangulaire de murs percés de quatre arcades; il se raccorde avec elle par quatre surfaces gauches, dont chacune diffère assez peu d'un triangle sphérique. On appelle ces surfaces des *pendentifs*, et l'ensemble reçoit le nom de *voûte en pendentif*. Au lieu d'être surmontés par une tour ronde, les pendentifs peuvent porter immédiatement une cou-

pôle hémisphérique ou une simple portion de sphère. Les voûtes en dôme sur pendentifs sont le maximum de magnificence décoratrice auquel l'architecture moderne ait pu s'élever depuis la renaissance. Ce sont des constructions fort chères et peu solides (*voir*, pour l'appareil et la construction de ces voûtes, Rondelet, *Art de bâtir*; le *Parallèle d'Architecture* de Durand, les Dessins de l'église Sainte-Geneviève et de Saint-Pierre de Rome, etc.).

Comme les dômes sont construits en vue d'un effet de décoration architectonique, on est généralement conduit à les composer de deux voûtes au moins superposées, l'une intérieure à peu près sphérique, parce que cette forme est celle qui, vue du dedans de l'édifice, offre à la vue l'aspect le plus gracieux, et l'autre extérieure un peu surhaussée (*fig. 5<sup>e</sup>, Pl. VII*), afin de corriger l'effet de perspective qui altérerait la forme apparente d'une voûte sphérique, et la ferait paraître aplatie.

Les poussées réunies de ces voûtes sur la tour ronde qui les porte sont très-considérables. On déterminera l'épaisseur du mur circulaire par le moyen de la formule (A) du n° 74, et des Tables du n° 15 du *Mémorial*, comme s'il s'agissait d'un berceau de même profil que la section faite dans le dôme par un de ses grands cercles, en ajoutant ensemble les poussées et les moments de résistance des deux voûtes superposées. Il convient de donner à ce mur toute l'épaisseur que comporte le dessin général de l'édifice dont il fait partie, parce que, placé à une grande hauteur, il ressent, en proportion de son élévation, tous les petits mouvements de trépidation que l'ébranlement du sol communique à l'ensemble de l'édifice.

92. *Des contre-forts destinés à fortifier les pieds-droits des voûtes.* — Les colonnades dont on a entouré quelquefois l'extérieur des tours surmontées de voûtes en dôme (*fig. 5<sup>e</sup>, Pl. VII*), sont des moyens ingénieux de faire servir à la décoration d'un édifice, des contre-forts indispensables à sa solidité. Les contre-forts en arcs-boutants étaient pareillement, dans l'architecture gothique, un moyen tout à la fois et de solidité et de décoration.

Des contre-forts, bien qu'ils ne soient pas entrés dans le projet primitif d'un bâtiment, deviennent souvent une nécessité lorsqu'on aperçoit du mouvement dans les voûtes. Il importe alors de bien se rendre compte de la partie de l'édifice qui manque d'une stabilité suffisante. Si c'est la voûte qui se lézarde, et si les pieds-droits paraissent solides, il suffira souvent de recharger ceux-ci et de les élever jusqu'à la hauteur du joint de rupture qui se forme dans la voûte. Mais lorsque ce sont les pieds-droits seuls qui menacent ruine, alors le meilleur moyen sera d'y appliquer, de distance en distance, des contre-forts dont la hauteur s'arrêtera à la naissance de la

voûte; on en fait de toutes formes; les circonstances indiquent celle qu'il convient le mieux d'adopter (*voir*, sur ce sujet, le cinquième volume de l'*Architecture* de Jacques-François Blondel, et les *Leçons sur la stabilité des Constructions*, de Navier).

**93. De l'emploi des armatures en fer pour consolider les voûtes et leurs pieds-droits.** — On emploie quelquefois des cercles en fer ou des tirants pour consolider des voûtes qui menacent ruine. Si c'est le bandeau de la voûte qui manque de stabilité sur ses naissances, il faut placer les cercles de fer et les tirants sur les reins, à l'extrémité des rayons, qui font un angle de 30 à 35 degrés avec l'horizon en *ab* (*fig. 6, Pl. VII*). Si, au contraire, la voûte est solide par elle-même, et que ce soient les pieds-droits qui se trouvent trop faibles, on mettra les tirants ou les cercles de fer au niveau des naissances en *cd* (*fig. 6, Pl. VII*). En Italie, on voit de ces tirants dans les édifices les plus magnifiques. Il paraît que c'est la fréquence des secousses de tremblement de terre qui en a fait adopter l'usage, et qui en rend la vue supportable.

Lorsqu'on veut dissimuler à la vue le tirant destiné à maintenir les pieds-droits d'une voûte en berceau, on le place un peu au-dessus de la voûte, puis, au moyen de barres tangentes à l'extrados, on le relie à des points pris sur les pieds-droits, aussi près des naissances que cela est possible. On attache, à cet effet, les extrémités des tirants et celles des barres placées en *aisseliers*, à des barreaux de fer verticaux noyés dans les murs (*fig. 7, Pl. VII*).

L'équarrissage d'un tirant en fer servant à consolider les pieds-droits d'une voûte en berceau doit être calculé d'après cette condition, que le moment de la traction qu'il peut éprouver sans altération de son élasticité, pris par rapport au point autour duquel tend à s'effectuer la rotation du pied-droit, soit égal à la différence entre le moment du poids du pied-droit et de la demi-voûte d'une part, et le moment de la poussée d'autre part, tous ces moments étant pris par rapport au même point. On peut trouver toutes les quantités qui entrent dans le calcul de cet équarrissage, par le procédé graphique de M. Poncelet (*nº 73*), ou dans les Tables de M. Michon, insérées au *nº 15* du *Mémorial du Génie*.

Désignant par  $\Omega$  la section du tirant, par  $R'$  le poids qu'il pourrait porter par suspension dans le sens de sa longueur, d'une manière permanente, sans altération dans son élasticité, par  $H'$  la hauteur du point où il est placé au-dessus de l'arête extérieure de la base du pied-droit que nous considérons comme l'axe de rotation, par  $D$  la longueur de la portion de berceau sur laquelle le

tirant agit, et conservant d'ailleurs toutes les notations du n° 74, on fera

$$\Omega = \frac{Dr^2}{H'R'} \left\{ \frac{\delta N}{r^2} (H + f + e) - \frac{S}{r^2} (x + e') - \frac{SG}{r^2} \cdot r - \left[ \frac{(x + e')^2 H + E'^2 h}{2r^2} \right] \right\}.$$

$R'$  peut varier entre 6000 000 et 7000 000 de kilogrammes;  $\delta$  est un coefficient dit *de stabilité* que l'on fait ordinairement égal à 1,80.

Supposons qu'il s'agisse de consolider une voûte en dôme en l'entourant d'un cercle en fer. On calculera son équarrissage  $\Omega$ , au moyen de cette même formule, en donnant à  $\Pi$  la valeur indiquée dans le tableau E du n° 79, pour la poussée d'une voûte en berceau de 1 mètre de longueur, dont le profil serait une section faite par un des plans méridiens de la voûte en dôme, et en prenant  $D = \frac{\rho}{2}$ ;  $\rho$  étant le rayon de la circonférence intérieure du plan de la voûte en dôme (*voir* sur ce sujet les Leçons de Navier sur la stabilité des constructions, pages 171 et 176, et la troisième partie de ce Cours).

94. *Des voûtes en poterie.* — On se rappelle que, pour qu'une voûte forte, moyenne ou légère extradossée en arc de cercle soit stable sur ses naissances, il faut que le poids de la partie voisine de la clef soit moindre que celui de la partie qui se rapproche des naissances. Pour obtenir ce résultat, nous avons augmenté progressivement l'épaisseur du bandeau des voûtes en partant du sommet et allant vers les pieds-droits. En agissant ainsi, nous supposons implicitement que la maçonnerie était homogène et de même pesanteur spécifique dans toute l'étendue du profil de la voûte.

Nous eussions pu arriver à la même stabilité et faire néanmoins le bandeau d'une épaisseur uniforme sur tout son contour, si nous avions construit la partie supérieure de ce bandeau en maçonnerie plus légère que les parties inférieures. Cette hypothèse se réalise, dans les constructions faites, partie en *globes ou pots creux*, partie en briques ou en moellons.

L'emploi des poteries dans la maçonnerie des murs et des voûtes remonte probablement à une haute antiquité; on trouve dans les édifices construits sous les premiers empereurs romains, des massifs de maçonnerie de béton, au milieu desquels sont noyées des poteries destinées à alléger leur poids. Les fig. 8 et 8', Pl. VII, donnent les figures de ces poteries antiques.

La coupole de l'église de Saint-Vital de Ravenne, qui a 16<sup>m</sup>,90 de diamètre, a été bâtie dans le VI<sup>e</sup> siècle d'une manière qui, par son originalité, mérite d'être remarquée. Elle est formée de petits tuyaux qui s'engagent les uns dans les autres et composent une ligne spirale s'élevant lentement autour de la calotte sphérique. La fig. 8'', Pl. VII, représente un fragment

de la projection horizontale de son intrados et suffit pour en donner une idée. Cette voûte, qui est en plein cintre, a ses reins garnis jusqu'à 36 degrés, ou sur les  $\frac{2}{5}$  de sa hauteur, d'une maçonnerie faite avec des vases de terre cuite, qui la fortifie sans la charger. La partie de la coupole qui se détache du mur est formée, par le bas, de trois épaisseurs de tuyaux, et de deux par le haut.

En 1786, un architecte des hôpitaux de Paris, M. de Saint-Fart, a proposé l'emploi des briques creuses pour la construction des cloisons, des voûtes et des planchers. Cette idée a été adoptée avec empressement. On a fait de ces briques ou *pots creux* de toutes sortes de formes, cubiques, oblongs, cylindriques, moitié cylindriques et moitié prismatiques.

La construction en poterie des voûtes en berceaux pleins cintres ou surbaissés, appuyés contre des murs capables d'en soutenir la poussée, n'offre rien de particulier. Les pots creux sont mis en œuvre comme le seraient des moellons réguliers et peuvent être maçonnés en mortier ou en plâtre. Mais, dans la maçonnerie des voûtes assez plates pour former des planchers, il faut nécessairement employer le plâtre et introduire des armatures en fer.

**95. Des voûtes en fer et poterie pour planchers.** — Dans ces constructions, on a cherché à réunir les avantages des voûtes et ceux des planchers, c'est-à-dire la solidité et l'incombustibilité, avec la légèreté et le peu d'épaisseur; mais on n'atteint ces résultats que par de grandes dépenses.

Les voûtes ou planchers en poterie se composent essentiellement de *globes* ou *pots creux* maçonnés, ou plutôt noyés dans une couche de plâtre avec laquelle ils forment, au bout de quelque temps, une masse solide assez mince, mais capable cependant de porter de très-grands fardeaux, à l'aide de fermes en fer qui la traversent, et qui ont à la fois pour objet de renforcer la construction de la voûte, et de s'opposer au renversement des murs contre lesquels le plâtre exerce, par son gonflement, des effets considérables.

Les globes ou pots creux, ordinairement employés dans les voûtes plates, ont la forme d'un cône tronqué se raccordant avec un prisme octogonal (*fig. 9, 9' et 9'', Pl. VII*). La partie prismatique est destinée à former l'extrados de la voûte, et quelquefois même le carrelage des chambres, et alors tous les pots sont placés dans le même sens. D'autres fois on place ces pots *tête bêche*, c'est-à-dire que la partie prismatique et la partie conique sont alternativement tournées vers le haut et vers le bas. Ces deux manières sont assez indifféremment employées, ce qui prouve que c'est, non pas à la forme des globes, mais à la cohésion du plâtre que la voûte doit sa solidité. Les pots ont des dimensions variables : les plus grands sont de 0<sup>m</sup>,325 de hauteur, sur 0<sup>m</sup>,11 de diamètre moyen ; les plus petits ont 0<sup>m</sup>,16 de hauteur et 0<sup>m</sup>,08 de diamètre.

Les murs sur lesquels on veut établir un plancher en fer et poterie doivent porter une ceinture de fer, noyée dans le milieu de leur épaisseur, et destinée à établir de la liaison entre toutes les parties (*fig. 10, 10', 10'', 10''' et 10''', Pl. VII*).

Des barres verticales ou goujons en fer traversent cette ceinture de 4 en 4 mètres et servent à fixer en place des fermettes en fer de 0<sup>m</sup>,24 de hauteur moyenne. L'espace entre ces deux fermettes FF et F'F' est partagé par trois barres de fer *b*, *b* de 0<sup>m</sup>,05 d'épaisseur verticale et 0<sup>m</sup>,03 de largeur. D'autres barres *c*, *c* de même équarrissage sont posées dans le sens transversal, portent par des crochets sur les fermettes FF et F'F', et partagent le vide en carrés de 1 mètre de côté chacun. Toutes ces barres doivent être coudées aux extrémités, de manière à se trouver en contre-bas de la partie prismatique des pots, afin de ne pas gêner leur pose et de s'opposer plus efficacement à la poussée du plâtre, en agissant sur le milieu de l'épaisseur de la voûte.

Au-dessous de ce grillage en fer, on établit un plancher provisoire plan ou cintré, suivant la forme de la douelle, et on procède à la pose des poteries en commençant par le centre de chacun des carrés, que l'on ne remplit entièrement que lorsque le plâtre a fait en grande partie son effet. Dix ou quinze jours après, on enlève les échafaudages.

On a construit de ces planchers dans quelques bâtiments militaires, mais leur haut prix les fera toujours réserver pour des cas exceptionnels. Ceux que M. Gréban a fait établir à la Manutention du quai de Billy méritent d'être cités pour une disposition ingénieuse des rangées de pots creux, dont l'effet est de reporter la poussée des voûtes sur les points où les fermettes en fer viennent s'attacher aux murs (*voir les Constructions en fer et poterie*, par M. Charles Eck).

**96. Voûtes en briques portées par des poutres et des colonnes en fonte de fer.** — Dans ce genre de constructions, les Anglais ont imité les planchers dits à *entrevois* (*voir la neuvième leçon*), en remplaçant les poutres en bois par des poutres en fonte *p*, *p'*, portées sur des colonnettes creuses de même matière. Comme ils donnent une assez grande portée à ces voûtes, ils sont obligés de combattre leur poussée par des tirants en fer *t*, *t*, *t*, (*fig. 11, 11'* et *11''*, *Pl. VII*), allant du mur de pignon à la première poutre en fer et d'une poutre à l'autre. Ces constructions reviennent également à un trop haut prix pour être fréquemment employées.

**97. Des voûtes dites gothiques.** — Si les voûtes construites dans le style dit *gothique* n'offraient qu'un intérêt de curiosité, nous n'en parlerions pas; mais elles présentent le modèle d'un système de construction qui nous semble

pouvoir être imité avec avantage dans beaucoup de circonstances. C'est ce qui nous autorise à en faire une mention succincte.

Obtenir beaucoup de solidité et de richesse dans la décoration, en n'employant la pierre de taille qu'en petite quantité dans la construction de leurs voûtes, tel paraît être le problème que les architectes du moyen âge s'étaient posé, et on est forcé de reconnaître qu'ils ont souvent réussi à le résoudre.

Le point de départ de toutes les voûtes dites *gothiques*, quelque compliquées qu'elles soient, c'est la voûte d'arête droite ou barlongue, formée par la rencontre à angle droit de deux berceaux cylindriques ayant pour profil des ogives tracées de telle façon, que les pénétrations des deux cylindres sont des courbes planes. Le plan de l'une de ces voûtes (*fig. 12, Pl. VII*) doit donc représenter les projections horizontales : 1<sup>o</sup> des quatre arcs de tête AB, BC, CD, DA ; 2<sup>o</sup> des deux courbes planes AC, BD, suivant lesquelles se fait la pénétration ; 3<sup>o</sup> des deux arêtes culminantes *aob* et *cod* des cylindres dont le profil est une ogive.

Nous ferons remarquer d'ailleurs que la voûte d'arête, au lieu d'être formée par la rencontre de deux cylindres, peut l'être par l'intersection d'un cylindre et d'une espèce de tore dont la directrice est toujours une ogive, mais dont les génératrices et l'axe sont courbes au lieu d'être horizontaux et rectilignes (*fig. 12, Pl. VI*), ou même par l'intersection de deux tores engendrés comme nous venons de le dire.

Une voûte d'arête de cette espèce construite en moellons bruts serait d'un effet lourd et froid; appareillée en pierre de taille, comme les voûtes de l'architecture grecque moderne du XVIII<sup>e</sup> siècle, elle coûterait fort cher. Les architectes gothiques ont imaginé de ne construire en pierres d'appareil, et encore de petit échantillon, que les arcs ou arêtes projetés en AB, BC, CD, DA, BD, AC, *ab* et *cd* sur la *fig. 12, Pl. VII*; de composer ainsi une espèce d'ossature solide, et d'en remplir les vides avec une maçonnerie faite, ici de plâtre et de briques, là de bon mortier et de pierres poreuses comme le tuf du calcaire grossier.

Les nervures AOC, BOD, *ab* et *cd*, mises en saillie et ornées de quelques moulures, forment une décoration d'autant plus satisfaisante à l'œil, qu'elle tire son origine de l'essence même de la construction. Voilà l'idée bonne et ingénieuse que nous désirions mettre en relief, et dont nous avons déjà fait connaître une heureuse application à propos de l'appareil des ponts biais (n° 66).

Maintenant, si à cette remarque, dont les constructeurs peuvent tirer un parti utile, il nous est permis d'ajouter quelques détails qui n'ont rapport

qu'à l'art de la décoration, nous montrerons comment ce système de construction a donné naturellement naissance au luxe d'ornements que quelques-uns blâment et que d'autres admirent dans les édifices religieux du moyen âge. Les surfaces angulaires  $Boc'$  et  $Bob'$ , par exemple (*fig. 12, Pl. VII*), se sont trouvées, dans des voûtes bâties sur de grandes proportions, trop larges pour que le remplissage pût être soutenu solidement par les deux arêtes  $Bc'$  et  $Bo$  ou  $Bo$  et  $Bb'$ ; on a donc été conduit à intercaler entre elles d'autres nervures  $Bg$  ou  $Be$  et  $Bf$ , nommées *tiercerons*, au nombre de un, deux ou même trois, pour fournir à la maçonnerie brute des appuis en pierre de taille suffisamment rapprochés les uns des autres. Puis, au lieu de mener le tierceron  $Bg$  suivant une direction unique de  $B$  en  $g$  (*fig. 12, Pl. VII*), on a imaginé de le bifurquer à partir d'un point  $k$ , en dirigeant l'une de ses branches sur le point  $o$ , et l'autre sur le point  $c'$ . En suivant le même tracé sur chacune des huit parties triangulaires d'une même voûte d'arête en ogives, on a composé un système de nervures dont le plan présente le dessin en étoile de la *fig. 13, Pl. VII*. Une voûte couverte d'un pareil réseau de nervures, sculptées avec délicatesse, paraîtra déjà très-ornée.

Mais ce n'est pas tout: l'art gothique a aussi ses pendentifs construits suivant des systèmes qui présentent quelques différences entre eux, mais qui tous dérivent sans effort de la voûte d'arête primitive. Concevons par exemple que, dans chacun des espaces angulaires  $apo$  et  $aom$ , on ait mené un tierceron  $ap'$  et  $am'$  (*fig. 14, Pl. VII*) aboutissant, sur les lignes  $mn$  et  $pq$  de la croisée, à des points  $m'$  et  $p'$  situés sur la même horizontale. Supposons ensuite qu'on joigne  $p'$  et  $m'$  par une droite, et qu'entre cette droite et le point  $a$  on supprime l'arête  $ao'$ , et qu'on la remplace par une surface cylindrique contenant les deux arcs tiercerons  $ap'$  et  $am'$ ; on aura des troncs de pyramide à faces courbes ayant leur sommet en  $a$  et en  $b$ , et pour base les polygones  $pp'm'm$  et  $mm'q'q$ , et supportant une portion de voûte  $p'm'q'$ . Effaçons les arêtes de cette portion de voûte, et donnons-lui une forme légèrement sphérique ou tout à fait plane en l'ornant d'une clef pendante, et nous arriverons à un genre de voûte très-usité dans les églises du xv<sup>e</sup> siècle, et dont l'analogie avec les pendentifs de l'architecture grecque du Bas-Empire et de l'architecture moderne est tout à fait évidente.

Enfin, des pyramides  $amm'p'p$ , une transition toute simple a conduit à des conoïdes  $cpln$  engendrés par la révolution de l'arc  $c/p$  autour de la verticale du point  $c$ , et le plan carré  $p'm'q'$  est devenu un quadrilatère curviligne  $plnrq$ , auquel on a suspendu pareillement une clef pendante. Ce dernier système de voûtes se rencontre particulièrement dans les églises de l'Angle-

terre. La chapelle de Henri VII, à Westminster, et la cathédrale de Gloucester en offrent des exemples remarquables. On conçoit facilement comment, en multipliant les nervures sur les surfaces conoïdes qui supportent les pendentsifs, et en dessinant sur ceux-ci des compartiments variés, quoique réguliers, les architectes de ces édifices aient obtenu, avec des moyens très-simples au fond, mais heureusement mis en œuvre, des effets de nature à agir puissamment sur les yeux et sur l'imagination.

**98. De l'épaisseur des piles intermédiaires et des culées dans les séries de voûtes accolées.** — Jusqu'ici nous avons considéré les voûtes comme isolées, et calculé l'épaisseur de leurs pieds-droits dans l'hypothèse que la voûte que nous considérons n'était accolée à aucune autre.

Mais s'il en était autrement, et que l'on eût à construire une série de voûtes, comme les berceaux parallèles d'une caserne voûtée à l'épreuve ou les voûtes d'arête d'une longue galerie, on pourrait diminuer l'épaisseur des pieds-droits sur lesquels viendraient retomber deux voûtes consécutives, parce que les poussées de ces voûtes étant égales et directement opposées se détruirraient, et que le pied-droit n'aurait plus besoin que de la force suffisante pour supporter une pression verticale égale à la somme des poids des parties de voûte qu'il supporte. Le seul pied-droit qui doive conserver ses dimensions, c'est le dernier, parce qu'il n'a pas de contre-butée. Il prend le nom de *culée*, quand il appartient à un ensemble de grandes voûtes comme celles des ponts et des casernes à l'épreuve.

Dans une série de voûtes d'arêtes, l'une des faces, celle qui est dirigée dans le sens perpendiculaire à l'axe de la galerie, doit conserver sa longueur; l'autre face peut être réduite. Les piliers extrêmes ne supportent pas de réduction.

Comme les culées d'un bâtiment à l'épreuve sont très-massives, on a dû chercher à utiliser la masse de maçonnerie qu'elles contiennent; c'est à quoi on est parvenu en y pratiquant des chambres voûtées dont l'axe est dirigé dans un sens perpendiculaire à celui dans lequel sont placés ceux des voûtes principales. Les types arrêtés par le comité du Génie donnent le détail des dimensions et des formes de ces grands bâtiments (*voir* la deuxième partie du Cours).

---

SEPTIÈME LEÇON.

## DES ESCALIERS.

99. *Définitions.* — Un escalier est un plan incliné sur lequel on a pratiqué des marches ou degrés, pour pouvoir communiquer commodément d'un sol à un autre plus élevé ou plus bas.

*Escaliers, perrons, descentes.* — Dans les bâtiments, on donne particulièrement le nom d'escaliers à ceux qui conduisent intérieurement d'un étage à un autre; on appelle *descentes* (*fig. 4, 4', 4'' et 5', Pl. VIII*) ceux qui s'enfoncent au-dessous du sol, et *perrons* (*fig. 1, 1', 2, 2', 5, 6, 6' et 7, Pl. VIII*) les degrés extérieurs qui, de la cour ou de la rue, donnent accès au rez-de-chaussée.

*Marches, giron, pas, plafond.* — On distingue dans chaque marche trois surfaces principales, savoir : le dessus ou *giron*, la hauteur ou *pas*, et le dessous ou *plafond*. Le bout de la marche, qui est scellé dans un mur, se nomme la *queue* ou la *prise*, et celui qui est apparent dans la vis à jour ou engagé dans un *limon* se nomme le *collet*.

Dans les escaliers en charpente, on appelle aussi *marche* le madrier horizontal qui forme le dessus ou *giron*, et *contre-marche* le madrier vertical qui forme la hauteur de la marche.

Lorsque toutes les marches d'un escalier sont parallèles entre elles, elles ont même largeur au collet et à la queue; on dit alors que les marches sont *droites*. Dans les escaliers tournants, la largeur de la marche au collet est nécessairement moindre qu'à la queue. Les marches sont *rayonnantes*, si elles tendent toutes vers un centre commun. Elles sont *dansantes* quand elles ne sont ni parallèles entre elles, ni dirigées vers un point unique.

*Rampes, paliers, ligne de foulée.* — L'ensemble de plusieurs marches forme ce qu'on appelle une *rampe* ou *volée d'escalier*. Les *paliers* sont des parties horizontales ou repos, qui coupent les rampes de distance en distance. Ordinairement, les rampes d'escalier sont composées d'un nombre impair de marches. Il ne faut pas que ce nombre soit trop petit, ni qu'il soit trop grand; le minimum est 5; 13 est un nombre convenable; 21 est un maximum.

Les praticiens recommandent de tracer les paliers de manière qu'on fasse,

pour les traverser, un nombre impair de pas, et qu'on monte toujours du même pied la première marche de chaque rampe. Le développement de la ligne de foulée sur chaque palier devrait donc être le produit de  $0^m,66$ , dimension moyenne d'un pas, par un nombre impair. On s'astreint rarement à suivre cette règle. Dans les escaliers où les retours se font à angle droit, on fait les paliers carrés; dans les escaliers à deux rampes parallèles, on donne aux paliers une largeur égale à celle de l'escalier.

Lorsqu'une personne seule monte un escalier, elle suit une ligne qui la rapproche assez de la rampe pour qu'elle puisse s'y appuyer commodément. Cette ligne est ce qu'on appelle la *ligne de foulée*. Elle est située à  $0^m,50$  de la rampe dans les escaliers commodes à parcourir, et à  $0^m,30$  au moins dans les petits escaliers. La considération de cette ligne est importante en ce que, lorsqu'on fixe le rapport entre la hauteur du pas et le giron d'une marche, on sous-entend toujours que ces mesures sont prises sur la marche en suivant la ligne de foulée.

*Emmarchement.* — Longueur des marches, *emmarchement* et largeur de l'escalier, sont trois dénominations synonymes.

**100. Conditions fondamentales du tracé d'un escalier.** — Un escalier doit être praticable sans efforts et sans danger; il faut pour cela qu'il existe un certain rapport entre la hauteur du pas et la largeur du giron. Les praticiens ont adopté la règle suivante : nommant  $G$  la largeur du giron,  $H$  la hauteur du pas, il faut toujours que l'on ait  $2H + G = 0^m,64$ .

Cette règle, comme on le pense bien, n'est applicable que dans certaines limites. Le giron d'une marche ne peut avoir moins de  $0^m,22$  de largeur, ni plus de  $0^m,40$ . Le pas doit rester compris entre  $0^m,12$  et  $0^m,18$ .

La largeur d'un escalier doit être proportionnée à la grandeur de l'édifice, et au nombre des personnes qui doivent le fréquenter. Un escalier qui a 2 mètres de large est déjà hors des proportions ordinaires, et quelque peu important qu'il soit, un escalier ne peut guère avoir moins de  $0^m,65$  d'emmarchement. Voici un tableau de quelques rapports admis dans la pratique :

ESCALIERS.	EMMARCHEMENT. <small>m</small>	GIRON. <small>m</small>	PAS. <small>m</small>
Grands.....	1,70 à 2,00	0,33	0,15
Moyens.....	1,20 à 1,50	0,30	0,16
Petits.....	1,00 à 1,15	0,29	0,17
Dérobés.....	0,75 à 0,65	0,27	0,18
Des casernes de Vauban.....	1,15 à 1,30	0,285	0,165
Des casernes modernes.....	1 <sup>m</sup> ,50	0,30	0,16

**101.** *De la cage d'escalier, de ses dimensions.* — On appelle *cage de l'escalier* le local où se trouve placé l'escalier d'un bâtiment, et *murs de cage*, les murs qui entourent ce local. Les rampes de l'escalier s'appuient aux murs de cage; le noyau de l'escalier, qu'il soit plein ou à jour, se projette horizontalement suivant une courbe parallèle au contour du plan de la cage d'escalier, ou à une courbe inscrite dans le polygone de ce contour. Les dimensions de la cage d'un escalier dépendent de celles de l'escalier lui-même, et aussi de la hauteur verticale qu'il doit parcourir. Nous donnerons tout à l'heure une relation entre ces diverses quantités.

**102.** *Tracé des escaliers.* — Supposons d'abord qu'il s'agisse de franchir une hauteur  $h$  donnée en mètres, au moyen d'une seule rampe d'escalier, et qu'on demande de déterminer la largeur  $G$  du giron, la hauteur  $H$  du pas et le développement  $D$  de la ligne de foulée. On opérera comme il suit:

On choisira d'abord arbitrairement une hauteur  $H$  de pas, et on effectuera la division du nombre  $h$  par le nombre  $H$ . On trouvera rarement, de prime abord, un nombre entier pour quotient de cette division. Si le quotient ou le reste est plus petit que  $\frac{H}{2}$ , on le répartira sur le nombre de marches indiqué par la partie entière du quotient, et on augmentera, en conséquence, la hauteur de chaque marche; si, au contraire, il est plus grand que  $\frac{H}{2}$ , on ajoutera une unité au nombre des marches, et on diminuera la hauteur de chacune d'elles, de manière que la somme des hauteurs de pas reproduise la quantité  $h$ .

Le pas  $H$  de la marche étant déterminé, on calculera le giron  $G$  par la formule  $2H + G = 0^m,64$ ; le développement  $D$  de la ligne de foulée sera évidemment égal à  $G$  multiplié par le nombre  $n$  des marches moins une, ou à  $(n - 1)G$ , parce que le dernier giron se perd dans le palier au niveau du point d'arrivée.

Si l'escalier devait être composé de plusieurs rampes séparées par des paliers, le calcul des quantités  $H$ ,  $G$  et  $D$  ne présenterait pas plus de difficultés. La première chose à faire serait toujours de diviser la hauteur totale  $h$  de l'escalier, par une hauteur de marche prise arbitrairement, mais voisine de celle qu'on veut obtenir, et d'en conclure, comme ci-dessus, le nombre  $n$  des marches et la hauteur  $H$  de chacune d'elles, puis, enfin, le giron  $G$ . Après cela, si on désigne par  $N$  le nombre des paliers, par  $P$  la longueur de l'un d'eux mesurée sur la ligne de foulée, on aura

$$D = (n - N)G + (N - 1)P;$$

nous disons  $(N - 1)P$  et non pas  $NP$ , parce qu'il est toujours sous-entendu que, quoique le palier d'arrivée de l'escalier soit compté pour 1 dans le nombre  $N$ , sa longueur est en dehors du développement D de la ligne de foulée.

**103.** *De l'échappée dans les escaliers qui font plusieurs révolutions.* — Lorsqu'un escalier se replie sur lui-même, comme cela a lieu presque toujours dans les bâtiments, il est astreint à une nouvelle condition, qui est de laisser une hauteur d'*échappée* de 2 mètres au moins entre le plafond de la rampe supérieure et le dessus des marches de la rampe inférieure, ce qui exige entre les girons de deux marches situées verticalement l'une au-dessus de l'autre, 2<sup>m</sup>,40 environ. En d'autres termes, quand un escalier fait plusieurs révolutions sur lui-même, il faut que, dans chaque révolution, il s'élève de 2<sup>m</sup>,40 au moins; encore cette règle suppose-t-elle que, dans le développement de cette révolution, il ne se trouve pas de palier. Dans ce dernier cas, il faudrait que du point de départ au commencement du premier palier, l'escalier eût franchi une hauteur verticale de 2<sup>m</sup>,40.

**104.** *Des formes les plus habituelles des cages d'escalier.* — Le plan des cages d'escalier est ordinairement un polygone très-simple; les formes les plus usitées sont : 1<sup>o</sup> celles d'un rectangle allongé dans lequel on place des escaliers à deux rampes parallèles; 2<sup>o</sup> celles d'un rectangle dont les côtés diffèrent peu de longueur: alors l'escalier est à trois rampes; 3<sup>o</sup> celles d'une courbe telle qu'un cercle, un demi-cercle, une ellipse ou une demi-ellipse: alors l'escalier est un escalier tournant. Nous aurons plus tard l'occasion de revenir sur le tracé architectonique des escaliers (*voir les Leçons sur l'Architecture*, deuxième partie du Cours). Nous nous bornerons ici aux formes que nous venons d'indiquer, et nous allons établir entre les dimensions des côtés de la cage et celles des marches et des rampes de l'escalier, une relation propre à faciliter le tracé de ce dernier.

**105.** *Relation qui existe entre les dimensions du plan de la cage et la largeur de l'escalier qu'on peut y placer. Formule pour le calcul des escaliers.* — Soient *abefg* (fig. 8, *Pl. VIII*) le contour du polygone qui est le plan de la cage de l'escalier; *ah* et *gk* les projections des arêtes des marches de départ et d'arrivée, que nous supposerons perpendiculaires respectivement à *ab* et à *fg*. Menons les lignes droites *bh*, *ei*, *fk*, qui partagent en deux parties égales les angles *abe*, *bef*, *efg*; marquons les points *h* et *i* d'intersection de la ligne *bh* avec *ah* et *ei*, et les points de rencontre *j* et *k* de *fk* avec les prolongements de *ei* et *gk*. Des points *j* et *k* abaissions, sur les côtés opposés du polygone *abefg*, les perpendiculaires *im* et *ju*.

Nommons :

$c_1, c_2, c_3, \dots, c_m$  les côtés  $ab, be$  et  $gf$  du contour de la cage en plan;  
 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_m$  les longueurs des perpendiculaires  $ha, im, \dots, kg$  abaissées sur chacun de ces côtés par les points d'intersection successifs des lignes qui divisent en deux parties égales les angles du contour de la cage;

$v_1, v_2, \dots, v_m$  les longueurs des lignes  $a'b', b'e'$ , etc., menées parallèlement aux côtés du polygone, à une distance  $f$  de ces murs;

$f$  la distance à laquelle se trouve la ligne de foulée des murs de la cage;

$l$  la largeur de l'escalier, qui est égale à  $f + 0^m,50$  dans les escaliers ordinaires, et à  $f + 0^m,30$  dans les petits;

$h$  la hauteur verticale dont l'escalier doit s'élever de  $a$  en  $g$ ;

$n$  le nombre total des marches dont l'escalier se compose;

$H$  le pas,  $G$  le giron de chacune d'elles;

$N$  le nombre des paliers, y compris celui d'arrivée;

$P$  le développement partiel de la ligne de foulée sur chacun des paliers supposés égaux, pour plus de simplicité.

Cela posé, on voit aisément que

$$v_1 = c_1 \frac{(p_1 - f)}{p_1}, \quad v_2 = c_2 \frac{(p_2 - f)}{p_2}, \quad \dots, \quad v_m = c_m \frac{(p_m - f)}{p_m}.$$

Mais  $v_1 + v_2 + \dots + v_m$  est égal au développement total de la ligne de foulée; donc

$$v_1 + v_2 + \dots + v_m = G(n - N) + (N - 1)P.$$

Mettant dans cette équation pour  $v_1, v_2, \dots, v_m$  leurs valeurs, et dégageant celle de  $f$ , on trouvera

$$(A) \quad f = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_m - G(n - N) - (N - 1)P}{\frac{c_1}{p_1} + \frac{c_2}{p_2} + \dots + \frac{c_m}{p_m}}.$$

Cette formule peut servir, soit à trouver la plus grande largeur que l'on puisse donner à un escalier que l'on veut construire dans une cage dont le plan est donné, soit à déterminer la grandeur du côté du polygone d'une cage destinée à recevoir un escalier dont les dimensions sont arrêtées d'avance.

Le plus souvent on ne fixe pas à priori la grandeur des paliers; on trace chacun d'eux en abaissant, sur les côtés du plan de la cage, deux perpendiculaires partant du point de rencontre des lignes intérieures de deux rampes voisines. Dans ce cas, on peut supposer que la somme  $c_1 + c_2 + \dots + c_m$  représente non plus le développement total de la ligne de foulée, mais bien la

somme des longueurs partielles des diverses rampes de l'escalier, et calculer directement la largeur  $l$  de celui-ci, en écrivant

$$(B) \quad l = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_m - G(n - N)}{\frac{c_1}{p_1} + \frac{c_2}{p_2} + \dots + \frac{c_m}{p_m}}.$$

**106.** *Applications des formules (A) et (B) du n° 105 à diverses figures du plan de la cage.* — Si le polygone du plan de la cage est un carré dont le côté est  $C$ , et que l'escalier doive en parcourir trois côtés, la formule (B) se réduit à

$$(B') \quad l = \frac{3C - G(n - 3)}{4}.$$

Pour un cercle du rayon  $R$ , sur lequel l'escalier devrait faire une révolution complète, sans présenter de palier de repos, on aurait par la formule (A),  $\pi$  étant le rapport connu de la circonférence au diamètre,

$$f = \frac{2\pi R - G(n - 1)}{2\pi},$$

Pour une ellipse dont les demi-axes seraient  $a$  et  $b$ , on aurait, dans la même hypothèse,

$$f = \frac{2\pi\sqrt{ab} - G(n - 1)}{2\pi}.$$

Si, dans une des révolutions de l'escalier, il devait se trouver, au départ ou à l'arrivée, un palier dont le développement serait  $P$ , on aurait, pour cette révolution,

$$(A') \quad f = \frac{2\pi R - G(n - 1) - P}{2\pi},$$

ou bien

$$f = \frac{2\pi\sqrt{ab} - G(n - 1) - P}{2\pi},$$

selon que le plan de l'escalier serait circulaire ou elliptique.

Supposons, par exemple, qu'on demande quelle largeur on peut donner à un escalier à trois rampes qui doit s'élever de 3<sup>m</sup>,84, et présenter deux paliers de repos dans une cage carrée dont le côté est de 4 mètres.

On commencera par calculer le nombre des marches, en essayant la division de 3<sup>m</sup>,84 par une hauteur de pas convenable; on trouvera que 0<sup>m</sup>,16 est un diviseur exact et un nombre très-admissible. Il en résultera  $n = 24$ ; et, d'après la formule  $G + 2H = 0^m,64$ ,  $G = 0^m,32$ ; substituant ces résultats dans la formule (B'), elle donne  $l = 1^m,32$ .

Quel est le rayon du plus petit cercle dans lequel on puisse développer un

escalier qui doit s'élever de 3 mètres, et se terminer par un palier de 1 mètre de large?

Avant de traiter cette question, on remarquera qu'il suffit, à la rigueur, pour qu'on puisse parcourir l'escalier, que, du dessus de l'extrémité du palier d'arrivée au giron de la marche située verticalement au-dessous, on compte  $2^m,40$  de hauteur. Par conséquent, la question se réduit à ceci : Trouver le rayon  $R$  de la cage d'un escalier circulaire qui s'élève de  $2^m,40$  dans une révolution, et qui présente dans cette même révolution un palier de 1 mètre. En divisant  $2^m,40$  par  $0^m,16$ , on trouve  $n = 15$ ; faisant  $G = 0^m,27$ , et substituant ces résultats et les données de la question dans la formule ( $A'$ ), on en tire  $R = f + 0,76$ . Or le minimum de grandeur que l'on puisse donner à  $f$  est  $0^m,30$ ; d'où  $R = 1^m,06$  au moins.

**107. Tracé du balancement et de l'adouci des marches.** — Lorsque le plan d'un escalier est arrêté d'après les règles et les formules qui précédent, il ne reste plus, pour en achever le tracé, qu'à *adoucir* les angles des paliers, ou qu'à *balancer* convenablement les marches *obliques* à la ligne de foulée.

Ces deux opérations ont pour but de diminuer les inégalités que présentent les largeurs des collets des marches, quand les rampes se replient sur elles-mêmes, et de répartir ces inégalités de telle sorte, que les collets augmentent ou diminuent d'une manière progressive. L'escalier devient alors plus commode à parcourir, et la surface de son plafond ne présente point de jarret, ou de ressaut désagréable.

Supposons, par exemple, que deux rampes d'escalier fassent entre elles un angle aigu, ou qu'elles soient parallèles, et qu'en même temps on soit forcé de placer des marches dans le tournant. Si l'on veut que ces marches aient toutes la même largeur de giron comptée sur la ligne de foulée, et qu'elles soient normales à cette ligne, il en résultera nécessairement qu'elles seront très-étroites au collet et très-larges à la queue, ce qui rendra le parcours de l'escalier incommod et dangereux tout à la fois.

La seule manière de remédier à cet inconvénient, c'est de commencer à incliner les marches quelque temps avant d'arriver au point où la ligne de foulée s'infléchit, et de faire concourir au balancement plusieurs marches droites dont on diminue la largeur au collet pour augmenter celle des marches du tournant.

Le tracé du plan des marches qui donne en élévation l'aspect le plus agréable, c'est celui dans lequel, à partir du milieu de l'arrondissement, les largeurs des collets des marches vont à droite et à gauche, en augmentant

comme les termes d'une progression arithmétique, jusqu'à ce qu'elles aient atteint la largeur des marches droites.

Or, soient  $abc$  (*fig. 9, Pl. VIII*) le plan de la ligne de foulée;  $o$  le centre où viennent aboutir les marches tournantes suffisamment prolongées;  $ob$  une arête de marche prise au milieu ou près du milieu du tournant;  $\theta$  le nombre de marches rayonnantes qui se trouvent de  $b$  en  $a$  dans l'arrondissement;  $x$  le nombre de marches droites qu'il faut prendre sur la partie rectiligne  $am$  de la ligne de foulée, pour les faire concourir au balancement;  $L$  la largeur des marches droites;  $l$  la largeur commune ou moyenne des collets des marches tournantes, qui sera aussi la largeur de la marche  $bo$ , laquelle se trouvera être la plus étroite de toutes: la somme des longueurs des marches qui participeront au balancement sera  $xL + \theta L$ ; et puisque de  $bo$  à  $ms$  les collets des marches doivent croître comme les termes d'une progression arithmétique dont le premier et le dernier terme sont  $l$  et  $L$ , on aura  $(x + \theta) \left( \frac{L + l}{2} \right) = xL + \theta l$ , d'où l'on tire  $x = \theta$ : ce qui indique qu'il faut faire participer au balancement autant de marches droites qu'il y a de marches tournantes à balancer.

La raison de la progression sera  $\frac{L - l}{2\theta - 1}$ , et l'on pourra, sans difficulté, trouver numériquement la largeur à donner au collet de chacune des marches. On peut remplacer le calcul par une opération graphique fort simple. On tracera une verticale indéfinie, sur laquelle on portera une longueur  $AB$  (*fig. 9', Pl. VIII*) égale à  $xL + \theta l$ ; on divisera ensuite  $AB$  en  $2\theta - 1$  parties égales, et par les extrémités  $A$  et  $B$ , ainsi que par chacun des points de division, on tirera autant d'horizontales. On fera  $Ah = l$ ,  $BH = L$ ; on joindra  $H$  et  $h$  par une ligne droite, et les parties des horizontales  $2, 2, 3, 3, 4, 4$ , etc., comprises entre la verticale  $AB$  et l'oblique  $hH$ , sont les largeurs des collets des marches qui entrent dans le balancement.

Il y a une autre manière de faire cette opération. On développe et on rabat sur un même plan vertical les deux rampes à raccorder entre elles, et l'on effectue le raccordement des deux lignes droites  $az$  et  $dz$ , que nous supposerons être le rabattement des deux rampes, par une courbe  $mn$  tangente à l'une et à l'autre (*fig. 12, Pl. VIII*). Cela fait, on marque, sur les développements, les points  $d$  et  $a$  de départ et d'arrivée, et l'on partage la distance verticale  $av$  de ces deux points en parties égales à la hauteur des marches. Par chacun des points de division, on mène autant d'horizontales prolongées jusqu'à leur rencontre avec les courbes de raccordement. La partie  $ss'$  de

cette courbe, interceptée entre deux horizontales successives, étant projetée horizontalement en  $s''$ , donne la largeur que doit avoir au collet la marche dont le giron est dans le plan horizontal  $sq$ ; et ainsi des autres.

Le radouci se pratique aux angles intérieurs des paliers situés entre deux volées rectilignes qui font entre elles un angle droit. Il sert à faire disparaître le pli qui résulterait de ce qu'au sommet de cet angle il se trouverait deux hauteurs de marche sur la même verticale. Pour le tracer, on prend ordinairement une marche et demie sur chacune des deux volées consécutives (*fig. 10, Pl. VIII*), et, par les points  $m$  et  $n$  ainsi déterminés, on mène, perpendiculairement à la direction des rampes de l'escalier, deux droites  $mo$ ,  $no$ , qui vont se couper au centre  $o$  d'un arc que l'on destine à remplacer l'angle intérieur des deux rampes. On divise le contour de cet arc en huit parties, et, par les points de division d'ordre impair, on fait passer les arêtes des marches en les infléchissant de manière qu'elles restent normales à la ligne de foulée.

On peut, en prenant un plus grand nombre de marches sur chaque rampe, tracer l'adouci de manière à gagner une marche sur chaque volée sans être obligé de diminuer leur largeur; mais il faut alors renoncer à mener les arêtes des marches tout à fait normales à la ligne de foulée: la *fig. 11, Pl. VIII*, indique suffisamment comment on peut opérer.

**108.** *Construction des escaliers. Leur division en escaliers portés par des massifs de maçonnerie, et en escaliers suspendus.* — Considérés sous le rapport de leur construction, les escaliers peuvent être classés dans deux grandes divisions, savoir : 1<sup>o</sup> les escaliers portés par des massifs de maçonnerie, par des voûtes ou par deux murs parallèles; 2<sup>o</sup> les escaliers dont les marches ne portent sur un mur ou un appui quelconque, que par l'une de leurs extrémités, et qui se soutiennent, à l'autre bout, par leur coupe ou d'autres artifices; ce qui leur a fait donner le nom d'*escaliers suspendus*.

Nous donnerons pour exemple d'une construction très-simple celle des escaliers qui, dans la fortification, servent à descendre, d'un terre-plein à un autre, le long d'un talus (*fig. 3, 3' et 3'', Pl. VIII*). Les marches sont posées sur une couche mince de maçonnerie, de 0<sup>m</sup>,30 d'épaisseur environ, étendue le long du talus. Comme ces escaliers sont destinés non-seulement à la circulation des hommes, mais aussi au transport de l'artillerie, on encadre les marches entre deux *limons* ou *échiffres*  $ab$ ,  $cd$  (*fig. 3*),  $a'b'$ ,  $c'd'$  (*fig. 3'*),  $a''b''$  (*fig. 3''*), présentant, à chacune de leur surface supérieure, un plan incliné sur lequel roulent les roues des voitures, et un bourrelet servant à les maintenir sur le plan incliné. L'intervalle entre les bourrelets doit être de

$1^m,40$  dans œuvre, pour pouvoir livrer passage à tous les affûts. On donne au plan incliné une largeur de  $0^m,35$ , et une dimension égale au bourrelet que l'on fait ainsi un peu massif, afin qu'il puisse résister aux chocs des roues sans se rompre ni se déplacer. Les marches ont en conséquence  $0^m,70$  de longueur.

Lorsque les escaliers doivent porter sur deux murs, comme *la descente* dont la *fig. 5'*, *Pl. VIII*, est la coupe verticale et la *fig. 5* l'élévation, on a soin de ménager sur chacun de ces murs, en les bâissant, une surépaisseur taillée en crémaillère pour recevoir les abouts des marches, et que l'on nomme aussi *échiffre*. Après avoir laissé sécher et tasser la maçonnerie pendant un temps suffisant, on met les marches en place, aussi justes de longueur que possible, en les posant sur l'échiffre (*fig. 13, 13', 13'' et 13'''*, *Pl. VIII*), mais sans les encastre dans la maçonnerie du mur, ce qui est tout à fait inutile. Les marches doivent se recouvrir les unes les autres de  $0^m,02$  à  $0^m,03$  seulement; il est rare que de pareils escaliers fassent plusieurs révolutions et que leur plafond soit apparent. Si cela se rencontrait, on taillerait le dessous des marches suivant une surface *plano-hélicoïdale* engendrée par une droite assujettie à rester toujours horizontale et normale au cylindre dont la base serait la projection horizontale de la ligne de foulée.

Lorsque des escaliers, comme ceux de la fortification, portent sur des massifs pleins de maçonnerie adossés à des murs, il est encore plus inutile que dans les précédents d'encastrer les marches; ce serait s'exposer à les voir se rompre par l'inégalité presque inévitable du tassement de massifs de maçonnerie inégaux en poids. Il suffit que le mortier soit bon et que les joints des marches soient faits avec soin, pour que, posées simplement sur un massif de maçonnerie, elles ne soient pas exposées à se déplacer.

Les perrons ou escaliers extérieurs des bâtiments qui sont très-fréquentés et exposés à toutes les intempéries des saisons, demandent à être construits avec un peu plus de recherches que les précédents. Pour ceux-là, il convient d'engager les bouts des marches dans les murs latéraux. Les bouts engagés *p* se nomment *prises* (*fig. 2''*, *Pl. VIII*); le mieux est de laisser la prise intacte et de ne prolonger, sur cette partie, ni les joints que l'on fait aux marches, ni les moulures dont on les orne, parce que la prise conservant la forme parallélépipède des autres carreaux du mur se relie beaucoup mieux avec eux et se met facilement en place.

La cause la plus puissante de dégradation pour les perrons, c'est l'eau qui s'insinue dans les joints, y dépose des particules terreuses, et favorise la végétation d'herbes et de racines dont l'action lente finirait par déplacer les

pièces si l'on ne s'opposait à leur développement. La taille des pierres doit donc être faite de manière à fermer tout accès à l'eau. Pour cela, on refouille le dessus des marches dans une profondeur de 0<sup>m</sup>,05 environ (*fig. 2'', Pl. VIII*), et l'on arrête ce refouillement aux parements des murs latéraux, en sorte que le joint des prises se trouve élevé de cette quantité au-dessus du giron de la marche. Ce refouillement permet aussi de ménager sur le giron, à l'arrière de chaque marche, une saillie *s* de 0<sup>m</sup>,05 de large, qui entre dans une rainure *r* de même dimension pratiquée sous la marche supérieure.

Si la distance entre les faces intérieures des murs latéraux du perron est assez grande pour qu'il faille composer la longueur d'une marche de plus d'une pierre, l'on entaille les joints des marches à demi-épaisseur, et l'on ménage au milieu de la partie horizontale de ce joint un petit canal *u* (*fig. 2''*) de 0<sup>m</sup>,025 de largeur et de profondeur, servant à conduire au dehors l'eau infiltrée dans ce joint.

Les figures nous ont paru plus propres que le texte à faire comprendre tous ces petits détails de construction; aussi les avons-nous multipliées. Les *fig. 1* et *1'* représentent un perron droit à une seule rampe, donnant accès à une porte du rez-de-chaussée d'un bâtiment. Trois marches de ce perron sont représentées sur une plus grande échelle par les *fig. 2* et *2'*; seulement leur longueur est réduite, afin d'occuper moins de place. La *fig. 2* donne le plan de deux marches, et fait voir le *giron g* de la marche la plus élevée, et à ses deux extrémités les *prises p* et *p'*, dont le dessus est de niveau avec la *saillie s* ménagée sur le derrière du *giron*. La *fig. 2''* est une espèce de vue de partie des deux marches projetées verticalement sur la *fig. 2'*, et horizontalement sur la *fig. 2*.

La *fig. 5* représente un perron dont les marches sont apparentes à l'extérieur, et engagées, par le bout opposé, dans le mur du bâtiment auquel cet escalier est accolé. La *fig. 7* est l'élévation d'un perron à plusieurs rampes, qui a pour objet de donner un exemple de l'appareil des murs rampants dans une construction faite avec soin et même avec un certain luxe.

Lorsque les perrons sont contenus entre deux murs, il est peu à craindre que les marches ne se déplacent; mais pour les perrons arrondis et isolés (*fig. 6* et *6'*, *Pl. VIII*), il faut prendre quelques précautions, qui consistent, en premier lieu, à empêcher le glissement des marches vers le dehors. Pour cela, il faut faire poser les premières sur un bon massif de maçonnerie avec un empattement de 0<sup>m</sup>,33 à 0<sup>m</sup>,50 en avant (*fig. 6'', Pl. VIII*), enfoncé dans le sol de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,15, et recouvert d'une dalle de 0<sup>m</sup>,05 d'épaisseur. Ensuite, si l'on ne fait pas un massif de maçonnerie pleine sous toute l'é-

tendue du perron, il faut au moins éléver, de distance en distance, de petits murs de soutènement dans le sens perpendiculaire à la longueur des marches, principalement sous les joints. Enfin les marches, et particulièrement celles des arrondissements, doivent être liées les unes aux autres par des crossettes à mi-pierre, et même cramponnées de manière à être toutes solidaires entre elles (*fig. 6 et 6', Pl. VIII*).

**109.** *Escaliers voûtés entre deux murs et escaliers suspendus en encorbellement.* *Ne sont plus en usage. Escaliers suspendus en vis à jour.* — On faisait autrefois beaucoup d'escaliers voûtés entre deux murs. Le plafond apparent était une voûte engendrée par le mouvement d'une courbe, dont la montée restait la même et dont l'ouverture variait avec sa position, de manière que ses deux extrémités posaient toujours sur les sommets des murs, qui eux-mêmes étaient inclinés suivant la pente de l'escalier. La surface, engendrée de cette manière, participait à la fois des voûtes annulaires et des surfaces hélicoïdes. Les praticiens les désignaient sous le nom de *vis Saint-Gilles* rondes ou carrées, d'après la forme de leur plan. Comme elles ne sont plus guère d'usage, nous nous bornons à les mentionner (*voyez Douillot, Traité de la coupe des pierres; Frézier, Stéréotomie; Rondelet, Traité de l'art de bâtir; la collection des épures de l'École Polytechnique, etc.*).

Les escaliers les plus usités aujourd'hui sont les escaliers en vis à jour ou escaliers suspendus; encore a-t-on renoncé à la construction de ceux qui emploient beaucoup de pierres de taille et présentent quelques difficultés d'appareil, tels que ceux dits *voûtés en encorbellement, à rampes droites ou courbes*, dont les paliers étaient portés par des trompes coniques, et les rampes par des demi-cylindres en encorbellement (*voyez Douillot, Traité de la coupe des pierres; Frézier, Stéréotomie; Rondelet, Traité de l'art de bâtir*, et un exemple de ce genre d'escalier à Metz, dans un bâtiment militaire occupé par M. le colonel commandant l'arsenal du Génie).

L'espèce d'escaliers suspendus le plus généralement employée, est celle qui dérive de l'escalier dit *en vis à jour*, dont le plafond et les arêtes supérieures des marches sont dans deux surfaces parallèles équidistantes, dites *plano-hélicoïdales*, à cause du mode de leur génération. On distingue parmi ces escaliers, ceux dont les marches sont pleines et taillées de manière à former par leur réunion une voûte véritable (*fig. 1, 1' et 2, Pl. IX*), et ceux dans lesquels une partie seulement de la voûte existe à l'extrémité des marches et forme ce qu'on appelle un *limon* (*fig. 3, 3' et 4, Pl. IX*) qui porte les abouts des marches, celles-ci n'étant alors que de simples planches,

ou des dalles minces en pierre encastrées par l'autre extrémité dans les murs de la cage ou dans un deuxième limon.

Dans l'escalier en vis à jour proprement dit (*fig. 1, 1', 1'', 1''', 1'''' et 2, Pl. IX*), dont les marches sont massives et se soutiennent par leur coupe sans le secours d'un limon, le dessous des marches ou le *plafond* est une surface plane ou gauche engendrée par le mouvement d'une droite horizontale qui s'appuie, d'une part, sur une droite ou une hélice dont la courbe de marche est la projection horizontale, et qui, d'autre part, reste tangente au cylindre vertical qui aurait pour base la développée de la ligne de foulée. Les arêtes des marches sont dans une surface parallèle à la précédente. Les lignes de joints sur le plafond sont dirigées dans le sens des génératrices droites. La surface du joint devrait, d'après les règles de l'appareil, être formée par l'ensemble de toutes les normales menées au plafond le long de la ligne de joint; mais, pour plus de simplicité, on lui substitue un plan mené par la ligne de joint et par la normale à la surface du plafond au point milieu de cette ligne. Les joints ont au milieu une largeur de  $0^m,06$  à  $0^m,07$ ; ils s'arrêtent à la rencontre du giron de la marche.

Indépendamment de ces joints par lesquels elles se touchent, les marches portent encore les unes sur les autres, par une partie plane dite *recouvrement*, qui a également  $0^m,06$  à  $0^m,07$  de large (*fig. 1'', 1''' et 1'''', Pl. IX, et fig. 6'', Pl. VIII*).

Il est aisé de comprendre comment l'ensemble d'un certain nombre de marches ainsi appareillées peut rester suspendu. Concevons une première marche appuyée sur un massif de maçonnerie solide et inébranlable, puis une seconde marche posée sur la première, et encastrée dans le mur de cage par une de ses extrémités. Il est clair que celle-ci ne pourra ni tourner en avant à cause du recouvrement, ni glisser dans ce même sens à cause du joint; elle ne pourrait donc que tourner autour de l'arête du joint sur le plafond: mais c'est ce dont elle serait empêchée par son encastrement dans le mur, quand même le poids des marches qu'elle supporte à son tour le lui permettrait. On peut en dire autant d'une marche quelconque.

Il n'est pas inutile de répéter ici que, comme l'encastrement dans le mur est un élément essentiel de la stabilité d'un escalier, il convient de ne pas tailler la moulure des arêtes des marches dans la prise, et de la laisser comme l'indique la *fig. 2'', Pl. VIII*. Bien plus, si la maçonnerie du mur de cage est de médiocre qualité, on fera bien d'y placer, pour recevoir l'about des marches, une chaîne rampante en pierres de taille ou un faux limon en bois, selon qu'elles seront en pierre ou en charpente:

Dans un escalier en vis à jour à rampe courbe, l'effort exercé par une marche sur la marche inférieure produit : 1<sup>o</sup> une pression normale au joint qui se reporte de marche en marche jusqu'à la première, et qui est détruite par la résistance du massif sur lequel elle repose; 2<sup>o</sup> deux forces dirigées dans le plan du joint, l'une normalement à la surface du plafond, l'autre contre le mur de cage : de ces deux forces, la première doit être détruite par la résistance des marches à la rupture, la seconde oblige à donner au mur de cage plus d'épaisseur qu'à un mur ordinaire de bâtiment.

Les considérations que nous venons d'exposer sur la stabilité des escaliers en vis à jour s'appliquent aux escaliers à rampes droites comme aux escaliers à rampes courbes.

**110.** *Escaliers en vis à jour avec limons.* — Les marches massives appareillées comme nous venons de le dire sont très-chères; le désir d'économiser a conduit à remarquer que l'on pouvait conserver le recouvrement et supprimer le joint des marches en les assemblant, par leur extrémité intérieure à la cage, dans un *limon* qui les maintiendrait en place de la même manière que le fait leur encastrement dans le mur (*fig. 3, 3' et 4, Pl. IX*).

Les *limons* sont des solides compris dans le sens de leur largeur entre deux surfaces cylindriques équidistantes, et, dans le sens de leur épaisseur, entre deux surfaces hélicoïdales équidistantes, engendrées comme celle du plafond d'un escalier en vis à jour à marches pleines (*n° 109*). On les partage, par des plans normaux à une hélice qui suivrait le milieu de leur largeur horizontale, en morceaux aussi longs que possible, et, si l'escalier est à rampes droites, on s'arrange de manière à placer un joint aux naissances des parties tournantes afin de n'avoir pas à recreuser de trop gros morceaux de pierre ou de bois (*fig. 4, 4' et 4'', Pl. IX*).

**111.** *Escaliers à jour en charpente.* — Dans les escaliers en charpente, la partie de limon courbe qui correspond au tournant se nomme *sabot* (*fig. 4' et 4'', Pl. IX*); les joints ne sont pas précisément à la naissance du tournant, mais un peu au delà, de manière que les parties droites portent un peu de la courbure. Les joints se font brisés (*fig. 4''*) avec tenons et mortaises, et l'on renforce encore l'assemblage au moyen d'un boulon (*fig. 1'', Pl. X*). Le boulon porte deux parties taraudées et n'a point de tête, ce qui lui permet de s'engager par les deux bouts dans le milieu du bois; les parties taraudées aboutissent, après l'assemblage fait, dans les cavités *c, c'*, que l'on creuse sur la face extérieure du limon pour avoir la possibilité de serrer les écrous. On les bouche ensuite avec des morceaux rapportés.

On emploie divers moyens à l'effet de consolider un limon : le premier

consiste à creuser sous son plafond une rainure dans laquelle on loge une bande de fer continue qui règne du pied de l'escalier à son sommet; le second, à le relier au mur de cage, de distance en distance, par de forts *boulons d'entretien* qui le serrent contre les marches, et empêchent celles-ci de sortir de leur encastrement. Enfin on le soutient quelquefois par des piliers, en pierre ou en bois, ou par des colonnettes en fonte placées sous les parties tournantes. Depuis quelques années, on a remplacé les sabots en charpente par des sabots en fonte, qui sont incomparablement plus solides. Le sabot, projeté horizontalement en *ss*, *fig. 4*, est représenté de face par la *fig. 4'*, et de côté par la *fig. 4''*.

Si les escaliers à limon apparent sont plus économiques que les escaliers à marches massives, ces derniers sont plus élégants. On a cherché à réunir les deux avantages; pour cela, au lieu d'assembler les marches dans le limon, on s'est contenté de les poser dessus en taillant le limon en crémaillère pour les recevoir.

Les *fig. 1, 1', 1'', 1'''* et *1<sup>iv</sup>* de la *Pl. X* donnent tous les détails de la construction de ce genre d'escalier, qu'il est plus aisé de dessiner que de décrire. La *fig. 1* donne le plan *LL* et l'élévation *L'L'* du limon taillé en crémaillère, le plan *PP* et l'élévation *P'P'* de la marche palière qui porte la partie tournante du limon, et la bordure du palier d'arrivée. Les *fig. 1'* et *1''* donnent, du limon, une vue de face *F* et une vue latérale *ll*. On y voit ce limon formé de plusieurs morceaux réunis par des assemblages à tenons et mortaises et par des boulons, *entretenus* de plus par un renfort *RR* boulonné avec eux et placé à l'intérieur sous les marches. La *fig. 1''* donne le plan d'une marche et de la contre-marche du degré suivant, dont la marche est enlevée; sur la marche *M* on voit en lignes pleines la rainure *rr* dans laquelle se loge la contre-marche de dessus, et, en pointillé, la rainure *r'r'* dans laquelle entre la languette *aa'* de la contre-marche de dessous. Dans la *fig. 1<sup>iv</sup>*, la marche *M* et la contre-marche *C* se présentent au-dessus et vis-à-vis de l'emplacement qu'elles doivent occuper en s'assemblant avec le limon. On remarquera que le bout *aa* de la contre-marche est taillé en biseau et que la partie *bb* du limon l'est de même. Les deux arêtes de ces biseaux se confondent dans l'assemblage et n'en forment plus qu'une, sur laquelle il est très-difficile d'apercevoir le joint de la contre-marche et du limon. Comme aucun autre joint n'est visible, l'escalier a la complète apparence d'une construction massive.

**112.** *Construction des paliers de repos dans les escaliers en pierre et en charpente.* — Dans un escalier à trois rampes dont la cage est carrée, il se trouve deux sortes de paliers : les paliers de repos *R* (*fig. 2, 3 et 4, Pl. IX*)

dans les angles, et les paliers d'arrivée A (*même figure*) qui s'étendent d'un mur à l'autre de la cage.

Les paliers R de repos des escaliers en pierre se composent de plusieurs dalles parallèles à la direction des marches de la rampe supérieure, se recouvrant les unes les autres par des entailles à mi-pierre ou *crossettes k* (*fig. 2, 2' et 3', Pl. IX*). On les arrête à 0<sup>m</sup>, 16 de l'arête de la marche que ces dalles forment par leur réunion. Elles portent, d'une part, en *x* (*fig. 3*), sur les marches de la rampe inférieure, et, de l'autre, en *y*, sur le mur où elles sont encastrées (*fig. 2' et 3, Pl. IX*).

Dans les longs paliers d'arrivée des escaliers en pierre, la dernière marche *m* (*fig. 3*) ou marche d'arrivée, et le limon qui se continue en *bb'* pour former la bordure du palier, sont appareillés de manière à former une plate-bande consolidée d'ailleurs par un tirant en fer. Les dalles du palier, encastrées dans le mur par une extrémité, portent par l'autre sur cette plate-bande.

Pour soutenir les paliers de repos des escaliers en charpente (*fig. 4, Pl. IX*), on place en travers une forte pièce de bois *TT'* que l'on encastre dans les murs, puis, dans l'angle, une autre pièce *BB'* qui, encastrée pareillement, s'appuie de plus sur la première et vient s'assembler avec la partie tournante du limon; la marche d'arrivée *mm'* (*fig. 4*) du palier et une pièce *CC'*, placée à même hauteur que la précédente sous la première marche de la rampe ascendante, complètent la charpente du palier que l'on couvre d'un double plancher.

La *fig. 6, Pl. X*, indique la construction d'un palier de repos d'un escalier tournant, qui est tout à fait analogue à celle que nous venons de décrire.

La construction des paliers qui s'étendent entre deux murs est plus simple : on prend dans une même pièce de bois la marche d'arrivée *MM'* (*fig. 4*), *M''M'''M''''* (*fig. 6*), et la bordure du palier sur toute sa longueur; on encastre cette pièce dans le mur par ses deux extrémités, et l'on pratique une feuillure sur sa face intérieure. Cette feuillure reçoit les abouts de forts madriers portés sur le mur par l'autre extrémité : on les recouvre quelquefois d'un double plancher (*fig. 4, Pl. IX*).

**113.** *Première rampe des escaliers, sa construction. Description de la volute qui la termine.* — Chacune des rampes dont se compose un escalier est une véritable voûte qui a pour soutien ou culée les paliers auxquels elle aboutit des deux parts. Ces paliers doivent donc être construits avec une solidité proportionnée à la charge qu'ils supportent. On conçoit facilement que le moins chargé de tous soit le palier d'arrivée au sommet de l'escalier. Celui-là n'a pas d'autre pression à soutenir que celle qui provient de la rampe des-

cendante qui s'y appuie. Le second palier, en comptant à partir du haut, supporte à la fois une pression de la part de la rampe située immédiatement au-dessous de lui et de celle qui est placée au-dessus, et à son tour il reporte une portion de ce dernier poids sur la rampe inférieure; en sorte que les paliers et les rampes intermédiaires sont d'autant plus chargés, qu'ils s'éloignent plus du haut de l'escalier. La première rampe d'un escalier à plusieurs paliers ou les dernières marches d'un escalier à une seule volée servent d'appui à tout le reste de la construction, et doivent être fortement arrêtées dans le sol, afin de ne pas être exposées à éprouver un glissement qui désorganiserait les assemblages, et ferait éprouver un tassement général à toutes les parties de l'escalier.

Les précautions à prendre pour assurer l'immobilité des premières marches d'un escalier sont tout à fait analogues à celles que nous avons indiquées ci-dessus (n° 108), à l'article des Perrons extérieurs; c'est-à-dire qu'on leur fait une fondation solide assise sur un terrain résistant, et qu'on leur donne à elles-mêmes autant de poids que faire se peut. Dans les escaliers en charpente d'une construction soignée, on fait toujours les trois ou quatre premières marches en pierre; les deux premières sont plus larges et plus longues que les autres, et portent le commencement du limon, quand il y en a un (*fig. 2, 3 et 3', Pl. IX*). Souvent aussi on bâtit sous la première rampe un mur ou une cloison dont le parement est encadré par les moulures de l'arête inférieure du limon, et par des moulures pareilles profilées sur un socle en maçonnerie ou en charpente, dont la hauteur est celle des deux premières marches ensemble ou de la première seulement. Ce mur ou cette cloison sert à la fois de soutien à la rampe de l'escalier et de clôture à une descente de cave (*fig. 2'', Pl. X*).

Autrefois les limons des escaliers se terminaient toujours par une volute autour de laquelle la première marche s'enroulait en spirale. C'était à la fois un ornement de bon goût et un surcroît de solidité donné au pied de la rampe par l'augmentation du volume et du poids des parties inférieures. Cette volute se rencontre rarement dans les escaliers modernes, parce que les escaliers à marches profilées sont aujourd'hui plus en usage que les escaliers à limons. Cependant il n'est peut-être pas inutile d'en connaître le tracé.

**114. Description de la cyclospirale.** — La courbe adoptée pour le contour de la volute est une *cyclospirale* développante d'un polygone régulier. On l'a choisie à cause de la facilité de son tracé, composé d'arcs de cercle tangents les uns aux autres. Il y a plusieurs manières de la décrire. En voici une facile, pour le cas très-particulier que nous nous bornerons à considérer :

Soient AB et BC (*fig. 3, Pl. X*) deux droites quelconques dont on veut opérer le raccordement au moyen d'une cyclospirale développante d'un polygone régulier de  $n$  côtés, tangente à AB en T et à BC en T': on demande la longueur et la position de l'un des côtés du polygone.

De chacun des deux points T et T', nous élevons des perpendiculaires TO et T'O' respectivement sur AB et BC, et nous les prolongeons jusqu'à leur point de rencontre en O (*fig. 3, Pl. X*). Nous admettrons d'abord que ce point O est, relativement à la droite AB, du même côté que le point T, et nous supposerons de plus que l'angle T'OK est moindre que l'angle intérieur du polygone à développer et plus grand que le supplément de cet angle; hypothèses qu'il est, au surplus, toujours possible de réaliser. Par le point T' nous tirons T'K, faisant avec TO prolongée un angle T'KT' égal à l'angle intérieur du polygone; puis, par un point  $c$  pris entre O et K, une parallèle  $cc'$  à T'K, laquelle coupe T'O en  $c'$ . La direction  $cc'$  est évidemment celle de l'un des côtés du polygone, et  $cc'$  sera sa longueur, si l'on a

$$(m) \quad c'T' = cT + (n - 1)cc'.$$

En effet, supposons le polygone  $c'abdec$  entièrement construit : si, du point  $c'$  comme centre, avec  $c'T'$  pour rayon, nous décrivons un arc de cercle compris entre la droite T'O et le prolongement CT<sub>3</sub>' de  $c'a$ , puis, que du point  $a$ , pris à son tour pour centre, on décrive l'arc T<sub>3</sub>N, et ainsi de suite, il faut, pour que la courbe soit tangente à AB en T, que son rayon vecteur, successivement diminué des  $(n - 1)$  côtés  $c'a, ab, \dots, dc$  du polygone, soit encore égal à  $cT$ .

Faisant, pour abréger,  $cc' = x$ ,  $OT = d$ ,  $OT' = D$ ,  $T'K = B$ ,  $OK = C$ , on trouve facilement que la relation (m) revient à

$$(n) \quad x = \frac{B(D - d)}{(n - 1)B + C + D}.$$

Si l'angle T'OK devient égal à l'angle intérieur du polygone, c'est-à-dire si T'O prend la position T'<sub>1</sub>c, alors T'K se confond également avec T'<sub>1</sub>c; d'où  $B = D$  et  $C = 0$ . La formule (n) se réduit alors à

$$(o) \quad x = \frac{D - d}{n},$$

nouvelle valeur de  $x$  applicable, pour toutes les positions de la perpendiculaire à BC, au point T', depuis T'<sub>1</sub>c jusqu'à T'<sub>2</sub>T inclusivement. Il est à remarquer que, lorsque BC et AB sont parallèles,  $D = T'_2T$ , et que la valeur de  $d$ , qui est alors la distance  $cT$  au point de tangence T du sommet  $c$  du

polygone, reste indéterminée, et peut être prise arbitrairement entre zéro et D (\*).

**115. Tracé de la volute.** — Au moyen de ces préliminaires, on comprendra très-bien le tracé de la volute d'un limon d'escalier, tracé dans lequel on prend forcément certaines données d'une manière arbitraire.

Cette volute est représentée en plan par la *fig. 2, Pl. X*, et en élévation par les *fig. 2'* et *2''*. Voici comment on a procédé pour la décrire : Sur le prolongement *mo'* de la troisième marche de l'escalier, on a porté une lon-

(\*) Afin de compléter ce que nous avons dit dans la quatrième Leçon, n° 60, sur le raccordement de deux directions par des arcs de cercle, nous allons donner ici, le plus succinctement possible, le moyen de faire ces raccordements par une cyclospirale développante d'une circonference de cercle.

Soient AB et BC (*fig. 3'', Pl. X*) les deux droites données ; T et T' les points de tangence ; TO et T'O' deux perpendiculaires élevées par T et T' respectivement sur les droites AB, BC ; O le point d'intersection de ces perpendiculaires ; o le centre du cercle *pbp'* tangent à TO et à T'O' ;  $ap = r$ ;  $\omega$  l'angle *pop'* ;  $h$  la longueur T'K d'une perpendiculaire abaissée du point T' sur TO prolongée ;  $x$  la distance TK du point T au pied K de cette perpendiculaire ;  $\rho_0$  le rayon de courbure *Tp* de la développante au point de départ ;  $\rho$  le rayon de courbure *T'p'* en un point quelconque *T'* ;  $2\pi$  la circonference dont le rayon est 1.

On aura d'abord

$$(k) \quad \rho - \rho_0 = \omega r.$$

Cette relation suffit pour le tracé de la courbe, qui n'offre aucune difficulté.

Mais on aura aussi

$$(m) \quad \begin{cases} x = \rho_0 + r \sin \omega - \rho \cos \omega, \\ h = \rho \sin \omega - r(1 - \cos \omega); \end{cases}$$

d'où l'on tire

$$(n) \quad r = \frac{x \sin \omega - h(1 - \cos \omega)}{2(1 - \cos \omega) - \omega \sin \omega},$$

valeur du rayon avec lequel doit être décrite la circonference de cercle pour que sa développante passe par les points T et T' situés sur les deux droites AB et BC, faisant entre elles un angle  $\omega$ , avec la condition d'être tangente à ces deux droites. Il est à remarquer que  $x$ ,  $h$  et  $\omega$  ne peuvent pas tous trois être choisis arbitrairement, attendu que  $r$  doit toujours avoir une valeur réelle et positive.

Connaissant  $r$ , par l'égalité (n),  $\omega$ ,  $x$  et  $h$  qui sont des données, on peut trouver  $\rho_0$  et  $\rho$  au moyen des égalités (k et m).

*Exemples (fig. 3', Pl. X) :*

$$\omega = \frac{\pi}{2}, \quad \sin \omega = 1, \quad \cos \omega = 0, \quad r = \frac{2(x - h)}{4 - \omega},$$

avec la condition  $x - h > 0$ .

$$\omega = \pi, \quad \sin \omega = 0, \quad \cos \omega = -1 \quad (h \text{ négatif});$$

gueur  $To'$  égale à la largeur  $mT$  du limon. Du point  $o'$  comme centre, avec  $o'm$  et  $o'T$  pour rayons, on a décrit les arcs  $ma$  et  $Tg$  de 60 degrés chacun. On s'est proposé ensuite de raccorder les deux lignes  $BC$  et  $AB$ , tangentes, la première en  $a$  à l'arc  $ma$ , la seconde en  $g$  à l'arc  $Tg$ , par une cyclospirale, développante d'un hexagone régulier. D'après ce que nous avons vu ci-dessus (n° 114), le côté 1-2 de ce polygone devait être égal à  $\frac{ag}{6}$ . Comme sa position peut être quelconque, on l'a choisie de manière à donner à la volute une amplitude convenable, et on a fait la distance  $2-g = \frac{1}{4}o'g$ . Après cela, il a été facile de

d'où

$$r = \frac{h}{2}, \quad \text{et} \quad \rho_0 = \frac{x - \varpi r}{2} = \frac{TE - \varpi r}{2} \quad (\text{fig. } 3', \text{ Pl. } X).$$

$$\omega = \frac{3\pi}{2}, \quad \sin \omega = -1, \quad \cos \omega = 0 \quad (h \text{ négatif}); \quad r = \frac{2(x+h)}{3\pi - 4}.$$

$$\omega = 2\pi, \quad \sin \omega = 0, \quad \cos \omega = 1, \quad h = 0, \quad r = \frac{0}{0}.$$

$r$  est ici indéterminé; mais l'égalité (m) donne  $x = \rho_0 - \rho$ , et comme  $x = TT'$  doit être pris négativement (fig. 3', Pl. X), cette relation revient à  $\rho = \rho_0 + x$ , valeur qui, portée dans l'égalité (k), donne  $\frac{2\rho_0 + x}{2\pi} = r$ . Par conséquent, on peut se donner à volonté ou  $r$  ou  $\rho_0$ ; mais l'une de ces quantités étant fixée détermine aussi l'autre complètement.

Au lieu d'exprimer  $r$  en fonction des lignes trigonométriques  $\sin \omega$  et  $\cos \omega$ , on peut le faire au moyen des distances  $TO$  et  $T'O$  des points  $T$  et  $T'$  à l'intersection  $O$  des perpendiculaires menées par chacun de ces points respectivement sur les droites  $AB$  et  $BC$  (fig. 3'', Pl. XII). En effet, nommant  $d$  la distance  $TO$ ,  $D$  celle  $T'O$ ,  $z$  la distance  $po$  ou  $p'o$  du point  $O$  aux points de contact des rayons de courbure avec le cercle  $pbp'$ , on a

$$\rho_0 = d - z, \quad \rho = D + z,$$

et, par suite,

$$(a) \quad d - D + \omega r = 2z = 2r \tan \frac{1}{2}\omega = \frac{2r \sin \omega}{1 + \cos \omega}.$$

D'ailleurs

$$\sin \omega = \frac{h}{D}, \quad \cos \omega = \frac{X-d}{D};$$

d'où

$$(b) \quad r = \frac{(d-D)(D+X-d)}{2h - \omega(D+X-d)}.$$

Cette dernière expression serait d'un usage plus commode pour le cas où  $\omega$  ne serait pas égal à  $\frac{\pi}{2}$ , ou à un multiple exact de cette quantité.

construire l'hexagone et de décrire, des centres 1, 2, 3, 4, 5 et 6, les arcs égaux  $ab$ ,  $bc$ ,  $cd$ ,  $de$ ,  $ef$ , dont l'ensemble forme le contour de la volute.

La deuxième marche a été raccordée avec la droite  $ao'$  par un arc de cercle de 60 degrés,  $qa$ .

La première marche se contourne en spirale autour de la volute de l'escalier, à partir du pied  $T'$  de la perpendiculaire abaissée du point 2 sur la direction de son arête  $MT'$ . Prolongeant cette perpendiculaire du point 2 jusqu'à sa rencontre en  $o$  avec  $mo$ , et menant la ligne  $T'K$ , qui fait avec  $TK$  un angle  $TKT'$  de 60 degrés, on a fait

$$d = oT, \quad D = oT', \quad T'K = B, \quad oK = C, \quad n = 6.$$

Substituant pour  $d$ ,  $D$ ,  $B$ ,  $C$  et  $n$  ces valeurs dans la formule ( $n$ ) ci-dessus (n° 114), on en a tiré la longueur  $x$  du côté d'un hexagone  $1', 2', 3', 4', 5'$  et  $6'$ , qui a servi de développée à la cyclospirale  $T'stu\vartheta T$ . Cette courbe se trouve, à son point de départ  $T'$ , parallèle à la volute, puisque la tangente en  $l$  à celle-ci est parallèle à  $MT'$ .

Mais ce n'est pas assez que la volute ait en plan un contour gracieux, il faut encore qu'en élévation elle ne présente aucun jarret. Soient  $LL'$  (*fig. 2''*, *Pl. X*) le développement du profil du limon,  $aa'$  l'aplomb de la troisième marche,  $bb'$  celui de la deuxième,  $ll'$  la verticale du point  $l$  de la *fig. 2* rapportée sur le développement. Par le point  $k$  d'intersection de cette verticale et de l'arête  $LL'$  du limon prolongée, on tire une horizontale  $kc'$ , qui fixe le niveau de la volute au-dessus de la première marche. On prend  $kc'$  égal au développement de l'arc  $lc$  de la *fig. 2*, et on fait  $kc'' = kc'$ . On raccorde les deux droites par un arc de cercle  $c''c'$ , et l'on a ainsi le développement de l'arête intérieure de la volute. On suppose ensuite que la surface du dessus de la volute est engendrée par une droite qui s'appuie sur la ligne dont  $c''l'c'$  est le développement, en restant normale à cette ligne. De ce mode de génération, on conclut l'arête extérieure de la volute. Du développement de ces arêtes, on passe facilement à leur élévation, telle que la représentent les *fig. 2'* et *2''*, *Pl. X*.

**116. Plafonds des escaliers suspendus.** — Les plafonds des escaliers en charpente ou en pierre, dont les marches ne sont pas massives, se font en plâtre sur un lattis cloué aux marches, si elles sont en bois; quand elles sont en pierres, elles peuvent recevoir le plâtre immédiatement (*voir ci-après*, neuvième Leçon, la construction des plafonds).

**117. Escaliers en menuiserie.** — On fait des escaliers en menuiserie totalement isolés des murs, et qui ont à l'extérieur l'apparence d'être composés

de marches massives. Dans quelques-uns, la réalité répond à l'apparence, et les marches sont maintenues en place par des boulons en fer qui les traversent trois à trois; dans d'autres, les marches ne sont que des coffres en menuiserie superposés et consolidés dans leur assemblage par des bandes de fer.

Les marches massives (*fig. 4 et 4'*, *Pl. X*) ou creuses (*fig. 5*) sont coupées absolument comme les marches des escaliers en pierres à vis, à jour; elles portent, comme celles-ci, un recouvrement et un joint par lesquels elles reposent les unes sur les autres. Mises en place, elles composeraient un escalier qui se soutiendrait lui-même, mais que l'on ne pourrait parcourir sans le désorganiser, parce que sa masse ne serait pas assez considérable pour que le poids des personnes ou des fardeaux qui le parcourraient ne troublât pas son équilibre. C'est à suppléer au défaut de pesanteur du système que sont destinés les boulons *b*, *b'* (*fig. 4 et 4'*) dans les escaliers à marches massives, et les bandes de fer dans les escaliers à marches creuses.

La *fig. 5* fait voir l'assemblage à *queues d'aronde recouvertes*, des abouts de la marche *m*, de la contre-marche *c* et du plafond *p* avec son *profil apparent P*, qui est représenté renversé pour qu'on en voie la face intérieure. La *fig. 5'* est le plan de la partie supérieure de l'une des marches.

**118. Escaliers en fonte de fer.** — Nous nous contenterons de donner les figures de deux espèces d'escaliers en fonte de fer très-usités aujourd'hui, parce qu'elles suffiront pour faire comprendre la manière dont les diverses pièces sont assemblées (*fig. 1 et 2, Pl. XI*). L'un de ces escaliers est une vis, dont le noyau est formé par un tuyau qui sert quelquefois aussi de conduit pour la fumée d'un poêle ou d'une cheminée existant dans l'étage inférieur; ce tuyau est partagé en anneaux qui s'emboîtent les uns dans les autres, et font corps chacun avec une des contre-marches : sur celles-ci on assemble les marches au moyen des mentonnets taraudés *t*, *t'* (*fig. 1'' et 1'''*) que portent les contre-marches. La *fig. 1* est l'élévation de l'escalier à vis; la *fig. 1'* est la coupe dans le tuyau creux qui lui sert de noyau; la *fig. 1''* est le plan, et la *fig. 1'''* l'élévation de l'un des anneaux de ce tuyau et de la contre-marche qui fait corps avec lui; la *fig. 1'''* donne le plan d'une marche, et l'on voit (*fig. 1'''*) le profil de deux marches indiquant le mode de réunion du giron et de la contre-marche.

L'autre escalier est en vis à jour; chaque marche, avec sa contre-marche et son joint de coupe, est coulée d'une seule pièce. On les pose les unes sur les autres comme des marches massives, en les réunissant par des boulons; on les encastre dans le mur, ou mieux dans un faux limon en fonte fixé dans

la maçonnerie. L'ensemble de l'escalier est représenté en plan par la *fig. 2*, et en élévation par la *fig. 2'*; les *fig. 2''* et *2'''* donnent le plan d'une marche vue par-dessous et par-dessus; la *fig. 2<sup>iv</sup>* est l'élévation d'une contre-marche, et la *fig. 2<sup>v</sup>* un profil dans lequel apparaît le mode de réunion d'une contre-marche avec les marches entre lesquelles elle est placée.

Le bas de la *Pl. XI* est occupé par les détails de plusieurs systèmes de *balustres*, de *fuseaux* et de *main-courante* d'une rampe d'escalier. Ces figures portent en elles-mêmes leur explication.

---

## HUITIÈME LEÇON.

### NOTIONS SOMMAIRES SUR LA RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX ET LA STABILITÉ DES CONSTRUCTIONS.

**119.** *Considérations générales sur la stabilité des constructions.* — Bien que les constructions en maçonnerie et les ouvrages en charpente diffèrent beaucoup par la nature des matériaux qui les composent, cependant les conditions de leur durée et de leur stabilité se formulent de la même manière dans leur expression générale. De quelque nature que soit une bâtie, il faut toujours que les efforts qui agissent sur elle ne puissent ni la déplacer, ni altérer sa forme. Il faut de plus que le terrain ou les appuis sur lesquels elle repose soient eux-mêmes incompressibles et inébranlables.

Ces conditions ne sont satisfaites qu'autant que les dimensions des parties de la bâtie sont mises dans un rapport exact avec l'intensité des pressions ou tractions qu'elles peuvent avoir à supporter. Pour établir ce rapport d'une manière qui présente quelque certitude, il faut connaître la résistance à la déformation et à la rupture des diverses natures de matériaux employés dans la construction et la manière dont cette force s'exerce. Or, de l'étude des faits, il résulte que si les différentes substances employées comme matériaux présentent, dans le mode de leur résistance, des circonstances particulières dérivant de leur constitution physique, cependant elles obéissent à une loi générale qui leur est commune; de telle sorte que l'on peut établir des formules servant aussi bien à calculer les dimensions d'un pilier en pierre que celles d'un poteau en bois ou d'une colonne en fonte, en supposant qu'ils supportent le même genre d'efforts extérieurs.

D'après cela, il semble que nous aurions dû placer les notions élémentaires sur la résistance des matériaux, qui feront l'objet de cette Leçon, avant l'exposé des règles sur l'établissement des murs et des voûtes contenues dans les Leçons précédentes. Mais l'étude des combinaisons et de la résistance des charpentes a un tel besoin d'être éclairée par ces notions, elle en fait des applications si nombreuses, qu'il était indispensable de les rapprocher d'elle le plus possible.

Ce qui nous a permis, d'ailleurs, de nous occuper des murs et des voûtes sans avoir rien dit de la résistance des pierres et des mortiers, c'est qu'à la cohésion et à l'adhérence des matériaux il se joint, dans les ouvrages de maçonnerie, une autre force, celle de la pesanteur, dont le rôle est si important, qu'elle prend la première place et fait, quoique souvent à tort, oublier la considération des autres éléments de la résistance. Cela tient à ce que les efforts qui agissent contre les constructions en maçonnerie tendent encore plus à les déplacer qu'à les écraser ou à les rompre. Or, pour empêcher leur déplacement, on est conduit, en général, à leur donner un grand poids et, par suite, des dimensions telles, que leur résistance à l'écrasement ou à la rupture se trouve entièrement garantie.

On admet donc communément, lorsqu'on calcule les dimensions des parties d'un mur ou d'une voûte, qu'il n'y a pas lieu de s'occuper des effets d'écrasement par compression ou de rupture par flexion que peuvent produire les forces qui agissent sur elles. C'est dans cette hypothèse qu'ont été établies les formules transcrites dans les six premières Leçons de ce Cours. Mais cette supposition n'est pas constamment exacte; et il est toujours nécessaire de la vérifier. On sera en état de le faire au moyen des indications que nous allons donner sur la résistance des matériaux. Cette Leçon est donc un complément indispensable aux Leçons précédentes et une introduction à celles qui vont suivre.

Dans la troisième partie du Cours, nous traiterons d'une manière plus complète de la résistance des matériaux, et nous donnerons, lorsque cela se pourra, la démonstration des règles et des formules que nous allons ici transcrire purement et simplement, comme si elles étaient toutes dues à l'empirisme. Nous croyons ne pas nous tromper en pensant qu'il est utile à la pratique des constructions de réunir ici ces règles, comme dans une espèce d'aide-mémoire, et de les montrer dégagées des calculs qui sont nécessaires pour les déduire rigoureusement de la théorie. Nous espérons, par là, en rendre l'emploi plus fréquent et plus général. Quant aux notions physiques sur la résistance des matériaux, nous nous bornerons à en dire assez pour

faire apercevoir le lien existant entre les formules théoriques et l'observation des faits qui est à la fois leur point de départ et leur sanction. Nous renverrons à la troisième partie du Cours les développements dont ce sujet est susceptible; on les trouvera, au surplus, dans l'Introduction à la *Mécanique industrielle* de M. Poncelet, pages 219 et suivantes.

**120.** *Notions sommaires sur la résistance des corps solides aux efforts qui tendent à changer leur figure et leurs dimensions.* — Pour abréger et en même temps pour rendre plus claires les généralités que nous avons à présenter sur ce sujet, nous nous bornerons à considérer les corps employés dans les constructions, tels que les pierres, les bois et les métaux. Nous les supposerons façonnés dans la forme de prismes et uniquement soumis à des efforts qui auraient pour résultats ou de les comprimer, ou de les étendre, ou de les faire plier.

Une expérience journalière nous apprend ce qui suit :

1<sup>o</sup>. Lorsqu'on exerce ou une compression, ou une traction sur un prisme solide, il cède à cette action en lui résistant plus ou moins énergiquement, selon qu'il est formé de telle ou telle substance;

2<sup>o</sup>. Tant que les efforts de traction ou de compression ne dépassent pas certaines limites variables d'une substance à une autre, les accroissements ou les diminutions de longueur restent proportionnels à l'intensité des forces qui les produisent, et, dans ces mêmes limites, lorsque le corps solide est de nouveau abandonné à lui-même, il revient à peu près exactement à son état primitif, en sorte que les déformations disparaissent entièrement avec les forces qui les produisaient;

3<sup>o</sup>. Lorsque les allongements ou les flexions éprouvés par un corps solide ont été réitérés trop souvent ou amenés à dépasser certaines limites, la déformation devient, en tout ou en partie, permanente, et, alors même que les forces extérieures cessent d'agir sur le prisme, il reste accourci, allongé ou fléchi;

4<sup>o</sup>. Si l'action des forces extérieures va toujours croissant, elle surmonte complètement la résistance du corps qui s'écrase sous la compression, se rompt en s'allongeant ou se brise dans la flexion.

**121.** *Élasticité, roideur, ténacité et ductibilité des solides.* — Cette faculté, plus ou moins grande, des corps solides d'obéir à l'action des efforts qui leur sont appliqués, et cette tendance à reprendre leur figure et leurs dimensions primitives aussitôt que la cause de leurs déformations a cessé d'agir, constituent ce qu'on appelle leur *élasticité*. La résistance plus ou moins énergique qu'ils opposent à l'allongement, à l'écrasement ou à la flexion,

constitue leur *roideur*, que l'on nomme aussi assez improprement leur *force élastique*.

Lorsque les allongements ou les flèches de courbure d'un corps croissent plus rapidement que l'intensité des forces auxquelles ils sont dus, et que ces déformations persistent malgré la cessation de l'effort qui les a produites, on dit que l'élasticité du corps est énervée ou altérée. Quand cela a lieu, la *roideur* disparaît aussi presque complètement, et la *rupture* ne tarde pas à se produire; à moins que l'action des forces extérieures ne soit entièrement suspendue.

L'élasticité est une propriété générale des corps; tous, même ceux qui sont, en apparence, le plus ductiles et le plus mous, possèdent une certaine élasticité. L'argile, par exemple, est loin d'en être dépourvue; car, des pilotes qu'on enfonce, à grands coups de mouton, dans des bancs de cette substance, à 3 ou 4 mètres de profondeur, en sont souvent chassés par leur réaction, qui tend à diminuer la compression résultant de l'introduction de ces pilotes. Mais, quoique élastiques, les corps se comportent de diverses manières dans leur résistance, selon qu'ils sont plus ou moins *ductiles*, plus ou moins *tenaces* et plus ou moins *roides*.

Dans un corps *ductile*, de grands allongements correspondent à un effort relativement faible, et un allongement médiocre suffit souvent pour altérer son élasticité. Mais la rupture n'a lieu, au contraire, qu'après un allongement considérable. La force d'attraction qui retient les molécules paraît donc conserver son action à d'assez grandes distances, quoiqu'un écartement médiocre suffise pour l'altérer, et que les molécules semblent disposées à prendre de nouveaux arrangements, et à se constituer dans de nouveaux états d'équilibre sous l'action des tractions extérieures.

La *ductilité* s'allie à des degrés très-différents d'élasticité et de ténacité; mais, généralement, les corps tenaces sont moins ductiles que les corps qui se rompent facilement. L'argile est élastique, très-ductile et peu tenace; le plomb est ductile, son élasticité et sa ténacité sont faibles; le fer forgé est plus élastique et plus tenace que les corps que nous venons de citer, mais il est beaucoup moins ductile. Enfin, le bois est tenace et élastique, et ne se prête en aucune façon au changement dans ses dimensions; il n'est pas ductile.

Il faut des efforts énergiques pour obtenir, dans un corps dur, des changements de longueurs sensibles. Ensuite, les allongements restent, dans une grande étendue, proportionnels aux charges, et ils peuvent atteindre à une fraction notable de la longueur du corps, sans que celui-ci ait perdu la faculté

de revenir sur lui-même à son état primitif. Mais l'intervalle qui sépare de la rupture le point où l'élasticité commence à s'altérer est très-court et, pour ainsi dire, insaisissable dans les corps durs et cassants, comme le verre, l'acier trempé et la fonte.

Les corps tenaces et flexibles à la fois, tels que le bois, le laiton et le fer forgé, offrent des caractères intermédiaires à ceux que présentent les corps *mous* et les corps *roides*. Ils cèdent plus facilement que les seconds à l'action des forces extérieures, et conservent, néanmoins, à peu près aussi long-temps qu'eux leur élasticité; et lorsque cette élasticité est altérée, ils s'allongent encore considérablement avant de se rompre. C'est dans ces derniers corps seulement qu'il est possible de déterminer, d'une manière très-approximative, les charges capables d'altérer l'élasticité, ainsi que l'étendue des allongements qui leur correspondent. Dans les corps *mous*, il existe trop peu d'intervalle entre les premiers allongements et ceux qui énervent la résistance élastique, pour qu'on puisse marquer bien distinctement la limite qui les sépare. Dans les corps durs, l'altération de l'élasticité et la rupture se succèdent si rapidement, que le moment où le premier de ces phénomènes se produit est aussi très-difficile à saisir.

Il est bien évident que, si l'on veut calculer les fardeaux à faire supporter aux corps solides qui servent de matériaux à la construction des bâtiments, c'est d'après la connaissance de la charge correspondante à la limite de l'élasticité qu'il faut le faire, puisqu'en, des notions sommaires que nous venons d'exposer sur l'élasticité du corps, il résulte que l'élasticité une fois altérée est impuissante à empêcher la déformation complète du corps, et, par suite, sa rupture au bout d'un temps plus ou moins long. Mais, comme nous venons de le dire, ce n'est que dans les bois et les fers forgés que la limite de l'élasticité est facilement perceptible, et ce n'est que pour ces deux espèces de corps qu'il est possible d'asseoir les calculs sur la base logique dont nous venons de parler. Pour les corps durs et roides, comme la pierre et la fonte, on en est réduit à calculer les charges à leur faire supporter, en les réduisant à une certaine fraction de celle qui produirait l'écrasement du corps ou sa rupture. Mais, comme ce dernier phénomène suit de très-près le moment où l'élasticité s'altère, il est évident que les deux méthodes de calcul donnent à peu près les mêmes résultats.

**422. Mesure de l'intensité de la force élastique. Module d'élasticité.** — Quant à la force élastique en elle-même, il est toujours possible d'obtenir la mesure de son intensité, soit en suspendant un poids à l'extrémité d'un prisme formé de la substance qu'on veut mettre en expérience et mesurant avec

soin l'allongement produit par l'action de ce poids; soit en observant la flèche de courbure d'un prisme posé horizontalement sur deux appuis et chargé d'un poids à son milieu. Nous supposerons ici que l'on se sert du premier de ces deux modes d'observation, qui est le plus exact des deux.

Nommant  $\Omega$  la section transversale de la barre en expérience,  $L$  sa longueur primitive,  $P_1, P_2, \dots$ , des poids successivement suspendus à son extrémité inférieure,  $l_1, l_2, \dots$ , les allongements absolus respectivement produits dans la barre par l'action de ces poids, et, par suite,  $\frac{l_1}{L}, \frac{l_2}{L}$  les allongements proportionnels ou par mètre de cette barre,  $E$  un coefficient qui représente la force élastique de la substance dont la barre est formée; on trouvera, aussi longtemps que l'élasticité de la barre demeurera entière,

$$\frac{l_1}{L} = \frac{P_1}{E\Omega}, \quad \frac{l_2}{L} = \frac{P_2}{E\Omega}, \dots$$

c'est-à-dire que l'allongement proportionnel, ou par mètre, se montre directement proportionnel au poids qui le produit, et en raison inverse de la surface de la section transversale du prisme et de sa force élastique.

Puisque les rapports  $\frac{l_1\Omega}{P_1L}, \frac{l_2\Omega}{P_2L}$  restent identiques aussi longtemps que l'élasticité n'est pas altérée, il suffit d'une seule expérience pour déterminer, dans chaque corps en particulier, la quantité  $E$  que l'on nomme le *module de l'élasticité* de ce corps; nous poserons donc, en effaçant les indices des quantités correspondantes  $P$  et  $l$ ,

$$(a) \qquad E = \frac{PL}{\Omega}.$$

Désignant par  $i$  l'allongement par mètre égal à  $\frac{l}{L}$ , produit par le poids  $P$  dans les limites pour lesquelles l'élasticité reste entière, nous aurons

$$(b) \qquad i = \frac{P}{E\Omega}.$$

Pour simplifier la définition du module d'élasticité  $E$ , les auteurs qui, jusqu'ici, ont traité de la résistance élastique des corps solides, font dans l'égalité (a),

$$\Omega = 1, \quad L = 1, \quad l = 1; \quad \text{d'où} \quad E = P \quad \text{et} \quad i = 1,00;$$

ce qui signifie que  $E$  est représenté par le *poids qui, théoriquement, serait capable d'allonger, de sa longueur primitive, un prisme dont la section transversale aurait pour aire l'unité superficielle*, en supposant que, jusqu'à cette limite, les allongements restent proportionnels aux poids, et la section

transversale constante. Ces deux dernières hypothèses sont à la fois contraires aux faits et impossibles à réaliser. Mais il ne s'agit ici que d'une convention, et la valeur de  $E$  définie de cette manière n'en donne pas moins pour  $i$  une valeur exacte lorsqu'on l'introduit dans l'égalité (b).

**125. Des effets produits par une force de traction directe.** — D'après ce qui précède, la manière dont agit une force de traction exactement parallèle à la direction de l'axe d'un prisme solide suit une loi des plus simples. Les allongements absous sont directement proportionnels à la longueur du prisme et à l'intensité de la force qui les produit; ils sont en raison inverse de l'aire de la section transversale du solide, aussi longtemps toutefois que l'élasticité reste entière. Si l'élasticité est forcée, les allongements augmentent plus rapidement que les charges, et la rupture ne tarde pas à se produire.

On a fait très-peu d'expériences sur la résistance à la traction des pierres et des substances analogues. Il paraît que cette résistance, comparée à celle du bois et des métaux, est relativement peu considérable. Celle du basalte, l'une des pierres les plus résistantes que l'on ait mises en expérience, n'est que le  $\frac{1}{10}$  de celle du bois de chêne, et le  $\frac{1}{60}$  de celle du fer forgé. Aussi, expose-t-on très-rarement la pierre ou le mortier à des efforts de traction. S'ils supportent des efforts de nature à vaincre leur cohésion ou leur adhérence, c'est d'une manière indirecte et dans des circonstances où leur résistance à la compression est également mise en jeu.

Le bois résiste beaucoup mieux que la pierre et moins bien que les métaux à la rupture par traction.

La fonte ne peut, à section égale, porter que la moitié ou le quart du poids que soutient le fer forgé. En prenant la résistance du chêne à la traction pour unité, celle de la fonte sera 2,15, et celle de fer forgé, de qualité ordinaire, 6,70. Ces nombres ne sont évidemment que des moyennes entre des résultats variables avec la nature particulière du bois et des fers mis en expérience.

Il est très-important d'observer qu'il s'agit ici uniquement d'efforts appliqués aux prismes solides sans chocs et sans variations brusques de vitesse. Nous renvoyons, pour ce qui concerne la résistance vive des solides, à l'*Introduction à la Mécanique industrielle* de M. Poncelet, pages 342 et suivantes. Nous nous bornerons à faire remarquer qu'un poids qui, suspendu *sans vitesse* à un prisme solide, serait incapable d'altérer son élasticité, deviendrait susceptible de produire cet effet et même d'occasionner la rupture, s'il agissait sur le prisme en tombant d'une faible hauteur et en le tirant brusquement. Ce fait est parfaitement connu; aussi, lorsqu'il s'agit d'imposer

des charges à des prismes solides servant de matériaux dans les constructions, doit-on prendre toutes les précautions nécessaires pour éviter les chocs, surtout lorsqu'ils peuvent porter sur des matières dures et cassantes, comme la pierre et la fonte. Le bois et le fer forgé y résistent beaucoup mieux.

Si l'on désigne par  $R$  le poids qui produit la rupture d'un prisme dont la section transversale est l'unité, par  $P_e$  celui qui suffit pour altérer l'élasticité du même prisme, par  $i_e$  l'allongement par mètre correspondant à  $P_e$ ; on trouve en moyennes, par expérience, les valeurs suivantes :

VALEURS DE $\frac{P_e}{R}$ ,	DE $i_e = \frac{P_e}{E}$ .
Pour le bois de sapin.....	$\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$ ,      0,0017 à 0,0020
Pour le bois de chêne.....	$\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{4}$ ,      0,0016 à 0,0017
Pour le fer forgé.....	$\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$ ,      0,00054 à 0,00090
Pour la fonte.....	"                          0,00080
Pour l'acier.....	$\frac{1}{2}$ 0,00120 à 0,00220

**124.** *De la résistance transverse des pierres et du bois.* — La résistance transverse est celle qu'opposent les corps à une action qui agit parallèlement à la face de rupture. On aura une idée de ce genre d'efforts si l'on suppose que sur les faces opposées d'un parallélépipède, deux trous cylindriques aient été percés (*fig. 1, Pl. XII*), de manière à être exactement dans le prolongement l'un de l'autre, et qu'un poids soit posé sur le solide plein qui les sépare. La pression nécessaire pour repousser ce solide par l'une ou l'autre ouverture mesurera la résistance transverse de la matière sur l'étendue de la surface du cylindre ainsi détaché. On voit que, conformément à la définition de la force transverse, l'effort n'est ici ni perpendiculaire ni oblique, mais bien parallèle à la face de rupture.

Qu'un corbeau en pierre ABC (*fig. 2, Pl. XII*) soit scellé dans une muraille, et qu'on y suspende un poids par une chaîne ou une corde appliquée contre la surface AC d'encastrement, c'est encore la résistance transverse qui sera mise en jeu. Elle agira aussi dans le cas d'une pièce de charpente (*fig. 3, Pl. XII*), sollicitée à glisser horizontalement et maintenue en place par une autre pièce posée de niveau, et avec laquelle elle est assemblée par embrèvement.

Il se présente dans la pratique assez de cas où la résistance transverse est mise en jeu, pour qu'il soit à désirer de connaître exactement sa mesure; mais jusqu'ici il n'a été fait que trop peu d'expériences sur ce sujet. Nous donnerons ci-après (*n° 154, Table I*) quelques résultats obtenus par M. Vicat pour les pierres et les mortiers.

**125.** *Des effets d'une force de compression directe sur les prismes de pierre, de bois et de fer.* — Si la force comprimante agit parallèlement à l'axe du prisme, si elle est contenue dans de certaines limites et uniformément répartie sur la surface de la base supérieure, son action se borne à comprimer le solide et à l'accourcir d'une quantité qui est proportionnelle à la longueur primitive du prisme et à l'intensité de la pression; en raison inverse de l'aire de la base et d'un module d'élasticité  $E$  auquel, pour des compressions très-petites, on attribue une valeur identique à celle du module de résistance à l'extension déterminée, comme nous l'avons dit au n° 122.

Si l'intensité de la pression augmente suffisamment, elle produit ou l'écrasement, ou la flexion.

La résistance d'un prisme à l'écrasement est sensiblement proportionnelle à l'aire de sa base; elle varie avec la figure de cette base et avec la hauteur du prisme. D'après Rondelet, le cube serait le solide qui offrirait le maximum de résistance à l'écrasement; mais des expériences plus récentes de M. Vicat (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1833, 2<sup>e</sup> semestre, page 201) semblent indiquer que, toujours dans l'hypothèse d'une charge uniformément répartie, des parallélépipèdes très-minces résisteraient mieux que le cube. Ainsi, par exemple, une couche de mortier qui a fait prise entre deux assises de pierre, d'une grande étendue, pourrait supporter des charges énormes sans se briser, si ce n'est près des bords; mais cela n'aurait probablement pas lieu avec des matériaux durs, comme la pierre ou la brique, réduits en plaques minces, parce que, même avec des mortiers interposés, la répartition des pressions ne se fait pas uniformément sur la base supérieure: quoi qu'il en soit, c'est jusqu'ici la résistance du cube que l'on prend pour unité.

Le nombre des assises dont se compose une maçonnerie augmente-t-il, la résistance diminue assez rapidement. Ainsi, pour des cubes de 1 à 2 centimètres de côté, parfaitement dégauchis et usés les uns sur les autres, M. Vicat indique les rapports suivants :

Pour 1 assise, résistance égale à.....	1,00
Pour 2 assises, à.....	0,93
Pour 4 assises, à.....	0,86
Pour 8 assises, à.....	0,83

Pour des constructions en maçonnerie composées d'assises pareilles et bien posées sur un lit de mortier, on pourra admettre les mêmes résultats.

Les joints verticaux ont une influence encore plus fâcheuse que les joints horizontaux, parce que les pierres, n'étant plus soutenues latéralement,

s'écrasent sous un moindre poids. La résistance d'un cube divisé en huit autres diminue de  $\frac{1}{6}$ .

Au moment de la rupture, les cubes de pierre dure, après avoir cédé très-peu à la pression, se dilatent et se divisent tout à coup en lames ou aiguilles d'une très-faible consistance. Ceux de pierre tendre se dépriment davantage, puis se partagent en pyramides ou cônes (*fig. 4, Pl. XII*) ayant pour bases les faces supérieures et inférieures du prisme, et le centre de la pierre pour sommet. Le prisme supérieur agit à la manière d'un coin pour repousser les parties latérales. Enfin, à la limite de la résistance, ces prismes se divisent en aiguilles, qui elles-mêmes tombent en poussière.

La compression sur les pièces de bois, dont la hauteur dépasse peu la largeur, a pour effet d'en refouler les fibres aux deux extrémités, et de les écarter au milieu, en produisant dans la pièce un renflement qui augmente jusqu'à la rupture : à ce moment, la pièce s'écrase sur elle-même par la flexion complète de ses fibres. Lorsque la hauteur est plus grande que la largeur, sans atteindre à dix fois cette dernière dimension, la pièce se fend longitudinalement et se divise en plusieurs éclats.

Relativement à la résistance à la compression, et à la rupture qui en provient, il y a aussi une différence notable entre la manière de se comporter des métaux aigres, durs et cassants, tels que l'acier fortement trempé et la fonte, et celle des métaux ductiles, tels que le fer très-doux. Lorsqu'ils ont une forme cubique, ou une hauteur qui dépasse peu leur largeur, les premiers se compriment de quantités insensibles avant la rupture, et se réduisent tout à coup, avec bruit et dégagement de lumière, en poussière ou fragments ; et, par conséquent, leur résistance à la compression doit suivre à peu près les mêmes lois que celle des pierres. Les seconds, au contraire, s'affaissent avec une extrême lenteur ; leurs molécules glissent les unes sur les autres du centre vers la surface extérieure, qui prend une forme de plus en plus bombée, jusqu'à l'instant où l'équilibre se trouve établi : instant souvent précédé et accompagné de déchirures allant du centre à la circonférence. Dans les métaux très-doux, la hauteur du prisme a beaucoup d'influence sur la résistance, qui diminue à mesure que cette dimension augmente ; mais l'on ne sait pas encore exactement dans quel rapport cela a lieu.

La fonte résiste beaucoup mieux que le fer à l'écrasement ; c'est le contraire de ce qui a lieu pour la traction. Le bois résiste moins bien lorsqu'il est comprimé que lorsqu'il est tiré dans le sens de sa longueur. En prenant pour unité la résistance d'un cube de bois de chêne à la compression, on aura,

en moyenne, les rapports suivants :

Chêne, 1,00. Basalte, 5,00. Fer forgé, 13,00. Fonte, 25,00.

Lorsque la hauteur est très-grande, par rapport à la plus petite dimension de la base, le prisme s'infléchit, et son axe affecte la figure d'une courbe qui peut avoir plusieurs points d'infexion (*fig. 5, Pl. XII*). La rupture s'opère enfin dans une des sections comprises entre deux points d'infexion consécutifs. La section de rupture est au milieu quand il n'y a pas de points d'infexion, comme dans le cas de la *fig. 6, Pl. XII*.

Rondelet affirme qu'un prisme de fer doux pressé verticalement plie plutôt que de se refouler, aussitôt que sa hauteur atteint le triple de son épaisseur; et il ajoute que la résistance à l'écrasement, trouvée par l'expérience pour un cube, doit être réduite aux  $\frac{5}{8}$  de la valeur quand la longueur du prisme est égale à douze fois son épaisseur, et à moitié environ quand elle atteint vingt-quatre fois l'épaisseur. En supposant qu'il n'y ait eu aucune cause d'erreur dans la disposition de l'appareil dont s'est servi Rondelet, il est au moins nécessaire de n'admettre ces résultats comme constants que pour des cas de compression dans lesquels la charge était de nature à altérer l'élasticité de la pièce, ou n'était pas appliquée au centre de figure de sa base; car les expériences de M. Duleau, d'accord avec la théorie, prouvent qu'une pièce simplement appuyée sur un plan par sa partie inférieure, de manière toutefois que ses deux extrémités soient assujetties à rester dans la même verticale (*fig. 6, Pl. XII*), ne peut pas flétrir à moins que sa hauteur n'atteigne trente-deux fois le plus petit côté de sa base. Si la pièce est encastrée verticalement à sa partie inférieure, et que son extrémité supérieure soit libre de s'écartier de la verticale du pied (*fig. 7, Pl. XII*), il suffit que la hauteur contienne seize fois le petit côté de la base pour que la flexion puisse avoir lieu.

Mais, dans l'un et l'autre cas, le poids capable d'opérer la flexion d'une pièce posée debout est très-voisin de celui qui est capable d'altérer son élasticité, et aussitôt que la pièce commence à flétrir, elle se plie brusquement sans conserver aucune tendance à se redresser, alors même que l'on enlève le poids dont elle est chargée.

Pour qu'une pièce ait une flexibilité qui lui permette de plier sous l'action d'une force parallèle à son axe sans perdre son élasticité, il faut que sa hauteur soit égale à environ cent fois le plus petit côté de sa base.

Il suit de là : 1<sup>o</sup> que, dans les constructions, on ne doit pas dépasser un certain rapport entre le côté de l'équarrissage et la hauteur des colonnes, piliers et autres supports isolés; 2<sup>o</sup> que le poids dont on les charge ne doit pas non

plus dépasser une certaine limite; 3° que ce rapport et cette limite étant observés, c'est uniquement par la considération de la résistance à l'écrasement que l'on doit calculer la charge à faire porter par les pièces posées debout.

Nous ferons remarquer aussi qu'on augmente beaucoup la résistance à la flexion d'une pièce posée debout en maintenant, par un moyen quelconque dans la même verticale, les extrémités et un ou plusieurs points de la hauteur. On oblige alors la pièce à prendre, en fléchissant, la figure côtée 5, *Pl. XII*, et sa hauteur peut être considérée comme réduite à la distance *mn* qui sépare deux points d'inflexion consécutifs.

**126.** *De la limite des charges permanentes.* — On appelle *limite des charges permanentes*, la traction ou la compression directe que l'on peut faire supporter sans danger, d'une manière permanente, à un prisme solide dont la section transversale est égale à l'unité superficielle.

Par conséquent, si l'on désigne par  $P_e$  le poids capable d'altérer l'élasticité d'un prisme solide ayant pour base l'unité superficielle, soit en le comprimant, soit en le tirant parallèlement à sa longueur, par  $R'$  la compression ou la traction que l'on veut faire supporter d'une manière permanente par unité de surface aux matériaux mis en œuvre dans un édifice, par  $m$  un nombre entier plus grand que l'unité, on devra faire

$$R' = \frac{P_e}{m};$$

et en supposant que les allongements et accroissements restent proportionnels aux efforts qui les produisent jusqu'au moment de l'altération de l'élasticité, désignant par  $i_e$  l'allongement proportionnel qui correspond à  $P_e$ , par  $i'$  celui qui est produit par l'effort  $R'$ , il en résultera aussi

$$i' = \frac{i_e}{m}.$$

Alors même qu'il n'y aurait aucun défaut dans la qualité des matériaux et aucune malfaçon dans leur emploi, on devrait, en raison de l'influence seule du temps, faire  $m > 1$ ; car à tous les résultats d'expérience que nous avons rapportés dans les nos 124 et 125, nous devons ajouter ce fait capital et essentiel, que lorsque les efforts appliqués à un prisme solide sont voisins de ceux qui commencent à altérer l'élasticité du corps, la durée de l'action a une influence non moins grande que son intensité, et que tel corps qui résiste momentanément à l'action d'une force, sans rien perdre en apparence de son élasticité, est néanmoins incapable de supporter l'action permanente et continue de cette même force ou même d'une force plus faible.

Mais les fautes commises, quelque soin qu'on mette à les éviter, dans le choix des matériaux et dans leur mise en œuvre, l'action destructive de l'oxydation pour les fers et de la pourriture pour les bois, font aux constructeurs une nécessité de se borner, pour la limite des charges permanentes, à  $\frac{1}{2}$  au plus du poids  $P_e$ ; et comme ce poids correspond pour le bois de  $\frac{1}{3}$  à  $\frac{1}{4}$  de celui qui produit la rupture, et pour le fer forgé de  $\frac{1}{2}$  à  $\frac{1}{3}$  (n° 125), il s'ensuit que la limite supérieure des charges permanentes doit être de  $\frac{1}{4}$  à  $\frac{1}{8}$  des poids qui produisent la rupture. On reste généralement en dessous de ces limites, et on adopte le  $\frac{1}{8}$  pour le bois et le  $\frac{1}{6}$  pour le fer forgé.

Quant aux pierres et à la fonte, qui sont dans la catégorie de ces corps chez lesquels l'altération de l'élasticité est presque immédiatement suivie de la rupture, c'est par la considération du poids  $R$ , qui produit ce dernier phénomène, que l'on établit la limite des charges permanentes, et l'on fait immédiatement  $R' = \frac{1}{5}$  ou  $\frac{1}{7}$  de  $R$  pour la fonte, et  $\frac{1}{10}$  ou  $\frac{1}{15}$  de  $R$  pour les pierres et les autres matériaux de la maçonnerie, en raison des défauts qu'ils peuvent présenter dans leur homogénéité et de l'imperfection de la taille des pierres, qui ne leur permettent pas de porter en plein les uns sur les autres dans toute l'étendue de leur lit de pose.

**127.** *Calcul de l'équarrissage des prismes tirés ou comprimés parallèlement à leur longueur.* — Au moyen de ces conventions et des résultats d'expérience exposés dans les n°s 123 et 125, nous sommes en mesure de calculer les dimensions de l'équarrissage d'un prisme tiré parallèlement à sa longueur, ou comprimé dans des circonstances telles que sa flexion ne soit pas possible. Dans l'un et l'autre cas, la seule condition à remplir, c'est que la charge supportée par chacune des unités superficielles contenues dans l'aire de la section transversale ne dépasse pas la limite des charges permanentes correspondante à la substance dont le prisme est formé. Nommant donc  $P$  la charge de compression ou de traction agissant dans un sens exactement parallèle à la longueur du prisme,  $\Omega$  l'aire de sa section transversale,  $R'$  la limite des charges permanentes, on posera

$$(c) \quad \frac{P}{\Omega} = R', \quad \text{d'où} \quad \Omega = \frac{P}{R'}$$

(voir ci-après Table III, n° 134, la valeur de  $R'$ , pour les divers matériaux de construction).

A l'aide de l'égalité précédente, on peut résoudre plusieurs questions importantes, telles que : trouver la hauteur et la longueur maximum d'un prisme solide compatible avec sa résistance permanente; déterminer la figure la plus avantageuse, sous les rapports combinés de l'économie et de la résis-

tance, à donner à un prisme suspendu par une extrémité, ou posé debout et soumis, dans l'un où l'autre cas, à la seule action de son poids. Mais comme ces problèmes, très-intéressants et très-propres à faire apprécier l'utilité de la théorie de la résistance des matériaux, sont traités dans l'excellente Introduction à la *Mécanique industrielle* de M. Poncelet, nous croyons pouvoir renvoyer aux pages 365 et suivantes de cet ouvrage.

**428.** *De la résistance des corps solides à la flexion et à la rupture par suite des efforts dirigés transversalement à leur longueur.* — Représentons-nous maintenant un corps prismatique à axe droit ou courbe (*fig. 8, Pl. XII*) encastré solidement, à l'une de ses extrémités, dans un massif indéfiniment résistant, et sollicité, à l'autre bout, par une force normale à son axe. L'effet de cette force, en la supposant indéfinie, sera, dans les premiers instants de son action, d'augmenter la courbure du prisme, et, plus tard, de le rompre. La rupture aura lieu, s'il s'agit d'un corps extensible, après une flexion plus ou moins prononcée; et s'il est roide, après une flexion si faible, qu'elle ne sera pas perceptible et que le prisme paraîtra se briser brusquement sans aucune déformation antérieure.

Si le corps est fibreux, comme le bois et le fer forgé, la flexion de rupture présentera, d'un côté, des fibres arrachées et étendues, et, de l'autre, des fibres refoulées sur elles-mêmes: ce qui prouve que l'effet de la flexion est d'allonger les fibres voisines de la partie convexe, et d'accourcir celles de la partie concave. D'où l'on conclut que, dans l'intérieur des corps, il y a des fibres *neutres*, qui n'éprouvent pas d'autre effet de la flexion qu'un changement dans leur courbure. Ainsi, par exemple, si l'on coupe transversalement en MN un prisme à base rectangulaire AB, posé sur le plat de l'une de ses faces, et fléchi par l'action d'une force P, appliquée à son extrémité B, perpendiculairement à la direction de ses arêtes, il y aura sur la surface MN (*fig. 9, Pl. XII*) de la section de ce prisme, une certaine file de molécules formant une droite horizontale aa', et appartenant aux fibres neutres: ces molécules n'auront été, pendant la flexion, ni rapprochées ni éloignées de celles qui les précèdent et les suivent dans les sections voisines M'N' et M"N" (*fig. 8, Pl. XII*). Elles auront seulement changé de position par rapport à elles, de telle sorte que l'axe du solide, s'il était rectiligne, sera devenu courbe. Il n'en sera pas de même pour toute molécule située en dehors de la droite aa'. Ainsi une molécule quelconque mm', prise dans la section MN au-dessus de aa' (*fig. 8 et 9*), aura marché en avant en décrivant un très-petit arc autour de aa', considéré comme axe de rotation, et elle se sera un peu écartée de la molécule qui lui correspond dans la section M"N", très-

voisine de MN. Une autre molécule  $m''$ , prise au-dessous de  $aa'$ , aura tourné de même autour de cet axe, en rétrogradant et en se rapprochant de la molécule correspondante dans la section  $M''N''$ . Les mêmes effets auront lieu à la fois dans toutes les sections transversales que l'on peut imaginer être faites de A en B. Il suit de là que si AB (*fig. 8, Pl. XII*) est, sur la face latérale du prisme, la trace longitudinale de la surface cylindrique contenant les fibres neutres, elle séparera le solide en deux parties : l'une supérieure, qui sera allongée, et l'autre inférieure, qui sera comprimée. Mais, en vertu de l'élasticité du corps, les molécules écartées ou rapprochées par l'effet de la flexion tendront à reprendre leur position primitive, et chacune des molécules contenues dans la section MN (*fig. 8', Pl. XII*) sera le point d'application d'une force proportionnelle au déplacement que cette molécule a subi. Cette force, si la flexion a été très-petite, ce qui a toujours lieu en réalité, puisque dans les matériaux de construction une déformation très-petite suffit pour altérer l'élasticité, pourra être considérée comme perpendiculaire à la section MN (*fig. 8, Pl. XII*) et agissant de  $m'$  en  $n'$  à la partie supérieure, et de  $n''$  en  $m''$  à la partie inférieure du solide, de manière à le faire tourner autour de l'axe  $aa'$  en sens inverse du mouvement que lui a imprimé le poids P à l'action duquel est due la flexion.

D'après cela, il est évident qu'une des conditions de l'équilibre entre l'action du poids P et la réaction de la section MN du solide, c'est l'égalité du moment de P et de la somme des moments des forces moléculaires pris les uns et les autres par rapport à l'axe  $aa'$  (*fig. 9, Pl. XII*), qui est projeté en  $m$  (*fig. 8*). Cette condition suffit pour établir, entre l'intensité des efforts appliqués extérieurement à un prisme solide et la grandeur des déplacements éprouvés par ses molécules, des relations qui permettent de calculer ces derniers quand on connaît la direction et la grandeur de la force qui les produit ; ou, réciproquement, de trouver quelle doit être l'intensité d'une force agissant dans une certaine direction pour qu'il résulte de son action une flexion dont la limite est fixée à l'avance. De plus, comme nous le verrons, la considération de la résistance du corps à la flexion est ramenée à celle de la résistance à l'extension ou à la compression, et on peut fixer la limite des flexions à faire supporter aux matériaux, en se servant des valeurs de  $R'$  déterminées comme nous l'avons dit ci-dessus, n° 126, et transcrives dans le tableau III du n° 134.

Pour fixer les idées, nommons  $r_i$  la réaction moléculaire d'un élément  $m$  de la partie supérieure  $aMa'$  de la section MN (*fig. 9, Pl. XII*). La somme des réactions semblables sera  $\Sigma r_i$ , et comme elles sont toutes parallèles

d'après l'hypothèse que nous avons admise ci-dessus, elles auront une résultante appliquée au point  $o$ , distant de  $aa'$  d'une certaine longueur que nous désignerons par  $l_1$ , la somme des moments des réactions moléculaires devant être identique avec le moment de leur résultante, sera égal à  $l_1 \Sigma r_1$ . Désignant par  $r_2$  et  $l_2$  les quantités correspondantes pour la partie inférieure  $aNa'$  de la section MN, la somme des moments des réactions de cette partie sera  $l_2 \Sigma r_2$ .

Nommant d'ailleurs X la distance  $mB'$  de la section MN au point  $B'$  d'application du poids P (*fig. 8, Pl. XII*), il faudra, pour l'équilibre, que l'on ait

$$(d) \quad l_1 \Sigma r_1 + l_2 \Sigma r_2 = PX.$$

**129. De la position de l'axe des fibres neutres sur la section transversale des prismes fléchis.** — La relation dont nous venons de signaler l'existence entre les forces extérieures appliquées à un prisme solide et les réactions moléculaires de ce prisme, suppose que l'on connaît dans tous les cas la position de l'axe des fibres neutres autour duquel s'opère la flexion; or elle dépend de deux choses, savoir: 1<sup>o</sup> de l'intensité relative des résistances que les molécules du corps opposent à leur rapprochement d'une part, et de l'autre à leur écartement; 2<sup>o</sup> de la direction de la résultante générale des forces extérieures appliquées au solide.

Mais, pour n'avoir à considérer d'abord que la première de ces deux circonstances, continuons à supposer, comme précédemment, que le prisme AB' (*fig. 8, Pl. XII*) n'est soumis qu'à l'action d'une seule force tendant à l'infléchir, sans le comprimer ni l'étendre autrement que par l'effet de la flexion. Dans cette hypothèse, on démontre facilement, 1<sup>o</sup> que, si la résistance des molécules à l'écartement est précisément égale à leur résistance au rapprochement, l'axe  $aa'$  des fibres neutres passe par le centre de gravité de la section MN; 2<sup>o</sup> que, selon que la résistance des fibres à l'extension est inférieure ou supérieure à leur résistance à la compression, la surface contenant les fibres neutres se rapproche de la partie concave ou de la partie convexe du solide.

Dans les corps flexibles, comme le fer doux et le bois, il paraît qu'il y a égalité entre les deux genres de résistance que les molécules exercent à la flexion. Pour le bois en particulier cela a été considéré, en quelque façon, comme hors de doute à la suite de l'expérience suivante dont Duhamel est l'auteur: elle consiste à scier transversalement une pièce de bois du côté de la face qui devient concave pendant la flexion, et à remplir le trait de scie par une cale de bois dur. La force de la pièce augmente un peu quand le trait de scie pénètre jusqu'à  $\frac{1}{3}$  de l'épaisseur, elle est à peu près la même

quand il atteint la moitié, enfin elle diminue lorsque la pièce est sciée aux trois quarts.

On étend à la fonte l'hypothèse qui consiste à supposer égales les deux espèces de résistances, et à faire passer l'axe des fibres neutres par le centre de gravité de la section transversale du solide, quoiqu'il soit manifeste que cette matière résiste mieux à la compression qu'à l'extension (*voir ci-dessus n°s 123 et 125*); mais comme on a rarement à considérer des effets de flexion dans des objets en fonte, et qu'en tout cas il ne s'agit que de flexions extrêmement petites, cela n'a pas d'inconvénient.

Pour les corps durs dont la ténacité est faible, et qui se rompent sans allongements sensibles, on regarde la résistance à l'écrasement comme supérieure à la résistance à l'extension, et par suite l'axe des fibres neutres comme très-voisin de la face du solide qui devient concave dans la flexion. On va même plus loin, quand il s'agit spécialement de la maçonnerie; on place sur la surface extérieure d'un mur, par exemple, l'axe autour duquel tourne la partie qui tend à s'en détacher pendant la rupture par renversement; en sorte que sa résistance est attribuée uniquement à l'adhérence des mortiers ou à la cohésion de la pierre le long de la face de cassure.

Cette manière de considérer la résistance d'un solide à la rupture n'est autre que l'ancienne théorie due à Galilée et perfectionnée par Mariotte et Leibnitz. Le premier de ces savants admettait que la résistance des fibres était constante en tous les points de la section. Les deux autres la supposaient proportionnelle en chaque point à la distance de ce point à l'axe de rotation, qu'ils confondaient, comme Galilée, avec l'arête extérieure de la section de rupture. Nous citons les noms des auteurs de cette théorie parce qu'ils servent souvent à la désigner.

**150.** *De la figure transversale d'un solide la plus avantageuse à la résistance à la flexion.* — En se reportant à ce qui a été dit au n° 128 des effets de la flexion d'un corps solide, et de la manière dont les réactions moléculaires sont mises en jeu, on comprend tout de suite que, dans un prisme fléchi : 1<sup>o</sup> la fibre la plus étendue ou la plus comprimée et, par suite, celle dont la réaction est la plus intense, se trouve située à la surface du corps le plus loin de l'axe des fibres neutres; 2<sup>o</sup> les allongements et accourcissemens des autres fibres et la résistance qui en provient sont proportionnels à leur distance au même axe.

Il suit de là immédiatement que, l'aire de la section transversale d'un solide étant donnée, et sa figure pouvant varier, la résistance augmentera avec les distances moyennes des fibres à l'axe de rotation, ou, en d'autres

termes, avec les distances à l'axe des fibres neutres des centres de gravité des deux figures dans lesquelles cet axe divise la section transversale du solide, distances qui, dans l'équation (d) du n° 128, sont représentées par les lettres  $l_1$  et  $l_2$ .

Cette égalité (d), mise sous la forme  $P = \frac{l_1 \Sigma r_1 + l_2 \Sigma r_2}{X}$ , fait voir, en effet, que le poids  $P$ , capable de faire naître les réactions  $\Sigma r_1$  et  $\Sigma r_2$ , devra être d'autant plus grand que  $l_1$  et  $l_2$  le seront eux-mêmes.

Par suite, si la section transversale est un rectangle d'une surface donnée, la résistance augmentera avec sa dimension verticale. Les pièces posées de champ résistent en effet mieux que les pièces posées de plat.

Mais on ne peut pas réduire outre mesure la base de la section transversale du prisme, sans lui ôter toute sa stabilité et sans le rendre trop flexible dans le sens latéral à sa longueur. On a donc dû chercher des combinaisons qui, en éloignant, de l'axe des fibres neutres, la plus grande partie de la matière du solide, lui conservent cependant de l'assiette et de la rigidité. La figure d'un tuyau creux circulaire (fig. 14, Pl. XII) ou rectangulaire (fig. 15), celle d'un double T (fig. 16), d'un demi-tuyau (fig. 17), d'un simple T (fig. 18), celle de deux rectangles séparés par un vide (fig. 20), remplissent ces deux conditions. Ce sont les plus généralement usitées, celles du double T et du simple T surtout, parce qu'en même temps qu'elles augmentent la résistance des pièces, elles donnent des facilités pour leur assemblage lorsque ces pièces sont en fer ou en fonte. Les rails des chemins de fer ont une forme analogue (fig. 19) très-résistante et très-commode pour leur pose.

Nous allons tirer de la même égalité (d), n° 128, d'autres conséquences importantes.

**151.** Remarque sur les intensités relatives des résistances d'un même corps : à des efforts qui tendent uniquement à faire varier sa longueur et à des forces de nature à produire la flexion. — Supposons qu'il s'agisse, comme au n° 128, d'un prisme dont la section transversale soit un rectangle; il est évident que cette section sera partagée en deux par la trace  $aa'$  de la surface des fibres neutres, et si l'on admet que la résistance à la compression soit égale à la résistance à l'extension des fibres du solide,  $l_1 \Sigma r_1$  sera égal à  $l_2 \Sigma r_2$ , et l'égalité (d) du n° 128 se réduira à celle-ci,  $\frac{2 l_1 \Sigma r_1}{X} = P$ , à laquelle on peut, dans ce cas, donner une autre forme plus explicite.

En effet, considérons sur la section transversale  $MaNa'$  du solide (fig. 9),

*Pl. XII)* une tranche verticale  $Mo' M'$ , limitée horizontalement à la surface convexe du prisme et à l'axe des fibres neutres; puisque l'allongement de la fibre coupée en  $m$  est proportionnel à sa distance de l'axe de rotation  $aa'$ , et puisque les réactions des molécules sont en raison directe de leur déplacement, il est clair que la force de réaction qui a son point d'application en  $m$  sera proportionnelle à la distance  $mo$  de  $m$  à  $aa'$ . Par conséquent, si au point  $M$  on élève une perpendiculaire  $MS$  à  $MN$ , qu'on porte de  $M$  en  $S$  une longueur proportionnelle à la réaction  $R'$  qui a lieu par unité de surface en  $M$  et qu'on joigne  $S$  et  $o$  par une droite, chacune des ordonnées de cette droite, telle que  $ms$  multipliée par l'aire de l'élément  $m$ , représentera l'intensité de la réaction moléculaire au point, tel que  $m$ , par lequel on l'aura menée. Donc la somme et le moment total des résistances moléculaires de la tranche  $Mo' M'$  seront proportionnels à la surface du triangle  $oMS$  et à son moment, ce dernier pris par rapport à  $aa'$ . Nommant  $b$  l'épaisseur verticale  $MN$  du prisme, et  $da$  l'épaisseur  $oo'$  de la tranche que nous considérons, la somme des forces parallèles agissant le long de cette tranche sera égale à  $\frac{R'b}{4} \cdot da$ . Le centre de ces forces se trouvera à une distance  $l_1$  de  $aa' = \frac{1}{3} b$ , et le moment de la tranche sera  $\frac{R'b^2}{12} \cdot da$ . Ce moment, étendu à toute l'épaisseur horizontale du solide, que nous représenterons par  $a$ , deviendra

$$\frac{R'ab^2}{12} = l_1 \sum r_i,$$

et l'on pourra poser à la place de l'égalité (d), n° 128,

$$\frac{R'ab^2}{6X} = P.$$

Si la force  $P$  était uniquement employée à allonger le prisme par traction ou à l'accourcir par compression, on aurait, en désignant par  $R'_1$  la réaction par unité de surface de la section  $MaNa'$ , la somme des résistances développées dans cette section ou  $R'_1 ab = P$ . Égalant les deux valeurs de  $P$ , on aura  $R'_1 : R' :: 1 : \frac{6X}{b}$ . Mais puisque les réactions moléculaires développées par un solide sont directement proportionnelles à la grandeur des allongements ou des accourcissemens qu'il éprouve, il en résulte que l'allongement ou l'accourissement absolu produit par le poids  $P$ , employé à tirer ou à comprimer la pièce, sera à l'allongement ou à l'accourissement maximum produit dans le solide encastré à une extrémité, et fléchi

par le même poids suspendu à son extrémité libre, comme  $1:\frac{6X}{b}$ , ou, en faisant, par exemple,  $\frac{X}{b} = 20$ , ce qui n'a rien d'exagéré, comme  $1:120$ . La pièce fatiguera donc beaucoup plus dans ce dernier cas que dans l'autre. C'est là un fait bien connu; mais peut-être appréciera-t-on mieux les effets relatifs des deux modes d'action d'un même poids en voyant la mesure approximative. Cela explique d'ailleurs combien, pour un prisme destiné à porter des poids, la position horizontale est désavantageuse comparativement à la position verticale; et combien est fondé ce principe de la charpenterie d'après lequel on doit disposer les pièces des fermes, de manière qu'elles soient plutôt tirées ou pressées dans le sens de leur axe que chargées transversalement à leur longueur.

**132. Solides d'égale résistance.** — Jusqu'à présent, nous avons admis que les solides dont nous considérons la résistance étaient prismatiques; c'est-à-dire que la figure et l'aire de leur section transversale restaient constantes dans toute l'étendue de leur longueur; mais il n'est pas difficile de voir que cette forme, si elle est la plus simple et la plus aisée à obtenir par le travail mécanique, est loin d'être celle qui, pour une même quantité de matière employée dans la fabrication du solide, lui assure le maximum de résistance. En effet, reprenons notre hypothèse d'un corps de longueur X (*fig. 8, Pl. XII*) encastré par une extrémité et supportant à l'autre un poids P, et reportons-nous à l'équation d'équilibre (*d*), *n° 128*. Le moment du poids P décroît avec son bras de levier X, il est moindre pour la section M'N' que pour la section MN, et, à fortiori, que pour la section A d'enca斯特ment. Donc, si les sections A, MN et M'N' ont des surfaces égales, et contiennent le même nombre de molécules réagissant contre l'action du poids P, et si la résistance que la section A peut développer, sans altération de l'élasticité, est suffisante pour contre-balancer la force P, la réaction moléculaire poussée à la même limite sera surabondante en MN, et plus encore en M'N'. En d'autres termes, pour que la pièce présentât partout une résistance suffisante, sans offrir nulle part un excédant de force contraire à l'économie, l'aire de la section transversale devrait diminuer à partir du point d'enca斯特ment en allant vers l'extrémité libre, et, par exemple, le dessus de la pièce restant plan pour plus de commodité, il faudrait tracer le profil longitudinal A'B (*fig. 10, Pl. XII*) de la partie inférieure, suivant une certaine courbe, qu'un calcul facile démontre être une parabole ayant pour axe l'horizontale AB.

La parabole se change en une droite A'B (*fig. 11, Pl. XII*) quand le

poids, au lieu d'être suspendu à l'extrémité B de la pièce, est réparti uniformément sur sa longueur. Chacune des deux moitiés BA et AB' (*fig. 12, Pl. XII*) d'une pièce portant par ses extrémités sur deux appuis de niveau B et B', se trouve dans les mêmes circonstances qu'une pièce qui serait encastrée en A, et chargée de A en B de la moitié du poids total porté par la pièce BB'. Par suite, la figure longitudinale qui donnera à cette dernière pièce, en tous ses points, une égale résistance à la flexion, sera limitée, à la partie supérieure, par deux portions de parabole (*fig. 12, Pl. XII*) si le poids à supporter est posé au milieu de la pièce, ou par deux droites (*fig. 13, Pl. XII*), lorsque la charge devra être répartie uniformément sur sa longueur.

On donne rarement aux pièces de bois la figure longitudinale d'un solide d'égale résistance; on ne manque jamais, au contraire, de profiter de la facilité avec laquelle on peut, par le moulage, faire prendre aux pièces de fonte telle figure que l'on veut, pour leur donner celle qui leur assure, aux moindres frais, toute la solidité nécessaire.

La courbe limite du profil d'un solide d'égale résistance varierait avec une répartition de la charge autre que celle que nous venons de considérer. Nous renvoyons, pour plus de détails sur ce sujet, à la troisième partie du Cours, et aux Leçons de Navier, sur la *Stabilité des Constructions*, page 264 de la première édition.

On peut encore obtenir un solide d'égale résistance, en laissant constante sur toute la longueur la dimension verticale et en diminuant, du point d'enca斯特ement au point de suspension du poids, la largeur de la pièce; ou même en conservant la même surface aux sections transversales successives et en modifiant leur figure, ou enfin en combinant les deux moyens.

Ainsi, par exemple, une pièce encastrée à une extrémité, et assez longue pour pouvoir fléchir sous l'action d'un poids P suspendu à son extrémité libre, possédera dans une quelconque de ses sections transversales une égale résistance à la flexion: 1<sup>o</sup> si, étant plane en dessus, elle est terminée en dessous par une surface cylindrique dont le profil est une parabole convenablement décrite; 2<sup>o</sup> si, le profil vertical étant constant, la projection horizontale est un trapèze curviligne; 3<sup>o</sup> si, la section d'encaissement étant un rectangle dont la hauteur l'emporte sur la largeur, la section à l'extrémité libre est un rectangle dont la largeur surpassé la hauteur; 4<sup>o</sup> si le solide est une pyramide à face curviligne diminuant à la fois de l'encaissement à l'extrémité libre dans le sens horizontal et dans le sens vertical. A l'exception de l'avant-dernière, ces diverses combinaisons sont également employées dans les constructions.

Si la pièce est posée par ses extrémités sur deux appuis, la forme qui

donne l'égalité de résistance dans toutes les sections où, avec le moins de matière possible, le maximum de résistance se compose de deux parties symétriques semblables à celle que nous venons d'indiquer pour une pièce encastrée à l'une de ses extrémités, mais retournées et présentant la partie courbe du côté opposé aux appuis.

**153.** *De la figure transversale d'égale résistance à des efforts perpendiculaires à la longueur des arbres tournants.* — Dans les constructions de machines, en particulier pour les essieux et pour les arbres de rotation, on a besoin de donner aux pièces supportant des efforts transversaux à leur longueur des profils en vertu desquels elles résistent également, quelque face de leur contour qu'elles présentent à l'action de ces efforts. Il y a plusieurs figures de la section transversale qui donnent à un prisme cette propriété. Nous citerons seulement les plus employées, qui sont le cercle plein ou creux, le carré plein ou évidé, la croix à branches égales (*fig. 21, Pl. XII*), le carré portant des appendices symétriques sur ses quatre faces (*fig. 22, Pl. XII*).

**154.** *Constitution des formules au moyen desquelles on peut calculer les dimensions de l'équarrissage d'un prisme solide exposé à des efforts dont l'intensité et la direction sont connues.* — Dans tout ce qui précède, à partir du n° 128, nous avons admis que la résultante des efforts extérieurs appliqués au prisme était située dans le plan de l'axe longitudinal du solide perpendiculairement à sa direction, et que, par suite, elle tendait uniquement à l'infléchir sans l'allonger ou l'accourcir directement. Supposons maintenant qu'à la force normale il s'en ajoute une autre parallèle à la longueur du prisme; cette seconde force, en même temps qu'elle pourra contribuer à augmenter ou à diminuer la flexion produite par la première, exercera sur les fibres du solide une compression ou une traction directe qui modifiera l'état de tension dans lequel les molécules se seraient trouvées par le seul effet de la flexion. Si la force est comprimante, elle augmentera le rapprochement des molécules sur la partie concave, et diminuera leur écartement sur la partie convexe. Dans ce cas, l'axe *aa'* (*fig. 9, Pl. XII*) autour duquel s'effectue le mouvement de rotation des molécules d'une section transversale quelconque *MN* (*fig. 8*) ne passera plus par le centre de gravité, et il se rapprochera un peu de la partie convexe. Enfin, on peut concevoir le cas où l'intensité de la force parallèle à l'axe deviendrait assez forte, pour que, malgré les effets de la flexion, toutes les fibres de la pièce fussent accourcies; et alors l'axe des fibres neutres serait situé en dehors du corps, à une distance qui deviendrait infinie si la somme des forces extérieures transversales à la longueur du prisme était nulle, et si la force

parallèle à cette longueur existait seule. Lorsque la force parallèle à l'axe sera tirante, elle aura pour premier effet de diminuer la flèche de courbure du solide, et, par conséquent, de rapprocher les molécules de leur état naturel, sans pouvoir toutefois les y ramener entièrement. Si son action se prolonge avec une intensité suffisante, toutes les fibres du corps finiront par éprouver un allongement qui néanmoins restera toujours plus grand à la partie convexe qu'à la partie concave.

Mais, comme les effets produits à la fois, par la compression ou l'extension d'une part, et par la flexion directe de l'autre, sont en général très-faibles, on peut admettre, sans commettre une erreur notable, que les déformations totales du prisme sont la somme ou la différence des déformations partielles que produiraient séparément les forces qui tendent à le comprimer ou à l'étendre, et celles qui ont pour effet de l'infléchir. Or la condition à remplir pour que le solide ne soit pas exposé à s'énerver et à se rompre à la longue, c'est évidemment que l'allongement par mètre de la fibre la plus étendue ou l'accourcissement par mètre de la fibre la plus comprimée, de quelque manière qu'il se produise, ne dépasse pas celui qu'une force égale à la limite des charges permanentes, définie comme nous l'avons fait au n° 126, produirait sur les fibres d'un prisme de même nature, dont la section transversale aurait pour aire l'unité superficielle. Nommant donc  $i_t$  la variation proportionnelle de longueur, positive ou négative, produite par les forces extérieures parallèles à l'axe du solide,  $i_f$  l'allongement ou l'accourcissement proportionnel de l'élément de fibre le plus allongé ou le plus accourci par l'effet de la flexion,  $i'$  l'allongement ou l'accourcissement proportionnel correspondant à l'action de la limite des charges permanentes, on devra avoir

$$(e) \quad i' = i_t + i_f.$$

$i'$  nous est connu par la définition donnée au n° 126; il nous reste à déterminer  $i_t$  et  $i_f$ .

Or, si  $T$  est l'intensité de la force parallèle à l'axe moyen du solide,  $\Omega$  l'aire de sa section transversale,  $L$  sa longueur, on aura, d'après le n° 122, la variation de longueur absolue  $= \frac{TL}{E\Omega}$  et la variation proportionnelle  $i_t = \frac{T}{E\Omega}$ .

Pour obtenir la valeur de  $i_f$ , considérons une portion de solide dont l'axe AB (*fig. 8', Pl. XII*), droit ou courbe dans l'état naturel, est devenu A'B' après la flexion (*fig. 8'', Pl. XII*). Soient  $ds'$  la longueur d'un élément  $m'n'$  pris dans le

solide non fléchi à une distance  $v$  de l'axe des fibres neutres;  $ds$  la portion de l'axe des fibres neutres  $mn$  comprise entre les deux normales à cet axe, menées par les extrémités  $m'$  et  $n'$  de l'élément  $ds'$ ;  $\rho_0$  la longueur  $m'O$  du rayon de courbure de l'élément  $m'n'$ : menant par  $n$  une parallèle  $nn''$  à  $mm'$ , on aura

$$m'n' = mn + n'n'' = ds + \frac{vds}{\rho_0}.$$

Passant maintenant au solide fléchi  $A'B'$  (*fig. 8''*), où l'élément  $m_1n_1$  correspond à  $mn$  et où  $m'n' = ds'$  sera devenu  $m'_1n'_1 = ds'_1$ , nous aurons demême

$$m'_1n'_1 = m_1n_1 + n''_1n'_1;$$

mais comme  $AB$  est l'axe des fibres neutres, sa longueur et celle de ses éléments restent constantes pendant la flexion (*n° 128*), et, par suite,

$$m_1n_1 = ds_1 = mn = ds.$$

On aura donc aussi, en nommant  $\rho$  la longueur  $m'_1O_1$  du rayon de courbure de l'axe moyen en  $m'_1n'_1$  après la flexion,

$$m'_1n'_1 = ds + \frac{vds}{\rho},$$

et, par suite, l'allongement absolu subi par l'élément  $ds'$ , pendant la flexion, sera

$$vds \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right).$$

L'allongement ou l'accourcissement proportionnel de  $ds'$  s'obtiendra en divisant sa variation de longueur absolue par la longueur primitive de la fibre; on aura donc

$$i_f = v \frac{ds}{ds'} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right),$$

et, par approximation, en faisant  $ds' = ds$ ,

$$i_f = v \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right).$$

D'un autre côté,  $i' = \frac{R'}{E}$  (*n° 126*), d'où l'égalité (*e*) devient

$$\frac{R'}{E} = \frac{T}{E\Omega} + v \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right).$$

Mais, comme on le verra dans la troisième partie du Cours,  $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{m}{EI}$ ;  $m$  étant la somme des moments des forces extérieures appliquées au solide,  $E$  le module d'élasticité et  $I$  un coefficient variable avec la figure de la section transversale. De plus, d'après ce qui précède, il est évident que l'allongement ou

l'accourcissement absolu produit, pendant la flexion du solide, sur chacune de ses fibres, est proportionnel à la distance de cette fibre à l'axe neutre et à la variation subie par la grandeur du rayon de courbure. Ainsi donc, c'est sur la fibre la plus éloignée de l'axe des fibres neutres et dans le point de la pièce où la courbure est un maximum, qu'il faut chercher l'élément le plus affecté dans sa longueur primitive, par l'effet de la flexion. Soient donc  $V$  la valeur maximum de  $v$ , et  $M$  celle de la somme des moments pris par rapport au point de l'axe moyen de la pièce où la courbure est un maximum; on écrira définitivement

$$(f) \quad R' = \frac{T}{\Omega} + \frac{VM}{I},$$

ou, en d'autres termes, *la compression ou traction parallèle aux fibres éprouvée par chaque unité superficielle de l'aire de la section transversale, plus la tension maximum, produite par la flexion et rapportée aussi à l'unité de surface, ne doivent pas dépasser ensemble la limite des charges permanentes.*

Telle est la forme générale des équations que l'on nomme *équations d'équarrissage*, parce qu'elles servent à calculer les dimensions des sections transversales des prismes sollicités par des forces extérieures.

Dans cette formule, si la force  $T$  est comprimante, on donnera le même signe aux deux termes du second membre;  $R'$  sera égal à leur somme.

Si la force  $T$  est tirante, on donnera à  $\frac{T}{\Omega}$  un signe contraire à celui de  $\frac{VM}{I}$ ; mais  $R'$  sera toujours pris positivement, c'est-à-dire que le plus petit des deux termes sera retranché du plus grand, quels qu'ils soient, et que  $R'$  sera égal à leur différence.

S'il s'agit de pièces uniquement sollicitées à fléchir par l'action de forces transversales à leur longueur, le terme  $\frac{T}{\Omega}$ , relatif à la compression ou à la traction parallèle aux fibres, disparaît de l'égalité (f), qui se réduit à  $R' = \frac{V}{I}M$ .

Nous pouvons donner un exemple simple de la manière dont on arrive à trouver la valeur de  $M$ . Considérons, en effet, de nouveau le solide AB (fig. 8, Pl. XII), et supposons qu'en outre du poids  $P$  suspendu à son extrémité libre B, il porte encore un poids  $p$  par unité de sa longueur. Le point de l'axe du solide pour lequel la courbure sera un maximum, sera évidemment celui pour lequel la somme des moments du poids  $P$  et de l'ensemble des poids  $p$  sera elle-même un maximum. Or il est évident aussi que ce point est le point A d'encastrement. En prenant les moments par rapport à A, et désignant toujours par  $X$  la longueur du solide, on aura  $M = PX + \frac{pX^2}{2}$ ; sub-

stituant cette valeur dans l'égalité précédente, elle deviendra

$$(f') \quad \frac{I}{V} = \frac{2Px + pX^2}{2R'}$$

Nous nous bornerons à cet exemple, et sans entrer dans les calculs qui servent à déterminer dans chaque cas particulier la valeur des quantités T et M, nous allons transcrire ici les plus usuelles de ces équations ou formules. Nous en montrerons l'usage par quelques applications, et, pour le faciliter, nous joindrons aux Tables annoncées dans les n°s 123, 125 et 126 une Table des valeurs des quantités Q, I et V, correspondantes aux figures des sections transversales indiquées ci-dessus (n°s 150 et 153).

TABLE I, relative à la résistance des pierres et mortiers à la rupture par écrasement, par traction ou par un effort transverse (le centimètre carré est pris pour unité).

DÉSIGNATION DES SUBSTANCES.	POIDS du mètre cube.	RÉSISTANCE À LA RUPTURE par			R' OU LIMITÉ des efforts permanents de	
		compression (n° 1).	traction (n° 2).	un effort transverse (n° 3).	compre- sion.	traction.
Granit dur.....	2660	k 700	k 77,00	k "	k 70,00	k 7,70
Granit ordinaire.....	2640	420	"	"	42,00	"
Marbre dur.....	2720	790	"	"	79,00	"
Marbre blanc veiné.....	2690	510	"	"	31,00	"
Grès dur.....	2500	870	"	"	87,00	"
Grès tendre.....	2490	4	"	"	00,40	"
Pierre calcaire dure.....	2650	630	28,00	121,00	63,00	2,80
Pierre calcaire ordinaire.....	2300	150	13,00	127,00	15,00	1,30
Brique très-dure.....	1560	150	19,50		15,00	1,95
Brique ordinaire.....	2170	60	8,00		6,00	0,85
Mortiers ordinaires de divers âges.....	1600	19 à 35	4 à 5	11 à 27	3,50	0,45
Mortiers de ciment âgé de dix-huit mois.....	1460	48	"	"	4,80	"
Mortier de pouzzolane de Naples, âgé de dix-huit mois.....	1460	37	"	"	3,70	"
Béton en bon mortier, âgé de dix-huit mois.....	"	40	9,00	"	4,00	0,90
Plâtre gâché dur.....	"	50 à 73	11,65	52,65	5 à 7,3	1,16
Plâtre moins ferme.....	"	42	5,80	21,44	4,20	0,58
Brique crue.....	"	"	5,65	29,80	"	0,56

OBSERVATIONS. Pour les maçonneries de moellons, on prendra les trois quarts ou la moitié de la résistance permanente de la compression des pierres qui y entrent, suivant le soin apporté dans la construction. Lorsqu'il s'agira de la résistance à la rupture par traction d'une maçonnerie, on prendra dans cette Table, ou dans la Table n° III, celle du mortier interposé entre les assises de pierres ou de moellons.

TABLE II, relative à la résistance à la compression du fer et du bois  
(le centimètre carré pris pour unité).

DÉSIGNATION des substances.	POIDS du mètre cube.	POIDS qui produit l'écrasement d'un cube de 0,01 de côté.	R' OU LIMITE DES CHARGES PERMANENTES par centimètre carré de la section transversale à faire porter aux pièces posées debout, le rapport de la hauteur au plus petit côté de la base étant				
			au-dessous de (A), 12	12	24	au-dessus de 24	60
Chêne fort.....	980	300	30,00	25,00	15,00	10,00	2,50
Chêne faible.....	900	190	19,00	8,50	5,60	"	"
Sapin jaune ou rouge.....	671	375	37,50	31,00	18,70	7,50	"
Sapin blanc.....	550	97	9,70	8,20	4,90	"	"
Fer forgé.....	7783	4900	1000,00	835,00	500,00	200,00	84,00
Fonte de fer.....	7202	1000	2000,00	1670,00	1000,00	400,00	167,00

OBSERVATIONS. Lorsque, dans la résistance d'un corps à des efforts qui tendent à la fois à le faire plier et à le comprimer ou à le tirer suivant sa longueur, c'est principalement la réaction contre la compression qui est en jeu, on donnera à R' les valeurs portées dans la colonne A de cette Table ou dans la Table n° I. Lorsque, au contraire, ce sera à des efforts de traction que les fibres auront à résister, on prendra R' ou la résistance permanente dans la Table suivante cotée III.

TABLE III, relative à la résistance des corps à l'extension et à la rupture  
qui en provient (le mètre carré étant pris pour unité).

DÉSIGNATION DES SUBSTANCES.	E OU MODULE d'élasticité.	R OU MODULE de la résistance à la rupture.	R' OU LIMITE des charges permanentes rapportées à l'unité de surface de la section transversale.
Chêne.....	12000000000	6000000	500000 à 700000
Sapin.....	13000000000	8000000	600000 à 800000
Fil de fer en faisceaux ou câbles.....	18000000000	30000000	6000000 à 10000000 Selon la qualité.
Fer forgé, dimensions ordinaires.....	à	60000000	6500000 à 9000000
Fer forgé de 0,06 de côté et au-dessus.....	20000000000	40000000	4000000 à 6000000
Chaîne ordinaire en fer.....	"	24000000	20000000
Chaîne étançonnée .....	"	32000000	30000000
Fonte grise (si elle n'est pas exposée à des chocs).....	13000000000	12500000	7500000
Corde sèche en chanvre.....	"	5500000	1250000
Courroie en cuir noir.....	"	"	250000
Brique très-dure.....	"	200000	30000
Pierre calcaire .....	"	280000	28000
Plâtre gâché dur.....	"	116500	12000
Béton ou bon mortier de dix-huit mois.....	"	90000	9000
Mortier ordinaire de dix-huit mois.....	"	45000	4500

NOTA. Pour ramener les nombres des Tables I et II à avoir comme celle-ci le mètre pour unité, il suffit de multiplier par 10000 les nombres qu'elles contiennent.

TABLE IV. — Des valeurs des quantités  $V$ ,  $\Omega$ ,  $T$  et  $\frac{I}{V}$  correspondantes à diverses figures données à la section transversale d'une pièce prismatique exposée à des efforts de flexion. (Voir n°s 130 et 133.)

FORME ET POSITION DE LA SECTION.	$V$	$\Omega$	$I$	$\frac{I}{V}$
(1) Carré (le côté est $b$ ) posé sur un de ses côtés.....	$\frac{b}{2}$	$b^2$	$\frac{b^4}{12} = \frac{\Omega b^2}{12}$	$\frac{b^3}{6} = \frac{\Omega b}{6}$
(2) Carré posé sur un angle, la diagonale étant verticale....	$\frac{b}{\sqrt{2}}$	$b^2$	$\frac{b^4}{12} = \frac{\Omega b^2}{12}$	$\frac{b^3}{6} = \frac{\Omega b}{6}$
(3) Triangle (la hauteur est $b$ , la base est $a$ ) posé le sommet en dessus, par rapport à l'horizontale du centre de gravité.....	$\frac{b}{3}$	$\frac{ab}{2}$	$\frac{ab^3}{36} = \frac{\Omega b^2}{18}$	$\frac{ab^2}{12} = \frac{\Omega b}{6}$
(4) Triangle posé la base en dessus.....	$\frac{2b}{3}$	$\frac{ab}{2}$	$\frac{ab^3}{36} = \frac{\Omega b^2}{18}$	$\frac{ab^2}{24} = \frac{\Omega b}{12}$
(5) Cercle plein (le rayon est $r$ ).....	$r$	$\pi r^4$	$\frac{\pi r^4}{4} = \frac{\Omega r^2}{4}$	$\frac{\pi r^3}{4} = \frac{\Omega r}{4}$
(6) Couronne circulaire (le rayon intérieur est $r'$ , le rayon extérieur est $r$ ) (fig. 14, Pl. XII). ( $\pi = 3.1415$ ).....	$r$	$\pi(r^2 - r'^2)$	$\frac{\pi(r^4 - r'^4)}{4} = \frac{\Omega(r^2 + r'^2)}{4}$	$\frac{\pi(r^4 - r'^4)}{4r} = \frac{\Omega(r^2 + r'^2)}{4r}$
(7) Deux rectangles pleins séparés par un vide (fig. 20, Pl. XII). (La hauteur totale est $b$ ; la hauteur du vide est $b'$ ; la largeur commune est $a$ ). ....	$\frac{b}{2}$	$a(b - b')$	$\frac{a}{12}(b - b')$	$\frac{a}{6} \frac{(b^3 - b'^3)}{b}$
Rectangle évidé parallèlement à son contour extérieur (fig. 15, Pl. XII), ou sur ses côtés en forme de double T (fig. 16, Pl. XII). ( $a$ est la longueur totale; $a'$ la somme des largeurs du vide; $b$ hauteur totale; $b'$ hauteur du vide.).	$\frac{b}{2}$	$ab - a'b'$	$\frac{1}{12}(ab^3 - a'b'^3)$	$\frac{1}{6} \frac{ab^3 - a'b'^3}{b}$
Demi-rectangle évidé (fig. 17), T simple (fig. 18, Pl. XII). (Mêmes notations que pour le précédent.). ....	$\frac{1}{2} \frac{ab^2 - a'b'^2}{ab - a'b'}$	$ab - ab'$	$\frac{1}{3}(ab - a'b'^2) - \frac{1}{4} \frac{(ab^2 - a'b'^2)^2}{(ab - a'b')}$	$\left( \begin{array}{l} \frac{2}{3} \frac{(ab^2 - a'b'^2)}{(ab^2 - a'b'^2)} (ab - a'b') \\ - \frac{1}{2} (ab^2 - a'b'^2) \end{array} \right)$
Croix à branches égales (fig. 21, Pl. XII). ( $b$ est la hauteur totale de la croix; $b'$ est l'épaisseur de l'une des branches). ....	$\frac{b}{2}$	$b'(2b - b')$	$\frac{1}{12}[b^3 b' + (b - b') b'^3]$	$\frac{1}{6} \frac{[b^3 b' + (b - b') b'^3]}{b}$
Carré sur lequel est superposée une croix à branches égales (fig. 22, Pl. XII). ( $b$ est la hauteur totale de la croix; $b'$ le côté du carré; $b''$ l'épaisseur d'une des branches de la croix). ....	$\frac{b}{2}$	$b'^2 + 2b''(b - b')$	$\frac{1}{12}[b^3 b'' + (b' - b'') b'^3 + (b - b') b''^3]$	$\frac{1}{6} \frac{[b^3 b'' + (b' - b'') b'^3 + (b - b') b''^3]}{b}$

PIÈCES POSÉES HORIZONTALEMENT ET SOUMISES A DES EFFORTS  
QUI TENDENT A LES FAIRE FLÉCHIR.

**155.** Pièce posée horizontalement sur deux appuis de niveau chargés d'un poids réparti uniformément sur sa longueur, et d'un autre poids P concentré en un point quelconque (fig. 23, Pl. XII). Calcul de son équarrissage.

Nommant :

X sa longueur mesurée entre les deux points d'appui A et A' ;

P un poids posé sur la pièce à une distance  $\frac{X}{n}$  de l'appui A ;

p une charge uniformément répartie par mètre courant de la longueur de la pièce ;

Ω l'aire de la section transversale ;

V et I deux coefficients donnés par la Table IV du n° 154 ;

d le poids du mètre cube de la matière, bois, fer ou fonte, dont la pièce est formée ;

R' la limite des charges permanentes (tableaux I, II et III, n° 154) ; on aura entre ces quantités la relation

$$(g) \quad R' = \frac{VX}{I} \frac{(n-1)}{n^2} \left[ P + \frac{X}{2} (p + \Omega d) \right].$$

La forme qu'affectera la pièce dans sa courbure est représentée fig. 23, Pl. XII. En un point M, dont la distance à l'appui A est  $\frac{X}{n} \left( 1 - \frac{1}{3} \sqrt{6n-3} \right)$ , la tangente à la courbe de flexion sera horizontale; elle sera au contraire inclinée aux points qui reposent sur les appuis. Si la charge est assez forte pour produire la rupture, c'est au point de suspension du poids P que la pièce se rompra.

**156.** Pièce rectangulaire posée sur deux appuis et chargée de poids. — Si la pièce est rectangulaire, que a soit sa largeur et b sa hauteur, la formule qui sert à calculer son équarrissage devient, après la substitution dans l'égalité (g) de la valeur de  $\frac{I}{V}$  tirée de la Table IV du n° 154,

$$(g') \quad ab^2 = \frac{6(n-1)X}{n^2 R'} \left[ P + \frac{X}{2} (p + abd) \right].$$

Ordinairement on se donne à priori la valeur de l'une des dimensions a ou b de l'équarrissage, ou au moins le rapport  $\frac{a}{b}$  que l'on fait le plus souvent égal à  $\frac{5}{7}$ ; l'équation (g') ne contient donc qu'une inconnue. Mais après qu'on a substitué pour a la valeur  $\frac{5}{7}b$ , b se trouve à la troisième puissance. Dans ce cas même, si l'on néglige le poids de la pièce, on peut calculer immédiatement

l'inconnue  $b$ . Si l'on veut, au contraire, tenir compte de ce poids, on ne pourra obtenir facilement la valeur de  $b$  que par un tâtonnement, qui consistera à la calculer une première fois, en négligeant dans le second membre de l'égalité le terme  $abd \frac{X^2}{8}$ , puis à restituer ce terme en y mettant pour  $b$  la valeur qu'on aura trouvée. En calculant une seconde valeur de  $b$ , on arrive à une approximation suffisante pour la pratique.

Si le poids  $P$  est appliqué au milieu de la pièce,  $n = 2$  et l'égalité (g') devient

$$(h) \quad ab^2 = \frac{6X}{R'} \left[ \frac{P}{4} + \frac{1}{8}(p + abd)X \right].$$

Si le poids porté par la pièce est uniformément réparti sur sa longueur et qu'il n'existe de surcharge en aucun point,  $P = 0$ , et

$$(i) \quad ab^2 = \frac{3}{4} \frac{X^2}{R'} (p + abd).$$

Enfin supposons que le poids de la pièce soit négligeable en comparaison de celui qu'elle supporte, et admettons, en outre, que la section transversale de la pièce soit un carré; l'égalité (h) se réduit à

$$(k) \quad b^3 = \frac{3}{4} \frac{pX^2}{R'}.$$

Nous allons nous arrêter un instant à cette formule pour en tirer une conséquence relative à l'économie dans les constructions en charpente.

**137.** *Comparaison entre les prix de revient de deux pièces de même longueur, l'une en bois et l'autre en fer, destinées à porter des poids égaux.* — Nous avons nommé  $d$  le poids spécifique du mètre cube de la matière dont la pièce est formée (n° 135); le poids absolu de la pièce sera donc  $b^2 d X$ , ou, mettant dans cette expression la valeur approximative de  $b$  tirée de l'égalité (k),

$$\left(0,75 p X^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{d}{R'^{\frac{2}{3}}}.$$

Le poids d'une pièce destinée à porter un poids  $p$  par unité de longueur en reposant horizontalement sur des appuis distants d'une longueur  $X$ , est donc proportionnel à la densité de la matière dont elle est formée, et en raison inverse de la puissance  $\frac{2}{3}$  de l'effort permanent de traction qu'elle peut supporter par unité de surface de sa section transversale. En prenant dans la Table III du n° 134 les nombres représentatifs des

quantités  $d$  et  $R'$ , on trouve que  $\frac{d}{R'^{\frac{2}{3}}}$  est pour le bois de sapin égal à 0,178,

et pour le fer égal à très-peu près à 0,225. Le poids absolu de la pièce *en bois* sera donc un peu moindre que celui de la pièce *en fer*, et, comme le kilogramme de fer façonné coûte moyennement 80 centimes, tandis que le kilogramme de bois mis en œuvre ne revient qu'à 12 ou 15 centimes, on voit qu'un support horizontal en fer coûtera généralement plus cher qu'un support en bois.

A la vérité, en raison de la facilité que l'on a de donner au fer forgé ou fondu des formes qui augmentent considérablement sa résistance (n° 151), son emploi dans les charpentes n'a pas toujours, relativement à celui du bois, un désavantage aussi marqué que celui que nous venons de déduire de l'égalité ( $k$ ). Toutefois, il est rare que les constructions en fer ne soient pas, pour un même effet utile obtenu, plus dispendieuses que les constructions en bois. Il y a encore, pour qu'il en soit ainsi, une autre raison.

En effet, dans l'égalité ( $i$ ), n° 156, remarquons que le produit  $abdX$  croîtra avec  $X$ , c'est-à-dire avec l'intervalle entre les appuis, de telle sorte que si  $X$  augmente tandis que  $p$  demeure constant,  $abdX$ , qui représente le poids de la pièce, pourra devenir comparable à  $pX$ . Une grande partie de l'équarrissage de la pièce sera alors employée à la soutenir elle-même, et sera, pour ainsi dire, perdue pour l'*effet utile* que l'on veut obtenir. Il en résulte que 1000 kilogrammes répartis sur une pièce de 10 mètres de longueur, coûtent beaucoup plus à soutenir que 100 kilogrammes répartis sur 1 mètre de longueur, quoique dans l'un et l'autre cas le poids par mètre reste le même; et c'est là une des raisons pour lesquelles l'économie conseille d'éviter, dans l'établissement des planchers, la trop grande portée des poutres.

Cela posé, il est facile de voir que cet inconvénient inhérent à la position horizontale des pièces d'ajouter, aux fardeaux qu'elles portent, celui de leur propre poids, est plus sensible lorsqu'on emploie le fer que lorsqu'on emploie le bois. Soit, en effet,  $\frac{1}{m}$  le rapport du poids de la pièce à la charge répartie uniformément sur la longueur, de telle sorte que  $b^2d = \frac{P}{m}$ , ou que

$b = \sqrt{\frac{P}{dm}}$ ; en substituant cette valeur dans l'égalité ( $k$ ), on en tirera

$$X = \sqrt[4]{\frac{16}{9} \frac{P^3}{m^3}} \cdot \sqrt[4]{\frac{R'^2}{d^5}}.$$

La quantité sous le premier radical est constante, par conséquent  $X$  variera

proportionnellement à  $\sqrt[4]{\frac{R'^2}{d^3}}$ ; or on aura, en prenant dans le tableau III du n° 154, les valeurs de  $R'^2$  et  $d^3$ , X proportionnelle, pour le bois de sapin, à 3,85, et pour le fer forgé, à 2,40. La longueur de la pièce en bois dont le poids sera une fraction donnée d'une charge répartie uniformément sur sa longueur sera à celle d'une pièce en fer dans les mêmes circonstances, comme 3,85 : 2,40 ou comme 1,60 : 1.

Nous avons cru devoir entrer dans ces développements pour faire comprendre comment, malgré leur légèreté apparente, les constructions en fer ne remplacent pas toujours celles en bois d'une manière avantageuse pour l'économie (*voir le n° 163, neuvième Leçon*).

**158.** *Pièce posée sur deux appuis de niveau et chargée : 1<sup>o</sup> de deux poids égaux à P placés symétriquement à une distance  $\frac{X}{n}$  du milieu; 2<sup>o</sup> d'un poids p par unité linéaire (fig. 24, Pl. XII). — Conservant les notations du n° 155, on aura, pour calculer l'équarrissage de cette pièce, la formule*

$$(l) \quad R' = \frac{VX}{I} \left[ \frac{P(n-2)}{2n} + \frac{pX}{8} \right];$$

si la pièce a pour profil un rectangle dont les côtés sont  $a$  et  $b$ , l'égalité précédente devient

$$(m) \quad ab^2 = \frac{6X}{R'} \left[ \frac{P(n-2)}{2n} + \frac{pX}{8} \right].$$

**159.** *Pièce posée sur deux appuis de niveau et chargée : 1<sup>o</sup> de deux poids égaux P' placés symétriquement à une distance  $\frac{X}{n}$  du milieu; 2<sup>o</sup> d'un poids P suspendu au milieu; 3<sup>o</sup> d'un poids p par unité linéaire. — En conservant les notations du n° 155, on calculera l'équarrissage de cette pièce par la formule*

$$(n) \quad R' = \frac{VX}{I} \left[ \frac{P'(n-2)}{2n} + \frac{2P + pX}{8} \right].$$

**140.** *Pièce encastrée horizontalement à ses deux extrémités, chargée d'un poids distribué d'une manière uniforme sur sa longueur, et d'un autre poids concentré en son milieu. — La résistance d'une pièce horizontale augmente beaucoup lorsqu'au lieu d'être simplement posée sur des appuis qui lui laissent la liberté de glisser et de s'infléchir à ses deux bouts, et de prendre la figure cotée 23, Pl. XII, elle est maintenue de telle manière que ses deux extrémités restent horizontales sur une certaine longueur, et que sa figure soit celle qui est cotée 25, Pl. XII. On obtient ce résultat, soit en faisant péné-*

trer la pièce par ses deux bouts dans une maçonnerie résistante, soit en la prolongeant au delà de chacun de ses points d'appui et en la chargeant de poids, soit enfin en la fixant par des boulons sur une autre pièce horizontale.

L'équation d'équarrissage de la pièce est alors

$$(o) \quad R' = \frac{VX}{I} \left[ \frac{P}{4} + \frac{PX}{8} - \left( \frac{mP + PX}{m^2} \right) \right];$$

$m$  est un coefficient dont la valeur varie avec celles de  $P$  et de  $p$ . Si  $P = 0$ ,  $m = 3,472$ , et l'égalité (o) se réduit à

$$(p) \quad R' = \frac{V}{I} \frac{PX^2}{12};$$

si  $p = 0$ ,  $m = 4$ , et

$$(p') \quad R' = \frac{V}{I} \frac{PX}{8}.$$

On voit, en comparant ces formules avec l'égalité (g) du n° 136, que lorsqu'une pièce remplit bien exactement la condition d'être horizontale à ses extrémités, et que le poids est uniformément réparti sur sa longueur, la résistance est augmentée de moitié en sus par l'encastrement. Si elle ne porte qu'un poids appliqué au milieu de sa longueur, sa résistance est double de celle d'une pièce posée librement sur deux appuis. Dans ce dernier cas, en particulier, cela tient à ce que, au quart de la distance de chacun des deux points d'appui à l'autre, il existe en  $K$  et  $K'$  un point d'inflexion dans la courbe affectée par l'axe de la pièce. En ces deux points  $K$  et  $K'$  (*fig. 25, Pl. XII*), la flexion est nulle, et par suite la tension des fibres, au point d'application du point  $P$ , est réduite à ce qu'elle serait dans une pièce chargée de la même manière, mais d'une longueur moitié moindre. C'est ce qu'on peut vérifier à postériori en supposant qu'il y a dans la pièce solution de continuité en  $K$  et  $K'$ , et qu'elle se compose de trois morceaux  $AK$ ,  $KK'$  et  $K'A$ , deux de longueur  $\frac{X}{4}$ , encastrés à une extrémité, le troisième égal à  $\frac{X}{2}$  posé en  $K$  et  $K'$  sur les deux autres et relié avec eux d'une manière quelconque. On calculerait l'équarrissage de la partie du milieu  $KK'$  en faisant, dans l'égalité (g) du n° 136,  $n = 2$ ,  $X = \frac{X}{2}$  et  $p = 0$ . Or, en agissant de cette manière, on retomberait sur l'égalité (p') du présent numéro.

En rapprochant cette remarque de celle que nous avons faite au n° 125 à propos des pièces posées debout, et de celle que nous aurons à faire ci-

après au sujet du mode de flexion des pièces courbes, on sera conduit à attribuer, en général, à l'existence d'un ou plusieurs points d'inflexion dans la courbe d'une pièce fléchie une influence qui consiste à donner à la pièce la résistance qu'elle aurait si sa longueur était réduite à la distance entre deux points d'inflexion consécutifs.

Dans la pratique, les conditions de l'encastrement sont rarement remplies; il ne faut pas attribuer une résistance double ou de moitié en sus à une poutre, parce qu'elle pénètre de 25 à 30 centimètres dans la maçonnerie. Le retrait des mortiers et la compressibilité du bois permettent presque toujours à l'extrémité de la poutre de se soulever assez pour que la flexion ait lieu comme si la pièce était simplement posée sur deux appuis. Mais, dans des systèmes composés de plusieurs pièces de charpente, on peut réaliser pour quelques-unes d'entre elles les conditions de l'*encastrement*, et en tirer parti pour obtenir un surcroît de résistance sans que les frais de la construction augmentent dans le même rapport (*voir le n° 166*, neuvième Leçon).

**141.** *Des pièces portées sur plus de deux points d'appui.* — La formule( $g'$ ) du n° 136 nous apprend que le poids dont on peut, sans danger, charger une pièce posée horizontalement sur deux appuis, varie en raison inverse de sa portée. Aussi, toutes les fois que cela est possible, on place sous les longues poutres, dans l'intervalle des murs qui forment leurs points d'appui principaux, des soutiens intermédiaires tels que des piliers en pierre, des poteaux en bois ou des colonnettes en fonte. Dans ce cas, si la longueur des poutres horizontales est limitée à la distance entre deux appuis consécutifs, leur équarrissage doit se calculer par le moyen de la formule ( $g$ ) du n° 136. Mais si une pièce est assez longue pour porter sur plus de deux points d'appui, sa résistance augmentera, et son équarrissage pourra être moindre que dans l'hypothèse précédente.

La flexion des pièces qui portent sur plusieurs points d'appui à la fois, présente une circonstance qu'il est utile de noter : c'est que sur la courbe de leur *axe moyen* il existe de distance en distance des points d'inflexion où la courbure change de sens, et où par conséquent elle est nulle. Dans ces points, qui sont situés à *peu près* au quart de la distance entre deux appuis voisins, les fibres de la pièce ne sont ni étendues ni comprimées. On en tire naturellement cette conséquence assez importante pour la pratique, que, si l'on veut faire des *entures* pour allonger des pièces trop courtes, c'est en ces points d'inflexion qu'il faut les placer plutôt que sur les points d'appui, où la courbure de la pièce est toujours sensible. On doit attribuer à l'existence de ces points d'inflexion l'excédant de résistance qu'une pièce, assez longue pour

porter sur plusieurs points d'appui, offre comparativement à un système de pièces de même équarrissage dont chacune aurait pour longueur la distance entre deux points d'appui consécutifs (*voir à ce sujet les réflexions qui terminent le n° 140 précédent*).

**142.** Nous allons transcrire quelques-unes des formules relatives aux calculs de l'équarrissage des pièces qui portent sur plusieurs points d'appui. Nous y joindrons l'indication de la manière dont la charge totale se répartit sur les différents appuis : on verra que la répartition est loin d'être uniforme.

a. *Pièce posée sur trois appuis A, B et A' et diversement chargée.* — Conservant les notations du n° 135, l'équation d'équarrissage de cette pièce sera :

Si  $BA' = BA$ , et s'il existe un poids  $P$  au milieu de  $BA$ , et un poids égal au milieu de  $BA'$  (*fig. 29, Pl. XII*),

(q)  $R' = \frac{V}{I} \cdot \frac{3}{16} PX$  : le point d'appui B porte les  $\frac{11}{16}$  de la charge totale ;  
la rupture tend à se faire en B. Il existe deux points d'inflexion en K et K' aux  $\frac{3}{11}$  de chacune des distances égales  $BA$  et  $BA'$ , en comptant à partir de B.

Si  $BA' = \frac{1}{2}BA$ , et s'il existe uniquement un poids  $P$  concentré au milieu de l'intervalle entre B et A (*fig. 29', Pl. XII*),

(r)  $R' = \frac{V}{I} \cdot \frac{PX}{4}$  : le point d'appui B porte les  $\frac{14}{16}$  du poids  $P$ , et le point d'appui A les  $\frac{6}{16}$ , en admettant que le point A' soit fixement maintenu sur l'horizontale AA' dont il tend à s'écarter avec une force égale aux  $\frac{4}{16}$  du poids  $P$ . La rupture tend à se faire en B ; il existe un point d'inflexion entre B et A, au  $\frac{1}{5}$  de  $BA$  à partir de B.

Si  $BA' = \frac{1}{2}BA$ , et si un poids  $pX$  est porté uniformément sur la longueur X de la pièce (*fig. 29'', Pl. XII*),

(s)  $R' = \frac{V}{I} \cdot \frac{pX^2}{24}$  : le point d'appui B porte les  $\frac{11}{16}$  du poids  $pX$  ; la rupture tend à se faire en B, ou aux  $\frac{19}{48}$  de  $BA$  à partir de B.  
Il existe deux points d'inflexion, l'un sur  $BA$ , l'autre sur  $BA'$ , à peu près au quart de chacune des distances  $BA$  et  $BA'$  du point B aux extrémités A et A'.

b. Pièces uniformément chargées de poids sur leur longueur et posées sur plusieurs points d'appui également espacés.

NOMBRE DES APPUIS.	FORMULES pour le calcul de l'équarrissage de la pièce.	CHARGE SUR CHACUN DES APPUIS		CHARGE SUR l'appui du milieu.
		extrêmes.	intermédiaires.	
Trois (fig. 26, Pl. XII)....	$R' = 0,0312 \frac{V}{I} p X^2$	0,18750 $p X$	"	0,62500 $p X$
Quatre (fig. 27, Pl. XII)...	$R' = 0,0161 \frac{V}{I} p X^2$	0,13333 $p X$	0,36666 $p X$	"
Cinq (fig. 28, Pl. XII)....	$R' = 0,0076 \frac{V}{I} p X^2$	0,09821 $p X$	0,28571 $p X$	0,23216 $p X$

*Nota.* On peut admettre, avec une approximation suffisante pour les usages de la pratique, que les points d'inflexion ou de courbure nulle se trouvent à droite et à gauche de chacun des points d'appui autre que les points extrêmes, au quart de la distance qui les sépare de l'appui voisin, et que la rupture a une égale tendance à se faire sur ces points d'appui et au milieu de leurs intervalles. (Voir la troisième partie du Cours pour la position exacte des points d'inflexion et de rupture.)

#### PIÈCES SOLlicitées A FLÉCHIR ET SOUMISES EN MÊME TEMPS A DES EFFORTS DE TRACTION OU DE COMPRESSION.

**143.** Des pièces posées sur deux appuis de niveau chargées de poids répartis d'une manière quelconque, et soumises, en outre, à un effort de compression parallèle à leur longueur. — La tension éprouvée par les fibres des pièces que nous avons considérées dans les n°s 135 et suivants, était supposée résulter uniquement de leur flexion ; aussi toutes les formules données pour le calcul de leur équarrissage ont-elles été obtenues en faisant dans l'égalité (*f*) du n° 134,  $T=0$ , et en donnant chaque fois au terme  $\frac{VM}{I}$ , la valeur qui lui convenait eu égard aux circonstances spéciales dans lesquelles chacune des pièces se trouvait. Mais si, aux forces tendant à produire la flexion, il s'ajoutait un effort de compression, il faudrait restituer, dans le second membre de l'égalité (*f*), n° 134, le terme  $\frac{T}{\Omega}$ , en remplaçant  $T$  par la valeur de cet effort.

Supposons, par exemple, que la pièce horizontale, dont il est question au n° 135, restant chargée, comme il est indiqué dans ce numéro, soit en même temps pressée parallèlement à ses fibres par une force  $T$ ; pour avoir la formule correspondante à ce cas, nous ajouterons à la valeur de  $R'$  don-

née par l'égalité ( $g$ ), le terme  $\frac{T}{\Omega}$ , qui représente la compression par unité de surface de la section transversale, et nous écrirons

$$R' = \frac{T}{\Omega} + \frac{V}{I} \frac{(n-1)X}{n^2 R'} \left[ P + \frac{X}{2} (p + \Omega d) \right].$$

On opérerait de même sur l'une quelconque des égalités écrites du n° 135 au n° 140 inclus. Nous allons en donner un autre exemple.

**144. De la résistance des pièces inclinées. Calcul de leur équarrissage.**

— La résistance d'une pièce inclinée et chargée de poids se compose de deux autres genres de résistance, savoir, celle des pièces debout et celle des pièces horizontales; car la pression d'un poids peut toujours être remplacée par deux autres forces, l'une parallèle et l'autre normale à l'inclinaison de la pièce. Comme la résistance d'un solide à la pression longitudinale est beaucoup plus grande que celle qu'il oppose aux pressions transversales à sa longueur, le poids que peut porter, sans que son élasticité s'énerve, une pièce d'un équarrissage et d'une longueur données augmente à mesure que sa direction s'éloigne davantage de l'horizontale.

Dans la pratique des constructions, les déformations subies par les solides sont très-petites, et l'on peut, sans commettre une erreur importante, supposer que la composante parallèle à la longueur de la pièce n'influe pas sur sa flexion (n° 125); et, alors, on regarde les tensions et compressions des pièces inclinées comme égales à la somme de celles que produiraient séparément les deux composantes de la pression qu'elle supporte, si ces forces lui étaient successivement appliquées. L'équation d'équarrissage d'une pièce inclinée n'est donc autre chose que la traduction algébrique de cette proposition : Les efforts de compression produits sur chaque unité de surface de la section transversale par la composante de la pression parallèle à sa longueur, plus les tensions aussi par unité de surface, résultant de la flexion et dues à l'action de la composante normale, ne dépassent pas la *limite des charges permanentes* définie au n° 126. Il suit de là que les équations d'équarrissage que nous avons données dans les n°s 137 à 141 pour les pièces horizontales, seront applicables aux pièces inclinées après qu'on y a ajouté un terme représentant la compression par unité de surface de la section transversale, comme nous l'avons expliqué au n° 143.

Soit AB (fig. 3o, Pl. XII) une pièce inclinée appuyée en A contre un plan vertical et maintenue en B par un obstacle inébranlable, chargée d'un poids  $P'$  en son milieu et d'un poids  $p'$  par unité de sa longueur; nommons X la longueur AB,  $h$  sa projection verticale AC et  $\frac{L}{2}$  sa projection horizontale BC.

Si par le point O d'application du poids  $P'$  on mène une verticale  $Om$  dont la longueur soit proportionnelle à ce poids, et que sur  $Om$  comme diagonale on construise le parallélogramme  $OnmK$ , dont un côté est perpendiculaire et l'autre parallèle à  $AB$ , la longueur du côté  $On$  sera proportionnelle à  $\frac{P'L}{2X}$ , et celle du côté  $OK$  à  $\frac{P'h}{X}$ , c'est-à-dire aux deux composantes du poids  $P'$ , la première normale et la seconde parallèle à l'inclinaison  $AB$  de la pièce. On trouverait de même les composantes  $\frac{P'L}{2}$  et  $p'h$  du poids  $p'X$  réparti uniformément sur la longueur  $AB$ .

Le pied  $B$  de la pièce exercera contre l'appui qui le retient en place un effort horizontal dont l'expression est  $Q = \frac{L}{4h}(P' + p'X)$  [voir l'Appendice à la dixième Leçon]. La composante de cet effort parallèle à la longueur de la pièce est  $\frac{L^2}{8hX}(P' + p'X)$ ; il faut, pour obtenir la valeur de la compression totale éprouvée par le poids  $B$  de l'arbalétrier, l'ajouter aux composantes  $\frac{P'h}{X}$  et  $p'h$  qui tendent à comprimer la pièce; la somme totale sera  $\frac{X^2 + h^2}{2hX}(P' + p'X)$  que nous substituerons à la place de  $T$  dans la formule ( $f$ ) du n° 154.

Puisque nous admettons que les efforts de compression sont sans influence sur la flexion, et que celle-ci est due uniquement à l'action des composantes  $\frac{P'L}{2X}$  et  $\frac{p'L}{2}$ , normales à la longueur, la pièce  $AB$  sera évidemment, quant à la flexion, dans les mêmes circonstances qu'une pièce posée sur deux appuis distants d'une longueur  $X$ , chargée au milieu d'un poids  $\frac{P'L}{2X}$ , et sur chaque unité de sa longueur d'un autre poids  $\frac{p'L}{2X}$ , sauf qu'elle aura de plus à supporter un effort de compression dont nous venons de calculer la valeur. En conséquence, d'après ce qui a été dit au n° 145 et d'après l'égalité ( $g$ ) du n° 155, on comprendra aisément que l'équarrissage de la pièce  $AB$  (*fig. 33, Pl. XII*) se calcule par la formule

$$(u) \quad R' = \frac{X^2 + h^2}{2hX\Omega} (P' + p'X) + \frac{V}{I} \frac{L}{4} \left( P' + \frac{p'X}{2} \right).$$

Si la section transversale de la pièce est un rectangle, dont  $a$  soit la base et  $b$  la hauteur, l'égalité ( $u$ ) deviendra

$$(u') \quad ab^2 = \frac{X^2 + h^2}{2R'hX} (P' + p'X)b + \frac{3L}{2R'} \left( P' + \frac{p'X}{2} \right).$$

Pour tirer de cette équation la valeur de  $b$ , on se donnera  $a$  à priori, et l'on

calculera une première valeur de  $b$  en négligeant d'abord le premier terme du second membre. Dans un second calcul, on tiendra compte de ce terme en y mettant pour  $b$  la première valeur qu'on aura trouvée. On obtiendra ainsi une approximation suffisante pour la pratique.

Il y a un cas, très-particulier à la vérité, de la disposition de la charge, pour lequel une pièce inclinée n'a pas d'autre effort à supporter qu'une pression dirigée dans le sens de sa longueur.

Si au sommet A de l'angle, formé par deux pièces d'égale longueur symétriquement inclinées sur la verticale AV, on suspend un poids P (*fig. 31, Pl. XII*), on pourra le supposer décomposé en deux forces dirigées suivant la longueur de chacune des deux pièces AM, AM'. Elles ne seront pas sollicitées à fléchir tant que les composantes du poids P n'auront pas atteint une intensité que nous avons vue (*n° 125*) être à peu près égale à celle qui serait capable d'altérer l'élasticité de la pièce, pourvu toutefois que la longueur de celle-ci ne dépasse pas trente-deux fois le plus petit côté de sa base.

Il suit de tout ce qui précède que toutes les fois que dans la pratique des constructions on pourra substituer à une pièce horizontale et unique, un système composé de deux pièces inclinées, on transformera plus ou moins complètement la résistance à la flexion en résistance à la compression, ce qui amènera une grande économie sur l'équarrissage.

PIÈCES COURBES POSÉES SUR DEUX APPUIS DE NIVEAU DONT LA DISTANCE  
EST INVARIABLE.

**145.** *Arc surbaissé circulaire, en bois ou en fer, destiné à porter des poids.*

Nommant :

X l'ouverture et Y la flèche de l'arc mesurées sur l'axe moyen;

p le poids uniformément réparti par mètre de la longueur de la corde de l'arc;

$\Omega$  l'aire de la section transversale du solide de l'arc;

V et I deux coefficients donnés par la table IV du n° 134;

R' la limite des charges permanentes (*n° 126*);

m et n des coefficients dont les valeurs varient avec le rapport  $\frac{X}{Y}$  de l'ouverture à la flèche de l'arc et que nous donnons ci-après dans une table; on fera

$$(v) \quad \Omega = \frac{p X}{2 R'} \left( m + n \frac{V}{I} \frac{\Omega X}{2} \right).$$

Si la section de l'arc est un rectangle plein dont  $a$  soit le côté horizontal et  $b$  la hauteur, cette formule devient

$$(x) \quad ab^2 = \frac{p X}{2 R'} (mb + 3nX).$$

Ces formules ne sont applicables en toute rigueur qu'autant que la flèche est contenue au moins six fois dans l'ouverture de l'arc. La Table suivante donne à partir de ce rapport entre X et Y les valeurs correspondantes de  $\frac{X}{Y}$ , m et n.

TABLE des valeurs correspondantes de  $\frac{X}{Y}$ , m et n, pour servir au calcul de la formule (v).

$\frac{X}{Y} = 6.00$	8.00	10.00	12.00	15.00	20.00
$m = 1,7808$	2,2194	2,6791	3,1509	3,8718	5,0920
$n = 0,01017$	0,00573	0,00367	0,00255	0,00163	0,00092

146. *Arc en plein cintre.* — Conservant les notations du numéro précédent, et remarquant que l'ouverture X devient ici égale au diamètre, on fera

$$(y) \quad \Omega = \frac{pX}{2R'} \left( 1,18 + 0,0458 \frac{V}{I} \Omega X \right);$$

si la section est un rectangle dont les deux côtés soient a et b, on aura

$$(z) \quad ab^2 = \frac{pX}{2R'} (1,18b + 0,275X).$$

147. *Poussées ou tractions longitudinales exercées par une pièce courbe contre ses appuis.* — Si les extrémités d'un arc chargées de poids n'éprouvent de la part des appuis sur lesquels elles reposent aucune résistance, pas même celle du frottement, elles s'écartent l'une de l'autre, et la courbe tendra à s'aplatir comme l'indique la fig. 32, Pl. XII.

Mais quand les pieds M et N de l'arc sont maintenus fixement sur les points d'appui, soit par des obstacles contre lesquels ils buttent, soit par la présence d'un tirant, soit enfin par le frottement qui peut devenir suffisant pour cela, alors l'effet de la flexion de l'arc est d'abaisser son sommet A et de relever les reins m et n (fig. 33, Pl. XII), de manière que la courbe présente deux points d'inflexion, l'un à droite, l'autre à gauche du point A.

Les pieds de l'arc se trouvent alors dans une situation forcée, et exercent contre leurs appuis une pression horizontale à laquelle on a donné le nom de *poussée*. La connaissance de l'intensité de cette force est très-importante pour le calcul de la stabilité des appuis ou de l'équarrissage du tirant dont la résistance doit maintenir en place les extrémités de l'arc.

Désignant par Q la poussée horizontale exercée en chacun des points M et N, et conservant les notations du n° 145, on fera :

1°. Lorsque l'arc considéré sera en plein cintre, c'est-à-dire égal à une

demi-circonférence entière, chargée de poids répartis uniformément par rapport à son diamètre,

$$(w) \quad Q = 0,212 p X;$$

2°. S'il est surbaissé de manière que la flèche soit, au plus, le sixième de l'ouverture ou portée,

$$(w') \quad Q = \frac{p X^2}{8 Y}.$$

L'inconnue  $b$  se trouve dans les deux membres des égalités ( $v$ ), ( $x$ ), ( $y$ ) et ( $z$ ); pour en obtenir la valeur, on se servira d'un tâtonnement dont nous avons déjà indiqué la marche aux n°s 136 et 144.

## APPENDICE A LA HUITIÈME LEÇON

CONTENANT L'EXAMEN DE DIVERSES QUESTIONS RELATIVES A LA RÉSISTANCE  
ET A LA STABILITÉ DES MASSIFS DE MAÇONNERIE.

**148.** *Des conditions de résistance et de stabilité d'un massif de maçonnerie.* — La première condition que doit remplir un massif de maçonnerie, c'est de posséder une cohésion assez grande pour ne pas être exposé à s'écraser ou à se rompre par l'effet des efforts extérieurs qu'il supporte. On peut alors le considérer comme un corps solide invariable de forme, et il ne reste plus qu'à vérifier si les forces extérieures de toute nature qui agissent sur lui satisfont aux conditions d'équilibre telles qu'elles sont établies dans la mécanique rationnelle.

Toutefois, il est à observer qu'un massif de maçonnerie qui serait en équilibre strict, ne donnerait aucune garantie de durée; il faut donc qu'il possède ce qu'on appelle un excès de stabilité, c'est-à-dire que les forces qui le maintiennent dans sa position normale, l'emportent d'une certaine quantité sur celles qui tendent à l'en déranger.

**149.** *Des coefficients de la stabilité d'un prisme solide.* — Considérons, par exemple, un prisme ABHC (fig. 34, Pl. XII) posé sur un plan horizontal et sollicité à la fois par une force verticale  $P$  et par une force horizontale  $Q$ . En supposant que la résultante de ces deux forces ne puisse surmonter ni sa résistance à l'écrasement, ni celle que sa cohésion oppose à la rupture transversale, il faudra encore qu'elle ne puisse pas le déplacer, soit en le faisant glisser sur sa base AB, soit en le renversant autour de l'une des arêtes A ou B de cette base.

La résistance du prisme au glissement peut provenir ou d'un obstacle matériel comme celui que lui opposerait le sol s'il y était suffisamment enfoncé, ou bien du frottement que sa pression fait naître sur le plan AB parallèlement à ce plan.

Nommant  $\pi$  la somme du poids du prisme et du poids  $P$  posé sur HC,  $f\pi$  la force de frottement qui se développerait au moment même où le prisme commencerait à glisser, la condition d'équilibre sera

$$Q \leq f\pi.$$

Ici, pour l'équilibre, il n'est pas nécessaire que les deux forces horizontales  $Q$  et  $f\pi$  soient égales; attendu que  $f\pi$  est une force qui ne se développe qu'au moment où le prisme tend à prendre un mouvement de translation. Il est au contraire avantageux que  $f\pi$  surpassé  $Q$  et soit égal à  $\delta Q$ ,  $\delta$  étant un nombre plus grand que l'unité. La valeur de  $\delta$  ou du rapport  $\frac{f\pi}{Q}$  sera la mesure de la stabilité du prisme par rapport au mouvement de glissement, et  $\delta$  est, à cause de cela, désigné sous le nom de *coefficient de stabilité*.

La résistance du prisme au renversement sera due à son poids et à l'action du poids  $P$  posé sur sa base supérieure CH. Nommons  $\pi$  la somme de ces poids, et supposons que leur centre de gravité commun soit sur la verticale Gg (*fig. 34, Pl. XII*). Prolongeons l'horizontale  $Qq$ , du point  $q$  d'application de la force  $Q$  au delà de son point de rencontre G avec la verticale Gg. Portons de G en K une longueur proportionnelle à  $Q$ , et de G en g une longueur proportionnelle à  $\pi$ ; achevons le parallélogramme KGgr; Gr sera la résultante des deux forces  $Q$  et  $\pi$ . Désignons par  $y$  la hauteur verticale du point d'application de la force  $Q$  au-dessus du point A, et par  $x$  la distance horizontale du même point à la verticale Gg. Les moments des deux forces  $Q$  et  $\pi$  par rapport au point A seront  $Qy$  et  $\pi x$ . S'il y a égalité stricte entre ces moments, la résultante Gr des forces  $Q$  et  $\pi$  passera par l'arête extérieure A de la base du prisme qui sera dans un état d'équilibre instable. Si  $Qy$  est moindre que  $\pi x$ , la résultante passera en dedans du point A par rapport au point B, et viendra rencontrer la base AB en un point qui sera d'autant plus approché de la verticale Gg du centre des forces verticales, que le moment de celles-ci l'emportera davantage sur celui de la force  $Q$ .

Si donc on fait  $\frac{\pi y}{Qx} = \delta'$ ,  $\delta'$  sera la mesure de la stabilité du prisme par rapport au mouvement de rotation, ou le *coefficient* de cette stabilité.

Reprenons maintenant un à un les divers effets que peuvent produire les

forces appliquées au prisme solide ABHC, et voyons comment on pourra calculer ses dimensions de manière à lui donner une résistance suffisante.

**150.** *De la résistance à l'écrasement d'un prisme de maçonnerie chargé sur sa base supérieure.* — Considérons un prisme droit ABHC à arêtes verticales et à bases rectangulaires chargé sur sa base supérieure CH d'un poids P (*fig. 34, Pl. XII.*).

Si le poids peut être considéré comme uniformément réparti sur sa base CH, la seule condition nécessaire, c'est que la pression supportée par chaque unité superficielle de cette base ne dépasse pas la *limite des charges permanentes* correspondante à la matière dont le prisme est composé (*voir le tableau I du n° 154*). Nommant  $\Omega$  la surface de la base AC, R' la limite des charges permanentes, il suffira, pour la résistance du prisme, que

$$(a) \quad \Omega = \frac{Q}{R'}.$$

Cette condition suffira encore alors même que le poids, au lieu d'être également réparti sur la surface du prisme, ne porterait que sur une partie de cette surface, pourvu qu'elle ait même centre de figure que la base entière, et sauf à attribuer à R' une valeur un peu inférieure à celle qu'on lui donnerait dans le cas d'une répartition égale sur le plan CH.

Mais si le poids porte en un point qui ne soit pas le centre de figure de la base du prisme, il en résultera une pression inégale sur les différents points de cette base. La loi de cette répartition n'est pas établie d'une manière rigoureuse par l'expérience; la théorie indique que : si sur la base supérieure HC d'un prisme élastique ABHC (*fig. 34, Pl. XII*) on exerce, par un poids P ou autrement, une pression en un point O dont la distance OC au point C soit, par exemple, le tiers de CH; la pression moyenne sur OC sera au moins double de la pression moyenne qui aurait lieu sur la surface totale CH, dans le cas où le point O coïnciderait avec son centre de figure, tandis qu'en H elle sera nulle. En sorte que, en même temps que la partie OH de HC n'éprouverait, par unité de surface, qu'une pression inférieure à la limite des charges permanentes, l'autre partie OC pourrait, au contraire, se trouver chargée d'un poids supérieur à cette limite, et que l'écrasement du solide deviendrait possible quoique le rapport moyen  $\frac{P}{\Omega}$  fût moindre que la limite R'. Il suit de là qu'il y a un grand avantage à répartir également les pressions sur les surfaces des supports en maçonnerie, ou, ce qui revient au même, à diriger vers le centre de figure de leur base la résultante de tous les efforts extérieurs à l'action desquels ils sont soumis; car, s'il en est

autrement, le solide ne pourra soutenir qu'un poids inférieur à celui que comporterait l'étendue de sa base supérieure, dans l'hypothèse d'une répartition uniforme.

**451.** *Vérification de la résistance à l'écrasement des voussoirs de voûtes calculés par la formule (B) du n° 75.* — Comme exemple particulier de l'emploi de la formule (a) du n° 150, considérons une voûte dans laquelle nous supposerons qu'il existe un joint au sommet du bandeau (n° 73). Admettons que la pression horizontale réciproque des deux demi-voûtes soit également répartie sur le joint du sommet, et voyons si la règle que nous avons donnée (n° 75) pour calculer la surface du joint assure une résistance suffisante aux deux voussoirs qui se touchent par ce joint.

Nommons, comme aux n°s 73 et 74,  $e$  la surface du joint, la longueur du berceau de la voûte étant égale à l'unité;  $r$  le rayon de l'intrados de la voûte;  $\Pi$  la poussée que nous avons calculée dans le n° 73, en supposant le poids du mètre cube de maçonnerie égal à 1,00, et qui, pour être ramenée à sa valeur exacte en kilogrammes, doit être multipliée par le nombre  $p'$  exprimant en kilogrammes le poids du mètre cube de maçonnerie;  $R'$  la limite des charges permanentes relatives à la résistance des pierres à la rupture par écrasement telle que nous l'avons définie au n° 126.

La condition à remplir sera évidemment que la pression par mètre carré exercée sur le joint de la clef ne dépasse pas la limite  $R'$ , en sorte qu'on devra avoir

$$(b) \quad \frac{R'}{p'} = \frac{\Pi}{e},$$

$e$  étant ici la surface du joint, parce que la longueur de la voûte est supposée égale à l'unité.

Prenons pour exemple une voûte légère de 5 mètres de diamètre. Le tableau F du n° 79 nous donnera  $e = 0^m,22$ . Puisque  $r = 5,00$ ,  $\frac{e}{r} = 0,044$ , qui diffère très-peu de 0,046; or le tableau E nous donne en correspondance avec  $\frac{e}{r} = 0,046$ ,  $\frac{\Pi}{r^2} = 0,038$ . Adoptant cette valeur, on trouve, à cause de  $r = 5,00$ ,  $\Pi = 0,95$ . Substituant pour  $e$  et pour  $\Pi$  dans l'égalité (b) les nombres que nous venons de trouver, nous en tirons  $\frac{R'}{p'} = 4,30$ . Maintenant si, à l'aide du tableau I du n° 134, nous calculons les diverses valeurs du rapport  $\frac{R'}{p'}$ , nous trouvons que, pour toutes les espèces de matériaux, sauf pour le grès tendre, que l'on n'emploie pas dans la maçonnerie

de voûtes, et pour les mortiers frais, il est plus grand que 4,30, et que, par suite, les épaisseurs que nous avons assignées aux joints de la clef de la voûte que nous considérons lui assurent un excès de résistance à l'écrasement; en supposant toutefois qu'on apporte à sa construction les soins nécessaires pour réduire au minimum l'épaisseur du mortier dans les joints des voussoirs, et pour faire porter en plein ces derniers les uns sur les autres.

Pour s'assurer que tout autre joint de la voûte A'B' par exemple (*fig. 35, Pl. XII*) est, comme celui de la clef, à l'abri du danger de l'écrasement, il faudra prolonger l'horizontale du point d'application M de la force II jusqu'à son point de rencontre F' avec la verticale du centre de gravité de l'ensemble des voussoirs supérieurs au joint A'B', porter sur l'horizontale, à partir de F', une longueur F'q proportionnelle à F, et sur la verticale une distance F'ω proportionnelle au poids du massif A'B'HC,achever le parallélogramme F'qωl, tirer F'l et prendre son point d'intersection x<sub>2</sub> avec A'B'. La longueur F'l sera proportionnelle à la pression supportée par le joint A'B'; on aura en x<sub>2</sub> le point d'application de cette pression, on pourra donc vérifier si l'écrasement est ou n'est pas à redouter.

**152.** *Vérification de la résistance du sol à l'enfoncement des fondations du pied-droit de la voûte, et de la résistance à l'écrasement d'une assise quelconque de ce pied-droit.* — Il est facile de vérifier si le sol sur lequel repose la base du prisme pourra résister aux efforts qui lui sont transmis par ce dernier, y compris son propre poids. Il suffit, pour cela, en nommant Ω la largeur de la base qui est en contact avec le terrain, p' le poids du mètre cube de maçonnerie, h' la hauteur à laquelle on peut, sur chaque mètre carré du sol pour base, éléver un prisme droit de maçonnerie avant que le poids de ce prisme cause une dépression dans le terrain, π le poids total de la demi-voûte, du pied-droit et de sa fondation, que l'on ait

$$(c) \quad p'h' = \frac{\pi}{\Omega}.$$

**153.** *De la largeur à donner à la base d'une fondation qui repose sur un sol compressible dépourvu d'élasticité.* — Remarquons qu'en supposant que la résistance du sol soit trop faible pour qu'on puisse en tenir compte comme nous le ferons ci-après n° 158, il est essentiel que la résultante de toutes les forces agissant sur le massif de maçonnerie, y compris son propre poids, vienne rencontrer le sol en un point qui diffère aussi peu que possible du centre de figure de la base de la fondation. Si cette condition est remplie, la pression sera répartie à peu près uniformément sur toute l'étendue de cette base, et elle tendra, si elle s'enfonce, à le faire verticalement et également en

tous ses points. Si, au contraire, la résultante générale rencontre le sol plus près de l'arête extérieure que de l'arête intérieure de la base de la fondation, celle-ci s'enfoncera plus du côté extérieur que de l'autre, et le massif de maçonnerie éprouvera un mouvement de déversement. Lors donc qu'on ne croit pas pouvoir compter de la part du sol sur une certaine résistance à l'enfoncement de la fondation, il faut vérifier si la résultante générale des forces appliquées au massif de maçonnerie passe ou ne passe pas par le centre de figure de la base de la fondation. Nous allons, comme exemple, faire, sur le pied-droit de la voûte dont nous venons d'examiner la résistance, cette vérification en même temps que la vérification relative à la résistance à l'écrasement de la maçonnerie. Le même raisonnement nous conduira à l'une et à l'autre.

Pour cela, il faut que nous connaissons : 1<sup>o</sup> les points de rencontre de la base du mur, et de la base de sa fondation, avec la direction de la résultante de la poussée horizontale de la voûte et du poids de la maçonnerie de la demi-voûte, y compris son pied-droit, et 2<sup>o</sup> l'intensité de cette résultante.

Or la direction des deux composantes est connue, puisque l'une est verticale et l'autre horizontale. De plus, la table F du n° 79 nous donne la poussée et le poids de la demi-voûte, ou du moins des nombres  $\frac{\pi}{r^2}$ ,  $\frac{S}{r^2}$  proportionnels à cette poussée et à ce poids; nous connaissons le poids du pied-droit, qui est  $(x + e')H$ , le poids du mètre cube de maçonnerie étant égal à 1; le point d'application de la poussée est supposé se trouver à l'extrados du joint de la clef: il n'y a d'inconnu que la position de la verticale du centre de gravité commun du poids de la demi-voûte et de celui du pied-droit.

Mais elle est facile à trouver en partant de cette remarque, que l'épaisseur du pied-droit calculée par la formule A du n° 74 est telle, que, si la poussée horizontale II de la voûte était une fois et huit dixièmes plus forte qu'elle n'est réellement, la résultante de cette poussée et du poids de la demi-voûte, y compris son pied-droit, passerait exactement par l'arête extérieure A (*fig. 35, Pl. XII*) de ce dernier. Il résulte de là que, si sur l'horizontale Mz, à partir du point M d'application de la poussée horizontale II, nous portons une longueur Mz égale à  $\frac{1,80II}{r^2}$ , et sur la verticale MY une autre longueur MY égale à  $\frac{S + (x + e')H}{r^2}$ , que nous achevions le parallélogramme MzUY, puis que par le point A nous tirions une parallèle AK à sa diagonale MU, nous aurons dans sa véritable direction la résultante des poids de la demi-voûte et du pied-droit et de la poussée, cette dernière étant augmentée dans le rapport de 1 à 1,80. Donc le point K de rencontre de cette force avec la direction de

la force horizontale de poussée est un point de la verticale du centre de gravité du poids total de la demi-vôûte et du pied-droit.

Portant donc de nouveau sur l'horizontale  $Mz$ , de  $K$  en  $z'$ , une longueur proportionnelle à  $\frac{\Pi}{r^2}$ , et sur la verticale du point  $K$ , à partir de ce point, une longueur  $KS$  proportionnelle à  $\frac{S + (x + e')H}{r^2}$ , achevant le parallélogramme  $KTz'S$ , on aura, en tirant la diagonale et marquant son intersection  $O$  avec l'horizontale  $BA$ , le point de rencontre avec la base du pied-droit de la résultante générale des forces appliquées à ce dernier. Prolongeant l'horizontale  $ST$  jusqu'à sa rencontre en  $T'$  avec la droite  $KA$ , et l'horizontale  $AB$  jusqu'à sa rencontre en  $S'$  avec la verticale  $KS$ , on aura  $OA = AS' - OS'$  : mais

$$AS' = \frac{KS' \times ST'}{KS} = \frac{KS' \times Mz}{KS}, \quad OS' = \frac{KS' \times ST}{KS} = \frac{KS' \times Kz'}{KS};$$

donc  $OA = \frac{KS'}{KS} (Mz - Kz')$ . Remettant pour  $Mz$ ,  $Kz'$  et  $KS$  leurs valeurs, et remarquant que  $KS' = H + r + \frac{1}{2}e$ , on trouvera définitivement

$$OA = 0,80 (H + r + \frac{1}{2}e) \frac{\frac{\Pi}{r^2}}{\frac{S}{r^2} + \frac{(x + e')H}{r^2}}.$$

S'agit-il, par exemple, d'une voûte de 5 mètres de rayon portée sur des pieds-droits de 3 mètres de hauteur; on trouvera, avec l'aide des tableaux E et F du n° 79,  $OA = 0^m,93$ . Comme d'ailleurs le pied-droit doit avoir, d'après le tableau F,  $2^m,155$  d'épaisseur, on voit que la répartition de la pression sur la base du pied-droit peut être considérée comme à très-peu près uniforme; et, par suite, en conservant à  $H$  la signification que nous lui avons donnée au n° 152, il n'y a plus à vérifier que l'exactitude de l'égalité

$$x + e' = \frac{1}{h'} [S + (x + e')H].$$

La vérification relative à la résistance des assises de maçonneries du pied-droit se ferait d'une manière tellement semblable à ce que nous venons d'indiquer pour la résistance du terrain, que nous croyons inutile d'insister sur ce dernier point.

**154.** *Résistance à la rupture d'un prisme de maçonnerie sollicité par une force perpendiculaire à la direction de ses arêtes.* — Considérons un prisme droit en maçonnerie  $ABHC$  (*fig. 34, Pl. XII*) dont la base soit maintenue sur le sol par une force quelconque qui ne lui permette pas de s'en détacher; supposons-le chargé d'un poids  $P$  uniformément réparti sur sa base supé-

rieure et sollicité, à une distance  $qH = h$  du sommet  $H$ , par une force horizontale  $Q$  contenue dans un plan vertical à droite et à gauche duquel la face projetée en  $BH$  se trouve symétrique.

L'effet de la force  $Q$  et du poids  $P$  pourra être de rompre le prisme suivant un plan incliné  $ab$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizon; ensuite de quoi la chute du morceau  $CHba$ , supérieur à la face de cassure  $ab$ , pourra avoir lieu de deux manières, soit par glissement sur  $ab$ , soit par renversement autour de l'arête extérieure  $a$  du plan de rupture  $ab$ , en admettant, conformément à l'hypothèse énoncée au n° 129, que la rotation de la partie supérieure ait lieu à l'instant de la rupture autour d'une droite projetée en  $a$  et située sur la face extérieure  $BH$  du solide.

Occupons-nous d'abord du cas où la rupture se fait par renversement, en renvoyant au n° 159 ce qui est relatif au glissement. Nommons, comme ci-dessus,  $R$  la résistance par unité de surface des molécules du corps à leur séparation à l'instant de la rupture par traction, et supposons, à l'exemple de Mariotte, que la tension moléculaire dans les différents points de la face de cassure  $ab$  est proportionnelle à leur distance au point  $a$  autour duquel doit s'opérer la rotation: il s'ensuivra que la résistance par unité de surface sera égale à  $R$  au point  $b$ , et nulle au point  $a$ ; elle pourra donc, en chacun des points intermédiaires de  $a$  en  $b$ , être représentée par les ordonnées d'une droite  $ar$  joignant le point  $a$  avec l'extrémité d'une perpendiculaire menée au point  $b$  sur  $ab$ , et dont la longueur  $br$  aura été prise proportionnelle à la valeur en kilogrammes de la force  $R$ . La résultante des résistances partielles des molécules de la face  $ab$  sera par suite proportionnelle à l'aire du triangle  $abr$ , et pourra être exprimée par  $\frac{1}{2}Ra$ ; elle passera par le centre de gravité de ce triangle. Son moment, par rapport au point  $a$  de rotation, sera donc  $\frac{1}{3}Ra^2$ , ou, à cause de  $a = e\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}$ ,  $\frac{1}{3}Re^2(1 + \tan^2 \alpha)$ . D'un autre côté, le moment de la portion de prisme supérieure à la face de cassure sera, en nommant  $H$  la distance de l'arête  $a$  de rotation au sommet  $C$  du prisme, et  $e$  l'épaisseur constante  $CH$ ,  $p'$  le poids du mètre cube du solide,  $\frac{p'}{2}e^2H - \frac{p'}{3}e^3\tan \alpha$ ; celui du poids  $P$  sera  $\frac{1}{2}Pe$ , et enfin celui de la force  $Q$  sera  $Q(H - h)$ . Mais à l'instant où se produit la rupture, il doit y avoir égalité entre le moment de la puissance et les moments des résistances; donc

$$Q(H - h) = \frac{1}{2}Pe + \frac{1}{3}Re^2(1 + \tan^2 \alpha) + \frac{1}{6}p'e^2(3H - 2e \tan \alpha).$$

**155.** *Inclinaison de la face de cassure.* — La valeur de  $\tan \alpha$ , qui rend un minimum le second membre de l'égalité précédente, est, en regardant H comme constant,  $\tan \alpha = \frac{P'e}{2R}$ ; elle fait connaître la direction suivant laquelle la rupture tendra à s'opérer, quelle que soit d'ailleurs la position sur AC de l'arête  $a$  de rotation. On voit que, si la force R de cohésion était faible, l'angle  $\alpha$  pourrait devenir très-grand; il ne dépasserait cependant probablement pas celui que ferait avec l'horizon la droite  $aq$ , joignant la projection  $a$  de l'arête de rupture avec le point d'application de la force Q. Si, au contraire, la cohésion R est très-grande,  $\tan \alpha$  s'approchera d'être nulle, et la face de cassure différera peu d'un plan  $ab'$  horizontal et, par conséquent, perpendiculaire aux arêtes du prisme ABHC.

**156.** *Recherche, sur le parement extérieur AC (fig. 36) du massif de maçonnerie ABHC, de l'arête autour de laquelle la rupture et la rotation du massif ont le plus de tendance à se produire.* — En supposant que le prisme se rompe suivant l'un des joints de ses assises horizontales, et en admettant, avec Galilée et Mariotte, que, dans les corps durs, la rotation de la partie du massif supérieure à la face de cassure a lieu autour d'une arête du parement extérieur, à quelle assise cette arête appartiendra-t-elle?

Avant de répondre à cette question, nous allons chercher à en résoudre une autre, celle de la détermination du point de rencontre de la résultante des forces qui sollicitent le prisme avec chacune de ses assises horizontales; la position de ce point de rencontre indiquera d'abord si la résistance du prisme à l'écrasement est suffisamment assurée dans toute sa hauteur; elle nous aidera ensuite à trouver celle des arêtes du parement extérieur par laquelle doit passer la face de cassure.

Conservons les données et notations du n° 154, et considérons une assise  $cd$  dont la distance à l'horizontale CH, mesurée sur la ligne OX (fig. 36, Pl. XII), qui partage en deux parties égales l'épaisseur du prisme, soit égale à  $x$ . Le poids de la portion du prisme  $CHdc$  sera  $p'ex$ ; ce poids s'ajoutera au poids P que nous supposerons réparti uniformément sur la base CH, et leur somme pourra être considérée comme une force verticale dirigée suivant la droite OX, qui rencontrera l'assise  $cd$  en son milieu o.

La résistance  $\frac{1}{2}Re$  (n° 154) due à la cohésion sera constante, quelle que soit l'assise que l'on considère; son point d'application est en  $o'$ , au tiers de la largeur  $e = cd$  à partir du point  $d$ . C'est aussi une force verticale puisqu'elle est normale à  $cd$ . On peut donc la composer avec le poids  $(P + p'ex)$  en une résultante qui viendra couper le joint  $cd$  en  $r$  et partager la distance  $oo'$ .

en deux parties  $o'r$  et  $or$ , inversement proportionnelles aux forces qui agissent à leurs extrémités. On aura donc la relation

$$oo' - or : or :: P + p'ex : \frac{1}{2}Re;$$

mais  $oo' = \frac{1}{6}e$ ; faisant  $or = \gamma$ , on obtient

$$(b) \quad \gamma = \frac{\frac{1}{2}Re^2}{6(2p'ex + 2P + Re)},$$

qui est l'équation du lieu géométrique  $r, r', r''$ , de tous les points où la résultante des résistances dues à la cohésion des assises et des poids portés par ces assises vient rencontrer chacune d'elles. Il est facile de s'assurer que cette courbe est une hyperbole asymptotique à la droite OX.

Maintenant revenons de nouveau à l'assise  $cd$  (*fig. 36, Pl. XII*) et cherchons le point dans lequel elle sera rencontrée par la résultante de la force horizontale  $Q$  et des forces verticales  $\frac{1}{2}Re$ ,  $p'ex$  et  $P$  appliquées au prisme. Pour cela, prolongeons la direction  $Qq$  de la force horizontale jusqu'à sa rencontre en  $q'$  avec la courbe  $rr'r''$ , et, à partir du point  $q'$ , faisons la longueur  $q'Q'$  proportionnelle à la force  $Q$ . Sur la verticale du point  $q'$ , portons une longueur  $q'P'$  proportionnelle à la somme  $(P + p'ex + \frac{1}{2}Re)$  des résistances verticales agissant sur le joint  $cd$ ; marquons l'intersection  $Z'$  de cette verticale  $q'P'$  avec  $cd$ ;achevons le parallélogramme  $P'q'Q'S$ , et tirois la diagonale  $q'S$ . La direction de cette dernière droite sera celle de la résultante cherchée, elle rencontrera le joint  $cd$  en un certain point  $Z$  dont la distance  $oZ$  à l'axe OX sera représentée par  $z$ . L'inspection de la *fig. 36* fait voir immédiatement l'existence de la proportion

$$\frac{\frac{1}{2}e - o'Z' - z}{Q} = \frac{x - h}{P + p'ex + \frac{1}{2}Re}.$$

Mais  $o'Z'$  n'est pas autre chose que  $\frac{1}{6}e$  moins la valeur de  $\gamma$  donnée par l'équation (b) pour  $x = h$ , en sorte que l'on a définitivement

$$(c) \quad z - \frac{\frac{1}{2}Re^2}{6(2p'ex + 2P + Re)} + \frac{2Q(x-h)}{2p'ex + 2P + Re} = 0.$$

Les applications que l'on peut faire de ce résultat à la pratique des constructions présentent deux cas distincts : dans l'un, la force  $Q$  est constante et agit au sommet du prisme de maçonnerie; dans l'autre, la force  $Q$  et sa distance  $h$ , au sommet du massif, sont variables avec  $x$ . Examinons successivement ces deux hypothèses.

Que ABHC soit, par exemple, le profil d'un pilier supportant le poids P d'une charpente qui exerce en même temps sur lui une poussée horizontale Q; alors  $h = o$ , Q est une quantité connue, et l'égalité (c) devient

$$(d) \quad o = xz + \frac{(2P + Re)}{2p'e} z + \left( \frac{Q}{p'e} - \frac{Re^2}{12P + 6Re} \right) x - \frac{Re}{12p'},$$

équation d'une hyperbole qui a pour asymptote une verticale distante de l'axe OX d'une longueur représentée par  $-\left(\frac{Q}{p'e} - \frac{Re^2}{12P + 6Re}\right)$ . Les abscisses de cette courbe croissent à mesure que les ordonnées augmentent, en sorte qu'elle rencontre les joints successifs cd, c'd', etc., en des points z, z', z'', etc., toujours plus rapprochés de la face extérieure AC du prisme. Il s'ensuit que la tendance au renversement du prisme devient de plus en plus grande avec sa hauteur. Par conséquent la rupture, si elle a lieu, se fera autour de l'arête extérieure de la base AB préférablement à toute autre.

Pour avoir la distance au point X à laquelle la résultante des pressions vient rencontrer la base du prisme, il suffit de faire, dans l'équation (d),  $x = H$ , H étant la hauteur totale AC du prisme, et d'en tirer la valeur de z. La distance cherchée sera

$$(e) \quad z = \frac{Re^2}{12P + 6Re} - \frac{2QH}{2p'eH + 2P + Re}.$$

Supposons que le poids P soit de 7 000 kilogrammes, et la poussée Q de 4 000 kilogrammes; que le prisme ABHC soit en maçonnerie, dont le mètre cube pèse 2 000 kilogrammes, et qu'il offre à la rupture une résistance R de 4 000 kilogrammes par mètre carré de section; que l'épaisseur e soit fixée à priori à 1<sup>m</sup>,80, et la hauteur H à 3 mètres, on trouvera, en substituant ces valeurs dans l'égalité (e),

$$z = -0^{m},458,$$

la résultante des forces P, Q et du poids du prisme passera donc à 0<sup>m</sup>,458 au delà du milieu de AB, et la pression ne sera pas uniformément répartie sur la base; mais comme elle ne s'élèvera, par mètre carré, qu'à  $\frac{P + p'eH}{e} = \frac{17800}{1,80} = 9888^k$ , ou au sixième au plus de la charge permanente que l'on peut faire supporter sans danger aux briques de médiocre qualité, il n'y a pas à craindre que la maçonnerie s'écrase.

S'il s'agit d'un mur en pierres sèches, R = o, et l'égalité (d) devient

$$xz + \frac{P}{2p'e} z + \frac{Q}{p'e} x = o,$$

équation d'une hyperbole qui a pour asymptote une droite dont la distance à la verticale OX est  $-\frac{Q}{p'e}$ ; elle coupe la base du prisme en un point distant du milieu X d'une quantité égale à  $-\frac{QH}{P+p'eH}$ , et la base supérieure au point O. Le raisonnement que nous faisons tout à l'heure est applicable ici, et l'on voit que, *dans les murs en pierres sèches comme dans les murs en maçonnerie de mortier*, le renversement tend à se faire autour de l'arête extérieure la plus voisine du niveau du sol.

Passons maintenant au cas où Q et h sont des fonctions de x, et supposons, par exemple, qu'il s'agisse d'un mur ABCH (*fig. 37, Pl. XII*) supportant une charge d'eau qui s'élève jusqu'à son sommet; et, afin de simplifier les circonstances du problème, faisons P égal à 0, et négligeons de plus l'influence de la cohésion.

x étant la profondeur du liquide comptée à partir du point H, p sa densité, la pression qu'il exercera sur bH sera  $Q = \frac{p}{2}x^2$ , et le point d'application de cette pression sera à une distance verticale du point H  $= h = \frac{2}{3}x$ .

Substituant ces valeurs dans l'égalité (c), elle se réduit à

$$x^2 + 12\frac{p'}{p}ez = 0,$$

équation d'une parabole. On aura le point où cette courbe viendra couper l'arête verticale CA extérieure du prisme ABHC, en y faisant  $z = -\frac{1}{2}e$ , ce qui donnera  $x = e\sqrt{\frac{6p'}{p}}$ . Ce sera évidemment la limite de la hauteur à donner au prisme, si l'on veut qu'il reste capable de résister par son seul poids à la pression qu'il supporte.

On voit donc que dans tous les cas, même dans celui où le moment de la force horizontale est constant et la cohésion sur les joints nulle, un prisme composé d'assises horizontales tendra à se rompre le long de l'assise la plus éloignée du point d'application de la force.

**157.** *Formule pratique pour le calcul de la résistance d'un prisme de maçonnerie au renversement. Hypothèses implicites sur lesquelles elle est basée.* — Le résultat auquel nous venons d'être conduits justifie l'usage admis jusqu'ici par les praticiens de considérer les murs sollicités par des forces transversales à leur longueur, comme d'une seule pièce depuis leur sommet jusqu'au niveau du sol, et de supposer que dans leur renversement ils ten-

dent à tourner autour de l'arête extérieure de cette base; ce qui conduit à remplacer  $x$  par  $H$  dans l'égalité (c) du n° 136.

Il est également reçu de faire abstraction du poids de la fondation et de son adhérence avec la partie du mur qui s'élève au-dessus du sol, ce qui permet de faire disparaître de l'égalité (c) la considération de la cohésion ou de supposer  $R$  nul. En y faisant de plus  $z = -\frac{1}{2}e$ , valeur qui correspond au maximum à donner à  $H$ , on amène cette égalité à la forme très-simple

$$(f) \quad Q(H - h) = \frac{e}{2}(P + p'eH),$$

sous laquelle elle est généralement employée. Seulement, pour la rendre pratique, et pour pouvoir employer avec sécurité les valeurs de  $e$  que l'on en tire, on multiplie la force  $Q$  par un coefficient de stabilité  $\delta$ , dont la valeur varie de 1,50 à 1,80 et l'on obtient pour  $e$  la valeur

$$(g) \quad e = -\frac{P}{2p'H} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4p'^2H^2} + \frac{2\delta Q(H-h)}{p'H}}.$$

En transcrivant ici cette formule, nous ne prétendons pas en recommander l'usage comme ce qu'il y a de mieux à suivre. Nous disons ce qui se fait dans la pratique; mais nous ne pouvons nous empêcher de reconnaître que lorsqu'il s'agit d'un mur qu'on sait certainement devoir être fait en bon mortier hydraulique, c'est une faute contre l'économie que de négliger la cohésion, et de donner en même temps au coefficient de stabilité  $\delta$  une valeur aussi forte que 1,50 ou 1,80. Il nous paraîtrait plus convenable, quand la maçonnerie doit être bonne, de tenir compte de la cohésion, ou, si on le préfère comme plus facile, de réduire  $\delta$  à 1,20, ou même à 1,10.

**158.** *Calcul de la largeur à donner à la base de la fondation d'un massif de maçonnerie, en tenant compte de la résistance du sol.* — Nous avons vu par un exemple, au n° 153, comment, lorsque l'on connaît en grandeur et en direction la résultante de toutes les forces, y compris son propre poids, appliquées à un massif de maçonnerie, on peut, sans difficulté, en composant cette résultante avec le poids du massif qui lui sert de fondation, trouver le point où la résultante définitive vient rencontrer le sol sur lequel la fondation repose, et vérifier si ce point est assez voisin du centre de figure de la base pour que la répartition des pressions y ait lieu d'une manière uniforme.

Généralement cela n'aura pas lieu, et pour faire que cela soit, il faudrait élargir autre mesure l'empattement que l'on fait aux fondations des murs.

Mais aussi l'exécution rigoureuse de cette condition ne serait nécessaire que dans l'hypothèse admise au n° 153 d'un sol à peu près privé d'élasticité. Presque toujours, le terrain offre à la compression une certaine résistance dont on doit tenir compte. Cette force modifiera la direction de la résultante générale, de manière à la rapprocher de la verticale et à la faire passer par le centre de figure de la base de la fondation, sans que l'on soit obligé, pour obtenir ce résultat, de donner à l'empattement de cette fondation une largeur exagérée.

La résistance d'un terrain à la compression est susceptible d'être mesurée par une seule expérience qui consiste à établir sur ce terrain un prisme de maçonnerie de même nature que celle dont le mur à bâti doit être composé, et à augmenter la hauteur de ce prisme jusqu'à ce qu'il se manifeste un commencement de dépression dans le sol. Faisant la base de ce prisme égale à l'unité, et nommant  $h'$  la hauteur qu'il a pu atteindre sans que le sol se déprimât,  $p'$  le poids spécifique de la maçonnerie; la résistance par mètre carré que le terrain offre à la compression sera en kilogrammes égale à  $p'h'$ .

Supposons que la résultante des forces qui agissent sur le massif de maçonnerie  $A'B'H'C'$  (*fig. 34, Pl. XII*) soit représentée en grandeur et en direction par la droite  $Gr$  qui vient rencontrer la base de la fondation en un point  $r$ , compris entre le milieu  $O'$  et l'arête extérieure  $A'$  de la base de la fondation. Le point  $A'$  est celui qui aura le plus de tendance à s'enfoncer dans le sol; mais à l'instant où cet enfouissement commencera à avoir lieu, la résistance du sol en  $A'$  sera égale par unité de surface à  $p'h'$ ; et en supposant que la rotation du solide  $B'A'C'H'$  tende à se faire autour de son centre de figure  $O'$ , les différents points situés entre  $O'$  et  $A'$  éprouveront de la part du sol des réactions qui décroîtront de  $A'$  en  $O'$  avec la profondeur dont ils s'enfonceraient si le mouvement avait lieu, ou, ce qui revient au même, avec leurs distances respectives au centre de rotation  $O'$ . En admettant l'hypothèse, à la fois simple et probable, que la réaction du terrain est, pour des enfoncements très-petits, proportionnelle à leurs grandeurs, la résistance éprouvée par la somme des points situés entre  $O'$  et  $A'$  pourra être représentée par le poids d'un prisme triangulaire  $O'H'A'$  de maçonnerie qui en  $A'$  aurait pour hauteur  $h'$ , dont la base serait  $O'A'$ , et dont les arêtes projetées en  $A'$ ,  $O'$  et  $H'$  seraient horizontales et égales en longueur à l'unité. Son poids sera  $\frac{1}{2} p'h'\overline{O'A'}$ , et son moment, par rapport au point  $O'$ , deviendra  $\frac{1}{3} p'h'.\overline{O'A'}^2$ , ou, en représentant  $O'A'$  par  $x$ ,  $\frac{1}{3} p'h'x^2$ .

Afin de donner un exemple simple de la manière dont la considéra-

tion de la résistance du sol peut entrer dans le calcul, considérons un prisme de maçonnerie ABHC (*fig. 34, Pl. XII*) : 1<sup>o</sup> posé sur une fondation qui est elle-même un prisme de même nature A'B'C'H' ; 2<sup>o</sup> sollicité par une force horizontale Q appliquée à une distance  $h$  de son sommet. Nommons H la hauteur BH du prisme;  $\gamma$  celle de sa fondation; e l'épaisseur AB = CH du prisme;  $2x$  la largeur inconnue A'B' de la fondation;  $p'$  le poids spécifique de la maçonnerie;  $h'$  la hauteur qui mesure la résistance du sol.

Pour que la résultante des trois forces qui agissent sur le prisme, savoir : 1<sup>o</sup> son poids et celui de la fondation; 2<sup>o</sup> la force Q; 3<sup>o</sup> la résistance du sol, passe par le centre de figure O' de la base, il faut que la somme des moments de ces forces, pris par rapport à ce point, soit égale à zéro. Or, Gg étant la verticale du centre de gravité du prisme ABHC prolongée jusqu'à sa rencontre en g avec l'horizontale A'B', on aura évidemment  $gO' = \frac{2x - e}{2}$ ; le moment du poids du mur, pris par rapport au point O', sera donc  $\frac{p'(2x - e)eH}{2}$ ; celui du poids de la fondation sera nul, puisque la verticale de son centre de gravité passe précisément par le point O'. Nous avons vu ci-dessus que le moment de la résistance du sol est  $\frac{1}{3}p'h'x^2$ , enfin celui de la force Q est  $Q(H + \gamma - h)$ ; on posera donc  $o = \frac{1}{3}p'h'x^2 + \frac{p'(2x - e)eH}{2} - Q(H + \gamma - h)$ , d'où

$$(h) \quad Q\gamma = \frac{1}{3}p'h'x^2 + p'eHx - \frac{1}{2}p'e^2H - Q(H - h).$$

Comme  $\gamma$  ne peut pas être négatif, la plus petite valeur que l'on puisse donner à  $2x$  est celle qui fait  $\gamma = o$ , c'est-à-dire

$$(i) \quad 2x = -\frac{3eH}{4h'} + \sqrt{\frac{9e^2H^2}{16h'^2} + 3\left[\frac{p'e^2H + 2Q(H - h)}{8p'h'}\right]}.$$

On voit d'ailleurs, par la forme de l'égalité (h), que la largeur à donner à la base de la fondation doit augmenter, avec la profondeur, dans le rapport des abscisses aux ordonnées d'une parabole dont l'axe est vertical. D'où il suit que, lorsque le sol est compressible, la profondeur de la fondation peut devenir : ou une cause d'instabilité du mur, si l'on ne donne pas à la fondation toute la largeur nécessaire; ou une cause de dépense, dans le cas où l'on mettrait cette largeur en rapport exact avec l'enfoncement au-dessous du niveau du sol.

**159.** *Du glissement des assises de maçonnerie sur elles-mêmes et sur le sol.* — Les courbes dont nous venons d'expliquer le tracé dans le n° 156 ont encore un autre usage que ceux que nous leur avons reconnus. Elles peuvent indiquer la tendance d'une partie quelconque du prisme à glisser sur le joint qui lui sert de base. En effet, supposons qu'au point  $\alpha$  où la courbe rencontre le joint A'B' ou son prolongement (*fig. 37, Pl. XII*), nous lui menions une tangente  $t\alpha$ , faisant, avec la verticale, un angle  $\omega$ ; la direction de cette droite sera

aussi celle de la résultante de toutes les pressions appliquées à la partie ABHC du prisme. Portons sur  $t\alpha$ , de  $\alpha$  en  $t$ , une longueur proportionnelle à l'intensité de cette résultante que nous désignerons par  $F$ , et décomposons-la en deux autres, l'une  $\alpha K = F \cos \omega$  verticale; l'autre horizontale,  $\alpha K' = F \sin \omega$ ; désignons par  $f$  la tangente de l'angle du frottement. Le prisme ABHC sera sollicité à glisser par la force  $F \sin \omega$  et retenu en place par un frottement égal à  $fF \cos \omega$ . Pour l'équilibre, il faut qu'on ait  $F f \cos \omega = F \sin \omega$ , ou  $f = \tan \omega$ . Donc, lorsque l'angle  $\omega$  de la tangente à la courbe avec la verticale sera plus grand que l'angle du frottement, la partie ABA'B' du prisme ABHC tendra à glisser sur le joint A'B'; si ces deux angles sont égaux, l'équilibre strict aura lieu; enfin, lorsque l'angle  $\omega$  sera le plus petit des deux, le prisme ABHC jouira, par rapport au danger de se rompre par glissement sur le joint A'B', d'un excès de résistance, ou, comme l'on dit, d'un certain degré de stabilité.

Le glissement des maçonneries sur le sol est un accident aussi fréquent que dommageable, et contre lequel les praticiens ne prennent pas toujours toutes les précautions nécessaires. Nous avons déjà plusieurs fois insisté là-dessus, notamment dans les deuxième et troisième Leçons, à propos de l'établissement des murs de revêtement. On peut recourir à ces Leçons où se trouvent indiqués les principaux moyens d'art à employer pour prévenir le glissement sur le sol des murs pressés par une force horizontale. Quant au glissement des maçonneries sur l'une des assises horizontales qui les composent, c'est un fait beaucoup plus rare que le précédent, et, pour son étude, nous renverrons aux *Leçons de Navier*, page 96, 1<sup>re</sup> édition.

**160.** *De l'équilibre d'un système de corps solides portant les uns sur les autres par des surfaces planes.* — Au lieu de poser sur un plan horizontal le prisme solide que nous venons de considérer dans les numéros précédents, posons-le sur un plan  $a_1 f$  (*fig. 38, Pl. XII*) assez incliné pour que la verticale  $R_1 r_1$  de son centre de gravité tombe en dehors de la base  $a_1 f$ , et appliquons-lui, toujours en un point quelconque C, une force F horizontale. Les conditions de l'équilibre seront encore : 1<sup>o</sup> que la force F ne soit pas assez grande pour vaincre le poids du corps Cca<sub>1</sub>f et le renverser autour de l'arête extérieure f de sa base; 2<sup>o</sup> que cette force ait une intensité suffisante pour soutenir le poids du corps et l'empêcher de tomber en tournant autour de l'arête postérieure  $a_1$ . La force F devra donc être comprise entre deux limites dont elle ne devra pas dépasser l'une plus que l'autre.

Il en sera de même si l'on considère la résistance au glissement du corps sur le plan  $a_1 f$ ; la force F ne devra pas être assez intense pour forcer le solide à marcher en avant de  $a_1$  vers f, et elle devra l'être assez pour l'empêcher de glisser en arrière.

Maintenant, au lieu d'un seul corps, considérons-en plusieurs superposés les uns aux autres, le dernier étant posé sur un plan inébranlable, et le plus élevé étant sollicité par une force  $F$  dirigée comme l'on voudra; les deux conditions d'équilibre que nous venons d'indiquer subsisteront encore, c'est-à-dire qu'il faudra que la force  $F$  soit plus petite que celle qui serait nécessaire pour renverser vers le dehors, autour de l'une quelconque des arêtes extérieures des joints, un ou plusieurs des corps solides, et en même temps assez grande pour empêcher un groupe quelconque de deux ou trois de ces corps de tomber en dedans en tournant autour de l'arête intérieure d'un des joints. La condition de l'équilibre relatif au glissement se déduirait de considérations tout à fait analogues. On doit reconnaître ici, au surplus, les conditions qui ont été posées dans la cinquième Leçon (n° 73) pour l'équilibre des voûtes, et qui nous ont servi à déterminer l'intensité de la poussée horizontale à la clef, et par suite l'épaisseur à donner au pied-droit. En réalité, ces conditions reviennent à un théorème de statique bien connu, dont l'énoncé est celui-ci : Pour qu'un corps posé sur un plan y soit en équilibre, il faut que la résultante de toutes les forces appliquées à ce corps, y compris son poids, rencontre le plan qui le soutient dans l'intérieur de la face de contact.

De la représentation graphique du raisonnement que nous venons d'exposer, on peut tirer un moyen de vérifier la stabilité des voussoirs d'une voûte. Pour en donner un exemple, nous nous reporterons à l'épure (*fig. 7, Pl. VI, et fig. 38, Pl. XII*) sur laquelle se trouvent en grandeur et en position : 1<sup>o</sup> des longueurs  $cl_1, cl_2, cl_3, \dots, cl_n$  proportionnelles au poids du premier voussoir  $cCa_1f$  de la voûte; aux poids des deux premiers voussoirs  $cCa_2$ , et ainsi de suite; 2<sup>o</sup> des verticales  $R_1r_1, R_2r_2, \dots, R_5r_5$  contenant les centres de gravité de ces différents groupes de un, deux, trois, quatre et cinq voussoirs; 3<sup>o</sup> une courbe  $s_1s_2\dots s_n$  dont l'ordonnée maximum  $ls$  est la plus grande poussée qui puisse se produire dans la voûte, lorsque, comme nous l'avons admis au n° 73, la rupture tend à se faire par la chute, à l'intérieur, de la partie supérieure de la voûte, et que le point d'arc-boutement des deux demi-voûtes se trouve à l'extrados du joint de la clef.

Considérons de nouveau successivement chacun des groupes de voussoirs qui composent la demi-voûte  $cCNn$  (*fig. 38, Pl. XII*), prenons le point  $r_i$  de rencontre de la verticale  $R_i r_i$  contenant le centre de gravité du premier voussoir  $cCa_1f$  avec l'horizontale du point C d'application de la force de poussée. Portons, à partir de  $r_i$ , sur l'horizontale, une distance égale à l'ordonnée maximum  $ls$  de la courbe  $s_1s_2\dots s_n$ , et sur la verticale la distance  $cl_i$ .

qui est proportionnelle au poids du voussoir  $cla_1 f$ ;achevons le parallélogramme ,tirons la diagonale et prenons son intersection  $x_1$  avec le joint  $a_1 f$ . Il faudra, pour l'équilibre, que le point  $x_1$  soit situé entre l'arête  $a_1$  et l'arête  $f$  du joint  $a_1 f$ .

Prenons de même le point de rencontre de la verticale contenant le centre de gravité de l'ensemble  $cCa_2$  des deux premiers voussoirs avec l'horizontale du point C d'application de la poussée; composons avec cette force horizontale, représentée par la longueur  $ls$ , le poids total  $cl_2$ , et marquons le point  $x_2$  de rencontre de la direction de leur résultante avec le joint  $a_2$ .

En continuant de la sorte, nous obtiendrons une série de points  $x_1, x_2 \dots x_n$  dont l'ensemble formera une courbe, que l'on appelle *courbe de pression*. Elle n'est pas autre chose qu'un *polygone funiculaire*, ou *courbe d'équilibre*, assujetti à trois conditions: 1° que la tension horizontale de ses côtés soit égale à la poussée de la voûte, proportionnelle ici à la longueur  $ls$ ; 2° de passer par le point C d'application de cette force; 3° d'avoir une tangente horizontale en C. Son tracé n'a donc rien d'arbitraire; il peut se faire, sans tâtonnement, par des procédés que nous indiquerons au n° 259 de l'appendice à la dixième Leçon. En déplaçant le point d'application de la poussée ou d'arc-boutement de la voûte et en le reportant en M, et cherchant le maximum de poussée correspondant par le tracé graphique du n° 73, on pourra tracer de même un nouveau polygone d'équilibre, et ainsi de suite. Si chacune des courbes qu'on peut tracer de cette manière est tout entière contenue dans le profil  $cC\dots A_nB_n$  de la demi-voûte, et si aucune d'elles ne s'approche des arêtes de l'intrados ou de l'extrados, jusqu'à les toucher, l'équilibre de la voûte aura lieu d'une manière stable. Si, au contraire, l'une de ces courbes coupe le contour intérieur en  $x_3$ , par exemple, cela indiquera que le système tend à se rompre suivant le joint  $x_3 k$ , en se renversant à l'intérieur autour de l'arête  $x_3$ . En général, une arête touchée par l'une des courbes sera celle autour de laquelle le système des voussoirs supérieurs au joint auquel cette arête appartient, a le plus de tendance à se renverser, et l'on jugera de la stabilité de la voûte sur ses naissances par la distance à laquelle les courbes d'équilibre resteront du contour de l'arc de tête.

De toutes ces courbes, il y en aura une qui touchera l'extrados et l'intrados de la voûte un plus grand nombre de fois que les autres. C'est celle que l'on considérera comme la véritable courbe de pression; elle différera généralement de la courbe qui passerait par le milieu des joints et de celle sur laquelle se trouvent les centres de gravité des voussoirs. Un arc de voûte, tracé de manière que ces trois courbes se confondissent, serait celui dont la figure correspondrait au minimum de surface et au maximum de résistance.

## NEUVIÈME LEÇON.

DES CONSTRUCTIONS EN CHARPENTE. POUTRES ARMÉES.  
PANS DE BOIS ET PLANCHERS.

**161.** *Conditions générales auxquelles doit satisfaire une construction en charpente.* — L'art du charpentier et celui du maçon se prêtent, dans l'architecture moderne, un mutuel secours; mais, à la rigueur, ils pourraient exister l'un sans l'autre. On fait les édifices tout en pierre dans les contrées où le bois est rare. On peut, avec plus de facilité, les construire tout en bois quand cette espèce de matériaux abonde, et que l'autre manque à son tour. Les murs et les voûtes des constructions en maçonnerie ont leurs analogues dans les pans de bois, les planchers et les fermes des constructions en charpente. Les ouvrages en maçonnerie sont plus stables, plus résistants à l'action de l'air et du feu que les ouvrages en charpente; ceux-ci sont plus légers que les précédents, occupent moins de place et se construisent avec plus de rapidité. On emploie la pierre de préférence dans les édifices auxquels on veut assurer une longue durée ou une grande résistance; le bois constitue presque seul les bâtisses légères et provisoires. Dans les bâtiments ordinaires, on combine les constructions en bois et celles en charpente de manière à réunir à la fois, au plus haut degré possible, la solidité, la commodité et l'économie.

Mais l'art du charpentier s'exerce sur d'autres objets que ceux qui entrent dans la composition des bâtiments, et d'ailleurs le fer et la fonte viennent, depuis quelque temps, prendre la place du bois dans beaucoup de constructions auxquelles on a conservé le nom de *charpentes*; en sorte qu'aujourd'hui on comprend sous cette dénomination toutes les constructions *en bois ou en fer* destinées à porter des poids, et composées de plusieurs pièces qui s'assemblent dans divers points de leur longueur, telles que les fermes des combles des bâtiments, les cintres des voûtes, les travées des ponts en bois et en fer, les planchers, les pans de bois, les échafauds et les étayements.

Les conditions les plus générales que doive remplir une construction en charpente sont celles-ci :

1<sup>o</sup>. Les pièces de bois ou de fer qui la composent doivent être disposées de telle façon que les efforts extérieurs qu'elles supportent soient, autant que possible, dirigés parallèlement à la longueur de leurs fibres, et tendent à les comprimer ou à les étendre plutôt qu'à les faire plier;

2°. La combinaison des différentes pièces doit être telle, que le système ne tende pas à se déformer ni à changer de figure sous l'action des forces extérieures;

3°. Les systèmes de charpente doivent, autant que possible, ne transmettre aux murs et piliers qui les supportent que des pressions verticales.

Il résulte de ces trois conditions que le système de charpente le plus voisin de la perfection serait celui dans lequel les pièces principales se trouveraient placées suivant des lignes droites joignant chacun des points d'application des efforts extérieurs avec un point d'appui fixe et inébranlable. On peut réaliser cette idée théorique dans la construction des cloisons et pans de bois, dans celle des travées des ponts et des cintres des voûtes; mais cela n'est pas toujours possible dans les charpentes des combles. Les pièces principales de ces derniers systèmes sont presque toujours exposées à flétrir; le talent de l'architecte consiste à les combiner entre elles de manière à déterminer des décompositions de force qui transforment les pressions transversales en pressions ou tractions parallèles à leur longueur. Cet art de disposer, d'une manière avantageuse, les différentes pièces d'un système de charpente, et celui de proportionner les dimensions de leur équarrissage aux efforts qu'elles doivent supporter, nous paraissent constituer les notions dont l'application est la plus générale et la plus utile à la fois. Nous nous attacherons principalement à en exposer les principes, et, pour éviter d'être trop longs, nous serons forcés d'omettre beaucoup de détails dont nous sommes loin de méconnaître l'importance, mais que la pratique et la lecture des ouvrages spéciaux enseigneront mieux que nous ne pourrions le faire (*voir les Applications de la géométrie à la charpente*, Cours de l'École Polytechnique, et le *Traité de charpente*, du colonel Émy).

**162. Des pièces élémentaires des charpentes, piliers, poteaux, colonnes et colonnettes.** — Si l'on s'en rapporte aux données de la théorie de la résistance des matériaux (n° 125, huitième Leçon), on admettra qu'un prisme dont les deux extrémités sont solidement maintenues dans la même verticale et qui supporte une pression dirigée par le centre de figure de sa base supérieure parallèlement à son axe, n'est pas exposé à flétrir quand le rapport entre sa longueur et la plus petite dimension de son équarrissage est inférieur à 37, si la base est rectangle; ou à 32, si elle est circulaire.

Mais, comme les deux conditions relatives à la position verticale du prisme et à la direction de la force de pression sont difficiles à réaliser dans la pratique, et que la charge, au lieu d'être concentrée au centre de figure de la

base, est répartie sur toute sa surface d'une manière qui n'est pas toujours parfaitement uniforme, les constructeurs donnent aux supports isolés, poteaux, colonnettes ou colonnes, un équarrissage dont le petit côté ou le diamètre n'est guère contenu plus de quinze à vingt fois dans leur hauteur. Il est entendu, d'ailleurs, que le rapport dont il s'agit varie avec la charge que le support doit soutenir.

Pour se rapprocher, autant que possible, des conditions théoriques, on emploie toutes les précautions de nature à prévenir le déversement de la pièce. On élargit par des bases et des chapiteaux les extrémités des piliers en pierre ou des poteaux en bois, et celles des colonnettes en fonte par des oreilles ou appendices que l'on boulonne sur les pièces transversales contre lesquelles elles s'appuient en haut et en bas (*fig. 39, Pl. XII*).

On augmente aussi la résistance à la flexion d'une pièce posée debout en augmentant son équarrissage au milieu de sa hauteur par un renflement. Celui que les architectes donnent aux colonnes est donc justifié par son utilité. Il en est de même des bases et des chapiteaux qui ne servent pas seulement à l'ornement, mais bien à l'accroissement de la résistance du support.

Les cylindres creux offrent plus de résistance à la flexion que les cylindres pleins de même longueur et de même poids, parce que leur base est plus large; aussi emploie-t-on beaucoup les tuyaux de fonte comme supports. Enfin, pour obtenir à solidité égale plus de légèreté apparente, on remplace un poteau unique par deux autres pleins ou creux, que l'on *jumelle* en les reliant par des colliers en différents points de leur hauteur (*fig. 40, Pl. XII*). Ce dernier procédé a l'avantage d'augmenter la roideur des supports verticaux auxquels on l'applique, en les mettant à peu près dans les mêmes conditions que si leur longueur était réduite à une dimension égale à la distance de deux colliers consécutifs.

#### **163. Exemple du calcul de l'équarrissage d'une pièce posée debout.**

— Ce calcul s'effectue au moyen de la formule (c) du n° 127 :  $\Omega = \frac{P}{R'}$ , dans laquelle P est le poids porté par la pièce, Ω la surface de sa base, R' la limite des charges permanentes donnée par le tableau I du n° 154.

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de faire porter un poids de 18 000 kilogrammes à une colonnette en fonte grise à base circulaire et de 4 mètres de hauteur; nous remarquerons d'abord que, si l'on veut à priori établir entre la hauteur du prisme et le diamètre de sa base un rapport tel, que la flexion ne soit pas possible, il faudra, en nommant *r* le rayon de sa

base, poser  $2r \geq \frac{4^m,00}{32} \geq 0,125$ . Voyons si cette condition peut, dans le cas particulier que nous considérons, être remplie par un prisme plein.

Prenons dans la Table I du n° 154 le nombre  $R'$  correspondant à la fonte grise, en observant que la hauteur doit être égale à trente-deux fois le diamètre de la base du prisme, ce qui nous donne  $R' = 4000000$  kilogrammes, et posons  $3,1415 \times r^2 = \frac{18000}{4000000} = 0^{mc},0045$ , d'où

$$r = 0^m,037847.$$

Le diamètre de la colonnette serait donc, d'après ce résultat,  $0^m,075693$ , et serait contenu environ cinquante fois dans la hauteur : rapport qui dépasse sensiblement la limite que nous nous sommes fixée. Il faudra donc, si l'on veut s'en tenir à ce diamètre, créer sur la hauteur de la colonnette un point fixe qui la réduise à la moitié ou aux deux tiers, en la maintenant par un collier scellé dans un mur. Si l'on ne veut pas employer ce moyen, on remplace le prisme plein par un prisme creux de  $0^m,1250$  au moins de diamètre extérieur, en calculant son épaisseur de manière à obtenir pour l'aire de la section transversale un nombre de centimètres carrés égal à celui que contient la section transversale du solide plein. On poserait donc, en nommant  $r$  le rayon de la circonference extérieure,  $r'$  le rayon du vide,

$$r^2 - r'^2 = \frac{0^{mc},0045}{3,1415} = 0^{mc},0014324; \text{ mais } r = 0,0625, \text{ d'où } r' = 0^m,0475.$$

Retranchant ce nombre de  $0^m,0625$  qui est la longueur du rayon du cylindre extérieur, on trouve que l'épaisseur du tuyau creux devrait être de  $0^m,015$ , que l'on portera à  $0^m,02$ , parce qu'un tuyau creux est plus sujet qu'un prisme plein à venir à la fonte avec des défauts.

Un poteau de sapin de même hauteur, portant le même poids, devrait avoir un rayon  $r = \sqrt{\frac{18000}{3,1415 \times 500000}} = 0,106$ . La surface de sa section serait  $0^{mc},036$ ; son cube serait  $0^m,144$ , et à 88 francs le mètre cube, prix de Paris, il coûterait  $12^f,672$ . La colonnette en fer plein cuberait au moins  $0^m,018$ , et, à 7800 kilogrammes le mètre cube, pèserait 140 kilogrammes; son prix serait, à  $0^f,25^c$  le kilogramme, de 35 francs. Le soutien en fer coûterait donc près de trois fois autant que le support en bois.

Les colonnettes de fonte employées dans Paris pour soutiens de murs de face dans les maisons dont le rez-de-chaussée est occupé par une boutique, ont de  $3^m,50$  à  $4$  mètres de hauteur, et  $0^m,33$  de circonference. Elles sont en fer plein, ce qui leur donne une surface de  $0^m,006$  environ, et les rend ca-

pables de supporter une charge de 24 000 kilogrammes. On les voit souvent accouplées deux à deux, et jumellées comme le représente la *fig. 40*, *Pl. XII*.

**164.** *Des poteaux en bois composés de plusieurs morceaux réunis par des armatures.* — Lorsque la nécessité oblige à composer un poteau en bois de plusieurs morceaux, leur assemblage doit être fait de telle manière, qu'ils soient obligés de flétrir ensemble sans s'écartier les uns des autres. On obtient ce résultat en assemblant les pièces par des *rainures* et *languettes* en queue d'aronde pratiquées sur leur longueur. Pour plus de sûreté, d'ailleurs, on entoure le poteau, de distance en distance, avec des liens de fer.

Dans la construction des mâts de vaisseau on ajoute à l'assemblage longitudinal à rainure et languette, des *endents* dont les crans sont transversaux à la longueur des fibres, et qui s'opposent au glissement des pièces dans le sens parallèle à leur longueur. Ces *endents* peuvent être apparents ou intérieurs : ce sont ces derniers que l'on adopte dans la marine. Nous empruntons à l'Atlas du *Traité de Charpente* du colonel Émy les *fig. 41* et *41'*, *Pl. XII*, qui représentent la coupe transversale et la coupe longitudinale d'un mât formé de quatre pièces assemblées avec *endentures*. Mais lorsqu'il ne s'agit que de superposer deux pièces bout à bout, pour obtenir une hauteur à laquelle chacune d'elles ne pourrait atteindre séparément, l'assemblage prend le nom de *enture*. Il se fait de plusieurs manières ; les *fig. 42*, *43* et *44*, *Pl. XII*, donnent la vue latérale et la section transversale de deux pièces assemblées : 1<sup>o</sup> à *fausse tenaille* (*fig. 42*), assemblage peu solide d'ailleurs, mais qui s'emploie avec avantage lorsque quelque obstacle s'oppose à ce que l'on puisse exhausser la pièce supérieure pour la mettre en place ; 2<sup>o</sup> à *tenon chevronné* (*fig. 43*) ; 3<sup>o</sup> à *tenons* et à *tenailles en croix* (*fig. 44*). Ces assemblages peuvent se varier et se compliquer beaucoup ; nous renvoyons pour ce sujet aux Traité spéciaux sur l'art de la charpente, et en particulier au Traité de M. le colonel Émy.

**165.** *Des entures horizontales.* — Les entures des pièces destinées à être posées horizontalement sont également très-variées. En supposant que l'assemblage n'ait pas à redouter des efforts longitudinaux de traction très-considérables, on peut les faire à *mi-bois* avec *abouts carrés* (*fig. 45*, *Pl. XII*) ; à *mi-bois* en queue d'aronde (*fig. 46*) ; à *endents apparents* ; en trait de Jupiter simple ou double serré par des clefs C, c (*fig. 47* et *47'*).

Deux pièces placées dans le prolongement l'une de l'autre, et exposées à une tension longitudinale, peuvent être assemblées au moyen d'autres pièces juxtaposées assujetties par des clefs et des brides (*fig. 48*, *Pl. XII*), ou

par le moyen de tirants en fer encastrés dans le bois (*fig. 49*), ou placés en dehors et rattachés à des colliers (*fig. 50*). La section de ces tirants doit être calculée par la condition de résister aux efforts de traction auxquels la pièce est exposée. Il faut, de plus, que la surface du bois sur laquelle portent les écrous, dans le système de la *fig. 49*, ou les colliers, dans celui de la *fig. 50*, soit assez considérable pour que l'écrasement des fibres n'ait pas lieu. Enfin, il est nécessaire que les écrous et les colliers soient placés assez loin du joint *mn* pour que l'adhérence latérale des fibres du bois puisse s'opposer à leur arrachement.

**166. Des poutres renforcées et armées.** — Nous ne reviendrons pas ici sur le calcul de l'équarrissage à donner aux pièces de bois ou de fer de différentes figures posées sur des appuis horizontaux et chargées de poids sur leur longueur. Lorsque ces pièces seront d'un seul morceau, on aura recours aux formules transcrites dans les n°s 135 à 142 de la huitième Leçon, ou bien l'on emploiera les formules pratiques que nous donnerons ci-après à l'article des planchers. Mais la rareté des pièces de bois d'une grosseur et d'une longueur suffisantes, et la convenance économique qu'il y a d'employer le fer de la manière la plus favorable à sa résistance, ont conduit depuis longtemps les constructeurs à composer de plusieurs pièces de bois, ou de plusieurs pièces de bois et de fer combinées, des poutres connues sous le nom de *poutres renforcées ou armées*. Nous allons passer en revue les plus usuelles de ces combinaisons, en indiquant, lorsque cela sera possible, comment la théorie peut expliquer le surcroît de résistance qu'elles présentent comparativement aux pièces simplement prismatiques.

*a. Pièces portées par des encorbellements et renforcées par des armatures.* — On diminue la portée d'une poutre, ce qui revient au même que d'augmenter sa résistance, en la faisant porter à ses extrémités sur des *encorbellements* (*fig. 26, Pl. XIV*) qui sont : en pierre lorsqu'elles aboutissent à des murs ; en bois lorsqu'elles portent sur d'autres poutres transversales à leur longueur, ou par des *aisseliers* si la destination du bâtiment les comporte.

Un autre moyen, plus dispendieux que les précédents, mais dont l'effet est en compensation plus avantageux, parce qu'il met la pièce à peu près dans l'état d'une pièce encastrée, consiste à en soutenir les deux extrémités par des armatures, comme celles représentées *fig. 1, 1', 1'', 1''', 1''''*, et *1'*, *Pl. XIII*, appliquées sur ses deux faces latérales, et réunies en *m* et en *n* par des traverses en fer. Les faces supérieure et inférieure de la pièce doivent être serrées fortement contre ces traverses avec des cales ou des vis de pression. Par cette disposition, la pièce ne peut céder à un effort dirigé de

haut en bas qu'en rompant au delà de la traverse  $n$ . Elle reste donc horizontale de  $m$  en A, condition équivalente à l'encastrement.

Cette armature renversée, comme l'indique la *fig. 2*, servirait, au besoin, à prolonger une pièce engagée par une extrémité et destinée à supporter un poids suspendu à l'autre. Celle que représente la *fig. 3* peut être employée soit pour assujettir l'une au bout de l'autre deux pièces dont on voudrait n'en faire qu'une, soit pour consolider une poutre que la pourriture aurait fait rompre. Mais il faut qu'il existe un contact parfait entre la pièce et l'armature (*fig. 3*) pour qu'il n'y ait aucune flexion apparente, surtout si le joint  $ks$  est voisin du point milieu de la poutre. La *fig. 4* indique l'application du même moyen à la consolidation d'une ferme de la charpente d'un comble.

Il est à remarquer que la pièce en bois (*fig. 1, 2, 3 ou 5*) éprouvera de fortes compressions de la part des traverses en fer  $m$  et  $n$ . Pour éviter qu'elle ne s'écrase, il conviendra de placer sous les traverses des plaques de fonte qui répartissent la compression sur une certaine étendue des fibres du bois.

On peut, lorsque la répartition de la charge sur la pièce n'est pas trop compliquée, facilement se rendre compte de la pression qui se produit en  $m$  et  $n$ . Supposons, par exemple, que la pièce (*fig. 5*) porte simplement un poids  $P$  à son extrémité  $M$ , à une distance  $X$  du point  $n$ , et que, coupée en  $M'$ , elle ne soit maintenue que par les deux traverses  $m$  et  $n$ , dont nous désignerons la distance horizontale par  $d$ ; il est clair que cette pièce sera dans le même état que si elle était portée par un point d'appui en  $n$ , chargée à l'extrémité  $M$  d'un poids  $P$ , et à l'extrémité  $m$  d'un autre poids  $P'$ , déterminé par la condition de faire équilibre à  $P$ . Cette condition sera, comme l'on sait,  $PX = P'd$ . La valeur de la pression supportée par la traverse  $m$ , ou exercée par elle sur la pièce, sera donc  $P' = \frac{PX}{d}$ ; mais l'appui  $n$  porte la somme des deux poids  $P$  et  $P'$ , la pression en  $n$  sera donc  $\frac{P(d+X)}{d}$ .

Si un poids  $pX$  était uniformément réparti sur la longueur  $nM$ , la pression en  $m$  serait  $\frac{pX^2}{2d}$ , et en  $n$ ,  $\frac{pX(2d+X)}{2d}$ .

Si la pièce est encastree aux deux extrémités dans deux armatures semblables (*fig. 1*), chargée d'un poids  $P$  au milieu de sa longueur, que nous compterons de  $n$  en  $n'$ , et que nous désignerons toujours par  $X$ , la pression au point  $m$  de chacune des armatures sera  $\frac{PX}{4d}$ , et au point  $n$ ,  $\frac{P(2d+X)}{4d}$ .

Si, dans cette dernière hypothèse, elle est chargée d'un poids  $pX$  réparti sur sa longueur, la pression en  $m$  sera  $\frac{pX^2}{8d}$ , et en  $n$ ,  $\frac{pX(4d + X)}{8d}$ .

Comme  $d$  sera généralement assez petit par rapport à  $X$ , on voit que les pressions en  $n$  et  $m$  seront très-considérables, et que les armatures devront, pour y résister, avoir une solidité très-grande.

Les deux portions d'une poutre rompue transversalement peuvent encore être réunies, comme l'indique la *fig. 6, Pl. XIII*, au moyen de deux renforts juxtaposés en dessous et en dessus du joint  $ks$ , assujettis par des clefs de bois et serrés par des brides. On voit que l'effet de la flexion sera de comprimer les fibres dans la pièce  $BB'$  et sur une grande partie du joint  $ks$  des deux pièces, et d'allonger les fibres de la pièce auxiliaire  $bb'$ . Il est à remarquer que les brides  $bb'$ , placées de chaque côté du joint  $ks$ , supportent des tensions analogues aux pressions exercées en  $m$  et  $n$  dans le dispositif (*fig. 3*). Leur force devra donc croître avec le rapport de la longueur de la pièce principale  $AA'$  à celle de la pièce auxiliaire  $BB'$  ou  $bb'$ .

*b. Pièces formées de plusieurs morceaux superposés ou assemblés.*  
— Vauban (*Oisivetés*, volume 1<sup>er</sup>, page 120) indique comme une des plus ingénieuses manières de renforcer les poutres celle qui « se fait par l'application d'une contre-poutre sur toute la longueur de la poutre principale » par son côté fort à laquelle elle est jointe par redans, et ensuite boulonnée « avant que d'être posée en sa place, ce qui lui donne un renfort très-assuré, » et c'est ce qui s'appelle, en terme d'ouvrier, *poutre armée en crémaillère.* (*Fig. 7, Pl. XIII.*) En effet, l'expérience indique que la résistance, soit à la flexion, soit à la rupture, d'un pareil système, ne diffère pas sensiblement de celle d'un seul morceau des mêmes dimensions, quand les assemblages sont bien faits, les boulons et les brides bien serrés.

On obtient le même résultat en remplaçant les crans de la crémaillère par des entailles en queue d'hironde  $ee'$  (*fig. 7', Pl. XIII*) dans lesquelles on chasse des clefs en bois, après que les pièces ont été préalablement reliées par des brides en fer. On voit, en effet, que dans l'un et l'autre dispositif la pièce inférieure ne peut pas plier sans s'étendre, et que la pièce supérieure doit en même temps se comprimer, en sorte que la flexion totale se fait comme dans une pièce d'un seul morceau. Cela n'aurait pas lieu si les deux pièces pouvaient glisser l'une sur l'autre; car elles auraient alors la faculté de plier isolément, et c'est à la leur interdire que sont destinés les crans des crémaillères, les clefs et les entailles. Il suffit quelquefois, après avoir superposé et lié ensemble deux ou plusieurs pièces par des brides en fer, de percer sur les

joints des trous de tarière *tt* (*fig. 8, Pl. XIII*) et d'y chasser, à coups de maillet, des chevilles en bois de chêne prismatiques qui, forcées de prendre la forme cylindrique, réagissent fortement sur les pièces en même temps qu'elles s'opposent à leur glissement.

On ne doit pas perdre de vue que l'emploi obligé des brides et des boulons en fer rend toujours ces dispositifs assez coûteux.

*c. Autre système indiqué par Rondelet.* — On augmente beaucoup la résistance d'une pièce à la flexion en lui faisant prendre une petite flèche en sens inverse de celle qu'elle prendrait si elle était posée horizontalement et chargée de poids, puis en maintenant ses deux extrémités contre deux appuis latéraux qui les empêchent de s'éloigner l'une de l'autre, et forcent la pièce de conserver sa courbure. En voici un exemple que nous empruntons à Rondelet. Il suppose que l'on ait à construire un plancher de 8 mètres de portée, qui exigerait des solives de 0<sup>m</sup>,33 d'épaisseur, et qu'on n'ait à sa disposition que des pièces de 0<sup>m</sup>,19 d'équarrissage. Pour les renforcer, il conseille de tailler chacune d'elles, par la face supérieure, en courbe de telle manière que, conservant au milieu son épaisseur de 0<sup>m</sup>,19, elle n'ait plus que 0<sup>m</sup>,13 à chacune de ses extrémités. Par-dessus la partie courbe de chaque pièce, on en appliquera une autre qui, au moyen de brides en fer noyées dans le bois et de quelques boulons, sera maintenue ployée (*fig. 9, Pl. XIII*). On rétablira ensuite le niveau du dessus de la pièce par des morceaux de bois taillés en coins, que l'on appelle *sourrures*.

Rondelet a trouvé par expérience qu'une solive à laquelle il avait fait, par ce moyen, prendre une flèche du tiers de son épaisseur, portait un poids presque double de celui qu'aurait pu soutenir dans son état naturel une poutre d'un équarrissage égal.

*d. Pièce formée de deux barres parallèles tenues à distance l'une de l'autre et rendues solidaires dans leur flexion.* — Tout système composé de deux barres maintenues à une certaine distance l'une de l'autre, et assez fortement assemblées pour que la pièce inférieure ne puisse pas flétrir sans que la pièce supérieure soit forcée de suivre ce mouvement et de prendre une courbure parallèle, sera plus résistante qu'une pièce unique qui aurait même largeur que la largeur commune des deux barres, et une hauteur égale à la somme de leurs épaisseurs. C'est surtout dans les charpentes en fer forgé qu'on a tiré parti de cette remarque. Le système représenté *fig. 10 et 10', Pl. XIII*, est très-souvent employé. Il se compose de deux barres horizontales dont l'écartement est maintenu par des potelets verticaux par-dessus lesquels on applique des *frettes* ou *brides*. Dans les

intervalles ordinairement égaux, existants entre deux frettes consécutives, on établit deux barreaux formant une croix de Saint-André. Ces derniers ainsi que les potelets peuvent être en fonte. Les barres principales et les frettes qui les relient doivent être en fer forgé, parce qu'elles sont exposées à des efforts de traction.

On fait aussi, mais plus rarement, des poutres renforcées en bois dans le même système. La *fig. 11, Pl. XIII*, en donne un exemple. Deux solives sont maintenues l'une au-dessus de l'autre à distance par l'intermédiaire de clefs en bois pénétrant dans des entailles; puis elles sont reliées par des cordes ou des frettes en fer.

Le remarquable pont en bois de Richmond, sur le James-River (États-Unis), que M. Michel Chevalier a, le premier, fait connaître en France, offre sur une grande échelle l'emploi des poutres renforcées dans le système que nous considérons en ce moment. Le tablier est porté par de grands châssis à claire-voie, dont le cadre est composé de deux cours de poutres horizontales parallèles, entretenus par des séries de barres inclinées dans deux sens opposés, de manière à former une espèce de treillage. Les principales pièces de ce système sont représentées et cotées dans les *fig. 12 et 12', Pl. XIII*.

Lorsque ces différents dispositifs sont établis avec soin, et que les pièces inférieure et supérieure peuvent être considérées comme devant forcément fléchir ensemble, les formules des n°<sup>s</sup> 155 à 140, huitième Leçon, deviennent applicables au calcul de leurs dimensions après qu'on a donné à  $\frac{I}{V}$  la valeur cotée (7) dans la Table du n° 154, huitième Leçon. On verra un exemple de ce calcul ci-après, même numéro, paragraphe e.

e. *Systèmes de pièces courbes*. — L'accroissement très-rapide de l'équarrissage à donner aux pièces droites à mesure de l'augmentation de leur longueur et des pressions qu'elles supportent, a donné, peut-être par imitation des voûtes en pierres, l'idée de les remplacer par des pièces courbes.

La figure la plus avantageuse, sous le rapport de l'économie ou de la résistance, à donner à l'axe moyen des pièces courbes serait celle d'où il résulterait que les efforts extérieurs ne produiraient que des compressions ou des allongements parallèles aux fibres sans aucune flexion. Cette figure, que l'on désigne sous le nom de *courbe d'équilibre*, varie avec le mode de répartition de la charge sur la pièce. Elle est une chaînette lorsque les poids doivent être uniformément répartis sur le développement de la courbe, et que les réactions des appuis sont tangentes à ses extrémités. Elle devient une parabole quand la charge est uniformément répartie sur la pro-

jection horizontale de la courbe, et que les extrémités sont sollicitées par une force horizontale égale à  $\frac{pX^2}{8Y}$ ,  $p$ ,  $X$  et  $Y$  ayant les significations qui leur ont été données dans le n° 145 de la huitième Leçon. Enfin elle est un arc de circonférence de cercle lorsque la pression est constante et normale en tous les points de la courbe.

Dans la pratique, la charge est généralement distribuée d'une manière uniforme sur la projection horizontale de la pièce. Cependant on ne donne guère aux pièces courbes la figure d'une parabole, qui serait, dans ce cas, la *courbe d'équilibre*; on préfère les arcs de circonférence de cercle, comme ayant un aspect plus gracieux. Il est rare, d'ailleurs, qu'indépendamment d'une charge uniformément répartie, les pièces courbes n'aient pas à supporter des charges accidentelles agissant, à des intervalles plus ou moins longs, en différents points de leur contour ou de leur projection horizontale. Il résulte de ces deux raisons que les pièces courbes, n'étant pas tracées rigoureusement suivant les courbes d'équilibre, sont exposées à flétrir; mais leur flexion est, toutes choses égales d'ailleurs, bien moindre que celle des pièces droites, lorsque surtout leurs extrémités sont forcément maintenues à leur distance primitive par des obstacles qui empêchent la pièce courbe de s'aplatir en glissant sur ses appuis. Ainsi, par exemple, le sommet d'une pièce courbe circulaire, dont la montée serait le  $\frac{1}{6}$  de l'ouverture chargée d'un poids en son milieu et dont les pieds posés sur un plan horizontal ne pourraient pas s'écartier en glissant, ne s'abaisserait guère de plus de la moitié de la flèche de courbure que prendrait, sous le même poids, une pièce horizontale posée sur les mêmes appuis.

Cette propriété des pièces courbes a été mise à profit dans la composition des fermettes en fer représentées *fig. 10<sup>e</sup>*, *Pl. VII*, et *fig. 13, 13', 13''*, *Pl. XIII*. Elles se composent d'un arc en fer fondu *ama'*, dont les extrémités sont maintenues par un tirant *aa'* en fer forgé, portant à ses deux bouts des entailles ou *crans* pour recevoir la courbe. Des brides sont placées par-dessus ces entailles, afin que les pièces ne puissent se séparer; une autre bride au milieu, et deux sur les côtés, achèvent de relier la courbe à l'arc, et, pour empêcher qu'ils ne se rapprochent, on chasse à force, sous les brides, des *potelets* qui maintiennent l'écartement des deux pièces *aa'* et *ama'*.

Pour une portée de 4 mètres, on donne aux barres de fer courbes, qui entrent dans la composition de ces fermettes, 0<sup>m</sup>,018 de largeur et 0<sup>m</sup>,065 d'épaisseur; et 0<sup>m</sup>,025 sur 0<sup>m</sup>,065 à la pièce droite, en faisant l'intervalle

entre celle-ci et l'arc égal à 0<sup>m</sup>,20. Si la portée va jusqu'à 7 mètres, on emploie du fer de 0<sup>m</sup>,025 sur 0<sup>m</sup>,08. La flèche de l'arc varie d'ailleurs avec l'épaisseur que l'on veut donner à la fermette, en raison de l'usage auquel elle doit servir.

Nous avons déjà vu, sixième Leçon, n° 95, l'emploi de ces fermettes dans la composition des planchers en fer et en poterie. Lorsqu'on veut s'en servir pour renforcer un plancher ordinaire en bois, on les loge dans l'intérieur de grosses poutres formées de deux pièces et recruesées pour les recevoir (*fig. 13, Pl. XIII*). On dit alors que les poutres sont *armées*, parce qu'elles contiennent une armature en fer.

La résistance ou l'équarrissage de la pièce courbe qui entre dans ces fermettes peut se calculer par les formules du n° 145, huitième Leçon. Mais nous ferons observer que, grâce à l'addition des potelets en fer chassés entre l'arc et le tirant, et des brides qui relient ces deux pièces, leur ensemble rentre tout à fait dans l'espèce des dispositifs dont nous avons donné une idée dans le paragraphe *d* de ce numéro, et qu'il convient ordinairement de calculer leurs principales dimensions comme nous l'avons indiqué pour des barres parallèles solidaires dans leur flexion.

Pour apprécier le surcroît de résistance que donnent aux fermettes les potelets en fonte placés sous les liens de fer forgé, faisons-en un moment abstraction, ce qui réduira le système à un arc dont les extrémités sont maintenues à distance invariable par un tirant, et calculons l'équarrissage de l'arc au moyen de la formule du n° 145, qui est

$$ab^2 = \frac{pX}{2R'}(mb + 3nX),$$

nous y ferons  $a = 0,018$ ,  $b = 0,065$  et  $R' = 20\,000\,000^k$ , valeur de la résistance permanente de la fonte à la compression. Nous supposerons la flèche  $Y$  de l'arc moyen de 0,30 et sa corde  $X$  de 7 mètres, ce qui, d'après le tableau du n° 145, donnera  $m = 5,0920$ ,  $n = 0,00092$ ; et il viendra en en nombre rond

$$pX = 4345.$$

L'équarrissage du tirant est d'ailleurs bien proportionné à celui de la courbe; car, d'après la formule  $w'$  du n° 147, nous savons que la poussée  $Q$  exercée par les extrémités de la courbe contre leurs appuis égale  $\frac{pX^2}{8Y}$ . Or  $X = 7^m,00$ , et  $Y$  mesuré sur la figure moyenne de la fermette égale 0,30, d'où  $Q = 12\,673$ .

La section transversale  $\Omega$  du tirant devrait donc être égale à  $\frac{12673}{R'}$ , et en faisant  $R'$  égale à la moyenne de la résistance permanente attribuée au fer forgé par la Table III du n° 154, soit 8 000 000, on aurait

$$\Omega = 0^{m^q},00157.$$

Dans la réalité, l'aire de la section du tirant est  $0^{m^q},001905$ .

Donc, si les calculs numériques qui précédent sont exacts, la pratique se serait, dans la composition de ces fermettes, rencontrée assez juste avec la théorie.

Si l'on calculait la résistance de cette même fermette, en tenant compte de la présence des potelets en fonte et des liens qui les réunissent, et en la considérant comme composée de deux morceaux obligés de flétrir ensemble, on devrait se servir de la formule (g) du n° 155, qui, après la substitution de la valeur de  $\frac{I}{V}$  et dans l'hypothèse de  $P = 0$ , en négligeant d'ailleurs le poids de la pièce, est

$$a(b'^2 - b''^2) = \frac{3}{4} \frac{pX^2}{R'}.$$

Faisant  $a = 0,025$ ,  $b' = 0,43$ ,  $b'' = 0,30$ ,  $X = 7^{m,00}$ ,  $R' = 20\,000\,000^k$ , on en tirera

$$pX = 6\,800^k,$$

ou une charge égale à une fois et demie celle que porterait l'arc en fonte abandonné à lui-même sans liaison avec la pièce droite qui lui sert de tirant. Mais peut-être ne serait-il pas prudent de porter la charge jusqu'à ce taux que nous donne la théorie; car l'hypothèse que les deux pièces supérieure et inférieure de la fermette seront forcées de plier ensemble comme si elles appartenaient à un prisme de fer plein ne se réalisera pas toujours.

*f. Pièce refendue et contre-bandée par des taquets.* — Lorsqu'une pièce est soumise à une tension parallèle à la longueur de ses fibres, sa résistance à la flexion augmente beaucoup, et, sous l'action d'un poids donné, elle prend une flèche de courbure plus faible que si elle était simplement posée sur deux appuis. Tout le monde sait qu'on peut, sans le rompre, roidir un fil de fer en le tirant par ses deux extrémités, de manière à rendre son axe à très-peu près rectiligne, à la condition d'observer un rapport convenable entre la longueur du fil, le diamètre de sa section transversale et l'intensité de la tension qui lui est appliquée. En combinant le surcroît de résistance obtenu par ce moyen, avec celui qui résulte de la courbure en sens in-

verse dont il a été question au numéro précédent, on obtient une autre espèce de poutre renforcée (*fig. 14, Pl. XIII*) que l'on construit comme il suit : On fend une solive dans sa longueur, puis on relie les deux morceaux à leurs extrémités d'une manière solide par des frettées et des boulons ; et l'on introduit avec force, vers le centre de la pièce, des taquets qui tiennent les deux morceaux écartés l'un de l'autre en leur faisant prendre une faible courbure. En se représentant (*fig. 14 et 14', Pl. XIII*) la poutre posée sur deux appuis, on voit que la pièce supérieure est dans le cas d'une pièce légèrement fléchie et dont les extrémités sont maintenues dans leur rapprochement par des obstacles fixes. La pièce inférieure, de son côté, reçoit bien une partie du poids porté par la poutre supérieure, mais ses deux extrémités sont en même temps sollicitées par des tensions d'autant plus énergiques que ce poids est plus considérable et tend plus fortement à abaisser le sommet de la pièce supérieure. De la pression qui tend à l'infléchir naissent donc d'autres forces qui s'opposent à sa flexion.

On peut voir, dans le n° 10 du *Mémorial du Génie*, page 175, l'application de ce genre de poutres aux barres d'un pont-levis à bascules mouvantes, exécuté à Mons en Belgique, et de l'invention de M. le général Bergère. Deux chevrons en chêne de 0<sup>m</sup>, 10 à 0<sup>m</sup>, 12 d'équarrissage, reliés solidement par des frettées et des cordes de distance en distance, ont paru plus que suffisants pour porter des poids de 900 kilogrammes agissant à chacune de leurs extrémités, distantes de 2<sup>m</sup>, 10 du point d'appui qui, dans ce mécanisme, se trouve au milieu de la pièce. On avait eu la précaution de placer dans les points de contact des extrémités des deux chevrons des clefs en bois destinées à rendre leur glissement impossible. En prolongeant suffisamment ce joint de contact, ce qu'il serait facile de faire si l'on remplaçait les deux chevrons en bois par deux barreaux de fer (*fig. 14', Pl. XIII*), on réaliserait les conditions de l'encastrement, et l'on augmenterait beaucoup la résistance de chacune des pièces du système, et, par conséquent, celle de son ensemble.

*g. Pièce contre-bandée par des arbalétriers.* — Ce dispositif, indiqué par Vauban dans ses *Oisivetés*, a pour principe la résistance des pièces inclinées qui, ainsi que nous l'avons vu, huitième Leçon, n° 143, est beaucoup plus grande que celle d'une pièce horizontale. Il se construit comme il suit (*fig. 15, 15', 15'', Pl. XIII*) :

On refend en deux sur sa longueur la poutre que l'on veut renforcer, puis on recruse chacun des deux morceaux sur l'une de ses faces latérales, de manière à pratiquer, moitié dans l'un et moitié dans l'autre, le logement de deux solives légèrement inclinées et se contre-butant d'une manière symé-

trique par rapport au milieu de la poutre. Après avoir rapproché les deux morceaux de la pièce principale contenant les deux solives dans leur intérieur, on les boulonne fortement, et enfin, dans le joint qui existe au sommet de l'angle formé par les deux solives, on chasse un coin en fer fondu qui a l'utilité de donner de la roideur à tout le système et d'empêcher la pénétration mutuelle des fibres des deux pièces inclinées.

Au lieu de faire immédiatement buter l'un contre l'autre les deux arbalétriers, on place quelquefois entre eux une pièce horizontale dite *entrait* (*fig. 16, Pl. XIII*), dont la longueur est déterminée par l'inclinaison que l'on veut donner aux pièces et par l'épaisseur totale assignée à la poutre. Cette dernière méthode est la plus avantageuse, parce que la résistance des pièces inclinées augmente avec l'angle qu'elles font sur l'horizon, et que, pour une égale épaisseur donnée à la poutre, cet angle peut ici être plus grand que dans la première disposition.

Les pièces inclinées, étant fortement serrées par les deux morceaux parallèles de la poutre principale dans laquelle elles sont logées, ne sont pas exposées à flétrir latéralement dans le sens parallèle à l'horizon. Elles n'ont à résister qu'à des efforts de compression et à une tendance à la flexion, parallèlement à un plan vertical. On peut alors calculer leur équarrissage en suivant la marche indiquée au n° 143, huitième Leçon. Mais comme la flexion que ces pièces éprouveront ne sera qu'une partie de celle qui aura lieu dans le système tout entier, on peut la négliger et se borner, dans le calcul de l'équarrissage des arbalétriers, à la considération de leur résistance aux efforts de compression.

Considérons pour exemple les axes moyens AB et A'B' (*fig. 31, Pl. XII*) de deux pièces inclinées que nous supposerons chargées d'un poids unique  $2P$  suspendu en A. Nommant  $h$  la hauteur du point A au-dessus de la ligne horizontale BB',  $2L$  l'intervalle de B à B',  $a$  la largeur,  $b$  la hauteur de la section d'équarrissage des pièces inclinées; la pression soufferte par les solives AB et A'B' parallèlement à leur longueur sera

$$P \sqrt{1 + \frac{L^2}{h^2}},$$

et, en conséquence, on fera (n° 127)

$$ab = \frac{P}{R'} \sqrt{1 + \frac{L^2}{h^2}};$$

$R'$  sera donné par la Table III du n° 134, et, comme les pièces AB, A'B' ne sont nullement exposées à flétrir latéralement, on donnera à  $R'$  toute la valeur indiquée dans la Table, sans avoir égard à la longueur de la solive.

La pression  $P \sqrt{1 + \frac{L^2}{h^2}}$ , que les solives supporteront parallèlement à la

longueur de leurs fibres, sera très-considérable si  $h$  est, comme cela aura lieu presque toujours, très-petit par rapport à  $L$ . Cette pression en produira une autre égale à  $\frac{PL}{2h}$  dirigée contre la partie de la poutre réservée à son extrémité au delà du recreusement; et si cette partie n'a pas une certaine longueur, elle pourra être arrachée et chassée en dehors. Afin d'obvier à cet accident, on aura soin de faire traverser chacune des solives par l'un des boulons servant à réunir les deux parties de la poutre. Il est à remarquer d'ailleurs qu'on ne doit compter sur la résistance de ce genre de poutres renforcées qu'autant que la longueur des arbalétriers ne pourra pas diminuer par la dessiccation du bois, la compression des fibres dans les assemblages, ou par toute autre cause. On ne pourra donc pas employer du bois trop sec dans leur construction, ni apporter trop de soin à l'ajustement de leurs parties. Soit par suite d'erreurs dans le calcul des dimensions, soit par suite de malfaçon, un emploi récent de ce genre de poutres fait dans un grand bâtiment public n'a pas donné les résultats satisfaisants qu'on espérait en obtenir.

*h. Des pièces portées sur des points d'appui soutenus par des sous-tendeurs en fer.* — Dans ce système, on diminue la portée de la pièce en créant sur sa longueur des points d'appui au moyen de pièces normales à sa direction  $b, b', b''$ , suspendues sur des tringles en fer attachées aux extrémités des poutres elles-mêmes, comme le représentent les fig. 17, 18 et 19, Pl. XIII. La pièce supérieure AA' est en bois ou en fer fondu, et peut avoir une figure aussi simple ou aussi composée qu'on voudra. Les cordons sous-tendeurs  $t, t', t''$  doivent être en fer forgé; les flèches ou bielles  $b, b', b''$  peuvent être en bois ou en fonte.

Si la poutre, au lieu de porter sur ses deux extrémités, portait au milieu sur un axe, on pourrait placer la flèche en dessus dans la verticale du point d'appui et y rattacher les deux extrémités de la pièce par des tringles en fer. Ce dispositif a été employé à consolider les flèches de la bascule d'un pont-levis (fig. 20, Pl. XIII).

Nous allons donner les équations d'équarrissage de quelques-unes de ces poutres, de leurs cordons et de leurs flèches ou bielles. Nous supposerons les points d'appui également espacés et le poids uniformément réparti sur la longueur de la pièce horizontale. L'équation d'équarrissage de celle-ci reviendrait à celle que nous avons donnée, huitième Leçon, n° 142, s'il ne fallait pas ajouter ici aux forces qui agissent sur la pièce une compression horizontale due à la tension des cordons. Nous donnerons dans la troisième partie du *Cours* le détail des calculs dont nous nous contenterons d'exposer ici les résultats.

TABLE des équations d'équarrissage servant au calcul des dimensions à donner aux différentes parties d'une pièce horizontale uniformément chargée sur sa longueur et contre-butée, au moyen de sous-tendeurs en fer, par des flèches qui la divisent en parties égales.

Notations :  $f$  longueur de la flèche du milieu OB (fig. 17 et 19), ou de l'une des flèches OB de la fig. 18;  $l$  longueur d'un cordon sous-tendeur AB comprise entre l'extrémité de la pièce horizontale et celle de la plus longue flèche; X longueur totale AA' de la pièce horizontale;  $\Omega$  aire de la section transversale de la pièce soumise au calcul.

PIÈCES HORIZONTALES.	PREMIÈRE FLÈCHE.	DEUXIÈME FLÈCHE.	CORDON N° 1.	CORDON N° 2.	CORDON N° 3.
N° 1 (fig. 17, Pl. XIII). $R' = pX^2 \left( \frac{0,1562}{\Omega f} + 0,0312 \frac{V}{I} \right)$ Si la pièce est rectangulaire : $ab^2 = \frac{pX^2}{R'} \left( 0,1562 \frac{b}{f} + 0,1882 \right)$	$R' = 0,625 \frac{pX}{\Omega}$ Si la pièce est rectangulaire : $ab = 0,625 \frac{pX}{R'}$	"	$R' = 0,3125 \frac{pXl}{f\Omega}$ S'il est circulaire : $r^2 = 0,3976 \frac{pXl}{fR'}$	"	"
N° 2 (fig. 26, Pl. XIII). $R' = pX^2 \left( \frac{0,12222}{\Omega f} + 0,0161 \frac{V}{I} \right)$ Si la pièce est rectangulaire : $ab^2 = \frac{pX^2}{R'} \left( 0,12222 \frac{b}{f} + 0,9966 \right)$	$R' = 0,36666 \frac{pX}{\Omega}$ Si la pièce est rectangulaire : $ab = 0,36666 \frac{pX}{R'}$	"	$R' = 0,36666 \frac{pXl}{f\Omega}$ S'il est circulaire : $r^2 = 0,4660 \frac{pXl}{fR'}$	$R' = 0,12222 \frac{pX^2}{f\Omega}$ S'il est circulaire : $r^2 = 0,1556 \frac{pX^2}{fR'}$	"
N° 3 (fig. 27, Pl. XIII). $R' = pX^2 \left( \frac{0,10045}{\Omega f} + 0,0076 \frac{V}{I} \right)$ Si la pièce est rectangulaire : $ab^2 = \frac{pX^2}{R'} \left( 0,10045 \frac{b}{f} + 0,0456 \right)$	$R' = 0,23216 \frac{pX}{\Omega}$ Pour des pièces rectangulaires : $ab = 0,23216 \frac{pX}{R'}$	$R' = 0,28571 \frac{pX}{\Omega}$ Pour des pièces circulaires : $ab = 0,28571 \frac{pX}{R'}$	$R' = 0,40179 \frac{pXl}{f\Omega}$ Pour des pièces circulaires : $r^2 = 0,5116 \frac{pXl}{fR'}$	$R' = 0,25893 \frac{pXl}{f\Omega}$ $r^2 = 32568 \frac{pXl}{fR'}$	$R' = 0,14285 \frac{pXl}{f\Omega}$ $r^2 = 0,18188 \frac{pXl}{fR'}$

**167.** *Des pans de bois* (fig. 1 et 2, Pl. XIV). — Dans les localités où la pierre est relativement d'un prix élevé, et dans beaucoup de circonstances où l'on veut économiser l'espace, les *pans de bois* remplacent les murs ou pans de maçonnerie. Ce sont de grands cadres en charpente dans l'intérieur desquels on assemble d'autres pièces qui ont la triple destination de maintenir la figure rectangulaire du cadre, de le remplir et de le fortifier, et d'y ménager des baies de portes et de croisées.

On peut former, avec les pièces de remplissage des pans de bois, des figures et des compartiments réguliers. Dans les localités où les pans de bois sont les constructions habituelles, on met ces compartiments en évidence, en équarrisant les pièces avec soin, et souvent en les ornant de moulures et en les peignant à l'huile. Mais lorsque les pans de bois ne sont qu'accessoires à des constructions en pierres, les intervalles laissés vides par les pièces diverses dont ils se composent sont garnis en moellons de petit échantillon, maçonnés avec du plâtre ou même de la terre. Ce remplissage est maintenu entre deux lattis cloués sur les bois, et le tout se recouvre ensuite d'un enduit en plâtre ou en mortier tantôt uni, tantôt avec des joints simulés et des moulures, pour donner au système l'apparence du mur qu'il remplace.

Dans les bâtiments construits avec luxe, le remplissage des pans de bois intérieurs se fait en briques bien jointoyés ou en poteries creuses (*voir* l'ouvrage de M. Ch. Eck sur les constructions en fer et poteries).

Les pièces principales d'un pan de bois sont : 1<sup>o</sup> les sablières A, A', pièces posées de niveau au rez-de-chaussée et à la hauteur de chaque étage; celles placées au rez-de-chaussée du premier encadrement sont appelées *sablières basses* A. Elles reçoivent les assemblages à tenons et mortaises des *poteaux* P, des *décharges* ou *guettes* D. Ces différentes pièces sont couronnées par une *sablière haute* A', qui reçoit leurs assemblages et maintient leur écartement et leur position verticale. C'est sur la sablière haute que portent les solives du plancher du premier étage. Sur ces solives repose la sablière inférieure d'un second encadrement; on la nomme quelquefois *sablière de chambrière*. Ce second cadre est composé comme le premier. Il en est de même du troisième et des suivants. Tous viennent s'assembler par leurs sablières dans les *poteaux corniers* B placés aux angles du bâtiment, et sont reliés avec lui par des étriers ou des équerres en fer.

Les pièces inclinées D reçoivent le nom de *décharges* quand elles font, avec la sablière, un angle plus ouvert que 60 degrés; dans le cas contraire, on les nomme *guettes*. On appelle *tournisses* T les petites pièces verticales

qui s'assemblent, par une extrémité dans les sablières, et par l'autre dans une guette ou une décharge. Les *poteaux d'huisserie* C et les *linteaux* E forment l'encadrement des portes et des croisées; les pièces qui vont d'une sablière à l'autre, dans l'intérieur d'un cadre, sont appelées *potelets* ou *poteaux de remplissage*.

Toutes ces pièces doivent être assemblées à tenons et mortaises, entrées de force et bien chevillées, ou mieux boulonnées.

Les pans de bois formant murs d'enceinte ou de refend au rez-de-chaussée doivent être élevés sur des socles M en bonne maçonnerie de 1 mètre de hauteur, pour être à l'abri de l'humidité. Ils ont moins de stabilité que les murs, et il est prudent de les consolider par des ancrages fixées à l'extrémité des principales poutres des planchers.

Les pans de bois *intérieurs* ne diffèrent de ceux qui forment les façades d'une maison, que par l'équarrissage du bois qui est un peu moins fort.

Les dimensions des diverses pièces d'un pan de bois, élevé de deux à trois étages, sont, dans les parties inférieures, de 0<sup>m</sup>,21 à 0<sup>m</sup>,25 pour les poteaux d'angle, de 0<sup>m</sup>,18 à 0<sup>m</sup>,22 pour les sablières, de 0<sup>m</sup>,18 à 0<sup>m</sup>,21 pour les décharges et tournisses, et de 0<sup>m</sup>,16 à 0<sup>m</sup>,18 pour les poteaux de remplissage. L'épaisseur d'un pan de bois enduit est donc environ de 0<sup>m</sup>,22 à 0<sup>m</sup>,25.

Ces dimensions peuvent être diminuées de 0<sup>m</sup>,027 au dernier étage, et réduites à la moitié dans les cloisons qui ne sont que de distribution intérieure.

**168.** *Des cloisons creuses, légères, en madriers et en planches.* — Les cloisons intérieures (*fig. 2 et 3, Pl. XIV*) ne diffèrent des pans de bois que par la suppression du remplissage en maçonnerie, et par quelques réductions dans le nombre et dans l'équarrissage des pièces qui entrent dans leur *bâti*. On les latte et on les enduit comme les pans de bois; leur intérieur est vide, ce qui leur a fait donner le nom de *cloisons creuses ou sourdes*. Leur épaisseur est ordinairement de 0<sup>m</sup>,16.

Les cloisons en madriers ou en planches se construisent très-simplement. On fixe un lîneau contre les solives du plafond, et un autre sur la travure du plancher, dans le plan que doit occuper l'une des faces de la cloison, puis on cloue les madriers en haut et en bas contre ces lîneaux, en les espacant à claire-voie pour les économiser (*fig. 4, Pl. XIV*); ensuite on les réunit entre eux par des goujons en bois de 0<sup>m</sup>,054 de longueur apparente. On latte sur ces madriers, et on recouvre le tout d'un enduit de plâtre. L'épaisseur de ces cloisons est de 0<sup>m</sup>,07 à 0<sup>m</sup>,08.

On fait des cloisons avec de simples planches rabotées des deux côtés, et

assemblées à rainure et languettes. Mais, quelque soin que l'on prenne de choisir des planches bien sèches, elles sont sujettes à se fendre et à se disjoindre par la dessiccation.

**169. Des cloisons en plâtre.** — A Paris, on fait des cloisons avec des briques de plâtre pleines ou creuses, qui ont environ  $0^m,50$  en carré et  $0^m,11$  d'épaisseur. Elles portent dans leur pourtour une cannelure qui permet de les assembler entre elles, pour ainsi dire à rainures et languettes; on les réunit avec du plâtre fort. On peut ensuite les enduire, si la propreté de l'appartement l'exige.

En Sicile et en Italie, on construit sur place des cloisons tout à fait analogues à celles que l'on obtient par l'emploi des briques creuses. On en a exécuté de pareilles au château de Neuilly. On se sert, pour établir ces cloisons, de deux paires de montants  $a$ ,  $a'$  de  $0^m,10$  sur  $0^m,10$  (*fig. 21 et 21'*, *Pl. XIII*), reliés par des boulons  $c$ ,  $c'$ , entre lesquels on place des madriers  $b$ ,  $b'$ . Entre les madriers, on coule du plâtre jusqu'à la moitié de leur hauteur ou un peu plus, et, dans ce plâtre, on enfonce des mandrins en bois M de  $0^m,30$  de longueur, qui le font refluer et y ménagent des vides dont la forme est indiquée (*fig. 21'*). Aussitôt que le plâtre a fait sa prise, on retire les mandrins, on pose deux nouveaux madriers  $b$ ,  $b$  sur les premières  $b$ ,  $b'$ , on recouvre les vides avec des morceaux de tuile ou du plâtras, on coule du nouveau plâtre, on y enfonce les mandrins comme précédemment; après la prise du plâtre on desserre le boulon d'en bas  $c'$ , et l'on enlève les madriers  $b$ ,  $b'$  pour les transporter au-dessus des madriers  $b$ ,  $b$ , qui sont restés adhérents à la cloison. On serre les montants avec les boulons, et l'on continue la construction de la même manière, jusqu'à ce qu'arrivé près du plafond on n'ait plus que des petits vides à fermer, ce qui se fait avec du plâtre.

Ces cloisons sont économiques et très-solides; on peut y découper, sans crainte et sans difficulté, toute espèce de jours. Mais ces avantages tiennent à la bonté et à l'abondance du plâtre. C'est donc un genre de constructions spécial à Paris et aux localités qui partagent avec Paris l'avantage de posséder des carrières d'un plâtre d'une qualité supérieure.

**170. Des cloisons suspendues.** — Un des préceptes de l'art de bâtir, que les considérations d'économie et de solidité devraient recommander le plus fortement à l'attention de ceux qui composent le projet d'un bâtiment, c'est la convenance d'établir entre la distribution du rez-de-chaussée et celle des étages supérieurs une correspondance exacte qui fasse porter les pleins sur les pleins, les vides sur les vides, et ne donne lieu à aucun *porte-à-faux*. Malheureusement ce précepte n'est pas toujours observé. Il y a tel bâtiment

dont le rez-de-chaussée doit nécessairement se composer de grands locaux, comme des écuries par exemple, tandis que, sous peine de perdre beaucoup de place, il faut divisor le premier étage en chambres de médiocre grandeur; d'autres fois, un changement dans la destination d'un édifice amène forcément des changements de distribution pour lesquels rien n'a été préparé lors de la construction primitive.

Dans l'une et dans l'autre de ces deux circonstances, on se trouve souvent obligé de construire des cloisons en porte-à-faux, et l'on peut craindre que leur poids ne fasse fléchir les poutres des planchers sur lesquelles elles doivent reposer. Dans ce cas, ne pouvant pas, par hypothèse, s'appuyer avec confiance sur les constructions inférieures, on cherche des points d'appui dans la partie supérieure, ce qui peut se faire de façons diverses, quoique très-analogues entre elles. Supposons, par exemple, qu'on veuille établir sur une poutre existant dans le plancher, mais regardée comme trop faible, un pan de bois percé d'une porte en son milieu; on pourra attacher solidement les deux poteaux d'huisserie  $p\bar{h}$ ,  $p'\bar{h}'$  (*fig. 22, Pl. XIII*) à une traverse supérieure  $tt'$  au moyen d'étriers en fer; placer deux décharges  $d$ ,  $d'$  en diagonale, depuis les points d'encastrement de la poutre inférieure dans le mur jusqu'aux points  $h$ ,  $h'$  d'assemblage des poteaux  $p\bar{h}$  et  $p'\bar{h}'$  avec la traverse  $tt'$ ; puis, aux points  $d$ ,  $d'$ , où cette traverse entre dans les murs latéraux, fixer solidement deux tringles  $T$ ,  $T'$  en fer qui aillent s'attacher à la poutre qui porte le pan de bois près des pieds  $p$ ,  $p'$  des poteaux d'huisserie.

On peut voir dans plusieurs des grands édifices de Paris, et au quai d'Orsay par exemple, des pans de bois suspendus contenant des baies et des tuyaux de cheminée qui s'opposent à l'emploi des décharges  $d$ ,  $d'$  (*fig. 22, Pl. XIII*) et des tringles  $T$ ,  $T'$ . Le poids de ces pans de bois est, en grande partie, supporté par des fermettes en fer appuyées au-dessus d'eux sur les murs latéraux, et auxquelles leurs principales pièces sont reliées par des tringles de fer verticales, fortement boulonnées sur leurs deux faces. Il y a aussi des exemples de cloisons et de pans de bois suspendus aux fermes de charpente des combles. Mais ce sont des moyens auxquels il ne faut avoir recours que dans des cas d'absolue nécessité.

**171. Des planchers.** — On distingue dans un plancher : 1<sup>o</sup> la *travure* (\*), qui en est la partie résistante et qui se compose de solives, ou de poutres et de

---

(\*) Nous adoptons ce mot pour éviter la confusion qui pourrait résulter de l'emploi du terme de *charpente* dont les acceptations sont déjà trop nombreuses.

solives portées par les murs; 2<sup>o</sup> l'aire, sur laquelle on marche; 3<sup>o</sup> le *plafond* ou partie inférieure apparente du plancher.

La travure doit posséder non-seulement une solidité proportionnée à la charge qu'elle peut avoir à supporter, mais aussi une roideur qui s'oppose à ce qu'elle prenne, par suite du mouvement des personnes ou des fardeaux, une vibration ou un ébranlement dont l'effet se fait toujours sentir d'une manière fâcheuse sur les murs et sur les plafonds. Elle doit occuper, dans le sens vertical, le moins de hauteur possible, ne pas fatiguer et affaiblir les murs par des entailles trop multipliées, et contribuer au contraire à les réunir et à faire qu'ils s'entretiennent l'un l'autre.

**172. Des travures simples.** — Lorsque l'espace à recouvrir ne dépasse pas une certaine limite, la travure du plancher ne se compose que de solives parallèles portant par leurs extrémités sur les murs, ou sur d'autres pièces disposées, transversalement à leur longueur, de différentes manières.

La solidité cubique d'une pièce assujettie à porter par mètre courant un poids déterminé doit, pour que la résistance de cette pièce soit toujours dans le même rapport avec la pression qu'elle supporte, croître comme le carré de sa longueur. Il y a donc économie à composer, autant qu'on le peut, de pièces courtes la travure d'un plancher. Les solives des planchers simples sont, à cause de cela et à moins de raison contraire, dirigées dans le sens le plus étroit de la pièce à plancher.

Dans les pays où les matériaux de la maçonnerie se trouvent en abondance et de bonne qualité, comme à Metz par exemple, les murs sont très-solides, et on peut encastrer les bouts des solives dans l'épaisseur des murs de face A (*fig. 5, Pl. XIV*), ou les appuyer sur les retraites des murs de refend. Dans d'autres localités, l'économie oblige de réduire l'épaisseur des murs au minimum : alors on peut encore, le plus souvent, appuyer les solives sur les retraites des murs de face ou de refend, ou sur une demi-poutre ou *lamourde* B (*fig. 5, 8 et 9*) attachée à ces murs par des étriers en fer ou engagée dans le mur même d'une partie de son épaisseur. Enfin il se peut que les ouvertures nombreuses dont seraient percés les murs de face affaiblissent trop ces murs lorsqu'ils sont minces, comme à Paris par exemple, pour qu'on puisse leur faire porter les extrémités des solives; cependant, comme le plus souvent aussi la moindre largeur des chambres est dans le sens perpendiculaire à la façade, il faut trouver un moyen de placer les solives dans cette direction. Pour y parvenir sans avoir à craindre de trop fatiguer le mur de face, on se borne à lui faire porter, de 2 mètres en 2 mètres, des solives dites *d'enchevêtreure s, s* (*fig. 5, Pl. XIV*), encastrées par l'autre bout dans

Le mur de refend longitudinal. Dans les solives d'enchevêture, on assemble, à quelques centimètres des murs et parallèlement à leurs directions, des pièces dites *linçoirs l, l, C et D* (*fig. 5*), qui reçoivent, par assemblage, les abouts des solives de *remplissage r, r*.

On place de même des linçoirs à  $0^m,08$  en avant des parties des murs de refend qui contiennent les tuyaux de cheminée, en ayant soin d'éloigner de ceux-ci, à  $0^m,16$  environ, les solives d'enchevêture. Lorsqu'un âtre de cheminée doit être supporté par la travure du plancher, on place à  $0^m,325$  du dans-œuvre des jambages de la cheminée deux solives d'enchevêture, et l'on assemble avec elles *un chevêtre c* (*fig. 5*) à 1 mètre du fond de l'âtre ou du contre-cœur. Le chevêtre et les solives servent, à l'aide de barres de fer dites *bandes de trémie f, f*, à porter une voûte plate en maçonnerie de briques sur laquelle on établit l'âtre de la cheminée.

Ordinairement on consolide l'assemblage des linçoirs et des chevêtres avec les solives d'enchevêture par des étriers en fer, et l'on donne à ces derniers un équarrissage un peu plus fort qu'aux solives ordinaires (*voir ci-après, n° 176*).

Les travures simples, qui ont beaucoup de portée, sont très-flexibles; on les consolide par tous les moyens qui peuvent rendre les solives solidaires les unes des autres. Dans ce but, on chasse entre elles des érésillons dans des rainures pratiquées exprès sur leurs faces verticales, ou bien on les recouvre de liernes entaillées pour les recevoir, et fixées par-dessus au moyen de broches en fer.

Les *fig. 8 à 12* de la *Pl. XIV* font voir les détails des assemblages des pièces dont nous venons de donner la nomenclature. La *fig. 8* montre une lambourde encastrée en partie dans le mur, et une solive superposée; la *fig. 9* montre la même solive s'assemblant avec la lambourde. On voit dans la *fig. 10* l'extrémité d'une solive de remplissage portant un tenon au moyen duquel elle s'engage dans un linçoir qui, lui-même, s'assemble par son extrémité dans une solive d'enchevêture. Cet assemblage est montré de côté par la *fig. 11*. La *fig. 12* est celle d'une bande de trémie.

**173. Des planchers à la Serlio.** — On appelle *solive boîteuse* toute solive qui s'assemble, d'une part, dans une solive d'enchevêture ou un linçoir, et qui porte, de l'autre, sur un mur. On peut composer la travure d'un plancher uniquement de solives boîteuses, comme l'indique la *fig. 13, Pl. XIV*, ce qui permet d'utiliser des pièces de bois qui n'auraient pas la longueur nécessaire pour aller d'un mur à l'autre mur parallèle. Serlio, architecte bolonais (mort en 1552), qui a travaillé à la construction du Louvre et de

Fontainebleau, a laissé dans ses écrits sur l'architecture un dessin de ce genre de plancher, dont l'idée est représentée dans sa simplicité par la fig. 13, et avec un peu plus de complication dans la fig. 14. Le système de construction des planchers à la Serlio a été imité dans un grand nombre de combinaisons basées sur le même principe. On en trouve des exemples multipliés dans les Traités de charpente de Krafft et du colonel Émy. Les planchers à *compartiments* (fig. 15 et 15', Pl. XIV) et les planchers dits *polygonaux* dérivent évidemment de la même idée. Dans ces deux derniers genres de planchers, un certain nombre de solives portent par leurs extrémités dans les murs, et forment une enceinte polygonale sur les côtés de laquelle d'autres solives viennent s'assembler en formant un second polygone inscrit au premier, et ainsi de suite. Les polygones successifs peuvent se contrarier ou rester parallèles entre eux. Comme les équarrissages des pièces diminuent avec leur portée, il en résulte que ces planchers ont moins d'épaisseur au milieu que sur les bords, et qu'on peut leur donner par-dessous une forme cintrée qui simule une voûte plate. D'où il résulte une économie dans le cube du bois, et un aspect plus agréable que celui d'un plafond plat, sur lequel les moindres fléchissements deviennent sensibles à l'œil.

Ces planchers ont quelque chose d'ingénieux qui séduit, et l'on pourrait les croire économiques en raison de la diminution qu'ils procurent sur la portée des solives. Mais il est à remarquer que toute leur solidité réside dans celle des tenons des assemblages, et que la prudence oblige de renforcer ces assemblages par de nombreux étriers en fer qui font, sous le rapport de la dépense, une ample compensation à la réduction de la longueur des bois.

**174. Des planchers d'enrayure.**—On appelle ainsi des planchers composés de solives qui, partant toutes des murs d'une chambre, vont s'assembler dans une même pièce de bois qui porte le nom de *clef* ou de *poinçon*. La fig. 16, Pl. XIV, est le plan, et la fig. 16' la coupe d'un plancher de ce genre. Le dessous, ou plafond, a toujours une courbure provenant en partie de l'inclinaison des solives, et en partie de leur coupe. Les planchers d'*enrayure* sont de véritables voûtes en bois susceptibles de fournir des motifs de décoration très-élégants, comme on en voit des exemples dans les édifices du XVI<sup>e</sup> siècle; mais ils ont l'inconvénient de prendre beaucoup de place en hauteur, et d'exercer une poussée sur les murs. Ils demandent d'ailleurs beaucoup de main-d'œuvre pour leur assemblage, comme les planchers à la Serlio.

**175.** *Des travures composées.* — La portée que l'on peut donner aux solives des planchers simples, et, en d'autres termes, la largeur à couvrir au delà de laquelle il faut faire entrer, comme nous allons le voir, de grosses poutres dans les travures, dépend, dans chaque localité, de la nature et du prix du bois dont on dispose. Il y a toujours moins de bois dans un plancher composé de poutres et de solives, que dans un plancher simple. Mais le prix du mètre cube, qui augmente considérablement avec l'équarrissage des pièces, rétablit bientôt la balance. C'est un calcul à faire dans chaque localité, d'après les usages des entrepreneurs et du commerce. A Paris, où le chêne est presque seul employé dans la travure des planchers, on ne donne pas aux solives plus de 4 mètres de longueur. A Metz et dans les contrées où le sapin est commun, la facilité de se procurer des solives de toute dimension permet souvent de faire des planchers simples jusqu'à 7 et 8 mètres de portée.

Lorsque la largeur des pièces à planchéier dépasse la portée convenable aux travures simples, on pose, toujours dans le sens le plus étroit et en évitant de les placer au-dessus des vides formés par les fenêtres et les portes ou trop près des tuyaux de cheminée, des poutres (*fig. 6 et 7, Pl. XIV*) destinées à porter les solives. Si les poutres doivent porter par une extrémité sur un mur de façade, leur espacement est naturellement indiqué par celui des axes des trumeaux sur le milieu desquels on les place parce que c'est là qu'elles fatigueront le mur le moins possible, et qu'elles seront le plus solidement appuyées. Si elles portent sur les murs de refend, leur distance se règle par la division en parties égales de la largeur totale à couvrir, pourvu que la dimension en longueur de chacune de ces parties n'excède pas celle des solives que le commerce peut fournir au prix courant des bois.

La jonction des solives et des poutres se fait de plusieurs manières. La plus simple consiste à poser simplement les bouts des solives sur les poutres en les faisant buter contre une autre solive placée longitudinalement sur le milieu de la poutre E, afin de prévenir leur déplacement (*fig. 6 et fig. 23, Pl. XIV*); ou bien à assembler les solives sur les poutres, comme l'indique la *fig. 17*. Mais l'une et l'autre méthode ont le désavantage de donner au plancher une épaisseur considérable. Pour la réduire, on assemble quelquefois les solives sur les poutres au moyen d'entailles (*fig. 18*), de manière que le dessus des solives affleure celui des poutres. On évite de cette manière un inconvénient pour tomber dans un autre; car ces entailles affaiblissent les poutres. Afin de diminuer l'épaisseur du plancher sans compromettre sa solidité, on attache aux deux flancs de chacune des poutres des pièces appelées

*lambourdes* F (*fig. 7, 19, 19', 20, 21, 24, Pl. XIV*), d'un équarrissage moindre, et on les dispose de manière que les poutrelles posées dessus ou assemblées avec elles, comme l'indiquent les *fig. 20* et *24*, aient leur face horizontale supérieure dans le plan de la face homologue des poutres.

Dans les planchers établis avec beaucoup de soin, les lambourdes sont fixées le long des poutres par des étriers en fer et des boulons (*fig. 13'* et *13''*, *Pl. XIII*, et *19* et *19'*, *Pl. XIV*). D'autres fois on se sert d'un moyen plus simple, qui consiste à délarder en biais les lambourdes, et à y appuyer les bouts des solives également coupées de biais. Une forte pointe de Paris, enfoncee sous chacun des abouts des solives, suffit à attacher solidement la lambourde à la poutre, et se trouve maintenue elle-même dans sa position par la pression de la solive (*fig. 24*). Quelquefois, pour éviter les lambourdes, on débite les poutres équarries en deux pièces symétriques, par un trait de scie *ab* (*fig. 21* et *21'*); puis, en retournant l'un des morceaux et boulonnant les deux ensemble, l'on accolé les faces extérieures, et l'on obtient une poutre qui présente deux faces biaises sur lesquelles les solives peuvent s'appuyer par leurs abouts comme elles s'appuieraient sur des lambourdes. Ce dispositif, peu employé, paraît cependant bon et économique. Enfin, on fait usage en Angleterre de *sabots en fonte* (*fig. 25'* et *25''*) fixés aux poutres pour recevoir les abouts des solives. Ce procédé a reçu quelques applications qui ont donné des résultats satisfaisants.

Mais, quelque procédé que l'on adopte pour faire porter les solives sur les poutres, il faut toujours qu'il y ait un certain nombre de solives qui soient reliées d'une travée à l'autre par des bandes de fer boulonnées, pour maintenir les positions relatives des différentes pièces du système, et prévenir les effets du retrait du bois par la dessiccation (*fig. 26, Pl. XIV*). Il est bon aussi de relier les principales poutres des planchers avec les murs auxquels elles aboutissent, par des tirants de fer traversant la maçonnerie et maintenus par des barres en S appliquées sur le parement extérieur. Cette précaution est indispensable quand les murs sont remplacés par des pans de bois.

Pour empêcher que les bouts des pièces scellés dans les murs n'y pourrissent trop promptement, on use de plusieurs précautions : on les pose sur des pierres de roche vive, de manière qu'ils ne soient pas en contact avec du mortier ; on les carbonise, on les entoure d'une feuille métallique très-mince, ou de plateaux de liège ; et, afin d'éviter que le mouvement provenant de la flexion des bois n'ébranle le mur, quelques constructeurs ont soin de laisser un vide entre la maçonnerie et le dessus du bout par lequel la pièce pénètre dans la muraille.

**176.** *Règles pratiques pour l'établissement des travures simples et composées. Comparaison de ces règles avec la formule théorique du n° 155, huitième Leçon.* — Savot (*Architecture française*, page 165 de l'édition de 1673) fixe l'écartement des poutres à 6 pieds (1<sup>m</sup>,949) au moins et 12 pieds (3<sup>m</sup>,898) au plus, et il fait celui des solives égal à leur hauteur qu'il suppose plus considérable que leur largeur, comme on va le voir.

Jusqu'à 30 pieds (6<sup>m</sup>,497) de portée, il fait la grandeur des poutres égale au  $\frac{1}{15}$  de leur longueur, en les supposant carrées.

Il donne aux solives en hauteur le  $\frac{1}{12}$  de leur longueur, et il fait leur largeur égale aux  $\frac{2}{3}$  de l'épaisseur. En sorte qu'une solive de 6 pieds (1<sup>m</sup>,949) de longueur doit avoir, d'après lui, 6 pouces (0<sup>m</sup>,162) d'épaisseur et 4 pouces (0<sup>m</sup>,108) de largeur.

Bullet (*Architecture pratique*, page 322 de l'édition de 1762) donne une Table de la grosseur des poutres que l'on peut résumer dans les formules suivantes : Nommant X la longueur de la poutre,  $a$  sa largeur,  $b$  son épaisseur, il fait, pour des valeurs de X comprises entre 4 et 9 mètres inclusivement,

$$\begin{aligned} a &= 0^m,063 + 0,027 X, \\ b &= 0^m,155 + 0,0445 X - 0,0005 X^2. \end{aligned}$$

On voit que, d'après cette règle, l'équarrissage ne croît pas proportionnellement à la longueur, mais plus lentement; car, pour les pièces de 4 mètres de longueur, l'épaisseur  $b$  est à peu près le  $\frac{1}{12}$  de la portée, et pour celles qui ont 9 mètres, elle n'est plus que le  $\frac{1}{20}$  environ.

Vauban (*Oisivetés*, tome 1<sup>er</sup>, page 118 de l'édition Corréard, 1843) fixe, comme Savot, l'espacement des poutres entre 6 et 12 pieds (1<sup>m</sup>,949 à 3<sup>m</sup>,898); il donne au petit côté de la section transversale de la poutre le  $\frac{1}{16}$  de la portée, et il fait le grand côté égal aux  $\frac{2}{3}$  du petit. La largeur des solives est fixée par lui au  $\frac{1}{24}$  de leur longueur, et leur épaisseur aux  $\frac{4}{5}$  de la largeur. Il fait leur espacement égal au grand côté de leur équarrissage.

Rondelet, Lecamus de Mézières et d'autres architectes donnent aux poutres, en carré, le  $\frac{1}{18}$  de leur longueur. Ils espacent les solives tant plein que vide; et leur donnent en équarrissage le  $\frac{1}{24}$  de la portée.

Les praticiens modifient cette règle en transformant le carré dont le côté a été déterminé comme nous venons de le dire, en un rectangle dont la base est à la hauteur :: 5 : 7. Ils font donc aujourd'hui généralement, en conservant à  $a$ ,  $b$  et X les significations que nous leur avons données tout à

l'heure,  $a = \frac{5}{7} b$ , et

$$(a) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Pour les poutres, } b = 0,065 X, \text{ ou environ } \frac{1}{15} X, \\ \text{Pour les solives, } b = 0,049 X, \text{ ou environ } \frac{1}{20} X. \end{array} \right.$$

On voit que, depuis Savot jusqu'à nos jours, l'équarrissage des solives a diminué progressivement, ce qui s'explique par la rareté croissante des bois de construction.

**177.** *Comparaison des règles pratiques du numéro précédent avec les formules théoriques de la huitième Leçon.* — Les différentes règles pratiques que nous venons de rapporter ont le mérite de la simplicité, mais elles ne sont pas d'un usage complètement sûr; car elles ne tiennent compte que de l'un des éléments qui peut influer sur la résistance des bois qui entrent dans un plancher; elles négligent la considération importante du poids dont la pièce est chargée. Cependant on peut les regarder comme suffisamment exactes, toutes les fois qu'il ne sagit que de l'établissement du plancher d'un bâtiment d'habitation.

En effet, comparons ces règles pratiques à l'une des formules théoriques les plus simples parmi celles que nous avons rapportées dans la septième Leçon. Supposons que la pièce porte un poids uniformément réparti sur sa longueur, et égal à  $p$  par mètre courant. En désignant par  $X$  sa portée, par  $a$  et  $b$  les côtés de sa section transversale, par  $R'$  la limite des charges permanentes (n° 126 et 136, et Table III, n° 134); on a

$$(b) \quad ab^2 = \frac{3pX^2}{4R'}.$$

La valeur du poids  $p$  dépend évidemment de l'espacement des poutres, chacune d'elles pouvant être considérée comme supportant le poids d'une partie du plancher égale en surface à sa longueur multipliée par l'espacement qui la sépare de sa voisine. Nommons donc  $e$  l'espacement des poutres compté d'axe en axe,  $\pi$  le poids dont le plancher est chargé par mètre carré, on aura  $pX$ , ou le poids total porté par la pièce, égal à  $eX \times \pi$ , d'où  $p = \pi e$ . Substituant cette valeur dans l'égalité (b), on en tire  $\pi = \frac{4ab^2R'}{3eX^2}$ , expression du poids dont on peut charger le mètre carré d'un plancher pour lequel l'espacement, la portée et l'équarrissage des poutres sont donnés.

Faisons, par exemple,  $X = 10^m,00$ ,  $e = 4^m,00$ , valeurs qui ne sont guère dépassées dans la construction du plancher d'un bâtiment d'habitation. Les

formules pratiques (*a*) nous donneront  $b = 0,65$ ,  $a = 0,49$ ; prenons  $R' = 700\ 000^k$ , en supposant que la poutre doit être en sapin, nous trouverons

$$\pi = 490^k.$$

Or, on est généralement d'accord pour considérer le poids de 300 kilogrammes comme le maximum de charge qu'un plancher puisse avoir à porter par mètre carré dans un bâtiment d'habitation. Ce poids équivaut, en effet, au poids moyen de quatre hommes, et il est difficile d'en réunir davantage sur un mètre carré de superficie. La première des formules pratiques (*a*) donne donc aux poutres *d'un bâtiment d'habitation* un équarrissage toujours suffisant, et même trop considérable dans beaucoup de cas. Il en est de même pour les solives.

Mais lorsqu'il s'agit de constructions d'un autre genre, comme des greniers à blé et des magasins à poudre par exemple, les formules pratiques ne doivent plus être employées avec confiance, parce que le poids de 500 kilogrammes par mètre carré de plancher peut être sensiblement dépassé. Il faudra alors avoir recours aux formules théoriques du n° 135 de la huitième Leçon, en ayant soin de tenir compte du poids de l'aire du plancher, et même de celui de la pièce qui sera l'objet du calcul.

Calculons pour exemple les équarrissages des poutres de la travure du plancher d'un grenier à blé, dont la largeur serait 6<sup>m</sup>,50 dans œuvre. Nous fixerons, pour plus de sûreté, la portée des poutres à 7 mètres, et nous les espacerons de 3 mètres.

D'après les règlements, le blé, dans les magasins, devrait être disposé en couches de 0<sup>m</sup>,60 d'épaisseur au plus : mais comme, dans les manutentions qu'on lui fait subir pour le conserver, on l'entasse souvent à 1 mètre et plus de hauteur, nous supposerons la couche épaisse de 1 mètre; et attendu que le mètre cube de blé pèse en moyenne 750 kilogrammes, ce sera là la charge répartie sur chaque mètre carré du plancher. Le poids de 1 mètre carré de l'aire du plancher lui-même peut être évalué à 150 kilogrammes, ce qui porte le total de la charge à 900 kilogrammes par mètre carré. Le poids *p* que portera la poutre par mètre courant sera donc égal à 900 kilogrammes multipliés par l'espacement ou par 3; d'où  $p = 2700^k$ ; par hypothèse,  $X = 7$ , et nous prenons  $R' = 700\ 000^k$ . Substituant ces données dans la formule (*b*) ci-dessus du n° 136 de la huitième Leçon, en y faisant de plus  $a = \frac{5}{7} b$ ,  $R' = 700\ 000^k$ ,

$$\text{on en tirera } b = \sqrt[3]{\frac{7 \times 3 \times 2700^k \times 49^m}{5 \times 4 \times 700\ 000^k}} = 0^{m},5832, \text{ d'où } a = 0^{m},4155.$$

Les formules pratiques (*a*), transcris ci-dessus n° 176, auraient donné  $b = 0,455$ ,  $a = 0,325$ .

Maintenant, remarquons que le poids du mètre courant de la pièce sera, en évaluant le poids du mètre cube de sapin à 700 kilogrammes, égal à 169<sup>k</sup>,40; ajoutant ce poids à celui de la charge évaluée ci-dessus à 2 700 kilogrammes, substituant le total dans la formule (b), on aurait une valeur de  $b$  plus exacte. Mais nous nous dispenserons de la chercher, parce qu'elle différerait très-peu de la précédente. Le calcul de l'équarrissage des solives se ferait de même; nous croyons superflu de l'effectuer.

**178.** *Modifications que l'on peut faire aux règles pratiques, relativement à l'espacement et à l'équarrissage des poutres et des solives.* — On pourra, avec avantage, modifier un peu, ainsi qu'il suit, les prescriptions de la pratique en ce qui concerne le rapport entre les côtés de l'équarrissage et l'espacement des pièces. On espacera les poutres de 3 à 4 mètres, et les solives de 0<sup>m</sup>,50 comptés d'axe en axe. Le rapport à établir entre la hauteur et la largeur des solives dépendra de la nature du bois dont on peut disposer : si c'est du bois de brin, les deux dimensions de l'équarrissage différeront peu entre elles; si c'est du bois de sciage, on pourra faire la hauteur double et même triple de la largeur. Mais comme, dans ce dernier cas, les solives se reduiraient à de simples madriers posés de champ, il faudra prendre des précautions efficaces pour maintenir leur déversement, et, par exemple, les étrésillonner entre elles de distance en distance. L'espacement des solives n'a d'ailleurs rien d'absolu : on peut le diminuer, si l'on est obligé de multiplier les solives, et l'augmenter un peu, si l'on veut faire un plancher très-léger; mais, en tous cas, le vide ne doit pas dépasser 0<sup>m</sup>,50.

**179.** *Des aires des planchers.* — L'aire d'un plancher proprement dite se compose d'un carrelage ou d'un parquet sur lequel on marche, et d'un remplissage.

Ce remplissage a tout à la fois pour objet de contribuer à la solidité de la travure en réunissant et rendant solidaires les pièces qui la composent; de rendre le plancher roide et peu élastique; de ne laisser passer d'un étage à l'autre ni la poussière, ni l'eau, ni le bruit; et, enfin, d'empêcher que le plancher ne serve de retraite aux insectes et aux animaux rongeurs.

*a. Planchers de Vauban à entrevois.* — Vauban a introduit dans la construction des bâtiments militaires une sorte de planchers fort usités dans les Pays-Bas, et connue sous le nom de *planchers à entrevois*. Ils se composent de poutrelles (*fig. 27, 27', 27'', 27'''*, *Pl. XIV*) scellées dans les murs, ou même reposant sur des poutres quand la longueur de leur portée l'exige, et disposées de manière à présenter sur le côté des faces inclinées, entre lesquelles on jette des voûtes en briques ou en moellons de 0<sup>m</sup>,66 d'ouverture

environ. Ces voûtes sont chargées avec des décombres, et par-dessus sont placées des *gîtes* sur lesquelles est cloué le plancher de l'étage supérieur.

Le grand poids de ces planchers, et la main-d'œuvre qu'ils exigent, les ont fait à peu près abandonner. On s'en sert encore cependant pour la construction des terrasses qu'on veut recouvrir en zinc ou en bitume. La forme des voûtes permet de percer dans les murs, entre leur intrados et le plafond qu'on attache quelquefois à la partie inférieure des poutres, des ouvertures dont l'utilité est d'aérer les bois et de les empêcher de pourrir.

Aujourd'hui le plâtre est la substance la plus généralement et la plus utilement employée dans la composition des aires de plancher. On le met en œuvre par divers procédés, parmi lesquels nous en citerons trois qui sont particulièrement usités.

*b. Plancher à solives apparentes.* — On pose jointivement sur les solives du *bardeau*, sorte de bois fait de douves de tonneau sciées à 0<sup>m</sup>,33 de longueur, et refendues en petites pièces de 0<sup>m</sup>,027 environ de largeur; on couvre ce bardeau d'une couche de plâtre de 0<sup>m</sup>,06 à 0<sup>m</sup>,08 d'épaisseur, sur laquelle on établit une aire en carreaux ou des lambourdes destinées à recevoir un plancher, comme nous l'expliquons ci-après (paragraphe *d*). Le dessous du bardeau est enduit en plâtre sur 0<sup>m</sup>,027 d'épaisseur.

Voici un procédé qui, tout semblable à celui que nous venons de décrire, présente cependant un peu plus de garantie de solidité. Il a été mis en œuvre avec succès dans une partie de l'ancienne Lorraine, qui possède du plâtre en abondance, mais d'une qualité moins bonne que celle du plâtre de Paris. Avant de poser les solives, on enlève les deux arêtes supérieures de chacune d'elles, et on les remplace par une rainure à angle droit de 0<sup>m</sup>,035 de côté; ensuite, après leur mise en place, on fait porter, sur le fond des rainures de deux solives consécutives et perpendiculairement à leur direction, des lattes en chêne de 0<sup>m</sup>,02 à 0<sup>m</sup>,03 d'équarrissage, de 0<sup>m</sup>,30 de longueur environ, en les espacant tant plein que vide. Au-dessous des lattes et à un intervalle de 0<sup>m</sup>,02, on établit, de niveau, une planche couverte d'un linge grossier. Sur cette planche on jette du plâtre que l'on étend en couche horizontale de 0<sup>m</sup>,06 environ, en affleurant exactement le dessus des solives. Aussitôt que le plâtre a fait sa prise, on enlève la planche que le linge interposé a empêché d'adhérer au plafond, et on la transporte plus loin pour continuer le travail. Il suffit de poser, sur la couche de plâtre préparée comme nous venons de le dire, une aire en carreaux ou des frises de chêne ou de sapin de 0<sup>m</sup>,033 d'épaisseur, assemblées à rainures et lan-

guettes, pour obtenir un plancher solide, convenable à des locaux d'habitation et à des magasins de toute espèce.

c. *Plancher houtré en augets* (fig. 5, 22 et 26, Pl. XIV). — Les planchers les plus usités à Paris sont les planchers à *augets*. Après avoir latté le dessous des solives et garni leurs faces latérales de clous et de *rappointis*, on appuie, contre le lattis et par-dessous, des planches soutenues par des pièces de bois posées debout, puis l'on verse dans chacun des intervalles entre deux solives une certaine quantité de plâtre que l'on arrondit en creux, de manière à former une espèce de canal cylindrique ou *auget*, d'où le système de plancher tire son nom.

Le plâtre, en faisant corps, réagit contre les poutrelles comme le ferait des étrésillons chassés de l'une à l'autre. Il les rend donc solidaires et augmente, par là, leur résistance. Il s'oppose assez efficacement aussi au tamisage de la poussière et aux infiltrations d'eau. On a représenté en plan sur la fig. 5, en *a* le lattis cloué sous les solives, en *b* les augets, en *c*, en *c'* et en *c''* des portions de *parquet*, la première sorte *c* dite *en capucines*, la seconde *c'* *en point de Hongrie*, la troisième *c'' en compartiments*. Les fig. 22 et 26 sont des coupes parallèles à la longueur des poutres.

d. *Plancher avec lambourdes et chaînes en plâtre entre les lambourdes*. — Si le dessus des solives est assez exactement dressé pour former, sur toute l'étendue de la pièce, un plan parfaitement horizontal, on peut clofer immédiatement sur ces solives un plancher de 0<sup>m</sup>,033 d'épaisseur, ou un double plancher composé d'une couche de planches brutes de 0<sup>m</sup>,027, assemblées à joints plats, recouverte d'une autre couche de même épaisseur bien rabotée, assemblée à rainures et languettes. Mais, généralement, les solives présentent à leur partie supérieure des irrégularités que l'on corrige en les lattant tant plein que vide, et les couvrant d'une aire en plâtre de 0<sup>m</sup>,03 à 0<sup>m</sup>,04 d'épaisseur, comme nous l'avons dit ci-dessus. Si l'on veut faire un carrelage, on répand sur cette aire en plâtre de la poussière de gravois passée au sas qui sert à la pose des carreaux. Si l'on veut établir un plancher, on pose, sur le lattis, des lambourdes en bois refendu de 0<sup>m</sup>,08 à 0<sup>m</sup>,10 de largeur et 0<sup>m</sup>,04 à 0<sup>m</sup>,08 d'épaisseur, dont la surface supérieure est bien dressée et aménée dans un plan horizontal, au moyen de cales que l'on chasse par-dessous. Les intervalles sont remplis, de distance en distance, par des prismes en plâtre qui se correspondent, de manière à former ce qu'on appelle *une chaîne* d'un bout à l'autre de la pièce, dans une direction transversale à celle des lambourdes. On achève de garnir les vides avec du plâtras, et l'on cloue sur elles le plancher ou parquet.

Lorsqu'on fait des chaînes en plâtre entre les lambourdes, on se dispense de faire des augets entre les solives, à moins que ces dernières n'aient besoin d'être étrésillonnées et rendues solidaires par ce moyen.

e. *Planchers doubles avec gîtes et couches de mortier interposées* (fig. 23 et 24, Pl. XIV). — A Metz et dans d'autres localités, où la bonté du mortier, ainsi que le bas prix relatif des éléments qui le composent, fait préférer son emploi à celui du plâtre, on pose d'abord sur les solives, dans le sens transversal à leur longueur, un premier plancher à joints plats en sapin. Par-dessus, on dispose, dans tel sens que l'on juge plus convenable, des gîtes en chêne de 0<sup>m</sup>,10 de largeur et 0<sup>m</sup>,06 environ d'épaisseur, espacées de 0<sup>m</sup>,50, et bien posées sur cales en bois, de manière que leurs faces supérieures soient toutes exactement dans un même plan. L'intervalle entre ces cours de gîtes est ensuite rempli d'un *ciment* ou plutôt d'un *mortier maigre*, composé de chaux éteinte en poussière mélangée à quatre fois son volume de sable et bien triturée, avec addition d'une très-petite quantité d'eau. Après avoir donné à ce ciment le temps de sécher, on cloue sur les gîtes un second plancher ou parquet.

Ce procédé de construction des aires réunit toutes les conditions que nous avons énumérées au commencement de cet article : solidité, roideur et impénétrabilité. L'emploi exclusif qu'on en fait dans la plupart des places de la direction de Metz est d'autant mieux justifié, que le premier plancher en sapin sur lequel on pose la couche de mortier est très-peu coûteux, en raison du voisinage des forêts des Vosges. Chacun des usages de la pratique a ainsi une valeur relative due à des circonstances particulières qu'il faut prendre en considération quand on veut faire un choix entre plusieurs procédés tendant au même but par des moyens différents.

(Voir à la douzième Leçon les détails relatifs aux carrelages et aux parquets en menuiserie.)

**180. Des plafonds.** — On en distingue deux espèces : les plafonds à entrevous, dans lesquels les solives sont apparentes, et les plafonds plats, qui ne laissent rien apercevoir de la charpente du plancher. Ces derniers sont aujourd'hui les plus usités.

Les plafonds se font en plâtre comme les enduits des cloisons. Le plâtre s'attache à la surface que l'on veut recouvrir par l'intermédiaire d'un simple lattis, ou d'un lattis et d'un contre-lattis appliqués préalablement sur cette surface. Supposons, par exemple, qu'il s'agisse de recouvrir d'un plafond deux poutres et les solives qui vont de l'une à l'autre, en cachant les solives et laissant les poutres apparentes : on appliquera sur la poutre un lattis composé de *lattons* ou petites feuilles de chêne de 0<sup>m</sup>,04 à 0<sup>m</sup>,05 de largeur,

et 0<sup>m</sup>,004 d'épaisseur, clouées parallèlement les unes aux autres à 0<sup>m</sup>,007 ou 0<sup>m</sup>,008 d'intervalle avec des pointes de Paris en nombre suffisant pour que le latton pose en plein sur la poutre. D'une solive à l'autre, on clouera des lattes de sapin de 0<sup>m</sup>,05 à 0<sup>m</sup>,06 de largeur, espacées de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,12 au plus, avec des pointes de 0<sup>m</sup>,054 (n° 16). Perpendiculairement à ce premier lattis, on clouera un contre-lattis en lattons de chêne, comme nous venons de l'indiquer. Sur ces lattis on applique une première couche de plâtre gris qu'on laisse bien sécher, après quoi on le recouvre d'une seconde couche de plâtre blanc.

Au lieu de remplir par un lattis les intervalles entre les solives, on peut fermer chacun d'eux par une planche portant deux languettes qui entrent dans des rainures pratiquées sur les flancs des solives. On laisse ensuite ce plancher apparent, ou bien on le recouvre de plâtre. Nous croyons devoir mentionner une application de ce procédé au plancher d'un rez-de-chaussée, dans lequel on a remplacé les planches par des briques très-minces; sur ces briques, on avait placé de la chaux et du charbon destinés à neutraliser les exhalaisons et l'humidité du sol.

On exécute par les mêmes procédés les plafonds plats sous les travures simples dont toutes les pièces ont la même épaisseur. Mais lorsqu'on veut plafonner sous une charpente composée de solives et de poutres sans laisser voir ces dernières pièces, il faut leur faire porter un second solivage auquel on puisse attacher le plafond. Ces solives *de plafond* se placent dans les intervalles des solives *de plancher*, auxquelles on les suspend par des tringles clouées aux unes et aux autres. De cette manière, on diminue leur portée et, par suite, leur équarrissage. On y applique ensuite par-dessous un lattis et contre-lattis, comme nous l'avons dit ci-dessus.

L'exécution des corniches dont on décore les plafonds mérite d'être indiquée comme exemple de la manière dont se font à Paris toutes les moulures en plâtre à l'intérieur et à l'extérieur des édifices. Le principal instrument dont on se sert est un calibre en bois, découpé en creux suivant le profil de la corniche. On commence par garnir de vieux clous ou de *rappointis* l'emplacement que doit occuper la corniche, et l'on en fait la masse en plâtre gros qui s'attache à ces rappointis. Par-dessous, on fixe horizontalement avec des tasseaux de plâtre une règle bien droite *rr* (fig. 28, *Pl. XIV*) qui doit servir à guider le calibre au moyen duquel *on traîne* la corniche.

Pour faire cette trainée, on charge de plâtre clair la masse faite précédemment, et l'on fait passer dessus, à plusieurs reprises, le calibre qui enlève tout ce qui dépasse le profil. Il est nécessaire de maintenir toujours le calibre

parallèle à un plan perpendiculaire aux arêtes des moulures de la corniche. On le fixe, dans ce but, à un *sabot ss* qui porte en dessous une feuillure dans laquelle la règle *rr* peut se loger, et on le maintient à angle droit sur ce sabot au moyen d'une tringle *tt*, qui est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les deux autres côtés sont sur le sabot et sur le calibre.

Le même système s'emploie pour faire les moulures curvilignes; seulement, au lieu d'une droite, c'est une courbe en bois qui sert de directrice.

**181.** *Des plafonds à compartiments. Des soffites.* — L'arrangement des solives d'un plancher peut être tel, qu'il en résulte des compartiments réguliers. Ces compartiments, peints et ornés de moulures, forment des plafonds simples ou riches, mais qui plaisent toujours, parce que le motif de leur décoration paraît être emprunté aux éléments de leur construction. On en voit de beaux exemples dans les édifices des xv<sup>e</sup> et xvi<sup>e</sup> siècles. En Italie, où le bon plâtre est rare, on fait encore beaucoup de plafonds à compartiments. Le IV<sup>e</sup> livre de l'*Architecture* de Serlio en contient plusieurs dessins, dont les fig. 1, 2, 3 et 4 de la *Pl. XV* peuvent donner une idée.

Soffite est un mot italien qui signifie le dessous d'un plancher. On s'en sert quelquefois pour désigner un plafond artificiel en menuiserie suspendu à la charpente d'un plancher ou d'un comble. Il nous suffira de mentionner ce détail de construction qui n'a d'emploi que dans de grands édifices dont nous n'avons pas à nous occuper (*voir le Traité de Charpente* du colonel Émy, tome I<sup>er</sup>, page 418).

---

## DIXIÈME LEÇON.

### CHARPENTE DES COMBLES.

**182. 1<sup>o</sup>.** *Composition du comble d'un bâtiment.* — Le comble d'un bâtiment se compose de deux parties : la *couverture* proprement dite, et la *charpente* qui sert à la soutenir. La description des divers genres de couverture usités aujourd'hui fera la matière de la onzième Leçon; nous allons nous occuper dans celle-ci de l'établissement de la charpente.

Les combles peuvent présenter, à l'extérieur, des formes variées qui dépendent principalement de la figure du plan de l'édifice. Nous nous bornerons à supposer que ce plan est un rectangle, et que le bâtiment est terminé, sur

les deux petits côtés, par deux murs de pignon; en sorte que le comble se réduira à deux plans inclinés nommés *longs pans*, appuyés chacun sur un des murs de façade, et se coupant suivant une ligne qui forme le faîte du bâtiment. La composition de la charpente offrira alors une parfaite analogie avec celle de la travure d'un plancher. Il s'agit effectivement, dans l'un et l'autre cas, de porter une aire plane : seulement, dans un plancher, cette aire est horizontale; dans un comble, elle est inclinée.

De distance en distance, et à des intervalles autant que possible égaux, on met en place, perpendiculairement à la direction du faîte, des assemblages triangulaires, qu'on appelle *maîtresses fermes*, ou simplement *fermes*, dont les parties principales sont deux pièces droites ou courbes inclinées parallèlement aux deux longs pans. Ces pièces AB, AC (fig. 5 et 17, *Pl. XV*), autrefois nommées *forces* et aujourd'hui *arbalétriers*, assemblées dans une pièce verticale nommée *poinçon AP*, et maintenues dans leur écartement par un *tirant BC*, servent à porter le faîte *ff* de l'édifice. Une pièce *ss*, nommée *sablière*, est posée sur le sommet de chacun des murs de façade pour recevoir les pieds des *chevrons* qui s'appuient, à leur extrémité supérieure, sur le faîte. C'est sur les chevrons que l'on cloue les lattes et les planches auxquelles s'attachent les tuiles, les ardoises, ou les feuilles métalliques de la couverture; d'où résulte, pour leur écartement, une limite supérieure telle, qu'il s'en trouve au moins quatre sous une latte de 1<sup>m</sup>,30 de longueur.

Lorsque la hauteur ou la largeur du toit sont considérables, les chevrons ont besoin d'être soutenus en d'autres points qu'à leurs extrémités. On les fait porter sur des pièces horizontales ou *pannes PP* (fig. 5 et 17) qui peuvent, ou bien s'assembler par leurs deux bouts dans les côtés des arbalétriers (fig. 5, *Pl. XV*), ou bien reposer sur ces mêmes pièces à l'aide des *chantignoles cc* et des *tasseaux tt* (fig. 17), petits morceaux de bois chevillés et assemblés sur les arbalétriers par embrèvement, avec tenons et renforts, au-dessous de chacun des cours de pannes. Les chevrons portent alors sur la sablière, sur le faîte et sur les pannes. On les attache à ces dernières pièces par de fortes broches en fer, afin de diminuer, autant que possible, la pression que leur poids tend à exercer sur les sablières, et, par suite, sur les murs. D'ailleurs il n'existe pas toujours des corniches; leur office, consistant à éloigner du pied du bâtiment les eaux pluviales qui descendent du toit, est souvent rempli par une prolongation du long pan de la couverture au delà de la face extérieure du mur. Les chevrons, appelés alors *chevrons passants*, doivent nécessairement être fixés sur les pannes.

Lorsque les bouts des pannes sont assemblés dans les côtés des arbalétriers,

triers, on coupe quelquefois les chevrons d'une longueur égale à l'intervalle entre les deux pannes, et on les assemble avec elles par leurs deux extrémités C (*fig. 5, Pl. XV*).

L'assemblage des pannes sur le côté des arbalétriers est très-usité dans les charpentes en fer qui portent des couvertures métalliques (*fig. 1 et 3, Pl. XVI*). Dans ces espèces de combles, elles sont assez rapprochées les unes des autres pour qu'on puisse, à l'aide de vis ou de clous, fixer sur elles les planches ou lattes auxquelles doivent s'attacher les feuilles de métal de la couverture. Les chevrons sont alors supprimés, ou plutôt, ils sont remplacés par un lattis ou par un grillage en fer.

On trouve des exemples de dispositions analogues dans des combles couverts en ardoises. Les pannes sont assemblées sur le côté des arbalétriers. Pour les soutenir, on a placé, dans le long pan, des aisseliers, et quelquefois d'autres pièces qui composent avec eux des figures régulières et symétriques. Il en résulte, dans l'intervalle entre deux pannes consécutives, une espèce de grillage qui offre au lattis de la couverture des points d'appui assez rapprochés pour que ce lattis puisse être mis en place et cloué sans l'intermédiaire des chevrons. Les constructeurs du xvi<sup>e</sup> siècle tiraient souvent de ce genre de constructions le motif d'une décoration élégante D (*fig. 5, Pl. XV*).

L'espacement des pannes varie entre 2<sup>m</sup>,50 et 3 mètres, avec la distance des fermes et le poids de la couverture.

On voit que, dans un comble, les arbalétriers des fermes font l'office des principales poutres des planchers, les pannes celui des solives d'enchevêtrure, et les chevrons celui des solives de remplissage.

**183.** *Nomenclature des différentes espèces de fermes en usage.* — Une ferme n'est pas autre chose en définitive qu'une de ces poutres armées ou renforcées dont nous avons, dans la huitième Leçon, n°s 166 et suivants, décrit la composition, et le constructeur qui en comprend les principes est aussi en état de bien composer une ferme, ou de juger des qualités et des défauts de celles qu'il voit exécutées. Toutefois, comme l'économie dans la construction d'un bâtiment est éminemment intéressée à la bonne disposition des fermes de comble, qui doivent être à la fois assez rigides pour ne pas fléchir et ne pas pousser les murs, et assez légères pour ne pas les charger, nous croyons devoir revenir sur ce sujet et passer en revue les systèmes usités autrefois et ceux qui le sont le plus actuellement. Nous distinguerons les *fermes droites avec tirants, surhaussées et surbaissées*, en bois et en fer, et les *fermes droites et courbes sans tirants*, qui peuvent également être en bois et en fer, ou mi-parties de l'une et de l'autre de ces deux espèces de matériaux. Parmi les fermes droites

avec tirants, il y en a de *simples* et de *composées*. Ces dernières offrent, ou plutôt paraissent offrir une grande variété; néanmoins, elles peuvent se rapporter toutes à trois types principaux, comme nous le verrons tout à l'heure, n° 185.

**184.** *Des fermes droites simples avec tirant. Détail des assemblages.* — Nous nommerons *ferme droite simple avec tirant* celle qui est composée de deux arbalétriers AB, AC (*fig. 6, Pl. XV*) assemblés à leur sommet A avec un poinçon AP, et maintenus dans leur écartement par un tirant BC.

Dans ce système, les pieds des arbalétriers exercent sur leurs appuis B et C des pressions verticales égales chacune à la moitié du poids total de la ferme et de la portion du comble qu'elle soutient; et, sur le tirant, à chacune de ses extrémités, une traction dont l'intensité augmente avec le poids du long pan et son inclinaison sur l'horizon. Mais ces efforts que les arbalétriers exercent sur leurs appuis, la réaction de ces derniers les leur fait supporter aussi; et il en résulte, parallèlement à leur longueur, des compressions qui vont en diminuant depuis leur pied B jusqu'au sommet A. En même temps ils sont sollicités à fléchir par la composante normale à leur longueur du poids de la couverture, et ils se trouvent à peu près dans la même situation qu'une pièce posée sur deux appuis, chargée de poids uniformément répartis sur sa longueur, qui serait soumise de plus à un effort de compression parallèle à la direction de ses fibres. Aussi tendent-ils à prendre une figure analogue à la *fig. 23, Pl. XII*, et à se soulever à leurs deux extrémités pour échapper à leur liaison avec le poinçon et avec le tirant. Il est donc nécessaire de faire soigneusement leurs assemblages avec ces deux pièces, de les renforcer au besoin par des ferrures, et surtout de laisser aux extrémités du poinçon et du tirant assez de bois pour que l'adhérence des fibres puisse empêcher l'arrachement qui tend à se produire par l'effet de la pression de l'arbalétrier.

Les arbalétriers des fermes surhaussées s'assemblent avec le poinçon par embrèvement, comme le montre la *fig. 6', Pl. XV*. Dans les fermes surbaissées, il est préférable d'employer un assemblage à queue d'hironde avec un tenon occupant les  $\frac{3}{5}$  de la hauteur (*fig. 14', Pl. XV*). L'un et l'autre mode d'assemblage peut être consolidé par une armature en fer.

L'arbalétrier s'assemble toujours dans le tirant par embrèvement avec tenon simple ou double. Cet assemblage, plus que tout autre, demande à être maintenu et assuré par une ou plusieurs brides en fer, comme l'indique la *fig. 6'', Pl. XV*. Cela est indispensable dans les fermes surbaissées, lorsqu'elles portent de grands poids.

Une bonne manière de réunir les arbalétriers et le poinçon, c'est de composer celui-ci de deux pièces verticales entaillées chacune à mi-bois pour faire place aux arbalétriers, qui, eux-mêmes, s'assemblent à mi-bois à leur extrémité; le tout est ensuite serré par des boulons. Le poinçon est alors ce qu'on appelle *moisé*. Cette *moise* est ordinairement disposée à sa partie inférieure pour recevoir le tirant, qui se trouve ainsi suspendu en son milieu.

Lorsque le poinçon est une pièce ordinaire non moisée, on attache à sa partie inférieure un étrier en fer qui embrasse le tirant, et le soulage d'une partie de son poids et d'une partie du poids du plancher qu'il porte quelquefois. Le poinçon est alors tiré dans le sens de sa longueur, et la traction qu'il éprouve, se reportant sur les arbalétriers, vient augmenter leur compression. Comme les fermes, quelque bien assemblées qu'elles soient, baissent toujours un peu après un certain laps de temps, il faut avoir soin de couper le poinçon à une longueur telle, qu'il n'appuie jamais sur le tirant. Il faut, par la même raison, que l'étrier en fer ou la moise qui soutient le tirant ne frotte pas latéralement contre cette dernière pièce.

Ainsi, en résumé, dans la ferme simple (*fig. 6, Pl. XV*), le poinçon est tiré parallèlement à sa longueur; le tirant supporte un effort du même genre, et de plus il est exposé à fléchir par l'effet d'un poids réparti sur sa longueur. Les arbalétriers sont à la fois comprimés et sollicités à fléchir par le poids de la couverture qu'ils soutiennent.

**185. Des fermes droites composées.** — Quand les arbalétriers d'une ferme fléchissent, la couverture se désorganise, les tuiles et les ardoises se rompent, et il se forme dans les longs pans des dépressions où l'eau s'arrête, s'infiltra à travers la couverture et pourrit les charpentes. De plus, si la tendance que leurs pieds ont à s'écartez l'un de l'autre n'est pas arrêtée par la présence d'un tirant ou par le poids du mur qui porte le comble, tout l'édifice est menacé de ruine. Les arbalétriers sont donc les pièces principales des fermes, et il est nécessaire de les soulager d'une partie du poids de la couverture par l'addition de certaines pièces accessoires qui doivent satisfaire aux deux conditions suivantes : 1<sup>o</sup> diviser l'espace intérieur aux arbalétriers en triangles, parce que cette figure jouit de la propriété d'être invariable; 2<sup>o</sup> être dirigées, autant que possible, de l'un des points d'appui de la ferme à chacun des points des arbalétriers auxquels sont appliqués les efforts extérieurs, comme l'indique la *fig. 7, Pl. XV*; ou bien aller des divers points de l'arbalétrier à d'autres pièces disposées de manière à n'avoir à supporter que des efforts de compression ou de traction parallèles à leur

longueur, comme dans la *fig. 8*, ou enfin, créer, sur la longueur des arbalétriers, des points fixes qui s'opposent à leur flexion (*fig. 9*).

Les éléments de la composition de toutes les fermes exécutées ou projetées jusqu'ici sont contenus dans les trois figures 7, 8 et 9 de la *Pl. XV*; on peut d'ailleurs les combiner entre eux et créer ainsi une infinité de systèmes de fermes : mais dans la pratique on se borne aux combinaisons les plus simples. Nous allons examiner rapidement les propriétés de chacun de ces systèmes élémentaires, qui sont, le premier, le type d'une ferme à écharpes ou à sous-arbalétriers (*fig. 7*); le deuxième, un type de ferme à contre-fiches (*fig. 8*); et le troisième, un type de ferme à entrails (*fig. 9*).

**186.** *Des sous-arbalétriers ou écharpes* (*fig. 7 et 10, Pl. XV*). — Ce sont de toutes les pièces accessoires celles qui soulagent le plus réellement les arbalétriers du poids de la couverture, en supposant toutefois qu'on ait soin de les faire aboutir sous les pannes, comme cela est observé dans la ferme *fig. 10*; car alors le poids de chacune des pannes se transforme en pressions parallèles à la longueur des deux pièces qui se réunissent pour la porter, et il se partage entre elles de telle sorte, que le pied de l'arbalétrier, au lieu de porter la moitié du poids total de la ferme, comme dans la ferme simple (*fig. 6*), n'en porte plus qu'une partie. (*Voir l'Appendice à la dixième Leçon.*)

Il est à remarquer aussi que l'angle au sommet de la ferme (*fig. 10*) resterait invariable, alors même que le tirant serait supprimé; car, après cette suppression, la ferme se trouverait encore partagée en deux triangles ABD, ACE. A une époque où la mécanique appliquée, faisant abstraction de la plupart des propriétés physiques des solides, négligeait le frottement dans les machines et la flexibilité des bois dans les charpentes, l'invariabilité de figure de la ferme que nous considérons avait fait supposer qu'elle ne devait exercer aucune poussée horizontale sur ses appuis et, par suite, que le tirant BB' pouvait être supprimé. On la trouve citée pour cette propriété dans le *Dictionnaire des Sciences de l'Encyclopédie méthodique*, à l'article ARCHITECTURE, où il est fait mention d'une construction légère qui, établie sur ce principe, a très-bien réussi; mais toutefois il ne serait pas prudent de répéter l'expérience sur une grande échelle.

**187.** *Des contre-fiches et des entrails* (*fig. 8 et 11, Pl. XV*). — Les contre-fiches sont des pièces qui, de l'arbalétrier et, autant que possible, des points où il est chargé par les pannes, vont aboutir au poinçon ou à une *aiguille pendante pp'* (*fig. 7, 8, 10, 11, 14 et 18, Pl. XV*). Leur utilité se conclut facilement de ce que nous avons déjà dit des propriétés des pièces inclinées dans le n° 144 de la huitième Leçon. Elles ont pour effet de diminuer la ten-

dance à la flexion de l'arbalétrier, en créant des points fixes sur sa longueur, et en transformant en pressions longitudinales l'action du poids des pannes. (*Voir l'Appendice à la dixième Leçon.*)

Les efforts que les contre-fiches supportent de la part des arbalétriers, elles les reportent sur le poinçon ou sur une aiguille pendante. En supposant que, comme cela a lieu ordinairement, deux contre-fiches soient placées symétriquement par rapport au poinçon et aboutissent au même point de cette pièce, et qu'elles lui transmettent des efforts égaux en intensité, ces efforts se composeront en une résultante dont l'action se reportera au sommet du poinçon pour se décomposer en deux pressions dirigées longitudinalement aux arbalétriers. En sorte que, dans une ferme à contre-fiche, le pied de chacun des deux arbalétriers supporte en définitive une pression égale à la moitié du poids total de la ferme, tout comme cela a lieu dans la ferme simple (*fig. 6, Pl. XV*) où il n'existe aucune pièce accessoire. Ce résultat se produit, quelle que soit la direction de la contre-fiche. Il est donc, en ce qui regarde la résistance de l'arbalétrier, indifférent que la contre-fiche soit plus ou moins inclinée ; mais il en est tout autrement relativement au poinçon ou aux aiguilles pendantes, parce que les contre-fiches leur transmettent des pressions d'autant plus considérables qu'elles ont une inclinaison plus voisine de la verticale. La position de la contre-fiche qui entraîne pour le poinçon la fatigue la moindre possible est la position horizontale ; car alors elle ne lui fait rien porter.

**188.** *Des fermes à entrails* (*fig. 5, 9 et 14, Pl. XV*). — Lorsque deux contre-fiches aboutissant à un même point du poinçon sont horizontales, elles se trouvent dans le même prolongement et constituent ordinairement une seule et même pièce, que l'on nomme *entrant*. En se reportant aux considérations exposées dans l'Appendice à cette Leçon, on voit que les entrails n'ont nullement pour effet de soulager l'arbalétrier de la charge de la couverture ; mais ils s'opposent à sa flexion, en créant des points fixes sur sa longueur, et en transformant en pressions parallèles à sa longueur les efforts verticaux qui tendraient à le faire plier. Ils ont sur les contre-fiches l'avantage de remplir ce double office sans faire porter aux poinçons d'autre charge que celle de leur seul poids. Enfin, ils contribuent à l'invariabilité de l'angle que font entre eux les arbalétriers, en les empêchant également de se rapprocher et de s'écartier l'un de l'autre, principalement lorsqu'ils sont *moisés*, c'est-à-dire lorsqu'ils sont composés de deux pièces parallèles embrassant les arbalétriers et le poinçon, et serrées l'une contre l'autre au moyen de boulons en fer. Cette propriété des entrails est importante dans les fermes dont les tirants principaux sont en fer, parce que ces derniers, se dilatant et se condensant

par l'effet de la chaleur, ne maintiennent pas suffisamment l'invariabilité de l'angle au sommet de la ferme. En général, les entraits sont d'un meilleur emploi que les contre-fiches; aussi les adopte-t-on également dans les fermes surhaussées et dans les fermes surbaissées.

On peut combiner, dans une même ferme, des écharpes, des entraits et des contre-fiches; mais cette complication conduit à beaucoup de dépenses, à cause des assemblages, et fait un effet moins agréable à l'œil qu'une simplicité bien entendue.

**189. Des sous-arbalétriers.** — Dans les trois espèces de fermes dont nous venons de parler, l'arbalétrier peut être d'un seul morceau du pied au sommet et recevoir directement l'assemblage des écharpes, des contre-fiches ou des entraits, comme l'indique la partie à droite des *fig. 7, 8 et 9* de la *Pl. XV*. C'est ce qui a lieu dans les fermes d'une moyenne portée. Mais, lorsque les dimensions de la charpente sont considérables, il vaut mieux composer l'arbalétrier de plusieurs morceaux superposés, contre lesquels viennent successivement buter les divers entraits, contre-fiches ou écharpes qui entrent dans la composition de la ferme. Cette disposition, représentée sur le côté gauche des figures citées ci-dessus, a l'avantage de permettre de mieux proportionner la grosseur de l'arbalétrier à l'intensité des pressions qu'il supporte, puisque ces pressions vont en croissant du sommet au pied de cette pièce. Elle permet aussi d'employer, dans la construction d'une ferme de grande portée, des bois d'un échantillon ordinaire. On conserve à la pièce qui va du sommet du poinçon à l'extrémité du tirant le nom d'*arbalétrier*. Les pièces placées au-dessous et butant contre les entraits et les contre-fiches se nomment *sous-arbalétriers*. Le plus souvent l'assemblage des sous-arbalétriers et des entraits ou contre-fiches se fait par entaille à mi-bois; on le consolide en le recouvrant par une moise pendante *mm* (*fig. 7, 8 et 9*) qui sert en même temps à soutenir le tirant.

**190. Des jambettes.** — Le seul cas dans lequel la contre-fiche aurait un autre effet que celui de modifier la direction des efforts supportés par l'arbalétrier, et le déchargerait réellement d'une partie du poids de la couverture, serait celui où elle aboutirait à un appui fixe et inébranlable. C'est ce qui arrive, par exemple, lorsque le poinçon ou l'aiguille pendante sur laquelle la contre-fiche vient s'assembler est soutenu par une pièce verticale ou inclinée prolongée jusqu'au sol. Cette circonstance se présente aussi lorsque, au lieu d'assembler la contre-fiche sur le poinçon, on la fait s'appuyer sur le tirant. Dans ce dernier cas, elle prend le nom de *jambette jj* (*fig. 5 et 17, Pl. XV*). On la place tantôt verticalement, tantôt perpendiculairement à l'arbalétrier. Une position verticale ou même un peu inclinée vers le milieu de la ferme est la

meilleure, parce que plus la jambette se rapproche de la verticale, mieux elle soutient l'arbalétrier, et parce qu'en même temps, plus elle se rapproche de l'extrémité par laquelle le tirant pose sur le mur, moins elle tend à le faire fléchir par la pression qu'elle lui transmet. Les jambettes sont en général considérées comme d'un mauvais usage, parce qu'elles reportent, en partie, le poids de la couverture sur le tirant, qui est dans la position la plus désavantageuse pour le soutenir. Cependant on peut s'en servir quand le tirant est soutenu ou suspendu aux arbalétriers en plusieurs points de sa longueur; car alors l'effet de la jambette ne diffère pas sensiblement de celui que produirait une contre-fiche assemblée sur l'une des aiguilles pendantes ou dans le poinçon.

DESCRIPTION DE QUELQUES-UNES DES FERMES DROITES AVEC TIRANT LES  
PLUS USITÉES DANS LA PRATIQUE.

**191. Des fermes antiques.** — De l'étude des écrits que l'antiquité nous a laissés sur l'architecture et de l'examen de quelques charpentes dont la construction remonte aux premiers siècles de l'ère chrétienne, Rondelet croit pouvoir conclure que les anciens se servaient à peu près exclusivement de trois systèmes de fermes qu'ils appropriaient, selon leur largeur, aux espaces qu'ils avaient à couvrir.

Sur des espaces de 6 mètres à 6<sup>m</sup>,50 de largeur, ils se contentaient de placer une ferme simple composée de deux arbalétriers et d'un tirant. Si la largeur dépassait 6<sup>m</sup>,50 et allait jusqu'à 14 mètres, ils renforçaient cette ferme par un poinçon et des contre-fiches. Enfin, pour couvrir des espaces de plus de 20 mètres, ils accouplaient en les adossant deux fermes simples, entre lesquelles était suspendue par des chevilles une aiguille pendante servant de poinçon, et soutenant les tirants au moyen d'une simple clef de bois passée dans une entaille. Ils y ajoutaient un entrat moisé embrassant l'aiguille pendante et s'attachant aux arbalétriers à la moitié ou au tiers de leur longueur (*fig. 12 et 12', Pl. XV*).

Ces dispositifs se sont conservés avec quelques modifications dans les édifices bâtis à Rome durant le moyen âge et même dans les temps modernes.

La *fig. 13, Pl. XV*, est celle de l'une des fermes du comble de l'église élevée, vers l'an 425, à sainte Sabine, sur le mont Aventin; sa portée est de 13<sup>m</sup>,60. Chacun des arbalétriers est redoublé par un sous-arbalétrier contre lequel vient buter une contre-fiche assemblée par l'extrémité inférieure contre un poinçon. D'après des mesures prises sur un dessin de cette ferme, le tirant aurait 0<sup>m</sup>,50 d'équarrissage, l'ensemble de l'arbalétrier et du sous-arbalétrier 0<sup>m</sup>,60 à 0<sup>m</sup>,65, le poinçon 0<sup>m</sup>,40.

La *fig. 14* représente une des fermes du comble du théâtre d'Argentine, à Rome ; sa portée est d'environ 23<sup>m</sup>,70. Les arbalétriers sont inclinés à 24 degrés sur l'horizon, en sorte que la hauteur du faîte est un peu moindre que le quart de la portée. Ils sont redoublés, sur la moitié de leur longueur, par des sous-arbalétriers qui butent contre un entrail suspendu au poinçon par des étriers en fer. Aux points de rencontre des sous-arbalétriers et de l'entrail sont deux moises pendantes qui servent à soutenir le tirant. Cette pièce est de plus, en son milieu, reliée à l'entrail par des étriers en fer, qui en reportent le poids sur le poinçon, à cause de la liaison de ce dernier avec l'entrail. Chacun des arbalétriers, composé de deux pièces assemblées à trait de Jupiter, est chargé de douze rangs de pannes qui portent de forts chevrons; ceux-ci soutiennent une couverture en tuiles fort lourdes. La ferme est de plus chargée du poids des machines et des ciels et plafonds du théâtre qui y sont suspendus. La portée dans œuvre est de 25<sup>m</sup>,50 environ; l'équarrissage du tirant, qui est en trois pièces, est de 0<sup>m</sup>,56 à 0<sup>m</sup>,60; les arbalétriers ont 0<sup>m</sup>,38 à 0<sup>m</sup>,40; les sous-arbalétriers 0<sup>m</sup>,38 sur 0<sup>m</sup>,38.

Cette ferme est une imitation des fermes des anciennes basiliques de Saint-Paul et de Sainte-Marie-Majeure. Son usage n'a jamais été abandonné en Italie. Tout récemment, le corps de l'artillerie l'a adoptée dans la construction des magasins et ateliers dans les arsenaux. Les architectes anglais l'ont construite partie en bois et partie en fer, en la simplifiant un peu, comme l'indique la *fig. 6, Pl. XVII.*

Cette ferme, avec celle représentée *fig. 13, Pl. XV*, est au premier rang des plus solides et des mieux entendues. Une des choses les plus à approuver dans leur composition, c'est le doublement des arbalétriers par les sous-arbalétriers qui contre-butent l'entrail ou les contre-fiches. Ce système, comme nous l'avons fait remarquer ci-dessus, *n° 189*, donne le moyen de faire des fermes très-solides avec des bois de moyenne grosseur. En multipliant le nombre des sous-arbalétriers, et celui des entrails ou des contre-fiches, on arriverait à faire une ferme d'une portée aussi grande qu'on puisse l'imaginer. La construction de la ferme de la salle d'exercice de Saint-Pétersbourg, bâtie par M. de Bétancourt, sur une portée de 38<sup>m</sup>,50 environ, en est un exemple (*voir Rondelet, Traité de l'Art de bâtir, tome III, page 133, édition de 1829*).

**192.** *Fermes surhaussées du moyen âge et du temps de la renaissance.* — Dans les combles du moyen âge on trouvait de distance en distance, comme nous l'avons dit, des maîtresses fermes, et dans leurs intervalles des fermes de remplissage formées par des chevrons assemblés deux à deux, ne différant

des maîtresses fermes que par la suppression du poinçon et du tirant. La *fig. 5, Pl. XV*, fait voir une des maîtresses fermes composée de deux arbalétriers assemblés dans un poinçon, maintenus par un tirant, et soutenus en divers points de leur longueur par des entraits, ou plutôt par des contre-fiches horizontales; car les entraits sont de deux pièces assemblées dans le poinçon.

Comme les murs étaient à cette époque fort épais, on ne craignait pas de les exposer à l'action de la poussée horizontale des arbalétriers, et l'on supprimait quelquefois le tirant, en conservant les entraits. Cela permettait de donner au plafond l'apparence d'une voûte et de l'enrichir de divers ornements (*fig. 5', Pl. XV*).

Sur la *fig. 5, Pl. XV*, projection oblique d'un comble surhaussé, nous avons cherché à réunir l'indication des différentes manières dont les pannes peuvent être disposées et réunies à l'arbalétrier. On voit en A une ferme de remplissage assez fortement assemblée pour pouvoir soutenir le poids de la couverture sans le secours des pannes; en B une panne assemblée de manière à laisser le chevron affleurer l'arbalétrier; en C la panne dont la face inclinée est dans le plan du long pan et reçoit l'assemblage des chevrons; en D une portion du lattis est clouée immédiatement sur les pannes et sur les asseliers droits ou courbes placés dans le plan des pannes pour les soulever et former en même temps à l'intérieur, sur le long pan, des compartiments réguliers.

**195. Fermes modernes.** — La *fig. 15, Pl. XV*, représente une des fermes le plus en usage pour les combles de Paris, depuis le xv<sup>e</sup> jusqu'à la fin du xvii<sup>e</sup> siècle. Les arbalétriers AB, AC forment, avec le tirant BC, un triangle équilatéral. Cette ferme est renforcée à l'intérieur par un poinçon AP, dans lequel sont assemblés, par le haut, les arbalétriers, et, par le bas, deux contre-fiches. Ce poinçon s'arrête à un entrail EE', soutenu par deux asseliers *a*, *a'*.

Sur les arbalétriers sont attachés des tasseaux *t* avec des chantignoles portant les pannes *p*. Les chevrons sont assemblés, par le bas, dans une plate-forme.

Pour une longueur de comble de 7<sup>m</sup>, 80 à 8 mètres, on donnait ordinairement, en épaisseur: au tirant portant plancher,  $\frac{1}{16}$  de la largeur dans œuvre de l'espace à couvrir; au tirant ne portant pas plancher  $\frac{1}{24}$ ; aux arbalétriers  $\frac{1}{15}$ , à l'entrait  $\frac{1}{24}$ , au poinçon  $\frac{1}{12}$ , aux contre-fiches et asseliers  $\frac{1}{24}$ ; les pannes avaient en carré  $\frac{1}{12}$  de l'intervalle entre les fermes. Il est aisément de voir que cette règle pratique ne met pas les dimensions des pièces en proportion avec les efforts qu'elles supportent. Néanmoins on peut l'appliquer, sans

craindre de nuire à l'économie ou à la solidité de la construction, jusqu'à 12 ou 13 mètres de portée.

Aujourd'hui cette ferme est encore en usage, elle est seulement un peu plus surbaissée; on lui donne en hauteur la moitié de la portée.

**194.** *Des fermes à écharpe.* — Bien que ces fermes soient celles dans lesquelles les pièces accessoires soulagent le plus efficacement les arbalétriers et assurent le plus efficacement l'invariabilité de figure du système, elles ne sont pas les plus employées, parce qu'elles exigent pour leur construction des pièces de bois de grande longueur. On en trouve cependant de nombreux exemples (*voir le Recueil de Krafft*).

La *fig. 10, Pl. XV*, est le dessin d'une ferme projetée pour un comble de 18<sup>m</sup>,50 de portée, dont les longs pans étaient inclinés à 1<sup>m</sup>,50 de base pour 1 mètre de hauteur, et qui n'a qu'un seul couple de sous-arbalétriers. Elle a été soumise à des expériences comparativement avec la ferme représentée *fig. 14*, dont nous avons parlé ci-dessus, et, pour des dimensions égales en portée et en équarrissage, elle a montré une force de résistance au moins égale, si ce n'est supérieure.

Il y a des exemples de ce système de fermes dans lesquels les écharpes, au lieu de descendre jusque sur le tirant, s'assemblent dans l'arbalétrier. Nous croyons que cette dernière pièce doit par là être fort affaiblie, et nous ne pensons pas que cette disposition soit à imiter, bien qu'elle ait l'avantage de diminuer la longueur des bois.

**195.** *Des fermes à entrail retroussé et à jambes de force.* — Les fermes représentées par les *fig. 10, 11, 12 et 13* ont toutes cet inconvénient, que la circulation est très-difficile sous les combles et dans les greniers, à cause de l'existence des poinçons, des contre-fiches et des jambettes dont l'ensemble forme, pour ainsi dire, une espèce de cloison à claire-voie. Le désir d'utiliser, comme magasins, les greniers des bâtiments militaires et d'y établir des logements, a fait imaginer des systèmes qui laissent libre sous les combles un espace de 2 mètres à 2<sup>m</sup>,50 de hauteur.

L'idée principale de ces systèmes consiste à relever ou à *retrousser* l'entrail EE' à la hauteur voulue, et à le supporter par deux pièces inclinées J, J' (*fig. 16 et 17, Pl. XV*), nommées *jambes de force*, dont les pieds sont assemblés dans un autre tirant AA', qui entre en même temps comme poutre principale dans la composition de la travure du plancher. Les fermes à *entrail retroussé* ou à *jambes de force* ne sont donc pas autre chose que des fermes ordinaires portées sur une espèce de chevalet, entre les pieds duquel la circulation reste libre et dégagée de tout obstacle.

Il y a deux systèmes de ce genre de fermes; ils sont représentés par les fig. 16 et 17 de la Pl. XV, et diffèrent entre eux uniquement parce que, dans l'un (fig. 17), l'arbalétrier s'arrête sur l'entrait, tandis que, dans l'autre (fig. 16), il se prolonge jusqu'au niveau de la sablière, et qu'il est assemblé, à la fois, avec les jambes de force et avec l'entrait.

La première disposition (fig. 17) est évidemment celle qui est dans la meilleure condition d'invariabilité de figure, et, par conséquent, de stabilité. La poussée horizontale des arbalétriers est complètement arrêtée par l'assemblage de ces pièces dans l'entrait. Au moyen d'un aisselier *aa'*, l'angle formé par la rencontre de la jambe de force avec l'entrait est rendu inviolable; et si l'on a la précaution de brocher fortement les chevrons sur les pannes, il n'y a qu'une petite portion du poids de la couverture qui puisse peser sur la sablière. Cette dernière pièce est, d'ailleurs, reliée par un blochet *bb'* à la jambe de force, et, de cette manière, assez solidement retenue en place. Mais ce dispositif ne convient qu'aux toits dont l'inclinaison est comprise entre 45 et 33 degrés environ, tels que ceux dont les couvertures sont en tuiles plates ou en ardoises. Lorsque la pente est plus douce, les jambes de force prennent une position inclinée, et s'assemblent très-obliquement avec l'entrait. En même temps la distance entre ce dernier et la sablière augmente trop pour qu'il ne devienne pas nécessaire d'y placer des pannes, ce qui ne peut se faire qu'en ajoutant à la ferme un faux arbalétrier, dont la poussée peut ne pas être annulée complètement par le blochet sur lequel il repose. La jambe de force doit d'ailleurs être fatiguée par la traction du blochet et par la multiplicité des assemblages qu'elle reçoit.

La ferme (fig. 16, Pl. XV) convient mieux que l'autre aux toits surbaissés. Néanmoins les défauts que nous venons de signaler, savoir l'annulation incomplète de la poussée de l'arbalétrier et la fatigue de la jambe de force, peuvent lui être reprochés en partie. Une bonne disposition est celle qui consiste à moiser la jambe de force, ce qui lui permet d'embrasser le blochet et l'arbalétrier, et de buter en même temps sous l'entrait.

On trouve le premier des deux systèmes de fermes à entrait retroussé dans presque tous les bâtiments militaires construits sous la direction de Cormontaigne, dans les provinces du nord-est de la France, vers le milieu du siècle dernier. Le second système est plus usité dans les maisons et bâtiments publics de Paris.

**196. Équarrissage à donner, d'après VAUBAN, aux pièces des fermes à entrait retroussé.** — Vauban, dans ses *Oisivetés* (tome I<sup>e</sup>, page 127, édition

déjà citée), donne, sur la construction des combles à jambes de force, des conseils que nous croyons utile de transcrire ici, non-seulement parce que les plus petits détails sont exposés dans les écrits de ce grand homme avec une précision et une clarté saisissantes, mais aussi parce que les praticiens ne nous ont laissé, sur la détermination des équarrissages des bois dans les fermes, que des indications vagues ou arbitraires qu'un extrait de l'ouvrage de Vauban va utilement remplacer.

« Les sablières ou liernes ont d'ordinaire 0<sup>m</sup>,13 à 0<sup>m</sup>,16 d'épais sur 0<sup>m</sup>,22,  
 » 0<sup>m</sup>,27 à 0<sup>m</sup>,325 de large, posées de niveau et sur leur plat, sur et le long du  
 » sommet des murs dont elles doivent occuper toute la largeur, et, quand une  
 » pièce ne suffit pas, on les compose de deux, contretenues par de petites tra-  
 » verses ou blocs, assemblés par entailles réciproques, enfoncés l'un  
 » dans l'autre et à queue d'aronde, espacés entre eux de 2 mètres. Le  
 » rallongement des sablières se fait par des assemblages réciproques de  
 » 0<sup>m</sup>,48 de long, faits à crochets et ensuite bien chevillés entre les cro-  
 » chets : il faut entendre la même chose des pannes, faites et sous-faites.

« Les blocs sont des pièces courtes, posées de plat sur les sablières avec  
 » lesquelles ils sont entaillés de 0<sup>m</sup>,054 et bien chevillés; leur épaisseur est  
 » de 0<sup>m</sup>,16 à 0<sup>m</sup>,22 sur toute la largeur du plus gros des jambes de force:  
 » ils sont assemblés à tenons et mortaises. Leur longueur est de l'épaisseur  
 » des murs, et rien de plus.

« Les tirants portant plancher auront, sur leur petit côté, le seizième de  
 » leur portée, et, en épaisseur, 0<sup>m</sup>,04 de plus.

« Les jambes de force seront de grosseur suffisante, si l'équarrissage de cha-  
 » que côté de leur gros bout est au côté homologue du tirant comme 4 est  
 » à 7, ou, au plus, comme 5 est à 7. Soient, par exemple, un tirant de 3<sup>m</sup>,25  
 » de longueur sur 0<sup>m</sup>,32 et 0<sup>m</sup>,37 d'équarrissage,  $x$  et  $y$  les côtés de la section  
 » transversale de la jambe de force, on fera  $x = \frac{4}{7}$  ou  $\frac{5}{7}$  de 0<sup>m</sup>,32 = 0<sup>m</sup>,182  
 » à 0<sup>m</sup>,23,  $y = \frac{4}{7}$  ou  $\frac{5}{7}$  de 0<sup>m</sup>,37 = 0<sup>m</sup>,21 à 0<sup>m</sup>,265. La grosseur diminuera  
 » insensiblement de 0<sup>m</sup>,027 ou 0<sup>m</sup>,033, en allant du gros bout au petit bout,  
 » c'est-à-dire, du bas vers le haut de la pièce.

« On donne une courbure de 0<sup>m</sup>,054 à 0<sup>m</sup>,080 auxdites jambes de force  
 » quand on trouve des bois qui peuvent s'y accommoder; ce qui convient  
 » assez bien à la couverture et aux entraits qui, n'étant pas si longs, en ont  
 » moins de portée.

« La grosseur carrée des entraits doit être égale à celle du petit bout des  
 » jambes de force quand ils n'auront point de plancher à porter; mais s'ils  
 » en ont, il faudra les faire de la grosseur du gros bout. On en déduit

» l'équarrissage des arbalétriers, dont les côtés homologues doivent être à  
» ceux des entraits :: 6 : 7. S'il y a des seconds entraits dans la ferme,  
» comme à la *fig. 5, Pl. XV*, on les fait de la grosseur des arbalétriers.

» Les poinçons seront carrés, de la grosseur des arbalétriers ; c'est-à-dire  
» que leur côté sera une moyenne proportionnelle entre les deux côtés de  
» l'équarrissage des arbalétriers. On lui donnera un renfort de 0<sup>m</sup>,027 aux  
» points où il reçoit les assemblages des faîtes et sous-faîtes (*fig. 5,*  
» *Pl. XV*).

» Les jambettes et asseliers doivent avoir sur chacune de leurs faces 0<sup>m</sup>,027  
» d'épaisseur en moins que les arbalétriers. Les faîtes sont de la grosseur  
» des poinçons. Les sous-faîtes ont 0<sup>m</sup>,027 en moins sur chaque côté. Les  
» croix de Saint-André et entretoises qui lient les faîtages ont, en carré,  
» 0<sup>m</sup>,136 en toutes sortes de bâtiments.

» Les pannes doivent avoir, en carré, 0<sup>m</sup>,16 ou 0<sup>m</sup>,19. On les espace plus  
» ou moins, selon que la couverture est plus ou moins lourde. Le carré des  
» chantignoles et tasseaux est comme celui des pannes. Les chevrons auront  
» en carré 0<sup>m</sup>,08 à 0<sup>m</sup>,11 ; ils seront attachés et chevillés sur les pannes  
» et avec les faîtes, et quand ils sont courts ou qu'ils sont passants et  
» que le bas déborde le mur, on les accroche, au moyen d'un tampon,  
» qui n'est qu'une grosse cheville dont la tête est carrée, et qui a 0<sup>m</sup>,11 à  
» 0<sup>m</sup>,14 de longueur. Les coyaux, de même équarrissage que les chevrons,  
» sont attachés par un bout à ceux-ci, et appuyés par l'autre sur l'extré-  
» mité des sablières avec lesquelles ils seront assemblés par demi-entailles  
» que les ouvriers appellent *des pas*. Quand les chevrons sont *passants* on  
» ne met point de coyaux.

» L'espacement des chevrons est de 0<sup>m</sup>,325 d'axe en axe, moyennant quoi  
» les lattes, qui ont ordinairement 1<sup>m</sup>,30 de longueur, porteront sur quatre  
» chevrons. Les lattes sont de chêne, dit *merrain*, et ont toujours 1<sup>m</sup>,30 de  
» longueur, 0<sup>m</sup>,040 à 0<sup>m</sup>,054 de large, et sont clouées sur le chevronnage  
» avec des intervalles de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,11. »

**197.** *Appropriation de la ferme dite de Palladio aux combles à entraits retroussés.* — La ferme (*fig. 18, Pl. XV*), imitation de celle de Saint-Paul de Rome (*fig. 14*), connue dans la pratique sous le nom de ferme de *Palladio*, parce que, dit-on, ce architecte en a fait un grand usage, jouit d'une partie des avantages des fermes à entrail retroussé, puisque l'intérieur du rectangle formé par le tirant, l'entrait et les deux moises pendantes reste libre. Mais il est à remarquer que plus l'entrait s'élève, plus les moises pendantes se rapprochent; cela est surtout sensible lorsque la ferme est surbaissée. Pour

obtenir une largeur convenable entre les deux moises, tout en plaçant l'entrait à 2 mètres au moins au-dessus du plancher du grenier, on a imaginé d'élèver les pieds des arbalétriers à une hauteur de 0<sup>m</sup>,50 à 0<sup>m</sup>,60 au-dessus du tirant, en les posant sur un *tas de bois* (*fig. 18 et 18'*, *Pl. XV*), ou sur une espèce de *chevalet* (*fig. 18''*). Ce support, quel qu'il soit, doit être assemblé avec le tirant par des endentures solides et par des boulons pour n'être pas exposé à glisser sous l'action de la poussée des arbalétriers. Il éprouvera d'ailleurs une tendance très-énergique à la rotation autour de l'arête A extérieure de sa face de contact avec le tirant, et il sera nécessaire de s'opposer à ce mouvement par des brides en fer très-solides (*fig. 18'*), ou des moises en bois (*fig. 18''*). Ce dispositif réussit très-bien, sans le secours des ferrures, dans des bâtiments particuliers de 8 à 9 mètres de largeur; mais, appliqué à la construction du comble d'une caserne de 13<sup>m</sup>,50 de largeur, il a occasionné dans la charpente quelques mouvements auxquels il a fallu remédier par l'addition des brides en fer dont nous venons de parler. Du reste, la ferme composée, comme celle que représente la *fig. 18*, *Pl. XV*, a montré une très-grande solidité; les moises pendantes, en soutenant le tirant, ont rendu inutiles des colonnettes en fonte que l'on a été obligé d'employer partout ailleurs pour aider cette pièce à porter le grand poids du plancher dont elle est chargée.

**198. Des fermes droites en fer et en bois et fer.** — Les considérations exposées dans les n°s 185 et suivants sur la composition des fermes de charpente des combles sont applicables à l'emploi du fer comme à celui du bois. Aussi, depuis quelques années, a-t-on exécuté des fermes en fer à contre-fiches (*fig. 1*, *Pl. XVI*) et à entrait (*fig. 3*), qui ne diffèrent des fermes en bois que par la matière dont elles sont formées, et par le mode d'assemblage des pièces entre elles. Comme le fer se prête à prendre toutes les formes possibles, les constructeurs ont soin d'employer, dans la confection de chacune des pièces d'une ferme, la matière qui résiste le plus énergiquement aux efforts qu'elle doit supporter, et de lui donner la forme qui facilite le mieux son assemblage avec les pièces voisines. Ainsi, par exemple, la fonte servira à faire les entrails, les contre-fiches et toutes les pièces qui éprouvent des efforts de compression. Le fer forgé sera réservé pour les pièces qui supportent des flexions ou des tractions, comme les arbalétriers, les poinçons, les aiguilles pendantes et les tirants. Les pièces soumises à la compression auront une section transversale quadrangulaire, ou polygonale, ou circulaire; elles présenteront, dans leur profil longitudinal, un léger renflement au milieu de leur longueur. Celles qui devront résister à la flexion

auront l'un des profils que nous avons indiqués au n° 150 comme les plus résistants. L'arbalétrier, en particulier, pourra recevoir des formes très-variées, celle d'un T, par exemple, comme dans la ferme *fig. 1, Pl. XVI*, ou bien il sera composé de deux pièces rendues solidaires dans leur flexion, comme dans la ferme *fig. 11, Pl. XVII*.

Les fermes en fer sont d'un usage trop récent, elles présentent d'ailleurs trop de variété dans les figures des pièces qui les composent, pour que la pratique ait eu le temps et la possibilité d'adopter des formules empiriques servant à régler leur équarrissage. Les constructeurs qui ont l'occasion d'en exécuter, ont toujours recours à des méthodes de calcul déduites, avec plus ou moins de rigueur, de la théorie de la résistance des matériaux dont ils ont alors un besoin indispensable. D'un autre côté, à l'occasion de l'établissement de ces constructions nouvelles, de nombreux appels ont été faits par la pratique à la théorie, et ils ont contribué à donner à cette dernière un grand développement et une espèce de popularité. Les considérations sur lesquelles est basé le calcul des dimensions des fermes de charpente seraient donc ici à leur place; cependant, à cause de l'étendue de leur exposé, nous en ferons l'objet d'un article que nous joindrons en appendice à cette Leçon, et nous nous bornerons à exposer ici les faits de la pratique.

Les fermes en fer ont, sur les fermes en bois, plusieurs avantages; elles sont, en apparence et en réalité, plus élégantes, plus légères et plus solides; elles sont, de plus, incombustibles, ce qui les a fait adopter pour un grand nombre d'établissements publics et particuliers dans lesquels les incendies sont difficiles à prévenir, comme dans les fonderies, ou redoutables pour leurs conséquences, comme dans les salles de spectacle, les bibliothèques, les marchés, etc.

Mais, en revanche, elles ont l'inconvénient d'être fort chères, et c'est ce qui a conduit à essayer des fermes mixtes, dans lesquelles on a continué à faire en bois toutes les pièces exposées à la compression et à la flexion, en employant le fer pour les pièces tirées dans le sens de leur longueur. Ces systèmes sont aujourd'hui d'un usage très-général. Les combles des gares de chemins de fer et de la plupart des grands ateliers d'industrie sont supportés par des fermes mi-parties de bois et de fer. Les services de l'artillerie et du génie commencent à les employer pour la couverture des salles de manœuvres et des manèges. La *Pl. XVI* en offre des exemples assez nombreux qui, tous, appartiennent à des bâtiments existants. En jetant un coup d'œil sur cette planche, on distinguera, comme dans les charpentes tout en bois, des fermes simples (*fig. 1*), à contre-fiches (*fig. 2*) et à entrails (*fig. 3*). Les *fig. 4, 9*

et 11 sont celles d'un système de fermes dans lesquelles les arbalétriers sont formés par ces poutres à flèches et sous-tendeurs en fer, dont nous avons parlé au paragraphe *h* du n° 166, neuvième Leçon.

La légèreté, aussi réelle qu'apparente, des fermes à sous-tendeurs en fer est un avantage précieux, mais qui les expose, en revanche, à des accidents lorsqu'elles se trouvent superposées à des bâtiments isolés. Il arrive quelquefois que le vent soulève les longs pans et les rapproche l'un de l'autre en diminuant un peu l'angle au sommet des arbalétriers. Un effet analogue se produit encore quand, par une circonstance quelconque, la neige s'accumule inégalement sur les deux longs pans; l'un fléchit plus que l'autre, et les arbalétriers tendent encore à se rapprocher. Aussi, pour mieux assurer l'invariabilité de l'angle de la ferme, a-t-on employé plusieurs moyens. Le premier, qui consiste dans l'emploi d'un entrail moisé en bois (*fig. 3 et 9, Pl. XV*), fait mauvais effet et diminue beaucoup l'apparence de légèreté de la ferme. Un autre, qui vaut mieux, mais qui entraîne un peu de dépense, consiste à adapter dans les angles que font les arbalétriers entre eux et avec le mur, des pièces de bois ou de fonte, comme le représentent les *fig. 4 et 4', Pl. XVI*.

Chargé, en 1849, de rédiger le projet d'une ferme mi-partie de bois et de fer, pour la couverture d'un manège militaire, nous avons cherché à lui assurer une invariabilité de figure suffisante en combinant le système à sous-arbalétriers et à écharpe avec celui des pièces à sous-tendeurs en fer. Les *fig. 8, 8', 8'', 8''' et 8''', Pl. XVII*, donnent l'ensemble et les détails de cette combinaison, dans laquelle on remarquera que le sous-arbalétrier est brisé de manière à se composer de deux pièces égales d'une longueur modérée; la pièce inférieure soutient l'un des arbalétriers dans la partie où il est le plus chargé; la pièce supérieure contre-bute l'autre arbalétrier au point d'appui de l'une des pannes. Pour une portée de 22 mètres dans œuvre nous proposons de donner en équarrissage : à l'arbalétrier 0<sup>m</sup>, 20 et 0<sup>m</sup>, 16, au sous-arbalétrier 0<sup>m</sup>, 16 et 0<sup>m</sup>, 16, aux écharpes 0<sup>m</sup>, 16 et 0<sup>m</sup>, 16. Le diamètre des cordons en fer est fixé comme il suit : sous-tendeurs 0<sup>m</sup>, 032, tirant 0<sup>m</sup>, 038.

**199. Des fermes de faite.** — Les fermes dont il a été question jusqu'ici, qu'elles soient en bois ou en fer, ne peuvent remplir efficacement leur office de soutiens du comble qu'autant qu'elles sont solidement *contreventées*, c'est-à-dire maintenues d'une manière inébranlable dans la position verticale. Le moyen le plus employé pour obtenir ce résultat, consiste à assembler, dans le poinçon, des contre-fiches qui vont buter sous le faite (*fig. 5, Pl. XV, fig. 1', Pl. XVI, et fig. 8', Pl. XVII*). Quelquefois on place, parallèlement

au faîte, un sous-faîte qui s'assemble dans les extrémités de deux fermes voisines; puis, en diagonale dans le rectangle formé par les poinçons, le faîte et le sous-faîte, on place une croix de Saint-André (*fig. 1' et 3', Pl. XX*). L'ensemble de ces pièces forme alors ce qu'on appelle une *ferme de faîte*.

On se sert aussi des pannes pour contreventer les fermes. Lorsqu'elles s'assemblent dans l'arbalétrier, leur action est très-efficace; elle l'est moins, mais elle est encore utile, quand elles ne sont que posées ou chevillées sur cette pièce. Quand la surface du profil du comble est très grande et que l'équarrissage des fermes est assez faible pour qu'on puisse craindre qu'elles ne gauchissent hors du plan vertical, on les entretient l'une et l'autre par des liernes simples ou moisées qui relient entre eux les entraits, ou d'autres pièces principales de deux fermes consécutives.

**200.** *Remarques diverses sur les fermes dont l'ensemble et les détails sont représentés par les figures des Pl. XVI, XVII et XVIII.* — Un des plus grands mérites relatifs d'une construction dans laquelle il entre du fer, c'est la manière dont ce métal est mis en œuvre et dont est exécutée la serrurerie. Il nous serait impossible de décrire et de discuter les systèmes d'assemblage des fermes en fer, même en nous bornant à ceux qui sont les plus usités. Tout ce que nous pouvons faire, c'est de rassembler dans les *Pl. XVI, XVII et XVIII* des exemples choisis parmi ceux des ouvrages exécutés qui réunissent, à un degré satisfaisant, la solidité et l'économie, et d'ajouter à ces dessins quelques mots d'explication.

Les *fig. 1 et 1'*, *Pl. XVI*, représentent le profil et une partie de la projection intérieure du comble du grand bâtiment de l'École des Beaux-Arts. Cette ferme est à entrail retroussé, pour laisser plus de hauteur sous le plafond du dernier étage. Il en résulte une poussée sur le sommet du mur. Aussi la corniche et l'assise horizontale sur laquelle elle porte sont-elles traversées par de longs goujons en fer qui les rendent solidaires et capables de résister à la pression du comble. Les formes et les assemblages des pièces de cette ferme sont des plus simples. L'entrait et les deux parties inférieures des arbalétriers ont, pour profil, un T renversé. Sur les branches horizontales du T, on appuie, d'une ferme à l'autre, des châssis en barreaux de fer minces que l'on noie dans une couche de plâtre de 0<sup>m</sup>,04 d'épaisseur environ, ce qui forme un plafond suspendu à la ferme elle-même. La largeur de l'espace couvert est de 8 mètres environ. Les fers ont 0<sup>m</sup>,08 sur 0<sup>m</sup>,017.

La *fig. 2* est celle de la ferme ou fonte d'un marché au poisson de Londres. Elle mérite quelque attention aussi bien par sa simplicité que par son caractère original. Elle porte à la partie supérieure, en *abcd*, une lanterne dont le toit

en contre-pente ramène les eaux pluviales dans un petit canal *c*. Un autre canal *e* fournit un écoulement aux eaux qui tombent sur le long pan *de* du comble et sur l'auvent *cf*. Ces eaux trouvent une issue dans les colonnettes *eg* qui sont creuses, comme le montre la *fig. 2''*. Des pannes en fonte vont d'une ferme à l'autre se loger dans des entailles *p*, *p'*, *p''*, destinées à les recevoir. Sur ces pannes se placent des barreaux de fer forgé faisant fonction de chevrons et supportant une couverture métallique. Du sommet des colonnettes partent, dans le sens perpendiculaire au plan de la ferme, des appendices *h*, *i*, *k* (*fig. 2'*), sur lesquels s'appuient les pieds des chevrons. L'ouverture de la ferme, mesurée entre les deux colonnettes, est de 9<sup>m</sup>,50 environ. Le profil de la ferme, pris en *oo'* au point où l'épaisseur est au minimum, offre la figure d'un double T, de 0<sup>m</sup>,135 de hauteur totale. L'épaisseur de la fonte dans le corps vertical du T est de 0<sup>m</sup>,02 et la saillie des branches horizontales de 0<sup>m</sup>,01 de chaque côté. Le diamètre extérieur des colonnettes est de 0<sup>m</sup>,162.

La moitié d'une ferme du marché de la Madelaine, à Paris, et une travée du comble de ce marché, sont représentées par les *fig. 3* et *3'* de la *Pl. XVI*, dont le bas est occupé par les assemblages de cette ferme. Comme les principales dimensions de l'ensemble et des détails sont indiquées sur les figures par des cotes, nous nous abstiendrons de les transcrire ici. La simplicité et la solidité de l'ajustement des pièces de cette ferme nous ont paru leur mériter d'être offertes comme des modèles de serrurerie de bâtiment. Mais nous devons dire que l'échantillon des fers est peut-être un peu faible, au moins dans le sens de l'épaisseur horizontale, et ce qui le prouve, c'est que quelques-unes des fermes ont gauchi et se sont voilées hors du plan vertical.

Parmi les dessins de la *Pl. XVII*, nous ferons remarquer, en premier lieu, la *fig. 6* qui est une imitation du type de la ferme antique de Saint-Paul de Rome (*fig. 14*, *Pl. XV*), dans laquelle des constructeurs anglais ont remplacé les moises pendantes par des aiguilles de fer, et les assemblages à tenons et mortaises par des sabots en fonte. Cette ferme anglaise a été exécutée à Birmingham avec une portée de 12<sup>m</sup>,25 environ. L'équarrissage des pièces en bois est à peu près le suivant : arbalétriers, 0<sup>m</sup>,16 sur 0<sup>m</sup>,17; entrant, 0<sup>m</sup>,16 et 0<sup>m</sup>,18; tirant, 0<sup>m</sup>,25 et 0<sup>m</sup>,25. Les aiguilles pendantes sont en fer rond, de 0<sup>m</sup>,032 de diamètre; le tirant est en bois, parce qu'il porte un plancher. La ferme *fig. 5* est la même que la précédente, dans laquelle, au tirant de bois, on a substitué un tirant en fer. Elle est représentée dans son ensemble par la *fig. 5*, et dans ses détails par les *fig. 5'*, *5''* et *5'''*. Cette

ferme est un des premiers essais de l'emploi du fer et du bois combinés; à ce titre, elle méritait d'être mentionnée ici.

La ferme (*fig. 1 et 1'*) convient pour la couverture d'espaces dont la largeur ne dépasse pas 8 mètres. En donnant à l'arbalétrier 0<sup>m</sup>, 11 sur 0<sup>m</sup>, 06, on peut lui faire porter 1000 kilogrammes. Celle que représente la *fig. 3* fait partie du comble d'un hangar de débarquement à Liverpool. Elle a 10 mètres environ de portée. L'arbalétrier est formé par un madrier en sapin de 0<sup>m</sup>, 22 sur 0<sup>m</sup>, 08. Le tirant est en fer rond de 0<sup>m</sup>, 027 de diamètre. La *fig. 3'* donne le détail de l'attache du tirant sur l'arbalétrier et sur la sablière.

La portée des fermes (*fig. 2 et 4*) peut, sans inconveniент, s'étendre jusqu'à 22 et même 25 mètres. Les arbalétriers doivent avoir alors en équarrissage de 0<sup>m</sup>, 25 sur 0<sup>m</sup>, 16, à 0<sup>m</sup>, 30 sur 0<sup>m</sup>, 20; les cordons et tirants en fer 0<sup>m</sup>, 03 environ de diamètre. Nous avons donné (*fig. 4', 4'' et 4'''*) le détail des précautions que, dans le commencement de l'emploi de ces fermes à sous-tendeurs en fer, on croyait devoir prendre pour faciliter les mouvements produits par la dilatation des fers, et pour empêcher que le pied de l'arbalétrier ne poussât le sommet du mur.

La ferme (*fig. 9*) est celle du hangar aux manœuvres de Vincennes, exécutée sur les dessins de M. le colonel Morin; elle a 22 mètres d'ouverture. La *fig. 7* est celle de la ferme de la gare du chemin de fer du Nord dont la portée est de 17<sup>m</sup>, 20. La *fig. 10* représente une des fermes du hangar aux marchandises de l'embarcadère du chemin de fer de Rouen, qui est toute en fer, sauf l'arbalétrier, qui est composé de deux lames en fer et d'une tringle en bois (*fig. 10'*) sur laquelle sont clouées les voliges de la couverture. La *Pl. XVIII* contient les détails des assemblages des différentes parties de ces trois fermes. Des lettres de renvoi indiquent la correspondance entre les figures de la *Pl. XVIII* et celles de la *Pl. XVII*.

Nous avons expliqué au n° 198 de cette Leçon le système dans lequel a été dessinée la ferme (*fig. 8*); il ne nous reste plus à parler que de la ferme (*fig. 11*), qui est celle du comble de la halle aux fontes de la fonderie de la marine à Ruelle; elle a été exécutée par M. Jacquemard, serrurier à Paris, dans le même système que le comble de l'embarcadère des voitures de Vincennes, place de la Bastille, dont il est également l'auteur. Elle a 21<sup>m</sup>, 64 d'ouverture totale. La hauteur de la ferme mesurée du sommet à l'horizontale du pied des arbalétriers est de 7<sup>m</sup>, 50, en sorte que les longs pans du toit sont inclinés environ aux deux tiers. Les deux barres parallèles de l'arbalétrier sont en fer méplat de 0<sup>m</sup>, 05 sur 0<sup>m</sup>, 02; les entretoises inclinées entre ces deux barres ont 0<sup>m</sup>, 04 sur 0<sup>m</sup>, 014. Le diamètre du tirant est de 0<sup>m</sup>, 027; celui des sous-tendeurs

$0^m,023$ ; celui de la flèche  $0^m,04$ ; l'espacement des fermes est de  $3^m,33$ . Les pannes (*fig. 11'*) sont des barres de  $0^m,036$  sur  $0^m,023$  placées de champ et sous-tendues par des cordons en fer rond de  $0^m,018$  de diamètre.

Chacune de ces fermes a été, après sa mise en place, essayée par une charge de 16 000 kilogrammes sous laquelle elle n'a fléchi que de  $0^m,015$  à  $0^m,020$  en moyenne.

La couverture, en ardoises, est posée sur une couche de plâtre dans laquelle est noyé un grillage en fer portant sur les pannes (*fig. 11''*).

**201.** *Effets des variations de la température sur les tirants en fer.* — Dans quelques fermes sous-tendues par des tirants ou des cordons en fer, on remarquera un petit mécanisme T (*fig. 8 et 8'*, *Pl. XVII*) qui permet d'augmenter à volonté la tension du tirant. Non-seulement ce mécanisme est utile, lors du montage de la ferme, pour ajuster convenablement toutes les parties, mais il l'est aussi, dans les variations de température, pour remédier à l'accourcissement ou à l'allongement des pièces en fer.

L'allongement des tirants a pour effet d'exposer les murs à la poussée des fermes. Leur accourcissement augmente l'effort de traction qu'ils supportent, et en même temps la compression qu'éprouve l'arbalétrier. La diminution de leur longueur a plus d'inconvénient que son augmentation, comme il est facile de s'en assurer.

A 1 degré de variation dans la température correspond, dans une barre de fer de 1 mètre de longueur, un allongement ou un accourcissement de  $0^m,0000122$ ; donc en supposant que le tirant en fer d'une ferme de charpente de 22 mètres de portée, mis en place et convenablement tendu par une température de  $+5^\circ$ , soit exposé à une chaleur de 35 degrés, on voit qu'il éprouvera une dilatation totale de  $0^m,008052$  ou moins de  $0^m,01$ . Si les appuis de la ferme ne sont pas assez stables pour faire équilibre à sa poussée horizontale, ils se déplaceront, mais de  $0^m,004$  seulement chacun, déplacement à peu près insensible, et qui n'aurait d'inconvénient qu'autant que, souvent répété, il désorganiserait la maçonnerie et romprait la cohésion des mortiers.

Mais si le même tirant, mis en place à une température de 15 degrés, éprouve 15 degrés de froid et se trouve exposé à une diminution de température de 30 degrés, il se raccourcira par mètre courant de  $0^m,000366$ ; or cet accourcissement est égal aux  $\frac{2}{5}$  de celui qui serait capable d'énerver la résistance du fer, et si l'on y ajoute la traction due à l'action de la charpente, on arrivera à une tension moitié de celle qui altère l'élasticité, au lieu du  $\frac{1}{6}$  que nous nous sommes proposé de ne pas dépasser (**n° 126**). On fera donc

bien, dans les hivers rigoureux, d'observer les effets du froid sur les cordons et les tirants en fer, et de se servir des écrous T (*fig. 8'*) pour les détendre, si leur rigidité devenait trop grande.

## DES FERMES DROITES ET COURBES SANS TIRANT.

**202.** *Des fermes circulaires à la Philibert de Lorme.* — La rareté des pièces de bois d'un fort équarrissage, et l'aspect désagréable des tirants, que leur grande longueur oblige souvent de suspendre aux arbalétriers par des moises ou aiguilles pendantes, ont, depuis plusieurs siècles, engagé les constructeurs à construire des fermes sans tirants, et à composer des systèmes de charpente dans lesquels les grosses pièces de bois fussent remplacées par des morceaux d'un faible équarrissage, plus communs dans le commerce.

Au commencement du XVII<sup>e</sup> siècle, vers 1620, un architecte français, Philibert de Lorme, imagina de substituer, aux fermes droites, des fermes courbes ou en arc, construites en planches de sapin. A cette époque, comme maintenant, il arrivait chaque année à Paris, par la Seine, des bateaux chargés de vins, de bois, de briques et de tuiles, que l'on dépeçait ensuite pour en vendre les matériaux. Il paraît qu'on les délaissait du temps de Philibert de Lorme, et qu'il a, le premier, indiqué le moyen de les utiliser dans la construction des charpentes. Aujourd'hui, les planches de démolition de bateaux sont fort recherchées, et se vendent à un assez haut prix.

Les *fig. 1 et 1'* de la *Pl. XIX* représentent un arc à la Philibert de Lorme, formé, dans son épaisseur, de deux couches de planches jointives. Chaque couche se compose de morceaux qui ont 1<sup>m</sup>,30 environ de longueur, avec une épaisseur proportionnée au diamètre de l'arc. Ils sont arrangés comme les voussoirs d'une voûte, de manière que les joints d'une couche soient recouverts par le plein de ceux de l'autre couche. On les réunit ensuite par des clous et des chevilles de bois. (*Voir*, pour l'épaisseur des arcs, la Table ci-après, n° 204.)

Les arcs ainsi construits sont posés à côté les uns des autres à 0<sup>m</sup>,70 de distance d'axe en axe, sur une retraite pratiquée dans le mur à 1 mètre en contre-bas de la corniche extérieure du bâtiment, et engagés, par leurs pieds, dans une sablière de 0<sup>m</sup>,20 à 0<sup>m</sup>,24 d'épaisseur; et, afin d'entretenir ces arcs entre eux, on entaille sur l'intrados et sur l'extrados le logement de plusieurs cours de liernes, que l'on cloue sur les courbes, et qui sont de même épaisseur que les planches dont elles sont composées. L'ensemble des arcs forme alors une espèce de voûte en bois. Les liernes ne font pas continuité, et ne réunissent chacune que trois courbes; mais là où chaque cours

de liernes commence et finit, il en aboutit deux autres cours : ce qui équivaut à une série de liernes continues. Sur les reins de l'arc et à son sommet, on ajoute une planche pour former, en bas, la gouttière, et, en haut, l'arête du toit. On cloue ensuite le lattis de la couverture sur les fermes, ce qui contribue encore à leur réunion et à leur solidarité.

Dans cette disposition primitive de la charpente à la Philibert de Lorme, on voit qu'une partie CD de la surface du toit conserve à l'extérieur la courbure de l'arc. Il ne paraît pas que Philibert de Lorme ait regardé cette courbure comme un défaut, et que, pour l'éviter, il ait voulu altérer en rien la simplicité de son invention. C'est postérieurement à lui que des constructeurs, désirant donner aux longs pans du toit une forme tout à fait plane, ont imaginé d'encadrer les arcs dans une autre ferme droite *abcde* (fig. 3, *Pl. XIX*), composée d'un poteau *ab* et d'un arbalétrier *cb*, sur lequel se cloue le lattis de la couverture. On en a un exemple dans le manège de l'École d'application, à Metz; mais cette disposition, qui accouple un arc plus ou moins flexible avec une autre charpente plus rigide, ôte au système de Philibert de Lorme une partie de ses avantages (*voir ci-après, n° 207*). On pourra remarquer aussi dans la charpente du manège de l'École de Metz, que les arcs sont composés de trois couches de planches au lieu de deux, et que les liernes traversent les arcs en leur milieu (fig. 2). Cet exemple n'est pas le seul; mais Rondelet et d'autres constructeurs s'accordent à penser que les liernes sont mieux placées de la manière indiquée par Philibert de Lorme lui-même. Nous renvoyons, pour quelques détails qu'il serait trop long d'exposer ici, à l'ouvrage de cet auteur (livre X, chapitre III, page 281 de l'édition de 1681 de la *Nouvelle manière de bien bâtir à petits frais*), à Rondelet (7<sup>e</sup> édition, tome III, page 149), et aux détails de la fig. 3, *Pl. XIX*.

Mais nous ne pouvons nous empêcher de faire remarquer avec quelle facilité la charpente à la Philibert de Lorme se prête à prendre toutes les formes de l'architecture, et de combien d'applications ce système est susceptible.

**203. Application du système de Philibert de Lorme à la construction des voûtes en charpente.** — On l'emploie dans les édifices bâties avec quelque recherche pour faire, en bois revêtus de plâtre, les plafonds des salles où l'on veut simuler des combinaisons de voûtes, comme le représentent les fig. 4, 4' et 4'', *Pl. XIX*, qui font voir un dôme en pendentif à la rencontre de deux berceaux avec quatre voûtes en arc de cloître dans les angles; le tout exécuté en charpente. A Metz, et dans d'autres localités où les planches de sapin sont à bon marché, on compose les cintres qui servent à la construction des voûtes avec des madriers assemblés d'une manière qui ne diffère de la

construction des arcs à la Philibert de Lorme que par la suppression des liernes, que les couchis des cintres rendent inutiles.

Depuis Philibert de Lorme, la main-d'œuvre a beaucoup augmenté de prix. Cependant il est à croire que son système est encore, pour la construction des charpentes circulaires, le plus élégant et le plus avantageux de tous.

**204. Equarrissage à donner aux courbes du système de Philibert de Lorme.** — Cet architecte donne la Table suivante, qui fixe la proportion à établir entre les dimensions des planches qui forment les courbes et le diamètre du cintre :

DIAMÈTRE des arcs.	LARGEUR, ÉPAISSEUR des arcs en planches.	ESPACEMENT des courbes.
17.80	0,21	0,027
19.50	0,35	0,054
22.24	0,35	0,070
35.00	0,35	0,080

Les liernes doivent avoir au moins l'épaisseur des planches et une largeur égale à quatre fois cette épaisseur. Les clefs ont même épaisseur que les planches ; leur largeur est double de la précédente dimension ; leur longueur est d'environ 0<sup>m</sup>,20.

**205. Modification du système de Philibert de Lorme faite par M. Lacaze.**

— Le système d'arcs en planches de Philibert de Lorme a reçu de M. Lacaze, entrepreneur de charpente à Paris, une modification qui consiste à substituer aux deux ou trois couches de planches, qui composent le corps de l'arc, des solives de 0<sup>m</sup>,13 à 0<sup>m</sup>,16 d'épaisseur, refendues en deux et assemblées entre elles à trait de Jupiter, de manière à former des combles aigus. Chaque moitié est un arc dont la flèche est le septième de la corde, et dont l'épaisseur va en augmentant un peu du sommet au pied, qui est le point le plus chargé (*fig. 5, Pl. XIX.*).

Les arcs sont réunis par des liernes comme dans le système à la Philibert de Lorme. La charpente du manège de la caserne Chamblière, à Metz, a été construite en 1819 par M. le colonel Vainsot d'après le système de Lacaze. Il n'y a pas eu d'économie sur une charpente à la Philibert de Lorme.

Rondelet, qui approuve le système de Lacaze, propose de donner aux arcs, en épaisseur, la cent quarante-quatrième partie de l'ouverture de la ferme, et, en largeur, le double de leur épaisseur.

**206. Arcs en bois plié de l'invention de M. le colonel Émy.** — En 1825, M. le colonel du génie Émy, alors directeur des fortifications à Bayonne, y fit exécuter une charpente de son invention, pour servir de comble à un

magasin rectangulaire de 57 mètres de longueur sur 20 mètres de largeur dans œuvre. Chaque ferme (*fig. 2, Pl. XX*) est composée d'un arc en demi-cercle qui se combine avec une ferme droite simple sans tirants, formée de deux arbalétriers et de deux poteaux renforcés par des aisseliers et des entraits; l'arc et la ferme qui l'encadre sont réunis par des moises pendantes (*fig. 2'' et 2'', Pl. XX*), rayonnant toutes vers le centre.

L'arc est la pièce principale de la ferme dont il s'agit; il est composé de cinq madriers ayant 0<sup>m</sup>,055 d'épaisseur sur 0<sup>m</sup>,136 de largeur, appliqués l'un sur l'autre, comme le sont les feuilles d'un ressort de voiture, et courbées selon le cintre nécessaire pour la portée de la charpente. La *fig. 2', Pl. XX*, en montre la coupe.

Les madriers sont pris dans de grandes pièces de sapin du Nord, sciées suivant leur longueur. Leur peu d'épaisseur les rend assez flexibles pour qu'on puisse les amener à la courbure nécessaire sans les mouiller ni les faire chauffer. On se sert, pour cette opération, de chevalets en bois de chêne, disposés, dans le sens des rayons de l'arc, de manière que les faces intérieures de ceux de leurs montants qui sont les plus voisins du centre soient toutes dans la surface cylindrique de l'intrados de l'arc. On force les madriers à venir se placer successivement dans tous les chevalets, et on les serre les uns contre les autres au moyen de coins qui les maintiennent dans leur état de courbure. On les traverse alors par des boulons de 0<sup>m</sup>,027 de grosseur, et on les réunit par des frettées taraudées qui se serrent comme des étriers, et qu'il est bon d'entailler dans le bois de leur épaisseur.

Les arcs amenés à cet état peuvent être extraits des chevalets sans crainte de les voir se redresser. En effet, pour que le redressement eût lieu, il faudrait, puisque les lames ne peuvent pas glisser les unes sur les autres, que celles qui sont situées à l'intrados s'allongeassent, et que celles de l'extrados se raccourcissent au contraire.

Après avoir extrait des chevalets un arc boulonné et fretté, on l'assemble sur le sol avec les arbalétriers, en plaçant quelques moises, puis on le hisse verticalement au moyen d'écoperches armées de poulies et de haubans, jusqu'au niveau de la sablière. On le met en place en le maintenant suspendu jusqu'à ce qu'on ait monté les poteaux moisés, et qu'on ait achevé de consolider le système par la pose des dernières moises pendantes.

Ces fermes ont besoin d'être solidement contreventées pour ne pas se gau-  
chir; on les arc-boute les unes sur les autres par des croix de Saint-André (*fig. 3, Pl. XIX*), placées dans le plan vertical du faîte.

En n'espacant ces fermes que de 3 mètres à 3<sup>m</sup>,30, on peut supprimer les

chevrons du toit et clouter les lattis sur des pannes de 0<sup>m</sup>, 12 à 0<sup>m</sup>, 16 d'équarrissage, distantes de 1 mètre d'axe en axe. (*Voir*, pour plus de détails, *Description d'un nouveau système d'arcs pour les grandes charpentes*; par M. le colonel Émy; — Notice de M. Chayrou sur la construction du manège de Libourne, *Mémorial du Génie*, n° 10, page 31.)

**207.** *Défaut d'homogénéité dans une charpente composée d'une ferme droite et d'un arc; inconvenient qui en résulte.* — Quelque ingénieuse que soit l'invention des charpentes en arc, quelque satisfaisant que soit leur aspect, ces charpentes ne sont pas cependant à l'abri de quelques objections sérieuses. Des expériences faites en 1837 à l'École d'application de l'artillerie et du génie, et dont il a été rendu compte dans un Mémoire intitulé : *Étude théorique et pratique sur les charpentes à grande portée*, ont donné lieu de reconnaître que la résistance à la flexion et à la rupture d'une pièce courbe composée de plusieurs couches de planches accolées dans le sens vertical ou superposées concentriquement, n'est pas tout à fait moitié de celle d'une pièce de bois de même forme et de mêmes dimensions, mais d'un seul morceau; tandis que la résistance du système qui encadre les arcs dans les charpentes en arc, ne diffère pas sensiblement de celle d'un cadre de même forme et de mêmes dimensions qui serait fait d'une seule pièce. Les mêmes expériences ont démontré aussi que l'arc est beaucoup plus flexible que la ferme droite simple à laquelle il est réuni, et qu'il peut prendre, avant de se rompre, une flèche de courbure qui s'élève, pour les arcs en planches, à  $\frac{1}{30}$ , et, pour les arcs en bois plié, à  $\frac{1}{10}$  du diamètre. Pour la charpente droite qui encadre l'arc, cette flèche n'est que  $\frac{1}{75}$  de ce diamètre.

Il suit de là que, si l'on compose une charpente *en arc* d'une ferme simple et d'un arc ayant même équarrissage, la ferme droite portera seule presque tout le poids; car, puisque les flèches de courbure sont proportionnelles aux poids qui les causent (*voir* la troisième partie du *Cours*), et que la ferme droite et l'arc sont réunis et doivent flétrir ensemble, il est clair que la portion de la charge supportée par l'arbalétrier de la ferme droite sera à celle que supporte l'arc, comme 75 est à 30, dans les fermes en arc de planches posées de champ; et comme 75 est à 10 dans les fermes en arc de bois plié.

Pour rétablir l'homogénéité dans un système composé d'une ferme droite et d'un arc en planches, il faut donc nécessairement exagérer les dimensions de ce dernier, sans quoi il ne servira à peu près à rien. En cherchant par l'expérience quel était le rapport à établir entre les équarrissages de l'arbalétrier de la ferme droite et celle de l'arc, on a trouvé que l'épaisseur du second devait, dans les cas les plus favorables, dépasser de  $\frac{1}{6}$  celle du premier.

Les charpentes *en arc* ont d'ailleurs le défaut d'être, à cause de la main-d'œuvre employée à débiter les planches et à faire les assemblages, fort coûteuses à établir; de plus, d'après leur composition actuelle, dans laquelle entre une ferme droite, elles ont perdu l'avantage que possédaient les arcs à la Philibert de Lorme, de ne pas demander l'emploi de longues et fortes pièces de bois.

**208.** *Des charpentes dites droites sans tirant.* — Guidé par ces considérations, nous avons cherché à les remplacer par des fermes composées uniquement de pièces droites, mais conservant l'aspect d'un cintre. Des modèles de ces fermes de 12 mètres de diamètre ont été essayés, et on leur a trouvé, à équarrissage égal et pour la même portée, une résistance presque double de celle des charpentes en arc (voir *Études sur les charpentes à grande portée*, page 68). Les fig. 4, 4' et 5, Pl. XX, représentent l'une de ces fermes de 22 mètres de portée, dont il a été fait depuis 1837 diverses applications dans la construction des manèges militaires. On calculera leur équarrissage par la règle suivante, qu'on doit regarder comme empirique. Nommant :

- P le poids que porte l'arbalétrier de la ferme AB (fig. 4', Pl. XX);
- P' celui que portent ensemble le poteau BC et la jambe de force CD;
- A la demi-ouverture de la ferme;
- l la largeur des pièces mesurées perpendiculairement au plan de la ferme;
- h la somme des épaisseurs de l'arbalétrier et des sous-arbalétriers, mesurées dans le plan de la ferme;
- h' la somme des épaisseurs du poteau et de la jambe de force; on fera :

$$\begin{aligned}lh^2 &= 0,0000044 P.A; \\lh'^2 &= 0,0000080 P'.A.\end{aligned}$$

On trouvera un exemple du calcul de l'équarrissage d'une ferme de ce genre à la page 217 du n° 14 du *Mémorial du Génie* (voir aussi l'Appendice à la dixième Leçon, n° 223).

**209.** *Fermes en arc mi-parties de fonte et de bois.* — La disproportion que nous avons signalée entre la résistance des pièces courbes et celle des pièces droites d'une *ferme en arc*, n'existe plus lorsqu'on emploie, à la construction de l'arc, le fer fondu ou forgé, parce que les assemblages des morceaux dont il doit être composé peuvent alors se faire d'une manière assez intime et assez solide pour qu'il résiste à très-peu près comme s'il était d'une seule pièce, et qu'on peut, sans exagérer ses dimensions et sa dépense relative, lui donner une rigidité égale à celle d'un assemblage de pièces droites.

Malgré la cherté relative du fer, nous croyons qu'on pourrait, à un prix modéré, obtenir des fermes d'une grande résistance en les composant d'un arc en fer fondu et d'un arbalétrier en bois, réunis par des moises en charpente.

Nous citerons comme un exemple de simplicité et de solidité tout à la fois, la ferme en fer fondu (*fig. 8, Pl. XX*) qui porte la couverture de la halle aux fontes de la fonderie de Douai. Le système adopté est calqué sur le mode d'assemblage des planches dans les arcs à la Philibert de Lorme. L'arc est composé de trois lames; celle du milieu, au lieu d'être simplement prismatique, a la forme d'un T (*fig. 8'*), dans lequel s'emboîtent les deux autres lames. Les trois lames sont disposées de manière que tous les joints sont recoupés par des pleins. Des boulonnets, placés à droite et à gauche de chaque joint, réunissent ces trois cours de lames entre eux, de telle sorte que, lorsque l'arc plie, ses molécules résistent à la déformation, non-seulement par suite de la compression, mais aussi par suite de l'allongement des fibres.

Les arcs sont entretenus et contreventés par des liernes en fer fondu (*fig. 8'', Pl. XX*), qui servent aussi de pannes pour porter les chevrons en bois du lattis de la couverture; ces chevrons y sont attachés par des vis, ce qui établit une grande solidarité entre toutes les parties du toit. La *fig. 8'''* montre en plan le pied de la ferme. Les *fig. 8''', 8''''* et *8'''''* représentent une portion de l'arc dessinée en plan, de côté et en face, sur une échelle plus grande que celle de la *fig. 8*.

Un des mérites de ce système, c'est la simplicité de forme des pièces qui le composent, simplicité qui est très-favorable à leur bonne venue à la fonte et à l'égalité de leur retrait dans le refroidissement. Lorsqu'une pièce de fonte présente de grandes différences de grosseur dans ses différentes parties, les plus minces se refroidissent plus vite que les autres, et il en résulte des fissures d'abord imperceptibles, mais qui se convertissent bientôt en véritables fractures. Cette cause de destruction a été évitée dans la ferme de la halle aux fontes de Douai.

#### **210. Des poussées exercées contre les murs par les charpentes sans tirants.**

— Tout le monde comprend facilement que deux pièces rectilignes, placées dans une position inclinée et butant l'une contre l'autre, puis chargées de poids répartis uniformément sur leur longueur, doivent avoir une tendance à s'abaisser sur l'horizontale, et que, par suite, elles exercent contre leurs appuis une pression qui aurait pour effet de les renverser, si l'on ne s'y opposait, soit en réunissant par un tirant les pieds de ces deux pièces, soit en donnant aux appuis des dimensions et un poids assez fort pour les rendre inébranlables.

Les mêmes effets ont lieu, quand on remplace les pièces droites par des arcs d'une figure quelconque, et les pressions horizontales exercées par les pieds de ces arcs sur leurs appuis diffèrent très-peu de celles que leur feraient éprouver des pièces droites allant de chacun des pieds de l'arc à son sommet. Il est donc nécessaire également, ou bien de retenir les pieds des arcs par des tirants, ou bien de calculer convenablement l'épaisseur à donner aux murs ou piliers qui les supportent, comme nous l'avons indiqué ci-dessus (*voir ci-après le n° 219*).

Mais indépendamment de la poussée qu'elles exercent au niveau de leur naissance, les charpentes en arc en exercent une autre qui agit sur le sommet des murs d'enceinte des bâtiments qu'elles servent à couvrir, et ces poussées sont d'autant plus dangereuses que leur bras de levier est plus grand.

Pour comprendre leur existence, il faut se reporter à la *fig. 2, Pl. XX*, qui représente le profil d'un bâtiment recouvert par un arc demi-circulaire en charpente, encadré dans une ferme simple. On voit que, pour que les chevrons puissent venir reposer sur la sablière, il faut que le mur monte à peu près au niveau du sommet du poteau P; il arrive alors, pour des inclinaisons moyennes du toit, que le point de l'arc de charpente qui est au niveau du point P, se trouve à l'extrémité d'un rayon qui fait, avec la verticale, un angle de 60 degrés environ.

Or, si l'on charge un arc de poids capables de le faire plier, en même temps que l'on maintient invariablement à leur place ses extrémités inférieures, on voit le sommet de l'arc s'abaisser, tandis que les reins se relèvent et se déplacent horizontalement (*fig. 33, Pl. XII*); et l'expérience prouve que le point qui se déplace le plus est précisément situé sur l'arc à 60 degrés environ de la verticale.

L'arc, en fléchissant, tend donc à renverser le sommet du poteau contre le mur; de plus, la charpente, en s'abaissant, laisse librement descendre les chevrons qui agissent alors sur la sablière comme autant de petites fermes droites, dont on aurait supprimé les tirants. Ces derniers effets ne peuvent être prévenus que par quelques précautions prises dans la construction et la mise en place de la charpente. Elles se réduisent : 1<sup>o</sup> à incliner en dedans le poteau d'une quantité à peu près égale au déversement que l'on suppose qu'il pourrait éprouver par la flexion de la ferme lors de la pose de la couverture, afin qu'après que cette flexion sera opérée, il se retrouve vertical; 2<sup>o</sup> à ne point appuyer contre la maçonnerie l'extrémité des arbalétriers; 3<sup>o</sup> à poser d'abord provisoirement les sablières sur des cales, puis, à mesure qu'on charge les chevrons du poids de la couverture et que la ferme s'af-

faisse, à retirer les cales pour laisser descendre la sablière sur le sommet du mur à la place qu'elle doit occuper.

**211.** *Remarque sur l'intensité et les effets de la poussée exercée sur leurs appuis par les fermes sans tirant.* — Nous appellerons encore l'attention des constructeurs sur un fait essentiel, c'est que la poussée exercée contre chacun de ses deux appuis, par une ferme de charpente sans tirant, ne varie pas sensiblement avec la matière dont l'arc ou la ferme sont composés, ni avec le mode de leur construction, mais seulement avec leur figure, le poids dont ils sont chargés et la répartition de ce poids. Les expériences faites à l'École de Metz, en 1837, ont donné ce résultat, qu'en nommant  $P$  le poids total réparti sur la projection horizontale d'un arc demi-circulaire en planches à la Philibert de Lorme, d'un arc en bois plié du système du colonel Émy, ou d'une ferme droite dont la demi-ouverture ne différait pas beaucoup de la montée, la poussée exercée sur chacun des appuis était toujours à très-peu près égale à  $0,20 P$ . Le plus ou le moins de flexibilité des arcs ou fermes en charpente ne change donc rien à l'intensité de la poussée; cependant il faut ajouter que les effets de cette poussée sont beaucoup plus sensibles et plus dangereux quand l'arc est flexible que quand il ne l'est pas.

En effet, si la ferme ou l'arc était libre de se déformer à volonté, le déplacement horizontal de ses deux pieds serait proportionnel à sa flexibilité. Un arc très-pliant tend donc à déplacer considérablement ses appuis; un arc très-roide peut, avec la même poussée, n'opérer qu'un déplacement inappréiable et sans danger pour la stabilité du système. Il est aisé de conclure de là que la flexibilité dans les fermes de charpente est un défaut sous le rapport de leur action contre les murs, comme sous le rapport de leur résistance au poids dont on les charge (n° 116). Toutes les fois donc que l'on aura à construire des charpentes sans tirants, il faudra, tant par le choix des matériaux que par le mode d'assemblage, s'efforcer d'obtenir le plus de roideur possible, et la plus grande résistance au changement de figure.

**212.** *Des fermes polygonales dont la figure est la courbe d'équilibre définie au paragraphe e du n° 166.* — Il était, d'après ce qui précède, naturel d'essayer s'il ne serait pas possible de construire des fermes ayant, comme les fermettes en fer du paragraphe *e*, n° 166, la propriété de n'être soumises qu'à des efforts de compression, et de n'être nullement sollicitées à flétrir; et l'analogie des ponts suspendus avec une ferme polygonale chargée de poids, faisait pressentir que rien ne s'opposerait à la réalisation de cette idée théorique. Nous donnerons, en effet, dans un Appendice à cette Leçon, avec un aperçu de la théorie des polygones d'équilibre, le moyen de tracer

graphiquement ces polygones, quelle que soit d'ailleurs la répartition de la charge qu'ils sont appelés à supporter.

M. le capitaine Fabré est l'auteur du projet d'une ferme polygonale proposée en 1849 pour le manège de Castres. Cette ferme, soumise à des expériences comparatives avec la ferme dont il a été question ci-dessus, n° 208, a, d'après le Rapport d'une Commission spéciale, montré une résistance supérieure, avec un moindre cube de bois. Nous ignorons s'il a été fait ailleurs un emploi quelconque de ce système. La fig. 3, *Pl. XXI*, donne le croquis de la ferme de M. Fabré; la fig. 2 est celle d'un polygone en équilibre sous les mêmes poids et remplissant les mêmes conditions, tracé par le procédé que nous indiquons au n° 240 de l'Appendice à cette dixième Leçon.

**213.** *Comparaison des prix du mètre cube d'espace couvert par les divers systèmes de fermes sans tirant les plus usités.* — Comme les fermes droites ou courbes sans tirant servent ordinairement à la construction des combles d'une grande ouverture, l'économie dans leur établissement est une des qualités les plus précieuses qu'elles puissent posséder. Nous pensons donc qu'un tableau des prix auxquels revient le mètre carré d'espace couvert dans différents systèmes ne sera pas sans intérêt pour les constructeurs.

DÉSIGNATION DES FERMES ET DU GENRE DE COUVERTURES QU'ELLES SUPPORTENT.	PRIX DU MÈTRE CARRÉ d'espace couvert, non compris les murs et autres supports.
(1) Charpente à la Philibert de Lorme avec couverture en ardoises ( <i>fig. 13, Pl. XIX, n° 202</i> ), exécutée au manège de l'École d'application à Metz.....	16.50
(2) Système de M. Lacaze avec couverture en ardoises ( <i>fig. 5, Pl. XX, n° 203</i> ), exécuté au manège de Chambière.....	17.50
(3) Ferme droite en bois sans tirant avec couverture en tuiles creuses ( <i>fig. 4, Pl. XX, n° 208</i> ), recommandée par la circulaire ministérielle du mois de mai 1845.....	22.60
(4) Ferme en bois et fer avec couverture en tuiles creuses ( <i>fig. 8, Pl. XVII, n° 198</i> ), recommandée par la circulaire ministérielle du 10 juin 1849.....	22.73
(5) Ferme à la Palladio avec tirant en bois et aiguille pendante en fer, portant une couverture en tuiles creuses, exécutée au manège de Lunéville.....	25.72
(6) Ferme dont les arbalétriers sont en bois avec une flèche et des sous-tendeurs en fer, portant une couverture en zinc et une lanterne en verre et fer à la partie supérieure.....	30.00
(7) Ferme de la halle aux fontes de la fonderie de Ruelle ( <i>fig. 11, Pl. XVII, n° 200</i> ), tout en fer, avec couverture en zinc éclairée par le haut.....	38.50
(8) Ferme de l'embarcadère du chemin de fer de Rouen ( <i>fig. 9, Pl. XVII</i> ). Les arbalétriers sont en bois et fer sous-tendus par des cordons et deux flèches en fer, avec couverture en zinc sur plancher jointif en bois.....	43.75
(9) Ferme en fer et fonte, couverture en zinc sur plancher jointif en bois, de l'embarcadère du chemin de fer de Saint-Germain.....	55.00

**214.** *Des appentis.* — Un appentis est un demi-comble n'ayant qu'un *long pan*, ou, en d'autres termes, un seul égout, ouvert le plus souvent d'un côté en manière d'*auvent*, et appuyé de l'autre contre un mur (*fig. 1, Pl. XX*).

La simplicité de ce genre de constructions fait qu'il est ordinairement exécuté avec négligence. Cependant il présente une particularité digne d'attention. Elle consiste en ceci, que la poussée de l'arbalétrier n'y est pas équilibrée, comme dans les fermes complètes, par celle d'un arbalétrier symétrique. Il en résulte que le soutien, mur ou poteau, de celle des extrémités du tirant dans laquelle s'assemble l'arbalétrier, tend à se déverser en dehors, et que le tirant est, à l'extrémité opposée, sollicité à sortir de son encastrement dans le mur. On peut observer ces effets dans la plupart des appentis existants. Pour les prévenir, il faut donner une stabilité suffisante au support BE, ou le relier au mur AD par des ancrés en fer boulonnées sur les deux extrémités du tirant BD.

On atténue l'inconvénient dont nous venons de parler en arc-boutant l'arbalétrier par une ou plusieurs contre-fiches CD, venant s'assembler sur le tirant près du point de son encastrement dans le mur. Nous indiquerons ci-après, dans un Appendice à cette Leçon, le moyen de calculer la pression verticale et la poussée horizontale que l'arbalétrier et la contre-fiche exercent respectivement à leurs points de rencontre B et D avec le tirant.

**215.** *Des hangars et des halles. Des charpentes légères.* — On nomme *hangars* ou *halles* des emplacements couverts servant à remiser du matériel et quelquefois à loger des hommes. Lorsque les mouvements qui s'opèrent à l'intérieur de ces locaux exigent que tout l'espace qu'ils renferment reste libre, on fait porter leurs couvertures sur de grandes fermes droites ou en arcs, de bois ou de fer, du genre de celles que nous avons décrites dans les n°s 191 et suivants de cette Leçon. Mais si dans l'intervalle qui sépare les murs d'enceinte on peut, sans inconvénient, placer des soutiens isolés, tels que des piliers ou des poteaux, on ne manque pas de le faire, parce qu'il en résulte une diminution dans la portée du bois, et, par suite, une réduction dans leur équarrissage. Ordinairement, il suffit de diviser l'espace couvert, dans le sens le plus étroit, en trois travées inégales. Celle du milieu, qui est la plus large, peut être couverte par une grande ferme droite ou par une ferme en arc. Les petites travées sont presque toujours converties par des fermes droites, et servent de culées à celle du milieu (*fig. 5 et 6, Pl. XX*).

Les hangars peuvent être des constructions permanentes, comme la plupart des grands magasins; ou des bâtisses passagères, comme celles que l'on

élève en campagne pour former des abris provisoires. Ceux de la première espèce sont construits avec des bois équarris, assemblés soigneusement à tenons et mortaises. Les derniers se font avec des planches; des clous ou des boulonnets suppléent aux assemblages. Nous indiquerons quelques exemples des uns et des autres. Les *fig. 1 et 1'*, *Pl. XXI*, sont le profil et la coupe d'une baraque dont la couverture est portée par des fermes en planches espacées de  $0^m,35$  d'axe en axe, entretenues par huit cours de planches horizontales clouées sur leur extrados. Chaque ferme est composée de deux planches  $AB$ ,  $AB'$ , de 4 mètres environ de longueur,  $0^m,27$  à  $0^m,30$  de largeur et  $0^m,027$  d'épaisseur, faisant fonction d'arbalétrier, et de deux moises en planches de mêmes largeur et épaisseur  $BC$ ,  $B'C'$ , remplissant l'office de jambes de force. Un petit entrait retroussé maintient l'ouverture de l'angle au sommet de la ferme. Il y a  $2^m,50$  de hauteur mesurée du sol au-dessous de l'entrait, et 10 mètres d'écartement entre les pieds de la ferme. Les fermes se placent à  $0^m,70$  l'une de l'autre.

La *fig. 6*, *Pl. XIX*, donne une espèce de perspective d'un hangar volant employé par un habile charpentier, M. Lasnier fils, sur ses chantiers de construction : il a 7 mètres à  $7^m,50$  de largeur intérieure, et  $3^m,60$  environ de hauteur sous l'entrait. Les fermes sont contreventées entre elles par des croix de Saint-André suspendues aux poinçons et aux moises pendantes. Toutes les pièces s'assemblent par le moyen de boulonnets, de manière qu'elles peuvent, à volonté, être démontées et transportées d'un lieu à un autre.

La ferme représentée *fig. 7*, *Pl. XX*, est celle d'un hangar au charbon, servant de marché, de 8 mètres environ de largeur et autant de hauteur sous l'entrait. Celle qui est dessinée *fig. 2*, *Pl. XXI*, est ancienne, mais nous avons récemment remarqué son emploi dans plusieurs halles des gares provisoires de chemin de fer. Les pièces  $MM'$  et  $M'M''$  sont moisées et donnent beaucoup de fixité aux assemblages. En jetant une toile goudronnée sur des charpentes de ce genre, on se crée rapidement des abris provisoires d'un bon usage. Les ambulances de l'armée d'Afrique au siège d'Alger, en 1830, ont été établies par ce moyen.

Nous terminerons ce sujet en mentionnant ici deux constructions remarquables par leur hardiesse et leur originalité. Il y a des choses qu'un constructeur n'aura pas occasion d'imiter, mais qu'il gagne cependant à connaître, parce qu'elles lui révèlent des moyens nouveaux, et qu'elles étendent devant lui l'horizon de son art. Citons, en premier lieu, la couverture du panorama de Navarin, formant un cône à base circulaire de  $35^m,75$  de diamètre (*fig. 9 et 10*, *Pl. XX*), portée sur une enceinte en maçonnerie et sur un arbre vertical

figurant à l'intérieur le mât d'un vaisseau. Cette charpente a été exécutée, par M. Lasnier fils, entièrement en planches de sapin. Elle offre l'aspect de la carcasse d'un immense parapluie. La poussée qu'elle exerce sur le mur d'enceinte est actuellement très-faible; mais si le pied de l'arbre central venait à s'enfoncer dans le sol, ou à s'affaisser par l'effet de la pourriture, cette poussée pourrait se faire sentir d'une manière fâcheuse pour la stabilité de la maçonnerie.

La fig. 4, *Pl. XXI*, n'est pas moins digne d'attention. Elle offre le croquis d'une ferme du comble du panorama de la bataille d'Eylau aux Champs-Élysées. Ce comble, qui est à base circulaire de 38<sup>m</sup>,50 de diamètre, est élevé de 14<sup>m</sup>,50 au-dessus du sol, et porte sur une chaîne en fer comme les tabliers de certains ponts suspendus.

Les arbalétriers AB ont 0<sup>m</sup>,10 sur 0<sup>m</sup>,20 d'équarrissage; ils portent des renforts sur les deux tiers de leur longueur vers le milieu. Les fermes sont au nombre de trente-six, dont douze s'assemblent dans un poinçon central. Ce poinçon, au lieu de se prolonger jusqu'au sol, comme celui du panorama de Navarin, est soutenu par un anneau composé, pour éviter les chances d'accidents par rupture, de quatre anneaux partiels en fer, de 0<sup>m</sup>,027 d'épaisseur chacun. A cet anneau viennent s'attacher douze chaînes en fils de fer, de 0<sup>m</sup>,05 de diamètre (le diamètre des fils est de 0<sup>m</sup>,002). Les chaînes, après avoir passé sur un poteau BD en fonte, descendant jusqu'au niveau des fondations du mur d'enceinte, où elles s'attachent à de forts libages noyés dans la maçonnerie; chacune d'elles, avant sa mise en place, a été éprouvée par une tension de 29 000 kilogrammes. Elles pourraient donc porter ensemble 320 000 kilogrammes. Le poids total du comble est évalué à 78 000 kilogrammes. Nous renverrons pour les détails de cette construction à l'ouvrage de M. Ch. Eck, intitulé : *Constructions en fer et fonte*.

**216.** *Remarques sur l'emploi des charpentes légères.* — Il est assez facile à un architecte intelligent d'arriver à établir des constructions provisoires, dans lesquelles le mètre carré d'espace couvert revient à un prix beaucoup moindre que dans les constructions permanentes. Nous ajouterons à l'exemple des charpentes en planches, dont il a été question dans le numéro précédent, celui d'un atelier de 6 à 7 mètres de largeur, dont la couverture se composait uniquement de fils de fer accrochés à deux murs parallèles, et sur lesquels on avait posé des feuilles de zinc. Le prix du mètre carré de ce dispositif était évidemment moindre que celui de la même surface du comble en fer le plus simple, et cependant l'atelier était, d'une manière à peu près complète, défendu contre les intempéries de l'air. Il est assez naturel de demander pourquoi, dans

la construction des édifices où la décoration n'est pas une convenance impérieuse, on n'emploie pas les systèmes de charpente les plus légers et les plus économiques. Nous répondrons à cette question par cette simple remarque, qu'une bâtieuse légère ne diffère d'une construction solide que parce que les matériaux de toute espèce sont soumis, dans la première, à des efforts permanents qui dépassent les limites assignées pour la seconde, en sorte que la stabilité y est moindre, l'action du vent sur les combles et sur les couvertures plus dommageable, les chances d'accident plus grandes. C'est une proposition non controversable que celle qui consiste à dire que plus une construction a été faite avec soin et avec solidité, mieux elle remplit son objet, plus elle a de durée et moins elle demande d'entretien. Le choix à faire pour la charpente du comble d'un édifice entre des constructions *légère, moyenne ou forte*, doit donc être réglé d'après la destination de l'édifice, la durée qu'on veut approximativement lui assurer et la somme disponible, dans le présent, pour sa construction, et, dans l'avenir, pour son entretien. Un particulier qui peut capitaliser les économies qu'il aura faites sur une bâtieuse, et qui peut, par lui-même, surveiller les réparations qu'entraîne une construction légère, peut préférer ce système aux deux autres. Mais l'État, dont la politique ne doit pas être de grever l'avenir, a des intérêts différents de ceux d'un particulier. Généralement, il y a pour lui avantage à construire avec solidité, et à ne pas charger le trésor public des frais d'un entretien d'autant plus onéreux qu'il exige de nombreux employés. S'il agissait autrement, il verrait arriver une époque où les reconstructions partielles et les réparations absorberaient les ressources du budget des travaux publics, et rendraient impossible toute entreprise nouvelle.

**217.** *De l'espacement des fermes dans le sens de la longueur du comble. Observations sur les formules empiriques qui servent au calcul de l'équarrissage des charpentes des combles.* — En transcrivant les règles que nous fournit la pratique relativement à la composition des fermes de charpente des combles et à leur équarrissage, nous n'avons que pour un petit nombre d'entre elles, indiqué la distance à laquelle elles devaient se trouver les unes des autres, parce qu'il est rarement possible de déterminer cet espacement à priori. En effet, le plus souvent, les fermes du comble sont portées par les murs de façade et placées au-dessus des trumeaux qui séparent les fenêtres. L'intervalle entre les fermes dépendra donc de celui qui existera entre les ouvertures pratiquées dans le mur de façade, ou, en d'autres termes, de l'*entre-axe* du bâtiment. Généralement, dans les bâtiments d'ha-

bitation, cet entre-axe varie entre 2<sup>m</sup>,50 et 3<sup>m</sup>,50; dans les édifices de plus grande importance, il va jusqu'à 4 mètres. Les limites entre lesquelles il est compris sont aussi celles entre lesquelles peut varier l'espacement des fermes, parce qu'on ne met guère qu'une ferme sur un trumeau entre deux fenêtres consécutives. Cependant, si le trumeau avait plus de 4 mètres, on pourrait en mettre deux.

On aurait lieu de s'étonner de ce que les formules pratiques, et notamment celles que nous a laissées Vauban, non-seulement ne tiennent pas compte de l'espacement des fermes, mais négligent aussi l'influence de la pente du toit et celle du poids de la couverture, si l'on n'avait pas remarqué plusieurs fois déjà que la simplicité de ces règles tient presque toujours à l'oubli qu'elles font de la plupart des circonstances qui pourraient les compliquer. Pour comprendre que, malgré leurs omissions, on puisse en faire usage, il faut considérer que, à l'époque où elles ont été admises, 1<sup>o</sup> l'inclinaison des toits était au moins de un demi; 2<sup>o</sup> les couvertures les plus employées étaient celles en tuiles plates, ou celles en ardoises : c'est dans ces conditions qu'elles sont applicables. Si l'inclinaison du toit, la nature de la couverture et l'espacement des fermes s'écartaient beaucoup des hypothèses précédentes, il faudrait, pour avoir toute garantie de la solidité de la charpente, en déterminer l'équarrissage d'après des considérations que l'on trouvera exposées dans un Appendice (n<sup>o</sup> 220 et suivants).

**248. Remarques générales sur le sujet traité dans la dixième Leçon.** — Malgré l'étendue de cette Leçon, nous n'y avons envisagé les charpentes des combles que sous un point de vue assez restreint, celui de leur équilibre statique. Obligé de choisir dans la variété des objets que l'art du charpentier embrasse, nous avons laissé de côté le tracé géométrique des épures qui fait partie de l'enseignement de l'École Polytechnique, le choix des bois, l'exécution et la mise en place des charpentes, dont nous aurons occasion de dire quelques mots dans la quatrième partie du *Cours*, et bien des détails relatifs à leur décoration et à leur entretien. Nous avons été guidé par cette considération, que la première qualité d'une charpente, c'est d'être solide et de contribuer à la solidité du bâtiment dont elle fait partie. Mais nous ne croyons pas inutile d'avertir que, pour la réussite d'une construction, ce n'est pas assez que d'avoir bien compris et bien calculé une charpente, qu'il faut encore, dans son exécution, sa mise en place et son agencement avec les autres parties de l'édifice, apporter un soin minutieux et une intelligence prévoyante. Le comble le mieux entendu, s'il a été construit avec des bois humides ou trop jeunes de coupe, n'aura pas de durée, et sa pourriture peut amener

des accidents déplorables. Fût-il exécuté avec des bois secs, si les assemblages ne sont pas faits avec soin, s'ils ont trop de jeu, la figure des fermes variera, et la charpente éprouvera les mêmes tassements que si les bois avaient un équarrissage insuffisant. Si les pieds des arbalétriers ou des jambes de force sont engagés dans les murs, le moindre mouvement de ces pièces dans leurs mortaises d'assemblage sur le tirant fera éprouver au mur une poussée, d'où s'ensuivront des surplombs, des lézardes, qui donneront à un bâtiment neuf l'aspect d'une ruine. Si, au contraire, les arbalétriers ou jambes de force rencontrent, en dehors de l'aplomb du mur, le tirant (*fig. 13, Pl. XV*), le poids de la ferme portera à faux sur cette dernière pièce, dont la rupture entraînera la chute de tout le comble. Il serait trop long d'énumérer toutes les petites fautes que les constructeurs sont exposés à commettre dans l'établissement d'une charpente, et de signaler les conséquences graves qu'elles peuvent avoir. On ne peut les éviter que par beaucoup de réflexion dans l'étude du projet, et par une surveillance attentive durant son exécution.

**219.** *Calcul de l'épaisseur à donner aux murs servant d'appui à des fermes de charpente sans tirant.* — Les fermes de charpente sans tirant, qui ne sont pas autre chose que de grands arcs ou des polygones formés de barres rectilignes, exercent, contre les murs qui les supportent, deux espèces de pressions : l'une horizontale, que nous avons indiquée sous le nom de *poussée*; l'autre, verticale et égale à la moitié de la somme totale de leur propre poids et de celui dont elles sont chargées. Pour qu'un mur portant une ferme sans tirant ne soit pas renversé par sa poussée horizontale, la condition à remplir, c'est que le moment de cette force, pris par rapport à l'arête extérieure de la base du mur, soit inférieur au moment, pris par rapport à la même arête, de la somme du poids du mur et de la pression verticale que le pied de la ferme exerce sur lui.

Le plus ordinairement, les murs d'enceinte des bâtiments recouverts par des charpentes à grande portée n'ont pas, de leur base à leur sommet, une épaisseur constante. A une certaine hauteur au-dessus du sol, il existe, à l'intérieur, une retraite destinée à recevoir le pied de la ferme. Le mur se prolonge ensuite, pour servir de clôture, jusqu'à la rencontre du long pan du toit (*fig. 4', Pl. XX*).

Nommant : D la longueur prise parallèlement au faîte du bâtiment de la portion de mur destinée à résister à la pression d'une ferme, longueur qui sera égale à l'espacement, d'axe en axe, de deux fermes consécutives si le mur est continu; H la hauteur du mur mesurée du sol au pied de la ferme;

$E$  son épaisseur dans cette partie;  $h$  la hauteur du mur du pied de la ferme au-dessus de la corniche;  $e$  son épaisseur dans les mêmes limites;  $p$  le poids du mètre cube de maçonnerie;  $P$  le poids total d'une demi-ferme et de la portion de couverture qu'elle porte (*voir l'Appendice à la dixième Leçon, n° 220*);  $Q$  la poussée horizontale de la ferme sur chacun de ses appuis;  $\delta$  un coefficient de stabilité que l'on fera égal à 1,50 ou 1,80; on aura

$$(a) \quad E = -\frac{P}{2pDH} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4p^2D^2H^2} + \frac{\delta Q}{pD} - \frac{e^2h}{H}}.$$

On trouvera ci-après (Appendice à la dixième Leçon) la valeur de la force  $Q$  dans le cas où elle provient d'une ferme polygonale. Nous avons donné, n° 144 de la huitième Leçon, celle de la poussée exercée par une pièce droite inclinée, et, n° 147, celle d'une pièce courbe chargée de poids uniformément répartis sur sa projection horizontale. On connaîtra donc la valeur de  $Q$  pour la plupart des cas dans lesquels on aura à faire des applications de la formule (a). Au surplus, pour éviter toute recherche, on pourra, sans commettre une erreur préjudiciable à la stabilité du mur ou à l'économie dans sa construction, attribuer dans tous les cas à la force  $Q$  une valeur moyenne; et, en nommant  $X$  l'ouverture totale de la ferme,  $p'$  le poids réparti sur elle par mètre courant de la projection horizontale, poser

$$(b) \quad Q = 0,22 p' X.$$

Après avoir tiré de l'équation (a) la valeur de  $E$ , il faudra, si le terrain est compressible, vérifier que la résultante de poussée et du poids du mur ajouté à celui de la ferme, passe très-près du centre de gravité de la base de la fondation (n°s 152 et 158, Appendice à la huitième Leçon).

## APPENDICE A LA DIXIÈME LEÇON.

### FORMULES SERVANT AU CALCUL DE L'ÉQUARRISSEMENT DES FERMES DE CHARPENTE DES COMBLES.

**220. Calcul du poids porté par l'arbalétrier d'une ferme.** — Nous nommerons dans ce qui va suivre,  $p$  le poids que supporte chaque mètre courant de la longueur de l'arbalétrier. Ce poids se compose du poids de la couverture proprement dite, de celui des chevrons, des pannes et des pièces de la

ferme, y compris le tirant quand cette pièce est suspendue aux arbalétriers par des moises pendantes, de celui de la neige qui peut s'accumuler sur le comble et de la pression que le vent exerce quelquefois contre les longs pans.

Voici les éléments du calcul de ce poids : les fermes des combles sont distantes de 3 à 4 mètres; les pannes sont espacées de 2<sup>m</sup>,50 à 3 mètres au plus; elles ont 0<sup>m</sup>,16 à 0<sup>m</sup>,19 d'équarrissage; les chevrons sont à 0<sup>m</sup>,43 l'un de l'autre en comptant d'axe en axe : on leur donne 0<sup>m</sup>,08 sur 0<sup>m</sup>,11. Le poids du tirant se compose de son propre poids et de celui du plancher qu'il porte. Le poids propre des arbalétriers et des autres pièces de la ferme ne peut être connu qu'après le calcul de leurs dimensions, et il faut commencer par l'évaluer en se servant d'abord des règles des praticiens, sauf à recommencer l'opération pour obtenir plus d'exactitude; mais, pour éviter ce tâtonnement, on pourra, avec une approximation suffisante pour la pratique, se servir des nombres inscrits dans le tableau suivant, emprunté au Mémoire de M. Belmas sur les couvertures (n° 10 du *Mémorial de l'officier du Génie*), et dans lequel on trouvera aussi le poids du mètre carré des diverses espèces de couvertures adoptées pour les bâtiments militaires.

**221. TABLE des inclinaisons des toits et des poids des couvertures par mètre carré, suivant la nature des matériaux employés** (le mètre est compté parallèlement à la pente du toit).

NATURE DE LA COUVERTURE.	INCLINAISON DU TOIT en degrés,	POIDS DU MÈTRE CARRÉ de couverture.	QUANTITÉ DE BOIS qui entre dans la charpente du toit par mètre carré.
Tuiles plates à crochet.....	45 à 33 <sup>0</sup>	60 <sup>k</sup>	0,063
Tuiles creuses posées à sec.....	21	75 à 90	0,058
Id. maçonnes.....	31	136	0,068
Ardoises.....	45 à 33	38	0,056
Cuivre laminé.....	21	14	0,042
Zinc n° 14.....	21	8,50	0,042
Mastic bitumineux.....	21	25	0,074

*Nota.* Le bois de sapin pèse de 500 à 700 kilogrammes le mètre cube; le bois de chêne de 900 à 1 000 kilogrammes. Les nombres inscrits dans la quatrième colonne comprennent non-seulement le poids des pièces de la ferme, mais aussi celui des pannes et des chevrons.

La neige pèse environ dix fois moins que l'eau; on peut évaluer à 0<sup>m</sup>,50 l'épaisseur maximum à laquelle elle peut, dans nos climats, s'accumuler sur

un toit; cette épaisseur produirait une surcharge de 50 kilogrammes par mètre carré.

Le vent peut exercer sur une couverture des pressions très-intenses, mais aussi très-passagères. Ce ne serait donc que par excès de précaution qu'on les rangerait parmi les charges permanentes de la charpente du comble.

**222.** *Pressions exercées par le vent sur une surface de 1 mètre carré qu'il frappe perpendiculairement.*

VITESSE DU VENT PAR 1 SECONDE.	PRESSIONS EN KILOGRAMMES.
3 <sup>m</sup> vent modéré.....	1,047
5 <sup>id.</sup> assez fort.....	2,098
8 <sup>id.</sup> <i>id.</i> .....	7,443
10 <sup>id.</sup> très-fort.....	13,691
14 <sup>id.</sup> <i>id.</i> .....	22,793
20 <sup>id.</sup> violent.....	46,520
40 <sup>id.</sup> ouragan.....	186,000

**223.** *Exemple du calcul de la valeur de p.* — Considérons un bâtiment de 20 mètres de largeur intérieure dont le comble doit être construit en sapin pesant 600 kilogrammes le mètre cube, couvert en ardoises, sous l'inclinaison de 3 mètres de base sur 2 mètres de hauteur; la demi-ouverture du bâtiment sera  $10^m = \frac{L}{2}$ ; sa hauteur sera  $\frac{2}{3} \cdot 10^m = 6.666 = h$ . La longueur du pan du toit sera  $\frac{1}{2}\sqrt{L^2 + 4h^2} = 12^m,018 = X$ , à quoi il faut ajouter environ 0<sup>m</sup>,80 pour l'épaisseur du mur du bâtiment et la saillie de la corniche. La longueur totale du pan mesurée suivant sa pente sera donc 12<sup>m</sup>,818. Si l'espacement des fermes est de 3 mètres, par exemple, la surface totale de la portion de long pan que portera un arbalétrier sera de 37<sup>m</sup>,934.

Or le poids de 1 mètre carré de couverture en ardoises est. . . . . 38<sup>k</sup>,00

A chaque mètre carré de ce genre de couvertures correspond, d'après le tableau précédent, un cube de charpente de 0<sup>m</sup>,056, qui, à 600 kilogrammes le mètre cube, donne. . . . . 33 ,60

Ajoutant pour une couche de neige possible de 0<sup>m</sup>,25 d'épaisseur 25 ,00

Et pour la pression d'un vent dont la vitesse serait 5 à 6 mètres par seconde. . . . . 3 ,40

Total. . . . . 100 ,00

qui, multiplié par la surface ci-dessus du long pan, donne, pour le poids  $pX$  (ou  $P$  des n°s 208 et 219) porté par un arbalétrier, 3900 kilogrammes, et enfin

$$p = \frac{3900}{12,018} = 330^k.$$

Si le tirant de la ferme porte un plancher, et qu'il soit suspendu par un poinçon et des aiguilles pendantes aux deux arbalétriers, la charge qui en résultera, pour chacune de ces deux pièces, devra être ajoutée au poids  $pX$ . Pour la calculer, on se servira des formules du n° 142; car le tirant pourra, évidemment, être assimilé à une pièce chargée de poids sur sa longueur et portant sur plusieurs points d'appui. Les charges éprouvées par les appuis, autres que les deux extrêmes, seront données par le tableau  $b$ , n° 142, et leur demi-somme sera égale au surcroît de pression qu'éprouveront les arbalétriers par l'effet de leur liaison avec le tirant. Pour fixer les idées, supposons que le tirant porte un plancher dont le mètre carré pèse 150 kilogrammes; puisque l'espacement des fermes est de 3 mètres, le poids, réparti sur le tirant par mètre de sa longueur, sera de 450 kilogrammes, et comme la longueur du tirant est égale à l'ouverture de la ferme, qui est de 20 mètres, la charge totale sur le tirant s'élèvera à 9 000 kilogrammes, et s'il est suspendu aux arbalétriers par deux moises pendantes, par exemple, il fera supporter à chacun d'eux une charge de 330 kilogrammes.

**224. Du système de deux pièces inclinées.** — Le calcul de l'équarrissage des diverses parties d'une ferme droite avec tirant repose sur la connaissance des efforts de compression et de flexion que chacune de ces pièces supporte au point où la tension des fibres est la plus grande. Or, quel que soit le système adopté pour la composition de la ferme, on peut toujours la décomposer en parties formées chacune de deux pièces inclinées butant l'une contre l'autre et chargées d'une certaine manière. Nous allons donc considérer un système de deux pièces placées dans les circonstances que nous venons d'indiquer, et calculer leur équarrissage; nous verrons ensuite, par des exemples, comment les résultats que nous allons obtenir peuvent s'étendre aux fermes simples et aux fermes à écharpes, à contre-fiches et à entrails décrites dans la dixième Leçon (n°s 185 et suivants).

Soient deux pièces inclinées AB, AC (*fig. 39, Pl. XII*), butant l'une contre l'autre au point A, sollicitées en B par la force horizontale  $q$  et la force verticale  $Q$ , en C par la force horizontale  $q'$  et la force verticale  $Q'$ ; chargées, au point A, d'un poids  $P$  qui agit à la fois sur toutes les deux; portant chacune des poids répartis d'une manière quelconque sur leur longueur AB ou AC, et

dont les résultantes seront, pour la première, un poids  $P'_1$  suspendu en  $E'$  sur  $AB$ , et, pour la seconde, un poids  $P'_2$  appliqué en  $E''$  sur  $AC$ . On suppose que  $P$ ,  $P'_1$  et  $P'_2$  sont donnés en kilogrammes, on demande la valeur des forces  $Q$ ,  $Q'$ ,  $q$  et  $q'$ . Nous rapporterons les positions des points  $B$ ,  $C$ ,  $E'$  et  $E''$  à deux axes rectangulaires passant par le point  $A$  considéré comme l'origine; les coordonnées seront respectivement, pour le point  $B$ ,  $\gamma$  et  $d$ ; pour le point  $C$ ,  $Y$  et  $D$ ; pour le point  $E'$ ,  $\gamma'$  et  $d'$ ; pour le point  $E''$ ,  $Y'$  et  $D'$ . Nous nommerons d'ailleurs  $x$  la longueur  $AB$ , et  $x'$  la longueur  $AC$ .

Maintenant, remarquons d'abord que les deux pièces exercent l'une contre l'autre au point  $A$  deux pressions qui, pour que l'équilibre existe, devront nécessairement être égales et directement opposées; elles seront donc horizontales. Nous désignerons chacune d'elles par  $r$ .

Le poids  $P$ , agissant en  $A$  à la fois sur les deux pièces  $AB$  et  $AC$ , peut être remplacé par deux autres, l'un  $P_1$  que nous supposerons porté par la pièce  $AB$ , l'autre  $P_2$  suspendu à la pièce  $AC$ .

La pièce  $AB$  devra être en équilibre sous l'action des forces  $Q$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $P'_1$  et  $P'_2$ , ce qui exige que les sommes des projections de ces forces sur les deux axes  $AX$  et  $AY$ , et leurs moments pris par rapport à un point quelconque, le point  $B$ , par exemple, soient nuls; il en résulte

$$Q = P_1 + P'_1, \quad r = q = \frac{P_1 d + P'_1 (d - d')}{\gamma}.$$

La pièce  $BC$  devra également être en équilibre sous l'action des forces  $r$ ,  $P_2$ ,  $P'_2$ ,  $Q'$  et  $q'$ ; égalant à zéro les sommes des projections de ces forces sur les deux axes et la somme de leurs moments pris par rapport au point  $C$ , on a  $Q' = P_2 + P'_2$ ;  $r = q' = \frac{P_2 D + P'_2 (D - D')}{Y}$ . Écrivant que les deux valeurs de  $r$  sont égales, on obtient, à cause de  $P = P_1 + P_2$ ,

$$(a) \quad P_1 = \frac{PD\gamma - P'_1(d - d')Y + P'_1(D - D')\gamma}{dY + Dy},$$

$$(a') \quad P_2 = \frac{PdY + P'_1(d - d')Y - P'_1(D - D')\gamma}{dY + Dy}.$$

Ces deux relations entre les intensités des poids  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P'_1$ ,  $P'_2$  et les longueurs  $D$ ,  $d$ ,  $D'$ ,  $d'$ ,  $Y$  et  $\gamma$ , sont les conditions de l'équilibre de l'ensemble des deux pièces. Réciproquement, si les deux pièces sont maintenues fixement en  $B$  et  $C$  et assemblées en  $A$ , et qu'en ce point  $A$  on suspende un poids  $P$ , le poids se partagera entre les deux pièces en deux portions  $P_1$  et  $P_2$ , dont les valeurs seront celles que nous venons d'écrire.

Mettant pour  $P_1$  et  $P_2$  ces valeurs dans celles de  $Q$ ,  $Q'$  et  $q$ , ces dernières deviennent

$$(b) \quad Q = \frac{PDy + P'_1(Dy + d'Y) + P'_2(D - D')y}{dY + Dy},$$

$$(b') \quad Q' = \frac{Pdy + P'_1(d - d')Y - P'_2(D'y - dY)}{dY + Dy},$$

$$(c) \quad q = q' = \frac{PDd + P'_1D(d - d') + P'_2d(D - D')}{dY + Dy}.$$

Connaissant l'intensité des forces horizontales et verticales qui agissent sur chacune des pièces AB et AC, on pourra facilement en conclure les valeurs des pressions qu'elles éprouvent parallèlement à leur longueur. On a vu, en effet, au n° 144 de la huitième Leçon, que la composante, parallèle à la longueur de la pièce, d'une force verticale était égale au produit de cette force par le rapport de la projection verticale de la pièce à sa longueur réelle, et que la compression produite par une force horizontale s'obtenait en multipliant l'intensité de cette force par le rapport de la projection horizontale de la pièce à sa longueur.

La compression totale  $T$ , produite au point B, parallèlement à la longueur de la pièce AB, par l'effet des forces  $Q$  et  $q$ , sera donc

$$(d) \quad T = \frac{Qy + qd}{x};$$

la compression  $T'$ , qui aura lieu au point C de la pièce, sera

$$(d') \quad T' = \frac{Q'Y + qD}{x'}.$$

Mettant pour  $Q$ ,  $Q'$  et  $q$  leurs valeurs  $(b)$ ,  $(b')$  et  $(c)$ , nommant  $\Omega$  l'aire de la section transversale de la pièce AB,  $\Omega'$  l'aire de la section transversale de la pièce AC, la tension éprouvée par chaque unité superficielle des aires  $\Omega$  et  $\Omega'$  en B et C sera,

Au point B sur AB,

$$(e) \quad \frac{T}{\Omega} = \frac{[(P + P'_1 + P'_2)D - P'_2D'](y^2 + d^2) + P'_1d'(yY - dD')}{\Omega x(dY + Dy)};$$

Au point C sur AC,

$$(e') \quad \frac{T'}{\Omega'} = \frac{[(P + P'_1 + P'_2)d + P'_1d'](Y^2 + D^2) - P'_2D'(yY + dD)}{\Omega' x'(dY + Dy)}.$$

Maintenant nous pouvons concevoir, de plus, qu'au point B la pièce AB soit sollicitée à flétrir, tant par l'action du poids  $P'_1$  que par celle d'autres

poids agissant, en d'autres parties de sa longueur, au delà des points A et C. Soit  $\frac{V}{I} M$  (n° 134) la tension qui a lieu en B par l'effet de cette flexion; il faudra que la somme des tensions produites, en ce point B, sur chaque unité de surface de la section transversale par la compression et la flexion réunies, ne dépasse pas celle que produirait la limite des charges permanentes sur un prisme dont la section transversale aurait pour aire l'unité. L'équation d'équarrissage de la pièce AB sera donc

$$(f) \quad R' = \frac{T}{\Omega} + \frac{V}{I} M;$$

celle de la pièce AC sera

$$(f') \quad R' = \frac{T'}{\Omega'} + \frac{V}{I} M'.$$

Il faudra y substituer dans chaque cas particulier pour  $\frac{T}{\Omega}$  et  $\frac{T'}{\Omega'}$  les valeurs  $(d)$  et  $(d')$  écrrites ci-dessus. Quant aux termes  $\frac{V}{I} M$  et  $\frac{V}{I} M'$ , ils nous seront fournis par les formules des n°s 135 à 142 de la huitième Leçon, comme on va le voir dans les diverses applications que nous allons faire des considérations exposées ci-dessus.

#### FERMES DROITES AVEC TIRANTS.

**225.** Ferme composée de deux arbalétriers AB, AC, d'un poinçon AS, et d'un tirant BC suspendu au poinçon par un étrier en fer qui l'embrasse en son milieu P (fig. 6, Pl. XV). — Nommons  $x$  une portion quelconque  $Ab$  de la longueur de l'arbalétrier comptée à partir du sommet A de la ferme, et X sa longueur totale AB,  $y$  la distance verticale au point A de l'extrémité de la longueur  $x$ ,  $\Omega$  l'aire de la section transversale de la pièce,  $\frac{l}{2}$  la portion de la longueur du tirant, comptée à partir du milieu P, qui correspond à  $x$ ;  $h$  la hauteur totale AP de la ferme, L la longueur totale BC du tirant, ces mesures prises sur les axes moyens des pièces de la ferme.

Supposons l'arbalétrier chargé uniformément, sur sa longueur, du poids de la couverture égal à  $p$  par mètre courant. Le poids représenté par  $P'_1$  ou  $P'_2$  dans les formules du n° 224 sera ici égal à  $px$  et pourra, en ce qui concerne la compression qu'il fait éprouver à l'arbalétrier, être supposé concentré au milieu de la longueur de cette pièce, d'où  $D' = \frac{1}{2} D$ ,  $d' = \frac{1}{2} d$ . A cause de la symétrie des deux arbalétriers, on aura d'ailleurs  $D = d = \frac{l}{2}$  et  $y = Y$ . Le poids P suspendu en A se composera du poids du faîte et du sous-faîte, plus

de celui que le tirant fait supporter au poinçon. Substituant ces valeurs dans les formules (*a*), (*a'*), (*b*), (*b'*), (*c*) et (*d'*) du n° 224, on obtient

$$(g) \quad Q = Q' = \frac{P + 2px}{2},$$

$$(g') \quad q = q' = (P + px) \frac{l}{4y},$$

et, pour l'effort de compression supporté par l'arbalétrier, en un point dont la distance au sommet A est égale à *x*,

$$(h) \quad T' = \frac{Px + p(x^2 + x^2)}{2y}.$$

Le maximum de cette compression aura lieu évidemment au pied de l'arbalétrier; on obtiendra sa valeur en remplaçant, dans l'expression (*h*), *y* par *h* et *x* par *X*. Remarquant d'ailleurs qu'en ce point l'arbalétrier ne supporte aucun effet de flexion, on posera immédiatement son équation d'équarrissage, en écrivant

$$(i) \quad \Omega = \frac{p(X^2 + h^2) + Px}{2 Rh}.$$

Mais, partout ailleurs qu'à ses extrémités, l'arbalétrier éprouve une certaine flexion, en même temps qu'une compression parallèle à sa longueur; il se peut donc que, pour un certain point de cette longueur, la somme des accourcissements résultant à la fois de la compression et de la flexion, surpassé l'accourcissement produit à l'extrémité inférieure de la pièce par la compression qui, seule, agit en ce point. Or l'arbalétrier est, quant à la flexion, dans les mêmes circonstances qu'une pièce posée sur deux appuis de niveau et chargée d'un poids  $\frac{pL}{2X}$  (n° 144) sur chaque unité de sa longueur. Le point où la flexion est le plus prononcée est le milieu de la pièce. D'après la formule (*u*) du n° 144, la tension, par unité de surface de la section transversale produite par la flexion, est, en ce point,  $\frac{VpLX}{I - 16}$ . Pour avoir la compression par unité de surface au même point, il faut faire, dans l'expression (*h*) ci-dessus,  $x = \frac{X}{2}$ ,  $y = \frac{h}{2}$ , et y substituer les valeurs (*g*) et (*g'*) de *Q* et *q*, ce qui donne  $\frac{p(X^2 + h^2) + 2Px}{4h}$ . Ajoutant ces deux tensions partielles, et les égalant à la tension *R'* que produirait la limite des charges permanentes (n° 126), on obtient une autre équation d'équarrissage, qui est

$$(k) \quad R' = \frac{p(X^2 + h^2) + 2Px}{4h\Omega} + 0,062 \frac{V}{I} pLX.$$

On prendra pour  $\Omega$  la plus grande des deux valeurs fournies par les égalités (*i*) et (*k*); le plus généralement, ce sera cette dernière formule qui donnera la valeur à laquelle on devra s'arrêter.

Quand la section transversale de la pièce est un rectangle dont le côté horizontal est  $a$  et dont la hauteur est  $b$ , les égalités (*i*) et (*k*) deviennent respectivement

$$(l) \quad ab = \frac{p(X^2 + h^2) + PX}{2R'h},$$

$$(m) \quad ab^2 = \left( \frac{p(X^2 + h^2) + 2PX}{4R'h} \right) b + 0,375 \frac{pLX}{R'} (*).$$

**226.** Le *tirant* BC est une pièce sollicitée à fléchir par son poids et par le poids du plancher qu'il porte lorsqu'il sert de poutre. Il est posé sur trois points d'appui, B, D et C; de plus, il est tiré, parallèlement à sa longueur, par la force  $q$  calculée ci-dessus, et due à la poussée horizontale de l'arbalétrier. Cette traction aura pour effet de diminuer sa tendance à la flexion; toutefois, cette diminution ne sera réellement sensible que dans un tirant en fer dont toutes les fibres seront tendues également. Dans un tirant en bois, c'est la résistance transverse qui sera surtout mise en jeu. Le pied de l'arbalétrier tendra à chasser devant lui le prisme de bois qui remplit l'intervalle, entre la mortaise où il entre et l'extrémité du tirant. Le reste de cette dernière pièce n'éprouvera qu'indirectement, et uniquement par l'effet de l'adhérence des fibres entre elles, l'influence de la poussée de l'arbalétrier. On ne peut pas

(\*) Si, au lieu d'être portée immédiatement par l'arbalétrier, la couverture était soutenue par des chevrons et des pannes, il paraîtrait peut-être plus exact d'assimiler les chevrons à des pièces chargées uniformément sur leur longueur, et soutenues par un nombre de points d'appui égal à celui des pannes, plus deux. Les pressions éprouvées par les pannes, qui sont ici les points d'appui intermédiaires, seront plus fortes que celles que supporteront le faîte et la sablière, qui sont les appuis extrêmes (n° 142), et, par conséquent, l'arbalétrier ne sera plus pressé uniformément dans le sens perpendiculaire à sa longueur; il sera alors, relativement à la flexion, dans le cas d'une pièce posée sur deux appuis, et chargé de poids suspendus en divers points de sa longueur, et l'une des formules (*l*), (*m*) ou (*n*) des n°s 158 et 159 lui deviendra applicable.

Pour apprécier la différence entre les résultats de cette seconde manière d'envisager la résistance de l'arbalétrier et ceux que donnerait le mode de calcul du n° 225, supposons qu'il existe deux pannes entre le faîte et la sablière, et que ces pannes partagent en trois parties égales la longueur de l'arbalétrier; le chevron pourra être assimilé à une pièce chargée uniformément d'un poids  $\frac{p'L}{2X}$  par unité de longueur, et posant sur quatre points d'appui. En recourant à la Table *b* du n° 142, on trouvera que la charge sur chacun des appuis intermédiaires, c'est-à-dire ici sur les pannes, sera, en nombres ronds, 0,184  $p'L$ . Il s'ensuit que l'ar-

considérer le tirant comme uniformément soumis, sur toute la surface de sa section transversale, à la force de traction représentée par  $q$ ; et, comme sa tendance à la flexion sera assez grande, surtout s'il porte un plancher, on fera bien de négliger sa tension longitudinale, et de calculer son équarrissage au moyen de la première formule de la Table (b) du n° 142, dans laquelle on remplacera  $X$  par  $L$  et  $p$  par la somme du poids de 1 mètre de longueur de la pièce et du poids de la portion correspondante du plancher. Désignant cette somme par  $p'$ , on aura

$$(n) \quad R' = 0,0312 \frac{V}{I} p' L^2.$$

Un tirant en bois a généralement pour section transversale un rectangle. Soient  $a$  la base,  $b$  la hauteur de cette section; il viendra

$$ab^2 = 0,1872 \frac{p' L^2}{R'}.$$

227. Le *poinçon* portera le poids du faîte et du sous-faîte, plus la pression du tirant sur l'étrier en fer qui relie ces deux pièces. Désignant par  $F$  la première partie de ce poids, prenant la seconde dans la Table du n° 142, et conservant à  $p'$  la signification que nous lui avons donnée tout à l'heure, nous trouverons, pour l'équation d'équarrissage du *poinçon*, qui est uniquement tiré dans le sens de sa longueur,

$$(o) \quad \Omega = \frac{F + 0,625 p' L}{R'}$$

balétrier, quant à la flexion, sera dans le même cas qu'une pièce posée sur deux appuis de niveau, et chargée, en deux points distants du milieu de la pièce du sixième de sa longueur, de deux poids, égaux chacun à  $0,184 p' L$ . Substituant cette valeur à la place de  $P$  dans la formule (l) du n° 158, en y faisant  $p = 0$ ,  $n = 6$ , cette formule donnera  $R' = 0,061 \frac{V}{I} p' LX$ . A quoi il faut ajouter, comme nous l'avons expliqué au n° 143, le terme représentant l'accourcissement produit par la compression parallèle à la longueur de l'arbalétrier. Or, dans l'hypothèse actuelle, le point de l'arbalétrier le plus exposé à la rupture serait le point d'appui de la panne inférieure. On obtiendra la compression qui aura lieu en ce point, en faisant, dans l'expression (h), n° 223, de  $T'$ ,  $x = \frac{2}{3} X$ ,  $y = \frac{2}{3} h$ ; elle deviendra alors  $\frac{4p(X^2 + h^2) + 6PX}{6h}$ . L'équation d'équarrissage sera donc

$$(k') \quad R' = \frac{4p(X^2 + h^2) + 6PX}{6h\Omega} + 0,062 \frac{V}{I} p' LX.$$

On voit, en comparant les formules (h), n° 223, et (k'), que celle-ci donnerait un équarrissage un peu plus fort que l'autre; mais la différence serait très-faible, comme on peut le prévoir, en remarquant que les deux égalités (h) et (k') ne diffèrent que dans leurs premiers termes, qui l'un et l'autre sont généralement assez petits par rapport aux seconds.

**228.** *Application des formules du n° 224 aux fermes à écharpes, à contre-fiches et à entraits.* — Après avoir donné un exemple de l'application des formules du n° 224 au calcul des pièces d'une ferme simple, nous allons faire voir qu'il est aussi facile de les appliquer à des fermes à écharpes, à contre-fiches et à entraits, quel que soit, dans une ferme, le nombre de ces pièces accessoires.

Soient, en effet, une ferme à écharpes (*fig. 7, Pl. XV*), à contre-fiches (*fig. 8*), et à entraits (*fig. 9*), A et A' les points de rencontre avec les arbalétriers des deux pièces accessoires les plus voisines du sommet S; on pourra d'abord, au moyen des formules du n° 224, en donnant à  $x, x'$ ,  $l, y, d, d', Y, D$  et  $D'$ , P,  $P'_1$  et  $P'_2$  des valeurs convenables, calculer les pressions que les pièces AS, A'S, considérées indépendamment du reste de la ferme, exercent aux points A et A'.

Soient P la pression verticale, et t la pression horizontale exercées en A par la portion AS de l'arbalétrier; on considérera séparément les pièces AB, AC (*fig. 7, 8 et 9*), en faisant abstraction du reste de la ferme; on donnera à  $x, x', l, y, d, d', Y, D, D'$ , les valeurs correspondantes aux positions relatives des points A, B et C, et au mode de répartition des poids  $P'_1$  et  $P'_2$ , puis l'on introduira ces valeurs dans les formules du n° 224, en y mettant pour P sa valeur calculée, comme nous venons de le dire. Mais on devra remarquer que la réaction de l'arbalétrier AC en A devra être égale à la réaction de l'écharpe, de la contre-fiche ou de l'entrant AB, au même point B, augmentée de la pression horizontale t exercée par la pièce AS; en sorte qu'on devra écrire non plus  $q = q'$ , comme au n° 224, mais  $q = q' - t$ , et, par suite,

$$(r) \quad T = \frac{Qx + (q' - t)d}{x}.$$

Quant aux quantités  $P_1$  et Q relatives à la pièce AB (*fig. 7, 8 et 9*), et  $P_2, Q, q'$  et  $T'$  relatives à AC (*fig. 7 et 9*), elles conserveront absolument la même forme que dans le n° 224; elles donneront les pressions verticale et horizontale exercées en C par l'arbalétrier. Connaissant ces pressions, on trouvera celles qui ont lieu aux points N et M, et ainsi de suite: en sorte qu'on pourra calculer successivement l'équarrissage de l'arbalétrier en plusieurs points de sa longueur, et celui de toutes les écharpes et contre-fiches. Nous n'entrerons pas dans les détails de ces calculs, qui n'offrent aucune autre difficulté que leur longueur.

**229.** *Des fermes en bois et fer, et des fermes entièrement métalliques.*  
— Le calcul des diverses pièces des fermes à contre-fiches ou à entraits

exécutées en fer ou en bois et fer (*Pl. XV* et *XVII*), se fera, comme nous venons de le dire, par les formules du n° 224, à l'exception du tirant, qui n'est plus tout à fait dans des circonstances identiques à celles où se trouve un tirant en bois.

**230.** *Des tirants en fer.* — Un tirant en fer horizontal est sollicité parallèlement à sa longueur par la poussée de l'arbalétrier. Si cette dernière pièce est chargée, par mètre courant, d'un poids  $p$ , et qu'elle porte en outre un poids  $P$  suspendu au milieu de sa longueur  $X$ , la poussée sera, comme nous l'avons énoncé au n° 144, et comme cela sera démontré au n° 238, égale à  $(P + pX) \frac{L}{4h}$ ; le terme de son équation d'équarrissage, relatif à l'extension, sera donc

$$(s) \quad \frac{(P + pX)L}{4h\Omega}.$$

Il est, de plus, sollicité à fléchir par l'action de son propre poids; et, en désignant par  $d$  le poids du mètre cube de fer, par  $\Omega$  l'aire de la section transversale, on pourra l'assimiler à une pièce uniformément chargée d'un poids  $\Omega d$  par mètre courant de sa longueur. Si, de plus, il est suspendu à la ferme, en trois points par exemple, comme dans la *fig. 3, Pl. XVI*, le terme de son équation d'équarrissage, relatif à la flexion, sera

$$(t) \quad 0,0312 \frac{V}{I} \frac{\Omega d L}{2}.$$

Mais la traction aura pour effet de diminuer la flexion, et les deux termes (*s*) et (*t*) devront ici être affectés de signes contraires, conformément à la remarque faite au n° 134; on posera donc

$$(s) \quad R' = (P + pX) \frac{L}{4\Omega h} - 0,0312 \frac{V}{I} \frac{\Omega d L}{2}.$$

Comme  $\Omega$  sera généralement une quantité assez petite, le second terme pourra, sans inconvénient, être négligé, et l'équation d'équarrissage se réduire à

$$(t) \quad R' = (P + pX) \frac{L}{4\Omega h}.$$

**231.** *Ferme simple avec tirant en fer retroussé (fig. 1, Pl. XVII).* — La plupart des bâtiments où l'on emploie des fermes en bois et fer sont des hangars, dont on cherche à dégager, autant que possible, l'espace intérieur: à cet effet, on soulève le tirant en son milieu, de manière qu'il se compose de deux cordons inclinés symétriquement à l'axe vertical du poinçon. L'avantage qu'on obtient avec ce dispositif est acheté par une augmentation de tension dans toutes les parties de la ferme. En effet, soient  $h$  la hauteur AP

totale de la ferme;  $\frac{L}{2}$  sa demi-ouverture; X la longueur de l'arbalétrier AB;  $h'$  la distance du sommet du poinçon au point d'attache du tirant sur cette pièce;  $\frac{L'}{2}$  la longueur, et  $\Omega$  l'aire de la section transversale de chacun des cordons OB, OB': la traction supportée par le tirant BP sera  $t = (P + pX) \frac{L'}{4h'}$ , et l'on devra écrire

$$R' = (P + pX) \frac{L'}{4\Omega h'} - 0,0312 \frac{\sqrt{\Omega d L'}}{I} \frac{V}{2}.$$

Le poinçon supportera ici une tension longitudinale égale à

$$(P + pX) \frac{(h - h')}{h' L'}.$$

L'arbalétrier éprouvera aussi une plus forte compression, car elle sera la résultante du demi-poids de la ferme et de la tension du tirant.

#### DES FERMES A SOUS-TENDEURS EN FER.

Nous comprendrons sous cette dénomination les fermes dont les arbalétriers sont des pièces en fer ou en bois sous-tendues par des cordons en fer (*voir le n° 166 de la neuvième Leçon*).

Ces systèmes de ferme peuvent être très-variés; nous en considérerons deux seulement, savoir : ceux dans lesquels l'arbalétrier est contre-bandé par une seule flèche (*fig. 4, Pl. XVII*), et celui dans lequel le nombre des flèches est de trois (*fig. 10, Pl. XVII*).

**252.** *Ferme à une seule flèche.* — Nommons X la longueur AB de l'arbalétrier; L la portée BB' de la ferme;  $h$  sa hauteur OA mesurée du sommet A à l'horizontale BB' des pieds des arbalétriers;  $h'$  la distance verticale du tirant  $F_1 F_2$  au sommet A de la ferme;  $p$  le poids dont est chargé chaque mètre courant de la longueur de l'arbalétrier;  $l$  la longueur de chacun des cordons AF et BF;  $f$  la longueur MF, de la flèche qui soutient le milieu M de AB;  $\omega_1$  l'aire de la section transversale du cordon inférieur BF;  $\omega_2$  celle du cordon supérieur AF;  $\omega$  celle du tirant  $F_1 F_2$ ; U celle de la flèche  $F_1 M$ ;  $\Omega$  celle de l'arbalétrier;  $R'$  la limite des charges permanentes, n° 126. On fera

$$(0) \quad \omega = \frac{pXL}{4h'R'},$$

$$(1) \quad \omega_1 = \frac{PLl}{8R'h'f} \left( h + \frac{Lf}{X} + \frac{5}{4}h' \right),$$

$$(2) \quad \omega_2 = \frac{PLl}{8R'h'f} \left( h - \frac{Lf}{X} + \frac{5}{4}h' \right),$$

$$(3) \quad U = \frac{5pL}{16R'}.$$

L'arbalétrier de cette ferme est, relativement à la flexion, dans les mêmes circonstances qu'une pièce chargée uniformément sur sa longueur d'un poids  $\frac{pL}{2X}$  par mètre courant, posée sur trois appuis de niveau et soumise de plus à un effort de compression provenant de l'action de deux forces : l'une verticale et égale à  $pX$ , l'autre dirigée suivant  $BF_1$ , et égale à la tension de ce cordon. Sans entrer dans le détail du calcul, nous transcrirons l'équation d'équarrissage de cette pièce, qui est

$$R' = \frac{p}{\Omega} \left[ \frac{L}{16f} \left( \frac{hX + Lf}{h'} + \frac{5X}{4} \right) + h + \frac{V}{I} \frac{\Omega LX}{64} \right].$$

**253.** *Ferme à trois flèches* (fig. 9, Pl. XVII). — Nommons  $\omega$  la section horizontale du tirant  $F_1F_2$ ;  $\omega_1$  celle du cordon  $F_1f_1$ ;  $\omega_2$  celle de  $F_1f_2$ ;  $\omega_3$  celle de  $f_1B$ ;  $\omega_4$  celle de  $f_1M$ ;  $\omega_5$  celle de  $f_2A$ ;  $\omega_6$  celle de  $f_2M$ ;  $\Omega$  celle de l'arbalétrier;  $U$  celle de la flèche du milieu;  $u$  celle des petites flèches, et conservant d'ailleurs les autres notations du n° 252, on fera

$$(o) \quad \omega = \frac{pXL}{4h'R'},$$

$$(1) \quad \omega_1 = \frac{pLl}{8R'h'f} \left( h + \frac{Lf}{X} + \frac{8}{7} h' \right),$$

$$(2) \quad \omega_2 = \frac{pLl}{8R'h'f} \left( h - \frac{Lf}{X} + \frac{8}{7} h' \right),$$

$$(3) \quad \omega_3 = \frac{pLl}{8R'h'f} \left( h + \frac{Lf}{X} + \frac{16}{7} h' \right),$$

$$(4) \quad \omega_4 = \frac{1}{7} \frac{pLl}{R'f},$$

$$(5) \quad \omega_5 = \frac{pLl}{8R'h'f} \left( h - \frac{Lf}{X} + \frac{16}{7} h' \right),$$

$$(6) \quad \omega_6 = \frac{1}{7} \frac{pLf}{R'f},$$

$$(7) \quad R' = \frac{p}{\Omega} \left[ \frac{L}{16f} \left( \frac{hX + Lf}{h'} + \frac{16}{7} \right) + h + \frac{V}{I} \frac{\Omega LX}{448} \right],$$

$$(8) \quad U = \frac{13pL}{112R'},$$

$$(9) \quad u = \frac{16pL}{112R'}.$$

## DES FERMES CIRCULAIRES.

**254.** *Des fermes circulaires et des fermes droites sans tirants.* — Nous ne pouvons rien ajouter ici aux notions que nous avons données sur ces

deux espèces de fermes dans la dixième Leçon, et aux formules, pour le calcul de l'équarrissage des pièces dont la figure est un arc de cercle, transcrives aux n°s 145 et 146 de la huitième Leçon. Pour la démonstration de ces formules, nous renverrons à la troisième partie du Cours, et, pour des notions plus complètes sur la résistance du système d'un arc circulaire et d'une charpente droite dans laquelle il est encastré, au Mémoire intitulé : *Études sur les Charpentes à grande portée*, pages 70 et suivantes.

## FERMES POLYGONALES.

**235.** *Des polygones d'équilibre.* — On appelle ainsi des polygones formés par des cordons noués deux à deux, ou par des barres articulées sans frottement, dont les sommets n'éprouvent aucune tendance à varier de position par l'effet des forces appliquées au système.

La condition de cette invariabilité de position des sommets du polygone, c'est que la direction de la résultante de toutes les forces qui agissent sur tel côté qu'on voudra du polygone, se confonde avec la direction de ce côté.

Si les points d'application des forces ne sont autres que les sommets du polygone, les cordons ou barres qui le composent n'éprouveront que des efforts de tension ou de compression, et ne seront nullement exposés à fléchir. Toutefois, l'invariabilité de figure ne sera définitivement établie qu'après que les réactions moléculaires auront atteint le développement nécessaire pour faire équilibre à ces efforts de tension ou de compression.

Si le polygone est composé de barres solides et peu flexibles, les forces extérieures pourront être appliquées indistinctement aux sommets formés par les articulations de ces barres, et en des points situés sur leur longueur entre deux sommets consécutifs. L'invariabilité de figure pourra néanmoins s'établir à la condition, toutefois, que les forces moléculaires, développées dans chacun des côtés du polygone, fassent équilibre, non-seulement aux efforts de tension ou de compression résultants de l'action des forces appliquées au système en général, mais aussi aux efforts de flexion dus aux composantes normales des forces appliquées sur la longueur de chacun de ces côtés.

Dans ce qui va suivre, nous supposerons que les allongements ou flexions des côtés du polygone sont trop peu considérables pour influer sur sa figure, et nous en ferons abstraction. Néanmoins, on devra se rappeler que les côtés d'un polygone d'équilibre ne jouissent de la propriété de ne supporter aucun effort qui tende à les faire fléchir qu'autant que les points d'application des forces qui le sollicitent se confondent avec les sommets.

**236.** *Conditions d'équilibre des systèmes polygonaux de prismes solides*

*articulés entre eux.* — Considérons un système de prismes solides  $AM'$ ,  $M'M''$ ,  $M''M'''$  (*fig. 40', Pl. XII*) dont les axes moyens sont situés dans un même plan vertical, liés entre eux à leurs extrémités  $M'$ ,  $M''$ ,  $M'''$  par des articulations *sans frottement* qui leur permettent de se mouvoir dans le plan vertical  $AM''$  autour des points  $M'$ ,  $M''$ ,  $M'''$ . Et pour nous borner à un cas simple et usuel dans la pratique, admettons que toutes les forces extérieures appliquées aux divers côtés du polygone soient parallèles et verticales : nommons  $P'$ ,  $P''$ ,  $P'''$  les résultantes de tous les poids distribués sur chacun des prismes;  $d'$ ,  $d''$ ,  $d'''$ , ..., les distances horizontales à l'axe vertical  $AY$  des points d'application de ces résultantes;  $x'y'$ ,  $x''y''$ ,  $x'''y'''$  les coordonnées rectangulaires des sommets du polygone  $M'$ ,  $M''$ ,  $M'''$ , comptés sur les deux axes  $AY$ . Remarquons que le pied  $M'''$  du polygone exercera contre l'appui, quel qu'il soit, sur lequel il reposera, une certaine pression  $N'''$ , et qu'il en éprouvera une réaction égale et contraire; que le prisme  $M''M'$  exercera en  $M''$  sur le prisme inférieur  $M''M'''$  une pression  $N''$ ; que, de même, le prisme  $AM'$  exercera en  $M'$  une pression  $N'$ ; et enfin que le prisme  $M'A$ , en le supposant appuyé contre un plan inébranlable, exercera aussi contre lui une certaine action  $Q$ . Désignons par  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $N_x$ ,  $N_y$ ,  $N'_x$ ,  $N''_x$ ,  $N'''_x$ ,  $N'_y$ ,  $N''_y$ ,  $N'''_y$ , les composantes horizontales et verticales de ces réactions des appuis et des différents prismes les uns contre les autres.

Cela posé, il faut que chacun des prismes pris en particulier, aussi bien que l'ensemble d'un nombre quelconque de prismes contigus, de deux ou de trois par exemple, soit en équilibre sous l'action des poids qu'ils supportent et des réactions qui agissent à leurs extrémités. Ces forces, poids et pressions doivent donc satisfaire aux conditions générales de l'équilibre, c'est-à-dire que les sommes de leurs projections sur chacun des axes des coordonnées, et leurs moments pris par rapport à un axe de rotation quelconque, doivent être égaux à zéro.

Considérons le prisme  $AM'$  en particulier, nous aurons, en écrivant que les sommes des projections des forces sur les axes de coordonnées sont nulles, et en égalant à zéro la somme des moments de ces forces pris par rapport à un axe passant par le point  $A$ ,

$$(g) \quad Q_x = N'_x, \quad Q_y + N'_y = P', \quad N'_x = \frac{N'_y x' - P' d'}{y'}.$$

Prenant ensuite l'ensemble des deux prismes  $AM'$  et  $M'M''$ , on aura de même

$$(g') \quad Q_x = N''_x, \quad Q_y + N''_y = P' + P'', \quad N''_x = \frac{N''_y x'' - P' d' - P'' d''}{y''}.$$

Les conditions de l'équilibre appliquées au système des trois prismes  $M''M'''$ ,

$M''M'$  et  $M'M$ , donnent encore

$$(g'') Q_x = N''_x, \quad Q_y + N''_y = P' + P'' + P''', \quad N''_x = \frac{N''_x x''' - P'd' - P''d'' - P'''d'''}{y'''}$$

On voit que, quel que soit le côté du polygone auquel on s'arrête, le nombre des indéterminées surpassé celui des relations qui doivent exister entre elles pour que l'équilibre ait lieu. Ainsi, en se bornant, par exemple, à un polygone de trois côtés, et en supposant, comme cela a lieu le plus souvent, que les poids  $P'$ ,  $P''$ ,  $P'''$ , et les distances  $d'$ ,  $d''$ ,  $d'''$  de leurs points d'application à la verticale  $AY$  sont connus, et que l'on cherche la figure à donner au polygone d'équilibre qui doit réunir ces forces entre elles, on n'aura encore que neuf équations entre quatorze quantités indéterminées, savoir :  $x'y'$ ,  $x''y''$ ,  $x'''y'''$ ,  $Q_x Q_y$ ,  $N_x N'_y$ ,  $N''_x N''_y$ ,  $N'''_x N'''_y$ . On pourra donc disposer arbitrairement de cinq de ces quantités, et construire une infinité de polygones en équilibre sous l'action des poids  $P'$ ,  $P''$ ,  $P'''$ , ...

Il serait impossible d'énumérer ici toutes les conditions auxquelles on peut assujettir le tracé d'un polygone d'équilibre. Pour fixer les idées, nous ferons remarquer que, le plus ordinairement, les sommets du polygone sont assujettis à se trouver sur des verticales dont la position est déterminée à l'avance, et qui souvent passent par les points d'application des forces  $P'$ ,  $P''$ ,  $P'''$ , .... Dans ce dernier cas,  $x'$  et  $x''$  sont aussi connus. Mais il reste encore trois indéterminées. On en profitera pour assujettir le polygone à trois conditions, savoir : passer par trois points déterminés, ou bien passer par deux points donnés, et avoir l'un de ses côtés parallèle à une droite donnée, ou bien passer par un point et avoir deux côtés parallèles à deux droites données ; ou enfin passer par un point donné, avoir une tangente parallèle à une droite donnée, et supporter en tous ses points une tension horizontale constante et d'une intensité déterminée (n° 160). En considérant quatre ou un nombre plus grand des côtés du polygone, on trouverait de même que, connaissant les intensités et les verticales des poids qu'il doit supporter, ainsi que les verticales de ses sommets, on peut toujours l'assujettir à trois des conditions que nous venons d'énumérer.

**237.** Ferme polygonale  $M''M''M'A\dots$  (fig. 4o, Pl. XII) en charpente de bois ou de fer symétrique par rapport à une verticale  $AM''$ , et dont chacun des côtés porte un poids  $P'$  ou  $P''$  ou  $P'''$ ..., proportionnel à la longueur de sa projection horizontale. — Dans ce cas, les deux moitiés symétriques de la ferme s'arc-boutant au point  $A''$ , exercent réciproquement l'une sur l'autre deux actions égales, directement opposées et par conséquent horizontales ; on aura à faire dans les égalités (g), (g'), (g'') du n° 236,  $Q_y = 0$ . D'un autre côté,

puisque les poids répartis sur les côtés du polygone sont proportionnels aux longueurs des projections horizontales de ces derniers, leurs résultantes  $P'$ ,  $P''$  et  $P'''$  peuvent être considérées comme suspendues au milieu de ces côtés, c'est-à-dire que l'on a à la fois, en désignant par  $p$  le poids appliqué à chaque unité de la longueur de la projection horizontale,

$$\begin{aligned} P' &= px', & P'' &= p(x'' - x'), & P''' &= p(x''' - x''), \\ d' &= \frac{1}{2}x', & d'' &= \frac{1}{2}(x' + x''), & d''' &= \frac{1}{2}(x'' + x'''); \end{aligned}$$

la substitution de ces valeurs dans les équations  $(g)$ ,  $(g')$  et  $(g'')$  (n° 236), donne

$$(h) \quad \frac{x'^2}{y'} = \frac{x''^2}{y''} = \frac{x'''^2}{y'''} = \dots$$

Donc, pour que le polygone puisse être en équilibre dans les conditions que nous prenons pour exemple particulier, il faut que tous les sommets se trouvent sur une parabole du deuxième degré.

Supposons que le sommet  $M''$  du polygone soit le pied de la ferme; faisons  $x'''$  égal à la demi-largeur de la ferme ou  $\frac{L}{2}$ ,  $y'''$  égal à la hauteur verticale  $H$  de son sommet  $A$  au-dessus du pied  $M''$ ; mettons  $x$  et  $y$  à la place de  $x'$  et  $y'$ , ou de  $x''$  et  $y''$ : la condition  $(h)$  donnera

$$x^2 - \frac{Ly}{4H} = 0,$$

équation d'une parabole du second degré ayant la verticale  $AY$  pour axe principal : résultat que l'on aurait pu prévoir à priori. En effet, le caractère nécessaire et suffisant de la courbe d'équilibre, c'est que ses tangentes se coupent deux à deux sur la verticale du centre de gravité des poids suspendus entre les deux points de tangence. Or un arc quelconque de parabole satisfait à cette condition, puisque, avec une répartition de poids telle que nous la supposons ici, la résultante du poids porté par un arc quelconque de la courbe passe par le milieu de la projection horizontale de cet arc, et que les tangentes aux deux extrémités d'un arc de parabole se rencontrent, comme on sait, en un point qui aurait pour abscisse la demi-somme des abscisses des points de tangence, les  $x$  étant comptés, comme ici, perpendiculairement à l'axe principal.

La valeur de  $N_x'''$  sera  $N_x''' = \frac{pL^2}{8H}$ . Cette expression sera celle de l'intensité de la force avec laquelle le pied  $M'$  de la charpente tendra à s'écartier horizontalement de sa position, et, par suite, celle de la résistance que devra lui opposer l'appui contre lequel il bute : on désigne, dans le langage de la pratique, cette force par le nom de *poussée horizontale de la charpente contre son appui*. On voit que son intensité est indépendante du nombre des côtés du

polygone. Elle ne changerait pas, lors même que ce nombre se réduirait à 1. L'expression de  $N_x$  est donc aussi celle de la poussée d'une seule pièce inclinée, dont la projection horizontale serait  $\frac{L}{2}$ , et la projection verticale égale à  $H$ .

Si l'on change la position du polygone par rapport à l'horizontale, et qu'on le trace en dessus de cette ligne au lieu de le tracer en dessous, sans changer la distribution des forces, l'équilibre subsistera encore. Les considérations qui précèdent sont donc applicables au tracé de la courbe d'un pont suspendu.

**258. Calcul de l'équarrissage des côtés d'un polygone en équilibre supportant la couverture d'un comble.** — Les fermes polygonales destinées à supporter la couverture des combles sont reliées aux arbalétriers par des moises pendantes verticales dont les extrémités inférieures saisissent les divers sommets du polygone. La répartition du poids n'est plus alors faite proportionnellement à la longueur des projections horizontales du polygone; mais le calcul des pressions supportées par chacun des côtés n'en offre pas pour cela plus de difficulté. Nous allons en donner un exemple, que nous choisirons parmi les cas les plus simples. Considérons un demi-polygone composé de trois côtés  $AM'$ ,  $M'M''$ ,  $M''M'''$ , destiné à porter, au moyen de quatre moises pendantes,  $p_A$ ,  $p'_M'$ ,  $p''M''$ ,  $p'''M'''$  (*fig. 40<sup>e</sup>, Pl. XII*), un arbalétrier  $A'B'$  uniformément chargé de poids sur sa longueur. Connaissant le poids  $p$  dont est chargé chaque mètre courant de  $A'B'$  (<sup>n°</sup> 135), et assimilant l'arbalétrier à une pièce chargée uniformément sur sa longueur et posée sur plusieurs points d'appui, on trouvera dans le tableau du <sup>n°</sup> 142 la valeur des pressions que les moises pendantes supportent de la part de l'arbalétrier et qu'elles transmettent au polygone. Ces pressions, nous les représentons par les lettres  $P$ ,  $P'$ ,  $P''$ ,  $P'''$ , en nommant  $P$  le poids suspendu au sommet  $A$ ,  $P'$  le poids qui agit au sommet  $M'$ , et ainsi des autres. Nous remarquerons d'ailleurs que la réaction réciproque des deux demi-fermes au sommet  $A$  est horizontale, d'où résulte  $Q_y = 0$ . Les équations du <sup>n°</sup> 256 doivent alors être remplacées par les suivantes :

$$Q_x = N'_x, \quad N'_y = P,$$

$$N'_x = \frac{p \cdot x'}{y'},$$

$$Q_x = N''_x, \quad N''_y = P + P',$$

$$N''_x = \frac{P \cdot x'' + P'(x'' - x')}{y''};$$

$$Q_x = N'''_x, \quad N'''_y = P + P' + P'',$$

$$N'''_x = \frac{P \cdot x''' + P'(x''' - x'') + P''(x''' - x'')}{y'''};$$

dans lesquelles  $x'y'$ ,  $x''y''$ ,  $x'''y'''$  sont toujours les coordonnées des sommets  $M'$ ,  $M''$  et  $M'''$  prises par rapport aux deux axes rectangulaires passant par le sommet  $A$ .

Ayant les valeurs des composantes horizontales et verticales des pressions

dirigées parallèlement à la longueur de chacun des côtés du polygone, on pourra facilement calculer ces pressions, et, par suite, déterminer l'équarrissage des côtés.

Nommant  $l'$ ,  $l''$ ,  $l'''$  les longueurs des côtés  $AM'$ ,  $M'M''$ ,  $M''M'''$ ;  $\Omega$ ,  $\Omega'$ ,  $\Omega''$ , ... les aires de leurs sections transversales;  $N$ ,  $N'$ ,  $N''$ , ... les compressions qu'ils éprouvent;  $R'$  la limite des charges permanentes; on aura

$$\begin{aligned} N &= \frac{P\gamma' + Q_x x'}{l'}, & \Omega &= \frac{N}{R'}; \\ N' &= \frac{(P+P')(\gamma''-\gamma')+Q_x(x''-x')}{l''}, & \Omega' &= \frac{N'}{R'}; \\ N'' &= \frac{(P+P'+P'')(r'''-r'')+Q_x(x'''-x'')}{l'''}, & \Omega'' &= \frac{N''}{R'}. \end{aligned}$$

La poussée horizontale de la ferme contre chacun de ses appuis sera égale à  $Q_x = \frac{Px'}{\gamma'}$ .

**259. Tracé graphique des polygones d'équilibre.** — Quoique les calculs du numéro précédent n'offrent aucune difficulté, on peut les remplacer par une construction graphique en se servant des deux théorèmes que nous avons rappelés dans le n° 73, page 105, et particulièrement du second, dont l'énoncé complet est celui-ci :

*Si des poids se font équilibre sur un polygone, et si l'on prend sur une verticale des divisions proportionnelles à ces poids, les parallèles menées par chacun des points de division à chaque côté correspondant du polygone converront en un même point, et leurs grandeurs comprises entre la verticale et le point de concours seront proportionnelles aux pressions supportées par les côtés du polygone auxquels ces lignes convergentes sont parallèles.*

Prenons pour exemple particulier une ferme d'un comble porté sur un faîte  $f$  et des pannes  $p'$ ,  $p''$ ,  $p'''$ ,  $p''''$ , espacées comme on voudra sur l'arbalétrier  $AB$  (fig. 5', Pl. XXI); supposons que la pression verticale que le faîte et chacune de ces pannes exercent sur l'arbalétrier ait été déterminée comme nous venons de l'indiquer au n° 258. Par le sommet  $A$  de la ferme, tisons une verticale  $AY$ , sur laquelle nous porterons, au-dessus de  $A$  en  $a$ , une longueur proportionnelle à la moitié du poids du faîte  $f$ , et, au-dessous de  $A$  en  $a'$ , une longueur proportionnelle à la pression verticale de la panne  $p'$ ; de  $a'$  en  $a''$  une distance  $a'a''$  proportionnelle à celle de la panne  $p''$ , et ainsi de suite. Cela fait, par un point  $O$  quelconque pris en dehors de cette ligne, et par les points  $a$ ,  $A$ ,  $a'$ ,  $a''$ , ...,  $a''''$ , menons les directions  $Oa$ ,  $OA$ ,  $Oa'$ ,  $Oa''$ , ...,  $Oa''''$ ; elles seront respectivement parallèles aux côtés  $mA$ ,  $Ak'$ ,  $k'k''$ ,  $k''k'''$ , ... d'un polygone auxiliaire qui nous servira à trouver les positions des verticales contenant les centres de gravité de deux, de trois, etc., et de l'ensemble des poids  $f$ ,

$p'$ ,  $p''$ ,  $p'''$ , ...,  $p^n$  que supporte l'arbalétrier. Prolongeant d'abord les deux côtés extrêmes  $m\alpha$  et  $k''\beta$  jusqu'à leur rencontre en  $r''$ , nous aurons la verticale  $g''r''$  du centre de gravité de tout le système; puis, prenant successivement les points d'intersection  $r'', k, \dots$  du côté  $\Delta k'$  avec les autres côtés prolongés, nous obtiendrons de même la verticale  $g''r''$  du centre de gravité des poids  $p''$ ,  $p'$ , enfin la direction  $g'k'$  qui se confond avec celle du poids  $p'$ .

Les choses étant ainsi disposées, nous pouvons procéder au tracé du polygone définitif en lui imposant trois conditions (\*).

Mais ces conditions, nous ne pouvons pas ici les choisir arbitrairement. En effet, le pied B de la ferme et son point le plus élevé A sont généralement fixes de position; le polygone est donc déjà assujetti à passer par deux points: de plus, il doit être symétrique par rapport à la verticale du point A. Il y aura donc un côté horizontal passant par le point A, ou deux côtés se coupant en ce point et faisant avec la verticale des angles égaux. Le tracé du polygone est donc tout à fait déterminé, et, pour l'obtenir, voici la construction à faire: par le point  $a$  (fig. 5', Pl. XXI) tirez une horizontale indéfinie jusqu'à sa rencontre en  $x$  avec la verticale  $g''r''$  du centre de gravité de la somme des poids portée par la demi-ferme de A en B, joignez le point B et le point  $x$ . La direction  $Bx$  sera celle du côté  $BM''$  aboutissant au point B; par le

(\*) Pour ne rien omettre de ce qui est relatif au tracé graphique des polygones d'équilibre, nous donnerons un exemple de ce tracé fait dans des conditions qui, pour n'être pas applicables aux fermes de charpente des combles, n'en sont pas moins utiles pour d'autres applications.

Supposons que nous voulions que le sommet du polygone soit en A et son pied en B (fig. 5', Pl. XXI) et, de plus, que le côté  $c'c''$  du polygone, compris entre les poids  $p'$  et  $p''$ , soit parallèle à une droite donnée. Par le point  $a'$  de la ligne  $AY$ , extrémité inférieure de la longueur  $Aa'$  proportionnelle au poids  $p'$ , on tracera une droite  $a'O'$  parallèle à la direction donnée; ensuite, par le pied B de la ferme, on tirera arbitrairement une direction  $B\alpha$  qui sera provisoirement celle du dernier côté, et par le point  $a''$  de la ligne  $AY$ , extrémité inférieure de la longueur  $a''a'''$  proportionnelle à  $p''$ , on lui mènera une parallèle que l'on prolongera jusqu'à sa rencontre en  $O'$  avec la droite  $a'O'$ . Tirant  $O'a$ , on aurait la direction du premier côté du polygone, si la direction  $B\alpha$  était celle que doit avoir le dernier côté  $Bc''$ . Dans cette dernière hypothèse, en menant par le point A une droite indéfinie parallèle à  $O'a$ , et prenant son point d'intersection  $\alpha$  avec  $B\alpha$ , ce point devra se trouver sur la verticale  $g''r''$  du centre de gravité de tout le système, et le problème sera résolu. Si cela n'a pas lieu, on mènera par le point B une autre droite  $B\alpha'$ , et par le point  $a''$  de la verticale  $AY$  une parallèle  $a''O''$  à  $B\alpha'$ , prolongée jusqu'à sa rencontre en  $O''$  avec la direction  $a''O''$ ; puis on mènera  $O''a$ , et par le point A une parallèle  $A\alpha'$  à cette dernière droite, jusqu'à sa rencontre en  $\alpha''$  avec  $B\alpha'$ . Si cela est nécessaire, on construira de la même manière d'autres points  $\alpha''', \alpha''''$ , ..., que l'on joindra par une courbe. L'intersection  $x$  de cette courbe avec la verticale  $g''r''$  sera un point auquel devront concourir les directions  $m\alpha x$  et  $Bx$  du premier et du dernier côté du polygone, ce qui déterminera entièrement son tracé.

point  $a''$ , extrémité de la ligne  $aa''$ , tirez  $a''O$  parallèle à  $Bx$  et menez  $a''O$ ,  $a' O$  et  $AO$ : ces directions seront parallèles respectivement aux côtés cherchés  $M'''M''$ ,  $M''M'$  et  $M'A$ .

Pour achever le dessin de la ferme, on reliera le polygone  $AB$  à l'arbalétrier par des moises pendantes verticales et par des entretoises inclinées qui diviseront en triangles les quadrilatères formés par l'arbalétrier, les moises pendantes et chacun des côtés de la courbe (*fig. 5, Pl. XXI*).

Ces polygones d'équilibre n'ont été adaptés jusqu'ici qu'à des fermes dont la montée égale ou dépasse même la largeur. Il en résulte alors, pour le contour du polygone, une figure assez désagréable à l'œil, qui s'écarte beaucoup de la forme circulaire, et obstrue l'intérieur du profil de la ferme (*fig. 3, Pl. XXI*). L'effet serait probablement plus heureux si la distance verticale  $H$ , du point  $A$  au point  $B$ , était réduite aux deux tiers de leur distance horizontale  $\frac{L}{2}$ ; la courbe d'équilibre différerait alors très-peu d'un arc de cercle.

Il est vrai que la poussée de la ferme contre les murs qui la soutiennent, acquiert une intensité d'autant plus grande que  $H$  est plus petit par rapport à  $\frac{L}{2}$ ; mais l'augmentation d'épaisseur qu'on serait obligé de donner aux murs d'appui, en adoptant pour la figure de la ferme un cintre surbaissé, se trouverait compensée par une économie sur le cube du bois, ou sur le poids du fer nécessaire à sa construction. Rien ne s'opposerait d'ailleurs à ce qu'on reliât ses deux pieds  $B$  et  $B'$  par un tirant en fer.

Les pressions éprouvées par chacun des côtés du polygone sont, d'après le théorème énoncé au commencement de ce paragraphe, proportionnelles aux droites  $OA$ ,  $Oa'$ ,  $Oa''$  (*fig. 5', Pl. XXI*), concourant au point  $O$ , et joignant, à ce point, les extrémités des divisions  $aA$ ,  $aa'$ ,  $aa''$ ,... de la verticale  $AY$ , qui, elles-mêmes, sont respectivement proportionnelles aux poids suspendus en  $A$ ,  $c'$ ,  $c''$  et  $c'''$ , de telle sorte que si, dans la construction graphique qui précède, on a représenté le kilogramme par un millimètre, et qu'on ait porté de  $a$  en  $A$  autant de millimètres qu'il y a de kilogrammes dans le poids qui doit être suspendu au sommet  $A$  du polygone, le premier côté  $Ac'$  du polygone d'équilibre éprouvera une pression égale à autant de fois un kilogramme qu'il y aura de millimètres dans la longueur  $OA$ .

La poussée horizontale exercée par la demi-ferme  $Ac'c''c'''B$  sur son appui  $B$  sera proportionnelle à la distance horizontale  $OA$  du point  $O$  de concours à la verticale  $AY$  (\*).

(\*) La composante horizontale de la pression supportée par l'un quelconque des côtés du polygone est constante. La composante verticale est égale à la somme des poids suspendus aux

---

## ONZIÈME LEÇON.

### DES COUVERTURES.

**240.** *Considérations générales sur les différents systèmes de couvertures.* — La conservation d'un bâtiment dépend, en grande partie, de l'imperméabilité de sa couverture; et la dépense que la couverture occasionne entre pour une très-grande part dans les frais de la construction et de l'entretien du bâtiment. Il est donc important, au double point de vue de la durée des édifices et de l'économie dans leur construction, de faire un bon choix parmi les différents systèmes de couvertures. La bonté de ce choix ne peut être que relative; elle dépend de l'usage auquel on destine le bâtiment à couvrir, et des circonstances particulières à la localité où l'on bâtit.

Les qualités que devrait posséder un bon système de couverture sont : 1<sup>o</sup> de ne pas laisser passer l'humidité; 2<sup>o</sup> de ne pas se déranger par l'action du vent et du soleil; 3<sup>o</sup> de ne pas charger d'un grand poids les charpentes des combles; 4<sup>o</sup> d'être à l'abri de l'incendie; 5<sup>o</sup> de demander peu de soins et de dépense pour son entretien. Mais quoiqu'on mette aujourd'hui en œuvre

---

divers sommets du polygone, depuis le plus élevé jusques et y compris le sommet appartenant au côté que l'on considère. Donc, étant données une force horizontale constante  $q$  et des forces verticales  $p'$ ,  $p''$ ,  $p'''$ , ..., composées deux à deux en  $g''$ , trois à trois en  $g'''$ , ..., si l'on trace la direction de la résultante de la force  $q$  et de la première force verticale  $p'$ , puis celle de la résultante de la force  $q$  et de la force  $g''$ , enfin celle de  $q$  et de  $g'''$ , ...; les directions que l'on obtiendra de cette manière seront parallèles aux côtés d'un polygone d'équilibre reliant les forces  $p'$ ,  $p''$ ,  $p'''$ , .... D'après cela, en se reportant au n° 136, dans lequel nous avons cherché à déterminer l'arête du parement extérieur d'un prisme en maçonnerie autour duquel ce prisme tend à se renverser sous l'action d'une force horizontale  $Q$ , on voit que la courbe  $zz'$ , tracée (*fig. 36, Pl. XII*), est un polygone d'équilibre qui doit rester compris dans l'intérieur du profil de la partie du prisme qui s'élève au-dessus du sol. La courbe  $xx'x''$ , dont la construction est indiquée au n° 139 comme pouvant servir à la vérification de la stabilité d'une voûte sur ses naissances, est aussi un polygone d'équilibre qui ne doit pas sortir du profil de la voûte. Les propriétés des polygones funiculaires ou d'équilibre peuvent donc servir à la résolution d'un certain nombre des questions les plus importantes parmi celles qui sont relatives à la stabilité des murs, des voûtes et des charpentes. Mais les développements complets de cet aperçu seraient trop étendus pour trouver place ici, et doivent faire l'objet d'un travail spécial.

un grand nombre de matières diverses, telles que les pierres naturelles et artificielles, les métaux, les asphalte, la paille, le bois, le carton même, cependant aucun système ne peut être considéré comme sans défaut. Chacun d'eux présente à la fois des inconvénients et des avantages qui le font adopter ou rejeter suivant les circonstances.

Il existe plusieurs bons Traité ou Mémoires, les uns sur l'art du couvreur en général, les autres sur diverses parties de cet art en particulier. Ces écrits sont pour la plupart très-étendus, parce qu'en effet, dans un sujet pareil, les idées générales se réduisent à un petit nombre, et que la réussite de la construction dépend d'une foule de détails dont aucun ne peut être négligé sans inconvénient. Mais les limites de ce Cours ne nous permettent pas d'entrer dans tous ces développements; il faut nous borner à une simple nomenclature des divers systèmes de couvertures, et à l'indication des ouvrages auxquels on devra recourir par des éclaircissements plus amples. Nous citerons ici, comme un résumé concis, clair et élégant, des procédés usités pour couvrir les bâtiments, le chapitre XII du *Traité de l'Art de la Charpenterie*, par M. le colonel Émy, page 423 du 1<sup>er</sup> volume, et *Pl. XI* de l'Atlas. Nous indiquerons les ouvrages spéciaux à l'article de chacun des genres de couverture dont ils traitent.

**241.** *Composition d'une couverture. Lattis et couverture proprement dite.*

— La couverture d'un bâtiment se compose de deux parties, savoir : en premier lieu, d'un *lattis* ou plancher, plein ou à claire-voie, posé sur les chevrons du toit, ou sur les fermes elles-mêmes quand ces dernières sont assez rapprochées les unes des autres pour que les pannes et les chevrons deviennent inutiles, et, en second lieu, d'un recouvrement en tuiles, en ardoises, en bois, ou en métal, qui donne son nom à la couverture, et auquel est subordonnée la manière dont le lattis doit être disposé.

Nous diviserons les couvertures en deux espèces : les couvertures légères ou provisoires, et les couvertures permanentes. Les besoins du service des ingénieurs militaires exigent que nous disions quelques mots des premières.

**242.** *Couvertures légères ou provisoires. Couvertures en toile.* — Lors de la première expédition dirigée contre Alger, en 1830, les hôpitaux provisoires et les magasins de l'administration établis au camp de débarquement de Sidi-Ferruch, se composaient de fermes légères en planches espacées de 1<sup>m</sup>,50 à 2 mètres, sur lesquelles on avait jeté de grands panneaux d'une toile rendue imperméable par un enduit en bitume ou en goudron, ou mieux, par une peinture à l'huile. C'étaient, comme l'on voit, de véritables tentes plus commodes et plus spacieuses que les tentes ordinaires.

On emploie encore la toile d'une autre manière, par un procédé qui se rapproche de celui qui est usité pour l'établissement des couvertures en lames de plomb.

On commence par clouer sur les fermes de la baraque un plancher bien uni et bien joint, en ayant soin de renfoncer les têtes des clous dans le bois. On pose ensuite la toile par *lés* horizontaux, en commençant par le bas du toit. Le lé à poser est étendu à l'envers sur le dernier lé posé, environ à 15 ou 20 millimètres plus bas que le bord de celui-ci, puis il est cloué, retourné et étendu sur le toit; sa lisière supérieure est repliée sur elle-même, en sorte que les clous ou *broquettes* qui attachent la toile en traversent trois épaisseurs. Pour prévenir les déchirures, il serait bon de poser par-dessus la toile, avant de la clouer, une latte très-mince en bois de peuplier, dans laquelle on renfoncerait la tête des clous. Cette latte aurait l'avantage d'assurer le pli de la toile et d'empêcher qu'on ne l'arrachât en la tirant pour l'étendre sur le lattis.

Cette couverture s'applique sur une inclinaison de 20 à 25 degrés avec l'horizon. Il faut avoir soin de bien enduire toutes les coutures et les têtes des clous, et de renouveler de temps en temps la peinture. Elle n'est pas économique, car les toiles bien enduites de bitume ou de peinture coûtent environ 5 francs le mètre carré; mais elle est très-légère. Les grosses toiles de huit à neuf fils par centimètre ne pèsent que 1 kilogramme le mètre carré.

**243. Couvertures en planches.** — Il y a différentes manières de disposer les couvertures en planches.

On peut clouer les planches, dans le sens de la pente du toit, sur des pannes portées par les fermes : 1<sup>o</sup> à claire-voie, en les écartant à une distance peu moindre que leur largeur, et bouchant chaque intervalle par une planche clouée dans le même sens sur le bord des premières; 2<sup>o</sup> jointivement, en couvrant les joints par des lattes débitées à la scie.

Ces deux modes de couvertures ont cet avantage, que l'eau coule très-bien le long des fibres du bois; mais aussi, pour peu que les planches se voilent, il se forme de grands joints par lesquels l'action de la capillarité attire l'eau dans l'intérieur de la baraque.

On peut aussi clouer les planches horizontalement sur les fermes mêmes, ou sur des chevrons portés par des pannes, en les faisant se recouvrir du tiers de leur largeur. Dans cette position, les planches se voilent comme dans l'autre, et se fendent même quelquefois. Pour s'opposer à cet effet, on entaille en crémaillère les chevrons ou arbalétriers sur lesquels posent les planches, et l'on recouvre les joints au moyen de lattes également taillées en

crémaillères (*fig. 2, Pl. XXII*). On attache les planches les unes aux autres par des vis à bois espacées de 0<sup>m</sup>,20 au plus. Il est bon aussi de rapprocher les chevrons sur lesquels portent les planches à 0<sup>m</sup>,50 d'axe en axe. Tous les chevrons doivent être entaillés à crémaillère, comme nous venons de le dire. Une bonne peinture à l'huile appliquée sur cette couverture contribue beaucoup à en prolonger la durée.

**244. Couvertures en carton.** — On a fabriqué en différents temps et l'on fabrique encore, notamment en Suède et en Russie, du carton auquel l'on donne le nom de *carton-pierre* et d'*ardoise artificielle*, pour l'employer à la construction des couvertures, soit en grandes feuilles, soit sous forme d'ardoises. Les pièces de ce carton sont composées de poussière de craie, ou de tout autre calcaire tendre, liée par une pâte de papier collé et passée au laminer. On les enduit d'un mucilage huileux qui les pénètre et les rend imperméables à l'eau : elles sont fixées avec des clous en cuivre sur un lattis léger à peu près jointif; les joints sont mastiqués avec du mastic de vitrier; et enfin la couverture est peinte à l'huile.

Lorsque ce carton est bien façonné, il est mince, uni, dur, imperméable et incombustible, et surtout très-peu pesant; il n'exige que des charpentes légères. Malgré tous ces avantages, il n'a pu obtenir la préférence sur nos couvertures en tuiles et en ardoises naturelles. On l'emploie aujourd'hui à Paris sous le nom d'*oropholites* (*Brevets d'Invention*, tome XXX, page 134).

**245. Couvertures en chaume et en roseaux.** — Les couvertures en chaume et en roseaux tiennent le milieu entre les couvertures provisoires et les couvertures permanentes. Elles ont la légèreté et la facilité d'exécution des premières, avec la durée des secondes. Malheureusement, elles sont facilement incendiées; elles servent de retraite à une foule d'insectes et d'animaux nuisibles à la conservation des vivres et des fourrages; enfin, elles présentent un aspect désagréable à l'œil par leur grande épaisseur: aussi ne sont-elles plus guère employées que pour des baraquas provisoires. Elles conviennent très-bien aux glacières, parce qu'elles garantissent l'intérieur des bâtiments, du froid pendant l'hiver et du chaud durant l'été.

Un des avantages des couvertures en chaume, c'est qu'on peut employer, pour les pannes, les chevrons et le lattis du toit, des bois ronds ou mal équarris, attendu que tous les défauts sont dissimulés par l'épaisseur de la couche de paille ou de roseaux qui les recouvre. Les perches ou chevrons sont chevillés (*brandis*) sur les pannes. Les lattes ou perchettes sont attachées sur les perches par des liens d'osier ou *harts*, pareils à ceux qu'on emploie à la confection des fascines et des gabions. Elles sont espacées de

$0^m,16$  à  $0^m,19$ . La couverture est formée de *javelles* ou petites bottes de chaume de  $1^m,20$  de longueur et  $0^m,33$  de diamètre moyen. La meilleure paille à employer est celle de seigle; à son défaut, on prend celle de blé. On commence la couverture par l'*égout* ou bord du toit, qui doit être en saillie de  $0^m,50$  sur le mur (*fig. 1, 1', 1'', Pl. XXII*). On place d'abord une *chanlatte a*, puis sur elle une rangée de javelles de  $0^m,66$  de longueur et  $0^m,33$  de diamètre, que l'on nomme *coussinets d'égout*; on les lie fortement avec des harts, et on les assujettit sur deux rangs de perches servant de lattis, posées en long et reliées par des harts aux chevrons de dessous. Les coussinets d'égout sont recouverts par des javelles qui les débordent un peu; ces javelles sont liées deux à deux par des harts: le lien qui les attache au lattis passe entre elles deux et serre le lien qui les unit. Le premier lit de javelles étant posé, on place le second rang, de manière qu'il recouvre le premier de plus de la moitié de sa longueur; on lie ce second rang au lattis comme le premier, et l'on a soin que les javelles contiguës se recouvrent un peu les unes les autres. On continue de la même manière jusqu'à faite du toit.

**246. Des couvertures permanentes. Couvertures en tuiles plates et creuses.**

— De tous les systèmes de couvertures adoptés pour les bâtiments de longue durée, ceux qui présentent le plus d'avantages, relativement aux frais que nécessite leur établissement, sont les couvertures en ardoises et les couvertures en tuiles; aussi nous y arrêterons-nous plus longtemps qu'aux autres.

Les tuiles sont des tablettes en terre moulées et cuites, dont l'usage remonte à la plus haute antiquité; on distingue les tuiles plates, les tuiles creuses et les tuiles en S dites *flamandes* ou *pannes*.

a. *Tuiles plates.* — Les tuiles plates (*fig. 3, 3', 4, 4', 4'' et 4'', Pl. XXII*) sont de deux sortes: celles de grand moule, qui ont  $0^m,31$  de longueur,  $0^m,23$  de largeur et  $0^m,016$  d'épaisseur; et celles de petit moule, dont les dimensions sont  $0^m,257$ ,  $0^m,183$  et  $0^m,014$ .

b. *Pente du toit.* — L'inclinaison d'un toit couvert en tuiles plates ne peut être moindre de  $27^{\circ},30$  avec l'horizon; on en fait à 45 degrés. Une bonne moyenne, c'est 33 degrés, ou environ 3 de base pour 2 de hauteur.

c. *Composition du lattis.* — On pose les chevrons de  $0^m,43$  en  $0^m,43$ , et on les recouvre de lattes de  $1^m,30$  de longueur,  $0^m,054$  de largeur et  $0^m,01$  d'épaisseur. Dans le sens de la pente du toit, on espace ces lattes du tiers de la longueur de la tuile, savoir:  $0^m,108$  pour le grand moule, et  $0^m,08$  pour le petit.

Les tuiles s'accrochent aux lattes par un talon ou crochet qu'elles portent en dessous à la partie supérieure. Comme ce crochet, par suite de défauts dans

la fabrication , vient quelquefois à casser dans les gelées ou les grands vents , il est bon de percer les tuiles de deux trous et de les clouer sur les lattes.

*d. Pose des tuiles sur le long pan.* — On pose les tuiles par rangées horizontales et en commençant par le bas. Le premier rang à l'égout du toit est formé de deux ou trois tuiles l'une sur l'autre , posées sur une chanlatte *a* qui est clouée au bout du chevron. L'objet de cette chanlatte est de donner au premier rang la même pente qu'aux autres (*fig. 3 et 3'*, *Pl. XXII*).

Le second rang recouvre le premier des deux tiers de la longueur , en sorte que , dans toute l'étendue du toit , le lattis est chargé de trois épaisseurs de tuiles , ce qui rend la couverture extrêmement pesante , et oblige à donner beaucoup de roideur aux toits , afin de soulager les fermes de la charpente. La quantité dont deux rangs successifs se recouvrent se nomme *pureau*. Dans la couverture des hangars et magasins qui n'ont pas besoin d'être bien clos , on fait le pureau égal aux deux cinquièmes seulement de la hauteur , et l'on écarte les tuiles , dans chaque rang , de la moitié ou des deux tiers de leur largeur ; on réduit par là le poids de la couverture de un tiers ou des deux cinquièmes. Mais ces couvertures , dites à *mi-voie* ou à *clairevoie* , laissent passer beaucoup d'humidité. On leur adresse avec raison un reproche qu'on fait , même aux couvertures pleines , celui de ne pas défendre les greniers de l'introduction de la pluie et de la neige par l'action du vent.

*e. Des tranchis sur les pignons et sur les arétiers.* — Il est clair que si , pour former la couverture près des arétiers , on conduisait carrément toutes les tuiles , il resterait à placer près de l'arétier une tuile triangulaire qui manquerait de crochet. On évite cet inconvénient en répartissant l'angle compris entre l'arétier et la ligne de plus grande pente du toit sur plusieurs tuiles que l'on coupe toujours d'une quantité moindre que leur moitié afin de conserver leur crochet intact. Les bords des rangées de tuile cessent alors d'être en ligne droite et viennent , en s'arrondissant , rencontrer l'arétier (*fig. 3 , Pl. XXII*).

*f. Des tuiles faîtières.* — Les arétiers et la ligne du faîte se couvrent au moyen de tuiles creuses dites *en oreille-de-chat* , parce qu'elles sont plus larges à une extrémité qu'à l'autre , ayant 0<sup>m</sup>,50 de longueur , 0<sup>m</sup>,22 à 0<sup>m</sup>,25 de diamètre à une extrémité , et seulement 0<sup>m</sup>,16 à l'autre. Leur forme leur permet de s'emboîter les unes sur les autres ; on les borde ensuite avec un filet de mortier qui les unit entre elles et avec les tuiles du long pan (*fig. 8 , et 8'* , *Pl. XXII*).

*g. Des noues.* — La méthode ancienne de faire les noues consiste à garnir le noulet avec une planche ou *dosse* sur laquelle on cloue des ardoises ; ou

bien on pose sur la noue des tuiles faîtières renversées, dans lesquelles on fait aboutir les tuiles plates des deux longs pans. Il est bon de maçonner les tuiles qui forment la gouttière, pour les empêcher de glisser.

*h. Des ruelles.* — Toutes les fois qu'une couverture forme une arête saillante ou rentrante par la rencontre d'un pan de toit avec un mur, le raccordement demande des soins particuliers pour éviter les filtrations d'eau. Les précautions qu'on prend ordinairement sont de couvrir les arêtes saillantes ou rentrantes avec des feuilles de métal, des ardoises clouées sur un plancher, ou des tuiles creuses maçonnées, et de consolider le tout par des ruelles ou couvres en mortier qui ne laissent aucun joint ouvert.

*i. Des aiguilles ou poinçons saillants.* — Au sommet des croupes des toits, l'aiguille ou poinçon excède quelquefois le faîte de 0<sup>m</sup>,20 à 0<sup>m</sup>,25; et comme cette partie-là ne peut être recouverte par les faîtières, on la recouvre en plomb, ou avec des pots de terre moulés pour cet usage.

*k. Des tours rondes.* — Pour couvrir les tours rondes, on se sert de tuiles gironnées, c'est-à-dire coupées en trapèze, dont on mêle un plus grand nombre aux tuiles ordinaires à mesure que le cercle du cône se rétrécit.

*l. Des lucarnes, lucarneaux et œils-de-bœuf.* — Les lucarnes sont des fenêtres pratiquées sur les combles pour éclairer les chambres que l'on ménage dans les greniers. Leur largeur est double de l'espacement des chevrons du toit. En un point *m* (*fig. 7'*), et *m'* (*fig. 7'', Pl. XXII*), dont la position dépend de la hauteur que l'on veut donner à la lucarne, on coupe un des chevrons et, à son extrémité, on assemble une pièce horizontale destinée à former le faîte *mf* qui, par le bout opposé, s'appuie à un encadrement en bois ou à un tableau en pierre *T'* (*fig. 7'*), *T''* (*fig. 7''*), *T'''* (*fig. 7'''*), destiné à recevoir le châssis de la croisée. Par le faîte *mf*, *m'f'*, on fait passer un plan qui coupe le long pan du toit en *n* (*fig. 7'*) et *n'* (*fig. 7''*) sur les deux chevrons voisins. On pose parallèlement au faîte deux petites pannes horizontales *nh* (*fig. 7'*), *n'h'* (*fig. 7''*), qui portent les chevrons des petits longs pans de la lucarne; on la ferme latéralement par deux parois en planches verticales.

Les lucarneaux sont des diminutifs de lucarnes. Les plus simples se font en laissant dans le toit une ouverture de 0<sup>m</sup>,20 à 0<sup>m</sup>,25 de hauteur, que l'on abrite par une faîtière renversée, engagée sous les tuiles plates par l'un de ses bords, et consolidée en place par un peu de mortier.

On fait aussi des lucarneaux de forme prismatique en charpente, en appuyant d'un chevron à l'autre deux pièces inclinées formant un triangle vertical dont le sommet est relié au toit par un petit faîte horizontal. Les

faces de la pyramide, dont le triangle vertical est la base, sont lattées et recouvertes en tuiles. Les petits noulets qui résultent de cette construction sont garnis de tuiles creuses, et toutes les rives sont consolidées avec du mortier A (*fig. 8, Pl. XXII*).

Une manière très-commode de faire des œils-de-bœuf, c'est de ménager dans le toit une place pour une grande tuile percée d'une ouverture rectangulaire que l'on recouvre ensuite d'une espèce de capuchon en terre fabriqué exprès. La grande tuile est placée parmi les autres et n'en interrompt point l'ordre (*fig. 5, Pl. XXII*).

**247. Des couvertures en ardoises** (*fig. 6 et 7*). — Les détails dans lesquels nous venons d'entrer s'appliquent tous aux couvertures en ardoises, dont la construction ne diffère de celle des couvertures en tuiles plates, qu'en ce que les ardoises sont clouées sur un plancher au lieu d'être accrochées à des lattes, que les arêtes saillantes et rentrantes sont plutôt couvertes avec des lames métalliques que par tout autre moyen, et qu'enfin la couverture en ardoises étant plus belle et plus chère que celle en tuiles plates, les détails y sont, en général, exécutés avec plus de soin.

*a. Du lattis.* — Les ardoises se posent sur un lattis composé de feuillets en bois de chêne de deux ans de coupe, de 0<sup>m</sup>,20 de largeur et 0<sup>m</sup>,013 d'épaisseur; si l'on emploie du bois blanc, les feuillets doivent avoir 0<sup>m</sup>,02 d'épaisseur. (*Devis Modèle*, rédigé par M. le colonel Bergère, page 159.) A Metz, et dans les pays où le sapin est commun, on fait le lattis plein en planches de 0<sup>m</sup>,27 d'épaisseur.

*b. Inclinaison du toit.* — L'inclinaison des longs pans doit être, comme pour les tuiles plates, de 33 degrés environ sur l'horizontale.

*c. Des ardoises.* — Il y a des carrières d'ardoises dans presque tous les pays; elles proviennent de la division d'une pierre feuilletée que l'on nomme *schiste*: les plus lourdes, les plus compactes et les moins hygrométriques sont les meilleures. On juge qu'elles sont bonnes, lorsqu'êtant restées longtemps plongées dans l'eau, elles n'en absorbent que  $\frac{1}{70}$  à  $\frac{1}{50}$  de leur poids. Elles doivent être exemptes de pyrites et de parties terreuses qui hâteraienr leur décomposition à l'air. Lorsqu'elles sont susceptibles d'absorber beaucoup d'eau, elles se délitent par l'effet des gelées.

La densité des schistes dont on tire l'ardoise est d'environ 2800 kilogrammes. Le poids de 1 mètre carré de couverture en ardoises dont le pureau est les deux tiers de la longueur, est moyennement de 35 à 40 kilogrammes.

Les dimensions en plan et en épaisseur que l'on donne aux ardoises varient avec leur qualité ou avec les usages des carrières. Les plus grandes ont

$0^m,30$  de long et  $0^m,22$  de large, les ordinaires  $0^m,22$  de long sur  $0^m,16$  de large. Au surplus, leur poids par mètre carré ne dépend que de leur épaisseur, puisqu'il y a partout trois couches d'ardoises superposées sur le toit. (*Voir*, pour les dimensions et le poids des ardoises, un tableau dressé par M. le colonel Émy, chapitre XII de son *Traité de l'Art de la Charpenterie*.)

Chaque ardoise est attachée sur le lattis par deux ou trois clous; leur arrangement est le même que celui des tuiles plates. Les approches des arêtiers se font de même. La faite est quelquefois couvert en tuiles faîtières maçonnées, et plus souvent en plomb ou en zinc. Les arêtiers se couvrent comme les faites. Les noues sont toujours garnies d'une feuille de métal suffisamment large pour contenir l'eau versée par les longs pans. Le métal employé est le plomb ou le zinc.

Dans les noues, le métal est retenu par des clous en fer étamé; sur les arêtes saillantes, il est maintenu par des crochets aussi en fer étamé, fixés au lattis de la couverture.

**248.** *Couvertures en bardеaux.* — Les bardеaux sont de petits ais dont on *barde* ou couvre les toits, et même les parois verticales des maisons, pour les garantir de l'humidité de la pluie. Les meilleurs bardеaux sont ceux de chêne; ceux de sapin sont bons quand le bois est très-résineux. On donne aux bardеaux les mêmes formes et les mêmes dimensions qu'aux ardoises; on les pose de la même manière sur un lattis à claire-voie. On les recouvre d'une bonne peinture à l'huile pour en prolonger la durée. Les bardеaux exigent une pente de 45 degrés au moins, pour que l'eau ne puisse pas traverser le toit, en s'étendant latéralement en dessus et en dessous de leurs surfaces plates et unies; leur avantage consiste dans la légèreté. Ce genre de couverture ne demande que des charpentes d'un faible équarrissage; il résiste mieux au vent que les couvertures en tuiles plates et en ardoises, mais il est très-sujet à l'incendie.

**249.** *Des couvertures en laves.* — En Savoie et dans plusieurs provinces de France, telles que la Bourgogne, la Franche-Comté, la Champagne et le Béarn, on exploite des carrières d'où l'on tire des pierres plates auxquelles on donne le nom de *laves* ou *lausses*, et dont on se sert pour couvrir les maisons. Leurs dimensions sont de  $0^m,45$  à  $0^m,50$  de côté en carré, sur  $0^m,012$  à  $0^m,027$  d'épaisseur suivant leur qualité. On les pose comme les tuiles plates sur un fort lattis en chêne cloué aux chevrons du toit. Le recouvrement, dans le sens de la pente du toit, n'est que de  $0^m,07$  à  $0^m,10$ . L'inclinaison du toit ne peut pas être plus roide que 27 degrés.

**250.** *Couvertures en tuiles creuses.* — Les tuiles creuses forment des cou-

vertures plus solides et plus imperméables que les ardoises et les tuiles plates; elles se posent généralement sur un lattis dont la construction est plus économique. Elles ont le désavantage d'être très-pesantes et de présenter à l'œil un aspect grossier et peu élégant.

a. *Tuiles creuses ordinaires.* — Les formes que l'on donne aux tuiles creuses sont très-variées; les plus employées sont les tuiles dites de *Bourgogne*, dont on fait aussi usage à Paris et dans le nord de la France. Leurs dimensions sont  $0^m,40$  de longueur,  $0^m,16$  de diamètre au gros bout,  $0^m,13$  au petit. On les pose, à Metz, sur un lattis de lattes en sapin de  $0^m,05$  de largeur et  $0^m,027$  d'épaisseur, clouées sur chaque chevron et espacées de  $0^m,27$  de milieu en milieu, en sorte que le recouvrement des tuiles dans le sens de la longueur du toit est du tiers de leur longueur, ce qui suffit, parce que les joints montants sont parfaitement recouverts. La *fig. 8, Pl. XXII*, montre l'arrangement de ces tuiles sur les toits. L'inclinaison des longs pans est de 22 degrés à peu près, ou 1 de hauteur pour 2 de base.

b. *Tuiles de Tarascon.* — A Tarascon, les tuiles creuses ont  $0^m,45$  de longueur,  $0^m,27$  de diamètre à un bout, et  $0^m,22$  à l'autre; on les pose en les maçonnant entre des chevrons triangulaires qui sont recouverts par la tuile de recouvrement (*fig. 9, Pl. XXII*).

c. *Tuiles romaines.* — L'usage des tuiles romaines s'est perpétué jusqu'à nos jours dans plusieurs villes de l'Italie et du midi de la France. De ces tuiles, les unes sont plates et reçoivent le nom de *tegole*, les autres sont demi-tronc-coniques et sont nommées *canali*. Pour établir les couvertures en tuiles romaines, on commence par poser sur les pannes du toit des chevrons espacés de  $0^m,33$  de milieu en milieu; sur ces chevrons, on place des briques jointives sur lesquelles on maçonnera les tuiles (*fig. 10, Pl. XXII*). Les avantages de ce mode de couverture sont: 1<sup>o</sup> qu'en rejoignant proprement les briques à l'intérieur, on rend immédiatement les greniers habitables; 2<sup>o</sup> qu'il est très-solide; 3<sup>o</sup> que comme les briques durent autant que la tuile, on n'a pas, comme dans les autres systèmes, à relever fréquemment toute la couverture pour remplacer le lattis. Leur principal inconvénient est leur très-grand poids. Le prix d'établissement est aussi beaucoup augmenté par celui de l'aire en briques.

A Rome, on voit quelques exemples de couvertures où les *canali* sont remplacées par des *tegole* retournées; disposition qui offre moins de prise aux vents et transforme les toits en des espèces de terrasses (*fig. 10', Pl. XXII*).

Un Italien a importé à Madrid, en 1805, des tuiles à rebords (*fig. 11 et 11', Pl. XXII*) qui ont eu beaucoup de succès par leur régularité et leur

apparence. Elles portent des rebords sur les quatre côtés : deux sur une face et deux sur l'autre, de manière à s'accrocher facilement entre elles.

*d. Tuiles flamandes ou pannes.* — En Flandre, on fait un usage presque exclusif d'une espèce de tuiles qui participent des tuiles plates et des tuiles creuses : on les nomme *pannes*. Elles sont de deux sortes : celles représentées *fig. 13, Pl. XXII*, s'emploient sur des planchers, lorsque les toits ont peu de pente; celles de la *fig. 12* conviennent aux toits dont la roideur nécessite qu'elles soient accrochées aux lattes par un fort talon ou crochet que chacune porte au dos, comme les tuiles plates.

Ces tuiles, qui ont une double courbure en forme d'S, sont toujours un peu gauches et s'arrangent mal sur le lattis; de plus, comme elles ont peu de recouvrement, elles ont besoin d'être maçonées dans leurs joints pour que l'eau n'y pénètre pas dans les grandes pluies; encore ce moyen est-il quelquefois insuffisant. Les *fig. 12'* et *13'*, *Pl. XXII*, présentent les plans et les coupes de deux portions de toits couvertes en tuiles flamandes.

*Ouvrages à consulter.* — On trouve des renseignements détaillés sur les couvertures en chaume, en bardaues, en ardoises, en pierres et en tuiles, dans *l'Art du Couvreur*, par M. Duhamel du Monceau. On consultera aussi avec fruit *l'Art de bâtir* de Rondelet, 7<sup>e</sup> édition, tome III, page 358; le chapitre XII, déjà cité, de *l'Art de la Charpenterie*, par M. le colonel Émy; un très-bon Mémoire de M. Belmas, *Mémorial du Génie*, n° 13, où les qualités des couvertures sont discutées d'une manière très-judicieuse; le *Devis Modèle*, rédigé par M. Bergère, chapitre VII, page 159; et la plupart des Devis des places de France.

**251.** *Des couvertures métalliques.* — Les métaux sont employés depuis une époque très-reculée de l'antiquité à la couverture des grands édifices. Lorsque les fonds dont on peut disposer sont assez abondants pour qu'on n'ait pas lieu de trop regarder à la dépense, on peut obtenir, dans l'établissement des couvertures métalliques, des avantages importants qui sont : 1<sup>o</sup> la possibilité de diminuer beaucoup l'inclinaison ordinaire des toits; 2<sup>o</sup> une imperméabilité presque complète; 3<sup>o</sup> l'absence de tout soin d'entretien, du moins durant de longues années. Mais lorsqu'on est forcé de les exécuter économiquement, ces avantages disparaissent en grande partie. En d'autres termes, les couvertures métalliques n'ont une véritable supériorité sur les autres qu'autant que l'on consent à l'acheter par une augmentation dans les frais de première construction.

**252.** *Tuiles creuses en fonte.* — On a employé aux couvertures, sous diverses formes, presque tous les métaux. On a fait des tuiles creuses en fonte,

mais on y a renoncé, parce qu'on a reconnu que, à cause de leur oxydation, leur durée ne serait probablement pas beaucoup plus grande que celle des tuiles en terre cuite, tandis que leur prix est quatre ou cinq fois plus élevé. (*Voir Rondelet, Traité de l'Art de bâtir, tome III.*)

**253.** *Couvertures en feuilles de tôle cannelées d'un hangar des docks de Londres.* — On peut citer comme un modèle de simplicité et d'originalité, le moyen employé, il y a quelques années, pour couvrir un des hangars des docks de Londres. La largeur de ce hangar est de 35 pieds anglais; il est formé de deux files de colonnes creuses en fer, qui servent en même temps de tuyaux de descente pour les eaux de pluie. Ces colonnes sont couronnées par une sablière de même métal, remplissant l'office de chêneau. Des tirants en fer relient entre elles les deux files de colonnes, et, au-dessus, s'élève la couverture en arc très-surbaissé, sans autre support que les sablières où elle prend naissance. Elle se compose de grandes feuilles de tôle portant de larges cannelures faites au laminoir, qui leur donnent assez de roideur pour que, courbées en arc de cercle, elles se maintiennent dans cette position par leur seule élasticité. Ces feuilles sont réunies latéralement par des clous rivés, et forment ainsi comme un immense couvercle. Les cannelures, qui se trouvent naturellement dirigées suivant la pente du toit, facilitent l'écoulement des eaux. On a récemment essayé d'imiter ce moyen à Paris; le résultat des épreuves n'a pas encore été entièrement satisfaisant pour des largeurs supérieures à 4 mètres.

**254.** *Des métaux les plus généralement mis en œuvre dans les couvertures.* — Les deux genres de couvertures dont nous venons de parler sont des exceptions; l'usage général est d'employer les métaux en feuilles plus ou moins grandes appliquées sur des voliges à claire-voie, ou mieux sur un plancher plein et bien uni. On les cloue aussi sur un plafonnage en lattes et en plâtre; mais ce procédé, qui est plus économique que les précédents, offre en compensation moins de solidité.

Les métaux mis en œuvre aujourd'hui sont le plomb, le fer, le cuivre et le zinc; le dernier est le plus employé.

Le plomb est pesant. Il se déchire aisément, parce qu'il n'a pas toute la roideur nécessaire pour glisser, en se dilatant, sur la surface des toits. Les plis qu'il forme, en se retirant après s'être allongé par l'effet de la chaleur, sont assez aigus, et dans les mouvements que produisent les variations de température, ils se reforment toujours à la même place, ce qui amène bientôt la rupture du métal. Dans les incendies, il fond rapidement et rend fort dangereux le service des personnes employées à arrêter les progrès du feu.

Enfin il est percé de trous nombreux par les larves des insectes qui se nourrissent dans le bois sur lequel il est appliqué.

Le cuivre est plus compacte et plus solide que le plomb. Mais, lorsqu'il est réduit en lames très-minces, il a souvent le défaut d'être gercé par l'action du laminoir qui y détermine des fissures, imperceptibles lors de la mise en place, mais que l'action de la chaleur agrandit bientôt. On remédie à ces défauts en l'étamant en dessous. En lames épaisses, il n'a d'autres défauts que sa cherté.

La tôle de fer, même étamée, ne réussit bien que dans les climats secs, tels que ceux des contrées les plus septentrionales et les plus méridionales de l'Europe. Elle ne résiste pas à l'humidité continue de l'atmosphère des régions tempérées.

**255.** *Des conditions que doit remplir tout système de couverture métallique.* — Quelque métal que l'on emploie dans l'établissement d'une couverture, on est toujours assujetti à beaucoup de précautions.

a. *Des effets du vent sur les couvertures métalliques.* — La première, c'est de fixer les feuilles assez solidement pour qu'elles ne soient pas soulevées, roulées ou emportées par le vent, qui agit sur elles de deux manières. Le plus souvent, il les détache et désorganise leurs assemblages par un choc direct, mais souvent aussi il les arrache du lattis par une espèce d'aspiration de dedans en dehors. Pour se faire une idée de ce dernier ordre de faits signalés par Mariotte (*Traité du Mouvement des Eaux*, chapitre I<sup>er</sup>), on n'a qu'à se représenter un toit ABC (fig. 1, *Pl. XXIII*), contre le long pan BC duquel vient frapper un courant d'air, qui éprouve, vers le haut du pan opposé AC, une contraction due à la déviation des routes suivies par les molécules de l'air. Cette contraction est toujours accompagnée d'une diminution de pression extérieure, et d'une succion véritable sur toute l'étenue CF où l'air tend à abandonner la couverture; quand à cette cause se joint une insufflation par une lucarne D du pan CB, les feuilles métalliques placées de C en E ne manquent pas d'être enlevées, si elles ne sont fortement attachées au lattis, et si celui-ci n'est pas en planches à peu près jointives.

b. *De l'humidité introduite par l'effet du vent entre les feuilles métalliques.* — C'est une nécessité pour les feuilles métalliques, comme pour les tuiles et les ardoises, de se recouvrir les unes les autres, afin qu'il n'existe pas, dans la couverture, des joints horizontaux par où l'eau pourrait s'infiltrer à l'intérieur. Mais comme l'obligation d'économiser le métal conduit à réduire le recouvrement au minimum, le vent chassant l'eau entre les

feuilles la force quelquefois à dépasser le bord de la feuille inférieure et à remonter jusqu'au lattis.

La capillarité se joint à la pression produite par le vent, pour faire remonter les gouttes d'eau entre les feuilles. C'est un effet auquel il importe le plus de s'opposer efficacement.

c. *Nécessité de laisser aux feuilles métalliques une libre dilatation.* — Mais en reliant fortement les feuilles entre elles et avec le lattis, on doit prendre une autre précaution non moins importante, c'est celle de laisser aux feuilles la faculté de se dilater et de se retirer librement sur elles-mêmes dans les changements de volume produits par les variations de la température; autrement elles se plissent et finissent par se déchirer.

d. *Précaution à prendre contre les précipitations de vapeur qui ont lieu à la surface inférieure des feuilles métalliques.* — Les couvertures métalliques ont un inconveniit assez grave, c'est qu'elles sont bonnes conductrices du calorique. Il en résulte que, pendant la chaleur du jour, l'atmosphère de l'espace qu'elles recouvrent s'échauffe, et, par suite, dissout une grande quantité de vapeur d'eau. Lorsqu'il survient par une cause quelconque un abaissement dans la température, l'humidité se condense à la partie inférieure des feuilles, d'où elle retombe en gouttelettes dans l'intérieur de l'espace couvert. Cette condensation et cette vaporisation de l'humidité ont en outre pour effet de pourrir promptement le lattis sur lequel la couverture est posée. On ne remédie à ce double inconveniit qu'en ménageant soigneusement les moyens de ventiler la surface inférieure des feuilles métalliques par un courant d'air.

En résumé : liaison solide des feuilles entre elles et avec le lattis, sans qu'il en résulte d'empêchement pour leur libre dilatation; absence de toute humidité à l'intérieur par suite de moyens préservatifs contre les effets du vent, de la capillarité et de la condensation de la vapeur; telles sont les conditions d'une bonne couverture métallique; nous allons voir comment et jusqu'à quel point elles sont remplies dans les différents systèmes usités aujourd'hui.

**256.** *Deux systèmes en usage pour les couvertures métalliques.* — Dans l'établissement des couvertures métalliques, on suit actuellement deux systèmes distincts : le premier, qui est le plus ancien, est celui dit *système à grandes feuilles*, parce qu'on y emploie le métal en tables minces de 3 à 6 mètres de long sur 0<sup>m</sup>,66 à 1 mètre de large. Le second, d'un usage assez récent et restreint d'ailleurs à l'emploi du zinc, est dit *système à petites feuilles*, parce que les tables sont réduites à 0<sup>m</sup>,38 ou 0<sup>m</sup>,40 de hauteur, sur 0<sup>m</sup>,29 à 0<sup>m</sup>,30 de largeur. Elles prennent alors le nom d'*ar-*

*doises métalliques*, et se posent d'une manière analogue à ce qui est usité pour les ardoises ordinaires.

## SYSTÈME DES GRANDES FEUILLES.

**257.** *Couvertures en plomb.* — Ces couvertures s'établissent ordinairement sur un plancher de voliges cloué aux chevrons du toit. On pose d'abord le chêneau qui doit régner au bas du comble, on rabat le dossier de ce chêneau sur les voliges, puis on pose au-dessus un rang de crochets de fer plat, espacés d'environ 0<sup>m</sup>,50 les uns des autres et cloués sur le lattis et les chevrons. On fait entrer par le bas, dans ces crochets, le premier rang de tables en plomb, et, après les avoir étendues et bien dressées, on les arrête par le haut au droit de chaque chevron, avec des clous assez forts pour traverser le plomb, les voliges et une partie des chevrons. Le plombier continue ce travail jusqu'au sommet du comble, où il a le soin d'arrêter encore, au moyen de crochets, les tables de plomb qui forment l'*enfaîtement*, de manière qu'elles ne puissent être dérangées ou emportées par le vent. Le recouvrement dans le sens de la pente du toit varie de 0<sup>m</sup>,07 à 0<sup>m</sup>,15, selon que cette pente est plus ou moins roide; l'expérience prouve que, pour des combles inclinés à un de hauteur pour un de base, ce recouvrement ne peut être moindre que 10 à 11 centimètres. Il devrait être de 20 centimètres au moins pour les inclinaisons de  $\frac{1}{6}$ ; mais, en général, dès que la pente est plus douce que  $\frac{1}{3}$ , on soude les joints horizontaux en ne laissant de dilatation libre aux feuilles que par le haut et le bas du toit. Les joints montants des feuilles sont formés par un pli simple, pratiqué le long d'une feuille et entrant dans un pli double que porte la feuille voisine, de manière à former un bourrelet (*fig. 1', Pl. XXIII*). Ces joints sont soudés dans leur longueur.

Pour les terrasses, on supprime les crochets et l'on fixe les tables à dilatation libre avec des agrafes cachées sous les plis.

Les dimensions des tables sont 4 mètres de long, 2 mètres de large et 3<sup>mm</sup>,38 à 4<sup>mm</sup>,51 (1  $\frac{1}{2}$  à 2 lignes) d'épaisseur. Le mètre carré pèse 40 kilogrammes; il revenait, en 1832, à 24 francs.

**258.** *Couvertures en zinc et en cuivre.* — Nous réunirons dans le même paragraphe les détails relatifs aux couvertures en zinc et à celles qui se font en cuivre, parce que les méthodes qui conviennent aux unes peuvent convenir aux autres, et que toute la différence qui existe entre elles, c'est qu'en général les couvertures en zinc étant établies sur des bâtiments moins importants que ceux que l'on couvre en cuivre, le sont avec une plus grande économie.

a. *Du mode d'attache des feuilles dans le sens horizontal.* — Le mode de construction du lattis influe beaucoup sur la solidité et la durée de la couverture. On conçoit, en effet, que si l'on devait fréquemment renouveler le lattis, il serait inutile de chercher à donner à la couverture proprement dite une durée indéfinie, puisque le renouvellement du lattis nécessite son démontage et son remaniement.

Lorsque la charpente du comble est en fer, la couverture s'établit sur des châssis également en fer, qui s'encadrent exactement entre les arbalétriers des fermes, et reposent, soit sur des taquets boulonnés à ces derniers, soit sur une ou deux pièces disposées en croix pour les soutenir. Ces châssis sont divisés en carrés par de petites tringles qui forment des espèces de grils; les feuilles s'y attachent par le bas au moyen d'un crochet C formé par un repli fait au bord inférieur de la feuille elle-même (*fig. 2 et 2'*, *Pl. XXIII*), ou soudé au bas de la feuille, en dessous E (*fig. 3, 3'* et *3''*).

Quand le crochet est formé par le repli même de la feuille, ce repli est fendu horizontalement de distance en distance, de manière à recevoir l'extrémité de trois ou quatre dents pratiquées à la partie d'en haut de la feuille inférieure, qui est découpée convenablement à cet effet (*fig. 2 et 2'*). Lorsqu'au contraire le crochet est soudé à la feuille supérieure, la feuille inférieure est simplement engagée sous l'extrémité de la précédente (*fig. 3, 3'* et *3''*). Cette dernière méthode offre moins de solidité que la première, mais elle est plus économique et se prête mieux à la dilatation des feuilles.

On imite ce mode d'attache des feuilles dans les couvertures où le lattis est en bois, en faisant ce lattis à claire-voie, avec de fortes lattes bien clouées aux chevrons; mais plus généralement les lattis en bois se font en voliges de  $0^m,014$  d'épaisseur au moins, et jointives, sauf un petit jeu pour la dilatation. Ces voliges ne doivent pas avoir plus de  $0^m,10$  à  $0^m,15$  de largeur, afin qu'elles ne se tourmentent pas par l'effet de la chaleur; ce qui apporterait nécessairement du dérangement dans les feuilles de métal qui leur sont superposées (*fig. 5, Pl. XXIII*).

Pour fixer les feuilles sur ce lattis dans le sens horizontal, on les cloue à leur bord supérieur par quatre ou cinq clous à tête large en fer zincé (les clous en zinc n'ont pas de force, les clous en fer étamé ont trop de poli). A leur bord inférieur on soude trois pattes en zinc fort que l'on fait glisser sous la feuille clouée dans l'intervalle entre les clous (*fig. 3, 3'* et *3''*).

On peut employer aussi des agrafes soudées extérieurement à la feuille inférieure et dans lesquelles s'engage le bas de la feuille supérieure. (*Voir*, pour

les autres modes d'attache dans le sens horizontal, le Mémoire de M. Poncelet, n° 13 du *Mémorial du Génie*, pages 288 et 289.

*b. Différents modes d'attache des feuilles dans le sens longitudinal.* — Le système de couvertures à grandes feuilles comporte trois manières d'assembler les feuilles dans le sens longitudinal, savoir :

1<sup>o</sup>. Les *agrafures simples*, consistant en deux boudins enroulés l'un dans l'autre sur le long côté des feuilles; ces boudins se font à chaud au moyen d'un mandrin en fer rond de 0<sup>m</sup>,015 à 0<sup>m</sup>,020 de diamètre, sur lequel on enroule la feuille en la frappant avec un battoir à manche A (*fig. 5 et 6, Pl. XXIII*): le boudin pratiqué à une feuille s'engage dans le boudin de la feuille voisine; de plus, on cloue, de distance en distance, sur le lattis, des mains d'attache en fer-blanc ou en cuivre (*fig. 7*), qui s'enroulent également dans les boudins des feuilles.

On a soin de disposer les joints de manière que le dos *a* du boudin (*fig. 6*) soit opposé au vent de la pluie. Ce mode d'attache est le plus économique de tous; mais, en cas de malfaçons ou d'accidents quelconques donnant lieu à des filtrations, il faut, pour y porter remède et les reconnaître, démonter les feuilles une à une, ce qui entraîne des dépenses considérables et la perte d'une grande partie des boudins.

2<sup>o</sup>. Les *agrafures doubles*, formées par deux boudins latéraux recouverts par un chapeau en zinc nommé *couver-joint à coulisses*, et dont les enroulements s'engagent dans ceux des feuilles B (*fig. 5, 8 et 8'*); les mains d'attache, au lieu d'être simples, comme dans le mode précédent, sont doubles (*fig. 8*). Ordinairement, on ne donne aux couvre-joints que 0<sup>m</sup>,015 de diamètre intérieur, et aux boudins des feuilles 0<sup>m</sup>,013. Ces dimensions sont trop faibles; les boudins et couvre-joints ne tardent pas à se remplir de poussière et d'ordures qui arrêtent l'eau et la font refluer à l'intérieur. Un autre inconvénient, c'est l'obligation de tirer tous les tuyaux par le haut pour arriver à celui que l'on veut démonter en particulier.

On a obvié en grande partie à ces défauts, dans l'établissement de la couverture en zinc de la Madeleine, représentée *fig. 10 et 10', Pl. XXIII*. Les boudins F (*fig. 10'*), servant de couvre-joints, ont 0<sup>m</sup>,10 de diamètre intérieur, leur développement est presque égal à celui d'une circonférence entière (*fig. 10', 10'' et 10'''*); ils sont fermés, à l'extrémité supérieure, par un opercule en métal qui, en appuyant contre le rebord des boudins des enroulements, les empêche de glisser.

Pour pouvoir mettre en place et démonter ces boudins avec facilité, on a imaginé d'échancker les enroulements des feuilles sur les deux tiers *a, b*

(*fig. 10'*) de leur longueur. Le couvre-joint porte une échancrure  $a'c'$ , dans laquelle peut entrer la partie  $ac$  de la feuille. Le reste de l'ouverture du couvre-joint en  $a'b'$  n'a pas plus de largeur qu'il n'en faut pour permettre l'introduction des bords  $a, b$  échancrés des enroulements. Après avoir posé le couvre-joint, on le fait glisser, jusqu'à ce que sa partie  $a'b'$  corresponde à la partie  $ac$  des feuilles, et que l'opercule du bout supérieur vienne s'arrêter contre l'extrémité  $c$  non échancrée de celles-ci. On conçoit que dès lors les feuilles sont solidement réunies par les couvre-joints. On ajoute à cela des mains d'attache clouées sur le lattis, comme dans le mode précédent. Ce mode d'assemblage est coûteux.

3°. Des *tringles* ou *tasseaux en bois*, cloués suivant la ligne de pente du lattis, à la jonction des feuilles, et qui sont recouverts d'un chapeau en zinc embrassant les extrémités recourbées de ces feuilles C (*fig. 5 et 9, Pl. XXIII*).

Les tringles doivent être en chêne bien sec, de 0<sup>m</sup>,033 de saillie et 0,027 de largeur, fixées sur le lattis à des intervalles de 0<sup>m</sup>,50 au plus, à l'aide de forts clous en fer, ou mieux de vis à bois à tête perdue : leur dessus est légèrement arrondi et chanfreiné sur les bords, pour recevoir le chapeau en zinc, qui doit être d'une plus forte épaisseur que les feuilles de la couverture.

Les rebords des feuilles s'élèvent dans l'intérieur du chapeau, aussi haut que le permet la dilatation, afin d'empêcher l'eau de les surmonter et de s'introduire dans le joint. Le profil à suivre est celui de la *fig. 9*. Le chapeau est cloué sur la tringle, à raison d'un clou pour 0<sup>m</sup>,60 de longueur. M. Poncet recommande ce système, comme celui qui présente le plus de facilité dans le démontage partiel des feuilles pour leur réparation, en même temps qu'une solidité plus grande, contre l'action du vent.

**259. c. Des noues, faîtières et arétières.** — Les noues se couvrent, comme dans les couvertures en ardoises, par des feuilles de métal clouées et engagées latéralement sous les feuilles des longs pans. Pour les arétiers, on emploie divers procédés, qui varient avec le système d'attache des feuilles.

*a.* Dans les systèmes à agrafures simples ou doubles, on couvre les intervalles compris entre les boudins, par des bandes de zinc recourbées suivant l'angle des deux longs pans, repliées sur ceux-ci, de 0<sup>m</sup>,16 à 0<sup>m</sup>,20, et fixées au toit par des clous et des soudures. Les boudins et les joints des couvre-faîtes sont ensuite couverts eux-mêmes par un chapeau en zinc D (*fig. 5 et 12, Pl. XXIII*), soudé et convenablement contourné.

*b.* Les extrémités supérieures des feuilles d'arétiers et de faîtes sont, dans le système des agrafures doubles, terminées par des boudins couronnés d'un

chapeau à coulisse E (*fig. 5, 11, 11' et 13*), et sous lesquels s'engagent de part et d'autre les extrémités des boudins ou chapeaux des longs pans.

c. Dans le système à tringles et à chapeaux, on place sur les arêtes du toit des tringles en bois semblables à celles qui recouvrent les joints des longs pans. Les chapeaux sont entaillés pour recevoir ceux des tringles latérales ; on soude ensuite tous ces joints dans leur pourtour (*fig. 5 et 14*).

Ces différentes manières de couvrir les faîtes et les arétiers s'appliquent également aux systèmes à petites feuilles, notamment le premier et le troisième dispositif.

**260. d. Consolidation des goutterots et des parties les plus exposées à l'action du vent.** — Nous avons dit qu'un effet assez commun du vent était de saisir les feuilles par le bas, de les relever en les arrachant ou en les roulant sur elles-mêmes. On prévient ces accidents, dans le cas où le comble se termine par un simple égout pendant, en renforçant par un boudin extérieur la bande de zinc qui recouvre la chanlatte, et en clouant sur la face verticale de la sablière ou des chevrons, une autre bande de zinc fort, terminée par un boudin supérieur dont l'enroulement s'engage dans le précédent (*fig. 15 et 15', Pl. XXIII*).

Dans le cas où le comble porte un chéneau en zinc (*fig. 16 et 16'*), le boudin de la bande d'attache doit être immédiatement agrafé avec le revers de ce chéneau ; on adopte des dispositions pareilles pour les faîtes des appentis et les extrémités des pignons isolés les plus exposés au vent (*fig. 17 et 18*).

**261. Moyens d'éviter les effets de la capillarité.** — On s'oppose à la formation des gouttières par l'effet de la capillarité en empêchant le contact des deux feuilles consécutives qui se recouvrent, ce à quoi l'on parvient au moyen d'un coupe-larme, espèce de repli pratiqué au bas de chaque feuille, ou d'une côte relevée en bosse à leur partie supérieure. Au lieu d'un pli simple au bord inférieur, on peut faire un repli en bourrelet, qui donne plus de roideur à la feuille.

**262. Couverture en grandes feuilles de zinc à surface concave.** — M. le lieutenant-colonel Lemoine a proposé (n° 14 du *Mémorial du Génie*) une modification aux grandes feuilles de zinc, qui consiste à leur donner une légère concavité dans le sens de leur largeur, en sorte que le long pan du toit est composé d'une suite de surfaces cylindriques parallèles. Cette forme donne aux feuilles plus de solidité ; elle prévient les effets que pourrait produire la dilatation des feuilles dans le sens latéral ; elle favorise l'écoulement de l'eau pluviale, dont les gouttes se réunissent au centre des feuilles et forment des filets qui acquièrent facilement une certaine vitesse, ce qui

permet d'adopter de très-faibles pentes, comme  $0^m,02$  à  $0^m,03$  par mètre, à la condition, toutefois, de souder tous les joints horizontaux. Au reste, cette nécessité paraît, à M. le colonel Lemoine, n'avoir aucun inconvénient, et il pense que la plupart des constructeurs s'exagèrent les mauvais effets de la soudure des joints des couvertures à grandes feuilles. Il fait remarquer que pour une largeur de 12 mètres, qui est à peu près celle des longs pans des plus grands bâtiments militaires couverts en zinc, l'allongement des feuilles soudées pour une différence de température de 50 degrés centigrades ne va pas à  $0^m,017$ . D'après cela, et en supposant la feuille arrêtée au faîtage et *libre de se mouvoir dans toute sa longueur*, il suffit qu'elle ait un jeu de  $0^m,02$  à son extrémité, pour que les déchirures occasionnées par la dilatation ne soient pas à redouter.

La pose des feuilles de zinc concaves s'effectue comme il suit. Les chevrons du comble sont des solives ou madriers de sapin de  $0^m,22$  sur  $0^m,08$ , posés à  $0^m,65$  d'axe en axe (*fig. 19 et 19'*, *Pl. XXIV*). Aux faces verticales de ces solives, on attache des tasseaux *t* sur lesquels portent des *cerces c* de sapin ayant une courbure parallèle à celle de la feuille métallique. Sur ces cerces, qui sont espacées de  $0^m,50$  en  $0^m,50$ , on cloue des voliges minces *v* en sapin dans le sens parallèle à la pente du toit, et l'on obtient ainsi des espèces d'augets sur lesquels s'appliquent les feuilles de zinc. Les joints horizontaux sont soudés comme nous l'avons dit déjà; les joints montants sont faits dans le système dit *à tringles et à chapeaux*; les tringles sont clouées sur le milieu des chevrons. Ce dispositif est un peu plus coûteux que ceux que nous avons décrits précédemment; mais il paraît avoir sur eux des avantages réels.

#### SYSTÈMES A PETITES FEUILLES.

**263.** *Des ardoises en zinc.* — Les ardoises en zinc ont  $0^m,33$  de hauteur sur  $0^m,28$  de largeur, ou bien  $0^m,50$  sur  $0^m,33$ . On les estampe à froid au balancier. Elles portent sur l'un des côtés un rebord (*fig. 20, 20'* et *20''*, *Pl. XXIII*) qui doit être de  $0^m,02$  au moins, en saillie, et de l'autre une côte prismatique ou cylindrique, d'un relief à peu près égal, destinée à couvrir le rebord de la feuille voisine. On a soin de tourner le joint du côté opposé au vent de la pluie. Vers le bord supérieur de chaque feuille, on refoule au marteau deux bossages de  $0^m,002$  à  $0^m,003$  de saillie, destinés à détacher les surfaces en recouvrement et à diminuer les effets de la capillarité. Deux agrafes soudées en dessous servent à les attacher par le haut sur le lattis, à l'aide de forts clous de zinc; d'autres agrafes inférieures s'engagent sous les feuilles du rang suivant et entre les clous. Quelquefois on maintient simple-

ment les feuilles par une forte agrafe coudée, qui saisit le lattis, disposé à cet effet en claire-voie; cette agrafe maintient la feuille par le bas: en haut elle est maintenue par le recouvrement de la feuille supérieure.

On fait des ardoises cannelées, comme le représentent les *fig. 21 et 21'*, *Pl. XXIII*; elles sont plus solides que les autres, réunissent mieux l'eau de pluie en filets, et, comme elles ne sont en contact que par quelques points avec le lattis, elles favorisent mieux que les tuiles plates la ventilation à leur surface inférieure. L'humidité provenant de la condensation intérieure et des effets capillaires est moindre dans les locaux couverts par ce système d'ardoises que dans ceux dont la couverture est en tuiles de zinc plates; aussi, malgré une élévation sensible dans leur prix, dû à leur excédant de poids, M. Poncelet, dans son Mémoire déjà cité, n'hésite-t-il pas à donner la préférence aux feuilles cannelées.

*a. Pose de la couverture. Recouvrements des noues, faîtières et arétiers.*

— Dans les systèmes à petites feuilles, la pose de la couverture commence, comme toujours, par le bord inférieur du toit: en premier lieu, on couvre la rive de l'égout par une bande de zinc fort, terminée inférieurement par un boudin. La première ligne d'ardoises se pose sur cette bande, les ardoises se recouvrant ensuite de rang en rang, de 0<sup>m</sup>,06 environ.

Les faîtages et les arétiers sont couverts, tantôt par des chapeaux en zinc disposés comme le recouvrement des joints dans le système à grandes feuilles, avec tringles et chapeaux, tantôt par des lames de plomb dont les bords repliés de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,12 sur les feuilles de long pan, et maintenus par des agrafes extérieures, peuvent en suivre avec exactitude tous les contours (*fig. 22, 22' et 22''*).

Les systèmes à petites feuilles ont, aux yeux de quelques constructeurs, l'avantage, sur ceux à grandes feuilles, d'offrir moins de chances d'accidents graves, parce que, d'une part, les points d'attache y sont plus multipliés, et que, d'autre part, les feuilles sont plus petites et moins solidaires entre elles. Leur pose, qui est analogue à celle des ardoises ordinaires, peut s'exécuter partout avec facilité, et l'on n'a point autant à craindre les malfaçons dans leur construction ou leur entretien. D'autres personnes les croient plus sujettes aux accidents que le vent peut occasionner. (*Voir le Mémoire de M. Poncelet, n° 13 du Mémorial, et celui de M. Lemoine, n° 14 du même Recueil.*)

*264. Des moyens d'aérage et de ventilation des couvertures métalliques.*

— Ils consistent d'abord dans des ouvertures du même genre que celles que l'on pratique dans les combles en ardoises et en tuiles. A cause de la faible pente des couvertures métalliques, qui obligerait à donner au faîte une longueur démesurée, la construction des lucarnes y serait difficile. On les remplace avec

avantage par des châssis vitrés, dits *châssis à tabatières*, représentés *fig. 14, 14'* et *14'', Pl. XXII*, en plan; en profil et de face. La *fig. 14''*, qui est une coupe par la ligne *ab* de la *fig. 14*, fait voir, un peu plus en grand, les moyens employés pour empêcher l'eau de pénétrer entre les vitres *vv'* et le *meneau M* du châssis. Les lettres *m* indiquent des couvre-joints en mastic de vitrier, et la lettre *c* un chapeau en zinc ou en tôle destiné à rejeter l'eau sur la vitre à une certaine distance de son joint avec le meneau. L'emboîture du volant du châssis dans le dormant est représentée par la *fig. 14'''*. On remarquera dans les *fig. 14' et 14''* la crémaillère qui sert à ouvrir et à fermer le châssis.

On fait des châssis à peu près pareils tout en bois pour les couvertures en tuiles ou en ardoises des bâtiments d'une construction moins soignée (*fig. 4, 4' et 4'', Pl. XXII*).

La partie supérieure des châssis à tabatières, en fer ou en bois, doit être garantie de l'accès des eaux pluviales par un large chéneau en plomb ou en zinc qui les déverse à droite et à gauche.

Ces châssis sont ordinairement placés en bas du long pan, près de la corniche. Vers le haut du comble, on place en quinconce des événets coniques en zinc, nommés *œils-de-bœuf*, soudés sur une feuille qui se met en place comme les autres feuilles, mais que l'on soude généralement sur son pourtour pour la mieux attacher, parce qu'elle est plus en prise au vent (*fig. 23, Pl. XXIII*).

Au moyen de ces ouvertures, on obtient un renouvellement général de la masse d'air qui remplit le grenier; mais on ne parvient pas à ventiler la surface même des feuilles métalliques, d'une manière assez active pour empêcher la vapeur de s'y précipiter. M. Poncelet (*Mémoire sur les Couvertures en zinc*, n° 13 du *Mémorial du Génie*) propose de laisser entièrement ouverts les intervalles des chevrons, en haut et en bas du comble, en surmontant le faîtage d'un petit auvent (*fig. 18, Pl. XXIII*). Ce dispositif, mis en usage en quelques circonstances, tout en offrant une large issue aux courants d'air introduits dans les combles, donnerait un moyen simple d'attacher les grandes feuilles de zinc, dont l'extrémité supérieure serait simplement repliée autour des planches de rive du lattis.

#### DES TERRASSES.

**265. Des terrasses.** — La construction des toits plats ou terrasses, et le système de leur couverture, varient avec le climat et avec l'objet pour lequel on les établit.

Dans le nord de la Suède, les toits des maisons sont presque plats. On se

contente d'étendre, sur les solives du plancher supérieur qui tiennent lieu de chevrons, de l'écorce de bouleau dont la substance est presque incorruptible; et l'on recouvre cette écorce d'une épaisseur de terre suffisante pour y semer du gazon

Au Pérou et surtout à Lima, où il ne pleut jamais, les maisons sont terminées en terrasses, qui ne consistent que dans une claiere très-serrée, sur laquelle on répand une certaine épaisseur de sable fin; cela suffit pour recevoir et absorber les rosées qui sont journalières et très-abondantes. (*Encyclopédie méthodique*, article COUVREUR EN BATIMENT.)

Mais dans les pays tempérés où l'humidité est presque continue, même en été, la construction des terrasses demande beaucoup de soins et entraîne des frais considérables.

Rondelet (*Traité de l'Art de bâtir*, 7<sup>e</sup> édition, tome III, page 364) déclare que les terrasses les plus solides et les plus durables sont celles faites sur des voûtes, et qu'au moins, pour parvenir à faire une terrasse avec succès, il faut former une masse qui ne puisse ni plier ni rompre, et que l'eau ne puisse pas pénétrer. On peut ajouter à cela qu'il faut que le dessous de la terrasse, s'il y entre du bois, soit fortement ventilé par un courant d'air.

Lorsque les terrasses doivent être établies sur des voûtes, le meilleur procédé consiste à recouvrir la voûte d'une chape en mortier hydraulique, sur laquelle on maçonnera une couverture en tuiles creuses. On peut ensuite couvrir le tout d'une couche de terre, si l'on veut pouvoir marcher sur la terrasse.

Les voûtes des églises et des grands édifices se recouvrent en pierres suivant deux systèmes, dont nous donnons les croquis *Pl. XXIII*; le système (*fig. 25, 25', 25'' et 25'''*) est extrait du *Traité de l'Art de bâtir* de Rondelet. Nous avons vu l'autre employé à la couverture des bas côtés de l'église Saint-Denis. Les figures qui se rapportent à ce dernier mode sont cotées 26, 26' et 26''. Toute la différence entre ces deux systèmes consiste dans la manière dont les joints des dalles sont établis. Ils sont simplement rejointoyés dans le second système, tandis que dans le premier ils sont recouverts par des couvre-joints en pierre. Celui-ci est plus sûr, l'autre est plus économique.

Dans la plupart des constructions militaires, on se contente de recouvrir les chapes des voûtes d'un enduit en ciment hydraulique bien lissé (*voir*, dans la quatrième partie, la composition et la mise en œuvre de ces enduits), et de les recharger d'une couche de terre. Il arrive le plus souvent que les voûtes couvertes de cette manière sont sujettes à des filtrations, ce qui peut provenir, soit des fissures qu'une dessiccation trop prompte et inégale

peut produire dans l'enduit, soit, ce qui est plus probable, des lézardes occasionnées dans la voûte elle-même par les mouvements du sol. On peut arrêter les filtrations par un moyen fort simple, qui consiste à couvrir la voûte d'une couche de glaise de 0<sup>m</sup>,39 d'épaisseur environ rechargée de 0<sup>m</sup>,60 à 1 mètre de terre ordinaire. On voit à Coblenz des voûtes dont les lézardes sont apparentes à l'intérieur et que ce procédé garantit de toute humidité.

**266. Des couvertures en mastic bitumineux.** — On recouvre des terrasses avec des feuilles de métal (*voir les n<sup>o</sup>s 149 et 150*). On se sert aussi d'une substance végétale connue sous le nom de *mastic bitumineux*; nous allons en dire quelques mots en renvoyant d'ailleurs aux ouvrages ci-après: Mémoire de M. le chef de bataillon du génie Soyer, n<sup>o</sup> 5; de M. Delaage, n<sup>o</sup> 7; de M. Moreau, n<sup>o</sup> 8; de M. Perrin, n<sup>o</sup> 13, du *Mémorial du Génie*; la Note 64<sup>e</sup> du *Devis-Modèle* de M. le colonel du génie Bergère; le chapitre XII du *Traité de Charpenterie* de M. le colonel Émy; et l'*Instruction* rédigée en 1843 à la direction supérieure des travaux de Paris sur l'emploi des mastics bitumineux.

Le mastic bitumineux pour couvertures s'employait autrefois en carreaux et en feuilles dont on soudait les joints avec le même mastic fondu; mais on a reconnu que cette soudure ne se faisait jamais bien, et l'on préfère maintenant couler la matière sur place.

Pour y réussir, il faut apporter de l'attention dans le choix du mastic, dans son coulage, et dans la préparation de l'aire qu'il doit recouvrir.

Le mastic est un mélange, peut-être même une combinaison faite à chaud d'une certaine quantité de poix ou de bitume avec une matière calcaire réduite en poudre impalpable. Pour les couvertures, les terrasses et les aires des chambres, des magasins ou des écuries, le meilleur est le plus maigre, c'est-à-dire celui dans lequel la proportion du calcaire au bitume est la plus forte. Le mastic du Parc ou de Seyssel paraît avoir, sous ce rapport, une grande supériorité sur tous les autres. On tire de la même carrière un mineraï très-riche en bitume d'où l'on extrait cette matière par la fusion, et une pierre assez dure, qui est également bitumineuse, mais dont on ne pourrait rien séparer. C'est cette dernière pierre que l'on broie pour la combiner au bitume, dans la proportion de 93 parties de poudre calcaire pour 7 parties seulement de bitume. Le mastic qui en résulte présente encore assez de flexibilité et de liquidité dans sa fusion, pour qu'on puisse le mettre aisément en œuvre. Le mastic de Lobsann et ceux que l'on compose au moyen des goudrons qui proviennent de la distillation de la houille, contiennent généralement 25 pour 100 de bitume, poix ou goudron, et seulement 75 pour 100 d'une

poussière calcaire étrangère au gisement du minerai bitumineux ou au goudron liquide, et qui n'a pour lui aucune affinité. Aussi l'action du soleil d'été opère-t-elle, dans ces mastics, une demi-fusion qui est suivie d'une précipitation du calcaire à la partie inférieure de la couche, tandis que la partie supérieure devient molle et liquide, et finit par se décomposer à l'air.

a. *Coulage du mastic.* — L'épaisseur sur laquelle on coule le mastic bitumineux est moyennement de 0<sup>m</sup>,010 à 0<sup>m</sup>,012 : cette épaisseur doit être d'autant plus forte que le toit est plus incliné. La pente à donner aux aires à couvrir en bitume ne doit pas dépasser 22 degrés.

Pour couler le mastic, on le fond préalablement dans des chaudières de 90 à 100 litres de capacité, placées sur des fourneaux en tôle portatifs. On y jette le mastic cassé en petits morceaux, et l'on y ajoute une certaine proportion de bitume pur.

Pendant la fusion, sur l'aire à couvrir, que nous supposerons bien sèche et convenablement préparée, des ouvriers placent des règles en fer d'une épaisseur égale à celle que doit avoir la couche de mastic. Deux de ces règles ont 1<sup>m</sup>,50 de longueur; une autre, qui n'a que 0<sup>m</sup>,65 à 0<sup>m</sup>,75, se place à angles droits sur les deux autres, de manière à circonscrire un rectangle de 0<sup>m</sup>,50 de hauteur et 0<sup>m</sup>,65 à 0<sup>m</sup>,75 de largeur : cet espace est essuyé et balayé avec soin.

Aussitôt que des vapeurs blanchâtres commencent à s'élever de la surface du bitume dans la chaudière, on diminue le feu du fourneau et l'on charge une petite marmite de transport de la quantité de bitume nécessaire. Deux ouvriers versent ce bitume entre les règles, tandis qu'un autre, armé d'une pelle, l'étend le plus uniformément possible, en se dirigeant par l'épaisseur des règles. Ensuite, avec des battes en bois, les ouvriers pressent la surface de la couche pour la rendre homogène; ils achèvent de l'unir et de la dresser en y promenant des fers chauds.

Pendant que la couche de mastic est encore chaude, on la découpe sur les bords, on descend la petite règle de 0<sup>m</sup>,50, et l'on verse une autre partie de bitume qu'on traite comme la précédente. Les joints de raccordement sont soudés par l'action d'un maillet en bois avec lequel on les frappe. On passe ensuite, par-dessus, un fer chaud, en évitant soigneusement de brûler la matière.

Avant que la surface du mastic soit tout à fait refroidie, on y sème, avec un tamis, du sable fin chauffé de manière à être bien sec; si l'on doit marcher sur le mastic, on y ajoute des petites pierres ou des cailloux que l'on y incruste avec la dame.

b. *De la préparation des aires.* — Les aires doivent être parfaitement

sèches au moment du coulage; autrement, il se développerait des vapeurs qui formeraient dans la couche de mastic des ampoules dont la surface finirait par crever. Les feuilles de mastic comme les feuilles de métal ont besoin de se dilater librement, sans quoi il se produit des rides qui se transforment bientôt en fissures. Il suit de là qu'il n'est pas avantageux de rendre le mastic adhérent aux surfaces qu'il recouvre. L'interposition d'une couche mince d'un corps étranger a d'ailleurs l'avantage de favoriser le dégagement de l'air et des vapeurs au moment du coulage. Les matières que l'on interpose entre l'aire à couvrir et la couche de mastic sont de la grosse toile d'emballage, ou, à son défaut, du papier gris, ou seulement du sable en poudre très-fine.

*c. Construction des plates-formes des terrasses à couvrir en mastic bitumineux.* — Nous allons citer deux exemples de la construction d'une terrasse à couvrir en mastic bitumineux. A Bourbonne, on a construit un véritable plancher à entrevous avec des poutrelles de  $0^m,20$  d'épaisseur, espacées tant plein que vide, entre lesquelles on a jeté de petites voûtes en tuf poreux. Ce plancher a été recouvert d'abord d'une couche de mortier ordinaire destinée à donner à la terrasse des pentes de 3 à 4 centimètres par mètre. Par-dessus, on a posé un enduit de mortier hydraulique de  $0^m,04$  d'épaisseur, puis le mastic épais de  $0^m,012$ .

A Douai, des bâtiments dépendants de l'arsenal d'artillerie ont été couverts de la manière suivante : Sur les chevrons d'un comble incliné à 18 degrés, on a cloué des lattes de  $0^m,027$  d'épaisseur et  $0^m,054$  de largeur, espacées de  $0^m,19$  de milieu en milieu. Sur ces lattes, on a posé des carreaux en terre cuite de  $0^m,19$  de côté, qu'on a rejoignoyés en mastic. Par-dessus les carreaux, on a étendu une grosse toile d'emballage que l'on a clouée sur leurs joints. Cette toile a reçu l'encaustic bitumineux de  $0^m,010$  à  $0^m,012$  d'épaisseur, qui, lui-même a été recouvert d'un lit de petits cailloux introduits dans la surface du mastic encore chaud.

Le mètre carré d'une couche de mastic de  $0^m,012$  d'épaisseur pèse un peu plus de 25 kilogrammes.

**267. Réflexions sur les couvertures en terrasses adaptées aux bâtiments d'habitation.** — Comme les couvertures en feuilles métalliques et en mastic bitumineux sont très-légères, et qu'on peut les établir sous de faibles pentes, quelques constructeurs ont pensé que leur adoption offrait le moyen, sinon de réduire les charpentes des combles à de simples planchers, du moins de les alléger considérablement, et de supprimer les greniers au-dessus des étages supérieurs en plafonnant immédiatement au-dessous du lattis de la couverture; mais l'expérience n'a pas entièrement

confirmé ces prévisions. On a reconnu, en effet, que la force des charpentes ne pouvait pas être réglée uniquement sur la couverture, qu'il fallait tenir compte du poids des neiges qui, sur un toit plat, peut, dans nos climats, s'élever à 50 ou 60 kilogrammes par mètre carré, et de l'action plongeante des vents, beaucoup plus puissante qu'on ne se l'imagine ordinairement; en sorte qu'il y avait peu de chose à diminuer de l'équarrissage des charpentes ordinaires. Cette conclusion a paru d'autant plus juste, qu'une faible hauteur des combles s'oppose à la solidité des assemblages, à cause de l'obliquité des pièces, et que, d'un autre côté, la légèreté et le défaut de liaison dans les pièces des fermes occasionnent sur le lattis des gauchissements plus ou moins prononcés, qui désorganisent les moyens d'attache des feuilles métalliques, et produisent des fentes dans les couches de bitume. Il est à remarquer, d'ailleurs, que les charpentes n'ont pas seulement pour objet de porter le toit, mais qu'elles servent encore à relier les diverses parties des couronnements des édifices. Toutes ces raisons ont motivé le jugement porté sur les charpentes légères par M. Poncelet, à la fin de son Mémoire sur les couvertures en zinc (n° 13 du *Mémorial du Génie*), qui ne pense pas qu'en aucun cas on doive réduire à moins de  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{4}{9}$  la pente des combles des édifices militaires un peu importants, tels que casernes, manutentions des vivres, hôpitaux, etc., quel que soit le genre de couverture qu'on y adapte.

En passant maintenant à la possibilité de supprimer les greniers et d'appliquer le plafond des étages supérieurs immédiatement sous le lattis des couvertures en métal ou en mastic, nous aurons à signaler plusieurs inconvénients de ce dispositif. D'abord il est incommodé pour les habitants des logements qu'il recouvre, en ce qu'il y produit en été une chaleur très-grande, et en hiver un froid non moins intense. De plus, au lever et au coucher du soleil, le rayonnement abaissant considérablement la température du métal ou du mastic, il se fait sur le plafond une précipitation abondante des vapeurs que l'atmosphère des pièces tient en dissolution.

Le plafond appliqué sur les chevrons du toit a un autre inconvénient, c'est celui de s'opposer au renouvellement de l'air sous les feuilles de métal ou sous l'aire en bitume. Il se produit, dans le petit espace compris entre la couverture et le plafond, des variations de température et des précipitations de vapeur analogues à celles dont il vient d'être question, et dont l'effet est de pourrir très-promptement les chevrons et le lattis quand ils sont en bois.

La conservation de la couverture demande donc impérieusement un aérage efficace de la charpente du toit, et, pendant longtemps, la pourriture des bois a été un obstacle à l'établissement des terrasses, parce qu'on n'avait pas

songé à l'attribuer au défaut de ventilation. Il suit de là que, si l'on supprime les greniers sur les bâtiments militaires dans lesquels ils n'ont pas un usage immédiat et spécial, il convient au moins de pratiquer, entre l'étage supérieur et le toit, un faux grenier plafonné qui, indépendamment de tout autre genre d'utilité, aura celui de servir aux visites et aux réparations de la couverture.

**268. De l'écoulement des eaux.** — Les eaux pluviales qui descendent sur les longs pans des toits sont reçues dans des *gouttières* ou *chéneaux* placés au sommet des murs, puis conduites au niveau du sol dans des tuyaux dits *tuyaux de descente*, ou *corps pendants*. On trouve dans des bâtiments anciens des chéneaux creusés dans le massif de la corniche. Mais cette pratique doit être abandonnée, parce que, malgré tous les soins apportés au mastiquage des joints des morceaux de pierres de taille, dont les chéneaux se trouvent alors composés, il se produit des infiltrations d'eau qui dégradent le couronnement du mur. Les chéneaux doivent être en métal, plomb, zinc ou fer-blanc, posés sur la corniche de manière à ne pas la cacher (*fig. 15, Pl. XXII*).

Les tuyaux de descente sont en fer-blanc, ou mieux en fonte. On a quelquefois essayé de les dissimuler dans l'intérieur des murs; mais il est presque toujours résulté des dégradations dans les façades, parce que, en hiver, ces tuyaux s'engorgent, se rompent, et laissent échapper de l'eau. Il vaut mieux leur donner une forme aussi décorative que possible et les laisser apparents. Il convient surtout de disposer leur orifice de dégorgement de manière qu'ils ne lancent pas de l'eau au niveau du sol sur la voie publique. Les *fig. 16, 16', 16'', 16''', Pl. XXII*, indiquent comment les eaux pluviales sont à Paris conduites dans les ruisseaux par-dessous les trottoirs.

## DOUZIÈME LEÇON.

### DÉTAILS RELATIFS AUX BÂTIMENTS D'HABITATION.

#### DES CAVES.

**269. Des caves sous les bâtiments d'habitation.** — On appelle *caves* la partie souterraine des maisons; cette partie a deux objets d'utilité : l'une de rendre le sol du bâtiment moins humide, et, par conséquent, l'habitation plus saine; l'autre de contenir les provisions en liquides et en combustibles.

On divise les caves en compartiments plus ou moins multipliés, que l'on recouvre par des voûtes en berceau ou par des voûtes d'arête. Il n'est pas tout

à fait indifférent d'appuyer les voûtes de cave sur les murs de face ou sur les murs de refend. En prenant ce dernier parti, on fait quelques économies sur les épaisseurs des pieds-droits des voûtes, et l'on rend la construction des soupiraux plus facile (*fig. 2 et 3, Pl. XXX*).

Les pieds-droits des voûtes de cave sont, autant que possible, les prolongements souterrains des murs de refend, en sorte que, dans le sens perpendiculaire aux murs de façade, les divisions des caves se trouvent en même nombre au moins que celles du rez-de-chaussée. Cependant cette coïncidence des murs du rez-de-chaussée et de ceux des caves n'est pas une règle absolue. On doit souvent, par exemple, donner aux voûtes des caves moins de largeur qu'aux pièces des étages, pour éviter la trop grande portée des voûtes; et, d'un autre côté, si ces dernières sont solides, on peut leur faire porter des murs dirigés perpendiculairement à leur axe, en prenant la précaution de les renforcer par des chaînes en pierre de taille. Mais on doit toujours éviter de construire, sur l'extrados d'une voûte, des murs dirigés parallèlement à son axe, parce que, comme les deux parties de la voûte ne seraient plus également chargées, l'équilibre n'existerait plus entre les poussées de ses deux moitiés, et sa stabilité serait sérieusement compromise.

Lorsque les caves sont destinées à conserver du vin, on les éclaire, autant que possible, par des jours pris vers le nord. Généralement, la hauteur de leurs voûtes ne doit guère excéder 3 mètres à 3<sup>m</sup>,30 sous clef. Trop d'élévation dissipe la fraîcheur et devient pour le moins inutile. On fait les voûtes en anse de panier pour faciliter le passage derrière les tonneaux. Quant aux caves où l'on serre le bois ou le charbon, il suffit qu'elles ne soient pas humides; pour cela, on y ouvre des soupiraux du côté du midi, et on les fait assez grands pour permettre la circulation de l'air. On donne aux caves à bois plus d'élévation qu'à celles qui sont destinées à resserrer du vin, mais on ne dépasse pas une hauteur de 3<sup>m</sup>,60 à 4 mètres sous clef.

Les voûtes de caves ont de 0<sup>m</sup>,30 à 0<sup>m</sup>,45 d'épaisseur à la clef, et 0<sup>m</sup>,60 ou 0<sup>m</sup>,65 sur les reins; on laisse au-dessus de la clef un espace de 0<sup>m</sup>,21 jusqu'au sol du rez-de-chaussée, afin de pouvoir construire un plancher par-dessus.

L'épaisseur des pieds-droits des voûtes de caves dépend de celle des murs de refend du rez-de-chaussée auxquelles on donne une surépaisseur de 0<sup>m</sup>,10 environ de chaque côté. Aux deux extrémités du bâtiment, les murs qui portent la retombée des dernières voûtes, et qui forment par conséquent culées pour toutes les autres, doivent avoir une épaisseur capable de résister à la poussée des voûtes. Cependant on ne leur donne pas les dimensions que la théorie indiquerait, pour le pied-droit d'une voûte isolée de même portée

et de même tracé, parce que les murs sont fortifiés, d'une part, par le poids des terres contre lesquelles ils s'appuient, et, de l'autre, par celui des murs de pignon ou mitoyens qui s'élèvent au-dessus d'eux à une grande hauteur. Lorsque les caves sont creusées dans des terres rassises, on ne donne pas aux murs qui servent de culée plus d'épaisseur qu'aux autres. Mais si les terres auxquelles ils s'adossent sont meubles, il faut leur donner une épaisseur à peu près égale à celle d'un mur de revêtement qui aurait à porter la même hauteur de terre.

En traçant le profil des voûtes de cave, on a ordinairement l'attention de placer toutes les naissances de voûtes au même niveau, et de donner la même montée aux courbes d'intrados, pour que le sommet des voûtes atteigne pareillement à la même hauteur. Par cette précaution, on évite que les poussées ne s'exercent contre les pieds-droits en des points où elles ne seraient pas détruites par la poussée des voûtes voisines, ce qui pourrait entraîner la rupture des piliers.

Quelquefois les reins des voûtes de cave sont entièrement remplis de maçonnerie; mais, par économie, on peut se contenter de les garnir avec des pierres sèches, mêlées de gravier et de poudre de mortier de démolition.

Afin d'entretenir la sécheresse des caves, on a coutume de composer leur sol d'une aire de recoupes de pierres tendres, bien battue. Si leur niveau est au-dessous des eaux d'inondation, on construit des voûtes renversées qui viennent se terminer sous les fondations des pieds-droits. Ces voûtes sont construites en mortiers hydrauliques, et on les enduit à l'intérieur de mortier de ciment, sur lequel on met de la terre ou du sable pour former le sol de la cave.

Les soupiraux des caves se placent dans les murs de face; on les ouvre le plus haut possible, mais cependant de manière à ne pas entamer la voûte: ils vont prendre jour dans le socle du bâtiment; alors leur ouverture extérieure est verticale. Si le bâtiment repose, au rez-de-chaussée, sur des colonnes ou des piles trop minces pour qu'on puisse y pratiquer des ouvertures, sans compromettre leur solidité, on fait déboucher les soupiraux dans l'épaisseur du mur de face, par une baie horizontale qu'on ferme avec un morceau de verre très-épais, ou de simples barreaux grillagés, selon que l'on veut mettre la cave à l'abri de la pluie et de la chute des objets jetés de l'extérieur, ou qu'on ne le juge pas nécessaire.

Les descentes doivent être disposées de telle sorte que l'abord en soit facile, et il faut, autant que faire se peut, les tracer en ligne droite depuis le sol du rez-de-chaussée jusqu'à celui des caves, pour faciliter la manœuvre des pièces de vin qui doivent y être descendues. On les place ordinairement

sous les premières rampes des escaliers du rez-de-chaussée, et on les fait déboucher contre le mur de face où sont percés les soupiraux. On pratique également très-près de ce mur les portes de communication entre les diverses distributions de la cave; ce qui permet, en établissant une cloison à claire-voie parallèlement au mur de face, au droit du jambage intérieur des portes de communication, d'obtenir un corridor, qui rend toutes les caves indépendantes les unes des autres, et donne en même temps la facilité d'arriver à chacune d'elles.

Les portes des caves doivent avoir au moins 1<sup>m</sup>, 50 de large, afin de permettre l'introduction des tonneaux de dimensions ordinaires.

Les descentes de cave sont ordinairement recouvertes par des voûtes rampantes, qui servent alors de soutien aux rampes des escaliers du rez-de-chaussée sous lesquelles elles sont pratiquées. Mais on peut se dispenser de la construction de cette voûte, en plafonnant le dessous des rampes d'escalier et fermant par une cloison la communication entre la cage de l'escalier et le sol du rez-de-chaussée.

Une chose à laquelle il faut avoir la plus grande attention, c'est de tracer la descente de manière qu'elle ait une échappée suffisante au-dessous de la rampe de l'escalier, et que cependant celle-ci s'appuie par deux marches au moins sur la voûte de la cave. Pour obtenir cette échappée, on peut faire les escaliers de cave un peu plus roides que ceux du rez-de-chaussée, et donner aux marches, par exemple, 0<sup>m</sup>, 20 de pas et 0<sup>m</sup>, 30 de giron.

DES FOSSES D' AISANCES.

**270. Des précautions à prendre dans l'établissement des fosses d'aisances.**

— Les fosses d'aisances sont des lieux voûtés qui servent à recevoir les immondices des habitations. Il y a plusieurs précautions à prendre par rapport à leur situation : en premier lieu, il faut les éloigner des puits et des citernes, ou avoir le plus grand soin de construire leurs murs en bonne maçonnerie de 0<sup>m</sup>, 30 à 0<sup>m</sup>, 40 d'épaisseur, afin de ne laisser jour à aucune filtration. Il est nécessaire aussi de les enfoncer au-dessous du sol des caves, afin d'empêcher leur odeur d'infecter les provisions qui s'y trouvent habituellement renfermées.

C'est un très-grand avantage que de pouvoir faire passer un courant d'eau naturel à travers les fosses d'aisances; dans celles qui en sont privées, mais qui ont cependant un écoulement au dehors, on fait arriver l'eau de la pluie, qui les lave et les nettoie. Quand la fosse d'aisances n'a pas d'issue au dehors par un égout, il faut éviter, au contraire, d'y laisser pénétrer l'eau de la pluie, et chercher même à la garantir des filtrations des eaux sauvages, qui

la rempliraient et augmenteraient la fétidité des exhalaisons, en favorisant la corruption des matières.

Pour se ménager le moyen de vider et de visiter les fosses d'aisances, on creuse, à proximité, un puits maçonné en tour ronde, qui communique avec elle par une galerie. L'ouverture de ce puits est ménagée à l'extérieur du bâtiment, et recouverte par une dalle, au-dessus de laquelle on établit le pavé de la cour ou de la rue. De la fosse d'aisances partent des tuyaux qui s'élèvent aux différents étages du bâtiment, et qui sont disposés dans un ordre inverse de ceux des cheminées, c'est-à-dire que ceux des étages inférieurs sont plus saillants que ceux des étages supérieurs; ces tuyaux sont portés par des arcs en pierre de taille, bandés à différentes hauteurs contre les murs voisins. La languette de séparation du tuyau d'un étage doit toujours descendre plus bas que le sol de l'étage au-dessous (*voir les fig. 7, 8 et 9, Pl. XXIV*).

Dans les grands établissements, comme les hôpitaux et les casernes, les conduits des latrines sont réunis pour en former un seul analogue à un vaste tuyau de cheminée (on donne 0<sup>m</sup>,30 environ de largeur à chacun des tuyaux particuliers d'un étage). La voûte de la fosse est alors tournée de manière à présenter son axe perpendiculaire à la plus grande largeur de ce tuyau commun qui s'appuie sur elle.

Dans les maisons d'habitation, les tuyaux sont accolés les uns à côté des autres; on les construit en poterie ou mieux en fonte. Quelquefois, on les renferme dans une bonne maçonnerie hydraulique, ou dans un ciment romain imperméable.

Il faut des lieux d'aisances dans chaque appartement; on doit les distribuer d'une manière commode pour les habitants de la maison, mais les placer toujours dans des endroits écartés, au fond d'un corridor, dans un arrière-cabinet, sous un escalier de dégagement : toutefois, on doit leur donner du jour et de l'air, les garantir du soleil, du trop grand froid et des courants d'air souterrains.

**271.** *Construction adoptée pour les latrines dans les bâtiments militaires, et différents moyens d'éviter leur mauvaise odeur.* — Les latrines dont les sièges sont construits de la manière la plus convenable pour les casernes, les hôpitaux et les prisons, et tous les lieux où l'on réunit un grand nombre d'hommes, sont celles dites *à la turque* (fig. 7, 8 et 9, *Pl. XXIV*); il est très-facile de les entretenir dans un état de propreté : il suffit d'y jeter chaque matin quelques seaux d'eau, pour entraîner toutes les matières qui peuvent les salir. Les hommes ne courront pas le risque d'y tomber; et quoique leurs ouver-

tures aient peu de largeur, les petites cloisons ou barres d'appuis qui les séparent ne permettent pas qu'on se place à côté, même dans l'obscurité. (*Voir le Mémorial du Génie, n° 4.*)

La plus grande incommodité que donnent les latrines, c'est l'odeur répandue par les gaz méphitiques qui se dégagent de la fosse, remontent par les tuyaux et se répandent dans l'intérieur du bâtiment. On a essayé plusieurs moyens de s'en garantir.

Le premier, qui est une application ingénieuse de l'appareil de Woulf, consiste à faire plonger les tuyaux de descente dans une cuvette constamment remplie, soit par les matières qui arrivent par les tuyaux, soit par l'eau que l'on jette sur le pavé de la latrine pour la nettoyer. On a soin de pratiquer des regards dans la voûte de la fosse au-dessus de ces cuvettes, pour les nettoyer au besoin, ou pour en retirer les objets qu'on aurait pu y laisser tomber. (*Voir les dessins types du Comité du Génie.*)

Un autre procédé consiste à effectuer la séparation des matières solides et liquides avant ou après leur arrivée dans la fosse. Ce moyen est particulièrement praticable avec les latrines dites *à la turque*; mais il est peu employé, parce qu'il exige des précautions assez nombreuses. (*Voir le Mémorial du Génie, n° 7.*)

Le moyen le plus efficace consiste à appeler les gaz méphitiques dans un tuyau ou canal quelconque qui, après avoir passé sous la partie du bâtiment où se trouvent les latrines, vient s'adosser extérieurement à la plaque en fonte d'une cheminée, et remonte avec le tuyau de cette cheminée jusqu'au-dessus du faîte du bâtiment, qu'il doit dépasser d'environ 2 mètres. (*Voir le Mémorial du Génie, n° 12.*)

Dans le cas où l'on n'aurait pas la faculté d'échauffer le tuyau de ventilation par le contact d'une cheminée, on peut y suppléer par une lampe ou un quinquet que l'on y fait brûler vers sa partie supérieure, ou par un jet de vapeur qu'on y fait déboucher. Il faut avoir soin de donner toujours au tuyau de conduite des gaz une section égale à la somme des orifices des sièges des latrines à ventiler, et soigneusement éviter de le faire déboucher directement dans une cheminée; car on court risque d'introduire dans les appartements une odeur méphitique toutes les fois que des temps lourds ou des rafales de vent feront fumer cette cheminée.

Dans les casernes prussiennes, on fait usage de fosses mobiles d'une construction très-simple. Le sol du local où se trouvent les sièges est élevé de 1<sup>m</sup>,60 à 1<sup>m</sup>,80 au-dessus du sol. On y parvient par une rampe. Au-dessous est une cave dans laquelle sont placés un ou plusieurs chariots portant des tines

qui correspondent chacune à un ou deux sièges de latrines. Tous les huit jours, on ouvre le caveau, on attelle des chevaux aux chariots et on les emmène. Ils sont immédiatement remplacés par d'autres chariots dont les tines ont été vidées et nettoyées avec soin.

Ce système est imité de la construction des fosses d'aisances mobiles et inodorés, sur lesquelles on trouve un Rapport détaillé avec planches dans la xviii<sup>e</sup> année des *Travaux de la Société d'Encouragement*, page 55. On consultera avec intérêt, dans le même recueil, une Note sur l'assainissement des fosses d'aisances, par M. Darcret, xxxi<sup>e</sup> année, page 255, et une autre Notice sur la préparation d'un charbon obtenu par la calcination de la vase des marais, qui est très-propre à absorber les gaz délétères, et dont on peut se servir avantageusement pour désinfecter les latrines dont la vidange offrirait des dangers. (xxxiv<sup>e</sup> année, page 38.)

## DES CHEMINÉES.

**272. Des cheminées.** — Les cheminées sont des appareils destinés à échauffer l'air des appartements par le rayonnement des combustibles que l'on y brûle; ils sont fort loin de résoudre le problème d'obtenir le plus de chaleur possible avec une dépense donnée de bois ou de charbon: mais la possibilité de se chauffer les pieds, tout en conservant le reste du corps à une température modérée, l'agrément de voir le foyer, la lumière que ce foyer répand dans l'appartement et la ventilation active qu'il procure, sont des avantages qui font passer sur la dépense, et qui obligent à construire des cheminées dans tous les appartements d'habitation.

Les avantages qui font préférer les cheminées aux autres modes de chauffage des appartements sont compensés par plusieurs inconvénients: 1<sup>o</sup> elles n'utilisent au plus que le quart de la chaleur rayonnante développée par le combustible brûlé; le reste est absorbé par le massif du foyer ou emporté par les courants d'air qui s'élèvent dans le tuyau; 2<sup>o</sup> elles demandent pour l'alimentation du feu au moins 60 mètres cubes d'air par kilogramme de bois consommé. Lorsque cette alimentation n'est pas entretenue par des prises d'air faites dans des locaux préalablement chauffés, elle occasionne, dans l'appartement, des courants d'air froid concourant de chacun des joints des portes et des fenêtres vers le foyer, en sorte qu'une personne placée devant le feu a souvent la partie antérieure du corps exposée à une chaleur trop vive, tandis que la partie opposée est constamment refroidie.

Les conditions que doit remplir une cheminée sont au nombre de trois: 1<sup>o</sup> les parois de la cheminée doivent être des surfaces polies dispo-

sées de manière à renvoyer dans la chambre le plus de rayons de chaleur possible; 2° il faut que la construction soit telle, qu'elle n'admette dans le foyer que la quantité d'air nécessaire à la combustion, car l'air qui passe dans la cheminée, sans être brûlé, la refroidit en pure perte et diminue son rayonnement; 3° le tirage de la cheminée doit être suffisamment actif pour rejeter au dehors tous les gaz provenant de la combustion, ou, en d'autres termes, la cheminée ne doit pas fumer; 4° enfin elle doit recevoir la quantité d'air nécessaire à la combustion en la tirant du dehors et, autant que possible, d'un local déjà échauffé.

Ces conditions ne peuvent être remplies qu'à l'aide de divers appareils appliqués soit au foyer, soit au tuyau de la cheminée. Mais lors de la construction des bâtiments, on ne s'occupe d'abord que de construire la maçonnerie du foyer et celle du tuyau. On en modifie ensuite les dimensions ou les formes d'après les indications de la caminologie et en raison des divers procédés de fumisterie qu'on veut mettre en œuvre.

On distingue dans une cheminée huit parties, savoir :

1°. *L'enchevêture ou trémie A* (*fig. 1, Pl. XXIV*, et *fig. 5, Pl. XIV*), qui est un vide pratiqué entre les solives du plancher pour y bâtrir une aire en maçonnerie destinée à porter le foyer. Les solives *a*, *a'* sont dites *solives d'enchevêture*; la pièce *b* est le *chevêtre*.

2°. *Le foyer ou l'âtre B* (*fig. 1, Pl. XXIV*), fait en carreaux de pierres dures ou en briques, posé sur une voûte en briques ou sur des bandes de trémie, comme nous allons l'expliquer.

Dans les rez-de-chaussée, la construction du foyer ne présente aucune difficulté; on les assoit sur le sol ou sur l'extrados des voûtes de cave, et l'on n'a rien à faire qu'un carrelage dans leur intérieur. Il n'en est pas de même aux étages; l'existence d'un feu continual opère à la longue sur les poutres une carbonisation lente, et il serait impossible d'asseoir l'aire du foyer sur un plancher, sans s'exposer à voir celui-ci s'enflammer tôt ou tard.

Afin que les bois soient assez éloignés du feu pour ne recevoir jamais qu'une faible chaleur, on opère comme il suit : On place deux solives d'enchevêture *ss* (*fig. 5, Pl. XIV*) sous les jambages du manteau; ces pièces reçoivent l'assemblage du chevêtre *cc* qui forme avec elles un encadrement vide de même surface que le foyer : les autres solives intermédiaires *ss*, s'il y en a, viennent s'assembler dans le chevêtre. Le vide entre le chevêtre, les solives d'enchevêture et le mur se nomme, comme nous l'avons dit, *la trémie*; on le remplit par un massif de maçonnerie que l'on soutient en plaçant d'une enchevêture à l'autre, ou du mur au chevêtre, deux bandes de fer appelées

*bandes de trémie*. Elles partagent le vide en trois parties égales, et descendent en contre-bas de l'épaisseur du plancher, en se recourbant pour s'asseoir par leurs extrémités sur les enchevêtrures, ou sur le mur et sur le chevêtre. Leur fonction est de porter la maçonnerie en plâtre ou en mortier que l'on fait sous l'âtre.

3°. Le *contre-cœur* C (*fig. 2*), qui est la surépaisseur du mur auquel la cheminée est adossée; on le fait en briques, ou mieux on le revêt en fonte pour empêcher que le feu ne le dégrade.

4°. Le *manteau* D (*fig. 2*), composé de deux jambages et d'une *plate-bande* qui encadrent l'ouverture de la cheminée à l'intérieur de l'appartement.

Les jambages se posent sur la maçonnerie qui remplit la trémie, en portant à moitié sur les solives d'enchevêtrure. On carrèle l'espace compris entre eux et le mur, et l'on pose ordinairement, en avant des jambages, une grande dalle en pierre dure ou en marbre; enfin on entoure cette dalle et l'extérieur des jambages par un cadre en chêne qui forme le raccordement avec le plancher ou le parquet. Quand l'âtre a beaucoup de profondeur, on renforce les bandes de trémie en les croisant à angle droit par une autre pièce de fer d'environ 0<sup>m</sup>,027 de grosseur, repliée de manière à les affleurer par-dessous.

Les jambages des cheminées se font ou en pierres ou en briques; on les revêt de marbre à l'extérieur. Sur les jambages on pose un manteau M (*fig. 4*) en pierre, ou deux barres de fer si la pierre est rare. Ce *manteau* en pierre ou en fer sert à porter la *langue extérieure* L (*fig. 4*) de la cheminée; les languettes latérales portent sur les jambages ou sur des barres de fer qui sont, à cet effet, coudées, repliées et scellées dans les murs auxquels la cheminée est adossée. Les languettes se font en plâtre sur 0<sup>m</sup>,08 d'épaisseur, en briques sur 0<sup>m</sup>,11, ou enfin en moellons de petites dimensions (0<sup>m</sup>,12 à 0<sup>m</sup>,16 d'épaisseur au plus).

On donne aux cheminées des appartements moyens 1<sup>m</sup>,25 à 1<sup>m</sup>,50 d'ouverture entre les jambages. La hauteur mesurée du sol au-dessus de la tablette est de 0<sup>m</sup>,90 à 1<sup>m</sup>,10. Le contre-cœur est enfoncé de 0<sup>m</sup>,40 à 0<sup>m</sup>,60, compté à partir de la saillie des jambages. On lui donne 0<sup>m</sup>,50 de large, et on le raccorde avec les jambages par des plans inclinés. Un autre plan incliné, partant du dessous de la tablette, vient, avec les deux autres, réduire l'ouverture du foyer à 0<sup>m</sup>,70 ou 0<sup>m</sup>,80 en carré. Ces dimensions n'ont rien d'absolu, et varient dans des limites assez étendues au-dessus et au-dessous des chiffres que nous venons d'indiquer.

6°. La *hotte* E (*fig. 4*), partie de la cheminée qui repose sur le manteau quand le tuyau est en saillie dans la chambre. Cette partie est de forme pris-

matique et peu saillante dans les habitations; elle est de forme pyramidale dans les forges, les cuisines et tous les locaux où il s'agit de réunir et d'évacuer une grande masse de fumée et de vapeurs.

7°. Le tuyau F, conduit par lequel s'échappe la fumée. Les tuyaux peuvent être adossés (*fig. 3 et 4*), ou bien dévoyés (*fig. 2*). Lorsque les cheminées de plusieurs étages doivent être placées les unes au-dessus des autres, on dévoie et l'on adosse les tuyaux par la disposition suivante : au rez-de-chaussée, le tuyau est dévoyé à droite; au premier étage, il est dévoyé à gauche; au deuxième étage, il monte tout droit; au troisième étage, il est adossé à celui du deuxième et monte également tout droit.

Les tuyaux de cheminée avaient autrefois, d'après un règlement de police, 0<sup>m</sup>,972 dans œuvre sur 0<sup>m</sup>,27 de large. Les dimensions de leur section ont généralement été réduites par l'usage à 0<sup>m</sup>,80, et même à 0<sup>m</sup>,50 de longueur sur 0<sup>m</sup>,22 de large. Ces dimensions sont insuffisantes quand il s'agit d'une cheminée de cuisine; il faut, dans ce cas, revenir aux prescriptions réglementaires.

8°. La souche H (*Pl. XXXI*) est la réunion de plusieurs tuyaux ou le prolongement d'un seul, qui s'élève au-dessus des combles en traversant les greniers.

**273.** *Des tuyaux de cheminée circulaires, et de la réunion de plusieurs tuyaux en un seul.* — Quoique considérablement réduits dans leurs dimensions, les tuyaux de cheminée, tels qu'on les construit actuellement, ne laissent pas que de prendre beaucoup de place, ce qui affaiblit les murs, ou produit des saillies désagréables dans les habitations.

Depuis quelques années, on a imaginé de faire des tuyaux de cheminée circulaires, dont on a réduit le diamètre jusqu'à 0<sup>m</sup>,20 pour les cheminées, et 0<sup>m</sup>,10 pour les poèles. On a essayé avec succès également de réunir plusieurs tuyaux de poêle en un seul, et d'amener dans une même cheminée les conduits de fumée appartenant à plusieurs fourneaux de cuisine. La condition pour que cette réunion de tuyaux n'occasionne pas de fumée, c'est que le tirage soit actif et la température de la fumée assez élevée. Elle ne réussit pas toujours bien pour les cheminées ordinaires. Nous en dirons la raison ci-après (<sup>nº</sup> 275).

Lorsque plusieurs tuyaux se réunissent en un seul, il est indispensable d'augmenter proportionnellement le diamètre du conduit commun. On peut, par exemple, dans un bâtiment à trois étages, où il y aurait six tuyaux de poêles de 0<sup>m</sup>,10 de diamètre chacun, finissant par se réunir en un seul, donner 0<sup>m</sup>,40 au tuyau commun à son débouché dans l'atmosphère. Mais cela suppose que la majeure partie des six poêles sera en activité à la

fois; autrement, le tirage pourrait se ralentir beaucoup. La réunion de plusieurs tuyaux en un seul exige d'ailleurs, contre la production de la fumée, des précautions indiquées ci-après, n° 275.

Les premiers tuyaux cylindriques que l'on ait construits l'ont été en briques moulées, dans une forme telle, que leur réunion présente à l'intérieur un vide cylindrique. Comme ces briques sont chères, on a cherché à les remplacer par des briques ordinaires, disposées de manière à avoir leurs longs côtés tangents au cylindre intérieur de la cheminée; les assises sont superposées pleins sur joints; on remplit ensuite les vides de forme triangulaire mixtiligne restants entre deux briques voisines, par du plâtre ou du bon mortier (*fig. 5, Pl. XXIV*).

Dans les pays où la chaux est bonne, comme à Metz, on élève les tuyaux de cheminée en les moulant autour d'un noyau composé de deux pièces maintenues par un coin, et que l'on fait monter au fur et à mesure de l'avancement de l'ouvrage.

On fait aussi maintenant beaucoup de tuyaux cylindriques en fonte; il faut avoir soin, en les posant dans les murs, de leur laisser du jeu, pour éviter qu'ils ne se brisent par la dilatation.

Il est très-essentiel, de quelque manière que l'on construise les tuyaux de cheminée, de leur donner à l'intérieur une surface parfaitement polie et sans aspérités, afin de diminuer le frottement du courant d'air et de prévenir le prompt engorgement du tuyau par le dépôt de la suie.

**274.** *De la figure longitudinale la plus avantageuse du canal intérieur d'un tuyau de cheminée.* — Le rétrécissement des tuyaux est avantageux au tirage de la cheminée; mais la forme cylindrique n'est cependant pas la plus propre à prévenir la fumée. La cause qui détermine le mouvement de l'air dans un tuyau de cheminée est la différence entre le poids de la colonne d'air contenue dans le tuyau et une colonne de l'air extérieur de même hauteur. La vitesse due à cette cause n'est pas très-considérable dans les cheminées ordinaires où la température de l'air chaud dépasse en général de très-peu 50 degrés, en sorte que les courants d'air de l'atmosphère peuvent facilement contrarier le dégagement de la fumée. Il arrive, en effet, quelquefois qu'un vent dont la direction est horizontale, coupe la fumée à sa sortie de la cheminée, et ferme le tuyau comme le ferait un couvercle. D'autres fois, soit à cause d'une trop grande largeur du tuyau, soit par le défaut d'une ventilation suffisante du foyer, l'air extérieur se précipite de haut en bas dans les angles de la cheminée, et s'y établit en courants descendants qui refroidissent la colonne d'air brûlé et contrarient assez son ascension pour la refouler dans l'intérieur de

l'appartement. Il faut donc n'admettre dans le tuyau de la cheminée que l'air échauffé par la combustion et augmenter sa vitesse par tous les moyens possibles.

Un des plus simples et des plus efficaces consiste à rétrécir les orifices d'entrée et de sortie de la fumée dans le tuyau, et à les réduire l'un et l'autre à  $0^m,16$  en carré, par exemple.

Le rétrécissement inférieur empêche l'air de la pièce de se mêler en trop grande quantité à l'air brûlé et de le refroidir.

Le rétrécissement supérieur s'oppose à la descente des contre-courants d'air froid dans la cheminée; il produit, d'ailleurs, nécessairement une augmentation de vitesse à la sortie; car, comme le foyer consomme par unité de temps une certaine quantité d'air, il est clair que cet air brûlé, qui devra s'échapper par le tuyau dans le même intervalle de temps, prendra une vitesse d'autant plus grande que l'orifice de sortie sera plus étroit. Or, plus la vitesse de sortie sera grande, moins les courants de l'atmosphère auront d'action sur la colonne ascendante, et moins la fumée sera à redouter à l'intérieur.

Mais, d'un autre côté, si toute la masse d'air contenue dans le tuyau était en mouvement, il en résulterait un frottement considérable qui tendrait à ralentir la vitesse de l'air à la sortie. Il faut donc donner au tuyau, dans le milieu, une section plus grande que celle des deux orifices supérieur et inférieur, en ayant soin, pour empêcher les effets de contraction, de les raccorder par des surfaces courbes avec les parois du tuyau. Dans une cheminée de cette forme, le centre seul de la masse d'air entre en mouvement, aussi longtemps, du moins, que l'écoulement de la fumée se fait sans obstacle. Sur toute la hauteur du tuyau, la couche d'air qui est en contact avec les parois demeure en repos ou prend une vitesse très-inférieure à celle du courant central, en sorte que les effets du frottement de l'air contre les parois sont beaucoup atténusés. Mais, si une cause extérieure tend à refouler la fumée dans le tuyau, toute la masse d'air qui y est contenue résiste par son inertie, et, par suite, les refoulements dus aux subites oscillations qui ont souvent lieu dans l'atmosphère, sont moins sensibles à l'intérieur des appartements.

A ces précautions, il convient d'ajouter celle d'élever les tuyaux des cheminées jusqu'au niveau des faîtes des toits voisins, et même à quelques décimètres plus haut, et de couronner la cheminée par une buse, ou par divers appareils propres à briser les courants d'air et à permettre à la fumée de s'échapper d'un côté, quand la sortie est interceptée de l'autre (*fig. 7, Pl. XXIV*).

Le vent réfléchi par un pan de toit s'élève verticalement, puis retombe sur le sommet des cheminées et arrête quelquefois totalement le dégagement de la fumée lorsque l'orifice du tuyau n'est pas protégé par un appareil de ce genre.

Le soleil, quand il donne perpendiculairement sur une souche de cheminée, la fait fumer : la cause de ce phénomène et le moyen d'y remédier ne sont pas bien connus.

**275.** *Diverses causes de fumée dans les habitations.* — Outre l'action du vent et du soleil, on peut indiquer quatre autres causes de fumée :

La première est le défaut de ventilation, ou la difficulté qu'éprouve l'air à venir remplacer dans l'appartement l'air qui est appelé dans le foyer. On y remédie en établissant, par divers procédés, des prises d'air à l'extérieur. Tantôt l'air appelé est froid et vient déboucher immédiatement sur le foyer en faisant l'effet d'un soufflet continual; tantôt il est forcé de parcourir divers compartiments sous la sole et autour du foyer, de traverser des tuyaux horizontaux placés en travers de la flamme, et de n'entrer dans l'appartement qu'à une température douce (*fig. 9, Pl. XXVII!*); ou bien, enfin, il peut avoir été chauffé d'avance à l'extérieur dans des appareils particuliers (*voir la douzième Leçon*).

La deuxième cause est une ouverture exagérée du foyer : il en résulte qu'une trop grande quantité d'air échappe à la combustion, abaisse la température de la fumée, et diminue sa vitesse d'ascension. Le remède est dans le rétrécissement du foyer ou l'augmentation du tirage. La plupart des cheminées perfectionnées doivent leurs avantages à la facilité qu'elles offrent, en diminuant la quantité de l'air affluent sur le foyer, d'augmenter la température de l'air chaud et sa vitesse de dégagement. (*Voir le Mémoire de M. Belmas sur les cheminées des bâtiments militaires, n° 11 du Mémorial du Génie; le Bulletin de la Société d'Encouragement, année 1836, page 355, Description de la cheminée Pouillet; le Traité de la Chaleur, de M. Péclet.*)

La troisième réside dans une trop petite élévation du tuyau de cheminée, qui rend trop faible la différence entre la hauteur de la colonne d'air chaud et celle de la colonne d'air froid qui presse sur elle pour la faire monter. Il est facile d'y remédier en élevant le tuyau à l'extérieur.

La quatrième, c'est l'action de plusieurs foyers les uns sur les autres, quand ils sont placés dans des pièces qui se communiquent, et qui n'ont aucun moyen direct de ventilation. On conçoit que, dans ces circonstances, le foyer le plus actif attire à lui non-seulement l'air de l'appartement, mais même l'air extérieur qu'il fait descendre par les tuyaux des autres cheminées. Dans ce cas, il faut ventiler convenablement chacune des pièces où l'on veut

allumer un foyer, et garnir la base de chacun des tuyaux secondaires d'une trappe en fer, qui devra être fermée quand on n'y fera pas de feu.

L'évacuation de la fumée de plusieurs foyers par un seul tuyau est encore une cause de fumée lorsque l'un d'eux, plus puissant que les autres, produit un courant qui remplit la cheminée et ferme le passage aux fumées des foyers moins actifs. Les précautions à prendre dans ce cas sont : 1<sup>o</sup> de donner à la cheminée commune une section égale à la somme des tuyaux qui s'y rendent; 2<sup>o</sup> de prolonger chaque tuyau dans la cheminée commune parallèlement à son axe, jusqu'à la hauteur de 3 à 4 mètres environ. Nous insisterons sur cette dernière observation, parce qu'elle se rapporte à une cause de fumée qui se présente fréquemment.

*Des poèles et des calorifères. (Voir la treizième Leçon.)*

DES GRENIERS.

**276. Des greniers.** — Un grenier est, à proprement parler, un local où l'on conserve des grains. Mais, comme l'étage supérieur que recouvre immédiatement le comble des bâtiments reçoit souvent cette destination, on lui donne le nom de *grenier*, quoiqu'il puisse servir de dépôt à toute autre matière qu'à des céréales, et qu'il soit même, quelquefois, aménagé et distribué en logements. Nous entendrons ici le mot *grenier* dans le sens étendu que l'usage lui attribue. Nous n'aurions, au reste, que bien peu de chose à dire sur ce local, si les règles du dessin des bâtiments n'imposaient pas à l'auteur d'un levé ou d'un projet l'obligation de représenter, sur les profils et sur les plans des greniers, la projection et la coupe horizontale de la charpente du comble. C'est de ce dessin que nous allons spécialement nous occuper ici.

**277. Dessin du profil d'une ferme à entrail retroussé** (n° 195 de la dixième Leçon). — La première difficulté que l'on rencontre, en dessinant le profil d'une charpente destinée à supporter la couverture d'un grenier avec la condition de laisser au-dessous de l'entrait retroussé une hauteur de 2 mètres, c'est celle de trouver, sans tâtonnement, la position à donner, dans le plan vertical, à la sablière qui reçoit les pieds des chevrons. Voici la construction usitée par les praticiens pour résoudre ce petit problème. Par le point S (*fig. 17, Pl. XV*) de la verticale du faîte du bâtiment, ils tirent deux lignes faisant entre elles l'angle que doivent faire les deux longs pans du toit; sur des perpendiculaires à ces lignes, ils portent : 1<sup>o</sup> l'épaisseur du lattis de la couverture; 2<sup>o</sup> celle des chevrons; 3<sup>o</sup> des pannes; et enfin celle des arbalétriers de la ferme.

Ensuite, à droite et à gauche de la verticale du sommet du faîte et à des

distances marquées par les positions des parements intérieurs du prolongement des murs de face dans le grenier, ils mènent deux autres verticales, et ils marquent leurs rencontres R et R' avec la ligne extérieure de la couverture du toit; ils divisent ensuite en trois ou quatre parties  $Sp'$ ,  $p'p''$ ,  $p''p'''$  et  $p'''R$ , la distance entre les points R et R' et le faîte S. Les points de division marquent la position des pannes, qui ne doivent pas être espacées de plus de  $2^m,50$  à 3 mètres dans le sens de la pente du toit.

Par-dessous la dernière panne  $p'''$ , ils mènent une horizontale E, E' qui marque le dessus de l'entrait retroussé. Au-dessous de cette ligne, ils portent l'épaisseur de l'entrait, et, à 2 mètres environ, ils tracent une autre horizontale AA' qui indique le sol du grenier.

La position de la sablière se détermine en tirant une horizontale, de manière qu'entre le point où elle coupe le dessous des chevrons, et la verticale du parement intérieur du mur du grenier, il y ait un intervalle de  $0^m,05$  à  $0^m,07$ . Cette horizontale appartiendra au plan inférieur de la sablière qui a  $0^m,16$  d'épaisseur, et qui pose immédiatement sur la corniche du couronnement du mur. Cette dernière se trouve donc aussi déterminée de position par cette construction. Le reste du tracé de la ferme s'achève facilement, quelle que soit sa composition.

**278. Espacement des fermes du comble.** — Il est évident qu'un espacement régulier des fermes de charpente du comble est la disposition la plus convenable et la plus avantageuse pour l'économie et la solidité de la construction. Cependant ce n'est pas une condition absolue, et, à la rigueur, cet espacement peut varier dans les limites de 3 mètres au moins à 5 mètres au plus. On en profite pour faire en sorte que les fermes portent toujours sur les trumeaux et jamais sur les vides des fenêtres.

**279. Échappée des escaliers sous les tirants des fermes.** — On déplace quelquefois une ferme de quelques décimètres, afin d'éviter que son tirant ne se trouve au-dessus d'une cage d'escalier. S'il est impossible d'éviter que cette superposition ait lieu, il faut au moins arranger les choses de telle manière qu'entre le tirant et la marche située verticalement au-dessous de lui, il y ait une échappée de 2 mètres. L'escalier doit, aussi, être disposé, en plan, de façon qu'à son débouché dans le grenier, la marche d'arrivée se trouve à 2 mètres au-dessous des chevrons de la couverture. Pour obtenir cette échappée, on dirige la dernière rampe perpendiculairement à la direction du faîte, comme l'indique la fig. 4, *Pl. XXX*. Elle s'arrête ainsi le plus près possible du milieu du grenier, là où la hauteur sous le comble est la plus considérable

**280.** *De la rencontre des pièces de la charpente des combles avec les cheminées.* — Les souches des cheminées, en traversant la couverture, rencontrent quelquefois les pannes. Dans ce cas, si l'épaisseur de la maçonnerie du tuyau de la cheminée est assez considérable pour le permettre, on encastre dans cette maçonnerie deux corbeaux en pierre de taille, sur la saillie desquels on fait porter les deux bouts du cours de panne interrompu par la rencontre de la cheminée. Mais si le tuyau est trop faible pour porter ces corbeaux, ou assez mince pour qu'on puisse craindre la carbonisation du bois par l'effet de la chaleur de la fumée, on remplace la panne par deux autres, placées, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de la souche des cheminées, mais seulement dans l'intervalle des deux fermes entre lesquelles cette souche est placée. Lorsque c'est le faité qui est coupé par une cheminée, on adosse contre cette dernière et de chaque côté une espèce de chevalet triangulaire s'appuyant sur les deux pannes les plus voisines du faité. Sur le sommet de ce chevalet on fait reposer le bout du faité, et l'on place, l'un à droite, l'autre à gauche du tuyau, deux petits bouts de panne portant sur les chevalets. On cloue sur ces pannes les extrémités des chevrons.

**281.** *Des combles formant croupes.* — Supposons que le bâtiment à couvrir soit un pavillon dont les murs d'enceinte forment un carré parfait (*fig. 6, Pl. XXI*). Il est évident qu'alors les fermes destinées à porter les pannes et les chevrons de la couverture ne pourront plus, comme nous l'avons admis au n° 182 de la dixième Leçon, être placées parallèlement l'une à l'autre. Il deviendra évidemment nécessaire d'en disposer deux, AB, CD, en diagonale pour soutenir les abouts des pannes des quatre pans du comble. Si le carré sur lequel le pavillon est élevé n'a pas plus de 5 à 6 mètres de côté, ces fermes en diagonale, que l'on nomme *arétiers*, suffiront pour porter le toit, puisque les pannes les plus longues n'auront pas plus de 4 à 5 mètres de portée; mais si les côtés du pavillon dépassent la longueur de 6 mètres, sans toutefois atteindre celle de 12 mètres, il sera nécessaire et encore suffisant d'ajouter aux précédentes deux fermes EF, GH, perpendiculaires l'une à l'autre, passant par les milieux des côtés du pavillon. Ces deux fermes prendront le nom de *fermes de croupe*.

Maintenant, qu'on se figure le pavillon carré coupé en deux parties gales et symétriques par un plan perpendiculaire à l'un des côtés de sa base, et ces deux moitiés séparées, puis raccordées entre elles par deux longs pans; on aura ce qu'on appelle un *comble formant croupe* (*fig. 7, Pl. XXI*). La composition de la charpente de chacune des croupes sera la même que celle de la moitié du pavillon carré. On y comptera donc deux demi-fermes d'*arête*.

tier IK (*fig. 8*), et une demi-férme de croupe LO; l'autre férme NM, perpendiculaire à la précédente, qui était aussi une férme de croupe dans le pavillon carré, prendra place parmi celles qui appartiennent aux longs pans du comble, en même temps que son poinçon projeté en O servira d'appui aux demi-fermes d'arétiers et à la demi-férme de croupe.

Il est nécessaire d'entrer dans quelques détails sur les formes et les assemblages des pièces de charpente qui entrent dans la composition de la croupe. C'est ce que nous allons faire sommairement, et de manière seulement à faciliter le dessin des plans et des coupes d'un comble à entrat retroussé, n° 195, (*fig. 17, Pl. XV*), que l'on emploie presque toujours à la couverture des bâtiments d'habitation. Nous renverrons pour ce qui concerne le tracé complet des épures et le piqué des bois, au *Cours de l'École Polytechnique* et au *Traité de Charpente* du colonel Émy.

On distingue deux espèces de croupes, savoir : les *croupes droites*, qui terminent les combles dans lesquels les murs de pignon sont d'équerre sur les murs de façade (*fig. 8, Pl. XXI*), et les *croupes biaises*, qui appartiennent aux combles du bâtiment dont les murs sont de biais les uns sur les autres (*fig. 9*). Les fermes de croupe et d'arétier sont ordinairement composées dans le même système que les fermes des longs pans du comble.

La *fig. 8* est, dans sa partie de gauche, une coupe horizontale au niveau du plancher dans une croupe droite représentant, en MO, le tirant de la férme de raccordement entre les longs pans et la croupe; en LO celui de la demi-férme de croupe qui vient s'assembler dans le précédent; enfin en OB celui de l'une des demi-fermes d'arétiers. Au lieu d'aller aussi s'assembler sur le tirant MO, qu'une trop grande quantité de mortaises affaiblirait, ce dernier s'arrête à un *gousset gg*, assemblé diagonalement dans le tirant MO et le demi-tirant LO. La partie droite de la même figure est une coupe horizontale faite dans le comble au-dessus du premier cours de pannes : elle montre l'intersection avec le plan de coupe : 1<sup>o</sup> de l'arbalétrier en F; 2<sup>o</sup> des chevrons de long pan *pp'p''*, qui vont s'appuyer sur le faîte; 3<sup>o</sup> des *empanons ee'e''*, qui ne montent pas jusqu'au faîte et s'assemblent dans le chevron OA, nommés *chevron d'arétier*, ou simplement *arétier*.

La *fig. 9*, qui représente une croupe biaise, est également partagée en deux parties : dans l'une on voit la projection des fermes de la demi-croupe avec les pannes qu'elles portent, mais en supposant les chevrons enlevés; de l'autre côté, les chevrons de long pan, les arétiers et les empanons sont représentés en projection horizontale.

Toutes les pièces de la charpente d'une croupe droite conservent, comme

on le voit, la forme de prismes rectangulaires, à l'exception des arbalétriers et des chevrons des fermes d'arétiers, qui ont à leur partie supérieure deux faces dirigées l'une dans le plan du long pan, l'autre dans celui de la croupe.

**282. Des pièces dévoyées et déversées.** — Lorsque l'inclinaison du pan de croupe est la même que celle du long pan du toit, les intersections de ces deux plans coïncident en projection horizontale avec les diagonales d'un carré dont le côté est la longueur du pan de croupe; et les plans verticaux, dans lesquels sont ces diagonales, contiennent aussi tous les axes de figure des pièces de la ferme d'arétier. De plus, les axes de figure des pièces de la première ferme du long pan sont dans un plan vertical passant par le centre du poinçon de cette dernière ferme.

Mais il arrive très-rarement qu'il en soit ainsi : presque toujours le pan de croupe fait avec l'horizon un angle plus ouvert que celui que font les longs pans. L'usage est de faire la base de la pente du plan de croupe égale aux deux tiers de la base de la pente du long pan. On obtient par là une diminution dans la poussée des demi-fermes de la croupe contre le mur de pignon, une réduction dans la longueur des arétiers, et enfin plus de facilité à accorder ensemble la distribution des fermes du comble sur le mur et celle des fenêtres sur la façade du bâtiment.

Il résulte de cette inégalité entre la pente du pan de croupe et celle du long pan, que les arêtes AO et BO de la croupe (*fig. 8, Pl. XXI*) se rapprochent plus du mur de pignon que du mur de face, et, par suite, que le plan vertical passant par ces arêtes ne coïncide plus avec les axes de figure des arétiers dont les faces supérieures, situées dans le plan du lattis de la couverture, deviennent inégales. On dit alors que les arétiers sont *dévoyés*. Le poinçon et les autres pièces de la première ferme de long pan MN sont dévoyés également, attendu que le point d'intersection O des arêtes du toit ne peut plus se trouver au centre du poinçon.

Pour trouver la position de l'arétier dévoyé AO (*fig. 8 et 10, Pl. XXI*), on mène par le point A, à la droite AO, une perpendiculaire *Am* sur laquelle on porte de A en *m* l'équarrissage de l'arétier; par le point *m*, on tire *mn* parallèle à AB, jusqu'à la rencontre de AM en *n*, et on tire *nq* parallèle à *Am*. Les points *n* et *q* appartiennent aux arêtes latérales de l'arétier. La position du poinçon de la ferme de long pan se trouve par un tracé pareil en construisant le parallélogramme *Orst*, dans lequel *Or* est le côté de l'équarrissage du poinçon.

Les arbalétriers de la ferme MN et ceux de la demi-ferme de croupe s'assemblent dans le poinçon; ceux des demi-fermes d'arétier viennent seulement

s'appuyer contre cette pièce au moyen d'une entaille faite à leur extrémité à la *demande* du poinçon. Ces divers arbalétriers se rencontrent et se touchent suivant des faces verticales, toutes dirigées vers le point O. Ce que nous disons des arbalétriers s'entend aussi des chevrons posés au-dessus d'eux (*fig. 9, Pl. XXI*).

Nous avons nommé *empanons* (n° 281) les chevrons courts qui s'assemblent par le pied dans la sablière, et par l'extrémité supérieure dans l'arétier. Ces pièces, lorsque la croupe est droite, ont leurs faces latérales dans des plans verticaux perpendiculaires à la fois aux pans de la couverture et aux axes des murs de face et de pignon, et sont des prismes à base rectangulaire. Dans les croupes biaises, comme, pour mieux contreventer le première ferme du long pan, on place la demi-ferme de croupe dans le prolongement du faîte (*fig. 9*), les empanons se trouvent le plus souvent avoir la même direction. Ils peuvent alors, ou bien avoir leurs faces latérales dans des plans verticaux, en sorte qu'une section faite normalement à leurs arêtes donnerait un parallélogramme biais, comme l'est la croupe du comble; ou bien, ils ont leurs faces latérales perpendiculaires au plan du lattis du toit, et, par conséquent, ces faces ne sont plus verticales, mais la base du prisme reste rectangulaire *dd'* (*fig. 9*). Dans le premier cas, ils sont *délardés*; dans le second, ils sont *déversés*. Il est évident qu'au point de vue de l'économie, il vaut mieux déverser les empanons que de les délarder, puisqu'on ne peut tirer ceux-ci d'une pièce équarrie sans en ôter du bois, tandis que les autres conservent les dimensions primitives de la solive dans laquelle on les taille.

On évite le délardement et le déversement des empanons en leur donnant une position perpendiculaire à la direction du mur de pignon. Cette position a un autre avantage; c'est que les assemblages, dans les arétiers, sont moins obliques qu'ils ne le sont quand l'empanon est posé parallèlement à la ligne de faîte.

**283. Des noues et noulets.** — En passant toujours du plus simple au plus compliqué, nous arriverons maintenant à considérer l'ensemble de deux combles à deux égouts qui se rencontrent, comme cela a lieu quand le bâtiment à couvrir se compose d'un corps central avec deux ailes (*fig. 10, Pl. XXI*). Les intersections des longs pans, au lieu de présenter des arêtes saillantes, forment alors des angles rentrants, que l'on nomme des *noues*. Dans le cas particulier que nous considérons, la charpente du comble, au droit de la rencontre des deux corps de bâtiment, se compose d'une ferme AO placée en diagonale de A en B, et de deux demi-fermes de croupe OC et OD. L'arbalétrier de la ferme AO porte le nom de *noue*; on désigne de

même le chevron situé au-dessus de l'arbalétrier, et venant, comme lui, s'assembler dans le poinçon. Les chevrons *cc'* qui s'appuient par une extrémité sur le faîte et par l'autre sur la *noue*, s'appellent *empanons*. Si les faîtes des deux combles sont à même hauteur, mais que les deux corps de bâtiments n'aient pas la même largeur, alors la *noue*, qui doit avoir une des faces de son angle rentrant dans le long pan d'un des toits, et la seconde face dans le long pan de l'autre bâtiment, est nécessairement dévoyée. Il en est de même quand la rencontre des deux combles n'a pas lieu à angles droits. Le tracé se fait de la même manière que celui de l'arétier dévoyé (n° 282).

Les noues, ainsi que les empanons qui s'y assemblent, peuvent être délardés, ou déversés (*voir*, n° 282, la signification de ces mots). Il vaut mieux délarder les noues que de les déverser. Les empanons déversés, ici comme dans une croupe, sont plus avantageux que les empanons délardés.

Quelquefois le faîte du corps de bâtiment principal se trouve plus élevé que celui des deux ailes; alors, pour soutenir le faîte et les pannes du comble le moins élevé, on place à la rencontre des deux plans de lattis une espèce de ferme couchée sur la sablière et sur l'une des pannes du plus grand comble: on lui donne le nom de *noulet*. Si les deux combles sont perpendiculaires entre eux, le noulet est *droit* et ses deux branches sont égales. On dit qu'il est *biais* lorsque les branches n'ont pas même longueur, ou qu'elles ont une inclinaison différente.

**284. Des combles à pans gauches. Manière d'éviter le gauche.** — Lorsque la largeur d'un bâtiment n'est pas la même à ses deux extrémités *AB* et *ab* (*fig. 1 et 1'*, *Pl. XXX*), il faut de deux choses l'une: ou que le faîte aille en s'abaissant de l'extrémité la plus large à la plus étroite; ou bien que la pente du lattis varie et se roidisse à mesure que la largeur du bâtiment diminue. Dans ce dernier cas, les longs pans du toit ne sont plus des pans, mais des surfaces gauches.

Dans un comble à pans gauches, les pannes sont encore horizontales. Leur position se détermine en divisant les arétiers *ao* et *AO* en un même nombre de parties égales, et en joignant par des pannes les points de division correspondants. Les chevrons peuvent être tous perpendiculaires à la direction des murs de face *Aa* et *Bb*; seulement ils ont une pente qui augmente à mesure qu'ils sont posés plus loin de l'extrémité la plus large du bâtiment.

Les pans de lattis gauches présentent quelques difficultés dans leur exécution et dans la pose de leur couverture; mais cet inconvénient est moindre que celui de l'aspect désagréable offert par les faîtages qui ne sont pas de niveau, surtout quand ils ont une grande largeur. On peut, au surplus,

prendre un terme moyen entre ces deux genres de défauts des combles à pans gauches, en leur substituant un comble brisé et formé de deux systèmes de plans, comme nous allons l'expliquer.

Soit  $ABab$  (*fig. 2 et 2', Pl. XXXI*) le plan du pavillon à couvrir. On fera d'abord passer par chacun des côtés  $AB$ ,  $Bb$ ,  $ba$  et  $aA$  un pan de couverture ayant l'inclinaison convenable. Il en résultera un comble formé de deux long pans  $AaoO$  et  $BboO$ , et de deux croupes  $aob$  et  $AOB$ , dans lequel le faîtage  $Oo$  serait incliné et se présenterait en élévation comme on le voit en  $a'o'O'A'$  dans la *fig. 1'*. Par le sommet  $o$  de la petite croupe, on tirera les horizontales  $oh$ ,  $of$  et  $hf$ , et on les prendra pour base d'un nouveau prisme  $Sohf$  (*fig. 2*) ayant son sommet  $S$  au milieu de la droite  $op$  qui joint le point  $o$  avec le milieu de  $hf$ . Le comble devient alors en élévation  $a''o''S'o''A''$  (*fig. 2'*), et présente un aspect plus satisfaisant que celui de la *fig. 1'*. Pour que cette disposition réussisse bien, il faut donner très-peu de pente aux plans qui terminent la pyramide  $Sohf$ , et en donner beaucoup aux plans qui viennent s'appuyer sur les murs du bâtiment. Le système de combles dits à la *Mansard* se prête bien à l'exécution de ce dispositif.

DES PAVÉS, DES AIRES ET DES CARRELAGES.

**285.** *Pavage sur forme de sable.* — Les pavés des cours, écuries, cuisines et autres pièces de rez-de-chaussée, se font avec des moellons de roche dure, calcaire ou siliceux, de  $0^m, 20$  à  $0^m, 25$ , sur  $0^m, 12$  à  $0^m, 15$  en tête, avec  $0^m, 15$  à  $0^m, 20$  de longueur de queue. On les pose sur une forme de sable de  $0^m, 16$  à  $0^m, 25$  d'épaisseur; les joints, de  $0^m, 008$  au plus, sont garnis de sable fin. Au moment de la mise en place des pavés, on les affermit avec le marteau de paveur, en les serrant les uns contre les autres, mais on leur laisse au moins  $0^m, 02$  à  $0^m, 03$  de saillie, pour les enfoncer ensuite en les battant avec une dame de 25 kilogrammes au moins.

Dans une chambre et dans une cuisine, le pavage est presque toujours en bain de mortier, afin que les eaux sales ne pénètrent pas dans les joints, ce qui finirait par produire l'infection de la pièce. On les fait alors, comme de la maçonnerie ordinaire, sur un bon lit de mortier hydraulique, en coulant les joints en ciment, et l'on s'abstient de les damer, pour ne pas nuire à la prise et à l'adhérence du mortier.

**286.** *Pavés en briques, en carreaux et en dalles.* — On faisait, autrefois, beaucoup usage des briques et de carreaux en terre cuite, pour pavier les chambres; les briques étaient posées tantôt de plat, tantôt de champ, en point de Hongrie (*fig. 10 et 10', Pl. XXIV*), ou de manière à produire diverses

figures en compartiments. Les carreaux sont ou carrés (*fig. 11*), ou hexagones (*fig. 11'*), en sorte qu'ils se touchent sans laisser de vide, ou octogones (*fig. 12*), et alors entre quatre carreaux voisins il reste un vide carré, qu'on remplit par un carreau de cette figure. Dans les antichambres et les salles à manger, les carreaux en terre cuite sont remplacés par des carreaux en pierre blanche et en calcaire noir ancien; ce dernier est susceptible de recevoir un beau poli. Les combinaisons les plus employées sont celles que représentent les *fig. 11, 11', 12 et 12'*, *Pl. XXI*. (Voir l'*Histoire de l'Académie des Sciences*, année 1704, Mémoire sur les Combinaisons, par le père Sébastien Truchet.) On pave aussi les cuisines en grandes dalles de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,16 d'épaisseur, posées en bain de mortier et rejointoyées en ciment. L'essentiel, c'est que tous ces pavés et carrelages reposent sur une couche de maçonnerie inébranlable.

**287. Aires en mastic bitumineux.** — On applique aussi au pavage des chambres le mastic bitumineux de Seyssel, posé comme cela a été expliqué au n° 263. On l'a employé avec succès dans les écuries, où la condition principale à remplir est de ménager les pieds des chevaux, et de donner un prompt écoulement aux urines.

**288. Pavés en bois.** — En Prusse, quelques écuries de la cavalerie sont, sous les pieds de devant des chevaux, planchées en sapin; sous les pieds de derrière, qui sont habituellement déferrés, le pavé est en briques posées de champ.

Mais le bois a été employé autrement que sous forme de planches, pour couvrir les aires des écuries. On a fait et l'on fait encore des pavés en bois, non-seulement à l'intérieur des habitations, mais aussi dans les cours des maisons et dans les rues des villes les plus populeuses. Des quartiers de Londres tout entiers ont été pavés en bois. A Paris, on s'est, jusqu'ici, borné à des essais. La meilleure forme à donner à ces pavés paraît être la rhomboïde: les rhombes se placent sur une couche épaisse de mortier maigre ou de béton, de manière à se contrarier et à former liaison (*fig. 13, Pl. XXIV*). Ils sont réunis par des chevilles en bois; ils ont 0<sup>m</sup>,18 d'épaisseur.

Le pavage en bois a plusieurs avantages sur les autres genres de pavés: il ne produit aucun bruit par le passage des voitures; il offre peu de résistance au tirage, et s'entretient facilement à l'état de propreté. Mais ces avantages sont compensés par le haut prix de son premier établissement et par les frais de son entretien; il coûte, à surface égale, plus du double d'un pavé en pierres dures, et s'use assez promptement par les actions simultanées de l'humidité et du frottement. Cependant les essais qu'on a faits jusqu'à présent ne

sont pas encore assez concluants pour qu'on puisse définitivement prononcer sur la valeur relative de ce pavé. Dans des circonstances particulières, comme serait celle où un atelier de construction fournirait en abondance des débris de bois débité, on pourrait, en les utilisant, établir économiquement un pavé en bois. Le coulage des joints en mastic bitumineux, qui a été employé quelquefois, aurait le double avantage de prolonger la durée des pavés, et de dispenser, jusqu'à un certain point, des soins qu'exige une coupe aussi régulière que celle qui a été indiquée ci-dessus.

**289. Aires en mortier hydraulique.** — Depuis quelques années, on a substitué, aux pavés et carrelages des chambres des casernes, des aires en mortier hydraulique, établies de la manière suivante : On leur fait d'abord une bonne fondation en moellons plats, de 0<sup>m</sup>,16 à 0<sup>m</sup>,22 de hauteur (*fig. 14, Pl. XXIV*), posés de champ, entre lesquels on chasse, à coups de dame, des éclats de pierre ou des cailloux, pour les bien serrer les uns contre les autres. Sur cette fondation on verse une couche de *béton*, c'est-à-dire de mortier mélangé de pierailles, que l'on massive longtemps à la dame, pour le faire pénétrer entre les extrémités saillantes des moellons de la fondation. Sur cette couche de béton, qui peut avoir de 0<sup>m</sup>,08 à 0<sup>m</sup>,10 d'épaisseur, on pose l'enduit en mortier hydraulique, fabriqué avec très-peu d'eau. On le bat d'abord avec des dames, puis avec des battes à main, pour en faire sortir toute l'eau inutile à son durcissement; enfin on le frotte avec des cailloux pour le lisser et en faire disparaître les gercures. On obtient ainsi une aire dont la surface acquiert, au bout de quelque temps, une dureté assez grande pour résister à l'impression des pieds des hommes et au choc des crosses de fusil.

Ce mode de construction des aires est adopté dans les habitations des particuliers, avec cette modification, qu'on ajoute au mortier des matières colorantes et des cailloux siliceux, de manière que, par le polissage, l'aire prend l'apparence d'une brèche ou d'un marbre. On voit, en Italie, beaucoup de ces pavés, sur lesquels sont tracés des compartiments et même des figures de fruits ou d'animaux. Ces enduits en mortier hydraulique peuvent aussi s'appliquer sur les murs.

**290. Du stuc en plâtre.** — En France, les aires en mortier sont peu usitées pour planchers, parce qu'elles sont trop froides, et, pour enduire les murs, on fait plutôt usage de ce qu'on appelle le *stuc*; c'est un composé de plâtre fin délayé avec de l'eau saturée de colle de Flandre. Le plâtre, choisi parmi le plus blanc, est cassé en morceaux de la grosseur d'un œuf, cuit dans un petit four à une faible température, pilé dans un mortier de fonte, passé au

tamis et gâché avec de l'eau de colle. On mélange avec diverses portions de ce plâtre des couleurs propres à la peinture à fresque, et l'on en fait ainsi des galettes que l'on introduit dans la masse, de manière à fondre les teintes. On y ajoute aussi des cailloux siliceux. Le stuc est appliqué, comme un enduit ordinaire, sur les parois qu'il doit recouvrir; on le polit ensuite au grès, à la pierre ponce, au tripoli imbibé d'huile, et, enfin, avec une flanelle et de l'huile seulement. On est parvenu à représenter, au moyen du stuc, toute espèce de dessins, par des procédés dont on trouvera la description dans les ouvrages de technologie. (*Voir le Dictionnaire des Arts et Manufactures*, de 1847, article PLATRE.)

**291. De la menuiserie et de la serrurerie des bâtiments militaires.** — Les arts du serrurier et du menuisier sont de ceux dont nous avons dit, dans la première Leçon (n° 2), qu'on ne pouvait les bien connaître que par la pratique. Les principes généraux de ces deux arts se réduisent à un bien petit nombre; le détail de leurs procédés et des ouvrages qu'ils produisent est, au contraire, trop étendu et trop minutieux pour trouver place ici.

Nous nous bornerons à faire remarquer que si le charpentier et le menuisier mettent également le bois en œuvre, et s'ils font des assemblages qui ont entre eux beaucoup d'analogie, cependant le but que chacun de ces ouvriers se propose n'est pas le même à beaucoup près.

Les ouvrages de charpente ont tous pour objet de soutenir des poids ou de résister à des pressions. Leur principal mérite consiste dans la bonne disposition des pièces et dans la juste proportion de leur équarrissage. La composition des charpentes est pour ainsi dire une science, puisqu'on peut l'assujettir à des règles mathématiques. Dans la menuiserie, l'art a une part plus grande : les ouvrages doivent être dessinés et proportionnés avec un degré d'élégance relatif à la nature du bâtiment auquel ils sont destinés, et leur perfection dépend de l'habileté que l'ouvrier apporte dans leur exécution.

La condition la plus essentielle que doivent remplir les ouvrages de menuiserie, c'est de conserver leur forme et leurs dimensions primitives le plus longtemps possible, malgré la tendance incessante du bois à se tourmenter sous les influences alternatives de la sécheresse et de l'humidité de l'atmosphère. Les menuisiers arrivent à ce résultat en composant chacun de leurs ouvrages de plusieurs morceaux ayant, autant que possible, la liberté de se mouvoir indépendamment les uns des autres, et en choisissant du bois sec et de bonne qualité, sans noeuds ni défaut, et vieux au moins de trois ans.

Les assemblages doivent être plus soignés et plus compliqués que ceux de la charpente. On n'a pas, dans la menuiserie, la ressource d'assurer l'invariabilité de position des pièces en les disposant en triangles. On supplée à ce moyen en faisant porter les pièces les unes sur les autres par de larges épaulements, en multipliant les faces de contact dans les tenons et mortaises des assemblages. De plus, on fait en sorte que les tenons *forcent* parallèlement à la longueur des fibres du bois, en leur donnant, pour cela, 0<sup>m</sup>,001 d'épaisseur au delà de la largeur de la mortaise; ce qui crée un frottement énergique par la réaction des fibres comprimées. Enfin l'on ajoute à la fixité des assemblages par l'emploi de la colle forte et des chevilles. Une dernière condition, à laquelle ne sont pas assujetties les charpentes, et que la propreté de la menuiserie réclame très-souvent, c'est que les joints soient ajustés avec tant de précision, et l'*affleurement* des pièces si bien observé, que l'ouvrage paraisse n'être composé que d'un seul morceau.

**292.** *Des principaux assemblages de la menuiserie.* — Les assemblages de deux pièces *bout à bout* ne diffèrent pas sensiblement de ceux qui sont employés, pour le même objet, dans la charpente (*voir* le n° 165 de la neuvième Leçon, et les fig. 45, 46, 47 et 47', *Pl. XII*); nous y ajouterons l'assemblage à double sifflet (fig. 1 et 1', *Pl. XXV*). Si deux pièces se croisent en se prolongeant au delà de leur rencontre, on les assemble à mi-bois, en augmentant quelquefois la fixité de cet assemblage par une double queue d'hironde (fig. 17, *Pl. XIV*). Quand les deux pièces se rencontrent sans se croiser, on peut faire à l'une d'elles un simple tenon, et à l'autre une mortaise, comme quand il s'agit, par exemple, de planches à assembler par leurs extrémités dans une traverse (fig. 2, *Pl. XXV*). Dans le même cas, s'il s'agit d'un ouvrage soigné, comme le serait le cadre d'une porte à panneaux (fig. 19, *Pl. XXV*), on se sert d'un assemblage dit à *tenons* et à *doubles onglets*, parce que l'on coupe en onglets les moulures dont les montants et les traverses de ces cadres sont ornés (fig. 3 et 4, *Pl. XXV*).

Les assemblages sur l'angle demandent également beaucoup de soin. On les fait à onglet simple (fig. 5); par enfourchement simple (fig. 6); ou double (fig. 7); en queue d'hironde ordinaire (fig. 8); en queue d'hironde avec onglets (fig. 9); à doubles tenons et à enfourchement carré d'un côté et d'onglet de l'autre (fig. 10); d'onglet à doubles languettes (fig. 11).

Mais c'est surtout quand il s'agit d'assembler des pièces suivant leur longueur, que la menuiserie emploie des procédés qui lui sont particuliers.

Si l'ouvrage est grossier, on se contente de réunir les planches ou madriers à joints plats avec clefs (fig. 12, *Pl. XXV*); s'il demande un peu plus de soin,

on ajoute aux clefs un assemblage à rainures et languettes (*fig. 13*). Les rainures ont  $0^m,006$  de profondeur dans des planches de  $0^m,04$  d'épaisseur. On leur donne  $0^m,008$  si les planches sont plus épaisses. Les clefs sont espacées de  $0^m,60$  à 1 mètre; leur épaisseur est comme celle des languettes, le tiers de celle de la planche.

Ces deux assemblages ont le défaut de laisser apparent un joint longitudinal, qui, lorsque le bois se retire sur lui-même, s'élargit et fait alors un effet des plus disgracieux. Aussi, pour les portes et les lambris des appartements, on substitue aux précédents l'assemblage par *embrèvement simple* (*fig. 14*, *Pl. XXV*) quand une face de l'ouvrage doit être seule apparente, et par *embrèvement double* (*fig. 15 et 16*) quand l'ouvrage est visible des deux faces.

On voit que l'embrèvement consiste dans un tenon allongé qui peut s'enfoncer plus ou moins dans la rainure destinée à le recevoir, sans changer l'aspect de l'assemblage. Les pièces conservent alors toute la liberté de leur mouvement, et peuvent obéir à l'influence des variations hygrométriques de l'air.

Mais il est évident aussi que l'embrèvement ne peut pas servir à assembler deux pièces destinées à s'affleurer au point de contact: l'une des deux doit nécessairement être amincie sur une certaine partie de sa surface. Cet amincissement peut se faire d'une manière brusque, comme dans les joints dits *évidés* (*fig. 11*, *Pl. XXVI*), auxquels on ajoute quelquefois une baguette pour les orner et les marquer davantage, ou par adoucissement en chanfreinant la pièce et en figurant une table saillante sur une ou deux de ses faces, comme dans les lambris et les portes à placards (*fig. 19*, *Pl. XXV*).

Les rainures des embrèvements ont  $0^m,008$  quand la largeur des planches à assembler ne dépasse pas  $0^m,22$ ; au delà, on leur donne de  $0^m,015$  à  $0^m,018$ .

Quand l'épaisseur de la pièce embrevée le permet, on ajoute à l'embrèvement une rainure à languette simple (*fig. 17*, *Pl. XXVI*), ou double (*fig. 18*).

Il serait peut-être possible aussi de donner sur la serrurerie des préceptes ayant une certaine généralité; mais nous avouons notre impuissance à résumer ici les règles d'un art qui n'est bien connu que de ceux qui le pratiquent. Les *Pl. XI, XIII, XVI, XVII, XVIII et XIX* contiennent de nombreux détails sur la serrurerie de bâtiment; nous en ajouterons, dans les *Pl. XXV, XXVI et XXX*, quelques autres encore. De plus, nous allons passer en revue les principaux des ouvrages de menuiserie et de serrurerie qu'on rencontre dans les bâtiments, et donner la nomenclature de

leurs parties en bois et en fer. Nous croyons ces indications de nature à faciliter suffisamment la représentation par le dessin des objets qui entrent dans les feuilles de détail des projets de bâtiments militaires.

**293. Des planchers et parquets.** — La fig. 5, *Pl. XIV*, offre le dessin d'un fragment de chacune des trois espèces de parquets les plus usités. Voici quelques détails sur leur composition. Les planchers en *alaises*, ou *planches refendues* c', se font en planches choisies de sapin ou de chêne, de bois doux ou sans nœuds, réduites à 0<sup>m</sup>,10 ou 0<sup>m</sup>,08 de largeur, et à 0<sup>m</sup>,027, 0<sup>m</sup>,033, 0<sup>m</sup>,04 ou 0<sup>m</sup>,05 d'épaisseur, assemblées à joints plats, ou mieux à rainures et languettes. Elles sont posées à joints recoupés; c'est-à-dire que les lames, de même longueur, doivent se rencontrer sur les gîtes, de manière qu'il y ait alternativement sur la même gîte un joint et un plein.

Les planchers dits *en point de Hongrie*, à *bâtons rompus*, ou à *la capucine* c', sont composés de lames qui viennent rencontrer obliquement les gîtes. On dit que le plancher est à *bâtons rompus* quand les lames sont coupées carrément à leur extrémité et s'enchevêtrent les unes dans les autres à angle droit, faisant par conséquent avec la gîte un angle de 45 degrés. Il est en *capucines* quand les lames sont coupées obliquement aux extrémités, et que tous les joints aboutissent sur le milieu de la largeur de la gîte. Les épaisseurs des planches sont les mêmes que pour les planchers en alaises.

Les parquets peuvent présenter des compartiments très-variés : les plus économiques se font avec des encadrements de menuiserie, de forme carrée c'' (*fig. 5, Pl. XIV*), et de 0<sup>m</sup>,80 à 1<sup>m</sup>,20 de côté extérieur, dans lesquels entrent 16 à 20 panneaux d'assemblage, encadrés eux-mêmes dans des traverses à angle droit. Les encadrements et les traverses ont 0<sup>m</sup>,04 d'épaisseur, 0<sup>m</sup>,08 à 0<sup>m</sup>,12 de largeur, et portent, sur les côtés, des rainures dans lesquelles entrent les languettes des panneaux.

Tous les morceaux de ces planchers ou parquets sont fixés sur les gîtes par des clous ou par des pointes de Paris de 0<sup>m</sup>,070 à 0<sup>m</sup>,081 de longueur, enfoncés dans la languette et suivant le biais du bois, de manière à ne pas être apparents à l'extérieur.

**294. Des lambris.** — Les lambris qui garnissent l'intérieur des appartements sont de grands morceaux d'assemblage en menuiserie qui se composent d'un bâti AAA (*fig. 21 et 22, Pl. XXV*), et de panneaux P, pièces plus larges et moins épaisses que le bâti, et qui s'assemblent dans celui-ci par embrèvement de deux manières différentes, à glace, ou bien à plate-bande.

On dit qu'un panneau est assemblé à glace quand la languette d'assemblage et le panneau ont la même épaisseur (*fig. 19''*).

On dit que le panneau est assemblé à plate-bande quand la languette est plus mince que le reste du panneau (*fig. 19''*).

Les bâtis se font en chêne bien sec, de 0<sup>m</sup>,33 d'épaisseur, non compris les moulures saillantes; les panneaux se font en peuplier de 0<sup>m</sup>,027. Ils sont ordinairement composés de plusieurs planches verticales assemblées entre elles à rainures et languettes.

Il y a cependant des lambris dont les panneaux n'ont que la largeur d'une planche. Les encadrements sont formés par d'autres planches plus étroites et plus épaisses, assemblées avec les panneaux à *joints recouverts* (*fig. 22* et *22'*).

Les lambris sont ordinairement divisés sur leur hauteur en deux parties: la première à hauteur d'appui, servant de soubassement à la seconde qui s'élève jusqu'au plafond; la partie inférieure est couronnée par une cymaise *c* (*fig. 21* et *22*, *Pl. XXV*). Sa rencontre avec le parquet est masquée par une plinthe *p* (*fig. 21* et *22*), et *P* (*fig. 23*): on la fait en chêne, de 0<sup>m</sup>,02 d'épaisseur au moins, et de 0<sup>m</sup>,10 à 0<sup>m</sup>,15 de hauteur. Les cymaises peuvent être en chêne de 0<sup>m</sup>,027 à 0<sup>m</sup>,033 d'équarrissage.

Le plus souvent, maintenant, on se borne à faire des lambris à une hauteur de 0<sup>m</sup>,60 à 0<sup>m</sup>,80 pour des pièces de 3 à 4 mètres de hauteur; et après avoir couvert le mur d'un enduit bien lisse et bien plan, on y figure le lambris supérieur en y clouant des baguettes à moulures en sapin, disposées comme le seraient les encadrements des panneaux d'un lambris véritable. Les joints de ces baguettes sont remastiqués, et le tout est couvert de peinture. Ce procédé, qui est des plus économiques, donne néanmoins des résultats satisfaisants.

**295. Des portes à panneaux.** — Les portes à panneaux, pour appartements, ne sont que des morceaux de lambris, mobiles et portant des moulures des deux côtés. Elles sont pareillement en chêne pour le bâti et en peuplier pour les panneaux. On les nomme portes à placards quand la baie qu'elles ferment est revêtue, sur ses faces intérieures, d'un lambris en menuiserie assemblé dans les chambranles *mm* qui encadrent la baie (*fig. 19* et *19'*). Voici des dimensions convenables pour des portes moyennes de 2 mètres à 2<sup>m</sup>,50 de hauteur.

Les montants et traverses du bâti auront 13 centimètres de largeur et 33 millimètres d'épaisseur. La traverse du milieu aura 16 centimètres de largeur, dont 10 entre les moulures pour bien recevoir la serrure.

Les portes peuvent être assemblées à glace ou à plate-bande, comme nous l'avons dit ci-dessus des lambris, n° 294.

**296. Des persiennes.** — Les persiennes (*fig. 2 et 2'*, *Pl. XXVI*) se composent de châssis volants suspendus à des gonds scellés dans la pierre de taille qui encadre la baie de la fenêtre. Chacun de ces volants est formé d'un bâti en chêne, comprenant deux montants et trois traverses de  $0^m,10$  à  $0^m,12$  de largeur sur  $0^m,054$  d'épaisseur. Les vides du châssis sont remplis par des lames aussi en chêne, de  $0^m,08$  à  $0^m,10$  de largeur sur  $0^m,01$  d'épaisseur, inclinées à 45 degrés. Les lames peuvent être fixes ou mobiles; le bâti est assemblé par emboîture ou à tenons et mortaises, et les volants se réunissent par recouvrement ou à gueule-de-loup. Les *fig. 2'', 2''', 2''''* de la *Pl. XXVI* donnent le détail des assemblages des lames avec le châssis.

**297. Des croisées.** — Les croisées (*fig. 3, 3'* et *3''*, *Pl. XXVI*) se composent de deux parties distinctes, savoir : d'un dormant et de deux volants. Le dormant est un cadre qui se place dans la feuillure du tableau où il est attaché par quatre ou six pattes en fer *p*. On y distingue les battants *b*, la pièce d'appui *m*, et la traverse supérieure *n*. On y ajoute quelquefois une traverse *s* dite *d'imposte*, pour diminuer la hauteur des châssis volants quand les croisées sont fort grandes.

Dans les châssis vitrés, on remarque : 1<sup>o</sup> les deux battants, dont l'un, *f*, se nomme *battant de noix*, et l'autre, *g*, *battant de côté ou meneau*, pour le châssis de droite. Le châssis de gauche a aussi son battant de noix *f*, et un battant *h*, dit *gueule-de-loup*; 2<sup>o</sup> la traverse du haut *i*; 3<sup>o</sup> le jet d'eau *l*; 4<sup>o</sup> plusieurs traverses *tt*, assemblées à tenons et à mortaises dans les battants, et servant à porter les feuilles de verre. Dans les croisées de caserne, on partage verticalement en deux parties égales chacun des châssis mobiles par un petit bois dont les dimensions sont les mêmes que celles des traverses *t*.

Pour fermer plus exactement l'ouverture de la baie, et pour maintenir les châssis le long des battants du dormant, on pratique sur ces derniers une rainure en forme de canal, qu'on nomme *noix*, dans laquelle vient se loger une languette de même dimension, qu'on ménage aux battants des châssis volants, nommés pour cela *battants de noix*: cette rainure doit avoir les deux cinquièmes de l'épaisseur du châssis. Les volants s'appuient sur les traverses d'en haut et d'en bas des dormants par des feuillures qui ont  $0^m,010$  à  $0^m,012$  de hauteur. Quand les montants meneaux s'emboîtent l'un dans l'autre, alors que la croisée se ferme, on dit que l'ouverture de la croisée est à *gueule-de-loup*; s'ils s'appliquent seulement l'un sur l'autre en se recouvrant, on dit qu'ils sont à *feuillures*. Les ouvertures à *gueule-de-loup* sont les meilleures.

Les ferrures d'une croisée ordinaire, représentée *fig. 3*, se composent

d'une espagnolette (*fig. 6*), de cinq paires de fiches à nœuds (*fig. 7*), ou à vase (*fig. 8*).

L'imposte I se ferme au moyen d'une targette (*fig. 9*), ou d'un loqueteau (*fig. 10 et 10'*).

Voici les dimensions des parties du châssis d'une croisée de moyenne grandeur, 2<sup>m</sup>,50 sur 1<sup>m</sup>,20, par exemple : châssis dormant, épaisseur 0<sup>m</sup>,041 à 0<sup>m</sup>,045; largeur des battants de noix 0<sup>m</sup>,07; largeur des battants de côté 0<sup>m</sup>,07, plus la gueule-de-loup ou la feuillure; épaisseur de la traverse d'en haut 0<sup>m</sup>,07; de la traverse du bas, 0<sup>m</sup>,07; les petits bois et traverses (*fig. 5 et 5'*) doivent avoir 0<sup>m</sup>,03 de grosseur; la feuillure pour le verre est de 0<sup>m</sup>,006 de profondeur. Dans la gueule-de-loup, la noix a 0<sup>m</sup>,012.

Le jet d'eau (*fig. 4, 4' et 4''*) doit avoir 0<sup>m</sup>,07 de saillie sur le châssis; il doit se prolonger dans toute la largeur de la baie d'un tableau à l'autre: il entre dans le dormant au moyen d'une échancrure. La jonction des jets d'eau des deux volants est recouverte par une baguette qui est en prolongement de la côte du battant où est gravé le creux de la gueule-de-loup.

**298. Portes de casernes.** — Les portes des casernes (*fig. 1' et 1'', Pl. XXVI*) sont en bois de chêne de 0<sup>m</sup>,033 d'épaisseur; les planches ont 0<sup>m</sup>,22 à 0<sup>m</sup>,25 de largeur, rabotées des deux côtés et assemblées à rainures et languettes: elles sont consolidées par deux barres B de 0<sup>m</sup>,13 de largeur, 0<sup>m</sup>,03 d'épaisseur, encastrées à queue d'hironde de 0<sup>m</sup>,01 de profondeur, et par une écharpe E de 0<sup>m</sup>,13 de largeur, 0<sup>m</sup>,027 d'épaisseur, assemblée par embrèvement e dans les barres. Les barres et écharpes seront fixées par des clous de l'espèce dite *clous à bande*, de 0<sup>m</sup>,08 de longueur, proprement rivés sur le devant des portes, ou par des boulonnets b.

Les barres seront placées à la hauteur des gonds g, afin qu'on puisse y appliquer les pentures.

**299. Portes à joints évidés.** — Les portes à joints évidés (*fig. 11, 11' et 11'', Pl. XXVI*) s'emploient principalement comme portes extérieures. Elles sont composées de feuillets refendus sur 0<sup>m</sup>,13 de largeur et 0<sup>m</sup>,04 d'épaisseur, assemblés à rainures et languettes; on les renforce, quand cela est nécessaire, par des écharpes et par des barres de 0<sup>m</sup>,13 de largeur et 0<sup>m</sup>,033 d'épaisseur, placées à hauteur des gonds. Au bas de la porte, au lieu d'une penture ordinaire, on place une penture à équerre, terminée à la partie inférieure par une crapaudine dont le mamelon est en dessous et scellé dans le sol par une partie carrée.

La serrurerie de ces portes comprend :

1<sup>o</sup>. Deux pivots à équerres avec leurs crapaudines, placés à l'angle inférieur.

rieur de chaque vantail, du côté du mur *a* (*fig. 11'*); 2° quatre pentures droites placées au milieu et à la partie supérieure de la porte, sur les barres, et fixées par autant de boulonnets qu'il y a de planches dans les vantaux *b*; 3° quatre gonds à scellement et à repos pour ces pentures *c*; 4° deux verrous V à ressort sur platine, fixés haut et bas du vantail qui porte la gâche de la serrure; 5° un crochet de force *f* (*fig. 11' et 11''*) avec un anneau scellé dans le mur et un autre anneau rivé ou vissé dans le même vantail que les verrous; 6° deux gâches scellées : l'une sur le pavé, l'autre dans le tableau de la baie de porte pour recevoir les verrous à ressort; 7° une serrure bénarde à deux tours avec sa gâche *s*; 8° un loquet *l*.

**500. Des portes cochères et des portes de ville.** — Les portes cochères et les portes de ville (*fig. 12*) seront construites en planches à joints évidés, et poseront sur un bâti composé, pour chaque vantail, de deux montants et trois traverses en bois de chêne. Le montant de gond *M* aura de 0<sup>m</sup>,13 de largeur, et l'autre montant *M'*, appelé aussi *battant*, 0<sup>m</sup>,11 sur 0<sup>m</sup>,07 d'épaisseur; les traverses auront 0<sup>m</sup>,13. Ces dimensions seront convenables pour les bâties des vantaux qui auront 1<sup>m</sup>,25 à 1<sup>m</sup>,30 de largeur. Pour ceux d'une dimension plus forte, on donnera aux montants 0<sup>m</sup>,15 à 0<sup>m</sup>,13 de largeur sur 0<sup>m</sup>,08 d'épaisseur, 0<sup>m</sup>,14 sur 0<sup>m</sup>,08 aux traverses qui seront renforcées par des écharpes de 0<sup>m</sup>,11 sur 0<sup>m</sup>,05. Ce bâti sera raboté et assemblé avec soin, et fixé, au parement de la porte, par des clous de fer doux, qui dépasseront de 0<sup>m</sup>,02 à 0<sup>m</sup>,03, et seront proprement rivés (*fig. 13 et 14, Pl. XXVI*, et *fig. 6 et 7, Pl. XXX*).

La serrurerie d'une porte cochère comprend :

1°. Des équerres simples *A* pour les vantaux de la grande porte, et doubles *B* pour le guichet; 2° deux fortes pentures à équerres *C*, avec leurs crapaudines, quatre forts gonds à équerres *D*, le tout pour les grands vantaux; 3° deux autres fiches à nœuds *E* pour le guichet; 4° un verrou à ressort *F*, avec sa gâche, pour la grande porte; 5° un fléau à bascule *G* avec deux crampons et une tige portant une gâche mobile *H* qui s'applique sur une serrure; 6° un heurtoir *I* pour le vantail fixe de la grande porte; 7° une serrure *K* avec un verrou à tirage pour le guichet.

Les équerres et les pentures sont fixées avec des boulonnets à vis et à écrous, dont la tête est noyée dans le bois. Le système de ferrure adopté doit toujours être calculé et tracé de telle manière, qu'il serve à consolider le bâti en menuiserie.

Aux détails qui précédent, nous ajouterons ceux de plusieurs grilles fixes et mobiles, représentées sur la *Pl. XXX* par des figures qui peuvent se passer d'explications, et qui seront comprises à la première vue.

---

## TREIZIÈME LEÇON.

### NOTIONS SOMMAIRES SUR LES APPAREILS DE CHAUFFAGE ET DE VENTILATION.

#### DONNÉES THÉORIQUES ET PRATIQUES.

**301.** *Des combustibles.* — Dans le langage des arts industriels, la *combustion* est la combinaison de l'oxygène de l'air avec un corps solide, liquide ou gazeux. Cette combinaison a lieu ordinairement avec dégagement de chaleur et de lumière, dans des proportions très-variables. Quelquefois la chaleur dégagée n'est pas suffisante pour éléver la température du corps au point nécessaire pour que sa combinaison avec l'oxygène ait lieu, ou, en d'autres termes, pour que la combustion se soutienne sans l'addition d'une chaleur étrangère. Dans d'autres cas, la combustion s'entretient d'elle-même, et développe en outre une surabondance de calorique qui se répand au dehors du foyer et qu'on utilise dans les arts.

Les seuls corps susceptibles d'être employés avec avantage comme combustibles, sont ceux qui, non-seulement brûlent d'eux-mêmes, mais encore dégagent une chaleur supérieure à celle qu'exige la réussite des opérations auxquelles ils doivent être employés. Ainsi, un corps qui, en brûlant, élève sa température au delà de 100 degrés, peut être employé à la vaporisation de l'eau; pour pouvoir servir à souder le fer, il faut qu'en se combinant avec l'oxygène, il puisse acquérir une température de 1500 degrés au moins. On recherche d'ailleurs, d'une manière particulière, les combustibles qui sont abondants, et à bas prix, et ne produisent aucun gaz nuisible aux matières avec lesquelles leur flamme et leur fumée doivent être mises en contact.

Le *bois*, le *charbon de bois*, l'*anthracite*, la *houille*, le *coke*, les *lignites*, la *tourbe*, le *charbon de tourbe*, les *briquettes de poussière de houille mélangée à l'argile* et les *mottes de tan ou de marc de raisin*, sont les combustibles les plus communs. Les *matières grasses*, *huileuses* et *alcooliques* sont aussi employées, mais dans des limites beaucoup plus restreintes.

**302.** *Des principales circonstances de la combustion.* — Tous ces combustibles, exposés à l'action de la chaleur, se décomposent en donnant nais-

sance à des gaz plus ou moins abondants. La combustion a lieu, non-seulement à la surface de leur partie solide, mais aussi dans tout l'espace occupé par les gaz qui s'en échappent. La flamme n'est pas autre chose que le lieu de la combustion de ces gaz; elle doit son éclat aux particules charbonneuses entraînées par le courant gazeux.

Plus la température d'un corps est élevée, plus la combustion est rapide. D'un autre côté, la quantité de chaleur produite dans un temps donné par les combustibles ordinaires, paraît proportionnelle à la quantité d'oxygène combinée, dans le même temps, avec leur carbone et leur hydrogène. C'est pour cela qu'on augmente singulièrement l'activité d'un foyer, en y dirigeant un courant d'air ou mieux un courant d'oxygène. Mais, si l'air afflue en quantité trop considérable, il a pour effet de refroidir les gaz qui s'échappent du corps en ignition, et de rendre incomplète leur combinaison avec l'oxygène; et il se fait alors un dépôt considérable de charbon, qui constitue la fumée.

La quantité de chaleur que peut produire un poids donné de combustible donne la mesure de ce qu'on nomme son *pouvoir calorifique*. C'est une chose importante à connaître; les praticiens admettent qu'elle reste exactement proportionnelle au poids de l'oxygène absorbé, que la combustion ait lieu, d'ailleurs, lentement ou avec activité. On prend pour unité de pouvoir calorifique la quantité de chaleur nécessaire pour éléver de 1 degré centigrade 1 kilogramme d'eau distillée. Cette unité a reçu le nom de *calorie*. On peut prendre aussi pour mesure le rapport du poids du combustible à celui de l'eau qu'il peut réduire en vapeur, en partant de cette base que 1 kilogramme d'eau distillée prise à 0 degré sous la pression de 0<sup>m</sup>,76, exige 650 calories pour être échauffée et réduite à l'état de vapeur.

De la quantité d'oxygène absorbée par 1 kilogramme de combustible, il est facile de déduire la quantité d'air atmosphérique nécessaire à sa combustion, en se rappelant que l'air atmosphérique est composé en volumes, sur 100 parties, de 79 parties d'azote et de 21 d'oxygène, et que 100 grammes d'air contiennent 23 grammes d'oxygène et 77 grammes d'azote, en nombres ronds.

Lorsqu'un corps est en combustion, la chaleur se dissipe de trois manières différentes: 1<sup>o</sup> par l'effet du courant d'air qui passe à travers le foyer; 2<sup>o</sup> par le rayonnement; 3<sup>o</sup> par le contact des corps environnants. Il est assez important de connaître quelle est, dans la déperdition totale de la chaleur produite par la combustion d'un corps, la quantité qui s'échappe par le rayonnement. Car cette cause de déperdition de chaleur, quoique moins puissante que la première, joue cependant un rôle important dans les arts.

Le tableau suivant résume, pour les combustibles les plus employés, toutes les données dont nous venons de faire mention.

DÉSIGNATION DES COMBUSTIBLES.	QUANTITÉ D'AIR nécessaire à la combustion de 1 kilogramme.		QUANTITÉ de calories dégagées par la combustion de 1 kilogramme.	QUANTITÉ d'eau prise à 0 degré et réduite en vapeur sous la pression de 0°,76 par 1 kilogramme.	QUANTITÉ de calories émises par le rayonnement pendant la combustion de 1 kilogramme.
	en litres à 0 degré, et sous la pression de 0°,76.	en kilogrammes.			
Bois séché au feu.....	4585	5.96	3666	5.62	914
Bois séché à l'air.....	3442	4.47	2945	4.52	"
Charbon de bois sec.....	8820	11.46	7050	10.84	2350
Charbon ordinaire.....	<i>id.</i>	<i>id.</i>	6000	9.23	3000
Coke pur.....	"	"	1050	10.84	3525
Houille à $\frac{1}{10}$ de cendres.....	8820	11.46	6345	9.76	"
Tourbe (la meilleure).....	"	"	3000	4.61	1000
Tourbe ordinaire.....	"	"	2000	3.07	"
Hydrogène pur.....	20923	27.20	34995	"	"
Carbone pur.....	"	"	7224	"	"

**503.** *Observations sur ce tableau.* — Les quantités d'air inscrites dans la deuxième colonne de ce tableau sont celles qui seraient strictement nécessaires pour opérer la combustion; mais dans les appareils de chauffage, il y en a toujours une partie qui s'échappe, et cette quantité est très-variable, car elle dépend de la construction de l'appareil de combustion, de la grosseur des morceaux des combustibles, de leur arrangement sur la grille ou dans le foyer, et, toutes choses égales d'ailleurs, elle est en raison inverse de l'activité de la combustion. On regarde comme suffisamment approchée une évaluation d'après laquelle la quantité d'air brûlé est estimée à moitié de celle qui passe dans les foyers à grilles alimentés au bois ou à la houille, et au quart seulement pour les foyers où l'on brûle du coke. La quantité d'unités de chaleur utilisées par la combustion, dans le meilleur appareil, n'est que les trois quarts ou la moitié de celle qui est développée réellement; ainsi, par exemple, dans la pratique, il faut supposer que 1 kilogramme de charbon de bois ordinaire ne développe que 3 000 à 4 500 calories, et ne peut vaporiser que 5 à 7 kilogrammes d'eau.

**504.** *Des qualités des combustibles relativement à leur emploi.* — L'analyse chimique des combustibles employés dans les arts fait reconnaître, dans tous, du charbon en forte proportion, de l'hydrogène, de l'oxygène, et dans ceux qu'on appelle *minéraux*, un peu d'azote. Ceux qui contiennent beaucoup

d'hydrogène au delà de la quantité nécessaire à la formation de l'eau correspondante à leur oxygène, brûlent facilement; leur flamme est longue et éclatante; ceux qui en contiennent peu, brûlent difficilement et avec une flamme courte et sans éclat. Ces effets s'expliquent par la définition même que nous avons donnée tout à l'heure de la flamme. En effet, lorsqu'un corps, contenant un excès d'hydrogène, est exposé à l'action de la chaleur, il s'en échappe un courant de gaz inflammable qui ne se mélange pas immédiatement avec l'air. Pendant un certain temps, le contact de l'oxygène et de la colonne de gaz n'a lieu qu'à l'extérieur de celle-ci, et si la chaleur ne s'affaiblit pas au-dessous du degré convenable, la combustion se prolonge sous forme de flamme à une certaine distance du foyer. Si, au contraire, le combustible ne contient que du charbon, l'oxygène de l'air se combine avec lui à sa surface, et, quoique la combustion donne naissance à des gaz, il n'y a pas de flamme, parce que ces gaz ne sont point inflammables.

Les combustibles contenant beaucoup d'hydrogène libre devraient avoir aussi un pouvoir calorifique très-grand, et cela se vérifierait effectivement toujours, si quelques-uns d'entre eux ne contenaient pas une certaine quantité de ces matières terreuses incapables de se combiner avec l'oxygène, qui forment le résidu de la combustion, et qu'on nomme *cendres*.

Dans la combustion des corps qui brûlent sans beaucoup de flamme, le maximum de chaleur a lieu sur le corps même en ignition, ou à une très-petite distance. Dans les autres, la plus forte chaleur a lieu dans la flamme, et, par conséquent, à une distance quelquefois assez grande du foyer. Cette différence dans le mode de combustion, combinée avec leur pouvoir calorifique, décide de la destination à laquelle on affecte chacun des combustibles. Les corps brûlants avec flamme sont employés dans les appareils où la matière à échauffer est placée à une certaine distance du combustible; ceux qui se consument sans flamme, servent dans des foyers où le corps à échauffer est en contact direct avec eux.

Une classification quelconque des combustibles, basée selon le plus ou moins de flamme qu'ils donnent, et sur l'emploi dont ils sont susceptibles, serait nécessairement arbitraire et jusqu'à un certain point inexacte. On peut dire cependant que les anthracites, qui brûlent sans flamme, peuvent servir à la cuisson de la chaux dans les fours dits *continus*; que le coke et le charbon de bois conviennent particulièrement à la réduction du fer dans les hauts fourneaux; que les houilles grasses sont propres au service du foyer des maréchaleries et des fours à réverbère; enfin, que les houilles sèches à longues flammes, les houilles maigres, les lignites et le bois, dont la tempé-

rature de combustion est relativement peu élevée, trouvent un emploi varié dans le chauffage des chaudières, les évaporations, la cuisson des briques et de la chaux, et dans tous les usages domestiques.

**505.** *Des appareils dans lesquels s'opère la combustion.* — Ces appareils sont tous construits dans le but de produire de la chaleur, et de la communiquer à des masses solides, liquides ou gazeuses. Parmi ceux dont nous avons à nous occuper, les uns n'opèrent le chauffage de la matière soumise à leur action que d'une manière plus ou moins directe, au moyen du calorique emporté par les gaz qui ont traversé le foyer, comme cela a lieu dans les chaudières servant à la mise en ébullition de l'eau. Dans les autres, le corps à échauffer est mis directement en contact avec le combustible incandescent, comme cela a lieu dans le chauffage d'un four ordinaire, par du bois allumé sur son âtre. Mais, quelles que soient sa forme et sa destination, un appareil de combustion doit remplir les conditions suivantes :

1<sup>o</sup>. Appeler sur le combustible une quantité d'air suffisante pour entretenir la combustion, et n'en laisser passer que ce qui est nécessaire; l'air excédant ne pouvant que refroidir les gaz provenant de la combustion;

2<sup>o</sup>. N'abandonner les gaz produits par la combustion qu'après leur avoir enlevé tous leurs principes combustibles;

3<sup>o</sup>. Être disposés de telle sorte que l'air chaud soit, le plus longtemps possible, en contact avec les corps qu'il doit échauffer, et qu'en les abandonnant il ne conserve que la température nécessaire pour produire son ascension;

4<sup>o</sup>. Offrir au dégagement de l'air brûlé une issue tellement combinée, qu'il puisse s'échapper avec une vitesse suffisante.

**506.** *Des chaudières destinées à la mise en ébullition de l'eau.* — Un appareil de ce genre se compose, en général, de trois parties distinctes : 1<sup>o</sup> le foyer; 2<sup>o</sup> la chaudière; 3<sup>o</sup> la cheminée. Les deux premières se confondent quelquefois, mais la dernière est toujours distincte des deux autres.

a. *Des foyers.* — Le foyer est le lieu où s'opère la combustion. Quelquefois le combustible est placé sur le sol, et reçoit l'air latéralement, comme dans nos cheminées; mais lorsqu'on veut obtenir une combustion très-vive, ou que le combustible brûle difficilement, on le place sur une grille, et son épaisseur n'y dépasse pas 0<sup>m</sup>,10 ou 0<sup>m</sup>,15. L'air arrive par-dessous la grille, s'introduit à travers les barreaux, et traverse le combustible incandescent en s'y dépolissant plus ou moins complètement de son oxygène.

Un foyer se compose alors de l'ouverture par laquelle l'air pénètre; d'un

cendrier où se réunissent les résidus de la combustion ou les cendres; de la grille sur laquelle repose le combustible, et de l'espace plus ou moins étendu dans lequel se développe la combustion.

*b. De l'ouverture qui donne accès à l'air extérieur.* — Si le frottement de l'air contre les parois des tuyaux ne diminuait pas sa vitesse, l'orifice qui donne accès à l'air froid pourrait être quelconque, et fournirait toujours la même quantité d'air; seulement le courant d'air y serait d'autant plus rapide, que sa surface serait plus petite. Mais comme le frottement augmente avec la vitesse, il est évident qu'il y a une limite au-dessous de laquelle l'orifice se trouverait trop petit. D'un autre côté, si l'air était admis en trop grande quantité, il échapperait en partie à la combustion, diminuerait en pure perte la température, et rendrait la combustion languissante. Ainsi on ralentit l'activité d'un poêle lorsqu'on en ouvre la porte; on l'augmente en fermant cette porte et en n'admettant l'air que par l'ouverture percée à sa partie inférieure. Si l'on ferme cette petite ouverture elle-même, la combustion languit de nouveau. La règle admise dans la pratique, lorsque le canal à parcourir par l'air avant d'arriver sur la grille est très-court, c'est de donner à l'orifice d'admission de l'air une surface égale à la section minimum de la cheminée. Au surplus, on règle le tirage par un registre placé dans la cheminée, un peu au-dessus du foyer.

*c. Du cendrier.* — Le cendrier est l'espace qui est au-dessous de la grille, et qui communique avec l'extérieur par l'orifice d'introduction de l'air froid; la grandeur de cet espace est entièrement arbitraire. Il suffit seulement qu'il ne soit point étranglé et que sa plus petite section soit suffisante pour fournir la quantité d'air froid nécessaire à la combustion.

*d. Des grilles.* — Les grilles sont toujours des barres de fer ou de fonte placées parallèlement. Leur épaisseur dépend de leur longueur, et leur écartement de la grosseur des morceaux de combustible, car ces intervalles ne doivent laisser passer que les cendres. Lorsqu'on cherche à fixer la surface totale de la somme de ces intervalles, on est conduit au même raisonnement que celui que nous avons fait plus haut, en parlant de l'orifice d'introduction de l'air froid, et l'on trouve qu'elle doit être au moins égale à la section minimum de la cheminée. Mais cette détermination est tout à fait illusoire, attendu que l'air doit traverser non-seulement la grille, mais aussi la masse du combustible, et que les interstices que les fragments forment entre eux peuvent, en somme, offrir un débouché moindre que celui que présente la grille et plus difficile à parcourir; le minimum que nous venons de fixer ne serait donc pas suffisant, et il est nécessaire de s'en rapporter uniquement à

l'expérience. Voici divers nombres indiqués par elle. En supposant que la surface de la grille présente un quart d'ouverture libre, il faut, pour la combustion de 50 kilogrammes de houille par heure, qu'elle ait, suivant Tre-gold,  $0^{\text{m}}\text{,95}$ , d'après la Société industrielle de Mulhouse, 1 mètre carré, et, suivant M. Péclat,  $0^{\text{m}}\text{,65 à }0^{\text{m}}\text{,96}$ . Pour les foyers à bois, il suffit de  $0^{\text{m}}\text{,15}$  de surface de grille pour brûler par heure, avec un bon tirage, 50 kilogrammes de chêne vieux, produisant l'effet de  $22^{\text{k}}\text{,50}$  de houille.

La quantité de combustible à accumuler sur la grille doit être assez grande pour que l'air, en la traversant, soit très-divisé et n'échappe pas à la combustion, et pour que les rechargements n'obligent que rarement à ouvrir la porte du foyer. D'un autre côté, il ne faut pas que la couche soit trop épaisse, parce qu'il en résulterait une diminution dans la vitesse de l'air, l'activité du tirage et la combustion. Pour les dimensions des grilles indiquées plus haut, et pour du charbon de moyenne grosseur, l'épaisseur de la couche doit être, suivant M. Péclat, d'environ  $0^{\text{m}}\text{,10}$ , et, d'après M. Clément, de  $0^{\text{m}}\text{,06}$  seulement. Au-dessus du combustible se trouve toujours un espace dans lequel se développe la flamme; la forme de cet espace et son étendue ont une grande influence sur la combustion et sur son effet utile. Si le corps à échauffer devait atteindre à une température rouge, il n'y aurait aucun inconvénient à le rapprocher du combustible, à le plonger dans la flamme; mais s'il s'agit d'une chaudière à ébullition d'eau, devant toujours rester à une température peu élevée, comme 100 ou 115 degrés, elle sera, relativement au foyer, un corps très-froid qui ralentira la combustion. On a reconnu, d'après l'expérience, que dans les foyers de chaudière à vapeur, alimentés par la houille, la distance de la grille à la chaudière devait être de  $0^{\text{m}}\text{,30 à }0^{\text{m}}\text{,35}$ , de manière que la flamme, complètement développée au-dessous de la chaudière, ne la touchât que par son extrémité.

e. *Des positions relatives du foyer et de la chaudière.* — Le foyer peut-être placé à l'intérieur même de la chaudière, comme cela a lieu dans les *locomotives* des chemins de fer et dans quelques appareils de chauffage à l'eau chaude, que nous aurons occasion de décrire ci-après, n° 525 (*fig. 6, Pl. XXIX*). Dans ce cas, comme les parois de la chaudière forment en grande partie celles du foyer, la chaleur rayonnante est utilisée le mieux possible. Mais, le plus souvent, quoique très-rapprochés l'un de l'autre, la chaudière et le foyer sont cependant séparés, et une grande partie du calorique rayonnant est absorbée en pure perte par les parois de ce dernier. Au moins, faut-il alors que l'air, en sortant du foyer, ne s'échappe pas immédiatement dans la cheminée, et n'emporte pas en pure perte avec lui une

grande quantité de calorique. Ordinairement, on le fait circuler, avant sa sortie, autour de la chaudière, en lui opposant ce qu'on appelle des *chicanes*, tellement disposées, que sa température s'abaisse peu à peu au niveau de celle du corps à échauffer, sans que le tirage en soit sensiblement ralenti. Toutefois, quand la largeur du foyer excède celle du fond de la chaudière, il n'est jamais avantageux de faire circuler le canal de la fumée sous la chaudière. Au contraire, si le foyer est petit par rapport au vase qui contient l'eau, l'établissement des chicanes devient indispensable. En général, on les multiplie trop; on peut les réduire à la disposition représentée par la *fig. 14, Pl. XXIV*, au moyen de laquelle la totalité du fond de la chaudière est en contact avec la fumée. Un seul canal, embrassant latéralement toute la surface de chauffe de la chaudière, est préférable à plusieurs révolutions faites autour de celle-ci. Ce canal doit être aussi aplati que le permet le tirage. Pour des fourneaux ayant un bon tirage et brûlant 100 kilogrammes de houille à l'heure, il suffit de donner au canal de circulation une section de 0<sup>m</sup> 0,18.

*f. De la surface de chauffe à donner à une chaudière.* — Avec un feu très-vif et des moyens artificiels de tirage analogues à ceux que l'on emploie dans les locomotives, chaque mètre carré d'une chaudière peut vaporiser 100 litres d'eau par heure; mais, dans l'usage ordinaire, on ne doit calculer que sur le tiers de ce résultat, et ne compter par heure que sur 30 kilogrammes par mètre carré. Enfin lorsque, pour économiser sur le combustible, on modère beaucoup l'activité du feu, la quantité d'eau vaporisée par mètre et par heure descend à 20 et à 15 kilogrammes. En général, il y a de l'avantage à augmenter le plus possible la surface de chauffe d'une chaudière, mais cela ne doit pas engager à trop la rapprocher du foyer; il faut que la flamme ait la possibilité de se développer complètement avant de s'engager dans les canaux de circulation.

**507. Des cheminées.** — Les cheminées doivent remplir deux fonctions également importantes : 1<sup>o</sup> rejeter à une grande hauteur dans l'atmosphère l'air usé par la combustion; 2<sup>o</sup> donner à l'air qui afflue sur le combustible une vitesse suffisante pour produire une bonne combustion en établissant ce qu'on appelle *le tirage*, appel d'air froid dû à l'ascension de l'air chaud dans la cheminée, en vertu de sa légèreté relative.

Il faut donc que la cheminée ait un diamètre suffisant pour laisser échapper, au fur et à mesure qu'il afflue, tout l'air qui vient dans le foyer alimenter la combustion; et que sa hauteur soit assez grande pour que l'air y prenne une vitesse capable de lui faire surmonter l'action des courants hori-

zontaux de l'atmosphère. On évalue que cette vitesse doit être de 3 à 4 mètres environ à la sortie de la cheminée.

**308. Vitesse théorique de l'air dans une cheminée.** — Considérons un tuyau vertical fermé par les deux extrémités et dans lequel on a introduit une certaine quantité d'air chaud qui le remplit entièrement. Supposons qu'on vienne tout à coup à ouvrir les deux extrémités du tuyau, la colonne d'air chaud s'élèvera dans l'atmosphère en vertu de sa légèreté spécifique, et la pression qu'elle éprouvera à sa base sera égale à la différence entre son poids et celui d'une colonne d'air froid de même hauteur, ou entre son poids et celui d'une colonne d'air chaud dont la hauteur serait celle de la colonne d'air froid élevé à la température de l'air chaud. Or, si l'on nomme  $m$  la dilatation proportionnelle qu'éprouve une colonne d'air pour une augmentation de température de 1 degré, dilatation que les dernières expériences, faites dans le but de la mesurer, ont donnée égale à 0,00365;  $h_0$ ,  $h$  et  $h'$  la hauteur d'une même colonne d'air dont la température est successivement 0,  $t$  et  $t'$ ; on aura  $h = h_0 (1 + mt)$ ;  $h' = h_0 (1 + mt')$ ; d'où  $h' - h = h \frac{m(t' - t)}{1 + mt}$ ; et, en supposant  $t$  assez faible pour que  $mt$  puisse être négligé,  $h' - h = mh(t' - t)$ . Donc, si  $h$  désigne la hauteur de la cheminée,  $t$  la température de l'atmosphère ambiant,  $t'$  celle de l'air chaud dans la cheminée, la vitesse théorique de cet air sera

$$V = \sqrt{19,62 mh(t' - t)};$$

mais sa vitesse réelle sera beaucoup plus faible, d'abord parce que l'air, dans son mouvement ascensionnel, cède une partie de sa chaleur aux parois du tuyau, et, secondelement, parce qu'il éprouve, de la part des mêmes parois, un frottement qui le ralentit sensiblement. La seconde cause de ralentissement est beaucoup plus influente que la première; les effets de l'une et de l'autre dépendent de la nature de la matière dont est formé le tuyau; mais, quoique les métaux soient meilleurs conducteurs de la chaleur que la terre cuite, cependant les cheminées en fonte ou en tôle tirent mieux que les cheminées en briques ou en poterie. La théorie du mouvement des gaz dans des tuyaux d'une certaine longueur, présente des difficultés que la science n'a pas surmontées jusqu'ici, et l'on est encore réduit à s'en rapporter à la pratique, dont les indications réduisent la vitesse réelle de l'air chaud, dans les tuyaux de conduite, au quart et même au cinquième de la vitesse théorique.

Au surplus, il n'y a aucun inconveniент à donner à une cheminée un

diamètre plus grand que celui qui est absolument nécessaire, parce que l'on peut toujours régler le tirage au moyen d'un registre.

**309.** *Des fours à réverbère.* — Ces fours ne sont employés ni à la cuisson des aliments, ni au chauffage des habitations; mais ils sont le type d'un genre spécial de dispositifs, dont nous verrons une application dans le chauffage des fours des manutentions. Il n'est donc pas inutile d'en prendre une idée.

Dans un four à réverbère, on remarque un foyer A (*fig. 15, Pl. XXIV*), et un four proprement dit B, qui en est séparé par un petit mur *p* appelé *pont* ou *autel*. La flamme du combustible déposé sur le foyer s'élève au-dessus de l'autel, passe dans le four, en lèche la voûte, dont la réverbération échauffe les objets placés sur la sole *s*; arrivé à l'extrémité du four, l'air chaud s'échappe par l'orifice d'une cheminée *c*. En élevant ou en abais-sant convenablement l'autel, on peut à volonté garantir plus ou moins complètement, du contact des gaz produits par la combustion, les objets placés sur la sole.

Tous les combustibles ne conviennent pas au chauffage des fours à réverbère; il faut d'abord qu'ils brûlent avec flamme, et, de plus, que la température de leur combustion ne soit pas inférieure au degré de chaleur ordinairement fort élevé que nécessitent les opérations auxquelles ce genre de four est employé.

**310.** *Des foyers à flamme renversée.* — Ces foyers ne diffèrent des foyers ordinaires, qu'en ce que l'air, au lieu d'arriver par-dessous la grille, arrive à la surface supérieure de la couche de combustible, et doit traverser les charbons incandescents pour sortir du foyer à sa partie inférieure, et se rendre de là dans une cheminée ou dans un espace à échauffer. Le but de ce dispositif, c'est de brûler plus complètement les gaz produits par la distillation du combustible, afin d'éviter la fumée; il ne réussit bien qu'autant que l'air chaud, après avoir traversé le foyer, est appelé fortement dans la cheminée.

Quelque incomplètes que soient ces notions sur les parties élémentaires des appareils de combustion, elles seront à peu près suffisantes pour faire apprécier la valeur des appareils dont on fait usage pour la cuisson des aliments dans les établissements militaires, ainsi que pour le chauffage et la ventilation des habitations et des usines.

APPAREILS SERVANT À LA CUISSON DES ALIMENTS.

**311.** *Des fourneaux de cuisine des casernes.* — Autrefois la cuisine des soldats se faisait dans leurs chambres au moyen de marmites suspendues sur les foyers de vastes cheminées; il en résultait une perte de chaleur considérable

que l'administration militaire a cherché à éviter en établissant des cuisines communes où les aliments sont préparés dans des fourneaux économiques. On a effectivement obtenu de cette manière une réduction considérable dans la dépense du combustible ; mais on a privé les chambrées de deux avantages : leur chauffage par le feu de la cheminée et leur assainissement par le courant d'air permanent qui se produisait en toute saison dans des tuyaux fortement échauffés. Aujourd'hui, pendant l'hiver, on allume deux fourneaux par compagnie : mais ce mode de chauffage est loin de remplacer pour le soldat les anciens foyers de la chambrée ; et, pendant l'été, il n'existe aucun moyen de ventiler les casernes.

Les cuisines communes, depuis leur premier établissement, ont subi différentes modifications (*voir les n°s 4, 9 et 11 du Mémorial du Génie*) ; celles qui sont adoptées aujourd'hui par le Ministère de la Guerre sont de l'invention du capitaine du génie Choumara. Nous allons en donner une description abrégée que nous extrayons du n° 11 du *Mémorial du Génie*, page 41.

On sait que l'ordinaire des troupes est établi par compagnie ; la ration de soupe de chaque homme est d'environ 1 litre, et comme les compagnies sur le pied de paix sont de cinquante-six à soixante hommes, une marmite pour une compagnie doit contenir 64 litres environ.

Deux marmites, de cette contenance chacune, sont accouplées dans un même foyer (*fig. 1, 2 et 3, Pl. XXVII*) dont l'ouverture supérieure a une forme elliptique. Le contour de l'orifice supérieur de chacune des deux marmites offre la figure d'une demi-circonférence avec son diamètre. Une partie du développement de la paroi, dans le sens vertical, est donc plane. Ces deux parois planes, mises en regard l'une de l'autre, composent un premier conduit où se développe la flamme du foyer. De là, l'air chaud passe dans un canal qui fait le tour des deux marmites et communique avec un petit circuit où il chauffe, dans une chaudière, l'eau nécessaire au lavage des ustensiles. Enfin il se rend dans un tuyau de cheminée dans lequel sa vitesse est réglée par un registre.

Ce dispositif est très-bien entendu. Par l'introduction du premier jet de la flamme entre les deux marmites, la chaleur est utilisée presque aussi bien que dans un foyer intérieur à une chaudière ; car les deux faces planes, placées l'une vis-à-vis de l'autre, se renvoient mutuellement le calorique rayonnant. 12<sup>k</sup>,50 de charbon suffisent pour produire au bout d'une heure l'ébullition de 128 litres d'eau, et pour cuire ensuite la viande et les légumes.

On construit les marmites en tôle de 0<sup>m</sup>,0055 d'épaisseur pour le fond, et de 0<sup>m</sup>,0035 pour les parois latérales. La surface du fond de chacune d'elles

est composée d'un rectangle de 0<sup>m</sup>,56 de base sur 0<sup>m</sup>,08 de largeur, et d'un demi-cercle dont le diamètre est de 0<sup>m</sup>,56. La section supérieure est également composée d'un rectangle de 0<sup>m</sup>,60 de base sur 0<sup>m</sup>,08 de largeur et d'un demi-cercle de 0<sup>m</sup>,60 de diamètre, en sorte que la marmite est évasée de 0<sup>m</sup>,04 dans un sens, et de 0<sup>m</sup>,02 dans l'autre, ce qui facilite son introduction dans le fourneau. Chaque marmite a 0<sup>m</sup>,40 de hauteur, et contient 72 litres d'eau quand elle est arrasée : cette grandeur est convenable pour une compagnie de soixante-quatre hommes, dont la ration est de 64 kilogrammes de soupe, viande et légumes compris, qui ne doivent pas remplir totalement la marmite, afin que l'ébullition puisse avoir lieu sans épandement de liquide.

L'inventeur de ces fourneaux les construisait en maçonnerie de briques réfractaires et de briques ordinaires, consolidée par des châssis en fonte ; mais l'usage a fait reconnaître qu'il était plus économique de les établir tout en fonte. Les surfaces extérieure et intérieure forment une double enveloppe que l'on remplit de sable et qui conserve très-bien la chaleur.

**312.** *Fourneaux de cuisine à feu intérieur.* — Les cuisines dont se servent les troupes autrichiennes sont encore moins compliquées que celles dont nous venons de donner une idée; elles ont la forme de deux troncs de cône disposés en sens inverse l'un de l'autre et se pénétrant, de manière à avoir le même axe vertical. Le feu se fait dans le cône intérieur, et la soupe remplit l'espace annulaire compris entre les deux surfaces coniques (*fig. 4, Pl. XXVII*). Dans ces appareils, qui sont portatifs, l'ébullition a lieu très-promptement, mais la chaleur est si forte dans le cône intérieur, que, malgré des précautions attentives, la soupe se brûle toujours en partie et contracte une saveur désagréable. On a fait à Metz, sur ce genre de cuisines, des essais qui n'ont pas été répétés.

**313.** *Fourneaux de cuisine des hôpitaux.* — La préparation des tisanes et des aliments variés nécessaires aux malades et aux convalescents, oblige à construire, dans les hôpitaux, des fourneaux un peu plus compliqués que ceux des casernes. L'addition la plus importante qu'ils reçoivent, est celle d'une ou plusieurs plaques en fonte, dites *plaques allemandes*, placées directement au-dessus du foyer. Ces plaques offrent, à leur surface, tous les degrés de chaleur, depuis le rouge vif jusqu'à la température d'un four, en sorte qu'on peut y faire griller des viandes et y préparer en même temps des mets de toute espèce. En quittant ces plaques, l'air chaud va entourer des marmites à ébullition, et, enfin, avant de se rendre dans la cheminée, il sert encore à échauffer l'eau nécessaire à l'alimentation des chaudières et au lavage de la vaisselle, et quelquefois même à la préparation des bains. Ordin-

nairement, des foyers particuliers sont disposés de manière que l'on peut chauffer les marmites et le réservoir d'eau chaude indépendamment du foyer principal. La *fig. 5, Pl. XXVII*, est le plan, et les *fig. 6, 7 et 8* les élévations extérieures d'un appareil de ce genre; AA' est une plaque en fonte qui recouvre la partie antérieure du fourneau; B et C sont des marmites; en D se trouve un réservoir d'eau chaude.

## DES FOURS DE BOULANGERIE.

**314. Des fours de boulangerie.** — Un *four* est une construction en maçonnerie, destinée à la cuisson du pain; on donne aussi ce nom à la partie principale de l'appareil, qui est une cavité circulaire ou elliptique, recouverte par une calotte sphéroïde très-aplatie (*fig. 10' et 10'', Pl. XXVII*).

L'ouverture de cette cavité est la *bouche* du four, dont le seuil est à 1<sup>m</sup>, 10 environ du sol; on lui donne 0<sup>m</sup>, 50 de hauteur et 0<sup>m</sup>, 60 de largeur. Elle est entourée de pierres de taille, renforcée par un ou deux cadres en fer forgé et fermée par un *bouchoir* en tôle.

L'âtre du four est la surface plane sur laquelle sont disposés les pains pour la cuisson. Diverses expériences ont conduit à penser que la figure du plan de l'âtre peut être un rectangle, et la voûte du four un cylindre, sans que la cuisson du pain en souffre sensiblement. Toutefois les fours circulaires se chauffent plus également que les autres, et ils exigent un peu moins de combustible. On n'en fait guère d'autres dans les manutentions des places de l'intérieur. En campagne, on préfère quelquefois les fours cylindriques, parce que leur construction est moins délicate et plus expéditive. (*Voir le n° 5 du Mémorial du Génie*, page 143.)

La capacité des fours militaires se règle sur le nombre de rations qu'ils doivent contenir. Un pain de deux rations a environ 0<sup>m</sup>, 22 de diamètre; d'où il résulte qu'il faut à peu près 1 mètre carré d'âtre pour recevoir vingt pains ou quarante rations.

Le Règlement sur le service des vivres, de 1827, détermine ainsi qu'il suit les diamètres des fours, d'après leur capacité, en nombres de rations:

Profondeur du four.....	1 <sup>m</sup> , 95	2 <sup>m</sup> , 27	2 <sup>m</sup> , 60	3 <sup>m</sup> , 08	3 <sup>m</sup> , 57	3 <sup>m</sup> , 90	4 <sup>m</sup> , 06	4 <sup>m</sup> , 22
Nombre de rations.....	100	140	190	280	380	460	500	550

La largeur du four est, en général, de  $\frac{1}{2}$  moindre que sa profondeur (*Journal militaire*, 2<sup>e</sup> semestre, 1847).

Pour tracer un âtre de four (*fig. 11, Pl. XXVII*), A étant supposé le point marqué sur le mur de face pour être le milieu de la bouche, on mène

à la direction de ce mur une perpendiculaire AB égale à la profondeur du four; on porte de B en E la moitié du petit diamètre ou de la largeur, et, du point E comme centre, on décrit la demi-circonférence BDC; ensuite, de part et d'autre du point A, on porte 0<sup>m</sup>,30 sur la direction du mur de face, en F et en G : F et G limitent l'ouverture de la bouche; on mène FH et GI parallèles à AB sur une longueur de 0<sup>m</sup>,30 : c'est l'épaisseur du mur à la bouche; on raccorde enfin les points C et H d'une part, et D et I de l'autre, par des arcs de cercle qui ont leurs centres sur le petit diamètre CD.

L'âtre, pour la facilité de la manœuvre des pains, doit avoir une pente de 0<sup>m</sup>,16 à 0<sup>m</sup>,19 du fond du four à la bouche. Il est pavé en briques ou en grands carreaux bien cuits et réfractaires, posés à sec sur un lit de sable de 0<sup>m</sup>,16 d'épaisseur, et dont les joints sont coulés en ciment clair ou en terre grasse délayée avec de l'eau. Ce pavé achevé, on le frotte avec une brique et du sable, pour le rendre parfaitement uni.

Au-dessous de l'âtre est un espace vide que l'on nomme le *cendrier*, et dans lequel les boulanger étouffent la braise qui sort du four.

La voûte est très-surbaisée (*fig. 10, 10', 10'', Pl. XXVII*); son point le plus haut n'est, dans les grands fours de cinq cents rations, élevé que de 0<sup>m</sup>,60 au-dessus de l'âtre: ses naissances sont vers le fond à 0<sup>m</sup>,12 de l'âtre, et remontent vers la bouche, jusqu'à la hauteur de cette dernière. On la construit sur six cintres, portant au centre sur un piquet en bois (*fig. 11*), posé lui-même sur un morceau de planche recouvrant une ou deux briques. La position des cintres est celle-ci: un dans l'alignement de chacun des diamètres, quatre autres partageant les intervalles entre les précédents.

La pose des cintres étant achevée, les maçons commencent la voûte, qui se fait ordinairement en briques; ils doivent mettre beaucoup d'attention à faire toucher les briques contre les cintres, et, pour cela, placer derrière chaque rang, des morceaux taillés en coin, de manière que le joint se trouve perpendiculaire à la surface de douelle.

Tant que la brique n'est pas inclinée sous un angle de 60 degrés avec l'horizon, elle reste, par la simple adhésion du mortier, dans la position que lui a donnée le maçon; au delà de cet angle, elle glisse, si elle est mouillée: alors, pour ne pas trop multiplier les cintres, on est obligé de soutenir, dans leurs intervalles, quelques briques par des supports.

Le mortier dont on se sert dans la construction de la voûte n'est que de la terre grasse délayée avec de l'eau: pour lui donner plus de corps, on y mélange de la paille hachée.

On donne à la voûte une longueur de brique et demie d'épaisseur, en fai-

sant d'abord une calotte en briques debout, et une seconde en briques posées de long. On doit avoir l'attention particulière de régler les assises de la voûte, de manière que chaque rang vienne se terminer en pointe sur le grand axe, du côté de la bouche. On parvient ainsi à fermer la voûte avec une brique entière placée suivant le grand axe; on la chasse à coups de marteau, en la contre-cognant par des morceaux de briques ou de tuiles; on enduit le tout avec de la terre grasse, et l'on recouvre la voûte par une couche de sable de 0<sup>m</sup>, 33 d'épaisseur.

On appelle *houras* les entrées de petits conduits qui, partant du fond du four, ramènent, par-dessus la voûte, la fumée dans une cheminée dont la hotte est en saillie de 0<sup>m</sup>, 50 sur le mur de face; ils servent à exciter le feu dans telle ou telle partie du four, par les courants d'air qu'ils déterminent quand on les ouvre, et contribuent ainsi à rendre le chauffage égal. Quand la construction de la voûte est assez avancée pour qu'il y ait 0<sup>m</sup>, 60 de distance horizontale entre le fond du four et le rang de briques qu'on pose, on trace les *houras*, de manière que le premier soit en face de la bouche, et les deux autres à égale distance entre le premier et le petit diamètre. On leur donne une demi-brique de largeur en tous sens.

Entre les bouches de deux fours voisins, on établit une chaudière servant au chauffage de l'eau. La fumée est conduite dans la cheminée la plus proche par un canal dévoyé. (*Voir*, sur la construction des fours, un très-bon Mémoire du colonel Finot, n° 5 du *Mémorial du Génie*.)

**315.** *Perfectionnements apportés dans la construction des fours. — Fours aréothermes.* — Dans le mode actuel de construction et de chauffage des fours, il y a évidemment une grande quantité de chaleur emportée par l'air qui, après avoir servi à la combustion, se rend directement dans la cheminée. De plus, le bois est le seul combustible que l'on puisse employer dans les fours ordinaires, et c'est aussi le plus cher. Il y avait donc deux perfectionnements à apporter aux fours actuels : utiliser la chaleur de l'air brûlé, et y adapter des appareils qui permettent d'en chauffer l'intérieur en se servant du charbon de terre.

Un grand nombre d'inventions, dirigées vers ce double but, ont été essayées sans obtenir un succès complet. La plus remarquable de toutes était le four *Mouchot*, dont on trouve une description à l'article *PAIN* du *Dictionnaire des Arts et Manufactures*, de 1847. Dans cet appareil, la fumée, circulant au-dessous de l'âtre du four, échauffait de l'air qui, pris au dehors, allait, après avoir acquis une certaine température, chauffer l'intérieur du four. Le combustible employé était du charbon de terre, dont la com-

bustion ne dépassait pas le terme nécessaire pour sa conversion en coke; en sorte que sa valeur vénale n'était pas sensiblement diminuée. Ainsi, dans le four Mouchot, le calorique de l'air brûlé devait être non-seulement utilisé le mieux possible, mais encore obtenu presque sans dépense. Il paraît cependant que ce système est aujourd'hui abandonné. Nous nous abstiendrons de citer ici d'autres appareils du même genre qui n'ont pas mieux réussi. Le défaut commun à presque tous, c'est la manière indirecte dont la chaleur du foyer est transmise à l'intérieur du four. Il en résulte une grande difficulté d'élever l'air à une assez haute température pour que toutes les parties du four soient suffisamment échauffées; et, en même temps, dans les points de la sole que cet air touche en arrivant, la chaleur devient trop intense pour une bonne cuisson du pain; de telle sorte que le brigadier boulanger qui dirige la marche du feu, peut bien difficilement éviter ou de brûler le pain, ou de le cuire incomplètement.

Les deux seuls fours perfectionnés dont l'administration ait adopté l'usage sont dus, l'un à M. l'Espinasse, ancien garde du Génie à Paris; l'autre à M. Granier, aujourd'hui chef de bataillon du Génie à Montpellier.

Le *four l'Espinasse* (*fig. 5, 6, 7 et 8, Pl. XXVIII*) se chauffe, à la manière ordinaire, par la combustion du bois sur la sole; et voici en quoi il se distingue des anciens fours: l'air nécessaire à la combustion du bois est pris à l'intérieur de la boulangerie, il est appelé par deux bouches B, B' (*fig. 6 et 8*), qui sont les orifices de deux tuyaux isolés de circulation établis sous la partie de la sole où la combustion du bois est la plus rapide, et qui s'échauffe presque toujours plus qu'il n'est nécessaire. Cet air, élevé déjà à une certaine température, se rend dans l'intérieur du four par deux bouches disposées latéralement en c et c' (*fig. 7*). Après avoir servi à la combustion, il sort par deux hours h, h' (*fig. 6*), et arrive au-dessus de la voûte du four dans un système de conduits k, k' (*fig. 5*) qu'il est obligé de parcourir avant de gagner la cheminée II (*fig. 6*); il s'y refroidit au profit de la chapelle. Celle-ci est donc mieux chauffée que dans les anciens fours, tandis que la sole l'est moins, et qu'en somme la chaleur est mieux répartie. L'emploi de ce dispositif a eu pour résultat une économie d'environ deux cinquièmes du combustible employé auparavant à la cuisson du pain. Au mérite de l'économie du combustible, le système du four l'Espinasse joint celui de pouvoir s'adapter, facilement et à peu de frais, aux fours existants.

Le *four Granier* est l'application, aux fours des manutentions, du mode de chauffage employé dans les fours à réverbère. L'appareil se compose d'un fourneau à houille B (*fig. 1, 2, 3 et 4, Pl. XXVIII*) établi, pour ne pas

gêner l'enfournement du pain, à côté et à une petite distance de la bouche du four A. Le foyer de ce fourneau a 0<sup>m</sup>,74 de longueur, y compris la bouche, 0<sup>m</sup>,36 de largeur et 0<sup>m</sup>,55 de hauteur. Il est séparé du cendrier par une grille qui se trouve à 0<sup>m</sup>,23 en contre-bas de l'âtre du four, et recouvert par une petite voûte en arc de cercle de 0<sup>m</sup>,05 de flèche. Il est construit en briques réfractaires et consolidé par une membrure en fer. Les bouches du foyer et du cendrier sont revêtues de plaques de fonte ; les portes sont en fer forgé. C'est sur ce foyer que le boulanger place, en une fois, toute la charge de houille destinée à chauffer le four. L'air brûlé ou échauffé par son passage à travers le foyer se répand dans le four et s'échappe par un houra D placé au niveau de l'âtre, à l'extrémité opposée du diamètre sur lequel le fourneau à houille est établi. Cette ouverture, qui est de 0<sup>m</sup>,25 sur 0<sup>m</sup>,25, donne, à l'air chaud, accès dans un conduit L de même section, qui va en biais rejoindre la cheminée G.

Pendant la durée du chauffage du four, la communication de la hotte H avec la cheminée G est interrompue par la fermeture d'une porte placée en H. Mais lorsque le four est assez chaud, cette porte se rouvre et donne passage à la fumée. En même temps, une autre porte tournant en E autour d'un axe horizontal, s'abaisse et ferme la communication du four avec le conduit du houra. Cette dernière porte se manœuvre par une ouverture pratiquée à la partie postérieure du four en p.

On comprend bien que le point sur lequel débouche l'air chaud du foyer possède une température supérieure à celle du reste de l'âtre. Pour modérer l'échauffement de cette partie, le boulanger a soin, avant d'allumer le feu, de la couvrir d'une couche de cendres de 0<sup>m</sup>,01 d'épaisseur et de 0<sup>m</sup>,60 de largeur environ. De plus, avant d'enfourner, il place sur l'âtre, devant la bouche du fourneau, un écran cylindrique en tôle de 0<sup>m</sup>,20 de hauteur et 0<sup>m</sup>,08 d'épaisseur, rempli de cendres froides. Cet écran intercepte non-seulement le courant d'air chaud qui pourrait encore affluer du foyer, mais aussi le rayonnement de la maçonnerie du fourneau qui est porté pendant le chauffage à une température très-supérieure à celle qui convient à la bonne cuisson du pain.

Après une suspension de travail de quinze heures, le premier réchauffage du four demande environ quarante minutes ; quinze minutes suffisent pour les autres. Le combustible nécessaire pour la cuisson d'une fournée de quatre cents rations n'est que de 25 kilogrammes de houille, et 1<sup>k</sup>,50 de bois pour l'allumage. Une partie de cette houille est revendue à l'état de coke. Avant l'établissement de l'appareil, le four consommait par fournée 84 kilogrammes

de bois. L'économie en argent résultant du nouveau système est d'environ moitié de la dépense ancienne.

**316.** *Des fours provisoires.* — Une troupe, en campagne, peut se trouver isolée des magasins, et obligée de pourvoir elle-même à sa subsistance pendant quelques jours. C'est pour les préparer à cette éventualité, que l'on exerce les troupes du Génie à pratiquer des fours en terre, en torchis, en gazons, et même en bois. Ce genre de travaux s'éloigne trop de notre sujet principal, et demande lui-même des développements trop étendus, pour que nous entreprenions d'en parler. Nous nous contenterons de renvoyer, pour cet objet, au texte des *Conférences à l'École régimentaire du Génie, de Metz*, rédigé par M. le chef de bataillon Picot, commandant l'École, 2<sup>e</sup> partie, *Fours militaires* (Metz, 1831), et à un Mémoire de M. le chef de bataillon du Génie Dautheville, inséré au n° 13 du *Mémorial du Génie*.

Nous nous bornerons également à mentionner les fours en fer portatifs, qui, transportés à la suite des armées, donnent le moyen d'établir, avec la plus grande promptitude, des manutentions provisoires dont le service, par la régularité et la qualité des produits, est à peu près aussi satisfaisant que celui des manutentions permanentes. Le *Mémorial du Génie*, n° 5, page 176, contient la description d'un de ces fours, construit pour la campagne de Russie, en 1812, d'après les idées du général Haxo. D'autres fours en fer, de l'invention de M. le général Thuilier, décrits dans le n° 11 du même *Mémorial*, furent employés pendant la campagne d'Alger, en 1830. Ces deux fours sont en feuilles de tôle appliquées sur une carcasse en fer forgé. Le premier contenait cent quarante rations, le deuxième cent soixante. M. l'intendant militaire Dufour en avait employé, en Russie et à Riga, de la capacité de cinq cents rations, composés d'une enveloppe et d'une couverture en feuilles de tôle suspendues par le dehors à une chèvre à trois pieds. Ces fours, remarquables par la simplicité de leur construction et la facilité avec laquelle ils se montent et se démontent, ont été essayés de nouveau à Metz, avec succès, en 1832, puis employés dans la deuxième expédition de Constantine, en 1836, à Mzez-Ammar. Il a existé longtemps, dans divers postes de l'armée d'Afrique, plusieurs manutentions desservies par ces fours. On en trouvera la description dans le n° 11 du *Mémorial du Génie*, page 159.

APPAREILS DE CHAUFFAGE ET DE VENTILATION.

**317.** *Objet des appareils de ventilation et de chauffage.* — Renouveler l'air d'une pièce habitée ou d'une usine, et maintenir en même temps son

atmosphère à une température convenable, telle est la double condition à laquelle doivent satisfaire les appareils de chauffage et de ventilation. Le plus souvent les deux résultats sont obtenus par des moyens distincts l'un de l'autre; quelquefois, et cela vaut mieux, les deux systèmes n'en font qu'un. Dans le premier cas, la ventilation s'opère par l'introduction d'une certaine quantité d'air froid, et le chauffage s'obtient par l'action d'un poêle ou d'une cheminée, ou par l'arrivée d'un courant d'air très-chaud qui se mêle à de l'air froid appelé d'autre part; dans le second, l'air, ayant d'être introduit dans la pièce, est préalablement chauffé à une température modérée. Ce dernier système produit plus sûrement que le précédent une chaleur douce et uniforme. Nous entrerons bientôt dans plus de détails à ce sujet; occupons-nous d'abord spécialement de ce qui a rapport à la ventilation.

**318.** *Ventilation par l'air froid.* — Dans les appartements d'habitation ordinaires, la ventilation s'opère, durant les temps froids, tout naturellement et sans appareils. La combustion des foyers qui y sont allumés attire dans les cheminées ou dans les poèles une quantité d'air suffisante au renouvellement de l'atmosphère: cet air est fourni, soit par les joints et fissures qui existent autour des portes et des croisées, soit par leur ouverture qui a lieu de temps à autre. Cependant, si l'appartement est bien clos, on ne tarde pas à s'apercevoir que cette ventilation naturelle est insuffisante; les foyers languissent, faute d'air: il se produit de la fumée, et l'atmosphère de la pièce devient lourde et étouffante. On remédie à cet état de choses en pratiquant sous le plancher des conduits qui prennent de l'air à l'extérieur et l'amènent soit dans le foyer lui-même, soit dans quelques parties de la pièce où cet air débouche en filets minces, afin que, se mêlant promptement à l'atmosphère, il ne produise pas un courant trop incommodé, ce qui est toutefois difficile à éviter.

**319.** *Des cheminées d'appel.* — Quelquefois aussi les poèles ou les cheminées qui chauffent une salle ne suffisent pas à attirer toute la quantité d'air qu'il faut évacuer, dans un temps donné, pour maintenir l'atmosphère à l'état de pureté convenable. On est obligé alors de pratiquer dans les parois de l'appartement des ouvertures par où l'on fait arriver de l'air pur en appelant au dehors l'air vicié. On a journellement sous les yeux un exemple de ce dispositif dans les théâtres, où la chaleur développée par les becs de lampes du lustre produit, dans la cheminée qui le surmonte, un tirage assez actif pour que l'air afflue vers cette ouverture de tous les points de la salle. Pour remplacer cet air qui s'échappe, on en puise à l'extérieur, ou, mieux encore,

dans les corridors intérieurs, et on le fait filtrer dans la salle par un grand nombre d'ouvertures, très-minces et pour ainsi dire imperceptibles, pratiquées au plafond des loges.

Lorsque les localités que l'on veut ventiler ne présentent pas, par elles-mêmes, un dispositif convenable pour un actif renouvellement de l'air, on est dans l'obligation d'établir des *cheminées d'appel*. Quoiqu'au fond ces appareils se réduisent tous à un tuyau dans lequel on produit de la chaleur pour y appeler un courant d'air, cependant ils sont susceptibles d'un assez grand nombre de dispositions différentes, dont nous allons mentionner les principales.

a. *Cheminée d'appel dans laquelle l'air est brûlé en partie.* — Une cheminée ordinaire, un poêle chauffé au bois ou à la houille, un fourneau quelconque, placé dans le local même à ventiler, peuvent servir de cheminée d'appel. L'air appelé est alors brûlé en tout et en partie; et comme nous supposons ici que le feu n'est allumé que pour produire la ventilation, il est clair que le dispositif le plus économique ne serait pas celui dans lequel tout l'air serait brûlé; en sorte qu'une cheminée simple vaudra mieux qu'un poêle ou un fourneau qui n'admettrait l'air que par-dessous la grille du foyer, à moins que celle-ci n'ait de très-grandes dimensions relativement à la quantité de combustible qui y est placée.

Lorsque la quantité d'air à évacuer en peu de temps est très-considérable, on ne pourrait pas, sans dépenser beaucoup de combustible et sans éléver outre mesure la température du local à ventiler, placer à l'intérieur la cheminée d'appel; on la transporte alors au dehors, et on la compose d'un foyer avec son tuyau, dans lequel vient déboucher un conduit communiquant par l'autre extrémité avec la pièce dont on veut renouveler l'air.

Dans ces dernières années, en employant des foyers bien fermés, on est parvenu à faire remplir les fonctions de cheminée d'appel aux fourneaux des chaudières à eau ou à vapeur des appareils de chauffage (*voir ci-après le n° 525*). Cette ingénieuse disposition produit une grande économie sur le combustible dans les édifices publics, où les cheminées employées à l'appel de l'air ne sont pas disposées, comme cela a lieu dans les établissements industriels, de manière à rendre en même temps d'autres services.

On peut aussi faire servir à la ventilation les appareils d'éclairage. Nous avons déjà cité les services que rendent pour cet objet les lustres des théâtres.

Pour des appels d'air moins importants, la cheminée peut se réduire à un tuyau dans lequel on enferme une lampe. Ce genre de cheminée est

très-usité dans les maisons particulières et à loyer pour ventiler les fosses d'aisances.

*b. Cheminées d'appel dans lesquelles l'air appelé n'est pas brûlé.* — Quand les gaz que l'on veut appeler dans la cheminée sont méphitiques ou délétères, on ne peut pas s'en servir pour alimenter la combustion d'un foyer. Dans ce cas, on opère la ventilation au moyen d'un tuyau fermé qui, partant du local à ventiler, vient déboucher dans une cheminée, où il s'échauffe par le contact de l'air brûlé qui l'enveloppe. La différence qui s'établit entre la température de la partie supérieure du tuyau et celle de la partie inférieure, donne naissance à un courant ascensionnel.

Quelquefois aussi on se contente d'échauffer la cheminée d'appel par le contact d'un corps chaud. Par exemple, on adosse le conduit des gaz au tuyau d'une cheminée dont on ne le sépare que par une paroi mince en tôle ou en fonte; ou bien, on fait passer dans le conduit ventilateur le tuyau d'un poêle ou d'un fourneau; ou bien enfin, on établit à l'orifice supérieur du tuyau de ventilation un appareil dans lequel on fait condenser de la vapeur: ce dernier moyen était employé pour ventiler l'ancienne chambre des Communes en Angleterre.

Après cette courte nomenclature des différents systèmes des cheminées d'appel, nous allons donner des nombres qui serviront à faire apprécier les effets qu'elles doivent produire.

**320. Tableau des quantités d'air viciées par la respiration et la transpiration cutanée et par les appareils d'éclairage.**

CAUSES D'ALTÉRATION DE L'AIR.	QUANTITÉ D'AIR VICIÉ EN MÈTRES CUBES.
Chandelle de 6 brûlant 11 grammes de suif à l'heure.....	0,340 <sup>me</sup> par heure.
Bougie brûlant 13 grammes de cire par heure.....	0,445 <i>idem.</i>
Lampe gros bec à courant d'air, brûlant 42 grammes d'huile par heure.....	1,680 <i>idem.</i>
Respiration d'un homme par heure.....	0,787 (pour que l'air ne passe qu'une fois dans les poumons).
Transpiration cutanée évaluée à 80 grammes par heure.....	6,015 (c'est la quantité d'air qui est saturée à 15 degrés par 80 grammes de vapeur).

Nous y ajouterons la quantité de chaleur développée par les appareils d'éclairage, ce qui peut être utile à connaître :

NATURE DU COMBUSTIBLE.	UNITÉS DE CHALEUR PRODUITES PAR LA COMBUSTION de 1 kilogramme.
Hydrogène carboné.....	unités 6600,00
Huile de colza.....	9300,00
Suif.....	7500,00
Cire.....	10000,00

**321. Des calorifères.** — On distingue trois sortes de calorifères : les calorifères à air chaud, les calorifères à vapeur et les calorifères à eau chaude.

Considérés d'une manière générale, ils se réduisent tous à des tuyaux ou à des vases en poterie et en métal, dans lesquels on fait circuler de l'air chaud, de la vapeur ou de l'eau chaude qui porte leurs parois à une température plus ou moins élevée : ces parois échauffées rayonnent et échauffent à leur tour l'air ambiant.

Les calorifères, quels qu'ils soient, peuvent, ou bien être placés dans le local même à échauffer, ou bien être renfermés dans un local particulier d'où l'air chaud se distribue dans diverses pièces.

Dans ce dernier cas, il faut encore en distinguer deux autres. En effet, l'air chaud peut être envoyé à une haute température dans les locaux à échauffer pour s'y mélanger avec leur atmosphère, ou bien encore, le mélange d'air chaud et d'air frais peut être fait d'avance, de sorte qu'il n'arrive dans les pièces à desservir que de l'air à une température convenable. Ainsi que nous l'avons dit déjà, cette dernière méthode d'opérer est la meilleure ; mais elle exige la combinaison et l'existence simultanée d'un système de chauffage et d'un système de ventilation.

**322. Des calorifères à air chaud.** — C'est surtout aux calorifères à air chaud que s'appliquent les distinctions qui précédent ; aussi aurons-nous à considérer trois espèces de ces appareils :

*a. Des poèles.* — Les premiers sont ceux qui sont immédiatement placés dans les pièces à échauffer, et auxquels on donne vulgairement le nom de *poèles*.

Les poèles grossiers ne sont que des vases en métal ou en terre cuite, dans lesquels on fait brûler un combustible quelconque. Ils échauffent l'air ambiant par le contact et par le rayonnement de leur surface extérieure et de celle du tuyau qui conduit leur fumée au dehors.

Quoique le calorique dégagé par la combustion y soit mieux utilisé que dans les cheminées, cependant il y en a encore beaucoup de perdu par suite de la haute température à laquelle la fumée s'échappe. Il n'est pas rare de voir les tuyaux rougir, même à une certaine distance du foyer, ce qui indique une température de 8 à 900 degrés, tandis que 150 degrés au plus suffiraient.

*b. Des poèles à circulation de fumée et à circulation d'air frais dans les conduits de fumée.* — On a donc dû chercher à enlever à l'air brûlé le calorique qu'il emporte en pure perte, et c'est à quoi l'on parvient, soit en forçant la fumée à circuler dans la masse du fourneau et à s'y refroidir au degré convenable, soit en faisant marcher, en sens contraire du chemin qu'elle parcourt, des tuyaux remplis d'air frais puisé à l'extérieur. Cet air, échauffé aux dépens de la fumée, se répand dans la pièce par des bouches de chaleur, et sert ainsi à la fois au chauffage et à la ventilation (*fig. 18 et 18', Pl. XXIV*). Les poèles organisés d'après ces principes sont les seuls qui méritent le nom de *calorifères*.

On estime qu'un poèle en fonte ou en tôle, présentant une surface de chauffe de 1 mètre carré, suffit pour maintenir à 15 degrés la température d'une salle de 100 mètres cubes de capacité.

Les poèles calorifères sont très nombreux; on peut lire dans le *Traité de la Chaleur* de M. Péclat, tome II, pages 385 et suivantes; dans le *Dictionnaire des Arts et Manufactures* de 1847, à l'article *CHAUFFAGE*, la description des plus perfectionnés d'entre ces appareils, qui sont, au reste, généralement connus. Nous nous bornerons ici à la description d'un poèle dit *poèle russe*, parce que cet appareil nous paraît susceptible d'être avantageusement employé dans le chauffage des bâtiments militaires, et que nous n'avons trouvé nulle part sur son usage des renseignements aussi précis que ceux que nous possédons, grâce à l'obligeance de M. le lieutenant-colonel du Génie Mondésir.

*c. Poèle russe en briques.* — Les Russes, pendant les années d'occupation qui suivirent 1815, ayant eu à établir des hôpitaux dans les places du nord de la France, jugèrent très-défectueux nos appareils de chauffage, et les remplacèrent par d'autres qui sont fort en usage dans leur pays.

Ces poèles consistent en un massif de briques dans lequel est pratiquée une cavité cylindrique servant de foyer pour brûler du bois A (*fig. 16, 16', 16'' et 16'''*, *Pl. XXIV*). La fumée en sort par une ouverture B (*fig. 1, 2 et 9*), qui est l'orifice d'un conduit de circulation par lequel elle se dirige dans la masse du fourneau, pour aller s'échapper par un tuyau vertical C de dégagement. Ce tuyau porte en D un registre qui sert à le fermer à volonté.

La construction de ces appareils est, comme on le voit, aussi simple que

peu dispendieuse. Leur plus ou moins bon usage dépend presque entièrement de l'intelligence et du soin apportés à la conduite du feu.

La marche à suivre consiste à allumer d'abord dans le foyer un feu vif et clair, afin de décider l'établissement du courant d'air dans les circuits horizontaux, ensuite d'augmenter le plus rapidement qu'on peut l'intensité du feu, et de remplir le foyer de combustible dont on accélère la carbonisation. Aussitôt qu'elle est opérée, et qu'il ne paraît plus de fumée au-dessus des charbons, on ferme le registre qui bouche le tuyau de dégagement C; en même temps, on ouvre une porte latérale E pratiquée à la partie inférieure du même tuyau : alors l'air, échauffé par son passage sur les charbons incandescents, se répand dans l'intérieur de la salle, en même temps que la masse de briques, qui constitue le poêle, contribue par son rayonnement à échauffer l'air qui vient sans cesse se renouveler autour d'elle.

Il paraît qu'en faisant du feu pendant deux heures dans un de ces poèles, on lui communique un degré de chaleur qui reste sensible pendant vingt-quatre heures et plus, et qu'on obtient par leur usage une chaleur douce, soutenue, et une grande économie sur la dépense en combustible des poèles ordinaires.

Ce système n'est, comme on le voit, disposé que pour l'usage du bois; mais, au moyen de quelques modifications, on peut le rendre propre à brûler de la houille, en le disposant comme l'indiquent les *fig. 12, 13, 14 et 15, Pl. XXVII.*

Le poêle modifié se composerait, comme le précédent, d'un foyer avec des tuyaux de circulation de fumée pratiqués dans un massif de briques; mais le foyer serait à grille, et il s'y trouverait un conduit dans lequel de l'air puisé à l'extérieur marcherait en sens contraire de la fumée et se rendrait dans une galerie entourant le poêle à 1<sup>m</sup>,20 de hauteur environ, pour passer de là dans la salle par des bouches de chaleur. Dans les *fig. 12, 13, 14 et 15, Pl. XXVII*, le courant de fumée est indiqué par des flèches simples, et le courant d'air par des flèches doubles. Ainsi modifié, le poêle donnerait de la chaleur dès les premiers moments de la combustion. Un registre placé à la base du tuyau de fumée, comme dans le premier système, permettrait d'arrêter le dégagement de l'air chaud fourni par le foyer, aussitôt que l'on jugerait qu'il n'y a plus à craindre que la fumée et la mauvaise odeur qu'elle entraîne puissent se répandre dans la salle.

*d. Des calorifères à air chaud qui portent l'air à une haute température.*  
— On réserve spécialement le nom de *calorifères à air chaud* pour des appareils placés dans des caves plus ou moins grandes, où ils échauffent, à une

température très élevée, de l'air qui, de là, se rend dans les appartements par des conduits aboutissant à des bouches de chaleur.

Ils se composent tous d'un foyer surmonté d'un poêle métallique avec des tuyaux de diverse forme, disposés pour faire circuler la fumée dans la chambre à air, et pour ne la laisser échapper que lorsqu'il y aurait de l'inconvénient à la refroidir davantage.

Leur disposition doit être basée sur les deux principes suivants :

1<sup>o</sup>. La perte de chaleur qu'éprouve un corps chaud, soit par le contact, soit par le rayonnement, est proportionnel à l'excès de sa température sur celle des corps qui l'environnent; par conséquent, il faut toujours mettre la partie la plus froide de l'air à échauffer en contact avec l'extrémité la plus refroidie de l'appareil, ou, en d'autres termes, il faut faire marcher l'air appelé dans le calorifère, dans une direction contraire à celle de la fumée.

2<sup>o</sup>. Puisque la fumée d'un appareil de combustion l'abandonne nécessairement à la température que cet appareil conserve, il est moins avantageux de chauffer une petite quantité d'air jusqu'à une haute température, que d'amener une grande masse d'air à une température moyenne. On doit donc faire en sorte que les extrémités de l'appareil ne conservent que la chaleur nécessaire à l'ascension de la fumée.

Les *fig. 9 et 10, Pl. XXVIII*, donnent une idée d'un calorifère à circulation de fumée dans l'air frais : ce calorifère est en tôle; la fumée, en s'échappant du foyer *a*, monte d'abord verticalement dans le tuyau *bb*, jusqu'au sommet de la chambre à air ou étuve *mm*; là, ce tuyau se partage en deux branches qui débouchent dans deux caisses en tôle formées par l'assemblage d'une série de cylindres horizontaux, empilés les uns au-dessus des autres *cc* et communiquant entre eux. En passant d'un cylindre à l'autre, les particules de fumée se mélangent entre elles, et se trouvent toutes successivement en contact avec les surfaces refroidissantes : la fumée descend ainsi jusqu'au cylindre inférieur, d'où elle s'échappe par des ouvertures latérales *dd* pour se rendre dans une cheminée voisine.

L'air frais arrive dans l'étuve, d'une part, par des ventouses *vv* pratiquées près du sol, et, d'autre part, par les orifices *ee* dans un serpentin placé à l'intérieur des cylindres; il débouche dans l'étuve à la partie supérieure, après s'être échauffé dans le serpentin par le contact de la fumée et par le rayonnement des parois des cylindres.

L'air chaud s'échappe de l'étuve par une ouverture *O* (*fig. 10*) pour se rendre dans les conduits qui aboutissent aux bouches de chaleur ouvertes dans les appartements à chauffer.

Cet appareil est un exemple choisi entre mille autres que nous aurions pu décrire; il suffit pour faire comprendre le système dans lequel tous les appareils de même nature sont construits avec des combinaisons en apparence très-différentes, mais qui toutes se valent l'une l'autre à peu près.

Il y a un certain nombre de remarques utiles à faire sur ce calorifère.

Il est plus avantageux de faire circuler l'air à échauffer dans des tuyaux entourés de l'air brûlé, que d'adopter la disposition contraire, et cela à cause du rayonnement des parois intérieures des tuyaux, qui est mieux utilisé dans la première disposition que dans la seconde. Le foyer où se fait la combustion ne doit pas être en métal, mais bien en briques sur toute la hauteur nécessaire pour que l'air ne soit jamais en contact avec de la tôle ou de la fonte fortement rougie. Tout le monde connaît la mauvaise odeur que contracte l'air en passant sur des surfaces métalliques chauffées au rouge.

La capacité de l'air pour la vapeur augmente beaucoup avec sa température, en sorte qu'un air chaud, non saturé d'humidité, dessèche fortement les objets avec lesquels il est mis en contact : de là l'influence fâcheuse qu'il exerce sur les organes des plantes et sur les poumons des êtres animés qui le respirent. Pour éviter les inconvénients qu'il peut produire, il faut disposer sur le passage de l'air, à sa sortie du calorifère, des vases pleins d'eau, où il puisse prendre en passant une partie de la vapeur nécessaire à sa saturation. La capacité de ces vases doit être calculée à raison de 1 et  $\frac{1}{2}$  litre à 2 litres par 100 mètres cubes de la capacité du local à échauffer.

Les conduits d'admission de l'air frais doivent être très-larges; on ne risque rien d'admettre l'air extérieur en grande quantité dans le calorifère, puisqu'il n'en sort que lorsque sa température lui a communiqué une force ascensionnelle suffisante, et qu'en même temps, à moins qu'il ne soit appelé par un système puissant de ventilation artificielle, il ne se met en mouvement que lorsqu'il a acquis une température assez élevée.

Les conduits à air, à partir de l'étuve du calorifère, doivent avoir 0<sup>m</sup>,15 à 0<sup>m</sup>,16 de diamètre: on doit les envelopper de drap, ou d'autres matières aussi peu conductrices que possible, et faire en sorte d'éviter la plus légère fissure; leurs coudes doivent être soigneusement arrondis. Leur débouché est fermé par des registres à coulisse, qui permettent de modérer ou d'exciter à volonté l'affluence de l'air.

Lorsque l'étuve devra fournir de l'air chaud à des locaux éloignés l'un de l'autre, comme aux deux ailes d'un grand bâtiment, ou bien à deux étages différents, on fera bien de la partager en autant de compartiments distincts; autrement, on s'exposerait à voir l'air chaud abandonner la plupart des

conduits pour en suivre un plus favorisé que les autres par les conditions du tirage. Cette observation s'applique à tous les réservoirs à air chaud, quel que soit d'ailleurs leur mode de chauffage.

Dans le plus grand nombre des systèmes de ventilation, l'air chaud arrive au niveau du plancher, et il est évacué par des événets situés près du plafond. Il semblerait, au premier aperçu, que l'air chaud, s'élevant en vertu de sa légèreté spécifique, et traversant l'atmosphère de la pièce, doive se mêler intimement avec elle, et la réchauffer dans toutes ses parties; mais l'expérience démontre que les choses ne se passent pas ainsi. Il se forme, entre la bouche de chaleur qui verse l'air chaud dans la pièce et l'évent par lequel cet air s'échappe, un courant dont on peut suivre la trace avec un thermomètre: le reste de l'atmosphère de la pièce demeure étranger à ce mouvement, et à côté de parties très-chaudes, il y en a d'autres qui demeurent assez froides. Il est à remarquer, d'ailleurs, que ce mode de ventilation n'enlève point les parties d'air vicié par la respiration ou par les appareils d'éclairage. Le gaz acide carbonique, en particulier, à cause de sa pesanteur spécifique, descend près du plancher, en sorte que si la ventilation naturelle due à l'ouverture des portes ne vient pas renouveler les couches inférieures de l'atmosphère de la pièce, ces couches se vicent de plus en plus. Cependant, malgré ces inconvénients, on est bien obligé d'adopter ce mode de versement de l'air chaud dans la pièce, lorsqu'il n'y existe aucun appel assez énergique pour faire prendre à l'air une marche contraire à celle qu'il suit naturellement par l'effet de la pesanteur.

Mais s'il existe dans la pièce à échauffer un moyen suffisant d'appel, comme une cheminée ordinaire bien alimentée, ou, ce qui est mieux encore, une ventilation artificielle puissante, il ne faut pas hésiter à faire arriver l'air chaud à la partie supérieure de la pièce, et à lui donner issue au niveau du plancher. Dans sa descente, qui se fait lentement, il se mèle avec l'atmosphère et lui cède uniformément sa chaleur, en même temps qu'il chasse, dans les bouches des tuyaux d'appel, l'acide carbonique accumulé à la partie basse de la pièce.

Dans les appareils de ventilation les plus récemment construits, l'air est appelé hors des pièces à ventiler par le foyer même de l'appareil de chauffage. Nous donnerons tout à l'heure (n° 325) quelques détails sur un appareil auquel cette disposition a été appliquée.

Les praticiens calculent, comme il suit, les dimensions d'un calorifère à air chaud: ils admettent que 100 mètres cubes de logement habité exigent, dans les grands froids, pour être maintenus à 15 ou 18 degrés, 1500 calories

par heure; mais ils portent en même temps à moitié de la chaleur dégagée par le combustible celle qui est absorbée par la masse des fourneaux et des tuyaux de distribution : au lieu de 1 500 calories, ils en comptent donc 3 000. Enfin, ils estiment que le meilleur calorifère n'utilise que les trois quarts et même la moitié du calorique développé, et que le reste est emporté par l'air brûlé à sa sortie de l'appareil. Ils évaluent en conséquence à 3 000 calories seulement la quantité de chaleur développée par la combustion de 1 kilogramme de charbon, et, par suite, ils établissent le foyer des calorifères dans des proportions telles, que pour chaque centaine de mètres cubes d'espace à échauffer, ils puissent brûler 1 kilogramme de houille ou 2 kilogrammes de bois par heure; ce qui exige, d'après l'expérience,  $0^{m^q},5$  de grille,  $0^{m^q},2$  de section dans les tuyaux de fumée, et 2 mètres carrés de surface de chauffe mesurés sur les tuyaux qui circulent dans l'étuve ou réservoir d'air chaud.

e. *Utilisation de la chaleur de la fumée d'un fourneau chauffé à une haute température.* — Si dans une usine ou un atelier il se trouve des appareils quelconques où l'on opère à une très-haute température, on peut utiliser la fumée qui s'en échappe pour chauffer une ou plusieurs pièces de l'établissement.

On peut en voir un bel exemple à la Monnaie de Paris. Dans une des caves de cet établissement, au-dessous du grand escalier, M. d'Arcet, qui avait à faire construire un four à coke, a eu l'heureuse idée d'utiliser la chaleur perdue de ce four, pour organiser le chauffage de la grande salle du musée monétaire située immédiatement au-dessus. (37<sup>e</sup> année du *Bulletin de la Société d'Encouragement*, page 214.)

325. *Des calorifères à vapeur.* — Les calorifères à vapeur sont aussi simples que les calorifères à eau chaude : ils se composent d'une chaudière à vapeur ordinaire, et de tuyaux qui en partent pour aller parcourir les divers locaux que l'on veut échauffer. Ces tuyaux prennent le nom de *tuyaux de condensation*, parce que c'est en s'y condensant que la vapeur laisse échapper, au profit de l'air ambiant, le calorique latent qu'elle renferme. Très-souvent aussi, la condensation de la vapeur se fait dans des récipients à grande surface. Ces systèmes de chauffage sont très-puissants. On sait, en effet, que 1 kilogramme de vapeur, en se condensant, dégage environ 560 calories.

Toutes les chaudières qui servent à la génération de la vapeur peuvent être appliquées à un système de chauffage, pourvu qu'elles fonctionnent à basse pression. Cependant, elles doivent être disposées de manière à pouvoir, au premier moment de leur mise en feu, dépasser de quelques centimètres la

pression atmosphérique, afin de chasser l'air des appareils et de porter rapidement la vapeur aux points les plus éloignés.

Il peut arriver que le plus voisin des locaux à échauffer soit déjà à une certaine distance de la chaudière; dans ce cas, entre cette dernière et les tuyaux de condensation, on établit une autre espèce de tuyaux dits *de conduite*, qui doivent être entourés de matières aussi peu conductrices que possible. On les habille ordinairement d'une couche épaisse de lisière de drap. Il ne faut pas que leur diamètre soit trop petit, parce qu'il en résulterait un frottement capable d'arrêter la marche de la vapeur. Ce diamètre doit être en relation avec leur longueur: si la longueur est faible, le diamètre varie de  $0^m,04$  à  $0^m,054$ , et alors ils peuvent être en fer creux étiré au laminoir, sans soudure; si, au contraire, la longueur est très-considerable, comme 150 à 200 mètres, on leur donne jusqu'à  $0^m,10$  et  $0^m,11$  de diamètre, et on les fait en cuivre.

Les tuyaux de condensation ont un diamètre plus grand, environ  $0^m,16$  à  $0^m,20$  extérieurement; on les fait en cuivre de  $0^m,002$  à  $0^m,003$  d'épaisseur, ou en fonte de  $0^m,017$ .

Dans l'établissement de ces diverses espèces de tuyaux, il faut, pour prévenir les ruptures qu'amènerait infailliblement une dilatation contrariée, prendre des précautions dont les détails sont trop purement techniques pour trouver place ici. On consultera avec fruit, sur ce sujet, le *Traité de la Chaleur* de M. Péclet, et l'article *CHAUFFAGE* du *Dictionnaire des Arts et Manufactures* de 1847.

### 324. Différentes dispositions pour les appareils à condensation de la vapeur.

— Les tuyaux de condensation peuvent être placés d'une manière apparente dans le local à échauffer. Cela se fait ainsi pour les serres et les ateliers.

Dans les bibliothèques, on les place sous les tables, dans des chaufferettes à jour (*fig. 5, Pl. XXIX*), ou bien au niveau du plancher, dans des boîtes de fonte (*fig. 1 et 1'*) et dans des caniveaux de même matière. Les boîtes peuvent être entièrement fermées, ou bien, comme l'indique la *fig. 2*, admettre d'un côté de l'air froid, et verser de l'autre de l'air chaud. Enfin, dans les appartements, les condenseurs sont des vases en fonte qui, souvent, figurent des meubles, ou des piédestaux (*fig. 3*), et servent en même temps au chauffage et à la décoration des locaux où ils sont placés. Le palais de la Bourse et celui de l'Institut présentent des exemples variés de ces dernières dispositions. (*Voir le Bulletin de la Société d'Encouragement*, 27<sup>e</sup> année, page 202; *Notice sur le chauffage du palais de la Bourse*, PÉCLET, *Traité de la Chaleur*, 2<sup>e</sup> volume, page 446, 1<sup>re</sup> édition.)

Une des choses les plus essentielles, c'est l'expulsion hors des tuyaux de condensation de l'air et de l'eau condensée qui pourraient l'une et l'autre arrêter le mouvement de la vapeur. Nous avons déjà dit qu'au-dessous des tuyaux de condensation on place des tuyaux d'écoulement destinés à recevoir l'eau condensée. En ce qui concerne l'air, il est à remarquer qu'il est également essentiel de faciliter et sa rentrée et sa sortie; car, s'il se faisait un vide dans les tuyaux, la pression extérieure pourrait les écraser. Pour satisfaire à cette double nécessité de la sortie et de la rentrée de l'air dans les tuyaux, on adapte à leurs extrémités un petit appareil dit *reniflard*, portant une soupape qui ouvre du dehors au dedans, et qui laisse rentrer l'air quand le feu tombe, et l'on y pratique un petit trou qui reste toujours ouvert, ce qui pare aux accidents qui pourraient survenir si le reniflard ne s'ouvrait pas à temps. On peut encore plonger l'extrémité des tuyaux de o<sup>m</sup>, o<sup>m</sup> ou o<sup>m</sup>, o<sup>m</sup> seulement dans une cuve à eau : cette faible pression ne s'oppose pas à la sortie de l'air, et si le vide se faisait dans les tuyaux, une petite quantité d'eau serait sans inconveniit entraînée dans l'intérieur, après quoi l'air rentrerait aussitôt. L'article cité plus haut, du *Bulletin de la Société d'Encouragement*, donne des détails très-intéressants sur tous ces objets.

Dans les vases de condensation, tels que ceux représentés par les *fig. 3 et 4, Pl. XXIX*, on place trois tuyaux : l'un, *v*, pour l'arrivée de la vapeur; l'autre, *e*, pour l'écoulement de l'eau; le troisième, *e*, pour l'expulsion et la rentrée de l'air. On se rend facilement compte des différentes hauteurs auxquelles on élève ces tuyaux dans les condenseurs.

Un mètre carré de surface, chauffée intérieurement par de la vapeur, suffit pour chauffer et entretenir à 15 degrés une salle de 70 mètres cubes de capacité, ou un atelier de 90 à 100 mètres cubes.

**323.** *Des calorifères à eau chaude.* — On reproche généralement aux calorifères à air chaud de dessécher l'atmosphère des pièces qu'ils échauffent, et de la vicier par une odeur désagréable toutes les fois que l'air est porté à une température élevée. Si, au contraire, le feu n'y est pas poussé vivement, l'air, dans le trajet qu'il fait pour se rendre du calorifère à son point de destination, perd rapidement le peu de chaleur qu'il possédait à son départ, et arrive à peu près froid; en sorte qu'il est très-difficile d'obtenir, avec ces appareils, un degré de température convenable et modéré.

Les calorifères à vapeur ont aussi de nombreux défauts; il faut toujours que le chauffage y soit porté à son maximum d'intensité, autrement la vapeur ne se formerait pas, ou bien n'aurait pas assez de tension pour se répandre

dans les tuyaux et en expulser l'air. Dès que le feu du foyer s'arrête, ou seulement languit, le chauffage cesse instantanément. D'un autre côté, il faut beaucoup de temps pour porter à l'ébullition l'eau de la chaudière, et pour remplir de vapeur les tuyaux de distribution.

Les calorifères à air chaud consomment beaucoup de combustible, parce qu'ils utilisent assez incomplètement le calorique dégagé dans la combustion. L'établissement et l'entretien des chauffages à la vapeur sont trop dispendieux pour qu'on puisse employer ces appareils ailleurs que dans de grands établissements industriels, ou dans des édifices publics d'une certaine importance.

L'emploi de l'eau comme récepteur et distributeur du calorique paraît être exempt de la plupart des inconvénients que nous venons d'énumérer. C'est ce que l'on comprendra, en prenant une idée du système dans lequel sont construits les appareils à eau chaude.

Soit ABC (*fig. 6, Pl. XXIX*) un tuyau qui monte de A en B et redescende de B en C pour revenir de C en A au point de départ, de manière à former un circuit complet. Supposons que ce tuyau soit rempli d'eau, qu'en A il existe une chaudière également pleine d'eau, et un foyer qui en élève la température; il est clair que l'eau de la chaudière A devenant, par son échauffement, moins dense que celle qui est contenue dans la partie BCA du circuit, s'élèvera de A en B, tandis que la colonne BC descendra et viendra à son tour remplir la chaudière. Admettons, de plus, que, de B en C, le tuyau soit soumis à l'action d'une cause refroidissante; la différence de densité qui a mis en mouvement le liquide s'augmentera encore, et la circulation aura lieu dans le circuit ABCA aussi longtemps qu'il y aura échauffement de l'eau en A et refroidissement de B en C.

Une très-légère différence entre la température moyenne de la colonne AB et celle de la colonne BC suffit pour mettre le liquide en mouvement, et la vitesse de circulation augmente rapidement avec l'excès de la température de l'une des colonnes sur celle de l'autre : de là résultent des conséquences qui établissent immédiatement la supériorité du chauffage à l'eau chaude; car il est facile d'en conclure que le transport et la distribution du calorique commenceront aussitôt que l'eau de la chaudière A aura acquis quelques degrés de chaleur au-dessus de celle que possède le reste du circuit, en sorte que l'on pourra, non-seulement échauffer promptement les locaux traversés par le tuyau BCA, mais aussi, en modérant ou en poussant le feu, graduer à volonté l'échauffement ou lui faire atteindre son maximum d'intensité, sans jamais le porter au point de dessécher et d'infecter l'air, comme cela a lieu dans les calorifères à air

chaud. D'un autre côté, si, par la négligence du chauffeur, le feu languit ou vient à s'éteindre, l'appareil se refroidira graduellement, mais il ne cessera pas de fonctionner; et, en raison de la grande quantité de chaleur emmagasinée dans l'eau, le refroidissement sera lent et pendant longtemps insensible.

Cette promptitude, cette graduation et cette continuité dans l'échauffement paraissent d'ailleurs pouvoir être obtenues avec des appareils assez simples et assez peu coûteux. Voici la description abrégée de ceux qui ont été récemment établis dans plusieurs des édifices publics de Paris, par M. Léon Duvois-Leblanc.

La chaudière A (*fig. 6 et 6', Pl. XXIX*) est en fonte: elle a la forme d'une cloche formée de deux parois parallèles, entre lesquelles on introduit de l'eau. Le foyer est établi au-dessous, de manière que la flamme se développe à l'intérieur même de la cloche avant de se rendre dans la cheminée C. De la chaudière, le tuyau d'alimentation T conduit l'eau directement au sommet du bâtiment dans un réservoir B, que l'on nomme aussi *vase d'expansion*. De ce réservoir partent d'autres tuyaux *t*, *t'*, *t''*, etc., qui se rendent dans des *poèles à eau* placés en nombre suffisant dans chacune des salles à échauffer; ces poèles à eau sont en fonte et traversés par des cylindres verticaux ouverts à leurs deux extrémités, dans lesquels l'air de la pièce vient s'échauffer. Les tuyaux à eau chaude qui y arrivent montent tout près de leur paroi supérieure, et ceux qui en partent sont branchés sur le fond, de manière que la circulation se fasse sans difficulté. Du poêle situé le plus bas, l'eau retourne dans la chaudière.

Une condition pour que la circulation ne s'arrête jamais, c'est que la vapeur dégagée par l'eau, ou l'air introduit à l'intérieur des tuyaux par un joint *infidèle*, ne viennent pas se loger à la partie supérieure du circuit et interrompre la continuité de la colonne d'eau. Pour la remplir, on fait fonctionner l'appareil sous la pression de trois ou quatre atmosphères, en sorte qu'il ne peut jamais se former de vide à l'intérieur du tuyau. On conçoit, dès lors, que le réservoir B doit être hermétiquement clos et muni d'une soupape de sûreté et d'un manomètre. Ce vase n'est jamais rempli qu'aux deux tiers, afin que l'air et la vapeur fournie par l'eau puissent se loger à sa partie supérieure, d'où on les extrait au moyen d'une pompe.

Chacun des tuyaux de distribution de chaleur *t*, *t'* est, à sa sortie du réservoir, muni d'un robinet qui sert à interrompre à volonté la communication avec les poèles à eau que ce tuyau alimente. On est donc maître de chauffer séparément telle ou telle partie d'un bâtiment, selon les besoins du

service, et même d'y graduer la chaleur, en ouvrant plus ou moins le robinet. C'est encore là un avantage spécial à ce mode de chauffage.

Le tuyau d'alimentation T est d'un diamètre de 0<sup>m</sup>,08 : il est soigneusement préservé de toute cause de refroidissement ; les tuyaux de distribution de chaleur ont 0<sup>m</sup>,15 de diamètre, et parcourent des espèces de gaines en briques ou en planches, dans lesquelles ils sont mis en contact avec de l'air appelé du dehors, qui s'y échauffe et se verse ensuite dans les diverses pièces de l'édifice. Cet air s'établit en couches horizontales, près du plafond, et y resterait immobile si les couches inférieures de l'atmosphère de la pièce n'étaient appelées au dehors dans un ou plusieurs tuyaux communiquant, d'une part, avec les locaux à ventiler par des ventouses ouvertes, soit dans le plancher même, soit dans les plinthes des lambris ; et, d'autre part, avec le foyer de la chaudière, qui n'est alimenté que par eux uniquement, en sorte que le tirage de l'air y est toujours fort actif.

Le dispositif adopté par M. Léon Duvoir, pour assurer son système de ventilation contre les chances de non-réussite, dues à la négligence possible du chauffeur, mérite d'être décrit sommairement. Le cendrier est fermé par un mur d'enceinte dans lequel viennent déboucher les tuyaux ventilateurs, et qui est, en outre, percé d'une baie par où se fait le chargement de la grille et l'enlèvement des cendres du foyer. A l'intérieur est placé un cylindre en fer percé d'une porte correspondante à l'entrée du cendrier, et d'autant de trous qu'il y a de bouches d'appel ouvertes dans le mur ; mais ces diverses ouvertures sont tellement disposées, que lorsque la porte du cendrier est ouverte et permet le chargement, toutes les bouches d'appel se trouvent fermées, et réciproquement. Aussitôt que, par la porte du cendrier, le feu a été allumé et mis en train, le cylindre, qui est mobile, roule sur un cercle de fer scellé dans le mur qui forme le contour du cendrier, et, par suite, la porte du cendrier se ferme. La combustion ne peut plus alors s'alimenter que par les bouches des tuyaux d'appel qui se trouvent, à cet effet, ouvertes par leur coïncidence avec les trous ménagés dans le cylindre de fonte.

On remarquera que, dans ce mode de ventilation, les couches d'air entraînées dans les tuyaux d'appel sont celles qui sont le plus froides et le plus viciées, puisque l'acide carbonique, étant plus lourd que l'air, doit se former en couches près du plancher bas, et que le renouvellement de l'atmosphère du local ventilé se fait par l'introduction d'un air pur et chaud tout à la fois. Il est bien entendu que pour que ce système fonctionne bien, il faut fermer exactement les portes et les fenêtres, et éviter tout courant d'air qui contrarierait l'action des tuyaux d'appel.

Les praticiens estiment que la surface de chauffe d'un calorifère à eau chaude doit être portée à  $2^m,25$  pour 70 mètres cubes d'air à échauffer dans un bâtiment d'habitation ordinaire, ou pour 100 mètres cubes dans un atelier ou un local quelconque, servant de lieu de réunion à un grand nombre de personnes. La capacité de la chaudière peut varier de 15 à 30 pour 100 de celle de l'ensemble des poèles et des tuyaux de distribution.

---

## QUATORZIÈME LEÇON.

### LEVER DE BATIMENT.

**326. Définition.** — Le lever d'un bâtiment est une représentation exacte et géométrique de son ensemble et de ses parties, faite au moyen de plusieurs projections sur des plans horizontaux et verticaux.

Le travail se divise en opérations extérieures et en rédaction. Les opérations extérieures consistent à faire, sur les lieux, des croquis ou brouillons mesurés et cotés des parties du bâtiment que l'on veut représenter par les dessins, et à recueillir toutes les notes nécessaires à la composition d'un mémoire sur l'état actuel du bâtiment.

La rédaction n'est autre chose que la mise au net des brouillons et des notes.

Il est à remarquer que l'ensemble et les parties d'un bâtiment ne présentent, en général, que des formes extérieures très-simples. Presque tous les objets à dessiner sont des prismes ou des cylindres à arêtes horizontales ou verticales; en sorte qu'au moyen de deux projections, l'une sur le plan horizontal, l'autre sur le plan vertical, on a une définition suffisamment exacte de ces objets, qui se projettent ordinairement dans leur véritable grandeur.

C'est d'après cette considération qu'on a borné les dessins d'un lever de bâtiment à des plans, des coupes et des élévations.

Les plans sont des dessins qui représentent : 1<sup>o</sup> l'intersection du bâtiment par un plan horizontal; 2<sup>o</sup> la projection, sur le même plan, de tous les objets appartenant à un même étage et qui sont situés au-dessus et au-dessous du plan.

On distingue la position des objets projetés sur un même plan par la con-

vention suivante : les objets coupés sont tracés en lignes pleines, et leur intersection par le plan sécant est couverte de hachures. Les objets situés au-dessous du plan sont dessinés en lignes pleines, et les objets situés au-dessus en lignes ponctuées.

Les coupes sont des dessins qui représentent : 1<sup>o</sup> l'intersection du bâtiment par un plan vertical; 2<sup>o</sup> la projection des objets situés entre le plan sécant et le mur le plus voisin, au delà de ce plan, par rapport au spectateur. Pour éviter la confusion, on ne projette pas les objets placés en deçà du plan sécant.

Les élévations sont des projections des façades extérieures sur des plans verticaux, supposés parallèles à ces façades, et assez éloignés d'elles pour ne pas couper leurs parties saillantes.

Les détails de la construction du bâtiment se représentent comme l'ensemble, par des plans, des coupes et des élévations. On distingue donc trois sortes de brouillons, savoir : les brouillons des dessins généraux, les brouillons des grands détails, et ceux des menus détails.

**527.** *Marche à suivre dans les opérations extérieures de lever du bâtiment. Reconnaissance de la partie à lever.* — On peut dire, en général, que pour réussir dans une opération quelconque, il faut avoir d'avance une idée nette du but auquel on veut arriver. On rendra donc plus faciles les opérations d'un lever si on les fait précéder d'une reconnaissance détaillée de l'état des lieux.

Ainsi, en arrivant sur le terrain, et avant de commencer à dessiner, on devra :

1<sup>o</sup>. Fixer les limites de la partie du bâtiment comprise dans le lever dont on est chargé. Ces limites sont ordinairement des murs au delà desquels on devra indiquer les arrachements des autres murs qui s'y rattachent.

2<sup>o</sup>. Prendre une idée exacte de la situation et de l'exposition du bâtiment, de ses abords, de sa forme extérieure, et des relations qu'il a avec les bâtiments voisins ; remarquer, par exemple, s'il en est dominé ou s'il les domine ; s'il reçoit leurs eaux ou s'il leur envoie les siennes ; si les voisins prennent des jours sur ses cours ou s'il en prend sur les leurs, et, en général, observer tout ce qui tient à la salubrité, à la solidité et aux servitudes légales. On devra consigner par écrit les notes relatives à ce premier examen.

3<sup>o</sup>. On parcourra les différents étages pour reconnaître quelle est leur distribution, et juger si cette distribution s'accorde avec la destination du bâtiment. On se rendra compte ensuite de la relation des différents étages entre eux ; de l'existence ou de la non-existence des murs de refend longitudinaux

et transversaux, dans toute la hauteur du bâtiment; de celle des cloisons que l'on établit quelquefois en porte-à-faux, pour modifier la distribution des étages supérieurs; enfin, on remarquera comment les étages communiquent entre eux par les escaliers.

4°. Après cela, on se livrera, relativement aux différents détails de construction, à un examen propre à prévenir les erreurs dans les dessins, et à indiquer les objets sur lesquels il convient de porter une attention particulière. On examinera principalement quelle est la direction relative des murs de face et de refend : s'ils se coupent ou non à angle droit; si leur grosseur est uniforme pour un même étage. On reconnaîtra la position des tuyaux de cheminées; leur direction verticale ou oblique; leur superposition. On parcourra les escaliers et le grenier pour se faire une idée du système de la charpente, de la forme des toits et de la disposition des conduits des eaux pluviales.

**328. Exécution des brouillons.** — La reconnaissance faite, on aura dans la mémoire une image assez exacte du bâtiment, et l'on cherchera à la représenter par des dessins à vue, ou brouillons, qui doivent être rigoureusement en même nombre que les dessins de la mise au net; attendu que, dans un lever exact, tout doit être, autant que possible, mesuré directement, et que rien ne doit être conclu d'autres dessins par des constructions géométriques. Il n'y a que quelques exceptions à cette règle; il en sera parlé ci-après.

Les brouillons par lesquels il convient de commencer sont ceux des plans, et parmi ceux-ci, c'est le plan du rez-de-chaussée qui sera fait le premier. On fera ensuite ceux des étages, celui de la cave et celui des greniers. Après les plans, on fera l'élévation, et enfin les coupes. La raison de cette marche est très-simple : le plan du rez-de-chaussée est celui qui donne l'idée la plus complète de la distribution du bâtiment; ceux des étages en diffèrent peu; celui des caves et celui des greniers n'ont souvent avec lui aucun rapport. L'élévation donne la hauteur des fenêtres, des portes et des murs dont les dimensions horizontales se trouvent dans les plans. Il n'y a que très-peu de mesures à prendre pourachever les coupes, une fois que les plans et les élévations sont cotés avec soin.

Les brouillons peuvent se dessiner à vue, d'un seul jet, avant de prendre aucune mesure; mais quand on n'est pas très-exercé, il vaut mieux les coter et les dessiner pièce à pièce, en estimant les angles à vue et construisant les cotés avec le double décimètre à l'échelle de  $\frac{1}{50}$  environ.

Le mesurage se fait au moyen d'un quadruple mètre, d'un double mètre, d'un mètre et d'un double décimètre. Pour projeter les points inaccessibles, on emploie un fil à plomb; le fil à plomb et le niveau de maçon servent aussi :

1<sup>o</sup> à exécuter des mesures suivant des lignes bien horizontales; et 2<sup>o</sup> à établir un contact exact entre les extrémités des règles qui servent à mesurer: deux précautions essentielles à prendre pour faire un bon mesurage.

**329.** *Exécution des plans, et en particulier du plan du rez-de-chaussée* (fig. 5, Pl. XXX). — La hauteur à laquelle est mené le plan sécant est fixée pour chaque étage ainsi qu'il suit :

- 1<sup>o</sup>. Pour les caves, à la hauteur de la naissance des voûtes;
- 2<sup>o</sup>. Pour le rez-de-chaussée et les étages, à 0<sup>m</sup>, 10 au-dessus de la tablette des fenêtres;
- 3<sup>o</sup>. Pour les greniers, à 0<sup>m</sup>, 50 au-dessus de la sablière;
- 4<sup>o</sup>. Pour les mansardes, comme pour les étages ou comme pour le grenier, selon que les mansardes sont ou non transformées en habitation;
- 5<sup>o</sup>. Pour les faux greniers, à la surface du plancher.

Quel que soit le procédé employé pour dessiner les brouillons des plans, la manière de les mesurer et de les coter est la même; car l'opération se réduit toujours à faire une figure semblable à l'intersection du plan sécant avec le bâtiment.

On commence le mesurage par l'intérieur, en le faisant chambre à chambre, avec l'attention de ne quitter une chambre ou un local quelconque qu'après avoir épousé toutes les mesures à prendre, de manière à ne pas avoir à y revenir. On commence par la mesure de l'ensemble, on termine par celle des détails.

Dans une pièce quadrilatère, on mesurera les quatre côtés et les deux diagonales : l'une de ces diagonales est nécessaire, l'autre servira de vérification. Dans une pièce polygonale, on mesurera tous les côtés, et autant de diagonales qu'il y a de côtés moins deux. La vérification résultera de la fermeture du polygone, et de la mesure d'une diagonale au delà de celles qui sont nécessaires pour décomposer la figure en triangles.

Quand une circonstance particulière empêche de mesurer une ou plusieurs diagonales, on déduit la mesure des angles d'un petit triangle, dont la base est fournie par le quadruple mètre tenu horizontal, et appuyé contre les deux murs.

Après avoir ainsi obtenu la longueur des murs à l'intérieur d'une chambre, on mesure l'une après l'autre la largeur de chaque porte, de chaque fenêtre et des trumeaux qui les séparent. On fait la somme des mesures partielles, qui doit coïncider exactement avec la longueur totale trouvée pour les côtés de la chambre dans le premier mesurage; sinon il faut recommencer jusqu'à parfait accord.

On prend ensuite l'épaisseur des murs au moyen des ouvertures qui y sont pratiquées, telles que les portes, les fenêtres, les vasistas, les trous de poèles, etc.; au moyen de cette épaisseur, on conclura, du plan de l'intérieur, la trace sur le plan sécant de la face extérieure des murs. Mais on vérifiera cette première détermination par la mesure prise, à l'extérieur, de la longueur des façades et des angles qu'elles font entre elles. On prendra aussi, par dehors, la largeur des fenêtres, des portes et des trumeaux. On obtiendra ainsi une vérification importante, et il n'y aura pas double emploi, puisque ces mesures serviront à construire l'élévation.

Pour que les mesures prises à l'intérieur et à l'extérieur puissent se contrôler, il faut qu'elles aient pour point de départ des points ou des lignes de repère bien déterminés : le choix de ces repères dépend des localités.

Les plans des étages se construisent comme celui du rez-de-chaussée; ils demandent les mêmes soins et les mêmes vérifications. On doit bien se garder de conclure les dimensions d'une pièce de celle de la pièce correspondante à l'étage supérieur ou inférieur. La diminution dans l'épaisseur des murs, la substitution des murs aux cloisons, l'existence des armoires, des alcôves, etc., modifient tellement les dimensions des pièces qui se correspondent d'un étage à l'autre, que dans les bâtiments les plus réguliers on trouve rarement deux étages parfaitement semblables.

Dans les plans du rez-de-chaussée et des étages, les objets à dessiner et à mesurer sont :

1<sup>o</sup>. Les longueurs et épaisseurs des murs, cloisons, piliers, colonnes, marches et limons d'escalier;

2<sup>o</sup>. Les dimensions des ouvertures, embrasures et contours des portes et des fenêtres, celles des cheminées et de leurs tuyaux;

3<sup>o</sup>. Les corniches du plafond de l'appartement, les arêtes et les génératrices des voûtes, les poutres et les solives des planchers.

Les croisées et les portes mobiles, les lambris, les plinthes, les corniches et les autres objets en menuiserie ne se représentent pas dans les plans généraux : on les réserve pour les dessins de détails. Cependant, on trouve dans les bâtiments militaires des objets mobiliers qu'il faut représenter, à cause qu'ils tiennent essentiellement à la destination du bâtiment, et qu'ils doivent influer sur les dimensions des pièces qui les contiennent. Ce sont les lits des casernes, les lits de camp des corps de garde, les mangeoires, râteliers et barres d'écurie, les râteliers de salles d'armes, les étagères des magasins d'effets militaires, les moulins à bras des manutentions, et beaucoup d'autres. On les projette en lignes ponctuées, en écrivant leur nom dans l'inté-

rieur du contour de la figure. On prend note par écrit du nombre et des dimensions des objets qui doivent y être déposés.

Le plan des caves (*fig. 3, Pl. XXX*) ne présente pas d'autre difficulté que celle qui résulte de la nécessité de le rapporter au plan du rez-de-chaussée, c'est-à-dire de déterminer à quelle partie des caves correspondent les pièces de l'étage placées au-dessus d'elles. Cette opération doit être faite avec soin, au moyen de points de repère pris par les ouvertures des escaliers et des soupiraux.

Si le plan mené à la hauteur de la naissance des voûtes ne rencontre pas les soupiraux, il faudra les projeter en pointillé sur le plan. On projettera de la même manière les arêtes des voûtes et le rabattement de la courbe génératrice des berceaux, voûtes d'arête, arcs de cloître et descentes droites ou biaises. On représentera les escaliers des caves comme ceux des étages supérieurs.

**330. Du plan du grenier** (*fig. 4, Pl. XXX*). — Le plan du grenier est plus long à faire que les autres, à cause du grand nombre des pièces de charpente dont il faut représenter la projection horizontale et l'intersection avec le plan mené à 0<sup>m</sup>,50 au-dessus de la sablière.

D'après la position de ce plan sécant, on voit qu'on aura à représenter d'abord, en projection, la partie du toit qui recouvre la corniche du bâtiment; puis l'intersection du lattis, celle des coyaux, des chevrons et des arbalétriers, si la ferme est simple, ou bien des jambes-de-force et des asseliers, si elle est à entrail retroussé. Outre cela, on représentera, en traits ponctués, les grosses pièces de charpente, savoir : les arbalétriers, le faîte et les pannes. On se dispense de ponctuer les chevrons, qui sont suffisamment indiqués par leur coupe. Cependant, au droit des lucarnes dont la charpente porte sur trois ou quatre chevrons, on devra projeter ces chevrons en lignes ponctuées avec le faîte et les noulets de la lucarne. Il est bien entendu que les jambages de la baie de la lucarne sont coupés, et leur intersection couverte de hachures.

Les souches des cheminées sont aussi des objets importants à représenter dans le plan du grenier. On devra étudier avec soin comment les tuyaux qui les composent sont disposés. On les conclura généralement des plans des étages inférieurs.

On peut suivre deux méthodes distinctes pour faire le plan du grenier : dans la première, on trace à la craie la rencontre des charpentes avec le plan sécant, on projette ensuite ces intersections sur le plancher au moyen du fil à plomb, et on lève les figures qui résultent de ces projections. Cette

méthode est plus directe que la suivante; mais elle est plus longue et plus sujette à erreurs.

Le second procédé consiste à ne lever que les contours des murs et le pied des fermes, et à conclure leur intersection et leur projection sur le plan sécant d'un certain nombre d'élévations partielles que l'on fait des différentes fermes qui composent la charpente du toit, et sur lesquelles on rapporte ensuite la trace horizontale du plan sécant. Quand on suit ce procédé, on n'achève le plan du grenier qu'après avoir fait les coupes.

**551.** *De l'élévation (fig. 1, Pl. XXXI).*—Les plans terminés, il convient de s'occuper immédiatement des élévations, parce que les plans et les élévations réunies fournissent la plus grande partie des cotes nécessaires pour la construction des coupes.

Les brouillons des élévations se font comme ceux des plans, au moyen d'un figuré à vue, ou par une rédaction successive des différentes parties. Pour coter les élévations, on reprend sur les plans toutes les dimensions horizontales qu'ils peuvent fournir; on n'a plus alors, pour ainsi dire, qu'à prendre des cotes verticales.

On représente, sur les brouillons des élévations, tout ce qui se rapporte à l'architecture et à la construction du bâtiment, comme les socles, les chaînes de pierre horizontales et verticales, les corniches, les abat-jours des caves, les portes, les fenêtres avec leurs encadrements, moulures, appuis et tablettes, bandeaux et chambranles; les perrons, les seuils de portes, les escaliers extérieurs, les balcons avec leurs encorbellements, les grilles d'appui, les lucarnes des greniers, les cheminées à leur sortie des combles, les frontons, les arêtes et les noues des toits, les faîtes, les girouettes, etc.; on ne dessine pas les ardoises ou les tuiles de la couverture, mais on prend note de leur nature, et l'on figure les parties couvertes en métal, les chéneaux et les tuyaux de descente.

Dans les constructions en pierre de taille, on marque l'appareil des murs quand il est apparent, on indique celui des parties voûtées, les joints unis, refendus ou à bossages.

Quand tout n'est pas en pierre de taille, on s'attache seulement à représenter les maçonneries de cette nature, comme les angles, les soutiens engagés, les cordons, les pieds-droits, les niches, les arcs en décharge, etc.; mais on prend note du genre des maçonneries de remplissage en briques, moellons bruts ou piqués. Les constructions en pans de bois doivent être représentées dans le dessin du brouillon.

Les parties d'architecture, comme les chapiteaux des pilastres, les entable-

ments ou corniches du bâtiment, demandent à être levées et dessinées avec un soin tout particulier, parce que, autant ces ornements font bon effet quand ils sont représentés avec soin et intelligence, autant ils donnent de pesanteur et de mauvaise grâce au bâtiment quand ils sont dessinés avec incorrection. Il faut donc prendre leur profil aussi exactement que possible, ne pas négliger la forme de la plus petite moulure, et multiplier les cotes de dimensions.

La hauteur des combles se prend ordinairement par le dedans du bâtiment : si le faîte était assez élevé pour qu'on ne pût pas y atteindre sans échafaudage, on l'obtiendrait en employant à l'extérieur les moyens que donne la trigonométrie pour la mesure de la hauteur des points inaccessibles.

Quand un bâtiment a une forme rectangulaire, on suppose le plan sur lequel se projette son élévation, parallèle à sa façade et assez éloigné pour qu'il n'en coupe aucune partie. Si les faces sont obliques l'une par rapport à l'autre, alors, en même temps qu'on obtient la projection orthogonale de l'une d'elles, on a la projection oblique d'une autre. Cette dernière doit se représenter sur les brouillons ; mais l'on n'y inscrit que les cotes verticales : on conclut, des dessins des plans, les dimensions horizontales qui servent à faire la réduction au net.

Enfin, si le bâtiment a des ailes en retour, il arrive, le plus souvent, que l'élévation de la partie principale forme coupe dans le reste du bâtiment. Dans ce cas, si rien n'engage à faire autrement, on peut, pour simplifier le dessin, supposer que le plan de projection est aussi rapproché que possible de la façade, sans toutefois en rencontrer les parties saillantes.

**532. Des coupes (fig. 3, Pl. XXXI).**—Les coupes sont des sections faites par des plans verticaux qui coupent l'édifice du haut en bas dans divers sens, et dont la trace sur les plans sont des lignes droites ou des lignes brisées à angles droits.

Quand on brise les coupes, il faut avoir soin de faire passer les plans sécants par les parties les plus importantes à connaître, et s'attacher à éviter la répétition des parties symétriques.

Le tracé une fois adopté, le plan sécant doit se prolonger dans toute la hauteur, sans jamais s'avancer ni reculer : cela occasionnerait de la confusion et n'est pas d'usage.

Pour exécuter une coupe, il faut d'abord tracer sur le sol du rez-de-chaussée la ligne suivant laquelle on suppose que le plan sécant doit passer, et déterminer, au moyen du fil à plomb, les points où il rencontre les étages supérieurs.

Les objets à mesurer dans les coupes sont : les épaisseurs des murs, leur fruit, la largeur de leurs retraites; les dimensions des appuis de croisées; les tableaux, feuillures et embrasures des portes et des fenêtres, et des soupiraux de caves; les chambranles, manteaux, souches et languettes des cheminées; les diamètres, montées et épaisseurs des voûtes de cave et autres; les épaisseurs des planchers, des poutres et des solives qui les supportent; celles des cloisons en briques, en plâtre ou en planches; la hauteur des différents paliers d'escaliers, des marches, des limons, des rampes d'appui; les dimensions en longueur des rampes d'escalier, et de toutes les pièces de charpente des fermes qui portent le toit; celles des chéneaux en plomb ou en fer-blanc, des tuiles creuses ou plates, ardoises ou feuilles de métal qui composent le toit, ainsi que des lattis sur lesquels ces différentes couvertures sont attachées, clouées ou établies; enfin toutes les dimensions horizontales et verticales des parties projetées dans leur véritable grandeur. Quant à celles des objets qui se projettent obliquement, on les mesurera dans des plans convenables, pour en déduire leurs projections obliques, par des constructions graphiques.

Une opération qui demande beaucoup de soin dans l'exécution des coupes, c'est la mesure du fruit des murs. On peut la déduire quelquefois de la mesure des épaisseurs au droit des fenêtres aux différents étages, et de celles des retraites intérieures; mais on est, le plus souvent, obligé de la prendre directement au moyen du fil à plomb attaché à l'extrémité d'un mètre, qui est lui-même placé bien perpendiculairement à la face extérieure du mur. Il faut avoir soin, dans cette opération, de tenir compte des saillies du bandeau des fenêtres et du socle du bâtiment, qui pourraient induire en erreur.

Le fruit des murs de face, exactement mesuré, sert à déterminer l'épaisseur des murs de refend longitudinaux qui ne sont percés d'aucune ouverture. Il faut, dans ce cas, prendre l'épaisseur totale du bâtiment à l'extérieur, et en retrancher l'épaisseur des murs de face et la profondeur des chambres comprises entre ces derniers et le mur de refend dont l'épaisseur est inconnue; il est évident que le résultat ne serait pas exact si l'on négligeait le fruit des murs.

Pour obtenir l'épaisseur des planchers et des voûtes, on mesure la hauteur exacte qui se trouve entre l'appui d'une croisée d'une pièce de l'étage inférieur et celle du plafond de cette pièce ou de l'intrados de sa voûte; puis la hauteur de l'appui de la fenêtre de l'étage supérieur au-dessus de l'intrados de la même voûte, ou du dessus du plancher, et l'on ajoute ces deux sommes.

Mesurant ensuite, par le dehors, la distance entre les deux appuis de croisée pris pour points de repère, on retranche de cette distance la somme des deux mesures précédentes : la différence est l'épaisseur de la voûte ou du plancher.

**355.** *Des grands et menus détails.* — Il ne suffit pas, pour donner une idée complète d'un bâtiment, d'en faire les plans, les coupes et les élévations. La nécessité où l'on est de restreindre l'échelle de ces figures d'ensemble ne permet pas d'y exprimer les détails de construction avec la précision suffisante pour les faire bien apprécier, et donner les moyens de les imiter, si l'on en avait l'intention. Aussi joint-on ordinairement aux figures dont nous venons de parler, des dessins de détails et de sous-détails, qui se composent eux-mêmes du plan, de la coupe et de l'élévation de chacun des objets qu'ils représentent.

On comprend dans les grands détails :

1<sup>o</sup>. Ce qui tient à l'art de l'appareilleur et du tailleur de pierre, comme l'appareil des voûtes, arrière-voussures, niches, trompes, escaliers suspendus, encorbellements des balcons, le tracé des moulures, des corniches, des plinthes, des pilastres, des encadrements des portes et des fenêtres;

2<sup>o</sup>. Les légers ouvrages de maçonnerie, comme les forges, les petits fourneaux, les fourneaux économiques, les hottes de cheminée, etc.;

3<sup>o</sup>. La plâtrerie des plafonds, des cloisons et des cheminées;

4<sup>o</sup>. Les ouvrages de menuiserie et de charpente, tels que les planchers, les cloisons, les escaliers, les lucarnes, les lambris, les portes et les fenêtres, les ameublements des magasins, corps de gardes et casernes, les râteliers et les mangeoires des écuries;

5<sup>o</sup>. Les gros fers employés dans la construction, comme les ancrés et les tirants pour consolider les murs, les armatures des poutres, les charpentes en fer des combles et des planchers, les tiges qui soutiennent les hottes de cheminée, les embrasures, grilles, ceintures et des fourneaux, les bandes de trémie des cheminées, les corbeaux et étriers des planchers, les potences de pouliés, les impériales de puits, etc.;

6<sup>o</sup>. Les couvertures en tuiles, en ardoises et en zinc, avec le lattis sur lequel elles s'attachent, les faîtages, les noues et arétiers en tuiles, en plomb et en fer-blanc, les chéneaux et les corps pendans de toute nature.

Les menus détails comprennent particulièrement les ouvrages de serrurerie qui servent à la fermeture des portes et des croisées; les ouvrages du fontainier, tels que les pompes et les robinets des réservoirs et des cisternes; tous les ouvrages de mécanique; et enfin quelques parties de l'ameublement des logements.

**334.** *Des notes à prendre sur les lieux.* — Les notes à prendre sur les lieux doivent porter principalement sur deux points, savoir : 1<sup>o</sup> sur l'architecture du bâtiment, et sur ceux des procédés employés dans sa construction, qui peuvent présenter quelque particularité remarquable; 2<sup>o</sup> sur la situation dans laquelle il se trouve, et les réparations qu'il faudrait y faire pour le mettre en état de remplir le mieux possible sa destination.

Ces notes doivent se prendre au fur et à mesure du travail; il est très-important d'en agir ainsi, car c'est le seul moyen de ne rien oublier d'essentiel.

En faisant la reconnaissance du bâtiment, on notera son exposition relativement au soleil et aux vents régnants, la hauteur du sol de son rez-de-chaussée au-dessus des eaux et du terrain environnant, ses abords, sa distance aux principaux établissements militaires avec lesquels il doit être en relation, la possibilité de le fermer, ainsi que les cours qui en dépendent, et, en général, tout ce qui peut intéresser la salubrité et la bonne police pour les casernes et les hôpitaux, la conservation des effets et matériaux dans les magasins, la facilité des études et des exercices dans les écoles régimentaires, etc.

On fera en même temps les recherches nécessaires pour connaître l'origine du bâtiment; les diverses destinations qu'il a eues depuis sa première construction, et les modifications qu'il a dû subir en conséquence.

En faisant les plans, on devra étudier la distribution du bâtiment, d'abord relativement à sa destination actuelle, et ensuite en elle-même. Ainsi, on examinera d'abord si le nombre et les dimensions des pièces et des communications sont bien appropriés au service qui doit s'y faire. Après cela, on notera toutes les irrégularités dans la direction et l'épaisseur des murs; les changements de direction dans les tuyaux de cheminées; les différences de niveau entre les pièces d'un même étage qui pourraient causer quelque incertitude lors de la rédaction. On observera aussi ce qui est à reprendre dans la distribution : comme la petitesse et la roideur des escaliers; l'absence des dégagements nécessaires pour rendre indépendantes les unes des autres les pièces qui doivent l'être, les porte-à-faux, le manque de jour, et toutes les choses de cette nature, qui sont des défauts, quelle que soit la destination du bâtiment.

En faisant les coupes, on aura lieu de faire des remarques analogues à celles que l'on aura faites pendant le travail des plans; mais ce sera alors particulièrement sur la nature et la bonté relative de la construction que les observations devront porter. On notera le genre de maçonnerie employé pour les murs, leurs épaisseurs, leurs fruits, leurs retraires tant à l'extérieur

qu'à l'intérieur. On examinera si les planchers sont solides, bien construits, s'ils sont suffisamment épais pour intercepter le bruit et l'humidité d'un étage à l'autre. On examinera la coupe des escaliers et la composition des charpentes, pour s'assurer qu'en leur donnant une solidité suffisante, le constructeur a mis toute l'économie possible dans l'emploi des bois.

La nature et le système des couvertures, des conduites d'eau, chéneaux, corps pendants, etc., devront aussi attirer l'attention, ainsi que la menuiserie et la serrurerie des lambris, des portes et des fenêtres.

Après avoir fait cette revue raisonnée du bâtiment, on prendra des notes sur son état actuel d'entretien; on indiquera les parties qui ont besoin d'être réparées, les causes des dégradations qu'on aura reconnues, et les moyens de les éviter.

Pendant le travail des élévations, on considérera l'édifice sous le rapport de l'architecture. En premier lieu, on fera une description exacte, mais succincte, de ses principales façades; on indiquera si l'impression qui résulte de leur aspect est en rapport avec la destination de l'intérieur. Quand les façades paraîtront belles, on recherchera si leur beauté tient à la grandeur, à la régularité et à la bonne proportion de leurs parties, et au soin apporté dans les détails, ou à l'un ou à l'autre de ces éléments de beauté. On recherchera à quel style d'architecture celui du bâtiment peut être comparé; on examinera la pureté plus ou moins grande du dessin des ornements et des moulures, et l'on détaillera leur tracé.

Les défauts, dans la composition architectonique des façades, doivent être cotés avec autant de soin que les qualités. On notera les fautes de symétrie, de régularité, de proportion, le mauvais goût des ornements, l'abus et l'inutilité des frontons, des pilastres et des moulures, et de même l'absence des plinthes, des corniches, des socles et des chaînes qui annoncent la solidité et la bonne construction du bâtiment.

En réfléchissant sur la variété et l'étendue des remarques auxquelles doit donner lieu le lever d'un bâtiment, on se convaincra que ce travail peut être, pour l'instruction, d'une utilité très-grande, si on le fait avec conscience, avec soin et avec réflexion. En étudiant un bâtiment quel qu'il soit, on trouvera beaucoup de choses à imiter, beaucoup d'autres qu'il faut soigneusement éviter. On s'instruira d'une foule de procédés de construction, qui par cela même qu'ils consistent en des détails minutieux, doivent être vus de près pour être bien compris. Enfin on acquerra sur la distribution et la construction des édifices, des notions pratiques indispensables pour étudier la théorie avec fruit et pour l'appliquer avec intelligence dans la composition des projets.

**335.** *Du travail de la rédaction.* — La rédaction comprend : 1<sup>o</sup> la mise au net, sous forme de dessins réguliers et faits à une échelle déterminée, des croquis d'ensemble et de détails faits sur les lieux ; 2<sup>o</sup> de la mise en ordre et du classement, sous forme de mémoire, des notes que l'on a recueillies pendant les opérations extérieures du lever.

**336.** *Travail graphique. Mise au net des brouillons.* — Le travail graphique du lever de bâtiment ne peut présenter aucune difficulté, puisqu'il ne s'agit que de construire à une échelle donnée des figures décomposées en triangles, dont on connaît les angles et les côtés, ou de tracer des contours dont chaque point est déterminé par deux coordonnées.

C'est en faisant la rédaction qu'on s'apercevra si les opérations extérieures ont été faites avec soin et avec conscience. A ce sujet, il n'est pas inutile de dire que ce n'est pas toujours à l'officier qui a fait les brouillons d'un lever que l'on en confie la rédaction. Les brouillons restent souvent dans les archives des places jusqu'au moment où des projets à faire sur le bâtiment font sentir la nécessité d'en avoir des dessins : aussi, pour atteindre le degré de perfection dont ils sont susceptibles, doivent-ils être si bien ordonnés, cotés, désignés, complétés, tenus nets et clairs, qu'en différant de plusieurs années leur rédaction, on puisse encore s'y reconnaître, sans être obligé de visiter les lieux ; ou qu'en la confiant à un officier qui n'ait pas même connaissance du bâtiment, il puisse l'exécuter avec autant de facilité que l'auteur des brouillons.

Sous ce point de vue, la rédaction du premier lever que l'on a fait est une excellente étude qui montre toutes les erreurs ou les omissions que l'on a pu commettre.

La qualité principale d'un dessin, c'est la clarté; il faut donc que la disposition des différents plans, coupes et élévations, soit telle, que l'on puisse se rendre compte aisément de la distribution et de la construction du bâtiment.

La meilleure manière de disposer les plans, c'est de les placer les uns au-dessus des autres dans leur ordre naturel : celui des caves au bas de la feuille; celui du rez-de-chaussée au-dessus, et ainsi de suite. Si leur nombre est considérable, on peut en composer deux colonnes.

Dans chaque colonne, les axes des portes et des fenêtres, ou ceux des murs, si les fenêtres et portes ne sont pas distribuées régulièrement à chaque étage, devront se trouver sur les mêmes prolongements, afin qu'on voie bien que telle pièce est au-dessus de telle autre, et qu'on puisse juger la correspondance des cloisons et des murs, ou les porte-à-faux s'il y en a.

Les coupes seront placées à côté les unes des autres. On mettra toujours

une coupe à côté de l'élévation, pour qu'on puisse voir la relation entre les parties intérieures et l'extérieur de la façade, sans avoir besoin de se servir d'un compas.

Afin de s'assurer qu'on aura la place nécessaire pour disposer ces figures convenablement avec les écritures qui doivent les accompagner, on fera bien de découper un nombre égal de morceaux de papier de mêmes dimensions, et de voir si en plaçant les patrons dans l'ordre où l'on veut mettre les figures, il en résulte un arrangement satisfaisant.

Le Programme qui est joint au cahier de brouillons du lever de bâtiment, et le Règlement général sur l'exécution des travaux, contiennent, sur la rédaction des dessins et le choix des échelles, des renseignements trop complets, pour qu'il soit nécessaire d'y revenir ici. Mais il n'est pas inutile peut-être de recommander une lecture attentive du *Programme de lever du bâtiment*, art. 21 à 23, et du *Règlement sur le dessin des bâtiments militaires*, art. 63 à 75.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE DU COURS.



## APPENDICE

A LA

PREMIÈRE PARTIE

DU

COURS DE CONSTRUCTIONS.

APPENDICE

APPENDICE

APPENDICE

---

## SOMMAIRE DE L'APPENDICE.

---

Errata et Notes; par J. CURIE, chef de bataillon du Génie .....	431
Les principales de ces Notes ont pour objet :	
La théorie de la poussée des terres, p. 431 à 474;	
La théorie de la poussée des voûtes, p. 478 à 513;	
La théorie de la résistance des matériaux, p. 512 à 586.	
Répertoire des formules empiriques et théoriques, des tables et des constructions graphiques .....	589

---

SOMMIRE DE L'APPENDICE

de la mort de l'empereur  
Napoléon

---

## ERRATA<sup>(\*)</sup> ET NOTES,

PAR

J. CURIE,

Chef de bataillon du Génie.

Page.	Ligne.		
7,	26,	<i>au lieu de</i>	ces deux
13,	20,	"	totales de chacun
			<i>lisez</i>
			*ses deux
		"	*totales de la base de
			chacun
13,	28,	"	élargira
15,	29,	"	régées pour
16,	1,	"	forment
18,	11,	"	minces
18,	14,	"	des assises
23,	2,	"	partout
			<i>lisez</i>
			*augmentera
		"	*régées, pour
		"	*composent
		"	*mince
		"	*des pierres des assises
		"	*sur toute la largeur de
			cette base
25,	4,	"	11 <sup>m</sup> , 37
25,	10,	"	4 mètres
25,	11,	"	9 $\frac{1}{2}$ pieds
25,	11,	"	3 <sup>m</sup> , 08
27,	6,	"	0 <sup>m</sup> , 20 (H + h — 2 <sup>m</sup> )
28,	5,	"	moindre de
28,	31,		(voir la Note ci-après)

### NOTE.

Profil avec parement extérieur au  $\frac{1}{20}$  de même stabilité  
que celui des murs de revêtement de Vauban.

La formule (F),  $e = 1,01 E - \frac{1}{9} n H$ , donne l'épaisseur  $e$  d'un mur de hauteur  $H$  et de profil rectangulaire ayant la même stabilité sur sa base qu'un mur de même

---

(\*) Celles des corrections figurant au présent Errata, qui sont marquées d'un astérisque, ont été signalées par M. le Colonel du Génie de la Grèverie, à qui l'on doit en outre l'indication de nombreux passages pouvant donner lieu à diverses observations.

hauteur qui aurait pour base E, et dont le parement extérieur ferait avec la verticale un angle dont la tangente trigonométrique serait  $n$ .

Si dans cette formule on substitue à E sa valeur déterminée d'après la règle de Vauban et donnée par la formule (E) de la page 27,

$$E = 1^m, 624 + 0,20(H + h - 2),$$

en faisant  $n = \frac{1}{5} = 0,20$ , on trouve la formule (F'), p. 28, ligne 31,

$$e = 0,202(h + 0,89H) + 1^m, 24,$$

qui donne, par suite, l'épaisseur du mur de profil rectangulaire ayant la même stabilité que le mur de Vauban, et non celle du mur à talus extérieur au  $\frac{1}{20}$ .

Pour obtenir le mur à parement intérieur vertical et dont le talus extérieur serait au  $\frac{1}{20}$ , qui aurait même stabilité que le demi-revêtement de Vauban, il faut substituer la valeur de  $e$  donnée par la formule (F') dans l'équation (F), en y faisant  $n = \frac{1}{20} = 0,05$ , ce qui donne

$$(F'') \quad E = 0,2(h + 0,9175H) + 1^m, 228.$$

Il ne faut pas perdre de vue d'ailleurs que dans ces calculs on ne s'est occupé que de la stabilité du mur lui-même, en supposant implicitement que la poussée du remblai reste la même pour les différentes formes du profil du mur. Or il est clair que, si la largeur de la berme et l'inclinaison du talus extérieur restent constantes, le massif du remblai se trouvera plus rapproché de l'arête antérieure de la base, dans le cas d'un mur de profil rectangulaire, que dans le cas d'un mur dont le parement extérieur serait à 5 de hauteur pour 1 de base, en sorte que le moment de la poussée du remblai pourra être plus fort, tandis qu'en même temps le prisme de terre reposant sur le sommet du mur et contribuant à augmenter la stabilité du revêtement aura lui-même un volume plus considérable ; il est clair d'ailleurs que les effets dus à ces deux causes de sens contraires ne se compenseront pas en général exactement l'un l'autre.

Page 30, ligne 5 (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

#### THÉORIE DE LA POUSSÉE DES TERRES.

#### PUBLICATIONS DIVERSES RELATIVES A LA POUSSÉE DES TERRES.

Depuis l'époque où le Général Ardant a rédigé son Cours, plusieurs Auteurs ont écrit sur la poussée des terres. On trouve un historique détaillé des travaux qui ont été publiés sur cette question, dans un ouvrage intitulé : *Nouvelle théorie de la poussée des terres*, accompagnée d'un historique de la poussée des terres et des expériences faites à ce sujet par le Dr Winkler, Professeur des chemins de fer et des ponts à l'École Polytechnique impériale et royale de Vienne; 1872.

L'Auteur classe les différentes théories de la poussée des terres en deux catégories principales : dans l'une, on admet que, par suite de la suppression d'un obstacle, un prisme de terre de dimensions limitées viendrait à s'ébouler ; dans l'autre, on part des équations d'équilibre d'un élément du remblai, et l'on arrive par une intégration à déterminer la pression résultante. Dans les théories appartenant à la première catégorie, il distingue deux méthodes différentes, dont l'une se donne *a priori* la position du plan de rupture ordinairement sous l'angle du talus naturel des terres, tandis que la seconde méthode détermine le plan de rupture de telle sorte, ou bien que la poussée soit un maximum, ou bien que l'éboulement puisse le plus facilement se produire.

Après avoir mentionné les règles pratiques de Vauban (*Traité de la défense des places*, 1687), qui ne paraissent se rattacher à aucune considération théorique, M. Winkler réunit sous le titre d'*Anciennes théories* une analyse sommaire des travaux de Bullet (*Traité d'architecture pratique*, 1791) ; Couplet, 1727 (voir Mayniel, *Traité de la poussée des terres*, travail publié dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, 1728) ; Sallonyer (1767) ; Rondelet (*Art de bâtir*) ; Tersac de Montlong (1774) ; Blaveau (1767) ; Maschek (*Théorie des forces des hommes et des animaux*, avec un Appendice relatif à la poussée des terres et aux piliers arcboutants, 1842) ; Hoffmann (*Journal de l'Association des Ingénieurs autrichiens*, 1858) ; Bélidor (*La Science des Ingénieurs*, Livre I, 1729) ; Gadroy (*Mémoire publié en 1745*) ; Trincaux (1768) ; D'Anthony ; Gauthey ; Coulomb (*Mémoire des Savants étrangers*, 1773) ; de Prony ; Mayniel (*Traité expérimental analytique et pratique de la poussée des terres*, 1808) ; Français (*Mémorial de l'Officier du Génie*, 1820) ; Navier (*Résumé des Leçons sur l'application de la Mécanique à l'établissement des constructions et des machines*, t. I, 1826) ; Audoy (N° 4 du *Mémorial de l'Officier du Génie*) ; Poncelet (N° 13 du *Mémorial de l'Officier du Génie*, 1840) ; Hagen, Conseiller supérieur des bâtiments (*Oberbaurath*) en Prusse (*Manuel des constructions hydrauliques*, Deuxième Partie, t. I, 1853) ; Moseley (*Principes de mécanique de l'art de l'Ingénieur et de l'Architecture*) ; Persy (*Cours de stabilité des constructions*).

M. Winkler, sous le titre de *Théories où l'on tient compte du frottement contre la paroi*, résume successivement les travaux relatifs à ce sujet, de Poncelet (*Mémorial de l'Officier du Génie*, N° 13) ; Holzhey (*Mittheilungen über Gegenstände des Artillerie und Geniewesens*, 1871) ; Scheffler (*Théorie des voûtes, des murs de revêtement et des ponts en fer*, 1857) ; Van Ott *Vorträgen über Baumechanik*, I Theil, Prag, 1870) ; Saint-Guilhem (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1858) ; Culmann (*Statique graphique*, 1866) ; Rebmann (*Théorie de la poussée des terres et des murs de revêtement*, 1871).

Enfin, sous le titre de *Théories déduites de l'équilibre des éléments matériels*, M. Winkler analyse rapidement les théories nouvelles présentées depuis quelques années par les Auteurs suivants : Ortmann (*Statique du sable établie scientifiquement et appliquée*, 1847) ; Scheffler ; Rankine (*Manual of civil engineering*, quatrième édition, 1865) ; Maurice Levy (*Comptes rendus des séances de l'Ac-*

démie des Sciences, 1867, et Rapport de M. de Saint-Venant, 1870); Considère (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1870); Mohr (*Beiträge zur Theorie des Erddruckes*, Zeitschrift des hanovr. Arch. u. Ing. Vereins, 1871); de Saint-Venant (*Sur une détermination rationnelle par approximation de la poussée des terres*, Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, 1870); Lafont (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1866).

## THÉORIE DE COULOMB, PONCELET, ETC.

## Détermination de la poussée.

La théorie de la poussée des terres, fondée sur les principes posés par Coulomb, avec les diverses améliorations qu'elle a reçues depuis, peut être présentée sous la forme suivante.

Quand un remblai supposé dépourvu de cohésion exerce une poussée contre le mur de revêtement qui le soutient, on admet que le prisme de terre qui exerce cette poussée se détache de la partie inférieure du remblai suivant un plan incliné dont on détermine l'angle avec la verticale par la condition que la poussée exercée soit un maximum. Le prisme de rupture repose à frottement sur ce plan, qui est appelé *plan de rupture*, en développant sur ce plan un frottement égal au produit du poids de ce prisme par le coefficient du frottement  $f = \tan \varphi$  des terres sur elles-mêmes; et comme on admet aussi que, pendant le mouvement initial que ferait le mur pour se renverser, il y aurait glissement du prisme de rupture contre la paroi intérieure du mur, il s'ensuit qu'à la réaction normale à la paroi intérieure du mur s'exerçant contre le prisme de rupture s'ajoutera un frottement dirigé dans le plan de cette paroi et égal au produit de cette composante normale par le coefficient du frottement  $f' = \tan \varphi'$  des terres sur les maçonneries. Cela revient à dire que l'on a à considérer le poids  $Q$  du prisme de rupture comme devant se décomposer en deux forces, dont l'une, faisant l'angle  $\varphi$  avec la normale au plan de rupture, sera détruite par la réaction normale de la partie du remblai inférieure au plan de rupture, combinée avec le frottement, tandis que l'autre composante, faisant l'angle  $\varphi'$  avec la normale à la paroi du mur, est la poussée  $P$  correspondant au plan de rupture considéré (fig. 1).

Il résulte de là que le poids du prisme doit être décomposé en deux forces : l'une faisant l'angle  $\varphi$  avec la normale au plan de rupture, ou perpendiculaire à une direction faisant l'angle  $\varphi$  au-dessous de ce plan, ou enfin faisant l'angle  $90^\circ - \varphi - V$  avec la verticale; l'autre qui est la poussée faisant de même l'angle  $\varphi'$  avec la normale à la paroi, ou perpendiculaire à une droite faisant l'angle  $\varphi'$  (\*) au-dessous de cette paroi, ou enfin faisant avec la verticale l'angle  $90^\circ - \varphi' - \varepsilon$ . Il s'ensuit que l'angle du parallélogramme des forces opposé à la diagonale représentant le poids du prisme de rupture est le supplément de la somme des angles  $90^\circ - \varphi - V$

(\*) L'angle  $\varphi'$  ne doit jamais être supposé plus grand que  $\varphi$ . S'il était supérieur à  $\varphi$ , on devrait remplacer  $\varphi'$  par  $\varphi$ ; car dans ce cas une couche très-mince de terre resterait adhérente à la paroi du mur et le glissement se ferait dans un plan parallèle très-voisin.

et  $90^\circ - \varphi - \varepsilon$ , c'est-à-dire égal à  $\varphi + \varphi' + \varepsilon + V$ . L'angle opposé à la poussée  $P$  étant, d'après ce qui vient d'être dit,  $90^\circ - \varphi - V$ , on aura

$$P : Q :: \sin(90^\circ - \varphi - V) : \sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V), \quad \text{ou} \quad P = Q \frac{\cos(\varphi + V)}{\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V)}.$$

Telle est l'expression générale de la poussée en fonction de l'angle du plan de rupture; il reste à déterminer cet angle par la condition que la poussée sur  $bH_1$  (fig. 2) soit un maximum.

Fig. 1.

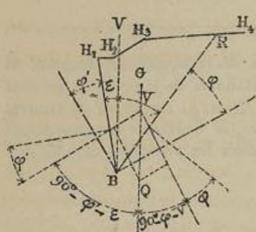
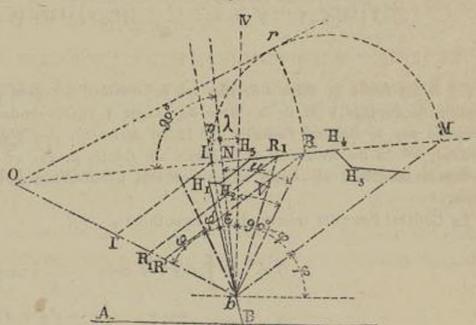


Fig. 2.



Soit  $H_3H_4$  (fig. 2) le côté du profil du remblai qui est rencontré par le plan de rupture; supposons que nous ayons remplacé le profil  $bH_1H_2H_3H_4b$  par un profil triangulaire de même surface  $bIH_4b$  ayant son sommet  $I$  sur le prolongement du côté  $H_4H_3$ , et soit  $bN$  la perpendiculaire abaissée du point  $b$  sur la direction de la base  $H_4I$ ; nous pourrons représenter le poids  $Q$  du prisme de rupture par le produit  $\frac{1}{2}pt \times RI \times bN$ , et, si nous désignons par  $\eta$  l'angle  $IbN$  du côté  $bI$  avec la hauteur  $bN$  du triangle, et par  $u$  l'angle  $NbR$  du plan de rupture avec cette même direction, enfin par  $\lambda$  l'angle de la ligne  $bN$  avec la verticale, nous pourrons prendre l'angle  $u$  pour variable indépendante, sauf à tenir compte de la relation  $V = u - \lambda$ . Nous aurons alors, si nous posons  $bN = t$ ,

$$RI = bN (\tan \eta + \tan u) = t (\tan \eta + \tan u),$$

et par suite

$$Q = \frac{1}{2}pt^2 (\tan \eta + \tan u);$$

d'où

$$P = \frac{1}{2}pt^2 (\tan \eta + \tan u) \frac{\cos(\varphi - \lambda + u)}{\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda + u)},$$

que l'on peut mettre sous la forme

$$P = \frac{1}{2}pt^2 \frac{\tan \eta + \tan u}{\cos(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda)} \frac{\sin(\varphi - \lambda) [\cot(\varphi - \lambda) - \tan u]}{\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda) + \tan u}.$$

Posons  $\tan u = \omega$ , nous aurons à égaler à zéro la différentielle prise par rapport à  $\omega$  de l'expression

$$(\tan \eta + \omega) \frac{\cot(\varphi - \lambda) - \omega}{\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda) + \omega},$$

ce qui conduit à l'équation

$$\omega^2 + 2\omega \tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda) - [\cot(\varphi - \lambda) - \tan \eta] \tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda) + \tan \eta \cot(\varphi - \lambda) = 0,$$

d'où l'on tire

$$\omega = -\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda) \pm \sqrt{[\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda) - \tan \eta][\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon - \lambda) + \cot(\varphi - \lambda)]} \quad (*).$$

(\*) Il est facile de faire voir que les expressions les plus générales de la poussée en fonction de l'angle de rupture  $V$  et de la valeur de l'angle  $V$  correspondant au maximum de la poussée, qui sont données par le Général Poncelet, № 13 du *Mémorial de l'Officier du Génie*, p. 120, et par le Général Ardant, № 15 du *Mémorial de l'Officier du Génie*, p. 241 et suivantes, se déduisent des expressions ci-dessus modifiées eu égard aux hypothèses particulières pour lesquelles les premières ont été établies.

Le Général Poncelet trouve, dans l'hypothèse  $\varphi' = 0$ ,

$$P = \frac{1}{2} p z^2 \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha - \varepsilon)} \frac{(k - \omega)(\omega + q)}{1 + n \omega},$$

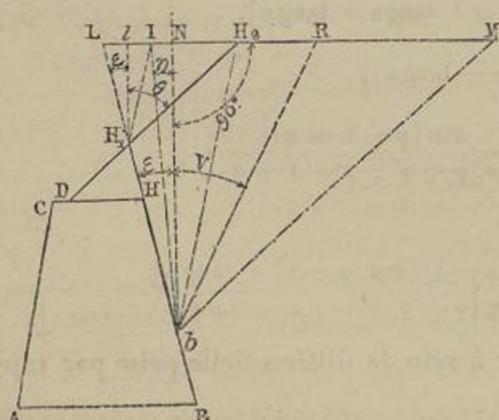
et

$$\tan V = - \frac{1}{\tan(\alpha - \varepsilon)} + \frac{1}{z \cos \alpha} \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha z^2}{\sin^2(\alpha - \varepsilon)} + \frac{\sin(\theta + \varepsilon) \cos \alpha h^2}{\cos \theta \sin(\alpha - \varepsilon)}};$$

et le Général Ardant, en supposant  $\varphi'$  quelconque,

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{z} p z^2 \cos^2 z \left[ \tan V + \tan \varepsilon - \frac{h'^2}{z^2} (\tan \theta + \tan \varepsilon) \right], \\ P &= \frac{1}{z} p z^2 \frac{\sqrt{1+F^2}}{\sqrt{1+f^2(1+E^2)}} + \frac{(1-f\omega)(\omega-q_1)}{F+\omega}, \\ \tan V &= -F + \sqrt{\left[ F-E + \frac{h'^2}{z^2} (T+E) \right] \left( \frac{1}{f} + F \right)}, \end{aligned}$$

Fig. 3.



$h'$  étant la hauteur  $H_1 l$  du point  $H_1$  au-dessous de l'horizontale supérieure LM,  
 - la hauteur  $hN$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \varphi,$$

$$\omega = \tan V,$$

$$k = \tan \alpha = \frac{r}{f},$$

$$\begin{aligned}n &= \tan(\alpha - \varepsilon), \\ bL &= z_1, \quad BH_1 = H, \quad HL = h, \quad H_1L = h_1, \\ \tan\theta &= T, \quad \tan s = E, \quad \tan(\alpha + \alpha' + \varepsilon) = F.\end{aligned}$$

Si l'on compare d'abord l'expression que nous avons trouvée,  $Q = \frac{1}{z} pt^2 (\tang \eta + \tang u)$  avec les expressions correspondantes ci-dessus, nous remarquons que l'on a  $\varepsilon = z = x \cos \varepsilon$ ,  $\tang u = \tang V$ ; de

Or il est facile de voir que, si l'on considère le cercle ayant pour rayon BN =  $t$ , cette valeur revient à

$$t\omega = -ON \pm \sqrt{(ON - NI)(ON + NM)}.$$

plus

$$\tan \eta = \tan \varepsilon - \frac{h'^2}{z^2} (\tan \theta + \tan \varepsilon) = \tan \varepsilon - \frac{h'^2}{z_1^2} (\tan \theta + \tan \varepsilon)$$

ou

$$t \tan \eta = z \tan \varepsilon - \frac{h'^2}{z} (\tan \theta + \tan \varepsilon) = (z_1 \cos \varepsilon) \tan \varepsilon - \frac{h'^2}{z} \cos \varepsilon (\tan \theta + \tan \varepsilon).$$

En effet,  $h'(\tan \theta + \tan \varepsilon)$  ou  $h'_1 \cos \varepsilon (\tan \theta + \tan \varepsilon) = LH_2$ ; or  $\frac{h'}{z} LH_2$  ou  $\frac{h'_1}{z_1} LH_2 = LI$ , la ligne  $H_1 I$  étant tracée parallèlement à  $bH_2$ ; d'ailleurs  $z \tan \varepsilon$  ou  $z_1 \cos \varepsilon \tan \varepsilon = LN$ . On doit donc avoir

$$t \tan \eta = LN - LI = NI.$$

Or c'est bien ce qui a lieu, car,  $H_1 I$  étant parallèle à  $bH_2$ , le triangle  $bIR$  est équivalent en surface au quadrilatère  $bH_1 H_2 R$ , en sorte que l'angle  $IbN$  est précisément égal à  $\eta$ . On voit en même temps que  $q = \tan \eta = -q_1$ .

Si maintenant, dans l'expression de la poussée en fonction de l'angle  $V$ , donnée par le Général Poncelet, nous introduisons les notations en fonction des lignes trigonométriques, en remplaçant  $z$  par  $t$ , nous trouvons

$$P = \frac{1}{2} p z^2 \frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varepsilon)} \frac{(\cot \varphi - \tan V)(\tan V + \tan \eta)}{\tan(\varphi + \varepsilon) + \tan V},$$

résultat identique à celui que fournit la formule donnée plus haut.

L'expression de la poussée, donnée par le Général Ardant, ramenée aux notations que nous avons employées, donne aussi, comme la formule trouvée plus haut,

$$P = \frac{1}{2} p t^2 \frac{\sin \varphi}{\cos(\varphi + \varphi' + \varepsilon)} \frac{(\cot \varphi - \tan V)(\tan V + \tan \eta)}{\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon) + \tan V}.$$

L'expression de  $\tan V$  donnée par le Général Poncelet peut être ramenée à la forme que nous avons adoptée, simplifiée par l'introduction des hypothèses  $\varphi' = 0$  et  $\lambda = 0$ .

En effet, on peut l'écrire

$$\tan V = -\frac{1}{\tan(\alpha - \varepsilon)} + \sqrt{\frac{1}{\sin^2(\alpha - \varepsilon)} + \frac{\sin(\theta + \varepsilon) \frac{h'^2}{z^2}}{\cos \alpha \cos \theta \sin(\alpha - \varepsilon)}}.$$

Or

$$\frac{\sin(\theta + \varepsilon)}{\cos \alpha \cos \theta \sin(\alpha - \varepsilon)} \frac{h'^2}{z^2} = \frac{h'^2}{z^2} \frac{\tan \theta + \tan \varepsilon}{\cos^2 \alpha (\tan \alpha - \tan \varepsilon)} = \frac{\tan \varepsilon - \tan \eta}{\cos^2 \alpha (\tan \alpha - \tan \varepsilon)},$$

puisque

$$\frac{h'^2}{z^2} (\tan \theta + \tan \varepsilon) = \tan \varepsilon - \tan \eta.$$

Donc

$$\tan V = -\frac{1}{\tan(\alpha - \varepsilon)} + \sqrt{\frac{1}{\sin^2(\alpha - \varepsilon)} + \frac{\tan \varepsilon - \tan \eta}{\cos^2 \alpha (\tan \alpha - \tan \varepsilon)}},$$

$$\tan V = -\tan(\varphi + \varepsilon) + \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha \cos^2 \varepsilon (\tan \alpha - \tan \varepsilon)^2} + \frac{\tan \varepsilon - \tan \eta}{\cos^2 \alpha (\tan \alpha - \tan \varepsilon)}},$$

$$\tan V = -\tan(\varphi + \varepsilon) + \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha (\tan \alpha - \tan \varepsilon)} \left[ \frac{1}{\cos^2 \varepsilon (\tan \alpha - \tan \varepsilon)} + \tan \varepsilon - \tan \eta \right]},$$

mais

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos^2 \varepsilon (\tan \alpha - \tan \varepsilon)} + \tan \varepsilon &= \frac{1 + \tan^2 \varepsilon}{\tan \alpha - \tan \varepsilon} + \tan \varepsilon \\ &= \frac{1 + \tan \alpha \tan \varepsilon}{\tan \alpha - \tan \varepsilon} = \frac{1}{\tan(\alpha - \varepsilon)} = \tan(\varphi + \varepsilon), \end{aligned}$$

Si sur IM comme diamètre on décrit une circonference, et si du point O on lui mène une tangente Or, la longueur de cette tangente représentera le radical qui formera le deuxième terme de l'expression ci-dessus. On aura donc

$$t\omega = -ON \pm OR;$$

la solution positive qui correspond à un maximum donne

$$\begin{aligned} t\omega &= NR, \\ \text{c'est-à-dire} \quad u &= NbR \quad \text{ou} \quad V = VbR. \end{aligned}$$

La solution négative correspond à un minimum et ferait connaître la butée.

Le calcul ci-dessus conduit ainsi à la solution graphique donnée par le général Poncelet (*Mémorial de l'Officier du Génie*, N° 13, p. 136 et suivantes).

Ce calcul se simplifie quand le profil du prisme de rupture est triangulaire et le plan supérieur horizontal. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire d'avoir recours aux notations particulières que l'on vient d'employer; on peut poser immédiatement

$$Q = \frac{2}{3} p H^2 (\tan \varepsilon + \tan V).$$

On est conduit alors à égaler à zéro la différentielle prise par rapport à  $\tan V = x$  de l'expression

$$(\tan \varepsilon + x) \frac{\cot \varphi - x}{\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon) + x}.$$

On trouve ainsi l'équation

$$x^2 + 2x \tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon) + (\tan \varepsilon - \cot \varphi) \tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon) + \tan \varepsilon \cot \varphi = 0.$$

et

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos^2 \alpha (\tan \alpha - \tan \varepsilon)} &= \frac{\tan^2 \alpha + 1}{\tan \alpha - \tan \varepsilon} = \frac{1 + \tan^2 \varphi}{\tan \varphi - \tan^2 \varphi \tan \varepsilon} \\ &= \cot \varphi \frac{1 + \tan^2 \varphi}{1 - \tan \varphi \tan \varepsilon} = \cot \varphi \frac{1 - \tan \varphi \tan \varepsilon + \tan \varphi \tan \varepsilon + \tan^2 \varphi}{1 - \tan \varphi \tan \varepsilon} \\ &= \cot \varphi [1 + \tan \varphi \tan(\varphi + \varepsilon)] = \cot \varphi + \tan(\varphi + \varepsilon); \end{aligned}$$

donc

$$\tan V = -\tan(\varphi + \varepsilon) + \sqrt{[\tan(\varphi + \varepsilon) + \cot \varphi][\tan(\varphi + \varepsilon) - \tan \eta]}.$$

Enfin l'expression de  $\tan V$  donnée par le Général Ardant, dans l'hypothèse  $\lambda = 0$ , se ramène également à la même forme.

Il suffit pour cela d'y remplacer F par  $\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon)$ ,  $\frac{1}{f}$  par  $\cot \varphi$  et

$$E - \frac{h'^2}{z_1^2} (T + E) = \tan \varepsilon - \frac{h'^2}{z_1^2} (\tan \theta + \tan \varepsilon)$$

par  $\tan \eta$ ; on trouve ainsi

$$\tan V = -\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon) + \sqrt{[\tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon) - \tan \eta][\cot \varphi + \tan(\varphi + \varphi' + \varepsilon)]}.$$

Nous préférons la forme que nous avons choisie, comme correspondant à la construction graphique et comme pouvant aisément se prêter au calcul logarithmique dans le cas où l'on voudrait une grande exactitude. Pour ce dernier motif nous considérons comme inutile de substituer l'expression générale de  $\tan V$  dans celle de P. Il est plus simple de faire la substitution numériquement. L'expression de  $\tan V$ , telle que nous l'avons donnée, est aussi très-facile à calculer, au moyen de la règle à calcul.

Si l'on suppose que la paroi intérieure du mur soit verticale, ce qui donne  $\varepsilon = 0$ , cette équation se réduit à

$$x^2 + 2x \tan(\varphi + \varphi') - \cot\varphi \tan(\varphi + \varphi') = 0,$$

d'où

$$x = -\tan(\varphi + \varphi') \pm \sqrt{\tan(\varphi + \varphi')[\tan(\varphi + \varphi') + \cot\varphi]},$$

formule que l'on rend calculable par logarithmes en la mettant sous la forme

$$\tan V = -\tan(\varphi + \varphi') + \sqrt{\frac{\tan(\varphi + \varphi') \cos\varphi'}{\cos(\varphi + \varphi') \sin\varphi}},$$

et en posant

$$\sqrt{\frac{\tan(\varphi + \varphi') \cos\varphi'}{\cos(\varphi + \varphi') \sin\varphi}} = \tan\chi,$$

d'où

$$\tan V = \frac{\sin(\chi - \varphi - \varphi')}{\cos\chi \cos(\varphi + \varphi')}.$$

On peut donc aisément calculer l'angle  $V$  et par suite la poussée  $P$  par logarithmes.

Dans le cas général le calcul se ferait de la même manière, il serait seulement un peu plus compliqué.

Un calcul semblable serait applicable à la butée, dont l'expression sera donnée plus loin.

Si l'on suppose  $\varphi' = 0$ , on trouve

$$x = -\tan\varphi + \sqrt{\tan^2\varphi + 1} = \tan\frac{1}{2}(90^\circ - \varphi).$$

On a donc, dans ce cas, la relation

$$V = \frac{1}{2}(90^\circ - \varphi).$$

Si dans l'expression générale de  $\omega$  on introduit l'hypothèse  $\varphi' + \varepsilon = 90^\circ$ , cette formule devient

$$\omega = \cot(\varphi - \lambda) = \tan(90^\circ - \varphi + \lambda),$$

d'où

$$\omega = 90^\circ - \varphi + \lambda \quad \text{et} \quad V = 90^\circ - \varphi.$$

Si l'on introduisait simultanément cette valeur de  $V$  avec les hypothèses correspondantes dans l'expression

$$P = Q \frac{\cos(\varphi + V)}{\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V)},$$

la valeur de  $P$  à laquelle on arriverait se présenterait sous la forme  $\frac{0}{0}$ ; mais il est facile de faire disparaître l'indétermination en supposant d'abord  $\varphi' + \varepsilon = 90^\circ$ , ce qui donne

$$\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V) = \cos(\varphi + V).$$

On a donc

$$P = Q.$$

Lorsqu'on a obtenu par le calcul ou par la construction graphique ci-dessus la valeur de  $V$ , en la substituant dans l'expression générale de  $P$ , on obtient la valeur particulière correspondante de la poussée.

La construction géométrique du Général Poncelet peut encore être démontrée de la manière suivante, et elle conduit à une représentation graphique de la poussée maximum.

L'expression générale de la poussée

$$P = Q \frac{\cos(\varphi + V)}{\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V)}$$

peut être mise sous la forme

$$P = Q \frac{bR'_1}{R_1 R'_1} = \frac{1}{2} p \cdot bN \times IR_1 \times \frac{bR'_1}{R_1 R'_1},$$

la ligne  $R_1 R'_1$  étant menée parallèlement à  $bM$ , en sorte que le triangle  $R_1 R'_1 b$  est semblable au demi-parallélogramme des forces au moyen duquel on décompose le poids  $Q$  pour obtenir la poussée; car ce triangle des forces a  $90^\circ - \varphi - V$  pour l'angle opposé à  $P$ ;  $90^\circ - \varphi' - \varepsilon$  pour l'angle opposé à la composante qui agit sur le plan de rupture; et par suite  $\varphi + \varphi' + \varepsilon + V$  pour l'angle opposé à  $Q$  (*voir la fig. 1*). Or l'angle  $ObM$  (*fig. 2*) est bien égal à  $\varphi + \varphi' + \varepsilon + V$  et  $R'_1 R_1 b = R_1 b M = 90^\circ - \varphi - V$ .

Les triangles semblables  $OR_1 R'_1$  et  $OMb$  donnent d'ailleurs

$$bR'_1 = \frac{MR_1 \cdot Ob}{OM} \quad \text{et} \quad R_1 R'_1 = \frac{Mb \cdot OR_1}{OM};$$

d'où

$$\frac{bR'_1}{R_1 R'_1} = \frac{Ob \cdot MR_1}{Mb \cdot OR_1},$$

et par suite

$$P = \frac{1}{2} p \cdot bN \cdot \frac{Ob}{Mb} \times \frac{IR_1 \cdot MR_1}{OR_1}.$$

La recherche du maximum de  $P$  se réduit à celle du maximum de  $\frac{IR_1 \cdot MR_1}{OR_1}$ , que l'on peut mettre sous la forme

$$\frac{(OR_1 - OI)(OM - OR_1)}{OR_1}$$

ou, si l'on représente  $OR_1$  par  $x$ ,

$$\frac{(x - OI)(OM - x)}{x} = OI + OM - x - \frac{OI \times OM}{x}.$$

On est ainsi ramené à la recherche du *minimum* de  $x + \frac{OI \times OM}{x}$ , c'est-à-dire de la somme de deux quantités dont le produit est donné et est égal à  $OI \times OM$ . On sait que ce minimum correspond à  $x = \sqrt{OI \times OM}$ , expression qui conduit à la

construction géométrique du Général Poncelet, laquelle donne (*fig. 2*)

$$\sqrt{OI \cdot OM} = Or = OR.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} \text{maximum de } \frac{IR_1 \cdot MR_1}{OR_1} &= OI + OM - 2\sqrt{OI \cdot OM} \\ &= \frac{\overline{OR}^2 + \overline{OM}^2 - 2OR \cdot OM}{OM} = \frac{(OM - OR)^2}{OM} = \frac{\overline{MR}^2}{OM}; \end{aligned}$$

par suite,

$$\text{maximum de } P = \frac{1}{2} p \cdot bN \times \frac{Ob \overline{MR}^2}{Mb \overline{OM}} = \frac{1}{2} bN \cdot OM \frac{Ob \overline{MR}^2}{Mb \overline{OM}}.$$

Or

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} bN \times OM &= \frac{1}{2} Ob \cdot Mb \sin \angle OBM \\ &= \frac{1}{2} Ob \cdot Mb \sin \left( \varphi + \varphi' + \varepsilon + \frac{\pi}{2} - \varphi \right) = \frac{1}{2} Ob \cdot Mb \cos(\varphi' + \varepsilon), \end{aligned}$$

donc

$$\text{maximum de } P = \frac{1}{2} p Ob \cdot Mb \cos(\varphi' + \varepsilon) \frac{Ob \overline{MR}^2}{Mb \overline{OM}^2} = \frac{1}{2} p \cos(\varphi' + \varepsilon) \frac{Ob}{OM} \frac{\overline{MR}^2}{\overline{OM}^2};$$

et comme  $\frac{Ob}{OM} MR = bR'$ ,

$$\text{maximum de } P = \frac{1}{2} p \cos(\varphi' + \varepsilon) \overline{bR'}^2.$$

Il est facile de remplacer cette expression de la poussée, au moyen d'une troisième ou d'une quatrième proportionnelle, par une longueur mesurée à l'échelle voulue.

**Calcul de l'épaisseur à donner à un mur de revêtement dans le cas où le profil du prisme de rupture est triangulaire.**

Lorsque le prolongement de la paroi intérieure du mur rencontre le plan du profil du remblai auquel aboutit le plan de rupture, la valeur de l'angle  $V$  donnée ci-dessus est constante quelle que soit la hauteur du point  $b$ . Il s'ensuit que l'expression générale de la poussée est le produit d'un coefficient constant par le carré de la quantité variable  $t$ ; le point d'application de la poussée se trouve donc alors au tiers de la hauteur de la paroi  $BH_1$ .

L'expression de la poussée exercée sur la paroi  $BH_1$  étant connue, ainsi que la position de son point d'application, on devra, dans le cas où le renversement sera à craindre, faire en sorte que le produit du moment par rapport au point  $A$  de la poussée appliquée en  $L$ , par un coefficient de stabilité  $\sigma$ , soit égal au moment pris par rapport au même point, du poids du mur et du prisme de terre  $DEH_1H$  qui s'appuie sur sa partie supérieure. On aura ainsi

$$\begin{aligned} \sigma P \left[ \frac{t}{3} \cos(\lambda - \varepsilon) \cos \varphi' - e \sin(\varphi' + \varepsilon) \right] \\ = \frac{1}{2} p' c^2 H - \frac{p'}{6} n^2 H^3 - \frac{1}{2} p' H^2 \tan \varepsilon \left( e - \frac{1}{3} H \tan \varepsilon \right) + p \text{ mom. surf. } DEH_1H, \end{aligned}$$

$t$  exprimant la longueur de la perpendiculaire BN abaissée du point B sur le côté ER et  $n$  la tangente de l'angle du parement extérieur AC avec la verticale.

Dans l'hypothèse  $\lambda = 0$ , on a

$$\theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad t = H + h;$$

de plus

$$p \text{ mom. surf. DEH}_1 H = p \frac{c^2 - b^2}{2} h - p \frac{h^2}{2} \tan \zeta (b + \frac{1}{3} h \tan \zeta) \\ - p h H \tan \varepsilon (e - \frac{1}{2} H \tan \varepsilon) - p \frac{h^2}{2} \tan \varepsilon (e - H \tan \varepsilon - \frac{1}{3} h \tan \varepsilon),$$

$b$  étant la distance du pied D du talus extérieur à la verticale du point A,  $\zeta$  l'angle de ce talus avec la verticale et  $h$  la hauteur de la surcharge de terre.

Fig. 4..

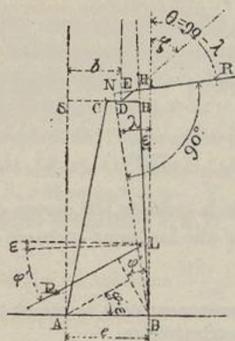
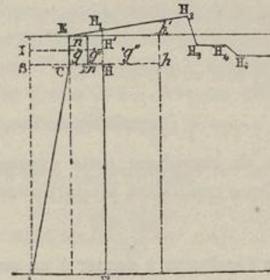


Fig. 5.



Si l'on suppose  $\varepsilon = 0$ , c'est-à-dire si la paroi intérieure du mur est verticale, l'équation devient

$$\sigma P \left( \frac{H+h}{3} \cos \varphi' - e \sin \varphi' \right) = \frac{1}{2} p' c^2 H - \frac{p'}{6} n^2 H^2 + p \frac{c^2 - b^2}{2} h - p \frac{h^2}{2} \tan \zeta (b + \frac{1}{3} h \tan \zeta).$$

Dans cette hypothèse, on a d'ailleurs

$$P = \frac{1}{2} p (H + h)^2 \tan^2 \frac{1}{2} \alpha,$$

$\alpha$  représentant  $90^\circ - \varphi$ ; et, si l'on supposait en outre  $\varphi' = 0$ , on retomberait sur l'équation donnée par le général Poncelet (N° 43 du *Mémorial*, p. 20).

Si nous voulons appliquer cette formule à la recherche du coefficient de stabilité du revêtement type de Vauban, il faut supposer  $H = 10^m$ ,  $H + h = 11^m, 30$ ,  $c = 3^m, 624$ ,  $n = \frac{1}{5}$ . Nous admettrons, en outre, que l'on a

$$\varphi = \varphi' = 35^\circ.$$

Nous trouverons

$$\tan V = 0,639,$$

d'où

$$V = 32^\circ 35' \quad \text{et} \quad P = p(H + h)^2 + 0,1246.$$

L'équation devient

$$\sigma P \left( \frac{1}{3} H' \cos \varphi' - e \sin \varphi' \right) = \frac{1}{2} p' e^2 H - \frac{p'}{6} n^2 H^3 + p' \text{surf. } C m n E \times g I + p \text{surf. } H m n H' \times g' I$$

ou

$$\begin{aligned} \sigma p 0,1246 \times \overline{11,3}^2 (\frac{1}{3} 11,3 \cos 35^\circ - 3,624 \sin 35^\circ) &= p' \frac{1}{2} \overline{3,624}^2 \times 10 \\ - \frac{p'}{6} \times \frac{1}{25} \times 10^3 + p' \times 0,974 \times 1,30 \times 2,487 + p \times 0,650 \times 1,30 \times 3,299, \end{aligned}$$

$$\sigma p 15,97 = 62,13 p' + 2,789 p.$$

En supposant enfin  $\frac{p'}{p} = 1$ , afin de se placer dans une hypothèse extrême défavorable à la stabilité, l'hypothèse  $\varphi = \varphi' = 35^\circ$  pouvant d'ailleurs être considérée comme presque toujours réalisée dans les circonstances ordinaires de la pratique, on trouve  $\sigma 15,97 = 64,919$ , d'où  $\sigma = 4,06$  (\*), chiffre plus que double du chiffre de 1,912 auquel arrive le général Poncelet (N° 13 du *Mémorial*, p. 23), dans les hypothèses  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\varphi' = 0$  et  $\frac{p'}{p} = \frac{3}{2}$ . La différence entre les résultats tient à la différence dans les hypothèses et surtout à ce que le général Poncelet a supposé  $\varphi' = 0$ , ce qui est contraire à la réalité. L'écart serait encore plus prononcé si l'on avait admis les valeurs qu'il assigne à  $\varphi$  et à  $\frac{p'}{p}$ . Mais il convient de se placer, à cet égard, dans des conditions défavorables à la stabilité, puisque les revêtements de Vauban se sont généralement bien comportés dans des conditions pareilles.

(\*) Dans les calculs ci-dessus on a considéré le coefficient de stabilité  $\sigma$  relatif à la résultante des poussées élémentaires exercées sur toute la hauteur de la paroi du revêtement. Si l'on voulait ne considérer que la résultante de celles de ces poussées qui passent au-dessus de l'arête antérieure A du mur, celles qui passent en dessous ajoutant leur moment au moment résistant, la poussée serait celle qui correspondrait à

$$H + h - e \tan \varphi' = 11,30 - 3,624 \tan 35^\circ = 8,76.$$

Son moment serait

$$\frac{P' H' \cos \varphi'}{3} = p \cdot 0,1246 \times \overline{8,76}^2 \times \frac{8,76}{3} \cos 35^\circ = 9,56 p \cdot 2,39 = 22,85 p.$$

Le moment favorable à la stabilité serait

$$(22,85 - 15,97)p = 6,88p.$$

On aurait donc

$$\sigma_1 \cdot 22,85p = 6,88p + 64,919p,$$

d'où

$$\sigma_1 \cdot 22,85 = 71,799, \quad \text{et} \quad \sigma_1 = 3,145, \quad \text{soit} \quad \sigma_1 = 3.$$

Tel est le coefficient correspondant à cette manière d'envisager la stabilité, qui peut paraître plus rationnelle que celle qui a été adoptée; mais, quoique le rapport entre les deux coefficients de stabilité ne reste pas constant quand on fait varier le profil du revêtement, il est préférable, pour la facilité du calcul, de considérer le coefficient de stabilité relatif à la poussée totale.

Pour obtenir le degré de stabilité des revêtements de Vauban, il conviendra donc de supposer  $\sigma = 4$ .

Si maintenant on suppose  $n = 0$  et  $h = 0$ , l'équation se réduit à

$$\sigma P \left( \frac{H}{3} \cos \varphi' - e \sin \varphi' \right) = \frac{1}{2} p' e^2 H.$$

Supposons  $\varphi = \varphi' = 35^\circ$ , on aura,

$$P = p H^2 o, 1246,$$

$$\sigma p H^2 \times o, 1246 \left( \frac{H}{3} \cos \varphi' - e \sin \varphi' \right) = \frac{1}{2} p' e^2 H,$$

$$e^2 + 2\sigma \frac{p}{p'} H o, 1246 \sin \varphi' e - \frac{2\sigma}{3} \frac{p}{p'} H^2 o, 1246 \cos \varphi' = 0.$$

Soit, en outre,  $\frac{p}{p'} = \frac{2}{3}$ , on aura en faisant  $\sigma = 4$ ,

$$e^2 + 0,38 H e - 0,181 H^2 = 0, \quad \text{d'où} \quad e = 0,276 H.$$

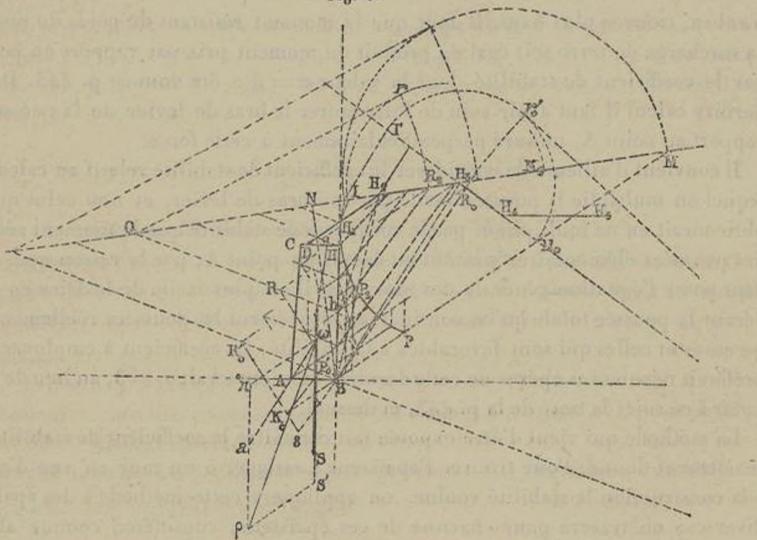
#### Cas où le profil du prisme de rupture a une forme quelconque.

Dans le cas général, si l'on fait varier la position du point  $b$  de la paroi intérieure du mur, à partir duquel on considère la poussée qui s'exerce sur  $bH_1$ , c'est-à-dire sur la partie de cette paroi située au-dessus de ce point et son prolongement jusqu'au contour du remblai, l'angle  $V$  du plan de rupture avec la verticale, pour lequel la poussée est un maximum, variera avec la hauteur du point  $b$ .

Pour fixer les idées, si l'on suppose un remblai très élevé, avec talus extérieur à terres coulantes, limité à un plan supérieur horizontal, il est facile de voir que l'angle  $v$  sera négatif et qu'il croîtra en valeur absolue, à mesure que le point  $b$  se relèvera, en sorte que la valeur de  $\omega$  ou  $\tan u$ , dans laquelle, d'ailleurs, il faudra faire  $\lambda = 0$ , ira constamment en croissant. Ainsi l'angle  $u$  et par suite l'angle  $V$  qui lui est égal, dans ce cas, iront en croissant, et le plan de rupture ira en s'abaissant de plus en plus. Ce plan ne rencontrera, du reste, jamais le talus extérieur à terres coulantes, car il faudrait pour cela faire  $\lambda = \varphi$ , ce qui donnerait  $\cot(\varphi - \lambda) = \infty$  et, par suite,  $\omega = \infty$ . L'angle  $u$  serait droit, c'est-à-dire que le plan de rupture serait parallèle au talus extérieur. Si l'on fait la construction graphique de l'angle de rupture pour le cas où le point  $b$  coïncide avec  $H_1$ , on trouve pour l'angle  $V$  une valeur telle que le plan de rupture rencontre le plan horizontal supérieur et non le talus extérieur, comme on aurait pu le supposer. Pour chaque position du point  $b$ , on trouvera par la construction graphique indiquée l'inclinaison du plan de rupture. Le volume du prisme de rupture pourra être représenté par une longueur quatrième proportionnelle à l'unité graphique de l'épure, la hauteur  $bN$  et  $\frac{1}{2} IR$ , en sorte que le poids de ce prisme sera représenté par cette longueur à une échelle égale au quotient de l'échelle graphique par  $p$ . Ce poids placé sur une verticale ayant son extrémité en  $b$  sera décomposé suivant le parallélogramme des forces, de ma-

nière que la poussée sur  $bH_1$  se trouvera tracée à partir de  $b$  et suivant sa direction faisant avec la normale à la paroi l'angle  $\varphi'$ . On pourra aussi obtenir la poussée graphique en partant de son expression  $\frac{1}{2}p \cos(\varphi' + \varepsilon) \overline{bR'}^2$  et en construisant une quatrième proportionnelle à deux fois l'unité graphique,  $bR'$  et  $bR' \cos(\varphi' + \varepsilon)$ . Quand on aura construit ces différentes poussées, on réunira leurs extrémités par une courbe  $PP_2$  et, par l'arête antérieure  $A$  de la base du mur, on mènera une direction parallèle à la direction commune de ces poussées. Si, à partir de cette ligne, on mène deux ordonnées très-voisines parallèles à la paroi intérieure du mur, la différence des deux abscisses comptées sur cette direction, parallèlement à la direction

Fig. 6.



des poussées, représentera l'accroissement de la poussée lorsqu'on passe d'un point de la courbe au point voisin, autrement dit la poussée élémentaire appliquée sur l'élément de la paroi intérieure du mur dont les extrémités correspondent à ces deux points. L'ordonnée moyenne parallèle à la paroi du mur étant égale au bras de levier oblique de la poussée élémentaire par rapport à l'arête antérieure de la base du mur, l'aire de la courbe comprise entre les deux ordonnées considérées représentera le moment de la poussée élémentaire. Le moment résultant des poussées élémentaires passant au-dessus du point  $A$  sera représenté par l'aire de la portion de la courbe située au-dessus de la direction menée par ce point. Le moment de sens contraire des poussées favorables à la stabilité sera représenté par l'aire de la courbe située au-dessous de la ligne des abscisses. On fera la différence de ces deux aires qui fera connaître le moment de la poussée résultante. Ce moment, divisé par la poussée graphique totale appliquée sur  $bH_1$ , donnera le bras de levier de la poussée

par rapport au point A, et, par suite, l'ordonnée par rapport à la ligne des abscisses menée par A, du point d'application de la poussée (\*).

Mais il est préférable, pour la facilité du calcul, de considérer comme axe des abscisses la ligne menée par le point inférieur B de la paroi intérieure et faisant l'angle  $\varphi$  avec la normale à la paroi. Alors tous les moments seront positifs et le quotient de l'aire totale par la poussée graphique totale donnera l'ordonnée du point d'application de la poussée par rapport au point B. Si la poussée menée par le point ainsi déterminé passe par-dessus le point A, c'est que la différence entre la somme des moments élémentaires positifs et celle des moments élémentaires négatifs par rapport à A est positive.

Pour que la stabilité du revêtement soit la même que celle du revêtement type de Vauban, trouvée plus haut, il faut que le moment résistant du poids du mur avec sa surcharge de terre soit égal au produit du moment pris par rapport au point A, par le coefficient de stabilité dont la valeur  $\sigma = 4$  a été donnée p. 443. Dans ce dernier calcul il faut avoir soin de faire entrer le bras de levier de la poussée par rapport au point A, mesuré perpendiculairement à cette force.

Il convient d'ailleurs de considérer le coefficient de stabilité relatif au calcul dans lequel on multiplie la poussée totale par son bras de levier, et non celui que l'on obtiendrait en ne multipliant par le coefficient de stabilité que le moment résultant des poussées élémentaires passant au-dessus du point A, par la raison que, si l'on veut poser l'équation générale des moments, il est plus facile de le faire en considérant la poussée totale qu'en considérant séparément les poussées réellement dangereuses et celles qui sont favorables à la stabilité. Le coefficient à employer si l'on préférerait néanmoins opérer de cette dernière manière serait  $\sigma_1 = 3$ , au lieu de  $\sigma = 4$  (voir à ce sujet la note de la p. 443, ci-dessus).

La méthode qui vient d'être exposée fait connaître le coefficient de stabilité d'un revêtement donné. Pour trouver l'épaisseur à assigner à un mur en vue d'assurer à la construction la stabilité voulue, on appliquera cette méthode à des épaisseurs diverses; on tracera pour chacune de ces épaisseurs considérée comme abscisse une ordonnée verticale représentant le coefficient de stabilité correspondant. L'intersection de la courbe d'erreurs obtenue ainsi et d'une horizontale ayant pour ordonnée le coefficient de stabilité donné fera connaître l'épaisseur cherchée.

Voici les résultats auxquels on arrive en appliquant la méthode exposée ci-dessus au cas de la fig. 6.

(\*) Pour le calcul de l'aire de la courbe, on pourra avoir recours à la formule de M. le Général Parmenier (N° 16 du *Mémorial de l'Officier du Génie*, p. 290 et suivantes). Soit S l'aire cherchée, l la commune longueur des éléments de la base,  $2n$  le nombre pair de ces éléments,  $y, y_2, \dots, y_{2n}$ , les valeurs numériques des  $(2n+1)$  ordonnées élevées aux points de division, et  $\Sigma y_i$  la somme  $y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1}$  des ordonnées de rang pair; on aura

$$S = l \left( 2 \Sigma y_i + \frac{y_0 + y_{2n}}{6} - \frac{y_1 + y_{2n-1}}{6} \right).$$

On pourrait aussi avoir recours au planimètre polaire de M. Amsler, qui a été décrit dans le N° 22 du *Mémorial de l'Officier du Génie*.

Pour appliquer la formule de M. le général Parmentier au calcul de la courbe dont l'aire représente les moments, formule qui a été donnée p. 446, on fera  $\frac{l}{\cos \varphi'} = \frac{l}{\cos 35^\circ} = 1,25$ , quantité qui représente la portion d'abscisse comprise entre deux ordonnées obliques consécutives quelconques, sauf les ordonnées supérieures  $y_0$  et  $y_1$ , pour lesquelles il y aurait une différence que l'on peut négliger puisque la valeur de  $y_0$  est nulle;

$$\Sigma y_i = y_1 + y_3 + y_5 + y_7 + y_9 = 0,05 + 0,60 + 1,60 + 3,00 + 5,05 = 10,30; \\ y_{2n} = y_{10} = 6,2 \quad \text{et} \quad y_{2n-1} = y_9 = 5,05.$$

On trouve

$$S = 25,979 \cos 35^\circ = 21,3;$$

et comme  $y_{10} = 6,2$  représente la poussée totale, en divisant S par  $y_{10}$  on aura le bras de levier  $4,198 \cos 35^\circ$  de la poussée, et la hauteur  $4,198$  de son point d'application au-dessus du pied B du mur. On a par suite, pour le coefficient de stabilité, dans l'hypothèse  $p' = 1,25 p$ ,

$$\sigma = \frac{\pi \rho}{\pi a} = \frac{10,694}{4,55} = 2,35.$$

Si dans le calcul du moment on voulait considérer séparément le moment résultant des poussées élémentaires passant au-dessus de l'arête A, qui tend à renverser le mur, et celui des poussées élémentaires passant au-dessous de A, moment qui tend à maintenir la stabilité du revêtement, on trouverait :

Moment par rapport à A du poids du mur et du prisme de terre qu'il porte à sa partie supérieure.....	20,25
Moment résultant des poussées élémentaires favorables à la stabilité....	2,30
Moment résistant total.....	<u>22,55</u>
Moment résultant des poussées élémentaires tendant au renversement..	11,15

Le coefficient de stabilité serait alors

$$\sigma_1 = 22,55 : 11,15 = 2,02.$$

Quoique cette dernière manière d'envisager la stabilité puisse sembler plus rationnelle, la première est préférable en ce qu'elle fait mieux la part entre le rôle du mur et celui du remblai, et en ce qu'elle conduit plus simplement au but.

Dans tous les cas la valeur du coefficient de stabilité normal à adopter doit être déterminée par la méthode que l'on veut employer, appliquée à un revêtement type tel, par exemple, que celui de Vauban.

**Butée.** — Lorsqu'un mur de revêtement tend à glisser sur la base de sa fondation, la résistance qu'opposent à ce mouvement les terres qui s'appuient contre la paroi antérieure de la maçonnerie est appelée *butée*.

Lorsque l'effort développé par le mouvement du mur surmontera la résistance due à la butée, il se formera un prisme de rupture qui remontera le long du plan

de rupture en étant sollicité par un frottement dirigé également de haut en bas ; et en s'élevant sur ce plan, le prisme de rupture glissera contre la paroi antérieure de la fondation en étant sollicité par le frottement dirigé également de haut en bas.

Le problème de la butée ne diffère donc de celui de la poussée, tel qu'il a été exposé ci-dessus, qu'en ce que les angles du frottement  $\varphi$  et  $\varphi'$  doivent être changés de signe, et, de plus, en ce que le problème comporte la recherche d'un minimum au lieu d'un maximum.

Si l'on désigne par  $B$  la butée et par  $Q$  le poids du prisme de butée, l'expression de cette force sera

$$B = Q \frac{\cos(V - \varphi)}{\sin(-\varphi - \varphi' + \varepsilon + V)} = Q \frac{\cos(u - \lambda - \varphi)}{\sin(-\varphi - \varphi' + \varepsilon + u - \lambda)}.$$

On aura, d'ailleurs, si l'on a adopté des notations analogues à celles qui ont été admises pour la poussée,

$$Q = \frac{1}{2} p t^2 (\tan \eta + \tan u).$$

La tangente de l'angle de rupture est alors donnée par la formule trouvée pour la poussée, dans laquelle il suffit de changer les signes de  $\varphi$  et de  $\varphi'$ , ce qui donne

$$\begin{aligned} \omega &= \tan u = -\tan(-\varphi - \varphi' + \varepsilon - \lambda) \\ &\pm \sqrt{[\tan(-\varphi - \varphi' + \varepsilon - \lambda) - \tan \eta][\tan(-\varphi - \varphi' + \varepsilon - \lambda) - \cot(\varphi + \lambda)]}. \end{aligned}$$

Il est facile de vérifier que l'expression de  $B$  comporte un minimum.

Soit, en effet,  $\tan u + \tan \eta = 0$ , on aura

$$B = 0.$$

Si l'on fait ensuite  $u = \varphi + \varphi' + \lambda - \varepsilon$ , on aura

$$B = \infty;$$

enfin, pour  $u = \frac{\pi}{2}$ ,  $B$  redeviendra infini. C'est donc pour une valeur de  $V$  ou  $u - \lambda$ , comprise entre  $V = \varphi + \varphi' - \varepsilon$  et  $V = \frac{\pi}{2} - \lambda$ , que  $B$  deviendra un minimum.

Il est à remarquer que la valeur de  $\omega$  ou  $\tan u$  doit être positive, ce qui exige que le radical soit pris avec le signe  $+$ .

Supposons  $\varphi' = 0$ ,  $\varepsilon = 0$ ,  $\lambda = 0$  et  $\eta = 0$ , on aura

$$\omega = \tan \varphi + \sqrt{\tan^2 \varphi + 1} = \tan \varphi + \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{\sin \varphi + 1}{\cos \varphi} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + 1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)} = \cot\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\varphi\right)$$

ou

$$\omega = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\varphi\right).$$

Si  $\varphi = 35^\circ$ ,

$$V = 62^\circ 30',$$

d'où

$$B = \frac{1}{2} p H^2 \frac{\tan V}{\tan(V - \varphi)} = 1,85 p H^2.$$

Supposons  $\varphi = \varphi' = 35^\circ$ ,  $\varepsilon = 0$ ,  $\lambda = 0$  et  $\eta = 0$ , on trouve

$$\tan V = 6,12 \quad \text{et} \quad V = 80^\circ 43',$$

$$Q = 3,06 pt^2 \quad \text{et} \quad B = 11,5 pt^2.$$

**Calcul de l'épaisseur à donner à un revêtement dans le cas où l'on a à craindre le glissement du mur sur sa base.**

Dans le cas où le glissement du mur sur sa base est à craindre, le produit de la composante horizontale de la poussée, par le coefficient de stabilité, doit être égal au produit de la somme des pressions verticales qui agissent sur la base par le coefficient  $f''$  du frottement des maçonneries sur cette base.

L'équation à laquelle il s'agit de satisfaire est la suivante, dans laquelle on tient compte du poids de la fondation dans l'évaluation du frottement et de la dernière valeur de la butée trouvée ci-dessus :

$$\sigma P \cos(\varphi' + \varepsilon) = f'' [P \sin(\varphi' + \varepsilon) + \frac{1}{2} p' c H - \frac{1}{2} p' n H^2 - \frac{1}{2} p' \tan \varepsilon H^2 + p \text{ surf. DEH}_1 H] \\ + f'' p' \text{ profil. fond.} + B (\cos \varphi' - f'' \sin \varphi').$$

Si l'on applique ce calcul au mur de revêtement de Vauban, dans les hypothèses qui ont été faites plus haut, on trouve les valeurs suivantes de  $\sigma$ , en supposant une fondation de 4 mètres d'épaisseur à la base et une hauteur variable, dans l'hypothèse

$$\varphi = \varphi' = \varphi'' = 35^\circ, \quad p = p', \quad \varepsilon = 0, \quad \lambda = 0, \quad \eta = 0;$$

dans le cas où la profondeur de la fondation est nulle,  $\sigma = 2,98$ ; dans le cas où la hauteur de cette fondation est égale à l'unité  $\sigma = 4,13$ , valeur très-sensiblement identique à celle du coefficient de stabilité relatif au renversement du profil de Vauban par rotation autour de l'arête antérieure de sa base, et qui est à adopter; pour  $t = 1^m, 50$ ,  $\sigma = 5,25$ ; pour  $t = 2^m$ ,  $\sigma = 6,74$  et pour  $t = 2^m 50$ ,  $\sigma = 8,59$ .

On voit bien par cet exemple quelle est l'influence de la profondeur de la fondation pour résister au glissement du mur sur la base de cette fondation.

#### THÉORIE DE M. MAURICE LEVY.

M. Maurice Levy, ingénieur des Ponts et Chaussées, est l'auteur d'une théorie de la poussée des terres qui diffère de celle qui vient d'être exposée et qui a été l'objet, le 7 février 1870, d'un Rapport favorable présenté à l'Académie des Sciences par M. de Saint-Venant, Rapport dont les conclusions ont été adoptées (*voir aussi* le numéro du 14 février suivant). Le Mémoire de M. Maurice Levy a été inséré, plus tard, dans les numéros de juillet, août et septembre 1873 du *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, de M. Liouville.

L'auteur applique aux éléments matériels dont se compose un remblai les conditions d'équilibre du parallélépipède et du prisme triangulaire élémentaire établies par Cauchy et rendues sensibles sous une forme géométrique, par la considération de l'ellipsoïde d'élasticité, due à Lamé.

Il rapporte le système à deux axes rectangulaires  $Ox$  et  $Oy$ , l'un horizontal,

l'autre vertical, et dirigé de haut en bas. Considérant ensuite un élément rectangulaire ayant pour côtés  $dx$  et  $dy$ , il désigne par  $N_1$  et  $T_1$  les actions normale et tangentielle rapportées à l'unité de surface, que subit l'élément superficiel  $dy$  normal aux  $x$ , et par  $N_2$  et  $T_2$  les mêmes actions pour l'élément superficiel  $dx$  normal aux  $y$ , actions auxquelles il faut ajouter celle de la pesanteur.

En exprimant que la somme des moments de toutes ces forces par rapport au centre du rectangle est nulle, on trouve  $T_1 = T_2$ .

Soit  $T$  la valeur commune de ces deux forces. Si l'on projette toutes les forces sur les  $x$  et les  $y$ , on trouve, en appelant  $\Pi$  le poids de l'unité de volume des terres considérées,

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{dN_1}{dx} + \frac{dT}{dy} = 0, \\ \frac{dT}{dx} + \frac{dN_2}{dy} = \Pi. \end{cases}$$

A ces deux relations entre les trois quantités  $N_1$ ,  $N_2$  et  $T$ , l'auteur se propose d'en joindre une troisième qui lui sera fournie par la considération de l'*équilibre limite*. Par chaque point de la masse, au moment de se mettre en mouvement, passera une courbe suivant laquelle la partie antérieure de la masse tendra à glisser pour se séparer de la partie postérieure. Cette courbe sera caractérisée par ce que, suivant un quelconque de ses éléments, le rapport  $\frac{\mathcal{E}}{\mathfrak{N}}$  =  $\mathfrak{f}$  de l'action tangentielle à l'action normale atteindra sa limite supérieure  $f$ . En projetant les forces qui agissent sur l'élément triangulaire  $mnp$ , dont le côté  $mn$  est situé sur la courbe, tandis que les côtés  $mp$  et  $np$  sont respectivement parallèles aux axes des  $x$  et des  $y$ , il trouve les valeurs de  $\mathfrak{N}$  et de  $\mathcal{E}$  en fonction de  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $T$  et de l'angle  $V$  de l'élément  $mn$  avec l'axe des  $y$

$$(4) \quad \begin{cases} \mathfrak{N} = \frac{N_1 + N_2}{2} - \frac{N_2 - N_1}{2} \cos 2V - T \sin 2V, \\ \mathcal{E} = -\frac{N_2 - N_1}{2} \sin 2V + T \cos 2V. \end{cases}$$

Entre ces deux quantités il établit la relation  $\frac{\mathcal{E}}{\mathfrak{N}} = \mathfrak{f}$  ou  $\tan \Phi$ ; puis il différentie l'équation ainsi obtenue, afin d'obtenir la condition du maximum par la relation  $\frac{d\Phi}{dV} = 0$ , en substituant à  $\Phi$  la valeur limite  $\varphi$  que cet angle doit atteindre. Entre l'équation trouvée d'abord et celle qu'il en a déduite par la différentiation, il élimine  $V$ , et il obtient ainsi la troisième relation cherchée,

$$(9) \quad 4T^2 + (N_2 - N_1)^2 = \sin^2 \varphi (N_1 + N_2)^2.$$

En combinant cette équation avec le groupe (2), on peut trouver  $N_1$ ,  $N_2$  et  $T$ ; on déduit de (2), en appelant  $\psi$  une fonction entièrement arbitraire de  $x$  et de  $y$ ,

$$(10) \quad N_1 = \frac{d^2 \psi}{dy^2}, \quad N_2 = \Pi y + \frac{d^2 \psi}{x^2}, \quad T = -\frac{d^2 \psi}{dxdy},$$

et ces valeurs portées dans (9) donneront l'équation à laquelle devra satisfaire la fonction  $\psi$ . Il restera à intégrer cette équation aux différences partielles du second ordre et à déterminer, d'après les conditions à la surface, les fonctions arbitraires introduites par l'intégration, pour avoir résolu le problème dans toute sa généralité.

Cette équation en  $\psi$  est loin d'être facile à intégrer dans l'état actuel de la Science; mais les équations (2) et (9), dont on l'a déduite, comportent une solution en quelque sorte immédiate, dans le cas d'une masse de terre terminée par un plan indéfini présentant une inclinaison quelconque.

**Stabilité des murs de soutènement.** — L'auteur calcule la pression qui s'exerce sur une face plane du remblai, le long de laquelle  $\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{N}} = f$ . Si à cette face plane on substitue la paroi intérieure d'un mur,  $\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{N}}$  est déterminé *a priori* et égal à  $f_1$ , coefficient du frottement des terres sur les maçonneries si  $f_1 < f$  tangente de l'angle  $\varphi$  du talus naturel des terres, ou à  $f$  dans le cas contraire. Ce n'est que dans le cas où  $f = f_1$  ou  $f$ , que les formules auxquelles il arrive peuvent être rigoureusement appliquées. Toutefois, M. de Saint-Venant a démontré (*Journal de Mathématiques de M. Liouville*) qu'en dehors de ce cas on peut néanmoins appliquer ces formules, qui donnent alors une approximation par excès, de sorte qu'en les employant on sera amené à donner aux murs de soutènement une résistance un peu supérieure à celle qui serait strictement nécessaire.

Dans l'application on calculera  $\alpha$  par la formule

$$\sin(2\alpha + \omega) = \frac{\sin \omega}{\sin \varphi},$$

$\alpha$  étant l'inclinaison de l'une des lignes *isostatiques* sur lesquelles il ne s'exerce, dans le remblai, que des pressions normales, et  $\omega$  l'inclinaison du talus qui limite le remblai.

L'angle  $\alpha + \varepsilon_1 = i$ , que forme avec la ligne isostatique la section le long de laquelle on a

$$\frac{\mathcal{E}}{\mathcal{N}} = f,$$

sera donné par l'équation

$$\frac{\sin \varphi \sin 2(\alpha + \varepsilon_1)}{1 - \sin \varphi \cos 2(\alpha + \varepsilon_1)} = f_1, \quad \text{si } f_1 < f,$$

ou par

$$\frac{\sin \varphi \sin 2(\alpha + \varepsilon)}{1 - \sin \varphi \cos 2(\alpha + \varepsilon)} = \tan \varphi, \quad \text{si } f_1 > f,$$

l'angle de la section plane sur laquelle s'exerce la pression étant  $-\varepsilon_1$  et l'angle de la paroi du mur avec cette même verticale étant  $\varepsilon$ ; l'angle  $\varepsilon_1 = \varepsilon$  sera alors

$$(a) \quad \varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \alpha.$$

Ainsi, quand on aura calculé  $\alpha$ , on connaîtra, d'après l'équation (a), le fruit  $\varepsilon$  à donner à la face postérieure du mur pour que les formules s'appliquent rigoureusement.

L'angle  $\varepsilon$  étant déterminé et l'angle  $i$  l'étant par suite, la pression sur le mur sera donnée par les formules

$$(b) \quad \begin{cases} \mathcal{N} = \pi p [\cos \omega - \sqrt{\sin(\varphi + \omega) \sin(\varphi - \omega)}], \\ \mathcal{C} = \mathcal{N} \tan \varphi, \\ R = \frac{\mathcal{N}}{\cos \varphi}, \end{cases}$$

$R$  étant la résultante des forces  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{N}$ .

Or

$$ds = \frac{dp}{\cos(\omega - \varepsilon)},$$

d'où

$$R ds = \frac{\pi [\cos \omega - \sqrt{\sin(\varphi + \omega) \sin(\varphi - \omega)}]}{\cos \varphi \cos(\omega - \varepsilon)} pdp;$$

par suite, si l'on représente par  $L$  la hauteur du mur mesurée suivant l'inclinaison de sa paroi et  $R$  la poussée totale,

$$(c) \quad R = \int_0^L R ds = \frac{\pi L^2 \cos(\omega - \varepsilon)}{2 \cos \varphi} [\cos \omega - \sqrt{\sin(\varphi + \omega) \sin(\varphi - \omega)}],$$

ou, si  $H$  est la projection de  $L$  sur la verticale,

$$(d) \quad R = \frac{\pi H^2 \cos(\omega - \varepsilon)}{2 \cos \varphi \cos^2 \varepsilon} [\cos \omega - \sqrt{\sin(\varphi + \omega) \sin(\varphi - \omega)}].$$

Ces formules peuvent encore être simplifiées et mises sous la forme

$$(e) \quad \begin{cases} \mathcal{N} = \frac{\pi \cos \varphi \cos(\varphi + \varepsilon)}{\cos(\omega - \varepsilon)} p, \\ \mathcal{C} = \frac{\pi \sin \varphi \cos(\varphi + \varepsilon)}{\cos(\omega - \varepsilon)} p, \\ R = \frac{\pi \cos(\varphi + \varepsilon)}{\cos(\omega - \varepsilon)} p, \end{cases}$$

et

$$(f) \quad R = \frac{\pi L^2 \cos(\varphi + \varepsilon)}{2} = \frac{\pi H^2 \cos(\varphi + \varepsilon)}{2 \cos^2 \varepsilon}.$$

On trouve aussi

$$(g) \quad \cos(2\varepsilon + \varphi - \omega) = \frac{\sin \omega}{\sin \varphi}.$$

Ainsi le calcul de la pression sur un mur se réduit à la résolution de l'équation (g) par rapport à  $\varepsilon$  et à la substitution de  $\varepsilon$  dans (f). L'équation (g) permet

également de calculer  $\alpha$ , puisque  $\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \alpha$ , ce qui ramène à la relation  
 $\sin(2\alpha + \omega) = \frac{\sin \omega}{\sin \varphi}$ .

Dans le cas du talus de roideur limite, les formules s'appliquent rigoureusement lorsque  $\varepsilon = 0$ ; car, en faisant  $\omega = \varphi$ , on trouve

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

et, par suite,

$$\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \alpha = 0.$$

Alors les formules (e) et (f) donnent

$$(h) \quad \begin{cases} R = \Pi p \\ \text{et} \\ R = \frac{\Pi \cos \varphi L^2}{2} = \frac{\Pi \cos \varphi H^2}{2}. \end{cases}$$

Dans le cas où le terre-plein est horizontal, c'est-à-dire quand  $\omega = 0$ , on trouve

$$\alpha = 0 \quad \text{et} \quad \varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2};$$

alors les formules (e) et (f) donnent

$$(i) \quad \begin{cases} R = \frac{\Pi \sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} p = \Pi p \tan \varepsilon, \\ R = \frac{\pi L^2 \sin \varepsilon}{2} = \frac{\Pi H^2 \sin \varepsilon}{2 \cos^2 \varepsilon}. \end{cases}$$

La théorie de M. Maurice Levy diffère de la théorie fondée sur les hypothèses de Coulomb, dans le cas général; mais les deux théories sont d'accord lorsque la condition (a), nécessaire pour que les lignes de glissement soient planes, est remplie.

Lorsque la condition (g) ne sera pas remplie, on calculera d'abord un angle auxiliaire  $\alpha$  par la formule  $\sin(2\alpha + \omega) = \frac{\sin \omega}{\sin \varphi}$ . L'angle  $\varphi_1$  de la résultante  $R$  avec la normale à la paroi du mur sera donné par l'expression

$$\tan(\varphi_1 + \varepsilon_1 + \alpha) = \frac{\tan(\varepsilon_1 + \alpha)}{\tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

et la résultante appliquée au tiers de la hauteur du mur sera

$$R = \frac{\Pi H^2 \cos(\omega - \varepsilon_1)}{4 \cos^2 \varepsilon_1} \frac{\sin \varphi \cos \alpha}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \cos(\alpha + \omega)} \frac{\sin 2(\alpha + \varepsilon_1)}{\sin \varphi_1}.$$

Le calcul ne sera plus qu'approximatif, mais donnera, d'après M. de Saint-Venant, des résultats approchés par excès.

Une Note de M. Maurice Levy fait connaître que, depuis que son Mémoire a été rédigé, il a su que M. Mackhorn Rankine avait déjà obtenu, en 1857, quelques-uns des résultats qui y sont contenus.

Le Dr E. Winkler, professeur à l'École Polytechnique de Vienne, dans l'ouvrage cité plus haut, qu'il a publié en 1872, développe une théorie qui a également un grand nombre de points communs avec celle de M. Maurice Levy et qu'il avait déjà présentée dans une thèse soutenue, en 1860, à Leipzig.

#### THÉORIE DU COMMANDANT CURIE.

L'auteur fait observer que, dans le cas du renversement par rotation, si les différentes poussées correspondant à diverses inclinaisons du plan de rupture, tout en ayant une direction commune, ne sont pas appliquées en un même point ou si ces poussées n'ont pas toutes forcément une même inclinaison, il n'est pas exact de considérer comme la poussée la plus dangereuse celle qui est un maximum; car une poussée relativement faible peut agir avec un bras de levier et par suite avec un moment plus considérable qu'une autre poussée plus forte. Il faut donc chercher l'inclinaison du plan de rupture qui donne *non la poussée maximum*, mais *la poussée dont le moment est maximum*. Cette proposition n'est pas contestée: elle est mentionnée en termes favorables dans une Note du Rapport présenté à l'Académie des Sciences par M. de Saint-Venant au sujet de la théorie de M. Maurice Levy.

Voici le point essentiel par lequel la théorie nouvelle diffère de celle qui est généralement admise. Si l'on considère un élément infiniment petit du remblai, tendant à glisser à frottement sur un élément infiniment petit d'une surface de rupture et compris entre cette portion de plan incliné et une surface parallèle infiniment voisine, quelles que soient les forces qui sollicitent cet élément matériel, non compris la réaction de la portion de plan incliné sur laquelle il repose, elles peuvent être rangées dans les trois catégories suivantes: 1<sup>o</sup> le poids de l'élément matériel considéré; 2<sup>o</sup> des forces parallèles à l'élément de plan incliné sur lequel il repose; 3<sup>o</sup> des forces normales à ce plan ou obliques, faisant avec la normale un angle moindre que l'angle du frottement.

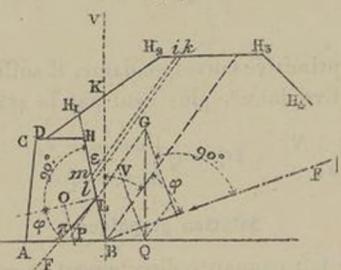
Ces dernières forces transmettent, par l'intermédiaire de l'élément matériel que l'on considère, leur action au plan incliné inférieur, et cette action est détruite par la réaction normale du plan incliné et par le frottement qu'elle développe sur ce plan.

Les forces parallèles à l'élément plan considéré tendront à faire glisser l'élément matériel suivant la pente du plan incliné ou à le retenir sur la pente. On peut donc regarder l'élément matériel comme reposant librement, mais à frottement, sur un élément de plan incliné et comme ne recevant pas l'action de forces extérieures autres que celles qui sont parallèles à ce plan.

Si, par la partie inférieure de la paroi intérieure d'un mur de revêtement, on mène un plan de rupture faisant l'angle V avec la verticale, le prisme de rupture

pourra être considéré comme décomposé en tranches élémentaires infiniment minces, parallèles à ce plan. On obtiendra directement la résultante des différentes poussées primitives de ces tranches élémentaires en décomposant le poids du prisme de rupture appliqué à son centre de gravité en deux forces dont l'une, faisant l'angle  $\varphi$  avec la normale au plan de rupture, sera détruite par la réaction du terrain situé au-dessous de ce plan, tandis que l'autre composante menée parallèlement à ce plan sera la poussée primitive. L'expression de la poussée primitive est  $P = Q \frac{\cos(\varphi + V)}{\cos \varphi}$ ,  $Q$  étant le poids du prisme de rupture.

Fig. 7.



Si cette poussée faisait avec la normale à la paroi intérieure du mur un angle plus grand que  $\varphi'$ , on la décomposerait en deux autres, l'une parallèle à cette paroi et sans action sur le mur, l'autre faisant l'angle  $\varphi'$  avec la normale. Cette dernière serait la *poussée effective* dont l'expression est

$$\Pi = P \frac{\sin(\iota + V)}{\cos \varphi'} = Q \frac{\cos(\varphi + V) \sin(\iota + V)}{\cos \varphi \cos \varphi'}.$$

Suivant l'auteur de la théorie dont on vient d'exposer le principe, la théorie de Coulomb devrait être appliquée lorsque le prisine de rupture est solide.

**Gas d'un remblai homogène doué d'une cohésion uniformément répartie dans toute la masse.**

Dans ce cas, les terres se tiennent à un talus naturel  $\psi$ , plus roide que l'angle du frottement  $\varphi$  des terres sur elles-mêmes, abstraction faite de la cohésion. Une molécule du poids  $q$  posée sur ce talus tendra à glisser suivant la pente en vertu d'une force  $q \sin \psi$ . Elle sera retenue par un frottement représenté par  $q \cos \psi \tan \varphi$ ; la différence de ces deux forces

$$q \sin \psi - q \cos \psi \tan \varphi = q \frac{\sin(\psi - \varphi)}{\cos \varphi}$$

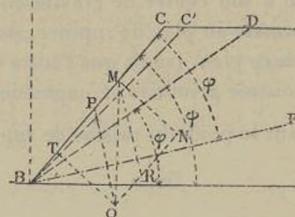
est détruite par la cohésion dont on désigne le coefficient rapporté à l'unité de poids par  $k$ ; la cohésion sera donc  $kq$ , et l'on aura

$$q \frac{\sin(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} - kq = 0; \text{ d'où } k = \frac{\sin(\psi - \varphi)}{\cos \varphi},$$

relation qui fait connaître  $k$  en fonction de  $\varphi$  et de  $\psi$ .

Cela posé, pour tenir compte de la cohésion qui s'exerce dans toute la masse du remblai et qui doit avoir pour effet de diminuer, pour chaque élément matériel,

Fig. 8.



L'intensité de la poussée primitive correspondante, il suffira de remplacer l'expression de la poussée primitive donnée plus haut par la suivante :

$$P = Q \frac{\cos(\varphi + V)}{\cos \varphi} - kQ = Q \left[ \frac{\cos(\varphi + V)}{\cos \varphi} - \frac{\sin(\psi - \varphi)}{\cos \varphi} \right].$$

#### Solution graphique.

La solution graphique fait connaître directement le coefficient de stabilité d'un profil donné. Pour arriver ensuite à savoir l'épaisseur que l'on devra donner à un mur afin qu'il ait la stabilité voulue, on devra essayer plusieurs épaisseurs, et l'on arrivera au moyen d'une courbe d'erreurs à trouver celle qui correspondra à la stabilité voulue qui, pour être égale à celle du mur de revêtement de Vauban, devrait être prise égale à 4,80 ou 5,00 environ, mais pourra souvent être réduite à 4,50.

Lorsqu'on voudra connaître, dans le cas d'un profil donné, quel est le plan de rupture pour lequel le moment de la poussée est un maximum, on considérera différents plans passant par le pied B de la paroi intérieure du revêtement, et compris entre le plan vertical mené par l'arête B et le plan BM faisant avec l'horizon l'angle du talus naturel des terres. Pour chacun de ces plans, considéré comme plan de rupture, on effectue la construction qui va être indiquée pour le plan BR. On détermine le centre de gravité G du prisme de rupture correspondant. On cherche ensuite l'expression graphique du poids du prisme de rupture, en remplaçant ce prisme par un triangle ayant pour base l'un des côtés du profil, par exemple celui qui devra être rencontré par le plan de rupture, puis en construisant le quatrième terme d'une proportion ayant pour premier terme, par exemple, l'unité graphique de l'épure ou un multiple simple de cette unité, et dont le deuxième et le troisième terme seront la base et la hauteur de ce triangle. La longueur obtenue exprimera un volume dont le rapport au poids du prisme que l'on considère ne sera autre chose que l'expression de l'échelle à laquelle seront représentées les forces sur l'épure.

Ayant ainsi le poids correspondant à un prisme de rupture quelconque, on décompose ce poids, appliqué au centre de gravité du prisme, en deux forces : l'une perpendiculaire à une droite BF faisant l'angle  $\varphi$  au-dessous du plan BR, et l'autre

parallèle au plan BR. Cette dernière est la *poussée primitive*; on la transporte, sur sa direction, en son point d'application L à la paroi intérieure du revêtement. La courbe sur laquelle se trouvent les extrémités de ces poussées est la courbe des poussées primitives; mais une partie de ces poussées font avec la normale à la paroi un angle plus grand que  $\varphi'$ . Par leur point d'application on mène une droite faisant avec la normale cet angle  $\varphi'$ ; par l'extrémité P de la poussée primitive on mène une parallèle  $P\Pi$  à la paroi: cette parallèle détermine la longueur  $L\Pi$  qui représente ainsi en grandeur et en direction la poussée effective. Le lieu géométrique des extrémités de ces poussées est la courbe des *poussées effectives*, qui se raccorde en général avec la courbe des poussées primitives, dont une partie est à conserver, mais qui souvent subsiste seule.

Fig. 9.

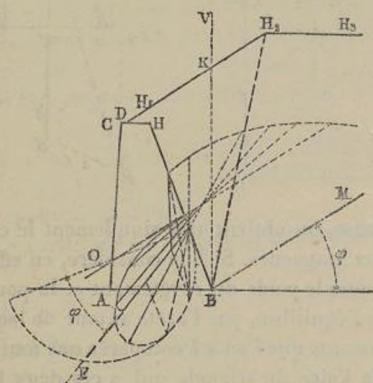
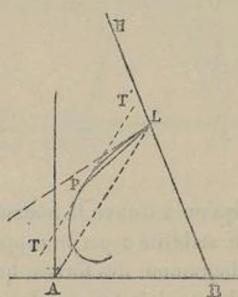


Fig. 10.



Dans le cas d'un remblai doué de cohésion, il suffit de retrancher graphiquement de chacune des poussées primitives une quantité égale au produit du poids Q du prisme de rupture par le coefficient k de la cohésion, ce qui conduit à une nouvelle courbe des poussées.

Dans le cas où le revêtement est à paroi intérieure inclinée et où le contour supérieur du profil du remblai se réduit à une ligne droite, la courbe des poussées est un folium dont le nœud L est au tiers de la hauteur de la paroi, et qui est limité à une droite menée par ce point et faisant l'angle  $\varphi'$  avec la normale. Si l'on joint le point d'application L, commun à toutes les poussées possibles, à l'arête antérieure A de la base du mur, et si l'on joint l'extrémité P de la poussée à ce même point A, on obtient un triangle LPA dont l'aire représente la moitié du moment de la poussée LP, car ce moment est égal au produit de LP par la distance du point A à la droite LP. Mais le côté AL est commun à tous les triangles que l'on obtient, quand on considère les différents points de la courbe des poussées. Le triangle dont la surface sera la plus grande est celui dont la hauteur, par rapport à la base commune AL, sera la plus grande. On obtiendra donc la poussée dangereuse en menant

à la courbe des poussées primitives une tangente parallèle à AL. Le point de contact avec la courbe sera l'extrémité de la poussée cherchée.

Lorsque le profil des prismes de rupture n'est pas triangulaire, les points d'application des différentes poussées ne se réduisent pas à un point unique. La construction à faire est alors un peu plus compliquée. On peut avoir recours à une courbe auxiliaire (fig. 11 et 12). On arriverait encore facilement au résultat à l'aide de quelques tâtonnements.

Fig. 11.

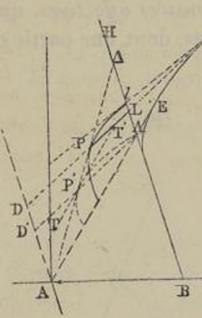


Fig. 12.

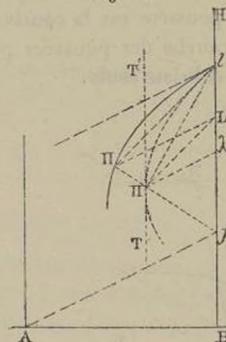
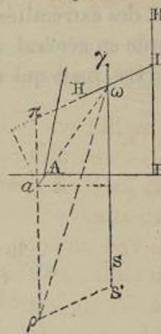


Fig. 13.



Lorsqu'on a trouvé la poussée dangereuse, on obtient très-simplement le coefficient de stabilité  $\sigma$  par le rapport de deux longueurs. Si l'on considère, en effet, le parallélogramme des forces, qui a pour côtés le poids du revêtement et la poussée, la résultante doit passer, dans le cas de l'équilibre, par l'arête autour de laquelle le renversement est à craindre, et les moments que l'on a à comparer ont tous deux pour expression graphique le double de l'aire du triangle qui a ces deux forces pour côtés. Si le poids  $\gamma S$  du mur augmente sans changer de direction, la résultante passera au-dessous de l'arête de renversement, et le moment du poids du mur croîtra comme ce poids lui-même : le rapport  $\frac{\pi \rho}{\pi \alpha}$  de ce poids graphique à celui qui correspondrait au cas de l'équilibre exprimera donc ce coefficient de stabilité  $\sigma$ .

Dans le cas où une partie des poussées données par la courbe des poussées passe au-dessous de l'arête antérieure de la base du revêtement, ces poussées sont favorables à la stabilité, et alors il y a à considérer, au lieu du coefficient  $\sigma$ , le coefficient  $\xi$  égal au rapport du moment du poids du revêtement à la différence entre le moment de la poussée la plus dangereuse et le moment de la poussée la plus favorable à la stabilité. Le coefficient  $\xi$  ne doit d'ailleurs être employé que lorsqu'il est supérieur à  $\sigma$ . On pourra faire  $\xi = 5$  ou  $\xi = 4,50$ , valeurs qui conviennent à  $\sigma$  pour les murs à paroi intérieure verticale; mais il est à remarquer que  $\xi$  augmente très-rapidement avec l'épaisseur du mur, dans le cas des murs à paroi intérieure inclinée et devient infini pour des épaisseurs qui n'ont rien de bien exagéré; il sera donc souvent très-admissible d'adopter pour  $\xi$  des valeurs plus fortes que celles qui doivent être adoptées pour  $\sigma$ .

## Calcul rigoureux.

Le calcul rigoureux de l'épaisseur des murs de revêtement est facile quand le remblai est limité à un plan unique passant par l'arête horizontale suivant laquelle la paroi intérieure du mur ou son prolongement rencontre la surface du remblai, et quand cette paroi est verticale.

Si l'on désigne par  $\theta$  l'angle du plan supérieur avec la verticale et par  $H'$  la hauteur verticale de la paroi intérieure prolongée jusqu'à la surface du remblai, l'expression générale de la poussée effective, qui est

$$\Pi = p \frac{\sin(\varepsilon + V)}{\cos \varphi'} = \frac{1}{2} p H'^2 \frac{\sin(\theta + \varepsilon)}{\cos^2 \varepsilon \cos \varphi' \cos \varphi} \frac{\sin^2(\varepsilon + V) \cos(\varphi + V)}{\sin(\theta - V)},$$

se simplifie par suite de l'hypothèse  $\varepsilon = 0$ ; de plus, comme la poussée a toujours dans ce cas, quel que soit  $V$ , son point d'application placé au tiers de la hauteur  $H'$  de la paroi, il suffit, pour connaître  $V$ , d'exprimer que la valeur de  $\Pi$  atteint un maximum.

Si l'on suppose, en outre,  $\theta = 90^\circ$ , il vient

$$\Pi = \frac{1}{2} p H'^2 \frac{\sin^2 V \cos(\varphi + V)}{\cos \varphi \cos \varphi' \cos V} = \frac{1}{2} \frac{p H'^2}{\cos \varphi'} \frac{x^2}{1+x^2} (1-fx),$$

$x$  représentant  $\tan V$ .

La condition du maximum est donnée par l'équation

$$(Q) \quad x^3 + 3x - \frac{2}{f} = 0.$$

La valeur de  $x$  cherchée est

$$x = \sqrt[3]{\frac{1}{\tan \frac{1}{2} \varphi}} - \sqrt[3]{\tan \frac{1}{2} \varphi}.$$

On l'obtient très-facilement avec la règle à calcul. Pour la calculer par logarithmes, il suffit de poser  $\tan \chi = \sqrt[3]{\tan \frac{1}{2} \varphi}$ , d'où  $x = 2 \cot 2 \chi$ .

On obtient ensuite  $\Pi$  en remarquant que le facteur  $M = \frac{1}{2} \frac{x^2(1-fx)}{1+x^2}$ , qui entre dans son expression, peut s'écrire  $M = \frac{fx^3}{4}$ , eu égard à l'équation (Q).

L'épaisseur  $e$  du mur à sa base est alors donnée par l'équation du deuxième degré

$$\sigma \Pi \left( \frac{1}{3} H' \cos \varphi' - e \sin \varphi' \right) = \frac{1}{2} p' e^2 H - \frac{p'}{6} \alpha^2 H^2 + p \frac{e^2 - b^2}{2} h - p \frac{h^2}{2} \tan \zeta (b + \frac{1}{2} h \tan \zeta),$$

$b$  représentant la distance horizontale du pied du talus extérieur à l'arête antérieure de la base du mur,  $h$  la hauteur de la surcharge de terre, en sorte que l'on a

$$h = H' - H,$$

$n$  la tangente de l'angle du parement extérieur avec la verticale, et  $\zeta$  l'angle du talus extérieur avec la verticale.

Il est à remarquer que l'hypothèse  $\sigma = \infty$  donne  $e = \frac{H'}{3 \tan \varphi'}$ .

Dans les cas autres que celui que l'on vient de considérer, les calculs se compliquent et ne deviendraient d'une utilité pratique que si l'on se décidait à former des Tables donnant les résultats tout calculés, ce qui exigerait un travail assez considérable.

#### Formules pratiques.

A défaut de calcul rigoureux, on va donner, pour le cas des revêtements à paroi intérieure verticale et à paroi intérieure inclinée, avec surcharge de terre limitée à un talus extérieur à terres coulantes et à un plan horizontal supérieur, des formules approximatives qui seront suffisantes pour les cas ordinaires de la pratique ; on pourra d'ailleurs toujours vérifier les résultats du calcul au moyen d'une construction graphique.

*Paroi intérieure verticale.* — L'équation qui donne l'épaisseur d'un revêtement de profil rectangulaire est la suivante :

$$(8) \quad \left( \frac{3ff'}{N} - 2f^2 \right) e^2 - \left[ \frac{3f}{N} (2H' - H) - f(3H' - 4H) \right] e + 3H'H - 2H^2 = 0,$$

$N$  est un coefficient fonction de  $p$ ,  $p'$  et  $\sigma$ .

On doit prendre pour  $e$  celle des deux racines de l'équation pour laquelle le radical est affecté du signe —.

Dans l'hypothèse  $\frac{3f'}{N} - 2f = 0$ , on trouve

$$e = \frac{(3H' - 2H)H}{f(H' + 2H)}.$$

Quand  $H = H' - fe$ , l'équation devient  $e = \frac{NH'}{3f'}$ .

Les valeurs approximatives de  $N$  à introduire dans le calcul ci-dessus sont données par le tableau suivant dans l'hypothèse  $\varphi' = \varphi$ , hypothèse qu'il est toujours facile de réaliser dans la pratique, en évitant que la paroi intérieure ait une surface trop lisse ;  $\Sigma$  représente la valeur du coefficient de stabilité lorsque  $p' = p$ , et

l'on passe approximativement de ce cas au cas général en posant  $\Sigma = \sigma \frac{p}{p'}$  :

Valeurs de $\varphi = \varphi'$ .	$\Sigma =$						
	1	2	3	4	5	6	$\infty$
20.....	0,308	0,407	0,472	0,520	0,557	0,590	1,000
30.....	0,371	0,483	0,552	0,604	0,643	0,674	1,000
35.....	0,398	0,510	0,580	0,632	0,669	0,700	1,000
40.....	0,420	0,535	0,606	0,655	0,694	0,722	1,000
45.....	0,435	0,553	0,625	0,674	0,708	0,741	1,000

Pour appliquer l'équation (S) au cas d'un mur à parement extérieur incliné avec berme, il faudra introduire dans le calcul, à la place de  $H$ , la valeur de  $H_b$  donnée par la relation

$$(X) \quad H_b = H_b - f(b' + nH_b),$$

où  $H_b$  représente la hauteur du mur qui est donnée et  $b'$  la largeur de la berme.

*Paroi intérieure inclinée.* — La formule approximative donnant l'épaisseur moyenne d'un revêtement à paroi intérieure inclinée est

$$(H) \quad e = \mu \frac{H}{2f} \frac{H + 3h}{2H + 3h} \quad \text{et si } h=0, \quad e = \mu \frac{H}{4f},$$

$h$  étant la hauteur de la surcharge de terre et  $\mu$  un coefficient donné par le tableau suivant, dans les hypothèses,

$$n = \frac{1}{20}, \quad b' = 0,05H \quad \text{ou} \quad b' = 0,07H,$$

$$\varphi' = \varphi = 35^\circ, \quad \sigma = \Sigma \frac{p'}{p},$$

$\Sigma = \sigma \frac{p}{p'}$	$\mu$
	quand $b' = 0,05H$ .
3,00	0,530
4,00	0,558
5,00	0,579

Page.	Ligne.		
31	6	au lieu de	0,78
33	6	"	BH
"	"	"	B'H'
"	17	formule (O) (voir la Note ci-après).	

#### NOTE.

Calcul relatif à la construction graphique proposée par le général Ardent pour les revêtements à paroi intérieure inclinée.

Le calcul à faire pour obtenir l'expression de la largeur  $AB'$  ou  $e'$  est le suivant.  
Dans le triangle  $ALC$ , on a la relation

$$AC : CL :: \sin(90^\circ + \varphi') : \sin(90^\circ - i - u - \varphi').$$

Or

$$AC = \frac{H}{\cos i} \quad \text{et} \quad CL = \frac{H(1 - 0,366)}{\cos u} = 0,634 \frac{H}{\cos u}.$$

Donc

$$\frac{H}{\cos i} : 0,634 \frac{H}{\cos u} :: \cos \varphi' : \cos(i + u + \varphi') \quad \text{ou} \quad \cos(i + u + \varphi') \cos u = 0,634 \cos i \cos \varphi'.$$

Soit  $\tan u = z$ , on aura

$$\cos u = \frac{1}{\sqrt{z^2 + 1}} \quad \text{et} \quad \sin u = \frac{z}{\sqrt{z^2 + 1}},$$

$$\cos(i + \varphi') \frac{1}{z^2 + 1} - \sin(i + \varphi') \frac{z}{z^2 + 1} = 0,634 \cos i \cos \varphi',$$

$$z^2 + \frac{\sin(i + \varphi')}{0,634 \cos i \cos \varphi'} z + 1 - \frac{\cos(i + \varphi')}{0,634 \cos i \cos \varphi'} = 0,$$

$$z = - \frac{\sin(i + \varphi')}{2,0,634 \cos i \cos \varphi'} \pm \sqrt{\frac{\sin^2(i + \varphi')}{4,0,634^2 \cos^2 i \cos^2 \varphi'} - 1 + \frac{\cos(i + \varphi')}{0,634 \cos i \cos \varphi'}},$$

$$z = \frac{1}{2,0,634} \left[ -(\tan i + \tan \varphi') \pm \sqrt{(\tan i + \tan \varphi')^2 - 4,0,634^2 + 4,0,634(1 - \tan i \tan \varphi')} \right],$$

$$z = \frac{1}{2,0,634} [-(t + F) \pm \sqrt{(t + F)^2 + 4,0,634(0,366 - tF)}];$$

par suite

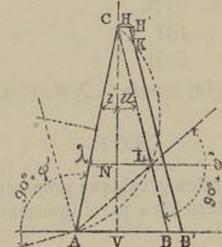
$$AB = H(t + z) = H[0,211t - 0,789F + 0,789\sqrt{(t + F)^2 + 2,536(0,366 - tF)}]$$

et

$$e' = 1,1 AB = H[0,232t - 0,8679F + 0,8679\sqrt{(t + F)^2 + 2,536(0,366 - tF)}].$$

Telle est la formule que l'on trouve à la place de (O).

Fig. 14.



Au lieu de supposer la poussée appliquée aux 0,366 de la hauteur, coefficient trouvé par le général Poncelet dans des conditions qui diffèrent notablement de celles que l'on considère ici (voir *Mémorial*, N° 13, p. 25), si l'on admet qu'elle est appliquée au tiers de la hauteur du mur, ce qui est exact lorsque le remblai est limité à un talus unique de pente plus douce que celle du talus naturel des terres, il faut, dans le calcul ci-dessus, remplacer 0,366 par 0,333 =  $\frac{1}{3}$ , 0,634 par 0,667 =  $\frac{2}{3}$ , et  $\frac{1}{2,0,634} = 0,789$  par  $\frac{2}{3} = 0,750$ .

Alors

$$AB = H \left[ t - (t + F) 0,750 + \sqrt{(t + F)^2 + 4 \cdot \frac{2}{3} \left( \frac{1}{3} - tF \right)} \right].$$

Par suite

$$e' = 1,1 AB = H \left[ 1,1 t - 0,825(t + F) + 0,825 \sqrt{(t + F)^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{1}{3} - tF \right)} \right],$$

ou

$$e' = H \left[ 1,1 t - 0,275 \times 3(t + F) + 0,275 \sqrt{9(t + F)^2 + 8(1 - 3tF)} \right],$$

ou

$$e' = 0,275 H \left[ \sqrt{9(t + F)^2 + 8(1 - 3tF)} - 3(F + t) \right] + 1,1 H t.$$

Cette formule ne diffère de la formule (O) que par son dernier terme qui a été oublié dans la formule (O).

Si l'on suppose  $t = 0$ , elle devient

$$e' = 0,275 H \left[ \sqrt{9 \tan^2 \varphi' + 8} - 3 \tan \varphi' \right] = 0,825 H \tan \varphi' \left( \sqrt{1 + \frac{0,889}{\tan^2 \varphi'}} - 1 \right).$$

C'est celle qui est donnée par le général Ardant dans le tableau de la page 34. Elle diffère de celle qu'il a donnée au N° 45 du *Mémorial*, p. 268, en ce que, dans cette dernière, le coefficient 0,750 a été conservé sans être multiplié par 1,1, et en ce qu'à l'épaisseur ainsi obtenue on a ajouté une quantité constante égale à 0<sup>m</sup>,50 et un terme variable 0,04 H.

En refaisant le calcul de l'équation (O), telle que la donne le général Ardant, et de l'équation corrigée, on trouve :

Formule (O)      *au lieu de*      Formule corrigée.

Pour.....  $F = 0,70$    et    $t = 0,05$     $e' = 0,343 H$     $0,346 H$ ;    $0,398 H$ ;

».....  $F = 0,70$          $t = 0$          $e' = 0,391 H$     $0,40 H$ ;    $0,391 H$ .

Ainsi la différence est en réalité en sens inverse de celle que trouve le général Ardant. Elle est favorable au revêtement à parement incliné. Cette différence est du reste très-faible; car, pour  $H = 10^m$ , on aurait

Dans le premier cas.....	$e' = 3,98$	et dans le second.....	$e' = 3,91$
Épaisseur au sommet....	$0,36$	».....	$0,36$
Épaisseur moyenne.....	$2,17$	».....	$2,14$

La différence de ces deux épaisseurs moyennes n'étant que de 0<sup>m</sup>,03, la différence des volumes de maçonnerie par mètre courant n'est que de 0<sup>mc</sup>,300 et non de 7<sup>me</sup>,33.

On ne s'est occupé ici que des détails du calcul fait par le général Ardant. On discutera plus loin, à propos des considérations présentées par l'auteur au n° 37, p. 41, la valeur qui doit être attribuée au profil de revêtement à paroi intérieure inclinée qu'il propose.

Page.	Ligne.		
34,	4,	<i>au lieu de</i>	0,875
"	"	"	0,888
"	Formule de Navier,	"	0,78
"	"	"	5 <sup>m</sup> , 278
"	"	"	42 <sup>mc</sup> , 224
"	Formule du général Ardant,	"	0,888
"	"	"	2 <sup>m</sup> , 128
"	"	"	17 <sup>mc</sup> , 024
35,	15,	"	indéfinie
37,	29,	"	0,6872
"	31,	"	1,68
38,	27,	"	$\frac{1}{1.5}$
39,	13,	"	la puissance et la résistance
40,	30,	"	et (L)
41,	2,	"	de la base
		"	
41,	13,	"	<i>fig. 2</i>
41,	20,	"	ACHR
42,	10,	"	BH
"	28,	"	BH
"	29,	"	qui est égale à la base
			NB du plan incliné BM
"	32,	"	$\therefore H:B$
"	"	"	$P = \frac{p}{2} H^2$
"	35,	"	MBH du plan de rupture
43	31, n° 37	(voir la Note ci-après).	

## NOTE.

## Profils de revêtements à paroi intérieure inclinée.

Depuis que le général Ardant a fait connaître, dans le N° 15 du *Mémorial de l'Officier du Génie*, le profil qu'il propose pour les revêtements à paroi intérieure inclinée, ce profil ne paraît pas avoir justifié les espérances qu'il avait fait concevoir à l'origine. Il est aujourd'hui peu en faveur dans le corps du Génie, et n'est pas appliqué d'une manière usuelle dans les travaux de fortification.

Il est à remarquer toutefois qu'en 1855 dans la construction d'un petit mur de soutènement d'un cavalier situé en arrière d'une courtine casematée au Havre, mur dont les fondations avaient été établies sur un terrain de remblai très-compressible, la largeur de la base ayant été déterminée en vue de faire passer la

poussée par le milieu de cette largeur, et ayant peut-être même été un peu exagérée, on a constaté que, dans le mouvement de tassement que le mur a eu à subir, ce mur, sur une partie de sa longueur, s'est légèrement incliné en arrière, vers le massif des terres, contrairement à ce qui a lieu d'ordinaire.

Cette expérience prouve d'une manière incontestable l'avantage que les revêtements à paroi intérieure inclinée peuvent présenter dans certains cas. La solidité de ce genre de revêtements est d'ailleurs attestée par la pratique du service des Ponts et Chaussées, qui fait fréquemment usage de murs de soutènement avec profil à gradins du côté des terres, disposition qui, au point de vue théorique, équivaut à celle des murs à paroi inclinée.

Mais il semble néanmoins résulter de la défaveur dont le profil proposé par le général Ardant, pour le cas d'un terrain de fondation très-résistant, est l'objet dans le corps du Génie, que ce profil, appliqué en toute rigueur, ne remplit réellement pas toutes les conditions de stabilité désirables.

D'un autre côté, au point de vue de l'ancienne théorie et de la théorie plus récente de MM. Rankine, Maurice Levy et Winkler, théories d'après lesquelles la poussée doit toujours faire avec la normale à la paroi du mur l'angle  $\varphi'$  du frottement des terres contre les maçonneries, la construction géométrique du général Ardant remplit rigoureusement les conditions voulues lorsque le remblai est limité à sa partie supérieure par un plan unique, la hauteur du point d'application étant prise au tiers de la hauteur de la paroi.

Elle les remplit encore jusqu'à une hauteur déterminée du remblai, lorsqu'on opère en supposant le point d'application situé à la hauteur 0,366 H.

Ce n'est donc pas à une inexactitude dans l'application de la théorie par le général Ardant que l'on peut attribuer l'insuffisance du profil dont il s'agit.

Les expériences dont on a rendu compte dans le N° 24 du *Mémorial*, p. 99 et suivantes, ont eu pour objet de vérifier si cette cause ne devrait pas être cherchée dans l'inexactitude de la théorie elle-même, et ces expériences ont paru confirmer pleinement la théorie que nous avons nous-même proposée, et qui a été résumée page 454 ci-dessus.

On se bornera à renvoyer à ce sujet à l'expérience dont l'épure est représentée N° 24 du *Mémorial*, p. 135 (*fig. 9*), d'après l'ancienne théorie, et p. 141 (*fig. 12*), d'après la nouvelle théorie.

Cette expérience a été faite au moyen de deux plateaux carrés en bois, de 1 mètre de côté, articulés à leur partie supérieure et disposés de manière que leur écartement pût être rendu fixe, les faces extérieures des plateaux étant enduites d'une couche de sable collé à l'aide d'une dissolution de silicate de potasse, et le système de ces deux plateaux étant placé de manière que la face BH jouant le rôle de paroi intérieure fit avec l'horizon un angle de 35 degrés, le tout reposant sur deux profils parallèles présentant la forme d'arcs de cercle de 1 mètre de rayon, en sorte que l'écartement des plateaux pouvait être changé sans que la paroi intérieure BH prît une inclinaison différente. Le sable formant le remblai était d'ailleurs arasé de niveau avec le sommet du mur, et l'on avait  $\varphi = \varphi' = 33^{\circ}30'$ .

La corde de base AB aurait dû être, d'après l'ancienne théorie, de  $0^m,423$  pour le cas de l'équilibre, tandis que, d'après l'expérience, elle fut trouvée en réalité un peu supérieure à  $0^m,545$ , ce qui constitue un écart considérable supérieur à  $0^m,122$ . D'après la nouvelle théorie, cette corde aurait dû être  $0^m,565$ , ce qui correspond à une différence inférieure à  $0^m,020$ , différence de même ordre que les erreurs inévitables dans des expériences de ce genre, et qui pourrait être attribuée d'ailleurs à diverses causes, telles que le tassement du sable, plus grand à la partie inférieure qu'à la partie supérieure du remblai, et peut-être à un frottement latéral de ce remblai, quoique la disposition adoptée dût réduire ce frottement à être très-faible.

De ce qui vient d'être dit, il y a lieu de conclure que les revêtements à paroi intérieure inclinée offrent, dans certains cas, un avantage très-réel, mais que cet avantage est moindre que ne le pensait le général Ardant, et que la construction du profil de ces revêtements, telle qu'il l'a déduite rigoureusement des principes de la théorie généralement admise, n'offre pas toutes les garanties de stabilité désirables.

Il convient de remarquer aussi que la grande largeur de base des murs à paroi intérieure inclinée conduit souvent à faire des déblais assez considérables pour compenser, au moins en partie, l'économie que l'on espérait réaliser sur les maçonneries.

Quoi qu'il en soit, ces profils, à la condition d'être convenablement établis, peuvent être souvent très-avantageux, surtout lorsque l'on a à fonder un mur de revêtement sur un terrain compressible.

Page.	Ligne.			
45,	24,	<i>au lieu de</i>	la verticale	<i>lisez</i> *l'horizontale
47,	29,	"	$\frac{2}{100}$	" * $\frac{2}{100}$
51,	25,	"	<i>fig. 21</i>	" * <i>fig. 17</i>
52,	2,	"	des terres CKH compris	" *de terres compris
"	5,6	"	suppositions, on peut se dispenser de multiplier la poussée par un coefficient de stabilité, et l'on	" *suppositions, l'on
"	13,	"	inclinée du côté des terres, en	" *inclinée, en
"	n° 40 ( <i>voir</i> la Note ci-après).			

## NOTE.

Formule pour le calcul de la largeur totale à donner à la base de la fondation.

Si nous faisons le calcul indiqué par le général Ardant (*voir*, p. 52, les notations qu'il emploie), nous aurons à exprimer que la résultante passe par le milieu de

la base de la fondation ; à cet effet, on écrira que la somme des moments pris par rapport au point B' est nulle. Ces moments sont les suivants :

Moment du poids du mur

$$p' H e' \times \frac{e'}{2} - p' H \frac{(e' - e)}{2} \times \frac{e' - e}{3} = p' H \left[ \frac{e'(e+e')}{3} - \frac{e^2}{6} \right].$$

Moment du poids de la fondation :

$$p' h' X \frac{X}{2} = p' h' \frac{X^2}{2}.$$

Moment de la poussée :

$$P \left[ \frac{H \cos \varphi'}{3 \cos \varepsilon} + h' \cos(\varepsilon + \varphi') \right].$$

Moment de la portion de la réaction du sol qui fait équilibre au poids du mur :

$$- p' H \frac{e+e'}{2} \frac{X}{2}.$$

Moment de la portion de la réaction du sol qui fait équilibre au poids de la fondation :

$$- p' h' \frac{X^2}{2}.$$

Moment de la portion de la réaction du sol qui fait équilibre à la composante verticale de la poussée

$$- P \sin(\varphi' + \varepsilon) \frac{X}{2}.$$

La poussée ne doit d'ailleurs pas être multipliée par un coefficient de stabilité, attendu que c'est la résultante réelle des forces qui sont en jeu que l'on doit faire passer par le milieu de la base et non la résultante que l'on obtiendrait en considérant la poussée comme exagérée en prévision des circonstances accidentelles qui seraient à craindre. Le passage de la résultante par le milieu de la base suffira d'ailleurs pour que tout écart imprévu trouble le moins possible la stabilité du système.

On obtient ainsi l'équation

$$\begin{aligned} p' H \left[ \frac{e'(e+e')}{3} - \frac{e^2}{6} \right] + p' h' \frac{X^2}{2} + P \left[ \frac{H \cos \varphi'}{3 \cos \varepsilon} + h' \cos(\varepsilon + \varphi') \right] \\ = p' H \cdot \frac{e+e'}{2} \frac{X}{2} + p' h' \frac{X^2}{2} + P \sin(\varphi' + \varepsilon) \frac{X}{2}, \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} (k) \quad p' H \left[ \frac{e'(e+e')}{3} - \frac{e^2}{6} \right] + P \left[ \frac{H \cos \varphi'}{3 \cos \varepsilon} + h' \cos(\varepsilon + \varphi') \right] \\ = \left[ p' H \cdot \frac{e+e'}{2} + P \sin(\varphi' + \varepsilon) \right] \frac{X}{2}. \end{aligned}$$

Cette équation n'est que du premier degré; on peut la mettre sous la forme suivante, en multipliant par  $\frac{3}{h'' p' H^2}$ :

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \frac{H}{h''} \left[ \frac{p}{p'} m \left( 1 + \frac{h}{H} \right)^2 + \frac{e + e'}{H} \right] \frac{X}{2H} \\ & - \frac{H}{2h''} \left[ \frac{p}{p'} \left( n + 3q \frac{h'}{H} \right) \left( 1 + \frac{h}{H} \right)^2 + \frac{2e'}{H} \frac{e + e'}{H} - \frac{e^2}{H^2} \right] = 0 \end{aligned}$$

ou

$$M \frac{X}{2H} - N = 0,$$

en posant

$$\begin{aligned} M &= \frac{3}{2} \frac{H}{h''} \left[ \frac{p}{p'} m \left( 1 + \frac{h}{H} \right)^2 + \frac{e + e'}{H} \right], \\ N &= \frac{H}{2h''} \left[ \frac{p}{p'} \left( n + 3q \frac{h'}{H} \right) \left( 1 + \frac{h}{H} \right)^2 + \frac{2e'}{H} \frac{e + e'}{H} - \frac{e^2}{H^2} \right], \\ m &= \frac{2P \sin(\varphi' + \varepsilon)}{p(H + h)^2}, \quad n = \frac{P}{p(H + h)^2} \times \frac{2 \cos \varphi'}{\cos \varepsilon} \quad \text{et} \quad q = \frac{P}{p(H + h)^2} \times 2 \cos(\varphi' + \varepsilon); \end{aligned}$$

d'où, comme

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} p (H + h)^2 (\tan \varepsilon + \tan V) \frac{\cos(\varphi + V)}{\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V)}, \\ m &= (\tan \varepsilon + \tan V) \frac{\cos(\varphi + V)}{\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V)} \sin(\varphi' + \varepsilon), \\ n &= (\tan \varepsilon + \tan V) \frac{\cos(\varphi + V) \cos \varphi'}{\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V)}, \\ q &= (\tan \varepsilon + \tan V) \frac{\cos(\varphi + V) \cos(\varphi' + \varepsilon)}{\sin(\varphi + \varphi' + \varepsilon + V)}. \end{aligned}$$

Dans ce calcul, quoique l'équation ne soit que du premier degré, et non du deuxième degré comme (*g*) ou (*i*), on retrouve les expressions de *M* et de *N* en fonction de *m*, *n* et *q* trouvées par le général Ardent. Seulement, dans l'hypothèse  $\varepsilon = 0$ , les valeurs numériques auxquelles on arrive sont différentes; ce qui tient sans doute à ce que l'expression employée par lui pour la poussée n'était pas très-exacte.

Dans le cas où  $\varepsilon$  est différent de zéro, on doit avoir  $\tan \varepsilon = \frac{e' - e}{H}$ , en sorte que  $\varepsilon$  est une fonction connue des quantités qui déterminent la formule du profil du mur. Or les quantités *V*, *m*, *n* et *q* sont fonctions de  $\varepsilon$  et ne peuvent par conséquent pas être calculées numériquement indépendamment de toute hypothèse faite sur *e*, *e'* et *H*, comme le supposent les résultats contenus dans la Table II, calcul *b*, p. 54. Il est à présumer que l'auteur aura fait usage d'une expression de la poussée incomplète où la quantité  $\varepsilon$  ne figurait pas.

Il conviendra donc de ne pas faire usage des formules et des Tables du n° 40, p. 52 à 55.

Il sera préférable de recourir directement à l'équation (*k*) ci-dessus, dans laquelle

on introduira la valeur de P après y avoir substitué la valeur de V correspondant à la poussée dangereuse qui, dans le cas actuel, est celle dont la composante verticale est un maximum, quelle soit la théorie que l'on voudra appliquer.

Page 57, ligne 25, *au lieu de* employés *lisez* employé.

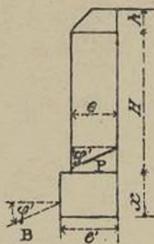
Pages 58 et 59, n° 43 (*voir* la Note ci-après).

#### NOTE.

##### Calcul de la profondeur à donner aux fondations.

Le calcul à faire pour arriver à déterminer la profondeur à donner aux fondations d'un mur dont les deux parements sont verticaux est le suivant.

Fig. 15.



En négligeant le poids du petit prisme de terre qui couronne le mur, on aura

$$\sigma P \cos \varphi' = f'' (\sigma P \sin \varphi' + p'eH + p'e'x) - f'' B \sin \varphi' + B \cos \varphi',$$

l'expression de la poussée étant

$$P = Q \frac{\cos(\varphi + V)}{\sin(\varphi + \varphi' + V)},$$

dans laquelle  $Q = \frac{1}{2}p(x + H + h)^2 \tan V$ , V étant donné par la formule

$$\tan V = -\tan(\varphi + \varphi') + \sqrt{\tan(\varphi + \varphi')[\tan(\varphi + \varphi') + \cot \varphi]},$$

et l'expression de la butée étant

$$B = Q' \frac{\cos(u - \varphi)}{\sin(u - \varphi - \varphi')},$$

dans laquelle  $Q' = \frac{p}{2}x^2 \tan u$ , u étant donné par la formule

$$\tan u = \tan(\varphi + \varphi') + \sqrt{\tan(\varphi + \varphi')[\tan(\varphi + \varphi') + \cot \varphi]}.$$

Les calculs relatifs à la poussée P et à la butée B étant faits numériquement, on sera conduit pour ces deux forces à des expressions composées d'un facteur numérique et d'un autre facteur égal au carré de la hauteur de la face pressée.

L'angle φ du talus naturel des terres étant supposé égal à l'angle du frottement

des terres sur elles-mêmes, on aura  $\varphi = \varphi' = \varphi''$  ou  $f = f' = f''$ , ce qui permet de mettre l'équation ci-dessus sous la forme

$$\sigma P (\cos \varphi - f \sin \varphi) + B (f \sin \varphi - \cos \varphi) = f (p' e H + p' e' x),$$

ou

$$\sigma P \cos 2\varphi - B \cos 2\varphi = \sin \varphi (p' e H + p' e' x).$$

Or, d'après ce qui vient d'être dit, on peut poser

$$\sigma P \cos 2\varphi = k(x + H + h)^2 \quad \text{et} \quad B \cos 2\varphi = lx^2,$$

d'où

$$k(x + H + h)^2 - lx^2 = \sin \varphi (p' e H + p' e' x),$$

que l'on peut mettre sous la forme

$$(1) \quad \frac{x^2}{H'} + \frac{2k\left(1 + \frac{h}{H}\right) - \sin \varphi p' \frac{e'}{H}}{k - l} \frac{x}{H} + \frac{k\left(1 + \frac{h}{H}\right)^2 - \sin \varphi p' \frac{e}{H}}{k - l} = 0$$

ou

$$\frac{x^2}{H^2} - 2M \frac{x}{H} - N = 0, \quad \text{d'où} \quad \frac{x}{H} = M + \sqrt{M^2 + N^2},$$

en posant

$$M = -\frac{k}{k - l} \left(1 + \frac{h}{H}\right) + \frac{p' \sin \varphi}{2(k - l)} \frac{e'}{H}, \quad N = -\frac{k}{k - l} \left(1 + \frac{h}{H}\right)^2 + \frac{\sin \varphi}{k - l} p' \frac{e}{H},$$

$$M = \left(1 + \frac{h}{H}\right) m - \frac{p' e'}{p H} n, \quad N = \left(1 + \frac{h}{H}\right)^2 m - 2 \frac{p' e}{p H} n$$

et

$$m = \frac{k}{l - k}, \quad n = \frac{p \sin \varphi}{2(l - k)}.$$

En faisant par logarithmes le calcul des valeurs numériques de  $m$  et de  $n$ , dans l'hypothèse  $\varphi = \varphi' = 27^\circ$ , que le général Ardant prend pour exemple, on trouve successivement

$$V = 37^\circ 30' 7'', 30 \quad \text{et} \quad P = 0,1652281 p (x + H + h)^2,$$

d'où, dans l'hypothèse  $\sigma = 1$ ,

$$k = 0,1652281 p \cos 54^\circ = 0,09711862 p;$$

et, pour la butée,

$$u = 74^\circ 8' 28'', 57,$$

d'où

$$B = 3,477109 p x^2,$$

ce qui donne

$$l = 3,477109 p \cos 54^\circ = 2,043798 p.$$

Les valeurs de  $m$  et de  $n$  sont par suite

$$m = \frac{k}{l - k} = 0,04988938 \quad \text{et} \quad n = \frac{p \sin \varphi'}{2(l - k)} = 0,1166064,$$

chiffres peu différents de ceux que donne le général Ardant et qui sont identiques à

ceux auxquels est arrivé M. le colonel de la Grèverie, qui a trouvé

$$m = 0,049894 \quad \text{et} \quad n = 0,116610.$$

En substituant les valeurs de  $m$  et de  $n$  dans celles de  $M$  et de  $N$ , dans l'hypothèse

$$\frac{e'}{H} = 0,333, \quad \frac{e}{H} = 0,27, \quad \frac{h}{H} = 0,20, \quad \frac{p}{p'} = \frac{2}{3},$$

on trouve

$$M = 0,0016223592 \quad \text{et} \quad N = -0,0226104768,$$

ce qui donne pour  $\frac{x}{H}$  une valeur imaginaire, au lieu de  $\frac{x}{H} = 0,181$  que trouve le général Ardant, résultat qui tient sans doute surtout à ce qu'il n'a pas eu égard au signe — de  $N$ . Cette valeur imaginaire de  $x$  s'explique par le fait que le revêtement de Vauban, qui diffère peu du profil considéré, présente, comme on l'a vu p. 449, une certaine stabilité en ce qui concerne le glissement sur sa base. Il n'y a donc pas à recourir à la butée pour rétablir l'équilibre.

Quoi qu'il en soit, de l'application numérique qui vient d'être faite, il résulte que la Table III, p. 59, correspond à l'hypothèse  $\sigma = 1$ . Or, pour que les conditions de stabilité fussent suffisantes, il eût fallu faire le calcul en multipliant la poussée par un coefficient peu différent de  $\sigma = 4,06$ , qui correspond à la stabilité des revêtements de Vauban, ainsi qu'il a été dit p. 443 et 449. A cet effet il suffit de multiplier  $P$  ou  $k$  par  $\sigma$ .

Pour  $\sigma = 2$  on trouve, en opérant à l'aide de la règle à calcul,

$$m = 0,105, \quad n = 0,123, \quad M = 0,0646, \quad N = 0,0513 \quad \text{et} \quad x = 0,3001 H.$$

Pour  $\sigma = 4,06$  on trouve de même

$$m = 0,2395, \quad n = 0,138 \quad \text{et} \quad x = 0,748 H,$$

ce qui, pour  $H = 10^m$ , donne

$$x = 7^m,48.$$

Si l'on suppose  $\varphi = \varphi' = 35^\circ$  et  $\sigma = 1$ , les autres hypothèses restant les mêmes, on trouve

$$k = 0,1426 \cos 2\varphi = 0,0426p \quad \text{et} \quad l = 3,925p,$$

d'où

$$m = 0,01096 \quad \text{et} \quad n = 0,0738,$$

chiffres qui concordent à peu près avec ceux de la Table III, p. 59. La valeur de  $x$  correspondante est encore imaginaire, comme on pouvait le prévoir d'après ce qui a été dit p. 449. Pour faire le calcul dans l'hypothèse  $\sigma = 4$ , il suffirait de multiplier la valeur de  $k$  ci-dessus par ce coefficient et de chercher les valeurs de  $m$  et de  $n$  correspondantes. On trouve

$$m = 0,0454, \quad n = 0,0762, \quad M = 0,0165, \quad N = 0,0037 \quad \text{et} \quad x = 0,0795 H.$$

Ainsi, pour  $H = 10^m$ , on aura

$$x = 0^m,795.$$

Ce chiffre diffère peu de celui de  $1^m$ , auquel correspondrait  $\sigma = 4,15$  pour le profil ordinaire de Vauban.

On a trouvé, au contraire, pour  $x$  une valeur beaucoup plus forte dans l'hypothèse  $\varphi = \varphi' = 27^\circ$ , ce qui montre combien l'influence du frottement est considérable.

Page 59, ligne 1, au lieu de Table II lisez \*Table III

" " 13, " 0,049849 " \*0,049894

" " " 0,115370 " \*0,116610

Page 62, ligne 31, au lieu de MM $e'$  (fig. 18, Pl. III) lisez \*M, M' (fig. 18', Pl. III).

Page 63, n° 46 (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

##### Placages en maçonnerie contre des terrains résistants.

Si l'on veut se rendre compte plus complètement de la quantité dont le moment de la poussée augmente quand l'arête de rotation A se trouve au-dessous du niveau de la partie inférieure du remblai, soient H la hauteur Hh (Pl. III, fig. 21), H<sub>1</sub> la hauteur Bh, e l'épaisseur à hauteur du point h, et t = tang i le fruit du parement extérieur du mur.

Le moment de la poussée P par rapport à l'arête antérieure de la base e sera

$$P\left[\frac{1}{3}H \cos \varphi' - e \sin \varphi'\right],$$

et le moment de la même poussée par rapport à l'arête inférieure A sera

$$P\left[\left(\frac{1}{3}H + H_1\right) \cos \varphi' - (e + tH_1) \sin \varphi'\right].$$

Or la seconde quantité excède la première de

$$P[H_1 \cos \varphi' - tH_1 \sin \varphi'] = PH_1(\cos \varphi' - \tan i \sin \varphi') = PH_1 \frac{\cos(\varphi' + i)}{\cos i}.$$

Il faut donc augmenter de  $\sigma PH_1 \frac{\cos(\varphi' + i)}{\cos i}$  le moment résistant, tel qu'il suffirait de le prendre si le pied du revêtement A était au même niveau que la partie inférieure du remblai h.

Le facteur  $H_1 \frac{\cos(\varphi' + i)}{\cos i}$  représente l'augmentation du bras de levier de la poussée. Il y a intérêt à ce que t soit le plus grand possible, puisque le terme  $tH_1 \sin \varphi'$  est affecté du signe —. Il y a intérêt également à ce que  $\varphi'$  soit grand, car  $\cos(\varphi' + i)$  diminue quand  $\varphi'$  augmente.

Page 65, lignes 24 à 28\* (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

Il est facile de voir qu'il y a intérêt au point de vue de l'économie, et à stabilité égale, à augmenter d'une part le talus extérieur du mur, et de l'autre, le talus de la paroi intérieure; mais les chiffres indiqués par le général Ardent pour ce dernier talus ne sauraient avoir rien d'absolu.

Page. Ligne.

67, 34, *au lieu de* plutôt que les épaisseur *lisez* \*plutôt que de les épaisseur  
68, 9, " (n° 25) " \* (n° 23)

Page 69, n° 49 (*voir la Note ci-après*).

#### NOTE.

##### Revêtements en décharge.

Aux considérations sur les revêtements en décharge développées par l'auteur il convient d'ajouter ce qui suit.

Une Note de M. le colonel de la Grèverie, insérée au N° 47 du *Mémorial de l'Officier du Génie*, contient à ce sujet diverses indications qu'il convient de mentionner ici.

Traduisant en formule la règle admise par les anciens constructeurs, d'après laquelle on donne aux revêtements en décharge la même épaisseur totale qu'à un mur plein de Vauban, contre-forts compris, il trouve

$$1^m,43 + 0,40(H + h),$$

quantité dont il retranche  $0,015H$  pour passer du parement extérieur incliné au  $\frac{1}{5}$  à celui dont l'inclinaison serait de  $\frac{1}{20}$  par rapport à la verticale, ce qui lui donne

$$(a) \quad E = 1^m,43 + 0,385H + 0,40h,$$

Une autre règle empirique, empruntée à la pratique des constructeurs modernes et applicable seulement pour des valeurs de  $h$  comprises entre  $2^m,50$  et  $8^m,00$ , peut être exprimée par la formule

$$(b) \quad E = 1^m,1675 + 0,355H + 0,500h.$$

Elle suppose le parement extérieur incliné à  $\frac{1}{20}$  par rapport à la verticale.

L'auteur fait observer que ces formules ne tiennent pas compte de tous les éléments de la question, tels que la nature des terres, celle des maçonneries, la stabilité. Dans l'établissement de la nouvelle formule qu'il propose de substituer aux précédentes, il admet que le rapport du poids spécifique de la terre à celui de la maçonnerie est  $\frac{17}{10}$ , que le talus naturel des terres est de 35 degrés, et l'angle du frottement des terres sur les maçonneries de 30 degrés. Les voûtes ont  $4^m,50$  de portée,  $1^m,50$  de flèche et une épaisseur uniforme, calculée d'après la formule

$$e = 0^m,50 + 0,12r,$$

$r$  étant le rayon d'une circonférence qui passerait par le sommet et les naissances de la voûte; les chapes sont formées de deux plans inclinés tangents à l'extrados des voûtes, raccordés deux à deux par un troisième plan destiné à déverser les eaux vers l'intérieur. La hauteur des casemates est sous clef de  $3^m,80$  et aux naissances de  $2^m,30$ . L'épaisseur des pieds-droits au niveau du sol des casemates est déterminée d'après le poids des maçonneries et des terres qu'ils ont à supporter, de manière à ne pas dépasser le  $\frac{1}{10}$  du poids qui produirait l'écrasement, soit 5 kilogrammes par 60.

centimètre carré, résistance ordinaire de la maçonnerie en moellons ou en briques. La paroi antérieure formant parement du côté de l'escarpe a une épaisseur de 1 mètre au niveau du sommet de l'intrados; elle est surépaisse intérieurement de 0<sup>m</sup>, 20 au niveau du sol des casemates, et de 0<sup>m</sup>, 10 en sus à la hauteur du dessus des fondations, extérieurement par le fruit du revêtement, qui est de  $\frac{1}{10}$ , et par l'empâtement des fondations, auquel on a donné 0<sup>m</sup>, 50. La paroi postérieure des casemates est tracée suivant un arc de cercle de 4<sup>m</sup>, 50 de corde et de 0<sup>m</sup>, 50 de flèche; elle présente une épaisseur uniforme de 0<sup>m</sup>, 50; le parement extérieur est tangent en son milieu au plan vertical de la queue des contre-forts.

Ce mur cylindrique est supporté par un arceau jeté d'un pied-droit à l'autre, présentant une flèche de 1 mètre, une épaisseur à la clef de 0<sup>m</sup>, 40, et une épaisseur transversale de 1 mètre. La profondeur des fondations est de 1 mètre.

Le colonel de la Grèverie est conduit à donner au revêtement une stabilité relative au renversement par rotation correspondant à un coefficient de 4,50. D'un autre côté, ayant constaté que la formule (b) est applicable pour une hauteur de surcharge de 2<sup>m</sup>, 50, il trouve, en y introduisant pour  $h$  cette dernière valeur,

$$2^m, 4175 + 0,355H,$$

expression à laquelle il ajoute les termes nécessaires pour faire croître l'épaisseur totale dans la proportion voulue, lorsque la surcharge est plus grande que 2<sup>m</sup>, 50; il trouve pour cet accroissement 0<sup>m</sup>, 46 par mètre de surcharge, lorsque celle-ci ne dépasse pas 4 mètres, ce qui donne un terme 0,46( $h - 2^m, 50$ ) à ajouter aux précédents.

Pour le cas où  $h$  est plus grand que 4 mètres, il exprime que l'épaisseur totale augmente de 0<sup>m</sup>, 57 lorsque la surcharge croît de 4 à 5 mètres, et comme la différence entre cette augmentation de 0<sup>m</sup>, 57 et celle de 0<sup>m</sup>, 46, déjà prise en considération, est de 0<sup>m</sup>, 11, il ajoute un nouveau terme 0,11( $h - 4^m, 00$ ).

Il obtient ainsi la formule

$$(b') \quad E = 2^m, 4175 + 0,355H + 0,46(h - 2^m, 50) + 0,11(h - 4^m),$$

laquelle est applicable seulement pour les valeurs de  $h$  comprises entre 2<sup>m</sup>, 50 et 5 mètres, et à la condition qu'on exclura les termes négatifs qui s'y produisent.

L'épaisseur qu'elle fournit convient pour le cas où le sol des casemates est à 5 mètres au-dessus du fond du fossé. Elle devrait être diminuée de 0,18 C si ce sol était moins élevé, C étant la différence à 5 mètres de la quantité exprimée en mètres, dont le sol des casemates s'élève en réalité au-dessus du fond des fossés.

Page.	Ligne.		
72	17	Supprimez *Du tracé de l'intrados des voûtes en berceau.	
		au lieu de	lisez
74, 10 et 11,	entre l'ouverture		*entre la montée et
	entièrē et la montée		l'ouverture entière
" 32,	Huygens		Huyghens

Page.	Ligne.	<i>au lieu de</i>	<i>lisez</i>
75,	1,	Huygens	Huyghens
"	7,	$x$ et $y$	* $y$ et $x$
"	13,	$b$	B
"	13,	$bc$	Bc
"	17,	$be$	Be
"	20,	$ca'$	ca
"	25,	$a'a$	ca

Pages 74 et 75, n° 57 (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

##### Anse de panier à trois centres.

C'est par erreur que l'auteur avance que des deux constructions indiquées pour le tracé des anses de panier à trois centres, la dernière donne une courbe plus gracieuse lorsque le surbaissement est très-grand. En réalité, elles conduisent toutes deux au même résultat.

En effet, la première équation ne fait qu'exprimer que le centre  $o'$  (*fig. 2, Pl. IV*) de l'arc  $am$  est situé à la fois sur l'horizontale  $ac$  et sur la ligne  $om$ , qui joint le centre de l'arc  $Bm$  au point de tangence des deux arcs; et la deuxième équation exprime que l'angle  $coo'$  est de 30 degrés, et par suite que l'angle  $co'o$  est de 60 degrés. Or, dans la deuxième construction (*fig. 1*), le parallélisme de  $om$  à  $cK$  remplit la condition exprimée par la deuxième équation, et assure en même temps, d'une part, la similitude du triangle  $bom$  avec le triangle isocèle  $BcK$ , le côté  $bm$  étant lui-même parallèle à  $BK$ , et, d'autre part, celle du triangle  $mo'a$  avec le triangle équilatéral  $Kca$ , conditions équivalentes à celles qui sont exprimées par la première équation.

---

Page.	Ligne.	<i>au lieu de</i>	<i>lisez</i>
75,	28,	<i>au lieu de</i> trimestre	<i>lisez</i> * semestre
"	32,	" $ca'$	" * $ca$
"	34,	" CK et CL	" * $cK$ et $cL$
"	35,	" $m$ et par le point $b$	" $b$ et par le point $m$
76,	13,	" $ca'$	" * $ca$

Pages 75 et 76, n° 58 (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

##### Anse de panier à cinq centres.

Pour obtenir la longueur du rayon de courbure qui, dans l'ellipse de même ouverture et de même montée que l'anse de panier, partagerait en deux parties égales les arcs d'ellipse correspondant aux arcs  $bn$ ,  $mn$  et  $ma$  (*Pl. IV, fig. 3*), il suffit de remarquer que l'équation de l'ellipse étant  $a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$ , et l'expression gé-

nrale du rayon de courbure pouvant être mise sous la forme  $\rho = \frac{(a^4y^4 + b^4x^4)^{\frac{3}{2}}}{a^4b^4}$ , la

tangente  $t$  de l'angle que ce rayon doit faire avec l'axe des  $x$  est perpendiculaire à la tangente à la courbe au point  $x, y$ , d'où

$$t = \frac{a^2 y}{b x^2}.$$

Si l'on combine cette relation avec l'équation de l'ellipse, on trouve pour  $x^2$  et  $y^2$  des valeurs qui, substituées dans l'expression du rayon de courbure, donnent, pour la valeur particulière  $r$  de ce rayon, l'expression

$$r = \left( \frac{1 + t^2}{a^2 + b^2 t^2} \right)^{\frac{3}{2}} a^3 b^3.$$

Or  $t$  est une quantité donnée qu'il n'y a qu'à substituer dans la valeur de  $r$ . Pour faire cette opération, il conviendra de rendre d'abord  $r$  calculable par logarithmes.

C'est ce que l'on peut faire en posant  $\frac{b}{a} = \tan \alpha$  et  $t = \tan \theta$ , puis

$$\tan \alpha \tan \theta = \tan \chi;$$

on trouve

$$r = \frac{b^2}{a} \frac{\cos^3 \chi}{\cos^3 \theta}.$$

Page.

Ligne.

77,	3,	au lieu de	$bc$	lisez	Bc
"	10,	"	$a''' c''$	"	* $a''' c'''$
"	"	"	$a'' c'''$	"	* $a'' c''$
"	29,	"	$ob$	"	$oB$
78,	27,	"	$o^v, o^{iv}, o''', o'', o', o$	"	* $o^v o^{iv} o''' o'' o' o$
79,	16,	"	avons nommée	"	*nommerons
80,	23,	"	<i>fig.</i> 6,	"	* <i>fig.</i> 6'
81,	2,	"	AT	"	BT
"	3,	"	F'K	"	T'K
"	5,	"	F'T	"	T'T
"	6,	"	F'	"	T'

Page, 81, lignes 1 à 6 (*voir* la Note ci-après).

NOTE.

Pour tracer cette sécante T'K, on pourra s'en donner arbitrairement la direction ; on connaîtra dès lors les directions des bissectrices des angles que font entre elles les tangentes issues des points T' et K aux deux arcs que l'on se propose de tracer. On mènera à ces directions, respectivement par T et A, des perpendiculaires dont l'intersection déterminera le point où la ligne KT' sera tangente à la fois aux deux arcs de la courbe. Cette construction est équivalente à celle de la *fig. 6'*.

Page.

Ligne.

81,	21,	au lieu de	$A'' B'' A''$	lisez	* $A' B'' A''$
"	35,	"	<i>fig.</i> 8	"	* <i>fig.</i> 8'

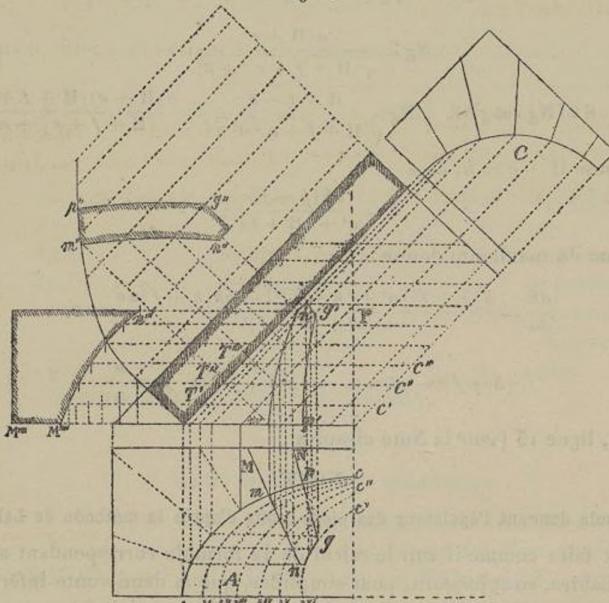
Page 86, lignes 27 et suivantes (*voir la Note ci-après*).

## NOTE.

### Passage biais.

On refait ici (*fig. 16*) l'épure représentée *Pl. IV, fig. 12*, où il s'est glissé quelques erreurs de construction.

Fig. 16.



Page.	Ligne.				
87,	12,	<i>au lieu de</i>	AD	<i>lisez</i>	AB
88,	3,	"	A'D'	"	*A'E'
89,	13,	"	d'n"q"	"	d'n"q"
" 19 et 20,	"		Joignons en projection verticale les points q et N par une droite qN;	"	Joignons les points q et N par une droite qN en projection verticale;
"	30,	"	à m"n" et à m"N'	"	à p"q" et à p"N'
91,	2,	"	pont Tiffroy	"	*pont des Pucelles
"	3,	"	fig. 4'	"	*fig. 4
"	28,	"	fig. 4	"	*fig. 5
"	36,	"	247	"	*234
92,	36,	"	fig. 5	"	*fig. 5'
95,	24,	"	o,50D	"	*25D

Page 96, n° 70 (*voir la Note ci-après*).

NOTE.

Règle empirique pour le calcul des pieds-droits des voûtes.

Voici le détail du calcul. Deux triangles semblables donnent la relation

$$Ng : a :: \sqrt{(H + e)^2 - Ng^2} : H + f + e,$$

d'où

$$Ng = \frac{a(H + e)}{\sqrt{(H + f + e)^2 + a^2}},$$

$$NK = E = Ng \cos g NK = Ng \frac{H + f + e}{\sqrt{(H + f + e)^2 + a^2}} = \frac{a(H + e)(H + f + e)}{(H + f + e)^2 + a^2}.$$

Si l'on pose  $H + e = h$ , on a

$$E = \frac{ah(h + f)}{a^2 + (h + f)^2},$$

La condition du maximum donne

$$\frac{dE}{da} = \frac{h(h + f)[a^2 + (h + f)^2] - ah(h + f)2a}{a^2 + (h + f)^2} = 0,$$

d'où

$$(h + f)^2 - a^2 = 0, \quad a = h + f \quad \text{et} \quad E = \frac{h}{2}.$$

Page 99, ligne 15 (*voir la Note ci-après*).

NOTE.

Formule donnant l'épaisseur des pieds-droits d'après la méthode de Lahire.

On peut faire comme il suit le calcul de la formule correspondant aux hypothèses de Lahire, en supposant, pour simplifier, que la demi-voûte inférieure agit par son poids au milieu du joint des naissances. Si l'on voulait faire un calcul plus rigoureux, on serait conduit à une expression plus compliquée. Le calcul ci-après est sans aucun doute celui qu'a dû faire le général Ardant. La formule qu'il donne doit donc être remplacée par celle qui suit.

En égalant le moment résistant au moment de la poussée, on trouve

$$\frac{1}{2} HE^2 + \frac{1}{2} h E'^2 + \frac{\pi e(2r + e)}{8} \left( E - \frac{e}{2} \right) = \frac{\pi e}{8} (2r + e) \sqrt{2} \left[ (H - r - E) \frac{1}{2} \sqrt{2} + r + \frac{e}{2} \right];$$

car le poids de la demi-voûte est

$$\frac{1}{8} \pi [(r + e)^2 - r^2] = \frac{\pi e(2r + e)}{8};$$

la poussée est

$$\frac{\pi e(2r + e)}{8} \times \frac{1}{\cos 45^\circ} = \frac{\pi e(2r + e)}{8} \sqrt{2},$$

et son bras de levier

$$\frac{1}{2} H \sqrt{2} + r + \frac{1}{2} e - \frac{1}{2} \sqrt{2} (r + E) = (H - r - E) \frac{1}{2} \sqrt{2} + r + \frac{1}{2} e.$$

Cette équation peut s'écrire

$$E^2 + \frac{1}{2} \pi e \frac{(2r+e)}{H} E + \frac{1}{8} \frac{\pi e(2r+e)}{H} [2r - e - 2H - (2r+e)\sqrt{2}] + \frac{h}{H} E'^2 = 0.$$

On en tire, après diverses réductions,

$$E = (2r+e) \left\{ -\frac{\pi e}{4H} + \sqrt{\frac{e}{H} \left[ \frac{\pi^2 e}{16H} + \frac{\pi e + H}{4(2r+e)} + \frac{\pi(\sqrt{2}-1)}{8} \right] - \frac{hE'^2}{H(2r+e)^2}} \right\}.$$

Substituant enfin à  $\pi$  sa valeur 3,14159 et remplaçant  $\sqrt{2}$  par 1,414, on trouve

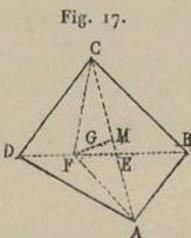
$$E = (2r+e) \left\{ -0,785 \frac{e}{H} + \sqrt{\frac{e}{H} \left[ 0,617 \frac{e}{H} + 0,785 \frac{e+H}{2r+e} + 0,163 \right] - \frac{h}{H} \frac{E'^2}{(2r+e)^2}} \right\}.$$

Page.	Ligne.			
102,	12, au lieu de	capable	<i>lisez</i>	capables
"	33,	Nn	"	mq
"	34,	le joint Cc du sommet	"	les joints nN et cC
103,	30, "	de voussoirs	"	de parties égales correspondant à autant de voussoirs
104,	9,	celle	"	celles
104,	31 et suivantes (voir la Note ci-après).			

#### NOTE.

##### Centre de gravité d'un quadrilatère.

Il convient de rappeler la construction géométrique suivante, au moyen de laquelle on obtient très-simplement le centre de gravité d'un quadrilatère quelconque ABCD. On prend sur l'une des diagonales BD le point F, tel que DF = BE; on joint ce point F au milieu M de l'autre diagonale AC; le centre de gravité G est sur la ligne MF, au tiers de cette longueur à partir de M.



Pour le démontrer, il suffit de faire voir que le centre de gravité du quadrilatère ABCD est le même que celui du triangle AFC; et, pour qu'il en soit ainsi, il suffit de démontrer que le moment du triangle ABC et celui de l'ensemble des triangles CDF et ADF, par rapport à une parallèle à AC menée par le point G, sont égaux. Or il est facile de voir que ces deux surfaces sont équivalentes, car elles sont

composées, l'une de deux triangles BEC et ABE, l'autre des triangles CDF et ADF respectivement égaux aux deux premiers, comme ayant leurs bases égales  $BE = DF$  et même hauteur.

Il suffit donc de faire voir que les bras de leviers sont égaux. Or, pour chacun des triangles CDF et ADF, le bras de levier, par rapport à AC, compté parallèlement à DE, est égal à  $\frac{2}{3}(EF + \frac{1}{2}DF) = \frac{2}{3}EF + \frac{1}{3}DF$ .

Par rapport à une parallèle à AC menée par le point G, ce bras de levier devra être diminué de  $\frac{1}{3}EF$ ; il se réduira donc à  $\frac{1}{3}DF + \frac{1}{3}EF$ . Or le bras de levier oblique de ABC, par rapport au même axe, sera  $\frac{1}{3}BE + \frac{1}{3}EF$ , quantité évidemment égale à la précédente, puisque  $DF = BE$ , ce qui démontre le théorème énoncé.

Page 107, ligne 7, au lieu de  $\frac{2s_1g_1}{\gamma_1}$  lisez  $\frac{s_1g_1}{\gamma_1}$ .

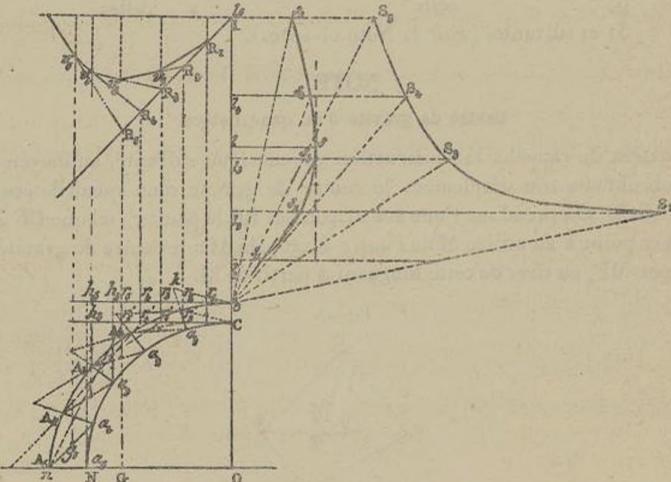
Page 107, ligne 12 et suivantes (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

##### Poussée des voûtes. — Épure.

L'auteur admet que la poussée résistante est appliquée à l'intrados C du joint C.c.

Fig. 18.



Il fait donc erreur quand, dans la construction de la quatrième proportionnelle  $\frac{s_1g_1}{\gamma_1}$ , il joint le point  $A_5$  de l'extrados au point  $r_5$  de l'horizontale, menée par l'extrados  $c$  du joint de la clef. C'est au joint  $r'_5$  de la verticale  $R_5r_5$  située sur l'horizontale menée par l'intrados C du joint de la clef, qu'il aurait dû joindre le point  $A_5$ , pour mener ensuite, par le point  $c$  à la droite  $A_5r'_5$  ainsi obtenue, une

parallèle dont l'intersection avec l'ordonnée horizontale  $lS$  fait connaître le point  $S$  de la courbe des poussées résistantes. C'est aussi par erreur que cette dernière parallèle est tracée par le point  $C$  au lieu du point  $c$  de l'extrados, puisque c'est à partir de ce dernier point  $c$  que sont comptées les abscisses qui représentent les volumes des voussoirs.

Pages 100 à 108, n° 73 (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

##### ÉPURE DU GÉNÉRAL PONCELET RELATIVE À LA POUSSÉE DES VOUTES.

###### Poussée et résistance par rotation.

Le général Ardant ne traite que le cas de la poussée par rotation appliquée à l'extrados du joint de la clef et de la résistance par rotation appliquée à l'intrados de ce même joint, le mode de rupture qui se rapporte à ce cas étant le plus commun.

Le cours, lithographié en 1864, du commandant Gardier, alors capitaine, admet que le point d'arc-boutement des deux demi-voutes ne peut prendre que deux positions : l'une au sommet de l'extrados, l'autre au sommet de l'intrados. D'après l'auteur de ce cours, dans la plupart des circonstances, il n'y aura aucune indécision sur la position de ce point ; mais, s'il y en avait, il faudrait construire la valeur du maximum de  $\frac{s_1 g_1}{\gamma_1}$  dans le cas de l'arc-boutement au sommet de l'intrados, et celle du minimum de  $\frac{s_2 g_2}{\gamma_2}$  dans le cas de l'arc-boutement au sommet de l'extrados.

Ces deux opérations se feraient comme dans le cas considéré d'abord, avec cette différence que, pour avoir la poussée par rotation appliquée au sommet du joint d'intrados, on joindrait le point  $a_n$  de l'intrados au point  $r'_n$  de la verticale menée par le centre de gravité du voussoir  $Cca_n$  avec l'horizontale menée par le sommet  $C$  de l'intrados. Une parallèle à cette droite  $a_n r'_n$ , menée par l'origine  $c$  ou  $l_0$  des abscisses représentant les volumes des voussoirs, déterminerait le point  $s'_n$  de la courbe des poussées située sur l'ordonnée  $l_n s'_n$ . Une tangente verticale à cette courbe ferait ensuite connaître la poussée maximum.

Dans le cas de la résistance par rotation appliquée au sommet de l'extrados, c'est par l'extrados du joint qu'on mènerait une droite passant par le point  $r_n$  de l'horizontale du sommet  $c$  de l'extrados, et une parallèle à cette droite menée par l'origine  $c$  ou  $l_0$  des abscisses ferait connaître la longueur de l'ordonnée  $l_n S'_n$  de la courbe des résistances.

###### Poussée et résistance par glissement.

On doit comparer à la poussée et à la résistance par rotation la poussée maximum par glissement et la résistance minimum par glissement.

Or la poussée par glissement  $\Pi_g$ , appliquée horizontalement au joint de la clef faisant, avec la normale au joint sur lequel le glissement est à craindre, un angle égal à l'angle  $\alpha$  de ce joint avec la verticale, développera dans le sens du joint une composante  $\Pi_g \sin \alpha$  dirigée de bas en haut et un frottement  $f \Pi_g \cos \alpha$ , qui ajoutera

son action à celle de la première composante pour s'opposer au glissement du voussoir tendant à descendre le long de ce joint sous l'action de la pesanteur. Le poids  $s_n$  du voussoir considéré faisant l'angle  $\alpha$  avec le joint développera dans le sens de ce joint et de haut en bas une composante  $s_n \cos \alpha$  tendant à produire le glissement, et un frottement  $f s_n \sin \alpha$  tendant à s'opposer à ce mouvement. On aura donc, dans le cas de l'équilibre,

$$\Pi_g (\sin \alpha + f \cos \alpha) = s_n (\cos \alpha - f \sin \alpha),$$

d'où, si l'on remplace  $f$  par sa valeur  $\tan \varphi$ ,

$$\Pi_g = \text{maximum de } s_n \cot(\alpha + \varphi).$$

Dans le cas de la résistance par rotation, la composante  $R_g \sin \alpha$  tendrait à faire remonter le voussoir suivant la pente du joint; le frottement  $f R_g \cos \alpha$  doit donc être de signe contraire et ajouter son action à celle de la composante  $s_n \cos \alpha$  du poids  $s_n$  et à celle du frottement  $f s_n \sin \alpha$ . On aura donc, dans le cas de l'équilibre,

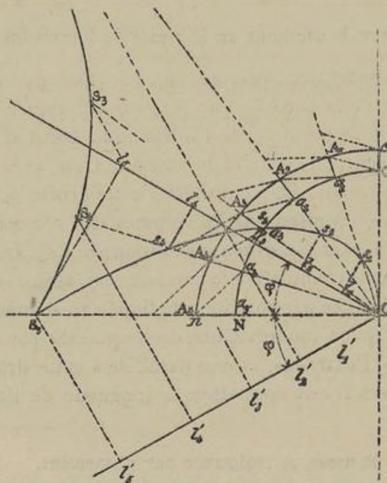
$$R_g (\sin \alpha - f \cos \alpha) = s_n (\cos \alpha + f \sin \alpha),$$

d'où

$$R_g = \text{minimum de } \cot(\alpha - \varphi).$$

Pour construire la courbe des poussées par glissement, on prend pour axe des

Fig. 19.



abscisses représentant les poids des voussoirs une droite faisant avec l'horizon l'angle  $\varphi$ . Un rayon vecteur quelconque, mené par l'origine et faisant avec la verticale l'angle  $\alpha$  du joint inférieur du voussoir  $c Ca_n$ , dont le poids est  $s_n$ , fera avec cette droite un angle  $90^\circ - \alpha - \varphi$ , et par suite interceptera sur l'ordonnée correspondant au poids  $s_n$  une longueur  $s_n \tan(90^\circ - \alpha - \varphi) = s_n \cot(\alpha + \varphi)$ .

Quand on aura ainsi construit la courbe des poussées par glissement, on lui mènera une tangente parallèle à l'axe des abscisses : cette tangente fera connaître la poussée maximum par glissement.

Pour construire la courbe des résistances par glissement, on prendra pour l'axe, sur lequel sont comptés les poids des voussoirs, une droite faisant l'angle  $\varphi$  au-dessous de l'horizontale des naissances. L'angle du rayon vecteur, parallèle au joint  $cCa_n$ , dont le poids est  $s_n$ , avec ce nouvel axe, sera égal à

$$90^\circ + \varphi - \alpha,$$

et la longueur interceptée sur l'ordonnée correspondante sera

$$s_n \tan(90^\circ + \varphi - \alpha) = s_n \cot(\alpha - \varphi).$$

On obtiendra le minimum des ordonnées de cette courbe en lui menant une tangente parallèle à l'axe, ou plutôt en traçant une parallèle à cet axe, laissant tous les points de la courbe au-dessus d'elle.

#### Vôûtes avec surcharge de terre.

Dans le cas d'une voûte avec surcharge de terre, on divise l'extrados, de préférence à l'intrados, en parties égales correspondant aux voussoirs partiels. On divise la surcharge par des verticales menées par les points de division de l'extrados, en portions dont on considère le poids comme s'ajoutant à celui du voussoir. Il faut donc chercher le centre de gravité de chacune de ces surcharges partielles et exprimer le poids correspondant en ayant égard au rapport du poids spécifique de la terre comparé à celui de la maçonnerie. On compose alors entre eux les poids de chaque voussoir et de sa surcharge, et l'on opère ensuite sur les poids résultants comme, dans ce qui précède, on a opéré sur les poids des voussoirs seulement ; mais il n'y a rien à changer aux opérations indiquées en ce qui concerne le rôle que jouent l'intrados et l'extrados des joints de la voûte proprement dite.

A cette manière d'envisager l'action de la surcharge, nous pensons qu'il y aurait lieu d'apporter une modification importante. On ne devrait considérer une surcharge de terre comme agissant verticalement sur la voûte que lorsque l'angle de la normale à l'extrados avec la verticale est moindre que l'angle du frottement des terres sur les maçonneries.

Dans le cas contraire, l'action de la surcharge devrait faire avec la normale cet angle du frottement lui-même. D'ailleurs, la division de la surcharge totale en surcharges partielles, suivant des plans verticaux, n'est pas rigoureusement admissible, ce qui complique le problème.

Page.	Lignes.		
108,	8 et 23, <i>au lieu de</i> 72	<i>lisez</i>	*73
110,	2,                "      extrados	"	intrados
113,	25,                "      0 <sup>m</sup> ,60 et 0 <sup>m</sup> ,25	"	*0,60 et 0,25
"	27 et 28,        "      0 <sup>m</sup> ,15 et 0 <sup>m</sup> ,07	"	*0,15 et 0,07

Page 114, ligne 1 à 6 (*voir la Note ci-après*).

NOTE.

Vôûtes légères en briques de plat et plâtre.

En indiquant  $0^m, 11$  comme la limite inférieure de l'épaisseur des voûtes légères, l'auteur ne tient pas compte des voûtes en briques de plat et plâtre que l'on exécute dans le midi de la France, et auxquelles on ne donne que  $0^m, 06$  d'épaisseur. A vrai dire, elles échappent à la théorie des voûtes par le fait que la cohésion du plâtre joue un rôle considérable dans les conditions de solidité de ce genre de constructions. En outre, l'augmentation de volume du plâtre pendant qu'il fait sa prise introduit une cause de renversement des pieds-droits qui ne saurait être assimilée à une poussée du même genre que celles dont il a été question plus haut et qui ne sont dues qu'au poids des voussoirs.

Page.	Ligne.			
117,	ligne dernière, <i>au lieu de</i>	17	<i>lisez</i>	*66
118,	8	$e = 2r$	"	$e = r$
"	"	$e = 1,04r$	"	$e = 0,02r$

119 et 120 (*voir la Note ci-après*).

NOTE.

Tableaux pour le calcul des pieds-droits des voûtes.

Les tableaux E et F ont, sans doute, été calculés de la manière suivante : au moyen des formules (B), p. 114, on a obtenu, pour différentes valeurs de  $r$  données, les valeurs de  $e$  correspondantes, puis, par les formules (D), p. 116, les valeurs de  $e'$ .

Le tableau E donne ensuite les différents éléments à introduire dans le calcul de  $\frac{x + e'}{r}$  par la formule (A), p. 109, et les résultats du calcul de cette dernière formule sont réunis dans le tableau F. Les divers résultats obtenus ne sont pas très-exacts, et les données du tableau E ne concordent pas toujours avec ceux de la Table, n° I, de M. Michon, p. 30 du N° 15 du *Mémorial de l'Officier du Génie*. On n'a pas cru néanmoins nécessaire de refaire ces calculs. Il sera bon toutefois de ne faire usage des résultats contenus dans les deux tableaux E et F qu'après les avoir vérifiés.

Pages 100 à 120, n°s 73 à 79 (*voir la Note ci-après*).

NOTE.

THÉORIES DIVERSES DE LA POUSSÉE DES VOUTES.

AUTEURS QUI ONT ÉCRIT SUR LA POUSSÉE DES VOUTES.

La plupart de ceux qui se sont occupés de la poussée des voûtes ont eu recours à une méthode dans laquelle on fait usage du lieu géométrique des centres des pressions exercées sur les différents joints, ou courbe des pressions. On emprunte à

la traduction de l'ouvrage du Dr Scheffler par M. Fournié, ingénieur des Ponts et Chaussées, le résumé suivant des travaux de ces auteurs.

Un certain nombre d'entre eux, tels que Gerstner (*Manuel de Mécanique*, t. I), Knochenhauer (*Statique des voûtes*), Schubert (*Théorie de la construction des voûtes de ponts en pierre*) considèrent la ligne qui réunirait les points d'application des pressions résultantes sur les différents joints, ligne qui, pour des voussoirs de dimension finie, est polygonale, et qui pour des voussoirs infiniment minces est une courbe continue; ils cherchent quelles conditions devront être remplies pour que cette ligne soit en état de supporter les efforts auxquels la voûte est soumise, en leur opposant la résistance longitudinale de ses éléments et les réactions latérales aux sommets des angles. Les auteurs nommés ci-dessus voient dans cette ligne un polygone funiculaire dans le cas des voussoirs finis et une chaînette dans le cas des voussoirs infiniment minces. Cette manière de poser la question établit une confusion, ainsi que le démontre le Dr Scheffler, auteur lui-même d'une théorie qui sera analysée plus loin, entre le polygone funiculaire ou la chaînette et les courbes des pressions, ces dernières courbes n'étant nullement assujetties à la condition que les différentes forces, appliquées à un voussoir, aient leur point de concours sur la courbe des pressions. D'un autre côté, le polygone funiculaire ou la chaînette que l'on obtient en cherchant le lieu géométrique des intersections des trois forces appliquées aux différents voussoirs n'est nullement assujetti, dans le cas d'une voûte stable, à se trouver toujours comprise dans l'épaisseur de la voûte.

Moseley (\*) et Méry (\*\*) sont les premiers auteurs qui aient fait usage de la méthode des courbes des pressions, et c'est à Moseley qu'appartient l'idée de lever l'indétermination relative au choix de celle de ces courbes qui est la véritable, au moyen du principe de la moindre résistance, principe d'où il déduit cette condition que la poussée doit être un minimum, mais dont il n'a pas tiré toutes les conséquences auxquelles est arrivé plus tard le Dr Scheffler, ainsi qu'il sera dit plus loin.

M. Hagen (*Ueber Form und Stärke gewölbter Bogen, Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1844) s'appuie également sur la considération de la courbe des pressions. Pour obtenir la plus grande stabilité possible, il fixe le point d'application de la poussée à la clef au milieu de la clef et le point inférieur de la courbe des pressions au milieu du joint des naissances, et exige, en outre, que cette courbe passe par les milieux de tous les joints. M. Scheffler objecte qu'une pareille courbe, si on peut la construire, est en effet une courbe possible, mais qu'il ne s'ensuit pas que ce soit la vraie, et que dès lors, si la vraie courbe s'éloigne des milieux des joints, on ne sera pas assuré contre le danger d'écrasement des voussoirs comme si les pressions résultantes passaient partout au milieu des joints.

(\*) *Philosophical Magazine*, 1833, *Philosophical Transactions*, 1837, et *The Mechanical principles of engineering and architecture*, 1843.

(\*\*) Mémoire rédigé en 1833 à Brest, à la suite de recherches auxquelles il s'était livré à partir de 1826, et imprimé en 1840 dans les *Annales des Ponts et Chaussées*.

M. Weisbach (*Lehrbruch der Ingenieur-und Maschinen-Mechanik*, 2<sup>e</sup> partie) emploie simultanément la chaînette et la courbe des pressions, qu'il paraît regarder comme identiques et auxquelles il donne la dénomination commune de ligne de pression (*Drucklinie*).

M. Barlow (*The civil engineer and architect's journal*, juillet 1847) adopte la théorie de Moseley, mais il confond la courbe des pressions avec la courbe enveloppe des pressions, laquelle est une chaînette ou un polygone funiculaire.

M. Carvallo (*Étude sur la stabilité des voûtes*, dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, 1853) s'appuie aussi sur la considération des courbes de pression; mais il substitue aux joints inclinés réels des joints verticaux fictifs, ce qui conduirait à ce résultat que la courbe des pressions d'une voûte chargée est indépendante de la forme de l'extrados.

M. Hoffmann (*Ueber Form und Stärke gewoelbter Bogen*, 1853) reproduit les propositions connues sur le mode d'équilibre possible d'une série de prismes s'appuyant les uns sur les autres; mais il n'est pas question, dans son ouvrage, d'un caractère indiquant le mode de rupture d'une voûte instable. L'auteur ne s'occupe que de l'épaisseur de la voûte et non de celle des culées, et il suppose la pression répartie uniformément sur les joints.

M. Yvon Villarceau, dans un Mémoire publié d'abord dans le tome XII du *Recueil des Savants étrangers* et imprimé ensuite à part en 1854, admet que les matériaux superposés à la voûte peuvent, par certains artifices de construction, exercer, comme un liquide de densité égale à la leur, sur chaque voussoir une pression normale à l'extrados et proportionnelle à la hauteur de l'horizontale qui limite la surcharge au-dessus de ce voussoir.

Il établit ensuite les équations générales de l'équilibre, de manière que la résultante des efforts appliqués sur chaque voussoir passe par le centre de gravité du voussoir, en étant en chaque point tangente à la courbe des centres de gravité, et, par conséquent, normale aux divers joints tracés suivant les rayons de courbure de cette courbe. Cette voûte aurait partout une même épaisseur, qui serait calculée sur la résistance qu'on peut développer dans les matériaux sans altérer leur élasticité.

M. le colonel Denfert-Rochereau, étant encore capitaine, a publié, en 1859, dans la *Revue de l'architecture et des travaux publics*, de M. César Daly, un Mémoire dans lequel il se propose de remplir les trois conditions suivantes :

1<sup>o</sup> Que la courbe moyenne soit une courbe des pressions possibles, ce qui lui donne une chaînette;

2<sup>o</sup> Que la pression par unité superficielle soit la même dans tous les joints, ce qui conduit à donner aux joints des longueurs proportionnelles à l'intensité des pressions;

3<sup>o</sup> Que cette pression constante égale un nombre déterminé de kilogrammes par centimètre carré.

Il vérifie ensuite, *a posteriori*, que la pression fait avec la normale à chaque joint un petit angle, tandis que M. Villarceau ajoutait aux conditions précédentes celle de la normalité.

THÉORIE DU D<sup>r</sup> SCHEFFLER.

Parmi les divers travaux sur la théorie des voûtes qui ont été publiés depuis quelques années, il y a lieu de remarquer la partie du Traité de la stabilité des constructions du D<sup>r</sup> Scheffler, conseiller des travaux publics du duché de Brunswick, qui est consacrée à l'étude de cette question. Cet ouvrage a paru en 1857, et une traduction en a été publiée en 1864 par M. V. Fournié, ingénieur des Ponts et Chaussées.

Comme MM. Méry et Moseley, M. Scheffler fait usage des courbes de pression, et il a recours au principe de la moindre résistance énoncé par M. Moseley et mis dans tout son jour par lui-même, pour lever l'indétermination du problème, et pouvoir opérer non pas seulement sur des courbes de pressions possibles, mais sur la courbe de pressions réelle.

Sans chercher à donner ici l'énoncé complet du principe de la moindre résistance, on se bornera à dire que, si l'on désigne par  $P$  la résultante de toutes les forces appliquées à un système, et si l'on décompose les réactions telles que  $R_1$  des diverses surfaces d'appui fixes chacune en deux composantes, l'une  $P_1$  parallèle, l'autre  $Q_1$  perpendiculaire à  $P$ , si, de plus, on considère comme appartenant à une seule et même classe tous les groupes de réactions dont les composantes  $Q_1, Q_2, \dots$  sont respectivement parallèles aux mêmes directions, *parmi tous les groupes d'une même classe, celui-là seul est possible pour lequel, en vertu des propriétés physiques du système, les composantes  $Q_1, Q_2, \dots$  perpendiculaires à la direction de la résultante  $P$  sont simultanément un minimum.*

Appliquant ce principe à la théorie des voûtes, l'auteur établit que, si l'on considère une voûte composée de deux parties symétriques, formées de voussoirs incompressibles, s'appuyant contre deux culées, les points d'application des réactions des surfaces d'appui seront aussi symétriques par rapport à la verticale passant par le sommet, et que la ligne qui joint ces points d'appui sera horizontale, de quelque manière que les positions de ces points varient sur les surfaces d'appui. Si l'on décompose les réactions  $R_1, R_2$  en leurs composantes horizontales et verticales  $P_1, Q_1$  et  $P_2, Q_2$ , on aura  $P_1 = P_2 =$  le poids d'une demi-voûte avec sa surcharge, et la poussée  $Q_1 = Q_2$  doit, d'après le principe de la moindre résistance, être un minimum (*fig. 20*).

Si l'on considère ensuite une des deux demi-voûtes, pour tenir cette masse en équilibre, il faut qu'il existe au sommet une force dont la direction passe par le point d'intersection de la verticale  $P_1$  menée par le centre de gravité de la demi-voûte avec la direction de la réaction  $R_1$ . Comme la composante verticale de  $R_1$  égale le poids  $P_1$ , on en conclut que la poussée au sommet de la voûte est nécessairement égale à la seconde composante  $Q_1$  de la réaction  $R_1$  et doit être horizontale comme elle.

D'après cela, il est permis de ne considérer qu'une demi-voûte, et de chercher la condition d'équilibre de cette partie appuyée à ses naissances sur une surface fixe et sollicitée à la clef par une force horizontale : dans le cas où l'équilibre a lieu,

on cherchera quelle est la moindre valeur de cette force horizontale  $Q_1$ , et quel est son point d'application (*fig. 21*).

Soit donc  $Q$  une force horizontale appliquée au point  $C$  du joint supérieur, laquelle coupe en  $C_1, C_2, C_3$  les directions des poids  $P_1, P_2, P_3$  des voussoirs successifs comptés à partir de la clef, et qui tient la voûte en équilibre, de concert avec la réaction  $R_1$  qui agit sur le joint inférieur. On construit aux points  $C_1, C_2, C_3$  des rectangles sur les forces qui se correspondent,  $Q$  et  $P_1, Q$  et  $P_2, \dots$ ; on trace les diagonales qui donnent en grandeur et en direction les résultantes de ces systèmes de forces, et on les prolonge chacune jusqu'à son intersection  $A_1, A_2, \dots$  avec le joint correspondant. Les points  $C, A_1, A_2, \dots$  représentent les points d'application des forces qui agissent sur les joints. Le lieu géométrique de ces points est la courbe des pressions.

Fig. 20.

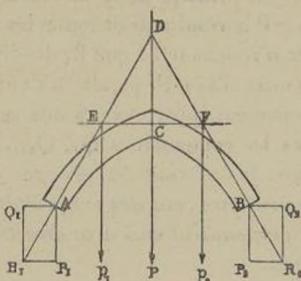
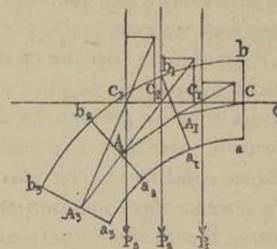


Fig. 21.



Cela posé, pour que l'arc puisse demeurer en équilibre sous l'influence de la force horizontale  $Q$ , il faut :

1° Que les points d'intersection  $C, A_1, A_2, \dots$  tombent dans l'intérieur des joints respectifs, autrement le voussoir tournerait autour de l'arête voisine et se renverserait ;

2° Que les directions des pressions exercées sur les joints fassent avec les normales à ces joints des angles qui ne dépassent pas l'angle du frottement, autrement le voussoir glisserait sur le joint.

L'auteur passe ensuite en revue les propriétés générales de la courbe des pressions.

D'après ce qui précède, le problème à résoudre consiste à trouver parmi toutes les poussées possibles celle pour laquelle la poussée  $Q$  est un *minimum*, c'est-à-dire la plus petite possible, et qui, d'après le principe de moindre résistance, sera la poussée véritable.

L'auteur établit que les courbes des pressions qui répondent à un maximum ou à un minimum de la poussée ont pour caractère commun qu'elles doivent, sans sortir de l'épaisseur de la voûte, avoir un de leurs points coïncidant avec l'extrados et un avec l'intrados; et un tel point, s'il n'est pas à une extrémité de la voûte, soit au sommet, soit à la culée, est nécessairement un point de contact de la courbe des pressions avec la courbe-contour.

Le caractère distinctif de la courbe des pressions qui répond au minimum de la poussée consiste en ce que le point F de contact avec l'extrados est plus haut que le point de contact E avec l'intrados, soit que le point E précède ou suive le point F quand on parcourt la courbe depuis la clef jusqu'à la culée.

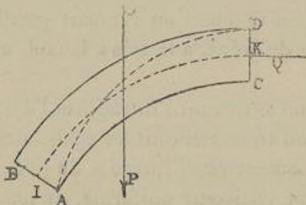
Il peut se faire que le point E soit, en même temps, point de départ, c'est-à-dire coïncide avec le sommet de l'intrados, ou que le point F soit point d'arrivée, c'est-à-dire coïncide avec l'extrémité inférieure de l'extrados.

Le cas où le point E précède le point F dans le parcours du sommet à la culée est très-rare.

Si l'on connaît la courbe des poussées répondant au minimum de Q, les points de départ de toutes les autres courbes possibles seront plus bas que celui de cette courbe.

Pour déterminer, suivant la forme de la voûte, la vraie courbe des pressions, et, par suite, le mode de rupture qui est à craindre, l'auteur suppose que la verticale du centre de gravité de la demi-voûte ne rencontre pas le joint des naissances, et il fait voir que, si l'on considère une courbe des pressions quelconque allant d'un point K du joint de la clef à un point I du joint des naissances, entre la poussée Q,

Fig. 22.



la hauteur  $h$  du point K au-dessus du point I, le poids  $P$  de la demi-voûte et la distance horizontale  $p$  du centre de gravité au point I, on a la relation  $Q = \frac{pP}{h}$ ; d'où il résulte que  $Q$  sera d'autant plus petit que  $p$  sera moindre ou que  $h$  sera plus grand; on aura donc obtenu la moindre valeur possible de la poussée en faisant passer la courbe par le sommet D de l'extrados et par le point inférieur A de l'intrados.

On est donc conduit, pour se rendre compte de la stabilité d'une voûte, à construire cette courbe des pressions DA. Il pourra alors se présenter cinq cas, qui correspondent à autant de modes de rupture différents.

Si l'on voulait tenir compte de la compressibilité de la matière, la véritable valeur de la poussée  $Q$  serait comprise entre le minimum et le maximum.

On obtient une courbe des pressions dont la possibilité assurera la stabilité de la voûte, quel que soit le degré de compressibilité des voussoirs, en traçant la courbe passant par les milieux des joints, en marquant sur cette courbe les points d'intersection des joints auxquels correspondent les points de rencontre ou de contact de la courbe des pressions relative au minimum de Q avec les courbes-contours,

enfin en faisant passer par les points ainsi déterminés sur la courbe moyenne une courbe des pressions rencontrant ou touchant la courbe moyenne en ces points. Si cette courbe demeure en tout son cours dans l'épaisseur de la voûte, l'équilibre de la voûte sera assuré, puisque la vraie courbe des pressions prendra toujours une forme donnant à l'arc une stabilité plus grande.

Si l'on est maître de la forme de la voûte, on pourra la choisir telle que la courbe moyenne soit dans toute son étendue une courbe des pressions.

On établira une voûte de stabilité certaine, quel que soit le degré d'élasticité des matériaux, en traçant d'abord, avec l'ouverture et la hauteur sous clef données d'avance, un profil de voûte analogue à la forme des voûtes ordinaires, avec une épaisseur à la clef donnée aussi par analogie. Cela fait, on détermine pour cette voûte la vraie courbe des pressions dans l'hypothèse de l'incompressibilité des voussoirs. Cette courbe pourra rencontrer en plusieurs points les courbes-contours. On cherchera alors si, par suite de la compressibilité des matériaux, la courbe de pressions vraie ne peut que se rapprocher de la courbe moyenne ou si elle a quelque tendance à se rapprocher des arêtes.

Dans le premier cas la voûte est parfaitement stable; dans le deuxième cas, pour des matériaux assez faibles, la courbe des pressions pourrait s'approcher assez des arêtes pour que la stabilité fût compromise. On atteint dans ce cas la plus grande sécurité qu'on puisse obtenir, en rendant possible une courbe des pressions passant par le milieu du joint, à la fois à la clef, au joint de rupture et à la culée.

On arrive à ce résultat en conservant l'intrados et l'épaisseur à la clef et augmentant l'épaisseur à la culée, ou en conservant les épaisseurs extrêmes et changeant la forme de l'arc par un abaissement vers l'intrados du joint de rupture, ou en conservant la forme et donnant une épaisseur uniforme, qu'on augmente jusqu'au degré nécessaire, ou enfin en combinant entre eux ces divers moyens. On peut, par exemple, modifier le profil de la voûte de telle sorte que la véritable courbe des pressions passe en tous ses points à une distance des courbes-contours égale au moins au  $\frac{1}{4}$  de l'épaisseur de la voûte en chacun de ces points.

L'auteur se propose ensuite de déterminer l'épaisseur d'une voûte de manière que les matériaux dont elle se compose ne soient pas exposés à être écrasés. Il cherche à cet effet quelle est la résistance à l'écrasement développée dans 40 ponts, existants, qu'il classe dans l'ordre ascendant des valeurs trouvées pour la poussée  $Q$ , et il est conduit à admettre que l'on ne doit pas dépasser, pour la poussée par mètre carré appliquée à la clef, le poids d'une colonne de maçonnerie de 63 mètres de haut, et pour la pression normale par mètre carré exercée sur le joint des naissances, le poids d'une colonne de maçonnerie de 94 mètres. Il déduit de ces calculs une Table pour la détermination de l'épaisseur des voûtes.

Le Dr Scheffler calcule ensuite l'épaisseur à donner aux culées, en multipliant le moment de la poussée à la clef par un coefficient de stabilité, et en égalant ce produit au moment du poids des culées et de la voûte.

En appliquant ce calcul aux ponts dont les dimensions sont données dans le

tableau mentionné ci-dessus, il trouve pour le coefficient de stabilité des nombres très-divergents ; il en conclut cependant que pour les ponts des routes ordinaires on peut faire ce coefficient égal à 2,50, mais que pour les viaducs de chemins de fer on devra faire ce coefficient égal à 3.

Dans ce qui précède il n'a été question que de l'équilibre de rotation. Si la résultante des pressions fait en chaque point de la courbe réelle des pressions, avec la normale au joint, un angle inférieur à l'angle du frottement, la voûte est assurée contre tout glissement des voussoirs sur les surfaces des joints. Si, au contraire, sur certains joints cet angle est plus grand que l'angle du frottement, la courbe des pressions trouvée d'abord n'est plus possible. Si l'équilibre de glissement exigeait une valeur de  $Q$  inférieure à celle qui correspond à la courbe des pressions, comme cette dernière est un minimum, la stabilité de l'arc serait impossible. Si, au contraire, il faut augmenter la première valeur de  $Q$ , cette condition peut fort bien être remplie. On reconnaîtra facilement le joint le plus exposé et l'on augmentera  $Q$  de manière qu'aucun angle de la résultante avec la normale au joint ne dépasse l'angle du frottement.

On obtient ainsi la valeur minimum de  $Q$  exigée par l'équilibre de glissement, et à cette valeur de  $Q$  correspondra un nombre infini de courbes de pressions possibles, tandis qu'à la valeur minimum de  $Q$ , correspondant à l'équilibre de rotation, il n'en correspondait qu'une seule. Il y a dans ce cas indétermination en ce qui concerne le point d'application de la poussée, mais l'indétermination ne porte pas sur la grandeur de la poussée.

Il peut arriver que la poussée minimum  $Q_1$ , nécessaire pour l'équilibre de glissement, se trouve plus grande que le maximum des poussées qui peuvent se produire dans la voûte. La voûte se brisera dans ce cas.

L'auteur trouve que le coefficient de stabilité relatif au cas du glissement est, dans la pratique, presque toujours beaucoup plus grand que le coefficient de stabilité contre la rotation, de sorte qu'en général il n'est pas nécessaire de contrôler et de corriger, en ce qui concerne le glissement, les dimensions d'une culée suffisamment stable contre la rotation.

Pour la construction pratique de la courbe des pressions, le Dr Scheffler ramène d'abord au cas où l'on connaît la poussée  $Q$  et son point d'application  $M$  les deux cas suivants.

1<sup>o</sup> On connaît le point  $M$  et un autre point  $N$  de la courbe. En égalant les moments par rapport au point  $N$  de la poussée et du poids du voussoir dont le joint passe par ce point  $N$ , on obtient une relation qui fait connaître la poussée  $Q$ .

2<sup>o</sup> On connaît deux points  $N$  et  $N'$  de la courbe des pressions. En posant deux équations semblables à la précédente, on trouve la valeur de  $Q$  et la distance de son point d'application à l'extrados du joint de la clef.

Cela posé, l'auteur réunit dans un tableau les données qui lui permettent de calculer les poids, les bras de levier et les moments des voussoirs partiels. En faisant les sommes de ces éléments, il obtient les nombres qui représentent les poids, les moments et les bras de leviers des voussoirs successifs comptés à partir de la clef,

puis il construit graphiquement une courbe des pressions quelconque, connaissant la poussée et son point d'application, ou en ramenant la question à ce cas.

Le Dr Scheffler traite ensuite en détail le problème des voûtes qui ne se composent pas de deux parties symétriques.

Pour établir la théorie des voûtes d'arêtes, il divise chacune des parties comprises entre les arêtes en arcs élémentaires qui s'appuient par leurs extrémités sur ces arêtes. Si l'on considère la pression exercée en un point de l'arête, un arc élémentaire semblable de la portion de voûte voisine exercera au même point de cette arête une pression que l'on composera avec la première et qui pourra être décomposée en deux forces, l'une horizontale, l'autre verticale, que l'on fera entrer en ligne de compte dans le calcul de la stabilité de la voûte.

Pour la théorie des voûtes en arc de cloître, il considère de même des éléments successifs de voûte en berceau, pour chacun desquels on calculerait l'épaisseur de culée correspondante, sauf à remplacer la forme courbe que l'on obtiendrait par une forme rectangulaire équivalente.

Enfin, dans la théorie des coupoles, au lieu de diviser la voûte en fuseaux limités par des plans méridiens, il la partage en segments concentriques, formés chacun d'une couronne de voussoirs reposant sur une base inclinée suivant un cône de révolution.

Le travail du Dr Scheffler sur la théorie des voûtes se termine par trois Tables pour les voûtes en plein cintre et en arc de cercle surbaissé au  $\frac{1}{4}$  et au  $\frac{1}{6}$ , avec des portées variant depuis 75 centimètres et 1<sup>m</sup>,50 jusqu'à 22<sup>m</sup>,50, par différences de 1<sup>m</sup>,50 des hauteurs de la charge sur la clef variant depuis zéro mètre jusqu'à 24 mètres par différences inégales, et des hauteurs des culées au-dessus des naissances variant depuis 1<sup>m</sup>,50 jusqu'à 6 mètres par différences de 1<sup>m</sup>,50. Ces Tables donnent les épaisseurs de la voûte à la clef et à la culée, et les épaisseurs de culée correspondant aux coefficients de stabilité 2, 2,5 et 3, qui conviennent, d'après l'auteur, les deux premiers aux ponts-routes, les deux derniers aux ponts-rails, suivant que les remblais sont plus ou moins élevés.

#### MÉMOIRE DE M. DROUETS.

En 1865, M. Drouets a publié, dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, un Mémoire dans lequel il se fonde sur la méthode de la courbe des pressions, mais en abordant la question à un point de vue nouveau.

Il adopte pour la répartition des pressions sur un joint la loi d'après laquelle la pression élémentaire varie comme les ordonnées d'une droite, et le maximum a lieu pour l'arête la plus voisine du centre de pression.

Chacune des courbes de pression en nombre infini compatibles avec les conditions mathématiques de l'équilibre est définie par deux paramètres, dont l'un représente la pression élémentaire à la clef, supposée uniformément répartie, et détermine la forme de la courbe des pressions, tandis que l'autre représente la position du centre de pression à la clef, relativement au milieu de ce joint, et détermine la position dans la voûte de la courbe des pressions.

En considérant ces deux paramètres, dont chaque groupe de valeurs représente et définit une certaine courbe de pressions, comme deux variables indépendantes  $x$  et  $y$ , il représente la plus grande pression élémentaire de toute l'étendue du joint, c'est-à-dire celle de l'arête la plus chargée, par la hauteur  $z$  d'un point d'une surface dont les autres coordonnées sont  $x$  et  $y$ .

Il obtient ainsi une série de surfaces, chacune à deux nappes, en supposant que les joints diffèrent entre eux d'une quantité angulaire infiniment petite, et leur ensemble constitue, sur chaque verticale, une série de points, dont un, plus élevé que tous les autres, appartient à une surface qui serait visible d'un point situé à l'infini au-dessus du plan des  $xy$ , tandis que tous les autres points situés sur la même verticale, étant moins élevés, ne seraient pas visibles. Cette surface visible, composée des points les plus élevés pris sur les différentes verticales, affecte la forme d'une sorte d'entonnoir ouvert et indéfiniment prolongé vers le haut, qui est composé de trois surfaces distinctes. Les sections faites dans cette surface visible par des plans horizontaux sont fermées et vont en diminuant de surface jusqu'à se réduire à un point unique qui forme le fond de l'entonnoir.

La courbe des pressions déterminée par ce point le plus bas est dite *courbe des pressions de moindre action*; elle présente ce caractère distinctif que pour cette courbe la plus grande pression élémentaire de toutes les arêtes les plus chargées est moindre que pour toute autre courbe de pression.

L'auteur obtient le joint de rupture avec toute l'approximation voulue, soit par des méthodes analytiques et numériques, soit par des constructions graphiques qui n'exigent que la ligne droite et l'arc de cercle.

La stabilité théorique d'une voûte, au point de vue de l'écrasement des matériaux, est représentée par le rapport entre l'effort limite susceptible de produire une altération des matériaux employés, et la plus grande pression  $z$  de la courbe de moindre action.

La courbe des pressions de moindre action ne sera pas absolument la courbe réelle des pressions, eu égard aux influences dont on a pu tenir compte dans la mise en équation.

#### VÉRIFICATION DE LA STABILITÉ DES VOUTES, D'APRÈS M. A. DURAND-CLAYE.

Dans une Note insérée, en 1867, dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, M. Alfred Durand-Claye, alors élève ingénieur, s'est proposé de compléter la méthode géométrique de M. Méry, de manière à arriver à déterminer non plus une courbe de pression donnant une solution possible en ce qui concerne l'équilibre d'une voûte, mais toutes les solutions d'équilibre que peut comporter la voûte.

Il détermine d'abord les pressions compatibles avec l'équilibre, puis les pressions compatibles avec un travail convenable des matériaux, et il rejette les solutions qui ne satisfont pas à la fois à ces deux conditions. Dans cette recherche, l'auteur considère les poussées normales au joint de la clef et les composantes des pressions appliquées à un joint quelconque. Les extrémités des poussées ou pressions normales qui sont compatibles avec la stabilité du système sont comprises

dans un polygone mixtiligne dont l'étendue donne une idée de la stabilité de la voûte.

L'auteur trace ensuite les courbes de pressions limites; il reconnaît les joints faibles et les joints de rupture. Il indique la série des opérations à faire pour vérifier la stabilité d'une voûte, et il étend ces constructions aux piles et aux culées. L'application à quelques exemples lui fait connaître les particularités qui caractérisent les divers genres de voûtes.

Enfin, il obtient une sorte de coefficient de stabilité relatif à la résistance des matériaux à l'écrasement en prenant le rapport de la résistance  $n$  sur laquelle on peut compter à la valeur  $n'$  de  $n$  pour laquelle, l'aire des extrémités des poussées possibles étant réduite à un point unique, il n'y aurait qu'une solution donnant l'équilibre de la voûte. Une valeur trop faible de  $\frac{n'}{n}$  indiquerait que la construction est trop stable, et qu'avec les matériaux employés on pourrait réaliser une économie sur la masse de la maçonnerie.

Le défaut d'espace ne permet pas d'insister davantage sur la méthode imaginée par M. Durand-Claye. Ce qui vient d'être dit suffira pour donner une idée de son travail et pour faire voir quels en sont les points communs avec la méthode plus récente de M. le colonel Peaucellier, qui sera résumée plus loin avec quelques détails et qui n'est pas sans analogie avec celle de M. Durand-Claye, bien qu'elle en diffère quant au fond.

TRAITÉ DE L'ÉQUILIBRE DES VOUTES ET DE LA CONSTRUCTION DES PONTS  
EN MAÇONNERIE; PAR M. DUPUIT.

L'ouvrage de M. Dupuit, inspecteur général des Ponts et Chaussées, qui a paru en 1870, et que la mort n'a pas permis à l'auteur de publier lui-même, conteste les considérations théoriques présentées par le Dr Scheffler et par M. Drouets, en se fondant sur l'observation de ce qui se produit lors du décintrement.

Dans un premier Mémoire qui a paru, en 1858, dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, M. Dupuit a posé, pour la première fois, le point de départ de la théorie qu'il a développée plus tard. « Lorsqu'une voûte, disait-il, repose encore sur son cintre, la pression sur les voussoirs, qu'on appelle communément la poussée, n'existe pas encore ; elle ne commence à se faire sentir que lorsqu'on abaisse le cintre, et elle va alors en augmentant jusqu'au moment où il quitte la voûte. »

Cet aperçu conduit l'auteur aux principes suivants :

Dans une voûte symétrique, la courbe de pression d'une demi-voûte n'a pas deux points indéterminés comme on le suppose d'ordinaire ; un de ces points est nécessairement placé à l'intrados, et c'est autour de ce point qu'elle tourne au décintrement pour s'appuyer à la clef sur l'autre demi-voûte.

Dans une voûte complète, la courbe de pression est tangente à la courbe d'intrados. Si la voûte ne comprend que la partie supérieure à ce point de tangence, la courbe des pressions passe par les naissances et n'est pas tangente.

Le défaut d'espace ne permet pas d'analyser plus longuement la théorie de

M. Dupuit; on ne peut donc que renvoyer à l'ouvrage lui-même, où le lecteur trouvera un grand nombre de renseignements pratiques du plus haut intérêt.

On se bornera à ajouter qu'en objectant à la théorie du Dr Scheffler, d'après laquelle la poussée serait appliquée au sommet de l'extrados dans le cas d'une voûte très-surbaissée, que lors du décintrement la clef s'abaisse, en sorte que l'arc d'intrados doit se contracter et non s'ouvrir à la clef, l'auteur considère peut-être à tort un phénomène complexe qu'il ne faudrait pas confondre avec les conditions simples dans lesquelles se place le Dr Scheffler.

Si l'on admet, en effet, que les matériaux dont se compose la voûte sont incompressibles, il est à remarquer que, dans le très-petit mouvement de rotation supposé par M. Dupuit autour d'un point de l'intrados, l'arc parcouru par le sommet de l'extrados étant plus grand que l'arc décrit par le sommet de l'intrados, c'est bien au sommet de l'extrados que le contact s'établira d'abord, ce qui tendrait à confirmer la théorie du Dr Scheffler. Quant au fait pratique de l'abaissement de la clef de voûte, lors du décintrement, il peut être attribué à l'action simultanée de causes multiples qu'il est inutile d'énumérer ici.

MÉTHODE GÉOMÉTRIQUE DE VÉRIFICATION DE LA STABILITÉ DES VOUTES  
DE M. LE COLONEL PEAUCELLIER.

M. le lieutenant-colonel Peaucellier, dans un Mémoire qui a été inséré, en 1875, au *Mémorial de l'Officier du Génie* (N° 24, p. 171) et qui a aussi été imprimé à part, a exposé une méthode de vérification géométrique de la stabilité des voûtes en berceau, fondée également sur la considération des courbes de pression, mais sans faire aucune hypothèse à l'égard de ces courbes.

Il suppose d'abord que les matériaux offrent une cohésion suffisante pour résister à l'écrasement, sauf à voir ensuite comment il y aura lieu de modifier les conséquences de cette hypothèse, lorsqu'on se trouvera en présence de matériaux d'une résistance limitée.

Considérant donc une demi-voûte reposant par ses naissances sur un plan inébranlable et maintenu en équilibre par la réaction horizontale  $P$  du joint à la clef, il suppose que l'on diminue progressivement cette force  $P$  jusqu'à ce que l'équilibre, de stable qu'il était, devienne instable.

Le minimum de  $P$  est atteint quand, pour l'un des joints, la réaction mutuelle se produit sous l'angle de glissement, ou bien quand la courbe des pressions est sur le point de franchir la limite que lui trace l'intrados (*fig. 23 et 24*), soit que la courbe passe par l'origine de l'intrados, soit qu'elle devienne tangente à cette ligne.

On peut représenter graphiquement ces trois valeurs du minimum  $P_m$  en portant sur la direction de cette force et à partir du joint à la clef des longueurs  $Mg$ ,  $Mh$ ,  $Mt$  proportionnelles à ces valeurs. Si l'on effectue cette opération pour tous les points d'application possibles de la poussée, c'est-à-dire pour toute la hauteur  $j_0 J_0$

de la clef, on obtiendra trois lieux géométriques relatifs à  $g$ ,  $h$ ,  $t$ , et dont une com-

Fig. 23.

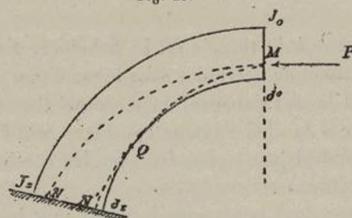
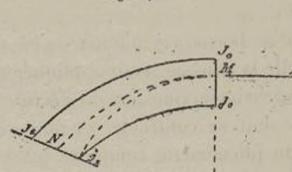


Fig. 24.



binaison convenable donnera lieu à une ligne qui caractérisera et peindra aux yeux l'ensemble des valeurs minima de la poussée.

Fig. 25.

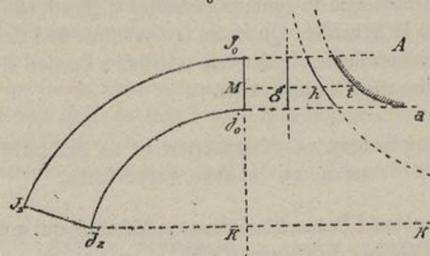


Fig. 26.

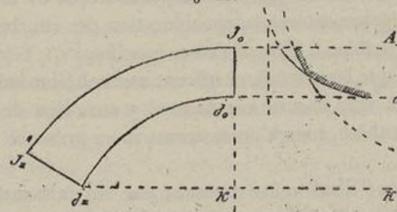
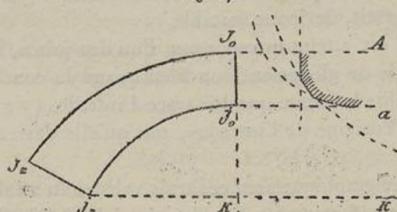


Fig. 27.



Le premier de ces lieux est une parallèle à  $j_0 J_0$  (fig. 3, 4, 5), car l'inclinaison

des réactions mutuelles relatives aux différents joints dépend seulement de l'intensité de la poussée et non de son point d'application.

Le deuxième lieu est une hyperbole équilatère, dont les asymptotes sont l'axe de symétrie  $J_0 j_0 K$  et l'horizontale  $j_z K'$  passant par l'origine  $j_z$  de l'intrados. En effet, le moment des poussées correspondant à ce lieu, pris par rapport à cette origine, est constant, puisqu'il est égal à celui de toutes les forces extérieures qui sollicitent la demi-voute  $J_0 j_0 J_z j_z$ . Donc  $Mh \times MK = \text{const.}$ ; ce qui caractérise bien l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.

Quant au troisième lieu, c'est une courbe transcendante dont on fera connaître plus loin le tracé.

Ces trois lignes distinctes peuvent se couper entre elles dans l'intervalle des horizontales  $j_0 a$ ,  $J_0 A$  qui limitent l'épaisseur à la clef, ou se trouver séparées complètement les unes des autres.

Dans ce dernier cas, on devra prendre la plus éloignée de  $j_0 J_0$  pour le lieu des poussées minima. S'il y a intersection de cette ligne avec l'une ou chacune des deux autres, ce lieu se compose de deux ou trois segments distincts. Pour le déterminer, il suffit de se rappeler que de chacun des trois points  $g$ ,  $h$ ,  $t$  situés sur une même horizontale, c'est toujours le plus éloigné de  $j_0 J_0$  que l'on devra choisir. Dans la pratique, on reconnaît sans peine, au premier examen, quelles sont les courbes à construire et celles qui ne peuvent entrer dans la composition définitive du lieu cherché.

Des considérations semblables à celles qui précèdent conduiraient à une ligne représentative des poussées maxima.

Ces lignes représentatives des poussées minima et maxima une fois déterminées, trois cas pourront se présenter :

1<sup>o</sup> Si ces deux lignes sont externes l'une par rapport à l'autre, les poussées maxima étant toutes supérieures aux poussées minima, tous les points du joint à la clef donnent lieu à des courbes de pression possibles, et la voûte est évidemment stable (*fig. 28*).

Fig. 28.

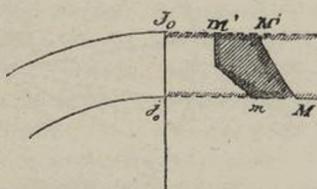
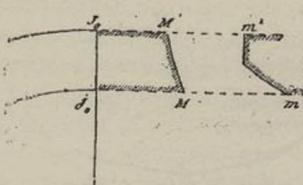


Fig. 29.



2<sup>o</sup> Si ces deux lignes sont externes l'une par rapport à l'autre, mais dans une position inverse de la précédente (*fig. 29*), aucun point du joint à la clef n'est susceptible de donner une courbe des pressions convenable, et l'équilibre de la voûte ne saurait exister.

3<sup>o</sup> Si les deux lignes se coupent, une partie seulement  $J_0 L$  (*fig. 30*) du joint à la

clef peut répondre au point d'application de la poussée; suivant les cas, l'équilibre de la voûte pourra subsister ou se rompre, selon qu'au décintrement ce point d'application se déterminera dans la région possible ou en dehors de cette région.

Fig. 30.



Détermination des lignes représentatives des poussées maxima et minima. — Pour obtenir les résultantes des forces qui sollicitent un nombre quelconque de voussoirs élémentaires comptés à partir de la clef, l'auteur rappelle que ces résultantes sont représentées en grandeur et en direction par les diagonales successives d'un polygone dont les côtés sont égaux et parallèles respectivement à ces forces  $f_1$ ,  $f_2$ , ... Pour obtenir la position exacte de ces résultantes, il suffit donc d'en déterminer un seul point. C'est ce que l'on fait aisément au moyen du principe suivant, relatif aux polygones funiculaires et applicable également quand les côtés du polygone, au lieu d'être des fils inextensibles, sont des tiges rigides, résistant indifféremment par extension et par compression.

Dans tout polygone funiculaire, le point de rencontre de deux côtés quelconques appartient à la résultante des forces qui agissent sur les sommets intermédiaires.

De plus, dans tout polygone funiculaire, un côté quelconque se confond en direction avec la résultante de toutes les forces appliquées aux sommets qui précédent ce côté.

On joindra donc (*fig. 31 et 32*) un point quelconque O du plan aux différents

Fig. 31.

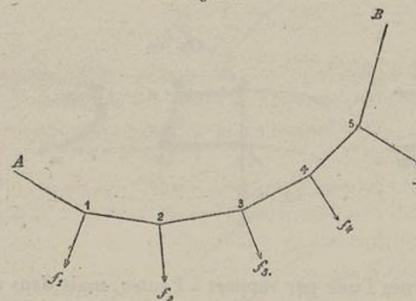
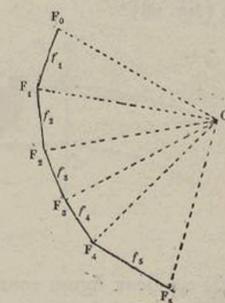


Fig. 32.



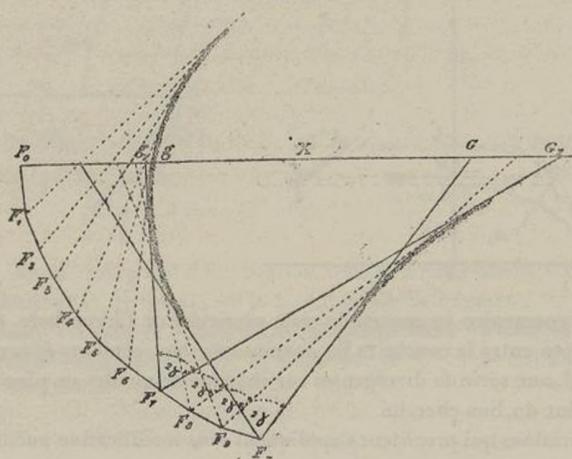
sommets  $F_0, F_1, \dots$ , du polygone des forces  $f_1, f_2, \dots$ . On mène ensuite arbitrairement une parallèle  $A_1$  à  $OF_0$  jusqu'à sa rencontre 1 avec  $f_1$ ; de là une nouvelle parallèle 1---2 à  $OF_1$ , jusqu'à sa rencontre avec  $f_2$  en 2, et ainsi de suite.

Ayant ainsi construit un polygone funiculaire dont les différents sommets peuvent être considérés comme sollicités par les forces données, si l'on en prolonge les côtés successifs jusqu'à leur intersection avec le premier d'entre eux, on obtiendra des points appartenant respectivement aux résultantes successives  $R_1, R_2, \dots$ , en sorte que, en menant par ces points des parallèles aux directions déjà connues de ces forces, on en obtiendra les positions réelles.

Ces opérations préliminaires effectuées, on procédera à la détermination des lieux géométriques des poussées minima et maxima.

1<sup>o</sup> *Poussées minima et maxima relatives à la condition du glissement.* — Si, par un sommet quelconque  $F_7$  du polygone des forces  $f_1, f_2, \dots$ , on mène des parallèles aux inclinaisons limites de la réaction mutuelle relative au joint correspondant  $j_7 J_7$ , on interceptera sur l'horizontale  $F_0 X$  deux segments  $F_0 G_7, F_0 g_7$  (*fig. 33*),

Fig. 33.



qui représentent évidemment les limites inférieure et supérieure des poussées admissibles pour le joint considéré. Cette construction étant effectuée pour les différents sommets successifs  $F_1, F_2, \dots$ , on obtiendra deux courbes enveloppes, dont la première coupe en général la droite en un point  $g$ ;  $F_0 g$  représentera la limite inférieure de la poussée, eu égard à la seule condition du glissement. La seconde courbe, au contraire, ne coupe pas la droite  $F_0 X$ . Le plus généralement, la dernière tangente, celle qui est issue du sommet  $F_n$ , intercepte sur  $F_0 X$  la longueur  $F_0 G$ , qui répond à la limite supérieure de la poussée. Cette construction déterminera en même temps les joints pour lesquels la tendance au glissement est la plus grande.

2<sup>o</sup> *Poussées minima et maxima résultant de la condition du passage de la courbe des pressions par l'origine de l'intrados ou de l'extrados.* — Ces poussées composées avec la force  $R_s$  devront donner lieu à des résultantes passant par les origines  $j_s$  et  $J_s$ . Par exemple, la poussée qui devrait s'exercer au point arbitraire-

ment choisi M du joint de la clef, pour déterminer par sa combinaison avec  $R_z$  une résultante passant par  $j_z$ , aura pour direction  $M'j_z$ ,  $M'$  étant le point de rencontre des directions des deux composantes (fig. 34). Or, si l'on se reporte au polygone des forces  $f_1, f_2, \dots$  (fig. 35), dans lequel la ligne  $F_0F_z$  représente  $R_z$  en grandeur et en direction, et si l'on mène  $F_zU$  parallèle à  $M'j_z$  jusqu'à sa rencontre avec l'horizontale  $F_0X$  en U, il est évident que  $F_zU$  représentera l'intensité de la poussée cherchée.

On prendra donc  $MU' = F_zU$ , et  $U'$  sera un des points du lieu à déterminer  $hh'$ . On a vu plus haut que ce lieu est un arc d'hyperbole ayant pour asymptotes le joint à la clef  $j_0J_0$  prolongé indéfiniment et l'horizontale  $j_zK$  passant par  $j_z$ . La connaissance de ce seul point de la courbe suffira donc pour la définir complètement.

Fig. 34.

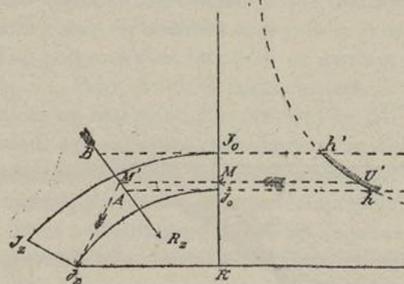
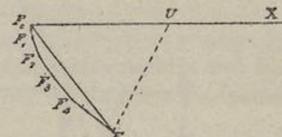


Fig. 35.



On pourra la construire au moyen de cette propriété de l'hyperbole, que toute sécante intercepte entre la courbe et les asymptotes des segments égaux, en menant par le point  $U'$  une série de divergences sur chacune desquelles on placera immédiatement un point du lieu cherché.

Les considérations qui précèdent s'appliquent sans modification aucune aux poussées maxima relatives aux courbes des pressions passant par l'origine de l'intrados. Il suffira de remplacer le point  $j_z$  par  $J_z$  dans la construction que l'on vient d'exposer.

*3<sup>e</sup> Poussées minima et maxima résultant de la condition de donner lieu à des courbes de pressions tangentes à l'intrados et à l'extrados.* — Considérons, par exemple, la courbe des pressions tangente à l'intrados, en un point quelconque  $j_z$ , et cherchons quelle est la poussée correspondante et le point d'application M de cette force.

Il découle des données de la question que la somme des moments par rapport à  $j_z$  de toutes les forces qui sollicitent le voussoir  $J_0j_0J_z$  est nulle (fig. 36); donc

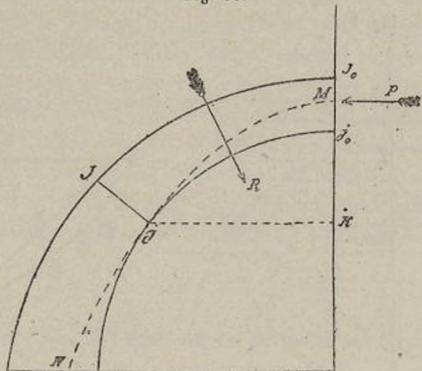
(1)

$$P \times MK = \text{mom. } R,$$

$MK$  étant la distance verticale des points  $M$  et  $j_z$ , et  $R$  la résultante des forces précitées.

D'autre part, il résulte de la tangence de la courbe des pressions avec l'intrados au point  $j$  que l'égalité ci-dessus a encore lieu pour le joint infiniment voisin, en sorte que les différentielles des deux membres de cette équation sont égales.

Fig. 36.



Ainsi  $d(P \times MK) = d\text{mom. } R$ , et si l'on pose  $j_0 K = \gamma$ , ordonnée variable de l'intrados,

$$(2) \quad P dy = d\text{mom. } R; \quad \text{d'où} \quad P = \frac{d \text{mom. } R}{dy}.$$

$P$  étant ainsi connu, son point d'application résultera de la connaissance de  $MK$  à l'aide de l'équation (1), ce qui résout la question algébriquement.

Voici comment on pourra l'interpréter graphiquement :  $b$  désignant le bras de levier de  $R$  relativement au point  $j$ , et  $z$  une moyenne proportionnelle entre  $b$  et

$2R$ , la relation (2) revient à  $P = \frac{d(bR)}{dy} = \frac{d^2 z}{dy^2} = z \frac{dz}{dy}$ . Or  $z \frac{dz}{dy}$  est la sous-normale par rapport à l'axe des  $y$  de la courbe définie par les coordonnées rectangulaires  $y$  et  $z$ . On obtiendra cette courbe par points en prenant sur le prolongement de l'horizontale  $jK$ , s'il s'agit du point  $j$ , par exemple, un point  $z'$  tel que  $Kz'^2 = 2bR$ . La construction à faire consistera (fig. 37 et 38) à prendre les longueurs  $KR' = R$ ,  $KB' = b$ , mener par  $B'$  une parallèle à  $J_0j_0$ ; du point  $R'$  comme centre avec  $KR$  pour rayon, décrire l'arc  $KL$  qui coupera cette parallèle en un point  $L$ , qu'il suffira de rabattre sur  $KR'$  en prenant  $K$  pour centre et  $KL$  pour rayon; car  $KL^2 = KB' \times 2KR' = 2bR$ ; donc  $KL = z = Kz'$ . Le lieu des points  $z'$  étant supposé construit, on pourra lui mener la normale  $z'N$ , et l'on aura

$$KN = z \frac{dz}{dy} = P.$$

Pour déterminer le point d'application  $M$ , on se reportera au polygone des forces.

$F_0 F_1 \dots F_n F_s$ , dans lequel  $F_0 F$  figure en grandeur et en direction la résultante  $R$ , et  $F_0 X$  la direction de la poussée  $P$ . Si l'on prend  $F_0 N' = KN$ , il est clair que  $FN'$  représentera en intensité et en direction la réaction mutuelle relative au joint  $J_j$ . Si donc on mène par  $j$  une parallèle  $jM'$  à  $FN'$ , jusqu'à son intersection  $M'$

Fig. 37.

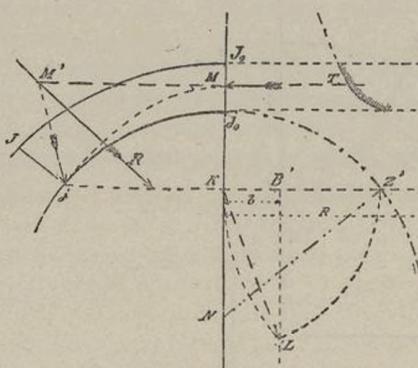
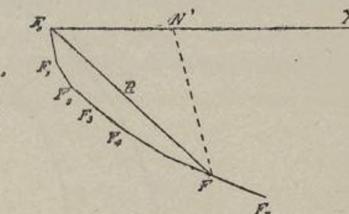


Fig. 38.



avec  $R$ , l'horizontale passant par ce point commun  $M'$  répondra évidemment au point d'application de  $P$ .

Donc, si l'on porte  $KN$  sur le prolongement de  $M'M$ , de telle sorte que  $MT = KN$ ,  $T$  sera évidemment un point du lieu relatif aux poussées minima par tangence à l'intrados.

**Résistance limitée de la matière.** — Pour tenir compte de ce que la résistance de la matière est limitée, le colonel Peaucellier fait remarquer que, si  $\gamma$  représente, suivant un joint quelconque, la distance qui sépare l'intrados de la courbe des pressions,  $T$  la résultante des réactions mutuelles sur le joint,  $\alpha$  l'inclinaison de cette résultante sur la normale au joint, enfin  $p'$  la pression exercée par unité de surface à la limite inférieure du joint, c'est-à-dire suivant l'arête formant douelle, on aura

$$p' = f(\gamma, T, \alpha).$$

Or, si l'on suppose que, la pression  $P$  diminuant, la courbe des pressions se rapproche de l'intrados, les pressions suivant cette ligne iront en augmentant aux environs du point où le contact avec la courbe des pressions variables tend à s'établir. Lorsque la pression, s'accroissant ainsi par suite de la diminution de  $P$ , aura atteint, pour l'extrémité du joint, la limite d'écrasement  $p$ , il est manifeste que  $P$  répondra à son minimum d'intensité pour le point auquel cette poussée est appliquée. Pour la région considérée, on aura donc

$$p = f(\gamma, T, \alpha),$$

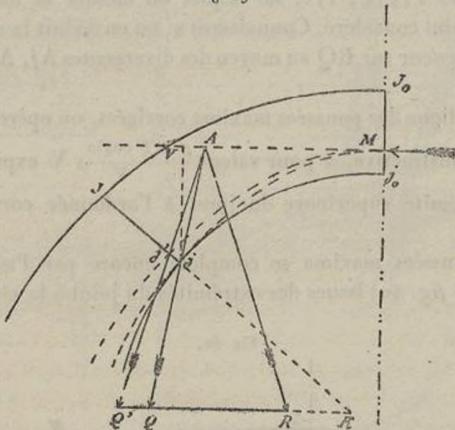
relation de laquelle on pourrait conclure  $\gamma$  si cette fonction était connue.

A défaut d'une loi rigoureuse, l'auteur admet, comme on le fait d'habitude, que, si l'on représente en un point quelconque du joint la pression par une ordonnée de longueur finie, le lieu géométrique des extrémités de ces ordonnées sera un plan. La résultante passera par le centre de gravité du prisme que forment les ordonnées, et rencontrera par suite le joint en un point de son tiers moyen. Si elle s'approche davantage d'une des extrémités, l'auteur admet, encore suivant l'usage, que l'effet de compression de cette force se répartit sur une longueur  $3n$  triple de la distance  $n$  de son point d'application au côté le plus rapproché, et qu'au delà de cette limite la pression devient nulle : telles sont, en effet, les idées admises par les ingénieurs au sujet des réactions qui se produisent entre deux surfaces en contact. Représentant par  $a$  l'unité linéaire et par  $C$  la force de compression résultante, il trouve par conséquent pour la pression  $\rho'$ , par unité de surface à l'extrémité inférieure du joint,

$$\rho' = \frac{2}{3} \frac{aC}{n} \quad \text{ou} \quad \rho' = \frac{2}{3} a \frac{T \cos \alpha}{n}.$$

Considérant ensuite (fig. 39) une courbe de pressions limite  $Mj'$ , ainsi que la

Fig. 39.



courbe  $Mj$  qui serait tangente à l'intrados pour un même point d'application de la poussée, il déduit la distance  $n = jj'$  de ces courbes, mesurée suivant le joint de contact  $jJ$ , de l'équation

$$\rho = \frac{2}{3} a \frac{T \cos \alpha}{n}, \quad \text{d'où} \quad n = \frac{2}{3} a \frac{T \cos \alpha}{\rho}.$$

Construisant ensuite les résultantes  $AQ$ ,  $AQ'$  des forces qui agissent dans l'un et l'autre cas sur le joint considéré, et remarquant que  $QQ'$  représente la variation  $\Delta P$  de la poussée nécessaire pour opérer le déplacement  $n$  de la courbe des pressions, il trouve

$$\Delta P = n \frac{KQ' \times QA}{JA \times Kj'},$$

ou, en remarquant que  $\eta$  et  $\Delta P$  sont des quantités très-petites et peuvent être considérées comme des différentielles,

$$\Delta P = \eta \frac{KQ}{Kj} \frac{QA}{jA} = \eta \frac{\sin KjQ}{\sin KQj} \times \frac{QA}{jA}, \quad \text{ou} \quad \Delta P = \eta \frac{T \cos \alpha}{V}$$

$V$  étant la distance verticale de l'extrémité inférieure  $j$  du joint considéré et du point d'application M de la poussée. Remplaçant enfin  $\eta$  par sa valeur, il obtient

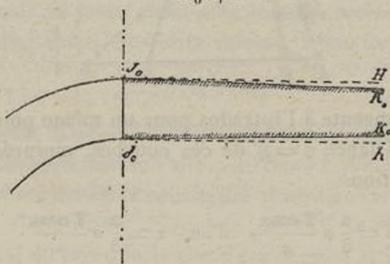
$$\Delta P = \frac{2aT^2 \cos^2 \alpha}{3\rho V} = \frac{2a}{3\rho} \left( \frac{T^2 \cos^2 \alpha}{V} \right),$$

quantité dont il faut augmenter les poussées minima absolues trouvées dans l'hypothèse d'une matière indéfiniment résistante pour obtenir les poussées minima réelles. Cette correction ne doit pas porter d'ailleurs sur les parties rectilignes provenant de la considération du glissement. On construit  $\eta$  en prenant une quatrième proportionnelle à  $\rho$ ,  $T \cos \alpha$  et  $\frac{2}{3}a$ ,  $T \cos \alpha$  étant donné directement par le polygone des forces  $F_0 F_1 F_2 \dots$ , sur lequel on mesure la longueur  $T$  projetée normalement au joint considéré. Connaissant  $\eta$ , on en déduit la correction  $QQ'$ , en projetant cette longueur sur  $RQ$  au moyen des divergentes  $Aj$ ,  $Aj'$ , dont la position est déterminée.

Pour obtenir la ligne des poussées maxima corrigées, on opère de même : la correction, qui est soustractive, a pour valeur  $\frac{2aT^2 \cos^2 \alpha}{3\rho V}$ ,  $V$  exprimant la distance verticale de l'extrémité supérieure du joint à l'ordonnée correspondante de la courbe.

La ligne des poussées maxima se complète encore par l'adjonction de deux droites  $j_0k_0$ ,  $J_0K_0$  (fig. 40) issues des extrémités du joint à la clef, et qui résultent

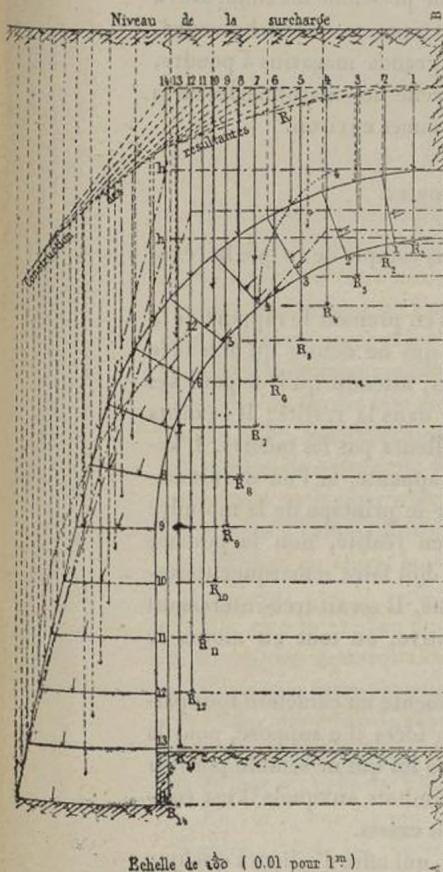
Fig. 40.



de ce qu'il y a un rapport maximum possible entre l'intensité de la poussée et la distance de son point d'application à l'extrémité la plus rapprochée du joint. Ce rapport est donné par l'équation  $\eta = \frac{2}{3}a \frac{P}{\rho}$ ,  $\eta$  exprimant la distance variable précitée, et  $P$  l'intensité maximum correspondante. Ainsi les droites  $j_0k_0$ ,  $J_0K_0$ , qui

viennent compléter la ligne des poussées maxima, sont définies par leur inclinaison avec l'horizontale, la tangente de cette inclinaison étant égale à  $\frac{2}{3} \frac{a}{\rho}$ .

Fig. 41.



### LÉGENDE.

On a indiqué en pointillé long ----- les constructions destinées à déterminer certaines données du problème. Elles sont indépendantes de la méthode de vérification pour laquelle on a fait usage d'un pointillé long alternant avec des points - - - - -.

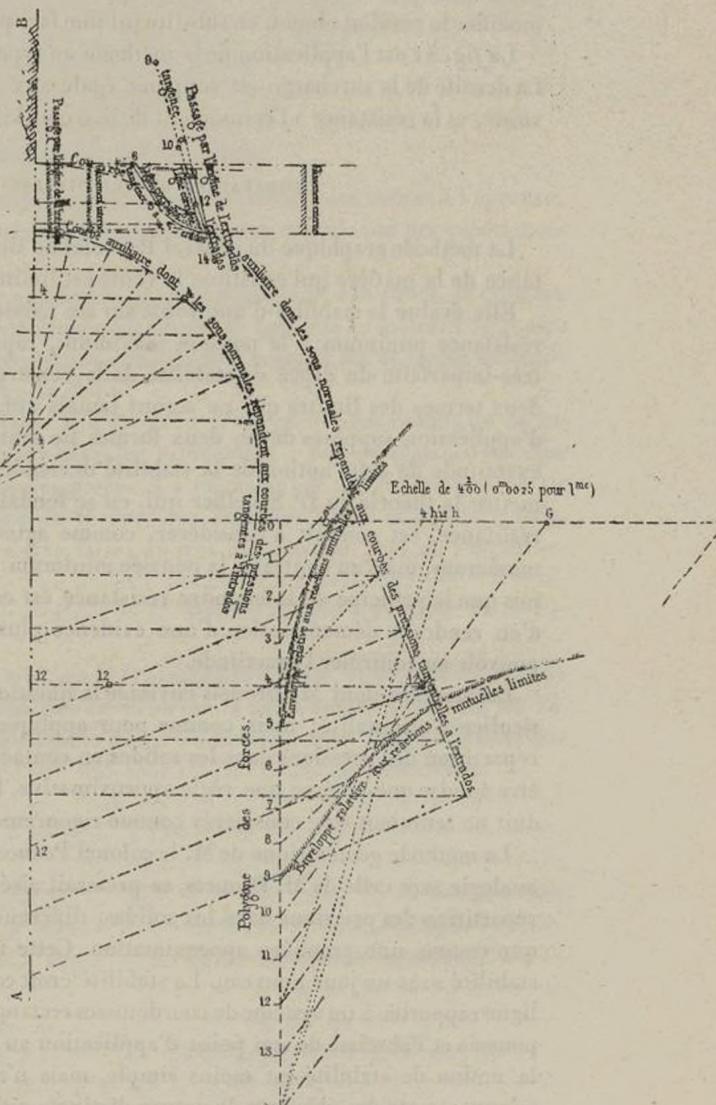
L'échelle graphique est de  $\frac{1}{100}$ ; celle du polygone des forces est de  $\frac{1}{450}$ . L'unité pour ces dernières répond au poids de 1 mètre cube de maçonnerie.

La résistance à l'écrasement correspond au poids d'une colonne de 1 mètre cube de maçonnerie.

Les flèches tracées dans l'intérieur de la voûte montrent deux exemples de courbes de pressions tangentialles, l'une à l'intrados au point 5,

On a appliquée à l'ensemble des intrados et des extrados de la voûte, sans distinction d'arc et de culées,

On a appliquée les dénominations d'*intrados* et d'*extrados* à l'ensemble de la voûte, sans distinction d'arc et de culées. Le coefficient de frottement des voussoirs est supposé égal à  $\frac{3}{4}$ .



Le colonel Peaucellier considère les culées comme le prolongement de la voûte au delà de ses naissances et leur applique la méthode de vérification qui vient d'être exposée. Le parement intérieur étant déterminé par des raisons de convenance, il prend pour parement extérieur l'enveloppe des courbes de pressions maxima, sauf à modifier le résultat obtenu en substituant une face plane au parement courbe trouvé.

La fig. 41 est l'application de la méthode au type des grands magasins à poudre. La densité de la surcharge est supposée égale aux  $\frac{2}{3}$  de celle des maçonneries de la voûte, et la résistance à l'écrasement de 600 000 kilogrammes environ.

#### COMPARAISON DE CES DIVERSES THÉORIES.

La méthode graphique du général Poncelet ne tient pas compte de ce que la résistance de la matière qui constitue la voûte est limitée.

Elle évalue la stabilité d'une voûte sur ses naissances en prenant le rapport de la résistance minimum à la poussée maximum, rapport qui ne donne qu'une idée très-imparfaite du degré de stabilité de la construction, attendu qu'il a pour ses deux termes des limites qui ne seront jamais atteintes dans la réalité; les points d'application supposés de ces deux formes ne sont d'ailleurs pas les mêmes. L'inexactitude de cette notion de la stabilité deviendrait frappante, si l'on devait admettre la théorie du Dr Scheffler qui, en se fondant sur le principe de la moindre résistance, est conduit à considérer, comme agissant en réalité, non la poussée maximum, mais au contraire la poussée minimum. On doit faire remarquer toutefois que le principe de la moindre résistance est contesté. Il serait très-intéressant d'en rendre la démonstration d'une évidence plus positive, ou tout au moins de pouvoir en contrôler l'exactitude.

La manière dont M. Drouets envisage la question présente un caractère tout particulier d'originalité; mais, comme pour appliquer ses idées il a supposé, pour la répartition des pressions dans les solides en contact, une loi qui ne semble pouvoir être admise que comme une règle approximative, les résultats auxquels il est conduit ne sauraient être considérés comme rigoureusement exacts.

La méthode géométrique de M. le colonel Peaucellier, qui offre d'ailleurs quelque analogie avec celle de M. Drouets, se prêterait aisément à l'application d'une loi de répartition des pressions dans les solides, différente de celle que l'auteur n'adopte que comme une première approximation. Cette méthode présente la notion de la stabilité sous un jour nouveau. La stabilité croît comme l'aire d'une courbe mixtiligne rapportée à un système de coordonnées rectangulaires, qui sont l'intensité de la poussée et l'abscisse de son point d'application au joint de la clef. Ainsi envisagée, la notion de stabilité est moins simple, mais n'est que plus claire, et elle tient mieux compte des éléments de nature distincte qui peuvent la faire varier.

A part la manière d'envisager le degré de stabilité, il n'y a du reste pas désaccord entre la théorie du Dr Scheffler et celle du colonel Peaucellier. La première ferait connaître comment s'exerce en réalité la poussée dans les conditions normales; la seconde rendrait sensibles les limites dans lesquelles on pourrait faire

varier l'intensité et le point d'application de la poussée sans que la voûte fût exposée à se rompre.

Pages.	Ligne.	
122,	3,	après $41^{\circ}$ ajoutez * cet angle est de $34^{\circ}$ dans
		le type de 1848.

121 à 131, n°<sup>s</sup> de 80 à 85 (*voir la Note ci-après*).

#### NOTE.

##### Effets du tir sur les voûtes.

Aux considérations présentées par le général Ardant sur les voûtes à l'épreuve, il convient d'ajouter quelques renseignements nouveaux fournis par des expériences plus récentes.

Depuis l'époque où l'auteur a rédigé la première partie de son cours, la création de l'artillerie rayée et les perfectionnements successifs apportés au matériel de guerre ont profondément modifié les conditions que doivent remplir les ouvrages défensifs exposés au tir des bouches à feu de siège.

En 1857, des expériences faites à la Fère prouvaient que l'obus oblong du canon de 4 rayé de campagne suffit pour détruire rapidement à 80<sup>m</sup> de distance un mur en bonne maçonnerie de 1<sup>m</sup>, 20 d'épaisseur. La même année des expériences de tir exécutées à Douai contre le fort de Scarpe, aux distances de 60 et de 140<sup>m</sup>, puis, en 1858 et en 1859, les expériences faites au fort de Gravelle, près de Vincennes, prouvaient que le calibre de 16 ne produit pas des effets beaucoup plus considérables que le calibre de 12 ; les pièces de ce dernier calibre fournirent d'ailleurs des résultats remarquables.

Ces essais furent repris en 1860, après la campagne d'Italie, et poursuivis en 1861 et 1862. Ils conduisirent à admettre en principe la pièce rayée du calibre de 24. Vers la même époque, des expériences de tir en brèche furent faites à Juliers par la Prusse et, près de Vienne, contre une tour maximilienne par l'Autriche.

En 1863, une Commission mixte d'officiers de l'artillerie et du génie fut chargée d'exécuter avec les pièces rayées de siège, à l'île d'Aix, des expériences de tir contre le fort Liédot, d'après un programme arrêté de concert par les comités des deux armes. Ces expériences, commencées au mois d'octobre 1863, ne furent pas concluantes sur tous les points et durent être continuées l'année suivante. Le programme comprenait, outre des expériences de tir en brèche aux distances de 1200<sup>m</sup>, de 670<sup>m</sup> et de 80<sup>m</sup>, et des essais de rasement des parapets, au moyen de l'explosion des projectiles oblongs, à des distances variant de 670<sup>m</sup> à 250<sup>m</sup>, le tir contre des abris blindés et des voûtes en maçonnerie, en vue de comparer les effets produits par les obus oblongs de 24 et de 50 tirés sous de grands angles, avec ceux de la bombe de 32<sup>c</sup>.

Dans le tir sous de grands angles contre les voûtes en maçonnerie et les blindages, la Commission reconnut qu'elle devait renoncer à l'emploi du canon de 24 rayé, en raison de l'insuffisance des effets produits par son projectile sur les voûtes

et même sur les blindages. On se borna donc au tir du mortier de 32<sup>e</sup> et du canon de 50 rayé. Ce tir eut lieu aux distances de 1220<sup>m</sup> et de 2635<sup>m</sup> sous les angles de 35 et de 45°.

*Effets produits dans les terres.* — A la distance de 1220<sup>m</sup>, la bombe de 32<sup>e</sup> a pénétré dans les terres de 1<sup>m</sup>,27 en moyenne, et son explosion a produit des entonnoirs ayant un diamètre de 2<sup>m</sup>,05 environ à la surface du sol.

A la même distance, les effets de l'obus de 50 ont été sensiblement plus faibles, résultat qu'expliquent suffisamment la différence des poids des deux projectiles et celle de leurs charges intérieures.

L'obus de 50 ne pèse que 49<sup>kg</sup> et ne renferme que 3<sup>kg</sup>,500 de poudre ; il se présente donc à peu près dans les mêmes conditions que la bombe de 27<sup>e</sup>, avec laquelle on eût pu le comparer ; mais cette expérience n'a pas été faite, le but que l'on se proposait étant principalement d'étudier les effets que l'on pouvait obtenir avec les projectiles oblongs et sphériques du plus fort calibre.

La pénétration de l'obus de 50 à 1220<sup>m</sup> n'a été que de 0<sup>m</sup>,80 en moyenne, c'est-à-dire très-peu différente de celle de l'obus de 24 (0<sup>m</sup>,70) tiré dans les mêmes conditions. Cette pénétration était trop faible pour que la charge intérieure produisit, par son explosion, tout l'effet qu'on pouvait en attendre : le diamètre des entonnoirs au niveau du sol a été de 1<sup>m</sup>,50 seulement.

Le contraire a eu lieu dans le tir à 2635<sup>m</sup>,00 : l'obus de 50 a pénétré à une trop grande profondeur pour que son explosion pût rejeter les terres et former un entonnoir ; l'effet produit a été celui d'un fourneau sous-chargé dont la chambre d'éclatement avait 1<sup>m</sup>,00 de diamètre. La pénétration totale, mesurée verticalement, a été de 2<sup>m</sup>,35 en moyenne. A ces mêmes distances, les bombes de 32<sup>e</sup> déterminent des mouvements de terre très-considérables, et leur tir serait très-redoutable s'il était moins incertain.

*Effets produits sur les voûtes.* — Pour l'étude des effets produits sur les voûtes, on avait remanié les terre-pleins des quatre courtines, de manière à avoir une épaisseur variable de terre sur le sommet des chapes de leurs casemates : cette épaisseur était de 2<sup>m</sup>,00 sur la courtine 1-2 ; 1<sup>m</sup>,50 sur la courtine 2-3 ; 1<sup>m</sup>,00 sur la courtine 4-1, et, enfin, 0<sup>m</sup>,30 seulement sur la courtine 3-4. C'est principalement sur cette dernière que la Commission s'est efforcée de diriger le tir.

La voûte de la casemate 34 a été atteinte, tant en 1863 qu'en 1864, par 15 bombes de 32<sup>e</sup> et 1 obus de 50 tirés à 1220<sup>m</sup>. Malgré ce nombre considérable de projectiles, groupés sur une superficie de 25<sup>m<sup>2</sup></sup> environ, les dégradations de la douelle inférieure n'ont pas été très-importantes, et la solidité de la voûte ne paraissait pas sérieusement compromise.

L'examen détaillé des autres voûtes, qui avaient reçu le plus grand nombre de projectiles, a permis à la Commission de l'île d'Aix de formuler les conclusions suivantes :

Les voûtes de 1<sup>m</sup>, 00 de rouleau et extradossées en chapes à l'inclinaison de 20° ou 30°, comme le sont celles du fort Liédot, peuvent résister à un tir très-prolongé, exécuté sous de grands angles (35 et 45°) avec le mortier de 32<sup>c</sup> et le canon de 50 rayé, alors même que les chapes ne sont recouvertes que de 0<sup>m</sup>, 30 de terre : en faisant varier cette épaisseur de terre jusqu'à 2<sup>m</sup>, 00, on assure la plus complète sécurité aux défenseurs qui chercheraient un abri sous ces voûtes.

La grande pénétration du projectile de 50, tiré à 2635<sup>m</sup>, lui permet d'atteindre aisément des voûtes garanties par une grande épaisseur de terre ; mais ses effets explosifs sont trop faibles pour produire des désordres sérieux sur les voûtes elles-mêmes.

L'incertitude du tir du mortier de 32<sup>c</sup>, à cette même distance, est telle que la Commission n'a eu aucune occasion d'observer les effets qu'il serait susceptible de produire sur les abris voûtés en maçonnerie.

Il convient de rapprocher des résultats des expériences de l'île d'Aix les effets du tir des batteries allemandes, qui ont été observés, à Paris, pendant le siège de 1870-1871 ; ces effets ont été exposés dans une Note de M. le capitaine Petit, insérée en 1873 dans le N° 21 du *Mémorial de l'Officier du Génie*.

Les conclusions de cette Note, à laquelle on renvoie pour plus de détails, sont les suivantes, en ce qui concerne les terres et les abris voûtés.

*Pénétration dans les terres.* — Les projectiles allemands de 24 (15<sup>c</sup>), tirés à des distances variant de 2000<sup>m</sup> à 5000<sup>m</sup>, ont pénétré au maximum de 1<sup>m</sup>, 50 dans les terres rassises et de 1<sup>m</sup>, 80, 2<sup>m</sup>, 10 et 3<sup>m</sup> dans les remblais récents, suivant que les terres étaient sablonneuses, peu consistantes (moyennes) ou argileuses. L'obus de 21<sup>c</sup> tiré en bombe avec une très-grande précision, au moyen de mortiers rayés, à la distance de 2000<sup>m</sup> à 2400<sup>m</sup>, ne s'est enfoncé que de 1<sup>m</sup> dans les parapets, mais a bouleversé profondément les terres par son explosion.

*Effets contre les voûtes.* — 1<sup>o</sup> Les voûtes en maçonnerie récente de 2<sup>m</sup>, 50 de portée, de 0<sup>m</sup>, 60 d'épaisseur, recouvertes d'au moins 2<sup>m</sup>, 50 de terre, n'ont résisté qu'incomplètement au tir des batteries de siège de première période, armées de pièces de 12<sup>c</sup>, de 15<sup>c</sup> et de mortiers rayés de 21<sup>c</sup> (distance, 2000<sup>m</sup> à 5000<sup>m</sup>) ; les voûtes de ces traverses une fois ébranlées ou disjointes étaient assez difficiles à réparer.

2<sup>o</sup> Les passages voûtés construits sous quelques-unes des traverses, suivant l'instruction ministérielle du 7 novembre 1867, ont été promptement mis hors de service et difficilement réparés.

3<sup>o</sup> Les voûtes des magasins à poudre en vieille maçonnerie de 8<sup>m</sup> de portée, de 1<sup>m</sup> d'épaisseur et non recouvertes de terre, n'ont pas été percées par le tir long-temps prolongé des projectiles de 15<sup>c</sup> et des bombes de 21<sup>c</sup>, et ces mêmes voûtes, recouvertes de 1<sup>m</sup>, 80 de terre, n'ont subi aucune dégradation.

Page. Ligne.

131, 12, après est la base ajoutez \* (fig. 10, Pl. VI)

» 32, au lieu de AD lisez \*EF

Page 131, ligne 34 (voir la Note ci-après).

## NOTE.

## Voûtes plates.

Le calcul pour lequel l'auteur renvoie à la troisième partie de son cours, qu'il n'a pas eu le temps de rédiger, peut être fait de la manière suivante :

La condition à établir est

$$\delta \Pi = f E H' p,$$

$\delta$  étant le coefficient de stabilité,  $\Pi$  la poussée à la clef,  $f$  le coefficient du frottement supposé égal à 0,70,  $E$  l'épaisseur du pied-droit, et  $H'$  la hauteur de maçonnerie dont est chargé le joint du coussinet, et  $p'$  le poids du mètre cube de maçonnerie.

La poussée par rotation  $\Pi_r$ , appliquée au sommet du joint de la clef et agissant avec un bras de levier égal à l'épaisseur  $e$  de la plate-bande, doit faire équilibre au moment du poids d'un voussoir quelconque, compté à partir de la clef, par rapport à l'arête inférieure de ce voussoir.

Le poids d'un voussoir est

$$p' \left( r + \frac{e}{2} \right) e \tan \alpha,$$

$r$  étant la distance de l'intrados au centre vers lequel sont dirigés les joints,  $e$  l'épaisseur de la plate-bande et  $\alpha$  l'angle du joint considéré avec le joint de la clef.

La distance du centre de gravité de ce voussoir au plan du joint vertical de la clef est

$$\frac{\frac{1}{3} \tan^2 \alpha}{2r + e^2} \frac{3r^2e + 3re^2 + e^3},$$

et le bras de levier du poids du voussoir est

$$r \tan \alpha - \frac{\frac{1}{3} \tan^2 \alpha}{2r + e^2} \frac{3r^2e + 3re^2 + e^3};$$

on aura donc

$$\Pi_r e = p' \left( r + \frac{e}{2} \right) e r \tan^2 \alpha - \frac{1}{6} p' (3r^2e + 3re^2 + e^3) \tan^3 \alpha.$$

L'expression de  $\Pi_r$  est donc de la forme  $mx^2 - nx^3$ , quantité qui est positive et croît avec  $x$  tant que  $x < \frac{2m}{3n}$ , et qui devient maximum pour  $x = \frac{2m}{3n}$ , ce qui donne

$$\tan \alpha = \frac{(2r + e)r}{\frac{1}{2}(3r^2 + 3re + e^2)};$$

comme cette valeur est généralement voisine de  $\tan 45^\circ$ , tandis que  $\alpha$  ne peut pas dépasser  $30^\circ$ , on devra faire  $\tan \alpha = \tan 30^\circ = 0,579$ .

Dans le cas supposé par le général Ardant, on a

$$r = \frac{a}{\tan 30^\circ} = 1,73a \quad \text{et} \quad e = a \tan 30^\circ = 0,579a,$$

$a$  étant la demi-ouverture de la plate-bande, d'où

$$\Pi_r = 0,772 p' a^2,$$

et par suite

$$\delta 0,772 p' a^2 = f EH' p';$$

si  $\delta = 1,8$  et  $f = 0,70$ , on aura

$$1,40 a^2 = 0,7 EH'.$$

Le général Ardant, dans son cours lithographié, troisième Partie, page 142, fait ce calcul en prenant le poids du voussoir compté à partir de la clef et son bras de levier, comme si ce voussoir était rectangulaire, ce qui lui fait trouver pour la poussée  $\Pi_r = 0,50 p' a^2$ , au lieu de  $0,772 p' a^2$ . En supposant  $\delta = 2$ , on arriverait ainsi à la formule  $0,70 EH' = a^2$ ; mais on voit que l'erreur que l'on commet ainsi n'est pas négligeable.

Il sera donc préférable d'adopter la formule donnée ci-dessus.

Il n'y a pas lieu d'ailleurs de s'occuper de la poussée par glissement, qui, dans le cas considéré, est moindre que la poussée par rotation, ainsi qu'il est facile de le vérifier.

Pages. Lignes.

132, 5, *supprimez \*de 0<sup>m</sup>,16 de profondeur*  
" 8, après fig. 10' *ajoutez \*Pl. VI*

Page 132, ligne 10 (*voir la Note ci-après*).

NOTE.

Tirant en fer destiné à consolider une plate-bande.

L'auteur applique la formule  $\Omega = \frac{P}{R'}$  de la page 181, dans laquelle  $\Omega$  représente l'aire de la section transversale du tirant,  $P$  l'effort de traction et  $R'$  la limite des charges permanentes donnée (Table III, p. 195). Dans ces conditions, il est clair que l'on doit faire  $P = l\Pi_r$ ,  $l$  étant la longueur de la plate-bande, ce qui donne

$$\Omega = \frac{0,77 p' la^2}{6000000}.$$

L'auteur paraît avoir voulu prendre  $P = \delta \Pi_r = 2 \times 0,50 p' a^2$ ; mais il ne semble pas nécessaire d'introduire un coefficient de stabilité au numérateur, la valeur de  $R'$  étant déjà elle-même réduite de manière à tenir compte de l'imprévu. Si cependant on voulait se mettre en garde contre l'éventualité d'un accroissement

imprévu de la poussée, on pourrait introduire au numérateur, comme il le fait, un coefficient tel que  $\delta = 1,80$  ou 2.

Pages.	Lignes.		
135,	9, au lieu de	$\Pi = a > 70^{\text{kil}}$	<i>lisez</i> * $\Pi = 2a > 70^{\text{kil}}$
"	13,	" E	" E'
138,	7,	" $v', v''$	" $v' v''$
"	22,	" <i>Pl. VI</i>	" <i>Pl. VII</i>

Page 137 à 139, N°s de 89 à 91 (*voir la Note ci-après*).

#### NOTE.

##### Voûtes d'arête, en arc de cloître et en dôme.

Pour l'étude de la stabilité des voûtes d'arête, voûtes en arc de cloître et voûtes en dôme, on peut opérer sur le profil comme s'il appartenait à une voûte en berceau ; seulement, dans l'évaluation du poids de chaque voussoir, au lieu de supposer une longueur de génératrice constante, il faudra considérer des voussoirs de longueur variable, limités à leurs deux extrémités aux plans des arêtes et décomposer la section droite en triangles dont on multipliera la surface par la moyenne des génératrices passant par leurs trois sommets. Dans le cas des voûtes en dôme on partagerait la voûte en fuseaux élémentaires limités à deux plans méridiens comprenant entre eux un angle très-aigu, de telle sorte que l'arc compris puisse être considéré comme rectiligne. On opérerait ensuite sur le fuseau élémentaire comme sur un élément de voûte en berceau.

On appliquerait alors à volonté la méthode graphique du général Poncelet, celle du Dr Scheffler, fondée sur le principe de la moindre résistance, ou celle du colonel Peaucellier, de la même manière que dans le cas des voûtes en berceau ; mais, en opérant ainsi, on négligerait, comme le fait observer le Dr Scheffler, les pressions exercées par les portions de la voûte d'arête, de la voûte en arc de cloître située au delà des arêtes ou par les éléments voisins, dans la voûte en dôme. Il faudrait donc tenir compte de ces pressions latérales. Il ne semble pas d'ailleurs qu'il y ait lieu d'attacher trop d'importance à l'objection du Dr Scheffler que les matériaux supporteraienr au sommet des fuseaux élémentaires de la voûte en dôme une poussée finie sur une arête infiniment mince, ce qui équivaudrait à l'action d'une poussée infinie sur une surface finie. On pourrait, pour écarter cette objection, rétablir le voussoir de la clef, dont la théorie fait abstraction, et négliger le poids de ce voussoir qui est soutenu par l'ensemble de tous les fuseaux élémentaires.

Pages 140 et 141, N° 93 (*voir la Note ci-après*).

#### NOTE.

##### Cercle en fer entourant une voûte en dôme.

La formule donnée par le général Ardant pour l'équarrissage d'un tirant destiné à consolider les pieds-droits d'une voûte n'est autre que la formule  $\Omega = \frac{P}{R}$  de la

page 181, dans laquelle il substitue à P l'expression de l'effort auquel ce tirant aura à résister, déduite d'une équation analogue à celle de la page 109 pour le calcul de l'épaisseur des pieds-droits, ce qui donne

$$PH' = \left[ \delta\Pi(H + f + e) - S(G + x + e') - \frac{(x + e')^2 H + E'^2 h}{2} \right] D.$$

Pour appliquer cette formule au cas d'un cercle en fer entourant une voûte en dôme, on remarquera que, si l'on multiplie la poussée  $\Pi$  rapportée au mètre courant de voûte en berceau par l'arc élémentaire  $\rho du$ , on aura la poussée élémentaire  $\Pi\rho du$ ,  $\rho$  étant le rayon de la circonférence intérieure du plan de la voûte en dôme. Pour un élément situé à une distance angulaire  $u$  de l'origine, la composante de cette poussée dans le sens du rayon passant à l'origine sera

$$\Pi\rho \cos u du.$$

En intégrant de zéro jusqu'à  $\frac{\pi}{2}$  et doublant, on aura, pour la poussée tendant à renverser une demi-voûte,

$$2(\Pi\rho \sin u + C) = 2\Pi\rho.$$

Cette poussée étant détruite en partie par la résistance des deux sections du cercle de fer situées aux extrémités du diamètre, on voit que  $2\Omega$  correspond à  $2\Pi\rho$ , ou  $\Omega$  à  $\Pi\rho$ . Il faudrait donc faire  $D = \rho$  dans le produit  $\delta\Pi(H + f + e)D$ . Le terme  $S(x + e' + G)D$  devra être modifié ainsi qu'il suit : comme les moments devront être pris par rapport à la tangente extérieure à la base menée parallèlement au plan méridien suivant lequel se ferait la rupture, on devra prendre par rapport à cette tangente le moment du poids élémentaire  $S(\rho - G)du$ , dont le bras de levier sera alors

$$x + e' + \rho - (\rho - G) \cos u.$$

Ce moment sera

$$S(\rho - G)du[x + e' + \rho - (\rho - G) \cos u],$$

et par suite, en intégrant, on aura, pour la section  $\Omega$ ,

$$\begin{aligned} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} S(\rho - G)du[x + e' + \rho - (\rho - G) \cos u] \\ &= S(\rho - G)[(x + e')u + \rho u - (\rho - G) \sin u] + C = S(\rho - G)\left[\frac{\pi}{2}(x' + e + \rho) - \rho + G\right]. \end{aligned}$$

Le terme  $\frac{(x + e')^2 H + E'^2 h}{2} D$  sera remplacé de même, pour la section  $\Omega$ , par

$$\begin{aligned} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + e')H\left[\rho + \frac{x + e'}{2}\right]du\left[\rho + x + e' - \left(\rho + \frac{x + e'}{2}\right) \cos u\right] \\ &+ \int_0^{\frac{\pi}{2}} E'h\left(\rho + x + e' - \frac{E'}{2}\right)du\left[\rho + x + e' - \left(\rho + x + e' - \frac{E'}{2}\right) \cos u\right] \\ &= (x + e')H\left(\rho + \frac{x + e'}{2}\right)\left[(\rho + x + e')\frac{\pi}{2} - \left(\rho + \frac{x + e'}{2}\right)\right] \\ &+ E'h\left(\rho + x + e' - \frac{E'}{2}\right)\left[(\rho + x + e')\frac{\pi}{2} - \left(\rho + x + e' - \frac{E'}{2}\right)\right]. \end{aligned}$$

Pages.	Lignes.			
143,	7,	au lieu de ces deux ,	lisez *deux de ces	
144,	20,	» Pl. VI	» Pl. VII	
146,	5,	» aient	» ont	
»	32 et 33,	supprimez (voir la deuxième partie du cours.)		
147,	22,	au lieu de elles tendent	lisez *les projections des	
			arêtes sur un	
			plan horizont-	
			tal tendent	
»		» quand elles	» *quand ces projec-	
			tions	
148,	24,	» 0 <sup>m</sup> , 22	» *0 <sup>m</sup> , 24	
»	25,	» 0 <sup>m</sup> , 18	» *0 <sup>m</sup> , 20	
»	dernière,	» 0 <sup>m</sup> , 30	» *0 <sup>m</sup> , 32	
151,	avant-dernière	» $c_1 + c_2 + \dots + c_m$	» * $v_1 + v_2 + \dots + v_m$	

Page 152, lignes 12 à 21 (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

Les deux formules données pour le cas où la cage de l'escalier est elliptique ne doivent être considérées que comme donnant par à peu près le résultat cherché. Pour qu'elles fussent exactes, il faudrait que  $2\pi\sqrt{ab}$  représentât la circonference de l'ellipse et que l'on eût  $\int \frac{ds}{\rho} = 2\pi$ , ce qui n'a pas lieu, la longueur de la circonference de cette courbe ne pouvant être exprimée que par un développement en série.

Pages.	Lignes.		
154,	10,	au lieu de aussi la	lisez *aussi après le balan-
			ement la
»	11 et 12,	» longueurs des	*longueurs des collets des
»	25 et 26,	» 2, 2, 3, 3, 4, 4, etc.,	*2-2, 3-3, 4-4, etc.,
156,	1,	» 1 <sup>m</sup> , 40	*1 <sup>m</sup> , 80
»	2,	» 0 <sup>m</sup> , 35, et une dimension	
		égale	*0 <sup>m</sup> , 50, et 0 <sup>m</sup> , 35
»	4,	» 0 <sup>m</sup> , 70	*0 <sup>m</sup> , 80
»	29,	» recherches	*recherche
157,	32,	» ne se	» se
»	37,	» 0 <sup>m</sup> , 10 à 0 <sup>m</sup> , 15	*0 <sup>m</sup> , 25 à 0 <sup>m</sup> , 30
161,	10,	» fig. 4".	*fig. 4", Pl. IX.
162,	1,	» (même figure)	(mêmes figures)
»	26,	» (fig. 4)	(fig. 4, Pl. IX)
163,	7,	» dernières	*premières
164,	6,	» T'O'	*T'O

## Pages. Lignes.

164,	8,	<i>au lieu de</i>	AB	<i>lisez</i>	*BC
165,	14,	"	T'O'	"	T'O
"	16,	"	$ap = r$	"	$op = r$
166,	10,	"	$\frac{TE - \pi r}{2}$	"	$\frac{TK - \pi r}{2}$
"	15,	"	$\frac{2\rho_0 + x}{2\pi} = r$	"	$r = \frac{x}{2\pi}$
"	15 et 16,	<i>supprimez</i>	*Par conséquent, on peut se donner à volonté $r$ ou $\rho_0$ , mais l'une de ces quantités étant fixées détermine aussi l'autre complétement.		
"	19,	<i>au lieu de</i>	Pl. XII	<i>lisez</i>	*Pl. X
"	20,	"	$p_0$ ou $p'0$	"	* $p_0$ ou $p'0$
"	26,	"	$\cos \omega = \frac{X - d}{D}$	"	$\cos \omega = -\frac{x - d}{D}$
"	28,	"	$r = \frac{(d - D)(D + X - d)}{2h - \omega(D + X - d)}$ .	"	$r = \frac{(d - D)(D - x + d)}{2h - \omega(D - x + d)}$ .
167,	1,	"	des centres 1, 2, 3	"	des centres 2, 3,
"	27,	"	ligne.	"	ligne et horizontale.
171,	33,	"	ductibilité	"	ductilité

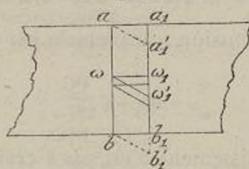
Page 176, N° 124 (voir la Note ci-après).

## NOTE.

## Résistance transverse ou de cisaillement.

On va résumer l'exposé de cette question tel qu'il est présenté dans le *Cours de Mécanique appliquée*, professé par M. Bresse à l'École des Ponts et Chaussées.

Fig. 42.



Soient  $ab, a_1b_1$  deux sections transversales infiniment voisines, et  $aa_1 = \lambda$ . Si  $a_1b_1$  glisse dans son plan par rapport à  $ab$  d'une quantité  $a_1a'_1 = \gamma$ , la même pour tous ses points, l'élément superficiel  $\omega_1$ , venu en  $\omega'$ , tendra, en vertu de l'élasticité, à reprendre sa position primitive; la force exercée sur lui dans ce but sera proportionnelle à  $\omega$  et fonction du glissement relatif  $\frac{\gamma}{\lambda}$ . Il est assez naturel d'admettre qu'elle lui sera proportionnelle dans une certaine limite et de poser, en appelant  $\theta$  cette force,

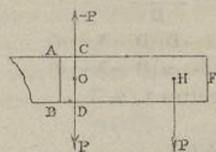
$$(1) \quad \theta = G \frac{\gamma \omega}{\lambda},$$

$G$  étant un coefficient d'élasticité transversale constant pour une même fibre élémentaire, mais variable de l'une à l'autre. Il représente le rapport constant entre la force  $\frac{\theta}{\omega}$  par unité de surface et le glissement relatif  $\frac{\gamma}{\lambda}$ . La résultante  $\Theta$  des forces semblables à  $\theta$ , appliquées aux divers éléments  $\omega$ , qui s'opposent au glissement, sera

$$(2) \quad \Theta = \frac{\gamma}{\lambda} \Sigma G \omega.$$

La quantité  $\Sigma G \omega$  est appelée *ressort transversal du prisme*, la quantité  $\Sigma E \omega$  étant le *ressort longitudinal*. Pour un même élément  $\omega$  pris dans une section, il existe ainsi deux coefficients d'élasticité  $E$  et  $G$  que l'on suppose constants pour un même corps. On a trouvé que le rapport  $E : G$  s'écarte ordinairement assez peu de 3.

Fig. 43.



Dans le cas d'une pièce droite chargée transversalement, soit  $P$  la résultante des forces appliquées à cette pièce entre la section  $CD$  et l'extrémité  $F$ ; cette force  $P$  pourra être remplacée par une force égale, parallèle et de même sens, appliquée au centre d'élasticité  $O$  de la section  $CD$ , et par le couple  $(P, -P)$  ayant pour moment  $Ph$ .

Quant à la force  $P$  appliquée en  $O$ , elle tendra à produire un glissement transversal  $\gamma = \frac{Ph}{\Sigma G \omega}$  relativement à la section très-voisine  $AB$ . Ce glissement donnera lieu sur chaque élément à la tension transversale par unité de surface

$$\frac{\theta}{\omega} = G \frac{\gamma}{\lambda} = \frac{PG}{\Sigma G \omega}.$$

Ordinairement cet effort de glissement n'est pas à craindre; mais il est des cas où il faut en tenir compte, par exemple dans les solides d'égale résistance.

Lorsqu'on veut y avoir égard, on peut le déduire très-simplement du moment fléchissant. En effet, si  $P'$  est l'une des forces verticales appliquées à une poutre droite, et  $x'$  l'abscisse de son point d'application, le moment fléchissant  $\mu$  en un point  $M$ , dont l'abscisse est  $x$ , sera une somme de termes tels que  $P'(x' - x)$ ; ainsi

$$\mu = \Sigma P'(x' - x).$$

On en déduit

$$-\frac{dy}{dx} = \Sigma P';$$

or  $\Sigma P'$  n'est autre chose que l'effort tranchant en  $M$ , dont la valeur absolue est par

conséquent la même que celle de la dérivée  $\frac{d\mu}{dx}$ ; donc, puisque l'on connaît  $\mu$  en fonction de  $x$ , en prenant la dérivée de cette quantité, on aura immédiatement l'effort tranchant.

Voici les valeurs du coefficient d'élasticité transversale  $G$  pour quelques matières usuelles :

Fer,  $6,7 \cdot 10^9$ ; Fonte,  $2,0 \cdot 10^9$ ; Bois de chêne,  $4,0 \cdot 10^9$ .

*Résistance transversale.* — La Table I, page 194, donne quelques résultats trouvés par M. Viçat pour la pierre calcaire, le mortier, le plâtre, la brique crue.

La résistance transversale du fer est connue par des expériences sur le cisaillement des rivets employés dans les constructions en tôle, c'est-à-dire sur leur rupture par un glissement de la tête parallèlement à son plan. On admet assez généralement, d'après des expériences suffisamment concordantes, que la résistance transversale du fer et sa résistance longitudinale à la rupture par extension sont à peu près identiques. Cependant l'expérience semblerait plutôt indiquer une légère infériorité dans la résistance transversale; peut-être serait-il plus exact d'admettre qu'elle est seulement les  $\frac{4}{5}$  de la résistance à l'extension, comme l'avait indiqué Navier d'après certaines considérations théoriques.

Pour la fonte, on a déduit la résistance transversale d'expériences sur la torsion. On a trouvé des nombres variant de  $17 \cdot 10^6$  à  $26 \cdot 10^6$  et moyennement  $22 \cdot 10^6$ .

*Limites pratiques des tensions transversales.* — Dans la pratique il conviendra de s'assurer que le maximum de la tension transversale par unité de surface ne dépasse pas, pour les pièces métalliques,  $\frac{1}{6}$  de celle qui produirait la rupture, et pour les autres matières  $\frac{1}{9}$ .

Pages. Lignes.

180,	8,	au lieu de	cotée	lisez	cotée
181,	6,	»	$\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{4}$	»	* $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{4}$
»	14,	»	$\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{7}$	»	* $\frac{1}{5}$ à $\frac{1}{7}$
»	14,	»	$\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{15}$	»	* $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{15}$
»	32,	»	Table III,	»	* Tables I, II, III,
183,	11,	»	*fig. 8'	»	*fig. 8
»	16,	»	de $m'$ en $n'$	»	* de $n'$ en $m'$
»	16 et 17,	»	de $n''$ en $m''$	»	de $m''$ en $n''$
»	23,	»	fig. 9'	»	*fig. 9
»	36,	»	$m$	»	* $m'$
187,	18,	»	= $\frac{1}{3}b$	»	égale à $\frac{1}{3}b$

Page 180, n° 132 (voir la Note ci-après).

NOTE.

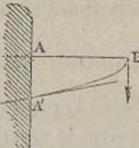
Solide d'égale résistance à la flexion.

La forme à donner au solide d'égale résistance résulte de l'équation  $\frac{R'ab^3}{6X} = P$ .

Le dessus de la pièce restant plan, on en tire, entre l'ordonnée  $b$  et l'abscisse  $X$ ,

une relation de la forme  $b^2 = kX$ , qui représente une parabole (fig. 44) dont l'axe des X coïncide avec le dessus de la pièce et dont le sommet est situé à l'extrémité non encastrée B.

Fig. 44.



Si l'on suppose la pièce symétrique par rapport à un plan horizontal, le dessus et la partie inférieure de la pièce seront donnés par l'équation  $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{k}{4}X$ , dans laquelle on considérerait  $\frac{b}{2}$  comme ordonnée.

Quand le poids est uniformément réparti, l'équation devient

$$\frac{R'ab^2}{6} = \int_0^X Xp dX = p \frac{X^2}{2}; \quad \text{d'où} \quad b^2 = N^2 X^2, \quad \text{ou} \quad b = NX,$$

équation d'une droite. Si la pièce doit être symétrique par rapport à un plan horizontal, on aura

$$\frac{b}{2} = \pm \frac{N}{2} X,$$

ce qui donne deux droites inclinées.

Si la section verticale doit rester constante, ce qui donne  $ab = M^2$ , l'équation prend la forme  $\left(\frac{R'ab}{6P}\right)b = X$  ou  $b = k'X$ . Ainsi, dans le sens longitudinal, le contour inférieur sera rectiligne. En projection verticale, sur un plan perpendiculaire à l'axe des X, on aura une hyperbole si l'une des faces latérales reste plane, ou, si la pièce doit être symétrique par rapport au plan des fibres invariables, deux branches d'hyperbole données par l'équation  $\frac{a}{2} \times \frac{b}{2} = \frac{M^2}{4}$ , dans laquelle  $\frac{a}{2}$  et  $\frac{b}{2}$  seraient considérées comme coordonnées courantes. Enfin, en plan, on aurait

$$aX = \frac{M^2}{k'} \quad \text{ou} \quad \frac{a}{2} \frac{X}{2} = \frac{M^2}{4k'},$$

ce qui donne une hyperbole si l'une des faces de la pièce est plane, ou deux branches d'une même hyperbole si la pièce doit être symétrique par rapport à un plan vertical longitudinal. La projection horizontale est donc un trapèze curviligne. Si à la section d'enca斯特ment on a  $b > a$ , comme le produit  $ab$  est constant,  $b$  décroissant avec  $X$ , puisque  $b = k'X$ , il s'ensuit que, à mesure que  $b$  diminue,  $a$  augmente.

Si, dans l'équation  $\frac{R'}{6P} ab^2 = X$ , on suppose  $a = mb$  ou  $\frac{a}{2} = m \frac{b}{2}$ , de telle sorte

que  $a$  et  $b$  diminuent proportionnellement lorsque la section considérée s'éloigne de la section d'encastrement, on aura, pour la forme de la pièce en projection sur un plan vertical longitudinal, une relation de la forme  $b^3 = k''X$  ou  $\left(\frac{b}{2}\right)^3 = \frac{k''}{8}X$ , et, pour la forme en plan,  $a^3 = k''m^3X$  ou  $\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{k''m^3}{8}X$ . Ces deux dernières projections sont des courbes du troisième degré, tandis que la projection sur un plan perpendiculaire à l'axe des  $X$  est rectiligne. Cette forme est celle d'une pyramide curviligne, dont la section diminue dans le sens horizontal et dans le sens vertical à mesure qu'elle s'éloigne de la section d'encastrement.

Pages. Lignes.

189,	5,	<i>supprimez</i>	*de A en B
192,	3,	<i>au lieu de</i>	$m'O$ <i>lisez</i>
"	4,	"	$m'n'$ "
"	12,	"	$m'_1O_1$ "
"	13,	"	$m'_1n'_1$ "

Pages 190 à 194, n° 134 (*voir la Note ci-après*)

#### NOTE.

##### RÉSISTANCE D'UNE PIÈCE SOLIDE EXPOSÉE A DES EFFORTS DONNÉS.

Équations générales relatives à la flexion d'une pièce encastree à une extrémité.

En exprimant qu'entre la variation proportionnelle de longueur positive ou négative  $i_t$  produite par les forces extérieures parallèles à l'axe du solide, l'allongement ou l'accourcissement proportionnel  $i_f$  de l'élément de fibre le plus allongé ou le plus accourci par l'effet de la flexion et l'allongement ou l'accourcissement proportionnel  $i'$  correspondant à l'action de la limite des charges permanentes, on doit avoir la relation

$$i' = i_t + i_f,$$

on est arrivé à l'équation

$$\frac{R'}{E} = \frac{T}{E\Omega} + \nu \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right),$$

l'allongement absolu subi par l'élément  $ds'$  pendant la flexion étant

$$\nu ds \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right),$$

et l'allongement ou l'accourcissement proportionnel de même élément étant

$$i_f = \nu \frac{ds'}{ds} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right).$$

Or on a la relation

$$i = \frac{P}{E\Omega},$$

en sorte que l'effort correspondant à l'allongement  $i_f$  sera

$$Ed\nu \nu \frac{ds}{ds'} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right),$$

et la somme des moments des efforts semblables sera

$$\int_{-V}^{+V} E d\omega v^2 \frac{ds}{ds'} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right),$$

ou simplement,  $ds'$  étant égal à  $ds$ ,

$$\int_{-V}^{+V} E d\omega v^2 \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right),$$

que l'on peut écrire

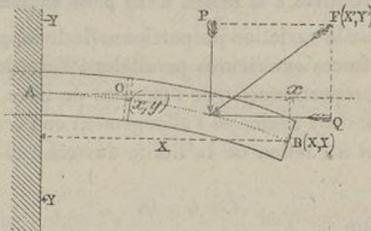
$$E \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \int_{-V}^{+V} v^2 d\omega.$$

Soient maintenant  $X'$  et  $Y'$  les coordonnées du point d'application d'une force quelconque  $F$ , dont  $P$  et  $Q$  sont respectivement les deux composantes suivant les axes; soient, en outre,  $x$  et  $y$  les coordonnées d'un point quelconque  $O$  de l'axe des fibres invariables par lequel on peut considérer une section normale à cet axe.

La somme des moments des forces telles que  $F$  par rapport au point  $O$  sera

$$\pm \Sigma P (X' - x) \pm \Sigma Q (Y' - y).$$

Fig. 45.



Si de plus on suppose un poids  $p$  uniformément réparti par unité de longueur, et si l'on considère un élément égal à  $ds$ , dont l'abscisse soit  $u$ , la charge agissant sur cet élément  $pds$  et son moment  $p(u - x)ds$ , le moment total appliqué à toute la partie  $OB$  sera

$$\int_x^X p(u - x) ds.$$

L'équation des moments deviendra par suite

$$E \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \int_{-V}^{+V} v^2 d\omega = \pm \Sigma P (X' - x) \pm \Sigma Q (Y' - y) \pm \int_x^X p(u - x) ds.$$

La quantité  $\int_{-V}^{+V} v^2 d\omega$  est ce que l'on appelle le *moment d'inertie*; si on la représente par  $I$  et si l'on représente par  $m$ , comme le fait le général Ardant, le

second membre qui se compose de la somme des moments des forces extérieures appliquées au solide, on aura

$$EI \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) = m,$$

équation que l'on peut écrire

$$(1) \quad \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{1}{EI} \left[ \pm \Sigma P (X' - x) \pm \Sigma Q (Y' - y) \pm \int_{u=x}^{u=X} p (u - x) ds \right].$$

Cette équation, que l'on désigne sous le nom d'*équation d'équilibre*, fera connaître la forme que prend un solide sous l'action des efforts qui tendent à produire la flexion. Substituant, dans la valeur de  $\frac{R'}{E}$  ci-dessus, à  $\nu$  sa valeur maximum  $V$  et à  $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}$  sa valeur correspondant au point où la courbure est un maximum, on a pour l'*équation d'équarrissage*

$$(f) \quad R' = \frac{T}{\Omega} + \frac{V}{I} \left[ \pm \Sigma P (X' - x) \pm \Sigma Q (Y' - y) \pm \int_{u=x}^{u=X} p (u - x) ds \right] = \frac{T}{\Omega} + \frac{VM}{I}.$$

C'est à tort que le général Ardant dit (page 193, lignes 20 à 23) que, si la force  $T$  est tirante, on doit donner à  $\frac{T}{\Omega}$  un signe contraire à celui de  $\frac{VM}{I}$ . Ainsi que le fait observer M. le commandant Chassinat (Cours lithographié, octobre 1866, page 43), comme le deuxième terme du second membre reste le même, que l'on considère la fibre la plus allongée ou la fibre la plus raccourcie par le seul fait de la flexion, on devra affecter toujours ce terme du même signe que  $T$ , que  $T$  soit un effort de traction ou un effort de compression.

Dans le cas des pièces droites, l'équation d'équilibre (1) se simplifie, car alors  $\rho_0 = \infty$ , d'où  $\frac{1}{\rho} = 0$ ; de plus si l'on remarque que  $\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2}$  et que  $\left( \frac{dy}{dx} \right)^2$  est négligeable devant l'unité, enfin si l'on considère que l'on a

$$ds = du, \quad \text{d'où} \quad \int_x^X p (u - x) du = p \frac{(X - x)^2}{2},$$

l'équation devient

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{EI} \left[ \pm \Sigma P (X' - x) \pm \Sigma Q (Y' - y) \pm p \frac{(X - x)^2}{2} \right];$$

en intégrant deux fois, on obtiendra l'équation de la courbe suivant laquelle s'infléchira l'axe de la pièce.

Pour appliquer les équations (1) et (f) ci-dessus, il ne faut pas perdre de vue

qu'on ne doit y faire intervenir que les forces appliquées à la pièce dans sa partie comprise entre la section que l'on considère et celle de ses extrémités qui n'est pas encastrée.

**Données et formules expérimentales relatives à la résistance aux efforts d'écrasement ou de traction.**

Si l'on désire des renseignements plus complets que ceux que donne le général Ardant, dans les quatre Tables des pages 194 à 196, au sujet des données d'expériences à introduire dans les calculs de résistance des matériaux, on pourra consulter Rondelet, l'*Aide-Mémoire de Mécanique pratique* de M. le général Morin, les expériences sur la résistance des matériaux à l'écrasement de M. Michelot, ingénieur en chef des Ponts et Chaussées (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1863, 1868 et 1870).

Au sujet de la résistance à l'extension du fer, il convient de mentionner les expériences de M. Eaton Hodgkinson, desquelles on peut conclure, comme le fait M. Bresse dans son *Cours de Mécanique appliquée*, professé à l'École des Ponts et Chaussées :

« Que les allongements totaux du fer sont sensiblement proportionnels aux charges tant que celles-ci ne dépassent pas la limite de 15<sup>kg</sup> par millimètre carré; que, au delà de cette limite, les allongements totaux croissent suivant une loi qui devient progressivement beaucoup plus rapide, de telle sorte que le coefficient d'élasticité devient à la fin 15 ou 20 fois plus petit qu'au commencement;

» Que les allongements élastiques restent toujours à peu près proportionnels aux charges, même quand celles-ci se rapprochent de celle qui entraîne la rupture immédiate. »

Il résulte de ces mêmes expériences « que les charges les plus faibles donnent lieu, dans le fer, à une déformation permanente; mais que les allongements permanents sont très-petits tant que les allongements totaux restent proportionnels aux charges..... Un caractère remarquable de cet allongement permanent, c'est qu'il n'augmente plus lorsque, après avoir laissé reposer quelque temps la barre, on la soumet de nouveau à une traction plus faible. »

Pour calculer les dimensions des poteaux de bois, on pourra faire usage de la formule expérimentale  $P = K \frac{ab^3}{l^2}$  donnée par M. Hodgkinson et applicable quand le rapport de la longueur de la pièce à la plus petite dimension transversale est compris entre 15 et 60. Dans cette formule, P représente la charge à supporter, a et b les dimensions de la section exprimées en centimètres, l la longueur exprimée en décimètres; on donnera à K les valeurs suivantes :

Chêne fort.....	256,5
Chêne faible.....	180
Sapin (rouge ou blanc), pin résineux.....	214,2
Sapin faible et pin jaune.....	160

Pour les colonnes pleines en fonte, M. Hodgkinson a donné la formule

$$P = 1780 \frac{d^{3,6}}{l^{1,7}}$$

et, pour les colonnes creuses,

$$P = 1780 \frac{d^{3,6} - d'^{3,6}}{l^{1,7}},$$

dans lesquelles  $P$  est la charge à supporter,  $d$  le diamètre extérieur exprimé en centimètres,  $d'$  le diamètre intérieur également en centimètres et  $l$  la longueur en décimètres.

La formule suivante donnée par M. Lowe est d'un emploi plus facile

$$(a) \quad P = \frac{1250 d^4}{1,85 d^2 + 0,00043 L^2}$$

ou

$$(\beta) \quad d^4 - 0,00148 P d^2 = 0,00000272 P l^2.$$

Dans le cas des colonnes creuses, on ne devra pas donner à la fonte des épaisseurs inférieures à

$12^{\text{mm}}$ ,  $15^{\text{mm}}$ ,  $20^{\text{mm}}$ ,  $25^{\text{mm}}$

pour des hauteurs de

$2$  à  $3^{\text{m}}$ ,  $3$  à  $4^{\text{m}}$ ,  $4$  à  $6^{\text{m}}$ ,  $6$  à  $8^{\text{m}}$ .

On calculera par la formule (a) le poids  $P'$  que pourrait supporter la colonne supposée pleine, pour une valeur de  $d$  qui paraîtra devoir convenir. En retranchant le poids donné  $p$  que devra pouvoir supporter la colonne creuse du poids  $P'$  obtenu pour la colonne pleine, on admet que l'on aura le poids  $P''$  que supporterait la colonne pleine de même diamètre que le vide intérieur : ainsi  $P' - p = P''$ . Par la formule (β), on obtiendra le diamètre  $d''$  de cette colonne ayant pour poids  $P''$ ; et si l'épaisseur  $\frac{d - d''}{2}$  trouvée n'est pas inférieure aux limites indiquées ci-dessus, le diamètre  $d$  sera à adopter. Dans le cas contraire, on ferait varier  $d$  jusqu'à ce que ces conditions fussent remplies.

Pour les colonnes pleines en fer, M. Lowe a donné les formules analogues

$$P = \frac{600 d^4}{1,97 d^2 + 0,00064 l^2}, \quad \text{d'où} \quad d^4 - 0,003283 P d^2 = 0,00001067 P l^2.$$

Lorsque le rapport de la hauteur à la plus petite dimension transversale est inférieur à 30, il y a avantage à employer la fonte; lorsque ce rapport est supérieur à 30, il y a avantage à employer le fer qui résiste mieux à la flexion (*voir* le cours lithographié du commandant Chassinat, p. 15 à 21, 1866).

Résultats du calcul réunis dans la Table IV, p. 196.

Le calcul des expressions données par la Table IV, pour être introduites dans les équations de résistance à la flexion, consiste principalement dans la recherche du

moment d'inertie  $I$  relatif au profil donné d'une pièce résistant à la flexion. Il se réduit à la recherche d'une intégrale définie  $\int_{-v}^{+v} v^2 d\omega$ , qui n'offre aucune difficulté.

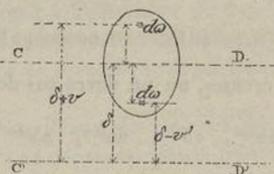
On se bornera à rappeler un théorème qui peut quelquefois simplifier cette recherche.

Si l'on connaît le moment d'inertie  $I$  d'une surface par rapport à un axe  $CD$  passant par son centre de gravité, on obtient le moment d'inertie  $I'$  par rapport à un autre axe  $C'D'$  parallèle au premier par la formule

$$I' = I + \Omega \delta^2,$$

$\Omega$  étant la section considérée et  $\delta$  la distance des deux axes.

Fig. 46.



Pour la partie supérieure à l'axe  $CD$ , on a

$$(\delta + v)^2 d\omega = \delta^2 d\omega + 2v\delta d\omega + v^2 d\omega \quad \text{et} \quad \Sigma v^2 d\omega + 2\Sigma v\delta d\omega + \Sigma \delta^2 d\omega$$

et, pour la partie inférieure,

$$\Sigma v'^2 d\omega = 2\Sigma v'\delta d\omega + \Sigma \delta^2 d\omega.$$

En ajoutant ces deux expressions, on aura

$$I' = I + \Omega \delta^2,$$

si l'on remarque que  $2\delta(\Sigma v d\omega - \Sigma v' d\omega) = 0$ , puisque  $CD$  passe par le centre de gravité,  $\Sigma v^2 d\omega + \Sigma v'^2 d\omega = I$  et  $\Sigma d\omega = \Omega$ .

Enfin on ajoutera que M. Barré, ingénieur civil, professeur à l'Association polytechnique, a publié, comme devant faire suite au *Traité de l'art de la charpenterie* du colonel Emy, un ouvrage intitulé : *Éléments de charpenterie métallique*, dans lequel, après une Introduction consacrée à diverses questions générales de résistance se rapportant à des supports de nature quelconque, et applicables par conséquent à la charpenterie mixte (bois, fer et fonte), il étudie en détail les charpentes métalliques.

On trouvera dans cet ouvrage des tableaux et diagrammes (ou abaques) donnant à première vue les résistances des pièces métalliques à double T en fer laminé ou en tôle et des fers Zorès, et dispensant de l'emploi des formules, le calcul des rivets et des couvre-joints dans les assemblages, et de nombreux renseignements sur l'emploi du fer dans les constructions.

Page. Ligne.

194,	10, de la Table I	<i>au lieu de</i>	0,85	<i>lisez</i>	*0,80
"	11, "		3,50	"	*de 1,90 à 3,50
195,	6, de la Table II		1000	"	*10000 (*)
"	9, de la Table III		7500000	"	*3000000 à 5000000
196,	titre de la Table IV		T	"	*I
"	2, de la Table IV		$\frac{b^3}{6} = \frac{\Omega b}{6}$	"	* $\frac{b^3}{6\sqrt{2}} = \frac{\Omega b}{6\sqrt{2}}$
"	11, "		$\frac{a}{12}(b - b')$	"	$\frac{a}{12}(b^3 - b'^3)$
"	11, "		$\frac{a}{6} \frac{b^3 - b'^3}{b}$	"	$\frac{a}{6} \frac{b^3 - b'^3}{b}$
"	14, "		longueur	"	*largeur
"	16, "		$\frac{1}{3}(ab - a'b'^3)$	"	* $\frac{1}{3}(ab^3 - a'b'^3)$
196,	Table IV, ajoutez, pour le rectangle dont la base est $a$ et la hauteur $b$ ,				

$$V = \frac{b}{2}, \quad \Omega = ab, \quad I = \frac{ab^3}{12}, \quad \frac{I}{V} = \frac{ab^2}{6}.$$

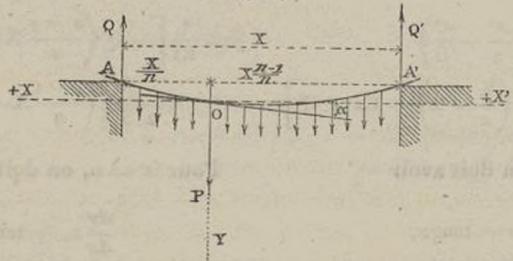
Page 196, n° 435 (voir la Note ci-après).

## NOTE.

Pièce posée sur deux appuis, chargée d'un poids  $p$  uniformément réparti et d'un autre poids  $P$ .

Aux données de la question, il faut ajouter que la valeur à adopter pour  $R'$ , limite des charges permanentes, qui est donnée par les Tables du n° 434, devra être rapportée au mètre carré.

Fig. 47.



Représentons par  $p$  la charge uniformément répartie par mètre courant, sans exprimer séparément, comme le fait le général Ardant, le poids de la pièce elle-même.

(\*) D'après le commandant Chassinat, ce chiffre devrait être réduit à 7500 kg, dont on prendrait le  $\frac{1}{6}$ , soit 1250 pour résistance permanente. D'après M. Belanger, la fonte s'écraserait sous une charge de 6000 kg par centimètre carré, et la résistance permanente dépasserait 10000 kg.

Les réactions des points d'appui sont

$$Q = p \frac{X}{2} + P \frac{n-1}{n}, \quad Q' = p \frac{X}{2} + P \frac{1}{n}.$$

Si l'on applique les équations générales (f) et (i), page 521 ci-dessus, en prenant pour origine le point d'application O de la force P, supposant l'axe des Y dirigé de haut en bas et les X positifs dirigés de O vers A, pour la partie OA, et de O vers A' pour la partie OA', on trouve :

pour la partie OA :

$$\begin{aligned} R' &= \frac{V}{I} \left[ -Q \left( \frac{X}{n} - x \right) \right. \\ &\quad \left. + \int_{u=x}^{u=\frac{X}{n}} p(u-x) du \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{I}{P} &= \frac{d^2\gamma}{dx^2} = \frac{I}{EI} \left[ -Q \left( \frac{X}{n} - x \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{p}{2} \left( \frac{X}{n} - x \right)^2 \right], \end{aligned}$$

et en intégrant

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{I}{EI} \left[ -Q \left( \frac{X}{n} x - \frac{x^2}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{p}{2 \cdot 3} \left( \frac{X}{n} - x \right)^3 + C \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{I}{EI} \left[ -Q \left( \frac{X}{n} \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{p}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left( \frac{X}{n} - x \right)^4 + Cx + C' \right]. \end{aligned}$$

Pour  $x = 0$ , on doit avoir

$$\frac{dy}{dx} = -\tan \alpha,$$

d'où

$$C = -EI \tan \alpha + \frac{pX^3}{6n^3}.$$

Pour  $x = 0$ , on a

d'où

$$C' = -\frac{p}{24} \frac{X^4}{n^4}.$$

pour la partie OA' :

$$\begin{aligned} R' &= \frac{V}{I} \left[ -Q' \left( \frac{n-1}{n} X - x \right) \right. \\ &\quad \left. + \int_{u=x}^{u=\frac{n-1}{n} X} p(u-x) du \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{I}{P} &= \frac{d^2\gamma}{dx^2} = \frac{I}{EI} \left[ -Q' \left( \frac{n-1}{n} X - x \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{p}{2} \left( \frac{n-1}{n} X - x \right)^2 \right], \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{I}{EI} \left[ -Q' \left( \frac{n-1}{n} X x - \frac{x^2}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{p}{2 \cdot 3} \left( \frac{n-1}{n} X - x \right)^3 + C_1 \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{I}{EI} \left[ -Q' \left( \frac{n-1}{n} \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{p}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left( \frac{n-1}{n} X - x \right)^4 + C_1 x + C'_1 \right]. \end{aligned}$$

Pour  $x = 0$ , on doit avoir

$$\frac{dy}{dx} = +\tan \alpha,$$

d'où

$$C_1 = +EI \tan \alpha + \frac{p}{6} \left( \frac{n-1}{n} X \right)^3$$

Pour  $x = 0$ , on a

$$y = 0,$$

d'où

$$C'_1 = -\frac{p}{24} \left( \frac{n-1}{n} X \right)^4.$$

Pour que les valeurs de ces quatre constantes soient connues, il faut déterminer  $\alpha$  par la condition que pour  $x = 0$  on ait dans la partie OA et dans la partie OA', pour les ordonnées des appuis A et A', des valeurs égales, ces points étant supposés de niveau. Égalant donc les deux valeurs de  $y$ , après avoir fait  $x = \frac{X}{n}$  dans la première et  $x = \frac{n-1}{n} X$  dans la seconde, et avoir substitué à C et C<sub>1</sub>, C' et C'<sub>1</sub> leurs valeurs trouvées ci-dessus en fonction de  $\tan \alpha$ , on arrive à une équation d'où l'on tire

$$\tan \alpha = \frac{1}{EI} \left\{ \frac{1}{6} p X^3 \left[ \left( \frac{n-1}{n} \right)^3 - \frac{1}{n^3} \right] + \frac{1}{3} p X^2 \frac{n-1}{n^2} \left[ \left( \frac{n-1}{n} \right)^2 - \frac{1}{n^2} \right] - \frac{1}{8} p X^3 \left[ \left( \frac{n-1}{n} \right)^4 - \frac{1}{n^4} \right] \right\}.$$

Pour  $n = 2$  on aurait

$$\tan \alpha = 0.$$

Si l'on avait voulu exprimer que les valeurs de  $\frac{dy}{dx}$  au point O sont égales et de signe contraire, on n'aurait obtenu qu'une identité; cette condition se trouvant déjà exprimée par la forme même sous laquelle on a mis les valeurs de C et de C<sub>1</sub>; ce qui prouve d'ailleurs que la tangente à l'origine est en effet la même pour OA et pour OA'.

Pour obtenir le point où la tangente est horizontale, point qui doit évidemment se trouver dans la partie OA', si  $n > 2$ , on égalera à zéro l'expression correspondante de  $\frac{dy}{dx}$ . Ce calcul conduit à l'équation

$$-\frac{p}{6} x^3 + \left( -\frac{pX}{4} - \frac{p}{2n} + \frac{p}{2} \frac{n-1}{n} X \right) x^2 + \left[ \frac{pX^2}{2} \frac{n-1}{n} + p \frac{n-1}{n^2} X - \frac{p}{2} \left( \frac{n-1}{n} X \right)^2 \right] x - EI \tan \alpha = 0.$$

On a vu que, pour  $n = 2$ , on a  $\tan \alpha = 0$ ; dans ce cas  $x = 0$ .

Pour toute autre valeur de  $n$  supérieure à 2, on calculerait numériquement la valeur de  $x$ ; on en déduirait la valeur de  $y$  correspondant au point où la tangente est horizontale; ajoutant ensuite à la valeur absolue de  $y$  ainsi obtenue celle qui correspond au point A', on aurait la flèche totale.

Le général Ardant donne, pour la distance du point où la tangente est horizontale au point d'appui A, l'expression  $\frac{X}{n} (1 - \frac{1}{3} \sqrt{6n-3})$ . Il est facile de voir que, dans l'hypothèse  $n = 2$ , cette expression devient nulle et que pour  $n > 2$  elle serait négative, tandis qu'elle devrait être positive et plus grande que  $\frac{X}{n}$ ; il y a donc évidemment erreur dans cette formule.

On va chercher quel est le point où la rupture est le plus à craindre, point pour lequel on devra calculer l'équation d'équarrissage; à cet effet, il faut reprendre

l'expression de  $\frac{1}{\rho}$  qui représente la courbure. Pour la portion OA, on a

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{EI} \left[ -Q \left( \frac{X}{n} - x \right) + \frac{P}{2} \left( \frac{X}{n} - x \right)^2 \right] = \frac{1}{EI} \left( \frac{X}{n} - x \right) \left[ -\frac{P}{2} \left( \frac{n-1}{n} X + x \right) - \frac{n-1}{n} P \right].$$

On en déduit

$$d\left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{1}{EI} \left[ +Qdx - P \left( \frac{X}{n} - x \right) dx \right].$$

Si l'on fait  $d\left(\frac{1}{\rho}\right) = 0$ , on trouve

$$x = \frac{X}{n} - \frac{Q}{P} = -\frac{P}{p} \frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{2n} X,$$

valeur qui est négative, si, comme on doit l'admettre,  $n > 2$ . Il n'y a donc ni maximum ni minimum de courbure dans la partie OA. D'un autre côté, pour toute valeur positive de  $x$ , la dérivée de  $\frac{1}{\rho}$ , qui est

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{EI} \left[ Q - P \left( \frac{X}{n} - x \right) \right] = \frac{1}{EI} \left( +P \frac{n-1}{n} + Px + \frac{n-2}{2n} P X \right),$$

est positive ; la quantité  $\frac{1}{\rho}$  croît donc avec  $x$ , en valeur relative ; mais elle décroît en valeur absolue, car elle est négative. Ainsi la courbure décroît en réalité quand  $x$  augmente, et elle prend sa plus grande valeur lorsque  $x = 0$ .

Pour la portion OA', on a

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{1}{EI} \left[ -Q' \left( \frac{n-1}{n} X - x \right) + \frac{P}{2} \left( \frac{n-1}{n} X - x \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{EI} \left( \frac{n-1}{n} X - x \right) \left( -\frac{P}{2n} - \frac{Px}{2} - \frac{P}{n} \right). \end{aligned}$$

Ainsi  $\frac{1}{\rho} < 0$ . On a ensuite

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{EI} \left( \frac{P}{2} X \frac{2-n}{n} + Px + \frac{P}{n} \right) \quad \text{et} \quad \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{P}{EI}.$$

La condition  $\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = 0$  donne  $x_m = \frac{n-2}{2n} X - \frac{P}{pn}$ ; ainsi, pour cette valeur de  $x$ , la fonction  $\frac{1}{\rho}$ , qui est négative, atteint un minimum ; autrement dit, la courbure en valeur absolue atteint un maximum.

En substituant cette valeur de  $x$  dans l'expression de  $\frac{1}{\rho}$ , on trouve, en valeur absolue,

$$\left( \frac{1}{\rho} \right)_m = \frac{1}{EI} \frac{P}{2} \left( \frac{X}{2} + \frac{P}{pn} \right)^2.$$

D'un autre côté, en faisant  $x = 0$  dans l'une ou l'autre des valeurs de  $\frac{I}{\rho}$  relatives à OA et à OA', on trouve, aussi en valeur absolue,

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_0 = \frac{1}{EI} \frac{n-1}{n^2} \left( \frac{pX^2}{2} + PX \right).$$

En substituant la valeur de  $x_m$  qui correspond au maximum de courbure à la place de  $x$  dans l'expression de R' relative à la portion OA', on trouve

$$(M) \quad R' = \frac{V}{I} \frac{p}{2} \left( \frac{X}{2} + \frac{P}{pX} \right)^2.$$

Cette équation serait à adopter si l'on avait en valeur absolue  $\left(\frac{1}{\rho}\right)_m > \left(\frac{1}{\rho}\right)_0$ , le maximum de courbure ayant lieu pour une valeur admissible de  $x$ .

Pour connaître la limite à partir de laquelle c'est la courbure en O qui devient la plus forte, il suffit d'égaler à zéro la différence des quantités  $\left(\frac{1}{\rho}\right)_0 - \left(\frac{1}{\rho}\right)_m$ , supposées positives, ce qui conduit à la condition

$$(n-2)^2 - \frac{4P}{pX} (n-2) + \frac{4P^2}{p^2 X^2} = 0, \quad \text{d'où} \quad n = 2 \left( 1 + \frac{P}{pX} \right).$$

Lorsque l'on aura  $n < 2 + \frac{2P}{pX}$ , on devra prendre l'équation d'équarrissage (O) ci-après, qui correspond au point O. Dans le cas contraire, la valeur de  $x$  qui correspond au maximum de courbure entre O et A' ne doit jamais être négative, ce qui exige que l'on ait

$$P > \frac{2}{n-2} \frac{P}{X} \quad \text{ou} \quad n > 2 + \frac{2P}{pX}.$$

Lorsque cette condition est remplie, c'est la courbure entre O et A' qui sera la plus forte et pour laquelle on devra calculer R'; c'est donc la formule (M) qui devra être adoptée.

On obtient l'équation d'équarrissage relative au point O en faisant  $x = 0$  dans l'une ou l'autre des expressions de R' correspondant à OA et à OA'.

$$(O) \quad R' = \frac{XV}{I} \frac{n-1}{n^2} \left( P + \frac{X}{2} p \right).$$

Pour retrouver la formule (g) donnée, p. 197, par le général Ardant, il suffit de remplacer  $p$  par  $p + \Omega d$ , en distinguant ainsi le poids uniformément réparti de la pièce elle-même de la charge par mètre courant qu'elle aura à supporter.

Dans l'hypothèse  $P = 0$ , la limite est  $n = 2$ . Pour  $n = 2$ , les deux valeurs de R' se réduisent à  $R' = \frac{V}{I} \frac{pX^2}{8}$ .

Cette dernière expression correspond aux formules (i) et (k), p. 198, relatives à une pièce de section rectangulaire.

La flèche maximum  $f$  que prend la pièce sera donnée par les valeurs de  $\gamma$  que l'on calculera pour le point A et pour le point où la tangente est horizontale. La somme des deux valeurs de  $\gamma$  ainsi obtenues, prises en valeur absolue, donnera la flèche totale dans le cas général.

Si l'on suppose  $n = 2$ , en faisant  $x = \frac{X}{2}$ , on trouve

$$\tan \alpha = 0, \quad C = \frac{p X^3}{48}, \quad C' = -\frac{p X^4}{24 \times 16}, \quad Q = p \frac{X}{2} + \frac{P}{2},$$

d'où

$$-\gamma \text{ ou } f = \frac{1}{48EI} (P X^3 + \frac{5}{8} P X^4).$$

Si l'on suppose  $P = 0$ , on trouve

$$f_i = \frac{P X^3}{48EI} \quad \text{et} \quad R' = \frac{V P X}{I} \frac{X}{4}.$$

Si l'on fait  $P = 0$ , on trouve

$$f_i = \frac{1}{48EI} \frac{5}{8} P X^4 \quad \text{et} \quad R' = \frac{V P X^2}{I} \frac{X}{8}.$$

Si l'on suppose, dans les deux formules exprimant la flèche,  $P = p X$ , il s'ensuit

$$\frac{f_2}{f_i} = \frac{5}{8},$$

pour le rapport des flèches correspondant à une même charge totale. Si l'on fait  $P = \frac{p X}{2}$ , il vient

$$\frac{f_2}{f_i} = \frac{5}{4}.$$

Si l'on compare les valeurs de  $P$  et de  $p$  correspondant à un même équarrissage, on voit que  $P = \frac{p X}{2}$ .

Dans ce qui précède, on a supposé  $P$  et  $p$  positifs. S'il en était autrement, la discussion qui vient d'être faite devrait être reprise tout entière, car les signes des valeurs de  $\frac{1}{p}$  que l'on a comparées pourraient être différents. Cette discussion serait d'ailleurs assez compliquée dans le cas général ; il est préférable de la faire directement dans chaque cas particulier.

Supposons  $P = -p X$  et  $n = 2$ .

On trouve, comme il y avait lieu de s'y attendre,  $Q = Q' = 0$ . L'expression du rayon de courbure devient

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{EI} \frac{p}{2} \left( \frac{X}{2} - x \right) (X - x).$$

Comme  $x < \frac{X}{2}$ ,  $\frac{1}{\rho}$  sera toujours positif et sa valeur la plus grande correspondra à  $x = 0$ . On aura donc

$$R' = \frac{V}{I} \frac{p X^2}{8},$$

comme dans le cas ci-dessus où l'on avait  $P = 0$ , ce qui était évident *a priori*.

Supposons  $P = -\frac{p X}{2}$  et  $n = 2$ .

On trouve

$$Q = Q' = \frac{p X}{4}, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{1}{EI} \frac{p}{2} \left( \frac{X}{2} - x \right) x,$$

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{EI} \frac{p}{2} \left( \frac{X}{2} - 2x \right) \quad \text{et} \quad \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{p}{EI}.$$

On aura un maximum de courbure pour  $\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = 0$ , ou pour  $x = \frac{X}{4}$ , valeur pour laquelle  $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{EI} \frac{p X^2}{32}$ .

Pour  $x = 0$ , on aurait

$$\frac{1}{\rho} = 0.$$

L'équation d'équarrissage (M) devient

$$R' = \frac{V}{I} \frac{p X^2}{32}$$

et la flèche de courbure

$$f = \frac{p X^4}{EI} \frac{5^2}{2^{11}}.$$

Supposons  $P = -\frac{3}{4} p X$  et  $n = 2$ .

On trouve

$$Q = Q' = \frac{p X}{8}, \quad \frac{1}{\rho} = \frac{1}{EI} \frac{p}{2} \left( \frac{X}{2} - x \right) \left( \frac{X}{4} - x \right);$$

ainsi, pour  $x = \frac{X}{2}$  et pour  $x = \frac{X}{4}$ , on a

$$\frac{1}{\rho} = 0, \quad \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{1}{EI} p \left( \frac{8}{3} X - x \right);$$

on voit que  $\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = 0$  pour  $x = \frac{3}{8} X$ , et que

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{1}{\rho} \right) = \frac{p}{EI};$$

ainsi comme, pour  $x = \frac{3}{8} X$ ,  $\frac{1}{\rho}$  est négatif, la valeur de  $\frac{1}{\rho}$ , qui atteint un minimum, devient un maximum en valeur absolue; cette valeur est

$$\left( \frac{1}{\rho} \right)_m = \frac{1}{EI} \frac{p X^2}{128}.$$

Mais comme, pour  $x = 0$ , on a

$$\left(\frac{1}{\rho}\right)_0 = \frac{1}{EI} \frac{pX^2}{16},$$

on voit que c'est pour le point O que l'équarrissage doit être calculé. On trouve

$$R' = \frac{\sqrt{pX^2}}{16}.$$

Page 198, N° 137 (*voir la Note ci-après*).

#### NOTE.

Comparaison entre les prix de revient des pièces de charpente en bois et en fer.

Depuis l'époque où le *Cours de Constructions* du général Ardant a été rédigé, les prix des bois ont augmenté, tandis que les prix des fers ont diminué par suite des progrès de la métallurgie. Ainsi, au lieu de  $0^{fr}, 12$  ou  $0^{fr}, 15$ , il convient d'admettre aujourd'hui  $0^{fr}, 17$  pour le prix du kilogramme de bois, tandis que pour le prix du kilogramme de fer, au lieu de  $0^{fr}, 80$ , si l'on fait usage de fers à double T, on peut admettre que le prix du kilogramme n'est plus que de  $0^{fr}, 40$ , pose comprise.

Voici comment on peut refaire le calcul, de manière à comparer le prix d'une pièce de bois, pour laquelle le rapport  $\frac{a}{b}$  est supposé égal à  $k$ , au poids d'une pièce de fer en double T.

Le poids de la pièce de bois sera

$$abXd = kb^2Xd,$$

La valeur de  $k$  la plus avantageuse, pour une pièce rectangulaire débitée dans un corps d'arbre sensiblement cylindrique, est d'ailleurs  $k = \frac{4}{7}$ .

Le poids du fer à double T de même longueur sera

$$(a_1 b_1 - a'_1 b'_1) X d_1 = a_1 b_1 (1 - mn) X d_1,$$

si l'on admet que l'on puisse poser  $a'_1 = ma_1$  et  $b'_1 = nb_1$ ; or c'est ce qui a lieu pour les fers de la Société des forges la Providence, pour lesquels on a assez exactement  $m = n = 0,89$ . On peut de plus supposer que le rapport de  $a_1$  à  $b_1$  soit aussi sensiblement constant, bien que cette condition ne soit pas ordinairement remplie et qu'elle ne puisse même pas l'être rigoureusement, eu égard au moyen que l'on emploie pour augmenter, dans certaines limites, l'épaisseur de l'âme des fers à double T, sans modifier la saillie des nervures, moyen qui consiste à faire varier l'écartement des cylindres du laminoir. Quoi qu'il en soit, pour le calcul que l'on se propose de faire, il est permis de supposer ce rapport connu, sauf à refaire le calcul dans les cas que l'on pourra avoir à considérer, en y introduisant la valeur donnée de ce rapport. On posera donc  $a_1 = tb_1$ , et l'on fera  $t = 0,40$ , chiffre qui

diffère peu de la valeur moyenne de cette quantité pour les fers de la Providence, mais qui cependant n'est exacte que pour quelques-uns des modèles que ces forges fabriquent.

Le poids des fers à double T pourra donc être mis sous la forme  $t b_i^2 (1 - mn) X d_i$ .

L'équation générale d'équarrissage à appliquer, le poids de la pièce étant supposé négligeable, est

$$\frac{I}{V} = \frac{X^2 p}{R' 8}.$$

Pour le bois on a

$$\frac{I}{V} = \frac{\alpha b^2}{6} = k \frac{b^3}{6}.$$

Pour les fers à double T on a

$$\frac{I}{V} = \frac{1}{6} \frac{\alpha_1 b_1^3 - \alpha' b_1'^3}{b_1} = \frac{\alpha_1 b_1^2}{6} (1 - mn^3) = \frac{t b_i^3}{6} (1 - mn^3),$$

d'où

$$b^2 = \left( \frac{0,75 p X^2}{k R'} \right)^{\frac{2}{3}} \quad \text{et} \quad b_i^2 = \left[ \frac{0,75 p X^2}{t (1 - mn^3) R'_i} \right]^{\frac{2}{3}}.$$

Par suite le poids du bois sera

$$K b^2 X d = \left( \frac{k^{\frac{1}{2}} 0,75 p X^{\frac{7}{2}}}{R'} \right)^{\frac{2}{3}} d = k^{\frac{1}{3}} (0,75 p)^{\frac{2}{3}} X^{\frac{7}{3}} \frac{d}{R'^{\frac{2}{3}}},$$

et celui du fer

$$t b_i^2 (1 - mn) X d_i = \frac{t^{\frac{1}{3}} (1 - mn) (0,75 p)^{\frac{2}{3}} X^{\frac{7}{3}} d_i}{(1 - mn^3)^{\frac{2}{3}} R'_i}.$$

Passant au calcul numérique, on trouve, dans le cas du bois, en faisant  $k = \frac{8}{7}$ ,

$$R' = 600000 \quad \text{et} \quad d = 500^{kg},$$

pour le poids de la pièce

$$0,052 p^{\frac{2}{3}} X^{\frac{7}{3}},$$

et pour son prix

$$0,052 p^{\frac{2}{3}} X^{\frac{7}{3}} 0,17 = 0,00885 p^{\frac{2}{3}} X^{\frac{7}{3}};$$

et dans le cas du fer, en faisant  $t = 0,40$ ,

$$m = n = 0,89,$$

d'où

$$1 - mn = 0,208, \quad 1 - mn^3 = 0,373 \quad \text{et} \quad R'_i = 600000, \quad d_i = 7800.$$

Poids :  $0,0575 p^{\frac{2}{3}} X^{\frac{7}{3}}$ ; et prix :  $0,40 \times 0,0575 p^{\frac{2}{3}} X^{\frac{7}{3}} = 0,02316 p^{\frac{2}{3}} X^{\frac{7}{3}}$ .

Le prix du fer est donc à celui du bois dans le rapport de  $0,02316$  à  $0,00885$  ou de 8 à 3 environ; tandis que, d'après les chiffres trouvés par le général Ardant, ce rapport serait égal au rapport de  $0,225 \times 0,8 = 0,1800$  à  $0,178 \times 0,15 = 0,0267$  ou de 20 à 3 environ.

Pages. Lignes.

198,	25,	<i>au lieu de</i>	$X^{\frac{1}{2}}$	<i>lisez</i>	$X^{\frac{1}{2}}$
"	29,	"	permanent de traction	"	*permanent
"	31,	"	la Table III	"	*les Tables
199,	9,	"	N° 131	"	*N° 130
"	22,	"	coûtent beaucoup plus	"	*coûtent par kilogramme beaucoup plus
"	32,	"	$p^3$	"	* $p$
200,	1,	"	le tableau III	"	*les Tables II et III

Page 200, N° 138 et 139 :

On ne donnera pas ici le calcul des formules (*l*) et (*n*). On se bornera à renvoyer au cours lithographié de M. Michon, pages 89 à 92, pour le cas où  $p = 0$  dans les deux formules et où  $P = 0$  dans (*n*). Quand  $P' = 0$  la formule (*n*) retombe dans le cas de la formule (*g*) du N° 135; il en est de même de (*l*) quand  $P = 0$ .

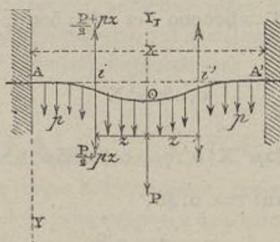
Page 200, N° 140 (*voir la Note ci-après*).

## NOTE.

Pièce encastrée horizontalement à ses deux extrémités, chargée d'un poids uniformément réparti et d'un autre poids concentré en son milieu.

Ce calcul est fait comme il suit dans le cours de M. Michon, lithographié en 1848. Entre chacun des points A et A' et le milieu O, il existe un point *i* ou *i'*, pour

Fig. 48.



lequel la courbure est nulle. On peut donc considérer la demi-pièce AO comme composée d'une pièce Ai encastrée en A, et d'une pièce Oi encastrée en O, les tangentes menées respectivement aux deux courbes au point *i* ayant des inclinaisons égales, et les réactions verticales exercées par ces deux pièces l'une sur l'autre étant égales et de sens contraires. Ces réactions ont pour valeur  $\frac{P}{2} + pz$ , puisque la portion *ii'* de la pièce peut être considérée comme reposant sur les points d'appui *i* et *i'*.

Cela posé, on aura :

Portion A*i* :

$$R' = \frac{V}{I} \left[ \left( \frac{P}{2} + pz \right) \left( \frac{X}{2} - z - x \right) + \frac{p}{2} \left( \frac{X}{2} - z - x \right)^2 \right],$$

$$\frac{I}{p} = \frac{d^2\gamma}{dx^2} = \frac{I}{EI} \left[ \left( \frac{P}{2} + pz \right) \left( \frac{X}{2} - z - x \right) + \frac{p}{2} \left( \frac{X}{2} - z - x \right)^2 \right],$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I}{EI} \left[ -\frac{I}{2} \left( \frac{P}{2} + pz \right) \left( \frac{X}{2} - z - x \right)^2 - \frac{p}{2 \cdot 3} \left( \frac{X}{2} - z - x \right)^3 + C \right].$$

Pour  $x = 0$ , on a

$$\frac{dy}{dx} = 0,$$

d'où

$$C = \frac{I}{2} \left( \frac{P}{2} + pz \right) \left( \frac{X}{2} - z \right)^2 + \frac{p}{6} \left( \frac{X}{2} - z \right)^3.$$

Pour  $x = \frac{X}{2} - z$ ,  $\frac{dy}{dx}$  se réduit à C.

Portion O*i* :

$$R' = \frac{V}{I} \left[ \left( \frac{P}{2} + pz \right) (z - x') - \frac{p}{2} (z - x')^2 \right],$$

$$\frac{I}{p} = \frac{d^2\gamma}{dx'^2} = \frac{I}{EI} \left[ \left( \frac{P}{2} + pz \right) (z - x') - \frac{p}{2} (z - x')^2 \right],$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{I}{EI} \left[ -\left( \frac{P}{2} + pz \right) \frac{(z - x')^2}{2} + \frac{p}{6} (z - x')^3 + C_1 \right].$$

Pour  $x' = 0$ , on a

$$\frac{dy}{dx'} = 0,$$

d'où

$$C_1 = \frac{pz^3}{4} + \frac{pz^3}{3},$$

Pour  $x' = z$ ,  $\frac{dy}{dx'}$  se réduit à  $C_1$ .

L'égalité  $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx'}$  se réduit donc à  $C = C_1$ , d'où

$$z^2 + \frac{p}{P} z = \frac{PX}{4P} + \frac{X^2}{12} \quad \text{et} \quad z = \frac{I}{2} \left( -\frac{p}{P} + \sqrt{\frac{P^2}{P^2} + \frac{PX}{P} + \frac{1}{3} X^2} \right).$$

On trouve ensuite

$$\begin{aligned} y &= \frac{I}{EI} \left[ \frac{I}{6} \left( \frac{P}{2} + pz \right) \left( \frac{X}{2} - z - x \right)^3 - \frac{p}{24} \left( \frac{X}{2} - z - x \right)^4 + Cx + C' \right], \\ y &= \frac{I}{EI} \left[ \frac{I}{6} \left( \frac{P}{2} + pz \right) (z - x')^3 - \frac{p}{24} (z - x')^4 + C_1 x' + C'_1 \right]. \end{aligned}$$

Pour  $x = 0$  on a

$$\gamma = 0,$$

d'où

$$\begin{aligned} C' &= -\frac{I}{6} \left( \frac{P}{2} + pz \right) \left( \frac{X}{2} - z \right)^3 \\ &\quad + \frac{p}{24} \left( \frac{X}{2} - z \right)^4. \end{aligned}$$

Pour  $x' = 0$  on a

$$\gamma = 0,$$

d'où

$$C'_1 = -\frac{Pz^3}{12} - \frac{Pz^4}{8}.$$

A la plus petite valeur de  $x$  ou de  $x'$  correspondra la plus grande valeur de  $\frac{I}{\rho}$  ou de  $\frac{I}{\rho'}$ , c'est-à-dire la plus grande courbure.

On a ainsi, au point A, au point O

$$\frac{I}{\rho} = \frac{I}{EI} \left( \frac{XP}{4} - \frac{P}{2}z - \frac{Pz^2}{2} + \frac{PX^2}{8} \right), \quad \frac{I}{\rho'} = \frac{I}{EI} \left( \frac{P}{2}z + \frac{Pz^2}{2} \right);$$

ou, eu égard à l'équation qui fait connaître  $z$ ,

$$\frac{I}{\rho} = \frac{I}{EI} \left( \frac{P}{2}z + \frac{Pz^2}{2} + \frac{PX^2}{24} \right).$$

On voit que la courbure est plus grande en A qu'en O. L'équation d'équarrissage à adopter est donc celle du point A. Pour  $x=0$  on trouve

$$R' = \frac{V}{I} \left[ \left( \frac{P}{2} + Pz \right) \left( \frac{X}{2} - z \right) + \frac{P}{2} \left( \frac{X}{2} - z \right)^2 \right] \quad \text{ou} \quad R' = \frac{V}{I} \left( \frac{PX}{4} + \frac{PX^2}{8} - \frac{P}{2}z - \frac{Pz^2}{2} \right),$$

ou si l'on pose  $z = \frac{1}{m}X$ , d'où  $m = \frac{X}{z}$ ,

$$R' = \frac{VX}{I} \left( \frac{P}{4} + \frac{P}{8} - \frac{Pm + PX}{2m^2} \right),$$

formule qui est celle que donne le général Ardant, sauf le dénominateur  $m^2$ , qui doit être remplacé par  $2m^2$ .

Si  $P=0$ , on trouve

$$z = \frac{X}{4}, \quad \text{d'où} \quad m = 4.$$

Dans ce cas la courbure est la même en A et en O, et l'on a

$$R' = \frac{V}{I} \frac{PX}{8}.$$

Pour la flèche de Ai, on trouve et de même pour celle de Oi

$$f' = \frac{I}{EI} \frac{PX^3}{384}, \quad f'' = \frac{I}{EI} \frac{PX^3}{384},$$

d'où, pour la flèche totale

$$f = f' + f'' = \frac{I}{EI} \frac{PX^3}{192}.$$

Si  $P=0$ , on trouve

$$z = \frac{X}{\sqrt{12}}, \quad \text{d'où} \quad m = \sqrt{12} = 3,464,$$

et non  $m = 3,472$ , comme le texte l'indique par erreur.

Dans ce cas

$$R' = \frac{V}{I} \frac{pX^2}{12}.$$

Alors la courbure en A est

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{EI} \frac{pX^2}{12};$$

en O elle est

$$\frac{1}{\rho'} = \frac{1}{EI} \frac{pX^2}{24}.$$

Ainsi en A la courbure est double de la courbure en O.

La flèche de la partie Ai devient et celle de Oi

$$f' = \frac{pX^4}{EI} \frac{1}{864},$$

$$f'' = \frac{pX^4}{EI} \frac{5}{3456},$$

d'où, pour la flèche totale,

$$f = f' + f'' = \frac{pX^4}{EI} \times \frac{1}{384}.$$

Si l'on suppose le poids P appliqué au milieu de la pièce dans le cas précédent égal à  $pX$ , on voit que la flèche totale est double dans le cas d'un poids unique de ce qu'elle est lorsque ce poids est uniformément réparti.

Page 200, lignes 29 et 30, *au lieu de prendre la figure, lisez* \*prendre la forme représentée par la figure.

Pages. Lignes.

201,	5,	<i>au lieu de</i>	$m^*$	<i>lisez</i>	* $2m^*$
"	7,	"	$3,472$	"	* $3,464$
"	21,	"	point P	"	poids P

Page 203, N° 142 (*voir la Note ci-après*).

#### NOTE.

##### PIÈCES DROITES POSÉES SUR PLUSIEURS APPUIS DE NIVEAU.

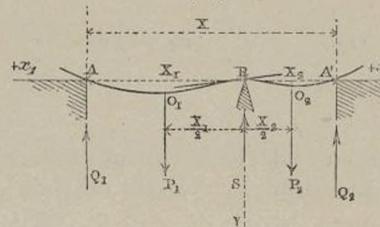
Trois points d'appuis inégalement espacés; un poids unique appliqué au milieu de chacun des intervalles BA et BA'.

On emprunte au cours lithographié de M. Michon (1848, p. 110) le calcul relatif à ce cas.

Les réactions  $Q_1$ , S et  $Q_2$  ne sont pas connues *a priori*; on aura donc à les déterminer; il est à remarquer que l'une des réactions  $Q_1$  ou  $Q_2$  pourra être dirigée de haut en bas au lieu d'agir de bas en haut.

On prend B pour origine et l'on cherche les équations des quatre parties  $BO_1$ ,  $O_1A$ ,  $BO_2$ ,  $O_2A'$ .

Fig. 49.



On trouve :

Pour  $BO_1$ ,

$$EI \frac{I}{\rho} = EI \frac{d^2y}{dx^2} = P_1 \left( \frac{X_1}{2} - x \right) - Q_1 (X_1 - x),$$

$$EI \frac{dy}{dx} = P_1 \left( \frac{X_1}{2} x - \frac{x^2}{2} \right)$$

$$- Q_1 \left( X_1 x - \frac{x^2}{2} \right) + c,$$

$$EI \frac{I}{\rho} = EI \frac{d^2y}{dx^2} = - Q (X_1 - x),$$

$$EI \frac{dy}{dx} = - Q \left( X_1 x - \frac{x^2}{2} \right) + c'_1,$$

$$EIy = - Q \left( \frac{X_1 x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + c'_1 x + c''_1;$$

$\frac{c}{EI}$  étant la tangente au point d'encastrement B,

$$EIy = P \left( \frac{X_1 x^2}{4} - \frac{x^3}{2} \right)$$

$$- Q_1 \left( X_1 x - \frac{x^2}{6} \right) + c x.$$

Pour  $O_1A$ ,

$c'$  et  $c''$  étant des constantes qui déterminent la tangente et l'ordonnée au point  $O_1$ .

Pour  $BO_2$ ,

$$EI \frac{I}{\rho} = P_2 \left( \frac{X_2}{2} - x \right) - Q_2 (X_2 - x),$$

$$EI \frac{dy}{dx} = P_2 \left( \frac{X_2}{2} x - \frac{x^2}{2} \right)$$

$$- Q_2 \left( X_2 x - \frac{x^2}{2} \right) - c;$$

Pour  $O_2A'$

$$EI \frac{I}{\rho} = EI \frac{d^2y}{dx^2} = - Q_2 (X_2 - x),$$

$$EI \frac{dy}{dx} = - Q_2 \left( X_2 x - \frac{x^2}{2} \right) + c'_2,$$

$$EIy = - Q_2 \left( X_2 x - \frac{x^2}{6} \right) + c'_2 x + c''_2.$$

la constante est égale et de signe contraire à celle qui correspond à  $BO_1$ .

Outre les trois réactions  $Q_1$ ,  $S$  et  $Q_2$ , les équations renferment cinq constantes arbitraires ; il faut donc huit équations pour déterminer ces inconnues.

Les conditions générales d'équilibre donnent d'abord

$$(1) \quad P_1 + P_2 = Q_1 + S + Q_2$$

et

$$(2) \quad Q_1 X_1 - Q_2 X_2 = \frac{P_1 X_1}{2} - \frac{P_2 X_2}{2}.$$

Les portions  $BO_1$  et  $O_1A$  ont même tangente et même ordonnée en  $O_1$ , pour  $x = \frac{X_1}{2}$ ; et il en est de même de  $BO_2$  et de  $O_2A'$ , en  $O_2$ , pour  $x = \frac{X_2}{2}$ ; donc

$$(3) \quad \frac{P_1 X_1^2}{8} = c'_1 - c, \quad (5) \quad c''_1 = \frac{P_1 X_1^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} - (c'_1 - c) \frac{X_1}{2},$$

$$(4) \quad \frac{P_2 X_2^2}{8} = c'_2 + c, \quad (6) \quad c''_2 = \frac{P_2 X_2^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} - (c'_2 + c) \frac{X_2}{2}.$$

Enfin les deux courbes  $O_1A$  et  $O_2A'$  devant passer par les points  $A$  et  $A'$ , leurs équations sont satisfaites respectivement par  $y = 0$  et  $x = X_1$ , et par  $y = 0$  et  $x = X_2$ , d'où l'on déduit

$$(7) \quad \frac{Q_1 X_1^3}{3} = c'_1 X_1 + c''_1, \quad (8) \quad \frac{Q_2 X_2^3}{3} = c'_2 X_2 + c''_2;$$

de (3) et (5) on tire

$$c''_1 = -\frac{P_1 X_1^3}{48};$$

de (4) et (6).

$$c''_2 = -\frac{P_2 X_2^3}{48}.$$

De (7) et (8) on tire la valeur de  $Q_1 X_1 - Q_2 X_2$ ; on la reporte dans l'équation (2), qui devient

$$\frac{1}{2} (P_1 X_1 - P_2 X_2) = 3 \left( \frac{c'_1}{X_1} - \frac{c'_2}{X_2} \right) - \frac{1}{16} (P_1 X_1 - P_2 X_2);$$

on remplace  $\frac{c'_1}{X_1} - \frac{c'_2}{X_2}$  par sa valeur tirée de (3) et (4), ce qui donne une équation où il ne reste plus d'autre inconnue que  $c$ , d'où

$$c = \frac{1}{16} \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2) X_1 X_2}{X_1 + X_2}.$$

Substituant cette valeur de  $c$  dans (3) et (4), on trouve

$$c'_1 = \frac{P_1 X_1^2}{8} + \frac{1}{16} \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2) X_1 X_2}{X_1 + X_2} \quad \text{et} \quad c'_2 = \frac{P_2 X_2^2}{8} + \frac{1}{16} \frac{(P_2 X_2 - P_1 X_1) X_1 X_2}{X_1 + X_2}.$$

Enfin, de (7), (8) et (1) on tire

$$Q_1 = \frac{5}{16} P_1 + \frac{3}{16} \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2) X_2}{(X_1 + X_2) X_1},$$

$$Q_2 = \frac{5}{16} P_2 + \frac{3}{16} \frac{(P_2 X_2 - P_1 X_1) X_1}{(X_1 + X_2) X_2} \quad \text{et} \quad S = \frac{11}{16} (P_1 + P_2) + \frac{3}{16} \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2)(X_1^2 - X_2^2)}{(X_1 + X_2) X_1 X_2}.$$

On remarque que la tangente en  $B$  est nulle quand  $c = 0$ , d'où

$$P_1 X_1 - P_2 X_2 = 0.$$

Dans ce cas les trois dernières expressions se simplifient et se réduisent à

$$Q_1 = \frac{5}{16} P_1, \quad Q_2 = \frac{5}{16} P_2 \quad \text{et} \quad S = \frac{11}{16} (P_1 + P_2).$$

On peut déduire de ces expressions les conditions de l'encastrement en un point B, en supposant que  $X_2$  se réduise à une fraction de  $X_1$ .

Les réactions d'un massif sur un prisme qui y est engagé peuvent aussi être assimilées à deux forces R et  $-Q_2$  de sens contraires, distantes l'une de l'autre d'une longueur  $X_2$ , la force  $P_2$  étant supposée nulle. Les valeurs que l'on trouve pour  $Q_2$  et pour R font connaître la résistance que les matériaux devront pouvoir développer sans s'écraser.

Pour trouver l'équation d'équarrissage, on remarquera que la section dangereuse sera nécessairement à l'un des points d'application des forces, celles des extrémités exceptées, c'est-à-dire en B,  $O_1$  ou  $O_2$ ; il faut donc chercher pour lequel de ces trois points  $\frac{1}{\rho}$  est un maximum. Il est facile de voir que, si  $P_1 X_1 > P_2 X_2$ , le maximum ne pourra pas être en  $O_2$ . Faisons donc cette hypothèse et cherchons si le maximum de courbure est en B ou en  $O_1$ . On trouve pour l'équation d'équilibre de  $BO_1$ , en substituant à  $Q_1$  sa valeur,

$$EI \frac{1}{\rho} = P_1 \left( \frac{X_1}{2} - x \right) - \left[ \frac{5}{16} P_1 + \frac{3}{16} \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2) X_2}{(X_1 + X_2) X_1} \right] (X_1 - x).$$

Au point B, pour  $x = 0$ , on aura

$$EI \frac{1}{\rho'} = \left[ \frac{3}{8} P_1 - \frac{3}{8} \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2) X_2}{(X_1 + X_2) X_1} \right] \frac{X_1}{2};$$

et au point  $O_1$ , pour  $x = \frac{X_1}{2}$ , on aura en valeur absolue

$$EI \frac{1}{\rho''} = \left[ \frac{5}{16} P_1 + \frac{3}{16} \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2) X_2}{(X_1 + X_2) X_1} \right] \frac{X_1}{2}.$$

La condition pour que  $\frac{1}{\rho'} > \frac{1}{\rho''}$  est  $P_1 > 9 \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2) X_2}{(X_1 + X_2) X_1}$ .

Si  $P_1 X_1 = P_2 X_2$ , le maximum sera toujours en B.

Quand on aura reconnu si la section dangereuse est en B ou en  $O_1$ , on déterminera l'équarrissage par l'équation

$$R' = \frac{V}{I} \left\{ P_1 \left( \frac{X_1}{2} - x \right) - \left[ \frac{5}{16} P_1 + \frac{3}{16} \frac{(P_1 X_1 - P_2 X_2) X_2}{(X_1 + X_2) X_1} \right] (X_1 - x) \right\},$$

en y faisant  $x = 0$  ou  $x = \frac{X_1}{2}$ .

Il peut exister deux points d'inflexion entre le point B et les points  $O_1$  et  $O_2$ .

Pour les trouver il suffit de faire  $\frac{1}{\rho} = 0$  dans les équations de  $BO_1$  et de  $BO_2$ ; on

trouve ainsi, sur  $BO_1$ ,

$$x = \frac{3X_1(P_1X_1^2 + P_2X_2^2)}{11P_1X_1^2 + 8P_1X_1X_2 + 3P_2X_2^2},$$

et sur  $BO_2$ ,

$$x = \frac{3X_2(P_1X_1^2 + P_2X_2^2)}{11P_2X_2^2 + 8P_2X_1X_2 + 3P_1X_1^2}.$$

Dans le cas considéré par le général Ardant, où  $BA' = BA$  et où  $P_1$  et  $P_2$  sont égaux à  $P$ , on trouve

$$c = 0, \quad Q_1 = \frac{5}{16}P = Q_2, \quad S = \frac{11}{8}P = \frac{11}{4}2P.$$

La condition  $P_1X_1 = P_2X_2$  étant remplie, c'est au point B que se trouve la section dangereuse.

L'équation d'équarrissage se réduit donc à

$$R' = \frac{\sqrt{3}}{116}P_1X_1 = \frac{\sqrt{3}}{132}PX,$$

au lieu de l'équation (*q*), p. 203, du général Ardant.

Quant aux points d'inflexion, ils se trouvent aux distances du point B données sur  $BO_1$  par  $x = \frac{3}{11}X_1$  et sur  $BO_2$  par  $x = \frac{3}{11}X_2$ .

Dans l'hypothèse  $BA' = \frac{1}{2}BA$  ou  $X_2 = \frac{1}{2}X_1 = \frac{1}{2}X$  et  $P_2 = 0, P_1 = P$ , on a

$$P_1X_1 - P_2X_2 = \frac{2}{3}PX, \quad \text{d'où} \quad \frac{9(P_1X_1 - P_2X_2)X_2}{(X_1 + X_2)X_1} = 3P,$$

quantité plus grande que  $P$  ou  $P_1$ . Le maximum de courbure a donc lieu en  $O_1$ . On obtiendra donc l'équation d'équarrissage en faisant, dans l'expression générale ci-dessus,  $x = \frac{X_1}{2}$ , ce qui donne en valeur absolue

$$R' = \frac{\sqrt{3}}{116}PX_1 = \frac{\sqrt{3}}{18}PX,$$

au lieu de l'équation (*r*) du général Ardant.

On trouve d'ailleurs

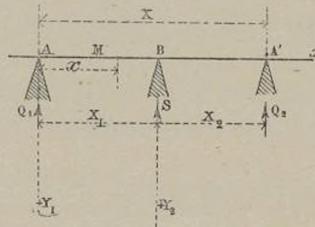
$$S = \frac{11}{8}P, \quad Q_1 = \frac{9}{16}P \quad \text{et} \quad -Q_2 = \frac{5}{16}P.$$

Il existe entre B et  $O_1$  un point d'inflexion à une distance de B donnée par  $x = \frac{1}{5}X_1$ .

**Plusieurs points d'appui dans le cas d'une charge uniformément répartie.** — On emprunte ce calcul au Cours de M. Bresse, 1<sup>re</sup> Partie, p. 145 (1859), en le ramenant aux notations employées par le général Ardant. A l'occasion de la construction du pont du chemin de fer de l'Ouest, à Asnières, l'un des premiers pour lesquels on ait eu recours à des poutres droites reposant sur plus de deux appuis, M. Clapeyron, ingénieur en chef des Mines et membre de l'Académie des Sciences, a beaucoup perfectionné les méthodes appliquées avant lui à ce cas. M. Bresse a tiré grand profit de ses idées, sans s'astreindre pourtant à suivre exactement la même marche.

On fera remarquer d'abord qu'en remplaçant l'épaisseur des piles sur lesquelles s'appuie la poutre par un point unique, on fait une hypothèse défavorable à la résistance, car les supports constituent en réalité un encastrement partiel dont on néglige l'effet.

Fig. 50.



Lorsqu'on veut appliquer ce calcul au cas d'une poutre reposant sur plusieurs appuis, en déterminant les réactions de ces appuis comme dans les exemples qui ont été considérés précédemment, on est conduit à des calculs longs et pénibles. On arrive beaucoup plus simplement au but en prenant pour inconnues auxiliaires les moments fléchissants dans les sections faites au-dessus des points d'appui.

On considérera d'abord deux travées contiguës reposant sur trois appuis consécutifs A, B et A', et l'on désignera par  $\mu'$ ,  $\mu''$ ,  $\mu'''$  les moments fléchissants pour les sections faites en ces trois points. Si l'on considère maintenant un point M de la fibre moyenne dans la travée AB, à la distance  $x$  de l'origine, et si l'on cherche pour la section faite en ce point la valeur du moment fléchissant, il faudra évaluer, relativement au point M, la somme des moments des forces appliquées à la poutre entre ce point et l'extrémité des  $x$  positifs. Or toutes les forces appliquées dans la travée BA' et les suivantes donneront chacune un moment dont l'expression sera du premier degré en  $x$ ; la charge uniformément répartie sur MB, c'est-à-dire  $p(X_1 - x)$ , produira le moment  $\frac{1}{2}p(X_1 - x)^2$ ; donc, en définitive, le moment fléchissant en M sera exprimé par une fonction de la forme  $\mu = \alpha + \beta x + \frac{1}{2}px^2$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  étant des constantes. On aura donc

$$(1) \quad EI \frac{d^2\gamma}{dx^2} = \alpha + \beta x + \frac{1}{2}px^2.$$

Intégrant une première fois et désignant par  $c'$  et  $c''$  les valeurs de  $\frac{dy}{dx}$  pour les points A et B, on aura

$$EI \left( \frac{dy}{dx} - c' \right) = \alpha x + \frac{1}{2}\beta x^2 + \frac{1}{6}px^3 \quad \text{et} \quad EI(c'' - c') = \alpha X_1 + \frac{1}{2}\beta X_1^2 + \frac{1}{6}p X_1^3.$$

Intégrant une deuxième fois, on trouve

$$EI(y - c'x - c) = \frac{\alpha x^2}{2} + \frac{\beta x^3}{6} + \frac{1}{24}px^4;$$

faisant  $x = 0, y = 0$ , on trouve  $c = 0$ ; faisant ensuite  $x = X_1$  et  $y = 0$ , on trouve

$$(2) \quad -EIc' = \frac{\alpha X_1}{2} + \frac{1}{6}\beta X_1^2 + \frac{1}{24}p X_1^3.$$

Éliminant  $c'$  entre les deux relations, on trouve

$$(3) \quad EIc'' = \frac{\alpha' X_1}{2} + \frac{1}{3}\beta' X_1^2 + \frac{1}{8}p' X_1^3.$$

Reportant maintenant l'origine en B, on aurait la relation suivante, semblable à (2),

$$(4) \quad -EIc'' = \frac{\alpha' X_2}{2} + \frac{1}{6}\beta' X_2^2 + \frac{1}{24}p' X_2^3.$$

Éliminant  $c''$  entre (3) et (4), on trouve

$$(5) \quad \frac{1}{2}\alpha X_1 + \frac{1}{2}\alpha' X_2 + \frac{1}{3}\beta X_1^2 + \frac{1}{6}\beta' X_2^2 + \frac{1}{8}p X_1^3 + \frac{1}{24}p' X_2^3 = 0.$$

Cela posé, la fonction  $\mu = \alpha + \beta x + \frac{1}{4}px^2$  doit prendre la valeur  $\mu'$  pour  $x = 0$  et la valeur  $\mu''$  pour  $x = X_1$ ; on aura donc

$$\alpha = \mu' \quad \text{et} \quad \alpha + \beta X_1 + \frac{1}{4}p X_1^2 = \mu'',$$

ou

$$(6) \quad \alpha = \mu' \quad \text{et} \quad \beta = -\frac{1}{2}p X_1 + \frac{\mu'' - \mu'}{X_1}.$$

De même

$$\alpha' = \mu'', \quad \beta' = -\frac{1}{2}p' X_2 + \frac{\mu''' - \mu''}{X_2}.$$

Si l'on substitue ces valeurs de  $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$  dans l'équation (5), elle devient

$$(7) \quad \mu' X_1 + 2\mu''(X_1 + X_2) + \mu''' X_2 - \frac{1}{4}(p X_1^3 + p' X_2^3) = 0.$$

Cette relation remarquable entre les moments fléchissants sur trois points d'appui consécutifs conduit sans peine à la détermination des moments fléchissants pour les sections faites sur tous les points d'appui. Soit, en effet,  $n$  le nombre de ces points d'appui, le nombre des équations semblables à l'équation (7) sera  $n - 2$ ; et comme, la pièce étant supposée reposer librement sur les appuis, les moments extrêmes  $\mu'$  et  $\mu_n$  sont nécessairement nuls, le nombre des moments qu'il restera à calculer au moyen de ces équations sera également  $n - 2$ ; les équations seront donc en nombre suffisant pour la détermination des moments fléchissants.

Quand ces moments auront été calculés, on cherchera pour une travée quelconque, au moyen des formules (6), les quantités  $\alpha, \beta$ , et alors on connaîtra le moment fléchissant pour un point quelconque de cette travée.

Pour rendre sensible la manière dont varie le moment fléchissant, M. Bresse représente pour chaque point de la poutre ce moment par une ordonnée  $\mu$ . Il obtient ainsi une courbe qui est une parabole. On se dispense souvent du calcul de l'effort tranchant. Si l'on veut y avoir égard, on pourra le déduire très-simplement du moment fléchissant.

On a en effet, comme il a été dit,

$$-\frac{dy}{dx} = \Sigma P';$$

or  $\Sigma P'$  n'est autre chose que l'effort tranchant en  $M$ ; donc, puisque l'on connaît  $\mu$  en fonction de  $x$ , on obtiendra immédiatement l'effort tranchant en prenant la dérivée de  $\mu$  et en la changeant de signe. Connaisant l'effort tranchant et le moment de flexion  $\mu$  en un point quelconque de la pièce, on serait en mesure de faire tous les calculs relatifs à sa déformation et à sa résistance, sans qu'il fût nécessaire de chercher les réactions des appuis.

Il ne serait utile de les calculer que si l'on voulait étudier les questions qui se rapportent à la stabilité de ces appuis eux-mêmes.

Pour déterminer ces réactions, si l'on considère deux sections infiniment voisines de l'appui  $B$ , l'une à gauche, l'autre à droite, on aura dans ces deux sections deux efforts tranchants  $\Pi'$  et  $\Pi''$  différents l'un de l'autre, car la réaction  $Q$  de l'appui intermédiaire entre ou n'entre pas dans la somme  $\Sigma P'$ , suivant que l'on considère la première de ces deux sections ou la seconde. Donc  $Q = \Pi' - \Pi''$ , et, comme l'effort tranchant est connu dans toutes les sections, on déduira de cette relation chacune des forces  $Q$ .

Trois points d'appui inégalement espacés. — Appliquons ce calcul au troisième exemple considéré par le général Ardant, n° 142, p. 203.

On suppose  $BA' = \frac{1}{2}BA$  et un poids  $pX$  uniformément réparti sur la longueur  $X$  de la pièce.

En faisant, dans l'équation (7),  $\mu' = 0$ ,  $\mu''' = 0$ ,  $X_2 = \frac{1}{2}X_1 = \frac{1}{3}X$  et  $p = p'$ , on trouve

$$\mu'' = \frac{pX^2}{24}.$$

Il résulte de là, d'après les équations (6), pour la valeur des coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\alpha'$ ,  $\beta'$ ,

$$\alpha = \mu' = 0, \quad \beta = -\frac{13}{48}pX,$$

$$\alpha' = \mu'' = \frac{pX^2}{24}, \quad \beta' = -\frac{7}{24}pX.$$

De là, pour la partie  $AB$ ,

$$EI \frac{1}{\rho} = EI \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{13}{48}pXx + \frac{1}{2}px^2, \quad EI \frac{1}{\rho} = EI \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{pX^2}{24} - \frac{7}{24}pXx + \frac{1}{2}px^2,$$

$$EI \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{13}{48}pX + px \\ = \Pi', \quad \text{effort tranchant,}$$

$$EI \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{1}{\rho} \right) = +p.$$

$$EI \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{7}{24}pX + px \\ = \Pi'', \quad \text{effort tranchant,}$$

$$EI \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{1}{\rho} \right) = +p.$$

Ainsi, dans la partie  $AB$ , la courbure nulle pour  $x = 0$  croît depuis le point

$x = \frac{1}{2} X$ , pour lequel elle est encore nulle, jusqu'au point B, où elle atteint un maximum.

Elle atteint encore un maximum en valeur absolue pour le point  $x = \frac{1}{18} X$ , pour lequel  $\frac{d}{dx} \left( \frac{\rho}{\rho} \right) = 0$ .

Au point B, dont l'abscisse  $x = X_1 = \frac{2}{3} X$ , on a

$$EI \frac{1}{\rho} = \frac{1}{24} p X^2 = 0,0417 p X^2.$$

Au point  $x = \frac{1}{48} X$ ,

$$EI \frac{1}{\rho} = -\frac{1}{2} \left( \frac{13}{48} \right)^2 p X^2 = -0,0368 p X^2.$$

Or  $\frac{1}{48} X = \frac{1}{32} X_1$ , et  $(1 - \frac{1}{32}) X_1 = \frac{1}{32} X_1$ . C'est la distance du point considéré à B, et non  $\frac{1}{16} X_1$ , comme l'indique le général Ardant. Dans la partie BA' la courbure est nulle pour  $x = X^2 = \frac{1}{3} X$ , et pour  $x = \frac{3}{16} X^2 = \frac{1}{16} X$ .

Elle devient maximum pour  $x = 0$ , auquel cas on a encore

$$EI \frac{1}{\rho} = \frac{1}{24} p X^2.$$

Elle l'est également pour  $x = \frac{7}{24} X = \frac{7}{8} X_2$ , et alors  $EI \frac{1}{\rho} = -0,00086 p X^2$ .

C'est donc au point B que la rupture est à craindre, ce qui donne, pour l'équation d'équarrissage,

$$(8) \quad R' = \frac{V}{I} \frac{p X^2}{24}.$$

La réaction en A sera donnée par l'expression de l'effort tranchant, où il suffit de faire  $x = 0$ . Elle sera

$$+Q_1 = \Pi'(0) = \frac{1}{48} p X.$$

De même, on aura en A'

$$+Q_2 = -\Pi''(X_1) = -\frac{7}{24} p X + \frac{p X}{3} = \frac{p X}{24}.$$

Pour avoir la réaction S en B, on fera d'abord  $x = X_1 = \frac{2}{3} X$  dans l'expression  $\Pi'$  de l'effort tranchant pour la partie AB, ce qui donne

$$\frac{1}{48} p X = \Pi'(X_1);$$

ensuite on fera  $x = 0$  dans l'expression  $\Pi''$  de l'effort tranchant pour BA', ce qui donne

$$-\frac{7}{24} p X = \Pi''(0);$$

puis on retranchera la première quantité de la seconde, ce qui donne

$$+S = \Pi'(X_1) - \Pi''(0) = \frac{11}{144} p X.$$

Trois points d'appui également espacés (ce cas et les deux suivants sont ceux du tableau  $b$ , p. 204). On doit supposer  $X_1 = X_2 = \frac{1}{2}X$  et  $p' = p$ . De l'équation (7) on tire, en y faisant  $\mu' = 0$  et  $\mu''' = 0$ ,

$$\mu'' = \frac{p}{8} X_1^2 = \frac{p}{32} X^2.$$

De là, d'après les équations (6),

$$\alpha = \mu' = 0, \quad \beta = -\frac{3}{8}pX_1,$$

$$\alpha' = \mu'' = \frac{p}{8}X_1^2, \quad \beta' = -\frac{5}{8}pX_1.$$

Par suite, pour la partie AB,

$$EI \frac{I}{p} = EI \frac{d^2Y}{dx^2} = -\frac{3}{8}pX_1x + \frac{1}{2}px^2.$$

$$EI \frac{I}{p} = EI \frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{p}{8}X_1^2 - \frac{5}{8}pX_1x + \frac{1}{2}px^2.$$

Il est facile de voir d'ailleurs que la deuxième équation se déduit de la première par le changement de  $x$  en  $\frac{X}{2} - x$ ; il suffira donc de s'occuper de la première, qui donne

$$EI \frac{d}{dx} \left( \frac{I}{p} \right) = -\frac{3}{8}pX_1 + px = \Pi', \quad \text{effort tranchant},$$

$$EI \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{I}{p} \right) = +p.$$

A partir du point  $x = \frac{3}{4}X_1 = \frac{3}{8}X$ , pour lequel la courbure  $\frac{I}{p}$  est nulle, cette courbure augmente avec  $x$ , et pour  $x = X_1 = \frac{X}{2}$  elle atteint une valeur maximum; on a

$$EI \frac{I}{p} = \frac{1}{32}pX^2 = 0,03125pX^2.$$

Un autre maximum en valeur absolue a lieu pour  $x = \frac{5}{8}X_1 = \frac{5}{16}X$ , c'est-à-dire au milieu de la distance qui sépare les deux points où la courbe est nulle. Pour  $x = \frac{5}{8}X_1 = \frac{5}{16}X$ , on a

$$EI \frac{I}{p} = -\frac{1}{2} \left( \frac{3}{16} \right)^2 pX^2 = -0,0176pX^2.$$

C'est en B que la rupture est le plus à craindre; l'équation d'équarrissage doit donc être établie pour ce point: elle sera

$$R' = \frac{V}{I} \mu'' = \frac{V}{I} \frac{p}{32} X^2 = 0,03125 \frac{V}{I} pX^2.$$

La réaction de l'appui A ou A' sera

$$+Q_i = -\Pi'(0) = +\frac{3}{8}pX = -0,18750pX.$$

La réaction de l'appui B sera

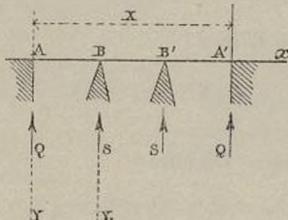
$$+S = -\Pi''(0) + \Pi'(X_1) = +2\Pi'(X_1), \quad \text{car } \Pi''(0) = -\Pi'(X_1).$$

On aura  $\Pi'(X_1)$  en faisant  $x = \frac{X}{2}$  dans l'expression de  $\Pi'$ , ce qui donne

$$\Pi'(X_1) = \frac{5}{16} p X, \text{ donc } +S = +\frac{5}{8} p X = +0,6250 p X.$$

Quatre appuis également espacés. — On doit supposer  $X_1 = X_2 = X_3 = \frac{X}{3}$ .

Fig. 51.



L'équation (7) donne

$$4\mu''X_1 + \mu'''X_1 - \frac{1}{2}pX_1^3 = 0 \quad \text{et} \quad \mu''X_1 + 4\mu'''X_1 - \frac{1}{2}pX_1^3 = 0,$$

d'où l'on tire

$$\mu'' = \frac{1}{16}pX_1^2 = \mu'''.$$

On a ensuite, d'après les équations (6),

$$\alpha = \mu' = 0, \quad \beta = -\frac{2}{5}pX_1, \quad \alpha' = \mu'' = \frac{1}{16}pX_1^2, \quad \beta' = -\frac{1}{2}pX_1.$$

Par suite, pour la partie AB,

$$EI \frac{1}{\rho} = EI \frac{d^2Y}{dx^2} = -\frac{2}{5}pX_1x + \frac{1}{2}px^2,$$

$$EI \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{2}{5}pX_1 + px = \Pi',$$

$$EI \frac{d^3}{dx^3} \left( \frac{1}{\rho} \right) = +p,$$

$$EI \frac{1}{\rho} = EI \frac{d^2Y}{dx^2}$$

$$= \frac{1}{10}pX_1^2 - \frac{1}{2}pX_1x + \frac{1}{2}px^2,$$

$$EI \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{1}{2}pX_1 + px = \Pi'',$$

$$EI \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{1}{\rho} \right) = +p.$$

La courbure est nulle pour  $x = 0$  et pour  $x = \frac{1}{5}X_1$ . A partir de ce point elle croît jusqu'à  $x = X_1$ , c'est-à-dire en B, où

$$EI \frac{1}{\rho} = \frac{1}{10}pX_1^2 = \frac{1}{90}pX^2.$$

La courbure atteint en valeur absolue un autre maximum au point pour lequel  $x = \frac{2}{5}X_1$ . En ce point on a

$$EI \frac{1}{\rho} = -\frac{2}{25}pX_1^2 = -\frac{2}{225}pX^2.$$

La courbure atteint deux valeurs nulles pour  $x = \frac{X_1}{2} \left( 1 \pm \frac{1}{5}\sqrt{5} \right)$ .

Pour  $x = 0$ , c'est-à-dire en B, elle est la même que pour la partie AB.

Elle atteint un autre maximum pour  $x = \frac{1}{2}X_1$ . En ce point on a

$$EI \frac{1}{\rho} = -\frac{1}{40}pX_1^2 = -\frac{1}{360}pX^2.$$

C'est en B que la courbure est la plus forte et qu'on doit calculer l'équarrissage.  
On trouve

$$R' = \frac{V}{I} \frac{1}{90} p X^2 = 0,01111 \frac{V}{I} p X^2.$$

La réaction de l'appui A ou A' sera

$$+Q = -\Pi'(0) = +\frac{2}{15} p X = +0,13333 p X.$$

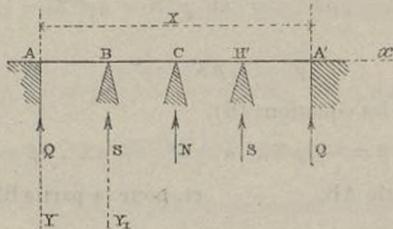
La réaction de l'appui B ou B' sera

$$+S = -\Pi''(0) + \Pi'(X_1) = +\frac{11}{36} p X = +0,36666 p X.$$

Cinq appuis également espacés. — On aura

$$X_1 = X_2 = X_3 = X_4 = \frac{1}{4} X.$$

Fig. 52.



L'équation (7) donne

$$4\mu'' X_1 + \mu''' X_1 - \frac{1}{2} p X_1^3 = 0,$$

$$\mu'' X_1 + 4\mu''' X_1 + \mu''' X_1 - \frac{1}{2} p X_1^3 = 0,$$

$$\mu''' X_1 + 4\mu''' X_1 - \frac{1}{2} p X_1^3 = 0,$$

d'où

$$\mu'' = \frac{3}{28} p X_1^2 = \mu''' \quad \text{et} \quad \mu''' = \frac{1}{4} p X_1^2.$$

Par suite

$$\alpha = \mu' = 0, \quad \beta = -\frac{11}{28} p X_1, \quad \alpha' = \mu'' = \frac{3}{28} p X_1^2, \quad \beta' = -\frac{15}{28} p X_1.$$

On aura donc, pour la partie AB, et, pour la partie BC,

$$EI \frac{1}{\rho} = EI \frac{d^2\gamma}{dx^2} = -\frac{11}{28} p X_1 x + \frac{1}{2} p x^2, \quad EI \frac{1}{\rho} = EI \frac{d^2\gamma}{dx^2} = \frac{3}{28} p X_1^2$$

$$EI \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{11}{28} p X_1 + p x = \Pi', \quad -\frac{15}{28} p X_1 x + \frac{1}{2} p x^2,$$

$$EI \frac{d^2}{dx^2} \left( \frac{1}{\rho} \right) = +p, \quad EI \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\rho} \right) = -\frac{15}{28} p X_1 + p x,$$

$$EI \frac{d^3}{dx^3} \left( \frac{1}{\rho} \right) = +p.$$

La courbure est nulle pour  $x=0$  et  $x=\frac{1}{5}X_1$ . A partir de ce point elle croit jusqu'en B où  $x=X_1$ , et où l'on a

$$EI \frac{1}{\rho} = \frac{3}{28} p X_i^2 = \frac{166}{2.28} p X_i^2.$$

Elle atteint en valeur absolue un autre maximum au point

$$x = \frac{11}{28} X_1.$$

En ce point on a

$$EI \frac{1}{\rho} = -\frac{121}{2.28} p X_i^2.$$

Des cinq valeurs maxima de la courbure on voit que c'est celle du point B qui est la plus forte.

On aura donc, pour l'équation d'équarrissage,

$$R' = \frac{3}{28} \frac{V}{I} p X_i^2 = \frac{3}{448} p X^2 = 0,0066964 \frac{V}{I} p X^2.$$

La réaction de l'appui A ou A' sera

$$+Q = -\Pi'(0) = +\frac{11}{112} p X = 0,098214 p X,$$

celle de l'appui B ou B'

$$S = -\Pi''(0) + \Pi'(X_1) = p X = 0,28571 p X,$$

celle de l'appui C

$$N = -\Pi''(X_1) + \Pi'''(0) = -2\Pi''(X_1) = \frac{13}{56} p X = 0,232143 p X.$$

Page. Ligne.

203,	14,	au lieu de	$\frac{V}{I} \frac{3}{16} p X$	lisez	$*\frac{V}{I} \frac{3}{32} p X$
"	18,	"	$BA' = \frac{1}{2} BA$	"	$BA = \frac{1}{2} BA'$
"	20,	"	$\frac{V}{I} \frac{PX}{4}$	"	$\frac{V}{I} \frac{PX}{8}$
"	24,	"	en B	"	au milieu de AB
"	29,	"	$\frac{19}{48}$	"	$*\frac{19}{32}$
204,	tableau b	"	$0,0161 \frac{V}{I} p X^2$	"	$0,01111 \frac{V}{I} p X^2$
"	"	"	$0,0076 \frac{V}{I} p X^2$	"	$*0,0067 \frac{V}{I} p X^2$
"	"	"	$0,23216 p X$	"	$*0,23214 p X$
205,	3,	*au dénominateur supprimez R'			
206,	13,	au lieu de	poids	lisez	*pied
"	"	"	l'arbalétrier	"	la pièce

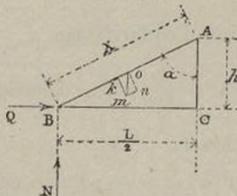
Pages.	Lignes.				
206,	24,	<i>au lieu de</i>	<i>fig. 33</i>	<i>lisez</i>	* <i>fig. 30</i>
"	26,	"	$\frac{L}{4}$	"	* $\frac{L}{8}$
"	29,	"	$\frac{3}{4}$	"	* $\frac{3}{4}$
206,	26 et 29 [n° 144, formules ( <i>u</i> ) et ( <i>u'</i> )]	(voir la Note ci-après).			

## NOTE.

## Équarrissage des pièces inclinées.

M. le colonel de la Grèverie, en signalant les deux corrections indiquées ci-dessus aux formules (*u*), ligne 26, et (*u'*), ligne 29, p. 206, fait remarquer que non-seulement la formule (*g*), reproduite p. 205, n'a pas été exactement appliquée, mais qu'en outre il faut prendre la compression au milieu de l'arbalétrier et non au pied.

Fig. 53.



En ce qui concerne d'abord les premières corrections, on trouve, pour les composantes de  $P'$ ,

$$On = \frac{P'L}{2X} \quad \text{et} \quad Ok = \frac{P'h}{X},$$

puis, pour la composante normale de  $p'X$ ,  $\frac{p'L}{2}$ , et, pour la composante suivant AB,  $p'h$ .

L'effort horizontal  $Q$  est donné par l'équation

$$Qh = (P' + p'X) \frac{L}{4}, \quad \text{d'où} \quad Q = \frac{L(P' + p'X)}{4h}.$$

La composante de  $Q$  suivant BA est

$$Q \frac{L}{2X} = \frac{L^2}{8hX} (P' + p'X),$$

expression dans laquelle il faut faire  $\frac{L^2}{4} = X^2 - h^2$ .

La somme des trois composantes ci-dessus dirigées dans le sens de AB est

$$T = \frac{X^2 + h^2}{2hX} (P' + p'X).$$

Introduisant cette valeur dans la formule du n° 143, p. 205, et faisant en outre  $P = \frac{P'L}{2X}, \frac{X}{2} (p + \Omega d) = \frac{p'L}{2}$  et  $n = 2$ , on trouve la formule ( $u$ ) avec la correction indiquée. Faisant ensuite  $\frac{I}{V} = \frac{ab^2}{6}$ , on obtient la formule ( $u'$ ).

Quant au calcul à faire pour tenir compte de la compression au milieu de l'arbalétrier, voici comment il est fait dans le Cours lithographié de M. Michon, p. 150. On reproduit ce calcul en le complétant par l'introduction de la force  $P'$ , qui n'y figure pas.

La réaction horizontale en B étant

$$Q = \frac{p'LX}{4h} + \frac{LP'}{4h} = \frac{p'L}{4\cos\alpha} + \frac{P'\sin\alpha}{2\cos\alpha},$$

la réaction verticale égale au poids de la demi-ferme sera

$$N = p'X + P' = \frac{p'L}{2\sin\alpha} + P'.$$

La somme des composantes dans le sens de la longueur de la pièce à son extrémité inférieure sera

$$\begin{aligned} N\cos\alpha + Q\sin\alpha &= \left(\frac{p'L}{2\sin\alpha} + P'\right)\cos\alpha + \left(\frac{p'L}{4\cos\alpha} + \frac{P'\sin\alpha}{2\cos\alpha}\right)\sin\alpha \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{p'L}{2\sin\alpha} + P'\right)\left(\frac{\cos^2\alpha + 1}{\cos\alpha}\right). \end{aligned}$$

Cette compression décroît à mesure que l'on se rapproche du sommet, et en un point quelconque situé à une distance  $x$  du point B, elle sera

$$T = Q\sin\alpha + p'\cos\alpha(X - x) + P'\cos\alpha,$$

tant que  $x$  sera moindre que  $\frac{X}{2}$ , et  $T = Q\sin\alpha + p'\cos\alpha(X - x)$  pour les valeurs de  $x$  plus grandes que  $\frac{X}{2}$ .

Ainsi

$$T' = \left(\frac{p'L}{4\cos\alpha} - \frac{P'\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)\sin\alpha + p'\cos\alpha\left(\frac{L}{2\sin\alpha} - x\right) + P'\cos\alpha.$$

Au point milieu qui correspond au maximum de courbure, et pour lequel  $x = \frac{L}{4\sin\alpha}$ , cette expression devient

$$T' = \frac{p'L}{4} \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha} + P' \frac{1 + \cos^2\alpha}{2\cos\alpha} = \frac{p'X^2}{2h} + \frac{P'(X^2 + h^2)}{2hX}.$$

On remarque que, si  $P' = 0$ ,  $L$  étant donné, cette compression est un minimum pour  $\alpha = 45^\circ$ .

En introduisant cette expression dans la formule de la page 205, on trouve

$$R' = \pm \left[ \frac{P'X^2}{h\Omega} + P' \frac{(X^2 + h^2)}{2hX\Omega} \right] + \frac{V}{I} \frac{L}{8} \left( P' + \frac{P'X}{2} \right).$$

En faisant dans cette formule  $P' = 0$  et  $X = \frac{L}{2 \sin \alpha}$ , on trouve

$$R' = \pm \frac{P'L}{4\Omega \sin \alpha \cos \alpha} + \frac{V}{I} \frac{P'L^2}{\sin \alpha}.$$

C'est l'équation à laquelle arrive M. Michon.

Pages 207, 208 et 209, n°s 145, 146 et 147 (voir la Note ci-après).

#### NOTE.

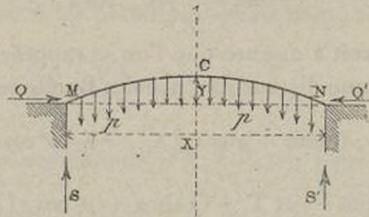
##### PIÈCES COURBES POSÉES SUR DEUX APPUIS DE NIVEAU DONT LA DISTANCE EST INVARIABLE (\*).

Arc surbaissé circulaire en bois ou fer, destiné à porter des poids.

En raison de la symétrie, on peut regarder l'arc comme encastré en C et ne s'occuper que d'une des moitiés de la pièce.

L'arc peut être considéré comme en équilibre sous l'action combinée des forces S, Q, p et des réactions moléculaires développées dans ses différentes sections.

Fig. 54.



On négligera les allongements et les raccourcissements dus aux efforts normaux aux diverses sections, et par suite on peut admettre que la région des fibres neutres coïncide avec le lieu géométrique des axes de figure des différentes sections de l'arc.

L'équation d'équilibre pour une section normale m sera

$$(1) \quad \frac{I}{\rho} - \frac{I}{\rho_0} = \frac{I}{EI} \left[ Q(Y - r) - S \left( \frac{X}{2} - x \right) + P \frac{\left( \frac{X}{2} - x \right)^2}{2} \right].$$

Pour obtenir la réaction Q, on fait abstraction de la rigidité de l'arc et l'on

(\*) On trouve ce calcul dans l'ouvrage du général Ardent intitulé : *Études théoriques et expérimentales sur l'établissement des charpentes à grande portée*; 1840, p. 115 et suivantes; dans le Cours de M. Michon, 1848, p. 254 et suivantes; et dans le Cours de M. Chassinat, 1866, p. 136 et suivantes.

exprime la condition de l'équilibre de rotation par rapport au point C, ce qui doit en réalité donner pour Q une valeur trop forte, dont on se contente néanmoins dans la pratique.

On trouve ainsi

$$QY - S \frac{X}{2} - p \frac{X}{2} \times \frac{X}{4} = 0,$$

d'où, puisque  $S = p \frac{X}{2}$ ,

$$Q = \frac{p X^2}{8 Y}.$$

Afin de déterminer la poussée et l'abaissement du sommet de l'arc, on cherche, en partant de l'équation d'équilibre (1), quels sont, pour un point quelconque  $m$ , le déplacement horizontal  $x' - x$  et le déplacement vertical  $y' - y$  en fonction de l'angle  $\varphi$ . On en déduit ensuite la poussée, en exprimant que pour le point M, c'est-à-dire pour  $\varphi = \Phi$ , on a  $x' - x = 0$ .

Fig. 55.

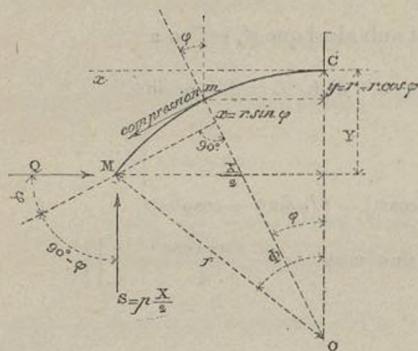
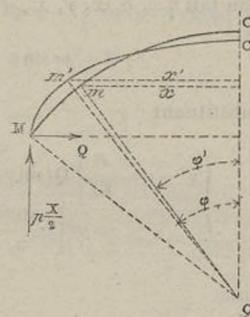


Fig. 56.



On aura de même l'abaissement du sommet en faisant  $\varphi = \Phi$  dans l'expression de  $y' - y$ .

Pour calculer les déplacements  $x' - x$  et  $y' - y$ , on substitue dans l'équation (1) à  $x$ ,  $y$ ,  $\frac{X}{2}$  et  $Y$  leurs valeurs en fonction de  $\varphi$  et de  $\Phi$ , c'est-à-dire  $x = r \sin \varphi$ ,

$y = r(1 - \cos \varphi)$ ,  $\frac{X}{2} = r \sin \Phi$  et  $Y = r(1 - \cos \Phi)$ , ce qui donne

$$\frac{I}{\rho} - \frac{I}{\rho_0} = \frac{r}{EI} [Q(\cos \varphi - \cos \Phi) - S(\sin \Phi - \sin \varphi) + pr(\sin^2 \Phi - 2 \sin \Phi \sin \varphi + \sin^2 \varphi)].$$

D'ailleurs, comme  $ds = \rho d\varphi'$  et  $ds = \rho_0 d\varphi$ , on a

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi'}{ds} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\rho_0} = \frac{d\varphi}{ds},$$

d'où

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{d\varphi' - d\varphi}{ds} = \frac{d\varphi' - d\varphi}{r d\varphi},$$

car on a aussi

$$ds = r d\varphi.$$

Substituant à  $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}$  cette expression fonction de  $\varphi$  et de  $\varphi'$ , et intégrant, on trouve

$$\begin{aligned} \varphi' - \varphi &= \frac{r^2}{EI} [Q(\sin \varphi - \varphi \cos \Phi) - S(\varphi \sin \Phi + \cos \varphi) \\ &\quad + \frac{pr}{2} \left( \varphi \sin^2 \Phi + 2 \sin \Phi \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\varphi}{2} \right) + C], \end{aligned}$$

car on a

$$\int \sin^2 \varphi d\varphi = - \int \sin \varphi d\cos \varphi = - \sin \varphi \cos \varphi + \int \cos^2 \varphi d\varphi = \varphi - \sin \varphi \cos \varphi - \int \sin^2 \varphi d\varphi,$$

d'où

$$\int \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{1}{2}(\varphi - \sin \varphi \cos \varphi).$$

Si l'on fait  $\varphi = 0, x, y, x', y'$  sont nuls ainsi que  $\varphi'$ , et l'on a

$$-S + pr \sin \Phi + C = 0, \quad \text{d'où} \quad C = S - pr \sin \Phi,$$

et en substituant

$$(2) \quad \begin{cases} \varphi' - \varphi = \frac{r^2}{EI} \left\{ Q(\sin \varphi - \varphi \cos \Phi) - S(\varphi \sin \Phi + \cos \varphi - 1) \right. \\ \left. + pr \left[ \frac{\varphi \sin^2 \Phi}{2} + \sin \Phi (\cos \varphi - 1) - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{4} + \frac{\varphi}{4} \right] \right\}. \end{cases}$$

Or on a

$$dx = ds \cos \varphi, \quad dy = ds \sin \varphi, \quad dx' = ds \cos \varphi', \quad dy' = ds \sin \varphi', \quad ds = r d\varphi,$$

d'où

$$dx' - dx = ds(\cos \varphi' - \cos \varphi) = -2 r d\varphi \sin \frac{\varphi + \varphi'}{2} \sin \frac{\varphi' - \varphi}{2}$$

et

$$dy' - dy = ds(\sin \varphi' - \sin \varphi) = 2 r d\varphi \sin \frac{\varphi' - \varphi}{2} \cos \frac{\varphi + \varphi'}{2}.$$

On peut admettre approximativement que l'on a

$$\sin \frac{\varphi' - \varphi}{2} = \frac{\varphi' - \varphi}{2},$$

et que  $\varphi' + \varphi = 2\varphi$ , ce qui donne

$$dx' - dx = -r(\varphi' - \varphi) \sin \varphi d\varphi \quad \text{et} \quad dy' - dy = r(\varphi' - \varphi) \cos \varphi d\varphi.$$

Par suite

$$\begin{aligned} dx' - dx &= -\frac{r^3 d\varphi}{EI} \left\{ Q(\sin^2 \varphi - \varphi \sin \varphi \cos \Phi) - S(\varphi \sin \Phi \sin \varphi + \sin \varphi \cos \varphi - \sin \varphi) \right. \\ &\quad \left. + pr \left[ \frac{\varphi \sin \varphi \sin^2 \Phi}{2} + \sin \Phi \sin \varphi \cos \varphi - \sin \Phi \sin \varphi - \frac{\sin^2 \varphi \cos \varphi}{4} + \frac{\varphi \sin \varphi}{4} \right] \right\}, \\ dy' - dy &= \frac{r^3 d\varphi}{EI} \left\{ Q(\sin \varphi \cos \varphi - \varphi \cos \varphi \cos \Phi) - S(\varphi \cos \varphi \sin \Phi + \cos^2 \varphi - \cos \varphi) \right. \\ &\quad \left. + pr \left[ \frac{\varphi \cos \varphi \sin^2 \Phi}{2} + \sin \Phi \cos^2 \varphi - \sin \Phi \cos \varphi - \frac{\sin \varphi \cos^2 \varphi}{4} + \frac{\varphi \cos \varphi}{4} \right] \right\}. \end{aligned}$$

En intégrant, on obtient (\*)

$$\begin{aligned} x' - x &= -\frac{r^3}{EI} \left\{ Q \left[ \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} - \cos \Phi (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \right] \right. \\ &\quad - S \left[ \sin \Phi (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) - \frac{1}{4} + \frac{\sin^2 \varphi}{2} + \cos \varphi \right] \\ &\quad \left. + pr \left[ \frac{\sin^2 \Phi}{2} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) + \sin \Phi \left( \frac{\sin^2 \varphi}{2} - \frac{1}{4} + \cos \varphi \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{12} \sin^3 \varphi + \frac{1}{4} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \right] + C \right\}, \\ y' - y &= \frac{r^3}{EI} \left\{ Q \left[ -\frac{1}{4} + \frac{\sin^2 \varphi}{2} - (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi) \cos \Phi \right] \right. \\ &\quad - S \left[ \sin \Phi (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi) + \frac{\varphi}{2} + \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} - \sin \varphi \right] \\ &\quad \left. + pr \left[ \frac{\sin^2 \Phi}{2} (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi) + \sin \Phi \left( \frac{\varphi}{2} + \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} - \sin \varphi \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\cos^3 \varphi}{12} + \frac{\varphi \sin \varphi + \cos \varphi}{4} \right] + C' \right\}. \end{aligned}$$

Pour  $\varphi = 0$ ,  $x, x', y, y'$  sont nuls, et l'on a

$$C = \frac{3}{4} S - \frac{3}{4} pr \sin \Phi, \quad C' = S \sin \Phi + Q \left( \frac{1}{4} + \cos \Phi \right) - pr \left( \frac{\sin^2 \Phi}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right);$$

(\*) On a en effet :

$$\int \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2},$$

$$\int \varphi \sin \varphi d\varphi = \int \varphi d \cos \varphi = -\varphi \cos \varphi + \int \cos \varphi d\varphi = -\varphi \cos \varphi + \sin \varphi,$$

$$\int \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = \frac{1}{2} \int \sin 2\varphi d2\varphi = -\frac{1}{4} \cos 2\varphi = -\frac{1}{4} (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) = -\frac{1}{4} + \frac{\sin^2 \varphi}{2},$$

$$\int \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi = \int \sin^2 \varphi d \sin \varphi = \frac{\sin^3 \varphi}{3},$$

$$\int \varphi \cos \varphi d\varphi = \int \varphi d \sin \varphi = \varphi \sin \varphi - \int \sin \varphi d\varphi = \varphi \sin \varphi + \cos \varphi,$$

$$\int \cos^2 \varphi d\varphi = \int (1 - \sin^2 \varphi) d\varphi = \varphi - \int \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\varphi}{2} + \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2},$$

$$\int \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = - \int \cos^2 \varphi d \cos \varphi = -\frac{\cos^3 \varphi}{3}.$$

d'où il résulte

$$\begin{aligned} x' - x = & - \frac{r^3}{EI} \left\{ Q \left[ \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} - \cos \Phi (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \right] \right. \\ & - S \left[ \sin \Phi (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) + \frac{\sin^2 \varphi}{2} + \cos \varphi - 1 \right] \\ & + pr \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{\sin^2 \Phi}{2} \right) (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \right. \\ & \left. \left. + \sin \Phi \left( \frac{\sin^2 \varphi}{2} + \cos \varphi - 1 \right) - \frac{\sin^3 \varphi}{12} \right] \right\}, \\ r' - r = & \frac{r^3}{EI} \left\{ Q \left[ \frac{\sin^2 \varphi}{2} - \cos \Phi (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1) \right] \right. \\ & - S \left[ \sin \Phi (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1) + \frac{\varphi}{2} + \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} - \sin \varphi \right] \\ & + pr \left[ \left( \frac{1}{4} + \frac{\sin^2 \Phi}{2} \right) (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi - 1) \right. \\ & \left. \left. + \sin \Phi \left( \frac{\varphi}{2} + \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{2} - \sin \varphi \right) + \frac{\cos^3 \varphi}{12} - \frac{1}{12} \right] \right\}. \end{aligned}$$

**Poussée exercée contre les appuis.** — Pour obtenir la poussée  $Q$ , il faudrait faire  $\varphi = \Phi$  dans la valeur ci-dessus de  $x' - x$ , puis égaler le résultat à zéro. Le calcul serait très-compliqué. On peut le simplifier beaucoup dans les cas ordinaires de la pratique.

**Cas d'un arc surbaissé.** — Si l'on considère un arc surbaissé, dans la valeur de  $x' - x$ , on fait  $\varphi = \Phi$ , on remplace  $\sin \Phi$  et  $\cos \Phi$  par les valeurs développées en fonction de  $\Phi$ , en négligeant les puissances supérieures à la cinquième.

On a alors

$$\begin{aligned} \sin \Phi &= \Phi - \frac{\Phi^3}{2 \cdot 3} + \frac{\Phi^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}, & \cos \Phi &= 1 - \frac{\Phi^2}{2} + \frac{\Phi^4}{2 \cdot 3 \cdot 4}, \\ \sin^2 \Phi &= \Phi^2 - \frac{1}{3} \Phi^4, & \cos^2 \Phi &= 1 - \Phi^2 + \frac{1}{3} \Phi^4, \\ \sin^3 \Phi &= \Phi^3 - \frac{1}{2} \Phi^5, & \sin^2 \Phi \cos \Phi &= \Phi^2 - \frac{5}{6} \Phi^4, \\ \sin \Phi \cos \Phi &= \Phi - \frac{2}{3} \Phi^2 + \frac{2}{15} \Phi^4, & \Phi \sin^2 \Phi \cos \Phi &= \Phi^3 - \frac{5}{6} \Phi^5. \end{aligned}$$

Le calcul donne

$$Q = \frac{15}{2} \left( \frac{5}{24} \frac{S}{\Phi} - \frac{9}{120} pr \right).$$

**Cas d'un arc très-surbaissé.** — Dans ce cas  $\frac{X}{2} = r \sin \Phi$  et  $S = \frac{pX}{2} = pr \sin \Phi$ ; et, si l'on remplace  $\sin \Phi$  par  $\Phi$ , on a

$$S = pr\Phi, \quad \text{d'où} \quad p = \frac{S}{r\Phi}.$$

D'un autre côté

$$\frac{Y}{\frac{1}{2} X} = \tan \frac{1}{2} \Phi,$$

et, si l'on remplace  $\tan \frac{1}{r}\Phi$  par  $\Phi$ , on trouve

$$\Phi = \frac{4Y}{X} \quad \text{et} \quad p = \frac{SX}{4rY}.$$

Substituant ces valeurs de  $\Phi$  et de  $p$  dans l'expression de  $Q$  correspondant au cas d'un arc surbaissé, on trouve

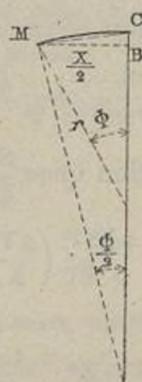
$$Q = \frac{SX}{4Y},$$

et, comme  $S = p \frac{X}{2}$ ,

$$Q = \frac{pX^2}{8Y}.$$

On retrouve ainsi pour  $Q$  la même valeur que dans le cas où l'on négligeait la rigidité de l'arc. C'est qu'en effet les résultantes successives de la poussée et des

Fig. 57.



forces  $p$  sont sensiblement dirigées suivant les éléments de l'arc; la pièce n'a plus à résister à des efforts de compression et la résistance à la flexion ou la rigidité n'intervient plus.

*Cas d'un arc en plein cintre.* — Dans  $x' - x$  on fera

$$\varphi = \Phi = \frac{\pi}{2}, \quad \sin \varphi = \sin \Phi = 1, \quad \cos \varphi = \cos \Phi = 0.$$

On trouve

$$x' - x = -\frac{r^3}{EI} \left( Q \frac{\pi}{4} - \frac{S}{2} + \frac{pr}{6} \right).$$

Égalant à zéro et remarquant que l'on a

$$\frac{X}{2} = r, \quad S = \frac{pX}{2} = pr,$$

il vient

$$Q = \frac{4}{3} \frac{S}{\pi} = 0,424S.$$

*Abaissement du sommet de l'arc.* — Si dans l'expression de  $y' - y$  on fait  $\varphi = \Phi$ ,

on aura l'abaissement du pied de l'arc par rapport à sa position primitive rapportée au sommet supposé fixe. Inversement, si l'on suppose les appuis inébranlables, cette valeur de  $\gamma' - \gamma$  représentera l'abaissement du sommet de l'arc.

*Cas d'un arc surbaissé.* — On fait  $\varphi = \Phi$  dans l'expression de  $\gamma' - \gamma$ , et l'on développe  $\sin \Phi$  et  $\cos \Phi$ , en négligeant les puissances de  $\Phi$  supérieures à la cinquième.

On trouve ainsi, pour les différents termes dont se compose l'expression de  $\gamma' - \gamma$ :

$$\begin{aligned} \Phi \sin \Phi + \cos \Phi - 1 &= \frac{1}{2} \Phi^2 - \frac{1}{8} \Phi^4, & \cos \Phi (\Phi \sin \Phi + \cos \Phi - 1) &= \frac{1}{2} \Phi^2 - \frac{3}{8} \Phi^4, \\ \frac{1}{2} \Phi + \frac{1}{2} \sin \Phi \cos \Phi - \sin \Phi &= -\frac{1}{6} \Phi^3 + \frac{7}{120} \Phi^5, & \cos^2 \Phi &= 1 - \frac{3}{2} \Phi^2 + \frac{7}{8} \Phi^4, \\ \sin \Phi (\Phi \sin \Phi + \cos \Phi - 1) &= \frac{1}{2} \Phi^3 - \frac{5}{24} \Phi^5 & \sin \Phi \left( \frac{1}{2} \Phi + \frac{1}{2} \sin \Phi \cos \Phi - \sin \Phi \right) &= -\frac{1}{6} \Phi^4. \end{aligned}$$

En faisant la substitution, on obtient pour  $\gamma' - \gamma$  ou  $f$  l'expression suivante :

$$f = \frac{r^3}{EI} \left[ \frac{5}{24} Q \Phi^4 - S \left( \frac{1}{3} \Phi^3 - \frac{3}{20} \Phi^5 \right) + \frac{pr}{8} \Phi^4 \right].$$

*Cas d'un arc très-surbaissé.* — Dans ce cas on peut, comme plus haut, faire

$$p = \frac{S}{r\Phi}, \quad \Phi = \frac{4Y}{X},$$

$Q$  étant d'ailleurs donné par la relation  $Q = \frac{SX}{4Y}$ , ce qui conduit à

$$f = \frac{24}{5} \frac{Sr^3}{EI} \left( \frac{2Y}{X} \right)^5.$$

Or on a

$$r = \frac{4Y^2 + X^2}{8Y} = \frac{1 + \frac{4Y^2}{X^2}}{\frac{8Y}{X^2}},$$

et, comme  $\frac{2Y}{X}$  est très-petit, son carré  $\frac{4Y^2}{X^2}$  peut être considéré comme négligeable devant l'unité, ce qui donne

$$r = \frac{X^2}{8Y},$$

et par suite

$$Q = \frac{pX^2}{8Y} \quad \text{et} \quad f = \frac{3}{5} \frac{S}{EI} \frac{1}{2} XY^2.$$

*Cas d'un arc en plein cintre.* — En faisant  $\varphi = \Phi = \frac{\pi}{2}$  dans la valeur de  $\gamma' - \gamma$ , on obtient

$$f = \frac{r^3}{EI} \left[ \frac{1}{2} Q - S \frac{3\pi - 8}{4} + pr \left( \frac{5}{8} \pi - \frac{22}{12} \right) \right],$$

et, comme  $pr = S$  et  $Q = \frac{4S}{3\pi}$ , on trouve, toutes réductions faites,

$$f = \frac{r^3 S}{EI} \left( \frac{2}{3\pi} - \frac{\pi}{8} + \frac{1}{6} \right) = \frac{r^3}{EI} 80,0138.$$

**Équarrissage.** — On a trouvé, pour l'équation d'équilibre,

$$(1) \quad \frac{I}{\rho} - \frac{I}{\rho_0} = \frac{I}{EI} \left[ Q(Y - y) - S \left( \frac{X}{2} - x \right) + \frac{p(\frac{1}{2}X - x)^2}{2} \right].$$

L'équation d'équarrissage sera

$$R' = \frac{T}{\Omega} + \frac{V}{I} \left[ Q(Y - y) - S \left( \frac{X}{2} - x \right) + \frac{p(\frac{1}{2}X - x)^2}{2} \right].$$

Effectuant les calculs indiqués et remarquant que  $S = \frac{pX^2}{2}$ , on trouve, pour la quantité entre parenthèses,

$$M = QY - Qy - \frac{pX^2}{8} + \frac{px^2}{2}.$$

La valeur à attribuer à cette quantité est celle qui correspond au maximum de courbure, et, comme elle constitue la partie variable du deuxième membre de (1), c'est cette quantité elle-même qu'il s'agit de rendre maximum. Si l'on y substitue  $x = r \sin \varphi$  et  $y = r - r \cos \varphi$ , elle devient

$$M = QY - Qr + Qr \cos \varphi - \frac{pX^2}{8} + \frac{p}{2} r^2 \sin^2 \varphi.$$

En différentiant, on trouve

$$\frac{dM}{d\varphi} = -Qr \sin \varphi + pr^2 \sin \varphi \cos \varphi \quad \text{et} \quad \frac{d^2M}{d\varphi^2} = -Qr \cos \varphi + pr^2 \cos^2 \varphi - pr^2 \sin^2 \varphi.$$

En égalant la première dérivée à zéro, on trouve

$$\sin \varphi = 0 \quad \text{et} \quad \cos \varphi = \frac{Q}{pr}.$$

Or, pour  $\sin \varphi = 0$ , on a

$$\cos \varphi = 1,$$

et si l'on suppose  $Q = \frac{pX^2}{8Y^2}$ , valeur exagérée, comme il a été dit plus haut, on trouve pour la deuxième dérivée

$$pr - Qr = pr^2 - \frac{pX^2r}{8Y};$$

et comme

$$r = \frac{4Y^2 + X^2}{8Y} = \frac{Y}{2} + \frac{X^2}{8Y}, \quad \text{d'où} \quad \frac{X^2}{8Y} = r - \frac{Y}{2},$$

on aura

$$\frac{d^2M}{d\varphi^2} = \frac{1}{2} prY.$$

Cette valeur est positive, et le résultat le serait *a fortiori* si l'on substituait à  $Q$  sa vraie valeur, qui est moindre.

Ainsi pour  $\sin \varphi = 0$ , c'est-à-dire au sommet de l'arc, la courbure  $\frac{I}{\rho}$  est un minimum.

Pour  $\cos \varphi = \frac{Q}{pr}$  on a

$$\sin^2 \varphi = 1 - \frac{Q^2}{p^2 r^2}, \quad \text{d'où} \quad \frac{d^2 M}{d\varphi^2} = \frac{Q^2}{p} - pr^2.$$

Si l'on suppose encore  $Q = \frac{pX^2}{8Y}$ , et si l'on remarque que  $r = \frac{4Y^2 + X^2}{8Y}$ , il vient

$$\frac{d^2 M}{d\varphi^2} = -p \left( \frac{Y^2}{4} + \frac{X^2}{8} \right);$$

cette quantité est négative, et il en serait *a fortiori* de même, si l'on avait substitué pour  $Q$  sa vraie valeur. L'hypothèse  $\cos \varphi = \frac{Q}{pr}$  correspond donc au maximum de courbure, et c'est pour la valeur correspondante de  $\varphi$  que doit être établie l'équation d'équarrissage, qui devient ainsi

$$R' = \frac{T}{\Omega} + \frac{V}{I} \left[ \frac{p}{2} \left( r^2 - \frac{X^2}{4} \right) - Q(r - Y) + \frac{Q^2}{2p} \right].$$

On a d'ailleurs

$$T = Q \cos \varphi + \frac{pX}{2} \sin \varphi - p \sin \varphi \left( \frac{X}{2} - x \right),$$

et, comme  $x = r \sin \varphi$ , il vient

$$T = Q \cos \varphi + pr \sin^2 \varphi.$$

Exprimant ensuite que cette compression doit être celle qui s'exerce sur la section dangereuse, pour laquelle on a

$$\cos \varphi = \frac{Q}{pr},$$

on trouve finalement

$$T = pr,$$

d'où

$$(V) \quad R' = \frac{pr}{\Omega} + \frac{V}{I} \left[ \frac{p}{2} \left( r^2 - \frac{X^2}{4} \right) - Q(r - Y) + \frac{Q^2}{2p} \right].$$

Pour obtenir les dimensions transversales de l'arc, il suffira de remplacer dans cette équation  $Q$  par les valeurs déterminées ci-dessus.

*Cas d'un arc très-sabaisé.* — Dans ce cas  $Q = \frac{pX^2}{8Y}$  et  $r = \frac{X^2}{8Y}$ . La parenthèse devient nulle et la formule se réduit à

$$R' = \frac{pr}{\Omega}.$$

On conçoit qu'il doit en être ainsi, puisque dans ce cas la pièce ne subit pas de flexion et n'a à résister qu'à un effort de compression.

*Cas d'un arc en plein cintre.* — Dans ce cas on a

$$\frac{X}{2} = Y = r,$$

et la formule (V) se réduit à

$$R' = \frac{pX}{2\Omega} + \frac{V}{I} \frac{Q^2}{2p}.$$

De plus on a vu que  $Q = \frac{4}{3\pi} \times S = 0,424413 \frac{pX}{2}$ , puisque  $S = \frac{pX}{2}$ , d'où

$$R' = \frac{pX}{2\Omega} + \frac{V}{I} 0,424413 \frac{pX^2}{8} = \frac{pX}{2\Omega} + \frac{V}{I} 0,0450316 \frac{pX^2}{2},$$

équation qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$\Omega = \frac{pX}{2R'} \left( 1 + 0,0450316 \frac{V}{I} \Omega X \right),$$

et, pour une section rectangulaire, dont  $a$  est la largeur et  $b$  la hauteur, comme  $\frac{V}{I} = \frac{6}{ab^2}$ ,

$$ab^2 = \frac{pX}{2R'} (b + 0,270 \times X).$$

*Position de la section dangereuse.* — On a trouvé que cette section correspond à  $\cos \varphi = \frac{Q}{pr}$ . Si l'on faisait abstraction de la flexion, comme on le fait pour les systèmes funiculaires, on aurait, à cause des relations  $\frac{X}{2} = Y = r$ ,

$$Q = \frac{pX^2}{8Y} = \frac{pr}{2} \quad \text{et} \quad \cos \varphi = \frac{r}{2}, \quad \varphi = 30^\circ.$$

Si l'on tient compte de la résistance à la flexion, on a

$$Q = 0,424S = 0,212pX;$$

alors  $\cos \varphi = \frac{Q}{pr} = 0,424$ , valeur qui correspond à un angle d'environ 65 degrés.

*Calcul de la formule (v), p. 207, et les coefficients numériques correspondants.* — La formule (V) ci-dessus peut être mise sous la forme

$$\Omega = \frac{pr}{R'} + \frac{V}{I} \frac{\Omega}{R'} \left[ \frac{p}{2} \left( r^2 - \frac{X^2}{4} \right) - Q(r - Y) + \frac{Q^2}{2p} \right].$$

Pour ramener cette équation à la forme

$$(v) \quad \Omega = \frac{pX}{2R'} \left( m + n \frac{V}{I} \frac{\Omega X}{2} \right)$$

que lui donne le général Ardant, il suffit de poser

$$m = \frac{2r}{X} \quad \text{et} \quad n = \frac{4}{pX^2} \left[ \frac{p}{2} \left( r^2 - \frac{X^2}{4} \right) - Q(r - Y) + \frac{Q^2}{2p} \right]$$

ou

$$n = \frac{2}{X^2} \left( r^2 - \frac{X^2}{4} \right) - 4Q \frac{(r - Y)}{pX^2} + \frac{2Q^2}{p^2 X^2}.$$

Or on a trouvé

$$Q = \frac{15}{2} \left( \frac{5}{24} \frac{S}{\Phi} - \frac{9}{120} pr \right);$$

d'ailleurs  $S = \frac{pX}{2}$  et  $r = \frac{X}{2 \sin \Phi}$ ; on peut donc écrire

$$Q = \left[ \frac{37,5}{48} \frac{1}{\Phi} - \frac{22,5}{80} \times \frac{1}{\sin \Phi} \right] pX.$$

Cela posé, pour obtenir les valeurs numériques de  $m$  et de  $n$  à introduire dans la formule ( $\nu$ ), la valeur de  $\frac{X}{Y} = w$  étant donnée, on aura à calculer successivement  $\sin \Phi = \frac{4w}{4 + w^2}$ ; puis, ayant l'angle  $\Phi^\circ$  en degrés, on en déduira

$$\frac{1}{\Phi} = \frac{180^\circ}{\Phi^\circ \times 3,1415926} \quad \text{ou seulement} \quad \log \frac{1}{\Phi}.$$

On pourra alors calculer la valeur de  $Q$ , et par suite celles de  $m$  et de  $n$ .

En effectuant tous ces calculs à l'aide des Tables de logarithmes, on a trouvé

Pour	$\frac{X}{Y} = w = 6,00$	8,00	10,00	12,00	15,00	20,00
$\sin \Phi = 0,6$	8 17	5 13	12 37	60 229	20 101	
$\Phi^\circ = 36^\circ 52' 11'', 62$	$28^\circ 4' 29'', 52$	$22^\circ 37' 11'', 52$	$18^\circ 55' 28'', 73$	$15^\circ 11' 21'', 38$	$11^\circ 25' 16'', 27$	
$\frac{Q}{pX} = 0,745311711$	0,99687034	1,24805473	1,4991949	1,87353271	2,4989243	
$m = 1,666666666$	2,125	2,6	3,0833333	3,81533333	5,05	
$n = 0,012369221$	0,007049726	0,00458822	0,0033341	0,00202968	0,001145	

Si l'on compare ces valeurs de  $m$  et de  $n$  à celles que donne le général Ardant, p. 208, on remarque que les valeurs de  $m$  données ci-dessus sont plus faibles que celles de la page 208, et que celles de  $n$  sont, au contraire, sensiblement plus fortes. Les différences varient d'ailleurs d'une manière régulière; il est donc naturel de penser qu'elles tiennent surtout au degré d'approximation avec lequel les calculs partiels ont été faits. Il est à remarquer à ce sujet que le calcul de  $n$  exige une grande approximation, attendu que cette quantité est donnée par la somme algébrique de trois termes qui sont chacun beaucoup plus forts que  $n$  lui-même.

Pages.	Lignes.			
207,	25,	<i>au lieu de</i>	mesurées	<i>lisez</i> *mesurée
208,	11,	"	1,18	" *1,00
"	"	"	0,0458	" 0,0450
"	13,	"	1,18b	" *b
"	"	"	0,275	" 0,270
210,	25,	"	du même	" *de ce dernier
211,	13,	"	$\Omega = \frac{Q}{R'}$	" * $\Omega = \frac{P}{R'}$
"	15,	"	surface du prisme	" *surface de la base du prisme
213,	12 et 14,	"	$\varpi$	" $\omega$
"	19 et 20,	<i>supprimez</i> *, et de la résistance à l'écrasement d'une assise quelconque de ce pied-droit		
"	28,	<i>au lieu de</i> =		<i>lisez</i> *≡
"	28,	<i>ajoutez</i>	*Les empâtements sont supposés d'ailleurs avoir été déterminés de manière que la base de la fonda- tion soit rencontrée près de son centre de figure par la résultante de toutes les forces qui agissent sur le pied-droit.	
214,	26,	<i>au lieu de</i>	plus forte qu'elle n'est	<i>lisez</i> *aussi forte qu'elle est
215,	14,	"	$x + e$	" $x + e'$
"	22,	"	=	" *≡
"	n° 153	NOTE.	Le calcul numérique n'est pas très-exact. Il dépend d'ailleurs du degré d'exactitude des tableaux E et F, n° 17, p. 119, que l'on n'a pas jugé utile de re- faire.	
216,	9,	<i>au lieu de</i>	n° 129	<i>lisez</i> *n° 149
"	11,	"	BH	" *AC
"	28,	"	$\tang^2 a$	" * $\tang^2 \alpha$
217,	35,	"	point d	" *point c

Page 218 (*voir* la Note ci-après).

#### NOTE.

C'est à tort que sur la *fig. 36, Pl. XII*, la courbe  $rr'r''$  passe par le point  $x=0$ ,  $\gamma=\frac{1}{6}e$ , situé sur la ligne CH. Cela supposerait  $P=0$  dans l'équation (b), ce qui est contraire à l'hypothèse.

On doit faire en outre la correction suivante : la force  $q'Q'$  doit avoir son point d'application, non en un point de la courbe  $rr'r''$ , mais sur la verticale du point r; car elle doit être composée directement avec la résultante verticale des forces qui agissent sur l'assise cd. Cette correction entraîne (p. 218 et 219) les changements ci-après :

Pages. Lignes.

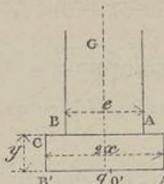
218,	14,	<i>au lieu de</i>	courbe $rr'rr''$	» *la verticale du point $r$
"	17,	<i>supprimez</i>	*marquons l'intersection $Z'$ de cette verticale $q'P'$ avec $cd$ ;	
"	23,	<i>au lieu de</i>	$\frac{\frac{1}{6}e - o'Z' - z}{Q}$	<i>lisez</i> * $\frac{y - z}{Q}$
"	24,	"	Mais $O'Z'$ n'est pas autre chose que	" *Mais la valeur de $y$ est
"			$\frac{1}{6}e$ moins la valeur de $y$ donnée	donnée
"	25,	<i>supprimez</i>	*pour $x = h$ ,	
"	26,	<i>au lieu de</i>	$-\frac{Re^2}{6(2p'eH + 2P + Re)}$	" * $-\frac{Re^2}{6(2p'eH + 2P + Re)}$
219,	4,	"	$+\left(\frac{Q}{p'e} - \frac{Re^2}{12P + 6Re}\right)x$	" * $+\frac{Q}{p'e}x$
"	6,	"	$-\left(\frac{Q}{p'e} - \frac{Re^2}{12P + 6Re}\right)$	" * $+\frac{Q}{p'e}$
"	17,	"	$z = \frac{Re^2}{12P + 6Re} - \frac{2QH}{2p'eH + 2P + Re}$	<i>lisez</i> * $z = \frac{Re^2 - 12QH}{6(2p'eH + 2P + Re)}$
"	24,	"	$z = -o^m, 458$	" * $z = -o^m, 51$
"	32,	"	$+\frac{P}{2p'e}z$	" * $\frac{P}{p'e}z$
220,	14,	"	$bH$	" $bC$
"	15,	"	$H = h$	" $H$ égale à $h$
"	17,	"	$x^2 + 12\frac{p'}{p}ez = 0$	" * $x^2 + 6\frac{p'}{p}ez = 0$
"	20,	"	$x = e\sqrt{\frac{6p'}{p}}$	" * $x = e\sqrt{\frac{3p'}{p}}$
221,	2,	"	n° 436	" *n° 456
"	14,	"	±	" *±

Page 223 (*voir la Note ci-après*).

## NOTE.

Calcul de la formule (i).

Fig. 58.



Pour que l'on ait

$$gO' = \frac{2x - e}{2},$$

ce qui donnerait

$$x - gO' = \frac{e}{2},$$

il faut que BC soit nul.

La résolution de l'équation (h) donne

$$(i) \quad *2x = -3e\frac{H}{h'} + \sqrt{9\frac{e^2H^2}{h'^2} + 6\left[\frac{p'H^2}{p'h'} + 2Q(H-h)\right]}.$$

## Pages. Lignes.

224,	1,	<i>au lieu de</i>	ABHC	<i>lisez</i>	*A'B'HC
"	9,	"	ABA'B'	"	*HCA'B'
229,	32,	"	le Tableau I	"	*les Tables I et II
230,	3,	"	la Table I	"	*la Table II
"	19,	"	$r' = 0^m, 0475$	"	* $r' = 0^m, 0497$
"	21,	"	$0^m, 015$	"	* $0^m, 013$

Page 230, ligne 24 (*voir la Note ci-après*).

## NOTE.

Équarrissage et prix d'un poteau en bois, en fer ou en fonte.

Le coefficient  $R' = 500\,000$ , introduit par le général Ardant dans le calcul de l'équarrissage d'un poteau de bois de sapin, n'est pas d'accord avec la Table II, p. 195. Si l'on adopte  $R' = 290\,000$ , on trouve

$$r = \sqrt{\frac{18000}{3,1415 \times 290\,000}} = 0^m, 141.$$

Le rapport de la hauteur du poteau au diamètre est  $\frac{4^m}{0^m, 282} = 14,2$ , rapport qui, par interpolation entre les données de la Table II, conduit bien à  $R' = 290\,000^{kg}$  par mètre carré. La section du poteau sera

$$\pi r^2 = 0^{mq}, 062,$$

et son volume

$$0,062 \times 4 = 0^{mc}, 248.$$

A  $88^{fr}$  le mètre cube, il coûterait donc  $21^{fr}, 82$ , c'est-à-dire les  $\frac{4}{5}$  du prix de la colonnette en fer plein qui est de  $35^{fr}$ .

En ce qui concerne les colonnettes massives en fonte de  $3^m, 50$  à  $4^m$  de hauteur et  $0^m, 33$  de circonférence, on trouve pour leur section  $*0^{mq}, 0087$ ; quant à la valeur de  $R'$  à adopter, si on la déduit par interpolation de la Table II, p. 195, on trouve, pour le rapport 40 de la hauteur au diamètre,  $R' = 296^{kg}$  par centimètre carré; la charge à supporter serait donc de plus de  $25000^{kg}$ .

Pages 235 et 236 (*voir la Note ci-après*).

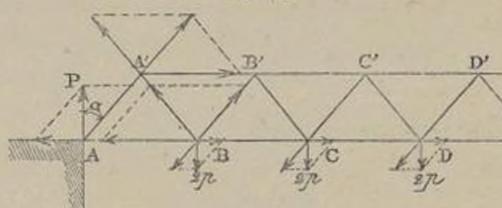
## NOTE.

*d. Poutres en treillis.*

Il convient d'ajouter aux calculs relatifs aux poutres en treillis quelques considérations que l'on emprunte au cours de M. Bresse.

On supposera d'abord que la poutre en treillis se réduise à un système articulé composé de deux cours de tiges horizontales placées dans le même plan vertical, dirigées suivant  $ABCD \dots A'B'C'D' \dots$ , articulées entre elles aux points B, C, ...

Fig. 59.



$B'C'$ , ... et articulées en ces mêmes points, ainsi qu'en A et  $A'$  avec d'autres tiges AA', A'B, BB', ... ayant toutes la même longueur et faisant par conséquent le même angle  $\alpha$  avec la verticale.

*Cas où la poutre est chargée d'un poids unique  $2P$  en son milieu.* — Dans ce cas, il n'existe que trois forces extérieures : le poids  $2P$  appliqué au milieu et les réactions des points d'appui, toutes deux égales à  $P$  et dirigées de bas en haut.

La force  $P$  appliquée en  $A$  doit être tenue en équilibre par deux forces dirigées suivant  $AA'$  et  $AB'$ . On voit donc que  $AA'$  supporte une compression  $\frac{P}{\cos \alpha}$ , et  $AB'$  une tension  $P \tan \alpha$ . De même l'équilibre du point  $A'$  exige que la force  $\frac{P}{\cos \alpha}$  se décompose en une tension de  $BA'$  égale à  $\frac{P}{\cos \alpha}$  et une compression de  $A'B'$  égale à  $2P \tan \alpha$ .

La tension exercée suivant  $BA'$  se décompose à son tour en une tension  $2P \tan z$  appliquée à  $BC$  et une compression  $\frac{P}{\cos z}$  dirigée suivant  $BB'$ .

Ainsi tous les côtés parallèles à AA' éprouvent une compression  $\frac{P}{\cos \alpha}$ , et les côtés parallèles à BA' une tension  $\frac{P}{\cos \beta}$ .

Quant aux côtés horizontaux, AB éprouve une tension  $P \tan \alpha$ , BC une tension  $3P \tan \alpha$ , CD une tension  $5P \tan \alpha$ , ... De même A'B' éprouve une compression  $2P \tan \alpha$ , B'C' une compression  $4P \tan \alpha$ , C'D' une compression  $6P \tan \alpha$ , et ainsi de suite jusqu'au milieu de la poutre.

Cas où la poutre est chargée d'une série de  $n$  poids égaux à  $2p$ , appliqués respectivement aux  $n$  articulations B, C, D, ... de la ligne inférieure. — Dans ce cas, les appuis doivent fournir chacun une réaction verticale dirigée de bas en haut, dont l'intensité sera  $P = np$ . On voit, comme dans le cas précédent, que la compression de AA' sera  $\frac{np}{\cos \alpha}$  et que la tension de AB sera  $np \tan \alpha$ . La compression de AA' se décompose au point A' en une compression  $2np \tan \alpha$  suivant A'B' et une tension  $\frac{np}{\cos \alpha}$  suivant BA'. Au point B, cette tension  $\frac{np}{\cos \alpha}$  se décompose en

une tension  $2np \tan \alpha$  appliquée à BC et une compression  $\frac{np}{\cos \alpha}$  dirigée suivant BB'.

De plus le poids  $2p$  donne une composante horizontale  $2p \tan \alpha$  à retrancher de la tension de BC qui devient  $p \tan \alpha [n + 2(n - 1)]$ ; le poids  $2p$  développe suivant BB' une tension  $\frac{2p}{\cos \alpha}$  à retrancher de la compression  $\frac{np}{\cos \alpha}$ , ce qui donne pour la compression de BB'  $\frac{(n - 2)p}{\cos \alpha}$ .

On arrive ainsi aux résultats suivants :

1<sup>o</sup> Les côtés parallèles à AA' supportent des compressions qui sont : pour AA',  $\frac{np}{\cos \alpha}$ ; pour BB',  $\frac{(n - 2)p}{\cos \alpha}$ ; pour CC',  $\frac{(n - 4)p}{\cos \alpha}$ , et ainsi de suite jusqu'au milieu de la poutre;

2<sup>o</sup> Deux côtés inclinés aboutissant au même point de la ligne horizontale supérieure sont l'un comprimé, l'autre tendu par deux forces de même intensité;

3<sup>o</sup> Les compressions des côtés horizontaux supérieurs sont : pour A'B',  $2np \tan \alpha$ ; pour B'C',  $4(n - 1)p \tan \alpha$ ; pour C'D',  $6(n - 2)p \tan \alpha$ ; pour le côté dont le numéro d'ordre est  $i$ , cette compression serait  $2i(n - i + 1)p \tan \alpha$ , quantité qui devient maximum pour  $i = \frac{n+1}{2}$ ;

4<sup>o</sup> Les tensions des côtés horizontaux inférieurs sont : pour AB,  $np \tan \alpha$ ; pour BC,  $p \tan \alpha [n + 2(n - 1)]$ ; pour CD,  $p \tan \alpha [n + 4(n - 2)]$ ; pour DE,  $p \tan \alpha [n + 6(n - 3)]$ ; pour le côté dont le numéro d'ordre est  $i$ , on aurait  $[n + 2(i - 1)(n - i + 1)]p \tan \alpha$ , quantité qui devient maximum pour  $i = \frac{n+2}{2}$ .

Ces deux maxima ne peuvent se produire à la fois, puisque  $i$  ne doit recevoir que des valeurs entières; mais ils se produiront l'un exactement, l'autre à très-peu près, si  $n$  n'est pas un nombre trop faible.

On voit que les pressions et tensions des tiges inclinées diminuent lorsqu'on s'éloigne des extrémités pour se rapprocher du milieu de la poutre, tandis que le contraire a lieu pour les tiges horizontales.

*Cas des poutres en treillis des ponts américains.* — Pour passer du système abstrait que l'on vient d'étudier aux poutres en treillis telles qu'elles sont employées dans les ponts américains, on fera usage des aperçus approximatifs suivants. Les tiges horizontales articulées à leurs extrémités pourront être remplacées par des poutres dont ABCD..., A'B'C'D'... seraient les fibres moyennes, car ces poutres n'ayant que de petites dimensions transversales seront d'une grande flexibilité. En second lieu, on imaginera que la tige inclinée AA' est subdivisée en plusieurs tiges de même direction également espacées et réparties entre AA' et BB', et qu'une transformation pareille aura été opérée sur les autres tiges inclinées. Si AB est une fraction suffisamment petite de la distance totale des appuis, ce changement n'aura pas notablement troublé les tensions et pressions des côtés horizontaux; quant aux côtés inclinés, on pourra admettre que les groupes compris entre deux côtés parallèles consécutifs du premier système supporteront en somme à peu près les

mêmes efforts que les côtés qu'ils ont respectivement remplacés. Ils devront donc avoir ensemble la même section.

Il est à remarquer, d'après ce qui précède, que le treillis devrait avoir plus de force vers les extrémités que vers le milieu, tandis que les longrines ou moises horizontales seraient dans des conditions contraires. Des expériences faites en Allemagne ont confirmé ces conclusions, car la rupture du treillis a eu lieu dans le voisinage des extrémités.

Le dédoublement des tiges inclinées suppose que les tiges dédoublées ne sont pas liées aux tiges qu'elles traversent en d'autres points qu'à leurs extrémités, tandis que cette liaison existe en général dans la pratique ; en traitant ainsi la question, on sera conduit à donner aux poutres un excès de solidité.

Pages 238 et 239, n° 166e (*voir la Note ci-après*).

#### NOTE.

##### Résistance des fermettes (*fig. 13, Pl. XIII*).

Si l'on refait le calcul de la page 238 relatif à un arc de 7<sup>m</sup> de portée et de 0<sup>m</sup>,30 de flèche en appliquant, comme le général Ardant, la formule (x) (n° 145, p. 207), en faisant usage des valeurs de *m* et de *n* données par la Table de la page 208, et en admettant R' = 20 000 000<sup>kg</sup>, on trouve, au lieu de pX = 4345, \*pX = 8684<sup>kg</sup>; en adoptant pour *m* et *n* leurs valeurs corrigées, on trouve pX = 8635<sup>kg</sup>, chiffre peu différent du précédent. Dans ces calculs, comme on a  $\frac{X}{Y} = \frac{7}{0,3} = 23,33$ , on a

pris les valeurs de *m* et de *n* correspondant à  $\frac{X}{Y} = 20$ . On trouve ensuite

$$Q = \frac{pX^2}{8Y} = \frac{8684 \times 7}{8 \times 0,3} = *25328 \text{ au lieu de } 12673,$$

d'où, pour la section du tirant,

$$\Omega = \frac{25328}{8000000} = *0^{mq},00317 \text{ au lieu de } 0^{mq},00157;$$

or l'équarrissage admis dans la pratique (*voir p. 208, ligne 2*), étant de

$$0^{m},025 \times 0^{m},08 = 0^{mq},002,$$

se trouverait en réalité trop faible.

Dans le calcul de la page 239, où l'on applique la formule (g) du n° 135, p. 197, cette formule devient

$$a \left( b'^2 - \frac{b''^2}{b'} \right) = \frac{3}{4} \frac{pX^2}{R'},$$

qui diffère de celle qu'emploie le général Ardant par le dénominateur du terme  $\frac{b''^2}{b'}$ .

$b'' = 0^m,30$  représente la flèche de l'arc, et, comme on avait  $b = 0^m,065$  dans le cas de la page 238, on doit avoir

$$b' = 2b + b'' = 0^m,43.$$

Quant à l'épaisseur horizontale  $a = 0^m,025$ , elle diffère de l'épaisseur  $0^m,018$  admise p. 238. Quoi qu'il en soit, le calcul donne

$$pX = *11628^{kg} \text{ au lieu de } 6800^{kg}.$$

Ce chiffre de  $11628^{kg}$  est à celui de 8684 ou de 8635 trouvé dans le cas précédent dans le rapport de  $1,35$  ou de  $1\frac{1}{3}$  à 1; mais, ainsi qu'on l'a fait remarquer, la valeur de  $a$  n'a été prise que de  $0^m,018$  dans le premier cas; si on la portait à  $0^m,025$ , on trouverait pour  $pX$  à peu près la même valeur que dans le second cas; seulement l'équarrissage du tirant devrait être augmenté dans une proportion assez forte.

Pages. Lignes.

240,	32,	au lieu de	n° 143	lisez	*n° 144
241,	20,	"	n° 143	"	*n° 144
"	24, 29 et 33	"	A'B'	"	*AB'
"	33,	"	Table III	"	*Table II
242,	3,	"	PL	"	*PL
			$\frac{2h}{h}$		

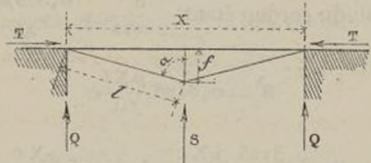
Pages 242 et 243, n° 166h (voir la Note ci-après).

NOTE.

Pièces posées sur des appuis soutenus par des sous-tendeurs en fer.

Si l'on suppose les appuis suffisamment serrés pour que la pièce que l'on considère ne présente aucune flèche aux points d'appui, on peut appliquer les formules du n° 142, p. 203.

Fig. 60.



Calcul n° 1 (fig. 60). — On a trouvé, pour les réactions,

$$Q = \frac{3}{16} pX = 0,1875 pX \quad \text{et} \quad S = \frac{5}{8} pX = 0,625 pX,$$

et pour l'équation d'équarrissage,

$$R' = \frac{V}{I} \frac{1}{32} pX^2 = 0,03125 \frac{V}{I} pX^2.$$

Cette équation doit être modifiée par l'introduction de la composante horizontale T de la compression longitudinale exercée par les sous-tendeurs et mise sous la forme

$$R' = \frac{T}{\Omega} + 0,03125 \frac{V}{I} p X^2.$$

Or la compression S supportée par la flèche f se décompose en deux forces égales chacune à  $\frac{S}{2 \cos \alpha}$ , et dirigées suivant les cordons du sous-tendeur, dans lesquels elles produisent des tensions égales. Ces tensions, à leur tour, se décomposent aux extrémités de la pièce, de manière à développer, suivant l'axe de la pièce et à ses deux extrémités, deux compressions de sens contraires T égales chacune à  $\frac{S \sin \alpha}{2 \cos \alpha} = \frac{S \tan \alpha}{2}$ . Ainsi

$$T = \frac{S}{2} \times \frac{X}{2f} = 0,625 \frac{p X^2}{4f} = 0,15625 \frac{p X^2}{f} = \frac{5}{32} \frac{p X^2}{f},$$

d'où

$$R' = p X^2 \left( \frac{0,15625}{f \Omega} + 0,03125 \frac{V}{I} \right),$$

et, si l'on remplace  $\frac{I}{V}$  par  $\frac{ab^2}{6}$ ,

$$ab^2 = \frac{p X^2}{R'} \left( 0,15625 \frac{b}{f} + 0,18750 \right).$$

*Flèche.* — La compression longitudinale étant  $S = 0,625 p X$ , on aura

$$R' = \frac{S}{\Omega} = 0,625 \frac{p X}{\Omega},$$

et, si  $\Omega = ab$ ,

$$ab = 0,625 \frac{p X}{R'}.$$

*Cordon.* — La tension du cordon étant  $\frac{S}{2 \cos \alpha} = \frac{0,625 p X}{2f} l = 0,3125 \frac{p X l}{f}$ , on aura

$$R' = 0,3125 \frac{p X l}{f \Omega},$$

et, si  $\Omega = \pi r^2$ ,

$$r^2 = \frac{0,3125}{\pi} \frac{p X l}{f R'} = *0,0995 \frac{p X l}{f R'}.$$

*Calcul n° 2 (fig. 61).* — On a trouvé

$$Q = \frac{2}{15} p X = 0,13333 p X \quad \text{et} \quad S = \frac{11}{30} p X = 0,36666 p X,$$

et, pour l'équation d'équarrissage,

$$R' = \frac{V}{I} \frac{1}{90} p X^2 = 0,01111 \frac{V}{I} p X^2.$$

En tenant compte de la compression longitudinale de la pièce, on aura

$$R' = \frac{T}{\Omega} + 0,01111 \frac{V}{I} p X^2.$$

Or

$$T = S \tan \alpha = \frac{11}{30} p X \frac{X}{3f} = \frac{11}{90} \frac{p X^2}{f} = 0,12222 \frac{p X^2}{f},$$

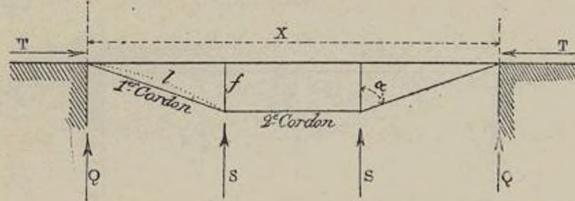
d'où

$$R' = p X^2 \left( \frac{0,12222}{\Omega f} + 0,01111 \frac{V}{I} \right),$$

et, si la pièce est rectangulaire,

$$ab^2 = \frac{p X^2}{R'} \left( 0,12222 \frac{b}{f} + 0,06666 \right).$$

Fig. 61.



*Flèche.* — La compression longitudinale étant  $S = 0,36666 p X$ , on aura

$$R' = \frac{S}{\Omega} = 0,36666 \frac{p X}{\Omega},$$

et, si  $\Omega = ab$ ,

$$ab = 0,36666 \frac{p X}{R'}.$$

*Premier cordon.* — La tension étant  $\frac{S}{\cos \alpha} = 0,36666 p X \frac{l}{f}$ , on aura

$$R' = 0,36666 \frac{p X l}{\Omega f},$$

et, si  $\Omega = \pi r^2$ ,

$$r^2 = \frac{0,36666}{\pi} \frac{p X l}{f R'} = 0,11671 \frac{p X l}{f R'}.$$

*Second cordon.* — La tension est

$$T = 0,12222 \frac{p X^2}{f}, \quad \text{d'où} \quad R' = \frac{T}{\Omega} = 0,12222 \frac{p X^2}{f \Omega},$$

et, si  $\Omega = \pi r^2$ ,

$$r^2 = \frac{0,12222}{\pi} \times \frac{p X^2}{f R'} = 0,038904 \frac{p X^2}{f R'}.$$

Calcul n° 3 (fig. 62). — On a trouvé

$$Q = \frac{11}{117} p X = 0,098214 p X,$$

$$S = \frac{2}{7} p X = 0,285714 p X,$$

$$N = \frac{13}{56} p X = 0,232143 p X,$$

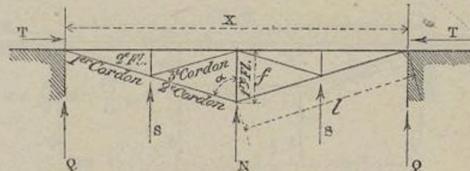
et, pour l'équation d'équarrissage,

$$R' = \frac{3}{448} \frac{V}{I} p X^2 = 0,0066964 \frac{V}{I} p X^2.$$

En tenant compte de la compression longitudinale de la pièce, on aura

$$R' = \frac{T}{\Omega} + 0,0066964 \frac{V}{I} p X^2.$$

Fig. 62.



La tension de la seconde flèche sera  $\frac{S}{2 \cos \alpha}$ , donnant une composante horizontale égale à

$$\frac{1}{2} S \tan \alpha = \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} p X \frac{X}{2f} = \frac{1}{14} \frac{p X^2}{f} = 0,07142857 \frac{p X^2}{f},$$

$f$  étant la longueur de la première flèche.

La tension de la première flèche sera de même  $\frac{N}{2 \cos \alpha}$ , et donnera une composante horizontale égale à

$$\frac{1}{2} N \tan \alpha = \frac{1}{2} \frac{13}{56} p X \frac{X}{2f} = \frac{13}{224} \frac{p X^2}{f} = 0,05803572 \frac{p X^2}{f}.$$

La somme de ces deux composantes sera

$$T = 0,12946429 \frac{p X^2}{f},$$

ce qui donne, pour l'équation d'équarrissage,

$$R' = p X^2 \left( \frac{0,12946429}{f \Omega} + 0,0066964 \frac{V}{I} \right),$$

et, si  $\Omega = ab$ ,

$$ab^2 = \frac{p X^2}{R'} \left( 0,12946429 \frac{b}{f} + 0,0401784 \right).$$

Première flèche :

$$R' = \frac{N}{\Omega} = \frac{13}{56} \frac{pX}{\Omega} = 0,232143 \frac{pX}{\Omega},$$

et, si  $\Omega = ab$ ,

$$ab = 0,232143 \frac{pX}{R'}.$$

Seconde flèche :

$$R' = \frac{S}{\Omega} = \frac{2}{7} \frac{pX}{\Omega} = 0,285714 \frac{pX}{\Omega},$$

et, si  $\Omega = ab$ ,

$$ab = 0,285714 \frac{pX}{R'}.$$

Cordon n° 1 :

$$R' = \frac{1}{2} \frac{S+N}{\cos \alpha} \times \frac{1}{\Omega} = 0,258928 \frac{l}{f} \frac{pX}{\Omega},$$

ou, si  $\Omega = \pi r^2$ ,

$$r^2 = \frac{0,258928}{\pi} \frac{lpX}{fR'} = 0,082417 \frac{lpX}{fR'}.$$

Cordon n° 2 :

$$R' = \frac{1}{2} \frac{N}{\cos \alpha} \times \frac{1}{\Omega} = 0,116071 \frac{lpX}{f\Omega},$$

ou, si  $\Omega = \pi r^2$ ,

$$r^2 = \frac{0,116071}{\pi} \frac{lpX}{fR'} = 0,036946 \frac{lpX}{fR'}.$$

Cordon n° 3 :

$$R' = \frac{1}{2} \frac{S}{\cos \alpha} \times \frac{1}{\Omega} = 0,142857 \frac{l}{f} \frac{pX}{\Omega},$$

ou, si  $\Omega = \pi r^2$ ,

$$r^2 = \frac{0,142857}{\pi} \frac{lpX}{fR'} = 0,045470 \frac{lpX}{fR'}.$$

Pages. Lignes.

247,	19,	<i>au lieu de</i>	<i>d, d'</i>	<i>lisez</i> * <i>t, t'</i> ,
249,	38,	"	<i>et de</i>	" <i>et du château de</i>
255,	1,	"	<i>a = 0,49</i>	" * <i>a = 0,464</i>
"	3,	"	<i>\pi = 490^k</i>	" <i>\pi = 457^kg</i>
260,	5,	"	<i>(n° 16)</i>	" * <i>(n° 16)</i>
262,	24,	"	<i>PP (fig. 5 et 17)</i>	" * <i>P', P' (fig. 5) et</i> " <i>p, p', p'' (fig. 17)</i>
263,	27,	"	<i>huitième</i>	" * <i>neuvième</i>
266,	8 et 9,	<i>supprimez</i>	<i>ou à sous-arbalétriers</i>	
"	10,	"	* <i>sous-arbalétriers ou</i>	
"	21,	"	<i>deux</i>	
"	21,	<i>au lieu de</i>	<i>triangles ABD</i>	<i>lisez</i> triangles tels que ABD
"	35,	"	<i>14</i>	" 13
268,	26,	"	<i>à mi-bois</i>	" *en simple coupe

Pages. Lignes.				
269, 17,	<i>au lieu de</i>	leur largeur aux espaces	<i>lisez</i>	les largeurs des espaces
270, 11,	"	douze	"	*six
" 14,	<i>supprimez</i>	. La portée dans œuvre est de 25 <sup>m</sup> , 50 environ		
271, 26 et 27,	"	*et, par le bas, deux contre-fiches		
272, 13,	<i>au lieu de</i>	de sous-arbalétriers	<i>lisez</i>	*d'écharpes
273, 9,	"	aa'	"	*a, a,
" 14,	"	bb'	"	*b, b'
" 34,	"	Cormontaigne	"	Cormontaigne
275, 29,	"	large, et	"	*large, o <sup>m</sup> , 0065 d'épaisseur et
276, 25,	"	(fig. 1, Pl. XVI)	"	* (fig. 3, Pl. XVI)
" "	"	(fig. 3)	"	* (fig. 1)
277, 35,	"	Pl. XVI	"	* Pl. XVII
278, 13,	"	Pl. XV	"	* Pl. XVII
" 25,	"	pièces égales d'une	"	* pièces d'une
279, 1,	"	extrémités de	"	extrémités des poinçons de
" 3,	"	fig. 1' et 3'	"	fig. 2 et 3
" 36,	"	ou	"	*en
280, 3,	"	cf	"	ef
" 4,	"	fig. 2''.	"	*fig. 2'
" 16,	"	Madelaine	"	Madeleine
281, 19,	"	22 mètres	"	*23 <sup>m</sup> , 24
282, 11,	"	8'	"	*8"
" 35,	"	aux $\frac{2}{5}$	"	*à la moitié
" 37,	"	moitié de	"	*égale à
" "	"	du $\frac{1}{6}$	"	*de la moitié

Page 282, n° 201 (*voir* la Note ci-après).

#### NOTE.

##### Effets des variations de la température sur les tirants en fer.

Voici comment il convient de refaire le calcul.

Ainsi qu'il a été dit p. 176, on a, pour le fer forgé,

$$\frac{1}{3} < \frac{P_e}{R} < \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad 0,00054 < i_e = \frac{P_e}{E} < 0,00090.$$

Si, pour avoir une valeur moyenne de  $P_e$ , on prend dans la Table III, p. 195, les valeurs  $R = 40000\ 000^{\text{kg}}$  et  $E = 20000\ 000\ 000^{\text{kg}}$ , on aura, d'une part,

$$13\ 000\ 000^{\text{kg}} < P_e < 20\ 000\ 000^{\text{kg}},$$

et, d'autre part,

$$10800000^{\text{kg}} < P_e < 18000000^{\text{kg}}.$$

On peut donc admettre moyennement  $P_e = 15000000^{\text{kg}}$ .

Or on a vu (p. 174) que l'allongement relatif est donné par la formule  $i = \frac{P}{E\Omega}$ ; si l'on cherche au moyen de cette formule l'effort  $P$  qu'il faudrait développer pour obtenir un allongement  $i = 0,000366$ , égal à celui que produirait un accroissement de température de  $30^\circ$  nécessaire pour revenir à la température primitive, on trouve, en faisant  $\Omega = 1$ ,

$$P = 0,000366 E = 7320000^{\text{kg}}.$$

Ce chiffre est la moitié de la valeur de  $P_e$ . Si à  $P = 7320000^{\text{kg}}$  on ajoute l'effort de traction de  $6000000^{\text{kg}}$  qu'il convient de faire supporter au tirant par unité de surface de sa section, pour résister à l'action de la ferme, on trouve un total de  $13320000^{\text{kg}}$ . On atteint donc la limite de tension à partir de laquelle l'élasticité serait altérée.

Pages.	Lignes.				
283,	2,	<i>au lieu de</i>	8'	<i>lisez</i>	8 <sup>iv</sup>
"	35,	"	que l'on cloue	"	*que l'on fixe par
			sur les cour-		des clefs et des
			bes,		clavettes,
285,	24,	<i>supprimez</i>	*, refendues en deux et		
286,	37,	<i>au lieu de</i>	<i>Pl. XIX</i>	<i>lisez</i>	<i>Pl. XX</i>
290,	3,	"	très-peu	"	*d'autant moins
"	5,	"	sommet	"	*sommet que l'arc
					est plus sur-
					baisse.
291,	26,	<i>supprimez</i>	*( <sup>n°</sup> 116)		
292,	11,	<i>au lieu de</i>	<sup>n°</sup> 240	<i>lisez</i>	* <sup>n°</sup> 239
292, tableau,	1,	"	<i>fig. 13</i>	"	* <i>fig. 3</i>
" "	3,	"	<i>Pl. XX</i>	"	* <i>Pl. XIX</i>
" "	17,	"	<i>fig. 9</i>	"	* <i>fig. 10</i>
" "	18,	"	deux	"	*trois
293,	13 et 14,	"	par des ancrés	"	*en ancrant le ti-
			en fer bou-		rant dans la ma-
			lonnées sur		çonnerie.
			les deux ex-		
			trémités du		
			tirant BD.		
"	15 à 21,	<i>à supprimer</i>	*		
294,	7,	<i>au lieu de</i>	0 <sup>m</sup> ,35	<i>lisez</i>	*0 <sup>m</sup> ,70

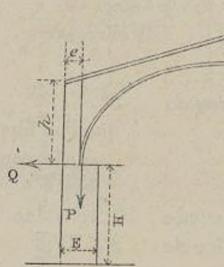
Pages.	Lignes.	
294	14 et 15,	<i>supprimez</i> *Les fermes se placent à 0 <sup>m</sup> , 70 l'une de l'autre.
"	25,	<i>au lieu de</i> fig. 2 <i>lisez</i> fig. 1"
298,	26,	" au moment " *à la somme des moments
"	27,	" de la somme " *de la résultante
Page 299, ligne 7 ( <i>voir</i> la Note ci-après).		

## NOTE.

Épaisseur à donner à un mur servant d'appui à une ferme de charpente sans tirant.

Soient  $p$  le poids du mètre cube de maçonnerie,  $\delta$  le coefficient de stabilité,  $D$

Fig. 63.



la longueur du mur résistant à la poussée d'une ferme,  $Q$  cette poussée, et  $P$  le poids de la demi-ferme; on aura

$$\delta QH = pE \cdot HD \times \frac{E}{2} + pehD \frac{e}{2} + \frac{PE}{2},$$

d'où

$$E^2 + \frac{P}{pHD} E + \frac{e'h}{H} - \frac{2\delta Q}{pD} = 0$$

et

$$E = -\frac{P}{2pDH} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4p^2 D^2 H^2} + \frac{2\delta Q}{pQ} - \frac{e^2 h}{H}}.$$

Le terme  $\frac{\delta Q}{pD}$  du texte doit donc être multiplié par 2.

## Pages. Lignes.

300,	16,	<i>au lieu de</i>	n° 40	<i>lisez</i>	*n° 41
301,	25,	"	37 <sup>m</sup> , 934	"	*38 <sup>m</sup> , 454
302,	32,	"	fig. 39	"	*fig. 39'

Page 302, n° 224 (*voir la Note ci-après*).

## NOTE.

Du système de deux pièces inclinées.

Le calcul n'offre aucune difficulté. On se borne à reproduire ici la figure et les formules où il s'est glissé des erreurs, en les corrigeant :

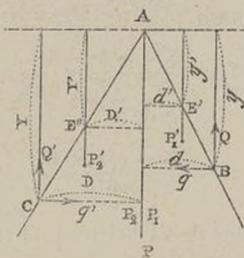
$$(b') \quad * Q' = \frac{PdY + P'_1(d - d')Y + P'_2(D'y + dY)}{dY + Dy},$$

$$(e) \quad * \frac{T}{\Omega} = \frac{[(P + P'_1 + P'_2)D - P'_2 D'] (y^2 + d^2) + P'_1 d' (yY - dD)}{\Omega x (dY + Dy)},$$

$$(e') \quad * \frac{T'}{\Omega'} = \frac{[(P + P'_1 + P'_2)d - P'_1 d'] (Y^2 + D^2) + P'_2 D' (yY - dD)}{\Omega' x' (dY + Dy)}.$$

Il y a lieu d'ajouter, comme le fait observer M. le colonel de la Grèverie, que ce

Fig. 64.



n'est pas pour les points B [formule (e)] et C [formule (e')] qu'il est utile de chercher la compression à introduire dans l'équation d'équarrissage [formule (f)] pour la pièce AB et [formule (f')] pour la pièce AC. C'est pour la section dangereuse de chacune de ces pièces que l'équation doit être établie. Or les données de la question ne sont pas suffisantes pour permettre de déterminer ces sections dangereuses dans le cas général. Le calcul devra être fait directement dans chaque cas particulier.

## Pages. Lignes.

303, 21, au lieu de BC lisez \*AC

305, 1 et 2, supprimez \*, au delà des points A et C

» 11 et 12, au lieu de (d) et (d') lisez \*(e) et (e')

Page 305, n° 225 (*voir la Note ci-après*).

## NOTE.

Calcul de la ferme (fig. 6, Pl. XV).

Les hypothèses à faire sont

$$P'_1 = px = P'_2, \quad D' = \frac{l}{2} D, \quad d' = \frac{l}{2} d, \quad D = d = \frac{l}{2} \quad \text{et} \quad y = Y.$$

Les formules (*b*) et (*b'*), p. 304, donnent alors

$$Q = Q' = \frac{p \frac{l}{2} y + px \left( \frac{l}{2} + \frac{l}{4} \right) y + px \left( \frac{l}{2} - \frac{l}{4} \right) y}{\frac{l}{2} 2y} = \frac{p + 2px}{2},$$

et la formule (*c*),

$$q = q' = \frac{p + px}{4y} l.$$

Par suite les formules (*d*) et (*d'*) donnent, pour la compression au pied de l'arbalétrier,

$$T = T' = \frac{Qy + qd}{x} = \frac{\frac{p+2px}{2}y + \frac{p+px}{4y} \frac{l^2}{2}}{x} = \frac{\frac{1}{2}p \left[ y^2 + \left( \frac{l}{2} \right)^2 \right] + \frac{px}{2} \left[ 2y^2 + \left( \frac{l}{2} \right)^2 \right]}{xy},$$

$$(h) \quad T = \frac{px + p(y^2 + x^2)}{2y}.$$

Pour  $y = h$  et  $x = X$ , on aurait

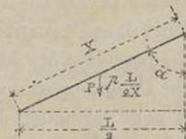
$$T = \frac{PX + p(h^2 + X^2)}{2h},$$

et, comme  $R' = \frac{T}{\Omega}$ , on aura

$$(i) \quad \Omega = \frac{PX + p(h^2 + H^2)}{2R'h}.$$

Pour tenir compte de la flexion de l'arbalétrier, flexion qui atteint son maximum

Fig. 65.



au milieu de la pièce dans le second terme de la formule (*u*) du n° 144, p. 206, on fera

$$P' = 0 \quad \text{et} \quad p' = \frac{pL}{2X}.$$

La tension par unité de surface de la section transversale, produite par la flexion, deviendra alors  $\frac{V}{I} \frac{pL^2}{32}$ . Quant au premier terme  $\frac{T}{\Omega}$ , relatif à la compression, on aura pour cette compression, en un point quelconque de l'arbalétrier,

$$(h') \quad T = q \sin z + p \cos z (X - x) = q \frac{L}{2X} + p \frac{Y}{X} (X - x),$$

la valeur de  $q$  étant celle qui correspond au pied de l'arbalétrier, c'est-à-dire à

$x = X$  et  $Y = h$ . Si, de plus, on fait dans cette formule

$$x = \frac{X}{2} \quad \text{et} \quad y = \frac{h}{2},$$

elle devient

$$T = \frac{PL}{4X} + \frac{p}{2} (L + h);$$

par suite l'équation d'équarrissage devient

$$(k) \quad R' = \frac{PL}{4\Omega X} + \frac{p(L+h)}{2\Omega} + 0,03125 \frac{V}{I} p L^2.$$

On devra adopter pour  $\Omega$  la plus grande des deux valeurs fournies par les équations (i), relative au pied de l'arbalétrier, et (k), relative au milieu de cette pièce.

Si l'on suppose une pièce de section rectangulaire, ce qui donne

$$\Omega = ab \quad \text{et} \quad \frac{V}{I} = \frac{6}{ab^3},$$

la formule (i) deviendra

$$(l) \quad ab = \frac{p(X^2 + h^2) + PX}{2R'h},$$

et la formule (k)

$$(m) \quad ab^2 = \frac{PL}{4R'X} b + \frac{p(L+h)}{2R'} b + 0,1875 \frac{pL^2}{R'}.$$

Pages 307 et 308 (note au bas de ces pages).

#### NOTE.

La charge sur les appuis intermédiaires (Table b, n° 142) est  $P = 0,36666 p X$ .

Si  $p = p' \frac{L}{2X}$ , il vient  $P = 0,18333 p' L$ . Si, dans la formule (l) du n° 138, p. 200,

on fait  $p = 0$ ,  $P = 0,18333 p' L$  et  $n = 6$ , on trouve  $R' = 0,06111 \frac{V}{I} p' L X$ . Il faut ajouter au deuxième membre l'accourcissement dû à la compression longitudinale. Comme le point le plus exposé à la rupture est le point d'appui de la panne inférieure, on fera, dans (h'),  $x = \frac{2}{3} X$ , ce qui donne

$$T = \frac{PL^2}{8hX} + p \left( \frac{L^2}{8h} + \frac{h}{3} \right),$$

et par suite

$$(k') \quad R' = \frac{PL^2}{8hX\Omega} + \frac{p}{\Omega} \left( \frac{L^2}{8h} + \frac{h}{3} \right) + 0,06111 \frac{V}{I} p L X.$$

On voit, en comparant les formules (k) et (k') que, dans cette dernière, le pre-

mier terme est plus fort que dans la première, si  $\frac{L}{2} > h$ , ce qui tendrait à exiger un plus fort équarrissage; mais les termes en  $h$  seront généralement moindres, ce qui produirait un effet contraire. Pour que le dernier terme de ( $k'$ ) soit aussi plus fort que le terme correspondant de ( $k$ ), ce qui tendrait encore à augmenter l'équarrissage, puisque ce terme est soustractif dans le dénominateur de la valeur de  $\Omega$ , que l'on tirerait de la formule, il faut  $0,06111pLX > 0,03125pL^2$ , ou  $X > L \frac{0,03125}{0,06111}$ , ou  $X > 0,512L$ , condition qui sera généralement remplie.

## Pages. Lignes.

305,	17,	<i>au lieu de AS</i>	<i>lisez *AP</i>
"	28,	<i>" px et pourra</i>	<i>" *px ou pX, suivant</i> <i>que l'on considé- rera les longueurs</i> <i>x ou X de l'arba- létrier, et pourra</i>
"	30,	<i>" de la longueur de cette pièce</i>	<i>" *des longueurs con- sidérées</i>
310,	9,	<i>supprimez *et comme cela sera démontré au n° 238.</i>	

Page 310, n° 230 (*voir la Note ci-après*).

## NOTE.

Pour le terme relatif à la flexion du tirant (*fig. 3, Pl. XVI*), on doit prendre la formule du tableau *b*, p. 204, correspondant au cas de cinq points d'appui, avec la correction qui a été indiquée, p. 548 et 549. Cette formule est

$$R' = 0,0067 \frac{V}{I} pX^2.$$

Si l'on fait  $p = \Omega d$  et  $X = L$ , le second membre devient  $*0,0067 \frac{V}{I} \Omega dL^2$ . La formule complète sera donc

$$(s) \quad R' = (P + pX) \frac{L}{4\Omega h} + 0,0067 \frac{V}{I} \Omega dL^2,$$

dans laquelle le terme relatif à la flexion doit être pris avec le signe  $+$ , comme le terme relatif à l'effort de traction, car on doit considérer l'effort de traction dû à la flexion comme ajoutant son effet à celui de l'effort direct de traction supporté par le tirant. Le terme relatif à la flexion peut d'ailleurs être négligé, comme l'indique le général Ardant.

Page 310, ligne 27, au lieu de fig. 1 lisez fig. 3

Page 310 et 311, n° 231 (*voir* la Note ci-après).

## NOTE.

Ferme simple avec tirant en fer retroussé.

Pour avoir l'effort de traction  $T_1$  dirigé suivant le tirant oblique OB', on posera l'équation des moments par rapport au point A :

$$T_i \times h' \cos O B' P = Q \frac{L}{2} - p X \frac{L}{2}.$$

Or

$$\cos \angle OB'P = \frac{L}{L'} \quad \text{et} \quad Q = \frac{P}{2} + pX,$$

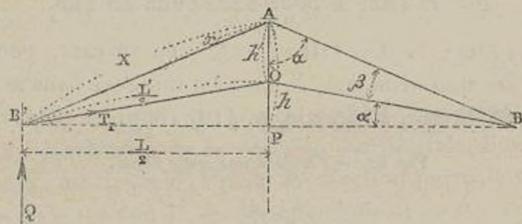
ce qui donne

$$T_1 h' \frac{L}{L'} = \left( \frac{p}{2} + pX \right) \frac{L}{2} - pX \frac{L}{2},$$

d'où

$$T_i = (P + pX) \frac{L'}{4h'}$$

Fig. 66.



La compression en un point quelconque de l'arbalétrier sera

$$T = Q \cos \alpha + [P + p(X - x)] \frac{L'}{4h'} \cos \beta;$$

d'ailleurs

$$\cos \alpha = \frac{h}{X}, \quad \cos \beta = \frac{L^2 + 4h(h-h')}{2XL'}$$

De là on tire, pour la compression au milieu de la pièce, point où  $x = \frac{X}{2}$ ,

$$T = \frac{PX}{2h'} + \frac{p}{4} \left( 3h + \frac{X^2}{h'} \right).$$

Quant au terme relatif à la flexion, on doit prendre la formule relative au cas d'une pièce posée sur deux appuis, c'est-à-dire  $\frac{V}{I} p' \frac{X^2}{8}$ , en faisant  $p' = \frac{L'}{2X} \Omega d$ , ce qui donne

$$\star \frac{V}{I} \frac{1}{8} \Omega d \frac{L'^2}{4} = 0,125 \frac{V}{I} \Omega d \frac{L'^2}{4}.$$

L'équation d'équarrissage sera donc

$$R' = \frac{PX}{2\Omega h'} + \frac{P}{4\Omega} \left( 3h + \frac{X^2}{h'} \right) + 0,125 \frac{V}{I} \Omega d \frac{L'^2}{4}.$$

Pour avoir la tension longitudinale du poinçon, il suffit de multiplier la tension  $T$  du tirant par  $2 \cos B'OP = 2 \frac{h-h'}{\frac{1}{2} L'} = 4 \frac{h-h'}{L'}$ , ce qui donne

$$*(P + pX) \frac{h-h'}{h'}.$$

Page. Lignes.

311,	16,	<i>au lieu de</i>	ceux dans lesquels	<i>lisez</i> *celui dans lequel
"	17,	"	<i>fig. 4</i>	" *fig. 11
"	24,	"	AF et BF	" *AF <sub>1</sub> et BF <sub>1</sub>
"	25,	"	BF	" *BF <sub>1</sub>
"	26,	"	AF	" *AF <sub>1</sub>

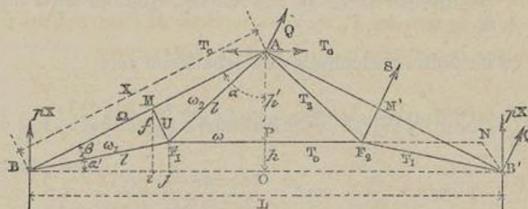
Pages 311 et 312, n° 232 (*voir la Note ci-après*).

NOTE.

DES FERMES A SOUS-TENDEURS EN FER.

Ferme à une seule flèche. — On fait ce calcul en suivant, pour la détermination de la tension des sous-tendeurs, la marche indiquée dans le *Cours de Mécanique appliquée* de M. Bresse, 1<sup>re</sup> Partie, p. 418, 1859. Le poids de la ferme et de

Fig. 67. — Ferme à une seule flèche.



et en M,

$$S = \frac{5}{8} p \sin \alpha X = \frac{5}{16} p L.$$

Pour avoir la tension  $T_0$  du tirant  $F_1 F_2$ , il suffit d'égaler son moment pris par rapport au sommet A au moment du poids de la demi-ferme, ce qui donne

$$T_0 = p \frac{XL}{4h'R'},$$

d'où, pour la section de ce tirant,

$$\omega = \frac{pXL}{4h'R}.$$

On obtient la tension  $T_1$  du tirant  $F_1 B$  ou  $F_2 B'$  en exprimant qu'il y a équilibre en B ou  $B'$  entre les composantes normales à l'arbalétrier de la réaction  $Q$ , de la tension  $T_1$  et de la réaction  $pX$  du point d'appui de la ferme. En projetant ces forces sur la perpendiculaire à la direction de l'arbalétrier, on trouve

$$pX \sin \alpha = Q + T_1 \sin \beta \quad \text{ou} \quad pX \frac{L}{2X} = \frac{3}{32} pL + T_1 \frac{f}{l},$$

d'où

$$T_1 = \frac{l}{f} \left( \frac{pL}{2} - \frac{3}{32} pL \right) = \frac{13}{32} \frac{pLl}{f}, \quad \text{d'où} \quad * \omega_1 = \frac{13}{32} \frac{pLl}{R'f}.$$

Cette expression est d'ailleurs identique à celle que donne le général Ardant, comme il est facile de s'en assurer en introduisant dans cette dernière la relation  $h' = \frac{X}{2} \cos \alpha + f \sin \alpha = \frac{1}{2} \left( h + \frac{Lf}{X} \right)$ , de manière à faire disparaître  $h'$ .

Pour avoir la tension  $T_2$ , on exprime qu'en A il y a équilibre entre les composantes normales à l'arbalétrier de la réaction horizontale d'une des demi-fermes égale à la tension  $T_0$  du tirant  $F_1 F_2$ , de la réaction normale  $Q$  du point d'appui de l'arbalétrier et de la tension  $T_1$  du sous-tendeur de l'autre demi-ferme. En projetant ces forces sur la perpendiculaire à l'arbalétrier, on a

$$T_0 \cos \alpha = Q + T_1 \sin \beta, \quad \frac{pLX}{4h'} \frac{h}{X} = \frac{3}{32} pL + T_1 \frac{f}{l},$$

d'où

$$T_1 = \frac{pLl}{32fh'} (8h - 3h') \quad \text{et} \quad * \omega_2 = \frac{pLl}{32R'h'f} (8h - 3h').$$

Cette expression est identique à celle que donne le général Ardant; pour le faire voir, il suffit d'éliminer dans cette dernière X au moyen de la relation

$$h' = \frac{1}{2} \left( h + \frac{Lf}{X} \right).$$

L'effort de compression de la flèche  $F_1 M$  ou  $F_2 M'$  étant  $S = \frac{5}{16} pL$ , la section de cette pièce devra être  $U = \frac{5pL}{16R'}$ .

Quant à l'arbalétrier, on a vu que, dans le cas de trois points d'appui également

espacés, la plus grande courbure a lieu au milieu de la pièce, et que l'on a

$$R' = \frac{T}{\Omega} + \frac{V}{I} \frac{p'X^2}{32}.$$

Or

$$T = T_1 \cos \beta + p X \cos \alpha - p \cos \alpha (X - x),$$

d'où, si l'on fait  $x = \frac{X}{2}$ ,

$$T = T_1 \cos \beta + \frac{p X \cos \alpha}{2} = \frac{p L}{8 h' f} \left( \frac{L f}{X} + h + \frac{5}{4} h' \right) \frac{X}{2} + \frac{p h}{2},$$

et l'on a

$$X = \frac{L}{2 \sin \alpha}, \quad p' = p \sin \alpha, \quad \text{d'où} \quad \frac{p' X^2}{32} = \frac{p L X}{64},$$

et par suite

$$R' = \frac{p}{\Omega} \left[ \frac{L}{16 f} \left( \frac{h X + L f}{h'} + \frac{5 X}{4} \right) + \frac{h}{2} + \frac{V}{I} \frac{\Omega L X}{64} \right],$$

et, comme  $h' = \frac{h X + L f}{2 X}$ , on a finalement

$$*R' = \frac{p}{2 \Omega} \left( \frac{13}{32} \frac{L X}{f} + h \right) + \frac{V}{I} \frac{p L X}{64}.$$

Il y a erreur dans la formule de la p. 312 du texte.

**Ferme à trois flèches.** — Dans le cas d'une pièce droite reposant sur cinq points d'appui, on a trouvé, pour les charges agissant sur les appuis,

$$N = \frac{13}{56} p' X, \quad S = \frac{2}{7} p' X, \quad Q = \frac{11}{112} p' X;$$

comme  $p' = \frac{p L}{2 X}$ , on aura

$$N = \frac{13}{56} \frac{p L}{2}, \quad S = \frac{2}{7} \frac{p L}{2}, \quad Q = \frac{11}{112} \frac{p L}{2}.$$

Le poids porté par la demi-ferme est  $p X = \frac{p L}{2 \sin \alpha}$ .

Pour la tension suivant  $F_1 F_2$ , on aura, comme dans le calcul précédent,

$$(o) \quad T_s = \frac{p L X}{4 h'}, \quad \text{d'où} \quad \omega = \frac{p X L}{4 h' R'}.$$

On obtient la tension  $T_s$  du cordon  $F_1 B$  ou  $F_2 B'$  en exprimant qu'en  $B$  ou  $B'$ , il y a équilibre, dans la direction de la perpendiculaire à l'arbalétrier, entre  $Q$ ,  $T_s$  et la réaction  $p X$  du point d'appui sur lequel repose la ferme. On a ainsi

$$Q + T_s \sin \beta = p X \sin \alpha \quad \text{ou} \quad \frac{11}{224} p L + T_s \frac{f}{l} = \frac{p L}{2},$$

d'où

$$(3) \quad T_s = \frac{101}{224} \frac{p L l}{f} \quad \text{et} \quad * \omega = \frac{101}{224} \frac{p L l}{R' f}.$$

Pour avoir la tension  $T_4$  du cordon  $Af_2$  ou  $Af'_2$ , on a de même

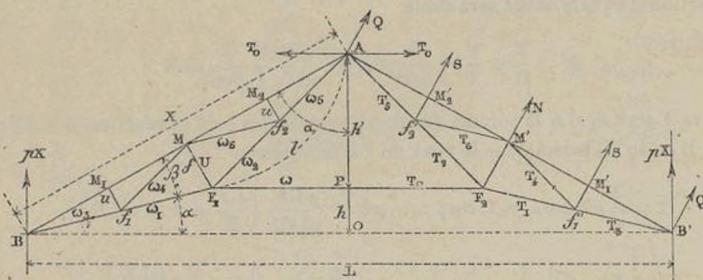
$$Q + T_5 \sin \beta = T_6 \cos \alpha \quad \text{ou} \quad \frac{11}{224} pL + T_5 \frac{f}{l} = \frac{pLX}{4h'} \frac{h}{X},$$

d'où

$$(5) \quad T_5 = \frac{pLl}{f} \left( \frac{h}{4h'} - \frac{11}{224} \right) \quad \text{et} \quad * \omega_5 = \frac{pLl}{R'f} \left( \frac{h}{4h'} - \frac{11}{224} \right).$$

On obtient les tensions  $T_1$  et  $T_4$  en exprimant que, en  $f_1$  ou  $f'_1$ , il y a équilibre entre

Fig. 68.



la compression  $S$  de la flèche et les tensions  $T_1$ ,  $T_3$  et  $T_4$ , dans la direction de la flèche et dans une direction perpendiculaire. On trouve ainsi

$$S = T_3 \sin \beta + T_4 \sin \beta - T_1 \sin \beta \quad \text{ou} \quad \frac{Sl}{f} - T_3 = T_4 - T_1$$

$$T_3 \cos \beta = T_1 \cos \beta + T_4 \cos \beta \quad \text{ou} \quad T_3 = T_4 + T_1,$$

d'où

$$(1) \quad T_1 = T_3 - \frac{Sl}{2f} = \frac{85}{224} \frac{pLl}{f} \quad \text{et} \quad * \omega_1 = \frac{85}{224} \frac{pLl}{R'f}$$

$$(4) \quad T_4 = \frac{Sl}{2f} = \frac{pLl}{14f} \quad \text{et} \quad * \omega_4 = \frac{1}{14} \frac{pLl}{R'f}.$$

On obtient de même les tensions  $T_2$  et  $T_6$  en exprimant que, en  $f_2$  ou  $f'_2$ , il y a équilibre entre la compression  $S$  de la flèche et les tensions  $T_2$ ,  $T_6$  et  $T_5$ , dans la direction de la flèche et dans une direction perpendiculaire. On trouve ainsi

$$S = T_5 \sin \beta + T_6 \sin \beta - T_2 \sin \beta \quad \text{ou} \quad \frac{Sl}{f} - T_5 = T_6 - T_2,$$

$$T_5 \cos \beta = T_6 \cos \beta + T_2 \cos \beta \quad \text{ou} \quad T_5 = T_6 + T_2,$$

d'où

$$(2) \quad T_2 = T_5 - \frac{Sl}{2f} = \frac{pLl}{f} \left( \frac{h}{4h'} - \frac{27}{224} \right) \quad \text{et} \quad * \omega_2 = \frac{pLl}{R'f} \left( \frac{h}{4h'} - \frac{27}{224} \right),$$

$$(6) \quad T_6 = \frac{Sl}{2f} = \frac{pLl}{14f} \quad \text{et} \quad * \omega_6 = \frac{pLl}{14R'f}.$$

Les formules (1), (2), (3), (4), (5) et (6) de la p. 312 du texte sont inexactes.

$$\text{Suivant } F_1 M \dots \dots \quad (8) \quad N = \frac{13}{112} p L, \quad U = \frac{13 p L}{112 R},$$

$$\text{Suivant } f_1 M_1, f_2 M_2 \dots \dots \quad (9) \quad S = \frac{1}{7} p L = \frac{16}{112} p L, \quad u = \frac{16 p L}{112 R}.$$

Pour ce qui concerne l'arbalétrier, on a vu que c'est en  $M_1$  ou  $M_2$  que la courbure est la plus forte. C'est le point  $M_1$  qu'il faudra considérer, la compression longitudinale y étant plus forte qu'en  $M_2$ .

L'équation d'équarrissage sera donc

$$R' = \frac{T}{\Omega} + \frac{V}{I} \times \frac{3}{448} p' X^2 = \frac{T}{\Omega} + \frac{V}{I} \frac{3}{896} p' L X.$$

D'ailleurs  $T$  sera égal à la somme des composantes des  $\frac{3}{4}$  de la réaction  $p X$  du point d'appui  $B$  et de  $T_3$  prises dans le sens de l'arbalétrier :

$$T = \frac{3}{4} p X \cos \alpha + T_3 \cos \beta = \frac{3}{4} p h + \frac{p L X}{16 h' f} \left( \frac{L f}{X} + h + \frac{29}{8} h' \right),$$

d'où

$$(7) \quad \begin{cases} R' = \frac{p}{\Omega} \left[ \frac{L}{16 f} \left( \frac{L f + h X}{h'} + \frac{29}{28} X \right) + \frac{3}{4} h + \frac{V}{I} \frac{3}{896} p L X \right], \\ \text{ou, puisque } h' = \frac{h X + f L}{2 X}, \\ R' = \frac{p}{\Omega} \left( \frac{85}{448} \frac{L X}{f} + \frac{3}{4} h \right) + \frac{V}{I} \times \frac{3}{896} p L X. \end{cases}$$

La formule (7) du texte est inexacte.

Pages.	Lignes.		
313,	7,	au lieu de	70
315,	31,	"	40
"	32,	"	AM
"	35,	"	A'''
316,	15,	"	M''
321,	24,	"	zz'
322,	14,	"	par
326,	8,	"	Le second
"	"	"	premier
327,	27,	"	$n'_1$
328,	23,	"	$o^m, 27$
330,	14,	"	L'inclinaison
331,	14,	"	$12'$ et $13'$
"	21,	"	$n^o 43$
340,	15,	"	Pl. XXIV
			lisez 90
			" 40'
			" AY
			" A
			" M'''
			" Z z'''
			" pour
			" Chaque
			" précédent
			" * $n'$
			" $o^m, o27$
			" * L'inclinaison
			" * $12, 12', 13, 13'$
			" * $n^o 41$
			" * Pl. XXIII

Pages.	Lignes.		
342,	12,	<i>au lieu de</i> 4"	<i>lisez</i> *4"
344,	8,	" n°s 149 et 150	" *n°s 251 et suivants.
349,	30,	" o <sup>m</sup> , 21	" *o <sup>m</sup> , 12
354,	dernière,	" trois	" *quatre
355,	34,	" ss	" *r
356,	6,	" ( <i>fig. 2</i> )	" *( <i>fig. 2, Pl. XXIV</i> )
360,	18,	" douzième	" *treizième
362,	4,	" Sp', p' p'', p'' p'''	" Sp, pp', p' p''
"	8,	" p'''	" p''
"	15,	" inférieur	" supérieur
363,	33,	" gales	" égales
364,	1,	" IK	" *OB
"	32,	" nommés	" *nommé
365,	32,	" Or	" *st
367,	24,	" Pl. XXX	" Pl. XXXI
368,	7,	" long	" *longs
"	13,	" ( <i>fig. 2'</i> )	" (* <i>fig. 2</i> )
"	28,	" chambre	" *écurie
369,	8,	" Pl. XXI	" Pl. XXIV
373,	29,	" Pl. XXVI	" *Pl. XXV
375,	3,	" o <sup>m</sup> , 33	" o <sup>m</sup> , o33
378,	14,	" aura de o <sup>m</sup> , 13	" aura o <sup>m</sup> , 13
"	22,	" ( <i>fig. 13 et 14, Pl. XXVI</i> , et	" *( <i>fig. 12 et 12', Pl. XXVI</i> )
"	23,	<i>supprimez</i> * <i>fig. 6 et 7, Pl. XXX</i> ).	
385,	4,	<i>au lieu de</i> o <sup>mc</sup> , 95	<i>lisez</i> o <sup>mq</sup> , 95
"	5,	" o <sup>m</sup> , 65 à o <sup>m</sup> , 96	" o <sup>mq</sup> , 65 à o <sup>mq</sup> , 96
"	28,	" peut-être	" peut être
386,	9,	" Pl. XXIV	" Pl. XXVII
"	15,	" o <sup>mc</sup> , 18	" o <sup>mq</sup> , 18
390,	7,	" arrasée	" arasée
392,	21,	" ( <i>fig. 11</i> )	" ( <i>fig. 10</i> )
393,	9,	" horas	" *ouras
"	16,	" horas	" ouras
"	24,	" aréothermes	" aérothermes
401,	34,	" ( <i>fig. 1, 2 et 9</i> )	" ( <i>fig. 16" et 16'''</i> )
403,	4,	" diverse forme	" diverses formes
406,	26,	" chaude : ils	" *chaude dont il est question plus loin : ils
408,	22,	" le troisième, e,	" *le troisième, a,

Pages.	Lignes.		
409,	16,	<i>au lieu de C'</i>	<i>lisez *C</i>
410,	11,	" <i>fig. 6 et 6'</i>	" <i>fig. 6' et 6''</i>
418,	9,	" <i>Pl. XXXI</i>	" <i>*Pl. XXX</i>
419,	19,	" <i>réduction</i>	" <i>rédaction</i>
421,	28,	" <i>ceintures et</i>	" <i>*et ceintures</i>
446,	40,	$\frac{\gamma_0 + \gamma_{2n-1}}{6}$	" $\frac{\gamma_1 + \gamma_{2n-1}}{6}$ .
470,	13,	" $\sqrt{M^2 + N^2}$	" $\sqrt{M^2 + N^2}$

RÉPERTOIRE (\*)  
DES  
FORMULES EMPIRIQUES ET THÉORIQUES, DES TABLES  
ET DES CONSTRUCTIONS GRAPHIQUES.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.
MURS DE BATIMENTS.			
4	7	ligne 30	Formule de Rondelet pour le calcul de l'épaisseur des murs de clôture.
6	10	ligne 21	Formule de Rondelet pour le calcul de l'épaisseur des murs de face et de refend.
7	11		Pratique de Vauban pour la détermination de l'épaisseur des murs de face et de refend.
7	11		Table I, des épaisseurs des murs au rez-de-chaussée, d'après Rondelet.
7	12		Table II, des épaisseurs des murs de face et de refend, d'après les types du Comité du Génie.
7	12		Table III, des épaisseurs des murs des bâtiments ordinaires non voûtés, d'après la pratique des architectes civils.
9	14		Tracé du profil d'un mur de face, d'après M. Soleiro.
18	21		Tracé de l'appareil des têtes de voûtes en berceau divisées en un petit nombre de voussoirs ( <i>fig. 2, Pl. II</i> ).
18	21		Tracé de l'appareil des têtes de voûtes en berceau divisées en neuf, onze, treize ou quinze voussoirs ( <i>fig. 3, Pl. II</i> ).
MURS DE REVÈTEMENT.			
22	25		Pratique du chevalier de Ville pour la détermination de l'épaisseur des murs de revêtement, et des dimensions de leurs contreforts.

(\*) On reproduit ce répertoire tel qu'il a été imprimé par le général Ardant, en le complétant par l'indication des questions traitées dans les Notes de l'Appendice. Les additions au texte primitif sont en italiques.

J. C.

Numéros des para- graphes.	Pages.		Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	MURS DE REVÊTEMENT (suite).
23-24	25	(A), (B), (C) et (D)			Profil de Vauban et instruction qui l'accompagne ( <i>fig. 12, 12' et 12'', Pl. II</i> ).
24	27	(E)			Profil de Vauban pour les demi-revêtements ( <i>fig. 13, Pl. II</i> ).
25	27	(F)	431		Formule et tracé de M. Poncelet pour la détermination des profils équivalents au profil de Vauban.
26	29	(G)			Formule de Bullet pour le calcul de l'épaisseur d'un mur de revêtement.
26	29	(I)			Formule de Bélidor pour le même objet.
28	30	(K) et (K')			Formule de Français pour le même objet.
29	30	(L) et (M)			Formule de Navier pour le même objet.
30	31	(N)			Formule de M. Poncelet pour le même objet.
			432		<i>Théorie de la poussée des terres. Publications diverses relatives à la poussée des terres.</i>
			434		<i>Théorie de Coulomb, Poncelet, etc. Détermination de la poussée. Calcul de l'épaisseur d'un mur de revêtement.</i>
			449		<i>Théorie de M. Maurice Levy.</i>
			454		<i>Théorie du commandant Curie. Cas d'un remblai doué de cohésion. Solution graphique. Calcul rigoureux. Formules pratiques.</i>
31	31	ligne 26	464		Tracé graphique du profil des murs à paroi intérieure, inclinée du dedans au dehors ( <i>fig. 1, Pl. III</i> ).
31	31	ligne 26			Formule pratique pour le calcul de l'épaisseur des murs à paroi intérieure, inclinée du dedans au dehors ( <i>fig. 3, Pl. III</i> ).
31	33	(O)	461		Formule théorique pour le même objet.
31	34	(O)	463		Formule abrégée pour le cas où le parement extérieur du mur est vertical.
32	34				Tableau synoptique des formules pratiques usitées ou proposées pour le calcul de l'épaisseur des murs de revêtement.
33	40				Règles relatives aux contre-forts des murs, calculées par les formules inscrites au tableau précédent ( <i>fig. 2, Pl. III</i> ).
33	35				Valeur du coefficient du frottement des terres sur elles-mêmes.
33 c	37				Valeur du coefficient du frottement des terres contre la maçonnerie. (Table des résultats

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
<b>MURS DE REVÊTEMENT (suite).</b>				
37	45			des expériences de M. le capitaine Blondeau). Expérience sur le frottement des terres contre la maçonnerie.
37	47		464	Expériences sur la stabilité des murs de revêtement à paroi intérieure inclinée de dedans en dehors.
40	52	(g)	466	Formule pour le calcul de la largeur à donner aux fondations des murs de revêtement établis sur des terrains légèrement compressibles.
40				Deux tables calculées pour faciliter l'usage de cette formule.
43	58	(t)	469	Formule pour le calcul de la profondeur à donner à la fondation d'un mur de revêtement, afin de la garantir contre le glissement sur le sol.
43	58			Table calculée pour faciliter l'usage de cette formule.
46	63		472	<i>Revêtements et placages en maçonnerie contre des terrains résistants.</i>
47			472	<i>Talus à donner, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur, aux murs des revêtements.</i>
48	67			<i>Contre-forts des revêtements pleins et des arcs en décharge.</i>
49	69		473	<i>Revêtements en décharge.</i>
<b>VOUTES.</b>				
52	72			Tracé des voûtes en ogive ou en tiers point ( <i>fig. a et b, Pl. IV, et 1, Pl. VI</i> ).
54	73			Éléments du tracé d'un arc circulaire (rapports entre l'ouverture, la flèche, l'angle au centre et le rayon).
56	74		475	Tracé des anses de panier à trois centres ( <i>fig. 1 et 2, Pl. IV</i> ).
58	75		475	Tracé des anses de panier à cinq centres ( <i>fig. 3, Pl. IV</i> ).
58	76			Table pour aider à ce tracé.
59	76			Tracé des anses de panier depuis cinq jusqu'à onze centres ( <i>fig. 4, Pl. IV</i> ).
60	80		476	Tracé des arcs rampants composés d'arcs de cercle ( <i>fig. 5, Pl. IV</i> ), d'arcs d'ellipse ( <i>fig. 8, Pl. IV</i> ).

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.			Pages de l'appendice.	VOUTES (suite).
		—	—	—		
163	115	note				Tracé d'une cyclo-spirale. Son usage pour raccorder deux directions rectilignes par des arcs de cercle ( <i>fig. 3'', Pl. X</i> ).
64	86		477			Épure d'une tête de voûte biaise (procédé de Gauthey) ( <i>fig. 12, Pl. IV</i> ).
65	87					Tracé de l'appareil hélicoïdal (dit appareil anglais) pour les voûtes biaises ( <i>fig. 2 et 3, Pl. V</i> ).
67	92					Tracé de l'appareil dit orthogonal ( <i>fig. 5', Pl. V</i> ).
68	93					Tracé de l'appareil dit orthogonal convergent.
69	94					Règle pratique du P. Dérand pour le calcul de l'épaisseur des pieds-droits des voûtes ( <i>fig. 1 et 2, Pl. VI</i> ).
70	96		478			Règle empirique pour le même objet, employée par quelques ingénieurs ( <i>fig. 4, Pl. VI</i> ).
70	96		478			Formule pour le calcul des épaisseurs des pieds-droits des voûtes en plein cintre, déduite de la théorie de la Hire.
70	96					Formule pour le calcul des épaisseurs des pieds-droits des voûtes en anses de panier à trois centres (*), déduite de la même théorie.
73	100		479, 480 et 481			Méthode graphique de Poncelet pour trouver des longueurs proportionnelles aux poids des demi-voûtes et à leur poussée, et pour déterminer le centre de gravité de ces demi-voûtes ( <i>fig. 3, 6, 7 et 8, Pl. VI</i> ).
74	109	(A)				Formule pour le calcul de l'épaisseur des pieds-droits d'une voûte en berceau (**).
79	119		484			Tableau E contenant les éléments du calcul de l'épaisseur des pieds-droits des voûtes en plein cintre extradossées en arc de cercle, calculé pour l'usage de la formule précédente.
75	114		484			Voûtes légères en briques de plat et plâtre.

(\*) Voir, dans le texte, les limites entre lesquelles cette règle peut être appliquée.

(\*\*) L'usage de cette formule exige la détermination préalable, au moyen du tracé graphique du n° 73, du poids de la demi-voûte, de la position de son centre de gravité et de la poussée de la voûte, ou l'emploi du tableau E.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
VOUTES (suite).				
75	110			Règle empirique de Léon Alberti pour la détermination de l'épaisseur du bandeau des voûtes en plein cintre extradossées parallèlement.
75	111	(P)		Règle empirique de Perronet pour la détermination de l'épaisseur des bandeaux des voûtes surbaissées en arc de cercle ou en anse de panier.
75	114	(B)		Règles empiriques proposées pour la détermination des épaisseurs à la clef des voûtes en plein cintre ou dont le surbaissement est moindre que le quart, extradossées en arc de cercle.
76	115	(C)		Épaisseurs à la clef des voûtes dont le surbaissement est de plus du quart.
77	116	(D)		Épaisseurs aux naissances des voûtes en plein cintre et surbaissées.
78	116			Épaisseurs à la clef et aux naissances des voûtes primitives destinées à être recouvertes par des chapes horizontales et inclinées.
79	120	ligne 19		Épaisseur d'un pied-droit de voûte dont la hauteur est infinie (*).
84	128	ligne 24		Règle de Bélidor pour le calcul de l'épaisseur des voûtes à l'épreuve de la bombe.
84	128	note		Table des vitesses et des angles de chute des bombes tirées sous l'angle de 60 degrés aux distances de 400 à 800 mètres, sur un but dont la hauteur est de 100 à 200 mètres.
			507	<i>Effets du tir sur les voûtes.</i>
86	131	ligne 35	510	Formule pour le calcul de l'épaisseur du pied-droit d'une voûte plate en briques.
86	132		511	Tirant en fer destiné à consolider une plate-bande.
86	135			Table des dimensions de quelques voûtes en plâtre existantes et des murs qui en supportent la poussée.
93	141	ligne 2	512	Formule pour le calcul de l'équarrissage d'un tirant en fer destiné à consolider une voûte en berceau. — Extension de la même formule au calcul de l'équarrissage d'un cercle de fer destiné à consolider une voûte en dôme.

(\*) La valeur de  $\pi$  doit être prise dans le tableau p. 119.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
VOUTES (suite).				
		484		<i>Théories diverses de la poussée des voûtes. Auteurs qui ont écrit sur la poussée des voûtes.</i>
		487 et 512		<i>Théorie du Dr Scheffler.</i>
		492		<i>Mémoire de M. Drouets.</i>
		493		<i>Vérification de la stabilité des voûtes, d'après M. A. Durand-Claye.</i>
		494		<i>Traité de l'équilibre des voûtes et de la construction des ponts en maçonnerie, par M. Dupuit.</i>
		495		<i>Méthode géométrique de vérification de la stabilité des voûtes de M. le colonel Peaucellier.</i>
ESCALIERS.				
100	148			Règle pratique qui fixe le rapport du pas au giron d'une marche d'escalier.
100	148			Table des longueurs d'emmarchement, des larges de giron et des hauteurs de pas des escaliers, suivant leur grandeur, d'après la pratique.
105 et 106	151 et 152	(B) (B') et (A')	514	Formule établissant une relation entre les dimensions d'une cage et la largeur de l'escalier qu'on peut y placer. — Application de cette formule à diverses figures du plan de la cage ( <i>fig. 8, Pl. VIII</i> ).
107	154	ligne 3		Tracé du balancement et de l'adouci des marches d'escalier ( <i>fig. 9, Pl. VIII</i> ).
115	165			Tracé de la volute qui termine le limon des premières rampes d'escalier ( <i>fig. 2, 2', 2'', Pl. X</i> ).
RÉSISTANCE DES MATERIAUX.				
124	176		515	<i>Résistance transverse ou de cisaillement.</i>
132	188		517	<i>Solides d'égale résistance à la flexion.</i>
134	190		519	<i>Résistance à la flexion d'une pièce droite encastrée à une extrémité.</i>
134	194			Table I, relative à la résistance des pierres et mortiers, à la rupture par écrasement, par traction ou par un effort transverse.
134	195		522	Table II, relative à la résistance à la compression du fer et du bois.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.
RÉSISTANCE DES MATERIAUX (suite).			
135	195		522
Table III, relative à la résistance des corps, à l'extension et à la rupture qui en proviennent.			
134	196		523
Table IV, des valeurs des quantités $V$ , $\Omega$ et $\frac{I}{V}$ correspondant à diverses figures de la section d'une pièce prismatique exposée à des efforts de flexion.			
STABILITÉ DES PILIERS, PIEDS-DROITS ET MURS EN MAÇONNERIE.			
150	211	(a)	Formule pour le calcul d'un prisme de maçonnerie chargé d'un poids sur sa base supérieure. — Répartition de la pression quand elle n'est pas appliquée au centre de figure de la base sur laquelle elle agit ( <i>fig. 34, Pl. XII</i> ).
151	212	(b)	Application de cette formule à la résistance de la clef d'une voûte.
152	212	(c)	Application à la vérification de la résistance du sol à l'enfoncement des pieds-droits de la voûte.
153	215	ligne 14	Formule indiquant la largeur à donner à la fondation des pieds-droits d'une voûte, quand cette fondation repose sur un sol qui n'est pas tout à fait incompressible. Application à un exemple.
154	216	ligne 35	Formule théorique pour le calcul de l'épaisseur à donner à un prisme de maçonnerie sollicité par une force perpendiculaire à la direction de ses arêtes.
155	217		Inclinaison sous laquelle tend à se faire la rupture.
156	217 et suivantes.	563	Démonstration de cette proposition, que lorsqu'un prisme de maçonnerie est sollicité par une force transversale à la direction de ses arêtes verticales, la rupture tend à se faire par rotation autour de l'arête extérieure de la base (*).

(\*) Cette proposition est vraie quelle que soit la valeur attribuée à la force de cohésion de la maçonnerie.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
— — — — —				
				<b>STABILITÉ DES PILIERS, PIEDS-DROITS ET MURS DE MAÇONNERIE (suite).</b>
157	220	(f) et (g)		Formule pratique pour le calcul de l'épaisseur à donner à un prisme sollicité par une force qui tend à le renverser.
158	223	(i)	564	Formule pour calculer la largeur à donner à la base de la fondation d'un prisme de maçonnerie en tenant compte de la résistance du sol à la compression.
159	224			Détermination de l'angle que doit faire, avec le plan d'une assise ou de la base d'un prisme de maçonnerie, la résultante de toutes les forces appliquées au prisme pour qu'il n'y ait pas glissement sur cette assise ou sur le sol.
PIÈCES POSÉES DEBOUT. — POTEAUX, COLONNES ET COLONNETTES.				
127	181	(e)	522	Formule pour le calcul de l'équarrissage des prismes tirés ou comprimés parallèlement à leur longueur.
163	229		565	Exemple du calcul de l'équarrissage d'une pièce posée debout.
PIÈCES DROITES ET COURBES POSÉES SUR DES APPUIS DE NIVEAU. PIÈCE INCLINÉE. POUTRES ARMÉES. POUTRES ET SOLIVES DES PLANCHERS.				
Formules pour le calcul de l'équarrissage des pièces en bois ou en fer posées sur des appuis de niveau et supportant des charges diversement réparties, savoir :				
135	197	(g)	525	Pièce posée sur deux appuis de niveau (*), chargée d'un poids $p$ réparti uniformément sur sa longueur et d'un autre poids $P$ concentré en un point quelconque ( <i>fig. 23, Pl. XII</i> ).
136	197	(g')		Cas particulier d'une pièce rectangulaire.
136	198	(h)	530	Même pièce, le poids étant suspendu en son milieu.

(\*) Dans cette formule, on tient compte du poids de la pièce.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
—				
137	198		532	<b>PIÈCES DROITES ET COURBES, ETC. (suite).</b>
138	200	( <i>l</i> )	534	<i>Comparaison entre les prix de revient des pièces de charpente en bois et en fer.</i>
138	200	( <i>m</i> )		Pièce posée sur deux appuis de niveau, et chargée : 1 <sup>o</sup> de deux poids égaux à $P$ placés symétriquement de chaque côté du milieu; 2 <sup>o</sup> d'un poids $p$ par unité linéaire (*) ( <i>fig. 24, Pl. XII</i> ).
139	200	( <i>n</i> )	534	Cas particulier d'une pièce rectangulaire.
139	200			Pièce posée sur deux appuis de niveau, et chargée : 1 <sup>o</sup> de deux poids égaux à $P'$ placés symétriquement de chaque côté du milieu; 2 <sup>o</sup> d'un poids $P$ suspendu au milieu; 3 <sup>o</sup> d'un poids $p$ par unité linéaire.
140	200	( <i>o</i> ) ( <i>p</i> ) et ( <i>q</i> )	534	Cas particulier d'une pièce rectangulaire.
142 <sup>a</sup>	203	( <i>q</i> )	537 à 541	Pièce posée sur trois appuis de niveau également espacés, et chargée de deux poids égaux suspendus au milieu des intervalles entre les appuis ( <i>fig. 29, Pl. XIII</i> ).
142 <sup>a</sup>	203	( <i>r</i> )	541	Même pièce, lorsque l'intervalle entre deux appuis est double de l'intervalle entre les deux autres, et qu'un poids est suspendu au milieu de l'intervalle le plus grand ( <i>fig. 29', Pl. XII</i> ).
142 <sup>a</sup>	203	( <i>s</i> )	544	<i>Plusieurs points d'appui dans le cas d'une charge uniformément répartie.</i>
142 <sup>b</sup>	204		546	Trois appuis, lorsque l'intervalle entre deux des appuis est double de l'intervalle entre les deux autres, et que le poids est uniformément réparti sur la longueur de la pièce ( <i>fig. 29'', Pl. XII</i> ).
				Pièce posée sur trois points d'appui, de niveau et également espacés, chargée de poids répartis uniformément sur sa longueur.

(\*) Dans cette formule et dans les suivantes, on ne tient plus compte, explicitement, du poids de la pièce que l'on suppose compris dans le poids  $p$  réparti uniformément sur la longueur.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
— — — — —				
142 b	204		547	PIÈCES DROITES ET COURBES, ETC. (suite).
			548	Pièce posée sur quatre points d'appui de niveau et également espacés, chargée comme la précédente.
145	207	(v)	552, 559	Pièce posée sur cinq points de niveau et également espacés, chargée comme la précédente.
			562	Arc circulaire surbaissé posé sur deux appuis de niveau et inébranlables, chargé de poids uniformément répartis sur sa projection horizontale.
145	207	(x)		Cas particulier d'un arc à section rectangulaire.
145	208		562	Table calculée pour l'usage de la formule précédente.
147 2°	209		556	Poussée de cet arc contre ses appuis.
146	208	(y)	561	Arc en plein cintre posé sur deux appuis de niveau et inébranlables, chargé de poids uniformément répartis sur son diamètre.
146	208	(z)	561	Cas particulier d'un arc à section rectangulaire.
147	208	(w) et (w')	557	Poussée de cet arc contre ses appuis.
144	206	(u)	550	Pièce inclinée appuyée par ses deux extrémités contre des appuis inébranlables, chargée d'un poids $P'$ en son milieu et d'un poids $p'$ uniformément réparti sur sa longueur (fig. 33, Pl. XII).
144	206	(u')		Cas particulier d'une pièce rectangulaire.
144	206	ligne 10	551	Poussée horizontale contre les appuis.
163	229		565 et 522	Équarrissage et prix d'un poteau.
166	233			Pièce renforcée par des armatures (fig. 1 à 4, Pl. XIII). Valeurs des pressions que les armatures lui font supporter.
166 d	235		565	Poutres en treillis.
166 e	236 à 239		568	Système de pièces courbes.
166 f	239			Pièce refendue et contre-bandée par des taquets.
166 g	241	ligne 32		Pièce renforcée par deux arbalétriers (fig. 15, 15', 15'', Pl. XIII).
166 h	243		569	Table des équations d'équarrissage servant au calcul des dimensions des différentes parties d'une pièce horizontale uniformément chargée sur la longueur et contre-butée, au moyen de sous-tendeurs en fer, par une, deux ou trois flèches qui la divisent en parties égales.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
[PIÈCES DROITES ET COURBES, ETC. (suite)].				
167	245			Dimensions données dans la pratique aux diverses pièces qui entrent dans la composition d'un pan de bois ( <i>fig. 1 et 2, Pl. XIV</i> ).
176	253			Règle pratique de Savat pour le calcul des dimensions des poutres et des solives d'un plancher (*).
176	253			Règle de Bullet pour le calcul des dimensions des poutres et des solives d'un plancher.
				Règle de Vauban pour le calcul des dimensions des poutres et des solives d'un plancher.
176	253			Règles de Rondelet, Lecamus de Mézières et autres.
176	254	(a)		Modification apportée dans la pratique à ces dernières règles.
CHARPENTE DES COMBLES, FERMES DROITES AVEC TIRANTS A SOUS-ARBALÉTRIER, A CONTRE-FICHES ET A ENTRAITS.				
221	300			Table des inclinaisons des toits et des poids des couvertures par mètre carré suivant la nature des matériaux employés.
222	301			Pressions exercées par le vent sur une surface de 1 mètre carré qu'il frappe perpendiculairement.
223	301			Exemple du poids $p$ que porte chaque unité de la longueur de l'arbalétrier d'une ferme de comble.
193	271	ligne 32]		Équarrissage donné par les praticiens aux fermes modernes à contre-fiches.
196	273 et suiv.			Équarrissage à donner d'après Vauban aux pièces des fermes à entrail retroussé.
191	269 et 270			Équarrissage donné à différentes fermes droites avec tirants existants, savoir :
				Ferme en bois de sapin de l'église de Saint-Sabine et du théâtre de Torre Argentina à Rome ( <i>fig. 1, Pl. XVI</i> ).

(\*) Voir, au n° 177, la comparaison entre ces règles pratiques et la formule théorique du n° 135, page 197.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
CHARPENTE DES COMBLES, ETC. (suite).				
198	278	ligne 20		Ferme avec sous-arbalétrier et sous-tendeur en fer, proposée pour les combles des manèges militaires ( <i>fig. 8, Pl. XVII</i> ).
198				Ferme tout en fer du comble du grand bâtiment de l'École des Beaux-Arts ( <i>fig. 1, Pl. XVI</i> ).
200	279			Ferme en fonte d'un marché au poisson de Londres ( <i>fig. 2, Pl. XVI</i> ).
200	280			Ferme tout en fer du marché de la Madeleine à Paris ( <i>fig. 3 et 3', Pl. XVI</i> ).
200	280			Ferme en bois et en fer ( <i>fig. 6, Pl. XVII</i> ) imitée par des architectes anglais, de la ferme en bois de Saint-Paul de Rome.
200	281			Fermes légères en fer ( <i>fig. 1, 2 et 4, Pl. XVII</i> ).
200	281			Ferme en fer, de la fonderie de la marine, à Ruelle ( <i>fig. 11, Pl. XVII</i> ).
201	282		574	Effet des variations de la température sur les tirants en fer.
224	304 et 305	(e) (e') (f) et (f')	577	Formules théoriques pour le calcul de l'équarrissage de deux pièces inclinées, butant l'une contre l'autre à leur sommet commun, appuyées par leurs pieds contre des appuis inébranlables, chargées : 1 <sup>o</sup> d'un poids à leur sommet; 2 <sup>o</sup> d'un poids placé en un point quelconque de la longueur de chacune d'elles.
225	306	(i) et (k)	577	Formules théoriques pour le calcul de l'équarrissage de l'arbalétrier et des différentes pièces d'une ferme simple en bois, fer, ou bois et fer.
225	307	(l) et (m)	579	Cas particulier où l'arbalétrier est rectangulaire.
226	308	(n)		Formule pour le calcul de l'équarrissage du tirant de la même ferme.
				Cas particulier d'un tirant à section rectangulaire.
227	308	(o)		Formule pour le calcul de l'équarrissage du poinçon de la même ferme.
228	309			Application des formules (e), (e'), (f) et (f') du n° 224 au calcul de l'équarrissage des fermes à sous-arbalétriers, à contre-fiches et à entrails.

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules.	Pages de l'appendice.	
CHARPENTE DES COMBLES, ETC. (suite).				
230	310	(s) et (t)	580	Formule pour le calcul de la section transversale d'un tirant en fer horizontal.
231	311	lignes 6 et 8	581	Formules pour le calcul de l'équarrissage des diverses pièces d'une ferme simple avec tirant en fer retroussé ( <i>fig. 1, Pl. XVII</i> ).
232	311	(o) (1) (2) et (3)	582	Formules théoriques pour le calcul des équarrissages d'une ferme à sous-tendeurs en fer, avec une seule flèche ( <i>fig. 11, Pl. XVII</i> ).
233	312	(o) (1) à (9)	584	Formules relatives aux fermes à trois flèches de même espèce ( <i>fig. 9, Pl. XVII</i> ).
FERMES DROITES ET COURBES SANS TIRANTS.				
204	285			Tables des équarrissages à donner aux courbes du système de Philibert de l'Orme ( <i>fig. 1, 2 et 3, Pl. XIX</i> ).
208	288			Formules empiriques pour le calcul de l'équarrissage des fermes dites droites, sans tirant ( <i>fig. 4, 4' et 5, Pl. XX</i> ).
238	318	lignes 8 et suivantes		Formules théoriques pour le calcul des équarrissages d'une ferme polygonale, dont la pièce principale est un polygone d'équilibre ( <i>fig. 2 et 3, Pl. XXI</i> ).
				Tracé graphique d'un polygone d'équilibre ( <i>fig. 5 et 5', Pl. XXI</i> ).
213	292	(a)		Tableau du prix du mètre carré d'espace couvert par des combles des divers systèmes les plus usités.
219	299			Valeur approximative de la poussée horizontale exercée contre leurs appuis par les fermes droites et courbes sans tirants.
219	299		576	Formule pour le calcul de l'épaisseur à donner aux murs servant d'appui à des fermes de charpente sans tirants.

COUVERTURES ET DÉTAILS RELATIFS AUX BATIMENTS  
D'HABITATION.

(Voir, au commencement du volume, le sommaire nos 240 à 300).

Numéros des para- graphes.	Pages.	Réclames des tables et formules. Pages de l'appendice.	
APPAREILS DE CHAUFFAGE ET DE VENTILATION.			
302	381		Tableau contenant, pour les divers combus- tibles, la quantité d'air consommé, en poids et en volume; la quantité de <i>calories</i> dégagées; la quantité d'eau, en poids, élevée de zéro à 100 degrés; et la quantité de calories émises par le rayonnement pendant la combustion d'un kilogramme de chacun d'eux.
308	387		Formule donnant la vitesse théorique de l'air dans une cheminée.
314	391	ligne 31	Table des diamètres à donner aux fours des manutentions, d'après leur contenance en rations de pain.
314	391	ligne 35	Tracé graphique de l'âtre d'un four ( <i>fig. 11,</i> <i>Pl. XXVII</i> ).
320	399 et 400		Tableaux des quantités d'air vicié par la respi- ration, la transpiration cutanée et par les ap- pareils d'éclairage.
322	401 405	ligne 16 ligne 36	Surface de chauffe à donner à un calorifère à air chaud.
324	408	ligne 25	Surface de chauffe à donner à un calorifère à vapeur.
325	412	ligne 1	Surface de chauffe à donner à un calorifère à eau chaude.

FIN.

