

Auteur ou collectivité : Seguin, Marc

Auteur : Seguin, Marc (1786-1875)

Titre : Mémoire sur la navigation à vapeur : lu à l'Institut le 26 décembre 1826

Adresse : Paris : Bachelier, 1828

Collation : 1 vol. (29 p.-[1] f. de pl.) : ill. ; 28 cm

Cote : CNAM-BIB 4 Sa 15

Sujet(s) : Navigation à vapeur ; Bateaux à vapeur

Langue : Français

Date de mise en ligne : 06/04/2018

Date de génération du document : 6/4/2018

Permalien : <http://cnum.cnam.fr/redir?4SA15>

4° Sa 15

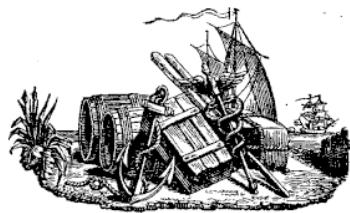
MÉMOIRE

SUR LA

NAVIGATION A VAPEUR,

LU A L'INSTITUT LE 26 DECEMBRE 1826.

PAR SEGUIN AINÉ.



A PARIS,

CHEZ BACHELIER, LIBRAIRE,

QUAI DES AUGUSTINS, n° 55.

1828.



MÉMOIRE
SUR LA
NAVIGATION A VAPEUR.

1.

L'état dans lequel j'ai trouvé la navigation à vapeur en France et en Angleterre , dans un voyage entrepris en 1825 , avec M. Montgolfier et l'un de mes frères , m'a donné lieu de croire que le meilleur moyen d'y apporter les nombreuses améliorations dont elle m'a paru susceptible , consistait à étudier avec soin et ramener à des principes simples et faciles à saisir les circonstances qui accompagnent la transmission de mouvement développé par le moteur , soit au fluide qui lui sert de point d'appui , soit au mobile qu'il est destiné à mettre en mouvement ; et c'est le résultat de mes réflexions à ce sujet , que je viens aujourd'hui soumettre à l'Académie.

Je supposerai une machine à vapeur à bord d'un bateau et destinée à le mettre en mouvement en développant une quantité de force connue et déterminée ; et considérerai les relations de vitesse qui s'établissent entre la carène du bateau déplaçant à chaque instant une nouvelle quantité d'eau et s'avancant ainsi dans le fluide , et les

aubes exerçant sur le même fluide une pression directe et opposée à la première. Si nous faisons abstraction de la manière d'agir de chacune de ces surfaces, en égard aux angles plus ou moins inclinés sous lesquels chacun de leurs points rencontrent le fluide, pour ne nous occuper que de la somme encore inconnue de leurs résistances, nous pourrons assimiler cette résistance à celle de surfaces planes perpendiculaires au courant que nous nommerons x et y . Partant de là, il est évident que si les quantités x et y étaient égales entre elles, ou, en d'autres termes, si la section du maître couple étant triple, par exemple, de celle des aubes agissantes, sa résistance par l'effet de sa bonne construction était réduite au tiers de celle que présenteraient les aubes à sections égales, la pression exercée par le fluide sur les aubes et le maître couple seraient égales de part et d'autre.

Si, dans cet état de choses, on fixait invariablement les aubes au bateau, et qu'établissant dans un coursier, trois divisions, A, B, C, (fig. 1) l'on mit la carène dans celle du milieu, les aubes dans celles des extrémités, et que l'on fit arriver de l'eau, comme l'indiquent la direction des flèches, avec des vitesses égales et des directions opposées contre les aubes et la carène, le système resterait en repos.

Il resterait également en repos, si le rapport des aubes à la carène, venant à changer les vitesses de l'eau dans chaque coursier, éprouvait des changemens tels que les nouvelles surfaces multipliées par les carrés des vitesses respectives auxquelles elles se trouveraient exposées, fussent aussi égales entre elles; car, en supposant les résistances proportionnelles au carré des vitesses, l'expression de la pression exercée par l'eau serait représentée par la somme des surfaces x et y multipliés par le carré de la vitesse qui leur correspond, c'est-à-dire en nommant v , celle qui se rapporte à x , et v' , celle qui se rapporte à y , par xv^2 et yv'^2 ; nous pourrons donc regarder la quantité $xv^2 + yv'^2$, comme une constante représentant la

pression totale de la machine à vapeur employée à bord d'un bateau à le mettre en mouvement, et abandonnant la supposition que nous avons faite de surfaces liées entre elles et frappées par des courans d'eau opposés, nous considérerons le cas absolument semblable qui a lieu lorsque une machine à vapeur se trouvant placée sur un bateau dans un fluide en repos, par rapport à lui, lui communique, par l'intermédiaire des aubes, le mouvement qu'elle développe et qui tend à faire changer continuellement la position relative des aubes et de la carène.

Cela posé, il est évident que lorsque x est égal à y , v devient égal à v' , et par conséquent la carène frappe l'eau avec la même vitesse que les aubes, ou en d'autres termes, le bateau a une vitesse égale à la moitié de celle du centre d'action des aubes; mais si l'on suppose que la quantité de force développée par la machine dans un temps donné, restant la même, x devienne plus petit que y , v deviendra plus grand que v' , c'est-à-dire, que la carène avancera plus vite, sans que pour cela la quantité de force motrice éprouve aucun changement.

On voit aussi que la pression exercée contre le fluide par les aubes et la carène, devant être deux quantités égales entre elles, on aura aussi $xv^2 = yv'^2$; c'est-à-dire, que les surfaces résistantes seront réciproques aux carrés des vitesses. Il suit de là qu'en faisant varier la dimension des aubes, ou la forme de la carène, on pourra, sans faire varier la force motrice, changer leur relation de vitesse dans un rapport qui aura pour limite l'emploi en entier de cette force à faire avancer le bateau; ce cas est celui où y ou la surface des aubes serait infinie.

Nous n'avons considéré jusqu'ici que la pression exercée par le fluide sur chacune des surfaces, mais si nous voulons passer de là

à l'expression de la force employée pour mettre chacune d'elles en mouvement, il est évident qu'il faudra multiplier les quantités xv^2 et yv'^2 , par l'espace que parcourent les aubes et la carène dans des temps égaux; ce qui donnera pour leur rapport, $(xv^2)v$ et $(yv'^2)v'$. Mais comme l'on a aussi $xv^2 = yv'^2$, il suit qu'en supprimant ce facteur commun il reste simplement v et v' , ce qui nous indique que, dans un bateau à vapeur en marche, la quantité de force employée pour vaincre la résistance de l'eau sur les aubes et la carène est proportionnelle à leur vitesse respective.

On voit par-là, qu'en désignant par α le nombre de chevaux qui exprime le pouvoir de la machine à feu destinée à mettre le bateau en mouvement, on aura $xv^3 + yv'^3 = \alpha$ et que, si l'on pouvait ramener à des surfaces planes ou seulement comparables la résistance de la carène ou des aubes d'un bateau, rien ne serait plus aisé que d'en conclure la force employée pour mettre chacune d'elles en mouvement; mais cette donnée nous étant absolument inconnue, nous chercherons à la déduire du rapport de vitesse qui existe entre la carène et les aubes de différens bateaux à vapeur dont la marche a été observée jusqu'ici.

Je prendrai pour premier exemple la Sainte-Catherine sur laquelle j'ai fait le voyage de Glaseow à Port-Glascow, au mois de décembre 1825. La distance bien connue d'un de ces points à l'autre, est de 19,40 milles anglais; elle fut parcourue en 2 heures 6 minutes, le mouvement de la marée pendant le trajet ayant été à peu près insensible je n'en tiendrais pas compte. La longueur du mille anglais étant de 1610 mètres, il résulte que la vitesse du bateau fut de $19,40 \times 1610 = 31234$ mètres qui, divisés par $2^{\text{h}} 6'$ ou 7560 secondes, donnent $4^{\text{m}} 13$ par seconde de vitesse $= v$. Pour avoir v' il faut déterminer la vitesse du centre d'action des aubes et en retrancher celle de la carène; or, dans la Sainte-Catherine :

Le rayon des roues = 6 pieds 2 pouces anglais.	1 m. 885.
La largeur des aubes , 6 pieds.	1 800.
Leur hauteur , 13 pouces $\frac{1}{3}$	0 340.
La distance de leur centre d'action à l'axe . . .	1 715.
Largeur du bateau	4 50.
Tirant d'eau réduit	1 20.
Diamètre du piston.	0 80.
Sa vitesse par seconde.	1 00.

Nombre de tours de la machine par minute , égal à celui de ses pulsations dans le même temps , 30.

Nous aurons donc pour la vitesse du centre d'action des aubes , $\frac{1,715 \times 2 \times \pi \times 30}{60} = 5,39$. $v' = 5.39 - 4.13 = 1.26$. Substituant ces valeurs dans les deux membres de l'équation $xv^2 = yv'^2$, nous obtenons $x \times (4.13)^2 = y(1.26)^2$ ou $10.7 x = y$, ce qui nous indique que la résistance totale de la carène n'était qu'un dixième de celle des aubes. Pour avoir le véritable rapport de ces résistances , il faut les comparer à surfaces égales , c'est-à-dire les mutiplier respectivement par les sections du maître couple et des aubes agissantes. Or , la section du maître couple $4.^m.50 \times 1.^m.20 = 5.^m.40$ et celle des aubes $1.^m.80 \times 0.^m.34 = 0.612$, si l'on suppose qu'il y ait une aube et demie agissant à la fois de chaque côté , ce qui certainement est au-dessus de la réalité , puisqu'elles sont disposées de manière que lorsqu'une d'elles A (fig. 2) est perpendiculaire au courant , les deux voisines B, C touchent par leurs bords la surface de l'eau D, le rapport sera de 5,400 à 1,836 , et par conséquent celui des résistances $10,7 \times \frac{5400}{1836} = 31,4$; d'où l'on peut conclure que la résistance de la carène en vertu de sa bonne construction n'était que le trente-unième environ d'une surface égale , directe et perpendiculaire au courant , comme on peut supposer que sont les aubes.

On voit aussi que la force utilisée par la machine pour faire avancer le bateau, et celle perdue pour obtenir cet effet, sont dans le rapport des nombres 4,13 à 1,26.

Ces résultats s'écartent comme on voit entièrement de ceux obtenus soit par le calcul, soit par l'expérience, par les auteurs qui ont écrit sur la résistance des fluides.

Bouguer, en regardant la pression comme proportionnelle au carré des sinus de l'angle d'incidence (1) formé par la direction du fluide avec une surface quelconque, trouve que la résistance d'une demi-sphère est la moitié seulement (2) de celle de son grand cercle, ou comme 1 : 2.

L'abbé Bossut (3), en reconnaissant l'insuffisance de cette théorie et comparant directement la résistance d'un petit modèle de vaisseau tiré de la collection de M. Duhamel, à celle d'une surface plane égale à son maître couple, trouve que les résistances sont dans le rapport des nombres 94 à 342 (4).

Borda (5), trouve par l'expérience le rapport de la résistance d'une demi-sphère de 59 lignes de diamètre à son grand cercle, :: 1 : à 2,525.

Dubuat (6), donne pour ce rapport 1 à 2,86; et Fulton (7), en rapportant les résultats obtenus par la société instituée en 1793

(1) Traité du navire; *Paris*, 1746, fol. 385.

(2) *Idem*, fol. 354.

(3) Expériences sur la résistance des fluides; *Paris*, 1777, fol. 175.

(4) *Idem*, fol. 34 et 92.

(5) Rapporté par Dubuat, principes d'hydraulique; *Paris*, 1816, v. 2, fol. 265.

(6) *Idem*, fol. 263.

(7) Marestier, mémoire sur les bateaux à vapeur; *Paris*, 1824, fol. 191.

en Angleterre pour le perfectionnement de l'architecture navale, le porte :: 60 : 253.

On peut conclure de là que les théories adoptées par ces auteurs ne sont pas d'accord avec les faits, et que leurs expériences ont été faites sur des échelles trop petites pour jeter aucun jour sur la loi de la résistance des fluides, lorsque les surfaces sont très-étendues. Pour nous convaincre de cette vérité, comparons encore la pression exercée par le piston de la machine à vapeur sur les aubes, dont on peut regarder la résistance comme directe et perpendiculaire au courant, vu la petite inclinaison avec laquelle elles entrent et sortent de l'eau. En supposant que le vide fait dans le condensateur fût égal à une soustraction de pression d'une colonne d'eau de 5 mètres de hauteur, nous commencerons par diviser la charge de 5 mètres d'eau, représentant l'effort total de la machine, en deux parties proportionnelles à la force employée soit par la résistance des aubes, soit par celle de la carène, et nous aurons pour la première :

$5 \times \frac{1.26}{4,13 + 1.26} = 1,168$, ou une colonne d'eau de 1.^m 168, qui représentera cet effet avec l'unité de vitesse ou un mètre par seconde ; mais comme cette pression, qui au lieu de s'exercer sur une surface et avec une vitesse égale à celle du piston, a lieu sur les aubes dont la vitesse et la surface sont différentes, il faut encore multiplier la quantité de 1,168 par le rapport de surface et de vitesse du piston aux aubes, ce qui donne $1,168 \times \frac{(0.40)^2 \times \pi \times 1}{1,26 \times 0.612 \times 3} = 0,25$. Ceci nous indique que l'effort exercé sur les aubes, par l'effet de la machine, est égal à celui qui serait produit en supposant trois d'entre elles chargées d'une nappe d'eau de 0.^m 25 de hauteur.

Pour comparer cette quantité et la résistance qu'elle produit avec celle des aubes, en les supposant chargées d'une colonne d'eau dont la hauteur serait égale à celle qui représente l'espace qu'aurait par-

couru un corps en vertu de la gravitation pour acquérir la vitesse avec laquelle l'eau est rencontrée par les aubes, nous observerons qu'en employant des mètres et des secondes sexagésimales, l'expression de cette hauteur est à peu près proportionnelle au carré de la vitesse divisé par le nombre 20, ce qui nous donne $\frac{(1.26)^2}{20} = 0,07936$. Mais comme cette résistance est vaincue avec la vitesse 1.26, nous obtenons pour la hauteur de la colonne avec l'unité de vitesse 0.^m10. Cette quantité comme on voit 2 fois 1/2 plus petite que celle qui résulte de la pression calculée par la tension de la vapeur sur le piston de la machine, semblerait nous indiquer que, sur les surfaces planes, la résistance est bien plus considérable que ce qu'indique le calcul résultant de la hauteur de la colonne d'eau qui correspond à la vitesse; et que si les auteurs ont exagéré la résistance des surfaces courbes, ils n'ont pas estimé assez haut celle des surfaces planes; et qu'ainsi l'erreur qu'ils ont commise en établissant le rapport de résistance des unes aux autres est venue d'une double source.

Pour terminer le tableau je compareraï encore cette pression avec celle qui aurait lieu sur le maître couple, s'il était perpendiculaire au courant, en déterminant comme ci-dessus la hauteur de la colonne d'eau résultant de sa vitesse, la multipliant par cette même vitesse et le rapport de la surface du maître couple au piston, ce qui nous donnera $\frac{(4,132)^2}{20} \times 4,132 \times \frac{5,40}{(0,40)^2} = 37,90$; quantité comme on voit 7 à 8 fois plus considérable que la pression réelle et totale que nous avons vu être égale à 5 mètres. Mais pour compléter la comparaison, il faudrait admettre que la pression sur le maître couple serait comme celle que nous avons vu devoir exister sur les aubes dans le rapport à la pression résultant de la vitesse :: 2,5 : 1, ce qui représenterait une colonne de $37,90 \times 2,5 = 94,25$, c'est-à-dire une pression 20 fois plus considérable que celle qui existe réel-

lement; et, si l'on y ajoute la pression exercée sur les aubes, on restera convaincu que la résistance de la carène d'un bateau taillé comme l'était la Sainte-Catherine, n'est que d'un vingt-cinquième à un trentième de ce qu'elle serait sur une surface plane dont on peut négliger l'épaisseur.

La Sainte-Catherine était un bateau bien fait, bien façonné, et très-bon marcheur ; mais je vais actuellement appliquer le calcul ci-dessus, au Washington, un des bateaux cités par Marestier (1), dont la marche paraît être une des plus lentes et des plus défec-tueuses, proportionnellement à la force développée par sa machine ; voici ses conditions :

Rayon des roues à aubes	2 m. 25.
Largeur des aubes	1 35.
Hauteur	0 45.
Distance de leur centre d'action à l'axe	2 025.
Section du maître couple	11 07.
Diamètre du piston	0 71.
Nombre de pulsations par seconde	20 00.
Vitesse du bateau par seconde	2 57.

En opérant comme nous l'avons fait pour la Sainte-Catherine, nous aurons $v = 2,57$, et pour la vitesse de centre d'action des aubes $\frac{2,025 \times 2 \times \pi \times 20}{60} = 4,24$. D'où $v' = 4,24 - 2,57 = 1,67$, $x(2,57)^2 = y(1,67)^2$. $2,34x = y$, et pour le rapport à surfaces égales en supposant comme ci-dessus que trois aubes seulement agissent à la fois, $2,34 \times \frac{11,07}{1,35 \times 0,45 \times 3} = 14,2$ résultat comme on voit bien in-férieur à celui de la Sainte-Catherine.

(1) Mémoire sur les bateaux à vapeur; *Paris*, 1824, fol. 53 et 69.

2.

Ainsi, convaincu que l'on devait attacher à la manière dont était taillée la carrène d'un bateau le plus haut degré d'importance, je me suis livré, à l'exemple de Dubuat, à l'examen de la forme la plus propre à diminuer sa résistance : et celle des poissons m'a semblé devoir mériter toute mon attention, par le peu de force qu'ils paraissent développer pour se procurer les mouvements les plus vifs et les plus rapides; car on n'aperçoit à la surface de l'eau sous laquelle ils se meuvent, aucun indice qui puisse en faire soupçonner un grand emploi.

Pour parvenir à ce but, j'ai considéré un corps régulier en mouvement dans un fluide indéfini, en supposant qu'une de ses surfaces, plane ou courbe, rencontre le courant perpendiculairement à sa direction.

Si nous divisons par la pensée un faisceau de filets d'eau de la masse entière, pour nous rendre plus facilement compte de ce qui se passe lorsqu'un corps est plongé dans un fluide en mouvement par rapport à lui, nous serons conduits à penser qu'il est très-probable que l'on doit obtenir un effet analogue lorsqu'un filet d'eau isolé et lancé avec force rencontre perpendiculairement une surface qu'on lui oppose. On sait que l'observation, dans ce cas, indique que les diverses parties qui composent le filet d'eau s'écartent les unes des autres dans des directions BC, BH (*fig. 3*); tangentes au point B de la courbe qui a changé celle qu'elles avaient primitivement. Les filets d'eau voisins D rencontreront donc ceux-ci en A sous un angle DAC, et prendront ensemble une direction AM, résultant de leurs vitesses et de leurs directions respectives; les filets E rencontrant AM sous l'angle EIM, prendront la direc-

tion IN; et successivement, en suivant la même loi, il résultera une courbe ABIKL que l'on pourra regarder comme une parabole, à cause de l'analogie qui existe entre l'action parallèle et successive des filets CDEF R qui représentent la gravitation, et celle de l'impulsion unique du filet dévié dans la direction BC, qu'on peut regarder comme la force d'impulsion s'exerçant sous un angle quelconque à la première.

Il suit de là que si l'on présentait dans un courant un corps solide qui fût maintenu en repos, il devrait se créer derrière lui un espace vide d'eau d'une dimension plus grande que la sienne; mais comme les parties de l'eau, en vertu de leur gravité, tendent, en comblant cet espace, à s'éloigner de la ligne BAILQ (*fig. 4*), pour reprendre leur première direction, il en résulte une nouvelle courbe BA'I'L'Q', génératrice d'un solide qui doit naturellement jouir de la propriété du solide de moindre résistance contre la pression du fluide, puisqu'elle se trouve alors réduite à la partie antérieure de sa surface en contact avec le liquide; et c'est aussi ce que l'expérience m'a confirmé, lorsque j'ai placé des corps solides d'une figure quelconque dans un courant d'eau présentant une surface unie et une vitesse de quatre mètres par seconde. Le vide qui s'est formé derrière eux m'a offert assez exactement la forme indiquée par le calcul ci-dessus, fort analogue à celle d'un poisson, sans que toutefois j'aie pu en déterminer assez exactement les dimensions pour m'assurer à quel point elle s'en rapprochait.

Pour déterminer la nature de cette courbe, nous observerons qu'en vertu des loix de la gravitation elle devrait être représentée comme la parabole par l'équation $y = \sqrt{x}$; mais comme le fluide, en vertu de cette même loi, tend continuellement à diminuer y dans un rapport égal à celui de l'espace parcouru par les graves, c'est-à-dire proportionnel à x^2 , nous aurons pour l'équation géné-

rale de la courbe ci-dessus, $y = \sqrt{x} - x^2$. En différenciant cette équation et l'égalant à 0, pour avoir la distance de la plus grande ordonnée L' S à l'origine B de la courbe, on trouve $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{4x}} - 2x$, d'où $x = 0,3967 = B S$. L'on voit aussi que la tangente BC sera perpendiculaire à l'axe des abscisses à l'origine B de la courbe, et qu'elle lui sera parallèle ou répondra à la plus grande ordonnée à une distance de 0,3967 de l'origine, puisque la supposition de $y = 0$ donne $x = 1$; et comme les valeurs négatives de y se prolongent de chaque côté, il suit que l'on aura deux branches qui s'éloigneront indéfiniment de l'axe des abscisses, toutes conditions communes avec la forme des poissons.

Pour compléter le tableau, j'ai mesuré la longueur et la largeur d'une truite des montagnes de l'Ardèche, et dessiné sa forme aussi exactement qu'il m'a été possible à l'ombre d'une petite lampe placée à deux mètres au-dessus d'elle; l'expérience a été faite en la traversant par un fil de fer et faisant varier sa position jusqu'à ce qu'il passât par son centre de gravité; mais quelques efforts que j'aie faits, les ouïes n'ont jamais pu se tenir exactement appliquées au reste du corps comme dans l'état de vie, et je ne sais si une portion de l'inflexion qu'on remarque en I (fig. 5), ne doit pas être attribuée à cette cause, vu qu'elle ne me paraissait pas aussi prononcée avant la mort de l'animal.

Sa longueur BQ, depuis l'extrémité de la tête jusqu'à la naissance des nageoires de la queue, était de 0^m 210.

Celle BT jusqu'à l'extrémité de la queue. . . . 0 234.

Sa demi-largeur LS à 0,3967 de l'avant. . . . 0 0145.

La distance BF du centre de gravité F à l'avant. 0 094.

Pour déterminer les constantes qui doivent affecter l'équation générale $y = \sqrt{x} - x^2$ dans le cas particulier où nous nous trou-

vons, j'ai observé que le dernier terme du second membre devant nous représenter l'espace parcouru uniformément par l'eau dans un temps représenté par x , et que ce temps où x est égal à une fraction ou un multiple de seconde qui nous est inconnu, nous désignerons ce nombre par ν , le temps de la chute d'un corps dans une seconde sexagésimale par t , et nous aurons $x = \nu t$; et comme le rapport entre le temps et l'espace parcouru, en vertu des lois de la gravitation, en mètres et en secondes est en nommant e cet espace $5t^2 = e$, nous aurons en mettant à la place de t^2 sa valeur $t = \frac{x}{\nu}$, tirée de la première équation $e = \frac{5x^2}{\nu^2}$; nommant ensuite α la constante qui doit affecter le premier terme du second membre, nous aurons pour équation finale $y = \alpha \sqrt{x} - \frac{5x^2}{\nu^2}$.

Pour déterminer les constantes α et ν , nous mettrons dans l'équation ci-dessus les valeurs particulières qui nous sont connues pour les points Q et S vers lesquelles y est successivement nulle et maxima. En supposant que la longueur de l'animal se trouve terminée dans les cartilages à 17 millimètres de l'extrémité de la queue, nous aurons $x = 0^{\text{m}}.234 - 0,017 = 0,217$. $y = 0$: ce qui changera l'équation $y = \alpha \sqrt{x} - \frac{5x^2}{\nu^2}$ en $\alpha \sqrt{0,217} - \frac{5(0,217)^2}{\nu^2} = 0$; prenant ensuite LS pour la valeur de y' qui répond à la plus grande largeur de l'animal, que nous avons trouvé, par la théorie, devoir être placée à 0,3967 de l'origine B, en prenant BQ pour unité, nous aurons encore $x' = 0,217 \times 0,3967 = 0,086$. $y' = 0,0145$, et l'équation $y' = \alpha \sqrt{x'} - \frac{5x'^2}{\nu^2}$ deviendra $0,0145 = \alpha \sqrt{0,086} - \frac{5(0,086)^2}{\nu^2}$.

Tirant la valeur de α de la première équation pour la substituer dans cette dernière, nous obtiendrons $\alpha = \frac{5 \times (0,217)^2}{\nu^2 \sqrt{0,217}}$, et $0,0145 = \frac{5 \times (0,217)^2 \times \sqrt{0,086}}{\nu^2 \sqrt{0,217}} - \frac{5(0,086)^2}{\nu^2}$ d'où l'on tire $\nu = 2,76$,

$a = 0,066$. Ces valeurs substituées dans l'équation générale m'ont servi à déterminer celles de y correspondantes aux points A, I, etc., qui forment la courbe inscrite à la projection verticale du poisson tracée sur le même axe. Il est probable que les différences que l'on remarque entre le résultat du calcul et celui de l'observation sont la suite de l'effet encore inconnu de l'étendue sur laquelle le fluide exerce sa pression dans la partie antérieure, et de la difficulté de dessiner les formes de l'animal comme il était dans l'état de vie. L'équation suppose qu'une seule impulsion perpendiculaire à la direction de la vitesse a déterminé la direction des filets d'eau à former la courbe qui la représente; mais il est possible que ces mêmes filets, après avoir été déviés au sommet de la courbe, la rencontrent de nouveau sous des angles peu inclinés, et ne tendent ainsi à augmenter la valeur des ordonnées voisines du sommet, en augmentant très-peu la résistance. Pour établir ce nouveau point de comparaison, j'ai assujetti la courbe à passer par l'extrémité I de la plus grande ordonnée du poisson, en laissant les autres indéterminées, les mêmes que dans l'équation précédente, ce qui m'a donné les valeurs suivantes,

$$\begin{aligned}y' &= 0,015. \quad x' = 0,043 \\v &= 2,522. \quad \alpha = 0,079\end{aligned}$$

au moyen desquelles j'ai déterminé les points A' I' etc. de la courbe circonscrite à celle du poisson. On voit que ce second tracé, qui s'éloigne de la forme du poisson dans la partie inférieure, coïncide exactement avec elle dans la partie antérieure. Il reste un intervalle entre les deux, sur lequel je ferai encore quelques réflexions.

On sait que plusieurs physiciens ont pensé que les poissons, en prenant de l'eau par la bouche et la rejetant par les ouïes, développaient dans cet acte une partie de la force destinée à les mettre en mouvement. Si l'on admet cette supposition, on pourra

lui attribuer l'infexion que l'observation annonce exister dans cette partie, et qui aurait ainsi un but prévu et déterminé; il est possible aussi que la position du maximum de x , donnée d'une manière générale par l'équation, varie avec les besoins et les habitudes de chaque espèce; on voit d'ailleurs que si l'espace occupé par le poisson ne remplissait qu'exactement le vide occasionné par sa marche, il tendrait à graviter par son arrière, puisqu'il n'exercerait aucune espèce de pression sur les parois d'eau qui l'environnent; il est donc probable que sa longueur ou ses mouvements doivent être calculés de manière à ce que l'eau rencontre la partie de l'arrière sous un angle tel, qu'il tende à le maintenir dans la position la plus favorable à la marche.

Un résultat qui tendrait cependant à prouver que la loi donnée par l'équation ci-dessus, abstraction faite des considérations relatives à chaque espèce, peut avoir influé sur la formation de ces animaux, c'est la concordance qui existe entre la position du centre de gravité donnée par le calcul et l'observation; en effet, la longueur BS ou distance du centre de gravité au sommet du solide de révolution formé par l'équation $y = \sqrt{x} - x^2$, est représentée par la formule $\frac{\int xy^2 dx}{\int y^2 dx}$ et en effectuant les opérations $X = 0,432$; or, sur trois observations j'ai trouvé:

	1 ^{re} observation.	2 ^e observation.	3 ^e observation.
Pour BS ou la distance du sommet au centre de gravité	0 ^m 094	0,043	0,044
BQ <i>idem</i> , à la naissance de la queue. . .	0,210	0,099	0,101
BT <i>idem</i> , à l'extrémité de la queue . .	0,234	0,108	0,109

Longueur totale donnée par le calcul,
en prenant pour élément la distance BS
du sommet au centre de gravité 0,217 0,0995 0,1018
que l'on peut regarder comme des valeurs bien approchées de la

vérité, si l'on considère la difficulté de déterminer la longueur exacte des poissons, vu la légèreté des membranes qui constituent l'extrémité de la queue de ces animaux.

En donnant à x de plus grandes valeurs, sans changer celles de ν , on s'apercevra que le rapport direct de x à y diminue de plus en plus: résultat qui nous indique encore une analogie avec la constitution des poissons, dont la largeur, eu égard à la longueur, augmente en général pour une même vitesse, puisque l'on sait que les individus d'une même espèce sont d'autant plus ramassés qu'ils sont plus développés. Si nous supposons, par exemple, que $x = 2^{m}.17$, et que l'on détermine y maximum en laissant à ν sa valeur, ce qui revient à déterminer la largeur d'un poisson qui aurait $2^{m}.17$ de long et une vitesse de $2^{m}.76$ par seconde, nous aurons, en substituant ces valeurs dans l'équation $y = \frac{5x^2\sqrt{x'}}{\nu^2\sqrt{x}} - \frac{5x'^2}{\nu^2}$, $y = 1,1866$.

Cette valeur, qui nous indique que le poisson (*fig. 6*) serait plus large que long, s'écarte comme on voit entièrement de la constitution la plus ordinaire des poissons de cette dimension, qui aussi sont doués en général d'une vitesse supérieure à $2^{m}.76$ par seconde.

Si l'on suppose que $x = 21^{m}.7$ et $y = 3^{m}$, ce qui donnerait des dimensions assez rapprochées de celles des grands cétacés qui jouissent de la faculté de se mouvoir avec une excessive rapidité, et qu'on détermine la valeur de ν qui en résulte, on trouvera $y = \frac{5 \times (21,7)^2 \times \sqrt{21,70 \times 0,3967}}{\nu^2 \sqrt{21,70}} - \frac{5 (21,70 \times 0,3967)}{\nu^2}$ d'où $\nu = 19,26$.

Il est probable qu'il reste d'autres considérations à introduire dans les calculs ci-dessus, pour les faire concorder avec ce qu'indiqueraient des expériences plus exactes et des observations plus étendues que celles qui m'ont servi de base. Ainsi, l'on voit que la vitesse de la truite indiquée par le calcul de $2^{m}.76$ par seconde,

doit être plus grande dans certains cas, puisque celles qui habitent les torrens des montagnes franchissent fréquemment des cascades de deux mètres, ce qui supposerait qu'elles sont pourvues d'une vitesse de six mètres au moins par seconde, qui répond à la vitesse qu'acquiert l'eau en tombant de la hauteur ci-dessus.

La vitesse de 19^m,26 attribuée au poisson de 21^m,70, qu'aucun renseignement ne m'a mis encore à même de vérifier mais que je pense supérieure à ce qu'indiquerait l'observation, me paraît aussi devoir être trop considérable; mais il faudrait des données et des connaissances plus étendues que celles que je possède en histoire naturelle pour hasarder d'autres conjectures sur cette matière.

Il nous reste à examiner quels sont les rapports qui existent entre les lignes d'eau des vaisseaux dont la construction a été regardée jusqu'à ce jour comme la plus parfaite, et la courbe qui, représentée par l'équation $y = \sqrt{x} - x^2$, aurait pour maxima de y la plus grande largeur de la ligne d'eau du vaisseau, et pour valeur de x qui lui correspond, l'espace compris entre cette ligne et l'endroit où l'étrave rencontre le plan de flottaison. J'ai pris, pour faire cette comparaison, le plan d'une frégate dont les plans et devis ont été donnés par M. Vial de Clairbois dans l'Encyclopédie méthodique (1). La plus grande demi-largeur B C de la ligne de flottaison en demi-millimètres = 109,8, et la distance A B ou celle du maître couple à la rablure de l'étrave = 430,69. Comme le point A ne correspond pas au sommet de la courbe, l'abscisse et l'ordonnée qui lui correspondent seront représentées respectivement par $109,8 + AE$ $430,69 + ED$, en prenant de plus pour x' et y' les deux valeurs $AG = 19$, $GH = 21$ mesurées sur la courbe, et déterminant les

(1) Recueil de planches, tom. 5, pl. 49.

valeurs de A E et E D , on trouve A E = 27,8, E D = 9,31. Ces valeurs introduites dans l'équation générale donnent pour celles des constantes $\alpha = 9,23$. $\nu = 130,70$, et pour l'équation de la courbe $y = 9,23 \sqrt{x} - \frac{5x^2}{17082,49}$, qui a servi à calculer les ordonnées de la courbe DAHCI (*fig. 7*) mise en parallèle avec celle donnée par M. Vial de Clairbois. Les rapports qui existent entre les deux tracés nous indiquent que la pratique, en cherchant sans doute à imiter la forme des poissons, s'est beaucoup rapprochée de celle à laquelle nous sommes parvenus au moyen de l'équation ci-dessus; la seule différence bien marquée dans la partie de l'avant, se trouve dans l'habitude où sont les constructeurs d'adopter un angle plus ou moins ouvert pour les tangentes AT des points où le bordage rencontre la rablure de l'étrave. Il est ici de 112° 22'. M. Wood, constructeur aussi modeste qu'éclairé de Port-Glasgow en Ecosse, avait indiqué, sur un plan qu'il avait eu la complaisance de nous donner à notre passage dans cette ville, pour cette inclinaison, un angle de 90° que j'ai cru devoir adopter dans la construction de nos bateaux à vapeur. Cet art délicat, qui jusqu'à présent a échappé à toutes les données théoriques pour se ranger sous les indications de la pratique, me paraissant devoir être respecté jusqu'à ce qu'un plus grand nombre d'expériences aient graduellement indiqué les perfectionnemens dont il peut être susceptible; on voit cependant que les auteurs qui ont traité cette matière s'accordent tous à dire que les constructeurs revenus de l'idée que le vaisseau devait fendre l'eau, arrondissent au contraire son avant avec succès, surtout le plan de flottaison (1). La place qu'occupe le maître couple, dont la détermination est encore regardée comme une des conditions les

(1) Vial de Clerbois, Encyclopédie méthodique, marine, tome 1^{er}, fol. 268.

plus essentielles à une bonne navigation, doit être placée, d'après les mêmes auteurs, pour les bâtimens pleins (1), entre le douzième et le treizième en avant du milieu de la longueur totale, ce qui répond à 0,42 de l'avant, à un cinquantième pour les vaisseaux à trois ponts, ou à 0,48. On voit que ces diverses méthodes sont toutes renfermées entre les résultats donnés par l'équation ci-dessus, qui indique que le maître couple se rapprochera d'autant plus du milieu que l'on fera l'avant plus aigu, car la courbe s'approchera d'autant plus d'être symétrique du côté de l'avant et de l'arrière; et la place du maître couple aura toujours pour limite d'un côté le milieu de la courbe, et de l'autre un point à 0,3967 de l'avant.

La différence de proportion entre les grands et les petits bateaux se reproduit ici comme nous l'avons observée dans les poissons, et nous indique peut-être encore la source de l'habitude où sont les constructeurs d'efsiler d'autant plus leurs bateaux que leurs dimensions sont plus petites. Il est à remarquer que les considérations relatives à la valeur de ν ou de l'influence que doit avoir la vitesse sur la forme et la proportion du mobile, ne sont plus les mêmes que dans le règne animal: dans les poissons le fluide presse de tous les côtés; et l'animal, s'il remplit exactement le vide occasionné par sa marche, peut, en faisant le plus léger mouvement, se maintenir dans telle position que réclament ses besoins ou sa conservation; le bateau, au contraire, assujetti à une forme fixe et invariable, et n'étant plongé dans le fluide que d'une petite partie de sa masse, tend continuellement à en déplacer une nouvelle quantité, à mesure qu'il se forme au-dessous de lui un vide occasionné par sa marche; car l'on peut concevoir que la vitesse du

(1) Vial de Clerbois, Encyclopédie méthodique, marine, tome 1^{er}, fol. 268.

bateau soit telle, que les parties d'eau, soit en vertu de leur déviation en A (*fig.7*) où la carène rencontre le fluide, soit par la résistance successive de la partie AC, aient atteint le point C le plus éloigné de leur direction naturelle AB, en formant ainsi un vide BC égal au maître couple, et supposer que le temps nécessaire à l'eau pour revenir prendre en B la position que réclame la loi de l'équilibre des fluides, soit égal à celui pendant lequel le bateau aurait parcouru l'espace BI.

De là vient sans doute le talonnement ou excès de tirant d'eau des vaisseaux de l'arrière sur l'avant dans les grandes vitesses.

Il est probable que les conditions statiques d'un bateau en repos sont alors remplacées par d'autres qui dépendent de son état de mouvement, et que l'excès de vitesse qu'acquiert l'eau (1) qui longe la quille et qui tend à se relever après avoir été déviée par l'avant, tient l'arrière soulevé d'une quantité qui n'est pas toujours en rapport avec l'effet analogue qui est produit sur l'avant.

La voilure doit avoir sur tous ces effets une influence très-marquée par la décomposition de force résultant de son application à d'aussi grands bras de levier : et, dans la construction navale, l'expérience a dû amener à des modifications relatives à l'emploi de cet agent, mais la navigation à vapeur assujettie à d'autres conditions, se prêtera à des observations qui, si elles éclaircissent ce point, résoudront une des questions les plus épineuses de la navigation,

3·

Livrons-nous actuellement à la recherche des moyens de calculer

(1) Dubuat, Principes d'hydraulique, tom. 2, fol. 187.

la résistance qu'éprouve un corps lorsqu'il rencontre un fluide en mouvement par rapport à lui, ou qu'il est rencontré par ce fluide. Don Georges Juan (1) considère cet effet comme provenant de deux causes bien distinctes, savoir : la pression résultant de la vitesse de l'eau, et celle qui est due à la hauteur de la colonne fluide qui, en vertu de cette même vitesse, détermine une élévation de l'eau au-dessus de son niveau à l'avant et un vide à l'arrière du corps. Il est évident que l'on peut isoler ces deux effets l'un de l'autre, et l'on conçoit que lorsqu'un fluide en mouvement rencontre un corps en repos, il exerce sur lui un effort dépendant de sa vitesse, abstraction faite de toute autre considération, en sorte que quelque soit la hauteur de la colonne fluide dont il est chargé, provenant du remous à l'avant et du vide à l'arrière que détermine sa vitesse, cet effort restera toujours proportionnel à la surface choquée multipliée par le carré de la vitesse du fluide, ce qui suppose que la différence de niveau de l'avant à l'arrière est nulle ou contre-balancée par une colonne de même hauteur. Mais si l'on suppose que la colonne fluide de l'arrière vienne à être supprimée, il en résultera une nouvelle pression qui, ajoutée à la première, formera la résistance totale.

La somme de ces résistances a été regardée quelquefois comme une fonction de la vitesse par les auteurs qui ont traité cette matière : et ce défaut de distinction a pu être la cause des différences entre les divers résultats qu'ils ont obtenus.

Dubuat, dans ses expériences (2), en employant le tube de Pitot, a trouvé que la résistance sur une surface plane carrée dépendant

(1) Encyclopédie méthodique, marine, tom. 2, fol. 341.

(2) Principes d'hydraulique, tom. 2, fol. 173 et 177.

de la vitesse dans l'axe des filets d'eau ou de ceux qui répondent au centre de l'obstacle, est à celle qui résultera de la pression d'une colonne résultant de cette même vitesse :: 323 : 215 (1) et que cette résistance, indépendante de la longueur et de la forme du corps, (2) va en diminuant jusqu'à devenir négative sur les bords (3), en donnant une pression moyenne qui est à celle qui résultera de la vitesse de l'eau :: 255 : 215. La diminution rapide de pression du centre à la circonférence provient évidemment du changement de direction des filets qui, ramenés continuellement après leur choc à une direction parallèle à la surface qu'ils ont rencontrée d'abord perpendiculairement, finissent par exercer une pression négative analogue à celle qui a lieu dans les tuyaux par où s'écoule un fluide avec rapidité, et c'est probablement par un effet analogue que le chevalier Morosi (4), dans des expériences sur le choc de l'eau, en employant une roue à aubes, a considérablement augmenté la faculté dépressive de l'eau, en lui restituant sa direction primitive au moyen de liteaux en bois placés sur le bord de la surface des aubes de la roue qui lui servait à faire son expérience.

Bouguer (5), en considérant la résistance d'une surface plane d'un pied carré dans un fluide pourvu d'une vitesse d'un pied par seconde, la trouvée d'une livre sept onces au lieu d'une livre trois onces qu'indique le calcul, ou :: 23 : 19, résultat très-rapproché de celui de Dubuat, parce que le peu de vitesse rendait presque

(1) Principes d'hydraulique, tom. 2, fol. 169.

(2) *Idem*, fol. 172.

(3) *Idem*, fol. 177.

(4) Bibliothèque universelle. Genève, novembre 1819, fol. 217.

(5) Traité du navire. Paris, 1777, fol. 176.

nulle la différence de pression de l'avant à l'arrière. Les résultats obtenus par l'abbé Bossut (1) s'écartent de ces déterminations, et réduiraient la résistance à celle qui résulterait de la colonne fluide due à la vitesse avec laquelle il se meut; résultat inférieur à celui de tous les auteurs qui se sont occupés de cet objet et qui vient sans doute de la petitesse des surfaces soumises à l'expérience. Fulton, cité par Marestier (2), en rapportant des expériences entreprises en Angleterre par une société instituée pour le perfectionnement de l'architecture navale, trouve que la résistance directe d'une surface est à celle qui résulte de la vitesse :: 158 : 134. L'on peut conclure de là que la résistance moyenne de l'eau sur les surfaces planes est supérieure à celle qui est donnée par le calcul direct de la vitesse dans un rapport que la pratique indique être à peu près celui de 5 à 4, avec ce qu'indique le calcul; résultat que l'on peut regarder approximativement comme l'expression du moment statique de la pression du fluide sur une surface plane en vertu de sa vitesse.

Nous avons à nous occuper actuellement de la différence de pression occasionnée par l'élévation de la colonne fluide à l'avant, et la soustraction de pression à l'arrière. Dans les petites vitesses le vide de l'arrière se remplit du fluide ambiant et contre-balance une partie de cette pression; mais lorsque la vitesse est arrivée à un certain terme, le vide se fait sentir jusqu'à la partie inférieure de la surface: et si cet effet n'a pas lieu visiblement, il est indiqué par la hauteur à laquelle l'eau se soutient dans le tube de Pitot, comparée à celle du liquide ambiant (3). Il est visible que cette pression étant proportionnelle à la hauteur de la colonne fluide,

(1) Expériences sur la résistance des fluides. *Paris*, 1777, fol. 176.

(2) Mémoire sur les bateaux à vapeur. *Paris*, 1824, fol. 191.

(3) Dubuat, Principes d'hydraulique. *Paris*, 1816, tom. 2, fol. 182.

sera exprimée en nommant x la distance du niveau de l'eau derrière la surface pressée par le fluide jusqu'au niveau du remous antérieur formé par l'élévation de l'eau en vertu de sa vitesse, et y l'ordonnée de cette surface par $\int y x dx$, dont l'intégrale $\frac{yx^2}{2} - \int \frac{x^2 dy}{2}$ servira à déterminer la pression qui aura lieu sur une surface quelconque, lorsqu'on connaîtra les relations qui existent entre x et y .

Pour compléter l'expression de la résistance, il resterait encore à ajouter celle qui provient du frottement des parois du bateau sur le liquide; mais cette quantité paraît d'autant plus difficile à apprécier, que ne pouvant être déterminée par des expériences directes, elle se trouve confondue avec les autres causes que nous avons soumises à des calculs que l'on ne peut regarder eux-mêmes que comme des approximations plus ou moins approchées de la vérité.

Plusieurs physiciens se fondant sur la facilité avec laquelle des corps flottants d'un immense volume sont mis en mouvement par la plus légère des causes, pensent que l'on doit regarder comme nulle la résistance due au frottement que les expériences de Coulomb (1) nous ont appris être indépendant de la vitesse. Ainsi, l'on sait que la force d'un seul homme suffit pour mettre un navire en mouvement; et l'on peut, en donnant à v , qui représente la vitesse dans l'expression xv^3 , une valeur convenable, établir un rapport entre la force de l'homme et la résistance du vaisseau, à cause de la troisième puissance à laquelle v est élevée; mais il n'en est pas de même de la résistance due au frottement, qui, simplement proportionnelle à la vitesse du moteur, exigerait pour être vaincue, une proportion de force incomparablement plus grande.

On pourrait encore ajouter à ces réflexions les expériences de

(1) Théorie des machines simples. *Paris*, 1821, fol. 105.

Dubuat (1), d'après lesquelles il semblerait résulter que la résistance de l'eau due au frottement est indépendante de la hauteur de la colonne fluide, car le frottement ne pouvant avoir lieu qu'autant qu'il existe une pression, si cette pression est indépendante de la hauteur de la colonne, on peut la supposer aussi petite que l'on veut, et finalement nulle.

Déterminons, au moyen de ce qui précède, la résistance des aubes de la sainte Catherine pendant la marche du bateau, avec la vitesse de 4^m,13 par seconde : et soit CD le niveau de l'eau, lorsque le bateau est en repos, AB la section verticale d'une aube, BH la quantité dont elle plonge dans l'eau.

La résistance de l'eau sur les aubes, due à la vitesse du fluide, sera représentée par le carré de la vitesse avec laquelle les aubes rencontrent le fluide, divisé par le nombre vingt; soit $\frac{(1,26)^2}{20} = 0^m,079$.

Et si l'on suppose que cette quantité doive être augmentée d'un cinquième, comme quelques auteurs l'ont observé, elle deviendra $0,079 \times \frac{6}{5} = 0^m,0948$; résultat qui nous indique que la pression résultant de la vitesse avec laquelle l'eau rencontre les aubes, est égale à celle d'une colonne d'eau de 0^m,0948 avec la vitesse 1^m,26 par seconde : soit $0^m,0948 \times 1,26 = 0 \times 0^m,119$ avec l'unité de vitesse.

Pour passer de là à la résistance provenant du dénivellation de l'eau, nous observerons qu'en vertu de sa vitesse elle s'élèvera au devant de l'aube de la quantité $G E = \frac{(1,26)^2}{20} = 0^m,079$, à laquelle il faudra ajouter GF, quantité dont elle s'abaissera par derrière

(1) Principes d'hydraulique. *Paris*, 1826, tom. 2, fol. 53.

que l'expérience ou de nouvelles considérations auront indiquée, et que nous supposerons égale à la hauteur de l'aube, c'est-à-dire $0^m,34$, ce qui nous donnera $0,34 + 0,079 = 0,419$ pour hauteur totale de la colonne EF ou valeur de x dans l'expression de l'intégrale $\frac{yx^2}{2} - \frac{\int x^2 dy}{2}$, en observant de plus que la valeur de y ou largeur de l'aube $= 1^m,80$, et que le dernier terme de l'équation ci-dessus devient nul à cause de $dy = 0$, nous aurons pour le volume d'eau qui presse sur la surface d'une aube $\frac{1,80 \times (0,419)^2}{2} = 0^m,158$.

Cette quantité divisée par la surface de l'aube, pour en déduire quelle sera la hauteur de la colonne d'eau lorsqu'elle sera répartie également sur cette même surface, et multipliée par $1^m,26$ pour être ramenée à l'unité de vitesse, nous donne $\frac{0,158}{1,80 \times 0,34} \times 1,26 = 0^m,325$ qui exprime la hauteur de la colonne d'eau qui représente la pression qui a lieu sur une des aubes avec l'unité de vitesse, en vertu de la différence de niveau qui existe de l'avant à l'arrière; en réunissant cette quantité avec celle que nous avons trouvée ci-dessus, nous aurons, pour la hauteur de la colonne représentant la pression totale, $0^m,119 + 0^m,325 = 0^m,444$.

Cette quantité, comme l'on voit, est presque double de $0^m,25$ que nous avons obtenu en suivant une autre marche. Mais nous avons supposé que le vide qui se forme derrière l'aube était égal à sa hauteur : ce qui mériterait confirmation; et comme d'ailleurs, les aubes du bateau observé étaient immergées dans l'eau de toute leur hauteur, il ne pouvait exister devant elles aucun remous. Je n'ai donc prétendu établir ce calcul que pour les cas observés où son application pourra avoir lieu.

On s'apercevra facilement, en faisant varier les éléments de la résistance, c'est-à-dire, les vitesses et les surfaces choquées, qu'il

n'y a que le premier terme qui soit assujetti à la loi du carré des vitesses ; les deux autres dépendront évidemment de la forme des aubes ou des autres corps exposés à l'action du fluide, et seront proportionnellement toujours inférieurs au premier, lorsque le fluide aura atteint une limite de vitesse telle, que la différence de niveau de l'avant à l'arrière soit égale à la dimension verticale du corps lui-même, et ce fait semblerait être confirmé par l'avis d'un habile ingénieur civil anglais, M. Faray, qui me dit en décembre 1825, à Leeds, lieu de sa résidence, qu'il regardait la résistance des vaisseaux comme étant proportionnelle aux cinquièmes puissances divisées par les cubes des vitesses, ce qui semblerait annoncer que l'observation l'a conduit à des résultats assez rapprochés de ceux auxquels m'ont amené les considérations précédentes.

En adoptant ce rapport, on déterminera la vitesse la plus avantageuse ou le minimum de dépense à faire pour remonter un courant donné et dont la vitesse serait représentée par α , la vitesse du bateau par x , et la dépense par D , en égalant à 0 la différentielle de l'équation $D = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{x - \alpha}$ ce qui donnera $X = \frac{5}{3}\alpha$, c'est-à-dire que la vitesse apparente du bateau, pour être la plus avantageuse, doit être les $\frac{5}{3}$ de celle du courant.

Lorsque la puissance est sur le rivage, il n'y a ni maxima ni minima à considérer, parce que la résistance qui croît avec la vitesse a pour facteur la vitesse même du moteur, et la dépense sera par conséquent d'autant moindre que cette dernière sera plus petite.

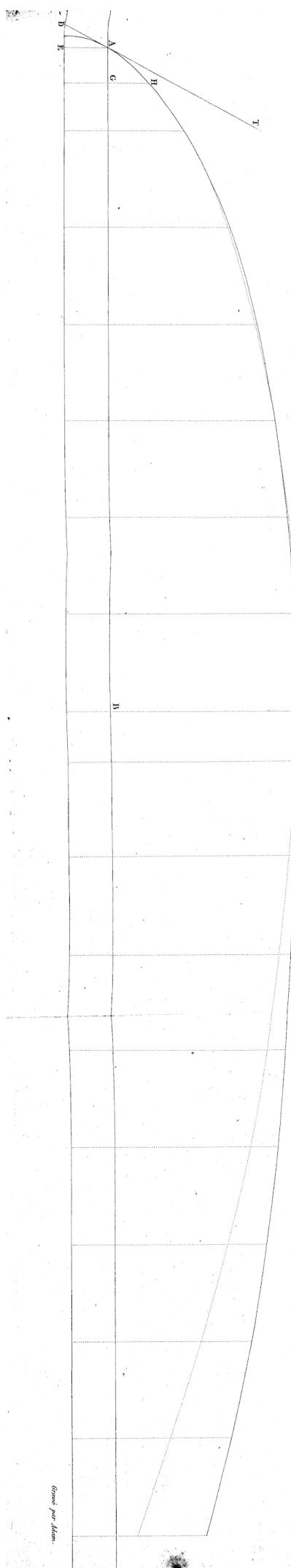


Fig. 1.

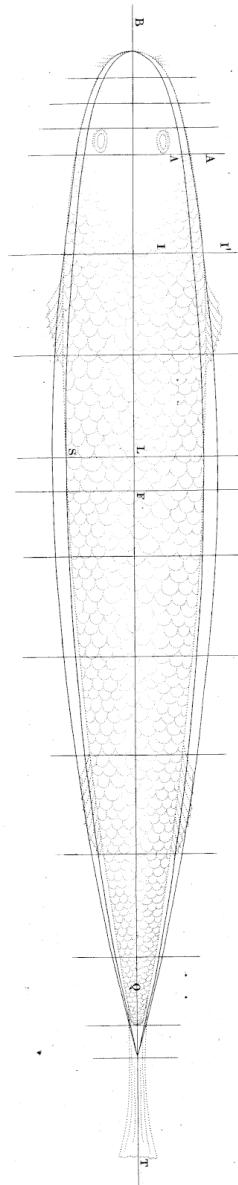


Fig. 2.

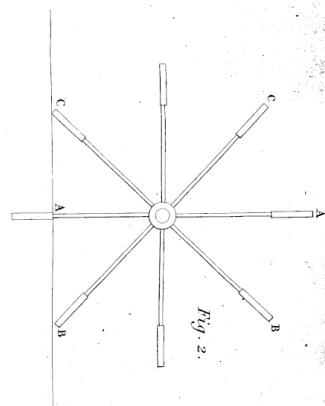


Fig. 3.

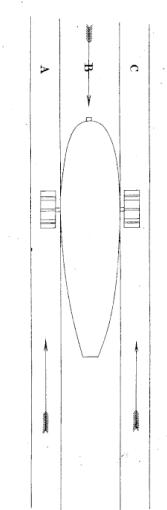


Fig. 4.

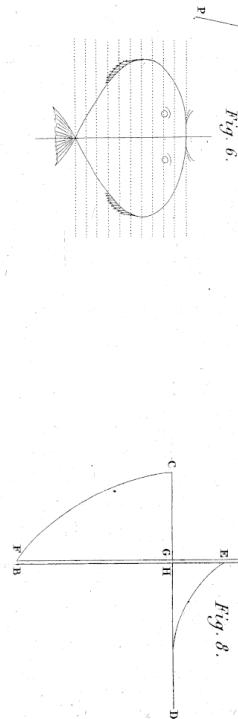


Fig. 5.

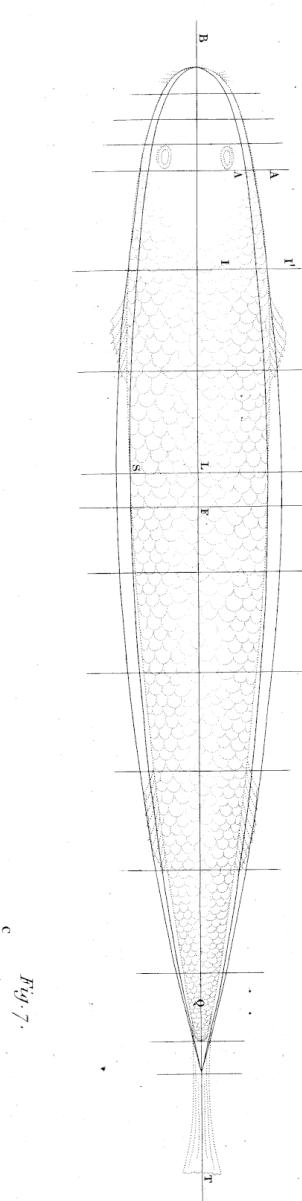


Fig. 6.

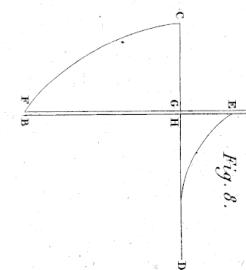


Fig. 7.

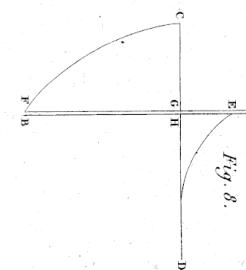


Fig. 8.