

Auteur ou collectivité : Thiele, Thorvald Nicolai

Auteur : Thiele, Thorvald Nicolai (1838-1910)

Titre : Note sur l'application de la photographie aux mesures micrométriques des étoiles

Adresse : Paris : imprimerie de Gauthier-Villars, [1887 ?]

Collation : 1 vol. (13 p.) ; 28 cm

Cote : CNAM-BIB 4 Tu 54 (P.9)

Sujet(s) : Photographie astronomique ; Distances (cosmologie)

Note : Publié en 1892 dans le "Bulletin du Comité international permanent pour l'exécution photographique de la carte du ciel".- Relié dans un recueil factice intitulé "Métrophotographie" ayant probablement appartenu à Aimé Laussedat, la table des pièces étant écrite de sa main, et utilisé comme outil de travail pour ses publications.

Langue : Français

Date de mise en ligne : 03/10/2014

Date de génération du document : 16/4/2018

Permalien : <http://cnum.cnam.fr/redir?4TU54.P9>

NOTE
SUR
L'APPLICATION DE LA PHOTOGRAPHIE
AUX
MESURES MICROMÉTRIQUES DES ÉTOILES;

PAR M. T.-N. THIELE,

DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE DE COPENHAGUE.

Le but principal de la Conférence internationale étant, suivant le programme provisoire de M. l'amiral Mouchez, la construction d'une Carte photographique du ciel, peut-être ne devrions-nous pas nous appesantir trop sur les points secondaires du programme, tels que l'appareil de mesure, le catalogue de précision et les autres travaux utiles de la Photographie céleste. Cependant il ne faudrait pas perdre de vue un objet important qui se rattache d'une façon étroite à la question principale. C'est une chose assez grave, quant au genre, aux dimensions et au prix de l'instrument, de savoir si l'appareil doit être employé seulement pour la construction de la Carte du ciel, ou doit être destiné à des travaux de grande précision. Mais, pour répondre correctement à cette question, il est indispensable de connaître le degré d'exactitude qu'il est possible d'atteindre actuellement par l'application de la Photographie aux mesures astronomiques. Or, il existe à présent des doutes évidents dans le monde astronomique sur ce point important. Chacun sait que les espérances qu'on avait conçues à l'égard des plaques humides au collodion ont quelquefois manqué de s'accomplir, et, tout en regardant l'emploi de plaques sèches au gélatinobromure comme un progrès remarquable,

T.

il est cependant indispensable de demander des renseignements précis sur la résistance de ces plaques sèches aux opérations de développement et de fixation de l'image.

C'est beaucoup déjà que la Photographie nous permette, en général, de remplacer pour l'Astronomie la subjectivité de l'observateur par l'objectivité des plaques; mais ce qu'il est fort utile de savoir, c'est la réponse à cette question :

Avons-nous dès maintenant trouvé l'arcane de l'Astronomie de l'avenir, ou sommes-nous obligés encore de rechercher ultérieurement le procédé tant désiré?

Voilà les doutes et la question que, pour ma part, j'ai adressés à MM. Henry, nos précurseurs illustres dans ce genre de travail. Leur réponse en faveur des plaques sèches a été bien nette :

Le traitement ordinaire de ces plaques ne change pas la position des images d'une façon sensible autrement que par accident ou bien par une exagération du temps de l'immersion dans les différents bains. Mais par une discussion préliminaire, pour laquelle une inspection à l'œil nu n'est pas suffisante, mais qui exigera que le décalque d'un réseau sur verre argenté, par exemple, soit imprimé sur la plaque, il sera facile de reconnaître quelque défaut qui nécessiterait le rejet de la plaque. En général, au contraire, les clichés de gélatine doivent être regardés à peu près comme fixes.

Quant au degré de précision que les mesures photographiques célestes permettent d'atteindre, MM. Henry m'ont prié de bien faire la distinction entre les clichés ordinaires destinés à la Cartographie et ceux qui devront servir aux mesures, et pour lesquels il doit être pris quelques précautions spéciales.

Dans le cas des mesures, par exemple, la durée de pose doit être réduite à un minimum et, au lieu de plaques de verre ordinaire, il est indispensable de faire usage de plaques planes, sur glace. Il est aussi fort important que la couche bromurée soit très mince et très uniforme et l'argent à l'état de division presque parfaite, de telle façon que les clichés puissent supporter l'agrandissement du microscope de mesure, sans présenter l'aspect d'une granulation trop prononcée.

MM. Henry évaluent à environ $0'',2$ l'erreur moyenne des mesures de distance entre les images d'étoiles représentées sur les négatifs ori-

ginaux de cette espèce. Pour écarter complètement mes doutes à cet égard, ils ont mis à ma disposition trois plaques du groupe de Præsepe que j'ai pu mesurer moi-même à l'appareil macromicrométrique de l'observatoire de Paris.

On doit remarquer qu'avec la Photographie l'Astronomie n'est plus une science de confiance, mais en réalité une science de revision et d'autopsie.

Voici mes résultats :

Les trois plaques en question ont été faites en 1886, l'une le 30 mars, les autres le 2 avril dans les deux positions de l'équatorial; et le temps de pose a été d'une minute. Elles montrent assez distinctement les images d'une quarantaine d'étoiles; mais, désirant terminer mes recherches avant la réunion de la Conférence, j'ai dû me résigner à mesurer une partie seulement de ces étoiles, et j'en ai choisi vingt-deux de différentes grandeurs, assez distantes l'une de l'autre et réparties sur un espace d'environ $1^{\circ},5$ carré.

Chaque plaque a reçu trois poses, de telle sorte que chaque étoile est représentée par trois images à peu près en ligne droite et distantes de $10''$ environ. Cet écartement suffit pour éviter l'influence des autres images au pointage. Dans mes mesures, j'ai rapporté toutes les étoiles à l'étoile centrale qui, pendant les poses, a été divisée par les fils de la lunette optique. Le cercle des angles de positions du macromicromètre a été tourné avant chaque mesure, de manière à rendre la ligne entre l'étoile centrale et celle à mesurer à peu près parallèle à la grande vis de l'appareil. Outre la lecture du cercle, j'ai déterminé par la grande vis, pour les distances, les bissections de chacune des trois images des deux étoiles; pour les déviations latérales, j'ai effectué les bissections par la petite vis de l'appareil, placée constamment perpendiculairement à la grande vis. Les angles de position en ont été déduits pour chaque couple d'images correspondantes. Les distances ont été aussi corrigées de l'effet de déviation latérale, dans tous les cas où celle-ci a été assez grande pour n'être pas négligée.

A la rigueur, il aurait fallu appliquer à ces mesures une série de corrections pour éliminer les propriétés erronées de la vis; je me suis permis de les négliger toutes, sauf les erreurs de la grande vis longitudinale pour laquelle j'ai employé une détermination faite, il y a quelque

temps déjà, par MM. Henry. Par suite du rodage de la vis, son état actuel est un peu différent. En conséquence, quelque part des erreurs restantes ne doit être attribuée ni à la Photographie ni à l'appareil de mesure, mais seulement à ma hâte.

Presque toutes les mesures du même couple des images étant exécutées aux deux positions opposées de l'appareil, j'ai eu par ces répétitions un nombre suffisant de données pour le calcul des erreurs moyennes. Aussi quelques mesures ont été répétées après les interruptions nécessitées par la longueur du travail; chaque plaque a exigé deux journées de mesures. En effet, il a été bien constaté que les erreurs moyennes des coordonnées polaires dépendent toutes les deux et de la distance au centre de la plaque, et du diamètre de l'image de l'étoile.

Si l'on réduit les erreurs des angles de position en déviations latérales, la même formule doit, dans notre cas, servir pour toutes les deux coordonnées; néanmoins, je les ai traitées séparément. Mais, en réalité, les deux formules sont si peu différentes qu'il suffira de donner ici une formule moyenne, que je vais présenter dans la forme qu'elle prend pour les distances.

Pour des étoiles de la même grandeur, le carré de l'erreur moyenne peut être généralement donné par

$$e^2 = a + br,$$

r exprimant la distance du centre de la plaque. Mais, parce que nos mesures ne présentent pas des cas où $r < 600''$, la constante a , étant sans doute très petite, n'a pas pu être bien déterminée. Nous posons donc $a = 0$.

La constante b dépend de la grandeur des images.

En exprimant par d le diamètre, il suffit de faire

$$b = k + hd.$$

Ce diamètre a été trouvé :

Pour l'étoile e	$d = 3$
» les étoiles d, m, q, r et v	$d = 4$
» » a, g, k et i	$d = 5$
» » f, l, j, s, t et u	$d = 6$
» » c, h, n, o et p	$d = 7$
» l'étoile b	$d = 8$

La grandeur de l'étoile centrale o n'a pas été favorable. Il en est résulté un agrandissement des erreurs moyennes.

En prenant la seconde d'arc (à vrai dire la partie correspondante de la division de la grande vis) pour unité, j'ai trouvé

$$(1) \quad e^2 = \frac{r}{1000''} [0,0216 + 0,00192(d - 5,5)].$$

Par conséquent, l'erreur moyenne d'une seule détermination de la distance d'une image de grandeur moyenne 5,5 et en distance d'environ 1000'' du centre (o) ne s'élève pas à $\frac{1,5}{100}$ de seconde d'arc. Pour le simple pointé, ainsi que pour nos doubles déterminations d'une coordonnée, l'erreur moyenne ne diffère donc pas considérablement de $\frac{1}{10}$ de seconde.

Or l'appareil macromicrométrique fait grand honneur à son constructeur M. Gautier, et nos mesures nous permettront de conclure sur l'exactitude réelle des plaques.

En premier lieu, nous avons les triples poses de chaque plaque à considérer comme témoins de cette exactitude; ensuite, il faut comparer entre elles les trois plaques. Entre les triples images de tant d'étoiles, il y en a quelques-unes qui sont visiblement un peu défigurées; par exemple, l'une des images de l'étoile centrale o se trouve, dans la première plaque, si près d'une tache accidentelle, que les mesures en peuvent bien être affectées. Si l'on avait voulu pousser l'exactitude à son plus haut degré, il aurait été prudent de supprimer cette image et toutes les défectueuses. Au contraire, je les ai mesurées toutes.

Ayant réduit les mesures de chaque image à une moyenne pour les distances et à une autre pour les angles de position, j'ai comparé entre elles, isolément pour chaque plaque, les trois moyennes pour la même étoile. Les sommes des carrés des différences provenant de cette comparaison ont été comparées ensuite aux valeurs correspondantes calculées selon l'équation (1). Celles-ci exprimant la totalité des sommes des carrés de différences, selon l'hypothèse que les images mesurées auraient été des reproductions exactes, les défauts réels des images s'annonceront par l'excès de la somme des carrés directement déterminée sur cette autre somme.

T.

1.

En totalité, la somme calculée selon les erreurs moyennes des mesures des mêmes images étant 1,86 pour les distances et 478 pour les angles de position, pendant que les écarts des images des différentes poses de la même plaque donnent respectivement 3,15 et 903, les erreurs réelles des images sont bien sensibles. Une recherche spéciale a démontré qu'aussi pour ces erreurs moyennes des images elles-mêmes la loi de proportionnalité aux racines carrées des distances du centre de la plaque existe, pendant que la dépendance des grandeurs des images qu'on trouve pour les erreurs moyennes des mesures n'a pas lieu pour les erreurs moyennes réelles des images.

L'effet total des deux espèces d'erreurs sur l'erreur moyenne ε , qu'on doit attendre, si, pour une distance r ou pour la déviation latérale correspondante, on a mesuré sur une plaque, qui a reçu n poses, chaque image (du diamètre d) étant pointée m fois, sera donc

$$(2) \quad \varepsilon^2 = \frac{r}{1000''} \left\{ \frac{0,0082 + \frac{1}{m} [0,0216 + 0,00192(d-5,5)]}{n} \right\}.$$

En réunissant les résultats des trois poses en moyennes et en calculant, selon cette équation (2), les erreurs moyennes, nous avons, pour les trois plaques I, II et III, les valeurs suivantes des distances de l'étoile centrale o :

Étoile.	Plaque I.	Plaque II.	Plaque III.
<i>a</i>	1115,34 \pm 0,07	1115,16 \pm 0,08	1115,38 \pm 0,08
<i>b</i>	809,11 \pm 0,08	808,84 \pm 0,08	809,11 \pm 0,08
<i>c</i>	614,83 \pm 0,06	614,92 \pm 0,06	614,86 \pm 0,06
<i>d</i>	1842,52 \pm 0,10	1842,73 \pm 0,10	1842,78 \pm 0,10
<i>e</i>	2027,21 \pm 0,11	(¹)	2027,18 \pm 0,11
<i>f</i>	636,86 \pm 0,06	636,70 \pm 0,06	636,77 \pm 0,06
<i>g</i>	3376,55 \pm 0,14	3375,28 \pm 0,14	3375,89 \pm 0,13
<i>h</i>	2480,78 \pm 0,13	2479,58 \pm 0,13	2480,07 \pm 0,12
<i>i</i>	1793,80 \pm 0,11	1792,57 \pm 0,11	1793,35 \pm 0,11
<i>j</i>	886,80 \pm 0,08	886,92 \pm 0,08	886,80 \pm 0,08
<i>k</i>	684,73 \pm 0,06	684,62 \pm 0,06	684,57 \pm 0,06
<i>l</i>	1269,76 \pm 0,09	1269,67 \pm 0,09	1269,66 \pm 0,09

(¹) Non mesurée, trop faible.

Étoile.	Plaque I.	Plaque II.	Plaque III.
<i>m</i>	2440,69 \pm 0,12	2441,04 \pm 0,12	2441,14 \pm 0,12
<i>n</i>	1055,96 \pm 0,08	1055,88 \pm 0,08	1055,80 \pm 0,08
<i>p</i>	3555,36 \pm 0,16	3555,06 \pm 0,14	3555,38 \pm 0,16
<i>q</i>	1197,29 \pm 0,08	1197,07 \pm 0,10	1197,21 \pm 0,08
<i>r</i>	1923,69 \pm 0,11	1923,40 \pm 0,11	1923,69 \pm 0,11
<i>s</i>	840,57 \pm 0,07	840,59 \pm 0,07	840,62 \pm 0,07
<i>t</i>	1645,17 \pm 0,10	1645,13 \pm 0,10	1645,23 \pm 0,10
<i>u</i>	1824,16 \pm 0,09	1823,74 \pm 0,09	1823,92 \pm 0,09
<i>v</i>	2318,28 \pm 0,12	2318,02 \pm 0,12	2317,92 \pm 0,12

Aussi nous avons, à partir de la direction : étoile *u* — étoile *o*, les angles de position :

Étoile.	Plaque I.	Plaque II.	Plaque III.
<i>a</i>	180.58.35" \pm 14"	180.59. 6" \pm 15"	180.59.45" \pm 15"
<i>b</i>	211.13. 6 \pm 19	211.14. 0 \pm 19	211.14. 8 \pm 19
<i>c</i>	251.24.38 \pm 22	251.25.47 \pm 22	251.25.31 \pm 22
<i>d</i>	259.58.10 \pm 12	259.58.58 \pm 12	259.58.49 \pm 12
<i>e</i>	210. 5.38 \pm 11	(¹)	210. 6.33 \pm 11
<i>f</i>	55.37. 8 \pm 21	55.36.57 \pm 19	55.37. 4 \pm 21
<i>g</i>	90.37.28 \pm 9	90.38.53 \pm 9	90.38.40 \pm 8
<i>h</i>	42.40.16 \pm 11	42.39.55 \pm 11	42.40.14 \pm 10
<i>i</i>	85.43.44 \pm 12	85.44. 2 \pm 12	85.44. 5 \pm 12
<i>j</i>	284.51.56 \pm 18	284.52.21 \pm 18	284.51.57 \pm 18
<i>k</i>	305.55.46 \pm 20	305.57. 7 \pm 20	305.56.14 \pm 20
<i>l</i>	305.17.39 \pm 15	305.18.43 \pm 15	305.17.56 \pm 15
<i>m</i>	303.50.48 \pm 10	303.51. 6 \pm 10	303.50.42 \pm 10
<i>n</i>	324.11.57 \pm 17	324.11.41 \pm 17	324.11.25 \pm 17
<i>p</i>	126. 4.50 \pm 9	126. 6.13 \pm 8	126. 5.22 \pm 9
<i>q</i>	130.43. 5 \pm 14	130.45.21 \pm 18	130.43.47 \pm 14
<i>r</i>	144.48.47 \pm 11	144.50. 1 \pm 11	144.49. 0 \pm 11
<i>s</i>	347.20.37 \pm 18	347.20.27 \pm 18	347.20.23 \pm 18
<i>t</i>	341.57.22 \pm 13	341.57.24 \pm 13	341.56.56 \pm 13
<i>u</i>	0. 0. 0 \pm 10	0. 0. 0 \pm 10	0. 0. 0 \pm 10
<i>v</i>	324.49.58 \pm 10	324.50.28 \pm 10	324.49.53 \pm 10

Les erreurs réelles des images dont nous avons démontré l'existence

(¹) Non mesurée, trop faible.

peuvent être attribuées à la variable sensibilité des plaques; aussi les changements de la réfraction atmosphérique d'une pose à l'autre doivent y jouer un rôle, mais c'est au moins possible qu'elles soient en partie produites par des déplacements de la couche de gélatine.

Mais, si nous devons les regarder comme inévitables, nous sommes obligés aussi de reconnaître que les plaques de MM. Henry démontrent bien qu'elles peuvent être réduites à une extrême petitesse. Une erreur moyenne de $\frac{1}{10}$ de seconde d'arc sur une distance de 1000" déduite d'une seule pose, c'est bien peu en comparaison des conditions de l'Astronomie ordinaire, et ce ne sera rien par la facilité avec laquelle on peut les réduire par la répétition des poses.

Seulement, comme les poses pour ces plaques sont prises à si peu de distance l'une de l'autre, il faut rechercher encore quelles seraient les erreurs moyennes correspondantes si les poses sont obtenues à de grandes distances sur la même plaque ou mieux encore sur des plaques différentes. Or l'inspection des Tableaux ci-dessus montre bien des différences comparativement très grandes; mais cette comparaison directe n'a pas grande valeur, car certainement on ne doit pas considérer ces trois plaques comme des représentations directes de la même chose.

La réfraction atmosphérique est différente pour les trois plaques, et il est inadmissible de supposer que les plaques ont été exposées dans la même position, par rapport à l'axe optique de l'instrument; aussi les mesures par l'appareil macromicrométrique ne sont pas exécutées à la même température. De plus, on ne peut pas dénier que le développement et la fixation des images puissent produire une contraction générale de toute la couche gélatineuse et que cette contraction puisse différer selon la direction longitudinale et latérale de ces plaques qui, dans notre cas, sont rectangulaires et selon les températures des bains. On ne pourra donc considérer ces trois plaques que comme des projections perspectives différentes du même objet, ou comme de telles projections l'une de l'autre.

Les formules les plus générales pour les coordonnées rectangulaires x et y de la projection perspective d'un point x_0, y_0 sont

$$x = \frac{p + ax_0 + by_0}{1 + mx_0 + ny_0}, \quad y = \frac{q + cx_0 + dy_0}{1 + mx_0 + ny_0},$$

qui contiennent huit constantes $p, q; a, b, c, d; m$ et n qui seront à déterminer avant la comparaison d'une plaque à l'autre. Il sera très important de réduire le nombre de ces constantes.

La disposition de nos mesures nous permet de supposer $p = 0$ et $q = 0$; mais quant aux autres, nous pouvons seulement savoir que $a = 1$, $b, c, d = 1$, m et n doivent être de petites quantités dont les produits peuvent être négligés; ainsi qu'en introduisant des coordonnées polaires au lieu de rectangulaires, les distances r et r_0 et les angles de position R et R_0 , nous aurons

$$(3) \quad \begin{cases} R = R_0 + C - h \sin(2R_0 + H) 206264, \\ r = r_0[1 + \gamma + h \cos(2R_0 + H) + kr_0 \cos(R_0 + K)]. \end{cases}$$

Le grand nombre des constantes inconnues dans ces équations est un inconvénient assez fâcheux de l'Astronomie photographique.

On cherchera sans doute à séparer les différentes causes de ces projections pour les pouvoir calculer isolément et d'avance; mais, à présent, nous ne pouvons pas éviter le calcul indirect de ces constantes à l'aide de la méthode des moindres carrés appliquée aux différences brutes des trois plaques.

Encore, ces plaques n'étant pas munies de réseaux, qui sont certainement indispensables pour faciliter la critique préliminaire de leurs qualités, et pour éviter de prendre en considération les plaques fautives par accident, il a fallu ou les accepter indistinctement ou employer les mesures elles-mêmes à cette critique. Par des tâtonnements et des constructions graphiques assez compliquées et difficiles, j'ai obtenu la conviction que la plaque I, qui est la première de cette espèce faite par MM. Henry et qui montre, à l'inspection par la loupe, quelques traces suspectes, doit être partiellement rejetée, de manière qu'une extrémité où se trouvent les images de six étoiles g, h, i, p, q, r doit être mise hors de considération comme altérée par accident.

Dans mon application de la méthode des moindres carrés, je me suis permis de déterminer les constantes $h \cos H$ et $h \sin H$, exclusivement selon l'exigence des angles de position. Il en résulte une augmentation des résidus des distances que j'aurais pu éviter, si j'avais été moins pressé par mon désir de terminer mon travail en temps utile.

Pour la réduction de la bonne partie de plaque I à plaque II, je trouve

$$R_{2,1} = R_1 + 26'',4 - 20'',3 \sin(2R_1 + 91^\circ),$$

$$r_{2,1} = r_1[0,9998625 + 0,0000984 \cos(2R_1 + 91^\circ) - 0,0000001311 r_1 \cos(R_1 - 62^\circ,7)].$$

Pour la réduction de la plaque III à la plaque II, la constante k , étant très petite, a été considérée comme zéro. Ainsi je trouve

$$R_{2,3} = R_3 + 8'',75 - 35,8 \sin(2R_3 + 13^\circ,7),$$

$$r_{2,3} = r_3[0,9999096 + 0,0001737 \cos(2R_3 + 13^\circ,7)].$$

Les valeurs de $r_{2,1}$, $r_{2,3}$, $R_{2,1}$ et $R_{2,3}$ ont été réunies respectivement avec les valeurs originales de r_2 et R_2 et ont donné les moyennes suivantes :

Étoile.	Distance moyenne.	Résidus.			Angle de position moyenne.	Résidus.			Déviation latérale.		
		I.	II.	III.		I.	II.	III.	I.	II.	III.
<i>a</i>	1115,30	-0,04	-0,14	+0,17	180.59.10	-29	-4	+34	-0,16	-0,02	+0,18
<i>b</i>	808,97	+0,03	-0,13	+0,10	211.13.42	-19	+18	+0	-0,08	+0,07	+0,00
<i>c</i>	614,80	-0,04	+0,12	-0,09	251.25.31	-11	+16	-6	-0,03	+0,04	-0,01
<i>d</i>	1842,55	+0,08	+0,18	-0,25	259.58.56	0	+2	-2	0,00	+0,02	-0,02
<i>e</i>	2027,15	+0,06		-0,06	210. 6. 1	-6		+6	-0,06		+0,06
<i>f</i>	636,67	-0,01	+0,03	-0,02	55.37. 7	+35	-10	-24	+0,11	-0,03	-0,08
<i>g</i>	3375,15		+0,13	-0,13	90.38.55		-2	+3		-0,04	+0,05
<i>h</i>	2479,68		-0,10	+0,10	42.39.51		+4	-4		+0,05	-0,05
<i>i</i>	1792,72		-0,15	+0,16	85.44.10		-8	+7		-0,07	+0,06
<i>j</i>	886,78	+0,02	+0,14	-0,17	284.52.30	+10	-9	-1	+0,04	-0,04	-0,00
<i>k</i>	684,62	+0,11	+0,00	-0,12	305.56.48	-30	+19	+10	-0,10	+0,06	+0,03
<i>l</i>	1269,66	+0,14	+0,01	-0,14	305.18.32	-20	+11	+8	-0,12	+0,07	+0,05
<i>m</i>	2440,95	+0,01	+0,19	-0,19	305.51.18	+4	-12	+8	+0,04	-0,14	+0,10
<i>n</i>	1055,87	+0,06	+0,01	-0,07	324.12. 1	+16	-20	+3	+0,08	-0,10	+0,02
<i>p</i>	3555,04		+0,02	-0,03	126. 6.10		+3	-4		+0,05	-0,07
<i>q</i>	1197,10		-0,03	+0,02	130.44.56		+25	-25		+0,14	-0,15
<i>r</i>	1923,55		-0,15	+0,15	144.49.50		+11	-12		+0,10	-0,11
<i>s</i>	840,58	-0,11	-0,01	+0,11	347.20.37	+8	-10	+2	+0,04	-0,04	+0,01
<i>t</i>	1645,15	-0,17	-0,02	+0,19	341.57.25	+7	-1	-7	+0,06	-0,01	-0,05
<i>u</i>	1823,84	-0,13	-0,10	+0,22	0. 0. 2	+4	-2	-2	+0,04	-0,02	-0,02
<i>v</i>	2318,07	+0,20	-0,05	-0,14	342.50.26	-9	+2	+6	-0,10	+0,02	+0,07

Pour la partie compromise de la plaque I nous avons en comparaison avec ces moyennes :

Étoile.	Erreur		Déviation	
	de distance.	de l'angle.	latérale.	totale.
<i>g</i>	— 0,37	— 40"	— 0,66	0,76
<i>h</i>	— 0,24	+ 60	+ 0,72	0,76
<i>i</i>	+ 0,42	+ 21	+ 0,18	0,46
<i>p</i>	— 0,57	— 18	— 0,83	1,18
<i>q</i>	+ 0,07	— 82	— 0,48	0,49
<i>r</i>	— 0,01	— 11	— 0,41	0,41

La grandeur même de ces déviations et le peu de régularité des directions dans lesquelles ces images sont déplacées ne me laissent aucun doute sur leur caractère accidentel. De ces étoiles, ce sont *q* et *r* qui sont les plus rapprochées de la partie conservée de la plaque I, et dans cette partie les étoiles *a*, *f* et *u* se trouvent à la frontière contre la partie rejetée.

En divisant les carrés de ces résidus des distances et des déviations latérales par les carrés des erreurs moyennes dérivés selon l'équation (2) des mesures et des poses répétées de la même plaque et en n'en formant que deux sommes, l'une pour les distances, l'autre pour les déviations latérales, on devra trouver, selon les nombres des dates et ceux des constantes employées, 31 pour le chiffre de la première somme et 29 pour la seconde; en réalité, on a pour les distances 90,3 et pour les déviations latérales 39,2. Ces excès sont trop grands pour être expliqués par les licences que je me suis permises dans l'application de la méthode des moindres carrés, seulement une application plus correcte réduira sans doute la somme pour les distances; mais, comme cette réduction se fera, en partie au moins, aux frais des déviations latérales, j'ai réuni les deux sommes et ainsi l'on trouve, au lieu de 60, une somme totale de 129,5, dont l'excès 69,5 pourra être, par prudence, regardé comme mesure des erreurs réelles des trois plaques.

Voici une répétition d'un phénomène très journalier dans les études des erreurs moyennes : Ayant déterminé d'abord les erreurs moyennes

par des répétitions faites dans des circonstances semblables, telles que les poses de la même plaque, si d'après cela on recherche les erreurs moyennes correspondantes à des répétitions plus variées, on voit se produire presque toujours un agrandissement des erreurs moyennes. Ici la cause de cet agrandissement est douteuse; peut-être qu'on y trouvera la trace des faibles déplacements de la couche gélatineuse. Nos données ne suffisent pas pour des recherches spéciales sur les dépendances de ces erreurs aux distances du centre de la plaque, etc. En les distribuant également sur toutes les étoiles, on trouve, pour le terme constant à ajouter à la formule (2), 0,0093, ainsi que pour p plaques mesurées, chacune à n poses, dont chacune a été mesurée m fois, on aura, en désignant en général par e l'erreur moyenne d'une mesure macromicrométrique pour l'erreur moyenne totale E de ces plaques de MM. Henry,

$$E^2 = \frac{1}{p} \left[0,0093 + \frac{r}{n \cdot 1000^2} \left(0,0082 + \frac{1}{m} e^2 \right) \right],$$

ainsi que seulement pour les extrémités d'une seule plaque à une seule pose, le nombre 0'', 2, indiqué par MM. Henry pour l'erreur moyenne, pourrait être dépassé.

Pour l'accomplissement de ce travail, il reste encore la traduction des moyennes pour la plaque II en des coordonnées véritables du ciel. Si l'on pouvait, pour quelques-unes de nos étoiles, former selon des observations ordinaires un Catalogue assez exact, cette opération se ferait par l'emploi de nos équations (3), seulement il serait nécessaire d'ajouter à l'équation des distances un ou deux termes multipliés par des puissances de la distance, parce que nos distances sont à considérer comme des représentations des tangentes des distances angulaires et parce qu'elles sont peut-être affectées par les propriétés de l'objectif. Mais un tel travail doit être réservé pour l'avenir. Les plus graves difficultés qu'on y trouvera résulteront peut-être d'un manque d'observations assez exactes des étoiles fondamentales, et surtout je crois que la recherche des particularités de l'objectif ne pourra être accomplie que par l'emploi de la Photographie elle-même et par le

moyen des poses très distantes entre elles de la même plaque pour les mêmes étoiles.

Or, je dois prononcer comme résultat final de ces recherches que, pendant qu'il faudra toujours chercher d'utiliser, pour l'Astronomie, les progrès ultérieurs de la Photographie, déjà la question de son emploi pour les mesures de précision a acquis une telle urgence que nos observatoires devront remplacer le plus tôt possible les grands réfracteurs à micromètre et les héliomètres par des réfracteurs photographiques à grande distance focale.

FIN.

