

Auteur : Lucas, Félix

Titre : Traité pratique d'électricité, à l'usage des ingénieurs et des constructeurs. Théorie mécanique du magnétisme et de l'électricité, mesures électriques. Piles, accumulateurs et machines électrostatiques, machines dynamo-électriques génératrices, transport, distribution et transformation de l'énergie électrique, utilisation de l'énergie électrique

Mots-clés : Électricité ; Magnétisme

Description : 1 vol. (VIII-595 p.) ; 25 cm

Adresse : Paris : Baudry et Cie, 1892

Cote de l'exemplaire : CNAM-BIB 8 Ca 174

URL permanente : <http://cnum.cnam.fr/redir?8CA174>

TRAITÉ PRATIQUE  
D'ÉLECTRICITÉ

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires



*8<sup>e</sup> Ca 174*

# TRAITÉ PRATIQUE D'ÉLECTRICITÉ

A L'USAGE  
DES INGÉNIEURS ET DES CONSTRUCTEURS

THÉORIE MÉCANIQUE DU MAGNÉTISME ET DE L'ÉLECTRICITÉ  
MESURES ÉLECTRIQUES.

PILES, ACCUMULATEURS ET MACHINES ÉLECTROSTATIQUES

MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES GÉNÉRATRICES

TRANSPORT, DISTRIBUTION ET TRANSFORMATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE  
UTILISATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

PAR

M. FÉLIX LUCAS

INGÉNIEUR EN CHEF DES PONTS ET CHAUSSÉES  
ADMINISTRATEUR DES CHEMINS DE FER DE L'ÉTAT

278 figures intercalées dans le texte.

PARIS

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE, BAUDRY ET C°, ÉDITEURS  
15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15  
MÊME MAISON A LIÈGE, RUE DES DOMINICAINS, 7

1892

Tous droits réservés



## AVANT-PROPOS

C'est à la suite d'une mission spéciale ayant pour objet l'étude des applications d'intérêt général de l'électricité, mission qui m'avait été confiée par M. le Ministre des Travaux publics et qui a pris fin dans le cours de 1890, que j'ai élaboré et rédigé cet ouvrage.

Pour la partie théorique, j'ai choisi dans chaque cas entre la démonstration géométrique et la démonstration analytique celle qui conduit le plus facilement au but ; quelques-unes de ces démonstrations sont, je crois, nouvelles. Dans la partie relative aux machines dynamos, j'ai notamment consacré à l'étude de l'induit un chapitre spécial, dans lequel je me suis efforcé de mettre clairement en relief les propriétés caractéristiques des divers modes d'enroulement et les diverses méthodes de captage des courants. Dans la partie relative à l'éclairage électrique, j'ai indiqué, avec description des expériences, les lois empiriques du phénomène de l'incandescence dans le vide en fonction de la température, lois qui font entrevoir la possibilité de réaliser dans l'avenir des progrès considérables. Dans tout le corps de l'ouvrage j'ai multiplié les schémas pour rendre les explications plus lucides.

Les applications de l'électricité, outre qu'elles occupent une

large place dans diverses industries, intéressent directement aussi tous les services publics, y compris ceux de la guerre et de la marine. Toute installation électrique exige la rédaction d'un projet et d'un devis, l'exécution matérielle de ce projet et le contrôle des travaux ; de là la nécessité pour les ingénieurs et les constructeurs de bien connaître les lois de l'électricité, les méthodes et appareils de mesure, les machines génératrices et réceptrices des courants, les accumulateurs et les transformateurs d'énergie électrique, les canalisations nécessaires pour le transport et l'utilisation de cette énergie. Un Traité d'Électricité principalement destiné à ces hommes techniques, dont le savoir est grand et dont le temps est précieux, doit être à la fois précis et concis ; ce Traité doit condenser, en outre, à côté des exposés théoriques et descriptifs, tous les renseignements numériques pratiquement nécessaires. J'ai fait tous mes efforts pour remplir ce programme, en ne perdant pas de vue qu'en ces matières la clarté doit toujours résulter de la concision ; c'est ainsi que j'ai pu espérer produire un ouvrage utile.

FÉLIX LUCAS.

# TRAITÉ PRATIQUE D'ÉLECTRICITÉ

## PREMIÈRE PARTIE THÉORIE MÉCANIQUE DU MAGNÉTISME ET DE L'ÉLECTRICITÉ

De même qu'il existe une mécanique des masses matérielles, laquelle s'étend à l'astronomie en prenant pour point de départ la loi d'attraction Newtonienne, de même il existe une mécanique des masses non matérielles, dont la conception a fait progresser l'étude des phénomènes électriques et magnétiques.

Cette *Mécanique du magnétisme et de l'électricité* n'est pas une science nouvelle. On en trouve les éléments dans la plupart des traités de physique moderne ; mais ils y sont, pour ainsi dire, noyés au sein de l'exposé des expériences qui ont conduit à la découverte des lois élémentaires ou qui ont eu pour objet d'en vérifier les conséquences.

A partir du moment où un agent naturel devient une source d'énergie puissante dont l'industrie s'empare, il franchit le laboratoire du physicien et fait son entrée dans le domaine de la mécanique. Il en a été ainsi pour la vapeur, il en est de même pour l'électricité.

L'impossibilité de créer ou de détruire les masses matérielles  
TRAITÉ PRATIQUE D'ÉLECTRICITÉ.

nous apparaît aujourd'hui comme une vérité primordiale ; après avoir été méconnu pendant des siècles, la principe de la *conservation de la matière* est devenu fondamental en chimie. La mécanique trouve, analogiquement, un guide précieux et sûr dans le principe de la *conservation de l'énergie*, conséquence forcée de l'impossibilité du mouvement perpétuel. « Dans la nature, » a dit un grand penseur, « rien ne périt, tout change de forme. » Comme la matière, l'énergie a ses métamorphoses : travail mécanique, chaleur, électricité, combinaisons chimiques, et d'autres, sans doute, encore inconnues. L'Univers est un immense réservoir d'énergie ; nous n'y pouvons puiser que par voie d'échange, c'est-à-dire qu'en lui rendant sous une autre forme l'équivalent de ce qu'il nous livre ; la compensation est toujours mathématiquement rigoureuse. Envisagée dans toute sa généralité, la mécanique pourrait se définir *la science de la transformation de l'énergie*.

Les analogies sont nombreuses entre l'électricité, le magnétisme, la chaleur et la lumière ; la science en découvre chaque jour de nouvelles. Les belles expériences de M. Hertz démontrent l'existence d'ondes électriques analogues aux ondes lumineuses. A peine Fresnel avait-il créé son admirable théorie de la lumière, que déjà Faraday songeait à attribuer aux mouvements de l'éther la cause des phénomènes électriques et magnétiques. Cette conception, reprise et développée par Clerk Maxwell et par Sir W. Thomson, peut constituer la base d'une théorie qui deviendra probablement féconde, mais qui ne trouverait pas actuellement sa place dans un *Traité pratique d'électricité*.

# CHAPITRE PREMIER

## LES UNITÉS CONCRÈTES EN MÉCANIQUE

Mesure d'une grandeur. — Unités géométriques. — Unités cinématiques. — Unités mécaniques. — Choix des unités fondamentales. — Système C. G. S. — Equivalence de la chaleur et du travail. — Utilité des notations symboliques.

1. Mesure d'une grandeur. — Mesurer une grandeur, c'est trouver combien de fois elle contient une grandeur de même nature choisie arbitrairement pour unité. En rendant cette unité  $k$  fois plus petite ou  $k$  fois plus grande, on rend  $k$  fois plus grande ou  $k$  fois plus petite la mesure de la grandeur. Le rapport des mesures de deux grandeurs de même espèce est un nombre abstrait, indépendant de l'unité choisie; on l'appelle le rapport de ces grandeurs elles-mêmes.

2. Unités géométriques. — Deux longueurs rectilignes équivalentes sont superposables; de cette observation résulte un moyen simple de mesurer directement une longueur.

Deux surfaces planes peuvent être équivalentes sans qu'il soit possible de les superposer; de là l'impossibilité de procéder directement à la mesure d'une surface. Pour surmonter cette difficulté, *on fait dépendre la mesure de la surface de celle de la longueur du côté d'un carré équivalent*; en désignant par  $L$  la mesure de cette longueur et par  $S$  celle de la surface, on emploie la relation

$$S = L^2$$

exprimant que *la mesure de la surface est égale au carré de la*

*mesure de la longueur du côté du carré équivalent.* Cette formule, qui donne  $S = 1$  pour  $L = 1$ , oblige à prendre pour unité de surface la surface du carré construit sur l'unité de longueur; l'unité de surface devient donc une *unité dérivée*, tandis que l'unité de longueur reste une *unité fondamentale*. Rendons  $k$  fois plus grande l'unité de longueur, la nouvelle mesure du côté du carré deviendra

$$L' = \frac{1}{k} L,$$

et la nouvelle mesure de la surface deviendra

$$S' = \frac{1}{k^2} L^2 = \frac{1}{k^2} S;$$

cette dernière formule montre que l'unité de surface a été rendue  $k^2$  fois plus grande. Par conséquent, dans le cas actuel, l'unité dérivée est proportionnelle au carré de l'unité fondamentale, ce que nous pouvons exprimer par la relation symbolique

$$[S] = [L^2].$$

Les volumes conduisent à considérer une nouvelle unité dérivée. *On fait dépendre la mesure d'un volume de celle de la longueur du côté d'un cube équivalent*, en employant la relation

$$S = L^3,$$

qui oblige à prendre pour unité de volume le volume du cube construit sur l'unité de longueur. Dans ce cas l'unité dérivée est proportionnelle au cube de l'unité fondamentale ce que nous pouvons exprimer par la formule symbolique

$$[V] = [L^3].$$

En résumé les trois unités nécessaires en géométrie sont liées entre elles par les deux formules symboliques

$$\begin{cases} [S] = [L^2] \\ [V] = [L^3] \end{cases}$$

**3. Unités cinématiques.** — Les questions de géométrie proprement dite ne mettent en cause que les dimensions de l'espace.

La cinématique, ou science du mouvement, fait de plus intervenir le temps.

On regarde comme directe la mesure du *temps*, en sorte que l'unité de temps devient une unité fondamentale [T].

En associant les idées de longueur et de durée, on arrive à deux notions essentielles, qui sont celles de la *vitesse* et de l'*accélération*.

La vitesse  $v$  est le rapport d'une longueur parcourue L au temps T employé à la parcourir; l'unité de vitesse est, d'après cette définition même, une unité dérivée à laquelle correspond la formule symbolique

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [L T^{-1}]$$

L'accélération  $\gamma$  est le rapport d'un accroissement de vitesse au temps pendant lequel cet accroissement s'est produit; l'unité correspondante doit donc être représentée par le rapport de l'unité de vitesse à l'unité de temps ; par conséquent

$$[\gamma] = \frac{[v]}{[T]} = [v T^{-1}] = [L T^{-2}]$$

**4. Unités mécaniques.** — Pour passer de la cinématique à la mécanique, c'est-à-dire du mouvement géométrique au mouvement de la matière, il faut faire intervenir une notion nouvelle, celle de la *masse*, dont on considère l'unité [M] comme fondamentale.

La *force* F a pour mesure le produit de la masse d'un point matériel par l'accélération qu'elle lui imprime ; l'unité de force est, par conséquent, une unité dérivée à laquelle correspond la formule symbolique

$$[F] = [M \gamma] = [M L T^{-2}]$$

Le *travail mécanique*  $\mathcal{T}$  est le produit d'une force par le parcours de son point d'application ; de là la formule symbolique

$$(\mathcal{T}) = [M L^2 T^{-2}]$$

La *puissance mécanique* P d'une source de travail mécanique

est le travail qu'elle fournit dans l'unité de temps ; de là la formule symbolique

$$[P] = [ML^2T^{-3}]$$

**5. Choix des unités fondamentales.** — Le choix des unités fondamentales de *longueur*, de *temps* et de *masse* est entièrement arbitraire.

Pour l'unité de temps, la *seconde sexagésimale* est depuis longtemps adoptée.

Pour l'unité de longueur, l'usage a fait choisir, suivant les cas, soit le *mètre* lui-même, soit un *multiple décimal du mètre*, soit un *sous-multiple décimal du mètre*.

Pour l'unité de masse, il convient d'adopter celle de l'unité de volume de l'eau distillée prise à son maximum de densité, par analogie avec la définition métrique de l'unité de poids.

**6. Système CGS.** — Le Congrès des Electriciens, réuni à Paris en 1881, a décidé l'adoption des unités suivantes :

pour unité de longueur, le *centimètre* ;

pour unité de temps, la *seconde sexagésimale* ;

pour unité de masse, la *masse-gramme*, c'est-à-dire la masse d'un centimètre cube d'eau distillée prise à son maximum de densité.

Cette convention forme la base du système dit CGS (abréviation de Centimètre-Gramme-Seconde).

Les unités dérivées correspondantes sont les suivantes :

unité de surface, le centimètre carré ;

unité de volume, le centimètre cube ;

unité de vitesse, celle d'un mobile parcourant un centimètre par seconde ;

unité d'accélération, celle qui provient d'un accroissement de vitesse d'un centimètre par seconde ;

unité de force, celle qui imprime à la masse-gramme l'unité d'accélération ; on a donné à cette unité le nom de *dyne* ;

unité de travail, travail d'une dyne dont le point d'application se déplace d'un centimètre dans sa direction ; on a donné à cette unité le nom d'*erg* ; c'est une dyne-centimètre ;

unité de puissance, celle qui correspond au travail d'un erg par seconde ; on l'appelle souvent *l'erg-seconde*.

Le rapport du gramme à la dyne est égal à l'accélération de la pesanteur rapportée au centimètre, soit à  $g = 981$  sous la latitude de Paris. Il en résulte que la dyne diffère peu du milligramme et que l'erg est contenu

$$9,81 \times 10^7$$

fois dans le kilogrammètre :

On remplace souvent l'unité CGS *erg* par une unité pratique  $10^7$  fois plus grande contenue 9,81 fois dans le kilogrammètre, à laquelle on donne le nom de *watt* et quelquefois le nom de *joule*.

**7. Équivalence de la chaleur et du travail.** — Une *calorie-gramme*, c'est-à-dire la quantité de chaleur nécessaire pour éléver de zéro à un degré centigrade la température d'un gramme d'eau, équivaut, d'après Joule, à un travail représenté par 0,425 kilogrammètre.

En adoptant pour  $g$  la valeur 981, on trouve que

$$0,425 \text{ kilogrammère} = 4,17 \text{ watts.}$$

La calorie-gramme équivaut, par conséquent, à un travail de 4,17 watts.

Le paramètre numérique

$$J = 4,17$$

est l'*équivalent mécanique de la chaleur*.

La formule

$$Q = \frac{W}{J}$$

exprime en calories-grammes la quantité de chaleur  $Q$  équivalente à un travail  $W$  évaluée en watts.

**8. Utilité des notations symboliques.** — Lorsque l'on multiplie par des nombres quelconques  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\theta$  les unités fondamentales de

longueur, de masse et de temps, les unités dérivées doivent être modifiées en conséquence. La notation symbolique de chaque unité dérivée permet de calculer immédiatement le facteur numérique par lequel on doit multiplier cette unité. S'agit-il, par exemple, de l'unité de force, le symbole  $[ML T^{-2}]$  indique immédiatement qu'elle doit être multipliée par

$$\frac{\mu\lambda}{\theta^2}.$$

Les notations symboliques permettent aussi de vérifier l'homogénéité nécessaire des formules générales et des théorèmes qui s'en déduisent. Prenons, par exemple, ce théorème de mécanique :

*Dans le mouvement d'un point matériel la variation de la demi-force vive, pendant un laps de temps quelconque, est égale au travail de la force motrice pendant le même temps.* Ce théorème ne peut être vrai que si le travail mécanique et la force vive ont la même unité symbolique.

Pour le travail mécanique, nous avons déjà trouvé le symbole

$$[ML^2T^{-2}];$$

quant à la force vive, égale au produit d'une masse par le carré d'une vitesse, son unité symbolique, est

$$[M] [LT^{-1}]^2 = [ML^2T^{-2}];$$

la concordance exigée par le théorème des forces vives existe donc.

Toute grandeur dont l'unité symbolique sera

$$[ML^2T^{-2}]$$

représentera une forme de l'énergie ; réciproquement, toute forme de l'énergie admettra cette unité symbolique.

## CHAPITRE II

### LES ACTIONS MAGNÉTIQUES

Loi de Coulomb. — Potentiel de l'action mutuelle. — Energie potentielle d'un système de masses magnétiques. — Potentiel d'un champ magnétique. — Lignes et tubes de force. — Théorème de Green. — Application aux tubes de force. — Equations de Poisson et de Laplace.

9. **Loi de Coulomb.** — L'observation des phénomènes auxquels donne naissance un barreau aimanté, notamment celle de l'action attractive exercée par ses abouts sur la limaille de fer, a conduit depuis longtemps les physiciens à assimiler ce barreau à une masse inerte, qui présente vers ses extrémités deux centres d'action appelés *pôles* de l'aimant.

On peut faire abstraction, par la pensée, de la matière du barreau et reporter la cause de ses propriétés sur ses deux pôles, considérés comme deux points géométriques en chacun desquels serait concentrée une *masse magnétique*.

Si l'on donne au barreau aimanté une suspension qui lui permette de tourner autour d'un pivot, en restant horizontal, on constate qu'il prend une orientation fixe, à peu près dans la direction du sud au nord; on voit, de plus, que c'est toujours la même extrémité qui se dirige vers le nord, en sorte que les deux pôles ont des masses magnétiques d'espèces différentes. On est convenu d'appeler *pôle nord* celui qui se tourne vers le nord et *pôle sud* celui qui se tourne vers le sud.

Deux barreaux aimantés agissent l'un sur l'autre, de manière

que deux pôles de même nom se repoussent, tandis que deux pôles de noms contraires s'attirent.

En prenant des aimants très longs, on peut les disposer de façon que l'action mutuelle de deux pôles voisins devienne prédominante et permette de négliger les autres actions qui s'exercent entre les pôles éloignés. Coulomb a pu ainsi déterminer, au moyen de la balance de torsion, l'influence de la distance des deux pôles voisins sur leur action mutuelle ; il a constaté que *les attractions ou les répulsions sont inversement proportionnelles aux carrés des distances*.

Pour caractériser la puissance d'un pôle magnétique, il faut attribuer une valeur numérique à la masse magnétique que l'on suppose concentrée sur lui. Faisons agir sur un pôle fixe divers autres pôles de même nom que lui, à distance fixe, et mesurons les répulsions correspondantes ; si nous remplaçons le pôle fixe par un autre pôle de même nom, mais d'une puissance différente, nous obtiendrons, avec la même distance et les mêmes pôles auxiliaires que précédemment, des répulsions proportionnelles à celles que nous avons d'abord obtenues. On observe expérimentalement le même fait de proportionnalité si l'on prend des pôles auxiliaires de nom contraire à celui des pôles fixes. Il en résulte que *la masse d'un pôle est proportionnelle à l'action qu'il exerce sur un autre pôle fixe quelconque*. On convient de regarder cette masse comme *positive* ou comme *négative*, suivant qu'elle appartient à un pôle *nord* ou à un pôle *sud*.

Cela posé, désignons par  $\mu$  la masse d'un pôle nord qui, agissant sur un autre pôle nord de même masse, à la distance d'un centimètre, le repousserait avec la force d'une dyne. L'action mutuelle  $\varphi$ , exprimée en dynes, de deux pôles ayant respectivement les masses  $m$  et  $m'$  (positives, ou négatives, ou de signes contraires), placés à la distance  $r$ , exprimée en centimètres, sera donnée en grandeur et en signe par la formule

$$\varphi = -\frac{\mu \cdot \mu'}{r^2},$$

qui attribue le signe + ou le signe — à la valeur de  $\varphi$ , suivant que les masses  $m$  et  $m'$  sont de signes contraires ou de même

signe, c'est-à-dire suivant que l'action est attractive ou répulsive.

Dans cette formule, les masses magnétiques des deux pôles sont représentées par leurs rapports respectifs à la masse  $\mu$ . Si nous prenons  $\mu$  pour unité de masse magnétique (dans le système CGS), la formule précédente deviendra

$$\varphi = -\frac{m m'}{r^2}, \quad (1)$$

$m$  et  $m'$  étant les mesures ou valeurs numériques des deux masses magnétiques considérées.

L'unité CGS de masse magnétique ainsi définie par la formule

$$\mu = r \sqrt{-\varphi},$$

dans laquelle on rend  $r$  égal à un centimètre et  $-\varphi$  égal à une dyne, a pour symbole

$$[L] [ML T^{-2}]^{\frac{1}{2}} = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}$$

**40. Potentiel de l'action mutuelle.** — La nature de la force  $\varphi$  conduit à considérer une fonction très importante qu'on appelle *potentiel de l'action mutuelle*; c'est l'intégrale définie

$$V = \int_{\infty}^r \varphi dr = \frac{mm'}{r} \quad (2)$$

Rapportant à trois axes de coordonnées rectangulaires les positions  $(x, y, z)$  et  $(x', y', z')$  des points sur lesquels sont respectivement concentrées les masses magnétiques  $m$  et  $m'$ , nous trouverons pour composantes, parallèlement aux axes, de la force qui sollicite le premier point,

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi \frac{x' - x}{r} = \frac{mm'}{r^2} \frac{x - x'}{r} = -\frac{\partial U}{\partial x} \\ \varphi \frac{y' - y}{r} = \frac{mm'}{r^2} \frac{y - y'}{r} = -\frac{\partial U}{\partial y} \\ \varphi \frac{z' - z}{r} = \frac{mm'}{r^2} \frac{z - z'}{r} = -\frac{\partial U}{\partial z} \end{array} \right. \quad (3)$$

et, de même, pour les composantes de la force qui sollicite le second point,

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{e} \frac{x-x'}{r} = \frac{mm'}{r^2} \frac{x'-x}{r} = - \frac{\partial U}{\partial x} \\ \text{e} \frac{y-y'}{r} = \frac{mm'}{r^2} \frac{y'-y}{r} = - \frac{\partial U}{\partial y} \\ \text{e} \frac{z-z'}{r} = \frac{mm'}{r^2} \frac{z'-z}{r} = - \frac{\partial U}{\partial z} \end{array} \right. \quad (4)$$

par conséquent *les projections des forces sur les axes des coordonnées sont égales et de signes contraires aux dérivées partielles correspondantes du potentiel  $U$* .

Faisons passer les deux masses magnétiques  $m$  et  $m'$  de leurs positions primitives, que nous caractériserons par l'indice 1, à des positions différentes que nous caractériserons par l'indice 2. Le travail effectué par la force qui sollicite la masse  $m$  aura pour valeur

$$\int_2^1 \left( \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz \right),$$

et, analoguement, la force qui sollicite la masse  $m'$  effectuera le travail

$$\int_2^1 \left( \frac{\partial U}{\partial x'} dx' + \frac{\partial U}{\partial y'} dy' + \frac{\partial U}{\partial z'} dz' \right);$$

la somme de ces deux travaux ou *travail de l'action mutuelle* est

$$\int_2^1 dU = U_1 - U_2 = mm' \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (5)$$

Ce travail dépend des distances initiale et finale  $r_1$  et  $r_2$  des deux masses magnétiques  $m$  et  $m'$ , mais il est absolument indépendant des trajectoires qu'on leur a fait suivre. Traduite en langage ordinaire, la formule (5) exprime que *le travail de l'action mutuelle de deux masses magnétiques, pour un changement quelconque des positions de ces deux masses, est égal et de signe contraire à la variation du potentiel de cette action mutuelle*.

Supposons que la distance actuelle  $r$  des deux masses  $m$  et  $m'$

croisse jusqu'à l'infini ; le potentiel de cette action mutuelle devenant finalement égal à zéro, le travail de cette action mutuelle sera égal à la valeur primitive du potentiel, c'est-à-dire à

$$U = \frac{mm'}{r}.$$

Or ce travail de l'action mutuelle est égal à celui qu'il faudrait dépenser pour amener les deux masses depuis l'infini jusqu'à leurs positions actuelles ; il représente, par conséquent, une *énergie potentielle* que les deux masses, abandonnées à elles-mêmes tendront à diminuer de plus en plus. Si les deux masses sont de même signe,  $U$  sera positif et décroîtra lorsque  $r$  ira en croissant ; aussi ces deux masses s'éloigneront-elles indéfiniment l'une de l'autre, en obéissant à leur répulsion mutuelle. Si les deux masses sont de signes contraires,  $U$  sera négatif et décroîtra en même temps que  $r$  ; les deux masses, abandonnées à elles-mêmes se rapprocheront jusqu'au contact en obéissant à leur attraction mutuelle. Dans les deux cas, nous voyons que *le potentiel de l'action mutuelle de deux masses magnétiques représente l'énergie potentielle du système de ces deux masses dans leurs positions actuelles.*

**41. Energie potentielle d'un système magnétique.** — Cette observation peut être généralisée. Supposons qu'au lieu de deux masses magnétiques on en ait un nombre quelconque  $N$ . En les combinant par couples de toutes les manières possibles, on formera  $\frac{N(N-1)}{2}$  fonctions  $U$ , dont la somme représentera le travail nécessaire pour amener l'ensemble de ces masses depuis l'infini jusqu'aux positions actuelles. Nous obtiendrons ainsi l'*énergie potentielle* de tout le système.

Cela posé, remplaçons la masse  $m$ , dans sa position actuelle, par l'unité de masse magnétique ; entre cette unité de masse et chacune des autres masses  $m'$ ,  $m''$ , ..., s'exerceront des actions mutuelles dont les potentiels, au nombre de  $N - 1$ , auront pour somme

$$V_m = \frac{m'}{r'} + \frac{m''}{r''} + \dots;$$

nous appellerons cette somme le *potentiel de la masse m*. Chacune

des masses du système admet un potentiel de ce genre ; nous avons donc, en tout,  $N$  potentiels  $V_m$ . Multiplions chacun de ces potentiels par la masse à laquelle il est relatif et faisons la somme

$$mV_m + m'V_{m'} + m''V_{m''} \dots$$

des produits ainsi obtenus. Cette somme contient deux fois chaque potentiel

$$\frac{mm'}{r}$$

de l'action mutuelle de deux masses. De là ce théorème.

*L'énergie potentielle d'un système de masses magnétiques est égale à la moitié de la somme des produits obtenus en multipliant chacune des masses par son potentiel.*

**42. Potentiel d'un champ magnétique.** — Un système quelconque de masses magnétiques  $m, m', m'', \dots$ , occupant des positions fixes, détermine ce que l'on appelle un *champ magnétique*, c'est-à-dire un espace dans lequel leur action peut s'exercer.

Plaçons l'unité positive de masse magnétique en un point quelconque  $P$ ; elle sera sollicitée par une force totale, dont la grandeur et la direction dépendent de la position de ce point et qu'on appelle la *force du champ*.

Rapportant la figure à trois axes de coordonnées rectangulaires, désignons par  $r$  la distance du point  $P$  à la masse  $m$  et par  $x, y, z$  les coordonnées du point  $P$ .

Le potentiel de l'action mutuelle de la masse  $m$  et de l'unité de masse placée en  $P$  sera  $\frac{m}{r}$ ; faisons la somme de ces potentiels pour toutes les masses  $m$  et désignons la par

$$V = \frac{m}{r} + \frac{m'}{r'} + \frac{m''}{r''} + \dots = \sum \frac{m}{r};$$

nous obtiendrons le *potentiel du champ magnétique*.

Il est clair que ce potentiel  $V$  est une fonction des coordonnées  $x, y, z$  du point  $P$ ; mais comme il ne dépend que des distances

$r, r', r'' \dots$ , sa valeur est indépendante de la position des axes des coordonnées; c'est une *fonction-de-point*.

Les trois composantes de la force qui sollicite l'unité de masse positive placée en P sont

$$\left\{ \begin{array}{l} X = - \sum \frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial x} = - \frac{\partial V}{\partial x} \\ Y = - \sum \frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial y} = - \frac{\partial V}{\partial y} \\ Z = - \sum \frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial z} = - \frac{\partial V}{\partial z}; \end{array} \right.$$

elles sont égales et de signes contraires aux dérivées partielles du potentiel V.

Si la masse unité positive passe par un chemin quelconque de la position  $(x_1, y_1, z_1)$  à la position  $(x_2, y_2, z_2)$ , le travail de la force magnétique a pour valeur

$$\int_1^2 (X dx + Y dy + Z dz) = V_1 - V_2;$$

par conséquent : *Le travail de la force du champ sur l'unité positive de masse magnétique passant d'une position à une autre est égale à l'excès de la valeur primitive du potentiel sur sa valeur finale.*

Il en résulte que la valeur du potentiel en un point quelconque est égale au travail de la force du champ sur l'unité positive de masse magnétique partant de ce point et s'éloignant jusqu'à l'infini. En d'autres termes, *la valeur du potentiel en un point quelconque du champ est égale au travail qu'il faudrait dépenser pour amener l'unité positive de masse magnétique depuis l'infini jusqu'à ce point.*

En posant

$$V = \text{constante}$$

on obtient une série de *surfaces équipotentielles*, appelées aussi *surfaces de niveau*. On peut faire passer une de ces surfaces par un point quelconque de l'espace.

Un déplacement quelconque de la masse-unité sur une surface de niveau n'exige aucun travail de la force magnétique; de là ce théorème : *La force magnétique en un point quelconque P du champ est normale à la surface de niveau passant par ce point.*

Encore faut-il connaître le sens de cette force, c'est-à-dire celle des deux directions de la normale en P qui doit lui être attribuée. Pour y arriver, donnons au potentiel V, correspondant à la surface de niveau qui passe par le point P, un accroissement infinitésimal négatif  $dV$ ; la nouvelle valeur  $V + dV$  du potentiel déterminera une seconde surface de niveau infiniment voisine de la précédente. Soit  $dn$  (quantité positive) la distance infiniment petite des deux surfaces de niveau au droit du point P, c'est-à-dire la longueur du segment infinitésimal qu'elles interceptent sur la normale en P. Si la masse unité parcourait, en partant du point P, ce segment  $dn$ , le travail de la force magnétique, égal à l'excès  $-dV$  du potentiel primitif V sur le potentiel final  $V + dV$ , aurait une valeur positive; il en résulte que la direction de la force magnétique est celle du chemin parcouru  $dn$ . Nous voyons ainsi que *la force magnétique est dirigée dans le sens correspondant à la décroissance du potentiel.*

Calculons maintenant l'intensité F de cette force. La valeur de son travail, pour le parcours du segment  $dn$ , est  $Fdn$ ; nous savons, d'autre part, que ce travail est égal à  $-dV$ , par conséquent

$$F = -\frac{dV}{dn},$$

c'est-à-dire que l'intensité de la force magnétique en un point quelconque du champ est égale et de signe contraire à la dérivée du potentiel suivant la normale à la surface de niveau qui passe par ce point.

Il résulte de ces considérations que les surfaces de niveau peuvent servir à représenter le champ magnétique. Traçons, en effet les surfaces de niveau correspondant aux valeurs numériques

$$n, \dots, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, \dots, -n$$

du potentiel, de manière que le transport de l'unité de masse

magnétique d'une surface quelconque à la suivante fasse effectuer l'unité de travail par la force magnétique. En chaque point la force magnétique est normale à la surface de niveau et dirigée dans le sens où le potentiel décroît; sa valeur moyenne  $F$  entre deux surfaces consécutives  $p$  et  $p - 1$  est donnée par la formule

$$Fa = V_p - V_{p-1} = p - (p - 1) = 1,$$

$a$  désignant la distance des deux surfaces au point considéré; on a, par conséquent,

$$F = \frac{1}{a}. \quad (9)$$

La série des surfaces de niveau permet donc de déterminer en chaque point du champ la force magnétique correspondante.

Examinons le cas particulier le plus simple de tous, celui où le champ magnétique serait créé par un seul centre d'action portant une masse magnétique  $m$ , supposée positive pour fixer les idées. Le potentiel en un point  $P$ , pris à la distance  $r$  de la masse agissante, sera simplement

$$V = \frac{m}{r};$$

sa valeur est toujours positive. Les surfaces de niveau correspondant à diverses valeurs de  $V$  sont des sphères ayant pour centre la masse magnétique; à chaque valeur  $V$  correspond une sphère dont le rayon  $r$  est égal à  $\frac{m}{V}$ . En attribuant à  $V$  les valeurs  $n, \dots, 3, 2, 1, 0$ , nous aurons pour rayons des sphères correspondantes  $\frac{m}{n}, \dots, \frac{m}{3}, \frac{m}{2}, \frac{m}{1}, \infty$ ; ce système de sphères donnera la représentation géométrique du champ magnétique.

Le champ d'un aimant, c'est-à-dire le champ magnétique créé par un système de deux masses magnétiques égales et de signes contraires  $+m$  et  $-m$ , respectivement placées aux points  $N$  et  $S$ , admet comme surfaces de niveau des surfaces de révolution autour de l'axe  $SN$ . Le potentiel en un point  $P$  dont les distances à  $N$  et à  $S$  sont respectivement  $r$  et  $r'$  a pour valeur

$$V = m \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right);$$

à chaque valeur de  $V$  correspond une surface de niveau dont on

peut construire graphiquement la section méridienne. Nous indiquons en trait plein, sur la figure 1, quelques courbes de la section méridienne, courbes symétriques relativement à la droite SN. La

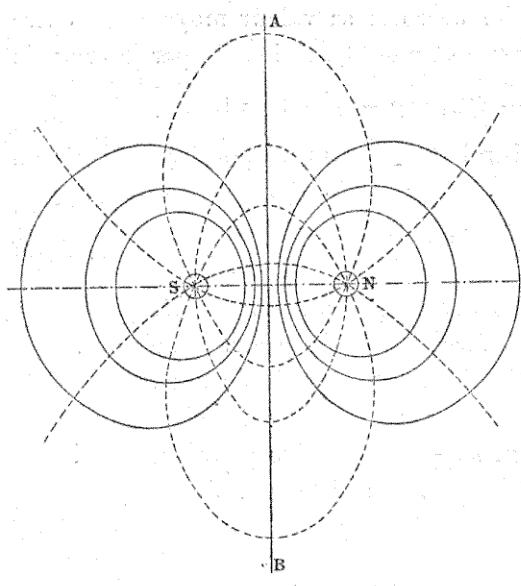


Fig. 1.

perpendiculaire AB, élevée par le milieu de cette droite, représente la section méridienne de la surface de niveau correspondant au potentiel zéro; à droite de AB se trouvent les sections méridiennes des surfaces de niveau correspondant aux valeurs positives du potentiel, courbes fermées convexes environnant le pôle N, qui tendent à devenir

un cercle infiniment petit, ayant son centre en ce point, lorsque la valeur du potentiel tend vers  $+\infty$ ; à gauche de AB se trouvent, formant une série symétrique de la précédente, les sections méridiennes des surfaces de niveau correspondant aux valeurs négatives du potentiel. Les lignes tracées en traits discontinus sont les trajectoires orthogonales des sections méridiennes des surfaces de niveau.

La complication géométrique des surfaces de niveau devient excessive et non susceptible de représentation plane, lorsque le champ magnétique est produit par un grand nombre de masses agissantes.

**43. Lignes et tubes de force.** — Les surfaces de niveau admettent pour trajectoires orthogonales les (courbes) enveloppes des forces électriques, auxquelles on donne le nom de *lignes de force*. Les lignes tracées en traits discontinus dans la figure 1 sont des lignes de force du champ magnétique créé par les deux pôles d'un aimant; dans ce cas particulier, chaque ligne de force est située dans un plan passant par SN. On retrouve ce système de ligne

de force dans le *spectre magnétique* obtenu (fig. 2) en plaçant au-dessus d'un barreau aimanté une mince lame de verre ou de carton

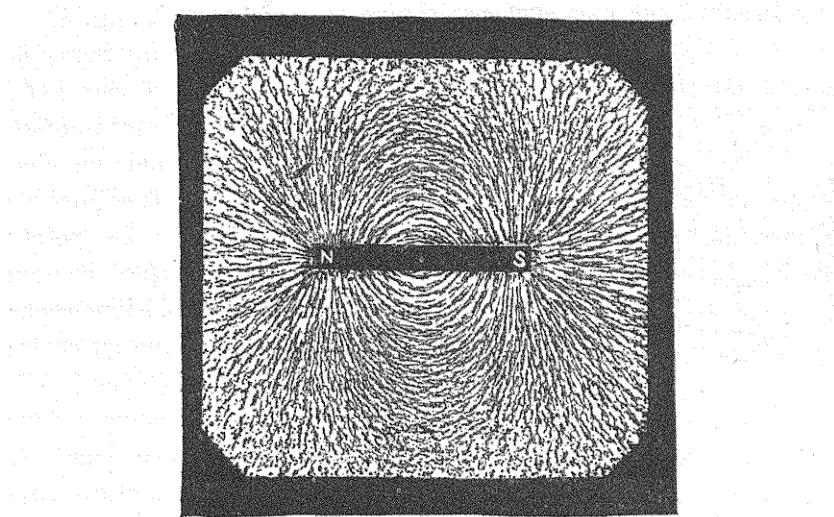


Fig. 2.

que l'on recouvre d'une couche uniforme de limaille de fer et à laquelle on imprime ensuite quelques légères secousses.

C'est à Faraday qu'est due la notion des lignes de force.

Considérons une surface quelconque dans le champ magnétique et prenons sur cette surface (fig. 3) un élément  $AB = dS$ . Soit  $F$  la force magnétique correspondant au centre de gravité  $P$  de cet élément superficiel, et soit  $\alpha$  l'angle que cette force fait avec la normale  $PN$  à l'élément. Le produit  $F \cos \alpha \cdot dS$  que l'on peut aussi représenter par  $F_n dS$ , en désignant par  $F_n$  la projection de  $F$  sur la normale  $PN$ , a été appelé par Faraday le *nombre de lignes de force* relatif à l'élément  $dS$ ; MM. Mascart et Joubert

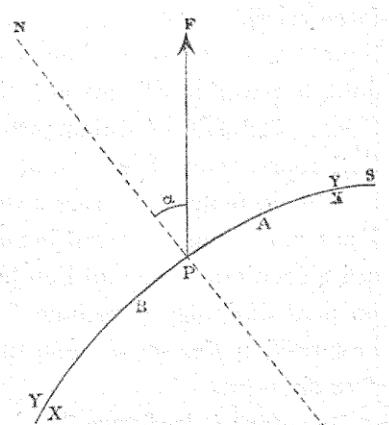
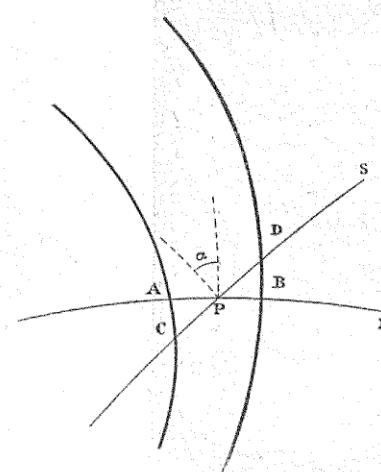


Fig. 3.

ont proposé de remplacer cette expression par celle de *flux de force*, qu'ils ont motivée par les considérations suivantes.

Prenons sur une surface de niveau quelconque  $\Sigma$  (fig. 4) un élément  $AB = d\Sigma$ ; les lignes de force passant par le périmètre de cet élément formeront une surface tubulaire, normale en chacun de ses points à la surface de niveau passant par ce point; donnons à cette surface le nom de *tube de force*. En désignant par  $F$  la force magnétique au centre de gravité  $P$  de l'élément  $AB$ , nous trouvons  $Fd\Sigma$  pour valeur du flux de force correspondant. Considérons maintenant une surface quelconque  $S$  passant par  $P$ ;



soit  $dS$  l'élément superficiel  $CD$  que découpe sur elle le tube de force et soit  $\alpha$  l'angle que font entre elles les deux normales en  $P$  à  $\Sigma$  et à  $S$ ; le flux de force correspondant à l'élément  $CD$  a pour valeur  $F \cos \alpha \cdot dS = Fd\Sigma$ . Nous voyons ainsi que les flux de force relatifs aux éléments  $d\Sigma$  et  $dS$  sont égaux entre eux. Si un liquide à l'état de régime permanent s'écoulait dans un tuyau dont la paroi intérieure coïnciderait avec la surface du tube de force, la vitesse d'écoulement étant supposée égale à  $F$ , le produit  $Fd\Sigma$  représenterait le volume de liquide qui s'écoulerait pendant l'unité de temps à travers l'élément  $d\Sigma$ , et de même, le produit  $F \cos \alpha \cdot dS$  représenterait le volume de liquide (égal au précédent) qui s'écoulerait pendant l'unité de temps à travers l'élément  $dS$ ; on peut désigner ce volume écoulé pendant l'unité de temps par l'expression *flux de liquide*, qui conduit, par analogie, à celle de *flux de force*.

Revenons à la figure 3; si, au lieu de considérer la direction  $PN$  sur la normale à l'élément  $AB$ , on considérait la direction opposée  $PN'$ , l'angle  $\alpha$  se trouverait remplacé par  $(\pi - \alpha)$ , en sorte que la valeur du flux de force changerait de signe. La surface  $S$  possède deux faces distinctes  $X$  et  $Y$  (soit, par exemple, dans le

cas où cette surface est fermée, une face intérieure et une face extérieure) ; la composante normale  $F_n$  de la force magnétique au point quelconque P de la surface S devra, en vertu d'une convention spéciale, être regardée comme positive ou comme négative suivant qu'elle se dirigera, par exemple, de la face X vers la face Y ou de la face Y vers la face X.

**14. Théorème de Green.** — Lorsqu'il s'agit d'une surface fermée, on convient de regarder la composante normale  $F_n$  comme positive ou comme négative suivant qu'elle se dirige vers l'extérieur ou vers l'intérieur de la surface. On peut alors opérer la sommation de tous les flux de force élémentaires et obtenir le résultat qu'indique ce théorème dû à Green :

*Le flux de force total correspondant à une surface fermée de forme quelconque s'obtient en multipliant par  $4\pi$  la somme algébrique M des masses magnétiques situées à l'intérieur de cette surface.*

Pour démontrer ce théorème, considérons successivement (fig. 5)

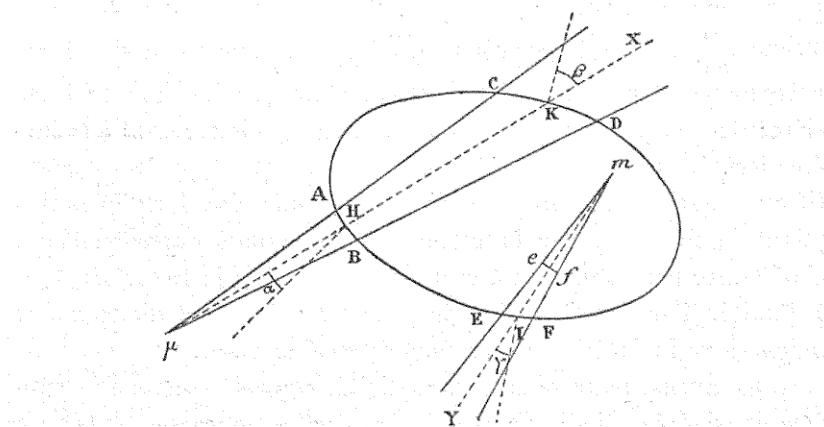


Fig. 5.

une masse magnétique  $\mu$  extérieure à la surface et une autre masse magnétique  $m$  intérieure à cette surface.

Un cône infinitésimal ayant son sommet en  $\mu$  découpe sur la surface deux éléments AB et CD dont les normales font respectivement avec l'axe  $\mu X$  du cône les angles  $\alpha$  et  $\beta$ . Si nous dési-

gnons par  $F$  et par  $F'$  les forces magnétiques correspondant aux points  $H$  et  $K$ , les flux de force relatifs aux éléments  $AB$  et  $CD$  seront respectivement  $F \cdot \overline{AB} \cdot \cos \alpha$  et  $F' \cdot \overline{CD} \cdot \cos \beta$ ; comme les deux forces  $F$  et  $F'$ , émanant de la masse  $\mu$ , ont la même direction, ces deux flux sont de signes contraires; ils ont d'ailleurs la même valeur absolue, car les sections droites  $\overline{AB} \cdot \cos \alpha$  et  $\overline{CD} \cdot \cos \beta$  du cône, faites en  $H$  et en  $K$ , sont directement proportionnelles aux carrés des distances  $\mu H$  et  $\mu K$ , tandis que les forces  $F$  et  $F'$  sont inversement proportionnelles aux carrés de ces mêmes distances. Par conséquent, *une masse magnétique  $\mu$  extérieure à la surface donne un flux total identiquement nul.*

Occupons-nous maintenant de la masse magnétique  $m$  intérieure à la surface. Prenons-la pour sommet d'un cône infinitésimal qui découpera l'élément superficiel  $EF$  dont la normale fait l'angle  $\gamma$  avec l'axe  $mY$  du cône. Soit  $\Phi$  la force magnétique au point  $I$ ; le flux de force élémentaire correspondant est  $\Phi \cdot \overline{EF} \cdot \cos \gamma$  ou, sous une autre forme,  $\Phi \cdot \overline{mI^2} \cdot \overline{ef}$ , en désignant par  $ef$  l'élément superficiel que le cône infinitésimal découpe sur une sphère ayant  $m$  pour centre et l'unité pour rayon. Remplaçons la force  $\Phi$  par sa valeur  $\frac{m}{mI^2}$ , nous trouverons  $m \cdot \overline{ef}$  pour valeur du flux de force correspondant à l'élément  $EF$ . Il est clair que les flux de force élémentaires, produits par la masse  $m$ , sont, relativement à la surface fermée, tous sortant ou tous entrant suivant que  $m$  est positif ou négatif; leur somme, flux total, s'obtiendra donc en multipliant la masse  $m$  par la somme des éléments superficiels  $ef$ , c'est-à-dire par la surface  $4\pi$  de la sphère dont le rayon est égal à l'unité. Par conséquent : *Le flux total émanant d'une masse magnétique  $m$  intérieure à la surface est égal  $4\pi m$ .*

Nous avons, pour plus de simplicité, supposé convexe la surface considérée. Si elle présentait des parties concaves, un cône à sommet extérieur découperait toujours un nombre pair  $2N$  d'éléments superficiels correspondant à  $N$  flux entrant égaux entre eux et à  $N$  flux sortant également égaux entre eux mais de signe contraire à celui des précédents et, par conséquent, les détruisant; pour un cône à sommet intérieur le nombre des éléments superficiels découpés sur la surface serait impair, de manière à donner  $2N + 1$  flux égaux en valeur absolue, parmi lesquels

$N + 1$  auraient le signe de la masse  $m$  tandis que les  $N$  autres, ayant le signe contraire, les détruiraient tous à l'exception d'un seul égal à  $m \times \epsilon f$ , comme dans le cas d'une surface convexe. Le théorème de Green est donc absolument général.

**15. Application aux tubes de forces.** — Traçons (fig. 6), sur une surface quelconque  $S$ , une courbe fermée que nous prendrons pour directrice d'un tube de force ; coupons ensuite ce tube par une autre surface  $S'$ .

Nous obtiendrons un volume fermé auquel on peut appliquer

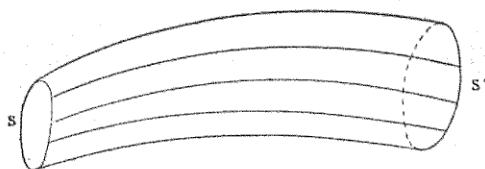


Fig. 6.

le théorème de Green. La surface latérale n'est traversée par aucun flux de force ; le flux total se réduit donc à la somme algébrique des flux correspondant aux deux bases  $S$  et  $S'$ . Si aucune masse agissante n'est située dans l'intérieur du tube, le flux entrant par la surface  $S$  est égal au flux sortant par la surface  $S'$  ; il y a, par conséquent, conservation du flux de force sur tout le parcours du tube tant qu'il n'englobe aucune masse agissante.

Chaque fois qu'une masse  $m$  est englobée dans le tube, la quantité  $4\pi m$  s'ajoute à la valeur primitive du flux magnétique.

**16. Équations de Poisson et de Laplace.** — Rapportons le champ magnétique à un système d'axes rectangulaires et appliquons le théorème de Green à la surface d'un élément prismatique  $dx dy dz$  à l'intérieur duquel se trouve une masse  $\rho dx dy dz$  d'électricité. Soient  $X, Y, Z$ , les trois composantes, parallèles aux axes, de la force magnétique au point  $x, y, z$ .

Les flux correspondant aux deux faces normales à l'axe des  $x$ , sont respectivement :

$$-X dy dz \text{ et } \left(X + \frac{\partial X}{\partial x} dx\right) dy dz;$$

leur somme algébrique est

$$\frac{\partial X}{\partial x} dx dy dz = - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} dx dy dz,$$

On trouve analoguement pour les faces normales à l'axe des  $y$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} dx dy dz = - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} dx dy dz,$$

et pour les faces normales à l'axe des  $z$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} dx dy dz = - \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} dx dy dz.$$

Le flux total pour la surface fermée considérée est

$$- \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) dx dy dz = - \Delta V dx dy dz.$$

D'après le théorème de Green ce flux est égal à  $4\pi \rho dx dy dz$ ; on a donc

$$\Delta V = - 4\pi \rho,$$

équation due à Poisson. Lorsqu'il n'existe pas de magnétisme au point considéré, cette équation devient celle de Laplace.

$$\Delta V = 0.$$

## CHAPITRE III

### CONSTITUTION DES AIMANTS

Pôles, axe et moment magnétique. — Aimant infiniment petit. — Constitution d'un aimant quelconque. — Aimantation uniforme. — Couche de glissement. — Potentiel d'un aimant uniforme. — Condition pour que la force intérieure devienne constante. — Filet solénoïdal. — Aimant solénoïdal. — Feuillet magnétique. — Energie relative d'un aimant dans un champ magnétique. — Application aux feuillets magnétiques. — Force magnétique à l'intérieur d'un aimant. — Induction. — Unités magnétiques. — Aimant terrestre.

**47. Pôles, axe et moment magnétique.** — Lorsque l'on place un aimant dans un champ magnétique uniforme, toutes ses masses positives sont sollicitées par des forces parallèles et de même sens, toutes ses masses négatives sont sollicitées par des forces parallèles et dirigées en sens contraire des précédentes. Les centres de ces deux systèmes de forces parallèles constituent le *pôle nord* et le *pôle sud* de l'aimant.

Le champ terrestre se comporte, d'après l'expérience, comme un champ magnétique uniforme. Son action sur un aimant est la même que si toutes les masses positives et toutes les masses négatives de cet aimant étaient respectivement concentrées sur son pôle nord et sur son pôle sud. Comme cette action est purement directrice, se réduisant à un couple de forces égales et de sens contraires, on en conclut que la somme des masses positives de l'aimant est égale à celle de ses masses négatives; en d'autres termes, *la somme algébrique de toutes les masses magnétiques d'un aimant est identiquement nulle*.

On appelle *axe magnétique* de l'aimant le segment de droite qui va de son pôle sud à son pôle nord.

Le produit de cet axe par la somme des masses positives a reçu le nom de *moment magnétique*; on le représente par une droite dirigée dans le même sens que l'axe magnétique.

Supposons que deux aimants dont les moments magnétiques sont respectivement OA et OB (fig. 7) soient liés invariablement

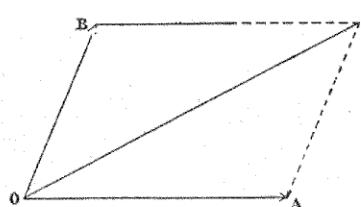


Fig. 7.

l'un à l'autre. Si nous les plaçons dans un champ magnétique uniforme, les deux couples qui les solliciteront respectivement seront représentés par les droites OA et OB; ils se composeront en un seul, représenté par la résultante OC de

ces deux droites. C'est ce que l'on exprime en disant que *les moments magnétiques se composent comme des forces*.

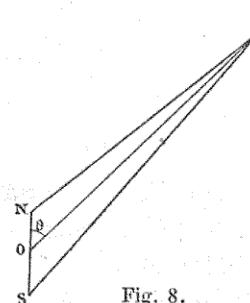


Fig. 8.

**18. Aimant infiniment petit.** — Soient  $m$  et  $m'$  deux masses magnétiques égales et de signes contraires, respectivement concentrées sur les points infiniment voisins N et S (fig. 8) dont la distance  $l$  est maintenue fixe. On obtient ainsi un *aimant infiniment petit*, dont l'axe est  $l$  et dont le moment magnétique est

$$M = ml.$$

Le potentiel de cet aimant au point P est

$$dV = m \left( \frac{1}{PN} - \frac{1}{PS} \right) = m \frac{PS - PN}{PS \times PN}$$

Soit O le milieu de l'axe de l'aimant,  $r$  la distance OP et  $\theta$  l'angle PON; nous aurons :

$$\begin{aligned} PS - PN &= l \cos \theta \\ PN \times PS &= r^2; \end{aligned}$$

par conséquent :

$$dV = \frac{ml \cos \theta}{r^2} = \frac{M \cos \theta}{r^2}$$

**49. Constitution d'un aimant quelconque.** — Si l'on peut réduire un aimant à ses deux pôles lorsqu'il s'agit de le soumettre à l'action d'un champ uniforme, il n'en est plus ainsi lorsqu'il s'agit de le soumettre à l'action d'un champ non uniforme ou à l'action d'un autre aimant.

L'expérience de l'aimant brisé, donnant autant d'aimants distincts que de fragments, montre qu'un solide aimanté l'est dans toute sa masse.

Rapportons ce solide à trois axes rectangulaires et décomposons-le en éléments de volume  $dx dy dz$ . Nous pouvons considérer chacun de ces éléments comme un aimant infiniment petit dont le moment magnétique  $M$  est proportionnel au volume  $dx dy dz$ , mais varie en grandeur et en direction, d'une manière continue, en fonction des coordonnées  $x, y, z$  du centre O de ce volume. On donne au rapport

$$I = \frac{M}{dx dy dz}$$

le nom d'*intensité d'aimantation* au point O; cette quantité I peut être représentée par un segment de droite ayant la même direction que l'axe magnétique de l'aimant  $dx dy dz$ . Désignons par  $\lambda, \mu, \nu$  les cosinus des angles que cette direction fait avec les directions positives des axes de coordonnées, nous aurons

$$A = \lambda I, B = \mu I, C = \nu I$$

pour valeurs des trois composantes de l'intensité d'aimantation parallèlement à ces axes.

Le potentiel de l'aimant infiniment petit  $dx dy dz$  relativement à un point quelconque P dont les coordonnées sont  $\xi, \eta, \zeta$ , et dont la distance  $r$  au point O est déterminée par la formule

$$r^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2,$$

a pour valeur

$$dV = M \frac{\cos \varphi}{r^2} = \frac{I \cos \varphi}{r^2} dx dy dz,$$

$\varphi$  désignant l'angle que fait la droite OP avec la direction de l'intensité d'aimantation I. Or on a identiquement :

$$\cos \varphi = \lambda \frac{\xi - x}{r} + \mu \frac{\eta - y}{r} + \nu \frac{\zeta - z}{r};$$

par conséquent

$$dV = \left( A \frac{\xi - x}{r^2} + B \frac{\eta - y}{r^2} + C \frac{\zeta - z}{r^2} \right) dx dy dz,$$

ou, sous une autre forme,

$$dV = \left( A \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} + B \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{r} + C \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} \right) dx dy dz.$$

Le potentiel total V du solide aimanté considéré s'obtient en intégrant  $dV$  pour tout le volume de ce solide.

Une formule célèbre de Green permet de transformer cette intégrale triple en une somme de deux intégrales définies, de manière à obtenir l'expression suivante

$$V = \iint (Al + Bm + Cn) \frac{1}{r} d\omega$$

$$- \iiint \left( \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right) \frac{1}{r} dv,$$

dans laquelle on a désigné

par  $d\omega$  un élément quelconque de la surface du solide aimanté,

par  $l, m, n$  les cosinus des angles que la normale à cet élément, dirigée extérieurement à la surface fermée, fait avec les directions positives des axes des coordonnées,

et par  $dv$  l'élément du volume  $dx dy dz$ .

Cette expression du potentiel V conduit à une conception nouvelle de la constitution de l'aimant.

Posons, en effet,

$$Al + Bm + Cn = \sigma$$

et,

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = -\rho;$$

la valeur du potentiel V deviendra

$$V = \iint \frac{\sigma d\omega}{r} + \iiint \frac{\rho dv}{r};$$

or si l'on regarde  $\sigma$  comme la densité superficielle d'une couche magnétique répandue sur l'élément superficiel  $d\omega$ , la fonction  $\frac{\sigma d\omega}{r}$  représentera le potentiel de la masse  $\sigma d\omega$  relativement au point quelconque P; de même, si l'on regarde  $\rho$  comme la densité cubique d'une masse magnétique occupant l'élément de volume  $dv$ , la fonction  $\frac{\rho dv}{r}$  représentera le potentiel de la masse  $\rho dv$  relativement au même point P.

On peut donc considérer l'aimant comme composé d'une couche de magnétisme répandue sur sa surface avec une densité variable  $\sigma$  et d'une masse magnétique de densité variable  $\rho$  répandue dans tout le volume de l'aimant. On n'altérera ainsi, pour un point quelconque de l'espace, ni la valeur du potentiel V de l'aimant, ni, par conséquent, la valeur de la force magnétique en ce point. La formule de Green nous a donc permis de remplacer la distribution naturelle du magnétisme dans l'aimant par une double distribution fictive, absolument équivalente, concernant d'une part, la surface, et, d'autre part, le volume intérieur de l'aimant.

Désignons par  $\theta$  l'angle que la direction de l'intensité d'aimantation I correspondant au centre de l'élément de surface  $d\omega$  fait avec la normale *sortante*, c'est-à-dire, dirigée de l'intérieur vers l'extérieur de la surface fermée de l'aimant. Nous aurons,

$$Al + Bm + Cn = I(\lambda l + \mu m + \nu n) = I \cos \theta,$$

et, par conséquent,

$$\sigma = I \cos \theta,$$

relation générale très simple entre l'intensité d'aimantation correspondant à un élément superficiel  $d\omega$  et la densité superficielle  $\sigma$  relative à cet élément.

**20. Aimantation uniforme.** — On dit que l'aimantation est *uniforme* lorsque l'intensité d'aimantation I reste constante en grandeur et en direction dans tout le volume du solide aimanté.

Dans cette hypothèse, A, B, C, deviennent des constantes, et leurs dérivées partielles  $\frac{\partial A}{\partial x}, \frac{\partial B}{\partial y}, \frac{\partial C}{\partial z}$  sont identiquement nulles ; il en résulte que la densité cubique  $\rho$  est nulle en chaque point. La

couche superficielle intervient seule dans la valeur du potentiel  $V$ , laquelle se réduit à

$$V = \iint \frac{\sigma d\omega}{r},$$

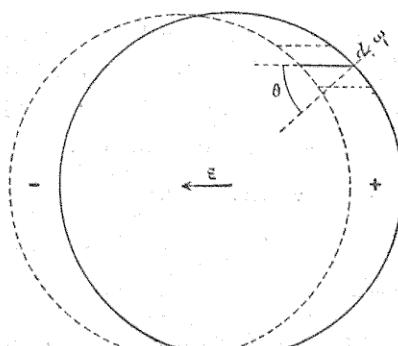
et les choses se passent comme s'il n'y avait de magnétisme qu'à la surface de l'aimant.

La formule générale

$$\sigma = I \cos \theta$$

montre que la densité superficielle  $\sigma$  est positive ou négative suivant que l'angle  $\theta$  est aigu ou obtus ; elle s'annule pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$  c'est-à-dire suivant la ligne de contact de l'aimant avec un cylindre circonscrit parallèle à l'intensité d'aimantation  $I$  ; l'état neutre se produit sur cette ligne de contact et sur elle seulement.

**24. Couche de glissement.** — Imprimons à l'aimant uniforme une translation infinitésimale —  $\varepsilon$ , parallèle et de sens contraire à son intensité d'aimantation  $I$ ,



et supposons qu'il ait laissé dans l'espace les deux empreintes de sa surface (fig. 9) dans sa position primitive et dans sa position finale. Introduisons, par la pensée, dans le premier volume, une masse magnétique homogène positive dont la densité soit égale à  $\frac{I}{\varepsilon}$  et, dans le second volume, une masse magnétique homogène négative de même densité. La superposition de ces deux masses magnétiques produit l'état neutre dans toute la partie commune aux deux solides, et ne laisse de magnétisme libre que dans une mince couche, d'épaisseur variable, non commune à ces solides. Regardons cette couche mince comme adhérente à la surface de l'aimant donné ; nous obtiendrons précisément la couche superficielle réelle, car à chaque élément superficiel  $d\omega$  correspond un petit volume cylindrique (à généra-

trices parallèles à l'intensité d'aimantation  $I$ ), contenant une masse magnétique égale à  $\frac{I}{\varepsilon} \varepsilon \cos \theta d\omega = \sigma d\omega$ .

**22. Potentiel d'un aimant uniforme.** — La considération de la couche de glissement permet de donner une nouvelle forme à la valeur  $V$  du potentiel d'un aimant uniforme.

Supposons que tout le volume de l'aimant soit rempli par une masse magnétique positive homogène, de densité égale à l'unité. Le potentiel de cette masse au point  $x, y, z$  sera

$$P = \int \int \int \frac{d\xi \, d\eta \, d\zeta}{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2},$$

l'intégration devant s'étendre à tout le volume ; la valeur de cette fonction de  $x, y, z$  ne dépend que de la forme de la surface de l'aimant et de la position relative du point considéré.

Nous avons

$$V = \frac{I}{\varepsilon} P - \frac{I}{\varepsilon} (P + dP) = - \frac{I}{\varepsilon} dP,$$

$dP$  représentant la variation totale de  $P$  lorsque l'on imprime à la masse homogène la translation  $\varepsilon$ , ou, ce qui revient au même, lorsque l'on imprime la translation  $-\varepsilon$  au point  $(x, y, z)$ . Comme cette translation  $-\varepsilon$  doit être parallèle à  $I$  et de même sens, on a

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x} \frac{A}{I} \varepsilon + \frac{\partial P}{\partial y} \frac{B}{I} \varepsilon + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{C}{I} \varepsilon.$$

La valeur du potentiel de l'aimant uniforme au point  $x, y, z$  est, par conséquent,

$$V = - A \frac{\partial P}{\partial x} - B \frac{\partial P}{\partial y} - C \frac{\partial P}{\partial z}.$$

**23. Condition pour que la force intérieure devienne constante.** — Les trois composantes de la force magnétique au point  $x, y, z$ , étant égales et de signes contraires aux dérivées partielles de  $V$ , s'expriment linéairement au moyen des dérivées partielles secondes de  $P$  ; pour qu'elles deviennent constantes, il faut et il suffit que  $P$  soit un polynôme du second degré en  $x, y, z$ .

Il faut remarquer ici que la fonction  $P$  présente toujours deux formes analytiques distinctes,  $P_i$  et  $P_e$ , correspondant, la première, aux positions intérieures du point  $(x, y, z)$  et, la seconde, aux positions extérieures. Si, par exemple, on donne à l'aimant la forme sphérique de rayon  $R$ , rapportée à son centre, on trouve :

$$\begin{cases} P_i = 2\pi \left( R^2 - \frac{x^2 + y^2 + z^2}{3} \right) \\ P_e = \frac{4\pi R^3}{3(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \end{cases}$$

Les deux fonctions  $P_i$  et  $P_e$  prennent toujours la même valeur en un point quelconque de la surface; pour la sphère, par exemple, cette valeur commune est  $\frac{4}{3}\pi R^2$ .

La force magnétique d'un aimant uniforme ne peut pas devenir constante pour tous les points extérieurs, car, étant nulle à l'infini, il faudrait qu'elle fût partout nulle. C'est seulement pour les points intérieurs qu'il est possible de trouver une force magnétique constante; nous pouvons donc énoncer ce théorème : *Pour que la force magnétique soit constante, en grandeur et en direction, à l'intérieur d'un aimant uniforme, il faut et il suffit que  $P_i$  soit un polynôme du second degré.*

Cette condition est remplie si la surface est sphérique. On trouve alors

$$V_i = \frac{4}{3}\pi(Ax + By + Cz),$$

et les trois composantes de la force magnétique intérieure prennent les valeurs constantes

$$-\frac{4}{3}\pi A, -\frac{4}{3}\pi B, -\frac{4}{3}\pi C;$$

ainsi un aimant uniforme sphérique donne une force intérieure constante, parallèle à l'intensité d'aimantation et dirigée en sens contraire.

On peut démontrer qu'un ellipsoïde quelconque, aimanté uniformément dans une direction arbitraire, donne une force magnétique intérieure constante. Lorsque l'intensité d'aimantation est

parallèle à un des axes, la force intérieure lui devient parallèle et se dirige en sens contraire.

Nous indiquerons seulement les résultats auxquels on arrive lorsque l'ellipsoïde est de révolution autour du grand axe de sa section méridienne. On trouve alors, en plaçant l'origine au centre et prenant l'axe de révolution pour axe des  $x$

$$P_i = -\frac{1}{2} Lx^2 - \frac{1}{2} M(y^2 + z^2) + \text{const.}$$

$L$  et  $M$  sont deux paramètres numériques dont les valeurs dépendent de l'excentricité  $e$  de l'ellipse méridienne et sont exprimées par les formules suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} L = 4\pi \frac{1-e^2}{e^2} \left[ \frac{1}{2e} \log. \text{nép.} \frac{1+e}{1-e} - 1 \right] \\ M = 2\pi \left[ \frac{1}{e^2} - \frac{1-e^2}{3} \log. \text{nép.} \frac{1+e}{1-e} \right]. \end{array} \right.$$

Le potentiel intérieur  $V_i$  devient

$$V_i = -I \frac{\partial P_i}{\partial x} = \cancel{N} = I$$

en sorte que les trois composantes de la force magnétique pour un point intérieur quelconque sont

$$-\frac{\partial V_i}{\partial x} = -LI, \quad -\frac{\partial V_i}{\partial y} = 0, \quad -\frac{\partial V_i}{\partial z} = 0;$$

cette force est parallèle et proportionnelle à  $I$ .

En supposant l'excentricité nulle ( $e = 0$ ), on trouverait  $L = M = \frac{4}{3}\pi$ , valeur correspondante au cas où l'ellipsoïde est une sphère.

Si l'on suppose, au contraire, que l'excentricité  $e$  tende vers l'unité, on trouve zéro pour la valeur limite du paramètre  $L$ ; la force magnétique intérieure devient, par conséquent, négligeable. La surface de l'ellipsoïde, dont l'axe de révolution devient infiniment grand relativement au rayon équatorial, tend alors à se confondre avec la surface latérale du cylindre de révolution qui peut lui être circonscrit suivant son équateur. La formule

$$\sigma = I \cos \theta$$

indique qu'en chaque point de cette surface latérale la densité magnétique superficielle est sensiblement nulle ; il n'y a de magnétisme que vers les extrémités du grand axe.

**24. Filet solénoïdal.** — Considérons une courbe géométrique quelconque, plane ou gauche ; matérialisons-la par la pensée, en lui donnant une très petite section droite  $\omega$ , et divisons-la en éléments  $ds$  égaux entre eux. Supposons enfin que chacun des volumes élémentaires  $\omega ds$  devienne un aimant infiniment petit, dont le moment magnétique  $M$ , dirigé tangentiellement à la courbe dans le sens attribué à son parcours, ait une valeur constante. Nous obtiendrons ainsi ce que l'on appelle un *filet solénoïdal*.

L'intensité d'aimantation de chacun des aimants constituants est

$$I = \frac{M}{\omega ds};$$

sa valeur est constante, mais sa direction varie comme celle du moment magnétique  $M$ , d'un élément  $ds$  à un autre, puisqu'elle reste constamment tangente à la courbe directrice.

#### La formule générale

$$\sigma = I \cos \theta,$$

montre que, pour chacun de ces aimants constituants, la densité superficielle sera nulle sur la surface latérale et égale à  $\pm I$  sur les deux bouts correspondant aux sections droites de la courbe. La superposition de l'extrémité d'un aimant élémentaire avec l'origine du suivant produit la neutralisation de deux densités superficielles égales et de signes contraires correspondant à des surfaces égales ; il en résulte que le filet solénoïdal est neutre sur toute sa longueur. Son activité provient uniquement des deux masses magnétiques égales et de signes contraires

$$\omega \sigma ds = \pm \omega I ds$$

qui occupent ses deux extrémités. Si ces deux extrémités se rejoignent, ou, en d'autres termes, si la courbe directrice est fermée, la neutralisation du magnétisme devient complète ; il en

résulte qu'un *filet solénoïdal fermé sur lui-même n'exerce aucune action magnétique.*

On appelle *puissance magnétique* du filet le *moment magnétique de son unité de longueur*. C'est, en d'autres termes, le rapport constant

$$\psi = \frac{M}{ds} = I\omega = \omega\sigma$$

du moment magnétique d'un aimant constituant à la longueur de cet aimant.

Quant au potentiel de ce filet pour un point extérieur quelconque P, il se réduit évidemment au potentiel des masses magnétiques répandues sur les deux extrémités et dont la valeur absolue commune est

$$\omega\sigma = \psi;$$

en désignant par  $r$  et  $r'$  les distances du point P aux extrémités nord et sud du filet, on trouve pour valeur du potentiel en ce point

$$V = \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) \psi;$$

il en résulte que le *potentiel d'un filet solénoïdal est proportionnel à la puissance magnétique de ce filet.*

Au lieu d'attribuer à la courbe directrice matérialisée d'un filet solénoïdal une section droite constante  $\omega$  avec des éléments de longueur  $ds$  également constants, nous pourrions lui attribuer une section droite  $\omega$  variable, avec des éléments de longueur  $ds$  également variables, en imposant à l'élément du volume  $\omega ds$  la condition de rester constant. En considérant chacun de ces éléments de volume comme un aimant infinitésimal possédant un moment magnétique invariable M, nous arriverions aux mêmes conclusions que dans l'hypothèse plus restreinte que nous avons admise au début. Un filet solénoïdal peut donc être défini par la condition d'être *décomposable en éléments de volumes égaux, possédant tous un même moment magnétique dirigé tangentiellellement à la courbe directrice dans le sens de son parcours.*

**25. Aimant solénoïdal.** — Cela posé, on dit qu'un aimant est

*solénoïdal*, lorsqu'il est décomposable en filets solénoïdaux. Ces filets peuvent être soit tous ouverts, en se terminant de part et d'autre à la surface de l'aimant, soit tous fermés sur eux-mêmes, soit les uns ouverts et les autres fermés.

Dans ce cas la distribution magnétique est entièrement superficielle ; pour un point intérieur quelconque, la densité magnétique  $\rho$  est nulle, c'est-à-dire que l'on a

$$-\rho = \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0;$$

quant à la densité superficielle relative à un élément  $\omega$  de la surface, elle a pour valeur

$$\sigma = I \cos \theta = \frac{\psi}{\omega} \cos \theta,$$

$\psi$  désignant la puissance magnétique du filet correspondant à cet élément de surface et  $\theta$  l'angle de l'intensité d'aimantation  $I$ , tangente au filet, avec la normale sortante.

La valeur du potentiel  $V$  d'un aimant solénoïdal pour un point quelconque, extérieur ou intérieur, se réduit donc, comme s'il s'agissait d'un aimant uniforme, à

$$V = \Sigma \frac{\sigma \omega}{r},$$

$\omega$  désignant un élément de la surface ;

$\sigma$  la densité superficielle correspondante à cet élément ;

$r$  la distance de cet élément au point considéré.

La sommation  $\Sigma$  s'étend à toute la surface.

Réciproquement, si la densité cubique  $\rho$  est nulle en chaque point intérieur d'un aimant, cet aimant est solénoïdal. L'axe magnétique de chaque aimant élémentaire constituant présente, en effet, dans un aimant quelconque, une direction variable d'un point à un autre par voie continue. En considérant les lignes enveloppes des axes magnétiques, on peut toujours décomposer l'aimant en filets magnétiques correspondants, fermés ou aboutissant à la surface. Si l'on décompose un de ces filets en éléments de volume  $\omega ds$ , tous égaux entre eux, le moment magnétique  $M$  d'un de ces éléments de volume est généralement variable tout le long du filet.

Pour que ce filet devienne neutre, sauf à ses extrémités (condition nécessaire pour que la densité cubique  $\rho$  soit nulle sur toute sa longueur), il faut que le moment magnétique  $M$  reste constant, c'est-à-dire que le filet soit solénoïdal.

**26. Feuillet magnétique.** — Considérons maintenant une lame matérielle mince, comprise entre deux surfaces parallèles (c'est-à-dire à normales communes). A chaque élément  $\omega$  de l'une de ces surfaces correspond un volume cylindrique  $\epsilon\omega$ , en désignant par  $\epsilon$  l'épaisseur de la lame au droit de l'élément considéré. Aimantons chacun de ces éléments de volume en lui donnant une intensité d'aimantation  $I$  inversement proportionnelle à son épaisseur  $\epsilon$  et dirigée suivant la normale à  $\omega$ ; nous obtiendrons ainsi un aimant solénoïdal particulier que l'on appelle un *feuillet magnétique*. Le produit constant

$$\Phi = I\epsilon$$

a reçu le nom de *pouissance du feuillet*.

La formule générale

$\sigma = I \cos \theta$  indique qu'au droit de chaque élément  $\omega$  la densité superficielle est égale à  $+I$  sur l'une des surfaces et à  $-I$  sur l'autre; le feuillet possède, par conséquent, une face nord ou positive et une face sud ou négative.

L'aimant infinitésimal correspondant à l'élément superficiel  $\omega$  a pour moment magnétique

$$I\epsilon\omega = \Phi\omega;$$

son potentiel au point  $P$  est, par conséquent,

$$dV = \Phi\omega \frac{\cos \varphi}{r^2},$$

$r$  désignant (fig. 40) la distance de cet aimant au point  $P$  et  $\varphi$  l'angle que la normale sud-nord à  $\omega$  fait avec  $OP$ . Considérons un cône ayant  $P$  pour sommet et  $\omega$  pour base; son angle solide (soit, en

d'autres termes, l'élément de surface qu'il découpe sur une sphère

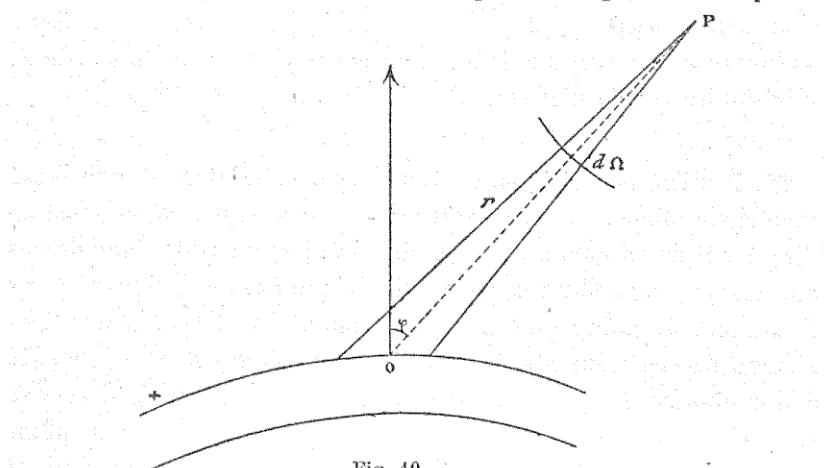


Fig. 10.

de rayon égal à l'unité ayant son sommet pour centre) a pour valeur

$$d\Omega = \frac{\omega \cos \varphi}{r^2};$$

par conséquent

$$dV = \Phi d\Omega.$$

La valeur de l'angle solide  $d\Omega$  doit être positive ou négative, suivant que l'angle plan  $\varphi$  est aigu ou obtus, ou, ce qui revient au même, suivant que l'élément superficiel  $\omega$  vu du point  $P$  appartient à la face positive ou à la face négative du feuillet.

Comme  $\Phi$  est constant pour tous les éléments de la surface du feuillet, le potentiel de cette surface au point  $P$  est

$$V = \Phi \Omega;$$

de là ce théorème de Gauss : *le potentiel d'un feuillet magnétique en un point quelconque est égal au produit de la puissance magnétique de ce feuillet par sa surface apparente vue de ce point.*

Par *surface apparente*, on doit entendre la somme algébrique des angles solides, ayant leur sommet au point considéré, qui correspondent à tous les éléments  $\omega$  de la surface-feuillet. Si un cône élémentaire coupe la surface un nombre pair de fois, les angles solides correspondant aux divers éléments ainsi découpés sont deux à deux égaux et de signes contraires, en sorte que

leur somme est nulle. Il en résulte que les seuls angles solides élémentaires dont on ait à tenir compte sont ceux dans lesquels on peut décomposer l'angle solide fini qui correspond au contour terminal du feuillet ; la surface apparente est donc indépendante de la forme et de l'étendue de la surface du feuillet.

Supposons que la surface-feuillet circonscrive une cavité présentant une ouverture AB (fig. 41), et considérons deux points M et N, infiniment voisins, pris de part et d'autre de cette surface. Les surfaces apparentes relatives à ces deux points sont de signes contraires et leur différence est égale à  $\pm 4\pi$ . Le potentiel augmente de  $4\pi\Phi$  lorsque l'on passe d'un point de la face négative au point correspondant de la face positive ; si l'unité positive de masse magnétique partait du premier de ces points pour arriver au second, après avoir suivi une trajectoire quelconque, le travail effectué par la force magnétique émanant du feuillet serait égal à  $-4\pi\Phi$ .

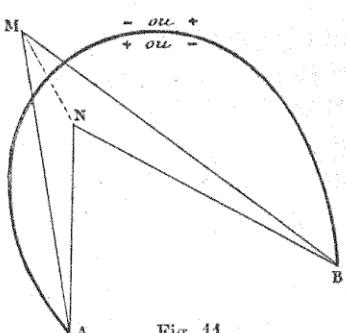


Fig. 41.

Lorsque la surface-feuillet est fermée sur elle-même, la valeur du potentiel est  $\pm 4\pi\Phi$  pour tout point intérieur, et zéro pour tout point extérieur. La force magnétique est nulle en chaque point, aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur ; par conséquent, *un feuillet fermé sur lui-même n'exerce aucune action magnétique, ni à l'intérieur, ni à l'extérieur de sa surface.*

**27. Energie relative d'un aimant dans un champ magnétique.** — On appelle ainsi le travail qu'il faudrait dépenser pour amener cet aimant depuis l'infini jusqu'à sa position actuelle, en présence du champ magnétique supposé fixe.

Considérons, d'abord, un aimant infiniment petit ayant son milieu au point P, dont les coordonnées sont  $x, y, z$ . Désignons par  $m$  la valeur absolue de chacune des deux masses magnétiques égales qui forment les pôles et par  $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$  les trois projections infiniment petites de l'axe magnétique.

Le potentiel du champ magnétique au point P étant égal à V, ce potentiel devient

$$V + \frac{\partial V}{\partial x} \alpha + \frac{\partial V}{\partial y} \beta + \frac{\partial V}{\partial z} \gamma$$

au pôle nord de l'aimant, et

$$V - \frac{\partial V}{\partial x} \alpha - \frac{\partial V}{\partial y} \beta - \frac{\partial V}{\partial z} \gamma$$

au pôle sud. Il suffit de multiplier la première de ces valeurs par  $m$  et la seconde par  $-m$  et d'en faire la somme pour obtenir l'énergie relative de l'aimant dans le champ magnétique, c'est-à-dire la dépense de travail qu'il faudrait faire pour amener cet aimant depuis l'infini jusqu'à sa position actuelle. Cette énergie relative est, par conséquent,

$$-m(2X\alpha + 2Y\beta + 2Z\gamma),$$

X, Y, Z désignant les trois composantes de la force magnétique au point P. L'expression contenue dans la parenthèse représente le travail de la force magnétique sur l'unité de masse positive partant du pôle sud de l'aimant et cheminant jusqu'à son pôle nord ; si donc nous désignons :

par F la force magnétique en P,

par l la longueur de l'aimant,

par M son moment magnétique,

et par  $\theta$  l'angle de son axe magnétique avec la force F,

nous pourrons représenter l'énergie relative de l'aimant infiniment petit par

$$-mlF \cos \theta = -MF \cos \theta.$$

Considérons maintenant un aimant quelconque. Chacun de ses éléments de volume  $u$ , possédant une intensité d'aimantation I, est assimilé à un aimant infiniment petit dont le moment magnétique est

$$M = Iu$$

et dont l'axe magnétique, parallèle à I, fait avec la force F du champ un angle  $\theta$  ; l'énergie relative de cet élément de volume est donc

$$dW = -IFu \cos \theta.$$

Si l'on désigne par  $x, y, z$  les coordonnées du centre de cet élément de volume  $u = dx dy dz$ , par  $V$  le potentiel du champ en ce point, et par  $A, B, C$  les trois composantes de  $I$ , on peut écrire :

$$dW = \left( A \frac{\partial V}{\partial x} + B \frac{\partial V}{\partial y} + C \frac{\partial V}{\partial z} \right) dx, dy, dz.$$

On obtiendrait l'énergie relative  $W$  de l'aimant total en opérant l'intégration pour tout son volume.

**28. Application aux feuillets magnétiques.** — Examinons le cas particulier où l'aimant est un feuillet magnétique placé dans un champ quelconque.

Soit (fig. 42)  $\omega$  l'épaisseur du feuillet au droit de l'élément superficiel  $\omega$ ,

$I$  l'intensité d'aimantation correspondante à cet élément,

$F$  la force du champ au centre de  $\omega$

et  $\theta$  l'angle de cette force avec  $I$ .

L'énergie relative du volume aimanté  $\omega e$  est

$$dW = - I \omega F \cos \theta;$$

mais le produit  $I \omega$  est constant et égal à la puissance magnétique  $\Phi$  du feuillet ; nous avons donc

$$W = - \Phi \Sigma \omega F \cos \theta.$$

Remarquons maintenant que le produit  $\omega F \cos \theta$  représente en grandeur et en signe le flux de force, émanant du champ magnétique, qui traverse l'élément  $\omega$  de la surface-feuillet dans le sens de l'intensité d'aimantation, c'est-à-dire de la face négative vers la face positive. Il en résulte que l'énergie relative  $W$  est égale

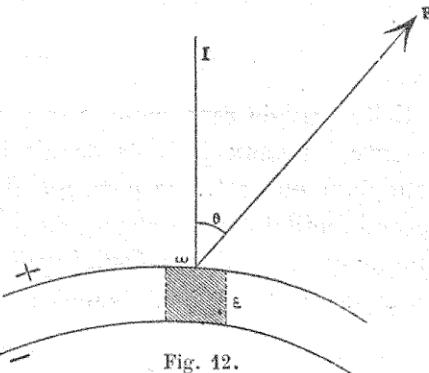


Fig. 42.

et de signe contraire au produit de  $\Phi$  par la somme  $Q$  des flux de force correspondant à tous les éléments superficiels. On a donc

$$W = -\Phi Q;$$

de là ce théorème :

*L'énergie relative d'un feuillet magnétique est égale et de signe contraire au produit de la puissance de ce feuillet par le flux de force qui traverse son contour en pénétrant par la face négative.*

Supposons que le champ magnétique soit constitué par un second feuillet de puissance  $\Phi'$ . Désignons par  $M$  le flux de force que le premier feuillet recevrait par sa face négative si la puissance du second feuillet était égale à l'unité ; le produit  $M\Phi'$  représentera le flux de force qui traverse réellement le premier feuillet placé dans le champ du second, on aura donc

$$W = -M\Phi\Phi'.$$

Cette énergie représente le travail qu'il faudrait effectuer pour amener les deux feuillets depuis l'infini jusqu'à leurs positions actuelles ; elle est, par conséquent, égale à l'énergie relative du second feuillet dans le champ du premier. Soit  $M'$  le flux de force que le second feuillet recevrait par sa face négative si la puissance du premier feuillet était égale à l'unité ; nous aurons

$$W = -M'\Phi\Phi'.$$

En égalant les deux valeurs de  $W$ , on voit que

$$M = M'.$$

Ce paramètre, qui ne dépend que des contours des deux feuillets placés dans leurs positions actuelles, est ce qu'on appelle le *coefficient d'induction mutuelle* de ces deux feuillets.

**29. Force magnétique à l'intérieur d'un aimant.** — Pour rendre *observable* la force magnétique qu'un aimant produit en un point intérieur à sa masse, il faut nécessairement creuser autour de ce point une cavité dans laquelle puisse se placer un pôle magnétique.

La forme de cette cavité influe sur la grandeur et la direction

de la force observable. Supposons, en effet, que cette cavité soit circonscrite par une surface fermée et que son volume soit assez faible pour que l'on puisse regarder comme uniforme l'aimantation de la partie de l'aimant qu'elle a renfermé ; cette petite masse aimantée équivaut alors à une couche magnétique de densité variable  $\sigma$  répandue sur sa surface et, par conséquent, son ablation équivaut à la distribution d'une couche magnétique de densité égale et de signe contraire sur la surface de la cavité.

Examinons le cas particulier où cette cavité présente la forme d'un cylindre droit, de révolution autour d'un axe parallèle à l'intensité d'aimantation  $I$ . La densité superficielle ( $-\sigma$ ), à distribuer sur la surface de la cavité, est, d'après la formule connue

$$\sigma = I \cos \theta,$$

nulle sur la surface latérale, égale à  $-I$  sur la base pour laquelle la normale intérieure est de même sens que l'intensité d'aimantation, et égale à  $+I$  sur la base opposée. On peut calculer la résultante  $F$  des forces magnétiques que ces deux bases font naître au centre de la cavité, résultante évidemment parallèle à  $I$  et de même sens ; on trouve ainsi :

$$F = 4\pi I \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{H^2}}} \right)$$

$R$  désignant le rayon de la base et  $2H$  la hauteur du cylindre.

Si  $\frac{R}{H}$  tend vers zéro, c'est-à-dire si la cavité devient *filiforme* et parallèle à l'intensité d'aimantation,  $F$  tend aussi vers zéro ; dans ce cas, la force observée ne diffère pas de la force intérieure théorique dont les trois composantes sont les dérivées partielles du potentiel de l'aimant changées de signe. En d'autres termes, *la force intérieure d'un aimant est observable au milieu d'une cavité filiforme, parallèle à l'intensité d'aimantation au point considéré et ayant son milieu en ce point.*

Si  $\frac{R}{H}$  tend vers l'infini, c'est-à-dire si la cavité prend la forme d'un *disque très mince*, la valeur de  $F$  tend vers  $4\pi I$ . Par conséquent *la force observable au centre d'une cavité en forme de disque*

mince, perpendiculaire à l'intensité d'aimantation  $I$  correspondant au centre de ce disque, est la résultante de la force intérieure et d'une force égale à  $4\pi I$  dirigée dans le sens de l'intensité d'aimantation. On a donné à cette force le nom d'*induction*.

Considérons un feuillet magnétique et prenons, au droit d'un élément  $dS$  de sa surface, un point  $M$  infiniment voisin de la face négative et un point  $M'$  infiniment voisin de la face positive. Les potentiels  $V$  et  $V'$  du champ magnétique du feuillet qui correspondent à ces deux points sont liés entre eux (n° 26) par la relation

$$V = V' + 4\pi\Phi,$$

en désignant par  $\Phi$  la puissance magnétique du feuillet; il en résulte que  $-4\pi\Phi$  est la valeur du travail de la force magnétique sur l'unité de masse positive allant de  $M$  en  $M'$  par un chemin quelconque, sans traverser la surface du feuillet. La puissance magnétique  $\Phi$  est identiquement égale, par définition, au produit  $I\varepsilon$  de l'intensité d'aimantation  $I$  correspondant à l'élément superficiel  $dS$  par l'épaisseur  $\varepsilon$  du feuillet; par conséquent

$$4\pi\Phi = 4\pi I\varepsilon$$

représente le travail de la force  $4\pi I$  sur l'unité de masse positive allant directement de  $M$  en  $M'$  au travers du feuillet :

**30. Induction.** — La considération de l'*induction* est, comme nous le verrons plus loin, très utile pour l'étude de l'aimantation par influence, de l'électro-magnétisme et des courants induits.

Désignons, pour un point intérieur quelconque, par  $U$  le potentiel du champ magnétique extérieur à l'aimant, par  $\Omega$  le potentiel de l'aimant lui-même et par  $A$ ,  $B$ ,  $C$  les trois composantes de l'intensité d'aimantation.

Les trois composantes de l'induction auront pour valeurs.

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial(U + \Omega)}{\partial x} + 4\pi A = X \\ -\frac{\partial(U + \Omega)}{\partial y} + 4\pi B = Y \\ -\frac{\partial(U + \Omega)}{\partial z} + 4\pi C = Z \end{array} \right.$$

La formule de Poisson (n° 45) donne pour le point  $(x, y, z)$  considéré

$$\Delta(U + \Omega) = -4\pi\rho;$$

on a d'ailleurs (n° 49)

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = -\rho;$$

par conséquent :

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$$

On voit ainsi que l'induction satisfait à l'équation de Laplace pour les points intérieurs à l'aimant aussi bien que pour les points extérieurs. S'il arrive que l'expression :

$$Adx + Bdy + Cdz$$

soit la différentielle totale d'une fonction de  $x, y, z$ , (cas dans lequel l'aimantation est dite *lamellaire*), on peut poser

$$4\pi(Adx + Bdy + Cdz) = -d\Phi,$$

et regarder

$$(U + \Omega + \Phi)$$

comme un *potentiel d'induction*, satisfaisant pour tout point, extérieur ou intérieur à l'aimant, à l'équation de Laplace

$$\Delta(U + \Omega + \Phi) = 0.$$

On peut considérer des *lignes d'induction* (enveloppes des forces d'induction), des *tubes d'induction* et des *flux d'induction*. L'existence de l'équation de Laplace conduit à cette conséquence que *le flux d'induction conserve une valeur constante dans toute l'étendue d'un tube d'induction*, alors même que ce tube présente une partie extérieure et une partie intérieure à l'aimant.

On peut dire, en d'autres termes, *qu'il y a conservation du flux d'induction à la traversée de la surface de l'aimant*.

Il est clair que pour chaque point extérieur A, B, et C s'annulent, en sorte que les composantes de l'induction s'identifient avec celles de la force magnétique

$$-\frac{\partial(U + \Omega)}{\partial x}, -\frac{\partial(U + \Omega)}{\partial y}, -\frac{\partial(U + \Omega)}{\partial z}$$

**34. Unités magnétiques.** — L'unité de *masse magnétique*, d'après la formule de Coulomb, qui, en faisant  $m' = m$ , donne

$$m = r \sqrt{-\varphi},$$

est représentée par le symbole

$$\left[ L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right]$$

La *force magnétique du champ* en un point se mesure en divisant une masse magnétique par le carré d'une distance<sup>1</sup>; son unité a pour symbole

$$\left[ L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right]$$

Le *potentiel magnétique du champ* en un point se mesure en divisant une masse magnétique par une distance; le symbole de son unité est donc

$$\left[ L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right]$$

Le *moment magnétique* d'un aimant se mesure en multipliant une masse magnétique par une longueur; son unité a pour symbole

$$\left[ L^{\frac{5}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right]$$

L'*intensité d'aimantation* se mesure en divisant un moment magnétique par un volume; le symbole de son unité est

$$\left[ L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right]$$

comme pour la force magnétique.

La *puissance d'un feuillet magnétique* (ou celle d'un filet solénoïdal) se mesure en multipliant une intensité d'aimantation par une longueur; le symbole de son unité est

$$\left[ L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right]$$

comme pour le potentiel magnétique.

<sup>1</sup> Cette *force magnétique ou intensité du champ* est le rapport d'une force mécanique à une masse magnétique.

Les unités CGS sont :

- pour la *masse magnétique*, la masse qui, agissant sur une masse de même nom placée à la distance d'un centimètre la repousse avec la force d'une dyne;
- pour la *force magnétique du champ*, celle qui provient de la masse magnétique unité à la distance d'un centimètre<sup>1</sup>;
- pour le *potentiel magnétique*, le potentiel créé à la distance d'un centimètre par la masse-unité;
- pour le *moment magnétique*, celui d'un aimant dont les deux pôles ont l'unité de masse et sont distants d'un centimètre;
- pour l'*intensité d'aimantation*, celle qui existerait dans un centimètre cube aimanté uniformément dans le sens d'une de ses arêtes et équivalent à un aimant dont le moment magnétique serait égal à l'unité;
- pour la *puissance d'un feuillet magnétique*, celle d'un feuillet à faces parallèles ayant un centimètre d'épaisseur avec une intensité d'aimantation égale à l'unité.

**32. Aimant terrestre.** — Le champ magnétique engendré par le globe terrestre peut être considéré comme constant en un lieu donné. Il varie d'intensité d'un point à un autre de la surface de la terre. Sa direction se mesure au moyen de deux angles, dits de *déclinaison* et d'*inclinaison*, que fait connaître une aiguille aimantée tournant autour d'un axe soit vertical, soit horizontal, passant par son centre de gravité. A Paris cette direction est à peu près celle du Nord au Sud, avec inclinaison vers le sol.

Euler avait proposé d'assimiler la terre à un aimant puissant, mais de faible longueur relativement au rayon terrestre, dont le milieu coïnciderait avec le centre du globe et dont l'axe magnétique ferait un certain angle avec la ligne des pôles. Cette hypothèse conduit à des résultats trop éloignés de la réalité.

Gauss a traité analytiquement le problème de l'aimant terrestre sans faire *a priori* aucune hypothèse sur la distribution intérieure du magnétisme libre. Les surfaces de niveau correspondant à des valeurs constantes du potentiel magnétique coupent la surface du

<sup>1</sup> La *force mécanique* correspondante, produit de la force magnétique unité par l'unité positive de masse magnétique, est égale à une dyne.

globe, supposé sphérique, suivant des *parallèles magnétiques* dont les trajectoires orthogonales sont appelées *méridiennes magnétiques*. Le parallèle magnétique correspondant à la valeur zéro du potentiel a reçu le nom d'*équateur magnétique*; il forme la ligne de séparation entre la zone à potentiels positifs et la zone à potentiels négatifs. On appelle *pôles magnétiques terrestres* les deux points où la valeur absolue du potentiel devient maximum; voici leurs positions en 1838 d'après les calculs de Gauss :

Hémisphère austral.	Latitude 70°35'.
	Longitude 26°24' Est.
Hémisphère boréal.	Latitude 78°35'.
	Longitude 150°40' Est;

on voit qu'il s'en faut de beaucoup qu'ils occupent les deux extrémités d'un même diamètre du globe. L'axe magnétique de l'aimant terrestre ainsi défini ne passe pas par le centre de la terre; il est parallèle au diamètre terrestre qui passerait par le point dont la latitude Nord est de 77° 50' et la longitude Est de 294° 9'. Les éléments du magnétisme terrestre pour un même lieu du globe sont soumis à des variations périodiques diurnes et séculaires; ils sont en outre accidentellement modifiés par ce qu'on appelle des orages magnétiques.

On peut adopter à Paris, comme valeur moyenne de l'intensité magnétique constante du champ terrestre

$$T = 0,46520;$$

la composante horizontale de cette force est

$$H = 0,19480$$

et la composante verticale est

$$Z = 0,42245.$$

Ces mesures ont été obtenues à Saint-Maur le 4<sup>e</sup> janvier 1888.

## CHAPITRE IV

### L'AIMANTATION PAR INFLUENCE

Hypothèse de Poisson et théorie. — Energie potentielle d'un aimant temporaire. — Aimantation uniforme. — Cylindre très allongé. — Variabilité du coefficient d'aimantation. — Perméabilité magnétique. — Aimants permanents. — Aimant uniforme. — Barreau très allongé. — Action démagnétisante. — Mouvement d'un petit corps aimanté dans un champ magnétique. — Force portante d'un aimant. — Imperfection de la théorie.

33. Hypothèse de Poisson et théorie. — Un morceau de fer doux s'aimante temporairement lorsqu'il est placé dans un champ magnétique.

Poisson a fait, au sujet de l'aimantation par influence, une hypothèse que l'expérience paraît justifier lorsque l'intensité du champ est assez faible. Cette hypothèse peut s'énoncer ainsi :

*L'intensité d'aimantation temporaire en chaque point est proportionnelle à la force magnétisante en ce point, parallèle à cette force et dirigée dans le même sens.*

On appelle *force magnétisante* la résultante de deux forces distinctes, savoir : la *force du champ* et la *force intérieure* provenant du magnétisme acquis par l'aimant lui-même.

Désignons par ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) les coordonnées du point intérieur P, par  $U$  le potentiel du champ en ce point et par  $\Omega$  le potentiel inconnu du magnétisme acquis par l'aimant.

Les trois composantes de la force magnétisante seront

$$-\frac{\partial (U + \Omega)}{\partial x}, -\frac{\partial (U + \Omega)}{\partial y}, -\frac{\partial (U + \Omega)}{\partial z};$$

il en résulte que les trois composantes A, B, C de l'intensité d'aimantation devront satisfaire aux équations

$$\left\{ \begin{array}{l} A = -k \frac{\partial (U + \Omega)}{\partial x} \\ B = -k \frac{\partial (U + \Omega)}{\partial y} \\ C = -k \frac{\partial (U + \Omega)}{\partial z}, \end{array} \right. \quad (1)$$

$k$  désignant le *coefficient d'aimantation* ou paramètre de *susceptibilité magnétique*, égal au rapport constant de l'intensité d'aimantation à la force magnétisante.

Il résulte de ces formules que l'expression

$$Adx + Bdy + Cdz$$

est la différentielle exacte de la fonction

$$-k(U + \Omega);$$

par conséquent la fonction

$$(1 + 4\pi k)(U + \Omega)$$

est un *potentiel d'induction* (n° 30) et doit vérifier l'équation de Laplace

$$(1 + 4\pi k)\Delta(U + \Omega) = 0; \quad (2)$$

on en déduit

$$-\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right) = 0. \quad (3)$$

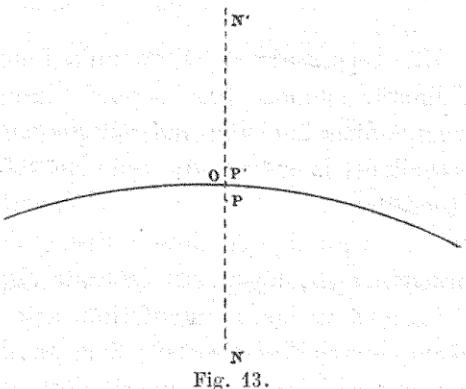
Le premier membre de cette équation représente la densité cubique  $\rho$  au point intérieur ( $x, y, z$ ); par conséquent, la densité cubique est partout nulle, l'*aimantation est solénoïdale*. Il en résulte que  $\Delta U$  et  $\Delta \Omega$  sont nuls séparément, car  $\Delta U = 0$  (n° 16).

Le problème consisterait à déterminer la fonction  $\Omega$ ; il présente, en général, des difficultés analytiques insurmontables. Cette fonction  $\Omega$  doit revêtir deux formes analytiques distinctes  $\Omega_i$  et  $\Omega_e$ , correspondant respectivement aux points intérieurs et aux points extérieurs à l'aimant.

Prenons un point O sur la surface de l'aimant (fig. 13), menons les normales ON et ON' vers l'intérieur et vers l'extérieur et prenons sur ces normales deux points P et P' infiniment voisins de O. La conservation du flux d'induction traversant l'élément superficiel  $dS$  au point O, exige que les composantes normales des forces d'induction en P et en P' soient égales, parallèles et de même sens ; si nous évaluons la première de ces composantes suivant la direction ON et la seconde suivant la direction ON', la somme des deux valeurs ainsi trouvées sera identiquement nulle. En remarquant que dans la valeur du potentiel d'induction on doit faire  $k = \sigma$  lorsqu'elle se rapporte à un point extérieur, on trouve

$$(1 + 4\pi k) \frac{\partial (U + \Omega_i)}{\partial n} + \frac{\partial (U + \Omega_e)}{\partial n'} = 0$$

Fig. 13.



Poisson a résolu le problème de l'aimantation temporaire d'un noyau de fer doux limité par deux sphères concentriques et placé dans un champ magnétique quelconque. Lorsque le champ est uniforme, la résultante de sa force magnétique et de celle de l'aimant en un point quelconque pris dans la cavité de l'aimant est sensiblement nulle.

**34. Energie potentielle d'un aimant temporaire.** — Reprenons la formule qui exprime l'énergie relative d'un aimant dans un champ magnétique (n° 27). En désignant  
par  $\nu$  un élément de volume de l'aimant,  
par  $F$  la force magnétique du champ au centre de cet élément de volume,  
par  $I$  l'intensité d'aimantation,  
et par  $\theta$  l'angle des directions de  $F$  et de  $I$ ,

l'énergie relative de l'aimant sera

$$W = - \Sigma u I F \cos \theta.$$

Elle représente le travail qu'il faudrait dépenser pour amener l'aimant, supposé fixe, depuis l'infini jusqu'à la position qu'il occupe dans le champ magnétique supposé fixe. Cette dépense de travail est la même que celle qu'il faudrait faire pour donner à la substance de l'aimant son aimantation actuelle en présence du champ magnétique maintenu fixe, si l'on supposait cette substance préalablement dépourvue de toute aimantation.

Faisons varier l'aimantation actuelle de cette substance, le champ magnétique restant fixe, en donnant aux intensités  $I$  et aux angles  $\theta$  les accroissements infinitésimaux  $dI$  et  $d\theta$ ; l'énergie relative  $W$  subira l'accroissement correspondant

$$d \mathcal{E} = - \Sigma u F (\cos \theta dI - I \sin \theta d\theta),$$

qui représentera la dépense de travail faite pour modifier l'aimantation.

Cela posé, considérons un morceau de fer doux placé dans un champ magnétique dont le potentiel soit représenté par  $\gamma U$ ,  $\gamma$  désignant un facteur numérique qui, nul au début, croîtra ensuite par voie continue. La force  $F$ , au centre de l'élément de volume  $u$ , sera constamment proportionnelle à  $\gamma$  et conservera une direction invariable; il en sera de même, d'après la théorie de Poisson, pour l'intensité d'aimantation  $I$ ; l'angle  $\theta$  restera invariable pour chaque élément de volume et l'on aura  $F = \epsilon I$ ,  $\epsilon$  désignant une constante numérique. Dans ces conditions, le travail élémentaire correspondant aux accroissements  $dI$  aura pour valeur

$$d \mathcal{E} = - \Sigma u F \cos \theta dI = - \Sigma \epsilon u \cos \theta I dI.$$

En intégrant à partir de zéro, nous trouverons

$$\mathcal{E} = - \frac{1}{2} \Sigma u \epsilon I^2 \cos \theta = - \frac{1}{2} \Sigma u I F \cos \theta$$

pour la dépense de travail correspondant à l'aimantation  $I$  dans le champ variable dont l'intensité finale est  $F$ , ou, en d'autres termes, pour la valeur de l'énergie potentielle de l'aimant temporaire. En

désignant, comme ci-dessus, par  $W$  l'énergie relative de cet aimant dans le champ magnétique final, on trouve

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} W.$$

Par conséquent, l'énergie potentielle d'un aimant temporaire est égale à la moitié de l'énergie relative de cet aimant dans le champ magnétique final.

**35. Aimantation uniforme.** — Considérons un morceau de fer doux placé dans un champ uniforme, en supposant la forme de sa surface et son orientation choisies de manière qu'il puisse s'aimanter uniformément, dans la direction du champ, en donnant une force intérieure parallèle à l'intensité d'aimantation. Ce corps prendra une aimantation temporaire uniforme.

Désignons par  $\varphi$  l'intensité du champ et par  $I$  l'intensité inconnue de l'aimantation.

La force magnétisante est égale à  $\frac{I}{k}$ ; elle est, d'autre part, égale à la somme algébrique de l'intensité  $\varphi$  du champ et de la force intérieure provenant du magnétisme acquis par l'aimant. Cette force intérieure est proportionnelle à  $I$  et peut être représentée par  $-LI$ ,  $L$  désignant un paramètre numérique dont la valeur dépend de la forme de la surface du noyau de fer doux ainsi que de son orientation.

En égalant les deux valeurs de la force magnétisante, on trouve

$$\begin{aligned} I &= \frac{k}{1 + kL} \varphi; \\ \text{la force intérieure est} \\ -LI &= \frac{kL}{1 + kL} \varphi; \\ \text{la force magnétisante est} \\ \varphi - LI &= \frac{\varphi}{1 + kL}; \\ \text{et l'induction est} \\ \varphi - LI + 4\pi I &= \frac{1 + 4\pi k}{1 + kL} \varphi = (1 + 4\pi k) (\varphi - LI). \end{aligned}$$

Induction =  $\frac{d(I+LI)}{dn}$   
 $= \frac{I}{k} + k\pi$   
 $= \frac{I}{k} (1 + h)$   
 $= ((\varphi - LI))$

La densité superficielle  $\sigma$  en un point de la surface pour lequel la normale intérieure fait l'angle  $\theta$  avec la direction de l'intensité d'aimantation est

$$\sigma = I \cos \theta.$$

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse d'un ellipsoïde de révolution ayant son axe parallèle au champ. La valeur de  $L$  dépendra de l'excentricité  $e$  de la section méridienne (n° 23). Le plan principal, perpendiculaire à la direction du champ, coupe la surface de

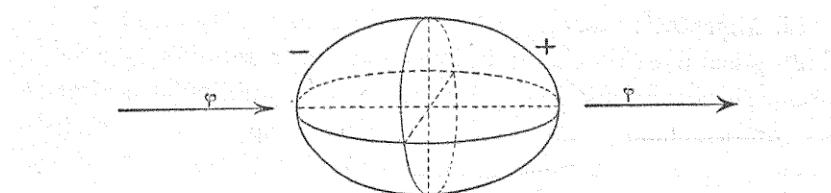


Fig. 14.

l'ellipsoïde (fig. 14) suivant la ligne neutre pour laquelle  $\sigma$  est nul et qui divise la surface en deux plages égales dont les aimantations sont de noms contraires.

**36. Cylindre très allongé.** — Si nous faisons tendre vers zéro l'excentricité  $e$  de la section méridienne de l'ellipsoïde, le coefficient  $L$  tendra vers zéro (n° 23).

L'intensité d'aimantation devient alors

$$I = k\varphi,$$

la force intérieure de l'aimant devient nulle et l'induction a pour valeur

$$\varphi + 4\pi I = (1 + 4\pi k)\varphi.$$

Dans ce cas, la longueur de l'axe de révolution tendant à devenir infiniment grande relativement au rayon équatorial, l'ellipsoïde devient assimilable à un cylindre très allongé. La densité superficielle  $\sigma$ , nulle sur toute la surface latérale, prend aux deux extrémités les valeurs  $+ I$  et  $- I$ .

Si l'on désigne par  $\omega$  la section droite du cylindre et par  $\lambda$  sa longueur, supposée très grande relativement au rayon de  $\omega$ , les

masses magnétiques des deux extrémités seront  $+\omega I$  et  $-\omega I$ ; le moment de l'aimant sera, par conséquent, égal à  $\lambda\omega I$ , produit du volume par l'intensité d'aimantation.

**37. Variabilité du coefficient d'aimantation.** — En plaçant dans le champ terrestre un long barreau de fer doux, dirigé parallèlement à la force du champ qui a pour valeur

$$\varphi = 0,46,$$

on peut mesurer expérimentalement le moment magnétique du barreau et diviser ce moment par le volume pour obtenir la valeur de l'intensité d'aimantation  $I$ ; on trouve ainsi

$$I = 48$$

et, par conséquent,

$$k = \frac{I}{\varphi} = 40.$$

En recourant à des méthodes d'expérimentation qui permettent de faire varier l'intensité  $\varphi$  du champ magnétique et de déterminer

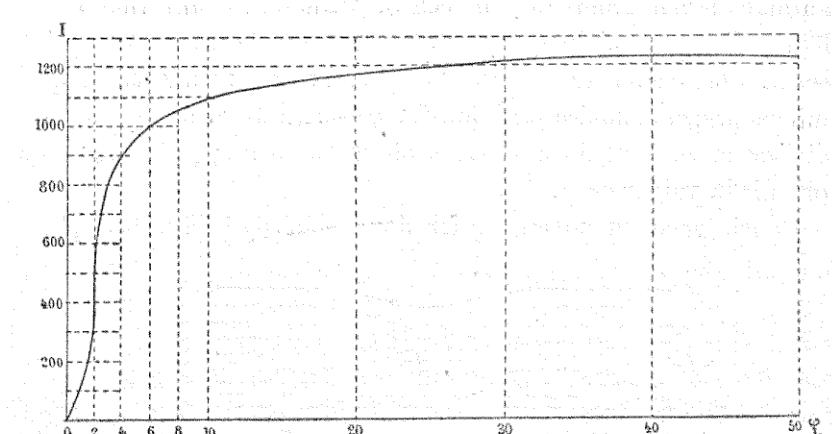


Fig. 45.

les valeurs correspondantes de  $I$ , on a constaté que  $k$ , au lieu d'être une constante, est une fonction de  $\varphi$ .

La figure 45, dans laquelle on a pris  $\varphi$  pour abscisse et  $I$  pour ordonnée, indique les résultats obtenus expérimentalement par le

professeur Ewing en opérant sur un fil de fer doux recuit. La valeur de  $k$  correspondant à un point quelconque de cette courbe est égale à la tangente de l'angle que la droite allant de l'origine à ce point fait avec l'axe des  $\varphi$ . Cette valeur croît d'abord depuis  $\varphi = 0$  jusqu'à  $\varphi = 3$  environ; elle passe alors par son maximum, d'environ 250; elle décroît ensuite indéfiniment en tendant vers zéro.

**38. Perméabilité magnétique.** — Pour obtenir le potentiel d'induction d'un aimant temporaire, il faut multiplier le potentiel  $(U + \Omega)$  de la force magnétisante par le facteur numérique

$$\mu = 1 + 4\pi k.$$

Il en résulte que *l'induction en chaque point intérieur est parallèle à la force magnétisante, de même sens que cette force et égale au produit de cette force par le facteur constant  $\mu$ .*

On a donné au coefficient  $\mu$  le nom de *perméabilité magnétique*. La force magnétisante en un point intérieur quelconque de l'aimant serait observable au centre d'une cavité filiforme parallèle à l'intensité d'aimantation (n° 29); l'induction au même point serait observable au centre d'une cavité en forme de disque mince perpendiculaire à l'intensité d'aimantation. Il suffirait de diviser la seconde de ces forces observées par la première pour obtenir la valeur de  $\mu$ .

Considérons un noyau de fer doux sphérique (fig. 16), placé

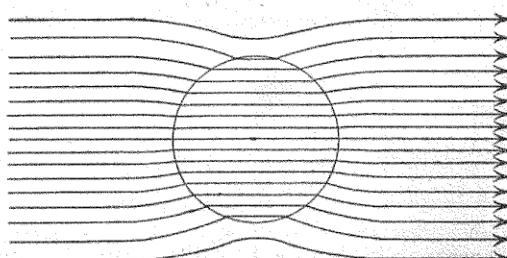


Fig. 16.

dans un champ magnétique uniforme d'intensité  $\varphi$ . Il s'aimantera

uniformément et la valeur de l'induction à l'intérieur de cet aimant sera

$$B = \frac{1 + 4\pi k}{1 + \frac{4}{3}\pi k} \varphi = \frac{3\mu}{2 + \mu} \varphi.$$

Le flux d'induction par unité de surface est égal à  $\varphi$  dans les régions du champ qui sont très éloignées de l'aimant et égal à  $B$  à l'intérieur de cet aimant. Pour qu'il y ait conservation du flux à la traversée de la surface de la sphère, il faut que la réaction de l'aimant sur le champ magnétique inducteur infléchisse les lignes de force, de manière qu'elles soient plus resserrées dans le champ d'induction uniforme intérieur que dans le champ magnétique donné. Ce phénomène est d'autant plus accentué que la valeur de  $\mu$  est plus grande, en sorte que l'aimant devient pour ainsi dire, selon la grandeur de  $\mu$ , plus ou moins *perméable* pour l'infiltration des lignes de force.

Si, au lieu d'un noyau sphérique, on considérait un barreau de fer doux très allongé, dirigé dans le sens du champ magnétique  $\varphi$ , on trouverait

$$B = \mu \varphi$$

pour valeur de l'induction intérieure ; la *perméabilité magnétique* de ce barreau, relativement à celle de l'air, serait alors exactement représentée par le coefficient  $\mu$ .

**39. Aimants permanents.** — Un morceau de fer doux aimanté par l'influence d'un champ magnétique perd son aimantation lorsqu'on le retire de ce champ.

Si au lieu de fer doux on prend soit du fer écrouï, soit du fer laminé, soit surtout de l'acier, le corps, une fois aimanté par l'influence d'un champ magnétique, conserve une partie de son magnétisme alors qu'il est soustrait à l'action de ce champ. On dit, dans ce cas, que le corps possède une *force coercitive*, en vertu de laquelle il peut devenir un *aimant permanent*. L'expérience indique, d'ailleurs, qu'il faut recourir à un champ magnétique suffisamment intense, à l'exclusion des champs très faibles, pour donner naissance à l'aimantation résiduelle.

Voici sur quelles hypothèses on a basé une théorie des aimants permanents :

On admet d'abord qu'après la disparition du champ magnétique produisant l'aimantation temporaire, l'intensité d'aimantation conserve en chaque point sa direction ainsi qu'une fraction déterminée de sa valeur primitive ; cette fraction  $\varepsilon$  est un paramètre spécifique dépendant de la substance du corps. L'*aimantation rigide* ainsi conservée agit, par influence, comme un champ magnétique extérieur, pour engendrer, conformément à la théorie de Poisson, une *aimantation induite*. La superposition du magnétisme rigide et du magnétisme induit constitue le *magnétisme apparent* auquel sont dus les effets observables de l'aimant permanent.

Il est, d'ailleurs, à remarquer que l'action intérieure du magnétisme induit est toujours dirigée en sens contraire de celle du magnétisme rigide, en sorte que l'induction de l'aimant sur lui-même est *démagnétisante* ; le magnétisme apparent est, par conséquent, plus faible que le magnétisme rigide.

**40. Aimant uniforme.** — Considérons un morceau d'acier placé dans un champ uniforme, en supposant la forme et l'orientation de sa surface choisies de manière qu'il puisse prendre (n° 35) une aimantation temporaire uniforme

$$I_t = \frac{k}{1 + kL} \varphi,$$

$k$  désignant le coefficient d'aimantation de l'acier.

Lorsque ce corps sera retiré du champ magnétique, il conservera une aimantation *rigide*

$$I_r = \varepsilon I_t,$$

qui produira intérieurement un champ magnétique uniforme dont la force sera  $-L I_r$ . L'intensité de l'aimantation *induite* correspondante sera

$$I_i = -\frac{kL}{1 + kL} I_r.$$

L'intensité d'aimantation apparente ou *permanente* de l'aimant d'acier, sera, par conséquent,

$$I_p = I_r + I_i = \frac{4}{1 + kL} I_r = \frac{\varepsilon}{1 + kL} I_r.$$

**41. Barreau très allongé.** — S'il s'agit d'un barreau très allongé, aimanté dans le sens de sa longueur, on a  $L = o$  et, par conséquent,

$$I_p = \varepsilon I_t = \varepsilon k\varphi.$$

En donnant à  $\varphi$  diverses valeurs et déterminant, pour chacune

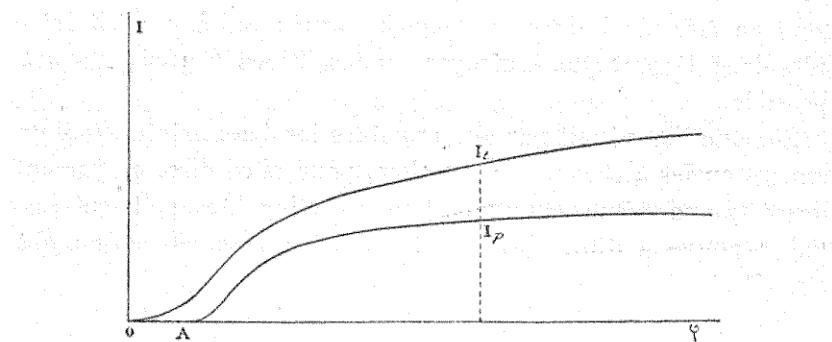


Fig. 17. — Courbes de l'aimantation par influence.

d'elles,  $I_p$  et  $I_t$ , on obtient deux courbes analogues à celles que représente la figure 17.

La fraction

$$\varepsilon = \frac{I_p}{I_t}$$

est, par conséquent, une fonction de  $\varphi$ . Elle reste nulle tant que  $\varphi$  n'atteint pas une certaine valeur  $O A$  et croît ensuite indéfiniment en restant toujours inférieure à l'unité.

**42. Action démagnétisante.** — L'action démagnétisante qu'un aimant exerce sur lui-même par l'induction de son propre magnétisme se révèle par divers phénomènes bien connus.

Un barreau cylindrique très allongé qui pourrait, d'après la théorie, s'aimanter uniformément, parallèlement à son axe, en donnant sur ses bases mêmes deux pôles opposés, ne prend jamais, en réalité, cette aimantation uniforme. Si elle existait, en effet, à un instant donné, les filets solénoïdaux parallèles, aboutissant aux bases du cylindre, se repousseraient à leurs extrémités, où des pôles de même nom se trouveraient voisins les uns des autres; il en résulte que ces filets perdraient leur forme rectiligne pour

se courber et reporter leurs extrémités sur la surface latérale du cylindre. Les pôles de l'aimant abandonnent les bases du cylindre et reculent vers l'intérieur.

Pour que l'action démagnétisante devienne nulle, il faut que l'aimant soit exclusivement composé de filets magnétiques fermés sur eux-mêmes et, par conséquent, sans action à l'extérieur. Il peut en être ainsi dans un anneau fermé ; aussi y a-t-il intérêt, dans la pratique, à côtoyer ces conditions d'aussi près que possible.

Lorsque l'on réunit par une armature les deux extrémités d'un aimant en fer à cheval, on complète, pour ainsi dire, un aimant fermé sur lui-même. On affaiblit ainsi l'action démagnétisante, ce qui explique l'utilité des armatures pour la conservation des aimants.

**43. Mouvement d'un petit corps dans un champ magnétique.** — Considérons une particule de métal assez petite pour que son volume  $u$  puisse être considéré comme élémentaire, et supposons-la placée dans un champ magnétique qui lui fasse acquérir une aimantation temporaire.

Soit  $\varphi$  l'intensité du champ au point où cette masse est située ; comme cette intensité  $\varphi$  constitue à elle seule la force magnétisante, l'intensité d'aimantation lui sera parallèle et aura pour valeur

$$I = k\varphi.$$

L'énergie potentielle de l'aimant élémentaire sera par conséquent (n° 34)

$$-\frac{1}{2} u I \varphi = -\frac{1}{2} u k \varphi^2.$$

Si le paramètre  $k$  était négatif (ce qui a lieu pour les corps tels que le bismuth, dits *corps diamagnétiques*), cette énergie potentielle serait positive ; sa tendance naturelle à diminuer de plus en plus se manifesterait par le mouvement du corps dans le sens où la force  $\varphi$  diminue ; ce corps paraîtrait repoussé par les aimants qui créent le champ magnétique.

Lorsqu'au contraire  $k$  est positif, ce qui a lieu pour tous les

métaux magnétiques et notamment pour le fer doux, l'énergie potentielle est négative et diminue lorsque  $\varphi$  augmente ; le mouvement du corps se fera donc dans le sens de la croissance de la force  $\varphi$ , en sorte que le corps paraîtra attiré par les aimants et viendra finalement en contact avec une de leurs surfaces.

**44. Force portante d'un aimant.** — Considérons un cylindre indéfini aimanté parallèlement à son axe, soit temporairement dans un champ magnétique, soit à l'état permanent

Pratiquons une fente étroite normale à l'axe ; la force intérieure, observable au centre de la cavité sera (n° 29) dirigée dans le sens de l'intensité d'aimantation  $I$  et égale à  $4\pi I$ ; la moitié de cette force provient de la masse magnétique de densité  $\sigma = I$ , qui est répandue sur une des surfaces de la cavité, et l'autre moitié provient de la masse magnétique de densité  $-\sigma = -I$ , qui est répandue sur la face opposée. Il en résulte que l'attraction qui s'exerce entre la masse  $\sigma$  correspondant à l'unité superficielle de l'une des faces sur la masse  $-\sigma$  correspondant à l'unité superficielle de la face opposée est égale à

$$2\pi\sigma^2 = 2\pi I^2;$$

telle est la valeur en dynes de la force portante de l'aimant par unité de surface.

En supposant  $I$  égal à 4,800 unités CGS, valeur qui peut être atteinte dans l'aimantation temporaire du fer doux, on trouve que la force portante s'élève à vingt millions de dynes, soit environ 20 kilogrammes, par centimètre carré.

**45. Imperfection de la théorie.** — La variabilité du paramètre d'aimantation  $k$  et de la perméabilité magnétique  $\mu$  pour un même corps en fonction des intensités des champs magnétiques inducteurs rend évidemment très imparfaite la théorie de l'aimantation par influence.

L'expérience a montré, d'autre part, que la température exerce, sur les phénomènes d'aimantation temporaire ou permanente, une action importante.

Lorsqu'un corps est soumis à des aimantations et à des désai-

mantations successives, il conserve, pour ainsi dire, l'empreinte de tous les états magnétiques antérieurs à celui qu'il possède actuellement. On observe, en outre, dans la désaimantation, un phénomène de retard auquel on a donné le nom d'*hystéresis*.

Nous indiquerons plus loin comment l'étude expérimentale de l'aimantation par influence a permis d'établir une théorie qui, sans être rigoureuse, rend de grands services dans la pratique.

## CHAPITRE V

### ÉLECTRICITÉ STATIQUE

**Loi de Coulomb et champ électrique.** — Maximum et minimum du potentiel. — Origine et extrémité d'une ligne de force. — Surfaces fermées à potentiel constant. — Equilibre électrique d'un conducteur. — Force électrique près de la surface. — Pression electrostatique. — Application à un conducteur sphérique. — Electrisation par influence. — Théorème de Poisson. — Tube de force limité à deux conducteurs. — Problème général de l'équilibre. — Capacité d'un conducteur. — Energie des conducteurs électrisés. — Condensateurs. — Batteries électriques. — Unités électrostatiques. — Les diélectriques.

**46. Loi de Coulomb et champ électrique.** — Coulomb a déterminé expérimentalement les lois des attractions et des répulsions de sphères électrisées d'un très petit diamètre. La formule à laquelle ces expériences ont conduit pour représenter l'attraction ou la répulsion de deux masses électriques  $m$  et  $m'$  est

$$\varphi = -\frac{mm'}{r^2};$$

on regarde comme *positive* l'électricité qu'un tube de verre acquiert par le frottement, et comme *négative* celle qu'acquiert par le frottement un bâton de résine. La force  $\varphi$  prend une valeur positive ou négative, suivant qu'elle est attractive ou répulsive, c'est-à-dire suivant qu'elle s'exerce entre deux masses de signes contraires ou entre deux masses de même signe.

Cette formule est absolument la même que celle qui exprime l'action mutuelle de deux masses magnétiques.

Tout ce qui a été démontré au chapitre II concernant les actions magnétiques s'applique aux actions électrostatiques. Il est donc inutile de reproduire ici les considérations théoriques concernant le potentiel de l'action mutuelle, l'énergie potentielle d'un système

*de masses électriques, le potentiel d'un champ électrique, les lignes et tubes de force, le théorème de Green, son application aux tubes de force, les équations de Laplace et de Poisson.*

Mais, à côté de ces analogies entre les masses électriques et les masses magnétiques, il existe des différences essentielles.

Tandis que les masses magnétiques conservent des positions fixes dans les corps aimantés, les masses électriques peuvent se mouvoir librement à la surface et dans l'intérieur des corps dits *conducteurs*.

La théorie de l'électricité statique doit tenir compte de cette mobilité ; elle est, pour ce motif, absolument différente de la théorie du magnétisme.

Avant d'aborder l'étude des conducteurs électrisés, il est utile de compléter l'étude des actions électrostatiques, en démontrant quelques théorèmes qui existent aussi, mais moins utilement, pour les actions magnétiques.

**47. Maximum et minimum du potentiel.** — L'action d'une masse électrique  $m$ , placée au point  $P$  d'un champ électrique, devient prédominante dans l'extrême voisinage de ce point, en sorte que la force électrique à la surface d'une sphère de petit rayon ayant son centre en  $P$  se réduit sensiblement à sa composante provenant de la masse  $m$ . La surface de cette petite sphère peut, par conséquent, être considérée comme une surface de niveau, à la sortie de laquelle le potentiel croît ou décroît dans tous les sens, suivant que la masse  $m$  est positive ou négative. On voit ainsi que le potentiel passe par un *minimum* ou par un *maximum* sur chacune des masses agissantes.

Réciproquement, si le potentiel devient maximum ou minimum en un point  $P$ , il y a nécessairement de l'électricité en ce point. En effet, le potentiel étant décroissant en tous sens, ou croissant en tous sens, autour de ce point, la surface de niveau passant par un point très voisin est une surface fermée ; les lignes de force correspondant aux divers points de cette surface sont toutes entrantes ou toutes sortantes, en sorte que le flux de force a une valeur différente de zéro ; il existe donc une masse électrique au point  $P$ .

48. Origine et extrémité d'une ligne de force. — Une ligne de force finie ne peut avoir pour origine ou pour extrémité qu'un point où la surface de niveau devient une sphère de rayon nul. En d'autres termes, *une ligne de force naît sur une masse électrique et meurt sur une autre.*

Une masse électrique  $m$ , si elle pouvait constituer à elle seule le champ électrique, donnerait pour surfaces de niveau des sphères concentriques à rayons croissant indéfiniment; les lignes de force, rayons de ces circonférences, seraient des demi-droites indéfinies. D'après les idées de Faraday il n'en serait jamais ainsi dans la nature; un champ électrique contiendrait toujours plusieurs masses possédant des signes différents, et une ligne de force aurait toujours une origine et une extrémité à distances finies.

En attribuant à une ligne de force la direction de la force électrique dont elle est l'enveloppe, on détermine le sens de son parcours en le faisant correspondre à la décroissance du potentiel. Il en résulte qu'*une masse positive est une origine de lignes de force, tandis qu'une masse négative est une extrémité de lignes de force.*

49. Surfaces fermées à potentiel constant. — Lorsqu'une surface fermée est à potentiel constant, il y a deux cas à distinguer, suivant qu'elle contient des masses agissantes ou qu'elle n'en contient pas.

Dans le premier cas, c'est une surface de niveau proprement dite, normale à des lignes de force qui partent des masses positives intérieures ou viennent aboutir aux masses négatives intérieures.

Dans le second cas, aucune ligne de force ne peut exister à l'intérieur de la surface, car, pour en sortir, il faudrait qu'elle coupât la surface en deux points au moins donnant la même valeur du potentiel sur une même ligne de force, ce qui exigerait que le potentiel passât par un maximum ou par un minimum dans l'intervalle. Le potentiel est donc constant à l'intérieur de la surface; celle-ci, renferme, pour ainsi dire, un *volume de niveau*. Si cette surface ne porte aucune masse électrique, aucune

ligne de force ne peut commencer ou finir sur elle ; le potentiel reste donc constant à l'extérieur dans son voisinage ; on peut tracer autour d'elle une nouvelle surface à potentiel constant, à laquelle les mêmes raisonnements s'appliquent, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on rencontre des masses agissantes.

**50. Equilibre électrique d'un conducteur.** — Considérons un conducteur isolé, placé dans un champ électrique quelconque. Chargeons-le d'électricité et supposons qu'il soit en équilibre.

Si la force électrique en un point intérieur quelconque n'était pas nulle, il est clair qu'une masse  $m$  d'électricité placée en ce point ne resterait pas en repos. Par conséquent *la force électrique est nulle pour tout point intérieur d'un conducteur en équilibre.*

Il en résulte que le potentiel  $V$  est constant à l'intérieur du conducteur et sur la surface elle-même ; on voit ainsi que *la surface d'un conducteur en équilibre est une surface de niveau.*

Puisque le potentiel est constant, ses dérivées secondes sont partout nulles à l'intérieur du conducteur ; on a donc, pour chaque point intérieur

$$\Delta V = 0,$$

ce qui dénote l'absence de toute masse électrique en ce point. Il en résulte que *toute l'électricité se trouve localisée sur la surface du conducteur.*

La charge électrique d'un conducteur est comprise entre la surface extérieure de ce corps et une surface enveloppante très voisine. On peut assimiler cette charge à une couche continue d'épaisseur variable. Soit  $\epsilon$  l'épaisseur correspondant à l'élément de surface  $dS$  et  $\rho$  la densité électrique du volume  $\epsilon dS$  ; la masse électrique comprise dans ce volume élémentaire sera  $\rho \epsilon dS$  ; en posant

$$\rho \epsilon = \sigma,$$

nous obtiendrons ce qu'on appelle la *densité superficielle* correspondante.

La charge totale du conducteur est

$$M = \int \sigma dS,$$

l'intégration étant supposée faite pour toute la surface ; la valeur correspondante du potentiel  $V$  pour un point extérieur quelconque est

$$V = \int \frac{\sigma}{r} dS.$$

**51. Force électrique près de la surface.** — Il est intéressant de déterminer la valeur de la force électrique en un point extérieur infiniment voisin de la surface du conducteur. Soit (fig. 48)  $dS$  l'élément de surface correspondant à ce point  $P$ ; prenons le périmètre de cet élément pour base d'un tube de force que nous limiterons extérieurement par la surface de niveau  $\Sigma$  passant par  $P$ ; prolongeons ce tube à l'intérieur du conducteur en le limitant par une surface arbitraire  $\Omega$  infiniment voisine de celle du conducteur. Le flux de force correspondant à ce tube fermé se réduit à  $Fd\Sigma$ ,  $F$  désignant la force électrique en  $P$ ; sa valeur est d'ailleurs  $4\pi\sigma dS$ , d'après le théorème de Green; par conséquent

$$Fd\Sigma = 4\pi\sigma dS$$

et, comme on a sensiblement  $d\Sigma = dS$ , cette formule se réduit à

$$F = 4\pi\sigma.$$

De là ce théorème dû à Coulomb : *La force électrique en un point extérieur infiniment voisin de la couche électrique superficielle d'un conducteur en équilibre s'obtient en multipliant par  $4\pi$  la densité superficielle de la couche électrique au droit de ce point.*

**52. Pression électrostatique.** — La force électrique  $F$  est la résultante de deux autres, provenant, la première, de l'électricité répandue sur l'élément  $dS$  et, la seconde, de l'électricité répandue sur le reste de la surface du conducteur ainsi que des autres masses contenues dans le champ; désignons ces deux composantes par  $F_1$  et  $F_2$ , nous aurons

$$F_1 + F_2 = 4\pi\sigma.$$

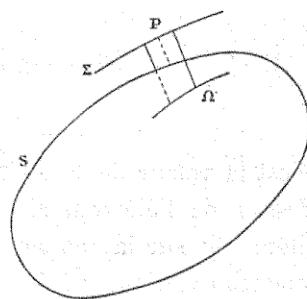


Fig. 48.

Pour un point  $P'$  symétrique de  $P$  relativement à l'élément  $dS$ , la force électrique totale est nulle ; or elle se compose d'une force provenant de l'élément  $dS$ , laquelle est égale à  $F_1$  avec un signe contraire, et d'une force provenant du reste des masses électriques, laquelle est égale à  $F_2$ , sans changement de signe ; nous avons donc

$$F_2 - F_1 = 0.$$

Il résulte de ces deux relations que

$$F_2 = 2\pi\sigma;$$

c'est la valeur de l'action exercée sur l'unité de masse placée au centre de l'élément  $dS$  par toutes les masses extérieures à cet élément ; sur la masse  $\sigma dS$  portée par cet élément, l'action des masses extérieures est

$$2\pi\sigma^2 dS.$$

Cette action est toujours dirigée suivant la normale extérieure au conducteur, quel que soit le signe de  $\sigma$ . Sa valeur par unité de surface est  $2\pi\sigma^2$  ; on lui donne le nom de pression électrostatique. En résumé, *la pression électrostatique par unité de surface en un point quelconque de la surface du conducteur s'obtient en multipliant par  $2\pi$  le carré de la densité de la couche électrique correspondante.*

**53. Application à un conducteur sphérique.** — L'équilibre électrique d'un conducteur sphérique isolé et non soumis à l'influence d'un champ électrique s'établit évidemment avec une densité superficielle constante. Si l'on désigne par  $M$  la charge totale, la valeur constante du potentiel intérieur s'évalue en considérant le centre de la sphère ; on trouve ainsi

$$V_0 = \frac{M}{R},$$

$R$  désignant le rayon de la sphère. La densité superficielle a pour valeur

$$\sigma = \frac{M}{4\pi R^2}.$$

La valeur  $F$  de la force électrique en un point extérieur  $P$ ,

dont la distance au centre de la sphère est  $r$ , s'obtient en appliquant le théorème de Green à une surface sphérique concentrique au conducteur et passant par P ; cette valeur est

$$F = \frac{M}{r^2},$$

comme si toutes les masses électriques étaient réunies au centre de la sphère. Le potentiel au même point a pour valeur

$$V = \frac{M}{r}.$$

La pression électrostatique par unité de surface est

$$2\pi r^2 = \frac{M^2}{8\pi R^4};$$

elle est, par conséquent, proportionnelle au carré de la charge.

Pour une sphère d'un centimètre de rayon, ayant une charge électrique d'une unité CGS par centimètre carré de surface, la pression électrostatique par centimètre carré de surface serait égale à  $2\pi$  dynes, soit environ 6,44 milligrammes.

**54. Electrisation par influence.** — Lorsqu'un corps est placé dans le voisinage d'un conducteur électrisé, il s'électrise lui-même par influence. Le phénomène est surtout sensible lorsqu'il s'agit d'un corps conducteur. Si le corps influencé est primitivement à l'état neutre, les quantités d'électricité positive et d'électricité négative qui deviennent actives sont égales en valeur absolue, en sorte que la charge totale est nulle.

Lorsqu'un corps électrisé présente une cavité dans laquelle on n'introduit aucune masse électrique, le potentiel reste constant à l'intérieur de cette cavité comme à l'intérieur du conducteur.

Mais si la cavité (fig. 49) contient diverses masses électriques,  $m$ ,  $m'$ , ..., sa surface  $S'$  se chargera, par influence, d'une couche d'électricité libre et l'équilibre s'établira. Considérons une surface fermée

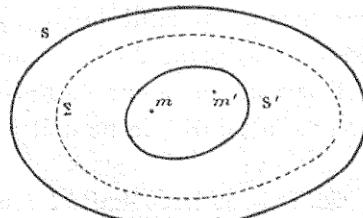


Fig. 49.

$\Sigma$ , comprise entre la surface  $S$  du conducteur et la surface  $S'$  de la cavité ; le flux de force total relatif à  $\Sigma$  est nul, puisqu'il n'y a pas de forces électriques dans la substance conductrice ; le théorème de Green donne, par conséquent,

$$M + m + m' + \dots = 0,$$

$M$  désignant la charge totale de  $S'$ . On voit ainsi que *la charge totale de la surface de la cavité est égale et de signe contraire à la somme algébrique des masses que cette cavité renferme*. Aucune ligne de force ne traverse la surface  $S'$  ; le système des masses inductrices  $m, m', \dots$  et de la masse induite  $M$  est sans action à l'extérieur. Si le conducteur était primitivement à l'état neutre, sa charge totale devait rester nulle, il prendrait sur sa surface extérieure  $S$  une charge

$$-M = m + m' + \dots$$

égale à la somme algébrique des masses inductrices.

**55. Théorème de Poisson.** — Poisson a énoncé le théorème suivant : *Un système quelconque de masses électriques exerce à l'extérieur d'une surface fermée enveloppante quelconque la même action qu'une charge totale égale à la somme algébrique de ces masses et répartie sur la surface suivant une certaine loi*.

Supposons, en effet, que cette surface devienne celle d'une cavité pratiquée dans un conducteur ; elle prendra, par influence une charge d'électricité égale et de signe contraire à la somme algébrique des masses données, et l'action de cette charge à l'extérieur de la surface sera égale et directement opposée à celle de ces masses. Il suffit de changer le signe de la densité électrique en chaque point de la surface pour obtenir la distribution qui satisfait au théorème de Poisson. Remarquons, d'ailleurs, que la couche ainsi définie ne doit pas être en équilibre spontané.

**56. Tube de force limité à deux conducteurs.** — Considérant deux conducteurs en équilibre, prenons un élément superficiel  $dS$  de l'un d'eux pour base d'un tube de force qui vient aboutir à un élément superficiel  $dS'$  de l'autre. Ce tube de force est normal

aux deux éléments  $dS$  et  $dS'$ , puisque les surfaces  $S$  et  $S'$  sont des surfaces de niveau; fermons-le par deux surfaces arbitraires passant par les périmètres des éléments  $dS$  et  $dS'$  et intérieures aux conducteurs correspondants. Le flux de force total relatif à ce tube fermé sera identiquement nul; la somme algébrique  $\sigma dS + \sigma' dS'$  des masses intérieures doit donc être nulle, d'après le théorème de Green. Par conséquent *les deux éléments superficiels correspondants qu'un tube de force découpe sur deux conducteurs ont des charges électriques égales et de signe contraire.*

**57. Problème général de l'équilibre.** — Le problème général de l'équilibre se pose dans les termes suivants :

*Etant donnés un système de conducteurs ainsi que les charges électriques de chacun d'eux, trouver quelle doit être la distribution à la surface de chacun de ces conducteurs pour que l'équilibre se produise.*

Comme on peut assimiler une masse électrique concentrée sur un point à une couche électrique répandue sur une sphère d'un rayon infiniment petit, l'énoncé précédent n'exclut pas des données du problème les masses isolées; mais l'étude de la distribution n'est à faire que sur les conducteurs de dimensions finies.

En supposant que cet équilibre soit réalisé, le potentiel  $V$  pour un point quelconque de l'espace satisfara nécessairement aux conditions suivantes :

1° Sur la surface  $S$  de chaque conducteur, on doit avoir

$$-\int \frac{dV}{dn} dS = 4\pi \int \sigma dS = 4\pi M,$$

$n$  désignant la normale extérieure à l'élément  $dS$  et  $M$  la charge totale du conducteur;

2° A l'intérieur de chaque conducteur et dans toute l'étendue du milieu interposé entre les conducteurs on doit avoir

$$\Delta V = 0,$$

condition nécessaire et suffisante, d'après l'équation de Laplace, pour qu'il n'y ait pas d'électricité libre au point considéré;

3° A la surface de chaque conducteur et dans tout l'intérieur on doit avoir  $V = \text{constante}$ , condition nécessaire et suffisante pour que la surface du conducteur soit une surface de niveau et pour que la force électrique soit partout nulle à l'intérieur.

Si l'on parvenait à déterminer la fonction  $V$  d'après ces conditions (problème analytique qui présente, en général, les plus grandes difficultés), on pourrait connaître la densité électrique  $\sigma$  en chaque point de la surface de chacun des conducteurs par la formule

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial V}{\partial n}.$$

Il est facile de démontrer que le problème est complètement déterminé, c'est-à-dire qu'il n'existe qu'un seul état d'équilibre.

Remarquons d'abord que pour deux états d'équilibre distincts, chaque conducteur prendrait deux potentiels intérieurs constants ; la superposition des charges électriques correspondant à ces deux états produirait un potentiel intérieur égal à la somme des deux potentiels dont il s'agit et, par conséquent, constant. On voit ainsi que *la superposition de deux états d'équilibre donne un nouvel état d'équilibre*. On peut multiplier par un facteur constant la densité électrique en chaque point sans troubler l'équilibre, car on pourrait obtenir le résultat de cette opération en superposant plusieurs états d'équilibre.

Remarquons encore que *si les charges de plusieurs conducteurs en présence sont nulles séparément, tous ces conducteurs sont à l'état neutre*. Considérons, en effet, celui de ces conducteurs qui posséderait le potentiel le plus élevé ; ce potentiel décroîtrait extérieurement dans tous les sens à partir de ce conducteur, en sorte que toutes les lignes de force seront émergentes ; la somme des flux de force relative à une surface enveloppante très voisine de celle du conducteur est nulle, en vertu du théorème de Green, puisque la charge du conducteur est nulle par hypothèse ; tous les éléments de cette somme, étant de même signe, sont nuls séparément, donc la densité électrique est nulle en chaque point de la

surface. Supprimant par la pensée ce conducteur à l'état neutre, qui ne peut exercer aucune action sur ceux qui l'entourent, nous démontrerons de la même manière la neutralité d'un des conducteurs restants, et ainsi de suite.

Cela posé, considérons deux états d'équilibre distincts. Soient  $\sigma$  et  $\sigma'$  les densités électriques correspondant à ces deux états pour un élément de surface  $dS$  de l'un quelconque des conducteurs. Nous pouvons obtenir un nouvel état d'équilibre en changeant le signe de toutes les densités  $\sigma'$ ; en superposant cet état au premier nous aurons encore un état d'équilibre, caractérisé par les densités  $\sigma - \sigma'$ . Si les deux états d'équilibre  $\sigma$  et  $\sigma'$  correspondaient à un même système de charges électriques des conducteurs, l'équilibre  $\sigma - \sigma'$  correspondrait à des charges totales toutes nulles séparément; tous les conducteurs seraient, par conséquent, à l'état neutre et l'on aurait  $\sigma = \sigma'$ ; les deux états d'équilibre  $\sigma$  et  $\sigma'$  ne pourraient donc pas être distincts, ce qu'il fallait démontrer.

Désignons par  $A_1, A_2, \dots, A_n$  les conducteurs en présence, par  $M_1, M_2, \dots, M_n$  leurs charges respectives, et par  $V_1, V_2, \dots, V_n$  leurs potentiels respectifs lorsque l'équilibre est établi.

Si tous les conducteurs étaient isolés et à l'état neutre, sauf le conducteur  $A_m$  auquel on donnerait une charge égale à l'unité, l'équilibre s'établirait avec les potentiels particuliers

$$a_{1,m}, a_{2,m}, \dots, a_{n,m};$$

en remplaçant l'unité de charge par  $M_m$  sur le conducteur  $A_m$ , on aurait un nouvel état d'équilibre avec les potentiels

$$a_{1,m} M_m, a_{2,m} M_m, \dots, a_{n,m} M_m.$$

Appliquons ce raisonnement à chacun des conducteurs donnés, c'est-à-dire faisons varier l'indice  $m$  depuis 1 jusqu'à  $n$ ; nous obtiendrons  $n$  états d'équilibre distincts dont la superposition produira l'état d'équilibre des conducteurs  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , portant respectivement les charges données  $M_1, M_2, \dots, M_n$ . Le potentiel  $V_m$  du conducteur quelconque  $A_m$  a donc pour valeur

$$V_m = a_{m,1} M_1 + a_{m,2} M_2 + \dots + a_{m,n} M_n;$$

de là ce théorème : *Lorsqu'un système de conducteurs est en équi-*

*libre, le potentiel de chacun d'eux est une fonction linéaire des charges de ces conducteurs.*

Le globe terrestre est considéré comme un conducteur dont le potentiel est toujours nul. En mettant en communication avec le sol un conducteur placé dans un champ électrique quelconque, on oblige le potentiel de ce conducteur à rester nul.

Supposons que l'on mette en présence les uns des autres plusieurs conducteurs communiquant tous avec le sol, à l'exception d'un seul auquel on donne une charge quelconque. Lorsque l'équilibre est établi, le potentiel du conducteur isolé prend une valeur déterminée  $V$ , tous les autres conducteurs ayant un potentiel nul. A l'extérieur du conducteur isolé, dont la surface est une surface de niveau renfermant toutes les masses agissantes, le potentiel total prend en chaque point une valeur comprise entre  $V$  et zéro. Si, pour fixer les idées, la charge du conducteur isolé est positive, la valeur du potentiel à l'extérieur reste toujours positive, et, par conséquent, supérieure à la valeur nulle du potentiel intérieur de chacun des conducteurs communiquant avec le sol; il en résulte qu'une ligne de force (marchant, par définition, dans le sens de la décroissance du potentiel) peut bien finir, mais non commencer sur un de ces conducteurs; en d'autres termes chacun de ces conducteurs ne peut être chargé que d'électricité négative. Un tube de force émanant de l'élément quelconque  $dS$  de la surface du conducteur isolé vient aboutir soit au sol, soit à un des conducteurs communiquant avec lui. Par conséquent : *Chacun des conducteurs communiquant avec le sol est chargé d'électricité contraire à celle du conducteur isolé, et sa charge n'est qu'une fraction de la charge de ce dernier (n° 56).*

**58. Capacité d'un conducteur.** — Le potentiel d'un conducteur possédant une charge donnée, c'est-à-dire la valeur constante du potentiel sur la surface et à l'intérieur, dépend du champ électrique dans lequel le conducteur est placé. Réciproquement la charge qu'il faut donner à ce conducteur pour faire acquérir à son potentiel une valeur déterminée dépend du champ électrique ambiant.

Si le conducteur dont il s'agit est en présence de plusieurs autres, communiquant ou non avec le sol, la charge correspon-

dant à un potentiel donné dépend non seulement de la forme du conducteur considéré, mais encore aussi des formes et des positions de tous les autres.

On appelle *capacité* du conducteur *la charge nécessaire pour rendre son potentiel égal à l'unité lorsque tous les conducteurs qui l'entourent sont maintenus au potentiel zéro.*

Désignons cette capacité par  $C$ ; la charge nécessaire pour porter le conducteur au potentiel  $V$  aura pour valeur

$$M = CV,$$

car il suffit, pour l'obtenir, de multiplier par  $V$  la densité superficielle en chaque point, ce qui n'altère pas l'équilibre.

La capacité d'un conducteur ne dépend que de sa forme lorsqu'il est suffisamment éloigné de tout autre conducteur pour qu'il n'y ait pas d'induction mutuelle à considérer. Pour une sphère, dont le potentiel correspondant à une charge  $M$  est  $V = \frac{M}{R}$ , la capacité devient égale au rayon  $R$ , c'est-à-dire que la charge nécessaire pour rendre son potentiel égal à l'unité contient autant d'unités C G S de masse électrique qu'il y a de centimètres dans le rayon de cette sphère. La capacité du globe terrestre est égale, en unités C G S, à  $\frac{2 \cdot 10^9}{\pi}$ , soit environ 637,200,000.

**59. Energie des conducteurs électrisés.** — Considérons un conducteur isolé et soustrait à l'influence de tout autre corps électrisé; nous aurons entre sa charge  $M$ , sa capacité  $C$  et son potentiel  $V$ , la relation

$$M = CV.$$

Si l'on mettait ce conducteur en communication avec le sol, il reviendrait à l'état neutre et sa décharge produirait un travail positif; réciproquement l'électrisation de ce conducteur a exigé une dépense égale de travail, qui s'est emmagasinée dans la charge à l'état d'énergie potentielle.

Pour augmenter la charge de  $dM$ , il faudrait transporter de l'infini sur le conducteur cette quantité  $dM$  d'électricité, ce qui exigerait le travail

$$dW = VdM = \frac{M}{C} dM.$$

Intégrons les deux membres depuis zéro jusqu'à  $M$ , nous aurons, pour valeur de l'énergie potentielle  $W$  correspondant à la charge  $M$ ,

$$W = \frac{M^2}{2G} = \frac{MV}{2};$$

par conséquent : *L'énergie d'un conducteur isolé et soustrait à toute influence électrique est égale à la moitié du produit de sa charge par son potentiel.*

On peut généraliser ce théorème en considérant un système de conducteurs en équilibre  $A_1, A_2, \dots$ , portant respectivement les charges  $M_1, M_2, \dots$ , avec les potentiels  $V_1, V_2, \dots$ .

Désignons par  $M$  la somme des charges  $M_1, M_2, \dots$ . Si l'on produisait un nouvel état d'équilibre avec les charges  $M_1 + dM_1, M_2 + dM_2, \dots$ , ayant une somme égale à  $M + dM$  et correspondant aux potentiels  $V_1 + dV_1, V_2 + dV_2, \dots$ , on aurait

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M_1 + dM_1}{M_1} = \frac{M_2 + dM_2}{M_2} = \dots = \frac{M + dM}{M} \\ \frac{V_1 + dV_1}{V_1} = \frac{V_2 + dV_2}{V_2} = \dots = \frac{M + dM}{M}, \end{array} \right.$$

d'où

$$\left\{ \begin{array}{l} dM_1 = \frac{M_1}{M} dM, \quad dM_2 = \frac{M_2}{M} dM, \dots \\ dV_1 = \frac{V_1}{M} dM, \quad dV_2 = \frac{V_2}{M} dM, \dots \end{array} \right.$$

On en déduit

$$dV_1 = \frac{V_1}{M_1} dM_1, \quad dV_2 = \frac{V_2}{M_2} dM_2, \dots$$

Pour substituer le nouvel état d'équilibre au premier, il faudrait amener respectivement de l'infini sur chacun des conducteurs, supposé isolé et soustrait à toute influence, les charges additionnelles  $dM_1, dM_2, \dots$ , ce qui exigerait la dépense de travail

$$dW = V_1 dM_1 + V_2 dM_2 + \dots,$$

ou, d'après les formules précédentes,

$$dW = M_1 dV_1 + M_2 dV_2 + \dots$$

En prenant la moyenne de ces deux valeurs on trouve

$$dW = \frac{1}{2} d [M_1 V_1 + M_2 V_2 + \dots]$$

Intégrons en faisant passer toutes les charges de zéro à leurs valeurs  $M_1, M_2, \dots$ , nous aurons :

$$W = \frac{1}{2} [M_1 V_1 + M_2 V_2 + \dots]$$

Par conséquent : *L'énergie totale d'un système de conducteurs en équilibre est égale à la demi-somme des produits obtenus en multipliant chaque masse par le potentiel correspondant.*

Ce théorème aurait pu être énoncé immédiatement, en le considérant comme un corollaire de celui que nous avons démontré plus haut (n° 44) relativement à l'énergie potentielle d'un système quelconque de masses magnétiques ou électriques.

Les conducteurs électrisés seulement par influence, ayant chacun une charge totale nulle, donnent des produits nuls ; les conducteurs communiquant avec le sol, ayant chacun un potentiel nul, donnent également des produits nuls. Ces conducteurs influent néanmoins par leur présence en agissant sur les capacités électriques et, par conséquent, sur les potentiels des autres conducteurs.

**60. Condensateurs.** — On appelle *condensateur* un appareil composé de deux conducteurs fermés, séparés par un milieu non conducteur ou *diélectrique* de faible épaisseur. L'un d'eux, le *collecteur* (fig. 20), est mis en communication avec une source électrique tandis que l'autre, le *condenseur*, est mis en communication avec le sol.

Pour exposer la théorie de cet appareil, nous supposerons cons-

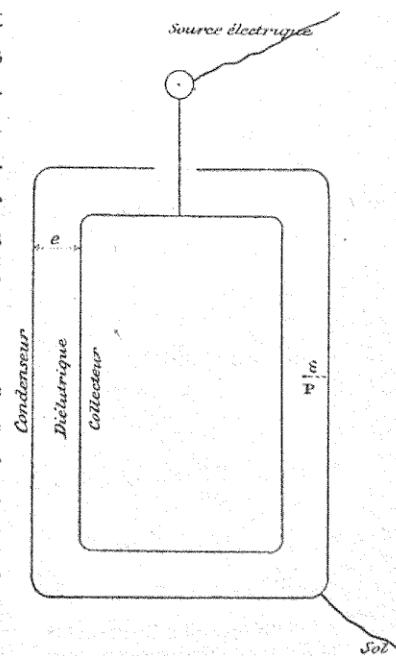


Fig. 20.

tante l'épaisseur  $e$  du diélectrique. La source électrique, mise temporairement en œuvre, a communiqué au collecteur une charge  $M$  répartie sur sa surface extérieure, en le portant au potentiel  $V$ . Une charge  $-M$  (égale et de signe contraire) a été induite par le collecteur sur la surface interne du condenseur ; la charge  $M$  induite sur la surface extérieure s'est dégagée dans le sol, à cause de la communication métallique, et le potentiel du condenseur se trouve maintenu à zéro.

Désignons par  $C$  la capacité électrique du collecteur<sup>1</sup> ; nous aurons

$$C = \frac{M}{V}.$$

Remarquons maintenant que la surface extérieure du collecteur et la surface interne du condenseur, supposées sensiblement parallèles, sont deux surfaces de niveau très voisines, ayant respectivement les potentiels  $V$  et zéro. Pour un point  $P$  du diélectrique, pris à la distance  $\varepsilon$  de la surface interne du condenseur, la valeur du potentiel est sensiblement

$$V \left(1 - \frac{\varepsilon}{e}\right).$$

La variation du potentiel, lorsque l'on passe du condenseur au point  $P$ , est, par conséquent, en remarquant que  $\varepsilon$  est un élément  $dn$  de la normale en  $A$

$$dV = -\frac{\varepsilon}{e} V = -\frac{1}{e} V dn,$$

d'où l'on déduit

$$-\frac{dV}{dn} = \frac{V}{e}$$

Or  $-\frac{dV}{dn}$  est la force électrique  $F$  au point  $P$  ; donc

$$F = \frac{V}{e}$$

<sup>1</sup> Cette capacité du collecteur, en présence du condenseur communiquant avec le sol, est toujours supérieure à la capacité  $C'$  de ce condenseur supposé infiniment éloigné de tout autre conducteur. On a donné le nom de *force condensante* au rapport  $\frac{C'}{C}$ .

Nous savons, d'autre part, qu'en désignant par  $\sigma$  la densité superficielle du condenseur au droit du point P, on a

$$F = 4\pi\sigma;$$

par conséquent

$$V = 4\pi\sigma e.$$

Cette formule montre que la densité  $\sigma$  est constante sur toute la surface interne du condenseur; en désignant par S cette surface, nous voyons que la charge totale M du collecteur a pour valeur

$$M = S\sigma.$$

La valeur de la capacité électrique C du collecteur devient, par suite,

$$C = \frac{M}{V} = \frac{S}{4\pi e};$$

elle est proportionnelle à la surface de l'appareil et inversement proportionnelle à l'épaisseur du diélectrique.

Quant à l'énergie potentielle W du condensateur, elle se réduit à celle du collecteur, puisque le condenseur communique avec le sol; on a donc

$$W = \frac{1}{2} MV = \frac{1}{2} M^2 \frac{V}{M} = \frac{M^2}{2C} = 2\pi \frac{M^2 e}{S}$$

Par conséquent : *L'énergie potentielle d'un condensateur est proportionnelle au carré de sa charge, proportionnelle à sa surface et inversement proportionnelle à l'épaisseur du diélectrique.*

Cette énergie potentielle se dépense dans une décharge brusque, accompagnée d'une forte étincelle, si l'on fait communiquer les deux armatures (condenseur et collecteur) au moyen d'un arc métallique qu'on appelle un *excitateur*.

**61. Batteries électriques.**— Avec n condensateurs, ordinairement tous identiques (soit, par exemple, des bouteilles de Leyde), on peut former une *batterie électrique*, en les attelant soit *en surface* soit *en cascade*.

Dans la batterie en surface, on fait communiquer entre elles toutes

les armatures intérieures (collecteurs) et l'on met toutes les armatures extérieures (condenseurs) en communication avec le sol. Chaque bouteille de Leyde constituant un conducteur fermé qui contient à l'intérieur seulement des masses électriques et reste sans action à l'extérieur, aucune influence ne s'exerce entre les éléments de la batterie. Une source extérieure, temporairement mise en œuvre, communique à chacune des armatures intérieures une charge  $M$  en la portant au potentiel  $V$ . En désignant par

$$C = \frac{M}{V}$$

la capacité de chaque bouteille de Leyde, la capacité totale de la batterie en surface est exprimée par le produit

$$nC = \frac{nM}{V}.$$

Par conséquent : *La capacité totale d'une batterie en surface est proportionnelle au nombre des condensateurs qui la composent.* L'énergie potentielle correspondante est

$$W = \frac{n}{2} MV = \frac{1}{2} QV,$$

en désignant par  $Q = nM$  la charge totale.

Dans la batterie en cascade, l'armature extérieure de la première bouteille communique avec l'armature intérieure de la seconde, l'armature extérieure de celle-ci avec l'armature intérieure de la troisième, et ainsi de suite. L'armature extérieure de la dernière bouteille communique avec le sol. Mettons temporairement l'armature intérieure de la première bouteille en communication avec une source d'électricité qui lui donnera la charge  $M$  et la portera au potentiel  $V$ .

L'armature extérieure de la première bouteille et l'armature intérieure de la seconde, constituent, avec le fil conducteur de capacité négligeable qui les unit, un conducteur isolé qui s'électrise par influence ; comme la partie formée par la première armature extérieure a reçu par induction la charge  $-M$ , la partie formée par la seconde armature intérieure prend la charge  $+M$  ;

toutes les deux sont portées au potentiel  $V'$ . Un raisonnement analogue à celui que nous avons fait au sujet d'un condensateur unique (n° 60) nous conduirait à la formule

$$M = \frac{(V - V') S}{4\pi e};$$

on trouverait de même pour les bouteilles suivantes

$$M = \frac{(V' - V'') S}{4\pi e}$$

$$M = \frac{(V'' - V''') S}{4\pi e}$$

• • • • •

et, pour la dernière bouteille, dont l'armature extérieure communique avec le sol,

$$M = \frac{V_n S}{4\pi e},$$

$V_n$  désignant le potentiel de l'armature intérieure. En faisant la somme de toutes ces équations, on trouve

$$nM = \frac{VS}{4\pi e},$$

en sorte que la capacité  $C'$  de la batterie en cascade a pour valeur

$$C' = \frac{M}{V} = \frac{1}{n} \frac{S}{4\pi e} = \frac{C}{n};$$

par conséquent : *La capacité d'une batterie en cascade est inversement proportionnelle au nombre des condensateurs qui la composent.* Dans ce cas la charge totale  $Q$  se réduit à la charge  $M$  de l'armature intérieure de la première bouteille ; chaque système d'armatures extérieure et intérieure communiquant constitue un conducteur électrisé par influence dont il n'y a pas à tenir compte pour calculer l'énergie potentielle  $W'$  du système ; il n'y a pas à tenir compte non plus de l'armature extérieure de la dernière bouteille, puisqu'elle communique avec le sol ; on a donc simplement

$$W' = \frac{1}{2} MV = \frac{1}{2} QV.$$

En rapprochant les valeurs  $W$  et  $W'$  des énergies potentielles correspondant aux deux modes d'attelage, nous trouvons :

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \frac{nCV^2}{2} = \frac{Q^2}{2nC} \\ W' = \frac{CV^2}{2n} = \frac{nQ^2}{2C} \end{array} \right.$$

Si l'on dispose d'une source électrique rendant constant le potentiel  $V$ , la formule

$$\frac{W}{W'} = n^2$$

montre que l'attelage en surface est le plus avantageux.

Si l'on dispose d'une source électrique ne pouvant donner qu'une quantité constante d'électricité  $Q$  pour charger les batteries, la formule

$$\frac{W}{W'} = \frac{1}{n^2}$$

montre qu'il faut préférer l'attelage en cascade.

**62. Unités électrostatiques.** — L'unité de *masse électrique*, d'après la formule de Coulomb, qui donne, en faisant  $m' = -m$ ,

$$m = r \sqrt{\varphi}$$

est représentée par le symbole  $[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$ . A l'unité CGS (masse électrique qui, agissant sur une masse égale et de même signe à la distance d'un centimètre, la repousserait avec la force d'une dyne), on substitue dans la pratique une unité de masse  $3, 10^9$  fois plus grande, appelée *coulomb*.

La *force électrique du champ* en un point se mesure en divisant une masse électrique par le carré d'une distance ; son unité a pour symbole  $[L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$ .

Le *potentiel électrique du champ* en un point se mesure en divisant une masse électrique par une distance ; le symbole de son unité est donc  $[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$ . A l'unité CGS on substitue dans la pratique une unité de potentiel plus petite, appelée *volt*, qui est contenue  $3 \times 10^2 = 300$  fois dans l'unité CGS.

La *capacité électrique* d'un condensateur se mesure en divisant une masse électrique par un potentiel ; son unité symbolique est  $[L]$ , comme pour une simple longueur. Son unité CGS est la capa-

cité d'un condensateur qu'une charge égale à l'unité CGS de masse électrique porterait à l'unité CGS de potentiel. Si l'on remplace respectivement les unités CGS de masse électrique et de potentiel par les unités pratiques coulomb et volt, l'unité correspondante de capacité électrique devient  $3 \cdot 10^9 \times 3 \cdot 10^2 = 3^2 \cdot 10^{11}$  fois plus grande que l'unité CGS ; on lui donne le nom de *farad*. L'unité généralement adoptée dans la pratique est le *millionième de farad* ou *microfarad*, valant  $9 \cdot 10^5$  unités CGS.

L'énergie d'un condensateur se mesure en multipliant une masse électrique par un potentiel ; le symbole de son unité est  $[L^2 M T^{-2}]$ , comme pour l'unité de travail mécanique. Si l'on remplace les unités CGS de masse électrique et de potentiel par les unités pratiques coulomb et volt, l'unité d'énergie potentielle devient  $10^7$  fois plus grande que l'erg, unité CGS de travail ; cette unité pratique volt-coulomb a reçu le nom de *joule*.

**63. Les diélectriques.** — En établissant la théorie du condensateur (n° 60), nous avons raisonné comme si le diélectrique interposé entre le collecteur et le condensateur était une couche d'air ; la capacité électrique est alors donnée par la formule

$$c = \frac{S}{4\pi e},$$

*S* désignant la surface interne du condensateur et *e* l'épaisseur du diélectrique.

Si, au lieu d'être une couche d'air, la lame isolante était du verre, de l'ébonite, etc., on trouverait pour le même condensateur une capacité différente *c'*. Le rapport  $\frac{c'}{c}$  est ce qu'on appelle le *pouvoir inducteur spécifique* de la substance (verre, ébonite, etc.) du diélectrique ; c'est le nombre par lequel il faut multiplier la capacité d'un condensateur à air pour obtenir celle du même condensateur dans lequel la couche d'air serait remplacée par une lame de même épaisseur de la substance considérée. Les valeurs de  $\frac{c'}{c}$  sont, par exemple : pour le verre, de 5,8 à 6,3 ; pour le soufre, de 3,8 ; pour l'ébonite, de 2,2 à 2,7.

Pour une même charge  $M$  répartie sur la surface extérieure du collecteur, on a, si le diélectrique est une lame d'air,

$$c = \frac{M}{V},$$

$V$  désignant le potentiel auquel le collecteur est porté. Lorsque le diélectrique est d'une substance autre que l'air, on a

$$c' = \frac{M}{V'},$$

$V'$  désignant le nouveau potentiel auquel le collecteur est porté. Ces deux formules donnent

$$V' = \frac{c}{c'} V = \frac{c}{c'} \sum \frac{M}{r}.$$

Il en résulte que la formule de Coulomb

$$\varphi = -\frac{mm'}{r^2}$$

devrait être remplacée par la formule

$$\varphi = -\frac{c}{c'} \frac{mm'}{r^2},$$

si le diélectrique interposé entre les masses  $m$  et  $m'$  était constitué par la substance considérée au lieu d'être le milieu atmosphérique. Cette observation met en relief une intervention particulière du diélectrique dans les actions électro-statiques.

L'expérience suivante, bien connue des physiciens, démontre que la charge d'un condensateur réside, au moins en partie, sur le diélectrique. On emploie un condensateur démontable dont le diélectrique est un gobelet de verre et dont les armatures sont deux gobelets de métal; après l'avoir chargé à la manière ordinaire, on enlève ses deux armatures, on les décharge en les faisant communiquer avec le sol, puis on les remet en place; on peut alors obtenir une étincelle de décharge presque aussi forte que si le condensateur était resté intact.

Faraday, et, après lui, Maxwell ont basé sur les observations précédentes une théorie qui place dans les diélectriques eux-mêmes le siège des phénomènes. Un milieu diélectrique prendrait, sous l'influence électrique, un état de polarisation analogue à celui qu'acquiert un morceau de fer doux sous l'influence d'un aimant.

## CHAPITRE IV

### LES COURANTS ÉLECTRIQUES

Electricité en mouvement. — Flux d'électricité — Loi d'Ohm pour les conducteurs linéaires. — Lois de Kirchhoff. — Circuits multiples. — Conducteur plan indéfini. — Electricité calculatrice. — Loi de Joule. — Unités CGS et unités pratiques. — Variation de la résistance avec la température. — Effets Peltier et Thomson.

64. Electricité en mouvement. — La notion de l'inertie ne s'étend pas aux masses électriques; les lois du mouvement des points matériels ne sont pas celles qui régissent le mouvement de l'électricité. La direction et la grandeur de la vitesse acquise à un instant quelconque par une molécule électrique ne paraît pas devoir influencer son mouvement ultérieur. On peut admettre que l'élément de chemin  $ds$ , parcouru pendant l'instant  $dt$  par une molécule électrique, est toujours dirigé suivant la force qui la sollicite et proportionnel à cette force; mais l'action mutuelle de deux molécules en mouvement n'est pas régie, comme au repos, par la loi de Coulomb. Diverses formules ont été proposées, notamment la suivante, due à Weber,

$$\varphi = -mm' \left( \frac{1}{r^2} + \frac{k}{r} \frac{d^2 \sqrt{r}}{dt^2} \right)$$

dans laquelle  $r$  représente la distance des deux molécules  $m$  et  $m'$ . Cette formule dérive d'un potentiel; en posant

$$\Pi = -\frac{mm'}{r} \left[ 1 - \frac{k}{4} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 \right],$$

on trouve, en effet,

$$\varphi = -\frac{d\Pi}{dr}.$$

Lorsque les molécules sont au repos,  $r$  devient constant,  $\frac{d^2\sqrt{r}}{dt^2}$  s'annule, en sorte que la formule de Weber s'identifie avec celle de Coulomb.

**65. Flux d'électricité.** — Les observations précédentes montrent qu'il est indispensable de recourir à l'hypothèse pour fonder la théorie des courants électriques.

Ohm a assimilé la propagation de l'électricité à celle de la chaleur, de manière que l'on puisse recourir au mode de raisonnement conçu par Fourier. Il existerait en chaque point d'un conducteur électrique une *tension*, analogue à la *température* qui caractérise la tendance du calorique à s'échapper de la molécule matérielle sur laquelle il est répandu. Dans le régime permanent, la tension est une fonction-de-point, dépendant seulement des coordonnées du point considéré. Si deux molécules  $m$  et  $m'$  possèdent des tensions inégales  $V$  et  $V'$  (soit  $V > V'$ ), la première transmet à la seconde, pendant l'unité de temps, une quantité d'électricité proportionnelle à la différence  $V - V'$  et à une fonction de la distance  $mm'$ ; cette dernière fonction est supposée rapidement décroissante, de façon que les plus petites distances  $mm'$  soient prédominantes. Cette hypothèse étant admise, on démontre, en recourant au mode de raisonnement de Fourier dans sa *Théorie de la chaleur*, que le flux d'électricité traversant pendant l'unité de temps un élément  $dS$  d'une *surface d'égale tension* (pour laquelle  $V$  est constant), est normal à cette surface et représenté par la formule

$$dQ = -c \frac{\partial V}{\partial n} dS,$$

$\frac{\partial V}{\partial n}$  désignant la dérivée de  $V$  suivant la normale  $n$  à la surface considérée, et  $c$  un paramètre de conductibilité dont la valeur numérique dépend de la nature du conducteur.

Si l'on regardait  $V$  comme un potentiel d'électricité,  $-\frac{\partial V}{\partial n}$  représenterait la composante normale à l'élément  $dS$  de la force électrique relative au centre de cet élément, et le produit  $-\frac{\partial V}{\partial n} dS$  représenterait le flux de force traversant  $dS$ . Partant de cette

observation, Kirchhoff a admis que la tension  $V$  ne diffère pas du potentiel d'un champ électrique.

De là la loi fondamentale suivante :

*Le flux d'électricité qui traverse pendant l'unité de temps un élément de surface quelconque est parallèle et proportionnel au flux de force correspondant.*

C'est l'énoncé en langage ordinaire de la formule

$$dQ = -c \frac{\partial V}{\partial n} dS.$$

D'après cette loi les flux d'électricité s'additionnent comme les flux de force ; la superposition de deux régimes permanents produit un régime permanent.

L'électricité ne pourrait pas s'accumuler dans un élément de volume quelconque  $dx dy dz$  sans modifier le potentiel au point  $x, y, z$ ; or, dans le régime permanent, ce potentiel reste invariable, la somme algébrique des flux correspondant aux six faces du prisme  $dx dy dz$  est donc identiquement nulle ; il en résulte que

$$\Delta V = 0,$$

et, comme, d'après la formule de Poisson,

$$\Delta V = -4\pi\rho.,$$

la densité électrique  $\rho$  au point  $(x, y, z)$  est nécessairement nulle. Il se trouve à chaque instant, dans l'élément de volume  $dx dy dz$  des quantités égales d'électricité positive et d'électricité négative ; ces deux électricités donnent des courants égaux et de sens contraires. Il en est autrement à la surface du conducteur sur laquelle sont répandues des masses électriques qui contribuent à la valeur du potentiel  $V$ .

**66. Loi d'Ohm pour les conducteurs linéaires.** — Considérons un fil conducteur homogène, droit ou courbe, à section constante ou variable, placé dans un milieu isolant et dont les deux extrémités sont maintenues à des potentiels inégaux  $V_1$  et  $V_2$ .

Comme aucune déperdition n'a lieu par la surface, chacun des deux courants positif et négatif est partout normal à la section

droite du fil; le plan de cette section est, par conséquent, une surface de niveau.

Supposons, pour fixer les idées,  $V_1 > V_2$  et posons

$$V_1 - V_2 = E;$$

on donne à cette différence des potentiels ou tensions extrêmes le nom de *force électromotrice*.

Soit  $V$  la valeur du potentiel pour une section droite  $\omega$  prise à la distance  $l$  de l'extrémité dont le potentiel est  $V_1$ , cette distance  $l$  étant évaluée suivant le développement du fil conducteur; la somme des valeurs absolues des deux flux égaux, positif et négatif, qui traversent normalement la section  $\omega$  est

$$I = -c \frac{dV}{dl} \omega;$$

on lui donne le nom d'*intensité du courant*.

Ecrivons cette équation sous la forme

$$I \frac{dl}{\omega} = -dV,$$

et intégrons depuis zéro jusqu'à  $l$ , en remarquant que  $I$  reste constant à cause de la permanence supposée du régime; nous trouverons :

$$V_1 - V = \frac{I}{c} \int_0^l \frac{dl}{\omega}$$

Lorsque la section  $\omega$  est constante, cette formule se réduit à

$$V - V_1 = -\frac{I}{\omega c} l,$$

en sorte que *le long d'un conducteur à section constante, le potentiel décroît proportionnellement à la longueur*.

En faisant  $l = L$ , longueur totale du conducteur, on trouve

$$\frac{I}{c} \int_0^L \frac{dl}{\omega} = V_1 - V_2 = E,$$

d'où

$$\frac{E}{I} = \frac{1}{c} \int_0^L \frac{dl}{\omega} = R;$$

on donne à cette quantité  $R$  le nom de *résistance du conducteur*. La formule

$$E = IR$$

exprime alors que *la force électromotrice est égale au produit de l'intensité du courant par la résistance du conducteur.* (Loi d'Ohm.)

Pour un conducteur à section constante, on a

$$R = \frac{L}{c\omega};$$

la résistance est proportionnelle à la longueur et inversement proportionnelle à la section.

Le paramètre  $\frac{1}{c}$  a reçu le nom de *résistance spécifique*; c'est la résistance que présenterait un conducteur de même substance que le conducteur considéré, pour lequel on aurait  $L=1$  et  $\omega=1$ ; en d'autres termes, c'est la résistance du cube construit sur l'unité de longueur.

**67. Lois de Kirchhoff.** — On donne le nom de *Lois de Kirchhoff* à deux théorèmes qui permettent de résoudre les problèmes de la distribution des courants dans des conducteurs linéaires complexes.

1° *Si plusieurs conducteurs aboutissent au même point, la somme algébrique des intensités des courants autour de ce point est identiquement nulle.*

Ce premier théorème est évident, car il exprime simplement que l'électricité ne peut pas s'accumuler au point considéré.

2° *Si plusieurs conducteurs forment un polygone fermé, la somme algébrique des produits obtenus en multipliant la résistance de chacun de ces conducteurs par l'intensité du courant qui le traverse est égale à la somme algébrique des forces électromotrices existant sur le périmètre du polygone.*

Soit, en effet, A B C D E (fig. 24) le polygone fermé. Supposons qu'il soit parcouru par un mobile dans le sens des aiguilles d'une montre et convenons d'affecter les intensités  $i_1, i_2, \dots, i_5$  des courants successifs du signe + ou du signe —, suivant que ces courants seront dirigés dans le sens du parcours ou en sens

contraire. Désignons par  $r_1, r_2, \dots, r_5$  les résistances des côtés, par  $V_1, V_2, \dots, V_5$  les potentiels correspondant aux sommets successifs,

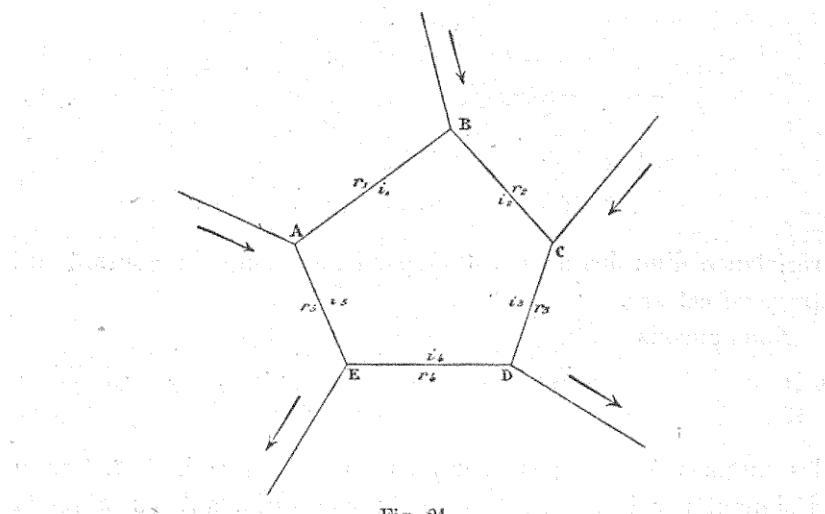


Fig. 21.

et par  $E_1, E_2, \dots, E_5$  les forces électromotrices contenues dans les divers côtés. Nous aurons

$$\left\{ \begin{array}{l} i_1 r_1 = V_1 - V_2 + E_1 \\ i_2 r_2 = V_2 - V_3 + E_2 \\ \cdots \cdots \cdots \\ i_5 r_5 = V_5 - V_1 + E_5 \end{array} \right.$$

et, par conséquent,

$$i_1 r_1 + i_2 r_2 + \dots + i_5 r_5 = E_1 + E_2 + \dots + E_5,$$

d'où la formule générale

$$\Sigma ir = \Sigma E$$

qu'il s'agissait de démontrer.

S'il n'existe aucune force électromotrice sur le circuit fermé, le second membre de l'équation ci-dessus s'annule et l'on a

$$\Sigma ir = 0.$$

**68. Circuits multiples.** — Supposons qu'un conducteur se sub-

divise en plusieurs autres entre deux points A et B (fig. 22). Désignons par  $V_1$  et  $V_2$  les potentiels en A et en B, par  $r$  la

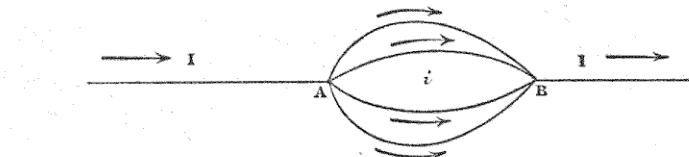


Fig. 22.

résistance d'un des arcs A B, et par  $i$  l'intensité du courant qui traverse cet arc.

Nous aurons

$$V_1 - V_2 = ir = \frac{i}{\frac{1}{r}} = \frac{\Sigma i}{\Sigma \frac{1}{r}},$$

les sommes étant faites pour tous les arcs entre A et B. Or, en désignant par  $I$  l'intensité totale du courant, avant ou après la bifurcation, on a

$$I = \Sigma i;$$

si, d'autre part, on représente par  $R$  la résistance d'un conducteur unique qui pourrait remplacer entre A et B le circuit multiple, on aura

$$R = \frac{V_1 - V_2}{I}.$$

Les trois formules ci-dessus conduisent à la suivante

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{r};$$

par conséquent *l'inverse de la résistance totale d'un faisceau de conducteurs aboutissant tous aux mêmes points est égal à la somme des inverses de leurs résistances individuelles.*

**69. Conducteur plan indéfini.** — Considérons maintenant un conducteur plan indéfini, homogène, de faible épaisseur, sur lequel on fait arriver par divers points A des quantités déterminées d'électricité par seconde. Le débit total d'électricité positive doit être égal au débit total d'électricité négative ; le régime permanent peut alors s'établir.

Nous supposons ce conducteur placé dans un milieu parfaitement isolant, de manière à éviter toute déperdition par ses surfaces ; il en résulte que les courants sont tous parallèles aux surfaces ; celles-ci sont donc normales aux surfaces de niveau.

Prenons dans le plan du conducteur deux axes rectangulaires de coordonnées et désignons par  $V$  le potentiel correspondant au point quelconque  $(x, y)$  ; comme la densité électrique est nulle en ce point, la formule de Poisson donne

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

Désignons, d'autre part, par  $\xi$  et  $\eta$  les coordonnées du point A, sur lequel se fait un débit  $\mu$  d'électricité positive ou négative. Assimilons ce point A à un centre matériel de masse  $\mu$  (positive ou négative) qui repousserait le point  $(x, y)$  en raison inverse de la distance  $r$ , et faisons de même pour chacun des points A ; en calculant le potentiel  $\Phi$  de l'action totale exercée au point  $(x, y)$  nous trouverons

$$\Phi = - \sum \mu \log \text{nép } r = - \sum \mu \log r$$

Comme ce potentiel vérifie l'équation

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0,$$

nous admettrons qu'il est proportionnel à  $V$  et nous poserons

$$V = K \sum \mu \log r,$$

$K$  désignant un paramètre constant.

Pour obtenir les lignes de niveau, il suffit de poser  $V = \text{constante}$ . Certaines de ces lignes peuvent avoir des *points nodaux*, caractérisés par l'existence de deux tangentes distinctes ; les coordonnées de chaque point nodal doivent annuler les deux dérivées partielles de  $V$ , et, par conséquent, celles de  $\Phi$  ; elles vérifieront donc les deux équations

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0.$$

Proposons-nous de déterminer le nombre et les positions des points nodaux. Il est nécessaire, pour y arriver, de recourir aux coordonnées affixes

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta = \xi + \eta \sqrt{-1} \\ z = x + y \sqrt{-1}. \end{array} \right.$$

Les deux composantes de l'action totale exercée sur le point  $z$  par le centre d'action A sont

$$\left\{ \begin{array}{l} X = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \Sigma \mu \frac{x - \xi}{r^2} \\ Y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \Sigma \mu \frac{y - \eta}{r^2}; \end{array} \right.$$

et ces formules donnent

$$X - Y \sqrt{-1} = \Sigma \frac{\mu}{z - \zeta} = \frac{\varphi(z)}{F(z)}.$$

Le polynôme  $F(z)$  est égal au produit des binômes  $(z - \zeta)$ , en sorte que son degré est égal au nombre  $p$  des points A. Le polynôme  $\varphi(z)$  est en apparence du degré  $(p - 1)$ , mais il s'abaisse en réalité au degré  $(p - 2)$ , parce que l'on a par hypothèse

$$\Sigma \mu = 0.$$

Pour annuler les deux dérivées partielles de  $\Phi$ , il est nécessaire et suffisant d'annuler simultanément X et Y, ou, ce qui revient au même, d'annuler le polynôme  $\varphi(z)$ . On voit ainsi que les points nodaux sont au nombre de  $(p - 2)$  et que leurs coordonnées affixes sont les racines de l'équation

$$\varphi(z) = 0.$$

L'annulation des deux dérivées partielles du potentiel V sur chacun des points nodaux indique que le flux électrique est nul en chacun de ces points.

Indiquons encore que l'état électrique du conducteur plan indéfini est complètement déterminé par la fonction-produit

$$\Pi(z - \zeta)^{\mu};$$

en égalant le module à une constante arbitraire, on obtient le

système des lignes de niveau ; en égalant l'argument à une constante arbitraire, on obtient les lignes de flux, trajectoires orthogonales des lignes de niveau ; en égalant à zéro la dérivée logarithmique, on obtient l'équation des points noraux ou points neutres pour lesquels le flux est nul.

Les points noraux des lignes de flux sont les mêmes que ceux des lignes de niveau. Les deux tangentes en un point nodal à la ligne de niveau qui passe par ce point sont rectangulaires ; il en est de même des deux tangentes à la ligne de flux qui passe par ce point nodal.

On peut déterminer expérimentalement une courbe de niveau, lieu des points qui ont un même potentiel, par la condition qu'aucun courant ne s'établisse dans un fil conducteur, lorsqu'une de ses extrémités étant placée sur un point donné de la courbe on met l'autre extrémité en contact avec la surface du conducteur ; tout point de contact ainsi obtenu appartient à la courbe cherchée. Les résultats expérimentaux que l'on obtient par cette exploration galvanométrique sont conformes aux indications du calcul.

**70. Electricité calculatrice.** — La théorie précédente conduit à cette curieuse conséquence qu'étant donnée une équation algébrique quelconque

$$\varphi(z) = 0,$$

à coefficients réels et de degré  $p$ , on pourrait demander à l'électricité d'indiquer ses racines.

Traçant sur une plaque conductrice indéfinie deux axes rectangles, prenons sur l'axe des  $x$ ,  $(p+2)$  points arbitraires dont les coordonnées seront

$\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_p, \zeta_{p+1}, \zeta_{p+2}$ , et posons

$$F(z) = (z - \zeta_1)(z - \zeta_2) \cdots (z - \zeta_{p+2}).$$

La formule de décomposition des fractions rationnelles en fractions simples donnera

$$\frac{\varphi(z)}{F(z)} = \sum \frac{\mu_n}{z - \zeta_n};$$

les paramètres  $\mu$  (les uns positifs et les autres négatifs) satisferont à la relation  $\sum \mu = 0$  et se calculeront aisément par des formules telles que

$$\mu_n = \frac{\varphi(\zeta_n)}{F'(\zeta_n)}.$$

Cela posé, faisons arriver sur chacun des points  $\zeta_n$ , que nous avons arbitrairement pris sur l'axe des  $x$ , une quantité d'électricité par seconde proportionnelle au paramètre  $\mu_n$  et de même signe que lui. La plaque conductrice prendra un état électrique déterminé; le flux électrique sera nul pour les points nodaux, au nombre de  $p$ , qui sont précisément les points-racines de l'équation proposée  $\varphi(z)=0$ .

Le phénomène ne sera pas sensiblement modifié si, au lieu de supposer la place conductrice indéfinie (hypothèse non réalisable), on donne à cette plaque un rayon très grand comparativement à la distance des électrodes à leur centre des moyennes distances.

S'il était possible de rendre tangible l'état électrique de la plaque, les positions des points neutres feraient connaître les racines réelles et imaginaires de l'équation proposée.

#### 71. Loi de Joule. — Revenons aux conducteurs linéaires et reprenons les formules

$$IR = E = V_1 - V_2.$$

La différence  $V_1 - V_2$ , force électromotrice ou chute de potentiel, représente le travail des forces électriques du champ lorsque l'unité de masse positive va de l'origine à l'extrémité du conducteur, ou lorsque l'unité de masse négative va de l'extrémité à l'origine du conducteur (n° 42). L'intensité  $I$  du courant représente la somme des valeurs absolues des masses positives qui parcourent, par seconde, le conducteur dans le premier sens et des masses négatives qui le parcourent en même temps dans le sens opposé. Il en résulte que le produit

$$EI = RI^2$$

représente la puissance électrique du courant, c'est-à-dire le travail

que ce courant peut fournir par seconde. Ce travail se transforme en *énergie calorifique*; le conducteur s'échauffe et dégage de la chaleur.

En désignant par  $J$  l'équivalent mécanique de la chaleur (n° 7), et par  $Q$  la quantité de chaleur dégagée par seconde, on a

$$R I^2 = J Q;$$

de là la *loi de Joule*, qui s'énonce en ces termes :

*L'énergie calorifique dégagée sur un conducteur pendant l'unité de temps est égale au produit de l'intensité du courant par la résistance du conducteur.*

**72. Unités CGS et unités pratiques.** — *L'intensité d'un courant*, quantité d'électricité débitée par seconde, a pour unité symbolique  $[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$ . L'unité CGS serait l'intensité d'un courant débitant par seconde l'unité CGS de masse électrique ou quantité d'électricité. On adopte dans la pratique une unité d'intensité appelée *ampère*, qui correspond au débit d'un *coulomb* par seconde (n° 62) et se trouve ainsi  $3.10^9$  fois plus grande que l'unité CGS. La lettre  $I$  dans les formules des courants représente toujours un nombre d'ampères.

La *force électromotrice*, de même nature qu'un potentiel électrique, a pour unité symbolique  $[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$ . En faisant le produit des unités symboliques d'intensité et de force électromotrice, on trouve

$$\left[ L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2} \right] \left[ L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right] = \frac{[L^2 M T^{-2}]}{[T]},$$

c'est-à-dire le rapport de l'unité symbolique de travail à l'unité symbolique de temps. Le produit des unités CGS d'intensité et de force électromotrice est, par conséquent, égal au quotient de l'*erg* par la seconde. Si, au lieu de rapporter le travail à l'*erg*, on convient de le rapporter au *watt*, unité pratique  $10^7$  fois plus grande que l'unité CGS, et si l'on remplace en même temps l'unité CGS d'intensité par l'unité *ampère*  $3.10^9$  fois plus grande, l'unité CGS de force électromotrice devra être remplacée par une unité  $\frac{3.10^9}{10^7} = 3.10^2$  fois plus faible; cette unité, adoptée dans la pratique, a reçu le nom de *volt* (n° 62).

La résistance électrique a, d'après la formule  $R = \frac{E}{I}$ , pour unité symbolique [ $L^{-1} T$ ], comme l'inverse d'une vitesse. Si l'on substitue le volt et l'ampère aux unités CGS de force électromotrice et d'intensité, on doit remplacer l'unité CGS de résistance par unité  $3.10^9 \times 3.10^2 = 9.10^{11}$  fois plus petite, à laquelle on a donné le nom d'*ohm*.

La formule

$$E = IR$$

se vérifiera numériquement pour un courant quelconque si l'on rapporte E, I, R aux unités *volt*, *ampère* et *ohm*. Dans la même hypothèse le produit

$$EI = RI^2$$

sera exprimé en *watts-seconde*. Si, dans la formule

$$JQ = RI^2$$

on attribue à J la valeur 4,17, le flux de chaleur Q par seconde sera exprimé *calories-grammes*.

Ajoutons que les travaux de la Commission Internationale des Electriciens ont conduit à la définition pratique suivante, qui détermine ce qu'on appelle l'*étalon de résistance* :

*L'ohm est la résistance d'une colonne de mercure à 0 degré ayant 1 millimètre carré de section et 106 centimètres de longueur.*

La valeur du volt est à peu près égale à la force électromotrice d'une pile Daniell.

La valeur de l'ampère est celle du courant que produit la force électromotrice d'un volt dans un circuit ayant la résistance d'un ohm. C'est aussi l'intensité d'un courant qui libère 4<sup>er</sup>,05 d'argent à l'heure, par électrolyse d'un bain électrochimique.

Rappelons, enfin, que le watt est contenu 9,81 fois dans le kilogrammètre (n° 7).

**73. Variation de la résistance avec la température.** — La résistance d'un métal conducteur dépend uniquement de sa substance lorsque sa température est maintenue constante.

Les métaux les plus conducteurs sont l'argent et le cuivre ; les

valeurs de la résistance  $R$  d'un fil d'un millimètre de diamètre et d'un mètre de longueur sont

Pour l'argent	{	recuit . . . . .	0 <sup>ohm</sup> ,0194
		écroui . . . . .	0 ,0210
Pour le cuivre	{	recuit . . . . .	0 ,0206
		écroui . . . . .	0 ,0210.

Cette résistance augmente avec la température ; elle devient à  $t$  degrés centigrades

$$R (1 + at + bt^2),$$

les paramètres  $a$  et  $b$  ayant pour valeurs

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0,00384 \\ b = 0,00000126. \end{array} \right.$$

Pour les alliages de métaux, les valeurs de  $a$  et de  $b$  deviennent différentes. La valeur de  $b$  est quelquefois négative.

Les corps solides non métalliques ont, en général, une grande résistance, qui varie avec leur état physique et en fonction de leur température.

Comme le passage d'un courant dans un fil conducteur a pour effet d'élever sa température, il en résulte que la résistance de ce fil devient une fonction de l'intensité du courant. Il faut que les variations de cette fonction avec l'intensité puissent être regardées comme négligeables pour que les formules d'Ohm et de Joule aient une signification simple.

**74. Effets Peltier et Thomson.** — Considérons un fil conducteur A A', composé de deux métaux différents soudés bout à bout en un point intermédiaire M. On constate expérimentalement qu'il s'établit alors entre deux points pris de part et d'autre de la soudure, dans son extrême voisinage, une différence de potentiel déterminée.

Portons, au moyen d'une source extérieure, les extrémités A et A' à des potentiels constants E et E' et supposons E > E' ; un courant électrique d'intensité I s'établira de A en A'. Si nous

désignons par  $e$  et  $e'$  les valeurs que prend le potentiel immédiatement en amont et immédiatement en aval de la soudure, la quantité de chaleur dégagée par seconde sera

$$(E - e) I + (e - e') I + (e' - E) I,$$

En tenant compte de la loi de Joule ( $R$  et  $R'$  désignant les résistances de  $AM$  et de  $MA'$ , et la résistance en  $M$  étant regardée comme négligeable), nous pouvons mettre cette somme sous la forme

$$RI^2 + (e - e') I + RP^2.$$

La différence  $(e - e')$  représente la variation brusque de potentiel, de l'amont à l'aval de la soudure. Si cette variation est positive, c'est-à-dire *si la chute de potentiel est dans le sens du courant*, il y a dégagement de chaleur au point  $M$  et, par conséquent, *refroidissement de la soudure*; dans l'hypothèse contraire, c'est-à-dire *si la chute de potentiel était en sens inverse du courant*, il y aurait absorption de chaleur en  $M$  et, par conséquent, *échauffement de la soudure*. Le phénomène calorifique est évidemment réversible; si le courant d'intensité  $I$  était changé de sens, le dégagement ou l'absorption de chaleur serait remplacé par une absorption ou un dégagement de chaleur en quantité égale.

Peltier a constaté expérimentalement l'existence de ce phénomène réversible. Lorsqu'une soudure fer-cuivre est placée dans de l'eau maintenue à la température zéro, un courant de faible intensité allant du cuivre au fer fait congeler l'eau; si l'on change ensuite le sens du courant, on fait fondre la glace. On donne le nom d'*effets Peltier* aux phénomènes de cette nature.

Sir W. Thomson a montré que l'effet Peltier se produit sur un conducteur homogène dont les divers points sont portés à des températures différentes, ce qui indique des variations de potentiel, indépendantes du courant, entre ces divers points. Soit un conducteur de cuivre  $AMA'$ , dont on maintient les deux extrémités à la température zéro, tandis que l'on porte à une température plus élevée le point intermédiaire  $M$ ; si l'on fait passer un courant de  $A$  vers  $A'$ , un emprunt de chaleur est fait sur la partie  $AB$

et restitué sur la partie BA'. En remplaçant le cuivre par le fer, on obtient l'effet inverse. Sir W. Thomson a énoncé la loi suivante : *Si les extrémités d'une barre homogène sont maintenues à des températures  $t$  et  $t'$ , il existe dans cette barre une force électromotrice proportionnelle à  $t - t'$ .*

## CHAPITRE VII

### ÉLECTROMAGNÉTISME

Champ magnétique d'un courant. — Loi de Laplace. — Généralisation. — Action d'un courant rectiligne indéfini. — Potentiel magnétique du courant. — Plusieurs courants indéfinis parallèles. — Electromagnétisme calculateur. — Potentiel magnétique d'un courant fermé. — Equivalence d'un courant fermé et d'un feuillet magnétique. — Cylindre électromagnétique. — Tore électromagnétique. — Aimantation par les courants. — Unités électromagnétiques. — Energie relative d'un courant fermé dans un champ magnétique.

**75. Champ magnétique d'un courant.** — S'il est vrai que les masses électriques au repos n'exercent aucune action sur les pôles magnétiques, cette inaction n'existe plus lorsque l'électricité se meut.

Ørsted a observé, en 1820, qu'un conducteur traversé par un courant fait dévier une aiguille aimantée qu'on approche de lui. Ampère a donné, pour définir le sens de la déviation la règle suivante : on suppose qu'un observateur se couche dans le fil, de manière que le courant le traverse dans le sens des pieds à la tête, et que cet observateur tourne la face vers l'aiguille aimantée ; il verra le pôle nord se porter à sa gauche ; c'est ce qu'on exprime en disant conventionnellement que *le pôle nord de l'aiguille aimantée dévie vers la gauche du courant*.

Il résulte de cette observation qu'un courant électrique de forme quelconque crée tout autour de lui un *champ magnétique*. Si, sur une feuille de carton traversée normalement par un courant rectiligne, on répand de la limaille de fer, elle se distribue en cercles concentriques au point de passage du conducteur, de manière à donner un spectre magnétique particulier (fig. 23).

Les travaux d'Ampère, de Biot et Savart et de Laplace ont fondé la théorie de l'électromagnétisme.

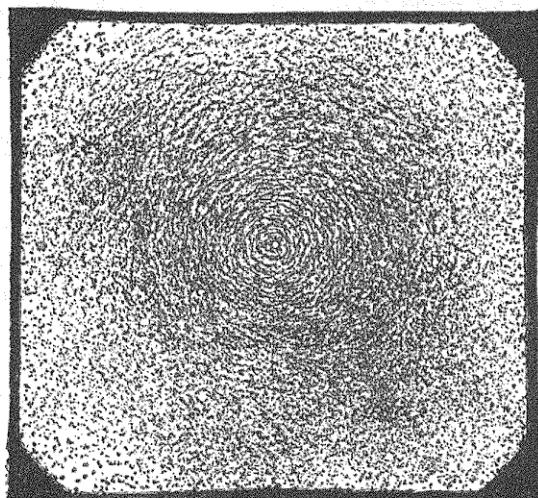


Fig. 23.

**76. Loi de Laplace.** — Laplace a fait connaître la valeur de l'action mutuelle élémentaire qui s'exerce entre un élément de courant et un pôle magnétique.

Soit (fig. 24)

- $ds$  un élément de courant ayant son milieu en  $M$ ,
- $i$  l'intensité du courant,
- $m$  la masse d'un pôle magnétique placé en  $P$ ,
- $r$  la distance  $PM$ , et
- $\theta$  l'angle de la direction du courant avec le prolongement de  $PM$ .

L'action du pôle sur l'élément du courant a pour valeur

$$\varphi = h \frac{m i ds \sin \theta}{r^2},$$

$h$  désignant une constante positive; cette action est perpendiculaire

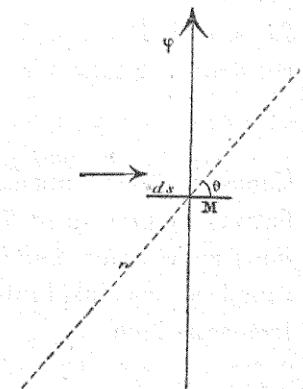


Fig. 24.

au plan des deux droites  $PM$  et  $ds$ ; elle est dirigée vers la gauche ou vers la droite de l'observateur d'Ampère, suivant que la masse  $m$  est positive ou négative.

La réaction de l'élément de courant sur le pôle est égale et directement opposée à  $\varphi$ ; elle est, par conséquent, appliquée à l'élément de courant et non au pôle  $P$ . C'est là une apparente

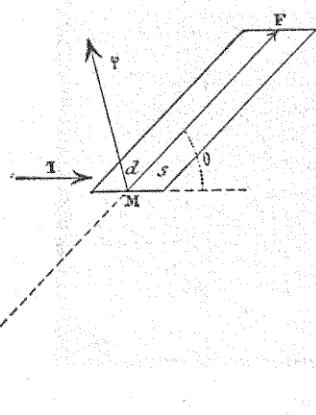


Fig. 25.

anomalie, mais il faut remarquer qu'un élément de courant ne peut pas exister isolément; cet élément de courant fait toujours partie d'un circuit fermé dont l'action totale doit passer par le pôle; nous verrons plus loin que la loi de Laplace conduit, en effet, à une résultante de ce genre.

La force magnétique au point  $M$  du champ magnétique créé par le pôle  $P$  est égale à  $\frac{m}{r^2}$ ; soit  $F$  cette force magnétique (fig. 25). Le produit  $F \cdot ds \cdot \sin\theta$  représente l'aire  $dA$  du parallélogramme construit sur cette force  $F$  et sur l'élément  $ds$ ; on a donc

$$\varphi = h dA.$$

Convenons de remplacer l'unité CGS d'intensité, telle que nous l'avons définie au n° 72, par une unité  $h$  fois plus grande, que nous appellerons *unité électromagnétique CGS d'intensité*. Nous remplacerons ainsi l'intensité electrostatique  $i$  par l'intensité électromagnétique

et nous aurons

$$I = \frac{i}{h},$$

$$\varphi = I dA.$$

La loi de Laplace pourra, grâce à ces conventions, s'énoncer de la manière suivante :

*L'action exercée par un pôle magnétique sur un élément de cour-*

rant est égale au produit de l'intensité électromagnétique du courant par l'aire du parallélogramme construit sur l'élément et sur la force magnétique émanant du pôle. Cette action est normale au plan du parallélogramme et dirigée vers la gauche ou vers la droite de l'observateur d'Ampère suivant que le pôle magnétique est positif ou négatif.

**77. Généralisation.** — Soit AB (fig. 26) l'élément de courant  $ds$ , et abaissons du point A sur la force F la perpendiculaire

$$\overline{AK} = \overline{AM} \sin \theta = \frac{1}{2} ds \sin \theta;$$

nous aurons

$$dA = 2 \cdot \overline{AK} \cdot F$$

et

$$\varphi = I dA = 2I \cdot \overline{AK} \cdot F.$$

Or  $\overline{AK}, F$  est le moment de la force magnétique F relativement au point A. On peut représenter ce moment par un segment de droite  $\psi$ , perpendiculaire au plan (F,  $ds$ ) et dirigé de manière qu'un observateur placé debout suivant  $\psi$ , les pieds en A, voie la force F entraîner le point M dans le sens du mouvement des aiguilles de la montre; le segment de droite  $\psi$  ainsi défini est parallèle à  $\varphi$  et dirigé en sens contraire. Nous pouvons écrire

$$\varphi = 2I\psi,$$

en sorte que la force électromagnétique  $\varphi$  est égale à deux fois le produit de l'intensité électromagnétique du courant par le moment de la force magnétique F relativement à l'origine A de l'élément de courant  $ds$ .

Si l'on avait plusieurs pôles P agissant sur l'élément de cou-

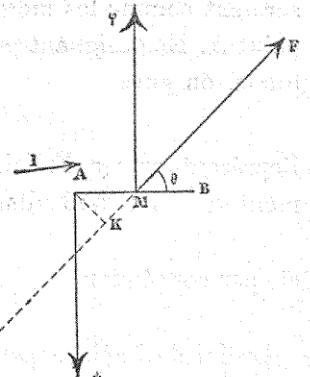


Fig. 26.

rant, les forces électromagnétiques  $\varphi$  correspondantes se composeraient comme les moments des forces magnétiques  $F$  relatifs au point A. En désignant par  $\Psi$  le moment résultant et par  $\Phi$  l'action totale, on aura

$$\Phi = 2\Psi.$$

Représentons par  $d\Omega$  l'aire du parallélogramme construit sur l'élément  $ds$  et sur la résultante des forces magnétiques  $F$ ; nous aurons

$$d\Omega = 2\Psi,$$

et, par conséquent,

$$\Phi = I d\Omega.$$

La loi de Laplace peut donc se généraliser de la manière suivant : *L'action exercée par un champ magnétique sur un élément de courant est égale au produit de l'intensité électromagnétique du courant par l'aire du parallélogramme construit sur l'élément et sur la force magnétique du champ. Cette action est normale au plan du parallélogramme et dirigée vers la gauche de l'observateur d'Ampère regardant dans la direction du champ.*

Prenant trois axes rectangulaires, désignons par  $x, y, z$  les coordonnées du milieu M de l'élément  $ds$ ,  
par  $\alpha, \beta, \gamma$  les cosinus des angles que la direction du courant fait avec les trois axes,  
par  $I$  l'intensité électromagnétique du courant,  
par  $V$  le potentiel du champ magnétique,  
et par  $\xi, \eta, \zeta$  les trois composantes de l'action du champ sur l'élément de courant.

Nous aurons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = I ds \left( \frac{\partial V}{\partial y} \gamma - \frac{\partial V}{\partial z} \beta \right) \\ \eta = I ds \left( \frac{\partial V}{\partial z} \alpha - \frac{\partial V}{\partial x} \gamma \right) \\ \zeta = I ds \left( \frac{\partial V}{\partial x} \beta - \frac{\partial V}{\partial y} \alpha \right) \end{array} \right.$$

**78. Action d'un courant rectiligne indéfini.** — Cherchons l'action totale exercée par un courant rectiligne indéfini, d'intensité magnétique  $I$ , sur un pôle magnétique de masse  $m$ , que nous supposons positif pour fixer les idées.

Prenant la position O de ce pôle (fig. 27) pour origine des coordonnées, dirigeons l'axe des  $z$  parallèlement au courant et dans

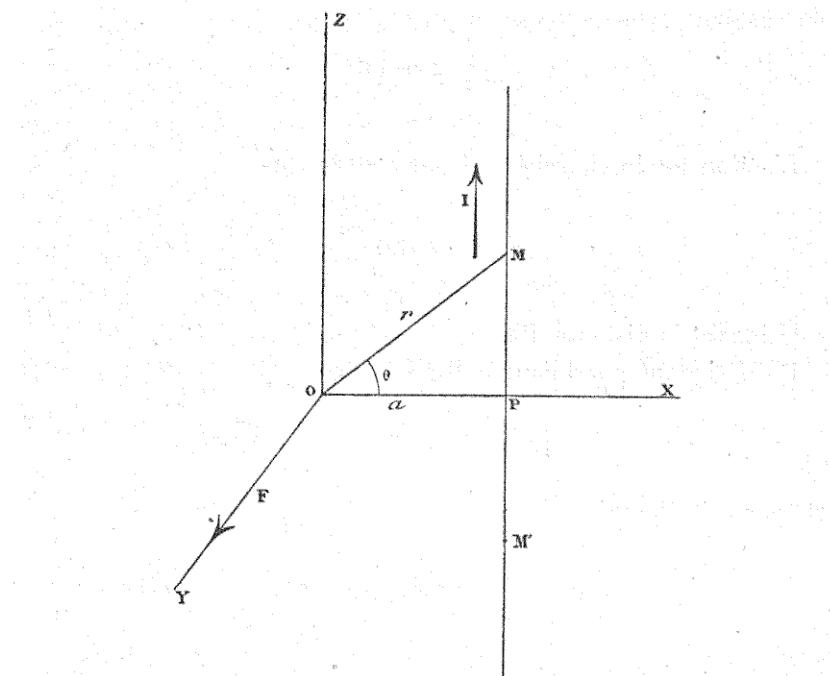


Fig. 27.

le même sens ; faisons passer le plan des  $zx$  par le courant lui-même et désignons par  $\alpha$  la distance du pôle au courant. Pour un élément de courant  $ds$ , pris au point quelconque M, l'action exercée sur le pôle O est perpendiculaire au plan des  $zx$  et toujours située d'un même côté de ce plan ; prenons l'axe OY parallèlement à cette action et dans le même sens. Il est clair que les actions partielles, toutes parallèles et de même sens, donneront une résultante unique ; en groupant les éléments  $ds$  par couples correspondant à deux points M et M', symétriques relativement à OX, on voit que l'action résultante passera par O ; elle se dirigera donc suivant OY.

La projection sur OY de l'action  $\varphi$  exercée par l'élément  $ds$  correspondant au point M est d'après la loi de Laplace,

$$\varphi = \frac{am I ds}{r^3},$$

$r$  désignant la distance OM; on trouve le même résultat pour l'action exercée par l'élément  $ds$  pris en M'; en faisant la somme de ces deux projections on trouve

$$2\varphi = \frac{2amI}{r^3} ds.$$

L'action totale cherchée est par conséquent

$$F = -2amI \int_0^\infty \frac{ds}{r^3}.$$

$s$  désignant la distance PM.

En désignant par  $\theta$  l'angle MOX, on a

$$s = a \operatorname{tg} \theta, \quad ds = \frac{a}{\cos^2 \theta} d\theta, \quad r = \frac{a}{\cos \theta}$$

et, par conséquent,

$$F = -\frac{2m}{a} I \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{2mI}{a}$$

De là la loi suivante que Biot et Savart ont découverte par l'expérience :

*L'action d'un courant rectiligne indéfini sur un pôle magnétique est proportionnelle à la masse magnétique, proportionnelle à l'intensité du courant et inversement proportionnelle à la distance du pôle au courant. Cette action est perpendiculaire au plan du pôle et du courant; elle est dirigée vers la gauche ou vers la droite de l'observateur d'Ampère suivant que le pôle magnétique est positif ou négatif.*

**79. Potentiel magnétique du courant.** — La translation du pôle magnétique O parallèlement au courant ne modifie ni la direction, ni l'intensité de la force F; cette force ne dépend que de la projection du pôle magnétique sur un plan perpendiculaire au courant.

Transportons l'origine des coordonnées sur la trace horizon-

tale  $P$  du courant (fig. 28), conservons la direction de l'axe des  $z$  et prenons arbitrairement celle de l'axe des  $x$ .

En désignant par  $x$  et  $y$  les coordonnées du pôle magnétique

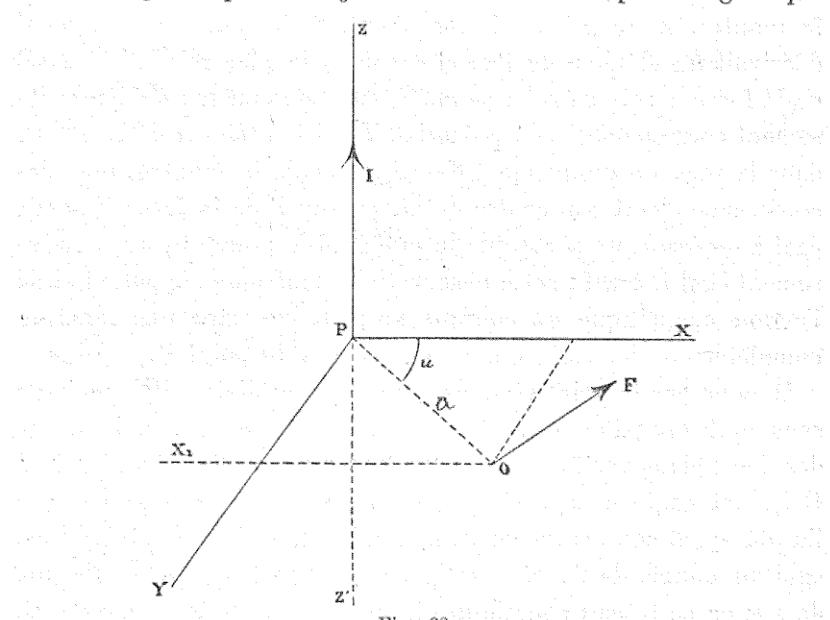


Fig. 28.

O relativement à ce nouveau système d'axes rectangulaires, nous trouverons pour valeurs des trois composantes de la force  $F$

$$\begin{cases} X = 2m I \frac{y}{x^2 + y^2} \\ Y = -2m I \frac{x}{x^2 + y^2} \\ Z = 0 \end{cases}$$

En posant

$$V = 2I \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{y}{x},$$

nous aurons

$$X = -m \frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = -m \frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = -m \frac{\partial V}{\partial z};$$

par conséquent, l'action d'un courant sur un pôle magnétique admet un potentiel. En désignant par  $u$  l'angle  $XPO$  on a

$$V = 2Iu + \text{constante}.$$

Le second membre doit nécessairement contenir une constante arbitraire, attendu que la direction de l'axe OX, à partir duquel l'angle  $u$  est compté dans le sens du mouvement des aiguilles de la montre, a été prise arbitrairement. Si le pôle magnétique P décrivait un élément de trajectoire dans le plan XOY, le travail de la force F serait égal à  $-mdV$ , en désignant par  $dV$  l'accroissement correspondant du potentiel V; si l'on faisait décrire à P, dans le sens du mouvement des aiguilles de la montre, une circonférence ayant son centre en O, le travail de la force F serait égal à  $-4\pi mI$ , en sorte que le potentiel V prendrait un accroissement égal à  $4\pi mI$ ; cette observation montre que le potentiel de l'action magnétique du courant ne peut pas être une fonction complètement déterminée des coordonnées du point P.

Menons par le point O une droite OX<sub>1</sub> parallèle à PX, mais en sens contraire; l'angle POX<sub>1</sub>, égal à XPO, mesure l'angle dièdre des deux plans verticaux dont les traces horizontales sont OP et OX<sub>1</sub>. Cet angle dièdre découpe sur une sphère, de rayon égal à l'unité ayant son centre en O, un fuseau sphérique dont l'aire est égal au double de l'angle POX<sub>1</sub>, c'est-à-dire à la valeur absolue de  $2u$ ; or ce fuseau sphérique représente la *surface apparente*  $\omega$ , pour le point O, du demi-plan vertical qui, passant par zz', serait limité à cette droite et contiendrait le prolongement de l'axe PX. Nous avons, par conséquent,

$$V = I\omega + \text{constante}$$

Comme la direction de PX est arbitraire, il en est de même de celle du demi-plan dont nous avons représenté la surface apparente par  $\omega$ ; par conséquent : *Le potentiel magnétique d'un courant rectiligne indéfini est, pour un point quelconque de l'espace, égal (à une constante arbitraire près) au produit de l'intensité du courant par la surface apparente, pour ce point, d'un demi-plan quelconque passant par le courant.*

Il faut toutefois, pour que ce théorème soit exact, que l'accroissement infinitésimal de la surface apparente  $\omega$  soit positif lorsque le pôle O tourne infiniment peu autour de l'axe PZ, en allant de la droite vers la gauche de l'observateur d'Ampère qui se tournerait vers lui; de là la nécessité d'affecter cette surface apparente d'un

signe conventionnel. Supposons que l'observateur d'Ampère se tourne de manière à regarder l'horizon du demi-plan considéré ; ce demi-plan aura une face du côté gauche de l'observateur et une autre face du côté droit ; la convention à faire est d'attribuer à la surface apparente  $\omega$  le signe + ou le signe - suivant que la face du demi-plan qui est vue du point O est la face gauche ou la face droite.

**80. Plusieurs courants indéfinis parallèles.** — Considérons un système de plusieurs courants indéfinis parallèles entre eux. Leur champ magnétique aura des surfaces de niveau cylindriques dont les trajectoires orthogonales seront ses lignes de force.

Coupons ce champ magnétique par un plan perpendiculaire aux courants et traçons dans ce plan (fig. 29) deux axes rectangulaires OX, OY.

Désignons par  $x_n, y_n$  les coordonnées de la trace  $O_n$  d'un des courants, par  $I_n$  l'intensité de ce courant affectée du signe + ou du signe - suivant qu'il est ascendant ou descendant, par  $x, y$  les coordonnées d'un point quelconque P, et par  $r_n$  la distance  $O_n P$ .

La force  $F_n$  correspondante au point P est perpendiculaire à  $O_n P$  et est égale à  $\frac{2I_n}{r_n^2}$ . Faisons-la tourner d'un angle droit, dans le sens des aiguilles de la montre, de manière qu'elle vienne se placer sur la droite  $O_n P$ ; ses projections deviendront

$$\left\{ \begin{array}{l} X_n = 2 I_n \frac{x - x_n}{r_n^2} \\ Y_n = 2 I_n \frac{y - y_n}{r_n^2}, \end{array} \right.$$

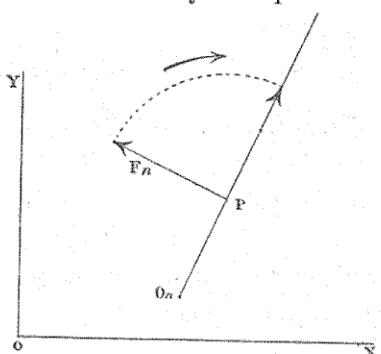


Fig. 29.

comme s'il s'agissait de l'action exercée en P sur l'unité de masse matérielle par une masse matérielle (positive ou négative)  $2I_n$  la repoussant en raison inverse de la distance  $r_n$ .

Faisons de même pour chacun des courants ; la résultante de toutes les forces  $F_n$ , après leur rotation, sera la force totale du champ des courants au point P, laquelle aurait tourné d'un angle droit dans le sens des aiguilles de la montre ; les projections de cette force seront

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \sum X_n = 2 \sum I_n \frac{x - x_n}{r_n} \\ Y = \sum Y_n = 2 \sum I_n \frac{y - y_n}{r_n}; \end{array} \right.$$

elles sont égales aux deux dérivées partielles changées de signe de la fonction

$$\Phi = - \sum 2 I_n \log. \text{nép. } r_n$$

Le système des lignes enveloppes des forces (X, Y), perpendiculaires aux résultantes des forces  $F_n$ , se confond géométriquement avec le système des courbes de niveau du champ magnétique des courants donnés ; les trajectoires orthogonales des forces X, Y sont les enveloppes des lignes de force de ce champ magnétique et ont pour équation

$$\sum I_n \log. \text{nép. } r_n = \text{constante}$$

La figure 30 représente le champ magnétique d'un système de trois courants indéfinis, de même sens et de même intensité, dont les traces  $M_1, M_2, M_3$  occupent les sommets d'un triangle isocèle. Les lignes fermées sont les lignes de force du champ et les lignes à branches hyperboliques en sont les courbes de niveau.

L'équation des lignes de force est

$$(y^3 - 3x^2y + 3y + 14)^2 + (x^3 - 3xy^2 - 3x)^2 = \text{constante},$$

ces lignes de force sont des *cassinoïdes homofocales* du sixième degré. Les courbes de niveau sont des *stelloïdes cubiques* convergentes qui ont pour équation

$$\frac{y^3 - 3x^2y + 3y + 14}{x^3 - 3xy^2 - 3x} = \text{constante.}$$

On a pris pour unité de longueur la moitié du rayon  $OM_1$  du

cercle circonscrit au triangle isocèle  $M_1 M_2 M_3$  dont les trois sommets ont pour coordonnées

$$M_1 \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ y_1 = -2 \end{array} \right. \quad M_2 \left\{ \begin{array}{l} x_2 = \sqrt{6} \\ y_2 = 1 \end{array} \right. \quad M_3 \left\{ \begin{array}{l} x_3 = -\sqrt{6} \\ y_3 = 1 \end{array} \right.$$

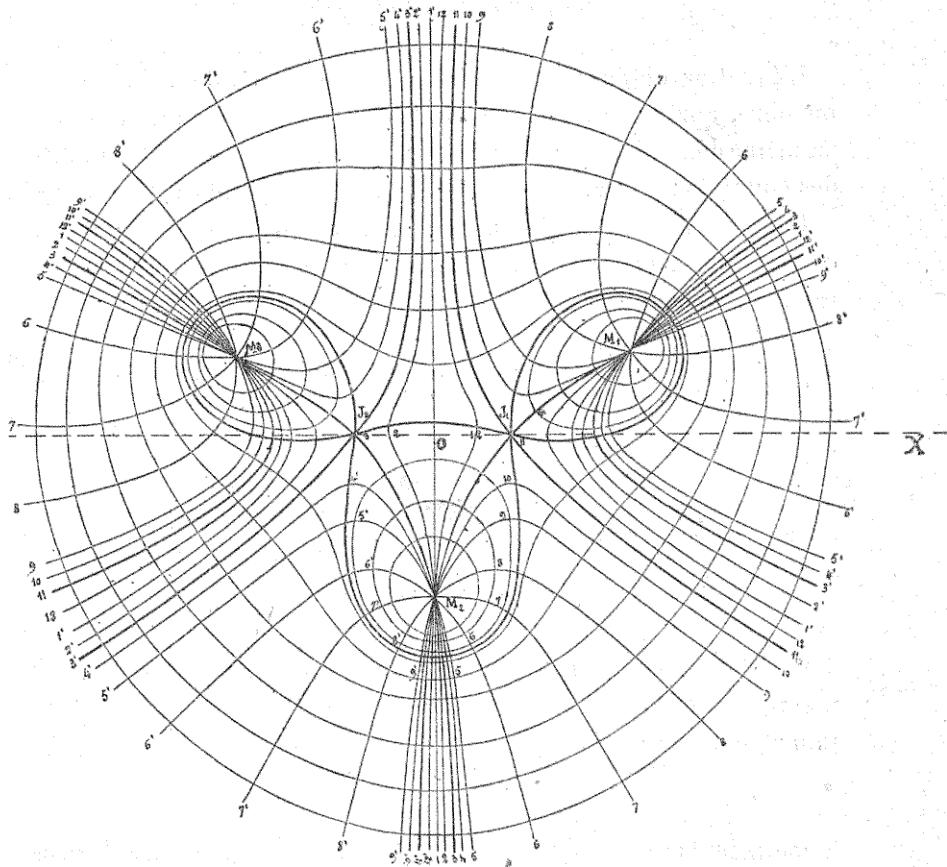


Fig. 30.

Les points du champ pour lesquels la force magnétique s'annule (points *neutres* du champ) sont les points *nodaux* communs à certaines courbes de niveau et à certaines lignes de force; on les détermine en annulant  $X$  et  $Y$  ou, ce qui revient au même, en annulant le binôme  $X - Y\sqrt{-1}$ . En recourant aux coordonnées affixes

$$z = x + y\sqrt{-1}$$

pour le point mobile P et

$$z_n = x_n + y_n \sqrt{-1}$$

pour le point fixe  $O_n$ , on trouve

$$X - Y \sqrt{-1} = 2 \sum \frac{I_n}{z - z_n}.$$

L'équation obtenue en égalant à zéro le numérateur du second membre, après avoir fait la somme des fractions simples réduites au même dénominateur, est du degré  $(p-1)$ ,  $p$  désignant le nombre des courants ; il y a, par conséquent,  $(p-1)$  points neutres.

Dans le cas particulier auquel correspond la figure 30, il y a deux points neutres  $J_1$  et  $J_2$  dont les coordonnées affixes sont les racines de l'équation

$$\frac{4}{z + 2\sqrt{-1}} + \frac{4}{z - \sqrt{6} - \sqrt{-1}} + \frac{4}{z + \sqrt{6} - \sqrt{-1}} = 0;$$

cette équation se réduit à

$$z^2 = 4;$$

on a par conséquent,

$$OJ_1 = OJ_2 = \frac{1}{2} OM_1.$$

**81. Electromagnétisme calculateur.** — Nous pouvons faire ici une remarque analogue à celle du n° 70. Etant donnée une équation algébrique quelconque

$$\varphi(z) = 0,$$

à coefficients réels et du degré  $p$ , on pourrait demander à l'électromagnétisme d'indiquer ses racines.

Traçant sur une feuille non conductrice, de papier ou de verre, deux axes rectangulaires, prenons, sur l'axe des  $x$ ,  $(p+1)$  points arbitraires ayant pour coordonnées affixes

$z_1 = x_1, z_2 = x_2, \dots, z_n = x_n, \dots, z_{p+1} = x_{p+1}$   
et posons

$$F(z) = (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_{p+1}).$$

La formule de la décomposition des fractions rationnelles en fractions simples donnera

$$\frac{\varphi(z)}{F(z)} = \sum \frac{\mu_n}{z - z_n}.$$

Les paramètres  $\mu_n$ , positifs ou négatifs, sont déterminés par des formules telles que

$$\mu_n = \frac{\varphi(z_n)}{F'(z_n)} = \frac{\varphi(x_n)}{F'(x_n)};$$

leur calcul numérique sera surtout facile si l'on a eu soin d'adopter pour  $x_1, x_2, \dots$  des valeurs entières telles que

$$0, +1, -1, +2, -2, \dots$$

Cela posé, faisons passer par chacun des points marqués sur l'axe des  $x$  un courant indéfini, perpendiculaire au papier, ascendant ou descendant suivant que  $\mu_n$  est positif ou négatif et ayant une intensité proportionnelle à  $\mu_n$ . Les points neutres du champ magnétique de ce système de courants seront les points-racines de l'équation proposée

$$\varphi(z) = 0;$$

On obtiendra leur indication en répandant de la limaille de fer sur la feuille de papier et marquant les points nodaux du spectre magnétique ainsi obtenu.

Soit, par exemple, l'équation du troisième degré

$$\varphi(z) = 8z^3 - 20z^2 + 14z + 13 = 0;$$

prenons sur l'axe des  $x$  les points

$$z_1 = x_1 = -4, z_2 = x_2 = 0, z_3 = x_3 = 1, z_4 = x_4 = 2$$

et formons le polynôme

$$F(z) = (z + 4)z(z - 1)(z + 2) = z^4 - 2z^3 - z^2 + 2z;$$

nous trouverons

$$\mu_1 = \frac{29}{6}, \mu_2 = \frac{39}{6}, \mu_3 = -\frac{43}{6}, \mu_4 = \frac{25}{6}.$$

Les courants à employer seront *ascendants* pour les points de l'axe des  $x$  dont les numéros d'ordre sont 1, 2 et 4 et *descendants* pour le point 3 ; leurs intensités seront proportionnelles aux nombres 29, 39, 25 et — 45. Les points neutres du champ magnétique seront

$$z = -\frac{1}{2}, \quad z' = \frac{3}{2} + \sqrt{-1}, \quad z'' = \frac{3}{2} - \sqrt{-1}.$$

Pour obtenir la proportionnalité des intensités des courants aux nombres 29, 39, — 45 et 25, on pourrait établir entre deux points A et B du circuit extérieur d'une source d'électricité un circuit multiple composé de quatre fils conducteurs ayant des diamètres égaux avec des longueurs inversement proportionnelles aux nombres dont il s'agit.

L'expérience est assez difficile à réaliser, parce que, pour obtenir des spectres magnétiques de quelque étendue au moyen des courants rectilignes, il faut donner à ces courants des intensités considérables. J'ai pu constater, grâce à l'obligeance de la maison Breguet, qu'un courant de 35 ampères passant dans un fil de cuivre de 3 millimètres de diamètre, traversant une feuille de papier perpendiculaire à sa direction, n'agit sensiblement sur la limaille de fer répandue sur cette feuille que dans un rayon d'environ 3 centimètres.

**82. Potentiel magnétique d'un courant fermé.** — Si l'on considère un courant rectiligne indéfini comme se fermant à l'infini dans un demi-plan quelconque passant par son axe, on peut donner à son potentiel (n° 79) la définition suivante : *le potentiel magnétique d'un courant rectiligne indéfini, pour un point quelconque de l'espace, est égal (à une constante près) au produit de l'intensité de ce courant par sa surface apparente pour le point considéré.* Cette notion d'un potentiel magnétique et sa définition peuvent se généraliser et s'étendre à un courant fermé quelconque.

Considérons d'abord (fig. 31) deux courants rectilignes indéfinis AA' et BB', ayant la même intensité I et se coupant en un point O ; le système de ces deux courants donnera, pour un point quelconque P de l'espace (projeté en P' sur la figure), un poten-

iel égal à la somme algébrique de leurs potentiels respectifs. Considérons les deux courants comme se fermant dans le demi-plan de droite de la figure; leurs surfaces apparentes relativement à P sont de signes contraires, en sorte que leur somme algébrique se réduit à la somme des surfaces apparentes des deux espaces angulaires  $AOB'$  et  $A'OB$ . La première de ces surfaces apparentes est négative et représente le potentiel du courant angulaire  $AOB'$ ; la seconde est positive et représente le potentiel du courant angulaire  $BOA'$ ; il est clair, d'ailleurs, que le système de ces deux courants angulaires équivaut au système des deux courants rectilignes donnés.

MM. Mascart et Joubert, dans leurs *Leçons sur l'Electricité et le Magnétisme* publiées en 1882, concluent de là que *le potentiel d'un courant angulaire est égal, à une constante près, au produit de son intensité par sa surface apparente au point P*. L'observateur d'Ampère, regardant vers l'intérieur de l'angle, détermine la face gauche et la face droite de son plan; la surface apparente est positive ou négative suivant que, du point P, on voit la face gauche ou la face droite. Cette démonstration n'est pas complètement rigoureuse, car le raisonnement sur lequel elle repose s'applique au système de deux courants angulaires opposés par le sommet et non à un seul de ces courants; elle doit être considérée comme intuitive et acceptée seulement comme postulatum.

Considérons, en second lieu, un courant triangulaire  $abc$  (fig. 32). Il est équivalent au système des trois courants rectilignes indéfinis  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$ , accompagné du système des trois courants angulaires  $A'cB$ ,  $C'bA$  et  $B'aC$ ; la somme algébrique des potentiels de ces six courants relativement à un point quelconque P de l'espace, projeté en  $P'$  sur la figure, donnera le potentiel du courant  $abc$ . On en conclut aisément que *le potentiel d'un courant triangulaire est égal, à une constante près, au produit de l'intensité électro-magnétique de ce courant par sa surface appa-*

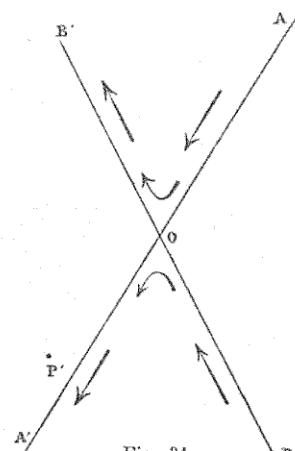


Fig. 31.

rente relative au point  $P$ . On donne à cette surface apparente le signe + ou le signe — suivant que la face plane, vue du point  $P$ ,

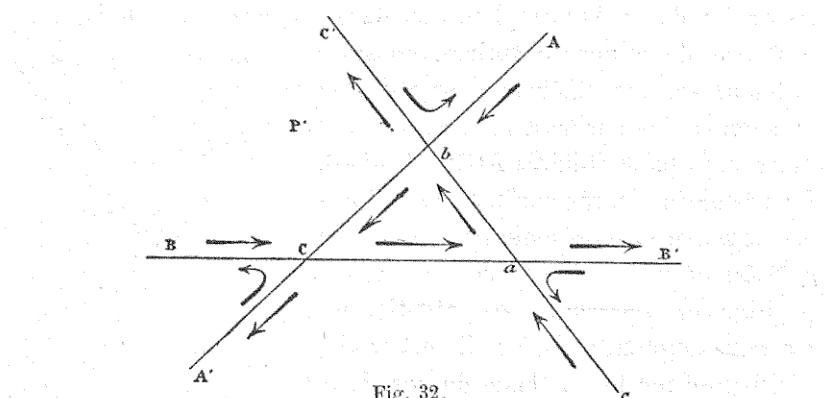


Fig. 32.

est la face gauche ou la face droite du plan pour l'observateur d'Ampère regardant vers l'intérieur du triangle.

Il est évident que ce théorème s'étend à un courant polygonal

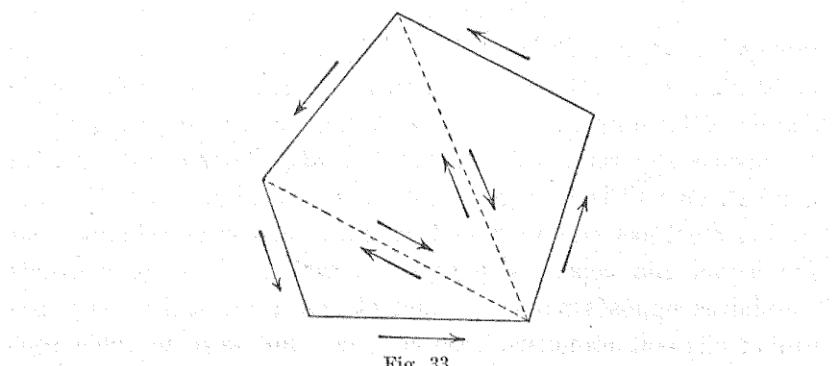


Fig. 33.

plan ou gauche, qui peut toujours être regardé, comme l'indique la figure 33, comme résultant de la superposition de courants triangulaires. En supposant que le nombre des côtés du polygone augmente indéfiniment, de manière à produire une courbe plane ou gauche, on étend le théorème dont il s'agit à tout circuit fermé. Par conséquent : *Le potentiel d'un courant fermé quelconque est égal, à une constante près, au produit de l'intensité électro-magnétique de ce courant par sa surface apparente vue du point  $P$ .* L'observateur d'Ampère couché dans le courant et regardant vers l'intérieur

du circuit, attribue une face gauche et une face droite à la surface conique qui aurait pour sommet un point quelconque du périmètre et pour directrice le périmètre lui-même; la surface apparente est positive ou négative suivant que, du point P, on voit la face gauche ou la face droite.

**83. Équivalence d'un courant fermé et d'un feuillet magnétique.** — Soit  $\Phi$  la puissance magnétique d'un feuillet et  $\Omega$  sa surface apparente pour le point P ; le potentiel de ce feuillet sera (n° 26)

$V_t = \Phi \Omega + \text{constante}$

la surface apparente  $\Omega$  doit être affectée du signe + ou du signe — suivant que, du point P, on voit la face positive ou la face négative du feuillet.

Supposons que le contour limite du feuillet devienne un fil conducteur parcouru par un courant d'intensité électromagnétique I dans un sens tel que, pour l'observateur d'Ampère regardant vers l'intérieur, la face positive de ce feuillet soit à gauche ; le potentiel magnétique de ce courant fermé sera

$V_c = I \Omega + \text{constante}$

Si donc nous supposons que l'on ait

$$I = \Phi,$$

les deux potentiels  $V_t$  et  $V_c$  ne pourront différer que par une constante. Les dérivées partielles de ces deux potentiels seront les mêmes pour un point quelconque de l'espace, en sorte que la force magnétique en ce point sera la même pour le feuillet et pour le courant. De là ce célèbre théorème d'Ampère :

*L'action magnétique du feuillet et celle du courant passant par son périmètre sont équivalentes.*

Maxwell a indiqué une règle très pratique pour trouver la corrélation entre le sens du courant et le sens de l'aimantation du feuillet équivalent. Si l'on enfonçait un tire-bouchon dans la surface feuillet, de manière à le faire avancer dans le sens de l'aimantation (de la face sud ou négative vers la face nord ou

positive), le sens de la rotation de ce tire-bouchon serait précisément le sens du courant.

L'équivalence de l'action magnétique du courant et de celle du feuillet existe pour un point quelconque pris à l'extérieur du feuillet; elle cesse d'exister pour un point intérieur. Considérons, en effet, dans le champ magnétique du courant, un tube de force traversant le feuillet; le flux de force émanant du courant est constant sur tout le parcours de ce tube, tandis que le flux de force émanant du feuillet varie brusquement à sa traversée parce qu'il englobe une masse magnétique agissante. Si à la force magnétique provenant du feuillet on substitue son induction, la discontinuité disparaît (n° 30); il n'existe aucune différence entre le flux d'induction du feuillet et le flux de force du courant. Le théorème de Cauchy peut donc s'énoncer sans aucune restriction sous la forme suivante :

*L'induction du feuillet et la force magnétique du courant passant par son périmètre sont identiques.*

Le potentiel du feuillet est une fonction complètement déterminée des coordonnées du point auquel il se rapporte (n° 26); si donc l'unité positive de masse magnétique, partant d'un point quelconque de l'espace, revient à son point de départ après avoir suivi n'importe quelle trajectoire, le travail correspondant de la force magnétique sera identiquement nul, alors même que la trajectoire traverserait une ou plusieurs fois le feuillet. Si, au lieu de la force magnétique, nous considérons l'induction du feuillet, le travail de cette induction reste nul lorsque la trajectoire ne traverse pas le feuillet, puisque l'induction s'identifie alors constamment avec la force magnétique; lorsqu'au contraire la trajectoire traverse le feuillet, le travail de l'induction s'obtient en ajoutant au travail nul de la force magnétique le travail qu'une force additionnelle, égale et parallèle à l'intensité d'aimantation, effectue pendant la traversée (n° 29); ce travail a pour valeur  $\pm 4\pi\Phi$ , suivant que la traversée a lieu dans le sens de l'intensité d'aimantation ou en sens contraire. Puisque l'induction du feuillet s'identifie constamment, dans tous les cas, avec la force magnétique du courant d'intensité  $I = \Phi$ , nous voyons que, pour un parcours quelconque ramenant finalement l'unité positive de masse

magnétique à son point de départ, le travail de la force magnétique du courant est égal à

$$\pm 4\pi n I,$$

$n$  désignant l'excès du nombre des traversées dans le sens de la face gauche du courant vers sa face droite sur le nombre des traversées en sens inverse; le potentiel magnétique du courant prend, par conséquent, l'accroissement  $\pm 4\pi n I$ .

**84. Cylindre électromagnétique.** — Ampère a donné le nom de *cylindre électromagnétique* à un système de courants circulaires égaux, parallèles et équidistants.

On peut réaliser cette conception en reliant les cercles entre eux par des segments de droite parallèles à l'axe du cylindre (fig. 34); pour détruire l'effet de ces bouts de droite et suppléer à l'absence de petits arcs circulaires, on n'a qu'à ramener ensuite le fil de sortie sur le fil d'entrée, en le repliant sur lui-même et lui faisant suivre, à la surface du cylindre, l'hélice qui passe par les milieux des segments de droite. Il est clair, d'ailleurs, que les cercles successifs étant très voisins, on peut remplacer l'enroulement discontinu qu'indique la figure par un enroulement hélicoïdal continu, de manière à obtenir une *bobine cylindrique*.

Comme chacun des courants circulaires peut être remplacé par un feillet magnétique plan équivalent, le système équivaut à un cylindre aimanté uniformément dans le sens de son axe. En désignant par  $\epsilon$  l'épaisseur d'un feillet égale au pas de l'hélice, par  $\sigma$  la densité superficielle sur la base positive du cylindre et par  $I$  l'intensité du courant, nous aurons

$$\epsilon \sigma = I.$$

On peut remplacer  $\epsilon$  par le rapport  $\frac{l}{n}$  de la longueur  $l$  du cylindre au nombre  $n$  des spires; on trouve alors

$$\sigma = \frac{n}{l} I,$$

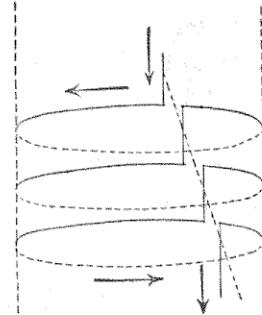


Fig. 34.

ou, ce qui revient au même,

$$\sigma = n_1 I,$$

en représentant par  $n_1$  le nombre des spires enroulées sur l'unité de longueur du cylindre.

La force magnétique du système des courants en un point extérieur quelconque est identique avec la force magnétique du système des feuillets. Elle provient uniquement des masses magnétiques égales et de noms contraires qui sont distribuées uniformément sur les deux bases du cylindre. Si l'on désigne par  $S$  la section droite de ce cylindre, la valeur absolue de la masse magnétique totale d'une de ses bases est

$$S \sigma = n_1 I S.$$

Quant à la force magnétique du système des courants en un point intérieur au cylindre, elle s'identifie avec l'induction du cylindre aimanté uniformément. Si le cylindre est très long, de manière que l'action de chacune de ses bases soit négligeable sur un point intérieur pris vers le milieu de la longueur, l'induction est dirigée parallèlement à l'axe du cylindre, dans le même sens que l'intensité d'aimantation uniforme  $\sigma$ ; elle a pour valeur

$$4\pi\sigma = 4\pi n_1 I,$$

dans toute l'étendue de la section droite. Le flux correspondant traversant la section  $S$  est

$$4\pi n_1 I S.$$

Un cylindre électromagnétique se comporte comme un aimant dont les pôles seraient rigoureusement situés sur ses bases. Placé dans le champ terrestre, il subit la même action directrice qu'une aiguille aimantée.

**85. Tore électromagnétique.** — Un système de courants circulaires de même rayon et de même sens, disposés de manière que leurs plans passent tous par un axe  $O$  (fig. 35) et qu'ils interceptent des arcs égaux sur une circonférence passant par leurs centres et coupant normalement leurs plans, constitue un *tore électromagnétique*.

tique. On peut réaliser ce système en enroulant un fil sur la surface d'un anneau et ramenant le bout de sortie sur le bout d'arrivée, de manière à obtenir une *bobine annulaire*.

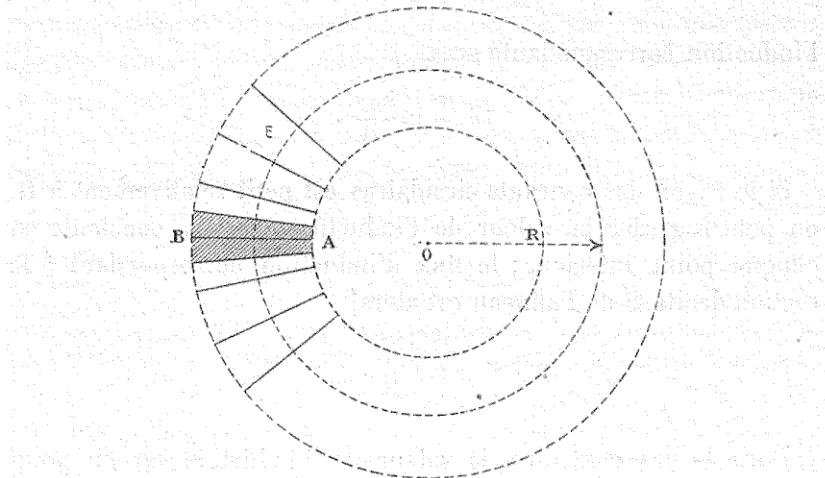


Fig. 35.

En remplaçant les courants circulaires par des feuillets plans équivalents, analogues à celui qu'indiquent les hachures voisines du segment de droite AB, on voit que les faces de noms contraires des feuillets successifs se neutralisent mutuellement, en sorte qu'il n'y a pas de magnétisme libre; ce système est, par conséquent, sans action à l'extérieur.

Sur un point intérieur quelconque, la force magnétique du système de courants s'identifie avec l'induction du système de feuillets ou, en d'autres termes, avec l'induction de l'anneau aimanté solénoïdalement par filets circulaires normaux à l'axe O et centrés sur cet axe. Désignons  
par  $n$  le nombre des courants circulaires,  
par  $\epsilon$  la distance de deux courants successifs, comptée sur la circonférence qui passe normalement par leurs centres,  
par  $R$  le rayon de cette circonférence moyenne,  
et par  $I$  l'intensité du courant,  
nous aurons

$$n \epsilon = 2\pi R;$$

l'intensité d'aimantation en un point pris sur la circonférence de rayon  $R$  sera

$$\frac{I}{\varepsilon} = \frac{nI}{2\pi R};$$

l'induction correspondante sera

$$4\pi \frac{I}{\varepsilon} = \frac{2nI}{R}.$$

Si le rayon des courants circulaires est petit relativement à  $R$ , on peut regarder la valeur de l'induction comme constante en chaque point intérieur ; le flux d'induction correspondant à la section droite  $S$  de l'anneau est alors

$$2nI \frac{S}{R}.$$

Dans le cas contraire, la valeur de l'induction en un point intérieur dépend de la distance  $x$  de ce point à l'axe  $O$  ; l'épaisseur du feuillet en ce point est, en effet,

$$\varepsilon_x = \varepsilon \frac{x}{R};$$

l'intensité d'aimantation correspondante est

$$\frac{I}{\varepsilon_x} = \frac{I}{\varepsilon} \frac{R}{x}$$

et l'induction a pour valeur

$$4\pi \frac{I}{\varepsilon_x} = 4\pi \frac{I}{\varepsilon} \frac{R}{x} = \frac{2nI}{x};$$

le flux d'induction relatif à la section droite  $S$  de l'anneau est alors représenté par l'intégrale définie

$$2nI \int \frac{ds}{x}$$

**86. Aimantation par les courants.** — Du moment que les courants électriques donnent naissance à des champs magnétiques,

ils peuvent être employés pour obtenir l'aimantation temporaire du fer doux. On obtient ainsi des électro-aimants.

Introduisons un barreau de fer doux très allongé dans l'intérieur d'un cylindre électromagnétique indéfini, de manière que l'axe du barreau coïncide avec celui du cylindre. Faisons passer dans la bobine un courant d'intensité  $I$ . Le barreau de fer doux se trouvera placé dans un champ magnétique uniforme parallèle à son axe ; il prendra par conséquent une aimantation temporaire uniforme (n° 36). L'intensité du champ étant (n° 84)

$$A = 4\pi n_1 I,$$

l'intensité de l'aimantation temporaire sera

$$k A = 4\pi n_1 k I;$$

elle dépend du nombre des spires par unité de longueur, mais elle est indépendante du périmètre d'une spire. On a, pour ce motif, intérêt à rendre la longueur des spires aussi faible que possible, pour diminuer la résistance de la bobine et, par suite, la dépense d'énergie sous forme de chaleur ; c'est pourquoi il convient d'enrouler directement le fil sur le barreau. La valeur de l'induction en un point intérieur au barreau est

$$B = 4\pi n_1 I + 4\pi \times 4\pi n_1 k I = 4\pi n_1 \mu I = \mu A$$

La position des pôles relativement au courant se détermine par la règle qu'a indiquée Ampère ; le pôle nord est à gauche du courant, c'est-à-dire à gauche de l'observateur d'Ampère placé sur la spire correspondant au milieu du barreau.

Si l'on enroulait successivement, suivant la longueur du barreau diverses bobines alternativement dextrorsum et sinistrorsum, on aurait autant de *points conséquents*, ou systèmes de deux pôles voisins de noms contraires, qu'il y aurait d'inversions dans le sens du courant.

En enroulant un tore électromagnétique autour d'un anneau de fer doux et faisant ensuite passer un courant, on peut obtenir un aimant annulaire décomposable en solénoïdes fermés concentriques. Un aimant de ce genre est sans action à l'extérieur. Si le rayon des spires est petit relativement à celui du tore, l'intensité

du champ magnétique inducteur en un point intérieur quelconque a sensiblement la valeur constante

$$A = 4\pi n_1 I.$$

$n_1$  désignant, comme dans le cas du cylindre, le nombre de spires par unité de longueur ; l'intensité d'aimantation correspondante est

$$4\pi n_1 h I,$$

et la valeur totale de l'induction est

$$B = \mu A = 4\pi n_1 \mu I.$$

Considérons maintenant un fil de fer enroulé en hélice autour d'un tube isolant (de verre, par exemple), et faisons passer un courant dans un fil de cuivre traversant ce tube ; l'action magnétique de ce courant en un point du fil de fer sera tangentielle à la spire et égale à  $\frac{2}{a} I$ ,  $a$  désignant le rayon de l'hélice. En présence de ce champ magnétique, le fil de fer deviendra un filet solénoïdal, dont les extrémités seront seules chargées de magnétisme libre, en quantités égales et de noms contraires.

**87. Unités électromagnétiques.** — La formule élémentaire de Laplace nous a conduits à remplacer la valeur de l'intensité  $i$  d'un courant électrique par une valeur proportionnelle

$$I = \frac{i}{h}.$$

Nous avons démontré que cette nouvelle valeur  $I$  est égale à la puissance magnétique  $\Phi$  du feuillet équivalent au circuit fermé ; on a, par conséquent,

$$\Phi = \frac{i}{h},$$

d'où

$$h = \frac{i}{\Phi}.$$

Or, l'unité symbolique d'intensité  $i$  est

$$\left[ L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-\frac{1}{2}} \right]$$

et celle de puissance magnétique  $\Phi$  est

$$\left[ L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right];$$

il en résulte que l'unité symbolique du paramètre  $h$  est  $[L T^{-1}]$ . Le paramètre  $h$  a, par conséquent, les dimensions d'une vitesse. Il résulte de toutes les expériences qui ont été faites, en vue d'obtenir la valeur numérique de  $h$ , que cette valeur est égale à celle de la vitesse de la lumière dans le vide, soit 300 000 kilomètres par seconde; en unités CGS, on a

$$h = 3 \times 10^{10}.$$

La valeur  $i$  dérive du *système électro-statique* (actions mutuelles des masses électriques), tandis que la valeur  $I$  dérive du *système électromagnétique* (actions mutuelles des masses magnétiques et des courants).

L'usage a conduit à adopter le système électromagnétique de préférence au système électrostatique.

Ce changement de système a, concernant les courants, les conséquences suivantes.

L'unité symbolique électromagnétique d'intensité est, comme nous l'avons déjà dit, celle de la puissance magnétique d'un feuillet, soit  $[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$ ; l'unité CGS d'intensité dans le système électromagnétique est  $h = 3 \times 10^{10}$  fois plus grande que l'unité CGS électrostatique correspondante; elle vaut par conséquent 10 *ampères* (n° 72).

Pour que le produit  $EI$  continue à avoir pour unité symbolique celle de la puissance mécanique  $[L^2 M T^{-3}]$ , il faut que l'unité symbolique électromagnétique de force électromotrice soit  $[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$ , comme celle d'un potentiel magnétique. L'unité CGS de force électromotrice, dans le système électromagnétique est  $h = 3 \times 10^{10}$  fois plus faible que l'unité CGS électrostatique correspondante; elle est continue 10<sup>8</sup> fois dans le *volt* (n° 62).

De même, pour que le produit  $RI^2$  continue à avoir les mêmes dimensions que la puissance mécanique, il faut que l'unité électromagnétique de résistance ait pour symbole  $[L T^{-1}]$ ; ses dimensions deviennent ainsi celle d'une vitesse. L'unité électromagné-

tique CGS de résistance est  $h^2 = 9 \times 10^{20}$  fois plus faible que l'unité CGS électrostatique correspondante ; elle est contenue  $10^9$  fois dans l'*ohm* (n° 72).

Indiquons maintenant les répercussions de ce changement de système sur l'électricité statique.

La *masse électrique* ou *quantité d'électricité* est le produit de l'intensité d'un courant par un temps ; unité symbolique  $[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}]$  ; le rapport de l'unité CGS électromagnétique à l'unité CGS électrostatique est  $h = 3 \times 10^{10}$  ; la première de ces unités vaut *10 coulombs* (n° 62).

Le *potentiel d'un champ électrique* ou *d'un conducteur électrisé* est une force électromotrice ; unité symbolique  $[L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$  ; rapport des deux unité CGS,  $h^{-1} = 3^{-1} \times 10^{-10}$ .

La *force électrique d'un champ* est le rapport d'un potentiel à une longueur ; unité symbolique  $[L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}]$  ; rapport des deux unités CGS,  $h^{-1} = 3^{-1} 10^{-10}$ .

La *capacité électrique d'un condensateur* est le quotient de sa charge (masse électrique) par son potentiel ; unité symbolique  $[L^{-1} T^2]$  ; rapport des deux unités CGS,  $h^2 = 3^2 \times 10^{20}$ . L'unité CGS électromagnétique vaut *10<sup>9</sup> farads*.

Les tableaux suivants résument ces résultats :

	UNITÉ symbolique électro- magnétique	RAPPORT des deux unités CGS
Force électrique d'un champ. . . . .	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2}$	$3^{-1} 10^{-10}$
Quantité d'électricité . . . . .	$L^{1/2} M^{1/2}$	$3 \cdot 10^{10}$
Intensité d'un courant. . . . .	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$3 \cdot 10^{10}$
Potentiel électrique . . . . .	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	$3^{-1} 10^{-10}$
Force électromotrice . . . . .	$L T^{-1}$	$3^2 10^{20}$
Résistance d'un conducteur . . . . .	$L^{-1} T^2$	$3^2 10^{20}$
Capacité d'un condensateur . . . . .		

Valeurs des unités pratiques en unités CGS électromagnétiques.

Coulomb. . . . .	$10^{-1}$
Ampère . . . . .	$10^{-1}$
Volt. . . . .	$10^8$
Ohm. . . . .	$10^9$
Farad . . . . .	$10^{-9}$

**88. Energie relative d'un courant fermé dans un champ magnétique.** — Le travail nécessaire pour amener depuis l'infini jusqu'au point P la masse magnétique  $m$ , en présence d'un courant fermé d'intensité  $I$  dont la surface apparente pour le point P est  $\Omega$ , a pour valeur

$$m(\Omega + 4n\pi)I,$$

$n$  désignant l'excès du nombre des traversées du circuit faites de la face positive vers la face négative sur celui des traversées faites en sens contraire (n° 83). Ce travail représente l'énergie relative ou potentielle de la masse  $m$  dans le champ magnétique du courant. Abandonnée à elle-même, cette masse  $m$  tendrait à diminuer de plus en plus son énergie potentielle ; elle tournerait indéfiniment autour du circuit en le traversant toujours de la face négative vers la face positive ; ce phénomène de mouvement continu serait entretenu par l'intervention d'une source d'électricité nécessaire pour maintenir constante l'intensité du courant. Il est d'ailleurs impossible d'isoler une masse magnétique positive ou négative, car la somme algébrique des masses est toujours nulle dans un aimant ; le travail nécessaire pour amener un aimant depuis l'infini jusqu'à une position actuelle dans le champ du courant fermé est indépendant du nombre des traversées du feuillet, puisque l'on a nécessairement

$$4n\pi I \Sigma m = 0;$$

l'énergie relative de l'aimant a donc simplement pour valeur

$$I \Sigma m \Omega,$$

fonction bien déterminée des coordonnées des positions des masses  $m$  ; il est, par suite, impossible d'obtenir le mouvement spontané d'un aimant autour d'un courant fermé immobile et indéformable.

Nous voyons, en outre, que l'énergie relative d'un aimant dans le champ d'un courant fermé ne diffère en rien de son énergie relative dans le champ d'un feuillet équivalent. Par conséquent l'énergie relative d'un courant fermé dans un champ

magnétique créé par un système d'aimants quelconque a pour valeur (n° 27)

$$W = -IQ,$$

$Q$  désignant le flux de force qui traverse le circuit en pénétrant par sa face négative. Exprimant cette formule en langage ordinaire, nous énoncerons le théorème suivant :

*L'énergie relative d'un courant fermé dans un champ magnétique est égale et de signe contraire au produit de l'intensité du courant par le flux de force qui le traverse en pénétrant par sa face négative.*

Comme l'énergie relative ou potentielle tend toujours à devenir minimum, le courant fermé, s'il était librement mobile, tendrait à se placer dans la position qui rendrait maximum le flux de force pénétrant par sa face négative.

## CHAPITRE VIII

### ÉLECTRODYNAMIQUE

**Loi d'Ampère.** — Action d'un courant fermé sur un élément de courant. — Nouvelle équivalence du courant et du feuillet. — Energie mutuelle de deux courants fermés. — Energie intrinsèque d'un courant. — Formule de Weber. — Théorie du magnétisme d'Ampère.

**89. Loi d'Ampère.** — Les immortels travaux d'Ampère, qui ont eu pour point de départ en 1820 sa découverte de l'action des courants sur les courants, l'ont conduit à formuler la loi élémentaire suivante.

*L'action mutuelle de deux éléments de courant  $ds$  et  $ds'$ , d'intensités  $i$  et  $i'$ , est dirigée suivant la droite qui joint leurs milieux ; elle est déterminée par la formule*

$$\varphi = k \frac{i i' ds \cdot ds'}{r^2} \left( \cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \theta \cos \theta' \right)$$

*dans laquelle  $r$  désigne la distance des milieux des deux éléments,  $\varepsilon$  l'angle d'entre les directions des deux courants,  $\theta$  et  $\theta'$  les angles que ces directions font avec la droite qui joint les milieux,  $k$  une constante positive (fig. 36).*

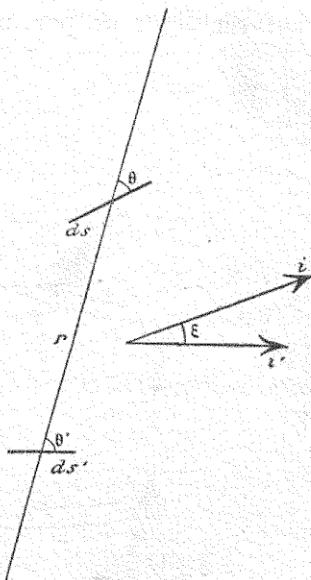


Fig. 36.

Si l'un des éléments est situé dans le plan perpendiculaire à l'autre en son milieu, l'action mutuelle devient nulle. Si l'on change de sens les deux courants, leur action mutuelle n'est pas

modifiée. Dans tous les cas la valeur de  $\varphi$  est positive ou négative suivant qu'il y a attraction ou répulsion.

Remplaçons l'élément de courant  $ds$  par un courant brisé de même intensité  $i$  parcourant une ligne polygonale, plane ou gauche, à côtés infiniment petits et aboutissant aux deux extrémités de  $ds$ . La distance  $r$  se conserve sensiblement pour chacun des côtés  $s_n$  du polygone, en sorte que l'action correspondante à un côté est

$$\varphi_n = k \frac{i i' ds^1}{r^2} \left( ds_n \cos \varepsilon_n - \frac{3}{2} \cos \theta' ds_n \cos \theta_n \right);$$

en projetant sur  $r$  et sur  $ds'$  l'élément  $ds$  et le contour polygonal on trouve

$$\begin{cases} ds \cos \varepsilon = \sum ds_n \cos \varepsilon_n \\ ds \cos \theta = \sum ds_n \cos \theta_n; \end{cases}$$

par conséquent

$$\varphi = \sum \varphi_n;$$

on ne modifie donc pas l'action mutuelle en remplaçant le courant rectiligne  $ds$  par un courant polygonal aboutissant aux

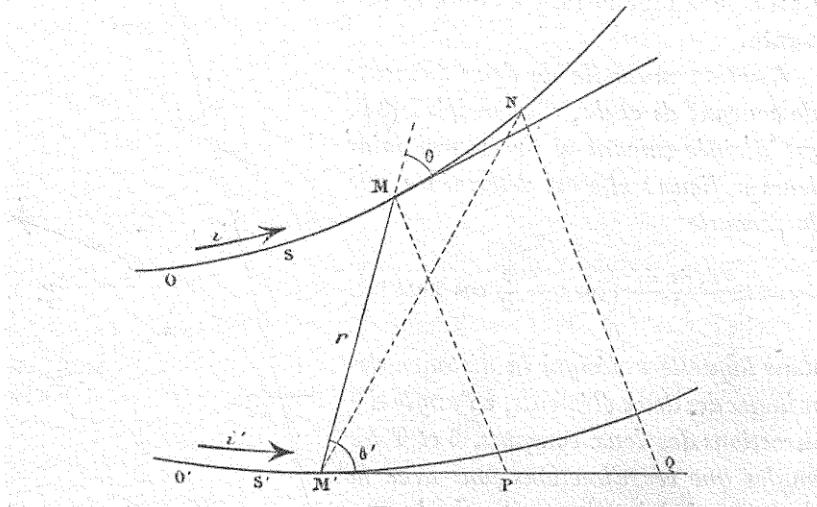


Fig. 37.

mêmes extrémités. Il en résulte qu'un élément de courant peut être remplacé par ses trois composantes parallèles à trois axes rectangulaires.

Deux éléments de courant  $ds$  et  $ds'$  font nécessairement partie de deux circuits, sur lesquels on peut prendre arbitrairement deux points  $O$  et  $O'$  pour origines des arcs  $s$  et  $s'$  correspondant aux origines  $M$  et  $M'$  des deux éléments (fig. 37). On a alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{M'N - M'M}{MN} = \frac{\partial r}{\partial s} \\ \cos \theta' = - \frac{\partial r}{\partial s'} \end{array} \right.$$

Pour évaluer  $\cos \varepsilon$ , menons la tangente en  $M'$ , projetons les deux points  $M$  et  $N$  en  $P$  et en  $Q$  sur cette tangente ; nous aurons

$$\left\{ \begin{array}{l} M'P = r \cos \theta' \\ PQ = \frac{\partial M'P}{\partial s} ds = \frac{\partial (r \cos \theta')}{\partial s} ds; \end{array} \right.$$

mais  $PQ$  étant la projection de  $MN = ds$  sur la tangente en  $M'$ , on a

$$PQ = ds \cdot \cos \varepsilon,$$

donc

$$\cos \varepsilon = \frac{\partial (r \cos \theta')}{\partial s}.$$

En remplaçant  $\cos \theta'$  pour sa valeur  $- \frac{\partial r}{\partial s'}$ , on trouve

$$\cos \varepsilon = - \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} - r \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'}.$$

Il résulte de ces formules qu'on peut ramener la formule d'Am-père à la forme suivante

$$\varphi = - 2k \frac{i' ds \cdot ds'}{\sqrt{r}} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s'}.$$

**90. Action d'un courant fermé sur un élément de courant.** — L'action totale d'un courant fermé d'intensité  $i$  sur un élément de courant  $ds'$  d'intensité  $i'$  passe par le milieu  $O$  de cet élément. Il s'agit de déterminer sa direction.

A cet effet, prenons le point O pour origine d'un système de coordonnées rectangulaires (fig. 38) et désignons  
 par  $x, y, z$  les coordonnées du milieu M de l'élément  $ds$ ,  
 par  $dx, dy, dz$  les projections de cet élément,  
 par  $r$  la distance OM,  
 par  $\alpha, \beta, \gamma$  les cosinus des angles que l'élément  $ds'$  fait avec les axes.

On a

$$x = \int \varphi \frac{x}{r} = k i i' ds' \int \frac{x}{r^3} \left( \cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \theta \cos \theta' \right) ds$$

Fig. 38. — l'intégration devant s'opérer suivant le périmètre entier du courant fermé.

En tenant compte des formules

$$\cos \theta = \frac{dr}{ds}$$

$$-\frac{3}{r^2} \frac{dr}{ds} ds = -\frac{3}{r^2} dr = rd \frac{1}{r^3},$$

nous pouvons écrire

$$x = k i i' ds' \left[ \int \frac{x \cos \varepsilon}{r^3} ds + \frac{1}{2} \int r x \cos \theta' d \frac{1}{r^3} \right],$$

les intégrations devant s'étendre à tout le périmètre du courant fermé.

L'intégration par parties donne pour la seconde intégrale, considérée comme indéfinie,

$$\int r x \cos \theta' d \frac{1}{r^3} = \frac{r x \cos \theta'}{r^3} - \int \frac{d(r x \cos \theta')}{r^3},$$

on a donc, pour l'intégrale définie, la seconde partie seulement du second membre, c'est-à-dire

$$\int r x \cos \theta' d \frac{1}{r^3} = - \int \frac{d(r x \cos \theta')}{r^3}$$

et, par conséquent,

$$X = k i' ds' \int \frac{1}{r^3} \left[ x \cos \varepsilon_z ds - \frac{1}{2} d(r x \cos \theta') \right].$$

Comme on a d'ailleurs

$$d(r x \cos \theta') = r \cos \theta' dx + x d(r \cos \theta') = r \cos \theta' dx + x \cos \varepsilon_z ds,$$

on peut écrire

$$X = \frac{k}{2} i' ds' \int \frac{1}{r^3} (x \cos \varepsilon_z ds - r \cos \theta' dx)$$

Remarquons enfin que l'on a

$$r \cos \theta' = \alpha x + \beta y + \gamma z$$

$$\cos \varepsilon_z ds = \alpha dx + \beta dy + \gamma dz,$$

nous trouverons définitivement

$$X = \frac{k}{2} i' ds' \int \left[ \beta \frac{x dy - y dx}{r^3} - \gamma \frac{z dx - x dz}{r^3} \right]$$

Les composantes Y et Z s'expriment par des formules analogues.  
Posant, pour simplifier les écritures,

$$\begin{cases} A = \int \frac{y dz - z dy}{r^3} \\ B = \int \frac{z dx - x dz}{r^3} \\ C = \int \frac{x dy - y dx}{r^3}, \end{cases}$$

nous aurons

$$\begin{cases} X = \frac{k}{2} i' ds' (\beta C - \gamma B) \\ Y = \frac{k}{2} i' ds' (\gamma A - \alpha C) \\ Z = \frac{k}{2} i' ds' (\alpha B - \beta A). \end{cases}$$

**91. Nouvelle équivalence du courant et du feuillet.** — Supposons que, supprimant l'élément de courant  $ds'$ , on place en O une

masse magnétique positive égale à l'unité ; son action sur l'élément de courant  $ds$  aura pour projections (n° 77)

$$\begin{aligned} hi \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} dz - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} dy \right) &= -\frac{hi}{r^3} (ydz - zd़y) \\ hi \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} dx - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} dz \right) &= -\frac{hi}{r^3} (zdx - xdz) \\ hi \left( \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} dy - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} dx \right) &= -\frac{hi}{r^3} (xdy - ydx); \end{aligned}$$

par conséquent son action magnétique totale sur le courant fermé aura pour projections sur les trois axes

$$\begin{aligned} -hi \int \frac{ydz - zd़y}{r^3} &= -hi A \\ -hi \int \frac{zdx - xdz}{r^3} &= -hi B \\ -hi \int \frac{xdy - ydx}{r^3} &= -hi C. \end{aligned}$$

Il suffit de changer de signe ces trois projections pour avoir celles de la force magnétique  $\mathbf{F}$  que créerait au point O le feuillet magnétique de puissance  $hi$  équivalent au courant fermé ; nous avons donc

$$\begin{cases} F_x = hi A \\ F_y = hi B \\ F_z = hi C. \end{cases}$$

Les valeurs des trois projections X, Y, Z de l'action totale exercée par le courant fermé sur l'élément de courant  $ds'$  peuvent, par conséquent, s'écrire sous la forme

$$\begin{cases} X = \frac{k}{2h} (F_x \beta - F_y \gamma) i' ds' \\ Y = \frac{k}{2h} (F_x \gamma - F_z \alpha) i' ds' \\ Z = \frac{k}{2h} (F_y \alpha - F_z \beta) i' ds' \end{cases}$$

Les trois projections du moment de la force magnétique  $\mathbf{F}$  rela-

tivement à l'origine de l'élément de courant  $ds'$  sont respectivement

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x = \frac{1}{2} (F_y \gamma ds' - F_z \beta ds') \\ M_y = \frac{1}{2} (F_z \alpha ds' - F_x \gamma ds') \\ M_z = \frac{1}{2} (F_x \beta ds' - F_y \alpha ds') ; \end{array} \right.$$

d'après la loi de Laplace généralisée (n° 77), il suffit de multiplier trois projections par  $-2hi'$  pour obtenir les trois composantes  $X', Y', Z'$ , de l'action totale que le feuillet magnétique équivalent au courant donné exerce sur l'élément  $ds'$ ; on a donc

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \frac{k}{2h^2} X' \\ Y = \frac{k}{2h^2} Y' \\ Z = \frac{k}{2h^2} Z' . \end{array} \right.$$

L'expérience ayant montré que le rapport  $\frac{k}{2h^2}$  est égal à l'unité,  $X, Y, Z$  sont exactement égaux à  $X', Y', Z'$ . De là ce théorème :

*Un courant fermé et un feuillet magnétique, équivalents quant à leurs actions sur les aimants, sont équivalents aussi quant à leurs actions sur les courants.*

En remplaçant  $k$  par  $2h^2$  dans la formule d'Ampère et substituant ensuite les intensités électromagnétiques  $I, I'$  aux intensités électrostatiques  $i$  et  $i'$ , on trouve

$$\begin{aligned} \varphi &= 2 \frac{II' ds ds'}{r^2} \left( \cos \varepsilon - \frac{3}{2} \cos \theta \cos \theta' \right) \\ \varphi &= -4 \frac{II' ds ds'}{\sqrt{r}} \frac{\theta^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s'} \end{aligned}$$

92. Energie mutuelle de deux courants fermés. — L'énergie mutuelle  $W$  de deux courants fermés, dont les intensités sont

respectivement  $I$  et  $I'$ , est égale à celle des deux feuillets magnétiques équivalents ; on a, par conséquent (n° 28)

$$W = -M I I',$$

Le paramètre  $M$ , que nous avons appelé *coefficient d'induction mutuelle*, est égal au flux de force qui traverserait l'un des circuits par sa face droite ou négative, si l'intensité du courant dans l'autre circuit devenait égale à l'unité. Il est clair que  $M$  dépend seulement des circuits et de leurs positions actuelles ; c'est une fonction géométrique dont nous allons déterminer la forme.

L'énergie mutuelle  $W$  est égale au travail qu'effectueraient les actions émanant du premier courant et sollicitant le second, si ce dernier s'éloignait à l'infini, le premier restant fixe. Pendant le temps  $dt$ , la distance  $r$  de deux éléments  $ds$  et  $ds'$  varie de

$$\frac{\partial r}{\partial t} dt = 2 \sqrt{r} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} dt;$$

le travail correspondant de la force  $\varphi$ , que l'élément de courant  $ds$  produit sur l'élément de courant  $ds'$ , est,  $\varphi$  étant évaluée comme force attractive,

$$-2 \varphi \sqrt{r} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} dt = 8 II' ds ds' dt \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s'};$$

il en résulte que le travail élémentaire total des forces que l'élément de courant  $ds$  exerce sur le second courant a pour valeur

$$\theta = 8 II' dt ds \int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s'} ds',$$

l'intégration s'étendant à tout le périmètre du courant  $I'$ .

En intégrant par parties, on trouve, pour l'intégrale indéfinie,

$$\int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s'} ds' = \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} - \int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial t \partial s'} ds',$$

et pour l'intégrale définie, la seconde partie seulement du second membre ; on a donc

$$\theta = -8 II' dt ds \int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s' \partial t} ds'.$$

Le travail élémentaire, pendant le temps  $dt$ , de toutes les forces que le premier courant exerce sur le second a pour valeur

$$dW = -8\pi' dt \int \int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s' \partial t} ds' ds.$$

L'expression de ce travail devant être symétrique par rapport aux deux circuits, on a aussi

$$dW = -8\pi' dt \int \int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial t} ds ds'.$$

Prenant la demi-somme de ces deux valeurs, nous aurons

$$dW = -4\pi' dt \int \int \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} \right] ds ds'$$

ou, ce qui revient au même,

$$dW = -4\pi' d \int \int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} ds ds'.$$

La valeur de l'énergie potentielle  $W$  est par conséquent

$$W = -4\pi' \int \int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} ds ds' = -M\pi'.$$

Nous en déduisons

$$M = 4 \int \int \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} ds ds'.$$

Newmann a transformé cette expression en une autre plus élégante. On a identiquement

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} &= \frac{1}{4r} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} = \\ &= -\frac{r}{4} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'}; \end{aligned}$$

par conséquent

$$M = - \int \int r \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s'} ds ds'.$$

L'intégration par partie donne, pour une intégrale indéfinie,

$$\int r \frac{\partial r}{\partial s'} \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial s} ds = \frac{\partial r}{\partial s'} - \int \frac{1}{r} \frac{\partial \left[ r \frac{\partial r}{\partial s'} \right]}{\partial s} ds$$

et, pour l'intégrale définie, le second terme seulement du second membre. On a d'ailleurs

$$\frac{\partial \left[ r \frac{\partial r}{\partial s'} \right]}{\partial s} = \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} + r \frac{\partial^2 r}{\partial s \partial s'} = -\cos \varepsilon,$$

$\varepsilon$  désignant l'angle des deux éléments de courant  $ds, ds'$ . La valeur de  $M$  devient donc

$$M = - \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds'.$$

**93. Energie intrinsèque d'un courant.** — On peut former pour un seul circuit une fonction de la même forme que  $M$ , en regardant les deux éléments  $ds, ds'$  comme appartenant l'un et l'autre à ce circuit. On obtient ainsi le paramètre

$$L = 4 \iint \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} ds ds' = - \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds'.$$

que l'on appelle *coefficient de self-induction* du circuit.

On peut remarquer que la valeur de  $L$  est la valeur limite de  $M$  dans l'hypothèse où deux circuits égaux se rapprocheraient l'un de l'autre en tendant à coïncider.

Supposons qu'un courant fermé d'intensité  $I$  soit placé en dehors de tout champ magnétique, il sera traversé néanmoins par un flux de force qui émane du courant lui-même ; le coefficient de self-induction  $L$  représente la valeur de ce flux de force (évalué comme pénétrant par la face droite ou négative) lorsque l'intensité  $I$  du courant est égale à l'unité.

Supprimant le courant par la pensée, rétablissons-le ensuite en faisant croître son intensité, supposée uniforme, depuis zéro jusqu'à  $I$ . Soit  $x$  une valeur intermédiaire de  $I$  et  $dx$  son accroissement infinitésimal ; l'accroissement correspondant du flux de force est  $L dx$  et le travail correspondant des forces magnétiques

est le produit de cet accroissement de flux  $Ldx$  par l'intensité  $x$  du courant. On voit ainsi que, par suite de la création du courant, les forces électriques exécutent un travail total dont la valeur est

$$L \int_0^I x dx = \frac{1}{2} LI^2.$$

C'est aussi la valeur du travail qu'a dû fournir la machine génératrice du courant; c'est, en d'autres termes, l'énergie dépensée; on l'appelle *énergie intrinsèque du courant*.

La création de deux courants fermés simultanés dont les intensités respectives sont  $I$  et  $I'$ , dont les coefficients de self-induction sont  $L$  et  $L'$  et dont le coefficient d'induction mutuelle est  $M$  implique une dépense totale d'énergie égale à

$$MII' + \frac{1}{2} (LI^2 + L'I'^2)$$

**94. Formule de Weber.** — Ainsi que nous l'avons dit plus haut (n° 64), Weber a proposé d'exprimer l'action mutuelle de deux masses électriques en mouvement  $m$  et  $m'$  par la formule

$$\varphi = -mm' \left( \frac{1}{r^2} + \frac{k}{r} \frac{d^2 \sqrt{r}}{dt^2} \right),$$

qui, dans le cas du repos, c'est-à-dire lorsque  $r$  reste invariable, reproduit la formule d'Ohm.

Cette formule de Weber s'identifie, d'autre part, avec celle d'Ampère dans le cas du régime permanent; en voici la démonstration.

Prenant le temps  $t$  comme variable indépendante, désignons par  $s$  et  $s'$  les arcs curvilignes, comptés à partir d'origines fixes prises sur les deux circuits, dont les longueurs correspondent aux positions qu'occupent à l'instant  $t$  les deux molécules  $m$  et  $m'$  dont la distance est  $r$ . Les vitesses de ces molécules seront respectivement

$$\begin{cases} u = \frac{ds}{dt} \\ u' = \frac{ds'}{dt} \end{cases}$$

et nous aurons

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d \sqrt{r}}{dt} = \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} \frac{ds'}{dt} = u \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s} + u' \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s'} \\ \frac{d^2 \sqrt{r}}{dt^2} = u^2 \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s^2} + 2 u u' \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \cdot \partial s'} + u'^2 \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s'^2} \end{array} \right.$$

La formule de Weber devient, par conséquent,

$$\varphi_1 = -mm' \left[ \frac{1}{r^2} + \frac{k}{\sqrt{r}} \left( u^2 \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s^2} + 2 u u' \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \cdot \partial s'} + u'^2 \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s'^2} \right) \right]$$

Or, en même temps que la molécule positive  $m$  arrive dans le sens du courant à l'extrémité de l'arc  $s$ , une molécule négative  $-m$  y arrive en sens contraire ; son action sur la molécule positive  $m'$  s'obtient en changeant le signe de  $u$  dans la valeur de  $\varphi_1$  et changeant ensuite le signe du résultat ; désignons-la par  $\varphi_2$ , nous aurons

$$\varphi_1 + \varphi_2 = -\frac{4k mm' uu'}{\sqrt{r}} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s'};$$

telle est l'action du système  $(+m, -m)$  sur la molécule  $m'$ .

Mais en même temps que la molécule positive  $m'$  arrive, dans le sens du courant, à l'extrémité de l'arc  $s'$ , une molécule négative  $-m'$  y arrive en sens contraire ; l'action du système  $(+m, -m)$  sur cette molécule  $-m'$  s'obtient en changeant les signes de  $m'$  et de  $u'$  dans l'expression ci-dessus, ce qui ne la modifie pas ; cette action est donc  $\varphi_1 + \varphi_2$ .

Il en résulte que l'action du système  $(+m, -m)$  sur le système  $(+m', -m')$  est

$$\varphi = 2(\varphi_1 + \varphi_2) = -\frac{8k mm' uu'}{\sqrt{r}} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s'},$$

En remarquant que

$$\left\{ \begin{array}{l} 2mu = ids \\ 2m'u' = i'ds' \end{array} \right.$$

on trouve

$$\varphi = -\frac{2k ii' ds ds'}{\sqrt{r}} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s'},$$

c'est-à-dire la formule d'Ampère.

La formule de Weber a une portée plus grande que celle d'Ampère, parce qu'elle est applicable aux courants variables et peut contribuer à l'explication du phénomène des courants induits dont nous parlerons au chapitre suivant.

**95. Théorie du magnétisme d'Ampère.** — Ampère a démontré qu'il est toujours possible de substituer à un aimant quelconque un système de courants fermés équivalents.

Ainsi que nous l'avons dit plus haut (n° 25), on peut toujours décomposer un aimant en filets magnétiques fermés ou aboutissant à sa surface. Chacun de ces filets peut se subdiviser en éléments  $\omega ds$  que l'on peut assimiler à des feuillets magnétiques ; chacun de ces feuillets peut enfin être remplacé par un courant fermé équivalent.

Ampère admettait que ces petits courants fermés sont liés aux molécules de la substance de l'aimant, sans pouvoir passer d'une molécule à une autre. Ils préexistaient à l'aimantation de cette substance, cette aimantation ayant seulement pour effet de les orienter. En regardant comme nulle la résistance du circuit de chacun de ces courants, on évite l'objection qui résulte de l'absence de tout dégagement de chaleur.

## CHAPITRE IX

### LES COURANTS INDUITS

Courant induit d'intensité constante. — Quantité d'électricité induite. — Coupure du flux par le circuit. — Self-induction et extra-courant. — Courant induit alternatif. — Système de deux courants voisins. — Coefficients d'induction. — Unité symbolique. — Décharge d'un condensateur. — Courants induits dans les conducteurs non linéaires. — Courants de Foucault.

**96. Courant induit d'intensité constante.** — Lorsqu'un courant est placé dans un champ magnétique, toute modification du champ détermine une variation de l'intensité du courant. La découverte des *courants induits* a été faite par Faraday en 1831.

Considérons un courant induit ainsi obtenu, dans un circuit fermé, par la variation du champ magnétique ambiant ; supposons que cette variation du champ soit de nature à donner une valeur constante  $I$  à l'intensité du courant<sup>1</sup>.

A l'instant  $t$ , le flux de force qui traverse le courant en pénétrant par sa face négative a pour valeur  $Q$  ; l'énergie relative ou potentielle correspondante du courant est

$$W = - I Q$$

Au bout du temps  $dt$ , la valeur du flux de force est devenue

$$Q + \frac{dQ}{dt} dt,$$

et l'énergie potentielle est devenue

$$W = I \frac{dQ}{dt} dt.$$

<sup>1</sup> Dans cette théorie des courants induits, nous supposons que toutes les grandeurs soient rapportées aux unités CGS électromagnétiques. L'unité d'intensité de courant est, par conséquent, 10 ampères (n° 87).

L'accroissement d'énergie potentielle représente le travail qu'il faudrait dépenser pour amener le courant, supposé fixe, depuis sa position actuelle, jusqu'à l'infini, en présence du champ magnétique maintenu dans l'état qu'il présentait à l'instant  $t$ , et le ramener ensuite sur cette position actuelle en présence du champ magnétique maintenu dans l'état qu'il présente à l'instant  $t + dt$ . Ce travail mécanique, nécessairement emprunté à la source extérieure d'énergie qui fait varier l'état du champ magnétique, doit être restitué par le courant sous la forme de chaleur, après s'être transformé en énergie calorifique. Si donc nous désignons par  $R$  la résistance du circuit<sup>1</sup>, l'énergie calorifique  $R I^2 dt$  doit être égale à l'accroissement de  $W$  pendant le temps  $dt$ ; de là l'équation

$$- I \frac{d Q}{dt} dt = R I^2 dt, \quad (1)$$

ou, plus simplement,

$$- \frac{d Q}{dt} = R I. \quad (2)$$

Pour que  $I$  soit constant, ainsi que nous l'avons supposé, il faut et il suffit que le flux de force  $Q$  soit une fonction linéaire du temps.

Cette formule montre que  $- \frac{dQ}{dt}$  est la force électromotrice du courant induit<sup>2</sup>; nous dirons donc *que la force électromotrice d'un courant induit est égale et de signe contraire à la dérivée, par rapport au temps, du flux de force qui traverse le courant par sa face négative.*

La règle suivante, indiquée par Maxwell, permet de trouver facilement le sens de la force électromotrice à un instant quelconque. *Supposons qu'un tire-bouchon tourne de manière à avancer dans la direction du champ; la force électromotrice sera orientée dans le sens de la rotation de ce tire-bouchon ou en sens contraire, suivant que la valeur absolue du flux de force traversant le circuit sera croissante ou décroissante.*

Le courant induit d'intensité constante que nous venons

<sup>1</sup> L'unité électromagnétique de résistance vaut  $1^{ohm} \times 10^{-9}$ .

<sup>2</sup> L'unité électromagnétique de force électromotrice vaut  $1^{volt} \times 10^{-8}$ .

d'étudier peut s'obtenir soit au moyen d'un flux décroissant pénétrant par sa face positive, soit au moyen d'un flux croissant pénétrant par sa face négative.

**97. Quantité d'électricité induite.** — La quantité d'électricité induite pendant le temps  $dt$  est

$$I dt = -\frac{dQ}{R};$$

elle est, par conséquent, égale de signe contraire au quotient de la variation du flux par la résistance du circuit.

Si, pendant un temps fini quelconque,  $Q$  varie de  $Q'$  à  $Q''$ , la quantité d'électricité induite sera

$$-\frac{Q'' - Q'}{R};$$

elle est indépendante de la durée de la variation du flux ainsi que de la loi suivant laquelle cette variation s'effectue. De là ce théorème :

*La quantité d'électricité induite pendant un temps quelconque est égale et de signe contraire au quotient de la variation du flux par la résistance du circuit.*

**98. Coupure du flux par le circuit.** — Au lieu de laisser le circuit immobile en faisant varier le champ magnétique, on peut

faire mouvoir ce circuit dans un champ maintenu fixe. C'est une autre manière de faire varier  $Q$  et, par conséquent, de produire un courant induit.

Considérons (fig. 39) deux positions successives  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  d'un circuit parcouru par un

courant, ainsi que la surface tubulaire qu'il a engendrée pendant son trajet. Remplaçons, par la pensée, les courants fermés  $\Sigma$  et  $\Sigma'$  par des feuillets équivalents. Nous obtiendrons un volume fermé

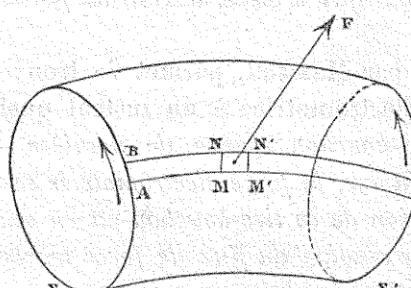


Fig. 39.

et nous pourrons appliquer à sa surface totale le théorème de Green (n° 14).

Supposons, pour finir les idées, que la face positive de  $\Sigma$  soit extérieure à ce volume ; la face positive de  $\Sigma'$  lui sera, par suite, intérieure.

Le flux  $Q$ , qui traverse  $\Sigma$  en pénétrant par sa face négative est un flux sortant ; nous devons donc le prendre avec son signe. Le flux  $Q'$  qui traverse  $\Sigma'$  en pénétrant par sa face négative est, au contraire un flux entrant ; nous devons donc changer son signe. Désignons, d'ailleurs, par  $K$  le flux relatif à la surface tubulaire, nous aurons

$$Q - Q' + K = o,$$

d'où

$$K = Q' - Q;$$

par conséquent la variation du flux de force traversant le circuit est égale au flux de force correspondant à la surface tubulaire.

Prenons sur  $\Sigma$  un élément  $AB$ , qui vient en  $A' B'$  ; traçons sur la surface tubulaire les trajectoires  $AA'$ ,  $BB'$ , et marquons deux positions infiniment voisines  $MN$  et  $M' N'$  de  $AB$ . Pour obtenir  $K$  nous avons à faire, pour toute la surface tubulaire, la somme des flux de force tels que celui qui correspond à l'élément superficiel  $MN M' N'$ ; or ce flux de force élémentaire est égal au *flux coupé* par  $AB$ , pendant le trajet de  $MN$  en  $M' N'$ . Par conséquent : *La variation du flux de force traversant le circuit est égale au flux coupé par le contour de ce circuit pendant son trajet.*

Lorsque  $AB$  va de  $MN$  en  $M' N'$ , le flux coupé par cet élément linéaire doit être affecté du signe + ou du signe -, suivant qu'il est sortant ou entrant ; dans le premier cas, l'élément se déplace vers la gauche de l'observateur d'Ampère qui regarderait dans la direction  $F$  du champ magnétique ; dans le second cas, l'élément se déplacerait au contraire vers la droite de l'observateur regardant dans la direction du champ. Par conséquent *le flux coupé, pendant un élément de temps quelconque par un élément du contour du circuit doit être compté comme positif ou comme négatif, suivant que le déplacement de cet élément a lieu vers la droite ou vers*

*la gauche de l'observateur d'Ampère regardant dans la direction du champ.*

Moyennant cette convention, nous pourrons dire que *la force électromotrice d'induction à un instant quelconque est égale et de signe contraire à la dérivée, par rapport au temps, du flux de force coupé par le contour du circuit.*

A ce point de vue, la force électromotrice totale apparaît comme la somme de forces électromotrices élémentaires respectivement créées sur les éléments du contour; cette manière de voir est confirmée par les considérations suivantes.

L'action électromagnétique du champ sur l'élément MN est égale (n° 77) au produit de l'intensité I du courant par l'aire du parallélogramme construit sur MN et sur F; elle est normale à ce parallélogramme et dirigée vers la gauche de l'observateur d'Ampère regardant dans la direction du champ. Lorsque, pendant le temps  $dt$ , MN avance jusqu'en M' N', le travail de cette action magnétique est

$$\frac{d\theta}{dt} dt = - \frac{du}{dt} I dt,$$

$\frac{du}{dt}$  désignant le volume du parallélogramme construit sur les trois arêtes MN, MM', F. Or ce volume est précisément égal au flux de force magnétique  $\frac{dq}{dt}$  coupé par MN; on a donc

$$\frac{d\theta}{dt} dt = - \frac{dq}{dt} I dt.$$

Nous voyons ainsi que le travail de l'action électromagnétique du champ sur l'élément MN se transforme en énergie électrique par suite de l'existence de la force électromotrice

$$-\frac{dq}{dt}$$

sur cet élément lui-même.

Ainsi donc chacun des éléments du circuit devient le siège d'une force électromotrice qui lui appartient en propre et c'est la somme de ces forces électromotrices qui constitue la force électromotrice totale du courant induit. L'expérience conduit à regarder cette conception comme bien conforme à la réalité. Si, en effet,

on déplace un circuit ouvert, de manière qu'il coupe un flux de force, une tension ou différence de potentiel, égale à la somme des forces électromotrices d'induction correspondant à ses divers éléments, s'établit à ses deux extrémités.

**99. Self-induction et extra-courant.** — Le circuit d'un courant électrique est traversé par le flux du propre champ magnétique de ce courant. La valeur de ce flux de force est égale (n° 93) au produit de l'intensité  $I$  du courant par le coefficient de self-induction

$$L = - \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds'.$$

Si l'intensité  $I$  éprouve une variation  $\frac{dI}{dt} dt$ , le flux de force  $IL$  éprouve la variation

$$L \frac{dI}{dt} dt,$$

à laquelle correspond une augmentation d'énergie potentielle égale à

$$LI \frac{dI}{dt} dt.$$

Cet accroissement d'énergie ne peut être fourni que par la source génératrice du courant électrique (pile, machine dynamo ou magnéto-électrique, champ inducteur variable, etc.).

Désignons par  $E$  la force électromotrice produite par cette source à l'instant  $t$ ; le travail qu'elle fournit pendant le temps  $dt$  est égal à  $EI dt$ ; ce travail comprend, d'une part, la dépense  $RI^2 dt$  d'énergie calorifique, et, d'autre part, l'accroissement d'énergie potentielle; on a, par conséquent,

$$EI dt = RI^2 dt + LI \frac{dI}{dt} dt, \quad (3)$$

ou, plus simplement,

$$E - L \frac{dI}{dt} = RI. \quad (4)$$

La self-induction du courant donne donc naissance à une force

contre-électromotrice  $L \frac{dI}{dt}$ , qui se retranche de la force électromotrice  $E$  de la source.

Le courant obtenu peut ainsi être considéré comme la résultante de deux courants coexistants, dont l'un, dit *courant principal*, serait dû à la force électromotrice  $E$  de la source, tandis que l'autre, dit *extra-courant*, est dû à la force contre-électromotrice de self-induction.

Examinons le cas particulier où la force électromotrice  $E$  reste constante. A partir du moment où la source génératrice est mise en relation avec le circuit, l'intensité du courant part de zéro et augmente graduellement jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur constante

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

qui correspond au régime permanent. Pendant cette période de création du courant, l'intensité variable du courant est déterminée par l'équation différentielle

$$L \frac{dI}{dt} = R (I_0 - I),$$

qui peut aussi s'écrire

$$\frac{\frac{d(I_0 - I)}{dt}}{I_0 - I} = -\frac{R}{L}.$$

L'intégration donne, en remarquant que l'on doit avoir  $I = 0$  pour  $t = 0$ ,

$$I = I_0 (1 - e^{-\frac{Rt}{L}}).$$

D'après cette formule, l'intensité  $I_0$  du régime permanent ne s'obtiendrait théoriquement qu'au bout d'un temps infini; mais l'expérience indique qu'en général elle est sensiblement atteinte au bout de quelques instants, parce que le rapport  $\frac{L}{R}$  du coefficient de self-induction à la résistance du circuit est toujours numériquement très faible. L'*extra-courant* produit pendant la période de création du courant a pour intensité

$$I_0 - I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}. \quad (5)$$

La quantité d'électricité mise en mouvement par la self-induction est, pendant le temps  $dt$ ,

$$I_o e^{-\frac{Rt}{L}} dt$$

et, pendant toute la période de création du courant,

$$I_o \int_0^{\infty} e^{-\frac{Rt}{L}} dt = \frac{LI_o}{R} = \frac{LE}{R^2} \quad (6)$$

elle est proportionnelle à la force électromotrice E.

Après avoir laissé le régime permanent s'établir, supprimons brusquement la source génératrice ; nous aurons à considérer la période d'extinction du courant. Pendant cette période, l'extra-courant existera seul ; nous obtiendrons son équation différentielle en faisant  $E = 0$  dans l'équation (4), ce qui donne

$$L \frac{dI}{dt} + RI = 0. \quad (7)$$

Intégrons en remarquant que l'on doit avoir  $I = I_o$  lorsque  $t = 0$ , c'est-à-dire au moment de l'extinction de la source, nous trouverons

$$I = I_o e^{-\frac{Rt}{L}}. \quad (8)$$

Le second membre de cette équation est identique avec celui de l'équation (5). L'extra-courant d'extinction est donc la reproduction même, avec un sens contraire, de l'extra-courant de création ; la quantité d'électricité qu'il met en mouvement est, comme précédemment,

$$\int_0^{\infty} I dt = I_o \int_0^{\infty} e^{-\frac{Rt}{L}} dt = \frac{LI_o}{R} = \frac{LI_o^2}{R^2} \quad (9)$$

L'énergie absorbée par la self-induction pendant la création du courant et restituée ensuite sous la forme de chaleur pendant l'extinction a pour valeur

$$RI_o^2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{2Rt}{L}} dt = \frac{1}{2} LI_o^2; \quad (10)$$

ce résultat est conforme à celui que nous avons obtenu précédemment (n° 93) par un raisonnement plus direct. Pendant la phase de création, l'effet de la self-induction consiste à empêcher la partie

$$\frac{1}{2} L I_0^2$$

de l'énergie fournie par la source génératrice de se dépenser sous forme de chaleur; cette énergie s'emmagesine sous une forme inconnue, dans un réservoir également inconnu, de même qu'une partie du travail moteur s'emmagesine au début du mouvement dans le volant d'une machine; elle devient disponible et se transforme en chaleur à partir du moment où la source génératrice est supprimée, de même que la force vive emmagasinée dans le volant d'une machine devient disponible sous la forme de travail mécanique après la suppression du moteur.

**400. Courant induit alternatif.** — Supposons que le flux de force  $Q$  qui traverse un circuit fermé placé dans un champ magnétique variable soit une fonction périodique du temps représentée par la formule

$$Q = Q_0 \cos \frac{2\pi t}{T}. \quad (11)$$

Désignons par  $R$  la résistance du circuit et par  $L$  son coefficient de self-induction.

La variation du champ magnétique constituant la cause génératrice du courant électrique, nous aurons à remplacer, dans l'équation (4), la force électromotrice  $E$  par

$$-\frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi}{T} Q_0 \sin \frac{2\pi t}{T}; \quad (12)$$

posons d'ailleurs

$$\frac{2\pi}{T} Q_0 = E_0; \quad (13)$$

l'équation (4) deviendra

$$RI + L \frac{dI}{dt} - E_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = 0. \quad (14)$$

Pour intégrer cette équation différentielle, on emploie une constante auxiliaire  $\theta$ , représentant un laps de temps et déterminée par l'équation

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi\theta}{T} = \frac{2\pi L}{RT}, \quad (15)$$

et l'on trouve pour valeur finie de l'intensité

$$I = \frac{E_0}{R} \cos \frac{2\pi\theta}{T} \sin \frac{2\pi(t-\theta)}{T}. \quad (16)$$

Le courant est alternatif, avec la période  $T$ .

Si  $L$  était nul, c'est-à-dire s'il n'y avait pas de self-induction, l'équation (14) donnerait immédiatement

$$I' = \frac{E_0}{R} \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (17)$$

pour l'intensité du courant induit.

La self-induction produit donc, en sens contraire du courant induit, un extra-courant dont l'équation est

$$I'' = I' - I = \frac{E_0}{R} \sin \frac{2\pi\theta}{T} \cos \frac{2\pi(t-\theta)}{T}. \quad (18)$$

En comparant les formules (16) et (17), on voit que la self-induction a pour effet de multiplier par  $\cos \frac{2\pi\theta}{T}$  l'intensité moyenne du courant qui se produirait sans elle et d'apporter le retard  $\theta$  dans la phase du courant.

L'énergie calorifique moyenne dépensée par seconde est

$$W_m = \frac{1}{T} \int_0^{t+T} RI^2 dt = \frac{E_0^2}{2R} \cos^2 \frac{2\pi\theta}{T}. \quad (19)$$

S'il n'y avait pas de self-induction, on trouverait la valeur

$$W'_m = \frac{1}{T} \int_0^T RI'^2 dt = \frac{E_0^2}{2R}. \quad (20)$$

L'énergie calorifique moyenne que dépenserait, par seconde, l'extra-courant, s'il existait seul, serait

$$W''_m = \frac{1}{T} \int_0^{t+T} RI''^2 dt = \frac{E_0^2}{2R} \sin^2 \frac{2\pi\theta}{T}. \quad (21)$$

On a identiquement

$$W''_m = W'_m - W_m, \quad (22)$$

relation tout à fait analogue à celle qui existe entre les intensités  $I''$ ,  $I'$  et  $I$ .

Dans l'équation générale

$$EI dt = RI^2 dt + LI \frac{dI}{dt} dt, \quad (3)$$

le second terme du second membre est la différentielle exacte

$$\frac{1}{2} L d(I^2);$$

si donc on intègre entre deux valeurs de  $t$  pour lesquelles  $I$  prend la même valeur, le terme provenant de la self-induction donne zéro. On voit ainsi que, pour un courant périodique, les phénomènes de self-induction n'exigent aucune dépense courante d'énergie; l'énergie empruntée par le courant à la source génératrice a pour valeur moyenne celle de l'énergie moyenne qui se dépense en chaleur. Pour le courant alternatif défini par l'équation (16), la valeur moyenne, par seconde, de l'énergie empruntée à la source génératrice est

$$W_m = \frac{E_o^2}{2R} \cos^2 \frac{2\pi\theta}{T}. \quad (19)$$

Si l'on désigne par

$$I_o = \frac{E_o}{R} \cos \frac{2\pi\theta}{T} \quad (23)$$

la valeur maximum de l'intensité du courant, cette formule devient

$$W_m = \frac{1}{2} R I_o^2. \quad (24)$$

Il en résulte que

$$I_m = \frac{I_o}{\sqrt{2}} \quad (25)$$

est la valeur de l'intensité d'un courant continu qui, passant dans le circuit de résistance  $R$ , dépenserait la même énergie calorifique que le courant alternatif donné.

**101. Système de deux courants voisins.** — Si deux courants sont placés dans le voisinage l'un de l'autre, chacun d'eux est traversé par un flux magnétique provenant de l'autre, en sorte que leurs variations réagissent entre elles.

Désignons :

par  $R$  et  $R'$  les résistances des deux circuits,  
par  $L$  et  $L'$  les coefficients de self-induction,  
par  $M$  le coefficient d'induction mutuelle.

A l'instant quelconque  $t$ , les sources génératrices des deux courants produisent les forces électromotrices  $E$  et  $E'$ ; les intensités des courants sont  $I$  et  $I'$ .

Pour le premier courant, la force électromotrice  $E$  doit fournir l'énergie calorifique  $RI^2 dt$  dépensée dans le circuit, le travail des forces électromotrices émanant de ce courant et agissant sur l'autre, travail dont la valeur est

$$IM \frac{dI'}{dt} dt,$$

et le travail de self-induction, qui a pour valeur

$$IL \frac{dI}{dt} dt;$$

on a, par conséquent, en divisant par  $I$ ,

$$Edt = RIdt + M dI' + LdI. \quad (26)$$

Le second courant conduit analoguement à l'équation

$$E'dt = R'I'dt + M dI + L'dI'. \quad (27)$$

On peut former avec ces deux équations la combinaison suivante

$$(EI + E'I')dt = (RI^2 + R'I'^2)dt + d\left[\frac{LI^2}{2} + MII' + \frac{L'I'^2}{2}\right] \quad (28)$$

qui, traduite en langage ordinaire, indique que le travail fourni pendant le temps  $dt$  par l'ensemble des deux sources produit l'énergie calorifique dépensée sur les deux circuits, augmentée de la dépense de travail correspondant à la création des deux courants en présence l'un de l'autre (n° 93).

Le système des deux équations différentielles simultanées (26) et (27), en regardant les forces électromotrices  $E$  et  $E'$  comme constantes, a pour intégrales

$$\begin{cases} R I = E + A e^{\rho' t} + B e^{\rho'' t} \\ R' I' = E' + A' e^{\rho' t} + B' e^{\rho'' t}. \end{cases} \quad (29)$$

Dans ces équations,  $\rho'$  et  $\rho''$  sont les deux racines de l'équation du second degré

$$\left(1 - \frac{M^2}{L L'}\right) \rho^2 - \left(\frac{R}{L} + \frac{R'}{L'}\right) \rho + \frac{R R'}{L L'} = 0; \quad (30)$$

comme ces racines doivent nécessairement être négatives, pour que les intensités  $I$  et  $I'$  ne croissent pas indéfiniment avec le temps, on a nécessairement

$$M^2 < LL'; \quad (31)$$

c'est-à-dire que *le coefficient d'induction mutuelle de deux circuits est toujours inférieur à la moyenne géométrique de leurs coefficients de self-induction.*

On détermine les paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $A'$ ,  $B'$ , en se donnant les valeurs  $I_0$  et  $I'_0$  des intensités pour  $t = 0$ . Les équations (29) donnent ainsi

$$\begin{cases} R I_0 = E + A + B \\ R' I'_0 = E' + A' + B'. \end{cases} \quad (32)$$

En prenant les dérivées des équations (29), et faisant  $t = 0$ , on trouve

$$\left(\frac{dI}{dt}\right)_0 = \frac{\rho' A + \rho'' B}{R}$$

$$\left(\frac{dI'}{dt}\right)_0 = \frac{\rho' A' + \rho'' B'}{R'};$$

portant ces valeurs dans les équations différentielles (26) et (27), on trouve

$$\begin{cases} E = R I_0 + \frac{M}{R'} (\rho' A + \rho'' B') + \frac{L}{R} (\rho' A + \rho'' B) \\ E' = R' I'_0 + \frac{M}{R} (\rho' A' + \rho'' B) + \frac{L'}{R'} (\rho' A' + \rho'' B'). \end{cases} \quad (33)$$

Les systèmes (32) et (33) donnent ensemble quatre équations du premier degré entre les quatre inconnues A, B, A', B'.

Les valeurs maximum des intensités I et I' sont  $\frac{E}{R}$  et  $\frac{E'}{R'}$ ; elles correspondent au régime permanent qui, dans la pratique, s'obtient vite, bien que théoriquement il ne paraisse s'établir qu'au bout d'un temps infini.

**102. Coefficients d'induction.** — Les coefficients de self-induction et d'induction mutuelle remplissent un rôle important dans la théorie des courants variables. Leur calcul est assez facile dans certains cas particuliers.

Rappelons d'abord leurs définitions :

Le coefficient de self-induction L d'un circuit est égal à la valeur totale du flux de force par lequel sa surface est traversée, lorsqu'un courant électrique d'intensité égale à l'unité est établi dans ce circuit (n° 93).

Le coefficient d'induction mutuelle M de deux circuits est égal à la valeur du flux de force qui, émanant de l'un des circuits parcouru par un courant d'intensité égal à l'unité, traverse l'autre circuit en pénétrant par sa face négative (n° 92).

Considérons une *bobine cylindrique* assez longue pour que l'action des extrémités soit négligeable pour une partie notable de la longueur. Lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité I, ce cylindre électro-magnétique équivaut à un cylindre aimanté uniformément dans le sens de sa longueur (n° 84); la force intérieure ou induction magnétique, constante et parallèle à l'axe de la bobine, a pour valeur, par unité de longueur

$$4\pi n_i I,$$

$n_i$  désignant le nombre des spires par unité de longueur. Comme il y a par unité de longueur  $n_i$  spires de surface S que traverse la force magnétique, le coefficient de self-induction correspondant est

$$L_i = 4\pi n_i^2 S.$$

Si l'on a *deux bobines concentriques* ayant respectivement les

sections droites  $S$  et  $S'$  (soit, pour fixer les idées,  $S' > S$ ), leurs coefficients de self-induction par unité de longueur sont

$$L_1 = 4\pi n_1^2 S$$

et

$$L'_1 = 4\pi n_1'^2 S' ;$$

comme le flux de force émanant de la première bobine traverse par unité de longueur  $n'$  spires de la seconde, le coefficient d'induction mutuelle correspondant est

$$M = 4\pi n_1 n' S.$$

*Dans une bobine annulaire ou tore électro-magnétique, dont la section droite a un rayon négligeable devant le rayon  $R$  du rayon de la circonférence correspondant à son centre, la force ou induction magnétique a pour valeur (n° 85),*

$$\frac{2nI}{R} ;$$

le flux de force correspondant à  $n$  traversées de la section droite  $S$  lorsque  $I$  est égal à l'unité, représente le coefficient de self-induction  $L$  dont la valeur est, par conséquent,

$$L = \frac{2n^2}{R} S ;$$

Supposons qu'une seconde bobine recouvre la première, soit  $n'$  le nombre total de ses spires. Son coefficient de self-induction sera

$$L' = \frac{2n'^2}{R} S'$$

$S'$  (peu différent de  $S$ ) désignant l'aire de sa section droite.

Comme le flux de force émanant de la première bobine, parcourue par un courant d'intensité égale à l'unité, traverse  $n'$  spires de la seconde bobine, sur la section  $S$  seulement, le coefficient d'induction mutuelle des deux bobines sera

$$M = \frac{2nn'}{R} S.$$

On a

$$M = \sqrt{L L'} \sqrt{\frac{S'}{S}};$$

et comme le rapport de  $S'$  à  $S$  diffère peu de l'unité, on pourra regarder  $M$  comme la moyenne proportionnelle de  $L$  et de  $L'$ .

**103. Unité symbolique.** — Un coefficient d'induction mutuelle ou de self-induction est le quotient d'un flux de force magnétique (produit d'une force magnétique pour une surface) par l'intensité d'un courant; son unité symbolique, dans le système électro-magnétique, est par conséquent

$$\frac{\left[ L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right] \left[ L^2 \right]}{\left[ L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1} \right]} = [L].$$

Ayant la dimension d'une longueur, ce coefficient d'induction doit s'exprimer en centimètres, dans le système CGS. Comme on arrive toujours ainsi à une valeur numérique considérable, on l'évalue ordinairement au moyen d'une unité  $10^9$  fois plus grande, appelée *quadrant* parce qu'elle représente à peu près la longueur du quart du méridien terrestre.

Diverses formules établies dans ce chapitre, soit, par exemple, la formule

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi 0}{T} = \frac{2\pi L}{RT}$$

conduisent à assimiler effectivement  $L$  au produit d'une résistance par un temps. Si l'on multiplie à la fois  $L$  et  $R$  par  $10^{-9}$ , on passe des unités CGS aux unités pratiques *quadrant* et *ohm*; il en résulte que l'on peut donner à l'unité *quadrant* le nom d'*ohm-seconde*.

**104. Décharge d'un condensateur.** — Considérons un condensateur, dont la capacité, dans le système électro-magnétique, a pour valeur  $C$ . Ce condensateur ayant été chargé d'électricité, faisons communiquer ses deux armatures au moyen d'un circuit de décharge dont la résistance et la self-induction seront  $R$  et  $L$ .

Soit, à l'instant quelconque  $t$ ,  $V$  la différence de potentiel des deux armatures et  $M = CV$  la charge du condensateur (n° 60).

Pendant le temps  $dt$ , la charge diminue de  $\frac{dM}{dt} dt$ ; il passe donc dans le circuit une quantité d'électricité

$$I dt = -\frac{dM}{dt} dt,$$

et l'on a

$$I = -\frac{dM}{dt}$$

La force électromotrice est  $V$ ; la force contre-électromotrice de self-induction est  $L \frac{dI}{dt}$ ; on a donc

$$V - L \frac{dI}{dt} = R I,$$

équation différentielle qui, en remplaçant  $I$  et  $V$  par leurs valeurs en fonction de  $M$ , devient

$$\frac{d^2 M}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dM}{dt} + \frac{M}{CL} = 0$$

C'est une équation linéaire du second ordre; pour l'intégrer nous déterminerons deux intégrales particulières

$$M = e^{mt},$$

en prenant pour  $m$  les deux racines  $m_1$  et  $m_2$  de l'équation du second degré

$$m^2 + \frac{R}{L} m + \frac{1}{CL} = 0;$$

L'intégrale générale sera alors

$$M = A e^{m_1 t} + B e^{m_2 t},$$

$A$  et  $B$  désignant deux constantes à déterminer d'après les conditions initiales. Cette forme de l'intégrale est admissible si les racines  $m_1$  et  $m_2$  sont réelles, c'est-à-dire si l'on a

$$CR^2 - 4L > 0;$$

dans ce cas, les deux racines sont négatives, la charge  $M$  décroît

constamment jusqu'à zéro et l'on obtient une *décharge continue*, dont l'étude n'offre pas un intérêt particulier.

Si l'on a, au contraire,

$$CR^2 - 4L < 0,$$

il y a lieu de transformer l'intégrale. Posons, pour simplifier les écritures

$$\frac{R}{2L} = \alpha, \quad \frac{4L - CR^2}{4CL^2} = \beta^2;$$

nous aurons

$$m_1 = -\alpha + \beta\sqrt{-1}, \quad m_2 = -\alpha - \beta\sqrt{-1},$$

et l'intégrale générale prendra la forme

$$M = e^{-\alpha t} (A \cos \beta t + B \sin \beta t);$$

la valeur correspondante de l'intensité I du courant de décharge sera

$$I = e^{-\alpha t} [(A\alpha - B\beta) \cos \beta t + (A\beta + B\alpha) \sin \beta t].$$

Prenant pour origine du temps l'instant où l'on a fermé le circuit de décharge, nous devrons avoir  $I = 0$  pour  $t = 0$ , et, par suite

$$B\beta = A\alpha;$$

la valeur de I se réduit alors à

$$I = A \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t;$$

la constante A doit être égale à la valeur de M pour  $t = 0$ , c'est-à-dire à la charge primitive du condensateur.

En prenant  $t$  pour abscisse et I pour ordonnée, on obtient une courbe sinusoïdale, coupant l'axe des  $t$  à des intervalles égaux, mais dont les spires successives s'aplatissent de plus en plus ; on obtient, par conséquent, une *décharge oscillante*. La période d'oscillation est

$$T = \frac{2\pi}{\beta} = 4\pi L \sqrt{\frac{C}{4L - CR^2}};$$

d'abord infinie pour la valeur minimum

$$L = \frac{CR^2}{4}$$

qui peut être attribuée à L, elle diminue à mesure que L augmente; elle atteint, pour

$$L = \frac{CR^2}{2},$$

sa valeur minimum  $2\pi CR$ ; elle augmente ensuite indéfiniment avec L.

En donnant diverses valeurs à C, R et L, M. Lodge est parvenu à faire varier T depuis un cent millionième jusqu'à un cinq centième de seconde.

Les oscillations de la décharge produisent dans le milieu ambiant de véritables ondes électriques, analogues à des ondes calorifiques ou lumineuses; l'étude de ces ondes électriques a fait l'objet des belles expériences de M. Hertz.

**105. Courants induits dans les conducteurs non linéaires.** — Arago a observé en 1824 qu'une aiguille aimantée placée au

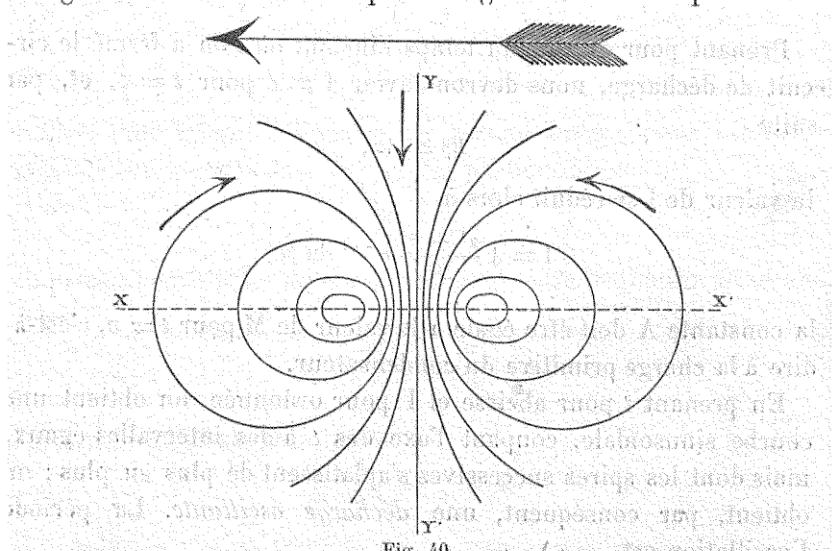


Fig. 40.

dessus d'un disque de cuivre tournant autour de son centre tend à prendre une rotation dans le même sens. Ce phénomène démontre qu'il se produit, sous l'influence du champ magnétique créé par l'aiguille aimantée, des courants induits dans la plaque métallique.

Lorsqu'un conducteur de forme quelconque est placé dans un champ magnétique variable, il devient le siège de courants induits desquels émanent des forces électromagnétiques tendant à s'opposer à la variation du champ. Le calcul des effets d'induction est généralement inextricable lorsqu'il s'agit de conducteurs à trois dimensions. Maxwell est arrivé à résoudre le problème pour les conducteurs à deux dimensions, en recourant à une méthode analytique très élégante dont l'exposé nous entraînerait trop loin.

La figure 40 indique ce qui se passe lorsqu'une plaque métallique indéfinie dans tous les sens se déplace horizontalement de droite à gauche au-dessous d'un pôle magnétique positif très voisin de son plan et se projetant sur le point de croisement des axes  $XX'$ ,  $YY'$ . Chacune des lignes de flux admet  $XX'$  pour axe de symétrie ; ces lignes sont deux à deux symétriques par rapport à l'axe  $YY'$  qui représente une d'elles, mais elles correspondent à des courants fermés de sens contraires.

Si l'on mettait un pôle négatif au-dessous de la plaque, au lieu du pôle magnétique négatif qui était placé au-dessus d'elle, la figure resterait la même.

Supposons qu'un disque métallique AB (fig. 41), tournant autour de l'axe central  $XX'$ , se trouve soumis à l'induction des deux pôles N et S d'un aimant, symétrique relativement à un point C de sa périphérie. Il se produira dans le voisinage de ce point C, à droite et à gauche du rayon OC, des courants induits fermés analogues à ceux que la figure précédente indique dans sa région centrale.

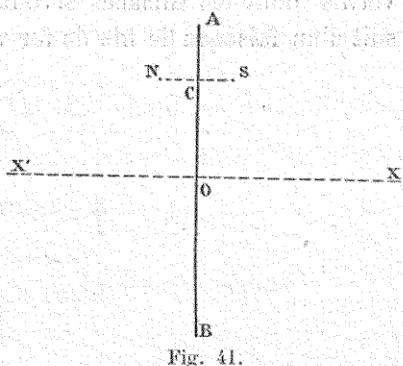


Fig. 41.

Il en résulte que le mouvement de rotation rencontre une résistance d'autant plus considérable que les pôles magnétiques sont plus puissants. On peut réaliser l'expérience en faisant tourner le disque métallique entre les deux pôles d'un électroaimant ; on constate alors que pour annuler les courants induits et, par suite la résistance au mouvement, il suffit de rompre la

continuité du disque à sa périphérie en y pratiquant des incisions dirigées suivant les rayons et suffisamment rapprochées les unes des autres.

Comme le disque de métal présente une résistance aux courants induits, le travail dépensé pour mettre le disque en mouvement se transforme en chaleur.

**106. Courants de Foucault.** — Foucault a remarqué que le noyau de fer doux d'un électro-aimant s'échauffe lorsque l'on fait varier rapidement l'intensité du courant dans la bobine qui l'enroule. Ce phénomène est surtout sensible lorsque l'on met en œuvre un courant alternatif.

Le courant électrique engendrant alors un champ magnétique variable, des courants induits se produisent dans le noyau métallique ; on leur a donné le nom de *courants de Foucault*. Ces courants échauffent le métal, et tendent à détruire sa faculté d'aimantation.

Pour atténuer ces courants il convient d'éviter l'emploi d'un noyau massif ; on peut composer le noyau soit de plaques minces, superposées et isolées entre elles par du papier ou par un vernis dont les surfaces seront parallèles à l'axe de la bobine, soit d'un faisceau de fils de fer vernis.

## DEUXIÈME PARTIE

### MESURES MAGNÉTIQUES ET MESURES ÉLECTRIQUES

Les appareils de mesures magnétiques et de mesures électriques constituent des applications immédiates de la théorie du magnétisme et de l'électricité.

Ces appareils sont nombreux ; leur étude complète ne pourrait pas être faite dans cet ouvrage sans en dilater démesurément le cadre. Nous nous proposerons seulement d'indiquer les principales méthodes et de décrire les appareils que l'on emploie le plus fréquemment dans les usines et dans les laboratoires industriels.

Nous diviserons cette partie en sept chapitres respectivement consacrés

aux moments magnétiques,  
aux potentiels électrostatiques,  
aux intensités des courants,  
aux décharges instantanées et aux capacités électriques,  
aux résistance des conducteurs,  
aux forces électromotrices,  
et aux coefficients de self-induction.

Les appareils destinés à la mesure directe de la puissance électrique seront décrits dans la partie de cet ouvrage qui est consacrée aux machines dynamo-électriques à courants continus et à courants alternatifs. Il existe aussi des compteurs d'électricité dont nous parlerons à propos des distributions électriques.

# CHAPITRE PREMIER

## MESURE DES MOMENTS MAGNÉTIQUES

**107. Magnétomètre.** — Pour mesurer le moment magnétique d'un barreau aimanté, on peut le suspendre horizontalement, au moyen d'un fil sans réaction de torsion, de manière qu'il se place en équilibre dans le plan du méridien magnétique.

Désignons  
par  $H$  la composante horizontale du magnétisme terrestre,  
par  $M$  le moment magnétique du barreau,  
par  $I$  son moment d'inertie.

Si l'on écarte légèrement le barreau de sa position d'équilibre, il y revient par des oscillations isochrones, suivant la loi d'un mouvement pendulaire, sous l'influence du couple  $MH$ . La durée d'une oscillation double est

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{MH}};$$

on en déduit

$$M = \frac{4\pi^2 I}{H T^2}; \quad (1)$$

formule qui permet d'obtenir  $M$  si l'on connaît  $H$ .

Dans le cas où l'intensité horizontale  $H$  du champ terrestre n'est pas connue, il faut recourir à une seconde expérience.

Posons l'aimant ( $\pm m$ ) sur un plan horizontal, perpendiculairement au méridien magnétique, et suspendons horizontalement, au moyen d'un fil sans réaction de torsion, une très courte aiguille aimantée ( $\pm \mu$ ), dont le centre sera situé sur le prolongement de l'axe de l'aimant (fig. 42).

Cette aiguille sera sollicitée, d'une part, par le couple pro-

nant du magnétisme terrestre et, d'autre part, par les forces

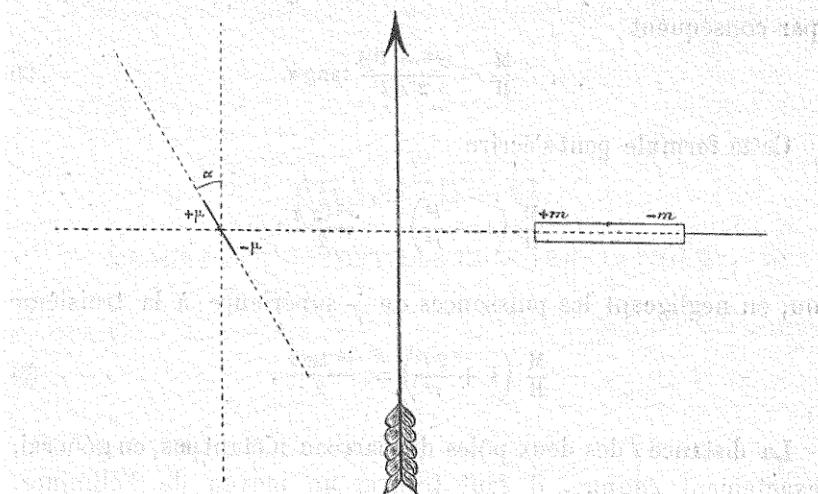


Fig. 42.

émanant de l'aimant; comme l'aiguille est très courte, on peut regarder ces dernières forces comme se réduisant à un couple.

Désignons

par  $m$  et  $-m$  les masses magnétiques correspondant aux deux pôles du barreau,

par  $2l$  la distance de ces deux pôles,

par  $\mu$  et  $-\mu$  les masses magnétiques des pôles de l'aiguille,

par  $2\lambda$  la distance des pôles,

par  $r$  la distance du centre de l'aiguille à celui de l'aimant,

par  $\alpha$  l'angle que fait l'aiguille avec le plan du méridien magnétique dans la position d'équilibre qu'elle vient occuper.

Le couple dû à l'action terrestre est

$$2\mu\lambda H \sin \alpha.$$

La force que l'aimant exerce sur le pôle sud de l'aiguille a pour valeur

$$\frac{m\mu}{(r-l)^2} - \frac{m\mu}{(r+l)^2} = \frac{4rlm\mu}{(r^2-l^2)^2} = \frac{2r\mu M}{(r^2-l^2)^2}$$

il en résulte que le couple dû à l'action de cet aimant est

$$2\lambda \frac{2r\mu M}{(r^2-l^2)^2} \cos \alpha.$$

La condition d'équilibre consiste dans l'égalité des deux couples; par conséquent

$$\frac{M}{H} = \frac{(r^2 - l^2)^2}{2 r l} \tan \alpha. \quad (2)$$

Cette formule peut s'écrire

$$\frac{M}{H} \left( 1 - \frac{l^2}{r^2} \right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{r^3 \tan \alpha}{2},$$

ou, en négligeant les puissances de  $\frac{l}{r}$  supérieure à la troisième

$$\frac{M}{H} \left( 1 + \frac{2 l^2}{r^2} \right) = \frac{r^3 \tan \alpha}{2}, \quad (3)$$

La distance  $l$  des deux pôles du barreau n'étant pas, en général, exactement connue, il faut trouver un moyen de l'éliminer. A cet effet, faisons une nouvelle expérience avec une autre valeur  $r'$  de la distance du milieu de l'aiguille au milieu du barreau; nous obtiendrons une nouvelle déviation  $\alpha'$ , avec la formule,

$$\frac{M}{H} \left( 1 + \frac{2 l^2}{r'^2} \right) = \frac{r'^3 \tan \alpha'}{2}. \quad (4)$$

Eliminons  $l^2$  entre (3) et (4), nous aurons

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3 \tan \alpha - r'^3 \tan \alpha'}{r^2 - r'^2}. \quad (5)$$

Les équations (1) et (5) déterminent les deux inconnues  $M$  et  $H$ .

On donne le nom de *magnétomètre* à l'appareil qui comprend le barreau aimanté et l'aiguille mobile.

Au 1<sup>er</sup> janvier 1888, on avait à Saint-Maur, près Paris (par  $0^{\circ}9'23''$  de longitude est et  $48^{\circ}48'04''$  de latitude nord), en unité CGS,

$$H = 0,19480.$$

*L'Annuaire du Bureau des Longitudes* indique pour Paris, au 1<sup>er</sup> janvier 1891

$$H = 0,1953.$$

## CHAPITRE II

### MESURE DES POTENTIELS ÉLECTROSTATIQUES

Electroscope. — Electromètre absolu. — Electromètre à quadrants. — Voltmètre électrostatique.

**108. Electroscope.** — Supposons qu'un conducteur en équilibre présente une densité électrique variable d'un point à un autre de sa surface; il en est notamment ainsi lorsque ce conducteur présente la forme d'un ellipsoïde allongé. Plaçons un électroscopie à feuilles d'or assez loin de ce conducteur pour qu'il puisse être considéré comme soustrait à son influence. Attachons au bouton de l'électroscopie un fil long et fin dont l'extrémité libre pourra être mise en contact avec un point quelconque de la surface du condensateur. L'écartement des feuilles d'or sera constant quel que soit le point touché par le fil; il sera par conséquent indépendant de la grandeur et du signe de la densité superficielle au point considéré, il caractérisera le *potentiel* du conducteur électrisé. Si l'on assimile ce potentiel à la température d'un corps chaud, le rôle de l'électroscopie devient comparable à celui d'un thermomètre.

Pour rendre sûres et précises les indications de l'électroscopie, il convient de rendre conductrice la surface intérieure de la cage en la tapissant d'une feuille d'étain (dans laquelle on ménage quelques ouvertures pour permettre de voir les feuilles d'or) et de mettre cette surface en communication, d'une part, avec les deux bornes intérieures de l'instrument et, d'autre part, avec le sol. On peut alors faire de l'électroscopie un instrument de mesure dit *électromètre*, en le graduant préalablement de manière que

l'écartement des feuilles d'or fasse connaître le potentiel  $V$  correspondant à la surface d'un conducteur électrisé.

**109. Electromètre absolu.** — Sir William Thomson a inventé un *électromètre absolu*, fondé sur l'attraction qui s'exerce entre un plan indéfini  $XY$  et une plaque mobile  $S$  parallèle à ce plan (fig. 43) lorsqu'on les a portés à des potentiels différents  $V$  et  $V_1$ .

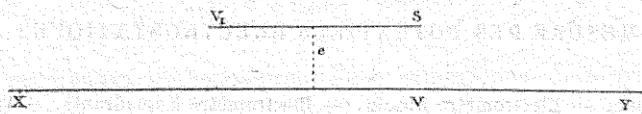


Fig. 43.

En faisant abstraction des perturbations qui ont lieu vers les bords de la plaque, on peut regarder la surface inférieure de cette plaque et la surface supérieure du plan indéfini comme deux surfaces de niveau équidistantes, entre lesquelles la force électrique, constante et normale à ces surfaces, a pour valeur

$$\frac{V_1 - V}{e}.$$

Un tube de force découpe sur les deux conducteurs deux éléments superficiels égaux dont les charges électriques sont égales et de signes contraires (n° 56) ; il en résulte que les deux surfaces, en regard possèdent, au signe près, la même densité constante  $\sigma$ . Il en résulte aussi, d'après le théorème de Coulomb (n° 51), que la force électrique entre les deux surfaces est égale à  $4\pi\sigma$  ; on a donc

$$4\pi\sigma = \frac{V_1 - V}{e},$$

d'où

$$\sigma = \frac{V_1 - V}{4\pi e}.$$

Nous savons, d'autre part, que la pression électrostatique, exercée sur la masse  $\sigma dS$ , que porte l'élément  $dS$  de la surface de la plaque, a pour valeur (n° 52)

$$2\pi\sigma^2 dS,$$

Cette action étant dirigée suivant la normale extérieure au conducteur tend, dans le cas actuel, à attirer la plaque vers le plan

indéfini; l'attraction totale sur la surface  $S$  de cette plaque est

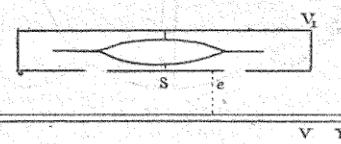
$$2\pi\sigma^2 S = \frac{S}{8\pi} \left( \frac{V_1 - V}{e} \right)^2$$

Supposons que le disque  $B$  soit supporté par un fléau de balance; nous pourrons équilibrer l'attraction par un poids connu  $P$  et nous aurons

$$V_1 - V = e \sqrt{\frac{8\pi P}{S}},$$

formule qui fait connaître la différence des potentiels du disque mobile et du plan fixe. Tel est le principe de l'électromètre absolu.

Pour éviter la perturbation sur les bords du disque  $S$ , on le découpe dans une plaque plus large et on le laisse entourer par l'*anneau de garde* avec lequel il reste en communication électrique. La figure 44 indique comment le disque est soutenu par un ressort qui le maintient un peu au-dessus de l'anneau de garde;



l'expérience consiste à déplacer le plateau  $XY$  jusqu'à ce que le disque soit exactement amené dans le plan de l'anneau de garde; on détermine le poids  $P$  qui serait nécessaire pour produire le même effet. Mettons d'abord le plateau  $XY$  en communication avec le sol et soit  $e_0$  la distance qui, dans ces conditions, correspond à l'alignement du disque mobile dans le plan de l'anneau de garde, nous aurons,  $V$  étant nul,

$$V_1 = e_0 \sqrt{\frac{8\pi P}{S}}.$$

Portons ensuite le plateau  $XY$  au potentiel  $V$  qu'il s'agit de mesurer et soit  $e$  la distance obtenue dans ces conditions; nous aurons

$$V_1 - V = e \sqrt{\frac{8\pi P}{S}},$$

En retranchant cette formule de la précédente, nous trouverons

$$V = (e - e_0) \sqrt{\frac{8\pi P}{S}};$$

il suffira donc de mesurer le déplacement  $(e - e_0)$  du plateau  $XY$  d'une expérience à l'autre.

**110. Electromètre à quadrants.** — L'*electromètre à quadrants* de Sir William Thomson se compose essentiellement d'une large et mince aiguille d'aluminium *G* (fig. 45), suspendue horizontalement au moyen d'un fil de torsion attaché à son centre ; cette aiguille est placée dans une sorte de boîte cylindrique de cuivre, divisée en quatre parties égales correspondant aux quatre secteurs circulaires *A*, *B*, *C*, *D* ; ces quatre parties communiquent deux à deux, en croix, par des fils métalliques.

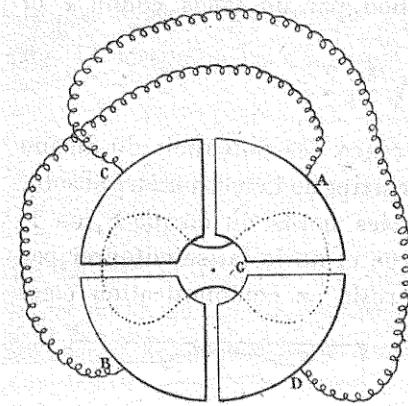


Fig. 45.

Dans la position d'équilibre de l'aiguille, sa ligne médiane se trouve placée, comme l'indique la figure, dans un des plans diamétraux de séparation des secteurs. On peut, par l'intermédiaire du fil de suspension, mettre cette aiguille en communication avec l'armature d'un condensateur, de manière à la porter au potentiel *V* de cette armature ; supposons, d'autre part, que le système des deux quarts de cylindre *A* et *B* soit porté à un potentiel connu *V<sub>1</sub>*, et que celui des deux quarts de cylindre *C* et *D* soit porté à un autre potentiel connu *V<sub>2</sub>*. L'aiguille abandonnera sa position d'équilibre primitive pour en occuper une nouvelle, faisant avec la première un petit angle *θ*.

Considérons un élément quelconque *dS* de la surface de l'aiguille et soit  $\sigma$  la densité électrique correspondante. Nous savons que lorsqu'un système de conducteurs électrisés est en équilibre, le potentiel de chacun d'eux est une fonction linéaire de leurs charges (n° 57) ; il en résulte que la charge de l'aiguille, et par suite la densité  $\sigma$  en chaque point, est une fonction linéaire et homogène des trois potentiels *V*, *V<sub>1</sub>*, *V<sub>2</sub>*. La pression électrostatique ou tension exercée sur l'élément *dS* est proportionnelle au carré de la densité superficielle (n° 59) et a pour valeur

$$2\pi\sigma^2 dS;$$

l'ensemble de ces forces produit le couple de rotation auquel fait équilibre le couple de torsion du fil de suspension de l'aiguille, couple proportionnel à l'angle  $\theta$ . Nous voyons ainsi que  $\theta$  doit être une fonction homogène du second degré des trois potentiels  $V, V_1, V_2$ .

Si l'on reliait métalliquement les deux paires de quadrants, de manière à rendre  $V_1$  et  $V_2$  égaux entre eux, l'aiguille se trouverait placée dans l'intérieur d'un cylindre de révolution et son couple électrique serait nul pour toute orientation ; par conséquent  $\theta$  doit s'annuler lorsque  $V_1 = V_2$ . Remarquons en outre que si l'on permutait les deux potentiels  $V_1$  et  $V_2$ ,  $\theta$  devrait changer de sens (et, par suite, de signe), en conservant sa valeur absolue. Nous pouvons donc écrire

$$\theta = (V_2 - V_1) [k V + h (V_1 + V_2)]$$

$k$  et  $h$  étant deux paramètres à déterminer.

Il existe entre ces deux paramètres une relation très simple. Remarquons, en effet, que le couple de torsion, représenté par l'angle  $\theta$ , est égal et de sens contraire au couple de rotation résultant des forces électriques ; ces dernières ne dépendent que des dérivées des potentiels et ne varient pas lorsque l'on ajoute une même constante à tous les potentiels ; il en résulte que la fonction

$$k V + h (V_1 + V_2)$$

ne doit dépendre que des différences  $V - V_1$  et  $V - V_2$ , ce qui exige que l'on ait

$$h = -\frac{k}{2}$$

En définitive, nous obtenons la formule

$$\theta = k (V_2 - V_1) \left( V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right),$$

dans laquelle entre un seul paramètre inconnu.

Comme il serait difficile de calculer la valeur de ce paramètre  $k$ , on détermine cette valeur expérimentalement en tarant l'électromètre à quadrants par comparaison avec un électromètre absolu.

L'instrument peut, d'ailleurs, s'employer de plusieurs manières. Si nous rendons  $V_2$  égal et de signe contraire à  $V_1$ , en faisant communiquer respectivement les deux paires de quadrants avec les deux pôles d'une pile sèche dont le milieu est relié métalliquement au sol, on aura

$$\theta = 2kV_1V,$$

en sorte que la déviation sera proportionnelle au potentiel de l'aiguille. Si nous faisons communiquer l'aiguille avec un des pôles de la pile sèche, dont nous supposerons le potentiel  $V$  connu, et si nous relions respectivement les deux paires de quadrants à deux conducteurs portées à des potentiels  $V_1$  et  $V_2$ , dont il faut trouver la différence, nous aurons la déviation

$$\theta = k(V_2 - V_1) \left( V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right);$$

mettons, en second lieu, l'aiguille en communication avec l'autre pôle de la pile sèche, de manière que son potentiel change de signe et devienne  $-V$ , nous obtiendrons une nouvelle déviation

$$\theta' = k(V_2 - V_1) \left( -V - \frac{V_1 + V_2}{2} \right);$$

par conséquent

$$\theta - \theta' = 2kV(V_2 - V_1);$$

la différence des déviations fera donc connaître la différence des deux potentiels  $V_2$  et  $V_1$ . On peut éviter l'emploi d'une source auxiliaire d'électricité, telle que la pile sèche, en faisant communiquer l'aiguille avec l'une des deux paires de quadrants, de manière que l'ont ait  $V = V_2$ ; la formule générale donne alors

$$\theta = \frac{k}{2}(V_2 - V_1)^2;$$

en sorte que la déviation devient proportionnelle au carré de la différence des potentiels; le sens de cette déviation est toujours le même, l'aiguille étant toujours attirée par la paire de quadrants avec laquelle elle ne communique pas. Si, tout en conservant cette dernière disposition, on rendait  $V_1$  égal à zéro en

faisant communiquer avec le sol la paire de quadrants qui ne communique pas avec l'aiguille, la formule se réduirait à

$$0 = \frac{k}{2} V_2^2,$$

en sorte que la déviation serait proportionnelle au carré du potentiel  $V_2$  auquel l'aiguille est portée.

L'électromètre à quadrants a reçu diverses dispositions sur la description desquelles nous ne nous étendrons pas. Indépendamment du modèle Thomson, il existe un modèle Mascart, un modèle Eric Gérard, etc... Ces instruments sont, comme les électromètres absolus, des appareils de précision principalement destinés aux laboratoires de physique.

#### 411. Voltmètre electrostatique. — Sir W. Thomson a fait subir

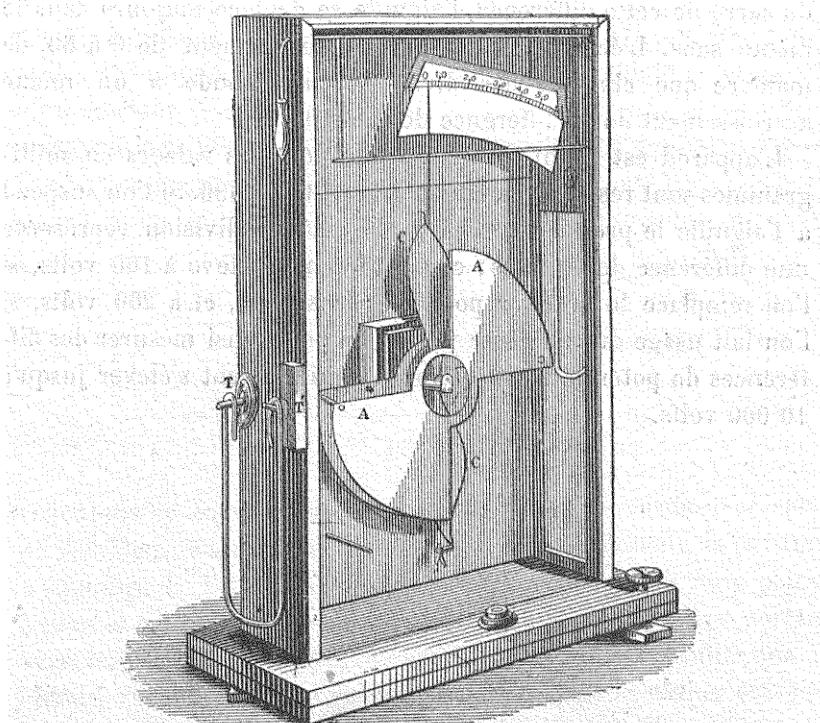


Fig. 46.

à son électromètre primitif une transformation qui le rend utili-

sable dans l'industrie ; l'instrument ainsi modifié porte le nom de *Voltmètre électrostatique* ; il est représenté par la figure 46.

L'une des deux paires de quadrants est supprimée, et l'axe de rotation de l'aiguille est rendu horizontal. La figure montre la disposition verticale de la paire de quadrants conservée AA et de l'aiguille d'aluminium CC ; cette aiguille est prolongée par un index qui se meut sur un arc de cercle gradué ; le couple électrique de rotation est équilibré par un poids que porte l'aiguille. Des bornes extérieures à la boîte de l'appareil servent à établir les communications électriques avec la paire de quadrants et avec l'aiguille.

Le déplacement de l'aiguille fait connaître la différence des potentiels auxquels sont respectivement portées la paire de quadrants et l'aiguille ; comme la valeur du couple de rotation dépend du carré de cette différence, l'aiguille se déplace toujours dans le même sens. L'échelle est graduée empiriquement de 0 à 60, de manière que chacune des divisions corresponde à un même accroissement de la différence des potentiels.

L'appareil est muni de trois poids, dont les valeurs en milligrammes sont respectivement  $32\frac{1}{2}$ ,  $97\frac{1}{2}$  et 390. Si l'on suspend à l'aiguille le premier de ces poids, chaque division représente une différence de 50 volts ; cette différence s'élève à 100 volts, si l'on remplace le premier poids par le second, et à 200 volts, si l'on fait usage du troisième poids. On peut ainsi mesurer des différences de potentiels considérables, qui peuvent s'élever jusqu'à 10 000 volts.

## CHAPITRE III

### MESURE DE L'INTENSITÉ D'UN COURANT

Galvanomètre. — Galvanomètre des tangentes. — Galvanomètre de Thomson. — Emploi des shunts. — Galvanomètres différentiels. — Galvanomètre aperiodique de Deprez et d'Arsonval. — Galvanomètre à mercure de Lippmann. — Ampèremètre de Deprez. — Ampèremètre de Thomson. — Electrodynamomètre de Siemens.

**412. Galvanomètre.** — L'emploi du galvanomètre est fondé sur la déviation qu'éprouve une aiguille aimantée mobile en présence d'un courant voisin.

Supposons, par exemple, que le fil conducteur parcouru par le courant soit enroulé autour d'un cadre vertical, au centre duquel une aiguille aimantée est suspendue horizontalement (fig. 47).

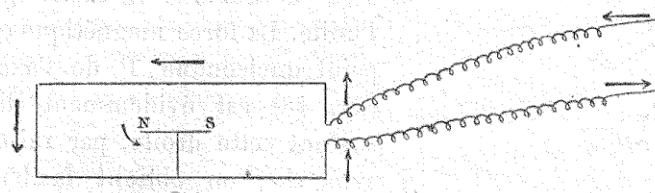


Fig. 47.

Orientons ce cadre de manière que son plan coïncide avec celui du méridien magnétique et contienne, par conséquent, la position d'équilibre de l'aiguille. L'action du courant tend à faire placer l'aiguille perpendiculairement au cadre, le pôle nord se portant vers la gauche de l'observateur d'Ampère; il en résulte que le champ du courant et le champ terrestre, dans la région occupée par l'aiguille sont perpendiculaires l'un à l'autre. Désignons par  $H$  la composante horizontale de la force magnétique du champ terrestre,

par  $I$  l'intensité du courant,  
par  $G$  la force du champ magnétique (supposée uniforme dans la région occupée par l'aiguille), que créerait un courant d'intensité égale à l'unité,  
par  $M$  le moment magnétique de l'aiguille,  
et par  $\alpha$  l'angle que cette aiguille fait avec le plan vertical du cadre lorsqu'elle a pris sa position d'équilibre en présence du courant.

Nous aurons

$$M G I \cos \alpha = M H \sin \alpha$$

d'où

$$I = \frac{H}{G} \operatorname{tg} \alpha.$$

Si donc le champ magnétique du courant peut être regardé comme uniforme dans la région où l'aiguille est placée, l'intensité de ce courant est proportionnelle à la tangente de la déviation ; l'angle  $\alpha$  est d'ailleurs indépendant de la forme et de l'aimantation de l'aiguille.

**413. Galvanomètre des tangentes.** — Au lieu d'un courant rectangulaire, considérons un courant circulaire de rayon  $R$  ; donnons

à ce courant une intensité égale à l'unité. La force magnétique en un point quelconque  $P'$  de l'axe  $OX$  (fig. 48) est évidemment dirigée suivant cette droite, par raison de symétrie ; on obtient facilement, en appliquant la formule de Laplace (n° 76), la valeur

$$\frac{2 \pi R^2}{r^3}$$

pour l'intensité de cette force. Si le point  $P$  coïncide avec le centre  $O$  du courant, on a  $r = R$  et l'intensité de la force devient

$$G = \frac{2 \pi}{R}$$

La figure 49 indique la disposition des lignes de force de ce

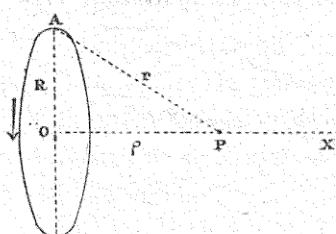


Fig. 48.

courant circulaire dans un plan méridien passant par OX ; on voit que dans la région voisine du centre O le champ magnétique est sensiblement uniforme. Si, au lieu d'une seule spire circulaire,

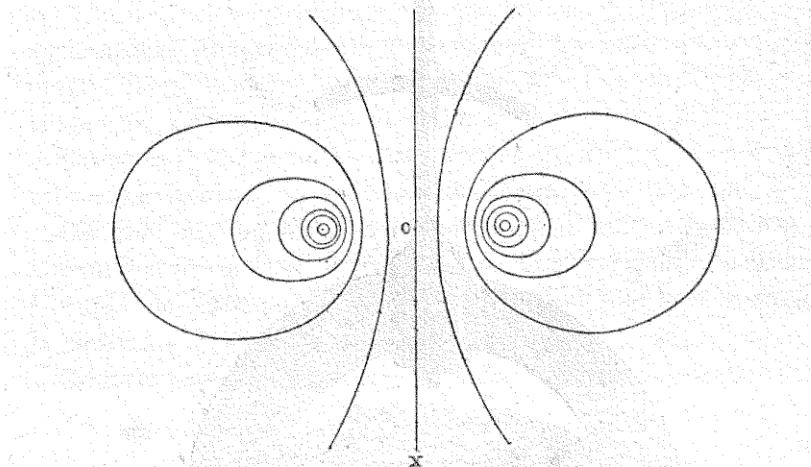


Fig. 49.

on a  $n$  spires juxtaposées et si l'on fait parcourir ce galvanomètre multiplicateur par un courant d'intensité  $I$ , la force magnétique au centre aura pour valeur

$$G I = \frac{2 \pi n I}{R}$$

et la déviation obtenue  $\alpha$  fera connaître  $I$  par la formule

$$I = \frac{H}{G} \operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{2 \pi n} H \operatorname{tg} \alpha,$$

$H$  désignant, comme précédemment, l'intensité horizontale du champ magnétique terrestre.

La figure 50 représente un galvanomètre des tangentes, appelé *boussole de Kempe*, que construit la maison Breguet. Le diamètre des spires étant de 15 à 20 centimètres, l'aiguille aimantée n'a que 2 cent. 3 de longueur ; elle porte centralement un index en cuivre doré, qui lui est perpendiculaire et se meut sur un limbe horizontal ; cet index marque la division zéro lorsque l'aiguille est dirigée dans le plan du cadre. Si l'on oriente le cadre suivant le plan du méridien magnétique du lieu où l'on opère, la relation

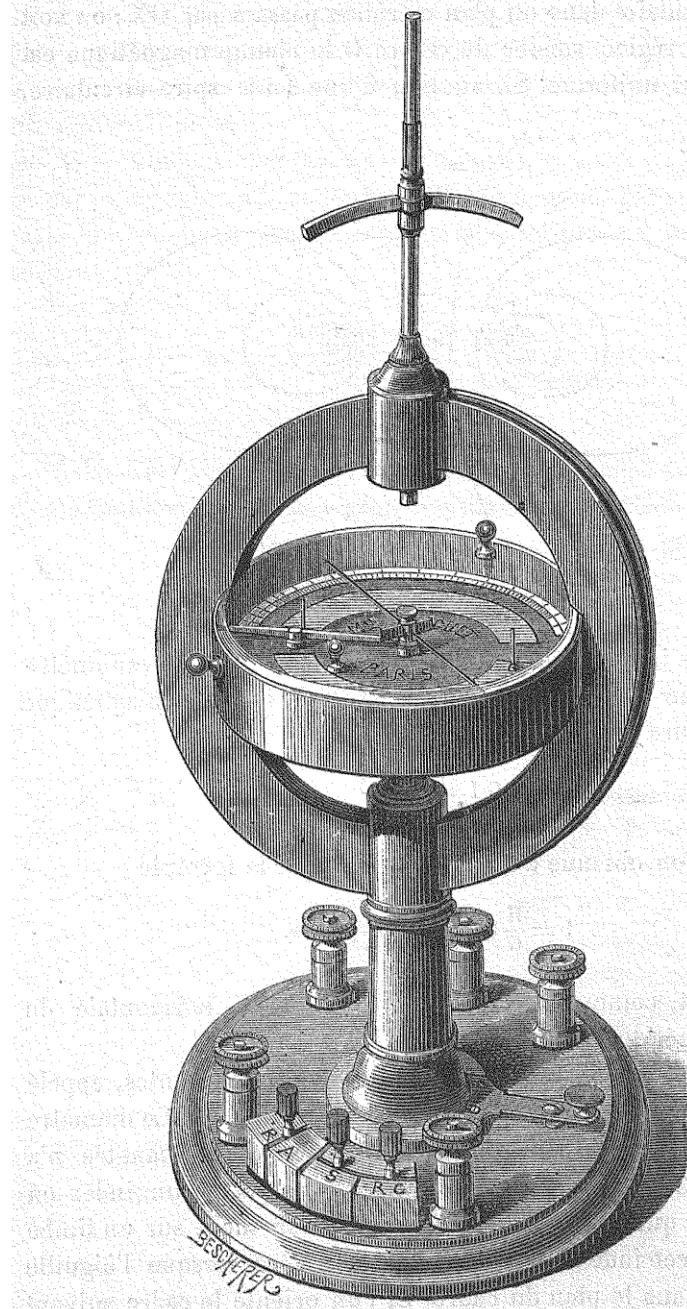


Fig. 50.

entre l'intensité  $I$  d'un courant lancé dans l'appareil et la déviation  $\alpha$  correspondante est

$$I = K \tan \alpha,$$

$K$  désignant une constante de l'appareil. Le limbe sur lequel se meut l'index de cuivre doré est gradué à la fois en degrés et en tangentes. Le cadre vertical porte trois circuits distincts, qui diffèrent entre eux en nombre de spires et en résistance; on emploie tel ou tel circuit suivant l'intensité du courant à mesurer.

On peut ajouter à l'appareil, ainsi que l'indique la figure, un aimant en arc de cercle, fixé sur une tige verticale supérieure. L'emploi de cet aimant, dont nous allons indiquer le rôle, modifie la constante  $K$  de la formule précédente.

La formule

$$\tan \alpha = \frac{G}{H} I$$

indique que la sensibilité d'un galvanomètre des tangentes est en raison inverse de  $H$ ; il y a, par conséquent, intérêt à affaiblir l'action du champ terrestre en lui opposant l'action d'un *aimant compensateur*, disposé de manière à produire, autour de l'aiguille, un champ sensiblement uniforme en sens contraire du champ terrestre. La figure 51 représente, schématiquement, un aimant *compensateur* ou *correcteur*, en forme d'arc de cercle, porté par une tige surmontant le cadre; une vis de pression permet de le fixer à une hauteur quelconque.

Nobili a indiqué, pour augmenter la sensibilité d'un galvanomètre des tangentes, un autre moyen qui consiste à solidariser avec l'aiguille aimantée une seconde aiguille parallèle mais aimantée en sens contraire; cette seconde aiguille doit être placée

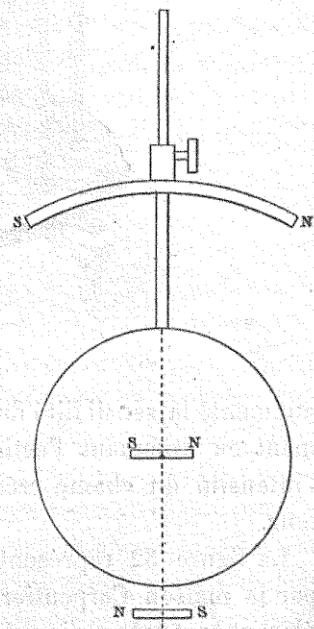


Fig. 51.

extérieurement au cadre pour que les actions de celui-ci sur les deux aiguilles soient concordantes. Si les moments magnétiques de ces deux aiguilles étaient rigoureusement égaux, elles formeraient un système astatique, complètement soustrait à l'action du champ terrestre. En donnant peu de différence à ces deux moments magnétiques on atténue beaucoup l'action terrestre et, par conséquent, on augmente la sensibilité du galvanomètre.

**114. Galvanomètre de sir W. Thomson.** — Sir W. Thomson a

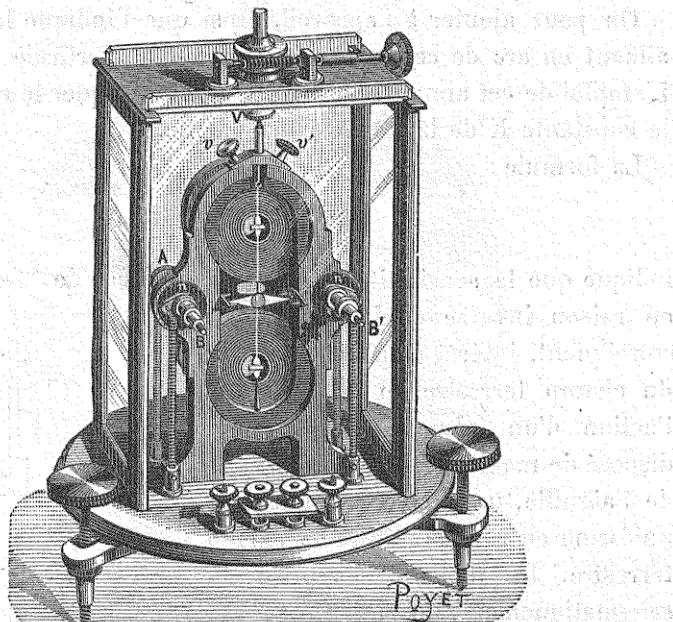


Fig. 52.

augmenté la sensibilité du galvanomètre des tangentes non seulement en atténuant l'action terrestre, mais aussi en augmentant l'intensité du champ créé autour de l'aiguille par le multiplicateur.

La figure 52 représente un modèle de cet appareil construit par la maison Carpentier. Au lieu de cadres à grand rayons, plaçant toutes les spires loin de l'aiguille, on emploie des bobines dont les spires se recouvrent plusieurs fois. Les deux aiguilles aimantées en sens contraires occupent respectivement les centres

de deux bobines. Chacune des bobines se compose de deux moitiés indépendantes ; les moitiés antérieures sont enlevées sur la figure, de manière à laisser voir l'équipage mobile, qui comprend les deux aiguilles, un petit miroir placé au milieu de leur distance, et une ailette en aluminium destinée à amortir les oscillations. La bobine supérieure et la bobine inférieure ont des enroulements contraires.

La tige supérieure, surmontant le couvercle, doit être prolongée pour recevoir un aimant compensateur ; une vis tangente permet de faire tourner cette tige par degrés insensibles. L'équipage mobile est suspendu par un fil de cocon sans réaction de torsion. La lecture des déviations se fait sur une règle divisée, extérieure à l'appareil, par la méthode de réflexion.

L'intensité  $I$  du courant qui traverse les bobines est une fonction de l'angle de déviation  $\alpha$  et s'annule en même temps que lui. Si cet angle ne dépasse pas 3 degrés, on peut employer la formule approximative

$$I = C \alpha;$$

on détermine la constante  $C$  en faisant passer dans le galvanomètre un courant d'intensité connue.

Le galvanomètre Thomson est un appareil d'une sensibilité très grande et d'un maniement délicat.

**445. Emploi des shunts.** — Il est très important de ne jamais faire passer dans le circuit d'un galvanomètre un courant assez intense pour échauffer le fil métallique au point d'altérer ou de détruire la matière isolante dont il est toujours entouré. Il convient, d'ailleurs, que l'intensité de ce courant ne soit pas assez grande pour produire une déviation excessive de l'aiguille ou du cadre mobile.

Lorsque l'intensité d'un courant est trop forte pour pouvoir être mesurée directement par le galvanomètre dont on dispose pour sa mesure, on a recours à l'emploi d'un *shunt*, pour n'envoyer dans l'appareil qu'une fraction déterminée du courant. On désigne sous ce nom anglais de *shunt* une dérivation prise entre les deux bornes du galvanomètre.

Désignons par  $r$  la résistance du galvanomètre, par  $R$  celle de la dérivation, par  $I$  l'intensité du courant total et par  $i$  l'intensité du courant envoyé au galvanomètre.

La loi relative aux circuits multiples (n° 68) nous donne la formule

$$ir = R(I - i),$$

d'où

$$I = \frac{R + r}{R} i.$$

Le rapport  $\frac{R + r}{R}$ , appelé *pouvoir multiplicateur du shunt*, reçoit ordinairement une des valeurs numériques 10, 100 ou 1 000 ; on obtient ce résultat en donnant au shunt une résistance égale à  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{99}$  ou  $\frac{1}{999}$  de celle du galvanomètre. En conséquence, un galvanomètre est habituellement muni de trois shunts qui permettent de lui envoyer  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$  ou  $\frac{1}{1\,000}$  du courant dont on veut mesurer l'intensité.

La boussole de Kempe, décrite plus haut, est munie d'un shunt placé sur son socle.

**416. Galvanomètres différentiels.** — Le fil enroulé sur le cadre ou sur les bobines d'un galvanomètre est souvent composé de plusieurs sections, reliées à des bornes extérieures, que l'opérateur peut réunir à son gré soit en série, soit en dérivation. On peut ainsi faire varier la résistance du galvanomètre.

Un galvanomètre peut aussi être rendu *différentiel*, en vue de mesurer la différence de deux courants. A cet effet, il doit posséder deux bobines (ou deux groupes de bobines) ayant des résistances égales et exerçant sur l'équipage mobile des actions qui s'entre-détruisent lorsqu'un même courant traverse ces deux bobines en sens contraires. Si l'on fait passer un courant d'intensité  $I$  dans la seconde bobine, et un autre courant en sens contraire d'intensité  $I'$  dans la seconde bobine, le couple résultant des actions exercées sur l'équipage mobile sera proportionnel à  $(I - I')$ .

La figure 53 représente un galvanomètre Thomson, à deux

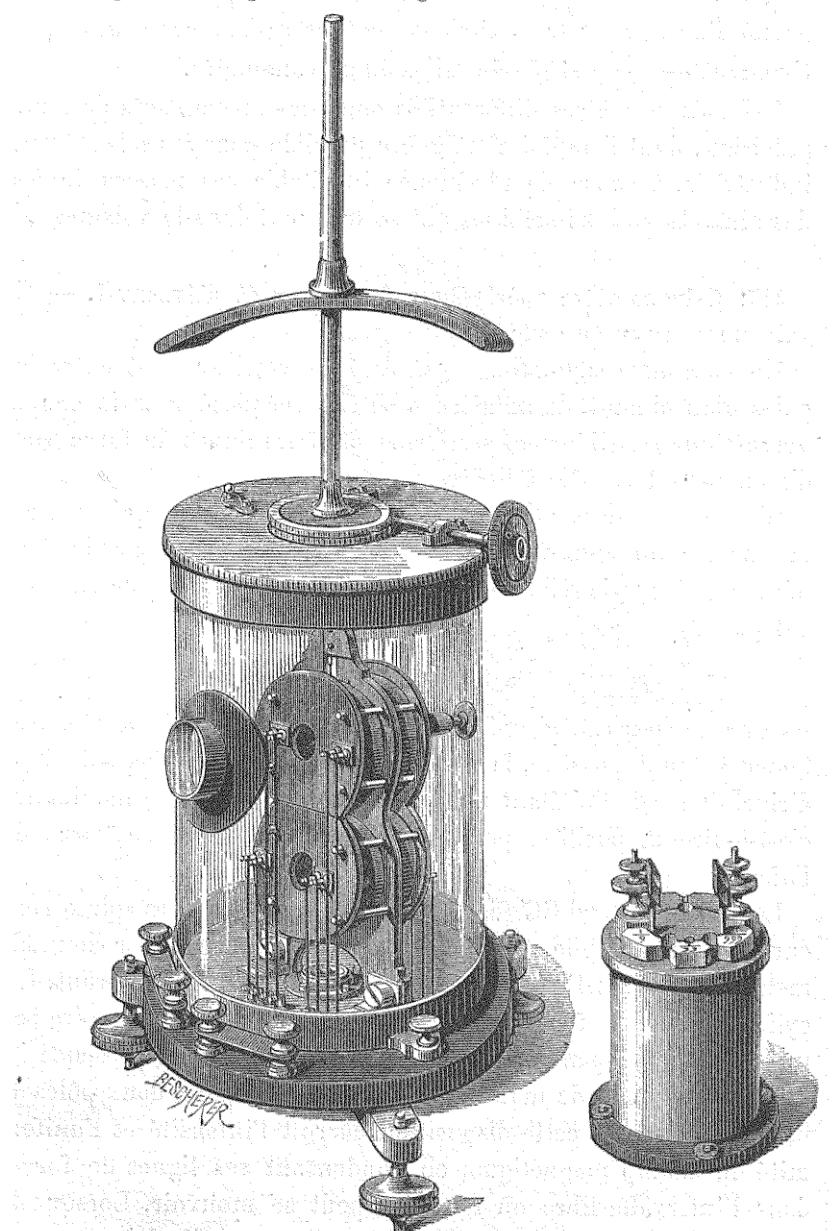


Fig. 53.

bobines gros fil et deux bobines fil fin en double circuit différen-

iel, construit par la maison Breguet. Cet appareil est accompagné d'un shunt à trois bobines dont les résistances sont respectivement  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{99}$  et  $\frac{1}{999}$  de celles du galvanomètre.

Les galvanomètres différentiels sont des instruments de haute précision, dont l'emploi n'est guère possible dans les laboratoires industriels, à cause de l'influence inévitable des masses de fer, des aimants et des machines qui se trouvent dans le voisinage.

**417. Galvanomètre apériodique de Deprez et d'Arsonval.** — Ce galvanomètre repose sur un principe très simple.

Un courant rectangulaire est disposé verticalement entre les pôles d'un aimant, de manière à se trouver placé dans le champ magnétique sensiblement uniforme dont les lignes de force vont directement d'un pôle à l'autre.

Si l'on désigne par  $Q$  le flux de force magnétique qui traverse la surface du courant d'intensité  $I$  en pénétrant par sa face négative, l'énergie relative de ce courant dans le champ de l'aimant est (n° 88)

$$W = -IQ;$$

comme le courant, abandonné à lui-même, tendrait à dépenser l'énergie qu'il possède, la position d'équilibre vers laquelle il se dirigerait serait ( $W$  étant négatif) celle qui rendrait  $Q$  maximum, c'est-à-dire la position perpendiculaire aux lignes de force de l'aimant.

Le cadre vertical CC' (fig. 54), sur lequel plusieurs spires sont enroulées, est mobile autour d'un axe vertical formé par deux fils métalliques HJ, DE, par lesquels on fait passer le courant. Un cylindre creux de fer doux B, maintenu à l'intérieur du cadre par un support indépendant, s'aimante par influence en présence de l'aimant fixe AA', de manière à opposer à ses pôles deux pôles de noms contraires; cette disposition accroît l'intensité et l'uniformité du champ magnétique, en condensant ses lignes de force, dans l'intervalle libre où le cadre peut se mouvoir. Lorsque le courant passe, le cadre tend à se placer perpendiculairement au champ, mais comme il éprouve une résistance provenant de la torsion du fil, il prend une position d'équilibre à laquelle cor-

respond un angle de déviation ou de torsion inférieur à un droit.

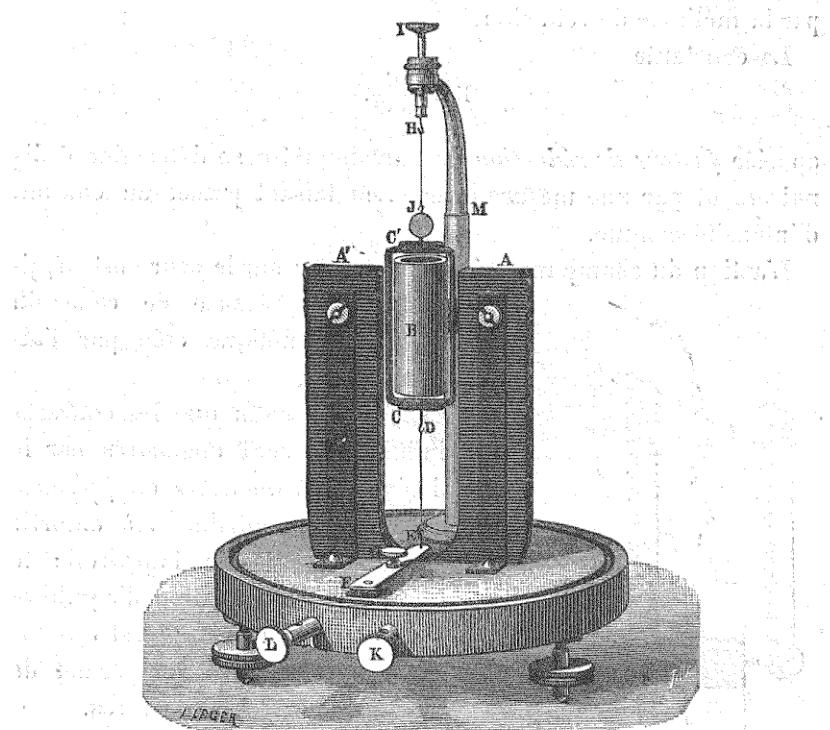


Fig. 54.

Appareil à déviation magnétique pour mesurer l'intensité d'un courant.

Désignons par  $H$  l'intensité du champ magnétique,  
par  $I$  l'intensité du courant,  
par  $S$  l'aire de la section droite du cadre,  
par  $n$  le nombre des spires,  
par  $\alpha$  l'angle de déviation  
et par  $C$  le coefficient de torsion du fil ;  
nous aurons

$$n S H I \cos \alpha = C \alpha,$$

d'où

$$I = \frac{C}{n S H} \frac{\alpha}{\cos \alpha}.$$

Si la déviation est très petite, on peut remplacer  $\frac{\alpha}{\cos \alpha}$  soit par  $\tan \alpha$ , soit simplement par  $\alpha$ .

Un petit miroir J, fixé au cadre, permet de lire la déviation par la méthode de réflexion.

La constante

$$K = \frac{C}{nSH}$$

appelée *facteur de réduction* du galvanomètre, se détermine ordinairement par une mesure directe, en faisant passer un courant d'intensité connue.

L'action du champ magnétique terrestre sur le cadre est négligeable en présence de celle du champ magnétique créé par l'aimant.

Ajoutons enfin que les courants induits qui sont engendrés par le déplacement du cadre en présence de l'aimant contribuent à amortir les oscillations de l'appareil ; le cadre prend sa position d'équilibre sans osciller ; l'appareil est *apériodique*, circonstance qui permet de faire rapidement les lectures.

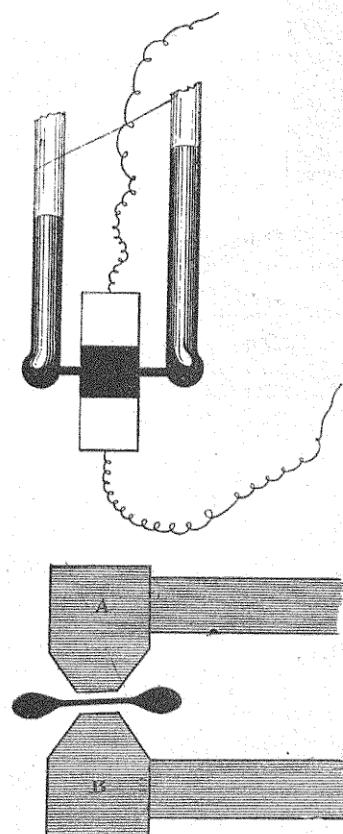


Fig. 55.

**118. Galvanomètre à mercure de M. Lippmann.** — M. Lippmann a imaginé un galvanomètre très ingénieux pour la mesure des courants peu intenses.

Voici le principe sur lequel cet appareil est fondé.

Considérons un manomètre à mercure dont la partie horizontale présente la forme indiquée en élévation et en plan par les parties noires de la figure 55 ; prenons un aimant, dont les pôles A et B sont prolongés par des masses de fer doux, qui ne laissent entre elles qu'une faible distance, et disposons-le de manière que la lamelle prismatique de mercure

qui occupe le milieu de la branche horizontale du manomètre se trouve placée entre les deux pièces polaires. Cette lamelle de mercure, dont l'épaisseur n'est que de  $\frac{2}{10}$  de millimètre, est en

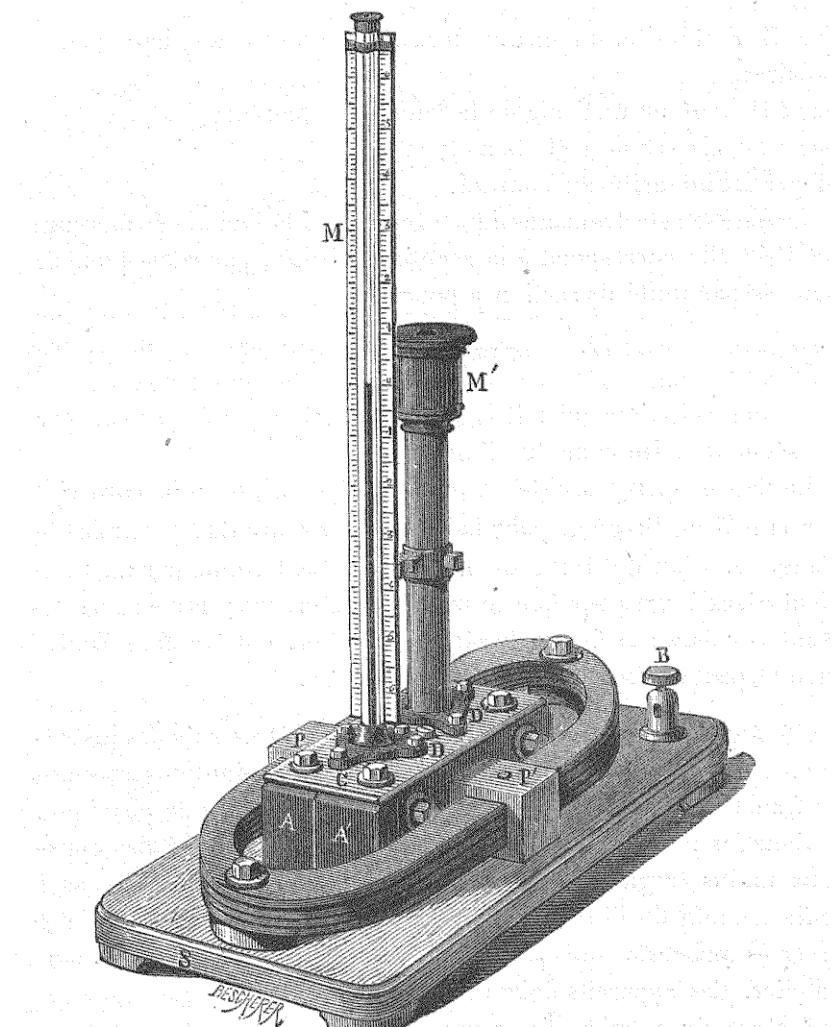


Fig. 56.

contact avec deux minces plaques de platine, qui servent à la prise du courant dont on veut mesurer l'intensité. Lorsque ce courant traverse verticalement la lamelle de mercure, celle-ci subit une poussée normale à la direction du courant ainsi qu'à celle

du champ magnétique de l'aimant; cette poussée agit donc parallèlement à la branche horizontale du manomètre; elle est équilibrée par une dénivellation du mercure dans les deux branches verticales.

Désignons

par  $H$  l'intensité du champ magnétique entre les deux pièces polaires,  
par  $l$  la hauteur verticale de la lamelle de mercure,  
par  $\varepsilon$  l'épaisseur de cette lamelle  
et par  $I$  l'intensité du courant.

La poussée électromagnétique exercée sur la lamelle de mercure est  $HIl$ ; elle correspond à la section droite  $l\varepsilon$ ; par conséquent la poussée par unité de section a pour valeur

$$p = \frac{HIl}{l\varepsilon} = \frac{H}{\varepsilon} I,$$

La dénivellation qui fait équilibre à cette poussée  $p$  peut, par conséquent, faire connaître l'intensité  $I$ .

La figure 56, représente un galvanomètre Lippmann, construit par la maison Breguet, pour la mesure des courants à partir de  $\frac{1}{100}$  d'ampère. L'un des tubes du manomètre se termine par un récipient assez large pour que le niveau du mercure y reste sensiblement constant; la dénivellation s'opère tout entière dans l'autre tube et peut se lire sur une échelle graduée.

**419. Ampèremètre Deprez.** — Les galvanomètres sont des instruments dont l'emploi exige des précautions assez minutieuses; aussi ne franchissent-ils guère l'enceinte des laboratoires de physique.

Pour les usages industriels, il convient de recourir à des appareils moins fragiles, plus portatifs, avec lesquels on n'a pas à tenir compte de l'influence du champ terrestre ni de celle des diverses machines qui peuvent fonctionner dans l'usine ou dans l'atelier. Ces appareils doivent, en outre, rendre facile et directe la lecture du nombre des ampères du courant dont on mesure l'intensité; aussi sont-ils généralement munis d'un index qui se déplace sur un cadran divisé, dont la graduation a été faite par comparaison avec un galvanomètre à réflexion. On donne le nom d'*ampèremètres* à ces galvanomètres industriels dont les types sont déjà nombreux.

M. Marcel Deprez a imaginé un ampèremètre dont le principe est très simple. L'aimant en fer à cheval NS, disposé horizontalement (fig. 57), crée entre ses deux pôles un champ magnétique puissant au sein duquel est placé le cadre galvanométrique. Ce cadre se compose de deux bobines cylindriques B et B', reliées en quantité, très rapprochées l'une de l'autre et comprenant entre elles un axe vertical autour duquel peut tourner une pièce de fer doux  $\alpha$  munie d'un index I.

Le passage d'un courant dans les bobines modifiant le champ magnétique autour du barreau mobile  $\alpha$ , celui-ci tourne d'un certain angle et fait mouvoir son index sur un cadran divisé en degrés. Une table numérique dressée à l'avance donne le nombre d'ampères correspondant à celui des degrés.

A mesure que l'aiguille  $\alpha$  dévie de sa position normale en tournant autour de son axe, le moment du couple qui la sollicite de la part de l'aimant va en augmentant, tandis que celui du couple qui la sollicite de la part des bobines va en diminuant ; si donc on donnait à l'intensité du courant des accroissements successifs égaux entre eux, les augmentations correspondantes de la déviation seraient de plus en plus faibles. On peut remédier à ce défaut en obliquant le système galvanométrique sur les lignes de force de l'aimant NS au lieu de le disposer normalement à ces lignes. M. Carpentier a fait subir à l'appareil cette modification ; il a en outre remplacé l'aimant en fer à cheval par un système de deux aimants demi-circulaires (fig. 58), qui accouplent, pour ainsi dire, leurs pôles de même nom A et A', B et B'. Avec cette disposition nouvelle, le sens dans lequel on fait passer le courant ne reste pas arbitraire ; le courant doit toujours être dirigé de

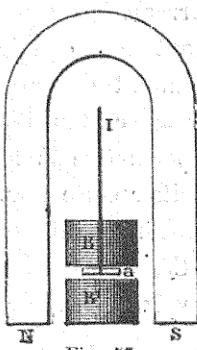


Fig. 57.

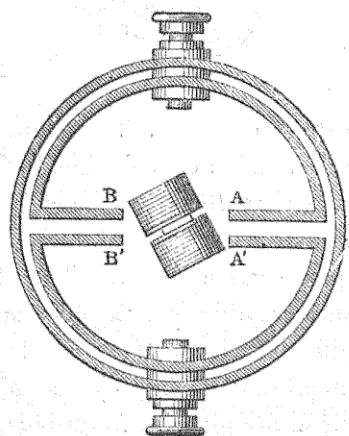


Fig. 58.

manière que le couple émanant des bobines tende à ramener le barreau de fer doux  $\alpha$  parallèlement aux plans des spires ; le moment de ce couple croît alors en même temps que celui du couple émanant des aimants. La graduation du cadran horizontal sur lequel se meut l'index indicateur est faite en ampères, de manière à permettre la lecture directe de l'intensité du courant ; il faut vérifier cette graduation de temps en temps, parce que les aimants directeurs subissent à la longue un affaiblissement sensible.

Ces appareils permettent d'évaluer les intensités à un demi-ampère près.

**420. Ampèremètre de Sir W. Thomson.** — Si l'on a besoin d'obtenir des mesures plus précises, on peut recourir à l'ampèremètre

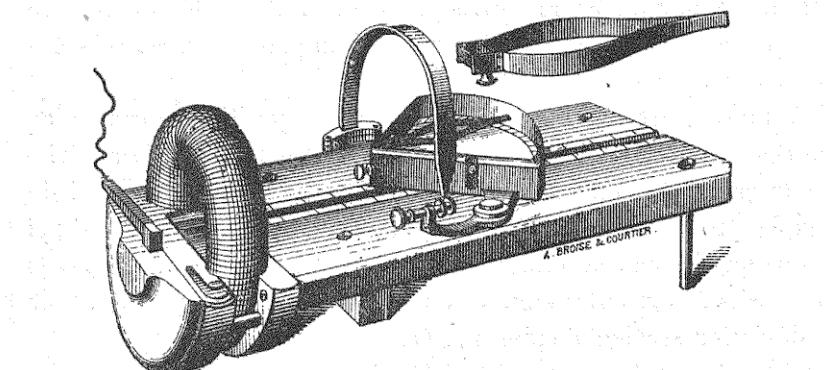


Fig. 59.

mètre de Sir W. Thomson, surtout s'il s'agit de courants de haute tension ou de grande intensité.

Cet ampèremètre se compose (fig. 59) d'une bobine annulaire, obtenue en enroulant une lame de cuivre sur elle-même, dans laquelle passe le courant dont on veut déterminer l'intensité, et d'une aiguille formée de quatre petits barreaux aimantés, reliés rigidelement à un index en aluminium (disposition indiquée séparément dans la figure). La bobine est fixée verticalement à l'extrémité d'une planchette en bois, reposant sur vis calantes et munie d'une rainure longitudinale correspondant à l'axe de la bobine ; l'aiguille aimantée, mobile autour d'un axe vertical, son index et l'arc de cercle divisé sur lequel il se meut sont installés dans

une boîte en forme de secteur qui peut se déplacer le long de la rainure, de manière à faire varier à volonté la distance du pivot de l'aiguille au centre de la bobine. On oriente l'appareil de manière qu'en l'absence de courant et par l'action du magnétisme terrestre l'aiguille marque le zéro de la graduation ; cette aiguille vient occuper une nouvelle position d'équilibre lorsque l'on fait passer un courant dans la bobine. Pour augmenter l'échelle d'action de cet appareil on peut disposer, parallèlement à la bobine, un aimant directeur en forme de demi-cercle, dont le centre coïncide avec celui du prisme rectangulaire qui aurait pour arêtes les quatre barreaux aimantés ; cet aimant directeur, dont l'effet s'ajoute à celui du magnétisme terrestre, est solidaire de la boîte en forme de secteur et participe à ses déplacements suivant la rainure.

Il est clair que cet appareil est basé sur le principe de la boussole des tangentes ; la graduation du cadran est proportionnelle aux tangentes des angles de déviation de l'aiguille. Sur la planchette à rainure, on inscrit (en s'éloignant du cadre) des divisions telles que  $4, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$  et  $\frac{1}{16}$  en des points choisis de telle manière que, lorsque le cadran est tangent à une de ces divisions, soit à la division  $n$ , la déviation de l'aiguille, en présence d'un courant d'un ampère traversant la bobine, soit égale à  $n$  divisions du cadran.

Désignons par  $H$  l'intensité du champ terrestre, par  $K$  l'intensité du champ de l'aimant demi-circulaire, par  $n$  la division à laquelle le cadran est tangent, par  $I$  l'intensité en ampères du courant envoyé dans la bobine, par  $\theta$  le nombre de divisions lu sur le cadran en raison de la déviation de l'aiguille ; nous aurons

$$I = \frac{H\theta}{n} \text{ ou } I = \frac{(H + K)\theta}{n},$$

suivant que nous emploierons ou non l'aimant directeur demi-circulaire. On peut déterminer les valeurs de  $H$  et de  $K$  en ayant recours à des courants dont les intensités ont été mesurées d'avance au moyen d'un autre appareil.

En raison de la mobilité de la boîte-secteur sur la rainure de la planchette, on peut faire varier la sensibilité de l'instrument dans le rapport de 4 à 64 ; on peut d'ailleurs, au moyen de l'aimant directeur, multiplier par 50 l'intensité du champ terrestre, et par suite réduire à  $\frac{1}{50}$  la sensibilité de l'instrument pour chacune des positions de l'équipage mobile ; finalement on peut faire varier dans le rapport de  $\frac{1}{50}$  à 64, ou de 1 à 3,200, la sensibilité de cet ampèremètre.

Les ampèremètres Thomson, outre qu'ils donnent des indications précises, ont l'avantage de pouvoir fonctionner entre des limites très étendues. La maison Breguet en construit couramment deux modèles distincts ; avec le premier modèle on mesure des intensités de  $\frac{5}{1000}$  d'ampère à 150 ampères ; avec le second on mesure depuis  $\frac{5}{100}$  jusqu'à 700 ampères.

**424. Electrodynamomètre de Siemens.** — Les ampèremètres que nous venons de décrire sont, comme les galvanomètres ordinaires, basés sur l'action mutuelle d'un courant et d'un aimant fixe ; l'intensité  $I$  du courant entre linéairement dans les formules, en sorte que ces instruments ne peuvent pas servir pour la mesure des courants alternatifs.

Les électrodynamomètres sont basés sur l'action mutuelle de deux courants ; cette action est proportionnelle au produit  $II'$  des intensités ; si les deux courants sont égaux, on a  $I'=I$  et l'action mutuelle devient proportionnelle à  $I^2$ . On conçoit ainsi que si l'on met un circuit mobile en présence d'un circuit fixe, en les faisant traverser l'un et l'autre par un même courant d'intensité  $I$ , la déviation du circuit mobile dépendra de la valeur du carré de cette intensité. S'il s'agit d'un courant rapidement périodique, alternatif ou non, l'électrodynamomètre pourra indiquer la valeur moyenne du carré de l'intensité.

Le premier électrodynamomètre a été construit par Weber ; il est fondé sur l'emploi de deux bobines cylindriques horizontales, (sans noyaux de fer), dont l'une est fixe, tandis que la seconde, suspendue bifilairement au centre de la première, est mobile. Au repos, c'est-à-dire en l'absence d'un courant, la bobine mobile est

dirigée perpendiculairement à la bobine fixe ; elle est déviée lorsque le courant passe et prend la position d'équilibre pour

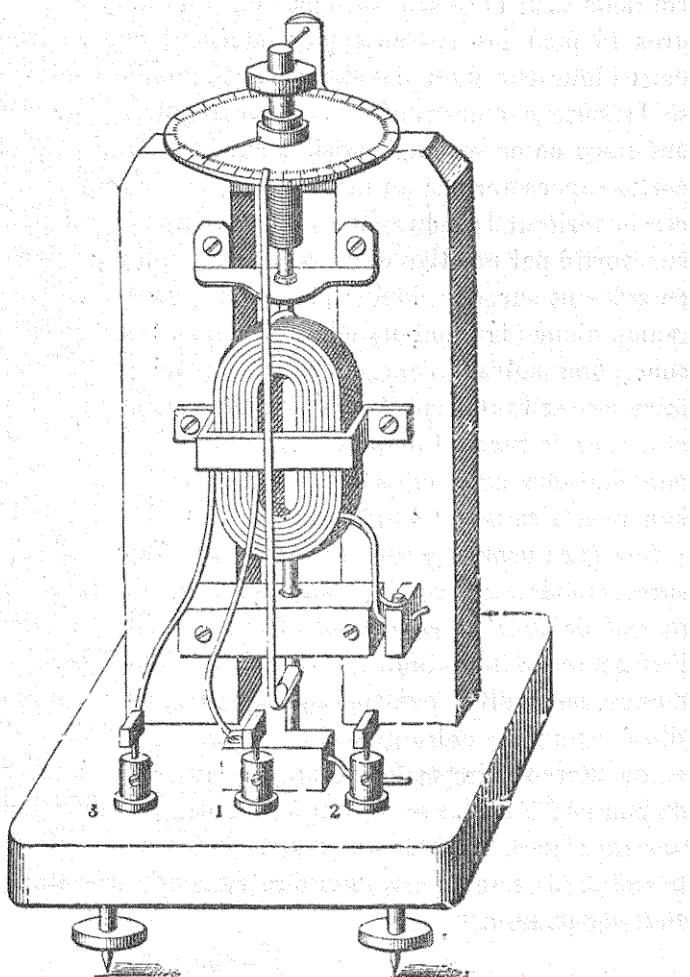


Fig. 60.

laquelle son couple de rotation est équilibré par le couple de torsion. L'action du champ magnétique terrestre sur l'équipage mobile n'est pas négligeable lorsque le courant n'est pas alternatif.

MM. Siemens et Halske ont modifié l'appareil de Weber de manière à le rendre utilisable dans l'industrie, en lui donnant la forme indiquée par la figure 60.

La bobine fixe, verticale et adossée à une double planchette, porte deux enroulements distincts, l'un en fil fin, destiné aux courants dont l'intensité ne dépasse pas 10 ampères, et l'autre en gros fil pour les courants plus intenses ; elle se trouve placée dans l'intérieur d'un anneau vertical mobile constitué par une seule spire entourant un cadre rectangulaire. Le côté vertical antérieur de ce rectangle (visible sur la figure) est prolongé à sa partie supérieure par un index recourbé arrivant en regard d'un cercle horizontal gradué ; le côté postérieur est prolongé à sa partie supérieure par une tige et un ressort à boudin que l'on peut tordre en agissant sur une douille placée au-dessus du cercle divisé et munie d'une aiguille parallèle à ce cercle. Deux godets à mercure superposés suivant l'axe de rotation (côté postérieur) servent à faire passer le courant dans le circuit mobile ; un des bouts du circuit extérieur doit toujours être relié à la borne 1, mais l'autre bout doit être relié soit à la borne 2, soit à la borne 3, suivant que l'on veut faire usage du gros fil ou du petit fil de la bobine fixe.

Lorsque aucun courant ne passe dans l'appareil, l'index de la spire mobile doit correspondre au zéro du cercle divisé ; on obtient ce résultat en agissant sur la douille supérieure et l'on prend note de la division  $\theta_0$  que marque alors l'aiguille dont cette douille est munie. Faisant ensuite passer un courant d'intensité  $I$ , on voit le cadre mobile subir une déviation ; on le ramène en équilibre sur sa position primitive, en faisant tourner la douille de manière à tordre le ressort à boudin ; l'aiguille indique alors une division  $\theta$ , en sorte que l'angle de torsion est  $(\theta - \theta_0)$ . Comme le couple de torsion fait équilibre au couple résultant des forces électriques, on a

$$I^2 = k (\theta - \theta_0).$$

La valeur de  $k$  est déterminée, pour chacun des deux fils de la bobine fixe, en tarant l'appareil une fois pour toutes. L'action du magnétisme terrestre sur la spire mobile est négligeable devant celle de la bobine fixe de l'appareil.

## CHAPITRE IV

### MESURE DES DÉCHARGES INSTANTANÉES ET DES CAPACITÉS

Méthode du galvanomètre balistique. — Capacité d'un condensateur.  
Étalons de capacité.

422. Méthode du galvanomètre balistique. — Supposons qu'une quantité d'électricité  $q$ , provenant d'une décharge statique, traverse le multiplicateur d'un galvanomètre des tangentes assez instantanément pour que, pendant sa durée, l'aiguille n'ait pas le temps de se déplacer d'une manière appréciable. Cette aiguille obéira néanmoins à l'impulsion reçue; elle s'écartera de sa position d'équilibre et y reviendra ensuite par une série d'oscillations.

Nous nous trouverons en présence d'un problème tout à fait analogue à celui que fait naître l'action d'une force instantanée agissant sur un pendule.

Désignons  
par  $\mathfrak{J}$  le moment d'inertie de l'aiguille,  
par  $H$  la composante horizontale du magnétisme terrestre  
et par  $M$  le moment magnétique de l'aiguille ;  
la durée  $\theta$  d'une oscillation double de faible amplitude aura la valeur constante

$$\theta = 2\pi \sqrt{\frac{\mathfrak{J}}{MH}}. \quad (1)$$

Désignons, d'autre part,  
par  $\omega$  la vitesse angulaire de l'aiguille au départ de sa position d'équilibre,  
par  $\varphi$  son angle d'elongation maximum

et par  $\alpha$  une valeur intermédiaire de l'angle d'élongation ; le moment du couple terrestre agissant sur l'aiguille lorsqu'elle occupe la position correspondant à l'angle  $\alpha$  étant

$$MH \sin \alpha,$$

le théorème des forces vives donne

$$\mathcal{J} \frac{\omega^2}{2} = \int_0^\varphi MH \sin \alpha \, dz = 2MH \sin^2 \frac{\varphi}{2},$$

d'où

$$\omega = 2 \sqrt{\frac{MH}{\mathcal{J}}} \sin \frac{\varphi}{2} \quad (2)$$

Examinons enfin ce qui se passe pendant la durée très courte  $\tau$  de la décharge. Désignons, à cet effet, par  $n$  le nombre des spires circulaires du multiplicateur et par  $R$  le rayon de ces spires.

A l'instant  $t$  le courant possède une certaine intensité  $I$  et l'aiguille est sollicitée par un couple de rotation dont le moment est

$$\frac{2\pi n}{R} MI;$$

l'impulsion élémentaire correspondante est

$$\frac{2\pi n}{R} MI \, dt$$

et, par conséquent, l'impulsion totale est

$$\frac{2\pi n M}{R} \int_0^\tau I \, dt = \frac{2\pi n M}{R} q,$$

$q$ , désignant la quantité d'électricité dont nous cherchons la mesure. Mais cette impulsion totale est représentée, d'autre part, par le produit  $\mathcal{J}\omega$  du moment d'inertie de l'aiguille par sa vitesse angulaire initiale ; on a donc

$$\frac{2\pi n M}{R} q = \mathcal{J}\omega. \quad (3)$$

Eliminons  $\mathfrak{I}$  et  $\omega$  entre les équations (1), (2) et (3), nous trouverons

$$q = \frac{RH}{2\pi^2 n} \theta \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (4)$$

La durée  $\theta$  de l'oscillation de l'aiguille est une constante qui peut être mesurée préalablement ; on peut aussi mesurer préalablement la valeur de la composante horizontale  $H$  du magnétisme terrestre ;  $n$  et  $R$  sont connus ; par conséquent

$$C = \frac{RH\theta}{2\pi^2 n} \quad (5)$$

est une constante du galvanomètre des tangentes pour le point du globe où l'on opère et la formule (4) peut s'écrire

$$q = C \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (6)$$

La mesure de la quantité d'électricité  $q$  est ainsi ramenée à celle de l'arc d'elongation  $\varphi$ . Si l'on a soin d'employer un instrument dont l'aiguille ait un moment d'inertie assez considérable, la lecture de  $\varphi$  se fera facilement avec précision.

Comme l'angle d'elongation  $\varphi$  a généralement une valeur très faible, on peut remplacer le sinus par l'arc et employer la formule très simple

$$q = \frac{1}{2} C \varphi \quad (7)$$

**423. Capacité d'un condensateur.** — Les capacités de deux condensateurs sont proportionnelles aux quantités d'électricité qui les chargent au même potentiel (n° 60).

Mettons les armatures du premier condensateur en communication avec les deux pôles d'une pile, de manière à le charger sous le potentiel de cette source d'électricité ; déchargeons-le ensuite sur un galvanomètre balistique et notons la déviation  $\varphi$ .

Chargeons le second condensateur avec la même pile ; déchargeons-le sur le galvanomètre et notons la déviation  $\varphi'$ .

Le rapport des capacités sera

$$\frac{c}{c'} = \frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi'}{2}},$$

ou simplement  $\frac{\varphi}{\varphi'}$  si les déviations sont assez petites pour que les sinus puissent être remplacés par les arcs.

**124. Étalons de capacité.** — On construit, comme *étalons de capacité*, des condensateurs composés de feuilles d'étain séparées par des feuilles de mica ou de papier paraffiné et dont les armatures sont reliées à des blocs de laiton portés par le couvercle en ébonite d'une boîte renfermant l'appareil. Ces étalons sont gradués en *microfarads* ou millionièmes de farad.

## CHAPITRE V

### MESURE DES RÉSISTANCES

Détermination de l'ohm. — Étalons de résistance. — Rhéostats. — Boîtes de résistance. — Pont de Wheatstone. — Pont à corde. — Résistance des métaux et alliages usuels.

425. **Détermination de l'ohm.** — L'unité pratique de résistance est l'*ohm*, qui vaut  $10^9$  unités CGS électromagnétiques. Il était important d'en obtenir une représentation matérielle en résolvant le problème suivant :

Quelle est la longueur que doit avoir, à la température de la glace fondante, une colonne de mercure de 1 millimètre carré de section, pour que sa résistance soit égale à  $10^9$  unités CGS ?

On a résolu ce problème par plusieurs méthodes ; nous indiquerons seulement celle de Weber et Wiedemann.

Prenons un cadre circulaire, de rayon  $a$ , sur lequel sont enroulées  $N$  spires d'une bobine, et orientons-le perpendiculairement au plan du méridien magnétique ; ce cadre doit être mobile autour de son diamètre vertical. Relions les deux extrémités des spires, au moyen de contacts glissants, à un galvanomètre des tangentes destiné à fonctionner comme galvanomètre balistique.

Si nous faisons tourner brusquement ce cadre de 180 degrés, il coupera les lignes de force du champ terrestre ; de là la production d'une quantité  $q$  d'électricité induite qui traversera instantanément le multiplicateur du galvanomètre des tangentes et pourrait être mesurée (n° 422) en recourant à la formule

$$q = \frac{RH_0}{2\pi^2 n} \sin \frac{\phi}{2}$$

Nous savons, d'autre part, que la quantité d'électricité induite, en présence du champ magnétique uniforme dont la composante horizontale est  $H$ , doit être égale (n° 97) au quotient de la variation du flux magnétique par la résistance du circuit. La surface de chaque spire est  $\pi a^2$ ; la variation du flux de force qui la traverse, pour la demi-révolution qu'on lui imprime, est  $2\pi a^2 H$ ; comme il y a  $N$  spires, la variation totale du flux magnétique est  $N$  fois plus grande; on a donc

$$q = \frac{2\pi N a^2 H}{\rho},$$

$\rho$  désignant la résistance totale du circuit (cadre et galvanomètre).

On peut éliminer  $\frac{H}{q}$  entre les deux équations précédentes; on trouve ainsi

$$\rho = \frac{4\pi^3 n N a^2}{R_0 \sin \frac{\varphi}{2}}.$$

Si  $a$  et  $R$  sont évalués en centimètres,  $\theta$  étant évalué en seconde de temps, cette formule donnera la valeur absolue de  $\rho$  en unités CGS.

Introduisons maintenant dans le circuit une résistance  $x$ , qui s'ajoutera à  $\rho$ , et recommençons l'expérience; nous déterminerons  $\rho + x$  et, par suite,  $x$  en unités CGS. La méthode de Weber permet donc d'obtenir la mesure absolue de la résistance d'un conducteur quelconque.

En particulier si ce conducteur est une colonne de mercure d'un millimètre carré de diamètre à la température de la glace fondante, la longueur qu'il faudra lui donner pour que la valeur correspondante de  $x$  devienne égale à  $10^9$  sera de 106 centimètres.

La colonne de mercure ainsi définie a la résistance d'un *ohm*; c'est là l'étalon de résistance, le prototype légal.

**126. Étalons de résistance.** — On a fait, pour les besoins de la pratique, diverses copies de l'étalon *ohm*, soit en mercure, soit en fils métalliques.

Les étalons secondaires à mercure exigent l'emploi de tubes de verre. La figure 64 représente un de ces étalons. Le tube, plusieurs

fois recourbé sur lui-même, est réuni par des anneaux en caoutchouc à des godets de grand diamètre, remplis de mercure, qui servent à établir les prises de contact pour le passage d'un courant; on les ferme au moyen de bouchons à l'émeri lorsque l'appareil n'est pas en service. Le tube est plongé dans un bocal que l'on peut remplir soit de glace fondante, soit d'un liquide dont on mesure exactement la température en degrés centigrades. Si cette température n'est pas égale à zéro, il faut faire subir à la valeur de la résistance de cet étalon secondaire une petite correction d'après la formule

$$R = R_0 (1 + 0,0008649 t + 0,00000112 t^2).$$

Les étalons secondaires en fil métallique sont ordinairement en maillechort, métal dont la résistance varie avec la température suivant la formule

$$R = R_0 (1 + 0,00044 t);$$

on emploie quelquefois aussi le platine-argent, le platine-or, le platine pur. La figure 62 représente un de ces étalons, muni de son thermomètre; les deux barreaux recourbés sont en cuivre et servent aux prises de contact. Le fil, enduit de paraffine, est placé entre deux cylindres métalliques que l'on peut plonger dans un bain.

Un étalon secondaire est toujours construit de manière que sa résistance à zéro degré soit à peu près l'ohm légal; on indique la

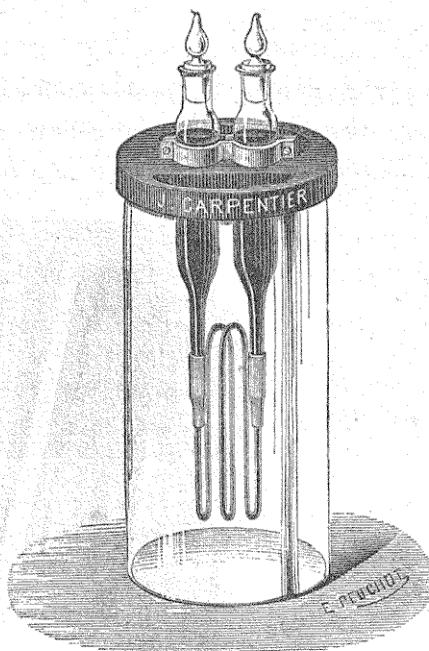


Fig. 61.

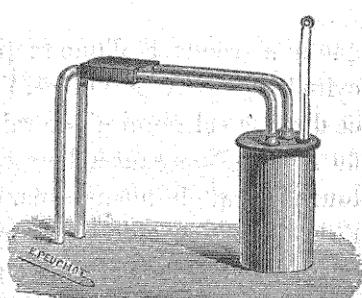


Fig. 62.

température à laquelle cette résistance prend rigoureusement la valeur d'un *ohm*.

**127. Rhéostats.** — On donne le nom de *rhéostats* à divers appareils dont la résistance est connue approximativement.

Le *rhéostat de Wheatstone* (fig. 63) se compose d'un fil métalli-

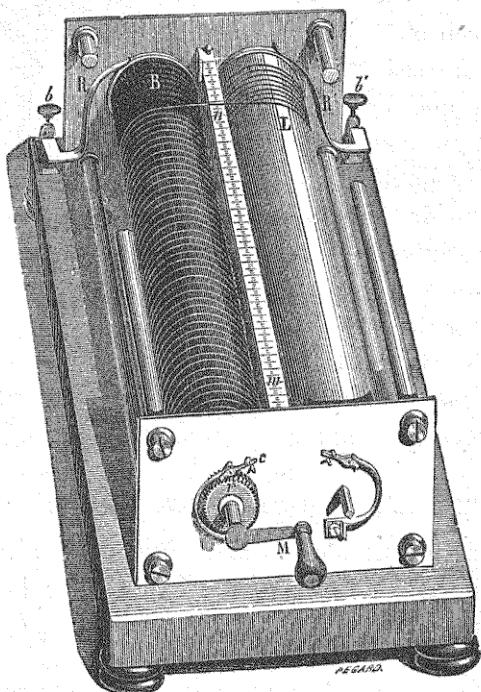


Fig. 63.

que non recouvert d'une matière isolante qui s'enroule sur deux cylindres égaux parallèles, l'un conducteur L, l'autre isolant B ; ce dernier est muni d'une rainure hélicoïdale qui dirige les spires du fil en s'opposant à leur contact. Les deux cylindres peuvent tourner dans le même sens, en sorte que le fil qui se déroule de l'un d'eux s'enroule exactement sur l'autre. Le cylindre isolant porte un cercle métallique auquel est soudée l'une des extrémités du fil. La prise de contacts se fait au moyen de deux frotteurs R et R', dont l'un s'appuie sur le cercle métallique du cylindre isolant et l'autre sur le cylindre conducteur dont la résistance est

négligeable. La résistance que cet appareil met en circuit est égale à celle du fil enroulé sur le cylindre isolant ; on peut la faire varier d'une manière continue et la connaître approximativement d'après l'indication donnée par une échelle *m n* placée entre les deux cylindres.

Le *rhéostat à corde*, qu'on appelle aussi *rhéocorde*, se compose d'un fil métallique, de résistance connue, tendu parallèlement à une règle divisée et d'un curseur métallique mobile le long de cette règle ; ce curseur prend avec le fil un point de contact dont on fait à volonté varier la position. Le courant arrive par l'extrémité du fil qui correspond au zéro de l'échelle et sort par le curseur ; la lecture de la division correspondant au point de contact fait connaître la longueur de fil et, par suite, la résistance mise en circuit.

**128. Boîtes de résistance.** — Les rhéostats les plus usuels s'obtiennent au moyen de *bobines de résistance*, constituées par l'enroulement cylindrique d'un fil métallique isolé, préalablement replié sur lui-même pour éviter les effets de l'induction. Etant donnée une série de ces bobines, dont les résistances diffèrent et sont connues d'avance, on peut faire varier, d'une façon discontinue mais avec de faibles soubresauts, la résistance mise en circuit.

Ces bobines sont ordinairement placées dans une boîte spéciale, en adoptant les dispositions qui facilitent l'introduction de chacune d'elles dans le circuit.

Les deux extrémités d'une même bobine B aboutissent (fig. 64) à deux masses de cuivre *a* et *b*, laissant entre elles un intervalle qui peut être fermé par une cheville C. Cette clé métallique fait communiquer directement les deux blocs de cuivre, en mettant hors circuit la bobine B ; il suffit de l'enlever pour introduire dans le circuit la résistance de cette bobine.

Le dispositif le plus commode est celui des *boîtes à décade* (fig. 65). Les blocs de cuivre, au nombre total de 30, sont divisés

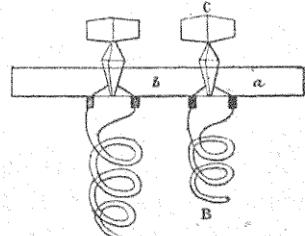


Fig. 64.

en trois groupes de 10, présentant chacun la disposition circulaire. On a dans le premier groupe, 9 bobines égales avec la résistance d'un ohms, dans le second groupe 9 bobines de 10 ohms, et dans le troisième 9 bobines de 100 ohms. La figure indique comment

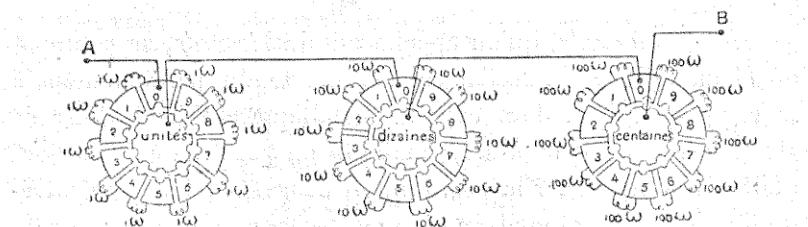


Fig. 65.

s'établissent les communications métalliques des divers groupes ; A et B sont les deux bornes d'attache. Les bobines sont ordinai-rement en maillechort.

**129. Pont de Wheatstone.** — Soit AMBN (fig. 66) un parallélogramme dont les quatre côtés représentent des conducteurs.

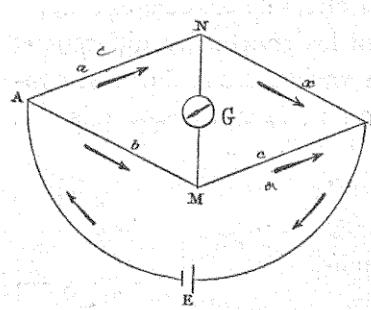


Fig. 66.

Nous supposons fixes et connues les résistances  $a$  et  $b$  des deux côtés AN et AM ; la résistance  $c$  du côté BM peut varier au gré de l'opérateur, en prenant di-verses valeurs toujours connues ; la résistance  $x$  correspondant à un conducteur donné, représenté par le côté BN, est l'inconnue qu'il s'agit de déterminer.

A cet effet, faisons entrer le parallélogramme, par les deux sommets opposés A et B, dans le circuit extérieur AEB d'une source d'électricité (pile ou machine). Etablissons d'ailleurs entre les deux autres sommets M et N une communication métallique munie d'un galvanomètre G.

Pour que l'envoi du courant de la pile ne fasse pas dévier l'aiguille du galvanomètre, il faut et il suffit que la valeur de la résistance auxiliaire  $c$  soit prise de manière à rendre égaux les potentiels en M et N sur le circuit bifurqué qui va de A en B.

Supposons que cette condition soit remplie ; désignant par  $V$  et  $V'$  les valeurs du potentiel en A et en B, nous aurons

$$V - V' \frac{b}{b + c}$$

pour chute de potentiel de A en M, et

$$V - V' \frac{a}{a + x}$$

pour chute de potentiel de A en N ; comme ces deux chutes de potentiel doivent être égales, on a

$$\frac{b}{b + c} = \frac{a}{a + x}$$

d'où

$$x = \frac{ac}{b}$$

On voit que la méthode consiste à jeter entre les deux branches AMB et ANB un *pont* par lequel aucun courant ne passe ; de là le nom de *pont de Wheatstone* donné à l'appareil.

Dans la pratique, on donne à l'instrument la forme représentée par la figure schématique 67. Les côtés AN et AM (résis-

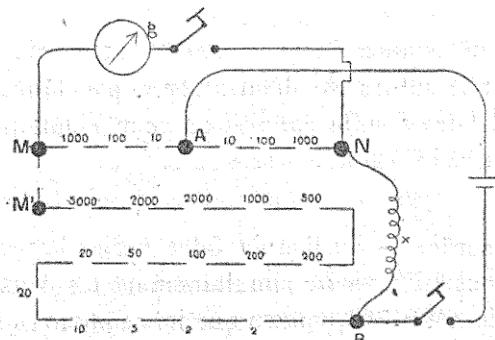


Fig. 67.

tances  $a$  et  $b$ ) sont remplacés par des rhéostats comprenant chacun trois bobines dont les résistances ont pour valeurs respectives, en ohms, 10, 100 et 1000 : on peut choisir à volonté la bobine à employer soit sur AN, soit sur AM, en sorte que le rapport  $\frac{a}{b}$  peut prendre chacune des cinq valeurs  $\frac{1}{100}, \frac{1}{10}, 1, 10, 100$ . Le

rhéostat BM (résistance  $c$ ) se compose aussi d'une série de bobines, mais leurs résistances respectives varient depuis 1 jusqu'à 40,000, comme l'indiquent les chiffres inscrits sur la figure. Le rapport  $\frac{ac}{b}$  peut, par conséquent, prendre les valeurs comprises entre  $\frac{1}{1,000}$  et  $\frac{1}{1,000,000}$ ; il en résulte que l'appareil peut servir à mesurer toute résistance comprise entre ces limites. Deux clés doivent toujours être établies respectivement sur le branchement de la pile et sur la diagonale MN, pour permettre d'établir ou de supprimer à volonté les communications. Pour remédier à la discontinuité que cet appareil établit dans les mesures, il suffit d'adoindre un rhéocorde au rhéostat BM.

On peut se servir du pont de Wheatstone pour mesurer la résistance du galvanomètre qui fait partie de l'appareil. Reportons-nous à la figure 66 et supposons que le galvanomètre, au lieu d'être placé sur la diagonale MN, soit placé sur le quatrième côté NB du parallélogramme; l'ouverture ou la fermeture, au moyen d'une clé, du conducteur MN placé suivant la diagonale ne modifiera pas l'angle de déviation de l'aiguille du galvanomètre si l'on a

$$bx = ac,$$

$x$  désignant la résistance du galvanomètre et  $c$  celle du rhéostat placé sur MB; il suffira de déterminer  $c$  par tâtonnement, de manière à satisfaire à cette condition, pour connaître la valeur de  $x$  au moyen de la formule précédente.

**130. Pont à corde.** — Au lieu de faire varier la résistance  $c$  du côté MB, on peut faire varier simultanément les deux résistances  $b$  et  $c$ , des côtés AM et MB, pourvu que leur somme soit maintenue constante; la formule

$$x = \frac{ac}{b}$$

s'applique encore dans cette hypothèse.

On remplace alors la ligne brisée AMB par un fil métallique homogène AB (fig. 68), en maillechort par exemple, sur lequel peut glisser un curseur M relié au galvanomètre. Une règle divi-

sée, disposée parallèlement à ce fil permettra de connaître, pour

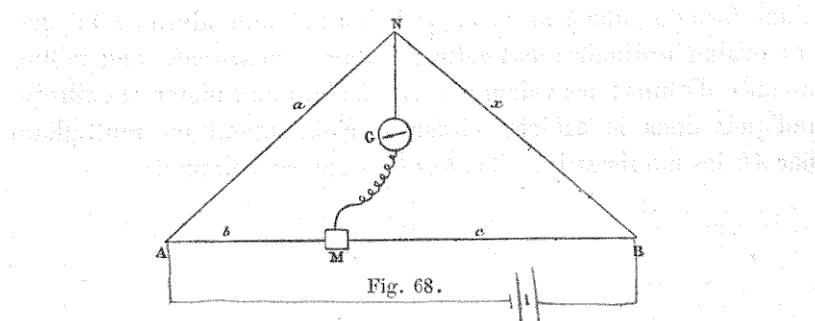


Fig. 68.

chaque position du curseur, le rapport des résistances  $b$  et  $c$ , qui ne diffère pas du rapport des longueurs  $AM$  et  $MB$ .

**434. Résistance des métaux et alliages usuels.** — L'*Annuaire du Bureau des Longitudes* de 1891 a consacré aux résistances des métaux et alliages le tableau suivant :

NATURE DU MÉTAL	RÉSISTANCE EN OHM d'une longueur de 10 mètres à la température de 0°		COEFFICIENT de variation de résistance pour 1° vers 20°
	Section de 1 <sup>mm</sup> carré	Diamètre de 1 <sup>mm</sup>	
Argent. { recuit . . . . .	0,1492	0,4900	0,00377 à 0,00403
écrouï . . . . .	0,1620	0,2062	
Cuivre. { recuit . . . . .	0,1584	0,2017	0,00388
écrouï . . . . .	0,1620	0,2063	
Or. { recuit . . . . .	0,2041	0,2599	0,00365
écrouï . . . . .	0,2077	0,2643	
Aluminium recuit . . . . .	0,2889	0,3679	0,00390
Platine . . . . .	0,8982	1,4435	0,00247
Fer. . . . .	0,9638	1,227	0,00463
Nickel. . . . .	1,236	1,573	"
Mercure. . . . .	9,434	42,012	0,000887
2 or + 1 argent. . . . .	4,078	1,372	0,00065
Maillechort . . . . .	2,076	2,643	0,00044 à 0,00028
9 platine + 1 iridium . . . . .	2,163	2,734	0,00133
2 platine + 1 argent . . . . .	2,419	3,080	0,00024 à 0,00027

Il résulte de ce tableau que la résistance d'un ohm correspond à 63<sup>m</sup>,43 de fil de cuivre recuit de 1<sup>mm</sup><sup>2</sup> de section, ou à 49<sup>m</sup>,58 de fil de cuivre recuit de 1<sup>mm</sup> de diamètre.

On appelle *résistance spécifique* d'un métal celle qui correspond

à un centimètre cube de ce métal, traversé par un courant allant d'une face du cube à la face opposée, à la température de 0 degré. On évalue ordinairement cette résistance en *microohms* ou millio-nièmes d'ohms ; les valeurs correspondant aux métaux et alliages indiqués dans le tableau ci-dessus s'obtiennent en multipliant par 10 les nombres inscrits dans la première colonne.

## CHAPITRE VI

### MESURE DES FORCES ÉLECTROMOTRICES

Méthode de la grande résistance. — Voltmètre de Cardew.

132. Méthode de la grande résistance. — Pour mesurer la force électromotrice ou différence de potentiels entre deux points d'un conducteur parcouru par un courant, on peut souvent établir une dérivation entre ces deux points par un conducteur de grande résistance sans faire varier sensiblement cette force électromotrice. La différence de potentiels cherchée est alors égale au produit de la résistance du conducteur auxiliaire par l'intensité du courant qui le traverse; si donc ce conducteur est le fil enroulé sur la bobine d'un galvanomètre (servant à mesurer l'intensité) ou d'un ampèremètre, cet appareil pourra devenir un *voltmètre*.

Les galvanomètres ou ampèremètres industriels peuvent donc être transformés en voltmètres, s'ils sont munis d'une bobine de grande résistance, en les mettant en dérivation entre deux points d'un conducteur dont la résistance puisse être considérée comme relativement négligeable. Faisons passer dans un de ces appareils divers courants, dont nous mesurerons les intensités au moyen d'un ampèremètre étalon, et notons les déviations obtenues; à chacune de ces déviations correspondra une différence de potentiel connue entre les deux bornes de l'appareil; nous pourrons, par conséquent, graduer l'appareil en volts correspondant à ces déviations.

L'ampèremètre de M. Marcel Deprez (avec ou sans la modifi-

cation Carpentier) et l'ampèremètre de Sir W. Thomson peuvent, notamment, être gradués en voltmètres. Il faut avoir soin de ne laisser le voltmètre en circuit que pendant le temps strictement nécessaire pour faire la lecture du nombre des volts, afin de ne pas laisser au courant le temps d'échauffer fortement le fil fin de la bobine.

**133. Voltmètre de Cardew.** — Le capitaine Cardew a imaginé un voltmètre qui peut être employé pour les courants alternatifs aussi bien que pour les courants continus. Cet appareil est basé sur cette observation que lorsqu'un fil conducteur de grande résistance est parcouru par un courant, la quantité de chaleur dégagée par seconde est, d'après les lois d'Ohm et de Joule,

$$RI^2 = R \frac{E^2}{R^2} = \frac{E^2}{R},$$

R désignant la résistance du fil et E la différence des potentiels correspondant à ses deux extrémités. On pourrait mesurer cette quantité de chaleur au moyen d'un calorimètre et en déduire, connaissant R, la valeur de E; mais comme l'emploi d'un calorimètre ordinaire serait incommodé, on l'évite en estimant la chaleur dégagée d'après la dilatation linéaire du fil conducteur. On sait que cette dilatation est proportionnelle à la température du fil; cette température est elle-même une fonction croissante de la quantité de chaleur dégagée par seconde (fonction compliquée à cause de la chaleur rayonnante qui intervient nécessairement dans le phénomène); il est, par conséquent, possible de graduer l'appareil par comparaison, de manière qu'à chaque valeur de la dilatation corresponde une indication de la force électromotrice.

La figure 69 indique le dispositif qui a été réalisé par le capitaine Cardew. Le fil est en platine; ses extrémités  $t_1$  et  $t_2$  sont fixes et respectivement reliées aux deux bornes de l'appareil; le développement de ce fil, indiqué par la ligne sinuuse  $t_1 p_1 a_1 a_2 p_2 t_2$ , passe sur les deux poulies fixes  $p_1$  et  $p_2$ , ainsi que sur la poulie mobile  $i$ , qui porte la tige  $iL$ . L'extrémité I de cette tige est reliée

au ressort à boudin *J* par l'intermédiaire d'un fil de soie *d*, qui entoure deux fois une roue mobile. Lorsque le fil de platine se

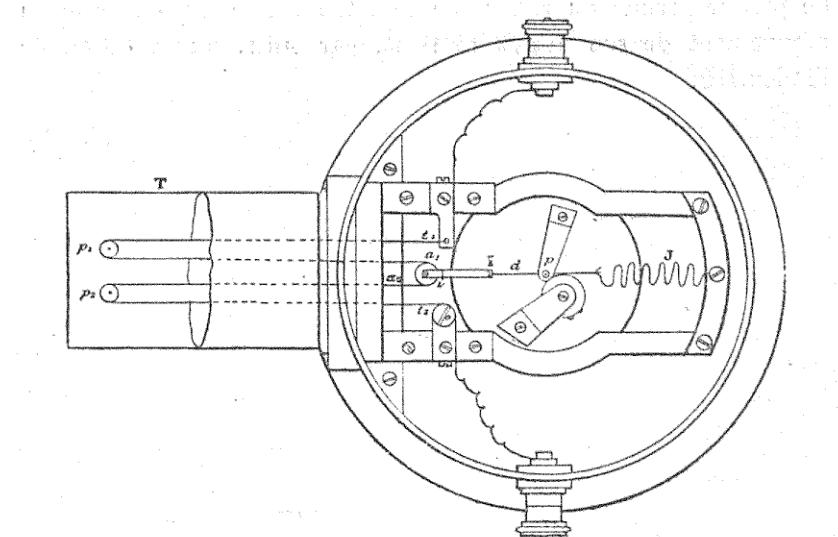


Fig. 69.

dilate par suite du passage d'un courant, l'action du ressort à boudin fait avancer la poulie *i* et tourner la roue mobile; cette

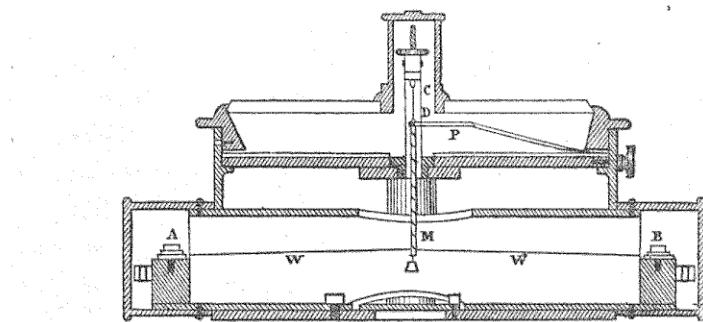


Fig. 70.

dernière engrène avec un pignon *p*, qui amplifie la rotation et la fait indiquer par une aiguille sur un cadran divisé.

MM. Ayrton et Perry ont substitué à ce dispositif celui qu'indique la figure 70. Le fil de platine *WW* est fixé aux deux bornes

A et B ; il est tendu en son milieu par le ressort MD, suspendu par le fil fin CD et portant l'index DP. Toute dilatation du fil de platine permet au ressort de se détendre, ce qui entraîne un mouvement de son extrémité D et, par suite, une rotation de l'index DP.

## CHAPITRE VII

### MESURE DES COEFFICIENTS DE SELF-INDUCTION

Méthode de Maxwell et de Rayleigh. — Étalon de self-induction.

Mesure par comparaison.

**134. Méthode de Maxwell et de Rayleigh.** — Cette méthode permet de mesurer en valeur absolue le coefficient de self-induction  $L$  d'une bobine.

Intégrons cette bobine sur la branche BN d'un pont de Wheatstone (fig. 71), dont les autres branches ont des résistances sans self-induction et dont la diagonale MN contient un galvanomètre balistique  $i$ . Réglons les résistances  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ , de manière que, le régime permanent étant établi, les potentiels en M et en N soient égaux. Ouvrons alors brusquement le circuit AEB ; il se produira un extra-courant (n° 99) qui débitera une quantité d'électricité

$$Q = \frac{LI_0}{R},$$

$I_0$  désignant l'intensité du courant dans le régime permanent, et  $R$  la résistance du circuit fermé qui se compose des deux branches

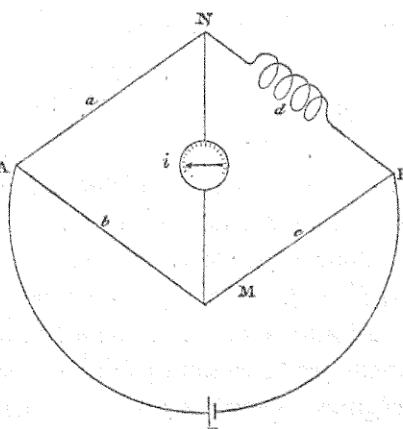


Fig. 71.

MB et BN, ainsi que du circuit multiple formé par le système des branches AM, MN, NA. On a, d'ailleurs, (n° 68), en désignant par  $g$  la résistance de la diagonale MN, qui contient le galvanomètre balistique,

$$R = c + d + \frac{1}{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{g}} = c + d + \frac{(a+b)g}{a+b+g};$$

par conséquent

$$Q = L I_0 \frac{a+b+g}{(a+b+c+d)g + (a+b)(c+d)}.$$

Une fraction seulement de cette quantité d'électricité passe dans le galvanomètre balistique, parce que l'extra-courant se bifurque entre M et N, suivant les deux parcours MAN et MN, dont les résistances sont respectivement  $(a+b)$  et  $g$ . La décharge instantanée que mesurera le galvanomètre balistique sera, par conséquent,

$$\frac{a+b}{a+b+g} Q = L I_0 \frac{a+b}{(a+b+c+d)g + (a+b)(c+d)},$$

et nous aurons (n° 422)

$$L = \frac{K \sin \frac{\alpha}{2}}{I_0} \left[ 1 + \frac{(a+b+g)(c+d)}{a+b} \right],$$

$\alpha$  désignant l'angle d'elongation de l'aiguille aimantée et K la constante balistique du galvanomètre.

Pour éviter d'avoir à prendre la mesure des cinq résistances  $a, b, c, d, g$ , on peut recourir à l'artifice suivant.

Ajoutons sur la branche BM une très petite résistance supplémentaire  $r$ , connue par une mesure préalable, et rétablissions le régime permanent avec la même source d'électricité. L'intensité  $I'$  de ce nouveau courant différera très peu de  $I_0$ , et les choses se passeront, dans le pont de Wheatstone, comme si, le circuit AEB qui contient la source électrique étant supprimé, on créait sur la branche BN une force contre-électromotrice égale à  $rI'$ ; de là un courant dont l'intensité est

$$\frac{r I_0}{R+r},$$

soit en négligeant  $r$  devant  $R$ ,

$$\frac{r I'_o}{R} = \frac{r I'_o (a + b + g)}{(a + b + c + d)g + (a + b)(c + d)};$$

il faut multiplier cette intensité par

$$\frac{a + b}{a + b + g}$$

pour obtenir celle du courant qui traverse le galvanomètre  $i$  et fait prendre à son aiguille une déviation permanente  $\beta$ ; on a, par conséquent,

$$i = \frac{H\beta}{r} \left[ 1 + \frac{(a + b + g)(c + d)}{a + b} \right]$$

$H$  désignant le facteur de réduction du galvanomètre.

Divisons la valeur trouvée pour  $I$  par cette valeur de  $I'_o$ , en remarquant que le rapport des deux intensités  $I_o$  et  $I'_o$  peut être remplacé très approximativement par l'unité, nous aurons

$$L = r \frac{K}{H} \frac{\sin \frac{1}{2} \alpha}{\beta}$$

**435. Étalon de self-induction.** — MM. Ayrton et Perry ont disposé une bobine circulaire, mobile autour d'un axe diamétral, à l'intérieur d'une autre bobine circulaire fixe avec laquelle elle est attelée en série. Le coefficient de self-induction de ce système de deux bobines dépend de l'angle dièdre que forment leurs plans; il est minimum lorsque ces plans sont amenés au parallélisme, de manière que le courant parcourt les deux bobines en sens contraires; il est maximum lorsque les deux plans sont rectangulaires. Une graduation fait connaître la valeur du coefficient de self-induction pour chaque position relative des deux bobines. On obtient ainsi un *étauon de self-induction variable*.

**436. Mesure par comparaison.** — L'emploi d'un étalon de self-induction permet de mesurer facilement le coefficient de self-induction d'une bobine quelconque.

Plaçons, en effet, respectivement l'étauon et la bobine sur les

deux branches MB et BN du pont de Wheatstone et réglons les résistances  $a$  et  $b$  des deux autres branches, de manière à obtenir l'égalité des potentiels en M et en N pendant le régime permanent.

Si le coefficient de self-induction de l'étalon était égal à celui de la bobine, l'ouverture du circuit AEB ne produirait aucune élongation galvanométrique. Il suffira, par conséquent, de modifier, par tâtonnements successifs, l'angle des deux bobines de l'étalon, de manière à obtenir l'immobilité de l'aiguille du galvanomètre en présence de l'extra-courant d'ouverture, pour connaître le coefficient cherché.

## TROISIÈME PARTIE

### PILES. — ACCUMULATEURS. — MACHINES ÉLECTROSTATIQUES

---

Les piles voltaïques et les piles thermoélectriques sont des générateurs de courants électriques dont les applications industrielles sont très limitées. Mais la découverte des piles voltaïques a conduit à celle des accumulateurs ou piles secondaires qui trouvent, au contraire, dans l'industrie, d'importantes et nombreuses applications.

Quant aux machines électrostatiques destinées à produire de hauts potentiels, leurs applications industrielles paraissent être limitées au tirage des mines par l'électricité.

---

## CHAPITRE PREMIER

### PHÉNOMÈNES THERMOÉLECTRIQUES, ÉLECTROCHIMIQUES ET ÉLECTROCAPILLAIRES

Forces électromotrices de contact. — Origine des courants thermoélectriques. — Courants voltaïques — Pile à colonne de Volta. — Electrolyse. — Polarisation des électrodes. — Phénomènes électrocapillaires — Electromètre de Lippmann.

137. Forces électromotrices de contact. — Volta a découvert que le *simple contact de deux métaux différents suffit pour établir une différence entre leurs potentiels respectifs*. Cette différence est indépendante de la forme et de l'étendue du contact; M. Pellat a démontré qu'elle dépend de l'état des surfaces.

Soient A et B deux métaux en contact et désignons par le symbole  $A | B$  la variation de potentiel qui se produit brusquement de A à B par la surface de contact; la variation de B à A sera

$$B | A = - A | B.$$

Pour plusieurs métaux A, B, C... L, M enchaînés par des contacts successifs, la différence de potentiel entre A et M sera

$$A | B + B | C + \dots + L | M;$$

cette différence reste la même quelle que soit la forme de la chaîne. Si l'on suppose que cette chaîne se ferme, M venant en contact avec A, elle formera un circuit conducteur dans lequel la force électromotrice totale

$$A | B + B | C + \dots + L | M + M | A$$

doit nécessairement être nulle, puisque, en l'absence de toute dépense extérieure d'énergie, aucun courant ne peut se produire. On a par conséquent

$$A | B + B | C + \dots + L | M = - M | A = A | M;$$

c'est-à-dire que *la différence des potentiels des deux métaux extrêmes A et M est la même que si ces deux métaux étaient directement en contact*; c'est là ce que l'on appelle la *loi des contacts successifs*. On suppose essentiellement que tous les métaux sont à la même température.

M. Pellat a dressé expérimentalement le tableau suivant qui donne les forces électromotrices de contact de divers métaux avec la surface d'un plateau de laiton doré, représentant ce qu'il appelle *l'or normal*.

MÉTAUX	DIFFÉRENCE DE POTENTIEL en volts avec l'or normal	
	Surface nette à peine écrouie	Surface écrouie par frottement
Zinc . . . . .	0,85	1,08
Plomb . . . . .	0,70	0,77
Étain . . . . .	0,60	0,73
Antimoine . . . . .	0,44	0,49
Nickel . . . . .	0,38	0,45
Bismuth . . . . .	0,36	0,48
Acier . . . . .	0,29	0,44
Fer . . . . .	0,29	0,38
Laiton . . . . .	0,29	0,37
Cuivre . . . . .	0,17	0,22
Platine . . . . .	0,03	0,06
Or . . . . .	0,04	0,07
Argent . . . . .	0,06	0,04

Nous voyons notamment, par ce tableau, que le contact cuivre-zinc donne, en faveur du zinc, un accroissement de potentiel de  $0,85 - 0,17 = 0,68$  ou de  $1,08 - 0,22 = 0,86$  suivant que les surfaces ne sont pas ou sont écrouies.

138. Origine des courants thermoélectriques. — Si deux métaux A et B, au lieu d'être en contact, sont réunis par une soudure S,

il semble naturel d'admettre qu'il y a deux contacts successifs très intimes, avec variations brusques de potentiel

$$A | S \text{ et } S | B;$$

l'influence de l'état des surfaces en contact sur les valeurs de ces formes électromotrices se manifeste alors dès qu'une variation de température modifie, d'une manière inconnue, l'état de ces surfaces.

Si deux parties A et A' d'un même métal ne sont pas homogènes, une force électromotrice

$$A | A'$$

correspond à leur surface de transition et sa valeur varie avec la température.

Siébeck a découvert en 1821 qu'un circuit fermé, composé de métaux soudés bout à bout, est parcouru par un courant dès que l'on échauffe une de ses soudures. Ce phénomène, auquel la loi des contacts successifs n'est pas applicable, n'est pas incompatible avec le principe de la conservation de l'énergie, puisque l'on fait une dépense de chaleur pour obtenir le courant.

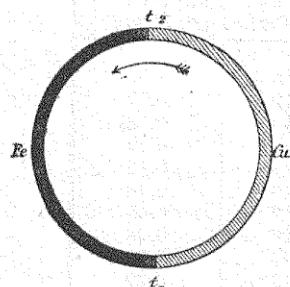


Fig. 72.

Soit, par exemple, un anneau dont les deux moitiés, soudées l'une à l'autre, sont respectivement en cuivre et en fer (fig. 72); maintenons constante la température  $t_1$  d'une de ces soudures et portons l'autre à une température constante plus élevée  $t_2$ ; nous obtiendrons un courant électrique allant du cuivre au fer par la soudure chaude.

Il résulte des expériences de Magnus et de Becquerel que la force électromotrice du courant peut être représentée par la différence des valeurs  $\varphi(t_2)$  et  $\varphi(t_1)$  que prend, pour les températures respectives des soudures, une certaine fonction de  $t$ . La nature de cette fonction  $\varphi$  dépend du circuit considéré.

Pour établir la théorie des phénomènes thermoélectriques, il faut tenir compte de cette extension donnée par Sir W. Thomson au principe de Volta que des forces électromotrices analogues

à celles de contact se développent dans un métal homogène, lorsque ses diverses parties sont à des températures différentes (n° 74).

Désignons

par  $E_1$  et  $E_2$  les forces électromotrices correspondant aux soudures  $t_1$  et  $t_2$ .

par  $c$  et  $-f$  les forces électromotrices correspondant aux deux parties cuivre et fer, en allant sur chacune d'elles de la soudure froide à la soudure chaude.

La valeur de la force électromotrice  $E$  du courant sera

$$E = \varphi(t_2) - \varphi(t_1) = E_2 + c + f - E_1$$

Si  $t_1$  restant invariable, on fait croître  $t_2$  par voie continue,  $E_1$  reste constant, mais la somme  $(E_2 + c + f)$  varie. Cette somme va d'abord en croissant jusqu'à un maximum à partir duquel elle devient décroissante ; elle s'annule lorsque  $t_2$  dépasse  $t_1$  de  $274^\circ$  ; elle devient ensuite négative et le courant change de sens.

Ce phénomène d'inversion peut ne pas se produire si l'on remplace le cuivre et le fer par d'autres métaux. Il a lieu pour l'or et le zinc lorsque  $t_2$  dépasse  $t_1$  de  $450^\circ$ .

**139. Courants voltaïques.** — La loi des contacts successifs ne s'applique pas à un système de conducteurs A, B, C, ..., L, M entre lesquels peuvent s'exercer des actions chimiques ; si, dans ce cas, on ferme le circuit, en réunissant M et A par un fil métallique, on obtient un courant continu.

L'énergie nécessaire pour produire ce courant est fournie par les actions chimiques. La différence des potentiels de M et de A reste d'ailleurs indépendante des dimensions et des formes des corps A, B, C, ..., L, M, ainsi que des formes et des aires des surfaces de contact ; il en résulte que les natures de ces corps interviennent seules pour créer la force électromotrice de la pile, pourvu que leurs températures restent égales et constantes.

Le principe de la conservation de l'énergie indique que la chaleur totale recueillie et dépensée dans le circuit doit être égale à l'énergie calorifique développée par les actions chimiques. Désignons par  $R$  la résistance totale du circuit et par  $I$  l'intensité du courant ; la quantité de chaleur dégagée pendant le temps  $t$  est,

d'après la loi de Joule, égale à  $RI^2t$ ; la quantité d'électricité mise en mouvement pendant le même laps de temps est égale à  $It$ . Si l'on attribue à  $t$  la valeur

$$\theta = \frac{1}{I}$$

qui correspond au passage de l'unité coulomb, la quantité de chaleur dégagée pendant ce temps  $\theta$  devient égale à  $RI$ , c'est-à-dire à la force électromotrice  $E$  de la pile. On peut donc dire que *la force électromotrice d'une pile est égale à la quantité de chaleur dégagée pendant le laps de temps nécessaire pour le passage d'un coulomb*. Mais ce théorème ne se vérifie pas rigoureusement dans la pratique, parce qu'il se produit toujours, pendant le fonctionnement d'une pile, des phénomènes secondaires qui absorbent une partie de l'énergie chimique et l'empêchent de se transformer tout entière en chaleur dégagée d'après la loi de Joule.

**140. Pile à colonne de Volta.** — On sait que la première pile construite par Volta se composait de couples de rondelles zinc et cuivre, superposés et séparés entre eux par des rondelles de drap imbibé d'eau acidulée.

Commençons par une rondelle de cuivre, en la plaçant sur un socle isolant et soit  $V$  son potentiel; la rondelle de zinc que nous lui superposerons avec contact direct prendra le potentiel  $V + \alpha$ ; la rondelle de drap mouillé, puis une seconde rondelle de cuivre, viendront ensuite, et comme elles se comportent comme de simples conducteurs, sans créer de forces électromotrices de contact, notre seconde rondelle de cuivre sera portée au potentiel  $(V + \alpha)$  de la première lame de zinc. Ajoutons trois rondelles, zinc, drap et cuivre, superposées; le potentiel de cette dernière sera  $V + 2\alpha$ . Ajoutons encore  $(n - 3)$  systèmes semblables de trois rondelles; la rondelle de cuivre supérieure,  $n^{\text{ème}}$  de son espèce, sera au potentiel  $V + (n-1)\alpha$ . Ajoutons enfin une dernière rondelle de zinc, elle prendra le potentiel  $V + n\alpha$ . Par conséquent, la superposition de  $n$  couples cuivre-zinc, séparés entre eux par des rondelles de drap, produit entre les deux extrémités de la pile une différence de potentiel  $n\alpha$ , indépendante de  $V$ ; c'est ce qu'il est facile de vérifier au moyen d'un électromètre.

Supposons que  $n$  soit impair et mettons le couple du milieu en communication avec le sol, de manière à le porter au potentiel zéro. Les potentiels des deux couples extrêmes prendront les valeurs égales et de signes certains  $+\frac{n-1}{2}a$  et  $-\frac{(n-1)}{2}a$ . Nous avons vu (n° 440) que l'on peut employer une pile ainsi disposée pour porter à des potentiels égaux et de signes contraires les deux paires de quadrants d'un électromètre.

Si l'on réunit par un fil conducteur les deux couples extrêmes d'une pile de Volta, on obtient un courant correspondant à la force électromotrice  $na$  et dû à l'action chimique que l'eau acidulée d'acide sulfurique exerce sur le zinc. On conçoit qu'une pile de ce genre doit s'affaiblir très vite, alors même que l'on a soin de maintenir humides les rondelles de drap ; elle ne peut avoir aucune application sérieuse et ne présente qu'un intérêt historique.

**441. Electrolyse.** — Si, coupant vers son milieu le fil conducteur qui réunit les deux pôles d'une pile, on plonge sur deux extrémités dans un liquide non susceptible de les attaquer chimiquement, trois cas peuvent se présenter :

1<sup>o</sup> Le liquide n'est pas conducteur ; dans ce cas le courant ne passe pas : le circuit reste, pour ainsi dire ouvert ;

2<sup>o</sup> Le liquide est conducteur, mais corps simple (comme par exemple le mercure), dans ce cas le courant s'établit sans présenter aucune particularité remarquable ;

3<sup>o</sup> Le liquide est un corps composé conducteur ; dans ce cas le passage du courant est accompagné d'un phénomène de décomposition chimique auquel on donne le nom d'*electrolyse*. On appelle *electrolyte* le corps qui se décompose ainsi sous le passage d'un courant.

C'est seulement autour des électrodes que le phénomène se manifeste ostensiblement. S'il s'agit, par exemple, d'une dissolution de sulfate de cuivre, dans laquelle sont plongées deux lames de platine prises pour électrodes, le cuivre vient se déposer sur la *cathode* ou électrode négative, tandis que l'oxygène et l'acide sulfurique se portent sur l'*anode* ou électrode positive.

Faraday a découvert les lois suivantes :

*Le poids de l'électrolyte décomposé est proportionnel à la quantité d'électricité qui passe.*

*Lorsqu'un même courant traverse plusieurs électrolytes, les poids des divers corps mis en liberté sont proportionnels à leurs équivalents chimiques.*

On appelle *équivalent électrochimique* d'un électrolyte le poids de ce corps que le passage d'un coulomb décompose. Il résulte de la seconde loi de Faraday que l'équivalent électrochimique est proportionnel à l'équivalent chimique. Soit  $e$  l'équivalent chimique d'un corps par rapport à l'hydrogène; son équivalent électrochimique exprimé en grammes sera

$$\mathfrak{E} = \alpha e,$$

$\alpha$  désignant un paramètre constant qui a pour valeur numérique

$$\alpha = 0,00001035 = \frac{1}{96600}$$

Si l'on connaît en calories-grammes la quantité de chaleur  $q$  qui se dégage par la décomposition de  $e$  grammes d'un corps dont  $e$  est l'équivalent chimique,  $\alpha q$  sera la quantité de chaleur dégagée par la décomposition de l'équivalent électro-chimique de ce corps; pour obtenir en watts l'énergie correspondante il suffit (n° 7) de multiplier  $\alpha q$  par le nombre  $J = 4,17$ . On trouve ainsi pour valeur du travail effectué par le passage d'un coulomb

$$\alpha J q = 0,0000432 q.$$

Pour l'électrolyse de l'eau, par exemple, la quantité de chaleur dégagée par la décomposition de  $e = 9$  grammes est de 34,500 calories-grammes; le travail effectué par le passage d'un coulomb est, par conséquent, de

$$34500 \times 0,0000432 = 1^{\circ},49.$$

L'oxygène de l'eau se dégage sur l'électrode positive, et doit, par conséquent, être regardé comme l'élément négatif de la combinaison HO; l'hydrogène, qui se porte sur l'électrode négative, est l'élément positif.

Dans la combinaison d'un métal et d'un métalloïde, c'est tou-

jours ce dernier qui représente l'élément négatif et se porte vers l'électrode positive ; cet élément négatif gouverne, pour ainsi dire, la décomposition, en ce sens que le poids décomposé par le passage d'un coulomb est toujours celui qui correspond à la mise en liberté d'un équivalent électro-chimique du métalloïde.

**142. Polarisation des électrodes.** — La dépense d'énergie qu'exige une électrolyse est prélevée sur l'énergie totale du courant et diminue d'autant l'énergie disponible. Cette diminution d'énergie résulte d'un abaissement de potentiel qui se produit entre l'électrode positive et l'électrode négative ; il se produit donc une force contre-électromotrice, qu'on appelle *force électromotrice de polarisation*, dont la valeur  $H$  est facile à calculer ; le produit  $HI$  de cette force électromotrice par l'intensité du courant représente, en effet, l'énergie dépensée par l'électrolyse pendant l'unité de temps ; pendant le temps  $\theta = \frac{1}{I}$  qui correspond au passage d'un coulomb, la dépense d'énergie est

$$HI\theta = H$$

et sa valeur en watts est

$$\alpha J q = 0,0000432 q ;$$

la valeur de  $H$  en volts a la même valeur numérique

$$H = \alpha J q = 0,0000432 q.$$

Pour l'électrolyse de l'eau, la force électromotrice de polarisation est égale à 1<sup>volt</sup>,49 lorsque le régime permanent s'est produit. Il faut que la force électromotrice que la pile peut créer entre les deux électrodes ait une valeur supérieure à 1<sup>volt</sup>,49 pour que l'on puisse obtenir une électrolyse continue ; si elle est inférieure, la décomposition de l'eau peut commencer pendant un instant, mais elle cesse aussitôt que la force contre-électromotrice, qui part de zéro et tend à s'accroître, fait équilibre à la force électromotrice maximum que la pile peut créer entre les deux électrodes.

Le phénomène par lequel cette force contre-électromotrice est créée consiste dans la *polarisation des électrodes*. Si l'on emploie, par exemple, un voltamètre à eau, dans lequel les deux électrodes sont des lames de platine, on voit des bulles d'oxygène se placer

sur l'électrode positive et des bulles d'hydrogène se placer sur l'électrode négative ; ces modifications des états des surfaces, produisent entre les deux lames de platine une différence de potentiel qui croît d'abord très vite, puis plus lentement, et atteint en quelques instants son maximum stationnaire. Il est facile de constater, par une expérience directe, l'existence de la force électromotrice de polarisation. Si, en effet, après avoir interrompu le courant principal, on relie les deux électrodes par un circuit extérieur contenant un galvanomètre, on constate l'apparition d'un courant secondaire, allant extérieurement de l'anode (ou électrode positive), à la cathode (ou électrode négative) et, par conséquent, traversant le liquide en sens contraire du courant principal.

L'utilisation de ces courants secondaires constitue la base fondamentale des *accumulateurs* ou *piles secondaires*, dont nous parlerons plus loin.

#### 143. Phénomènes électrocapillaires. —

Supposons que les électrodes employées pour obtenir la décomposition de l'eau acidulée soient deux masses de mercure A et B (fig. 73), dont la première est contenue dans son entonnoir de verre très effilé, tandis que l'autre occupe le fond d'un vase de verre cylindrique. Réunissons d'abord les deux fils a et b, destinés à amener le courant, de manière à porter ces deux masses de mercure au même potentiel ; le mercure, contenu dans l'entonnoir, sera maintenu en équilibre par l'action d'un ménisque qui se formera en un point déterminé du tube capillaire ; marquons, par un trait repère, cette position du ménisque. Faisons ensuite passer de B vers A un courant électrique ; les deux électrodes de mercure se polariseront rapidement, de manière que le potentiel de A devienne inférieur à celui

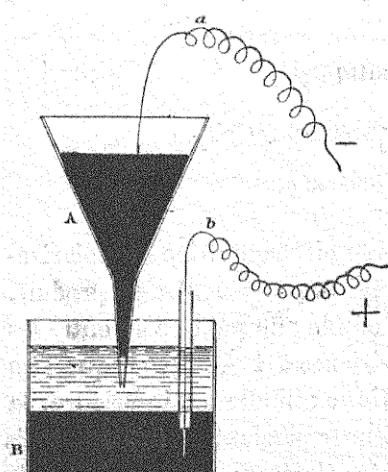


Fig. 73.

de B ; nous verrons alors le ménisque s'élever de plus en plus dans la tige effilée de l'entonnoir et prendre une nouvelle position d'équilibre lorsque la différence des potentiels de B et de A atteindra son maximum.

**144. Electromètre de M. Lippmann.**—M. Lippmann, auquel est due la découverte de ce curieux phénomène, en a fait la base de son électromètre capillaire dont la figure 74 représente un modèle construit par la maison Breguet.

Le mercure B occupe le fond d'une fiole de verre qui contient aussi l'eau acidulée ; le mercure A est contenu dans un long tube de verre terminé par une pointe capillaire recourbée qui vient s'appliquer contre la paroi de la fiole. On observe le ménisque au moyen d'un microscope fixe, très grossissant, muni d'un micromètre oculaire. Lorsque l'on établit entre B et A une différence de potentiel, le ménisque remonte et sort en général du champ du microscope ; pour le ramener à sa position primitive, on exerce sur la colonne A la pression nécessaire, en agissant sur un sac de caoutchouc plein d'air qui communique avec le sommet du tube par l'intermédiaire d'un tuyau flexible. Ce sac de caoutchouc communique, d'autre part, avec un manomètre à air libre qui fait connaître la valeur de la pression compensatrice ; une table numérique dressée d'avance indique la force électromotrice à laquelle cette pression correspond. On peut mesurer ainsi des différences de potentiel égales ou inférieures à un volt.

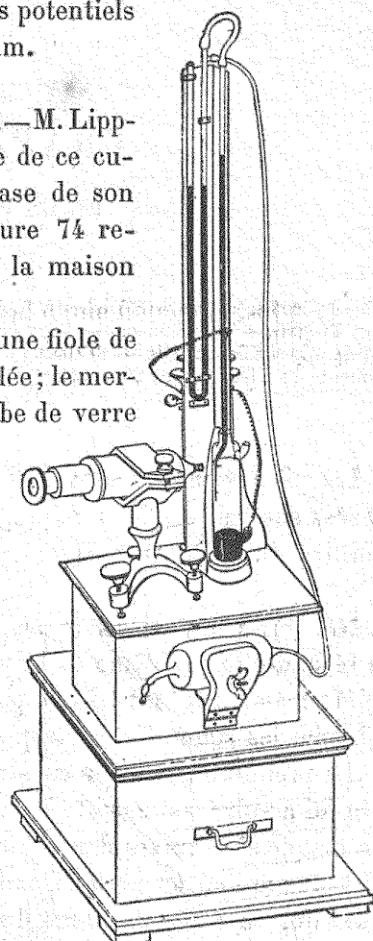


Fig. 74.

## CHAPITRE II

### PILES PRIMAIRES

Piles hydroélectriques. — Résistance intérieure d'une pile. — Piles Daniell, Callaud et Trouvè. — Pile Bunsen. — Piles Poggendorff et Grenet. — Pile Leclanché. — Pile Warren de La Rue. — Utilisation des sous-produits. — Groupement des éléments de pile. — Piles thermoélectriques.

Les piles primaires sont de deux espèces : *piles hydroélectriques* basées sur les réactions chimiques, et *piles thermoélectriques*. Ces dernières n'ont jusqu'à présent que des applications très restreintes.

**145. Piles hydroélectriques.** — Ces piles n'arrivent pas encore à résoudre le problème de la production industrielle de l'électricité ; mais elles sont très employées pour la télégraphie, la téléphonie, les sonneries électriques.

La première qui ait été construite est la pile à colonne de Volta. On lui a substitué ensuite la disposition à auge, en faisant plonger le couple zinc-cuivre dans l'eau acidulée d'acide sulfurique.

Lorsque l'on ferme le circuit de cette pile, on obtient un courant qui va extérieurement du cuivre au zinc. La différence de potentiel des deux électrodes, due aux forces électromotrices de contact, détermine la production de la réaction chimique indiquée par la formule



L'eau est décomposée ; son oxygène forme avec le zinc et l'acide sulfurique un sulfate soluble ; son hydrogène se dégage autour de la lame de cuivre.

Les tables thermochimiques de l'*Annuaire du Bureau des Longi-*

tudes indiquent que la formation d'un équivalent d'oxyde de zinc dégage 43,200 calories-grammes, que la combinaison d'un équivalent d'oxyde de zinc avec un équivalent d'acide sulfurique dégage 11,700 calories-grammes et que la décomposition d'un équivalent d'eau absorbe 34,500 calories-grammes.

Il en résulte (n° 144) que l'énergie correspondante au passage d'un coulomb dans le circuit de la pile a pour valeur

$$\alpha J (43\,200 + 11\,700 - 34\,500) = 0,000432 \times 20\,400 = 0^{w,88}$$

La force électromotrice de la pile est de 0<sup>volt</sup>,88.

L'électrode positive cuivre, autour de laquelle l'hydrogène se dégage, est évidemment exposée à la polarisation. La polarisation est d'autant plus lente que la surface immergée est plus grande; elle est ralentie si la surface est grenue au lieu d'être unie. Comme le dépôt des bulles d'hydrogène sur l'électrode positive tend à diminuer la surface utile, il faut combattre ce dépôt en agitant fréquemment cette électrode ou le liquide lui-même.

**146. Résistance intérieure d'une pile.**— Dans la pile de Volta, la transformation progressive de l'acide sulfurique en sulfate de zinc a pour effet d'accroître constamment la résistance du liquide; de là une cause d'affaiblissement du courant. On peut constater l'augmentation de la résistance intérieure de la pile en recourant, par exemple, à la méthode suivante, qui permet de mesurer cette résistance à un instant quelconque.

Mettions en circuit (fig. 75) la pile P, un galvanomètre balistique G et un condensateur C; installons, en outre, entre les deux pôles A et B de la pile, une dérivation de résistance S. Les clés K<sub>1</sub> et K<sub>2</sub> permettent d'ouvrir et de fermer à volonté chacun des circuits.

Fermons d'abord la clé K<sub>1</sub>; le condensateur prendra une charge

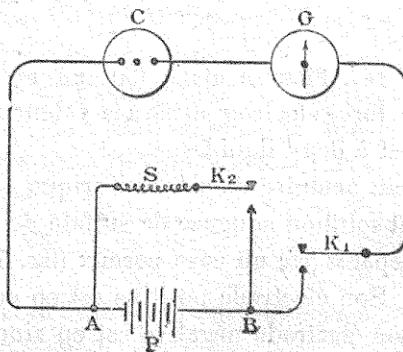


Fig. 75.

égale au produit de sa capacité  $C$  par la différence  $E$  des potentiels des deux bornes de la pile en circuit ouvert. Cette charge, ayant traversé instantanément le galvanomètre balistique, a produit une élévation angulaire  $\varphi_1$ ; la quantité d'électricité qu'elle contient est (n° 422) proportionnelle à  $\sin \frac{\varphi_1}{2}$ .

Ouvrons la clé  $K_1$  et déchargeons le condensateur sur lui-même. Fermons ensuite la clé  $K_2$ ; la pile se trouvant fermée sur la résistance  $S$ , la différence des potentiels de ses bornes réduira à

$$E \frac{S}{r+S},$$

$r$  désignant la résistance intérieure de la pile; si nous fermons alors la clé  $K_1$ , le condensateur prendra une charge égale au produit de cette différence de potentiel par sa capacité  $C$ ; la quantité d'électricité contenue dans cette charge sera proportionnelle à  $\sin \frac{\varphi_2}{2}$ ,  $\varphi_2$  désignant la nouvelle élévation angulaire obtenue.

Nous aurons par conséquent

$$\frac{r+S}{S} = \frac{\sin \frac{\varphi_1}{2}}{\sin \frac{\varphi_2}{2}}$$

d'où, en remplaçant les sinus par les angles eux-mêmes qui sont très petits,

$$r = S \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\varphi_2}.$$

**147. Piles Daniell, Callaud et Trouvé.** — La pile Daniell dont la force électromotrice a la valeur 1,068, très voisine de l'ohm légal, est à deux liquides, eau acidulée d'acide sulfurique et solution aqueuse de sulfate de cuivre, séparés par un vase poreux (fig. 76).

Son électrode positive est en cuivre et plonge dans le sulfate; son électrode négative est en zinc amalgamé et plonge dans l'eau acidulée.

Comme dans la pile de Volta, le zinc est l'électrode négative et donne lieu, en présence de l'eau acidulée, à la réaction



Mais l'hydrogène, au lieu de rester en liberté et d'aller se dégager autour de l'électrode positive en la polarisant, décompose le

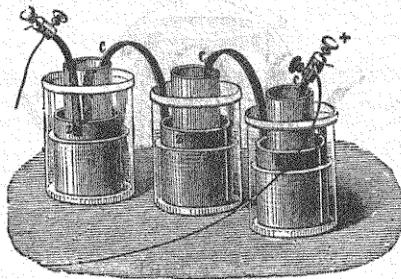


Fig. 76.

sulfate de cuivre en s'emparant de l'oxygène de sa base et mettant son acide en liberté ; cette seconde réaction est représentée par la formule



On a un dépôt de cuivre au lieu d'avoir un dégagement d'hydrogène, en sorte que l'on évite ainsi la polarisation. En définitive, il y a substitution du zinc au cuivre dans le sulfate, comme l'indique la formule



qui ne tient pas compte des réactions intermédiaires ; cette réaction est exothermique et fournit l'énergie de la pile.

L'amalgamation du zinc empêche ce métal d'être attaqué par l'eau acidulée lorsque le circuit est ouvert. On remédie à la diminution graduelle du sulfate de cuivre dans le liquide dépolarisant en ajoutant de temps en temps quelques cristaux de ce sel. L'eau acidulée dissout une proportion croissante de sulfate de zinc, ce qui fait varier sa résistance.

On a pris la pile Daniell comme étalon de force électromotrice. Son régime est assez constant.

On peut assurer pour plusieurs mois l'approvisionnement de sulfate de cuivre en adoptant la disposition dite *en ballon* (fig. 77). Le ballon de verre, qui contient le sulfate de cuivre, est rempli d'eau et fermé par un bouchon que traverse un tube de verre ; il

est renversé de manière que le tube descende jusque dans la solution aqueuse et entretienne celle-ci à saturation.

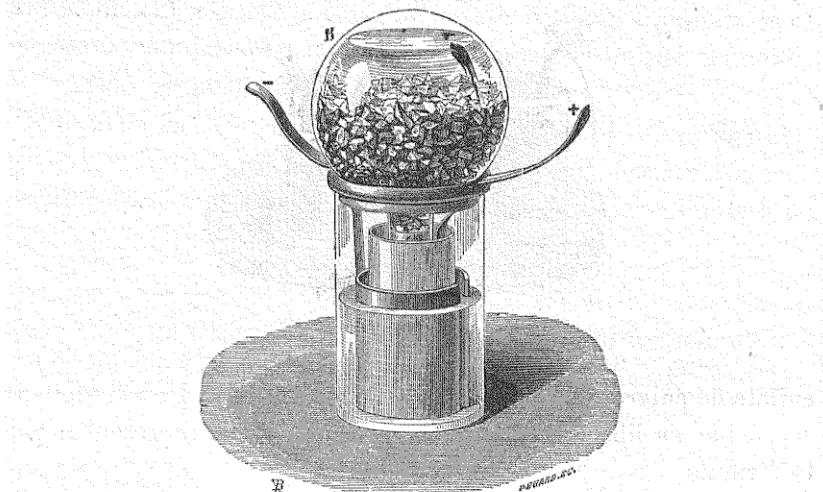


Fig. 77.

Dans la pile Calland, modifiée par M. Trouv , on a supprimé la cloison poreuse (fig. 78). Les deux liquides restent séparés, en

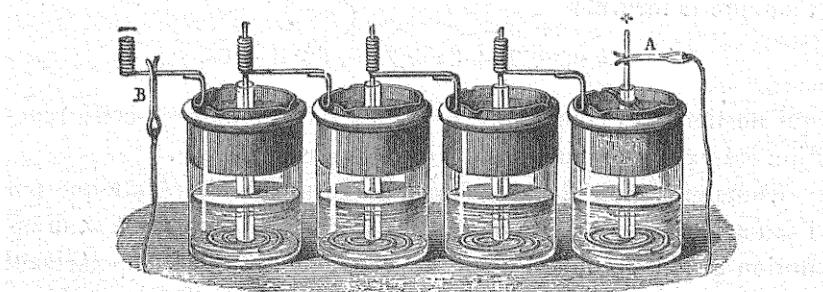


Fig. 78.

vertu de la différence de leurs densités, dans un vase de verre cylindrique; c'est le sulfate de cuivre qui occupe le fond du vase. L'electrode positive se compose d'une spirale plate de cuivre dont un bout, entouré d'un tube de verre se relève verticalement suivant l'axe de la pile. L'electrode négative se compose d'une couronne cylindrique de zinc, s'appuyant par trois saillies sur le bord

du vase de verre. Cette disposition a l'avantage de réduire beaucoup le prix de la pile.

On a fait beaucoup d'autres modifications de la pile Daniell.

**448. Pile Bunsen.** — La pile Bunsen a une force électromotrice de 1<sup>volt</sup>, 942, presque double de la précédente. Elle est aussi à deux liquides, eau accidulée d'acide sulfurique et acide nitrique fumant, placés, le premier, dans un vase extérieur en grès vernissé (fig. 79) et, le second, dans un vase intérieur poreux.

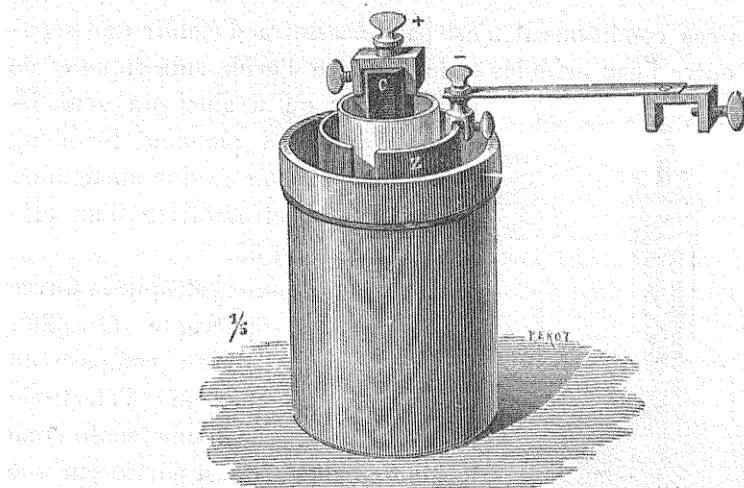


Fig. 79.

L'électrode positive est un prisme en charbon de cornue, plongeant dans l'acide nitrique. L'électrode négative est une couronne de zinc cylindrique. On a, comme dans la pile Daniell, la réaction



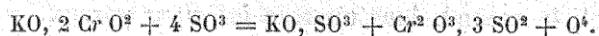
L'hydrogène, ainsi mis en liberté, réduit l'acide nitrique qui constitue le dépolarisant; de là, production de divers composés nitreux moins oxygénés, qui se dissolvent ou se dégagent.

La force électromotrice de cette pile diminue rapidement; les vapeurs nitreuses qui s'en dégagent ont une odeur désagréable.

La pile Bunsen est néanmoins très employée dans les labora-

toires, pour obtenir pendant quelques heures des courants assez intenses.

**149. Piles Poggendorff et Grenet.** — M. Poggendorff a eu l'idée de remplacer l'acide nitrique par l'acide chromique; mais comme il était difficile de se procurer cet acide à l'état libre, on a eu recours à un mélange de bichromate de potasse et d'acide sulfurique, lequel peut dégager de l'oxygène en vertu de la réaction suivante



Dans ces conditions il n'est pas nécessaire d'établir une séparation entre l'eau acidulée et le mélange d'acide sulfurique et de bichromate; on a ainsi un seul liquide dans lequel plongent les deux électrodes charbon et zinc amalgamé.

La force électromotrice d'un élément est de 2<sup>volts</sup>, 06.

M. Grenet a donné à cette pile la forme d'une bouteille sphérique (fig. 80). L'électrode positive se compose de deux lames de charbon; l'électrode négative, composée d'une seule lame de zinc amalgamée, est portée par une tige munie d'une glissière, de manière que l'on puisse la retirer du liquide, pour éviter son usure, lorsque

l'on ne fait pas usage de la pile. Cette pile présente peu de résistance et ne dégage aucune odeur, mais son énergie baisse rapidement.

**150. Pile Leclanché.** — Le corps oxydé que l'on fait réduire par l'hydrogène est un sel (sulfate de cuivre) dans les piles Daniell et une acide (nitrique ou chromique) dans les piles Bunsen et Poggendorff. Dans la pile Leclanché on emploie un oxyde solide, le bioxyde de manganèse  $\text{MnO}_2$ ; l'eau acidulée d'acide sulfurique est, d'ailleurs, remplacée par une solution aqueuse de chlorhydrate d'ammoniaque  $\text{NH}_4\text{Cl}$ . De même que dans les piles Bunsen,

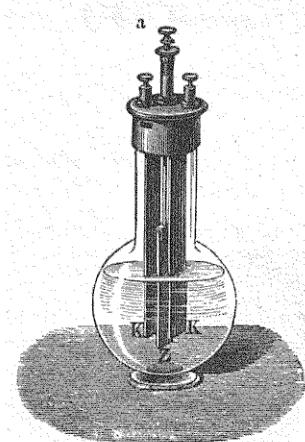
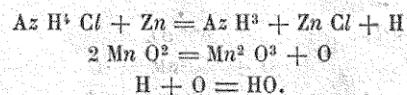


Fig. 80.

l'électrode positive est en charbon et l'électrode négative en zinc amalgamé.

Les réactions paraissent être celles qu'indiquent les formules suivantes :



Les figures 81 et 82 indiquent deux dispositions différentes,

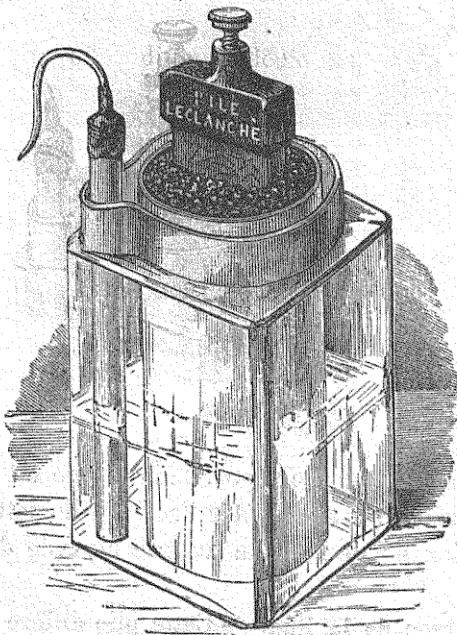


Fig. 81.

exigeant l'une et l'autre l'emploi d'un vase de verre pour contenir la dissolution de chlorhydrate d'ammoniaque. Dans la première, les cristaux de peroxyde de manganèse sont mélangés avec du charbon de cornue et contenus dans un vase poreux; dans la seconde, on a pu supprimer le vase poreux en enserrant l'électrode positive entre deux plaques, agglomérées sous forte pression, comprenant chacune 40 parties de bioxyde, 55 de charbon

et 3 de gomme-laque. La force électromotrice indiquée dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* est de 1<sup>volt</sup>, 465.

Les piles Leclanché ne consomment rien à circuit ouvert; leur

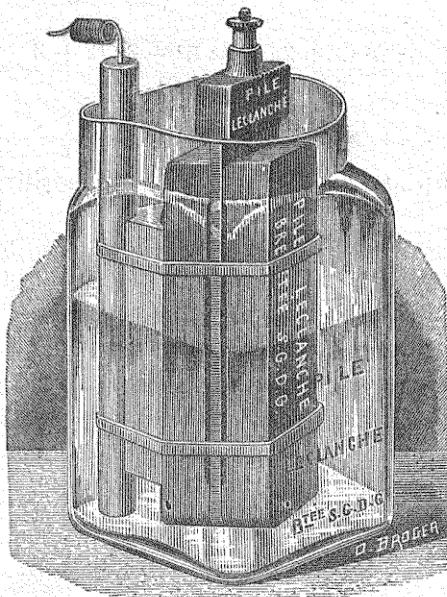


Fig. 82.

polarisation disparaît par le repos. Leur usage est très répandu.

M. Warnon réussit à augmenter l'activité de cette pile en mélangeant du bioxyde de baryum avec le bioxyde de manganèse.

**454. Pile Warren de la Rue.** — Cette pile diffère en principe de la précédente par la substitution du chlorure d'argent au bioxyde de manganèse. Sa force électromotrice est de 1<sup>volt</sup>, 02.

Le zinc de l'électrode négative, ne pouvant pas être amalgamé (à cause de la présence possible de l'argent dans la solution aqueuse de sel ammoniac), doit être choisi aussi pur que possible; l'électrode positive est faite avec un ruban d'argent recouvert de chlorure d'argent, que l'on entoure d'un tube en parchemin, afin d'éviter tout contact des deux électrodes dans le vase de verre, fermé par un bouchon en paraffine, qui les contient.

La figure 83 représente une batterie d'éléments Warren de la Rue

réunis en tension ; les électrodes et le tube de parchemin sont indiqués séparément.

Cette pile a, comme la pile Leclanché, l'avantage de ne donner

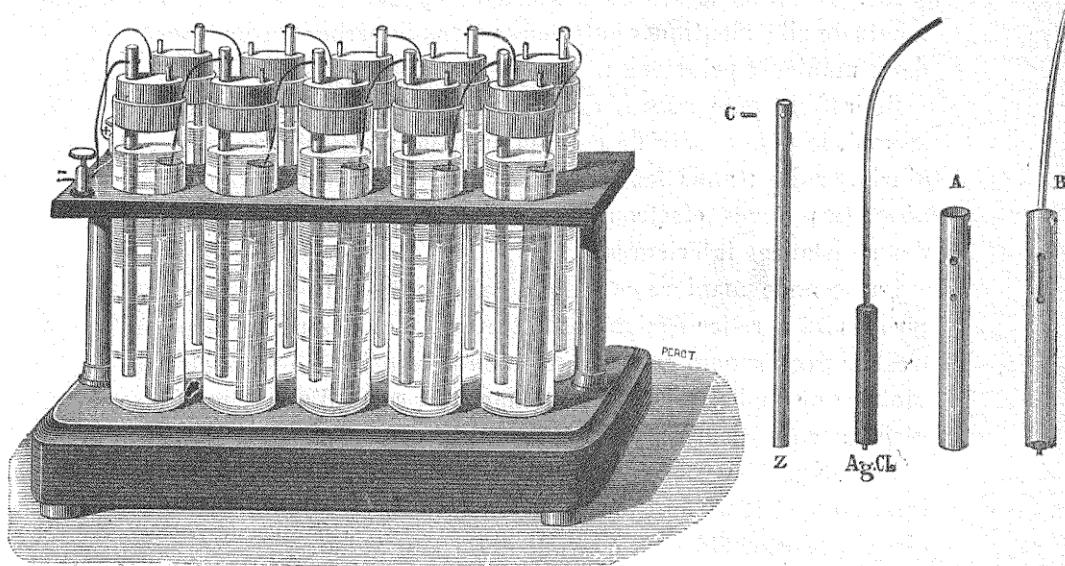


Fig. 83.

aucune réaction en circuit ouvert. Son inconvénient est d'être très coûteuse ; le catalogue de la maison Bréguet indique le prix de 8 francs par élément.

**152. Utilisation des sous-produits.** — Il existe actuellement un nombre considérable d'autres modèles de piles dont la description pourrait entraîner loin. Les inventions se multiplient chaque jour, en raison de l'immense intérêt que présenterait la solution du problème consistant à obtenir une source économique d'électricité.

Il est souvent possible de diminuer la dépense afférente au fonctionnement d'une pile en utilisant les produits de ses réactions chimiques. On peut, par exemple, recueillir et vendre le cuivre qui se dépose dans les piles Daniell ; des teintures de grande valeur peuvent, d'après M. Fournier, être extraites des sous-produits chromiques des piles Poggendorff ; M. Perreux a proposé de remplacer dans les piles genre Bunsen l'électrode de zinc par une

électrode de cuivre, de manière à obtenir, comme sous-produit, du sulfate de cuivre dont la vente est facile.

**153. Groupement des éléments d'une pile.** — Prenons  $n$  éléments de pile identiques entre eux; nous pourrons les grouper de deux manières principales.

Relions le pôle négatif du premier élément au pôle positif du second, le pôle négatif de celui-ci au pôle positif du troisième, et ainsi de suite; nous ferons ainsi le groupement en *tension* ou en *série*. Les forces électromotrices s'ajoutent; il en est de même des résistances intérieures.

La seconde manière consiste à relier entre eux tous les pôles positifs et à relier également entre eux tous les pôles négatifs; c'est le groupement en *quantité* ou en *dérivation*. La force électromotrice de la batterie est la même que celle d'un élément; sa résistance intérieure est  $n$  fois plus faible que celle d'un élément.

Sort  $E$  la force électromotrice d'un élément,  $r$  sa résistance intérieure et  $R$  la résistance extérieure par laquelle on ferme le circuit. L'intensité  $I$  du courant aura pour valeur :

$$I_1 = \frac{nE}{nr + R} \text{ avec le groupement en tension}$$

et

$$I_2 = \frac{nE}{r + nR} \text{ avec le groupement en quantité.}$$

Pour que ces deux valeurs deviennent égales, il faut et il suffit que la résistance extérieure  $R$  soit égale à  $r$ . Si l'on a  $R > r$ , c'est le groupement en tension qui donnera la plus grande intensité; si l'on a, au contraire,  $R < r$ , c'est le groupement en quantité qui donnera le courant le plus intense. Dans le cas particulier où  $R = r$ , on a

$$I_1 = I_2 = \frac{n}{n+1} \frac{E}{r};$$

l'intensité du courant s'obtient donc en multipliant par  $\frac{n}{n+1}$  celle du courant que l'on obtiendrait en fermant un seul élément sur lui-même, sans résistance extérieure appréciable.

On peut aussi faire des groupements mixtes.

Supposons que  $n$  puisse se décomposer en deux facteurs  $x$  et  $\frac{n}{x}$ ; groupons en quantité  $\frac{n}{x}$  systèmes de  $x$  éléments groupés en tension. La force électromotrice de l'ensemble du système sera  $x E$  et sa résistance intérieure sera  $\frac{x^2 r}{n}$ . L'intensité du courant pour une résistance extérieure  $R$  sera par conséquent

$$I = \frac{nx E}{x^2 r + nR}. \quad (1)$$

Si nous regardons  $x$  comme une variable continue, nous déterminerons le maximum de  $I$  en égalant sa dérivée à zéro; l'équation ainsi obtenue est

$$\frac{x^2 r}{n} = R; \quad (2)$$

on obtient donc l'intensité maximum, lorsque la résistance intérieure de la batterie de piles est égale à la résistance extérieure; dans ce cas la force électromotrice du courant est égale au double de la différence des potentiels aux deux bornes du circuit extérieur et la valeur de l'intensité du courant obtenu est

$$I = \frac{Ex}{2R} \quad (3)$$

Si l'on se proposait d'obtenir, au moyen d'éléments de pile ( $E, r$ ), un courant d'intensité  $I$  sur une résistance extérieure  $R$ , on déterminerait  $x$  et  $n$  par les équations (2) et (3), qui donnent

$$\begin{cases} x = \frac{2 RI}{E} \\ \frac{n}{x} = \frac{2r I}{E}. \end{cases}$$

Comme les valeurs ainsi trouvées ne sont pas entières, en général, on les remplacera par les nombres entiers les plus voisins.

Remarquons d'ailleurs que s'il est possible d'indiquer pour chaque espèce d'élément de pile la force électromotrice maximum  $E$ , aucune indication précise ne peut être donnée sur sa résistance  $r$ , qui dépend des dimensions ainsi que de la forme de cet élément et qui varie constamment avec l'état du liquide excitateur.

**154. Piles thermoélectriques.** — Lorsque, deux métaux A et B étant soudés bout à bout, on porte respectivement les deux soudures à des températures différentes  $t_1$  et  $t_2$ , on développe dans le circuit (n° 138) une force électromotrice

$$E = \varphi(t_2) - \varphi(t_1).$$

Gaugain a trouvé expérimentalement que la fonction  $\varphi$  est de la forme

$$\varphi(t) = at + \frac{bt^2}{2};$$

en d'autres termes, la courbe obtenue en prenant  $t$  pour abscisse et  $\varphi(t)$  pour ordonnée, est une parabole qui passe par l'origine des coordonnées et dont l'axe est vertical (fig. 84).

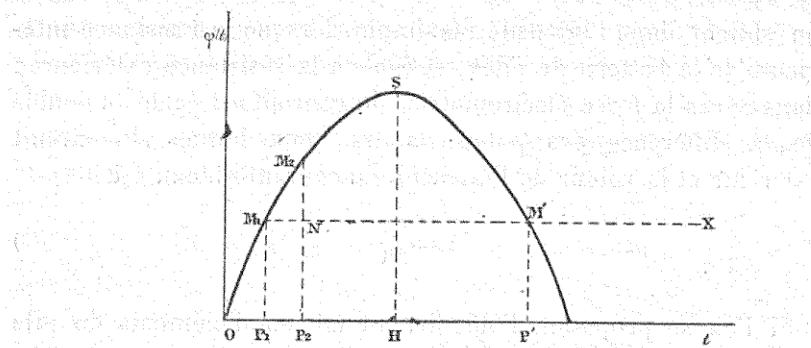


Fig. 84.

Soit  $M_1$  le point de cette courbe qui correspond à  $t = t_1$  et menons  $M_1 X$  parallèle à  $Ot$ ; soit, d'autre part,  $M_2$  le point correspondant à  $t = t_2$  et marquons la projection  $N$  de ce point sur  $M_1 X$ . La force électromotrice  $E$  sera représentée par  $NM_2$ .

Cette force électromotrice atteint son maximum, quelle que soit la température  $t_1$  de la soudure froide, si le point  $M_2$  vient occuper le sommet  $S$  de la parabole, c'est-à-dire si la température  $t_2$  de la soudure chaude prend la valeur

$$OH = -\frac{a}{b}.$$

La force électromotrice s'annule lorsque,  $t_1$  restant fixe, le point

$M_2$  vient se placer en  $M'$ , symétrique de  $M_1$ ; la température  $t_2$  de la soudure chaude devient donc *inversive* lorsqu'elle prend la valeur

$$OP' = 2 \overline{OH} - OP_1 = -\frac{2a}{b} - t_i.$$

La relation

$$\overline{OH} = \frac{OP' + OP_1}{2}$$

indique que *la température qui rend maximum la force électromotrice est la moyenne arithmétique de la température de la soudure froide et de la température d'inversion.*

Il résulte des expériences de Becquerel, qui ont conduit à une *loi dite des métaux intermédiaires*, que les paramètres  $a$  et  $b$  sont indépendants de la nature des soudures. Ces paramètres dépendent uniquement de la nature des métaux A et B.

Pour ne pas avoir à dresser une table à double entrée, on suppose que le métal A soit du plomb; dans cette hypothèse les valeurs de  $a$  et de  $b$  pour le couple A | B dépendent seulement de la nature du métal B. Le tableau suivant, que nous empruntons aux *Leçons sur l'Electricité* de M. Eric Gérard, indique quelques-unes de ces valeurs

NATURE DU MÉTAL B	$a$	$b$
Cuivre . . . . .	- 4,34	- 0,0094
Alliage, 90 platine et 10 iridium . . . . .	- 5,90	+ 1,0133
Fer. . . . .	- 17,45	+ 0,0482
Maillechort . . . . .	+ 11,94	+ 0,0506

Ces valeurs sont indiquées de manière à faire connaître en *microvolts* (ou millionièmes de volts) les forces électromotrices des couples thermoélectriques.

L'expérience a démontré que la force électromotrice du couple C | A est égale à celle du couple B | A moins celle du couple B | C, ce que l'on peut exprimer symboliquement en posant

$$C | A = B | A - B | C.$$

En supposant que le métal B soit du plomb, cette formule per-

met d'obtenir la force électromotrice du couple C | A si les métaux C et A figurent dans le tableau ci-dessus. Pour le couple cuivre-fer par exemple, on a

$$\begin{aligned}a &= -17,15 + 4,34 = -15,81 \\b &= 0,0482 - 0,0094 = 0,0388 ;\end{aligned}$$

Si la soudure froide est à 0 degré et la soudure chaude à 200 degrés, la force électromotrice de ce couple sera, en *microvolts* (ou millionièmes de volts),

$$-15,81 \times 200 + \frac{0,0388}{2} 40000 = -2386 ;$$

le courant ira du fer au cuivre par la soudure chaude. La température d'inversion serait à

$$-\frac{2a}{b} = \frac{31,62}{0,0388} = 800 \text{ degrés environ},$$

lorsque la soudure froide est à zéro. La force électromotrice maximum correspondrait à la température de 400 degrés.

On peut appliquer les lois de la thermodynamique à l'étude des phénomènes thermo-électriques, en se basant sur cette observation que, d'après le principe de la conservation de l'énergie, l'apparition ou la disparition de l'énergie électrique en un point quelconque d'un circuit thermo-électrique doit nécessairement être accompagnée d'une absorption ou d'un dégagement de chaleur équivalent. Les effets Peltier et Thomson (n° 74) doivent nécessairement être mis en cause dans cette théorie des piles thermo-électriques qu'il nous paraît inutile d'exposer ici.

Les couples ou éléments de ces piles n'ont qu'une faible force électromotrice; il faut en réunir un assez grand nombre pour obtenir un volt; aussi ces piles ne sont-elles guère employées en dehors des laboratoires de physique. La *pile de Melloni*, célèbre par les services qu'elle a rendus pour l'étude de la chaleur rayonnante en remplissant le rôle d'un thermomètre différentiel très sensible, est composée d'éléments antimoine-bismuth, formant un chaînon, comme l'indique la figure schématique 85; on emploie un grand nombre d'éléments, afin de former une chaîne

assez longue que l'on replie sur elle-même, de manière à obtenir la forme d'un parallélépipède rectangle, présentant, sur une de ses bases, toutes les soudures de rang impair et, sur l'autre, toutes les soudures de rang pair. La plus légère différence de température entre les soudures impaires et les soudures paires produit dans le circuit extérieur un faible courant électrique dont l'existence est accusée par un galvanomètre.

La pile Clamont est composée d'éléments fer et alliage zinc-antimoine à poids égaux. On forme avec dix couples un chaînon en forme de couronne circulaire, présentant intérieurement les soudures paires et extérieurement les soudures impaires ; on superpose douze chaînons de ce genre en les séparant par des couronnes d'amiante. Un tuyau de terre

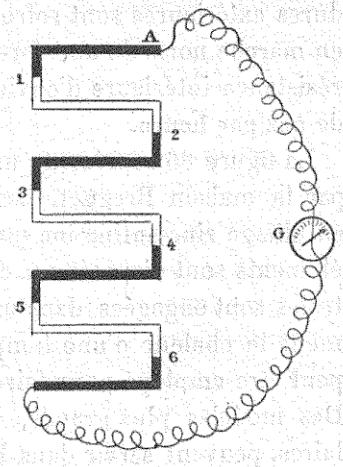


Fig. 85.

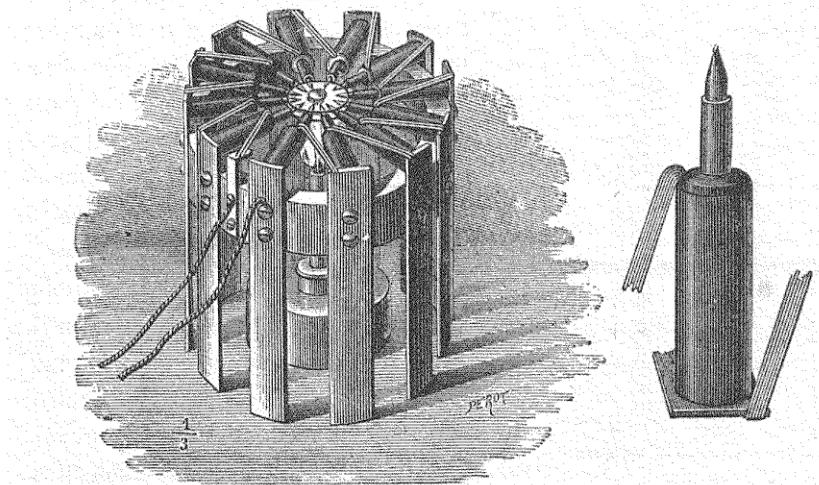


Fig. 86.

réfractaire, occupant la cavité cylindrique centrale et percé de trous sur sa surface latérale, sert à amener le gaz d'éclairage

que l'on allume pour chauffer les soudures intérieures ; les soudures extérieures sont refroidies par l'air. Cette pile peut donner, en marche normale une force électromotrice de 8 volts, avec une résistance intérieure d'environ 3 ohms ; elle consomme 180 litres de gaz par heure.

La figure 86 représente une *pile de Noé*, petit modèle construit par la maison Breguet. Les éléments sont formés de barreaux en alliage zinc-antimoine soudés à des lames de maillechort. Douze éléments sont disposés en couronne circulaire, les soudures centrales sont engagées dans une pièce de cuivre qui reçoit directement la chaleur d'une lampe à esprit de bois. Ce petit modèle peut être employé pour faire fonctionner une sonnette trembleuse. Des modèles plus grands, comprenant plusieurs groupes circulaires, peuvent servir dans la petite industrie, pour la dorure et l'argenture.



## CHAPITRE III

### ACCUMULATEURS OU PILES SECONDAIRES

Pile à gaz de Grove. — Découverte de Planté. — Théorie des accumulateurs. — Accumulateurs du système Planté. — Accumulateurs Faure-Sellon-Wolckmar. — Autres accumulateurs du genre Faure. — Renseignements pratiques. — Accumulateurs au cuivre.

155. **Pile à gaz de Grove.** — Nous avons dit plus haut (n° 142) que si l'on réunit par un fil conducteur les deux électrodes polarisées d'un voltamètre à eau, on obtient un courant secondaire, en sens contraire de celui qui produisait l'électrolyse.

La *pile à gaz* de Grove est basée sur cette observation. Les électrodes de platine occupent (fig. 87) presque toute la longueur des éprouvettes destinées à recevoir respectivement les gaz oxygène et hydrogène provenant de l'électrolyse de l'eau. Lorsque l'une des éprouvettes est pleine, on supprime le courant électrolyseur et l'on réunit les deux électrodes par un fil conducteur; on voit alors l'eau remonter peu à peu jusqu'au sommet des éprouvettes. On peut aussi obtenir le courant secondaire en introduisant dans les éprouvettes des gaz oxygène et hydrogène préparés en dehors de l'appareil, sans électrolyser son eau acidulée. Ce courant secondaire est toujours très faible, car, dans cette éprouvette, l'action chimique est confinée sur la courbe d'in-

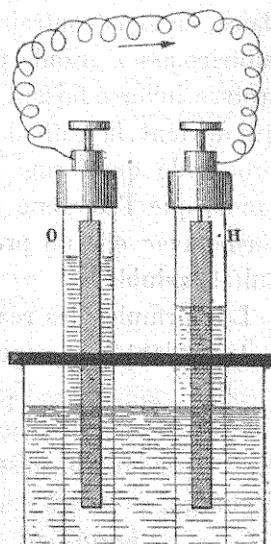


Fig. 87.

tersection de la surface horizontale de l'eau par la surface latérale de la lame de platine.

**156. Découverte de Planté.** — Gaston Planté a découvert, en 1859, que la substitution d'électrodes de plomb aux électrodes de platine pour l'électrolyse de l'eau acidulée d'acide sulfurique engendre une force électromotrice qui peut s'élever jusqu'à 2 volts, et qui permet d'obtenir ensuite un courant secondaire intense.

Voici ce qui se passe. Tandis que l'hydrogène se dégage, comme d'ordinaire, autour de la *cathode* ou électrode négative, l'oxygène attaque l'*anode* ou électrode positive en produisant du peroxyde de plomb. Lorsque la couche de peroxyde a atteint une certaine épaisseur, elle préserve le reste du métal, en sorte que, l'oxydation cessant de se produire, on voit l'oxygène se dégager librement comme il le ferait autour d'une électrode de platine. Supprimons alors le courant électrolyseur et réunissons les deux électrodes par un conducteur, nous obtiendrons un courant secondaire, en sens contraire du précédent et doué d'une force électromotrice assez grande pour électrolyser l'eau acidulée. Cette électrolyse inverse faisant dégager l'hydrogène sur la lame peroxydée, qui devient la cathode, ce gaz réduit le peroxyde de plomb en protoxyde qui forme avec l'acide sulfurique un sulfate soluble, tandis que l'oxygène qui se dégage autour de l'autre électrode forme avec elle un protoxyde de plomb qui donne également un sulfate soluble.

Les formules des réactions seraient donc :

1<sup>o</sup> pendant le passage du courant primaire, période de la charge,



et, 2<sup>o</sup>, pendant le passage du courant secondaire, période de la décharge,



L'expérience a montré qu'en répétant plusieurs fois les deux opérations successives de décharge et de charge, on arrive à obtenir des couches actives de plus en plus épaisses (du moins, jusqu'à une certaine limite), en sorte que la durée des courants

secondaires va en croissant. Cette *formation* de la pile Planté exige plusieurs mois; c'est là un inconvénient grave, mais nous verrons qu'il est possible d'y remédier.

**157. Théorie des accumulateurs.** — On peut regarder un accumulateur comme un réservoir dans lequel on emmagasine à l'état potentiel l'énergie électrique empruntée à une source extérieure. En insérant l'accumulateur dans un circuit utile, on le fait fonctionner comme une véritable pile; il restitue ainsi, sous la forme d'énergie actuelle, l'énergie électrique approvisionnée.

Considérons d'abord la période de la charge, de durée  $T$ , et désignons, pour l'instant quelconque  $t$ , par  $E$  la différence de potentiel créée entre les deux bornes de l'accumulateur par la source extérieure d'électricité, et par  $R$  la résistance de l'accumulateur, nous aurons :

$$\int_0^T EI \, dt = \int_0^T RI^2 \, dt + \int_0^T (E - RI) I \, dt;$$

le premier membre de cette formule représente *la dépense d'énergie*; le second membre indique la décomposition en énergie perdue sous forme de chaleur et en énergie emmagasinée.

Pendant la période de décharge, de durée  $T'$ , on a, avec des notations analogues,

$$\int_0^{T'} (E' + RI') I' \, dt = \int_0^{T'} RI'^2 \, dt + \int_0^{T'} E'I' \, dt;$$

le premier membre représente l'énergie totale fournie par l'accumulateur; le second membre indique la décomposition en énergie perdue sous forme de chaleur et en *énergie utilisable*.

Le rapport de l'*énergie utilisable* à la *dépense d'énergie*,

$$\frac{\int_0^{T'} E'I' \, dt}{\int_0^{T'} EI \, dt}$$

est le *rendement en énergie* de l'accumulateur. On peut le déterminer empiriquement en mesurant  $R$  et  $I$  à des intervalles de temps très rapprochés pendant la période de charge et de même  $R'$  et  $I'$  à des intervalles de temps très rapprochés pendant la période de décharge.

On peut aussi déterminer empiriquement le rapport

$$\frac{\int I' dt}{\int I dt}$$

qui représente ce qu'on appelle le *rendement en quantité*.

Si, par un moyen quelconque, on rendait  $I$  et  $I'$  respectivement constants pendant la charge et pendant la décharge, le rendement en quantité deviendrait

$$\frac{I T'}{I T};$$

en écrivant ce rapport sous la forme

$$\frac{I' \frac{T'}{3600}}{I \frac{T}{3600}},$$

on fait représenter à chacun de ses termes le produit d'un nombre d'ampères par un nombre d'heures.

Est-ce un mauvais plaisir qui a imaginé d'appeler *ampère-heure* le produit d'un ampère par une heure et de le proposer comme unité pratique ? Nous l'ignorons, mais, ce qui est certain, c'est que le mot a pris bonne place dans le vocabulaire des électriciens.

**158. Accumulateurs du système Planté.** — Pour activer la formation de ses accumulateurs, Planté a proposé d'attaquer préalablement les plaques de plomb par l'acide azotique étendu d'eau ; on augmente ainsi la porosité du plomb et il devient possible d'obtenir la formation de l'accumulateur en une semaine. Le couple secondaire peut rester chargé pendant plusieurs jours sans perdre beaucoup. Dans un élément Planté, les couples sont formés

de deux feuilles de plomb, présentant la forme d'un rectangle, séparées entre elles par des bandes de caoutchouc et enroulées ensemble, on introduit cet élément dans un vase cylindrique contenant l'eau acidulée d'acide sulfurique ; des bandes de plomb, fixées aux électrodes par une soudure autogène, surgissent à l'extérieur pour permettre les attelages des couples et les prises de courant.

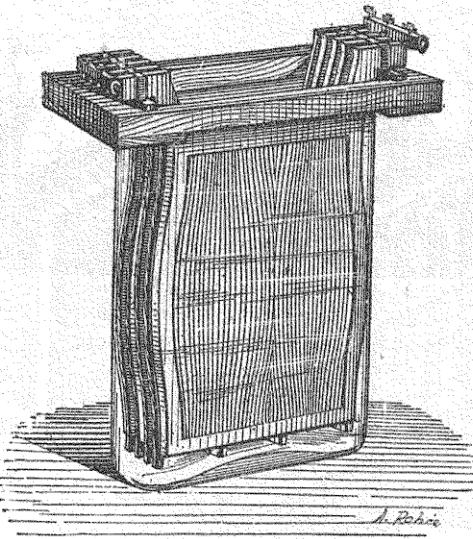


Fig. 88.

Dans l'accumulateur *Reynier*, le couple est composé de deux plaques striées et plissées, pour donner plus de prise à l'action de l'oxygène. Chacune de ces plaques est encadrée par une bordure de plomb fondu, à laquelle elle est soudée, et qui porte des prolongements extérieurs. Les plaques plongeant dans un même vase (fig. 88) sont en nombre impair et isolées les unes des autres ; la première et la dernière sont négatives.

Dans l'accumulateur de *Montaut*, chaque plaque est rectangulaire, renforcée à un coin par une oreille percée d'un trou carré, dans lequel doit passer la tige métallique destinée à réunir les plaques de même nom, et échancrée à l'autre coin pour livrer passage sans contact à la tige de nom contraire. Pour obtenir

une formation rapide, M. de Montaut électrolyse, entre ses plaques, avec un courant d'environ 5 ampères par décimètre carré de surface d'électrode, une solution de litharge dans l'eau chargée de soude caustique ; les anodes (électrodes négatives) se recouvrent rapidement de peroxyde de plomb, tandis que les cathodes (électrodes positives) se couvrent de plomb réduit ; comme ce second dépôt n'aurait pas beaucoup d'adhérence, on le

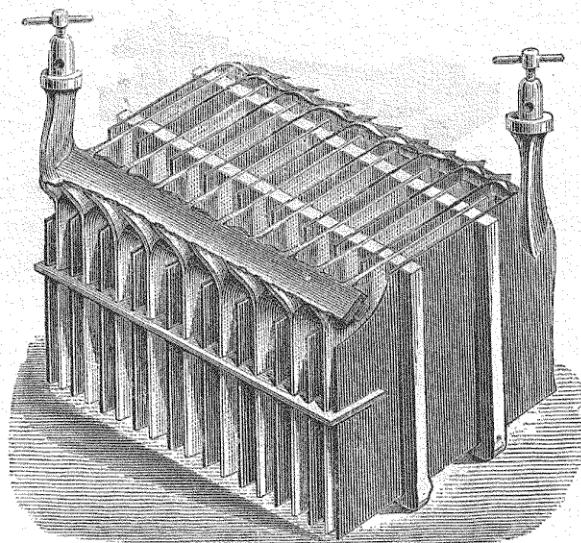


Fig. 89.

consolide au moyen d'une pression énergique. La figure 89 indique la disposition que l'on donne aux plaques pour composer un accumulateur ; l'écartement de ces plaques est maintenu au moyen de peignes en bois paraffiné.

**159. Accumulateurs Faure-Sellon-Volkmar.** — Ces accumulateurs, connus aussi sous le nom de *Système E. P. S.* parce qu'ils ont été construits tout d'abord, en 1882, par la compagnie anglaise *Electrical-Power-Storage*, dérivent de l'accumulateur Planté.

M. Faure a eu, en 1880, l'idée d'appliquer directement le minium sur des plaques de plomb, de manière à rendre beaucoup plus rapide la formation de la pile. Il suffit d'une seule charge prolongée pour obtenir la couche de peroxyde à l'électrode négative et

le plomb réduit à l'électrode positive. MM. Sellon et Volckmar ont réalisé ensuite divers perfectionnements, consistant notamment

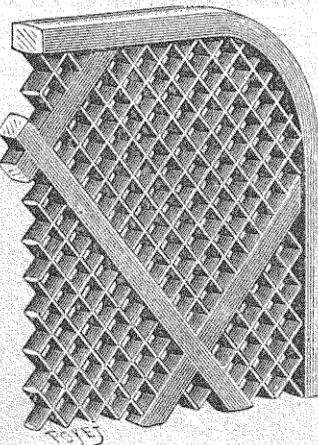


Fig. 90.

dans l'emploi de grilles de plomb fondu, dans les alvéoles desquelles on introduit les pâtes saturnines.

La Société Française d'accumulateurs électriques Faure, Sellon et Volkmar donne actuellement à ses électrodes négatives la forme

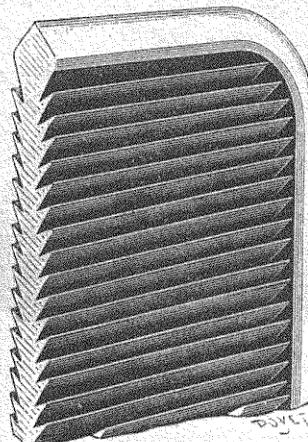


Fig. 91.

indiquée par la figure 90, et à ses électrodes positives une forme différente qu'indique la figure 91.

On peut constituer des batteries puissantes en groupant les

électrodes comme l'indique la figure 92. Le premier récipient, à droite de la figure, contient neuf plaques positives, munies chacune d'une tige recourbée et terminée en crochet pour donner

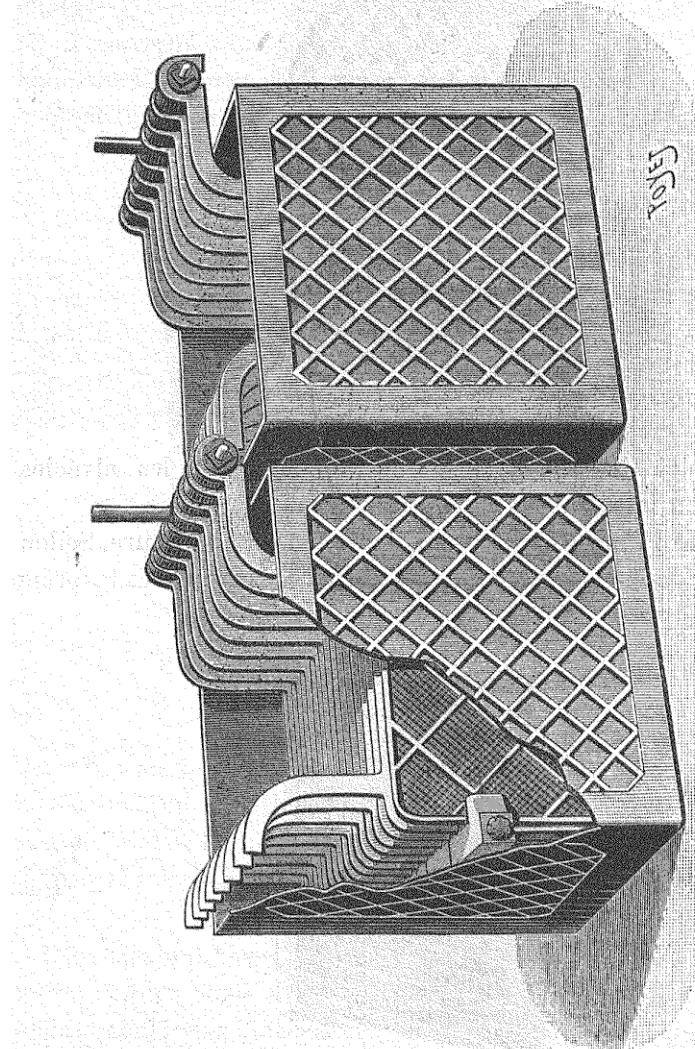


Fig. 92.

passage à une tige métallique qui forme le *pôle collecteur positif*. Neuf plaques *jumelles*, c'est-à-dire composées chacune de deux électrodes de noms contraires réunies par un pont avec encoche (fig. 93), plongent leurs moitiés négatives dans le premier récipient,

entre les positives déjà placées, et plongent leurs moitiés positives dans le récipient suivant; une tige collectrice est glissée dans leurs encoches. Le second récipient contient en outre, intercalées entre les positives déjà placées, les moitiés négatives de neuf autres plaques jumelles qui envoient leurs moitiés positives dans le récipient suivant. Ainsi de suite jusqu'au dernier récipient qui contient les moitiés positives de neuf plaques jumelles et, intercalées, entre

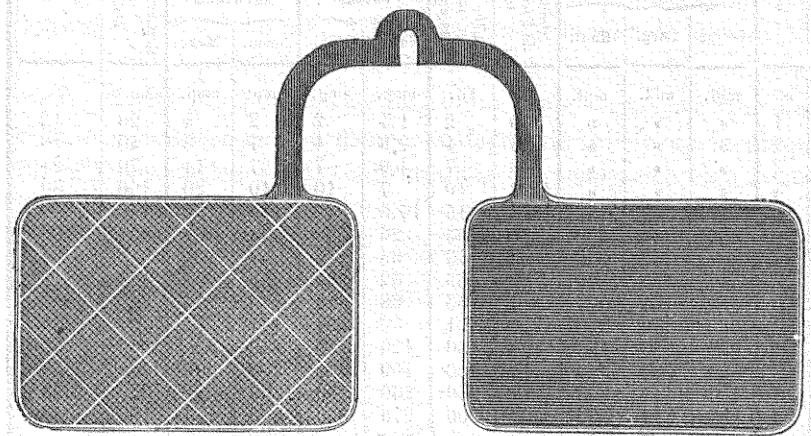


Fig. 93.

elles, neuf plaques simples négatives dont les crochets, réunis par une tige métallique, fournissent le *pôle collecteur négatif*.

Les récipients sont des boîtes, à faces latérales ajourées, en plomb et alliage plomb-antimoine, dont les parois intérieures sont doublées d'une feuille de plomb laminé non attaquable par l'acide sulfurique. Des isolateurs en verre ou en porcelaine séparent les plaques entre elles et empêchent leur contact soit avec le fond, soit avec les parois de la boîte.

Le liquide employé est un mélange de 8 volumes d'eau distillée et de 2 volumes d'acide sulfurique pur à 66°. On doit préparer ce mélange à part et le laisser refroidir avant de le verser dans les récipients. La surface du liquide doit arriver à environ 3 centimètres au-dessus des arêtes supérieures des plaques. La densité normale est de 1,2, correspondant à 25 degrés Baumé; au bout de cinq ou six charges il est nécessaire de ramener le liquide à cette densité normale.

Voici un tableau de renseignements publié par la *Société Française des accumulateurs Faure-Sellon-Volckmar*.

#### ACCUMULATEURS FAURE-SELLON-VOLCKMAR

TYPES n°s	DIMENSIONS			Poids brut de l'accumulateur	Poids approxi- matif des électrodes	INTENSITÉ DES COURANTS				Capacité élec- trique utilisable	PRIX				
						CHARGE		DÉCHARGE							
	Long.	Larg.	Haut.			Norm.	Max.	Norm.	Max.						
1	»	»	»	2,6	2	1,4	2	2	4	20	12				
2	»	»	»	4,8	4	2,8	4	4	8	40	18				
3	»	»	»	8,8	7	4,9	7	7	14	70	24				
4	»	»	»	13,2	10	7	10	10	20	100	30				
5	»	»	»	18,0	15	10,5	15	15	30	150	40				
6	380	210	370	50	33	26	33	33	50	231	66				
7	380	260	370	65	43	35	43	43	64	300	86				
8	380	365	370	90	65	52	65	65	97	455	115				
9	380	465	370	120	85	68	85	85	129	600	150				
10	380	550	370	140	101	80	101	101	151	707	180				
11	430	380	550	200	150	120	150	150	223	1050	265				
12	430	480	550	260	200	160	200	200	300	1400	350				
13	430	580	550	320	250	200	250	250	373	1750	440				
14	430	680	650	400	300	240	300	300	450	2100	525				

Les cinq premiers types sont destinés à la traction électrique ainsi qu'aux laboratoires industriels. Les neuf types suivants, dits industriels, sont des boîtes métalliques doublées de plomb, contenant les éléments destinés à la production de la lumière électrique.

La Société déclare garantir, pour ses accumulateurs industriels, un minimum de 72 p. 100 pour le rendement en énergie ; elle évalue à 80 p. 100 au moins le rendement moyen.

La Société déclare, d'autre part, garantir une capacité utile de 7 ampères-heure par kilogramme de plaque, au débit de 1 ampère par kilogramme ; elle ajoute qu'au débit de 2 ampères, cette capacité se réduit à 5, 5.

Nous verrons plus loin que ces chiffres ne paraissent pas entachés d'exagération.

**160. Autres accumulateurs du genre Faure.** — D'autres accumulateurs au plomb, dérivant du système Faure et plus ou moins

analogues aux accumulateurs EPS ont aussi des applications industrielles.

Dans l'accumulateur *Julien* les carcasses des plaques sont formées avec un mélange inoxydable de 95 p. 100 de plomb, 3 1/2 p. 100 d'antimoine et 1/2 p. 100 de mercure.

Dans l'accumulateur *Gadot*, les plaques, également en matière inoxydable, ne sont pas coulées d'une seule pièce, mais formées de deux parties rivées au plomb. L'obligation de donner de la dépouille au quadrillage pour pouvoir opérer le démoulage impose ordinairement aux alvéoles, pour les plaques d'une seule venue, la forme d'un double entonnoir avec évasements depuis le milieu de la plaque jusqu'à ses surfaces ; M. Gadot obtient, au contraire, des évasements en sens inverse, de manière que les pastilles de matière active soient mieux retenues par les alvéoles.

L'accumulateur *Atlas*, dont l'invention est trop récente pour que sa valeur industrielle puisse encore être établie, présente une disposition nouvelle. La matière active est préparée, par un procédé spécial, sous la forme de plaquettes solides, perforées comme des briquettes de charbon et dressées sur leurs deux faces ; on prépare séparément des plaques de plomb mince, de même forme que les briquettes et perforées comme elles, destinées à servir simplement de collecteurs du courant ; on emploie enfin des feuilles de matière isolante, un peu plus larges que les plaquettes et perforées de trous plus petits. Le montage de cet accumulateur se fait par empilement ; prenant pour la base une plaquette positive, on lui superpose une feuille isolante ; on place sur celle-ci deux plaquettes négatives séparées entre elles par une feuille de plomb ; vient ensuite une feuille isolante sur laquelle on place deux plaquettes positives séparées par une feuille de plomb, et ainsi de suite ; la dernière feuille isolante recouvre une plaquette positive et est surmontée d'une plaquette négative terminale. Le tout est pressé, au moyen de quatre boulons en matière isolante passant chacun dans une des cheminées de la pile, entre deux disques de verre ou d'ébonite. Enfin deux tiges filetées en plomb durci prennent contact, par soudure, l'une avec les lames de zinc comprises entre plaquettes positives, et l'autre avec les lames de zinc compromises entre plaquettes négatives. Le bloc prismatique ainsi

obtenu est plongé dans un vase contenant l'eau acidulée d'acide sulfurique. La capacité s'élèverait d'après l'inventeur à 20 ampères-heure par kilogramme de poids brut de l'accumulateur.

**161. Renseignements pratiques.** — Pendant la période de charge d'un accumulateur au plomb, sa force contre électromotrice varie en fonction du temps. On peut la mesurer à un instant quelconque en supprimant le courant de charge et prenant la différence de potentiel aux deux bornes; si l'on fermait ensuite l'accumulateur sur lui-même avec une résistance appropriée, on pourrait mesurer la force électromotrice et l'intensité du courant obtenu; il est facile de déduire de ces diverses mesures la valeur de la résistance intérieure de l'accumulateur à l'instant considéré. On a constaté que la force contre-électromotrice commence par s'élever rapidement jusqu'à  $2^{\text{volts}},1$ ; sa croissance est ensuite lente jusqu'à  $2^{\text{volts}},2$  environ, puis, plus rapide jusqu'à  $2^{\text{volts}},5$ ; il convient de ne pas lui faire dépasser cette limite, au delà de laquelle on verrait un dégagement de bulles gazeuses se produire dans l'électrolyte. D'après les expériences de M. Ayrton sur les accumulateurs EPS, la résistance intérieure serait, en moyenne, pendant la charge, de 0,42 ohm par décimètre carré de surface d'électrode de positive.

Pendant la période de décharge, la force électromotrice va en décroissant. Elle tombe d'abord rapidement de  $2^{\text{volts}},5$  à  $2^{\text{volts}},1$ ; elle décroît ensuite très lentement jusqu'à  $1^{\text{volt}},85$  limite pratique de la décharge. En poussant la décharge plus loin on verrait les électrodes négatives se couvrir de sulfate blanchâtre qui se détacherait par écailles et tomberait dans le liquide excitateur. La résistance intérieure, lorsqu'il s'agit d'un accumulateur EPS, est, en moyenne, de 0,0835 ohm par décimètre carré de surface positive d'électrode.

Pour obtenir un bon *rendement en énergie*, il faut que l'intensité normale du courant de décharge soit de 1 à 2 ampères par kilogramme d'électrodes. Dans ces conditions il n'est pas impossible d'obtenir un rendement de 85 p. 100 avec un accumulateur au plomb bien fabriqué.

Avec le *débit spécifique* de 1 ampère par kilogramme d'élec-

trodes, la décharge durerait environ 9 heures pour les accumulateurs à grille ; la *capacité spécifique utile* correspondante est de 9 ampères-heure par kilogramme d'électrodes. Cette capacité est environ moitié moindre pour les accumulateurs genre Planté. En admettant 1<sup>volt</sup>,9 pour valeur moyenne de la différence de potentiel aux bornes, on voit que l'*énergie utile* obtenue est, par kilogramme d'électrodes, de 17 watts-heure pour un accumulateur genre Faure et de 8,5 watts-heure pour un accumulateur genre Planté.

Si l'intensité du courant de décharge, par kilogramme d'électrodes, varie pratiquement de 1 à 2 ampères, de manière à avoir la valeur moyenne de 1,5 ampère, la durée de la décharge est d'environ 6 heures pour les accumulateurs à grille et d'environ 3 heures pour les accumulateurs Planté. La puissance mécanique du courant de décharge est alors, en moyenne, de  $1,5 \times 1,9 = 2,85$  watts-seconde valant  $\frac{2,85}{736} = \frac{1}{258}$  de cheval-vapeur. Par conséquent il faut employer 258 kilogrammes d'électrodes pour obtenir le travail d'un cheval-vapeur pendant six heures, s'il s'agit d'un accumulateur à grille, et pendant trois heures seulement s'il s'agit d'un accumulateur genre Planté.

On peut admettre que pour les accumulateurs EPS les électrodes positives peuvent faire trois ans de service utile et les électrodes négatives environ dix ans, pourvu que l'on ait toujours soin d'opérer les charges et les décharges au régime normal et de maintenir l'accumulateur en bon état d'entretien. Le régime normal de charge doit toujours être indiqué par le fabricant ; il varie suivant les appareils, de 0,5 à 1,5 ampère par kilogramme d'électrode.

**162. Accumulateurs au cuivre.** — MM. Commelin et Desmazures ont inventé un accumulateur au cuivre basé sur la réversibilité de la pile de Lalande et Chaperon.

L'élément de cette pile se compose :

1° d'une cuve prismatique en tôle de fer, servant d'électrode positive, sur le fond de laquelle on répand une couche d'oxyde de cuivre ;

2° d'une dissolution concentrée de potasse caustique, répandue

dans la cuve de tôle, et préservée du contact de l'air par une couche liquide surnageante de pétrole brut ou de paraffine ;

3° d'une plaque de zinc, servant d'électrode négative, posée sur des isolateurs en porcelaine occupant les quatre angles de la cuve et entièrement submergée dans le liquide alcalin.

A circuit ouvert, cette pile ne donne aucune réaction chimique. En circuit fermé, l'eau est électrolysée; son oxygène, se portant sur l'anode zinc détermine la production de zincate de potasse soluble; l'hydrogène, se portant sur la cathode, produit la réduction de l'oxyde de cuivre en cuivre métallique et la formation d'eau.



La force électromotrice de cette pile, dont la constance est remarquable, est un peu inférieure à 1 volt.

L'accumulateur Commelin et Desmazure se compose en principe d'une électrode négative en fer et d'une électrode positive en cuivre poreux plongées dans une dissolution de zincate de potasse. Pendant la charge, le zincate de potasse se décompose; le zinc se dépose sur l'électrode négative, l'oxygène se porte sur l'électrode positive avec laquelle il forme de l'oxyde de cuivre, et la potasse mise en liberté se dissout. On obtient ainsi une pile de Lalande et Chaperon qui peut fournir le courant de décharge.

Pratiquement, la solution de zincate de potasse est contenue dans un récipient en tôle étamée. Les électrodes fer sont des toiles de fer étamé; les électrodes cuivre sont des plaques poreuses obtenues en comprimant, à forte pression, du cuivre pulvérulent dans les mailles d'une toile de cuivre. La force électromotrice est d'environ 1 volt. Cet accumulateur au cuivre donne, paraît-il, des résultats satisfaisants.

## CHAPITRE IV

### MACHINES ÉLECTROSTATIQUES

Remplacement des machines à frottement par les machines à influence.  
Replenisher de Thomson.— Machine Vimshurst.

**163. Remplacement des machines à frottement par les machines à influence.** — Les machines électrostatiques à frottement, qui ont été construites les premières, sont à peu près abandonnées aujourd'hui. Comme la production d'une différence de potentiel entre deux corps est due simplement à leur contact, le travail dépensé pour obtenir les frottements se transforme principalement en chaleur, aussi les machines à frottement ne peuvent-elles avoir qu'un faible rendement utile.

L'invention des machines à influence a permis de réaliser un progrès considérable.

**164. Replenisher de Thomson.** — On doit à Sir W. Thomson l'invention d'une petite machine à influence à laquelle il a donné le nom de *replenisher* et qu'il destinait à charger l'équipage mobile de son électromètre à quadrants.

Soit (fig. 94) AB et A'B' deux segments cylindriques en métal, concentriques, respectivement munis des ressorts métalliques  $r$  et  $r'$ ; on donne à ces segments le nom d'*inducteurs*. Adjoignons-leur une

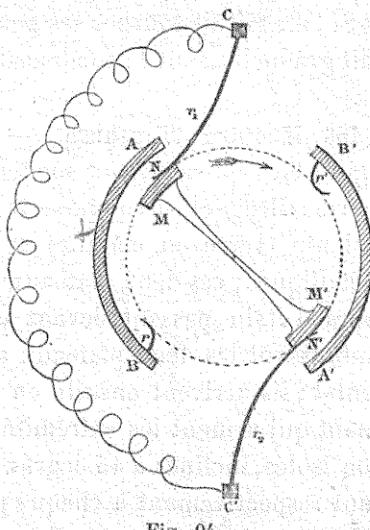


Fig. 94.

pièce mobile autour de l'axe commun des inducteurs, composée de deux lames métalliques M et M', appelées *porteurs*, reliées entre elles par un corps isolant ; cette pièce mobile peut prendre contact, d'une part, avec les ressorts r et r' et, d'autre part, avec deux autres ressorts métalliques r<sub>1</sub> et r<sub>2</sub> reliés entre eux par un fil conducteur.

Supposons que les inducteurs AB et AB' aient reçu des charges initiales, l'une positive, l'autre négative, et que les porteurs M et M' tournent dans le sens indiqué par la flèche. Comme les actions de ces deux porteurs s'ajoutent, il suffit d'étudier celle du porteur M; ce porteur s'électrise par influence en passant devant l'inducteur AB, perd sa charge positive en touchant r<sub>1</sub> et conserve son électricité négative qu'il cède à A'B' en touchant r'; touchant ensuite le ressort r<sub>2</sub> sous l'influence de A'B', il reste chargé d'électricité positive qu'il cède à AB en touchant le ressort r. On peut mettre les inducteurs en communication avec les armatures d'un condensateur et emmagasiner ainsi, en faisant faire aux porteurs un nombre de tours suffisant, une grande quantité d'électricité statique.

Si l'on faisait tourner les porteurs en sens inverse, on déchargerait graduellement le condensateur.

**165. Machine Wimshurst.** — La machine Wimshurst, dont la figure 95 représente un modèle de laboratoire, construit par la maison Bréguet, se compose de deux disques parallèles, en matière isolante (verre ou ébonite) sur lesquels sont fixés des secteurs métalliques ; ces deux plateaux tournent en sens inverses. Les secteurs d'étain passent devant des peignes métalliques isolés, qui embrassent les deux plateaux aux extrémités d'un diamètre horizontal ; ils arrivent ensuite en contact avec des pinceaux de clinquant qui arment les extrémités de deux conducteurs diamétraux non isolés, inclinés à 45 degrés environ sur l'horizon et correspondant respectivement à chaque plateau.

La théorie de cette machine se déduit de celle du replenisher. Les secteurs de l'un des plateaux servent d'inducteurs et ceux de l'autre plateau servent de porteurs ; les peignes, en vertu du pouvoir des pointes, jouent le rôle des ressorts r et r' ; les pinceaux

de clinquant jouent le rôle des ressorts  $r_1$  et  $r_2$ . Des conducteurs reliés aux peignes permettent de recueillir les charges.

Les machines Wimshurst s'amorcent elles-mêmes après quelques tours de plateaux. Avec le petit modèle, représenté ci-dessous, dont les plateaux ont un diamètre de  $0^m,45$ , on obtient des étin-

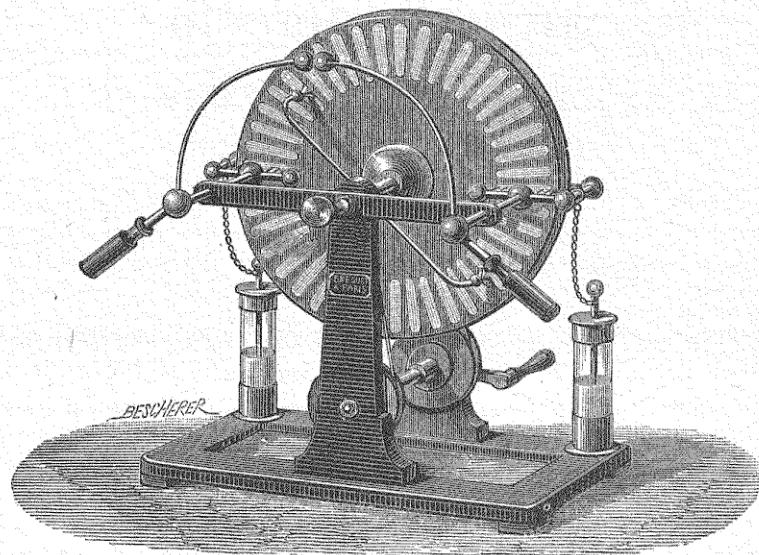


Fig. 95.

celles de 4 à 5 centimètres qui se succèdent rapidement. Si l'on emploie une de ces machines pour charger un condensateur, on peut arriver à produire des étincelles de 15 centimètres.

La maison Breguet fabrique aussi un grand modèle Wimshurst, dont les plateaux ont un diamètre de  $0^m,75$  et dans lequel les mouvements de rotation de ces plateaux en sens inverses est produit par un petit moteur dynamo-électrique.



## QUATRIÈME PARTIE

### MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES

---

Les machines dynamo-électriques, auxquelles on donne souvent le nom plus concis de *dynamos* ont pour but de transformer directement le travail mécanique en énergie électrique, en vertu de phénomènes d'induction. C'est actuellement là le seul moyen vraiment industriel d'obtenir des courants électriques permanents et intenses.

Une dynamo possède toujours deux organes essentiels, savoir :

Premièrement, un appareil *inducteur*, composé d'un système d'électro-aimants (quelquefois, mais rarement, d'aimants permanents d'acier), formant un circuit métallique discontinu, dans les lacunes ou *entrefer*s duquel on obtient une condensation de lignes de force magnétiques.

Et, secondement, un appareil *induit*, ou *armature*, composé d'un circuit ou de plusieurs circuits de fils métalliques enroulés en spires multiples, qui coupent périodiquement les flux des entrefer s et deviennent le siège de courants induits.

Quelquefois l'induit est fixe et l'inducteur tourne, mais, la plupart du temps, c'est l'induit qui tourne en présence d'un inducteur fixe; dans ce cas, le captage des courants dans le circuit extérieur où ils deviennent utilisables exige l'emploi d'un *collecteur*, en connexion avec l'induit et tournant avec lui, dont les surfaces métalliques sont en contact avec des frotteurs immobiles.

# CHAPITRE PREMIER

## LE CIRCUIT INDUIT

Considérations préliminaires. — Formule fondamentale. — Spire mobile. — Bobine composée de plusieurs spires. — Deux bobines symétriques. — Captage du courant alternatif. — Redressement du courant. — Bobines disposées en polygone régulier. — Captage d'un courant continu. — Induits multipolaires. — Captage d'un courant alternatif. — Captage d'un courant continu. — Bobinage binaire. — Bobinage en polygone étoilé. — Induits à disque.

**166. Considérations préliminaires.** — L'étude spéciale de l'induit, embrassant ses formes variées, les lois fondamentales de son fonctionnement, ses connexions avec les bagues ou lames collectrices, peut se faire indépendamment de celle de l'inducteur, en considérant un flux magnétique périodiquement variable qui traversera les spires ou bobines de l'induit. Nous supposerons que la variation de ce flux soit régie par la plus simple des lois périodiques, par la loi sinusoïdale. Cette hypothèse, bien que n'étant jamais réalisée rigoureusement dans la pratique, est du moins approximative.

Les spires de l'induit sont souvent enroulées sur une âme magnétique, en fer doux, qui modifie la constitution normale du champ inducteur en s'aimantant et se désaimantant périodiquement. Nous dégagerons d'abord l'étude de l'induit de cette complication en étudiant les induits sans noyau magnétique, sauf à tenir compte ultérieurement de l'influence du fer doux.

**167. Formule fondamentale.** — Nous supposons que le flux de force  $Q$  qui traverse le circuit induit soit une fonction périodique du temps  $t$ , représentée par la formule

$$Q = Q_0 \cos \frac{2\pi t}{T},$$

$T$  désignant la durée de la période.

La force électromotrice correspondante<sup>1</sup> est

$$E = - \frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi}{T} Q_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T},$$

Désignons par  $R$  la résistance du circuit, et par  $L$  son coefficient de self-induction. L'intensité  $I$  du courant induit sera déterminée par l'équation différentielle

$$\frac{dQ}{dt} + L \frac{dI}{dt} + RI = 0,$$

soit, en remplaçant la dérivée de  $Q$  par sa valeur,

$$RI + L \frac{dI}{dt} - E_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = 0.$$

L'équation finie obtenue en intégrant cette équation différentielle est

$$I = \frac{E_0 T}{\sqrt{R^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}} \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T},$$

$\theta$  désignant un paramètre auxiliaire (de même nature que le temps  $t$ ), déterminé par la formule

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi\theta}{T} = \frac{2\pi L}{RT}.$$

En remarquant que

$$\cos \frac{2\pi\theta}{T} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{2\pi\theta}{T}}} = \frac{RT}{\sqrt{R^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}},$$

on peut écrire la valeur de  $I$  sous la forme

$$I = \frac{E_0}{R} \cos \frac{2\pi\theta}{T} \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T} = I_0 \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T}.$$

Le courant admet la même période  $T$  que le flux de force  $Q$ .

<sup>1</sup> Cette formule et les suivantes sont rapportées aux unités CGS électromagnétiques. L'unité d'intensité de courant vaut 10 ampères, l'unité de résistance vaut  $1\text{ohm} \times 10^{-9}$ , l'unité de force électromotrice vaut  $1\text{volt} \times 10^{-8}$  et l'unité de coefficient de self-induction vaut  $1\text{gauss} \times 10^{-3}$ .

mais sa période est en retard de  $\theta$  sur celle du flux. Ce temps  $\theta$  influe d'ailleurs sur la valeur maximum

$$I_o = \frac{E_o}{R} \cos \frac{2\pi\theta}{T}$$

de l'intensité du courant en la diminuant; il représente, sous ce rapport, un effet nuisible de la self-induction, à laquelle il doit son existence car il s'annule avec le coefficient  $L$ .

**168. Spire mobile dans un champ magnétique.** — Au lieu de supposer l'induit immobile en présence d'un flux variable, on peut supposer que cet induit tourne dans un champ magnétique capable de produire la loi sinusoïdale de variation du flux.

Considérons une seule spire ABCD, à laquelle nous pouvons

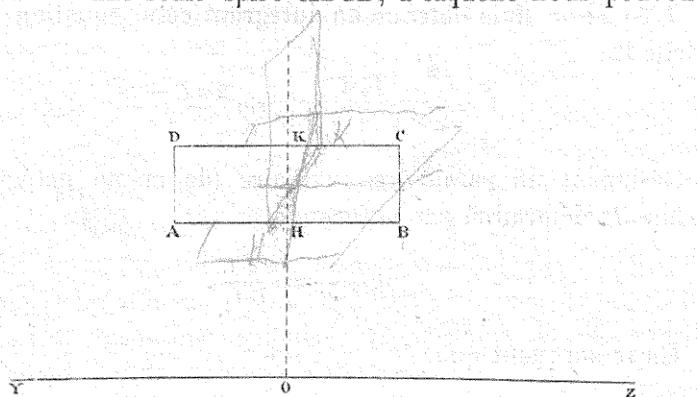


Fig. 96.

attribuer (fig. 96) la forme rectangulaire, tournant autour d'un axe YZ situé dans son plan et parallèle à un de ses côtés. Plaçons cette spire mobile dans un champ magnétique uniforme, dont la direction soit perpendiculaire à l'axe de rotation.

En coupant la figure par le plan OHK, perpendiculaire au plan de la spire et passant par les milieux de ses côtés AB et DC, nous obtiendrons la figure 97, dans laquelle apparaît la direction OS du champ magnétique. Elevons en O la perpendiculaire sur OHK et désignons par  $\omega$  l'angle NOS, évalué dans le sens de la rotation

supposée uniforme. Prenant pour origine du temps l'instant d'une coïncidence de ON avec OS, nous aurons

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{t}{T}.$$

Il est clair que le flux traversant la spire est proportionnel au cosinus de l'angle  $\omega$ ; il a pour valeur

$$Q = Q_0 \cos \omega = Q_0 \cos \frac{2\pi t}{T},$$

$Q_0$  désignant le produit de l'aire de la spire par l'intensité du

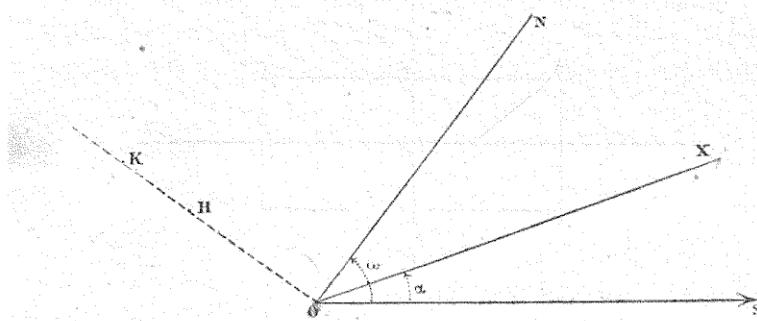


Fig. 97.

champ. La valeur  $I$  du courant induit à un instant quelconque, obtenue comme au paragraphe précédent, est

$$I = I_0 \sin \frac{2\pi(t-\theta)}{T}.$$

Si l'on pose

$$\alpha = \frac{2\pi\theta}{T},$$

de manière que  $\alpha$  soit l'*angle de retard* correspondant au laps de temps  $\theta$ , on trouve simplement

$$I = I_0 \sin(\omega - \alpha).$$

Traçons la droite OX, faisant l'angle  $\alpha$  avec la direction OS de la force magnétique, nous aurons

$$I = I_0 \sin NOX.$$

Cette formule montre que le courant s'annule lorsque le plan de la spire se trouve perpendiculaire à OX et qu'il devient maximum lorsque le plan de cette spire passe par OX. Pour deux positions de la spire symétriques relativement à l'axe de rotation, les courants ont la même intensité, mais ils parcourrent la spire en sens contraires.

La spire ABCD, en tournant autour de YZ, engendre la surface d'un anneau cylindrique ; de là le nom d'*induit en anneau* ou *induit annulaire*. En matérialisant cet anneau par la pensée, on obtient l'*âme* de l'induit, sur laquelle on peut supposer la spire enroulée.

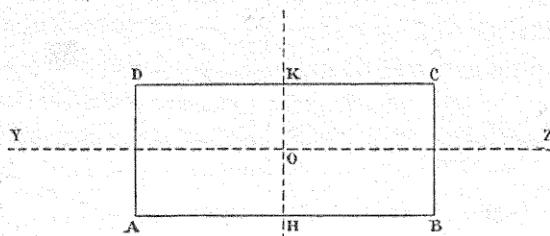


Fig. 98.

Si l'axe YZ, autour duquel nous faisons tourner la spire rectangulaire ABCD, passait par les milieux des deux côtés paral-

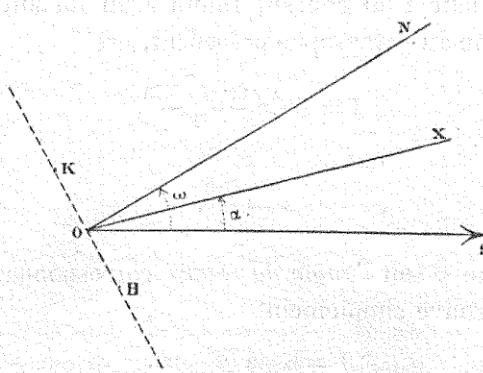


Fig. 99.

èles AD et CB, le volume engendré serait celui d'un cylindre ; de là le nom d'*induit en tambour*. Les figures 96 et 97 se trouveraient alors remplacées par les figures 98 et 99 ; toutes les formules

précédentes s'appliqueront encore. La spire partant d'une position quelconque reprend, après un demi-tour, cette même position avec inversion des côtés parallèles AB et CD ; les courants correspondant à ces deux positions ont tous les deux la même intensité, mais ils parcourent la spire en sens contraires.

Remarquons, en passant, que la variation  $dQ$ , pendant le temps  $dt$ , du flux de force Q qui traverse l'aire de la spire ABCD est égale au flux de force coupé, pendant le même temps, par le périmètre ABCD de cette spire. Or les côtés opposés AB et CD, qui restent constamment parallèles à l'axe de rotation YZ et, par conséquent, perpendiculaires à la direction du champ, donnent seuls des coupures du flux de force ; les deux autres côtés opposés AD et BC, qui se meuvent dans des plans parallèles à la

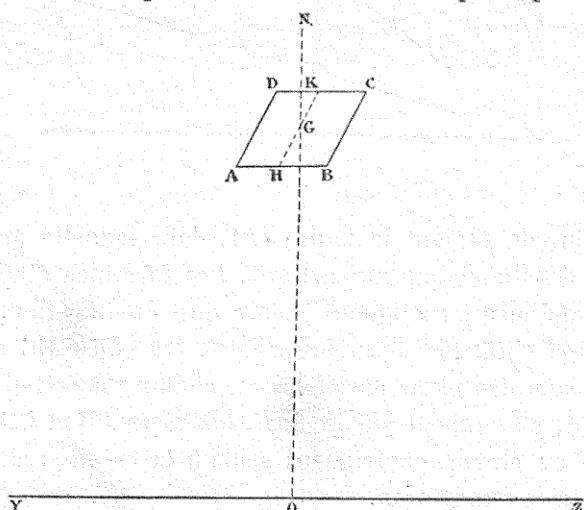


Fig. 100.

direction du champ ne coupent aucun flux de force et, par conséquent, ne contribuent pas à la création de la force électromotrice. Cette observation s'applique aux deux types, anneau et tambour, de l'induit.

Indiquons encore une troisième disposition (moins fréquemment adoptée que les deux précédentes), qui caractérise les *induits polaires*. Prenons (fig. 100) le centre de figure G de la spire ABCD ; élevons en ce point la normale OGN à la surface du rectangle et,

par un point O de cette droite, menons, parallèlement aux côtés AB et DC, la droite YZ qui sera l'axe de rotation perpendiculaire à la direction du champ. Il est évident que l'on pourrait obtenir le mouvement de la spire ABCD en la supposant enroulée à l'extrémité d'un rayon d'une roue dont le moyeu serait fixé sur l'axe YZ; de là le nom d'*induit polaire*. Sur le plan OHK, normal à l'axe

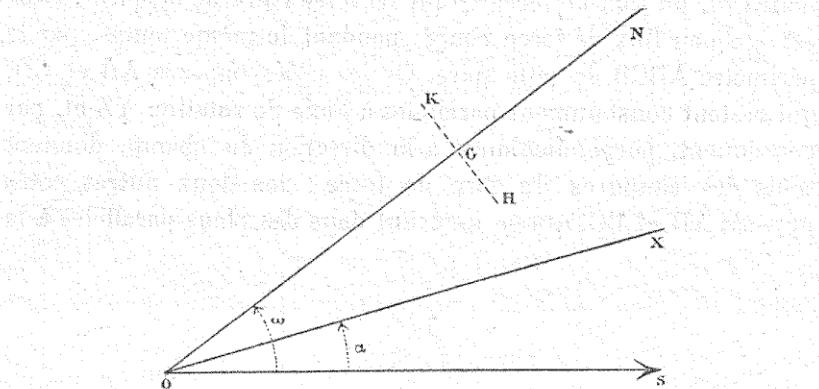


Fig. 401.

de rotation, on obtient la figure 401, dans laquelle apparaît la direction OS du champ magnétique. Les formules établies pour l'induit annulaire s'appliquent encore sans modification. Dans ce cas, comme dans les deux précédents, les côtés BC et AD se meuvent dans des plans parallèles au champ magnétique et, par conséquent, ne coupent aucun flux; les côtés AB et CD, perpendiculaires au champ contribuent seuls à la création de la force électromotrice d'induction.

**169. Bobine composée de plusieurs spires.** — Au lieu de considérer une seule spire, nous pouvons considérer plusieurs spires juxtaposées suivant un enroulement régulier de manière à former une bobine.

Commençons par un induit annulaire (fig. 402); désignons par  $n$  le nombre des spires de la bobine et par  $\varphi$  l'angle dièdre fermé par les plans de deux spires consécutives. L'angle dièdre fermé par les plans  $H_1K_1$  et  $H_nK_n$  de la première et de la dernière spire est égal à  $(n-1)\varphi$ ; menons la perpendiculaire ON au plan

bissecteur de ce dièdre et désignons par  $\omega$  l'angle NOS que fait cette normale avec la direction OS du champ magnétique.

Si nous désignons par la constante  $k$  le produit de l'aire d'une des spires par l'intensité du champ magnétique, nous obtiendrons

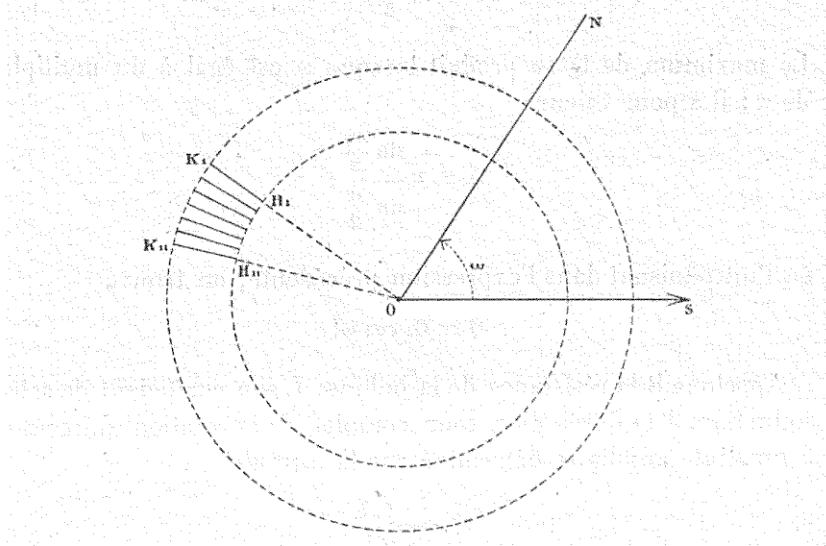


Fig. 102.

les valeurs des flux de force traversant respectivement les  $n$  spires successives de la bobine au moyen des formules suivantes :

$$q_1 = k \cos \left( \omega - \frac{n-1}{2} \varphi \right)$$

$$q_2 = k \cos \left( \omega - \frac{n-1}{2} \varphi + \varphi \right)$$

$$q_3 = k \cos \left( \omega - \frac{n-1}{2} \varphi + 2\varphi \right)$$

.....

$$q_n = k \cos \left[ \omega - \frac{n-1}{2} \varphi + (n-1) \varphi \right].$$

Il suffit de faire la somme de ces flux partiels pour obtenir le flux de force total  $Q$  relatif à la bobine. En remarquant que les angles

des seconds membres forment une progression arithmétique dont la raison est  $\varphi$ , on trouve

$$Q = k \frac{\sin \frac{n\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cos \omega.$$

Le maximum de  $Q$  se produit lorsque  $\omega$  est égal à un multiple de  $\pi$ ; il a pour valeur

$$Q_0 = k \frac{\sin \frac{n\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}};$$

en l'introduisant dans l'expression précédente, on trouve

$$Q = Q_0 \cos \omega.$$

Appelons  $R$  la résistance de la bobine,  $L$  son coefficient de self-induction,  $T$  la durée d'un tour complet de la rotation uniforme,  $\alpha$  un angle auxiliaire déterminé par la formule

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\pi L}{RT};$$

l'intensité  $I$  du courant aura pour valeur

$$I = \frac{2\pi Q_0}{\sqrt{R^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}} \sin(\omega - \alpha);$$

elle est d'autant plus grande que  $T$  est plus faible; il y a donc intérêt à rendre aussi grande que possible la vitesse de rotation.

Dans le cas particulier où les spires recouvriraient entièrement l'anneau, on aurait

$$n\varphi = 2\pi$$

et, par conséquent,

$$Q = o;$$

le flux total dans ce tore électromagnétique serait constamment nul et, par conséquent, aucun courant ne pourrait se produire.

Examinons maintenant le cas où l'induit est en tambour au lieu d'être annulaire; soit encore  $n$  le nombre des spires et  $\varphi$

l'angle dièdre que forment les plans de deux spires consécutives quelconques (fig. 103). Nous mènerons, comme dans le cas précédent, la normale  $ON$  au plan bissecteur de l'angle dièdre formé par les plans  $H_1K_1$  et  $H_nK_n$  des deux spires extrêmes (angle égal à

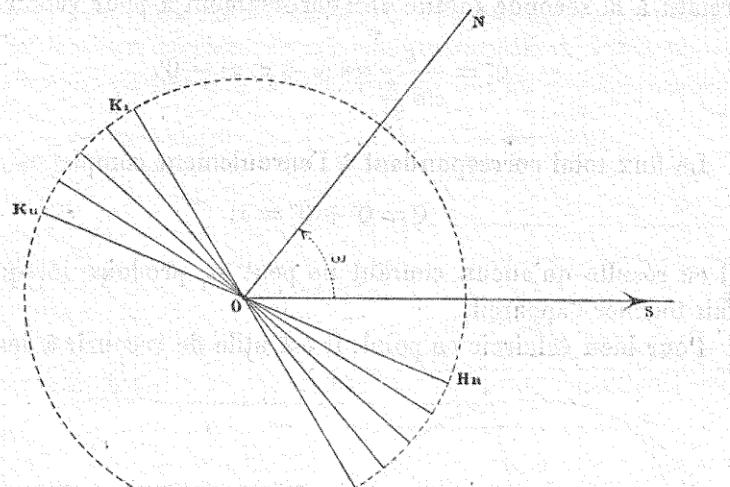


Fig. 103.

$(n-1) \varphi$ ), et nous prendrons pour variable indépendante l'angle  $\omega$  que cette normale  $ON$  fait avec la direction  $OS$  du champ magnétique. On retrouve ainsi les mêmes formules que pour l'induit en anneau.

Si les spires sont assez multipliées pour recouvrir entièrement la surface latérale du tambour, on a :

$$n\varphi = \pi$$

et, par conséquent, la valeur du flux est

$$Q' = \frac{k}{\sin \frac{\pi}{2n}} \cos \omega.$$

Faisons faire au tambour une demi-révolution autour de son axe et continuons l'enroulement de manière à superposer à chacune des spires primitives une autre spire qui se trouvera enroulée en sens contraire; compensons ensuite le déplacement du tam-

bour par une demi-révolution en sens inverse de la première. Les spires de la seconde moitié de l'enroulement *complet* ainsi obtenu résultent, pour ainsi dire, d'un demi-tour imprimé à chacune des spires de la première moitié ; il en résulte que le flux relatif à la seconde moitié de l'enroulement a pour valeur

$$Q'' = \frac{k}{\sin \frac{\pi}{2n}} \cos(\omega + \pi) = -Q'.$$

Le flux total correspondant à l'enroulement complet est

$$Q = Q' + Q'' = 0;$$

il en résulte qu'aucun courant ne peut se produire lorsque l'on fait tourner l'appareil.

Pour bien éclaircir ce point, il est utile de recourir à des sché-

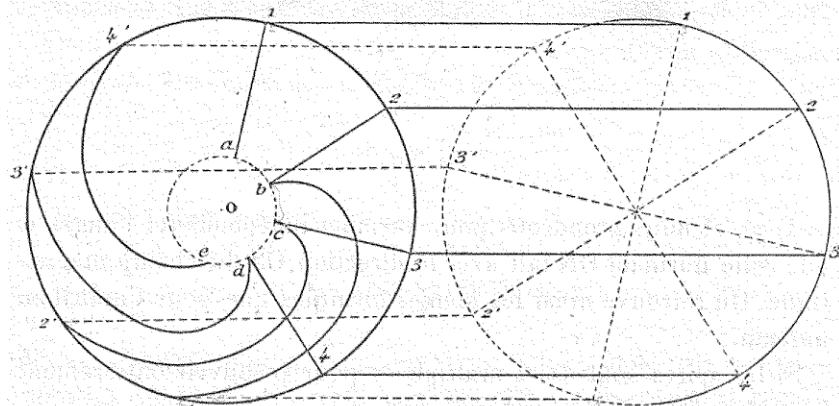


Fig. 104.

mas. Formons (fig. 104) le premier enroulement avec quatre spires seulement, qui donnent respectivement sur la surface latérale et sur la face postérieure du tambour les systèmes de trois droites 11'1', 22'2', 33'3', et 44'4' ; traçons sur la face antérieure une petite circonférence pointillée, concentrique à cette face, et marquons les points *a*, *b*, *c*, *d*, *e* où elle rencontreraient les rayons 04, 02, 03, 04, 01' ; prenant le point *a* pour origine de la première spire, nous complétons cette spire par le rayon rectiligne *a*1 et par le rayon curviligne 1'*b* ; prenant *b* pour origine de la seconde

spire, nous la complétons par le rayon rectiligne  $b2$  et par le rayon curviligne  $2'c$ ; nous complétons de même la troisième spire par  $c3$  et  $3'd$  et la quatrième par  $d4$  et  $4'e$ ; il suffirait de joindre  $ae$  pour fermer le circuit et, si l'on faisait alors tourner le tambour dans un certain sens, les directions du courant sur la face antérieure du tambour seraient, relativement au centre  $o$ , *convergentes suivant les rayons droits et divergentes suivant les rayons courbes*.

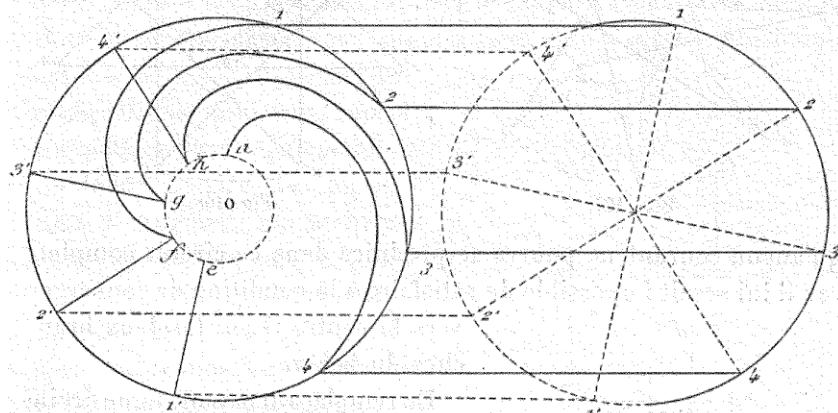


Fig. 405.

Formons maintenant (fig. 405) le second enroulement d'une manière analogue, mais en sens contraire, c'est-à-dire en commençant par  $e'1'$  au lieu de commencer par  $a1$ ; il est clair que cette seconde figure, si elle faisait un demi-tour autour de l'axe, se superposerait à la première; il suffirait de joindre  $ea$  pour fermer ce second circuit et, si l'on faisait alors tourner le tambour dans le même sens que précédemment, les directions du courant sur sa face antérieure seraient, à l'inverse de ce qui avait lieu pour le premier circuit, *divergentes suivant les rayons droits et convergentes suivant les rayons courbes*. Réunissant maintenant les deux enroulements, en soudant leurs bouts respectifs en  $a$  et en  $e$ ,

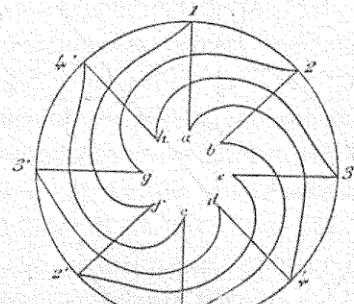


Fig. 406.

nous obtiendrons sur la face antérieure du tambour la disposition symétrique indiquée sur la figure 106; il est clair, d'ailleurs,

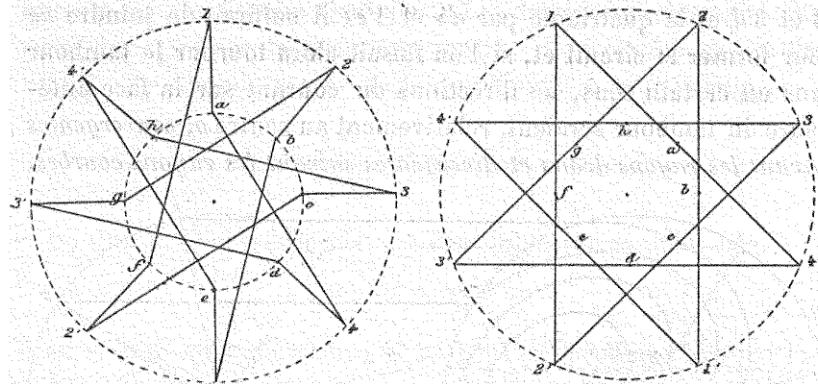


Fig. 107.

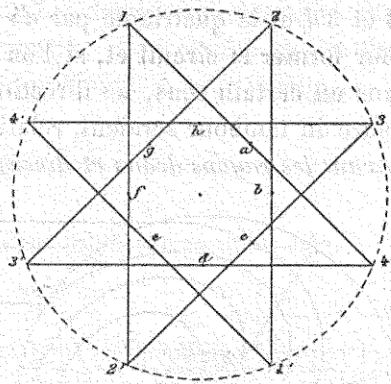


Fig. 108.

qu'aucun courant ne pourra se produire dans ce circuit complet, car il lui serait impossible de satisfaire à la condition de converger vers le centre O sur les deux branches du bec *a*.

En remplaçant par une ligne droite joignant ses extrémités chacun des huit rayons courbes que nous avons employés pour la clarté des diagrammes, on obtient, sur la face antérieure du tambour, la disposition indiquée par la figure 107; c'est ainsi que l'on procède pour établir les connexions de l'induit Siemens dont nous parlerons plus loin.

Remarquons encore que le diagramme contenant les rayons courbes se compose de huit lignes mixtes telles que  $4\alpha 4$  qui peuvent être respectivement remplacées par des lignes droites telles que  $4\ 4$ , en reportant les points *a* sur les milieux de ces droites. On obtient ainsi la figure 108; c'est la disposition adoptée pour l'induit Edison.

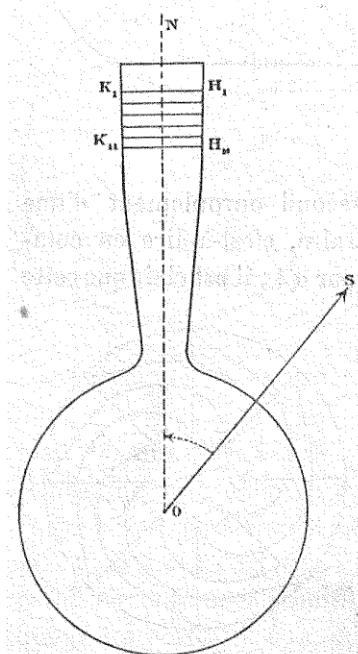


Fig. 109.

Passons enfin au cas d'un induit polaire. La multiplicité des spires enroulées normalement au rayon  $oN$  (fig. 109) a pour effet de multiplier par le nombre  $n$  de ces spires le flux qui traverse une seule d'entre elles. Les formules relatives à une seule spire n'ont à subir que cette seule modification.

**170. Deux bobines symétriques.** — Considérons un système de deux bobines  $B$  et  $B'$  symétriques par rapport à l'axe de rotation. Pour fixer les idées, nous supposerons qu'il s'agisse d'un induit annulaire (fig. 110); mais les observations qui vont suivre s'appliqueraient également à un induit polaire et à un induit à tambour, en prenant, dans ce dernier cas, comme couple de bobines symétriques, un système de deux groupes de spires superposés avec enroulements en sens contraire.

Les deux bobines dont il s'agit sont incorporées dans un même circuit; le flux total qui les traverse est composé de deux parties égales et de signes contraires, en sorte qu'il est constamment nul. Les fils  $AC'$  et  $A'C$  étant supposés situés dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation ne contribuent pas à la création des forces électromotrices. Cet appareil resterait inactif, c'est-à-dire qu'il ne produirait aucun courant, quelle que fût sa vitesse de rotation. Mais si nous réunissons par un conducteur métallique  $HK$  les milieux des deux fils  $AC'$  et  $A'C$  nous fermerons simultanément les circuits de chacune des deux bobines  $B$  et  $B'$  et nous obtiendrons, pour ainsi dire, deux machines distinctes, attelées en quantité et travaillant sur la résistance extérieure  $HK$ .

Désignons

par  $r$  et  $L$  la résistance intérieure et le coefficient de self-induction de la bobine  $B$ ,

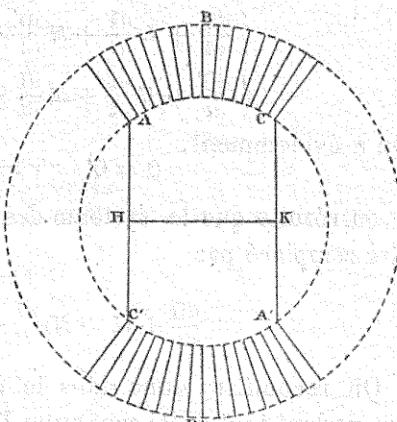


Fig. 110.

par  $r'$  et  $L'$  la résistance intérieure et le coefficient de self-induction de la bobine  $B'$ ,  
 par  $Q$  le flux de force traversant la bobine  $B$  à l'instant  $t$  et  
 par  $I$  l'intensité du courant qui passe alors dans cette bobine,  
 par  $Q'$  et  $I'$  le flux de force et l'intensité du courant, au même instant  $t$ , pour la bobine  $B'$ ,  
 par  $R$  la résistance extérieure  $HK$ ,  
 et par  $M$  le coefficient de self-induction des deux bobines  $B$  et  $B'$ .

Nous aurons les deux équations différentielles simultanées

$$\begin{cases} \frac{dQ}{dt} + L \frac{dI}{dt} + M \frac{dI'}{dt} + rI + RI + R(I + I') = 0 \\ \frac{dQ'}{dt} + L' \frac{dI'}{dt} + M \frac{dI}{dt} + r'I' + RI + R(I + I') = 0 \end{cases}$$

On a évidemment

$$Q = Q' \quad r = r' \quad L = L';$$

il en résulte que le système des deux équations ci-dessus peut être remplacé par

$$\begin{aligned} I &= I' \\ \frac{dQ}{dt} + (L + M) \frac{dI}{dt} + (r + 2R) I &= 0. \end{aligned}$$

On recueillera donc dans le conducteur  $HK$  deux courants égaux dont l'intensité commune  $I$  est déterminée par une équation différentielle de même forme que notre équation fondamentale.

Posons, pour simplifier les écritures,

$$L + M = L.$$

L'équation différentielle deviendra

$$\frac{dQ}{dt} + L \frac{dI}{dt} + (r + 2R) I = 0$$

Nous aurons alors

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = Q_0 \cos \frac{2\pi t}{T} \\ E = - \frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi}{T} Q_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T} \\ \tan \frac{2\pi \theta}{T} = \frac{2\pi L}{(r + 2R) T} \\ I_0 = \frac{2\pi Q_0}{\sqrt{(r + 2R)^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}} = \frac{E_0}{r + 2R} \cos \frac{2\pi \theta}{T} \\ I = I_0 \sin \frac{2\pi (t - \theta)}{T} \end{array} \right.$$

On recueille dans le circuit extérieur HK un courant d'intensité double,

$$2I = \frac{2E_0}{r + 2R} \cos \frac{2\pi\theta}{T} \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T},$$

Introduisons dans ces diverses formules l'angle de rotation de l'appareil

$$\omega = \frac{2\pi t}{T},$$

la vitesse angulaire de rotation

$$\lambda = \frac{2\pi}{T},$$

et l'angle de retard

$$\alpha = \frac{2\pi\theta}{T} = \lambda\theta;$$

elles deviendront

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = Q_0 \cos \omega \\ E = \lambda Q_0 \sin \omega = E_0 \sin \omega \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{\lambda L}{r + 2R} \\ 2I = \frac{2E_0}{r + 2R} \cos \alpha \sin (\omega - \alpha) = 2I_0 \sin (\omega - \alpha). \end{array} \right.$$

**171. Captage du courant alternatif.** — Pour recueillir extérieurement le courant  $2I$ , on relie (fig. 111) les deux points H et K à

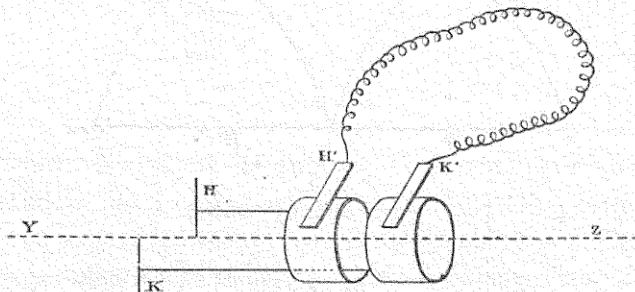


Fig. 111.

des bagues métalliques, centrées et calées sur l'arbre YZ, qui sont mises chacune en communication permanente par contact avec un balai frotteur; ces deux balais H' et K' sont reliés aux extrémités du circuit extérieur qui, de cette manière, ne participe pas au mouvement de rotation.

472. Redressement du courant. — On peut redresser les courants avant de les capter à l'extérieur.

A cet effet, on réunit les points H et K aux deux moitiés d'un

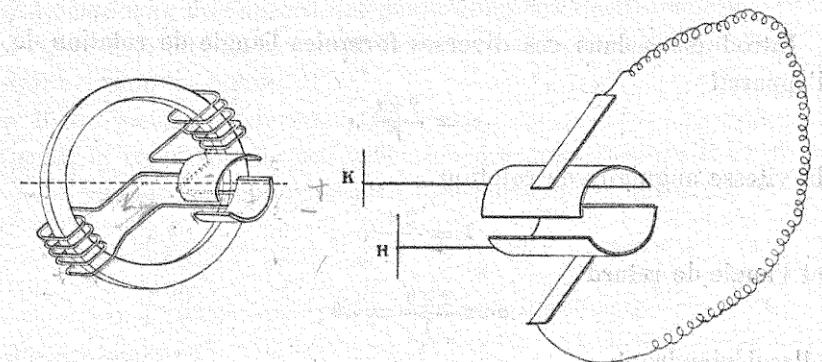


Fig. 412.

Fig. 413.

*commutateur* formé d'un tube fendu, centré et calé sur l'arbre et tournant avec lui (fig. 412). Deux balais frotteurs (fig. 413) transmettent le courant au circuit extérieur en le faisant changer de sens à chaque demi-tour.

Le plan méridien passant par les contacts des balais et du commutateur doit être orienté de manière que ces contacts

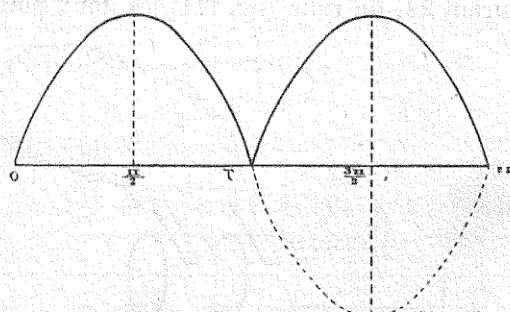


Fig. 414.

cessent au moment même où l'intensité  $2I$  s'annule, c'est-à-dire lorsque  $(\omega - \alpha)$  devient un multiple de  $\pi$ . Il en est ainsi lorsque le plan bissecteur du dièdre fermé par les plans des spires extrêmes de l'une des bobines fait avec la direction du champ magnétique un angle égal à  $(\frac{\pi}{2} + \alpha)$ .

La courbe obtenue en prenant  $\omega$  pour abscisse et  $2I$  pour ordonnée est alors entièrement située d'un seul côté de l'axe des abscisses ; elle présente la forme indiquée par la figure 414. En réalité, l'ordonnée de cette courbe ne devient jamais rigoureusement nulle, à cause des extra-courants de self-induction qui se produisent au moment des cessations de contact du collecteur et des balais.

**173. Bobines disposées en polygone régulier.** — Considérons

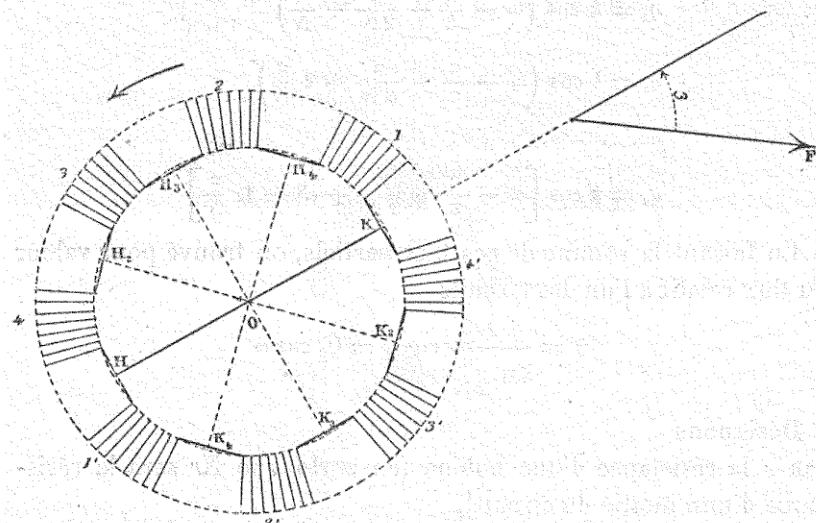


Fig. 415.

maintenant un système de bobines en nombre pair et occupant les sommets d'un polygone régulier (fig. 415). Attelons ces bobines en tension, en reliant l'extrémité de chacune d'elles à l'origine de la suivante; le circuit total ainsi obtenu étant décomposable en deux moitiés symétriques relativement au point O, aucun courant n'y prendra naissance pendant la rotation de l'appareil.

Mais nous pouvons, comme dans le cas de deux bobines symétriques, faire, au moyen d'une jonction métallique diamétrale HK, un couplage en quantité, de manière à obtenir deux courants passant ensemble dans HK.

Soit  $2N$  le nombre total des bobines ; l'angle dièdre formé par

les plans méridiens moyens de deux bobines consécutives sera  $\frac{\pi}{N}$ , et l'angle formé par la droite HK avec le plan méridien moyen de la première bobine du circuit supérieur sera  $\frac{\pi}{2N}$ . En désignant par  $k$  la valeur maximum du flux que le champ magnétique peut fournir dans une des bobines, on trouve pour valeurs des flux traversant, à l'instant  $t$ , les bobines du premier circuit

$$q_1 = k \cos \left( \omega - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2N} \right)$$

$$q_2 = k \cos \left( \omega - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2N} + \frac{\pi}{N} \right)$$

$$q_3 = k \cos \left( \omega - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2N} + 2 \frac{\pi}{N} \right)$$

.....

$$q_n = k \cos \left[ \omega - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2N} + (N-1) \frac{\pi}{N} \right]$$

En faisant la somme de ces flux partiels, on trouve pour valeur du flux relatif à l'un des circuits

$$Q = \frac{k}{\sin \frac{\pi}{2N}} \cos \omega = Q_0 \cos \omega$$

Désignons

par  $r$  la résistance d'une bobine (en sorte que  $Nr$  sera la résistance d'une moitié du circuit),

par  $R$  la résistance extérieure,

et par  $L$  la somme du coefficient de self-induction d'une moitié du circuit et du coefficient d'induction mutuelle des deux demi-circuits.

Nous pourrions établir, de la même manière que dans l'hypothèse de deux bobines symétriques, l'équation différentielle

$$\frac{dQ}{dt} + L \frac{dI}{dt} + (Nr + 2R) I = 0.$$

On a, par conséquent, en représentant par  $\lambda$  la vitesse angulaire,

$$\begin{cases} E = \lambda Q_0 \sin \omega = E_0 \sin \omega \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{\lambda L}{Nr + 2R} \\ 2I = \frac{2E_0}{Nr + 2R} \cos \alpha \sin (\omega - \alpha) = 2I_0 \sin (\omega - \alpha). \end{cases}$$

Le courant recueilli dans le conducteur extérieur a pour intensité  $2I$ . On peut le capter soit en conservant, soit en rectifiant son alternance.

**174. Captage d'un courant continu.** — On peut aussi recourir à une disposition particulière pour recueillir un courant sensiblement continu.

Remarquons, d'une part, que la force électromotrice  $\lambda Q_0 \sin \omega$  devient maximum lorsque  $\omega$  est un multiple impair de  $\frac{\pi}{2}$ , c'est-à-dire lorsque la droite HK devient perpendiculaire à la direction

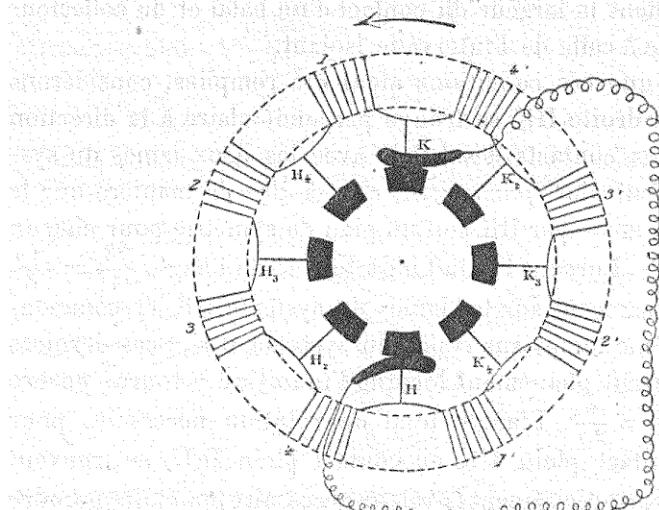


Fig. 116.

du champ, et, d'autre part, qu'il existe  $N$  jonctions possibles analogues à HK, divisant le plan en  $2N$  angles égaux autour du point O. Cela posé, imaginons que l'on fixe sur l'arbre de rotation, en le centrant sur cet arbre, un tube analogue à un commutateur, mais divisé en  $2N$  parties au lieu de l'être en deux moitiés. Les points H et K seront respectivement mis en communication avec deux lames opposées de ce tube (fig. 116), auquel on donne le nom de *collecteur*; on fera de même pour chacune des autres jonctions possibles  $H_2K_2$ ,  $H_3K_3$ , ...,  $H_NK_N$ . Deux balais frotteurs serviront pour transmettre le courant au circuit extérieur; on les disposera de manière que, lorsque le plan méridien des contacts

passera par une des droites HK, celle-ci se trouve perpendiculaire à la direction du champ.

L'angle au centre  $\beta$  correspondant à une lame du collecteur doit être double de l'angle au centre  $\gamma$  correspondant à l'intervalle isolant compris entre deux lames consécutives ; on a alors

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = \frac{2}{3} \frac{\pi}{N} \\ \gamma = \frac{1}{3} \frac{\pi}{N}. \end{array} \right.$$

Théoriquement la largeur du contact d'un balai et du collecteur doit être égale à celle de l'intervalle isolant.

Supposant que ces conditions aient été remplies, considérons l'instant où la droite HK se trouve perpendiculaire à la direction du champ. Les contacts des balais avec les deux lames du système HK se font alors *pleinement*, c'est-à-dire de manière que le plan méridien mené par HK soit un plan de symétrie pour chacun de ces contacts. Lorsque l'induit aura tourné de l'angle  $\frac{3\beta}{4} = \frac{\pi}{2N}$ , les contacts cesseront sur les lames du système HK et commenceront en même temps sur celles du système H<sub>2</sub>K<sub>2</sub> ; ces derniers contacts se feront pleinement lorsque l'induit aura tourné encore de l'angle  $\frac{3\beta}{4} = \frac{\pi}{2N}$ . L'angle total de rotation nécessaire pour passer du contact plein HK au contact plein H<sub>2</sub>K<sub>2</sub> se trouvant ainsi égal à  $\frac{\pi}{N}$ , a précisément la valeur nécessaire pour faire prendre à la droite H<sub>2</sub>K<sub>2</sub> la position perpendiculaire à la direction du champ magnétique ; de là une périodicité régulière dans le phénomène des contacts.

Au moment des pleins contacts suivant HK, la force électromotrice d'induction prend dans chacun des circuits placés de part et d'autre de cette ligne la valeur maximum  $\lambda Q_0$  ; elle est un peu plus faible au moment où les contacts vont cesser, car elle prend alors la valeur

$$\lambda Q_0 \sin \left( \frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{2N} \right) = \lambda Q_0 \cos \frac{\pi}{2N}.$$

Chacune des bobines 4' et 4 sort d'un circuit pour passer à l'autre, ce qui changera le sens du courant qui la parcourait avant

cette permutation. Soit  $\frac{1}{2}I$  l'intensité du courant dans l'une de ces bobines au moment où elle se trouve mise hors circuit ; pour créer ce courant dans la bobine considérée isolément, il faudrait dépenser (n° 93) une énergie égale à  $\frac{1}{8}LI^2$ ,  $L$  désignant le coefficient de self-induction de cette bobine ; la déperdition de cette énergie se fait, au moment de la mise hors circuit, dans un extra-courant de rupture ; pour les deux bobines 4' et 4 la perte d'énergie est  $\frac{1}{4}LI^2$ . Comme la permutation se produit  $N$  fois par tour de l'induit, la perte d'énergie est, par tour,

$$\frac{1}{4}NLI^2,$$

et, par seconde

$$\frac{\lambda}{8\pi}NLI^2.$$

Nous aurons à revenir sur ce sujet lorsque nous ferons l'étude des machines à courants continus.

En négligeant (en raison de la petitesse de l'angle  $\frac{\pi}{2N}$ ) les variations de la force électromotrice et en ne tenant pas compte des perturbations produites par les changements de contact, on peut considérer comme constant le courant recueilli dans le conducteur extérieur. Ce courant est dû à la force électromotrice

$$E_0 = \lambda Q_0$$

agissant sur un circuit dont la résistance totale est

$$R + \frac{Nr}{2};$$

L'intensité correspondante est

$$I = \frac{E_0}{R + \frac{Nr}{2}} = \frac{2E_0}{Nr + 2R} = \frac{2\lambda Q_0}{Nr + 2R}.$$

Il est clair que cette formule ne doit être considérée que comme approximative ; on obtient en réalité un courant ondulatoire dont l'intensité moyenne est inférieure à  $I$ .

Les considérations que nous venons d'exposer, en supposant qu'il s'agisse d'un induit annulaire, s'appliquent aussi à un induit à tambour, présentant avec son collecteur les connexions que nous

avons précédemment indiquées. Elles s'appliqueront également à

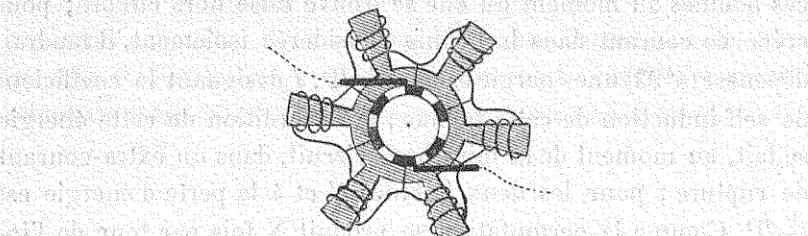


Fig. 417.

un induit polaire (fig. 417), induit à l'emploi duquel on a aujourd'hui à peu près renoncé.

**475. Induits multipolaires.** — Reprenons notre formule fondamentale

$$Q = Q_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$$

et les suivantes, auxquelles elle conduit,

$$\begin{cases} E = -\frac{dQ}{dt} = \frac{2\pi}{T} Q_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T} \\ I = \frac{E_0}{R} \cos \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi (t - \theta)}{T} = I_0 \sin \frac{2\pi (t - \theta)}{T}. \end{cases}$$

Le paramètre de retard  $\theta$  est déterminé par l'équation

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi \theta}{T} = \frac{2\pi L}{RT}.$$

Regardons  $t$  comme proportionnel à l'angle  $\omega$  d'une rotation uniforme pour laquelle la durée d'un tour serait égale à  $T$ ; la vitesse angulaire  $\lambda$  de cette rotation sera égale à  $\frac{2\pi}{T}$  et nos formules deviendront

$$\begin{cases} Q = Q_0 \cos \omega \\ E = \lambda Q_0 \sin \omega = E_0 \sin \omega \\ I = \frac{E_0}{R} \cos \alpha \sin (\omega - \alpha) = I_0 \sin (\omega - \alpha), \end{cases}$$

l'angle de retard  $\alpha$  étant déterminé par l'équation :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\lambda L}{R}.$$

C'est au moyen de ces formules que nous avons étudié les induits à anneau, à tambour ou polaires, tournant dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire à l'axe de rotation. Ce champ magnétique se trouve sinon réalisé, du moins imité, dans les machines *bipolaires*, ainsi dénommées parce que leur induit tourne entre les deux pôles opposés d'un aimant ou d'un électroaimant.

Mais nous avons à considérer aussi des machines *multipolaires*, dont l'induit tourne dans un champ magnétique plus complexe, créé par une ceinture de pôles. Le flux de force  $Q$  traversant une spire peut être encore considéré comme périodique, mais la durée d'un tour est égale à un multiple de  $T$ , soit à  $m T$ ,  $m$  désignant un entier quelconque. On a alors

$$\frac{2\pi t}{T} = m \omega ,$$

et la valeur de la vitesse angulaire devient

$$\frac{2\pi}{m T} = \lambda .$$

Les formules fondamentales deviennent par suite

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = Q_0 \cos m \omega \\ E = m \lambda Q_0 \sin m \omega = E_0 \sin m \omega \\ I = \frac{E_0}{R} \cos m \alpha \sin (\omega - \alpha) = I_0 \sin m (\omega - \alpha); \end{array} \right.$$

l'angle de retard  $\alpha$  est déterminé par l'équation

$$\operatorname{tg} m \alpha = \frac{m \lambda L}{R} .$$

Pour chaque tour,  $\omega$  variant de 0 à  $2\pi$ , le flux  $Q$  s'annule  $2m$  fois et passe  $2m$  fois par chaque valeur comprise entre  $+Q_0$  et  $-Q_0$  inclusivement ; de même la force électromotrice  $E$  s'annule  $2m$  fois et passe  $2m$  fois par chaque valeur comprise entre  $+E_0$  et  $-E_0$  inclusivement ; de même aussi l'intensité  $I$  s'annule  $2m$  fois et passe  $2m$  fois par chaque valeur comprise entre  $+I_0$  et  $-I_0$  inclusivement. Les valeurs de  $Q$ , de  $E$  et de  $I$  sont périodiques et leur période est  $\frac{2\pi}{m}$ .

176. **Captage d'un courant alternatif.** — Supposons, pour fixer les idées, que l'induit soit annulaire. Composons-le de bobines partielles toutes égales entre elles, en nombre égal à  $2m$ , disposées suivant les sommets d'un polygone régulier centré sur l'axe de rotation.

Les flux de force traversant ces diverses bobines à un instant quelconque seront tous égaux en valeur absolue, mais de sens contraires pour deux bobines consécutives. Soit  $q_0$  la valeur maximum du flux de force pour une des bobines, et  $r$  la résistance de cette bobine.

Nous pouvons faire un *attelage en tension*, de manière que le

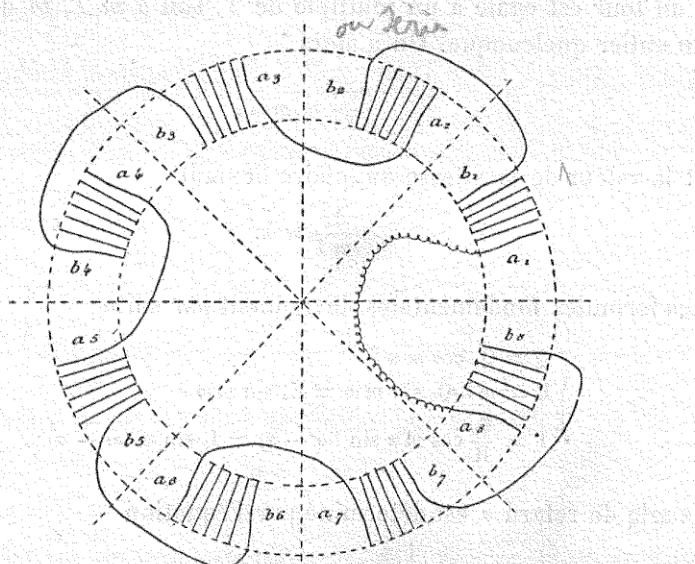


Fig. 418.

courant induit fourni par chacune des bobines passe dans toutes les autres et que tous les courants s'ajoutent les uns aux autres, dans un circuit unique, dans le même sens de parcours. Relions, à cet effet (fig. 418), l'extrémité  $b_1$  de la première bobine à l'extrémité  $b_2$  de la seconde, l'origine  $a_2$  de celle-ci à l'origine  $a_3$  de la troisième, l'extrémité  $b_3$  de celle-ci à l'extrémité  $b_4$  de la suivante, et ainsi de suite. Le conducteur extérieur partira de l'origine  $a_1$  de la première bobine pour aboutir à l'origine  $a_{2m}$  (soit  $a_8$ , s'il y a

huit bobines) de la dernière. On se servira d'un collecteur à deux bagues, munies chacune d'un balai frotteur, pour éviter de faire participer le conducteur extérieur au mouvement de rotation de l'induit. Le flux de force maximum correspondant au circuit unique ainsi obtenu sera égal à  $2m q_0$ .

En désignant par  $R$  la résistance extérieure et par  $L$  le coefficient de self-induction du circuit, nous aurons

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = 2m q_0 \cos m \omega = Q_0 \cos m \omega \\ E = m \lambda Q_0 \sin m \omega = E_0 \sin m \omega \\ \operatorname{tg} m \alpha = \frac{m \lambda L}{2mr + R} \\ I = \frac{E_0}{2mr + R} \cos m \alpha \sin m(\omega - \alpha) = I_0 \sin m(\omega - \alpha). \end{array} \right.$$

Au lieu de faire l'attelage en tension, on peut faire un *attelage en quantité*, de manière que les courants induits produits par *on obtient alors*

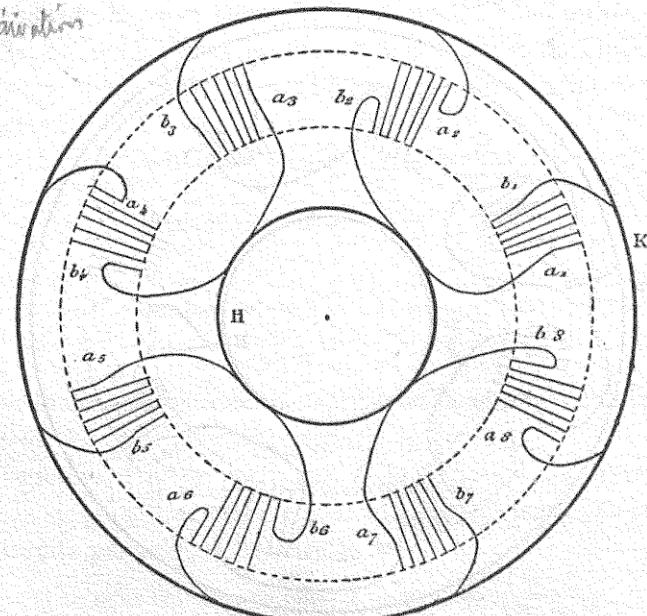


Fig. 119.

toutes les bobines partielles viennent se réunir parallèlement dans le conducteur extérieur. Ce dispositif est indiqué schématiquement par la figure 119, dans laquelle nous avons, pour plus de clarté,

attribué deux diamètres inégaux aux bagues collectrices H et K. Le raisonnement que nous avons fait en considérant deux bobines symétriques (n° 170) peut s'étendre au système de  $2m$  circuits parallèles qui nous occupe actuellement. En désignant par L la somme du coefficient de self-induction d'une bobine et des coefficients d'induction mutuelle de cette bobine avec chacune des  $(2m-1)$  autres, nous aurons pour le courant d'une bobine :

$$\left\{ \begin{array}{l} q = q_0 \cos m\omega \\ e = m\lambda q_0 \sin m\omega = e_0 \sin m\omega \\ \operatorname{tg} m\alpha = \frac{m\lambda L}{r + 2mR} \\ i = \frac{e_0}{r + 2mR} \cos m\alpha \sin m(\omega - \alpha) = i_0 \sin m(\omega - \alpha). \end{array} \right.$$

L'intensité du courant recueilli sera

$$I = 2mi = \frac{2m e_0}{r + 2mR} \cos m\alpha \sin m(\omega - \alpha) = I_0 \sin m(\omega - \alpha)$$

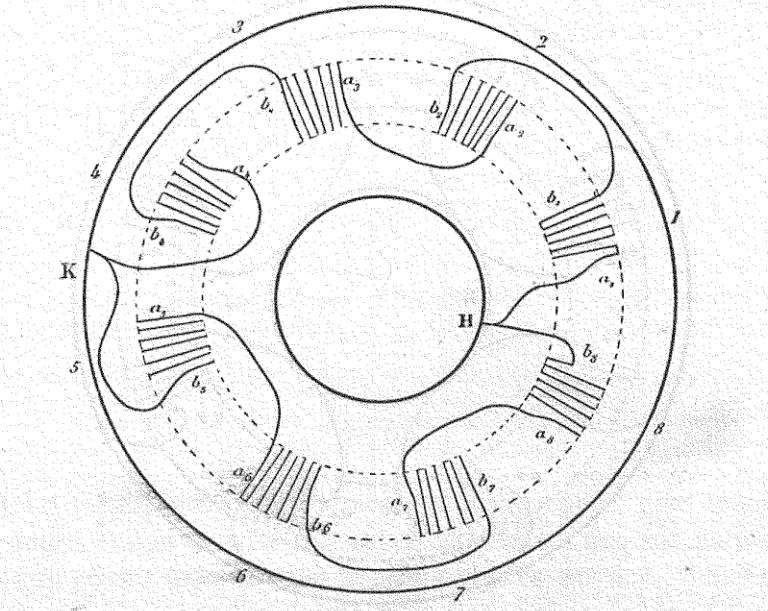


Fig. 120.

On peut enfin faire *attelage mixte*, en formant deux circuits égaux de  $m$  bobines attelées en tension et réunissant ces deux circuits en quantité. La figure schématique 120, dans laquelle

nous avons attribué deux rayons différents aux bagues collectrices H et K, indique ce mode d'attelage pour un système de huit bobines. Les formules relatives à l'attelage mixte sont, pour chacun des deux circuits,

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = mq_0 \cos m\omega = Q_0 \cos m\omega \\ \mathcal{E} = m\lambda Q_0 \sin m\omega = \mathcal{E}_0 \sin m\omega \\ \tan m\alpha = \frac{m\lambda L}{mr + 2R} \\ J = \frac{\mathcal{E}_0}{mr + 2R} \cos m\alpha \sin m(\omega - \alpha) = J_0 \sin m(\omega - \alpha) \end{array} \right.$$

L'intensité du courant capté dans le conducteur extérieur est

$$I = 2J = 2J_0 \sin m(\omega - \alpha) = I_0 \sin m(\omega - \alpha).$$

Le paramètre L désigne la somme du coefficient de self-induction d'un circuit et du coefficient d'induction mutuelle de deux circuits.

En désignant par  $E_0$ , quel que soit le mode d'attelage, la valeur maximum de la force électromotrice induite dans un des circuits partiels, on peut écrire la valeur maximum  $I_0$  de l'intensité du courant recueilli dans le conducteur extérieur sous les formes suivantes :

$$\text{attelage en tension : } I_0 = \frac{E_0}{2mr + R}$$

$$\text{attelage en quantité : } I_0 = \frac{E_0}{\frac{r}{2m} + R}$$

$$\text{attelage mixte : } I_0 = \frac{E_0}{\frac{m}{2}r + R};$$

Chacun des dénominateurs représente la somme de la résistance extérieure et de la *résistance réduite* de l'induit.

Désignons, d'autre part, par  $L$  le quotient du paramètre L (dont la signification varie avec le mode d'attelage) par le nombre des circuits partiels ; nous aurons :

$$\text{pour l'attelage en tension } \tan m\alpha = \frac{m\lambda L}{2mr + R}$$

$$\text{pour l'attelage en quantité } \tan m\alpha = \frac{m\lambda L}{\frac{r}{2m} + R}$$

$$\text{et pour l'attelage mixte } \tan m\alpha = \frac{m\lambda L}{\frac{m}{2}r + R}$$

Ces formules sont les mêmes que si l'induit se composait d'une seule bobine dont le coefficient de self-induction serait  $L$  et dont la résistance serait égale à la résistance réduite de l'induit considérée. On peut donner à  $L$  le nom de *coefficient de self-induction de l'induit*.

**477. Captage d'un courant continu.** — Pour capter un courant continu au moyen d'une machine multipolaire, on peut bobiner l'induit de la même façon que pour une machine bipolaire, c'est-

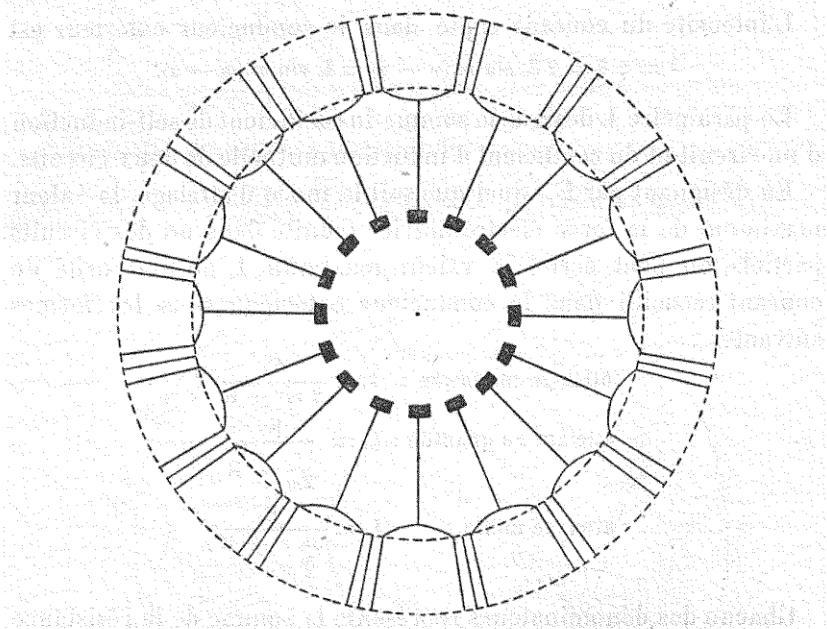


Fig. 121.

à-dire en réunissant l'extrémité de chaque bobine à l'origine de la suivante, dans le sens de l'enroulement. Il faut que le nombre des bobines soit un multiple pair de  $2m$ ; on aura donc  $4mn$  bobines,  $n$  désignant un entier quelconque. On donne au collecteur autant de touches qu'il y a de bobines, en faisant correspondre et reliant ces touches aux fils de jonction des bobines. La figure 121 indique schématiquement un induit de seize bobines, pouvant être employé dans une machine à quatre pôles ( $m = 2$ ) ou dans une machine à huit pôles ( $m = 4$ ).

Il s'agit alors de déterminer le nombre des balais, leurs positions et leurs connexions.

Supposons d'abord que la machine soit à quatre pôles ( $m = 2$ ). Divisons l'induit, par la pensée, en quatre groupes égaux de bobines consécutives  $a, b, a', b'$  (fig. 422), considérons seulement les quatre touches A, B, A', B' du collecteur qui correspondent aux jonctions successives de ces quatre groupes, et supposons l'appa-

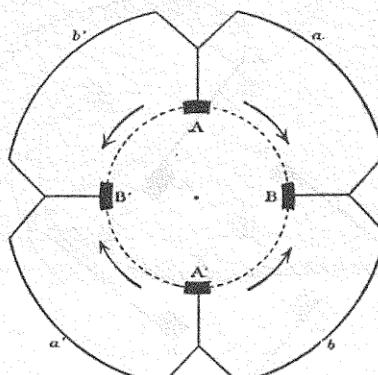


Fig. 422.

reil orienté de manière que la force électromotrice de chaque groupe prenne sa valeur maximum  $E_0$ . Il s'agit de réunir en dérivation les quatre courants qui peuvent être respectivement fournis par les quatre groupes  $a, a', b, b'$ .

Pour orienter les sens de ces courants, nous indiquons en pointillé, sur la circonference du collecteur, quatre jonctions fictives des touches (jonctions qui pourraient être effectivement établies simultanément sans qu'aucun courant se produise), et nous indiquons par des flèches le sens du courant qui parcourrait chacun de ces arcs s'il existait seul. Cela posé, désignons par H et K l'origine et l'extrémité du circuit extérieur, dans lequel doivent passer nos quatre courants.

Pour capter  $a$ , il faut joindre A à H et B à K ;  
 pour capter  $b$ , il faut joindre A' à H et B à K ;  
 pour capter  $a'$ , il faut joindre A' à H et B' à K ;  
 pour capter  $b'$ , il faut joindre A à H et B à K.

En définitive, les jonctions nécessaires se réduisent à celle de A et de A' avec H, et de B et de B' avec K ; en d'autres termes

*il faut établir entre A et A' une jonction passant par H, et entre B et B' une jonction passant par K.*

Nous pouvons obtenir ce résultat en mettant chacune des quatre touches en contact avec un balai collecteur (fig. 123) et établissant entre ces balais deux jonctions permanentes, de A en A' par H et de B en B' par K. Si nous rétablissons par la pensée sur

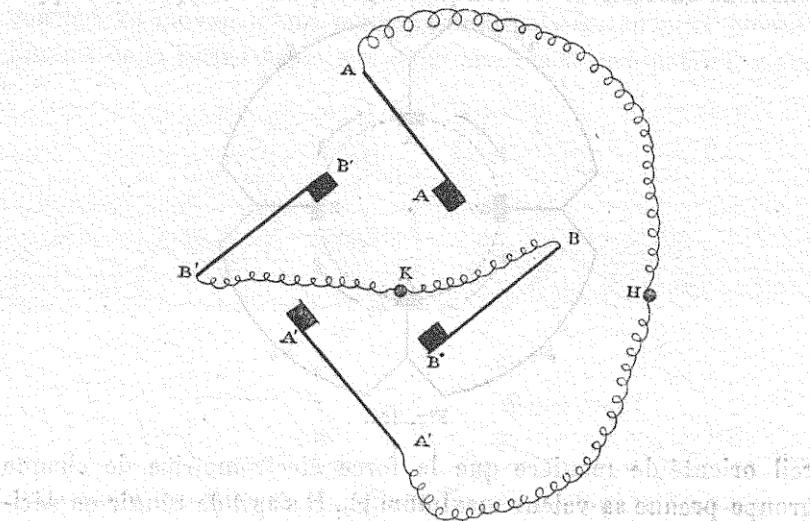


Fig. 123. — Schéma d'un collecteur.

ce diagramme les touches manquantes du collecteur, c'est-à-dire ( $n-1$ ) touches dans chacun des quatre intervalles A B, B A', A' B', B' A ( $n$  étant le nombre des bobines de chacun des groupes  $a, b, a', b'$ ), chaque  $n^{\text{ème}}$  de tour de l'induit ramènera les mêmes connexions relatives de l'induit et des balais par l'intermédiaire du collecteur. La parité du nombre  $n$  est nécessaire pour que les changements de contact se produisent simultanément pour les quatre balais ; il y a, au moment du changement,  $n$  bobines qui se trouvent fermées chacune en court circuit.

On peut aussi, au lieu d'employer quatre balais, en conserver deux seulement, en ayant soin de les prendre respectivement dans chacun des groupes (A, A') et (B, B'), sauf à établir certaines liaisons permanentes entre les touches du collecteur. La figure 124 dans laquelle nous conservons seulement les balais A et B', en

établissant, au moyen d'arcs métalliques, la jonction des touches A et A' et celle des touches B et B', peut évidemment remplacer la figure précédente, dans laquelle nous avions quatre balais. Comme

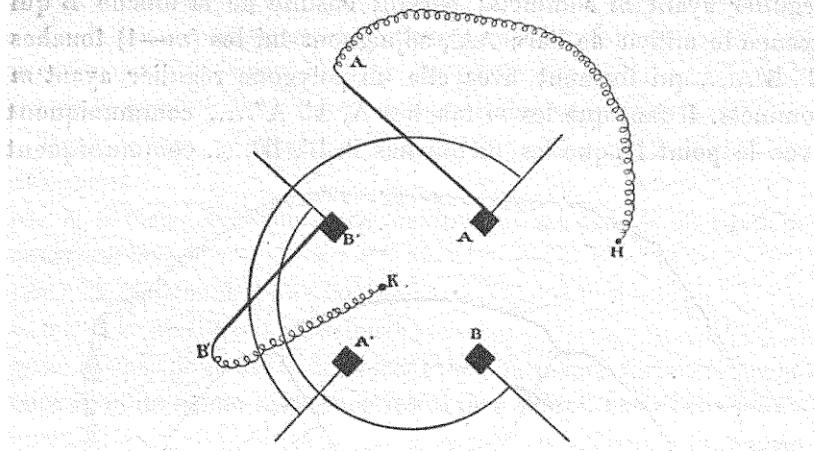


Fig. 124.

il y a d'ailleurs  $n$  systèmes de quatre touches du collecteur, qui viennent successivement occuper la position A B A' B', la jonction

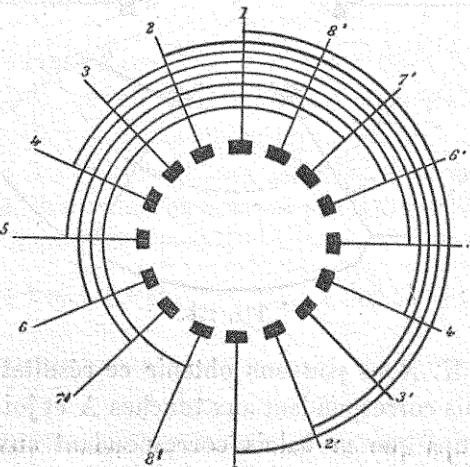


Fig. 125.

par arc est nécessaire entre deux touches diamétralement opposées quelconques. Si, par exemple,  $n = 4$  (pour un induit de seize bobines), on fera les 8 jonctions indiquées par la figure 125.

Soit, en général  $2m$  le nombre des pôles et  $2mn$  le nombre des bobines. Partant d'une touche  $A$  du collecteur, adjoignons-lui les  $(m-1)$  touches  $A'$ ,  $A''$ , ..., qui forment avec elle un polygone régulier ayant  $m$  sommets; partant ensuite de la touche  $B$  qui occupe le milieu de l'arc  $AA'$ , adjoignons-lui les  $(m-1)$  touches  $B'$ ,  $B''$ , ..., qui forment avec elle un polygone régulier ayant  $m$  sommets. Il faut que les  $m$  touches  $A, A', A''$ , ..., communiquent avec le point  $H$ , que les  $m$  touches  $B, B', B''$ , ..., communiquent

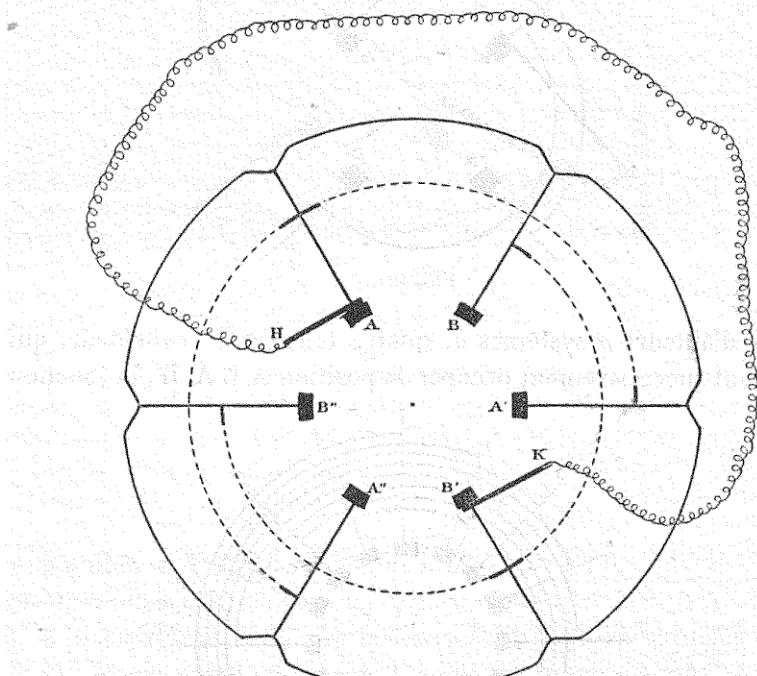


Fig. 126.

avec le point  $K$ . Nous pouvons obtenir ce résultat en mettant en œuvre  $m$  balais correspondant aux touches  $A$  et joints au point  $H$ , en même temps que  $m$  balais correspondant aux touches  $B$  et joints au point  $K$ . Nous pouvons aussi employer deux balais seulement, dont l'un correspondra à une des touches  $A$  et communiquera avec  $H$ , tandis que l'autre correspondra à une des touches  $B$ , et communiquera avec  $K$ ; il faudra alors établir une jonction entre toutes les touches  $A$  et une jonction entre toutes

les touches B et ce système de deux jonctions devra se faire individuellement dans chacun des  $n$  systèmes de  $2m$  touches qui viennent successivement prendre la position correspondant aux pleins contacts.

La figure schématique 126, correspondant à six pôles ( $m = 3$ ), montre que l'on peut, dans ce cas particulier, faire correspondre les deux balais à deux touches diamétralement opposés.

Dans le cas général où l'on a  $2m$  pôles et  $2mn$  bobines, désignons par  $E_o$  la force électromotrice maximum d'un groupe de  $n$  bobines consécutives, par  $r$  la résistance d'une bobine et par  $R$  la résistance extérieure ; nous avons, pour ainsi dire,  $2m$  piles de même force électromotrice  $E_o$  et de même résistance intérieure  $nr$  que nous groupons en quantité sur la résistance extérieure  $R$  ; l'intensité du courant capté est, par conséquent,

$$I = \frac{E_o}{\frac{n}{2m} r + R} = \frac{2m E_o}{nr + 2m R}$$

**178. Bobinage binaire.** — On peut aussi faire le bobinage de l'induit de manière à réunir en dérivation deux courants seulement, comme s'il s'agissait d'une machine bipolaire.

Soit toujours  $2m$  le nombre des pôles et  $2mn$  le nombre des bobines. Nous désignerons ces bobines par leurs numéros d'ordre.

La bobine 1 détermine la série

$$1, 1 + 2n, 1 + 4n, \dots, 1 + 2(m-1)n,$$

dont les  $m$  éléments occupent les sommets d'un polygone régulier et ont des positions magnétiques équivalentes, c'est-à-dire pour lesquelles les forces électromotrices sont égales et de même signe. Attelons ces bobines en tension, de manière à former un circuit ouvert  $a_1$  commençant par l'origine de 1 et finissant par l'extrémité de  $1 + 2(m-1)n$ .

Nous pouvons former de même un circuit  $a_2$  sur la bobine 2, un circuit  $a_3$  sur la bobine 3, etc., et, enfin, un cir-

cuit  $a_{2n}$  sur la bobine  $2n$ . Remarquons, d'ailleurs, que les forces électromotrices des diverses bobines du groupe  $a_1$  se reproduisent en signe contraire dans les diverses bobines du groupe  $a_{n+1}$ ; la même corrélation existe entre les forces électromotrices du groupe  $a_2$  et celles du groupe  $a_{n+2}$ , etc... Il en résulte que les groupes successifs

$$a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, \dots, a_{2n};$$

sont assimilables à  $2n$  bobines d'un induit bipolaire, à cela près que la période sinusoïdale de la force électromotrice correspond à  $\frac{1}{m}$  de tour de l'induit au lieu de correspondre à un tour complet.

Joignons l'extrémité de chaque groupe à l'origine du suivant, et, finalement, l'extrémité du groupe  $a_{2n}$  à l'origine du groupe  $a_1$ , de manière à former un circuit fermé. Nous obtenons ainsi un bobinage binaire.

Donnant au collecteur un nombre de touches  $2mn$ , égal à celui des bobines, nous pouvons diviser ces bobines en  $2n$  groupes comprenant chacun  $m$  bobines, correspondant aux sommets d'un polygone régulier; établissons dans chaque groupe des jonctions permanentes entre les  $m$  touches qui le composent; mettons enfin ces groupes successifs de touches en communication avec les  $2n$  boucles de jonction successives des groupes de bobines  $a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ . Nous pourrons capturer le courant avec deux balais faisant entre eux l'angle  $\frac{\pi}{m}$ .

Désignons par  $E_o$  la force électromotrice maximum relative à la  $m^{\text{ème}}$  partie de l'induit dans lequel on supposerait établi le bobinage du paragraphe précédent, par  $r$  la résistance d'une bobine et par  $R$  la résistance extérieure. Nous avons, pour ainsi dire, avec le bobinage binaire, deux piles égales de résistance  $mnr$  et de force électromotrice  $E_o$  couplées en quantité sur la résistance extérieure  $R$ ; l'intensité du courant capté est, par conséquent

$$I = \frac{m E_o}{\frac{mn}{2} r + R} = \frac{2 m E_o}{mn r + 2R}.$$

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse d'une machine à quatre pôles et à huit bobines ( $m = n = 2$ ). Nous formerons (fig. 427)

les groupes  $a_1, a_2, a_3, a_4$ , par les jonctions 1 et 1', 2 et 2', 3 et 3', 4 et 4'. Les réunions des groupes  $a_4$  et  $a_1$ ,  $a_1$  et  $a_2$ ,  $a_2$  et  $a_3$ ,  $a_3$  et  $a_4$ , s'opèrent ensuite par les jonctions 4' et 1, 1' et 2, 2' et 3, 3' et 4. Nous pouvons unir chacune de ces jonctions à quatre touches consécutives  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  du collecteur, chacune de ces touches étant, d'autre part, réunie à celle qui lui est diamétralement opposée (ces jonctions entre les touches sont indiquées schéma-

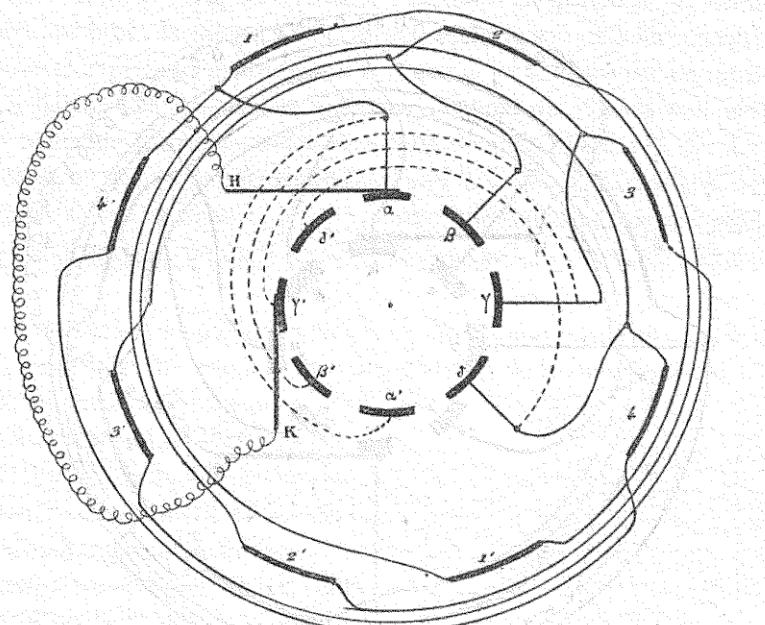


Fig. 427.

tiquement par les arcs pointillés allant de  $\alpha'$  vers  $\alpha$ , de  $\beta'$  vers  $\beta$ , de  $\gamma'$  vers  $\gamma$ , et de  $\delta'$  vers  $\delta$ ). La figure suppose l'induit orienté de manière que les pleins contacts des lames  $\alpha$  et  $\gamma'$  avec les balais rectangulaires  $H$  et  $K$  s'établissent au moment où les forces électromotrices des deux demi-circuits  $11'22'$  et  $33'44'$  prennent leurs valeurs maximum. Lorsque le balai  $H$  touchera à la fois les deux lames  $\alpha$  et  $\delta'$ , le groupe  $a_4$ , c'est-à-dire le couple de bobines 4 et 4', se trouvera fermé sur lui-même et mis hors circuit; au même instant le balai  $K$  touchera à la fois les deux lames  $\gamma'$  et  $\beta'$ , fermant sur lui-même le groupe  $a_1$  c'est-à-dire le couple de bobines

2 et 2'; en somme, la moitié de l'induit se trouve distraite du circuit au moment de chaque changement de contact; c'est là un inconvénient.

Dans le cas général où l'on aurait  $2m$  pôles et  $2mn$  bobines, chaque changement de contact mettrait hors du circuit  $2m$  bobines, soit  $\frac{1}{n}$  de l'induit, on rendrait cette fraction d'autant plus faible que l'on prendrait  $n$  plus grand; mais comme cette mise hors circuit

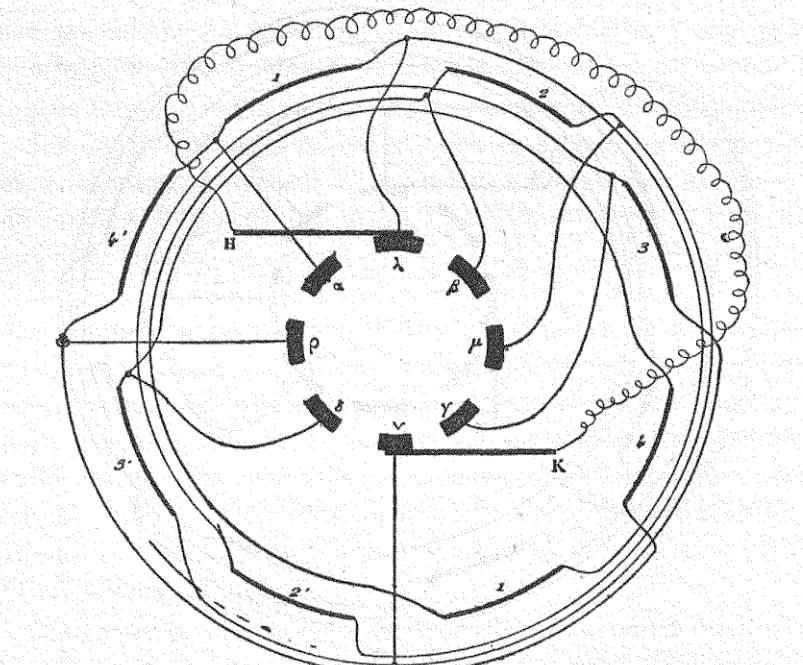


Fig. 129.

de  $2m$  bobines à la fois rend l'appareil défectueux, il faut rejeter ce système de connexions de l'induit et du collecteur. Le système suivant n'aura pas le même défaut.

Mettions respectivement les  $2mn$  boucles de jonctions successives de l'induit en communication avec les  $2mn$  touches successives du collecteur, sans établir aucune jonction permanente entre ces touches, et rendons les deux balais parallèles. Aux boucles de jonction qui précèdent les premières bobines des  $2n$  groupes  $\alpha$  correspondent  $m$  touches qui forment un polygone régulier con-

vexe ; si ces touches existaient seules, le fonctionnement de l'appareil présenterait le même défaut que précédemment, c'est-à-dire que la mise hors circuit se ferait sur deux groupes, soit sur  $2m$  bobines à la fois ; mais, comme entre deux de ces touches il y en a  $m - 1$  autres, correspondant aux boucles de jonction séparatrices des bobines d'un même groupe, un balai qui touche simultanément deux touches consécutives ne met hors circuit que la seule bobine comprise entre les boucles de jonction qui leur correspondent ; la même observation s'appliquant au balai opposé, chaque changement de contact ne met que deux bobines hors circuit.

La figure 128 indique ce nouveau système de connexions pour une machine à quatre pôles et à huit bobines ( $m = n = 2$ ). Les touches  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  correspondent aux boucles séparatrices des groupes  $\alpha$ , les touches  $\lambda, \mu, \nu, \rho$ , correspondent aux boucles séparatrices des deux bobines de chaque groupe.

**479. Bobinage en polygone étoilé.** — Le bobinage binaire que nous venons de décrire s'opère sur un nombre de bobines qui est un multiple du nombre des pôles ; les schémas correspondants présentent une dissymétrie inévitable.

On passe facilement de la notion de ce bobinage à celle du *bobinage en polygone étoilé* dont les schémas présentent, au contraire, une symétrie remarquable.

Considérons, par exemple, une machine à six pôles, c'est-à-dire actionnée par six champs magnétiques égaux et alternativement de sens inverses, que nous figurons par des petits cercles alternativement blancs et hachés (fig. 129). Divisons la circonference de l'anneau induit en 32 parties égales et faisons représenter schématiquement une bobine par chacun des points de division. En joignant les sommets de 11 en 11, par les cordes successives 1 — 12, 12 — 23, 23 — 2, 2 — 14, etc... nous formerons (11 étant premier avec 32), un polygone étoilé

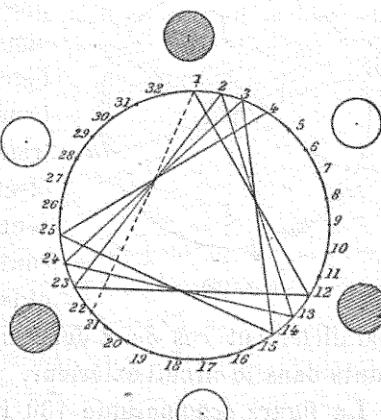


Fig. 129.

de 32 côtés, qui se fermera par la corde 22 — 1, indiquée en pointillé sur la figure.

Entre la corde de jonction 22 — 1, qui correspond à l'origine de la bobine 1, et la corde de jonction 23 — 2, qui correspond à l'extrême de la bobine 23, nous trouvons intercalées les trois bobines 4, 12, 23, formant un groupe triangulaire que nous désignerons par  $\alpha_1$ . Vient ensuite le groupe  $\alpha_2$ , composé des trois bobines 2, 13, 24 ; puis le groupe  $\alpha_3$ , composé des trois bobines 3, 14, 25, etc...

Au moment où l'un des balais sera en plein contact avec la touche correspondant à la corde 1 — 12, l'autre balai sera en plein contact avec la touche, diamétriquement opposée, correspondant à la corde 17 — 28. A droite de la corde des contacts, nous aurons le demi-circuit qui comprend les seize bobines 12, 23, 2, 13, 24, 3, 14, 25, 4, 15, 26, 5, 16, 27, 6, 17, tandis qu'à gauche de cette corde nous aurons le demi-circuit qui comprend les seize bobines 28, 7, 18, 29, 8, 19, 30, 9, 20, 31, 10, 21, 32, 11, 22, 1. On reconnaît

que deux bobines, diamétriquement opposées, sont toujours réparties sur ces deux demi-circuits ; or à ces deux bobines correspondent deux forces électromotrices égales et de signes contraires ; par conséquent les forces électromotrices des deux demi-circuits sont constamment égales et de signes contraires, ce qui est la condition requise pour coupler en dérivation ou

parallèlement ces deux demi-circuits et capter ensuite leurs courants dans le circuit extérieur.

La figure schématique 130 indique par trois traits simples les systèmes de bobines (2, 3, 4, 5, 6), (12, 13, 14, 15, 16, 17) et (23, 24, 25, 26, 27) qui se trouvent incorporées dans le demi-circuit de droite et, par trois traits hachés, les systèmes de bobines (7, 8, 9, 10, 11), (18, 19, 20, 21, 22), et (28, 29, 30, 31, 32, 1) qui se trouvent incorporés dans le demi-circuit de gauche ; elle met bien en relief la symétrie de ces deux demi-circuits relativement au centre de l'induit.

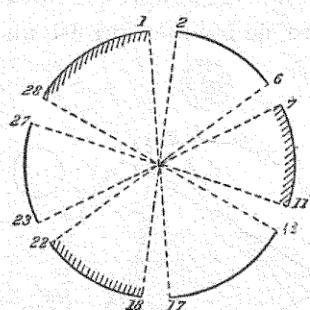


Fig. 130.

Les balais étant orientés de manière que la force électromotrice prenne dans chacun de ces demi-circuits sa valeur maximum  $E_o$ , au moment des pleins contacts avec les touches correspondant aux cordes 4-12 et 17-28, l'intensité du courant capté sera

$$I = \frac{E_o}{8r + R},$$

$r$  désignant la résistance d'une bobine et  $R$  la résistance extérieure.

Au moment où l'un des balais prendra contact avec les deux touches consécutives correspondant aux cordes 22-4 et 4-12, il mettra hors circuit la bobine 4 ; au même instant l'autre balai prendra contact avec les deux touches consécutives correspondant aux cordes 6-17 et 17-28, mettant hors circuit la bobine 17, symétrique de la précédente.

Ce système de bobinage peut s'appliquer à une machine à  $2m$  pôles,  $m$  étant un entier impair quelconque. Désignons par  $n$  l'entier impair qui représentera le nombre des divisions de l'arc sous-tendu par une corde de jonction ; il faut que le système de  $m$  cordes consécutives vienne aboutir à une division précédent ou suivant immédiatement celle d'où l'on est parti, en sorte que le nombre total  $2N$  des divisions de la circonférence doit être déterminé par la formule

$$2N = m n \pm 1.$$

Pour  $m = 3$  (machine à six pôles), on peut prendre  $n = 5$  avec  $2N = 14$  ou  $16$ ,  $n = 7$  avec  $2N = 20$  ou  $22$ ,  $n = 9$ , avec  $2N = 26$  ou  $28$ ,  $n = 11$  avec  $2N = 32$  ou  $34$ ,  $n = 17$  avec  $2N = 50$  ou  $52$ . Pour  $m = 5$  (machine à dix pôles), on peut prendre  $n = 11$  avec  $2N = 54$  ou  $56$ .

**180. Induits à disque.** — Les induits *annulaires*, en *tambour* et *polaires*, sont tous fondés sur la rotation d'une spire autour d'un axe situé dans son plan, en présence d'un champ magnétique dont les lignes de force sont perpendiculaires à l'axe de rotation. L'enroulement des spires de ces induits se fait toujours autour d'un noyau magnétique.

Les *induits à disque* ont pour but d'éviter l'emploi d'un noyau

de fer. La spire mobile *abcd* (fig. 131) tourne autour d'un axe *O*, perpendiculaire à son plan, dans un champ magnétique dont les lignes de force sont parallèles à cet axe. Si ce champ magnétique était uniforme, la spire serait traversée par un flux de force constant, en sorte qu'aucune force électromotrice ne serait développée en elle par suite de sa rotation ; il est indispensable, pour obtenir

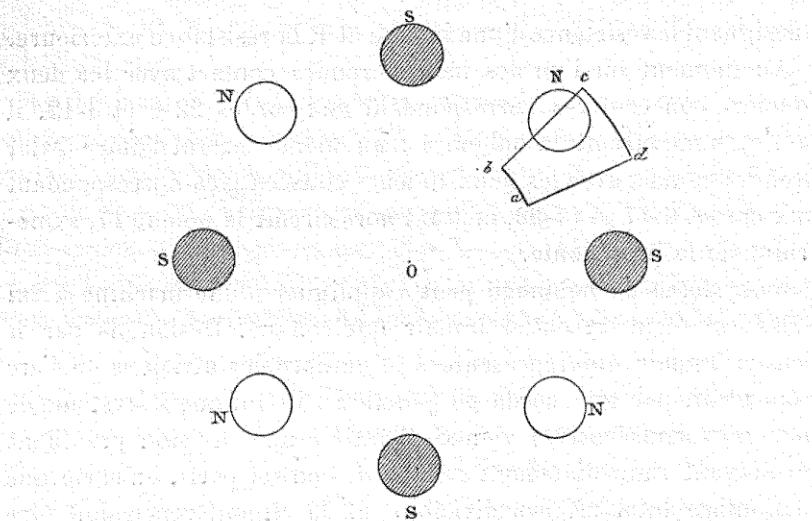


Fig. 131.

un effet utile, de recourir à un champ magnétique dont l'intensité varie périodiquement suivant les divers plans méridiens ; on fera donc couper successivement par le disque mobile les lignes de force qui créent deux couronnes de pôles alternativement nord et sud, situées l'une en arrière du disque (comme l'indique la figure), et l'autre en avant ; ces deux couronnes mettent en opposition des pôles de noms contraires. L'intensité du champ magnétique ainsi obtenu ne varie pas par voie continue dans les méridiens successifs, mais elle est soumise à la périodicité.

Pour établir la théorie des induits de ce genre, il conviendrait encore de recourir à l'hypothèse d'un champ magnétique continu, faisant traverser la spire mobile par le flux de force

$$\Omega = \Omega_0 \cos m\omega.$$

périodiquement variable avec l'angle de rotation  $\omega$  ; les formules

précédemment établies deviendraient ainsi applicables aux induits à disque.

La forme de la spire élémentaire *abcd* est évidemment arbitraire. Il est clair, d'ailleurs, que pour obtenir un engin puissant, on doit employer une série de spires, simples ou multiples, disposées régulièrement en forme de couronne et se recouvrant partiellement;

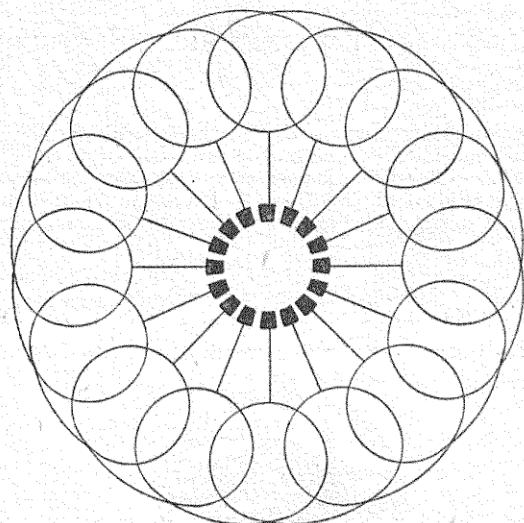


Fig. 132.

la figure 132 indique une disposition de ce genre réalisée au moyen de seize spires circulaires, reliées chacune à une touche de collecteur.

M. Desroziers a fait breveter un enroulement à disque dans lequel le fil, au lieu d'être enroulé en boucles, est disposé en zig-zag, en adoptant le principe du bobinage en polygone étoilé. Nous décrirons cette disposition dans le chapitre relatif à la description des machines.

## CHAPITRE II

### LE CIRCUIT MAGNÉTIQUE INDUCTEUR

Création du champ magnétique. — Etude expérimentale de l'aimantation temporaire. — Circuit magnétique. — Mesure du flux d'induction. — Inducteur bipolaire en fer à cheval. — Courbe du magnétisme. — Méthode de calcul du rapport des flux. — Circuit avec induit annulaire. — Excitation de l'inducteur. — Réaction de l'induit sur le champ magnétique. — Formes diverses des inducteurs.

**184. Création du champ magnétique.** — On a recours quelquefois à des aimants pour créer le champ magnétique inducteur.

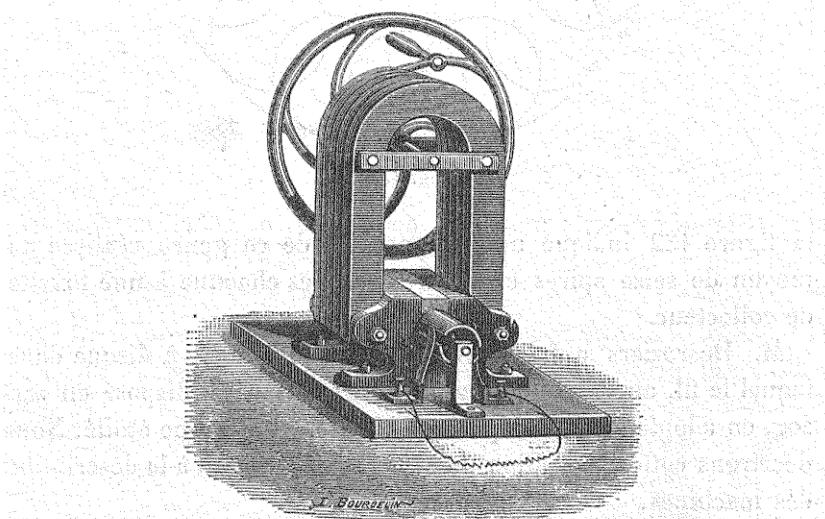


Fig. 433.

A l'origine, on employait exclusivement les aimants permanents d'acier, en forme de fer à cheval ; on les composait de lames courbées sur champ, à la forge, trempées et aimantées séparément, puis assemblées entre elles au moyen de boulons. La

figure 433 indique l'emploi d'un aimant de ce genre dans la première machine Siemens et Halske, construite en 1854 ; l'aimant

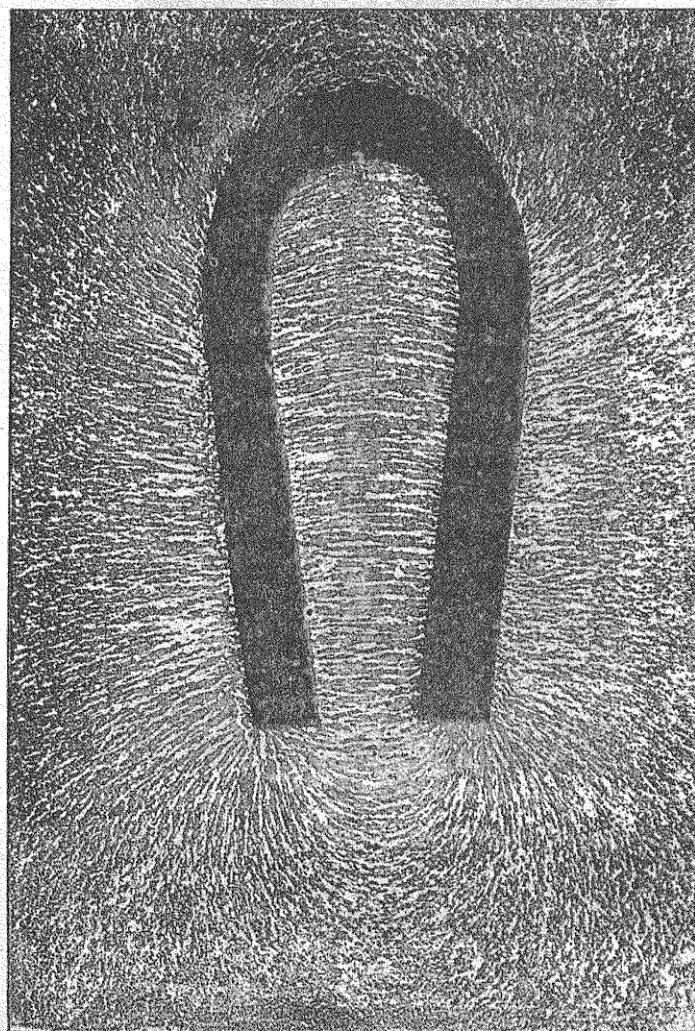


Fig. 434.

était muni de deux pièces polaires alésées de manière à entourer d'assez près la surface extérieure de l'induit.

La figure 434 représente le fantôme magnétique que l'on obtient en répandant de la limaille de fer sur une feuille de papier posée

sur l'aimant à plat. Les figures 435 et 436 représentent les fan-

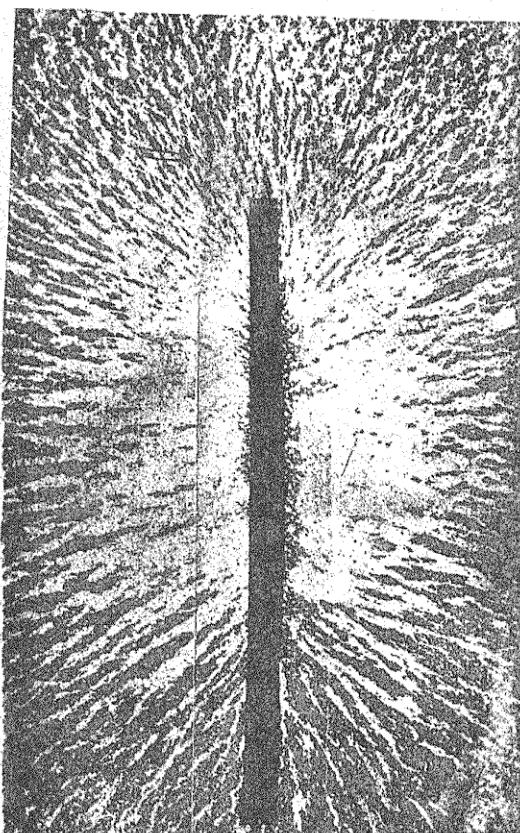


Fig. 435.

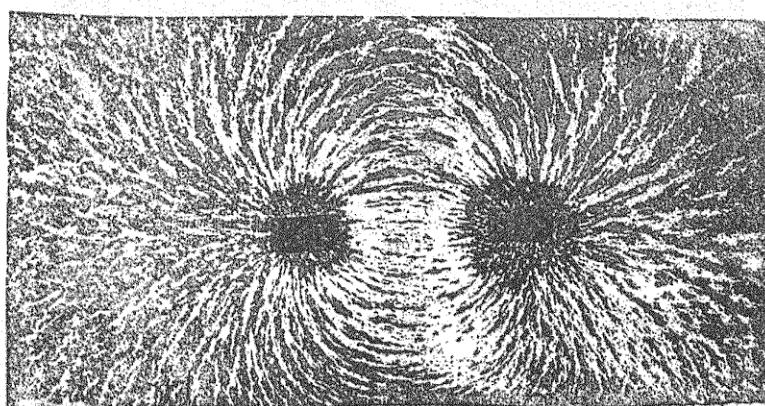


Fig. 436.

tômes obtenus en plaçant l'aimant d'abord sur champ, puis de-

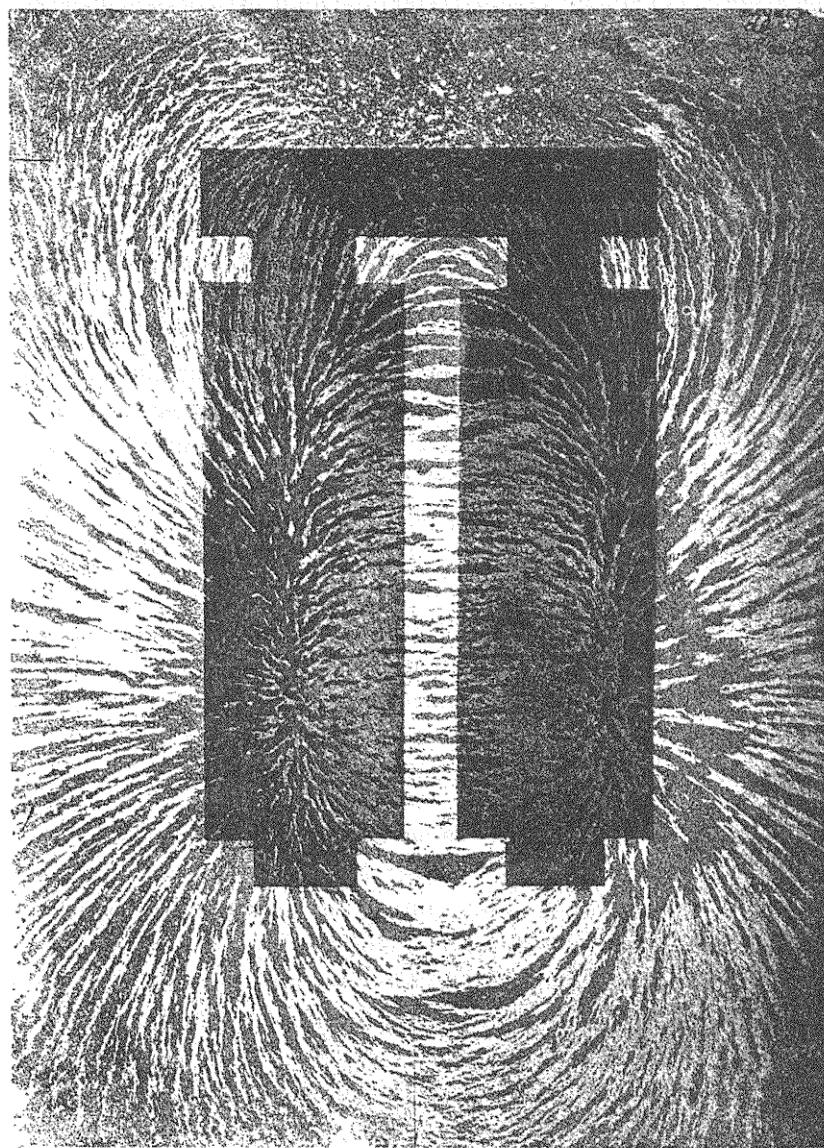


Fig. 137.

bout. Les lignes de force sont très nettement convergentes vers les régions polaires avoisinant les deux extrémités. On voit aussi

que des lignes de force s'échappent inutilement vers la partie supérieure de l'aimant ; Ladd a remarqué qu'il est possible d'éviter partiellement cette déperdition en courbant circulairement les deux branchies rectilignes. En 1873, M. Jamin a proposé d'employer des lames minces pliées sur plat à la main ; ce système a eu quelques années de vogue, mais il est aujourd'hui presque abandonné. M. Clémardot, ayant eu l'idée de soumettre l'acier à la compression avant de le forger, a découvert ainsi un procédé qui permet d'augmenter beaucoup la permanence de l'aimantation.

L'avantage des aimants permanents d'acier résulte de ce que leur aimantation se fait, pour ainsi dire, une fois pour toutes, sans exiger aucune dépense d'entretien. Mais comme l'acier est beaucoup moins magnétique que le fer doux, il faut recourir à des aimants d'acier très volumineux pour obtenir des effets puissants.

Bien que la mise en œuvre des aimants temporaires exige une dépense continue d'énergie électrique, leur emploi dans les machines est d'un usage constant, parce qu'ils peuvent fournir, sous de faibles volumes, des champs magnétiques intenses.

Les électro-aimants, surtout lorsqu'ils sont en fer doux, donnent une aimantation temporaire beaucoup plus intense que l'aimantation permanente de l'acier. La figure 137 représente un fantôme magnétique obtenu avec un électro-aimant ordinaire<sup>1</sup>.

**182. Etude expérimentale de l'aimantation temporaire.** — Ainsi que nous l'avons dit dans la première partie de cet ouvrage, les phénomènes de l'aimantation temporaire présentent une trop grande complication pour que la théorie de Poisson puisse être regardée comme suffisante. Il importe de compléter ici l'étude de ces phénomènes en indiquant les principaux résultats des recherches expérimentales faites jusqu'à ce jour.

Lorsqu'un cylindre de fer doux très allongé est placé dans un

<sup>1</sup> Voici le moyen très simple que j'emploie pour obtenir des figures exactes de spectres magnétiques. La limaille de fer est répandue sur la face sensible d'une feuille de papier au ferro-prussiate; lorsqu'elle a dessiné les lignes de force sous l'influence de l'aimant, on expose le spectre au soleil pendant quelques minutes; rejetant alors la limaille, on baigne la feuille de papier dans l'eau pour développer et fixer l'image.

champ magnétique uniforme, d'intensité  $H$ , de manière que son axe soit parallèle aux forces du champ, il s'aimante uniformément dans le sens de sa longueur (n° 36) et l'intensité  $I$  de cette aimantation temporaire est, d'après la théorie de Poisson, donnée par la formule :

$$I = kh,$$

dans laquelle  $k$  représente le *coefficient d'aimantation* du fer doux. Mais la simplicité de cette formule n'est qu'apparente, car le paramètre  $k$ , au lieu d'être une constante, est en réalité une fonction très compliquée de la force magnétisante  $H$  qui, dans le cas actuel, se confond avec l'intensité du champ magnétique.

Nous avons vu (n° 44) que la force portante d'un barreau aimanté, par centimètre carré de sa section droite, a pour valeur  $2\pi I^2$ . Pour la section droite  $S$  la force portante est

$$P = 2\pi I^2 S;$$

on en déduit

$$I = \sqrt{\frac{P}{2\pi S}};$$

de là un moyen simple pour mesurer l'intensité d'aimantation  $I$ . Il suffit de fixer à l'un des bouts du cylindre un poids que l'on fait croître jusqu'à ce que l'arrachement se produise ; ce poids  $P$  étant évalué en dynes<sup>4</sup> et la section droite  $S$  étant évaluée en centimètres carrés, la formule ci-dessus fera connaître l'intensité d'aimantation  $I$  en unités CGS.

La figure 138 représente, d'après le professeur Ewing, l'intensité d'aimantation en fonction de la force magnétisante pour divers fils de fer et d'acier.

On admet généralement que les métaux magnétiques sont susceptibles de *saturation*, c'est-à-dire que les courbes représentant  $I$  en fonction de  $H$  admettent chacune une asymptote horizontale. Les intensités d'aimantation correspondant à la saturation sont, en unités CGS, d'environ 1800 pour le fer (force portante de 20 kilo-

<sup>4</sup> Rappelons ici que la dyne est contenue 981 fois dans le gramme.

logrammes par centimètre carré), 1.250 pour la fonte et 500 pour le nickel.

Lenz, Müller, Weber, Frölich, Maxwell, Kapp et d'autres

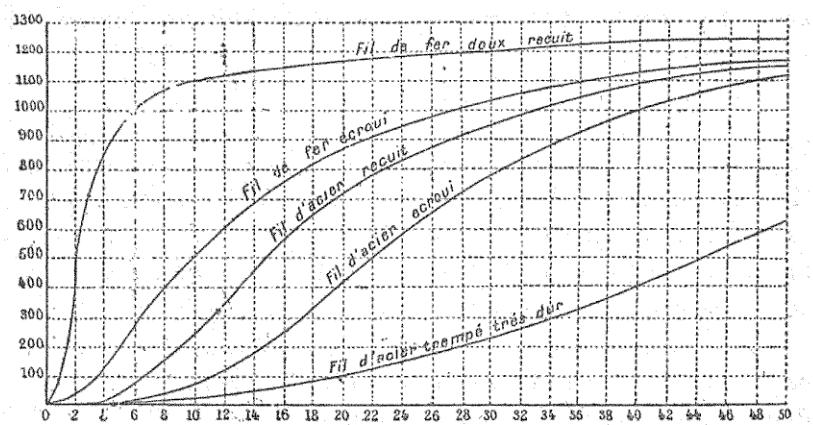


Fig. 138.

encore ont donné des formules empiriques pour exprimer  $I$  en fonction de  $H$ ; mais toutes ces formules sont trop compliquées

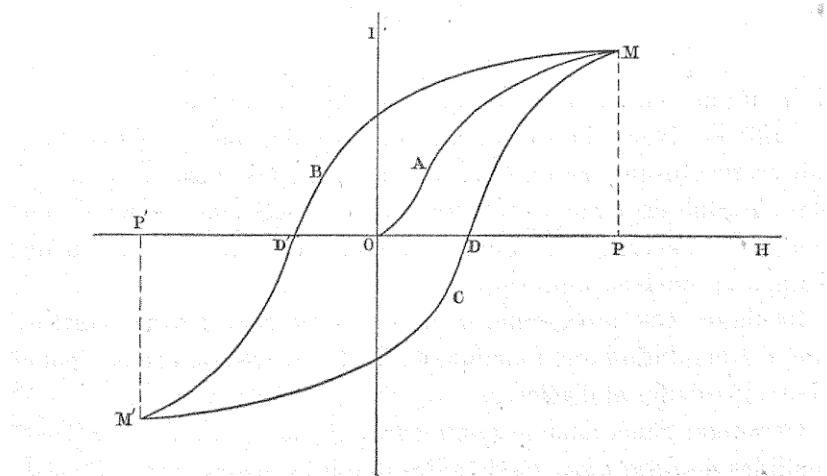


Fig. 139.

ou trop inexactes pour avoir une véritable valeur pratique, c'est pourquoi nous croyons inutile de les indiquer.

Prenons un barreau de fer *vierge*, c'est-à-dire n'ayant jamais été soumis à l'influence magnétique, et faisons agir sur lui une

force magnétisante  $H$  dont l'intensité croîtra depuis zéro jusqu'à  $O P$  (fig. 439); en portant en ordonnées les valeurs correspondantes de l'intensité d'aimantation  $I$ , nous obtiendrons une courbe telle que  $O A M$ . Faisons alors varier la force magnétisante depuis  $O P$  jusqu'à zéro, puis, en la changeant de sens, depuis zéro jusqu'à  $O P' = O P$ ; au lieu d'obtenir un parcours inverse de la courbe  $O A M$ , nous obtiendrons une nouvelle courbe  $M B M'$ , n'ayant aucune partie commune avec la précédente. Faisons croître à nouveau la force magnétisante depuis  $O P'$  jusqu'à  $O P$ ; nous obtiendrons une nouvelle courbe  $M' C M$ , à peu près symétrique de  $M B M'$  relativement au point  $O$ . Si l'on recommençait à faire varier  $H$  de  $O P$  à  $O P'$ , puis de  $O P'$  à  $O P$ , on reproduirait le cycle  $M B M' C M$ . La courbe  $O A M$ , correspondant à l'état vierge du fer, n'a donc été, pour ainsi dire, qu'éphémère; c'est le cycle  $M B M' C M$ , susceptible d'être reproduit indéfiniment, qui doit être considéré dans la pratique. On voit que, pour une même valeur de l'abscisse  $H$ , l'ordonnée correspondant à la courbe  $M' B M$  parcourue pendant la période de décroissance de la force magnétisante est plus grande que l'ordonnée correspondant à la courbe  $M C M'$  parcourue pendant la période de croissance; ce phénomène, dont il faut attribuer la cause à la force coercitive ou à la rémanence du magnétisme, a été désigné par le professeur Ewing sous le nom d'*hystéresis* (du grec ὑστέρειν, rester en arrière). Comme le cycle  $M B M' C M$  ne passe pas par l'origine des coordonnées, la désaimantation complète du barreau de fer ne se produit pas au moment où  $H$  s'annule. L'aimantation s'annule lorsque  $H$  prend la valeur  $O D$  ou  $O D'$ , à laquelle M. Hopkinson a donné spécialement le nom de *force coercitive*; l'état du barreau diffère d'ailleurs à ce moment de celui qu'il possédait à l'état vierge, car il prend plus facilement une aimantation de signe contraire à celle qu'il vient de perdre qu'une aimantation de même signe. Il faudrait chauffer le barreau au rouge pour faire disparaître l'empreinte de son aimantation antérieure et le ramener à l'état vierge.

Si, après avoir fait varier  $H$  entre les limites  $O P$  et  $O P'$  (fig. 440), on adoptait des limites de variation plus étendues  $O Q$  et  $O Q'$ , on obtiendrait un nouveau cycle, enveloppant le précédent.

Pour une valeur quelconque de  $H$  comprise entre  $O P$  et  $O P'$ , chacun des deux cycles donne deux valeurs de  $I$ ; il est à remarquer que la demi-somme de ces deux valeurs est sensiblement la même pour chacun des deux cycles; c'est cette *valeur moyenne* de  $I$  que l'on emploie généralement dans les calculs pratiques, pour lesquels il n'est pas nécessaire de mettre en cause l'hystérisis.

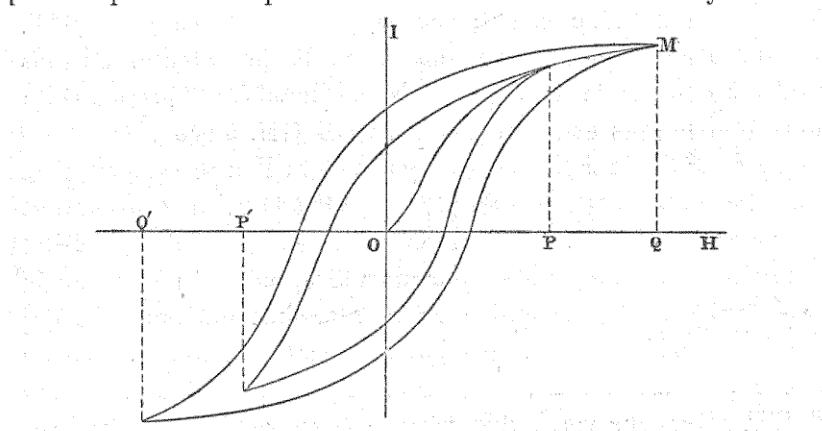


Fig. 140.

Nous avons démontré (n° 34) que l'énergie potentielle d'un aimant temporaire à un instant quelconque est égale à la moitié de son énergie relative dans le champ magnétique influençant. À l'instant  $t$ , l'intensité du champ magnétique ou force magnétisante agissant sur le barreau de fer doux a une valeur déterminée  $H$ , et l'intensité d'aimantation a une valeur correspondante  $I$ ; si l'on désigne par  $U$  le volume du barreau, son énergie relative a pour valeur

$$W = -UHI$$

A l'instant  $t + dt$ , cette énergie relative devient

$$W + dW = -UHI - U(IdH + HdI);$$

il en résulte que l'énergie potentielle du barreau aimanté subit, pendant le temps  $dt$  la variation

$$\Delta W = -\frac{1}{2}U(IdH + HdI),$$

à laquelle correspond une dépense de travail. Dans la figure 141,

supposée construite en prenant le centimètre pour représenter, en abscisse, la dyne et, en ordonnée, l'unité CGS d'intensité d'aimantation, la somme des aires des deux rectangles élémentaires ombrés est numériquement égale au binôme

$$IdH + HdI.$$

Le parcours du cycle fermé compris entre les abscisses  $oP$  et  $oP'$  occasionne donc, pour chaque centimètre cube du barreau, une perte d'énergie égale à autant d'ergs qu'il y a de centimètres carrés

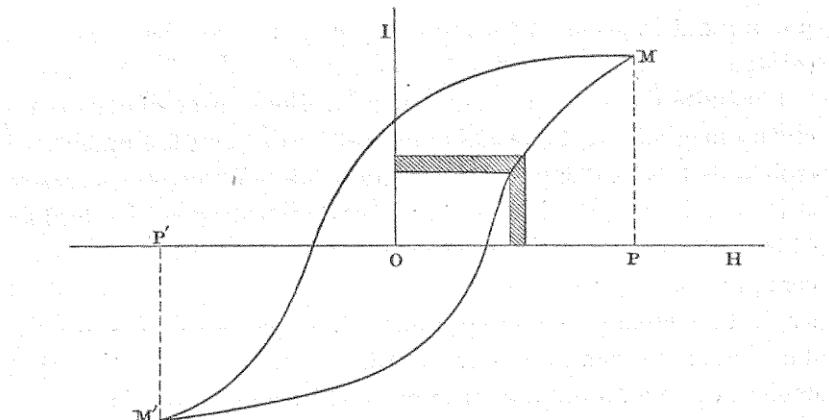


Fig. 141.

dans l'aire circonscrite par ce cycle. Cette perte d'énergie due à l'hystérésis se manifeste par un échauffement du barreau.

M. J. Hopkinson a trouvé que, pour un cycle compris entre les abscisses — 240 et + 240 dynes, l'énergie perdue par centimètre cube est d'environ 10,000 ergs (environ  $\frac{1}{40,000}$  de kilogrammètre). En admettant 0,86 pour capacité calorifique d'un centimètre cube de fer doux, l'élévation de température produite sur cette unité de volume par la transformation de 10,000 ergs en chaleur est, en degré centigrade,

$$\frac{10,000}{0,86 \times 4,17 \times 10^7} = 0,00027.$$

L'influence de la température sur l'aimantation du fer et de ses dérivés, fonte et acier, est peu sensible jusqu'aux environs de 300 degrés centigrades. À mesure que la température s'élève davantage,

le pouvoir magnétique va en diminuant d'une manière continue ; la faculté d'aimantation disparaît complètement à 800 degrés pour le fer doux, et à 700 degrés pour l'acier.

Lorsqu'un barreau très allongé est placé dans un champ uniforme d'intensité  $H$ , qui l'aimante uniformément dans le sens de son axe, l'*induction* (force magnétique observable au centre d'une cavité en forme de disque mince à l'intérieur de ce barreau) a pour valeur

$$B = H + 4\pi I = (1 + 4\pi k)H = \mu H,$$

$\mu$  désignant la *perméabilité magnétique* de la substance du barreau (n° 38).

Il résulte d'expériences faites par M. Hopkinson que dans un champ magnétique d'une faible intensité d'environ 0,3 unité CGS (soit une fois et demie l'intensité horizontale du champ terrestre à Paris), la perméabilité du fer doux croît depuis 500 jusqu'à 11 000, à mesure que la température s'élève jusqu'à 775 degrés centigrades, pour tomber ensuite brusquement à 4. Mais s'il s'agit d'un champ magnétique intense, la perméabilité  $\mu$  décroît d'une manière continue à mesure que la température s'élève et devient égale à l'unité aux environs de 800 degrés centigrades.

**183. Circuit magnétique.** — Supposons que, pour aimanter le barreau de fer doux parallèlement à son axe, nous le plions à l'intérieur d'un long cylindre électromagnétique, présentant  $n_1$  spires par unité de longueur et parcouru par un courant d'intensité  $I$ <sup>1</sup>. L'intensité du champ magnétique ou de la force magnétisante aura pour valeur (n° 86)

$$H = 4\pi n_1 I$$

et l'induction totale à l'intérieur du barreau sera

$$B = \mu H = 4\pi \mu n_1 I.$$

Cela posé, désignons  
par  $S$  la section droite du barreau,  
par  $l$  sa longueur

<sup>1</sup> Cette intensité  $I$  est supposée évaluée en unités CGS électromagnétiques, c'est-à-dire en unités valant 10 ampères.

et par  $n = n_1 l$  le nombre des spires qui correspondent à la longueur du barreau.

Le flux d'induction correspondant à la section droite S sera donné par la formule

$$Q = BS = 4\pi \frac{\mu S}{l} nl.$$

Cette relation peut s'écrire sous la forme

$$4\pi nlI = \frac{l}{\mu S} Q.$$

Si l'on regardait Q comme l'intensité d'un courant électrique et  $\frac{l}{\mu S}$  comme la résistance spécifique d'un conducteur, le premier membre  $4\pi nlI$  devrait être, en vertu de la loi d'Ohm, regardé comme une force électromotrice. Partant de cette observation, les praticiens ont eu l'idée d'assimiler le barreau de fer doux à un tronçon de circuit magnétique, et, par suite, à regarder  $\frac{l}{\mu S}$  comme une résistance magnétique et  $4\pi nlI$  comme une force magnétomotrice. Moyennant ces conventions, la formule ci-dessus conduit au théorème suivant :

*La force magnétomotrice est égale au produit de la résistance magnétique du barreau par le flux d'induction correspondant à sa section droite.*

Considérons maintenant un anneau de fer doux autour duquel est enroulé un tore électromagnétique, en supposant le rayon r de la section droite de l'anneau négligeable comparativement au rayon R de sa circonférence équatoriale. Nous obtiendrons une aimantation solénoïdale, sans action à l'extérieur (n° 86), et nous aurons, comme dans le cas du barreau,

$$4\pi nlI = \frac{l}{\mu S} Q,$$

n désignant le nombre total des spires,

I l'intensité du courant électrique qui les parcourt,

l la longueur de la circonférence équatoriale de l'anneau,

S sa section droite

et Q le flux d'induction correspondant à cette section.

En assimilant l'anneau à un circuit fermé, nous pourrons dire

que la force magnéto-motrice est égale au produit de la résistance magnétique du circuit par le flux d'induction correspondant à sa section droite.

Si le noyau annulaire de fer doux n'est recouvert de spires que

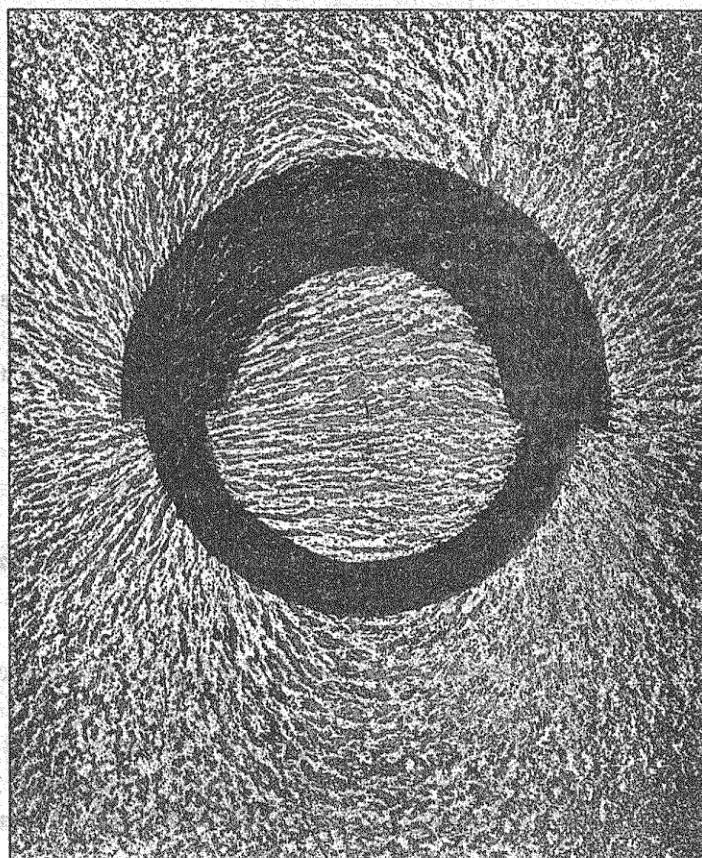


Fig. 142.

sur une partie de sa surface, son aimantation n'est plus, comme dans le cas précédent, inactive à l'extérieur. La figure 142 représente le fantôme magnétique obtenu en répandant la limaille de fer sur une feuille de papier posée sur l'aimant à plat. On voit que les régions avoisinant les spires extrêmes servent de départ et d'arrivée à des lignes de force. On peut admettre que le flux d'induc-

tion à l'intérieur de l'anneau varie brusquement dans chacune des sections droites qui marquent les limites de l'enroulement des spires. Désignons par  $Q$  le flux d'induction correspondant à la partie de longueur  $l$  sur laquelle sont placées les spires et par  $Q'$  le flux correspondant au reste de l'anneau, sur la longueur  $l'$ . En vertu du principe de la conservation du flux d'induction (n° 30), on a

$$Q = Q' + Q'',$$

$Q''$  désignant le flux de force qui s'échappe dans l'air vers l'une ou l'autre des sections limites de l'enroulement des spires. Supposons qu'une masse magnétique égale à l'unité parte d'un point quelconque de la circonférence équatoriale moyenne de l'anneau, décrive cette circonférence et revienne à son point de départ; le travail de la force

$$\frac{1}{\mu} \frac{Q}{S}$$

engendrée par le courant électrique pendant le parcours de la longueur  $l$  sera

$$\frac{l}{\mu} \frac{Q}{S}$$

et le travail de la force

$$\frac{1}{\mu'} \frac{Q'}{S},$$

également engendrée par le courant électrique, pendant le parcours de la longueur  $l'$ , sera analogiquement

$$\frac{l'}{\mu'} \frac{Q'}{S};$$

le travail total, somme de ces deux travaux partiels, est égal, en valeur absolue, à la variation subie par le potentiel électromagnétique relatif au point mobile; or, cette variation totale résulte exclusivement de la traversée des  $n$  spires enroulées, chacune d'elles produisant la variation  $4\pi I$ ; nous avons donc

$$4\pi nI = \frac{l}{\mu S} Q + \frac{l'}{\mu' S} Q'.$$

Par conséquent, *la force magnétomotrice est égale à la somme*

*des produits obtenus en multipliant la résistance magnétique de chaque partie du circuit par le flux d'induction correspondant.*

Il ne faut pas attribuer à ce théorème une rigueur mathématique, puisque, pour l'établir, nous avons supposé, d'une part, que

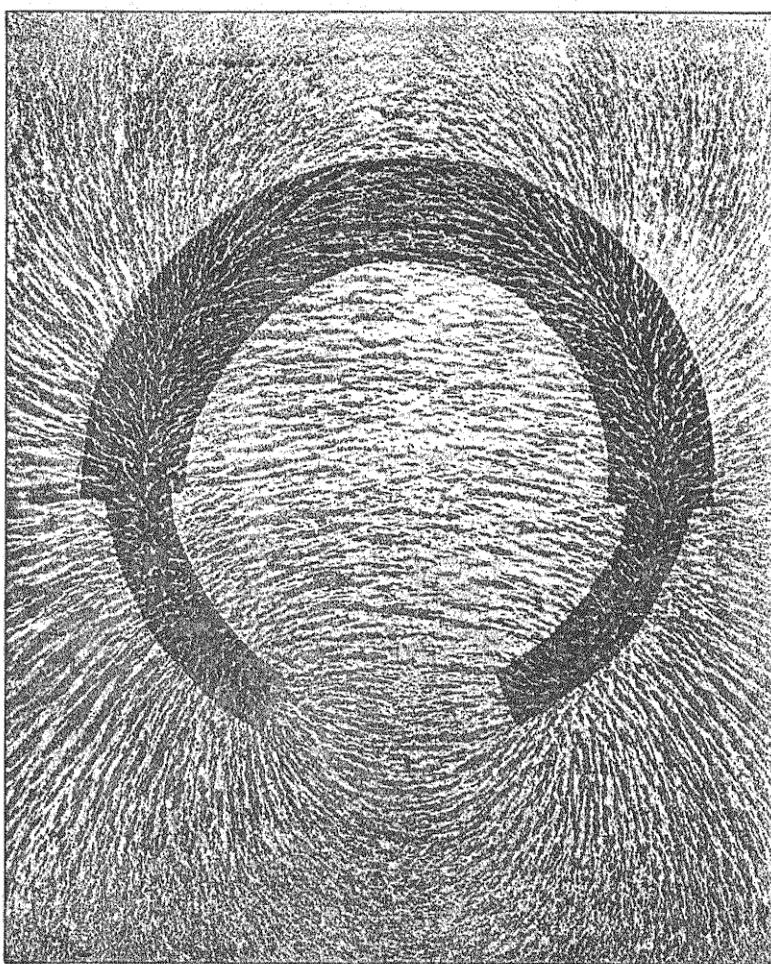


Fig. 143.

les échappées des lignes de force extérieures se font brusquement suivant les deux sections limites de l'enroulement, et, d'autre part, que, suivant la circonference équatoriale moyenne, le courant électrique produit une ligne de force toujours tangente à cette ligne,

avec une intensité constante suivant la longueur  $l$  et une autre intensité constante suivant la longueur  $l'$ . L'exactitude du théorème dont il s'agit n'est évidemment qu'approximative.

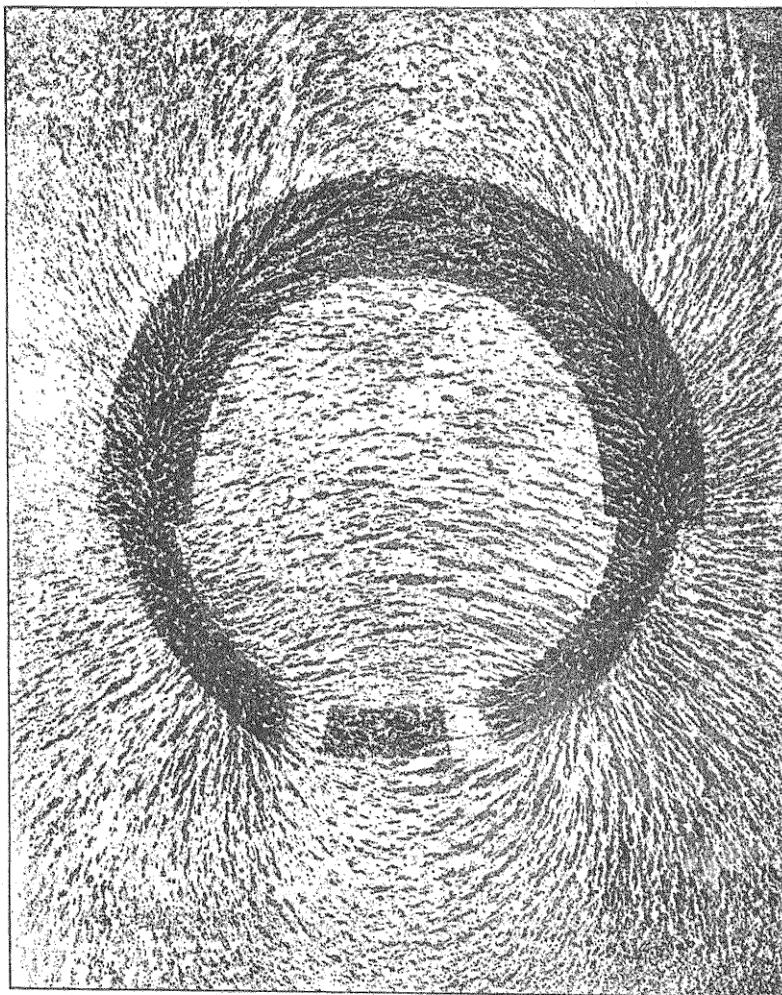


Fig. 144.

On peut énoncer un théorème analogue si l'anneau, au lieu d'être enier, présente une solution de continuité, comme l'indique la figure 143. Désignons par  $l$  la longueur correspondant aux spires, par  $l'$  la longueur de chacune des parties non recouvertes

et par  $l''$  la longueur de la partie enlevée; admettons, en outre, que dans l'espace vide ou *entrefer* les directions des lignes de force restent sensiblement les mêmes qu'en supposant le plein rétabli; nous pouvons écrire

$$4\pi nl = \frac{l}{\mu S} Q + \frac{2l'}{\mu' S} Q' + \frac{l''}{S} Q''$$

De même, pour l'anneau brisé représenté par la figure 144, on aurait

$$4\pi nl = \frac{l}{\mu S} Q + \frac{2l'}{\mu' S} Q' + \frac{2l''}{S} Q'' + \frac{l'''}{\mu''' S} Q'''.$$

Chacune de ces formules est établie en remarquant que pour les entrefers, c'est-à-dire dans l'air, on a  $\mu = 1$ .

**184. Mesure du flux d'induction.** — Considérons le système constitué par un cylindre électromagnétique et un barreau de fer doux. Si ce cylindre est directement enroulé sur le barreau, plâsons le système à l'intérieur d'une bobine cylindrique de  $m$  spires, moins longue que le barreau et correspondant à son milieu; dans le cas contraire, c'est-à-dire si le rayon du cylindre électromagnétique est plus grand que celui du barreau, enroulons directement la bobine de  $m$  spires sur le barreau lui-même. Dans l'une et dans l'autre hypothèse, le flux total traversant une spire de la bobine sera égal au flux d'induction  $Q$  du barreau et, par conséquent, le flux total traversant les  $m$  spires sera égal à  $mQ$ . Mettons la bobine en circuit avec un galvanomètre balistique.

Cela posé, renversons brusquement le sens du courant  $I$  qui traverse les spires du cylindre électromagnétique; la variation  $2mQ$  du flux de force traversant les  $m$  spires de la bobine produira un courant induit de courte durée et la quantité d'électricité induite mise en mouvement (n° 97) aura pour valeur

$$\frac{2mQ}{R},$$

$R$  désignant la résistance de la bobine et du circuit dans lequel elle est incorporée. Comme cette quantité d'électricité s'écoule sous la forme d'une décharge instantanée, nous la déterminerons au moyen de l'angle d'élargissement du galvanomètre balistique (n° 122) et nous en déduirons la valeur de  $Q$ .

Cette méthode de mesure directe du flux d'induction peut évidemment s'appliquer à une partie quelconque d'un circuit magnétique ; elle permet par conséquent, d'obtenir les valeurs des flux  $Q$ ,  $Q'$ ,  $Q''$ , etc., correspondant aux diverses sections droites, en faisant  $m = 4$ , c'est-à-dire, en donnant une seule spire à la bobine d'exploration.

**185. Inducteur bipolaire en fer à cheval.** — Un électro-aimant en fer à cheval composé d'une culasse A, de deux noyaux B, entourés de fils et de deux pièces polaires C, peut constituer un inducteur bipolaire (fig. 145).

L'induit (soit un induit à tambour pour fixer les idées) doit être placé entre les deux pièces polaires, dont les abouts sont alésés de manière à osculer d'assez près sa surface cylindrique.

L'électro-aimant et l'aôme D de l'induit forment un circuit magnétique analogue aux circuits annulaires que nous avons précédemment étudiés ; les vides prismatiques arqués compris entre les pièces polaires et l'aôme de l'induit constituent les *entrefer's* dont la perméabilité magnétique est égale à l'unité.

Le flux d'induction, engendré par le courant excitateur traversant les spires, passe en grande partie dans le métal magnétique, en donnant des lignes de force dont les directions moyennes sont à peu près celles des tangentes à la ligne pointillée que nous avons tracée sur la figure. Il est clair, d'ailleurs, qu'une partie de ce flux d'induction doit s'échapper, au dehors du circuit magnétique, par des dérivations plus ou moins complexes qui se produisent surtout dans la région des entrefers.

Désignons par  $n$  le nombre total des spires excitatrices entourant les deux noyaux de l'électro-aimant et par  $I$  l'intensité, exprimée en ampères, du courant électrique qui traverse ces spires. La force magnétomotrice (exprimée en unités CGS électromagnétiques) aura pour valeur

$$4\pi n I \cdot 10^{-4}$$

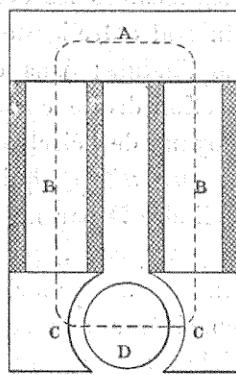


Fig. 145.

et nous aurons

$$4\pi nI \times 10^{-4} = \sum \frac{Ql}{\mu S},$$

la somme indiquée dans le second membre étant supposée faite pour les diverses parties distinctes du circuit magnétique.

On peut, à titre de première approximation, regarder comme négligeables les dérivations de flux autres que celles qui se produisent entre les deux épanouissements polaires, autour du noyau de l'induit ; dans cette hypothèse, le *flux total* qui traverse la section droite correspondant au milieu de la longueur d'un des noyaux de l'électro-aimant est la somme de deux parties, savoir, le *flux utile*  $Q$ , qui traverse la section rectangulaire faite dans le cylindre  $D$  par un plan passant par son axe et normal à  $CC$ , et le *flux perdu*, que l'on peut représenter par  $(v-1)Q$ ,  $v$  désignant un facteur numérique plus grand que l'unité. Nous avons donc à considérer le flux total  $vQ$ , applicable à toutes les parties de l'électro-aimant (noyaux, armatures et pièces polaires) et le flux utile  $Q$ , applicable aux entrefers et à l'induit. Le rapport  $v$  du flux total aux flux utile peut être déterminé par la méthode indiquée au paragraphe précédent, en mesurant, au moyen d'une spire exploratrice et d'un galvanomètre balistique, le flux total autour du milieu de la longueur d'un des noyaux et le flux utile autour de la section ci-dessus définie du noyau cylindrique  $D$  ; ce rapport se déduira facilement des deux elongations données par le galvanomètre.

En développant la valeur de la force magnéto-motrice, nous aurons

$$4\pi nI \times 10^{-4} = \left[ \frac{l_a}{\mu_a S_a} + 2 \frac{l_b}{\mu_b S_b} + 2 \frac{l_c}{\mu_c S_c} \right] vQ + \left[ 2 \frac{l}{S} + \frac{l_d}{\mu_d S_d} \right] Q.$$

$l_a, S_a, \mu_a$  désignent la longueur moyenne des lignes de force, la section droite et la perméabilité magnétique de la culasse A. Les indices  $b, c, d$  caractérisent les quantités analogues pour l'un des noyaux B, l'une des pièces polaires C et le noyau D. Les lettres sans indice  $l$  et  $S$  désignent le longeur moyenne des lignes de

force et la section droite pour l'un des entrefers, la perméabilité magnétique correspondante étant égale à l'unité.

#### 186. Courbe du magnétisme. — Les formules

Il résulte de l'équation  $\mu = 1 + 4\pi k H$  que  $(1 + 4\pi k) H = B$ , et ce fait, établi expérimentalement, que le coefficient d'aimantation  $k$  est une fonction de la force magnétisante  $H$ , montre que  $\mu$  peut être considéré pour chaque métal magnétique, comme une fonction de l'induction  $B$ . Il est important de connaître, pour chacune des pièces A, B, C, D, qui font partie intégrante du circuit magnétique, la courbe indiquant la perméabilité en fonction de l'induction : on y arrive au moyen d'expériences préalablement faites sur des échantillons des métaux (fer, fonte ou acier) employés.

Cela posé, attribuons au flux utile  $Q$  une valeur quelconque ; nous en déduirons les valeurs de l'induction  $B$  pour les diverses pièces du circuit magnétique par les formules

$$B_a = \frac{\nu Q}{S_a}, B_b = \frac{\nu Q}{S_b}, B_c = \frac{\nu Q}{S_c}, B_d = \frac{Q}{S_d},$$

et les courbes de perméabilité nous donneront les valeurs correspondantes de  $\mu_a, \mu_b, \mu_c, \mu_d$ . Le second membre de l'équation relative à la force magnétomotrice se trouve ainsi complètement déterminé ; nous pouvons donc calculer la valeur de cette force magnétomotrice.

Opérons ainsi pour une série de valeurs de  $Q$ , que nous prendrons comme ordonnées d'une courbe ; nous calculerons les valeurs correspondantes de  $4\pi nI \times 10^{-4}$ , que nous prendrons comme abscisses. Nous construirons ainsi la *courbe du magnétisme ou caractéristique magnétique* de la machine ; cette courbe donnera la valeur du flux utile  $Q$  pour une valeur quelconque de l'intensité  $I$ , ou des ampères-tours  $nI$ , ou de la force magnétique  $4\pi nI \times 10^{-4}$ .

Il est à remarquer que la détermination du coefficient  $\nu$  exige seule l'existence du circuit magnétique. Si ce coefficient était

connu, les dessins de ce circuit et la possession des échantillons des métaux à employer suffiraient pour rendre possible la construction de la courbe du magnétisme.

**187. Méthode de calcul du rapport des flux.** — M. Forbes a imaginé une méthode empirique originale pour calculer le coefficient  $\nu$  d'après les dessins du circuit magnétique, sans qu'il soit nécessaire de construire ce circuit.

Un flux de force magnétique qui s'échappe dans l'air par une partie quelconque de la surface du circuit peut être assimilé à une dérivation magnétique. Le tube de force correspondant vient aboutir soit à la surface du noyau induit, soit à une des pièces de l'inducteur; dans le premier cas, c'est un *flux utile*, puisqu'il sera coupé par les spires de l'induit; dans le second cas, c'est un *flux perdu*.

On a identiquement

$$\nu = 1 + \frac{\text{Somme des flux perdus}}{\text{Somme des flux utiles}}.$$

Le rapport des deux sommes de flux qui figure dans le second membre est remplacé par celui des sommes des *conductibilités magnétiques* (inverses des résistances magnétiques) des espaces d'air traversés par les divers flux. Comme la perméabilité de l'air est égale à l'unité, ces conductibilités ne dépendent que des formes géométriques des tubes de force correspondant aux divers flux. On pourrait les calculer et, par conséquent, déterminer  $\nu$ , si l'on connaissait les formes des lignes de force, utiles ou perdues, qui s'échappent dans l'air.

Il n'est pas impossible, par intuition et surtout avec l'acquis d'une grande pratique, de juger, d'après le dessin du circuit, qu'il existe une dérivation allant de telle surface partielle à telle autre, de déterminer, en un mot, la répartition des diverses dérivations utiles ou perdues. Mais, pour chacune de ces dérivations, on ignore quelle est rigoureusement la marche des lignes de force dans l'air; l'intuition et l'habitude doivent donc intervenir à nouveau pour créer une hypothèse attribuant à ces lignes des formes géométriques *probablement à peu près analogues* aux formes

réelles. Voici par exemple, pour les cas les plus simples, les hypothèses faites par M. Forbes :

1° Entre deux surfaces métalliques parallèles et de sections peu différentes  $S_1$  et  $S_2$ , distantes de la longueur  $d$ , on a

$$\frac{1}{R_m} = \frac{S_1 + S_2}{2d};$$

2° Entre deux surfaces rectangulaires égales, situées dans un même plan, voisines l'une de l'autre et placées de manière que deux côtés opposés de l'une d'elles soient en prolongement des deux côtés opposés homologues de l'autre, les lignes de force sont des demi-circonférences ayant leurs centres sur l'axe de symétrie du système des deux surfaces ;

3° Si les deux surfaces rectangulaires, disposées comme ci-dessus, sont assez éloignées l'une de l'autre, les lignes de force (au lieu d'être des demi-circonférences) sont des quarts de rond raccordés par des tangentes communes.

Nous avons cru utile d'indiquer cette méthode et nous nous abstiendrons de la critiquer, parce qu'elle a trouvé des admirateurs et des adeptes; mais si, en l'appliquant, on arrive à une valeur de  $\nu$  sensiblement exacte, c'est que l'on n'aura certainement pas été desservi par le hasard.

488. Circuit avec induit annulaire. — La formule exprimant la force magnétomotrice au moyen d'une somme de produits de flux par des résistances magnétiques reste applicable si l'âme de l'induit est un anneau cylindrique au lieu d'être un cylindre plein.

La figure 146 indique la distribution des lignes de force entre les deux pièces polaires; le flux d'induction intérieur à l'anneau se répartit en parties égales entre ses deux moitiés. La résistance magnétique de l'anneau est égale à la moitié de celle du demi-anneau.

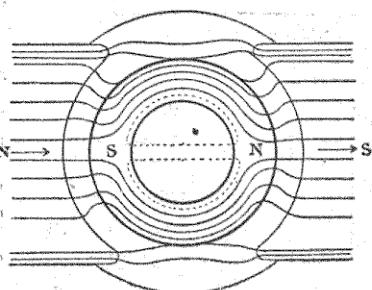


Fig. 146.

**189. Excitation de l'inducteur.** — Le courant électrique par lequel on fait parcourir le fil des électro-aimants inducteurs peut être fourni par une source d'électricité indépendante de la dynamo elle-même. On dit alors que l'excitation de l'inducteur est *indépendante*. Il en est toujours ainsi pour l'inducteur d'une machine à courants alternatifs.

Pour les dynamos à courants continus, on a généralement recours à l'*auto-excitation*, c'est-à-dire que le courant lancé dans le fil de l'inducteur est emprunté à la machine elle-même. La machine s'amorce seule parce que les noyaux inducteurs, du mo-

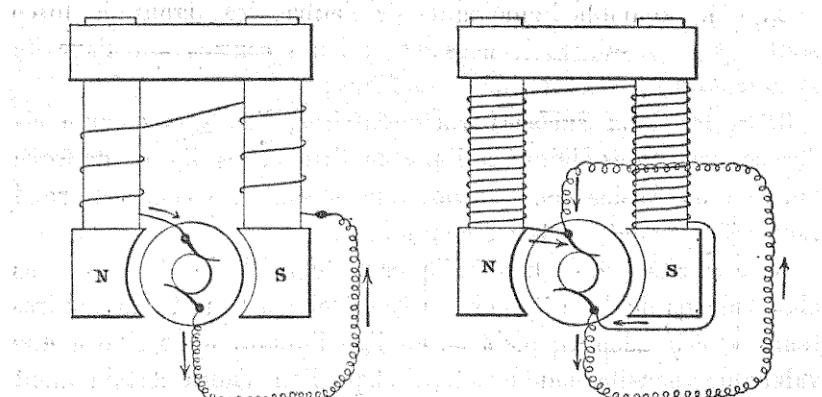
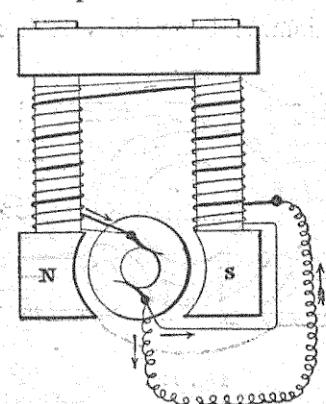


Fig. 147.

Fig. 148.

ment qu'ils ont été aimantés antérieurement par un moyen quelconque, conservent toujours un peu de magnétisme rémanent.



L'auto-excitation peut être faite *en série*, c'est-à-dire en faisant passer dans le fil de l'électro-aimant la totalité du courant de la machine; cette disposition est indiquée par la figure 147, dans laquelle l'induit est représenté principalement par son collecteur.

Elle peut aussi être faite *en dérivation* (fig. 148), c'est-à-dire en n'envoyant au fil de l'inducteur qu'une partie du courant de la machine.

Elle peut enfin être faite à la fois en série et en dérivation, comme l'indique la figure 149; on l'appelle alors excitation *compound*. Ce système de double enroulement peut être, comme nous le verrons plus loin, combiné de manière à maintenir sensiblement constantes, pour une vitesse de rotation déterminée de l'induit, soit l'intensité du courant extérieurement utilisable, soit la différence de potentiel entre les deux bornes de la machine, malgré des variations importantes de la résistance extérieure.

**190. Réaction de l'induit sur le champ magnétique.** — L'induit, alors surtout que ses spires sont enroulées sur un noyau de fer, exerce sur le champ magnétique inducteur une réaction dont il y a lieu de tenir compte pour l'étude des machines.

Considérons une âme annulaire munie d'un enroulement sans fin (fig. 150) et faisons bifurquer entre ses deux moitiés un courant électrique d'intensité  $2I$ . Les deux moitiés de l'anneau s'aimanteront séparément; un double pôle ou *pôle conséquent* se produira à l'entrée A du courant et un double pôle de nom contraire se produira à la sortie B.

Pendant la rotation de l'anneau induit d'une machine, une aimantation de ce genre résulte de la création même du courant et se superpose, pour ainsi dire, à celle que développent par influence les pôles magnétiques de l'inducteur; l'aimantation résultante prend alors une direction oblique telle que NS' (fig. 151) et les lignes de force subissent une distorsion. Il en résulte que la direction diamétrale de calage des balais ne devra plus être verticale suivant AB; elle obliquera suivant une droite XY, faisant avec la verticale un angle d'autant plus grand que le courant sera plus

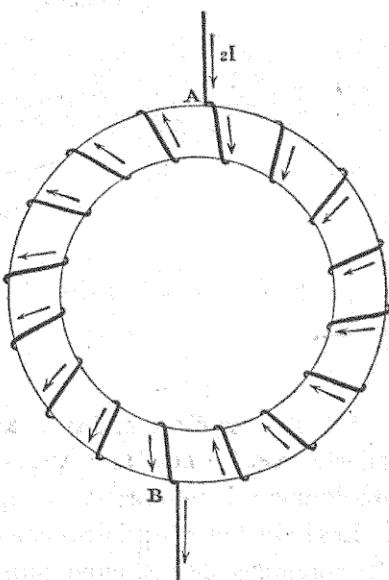


Fig. 150.

intense. De là la nécessité de donner aux balais un *angle de calage* qui, dans la pratique, se détermine par tâtonnement, en satisfaisant à la condition de réduire au minimum la production des étincelles.

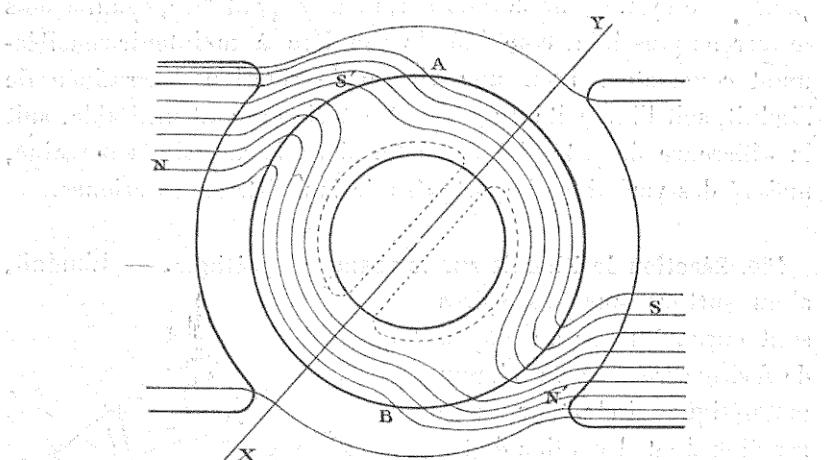


Fig. 451. - Influence des balais sur le champ magnétique.

sant à la condition de réduire au minimum la production des étincelles.

**191. Formes diverses des inducteurs.** — Les inducteurs peuvent affecter des formes très variées ; l'étude descriptive des machines en donnera de nombreux exemples.

Les inducteurs bipolaires conviennent surtout pour les machines économiques de moyenne puissance. Leurs pôles peuvent être simples, comme dans l'inducteur en fer à cheval dont la figure 445 a indiqué la forme générale ; ces pôles peuvent aussi être des pôles doubles ou pôles conséquents.

Pour les grandes machines, on préfère généralement les inducteurs multipolaires, qui permettent de diminuer les vitesses de rotation des induits. L'emploi du fer doux est avantageux, à cause de la grande perméabilité magnétique de ce métal ; mais il exige un forgeage coûteux. La fonte, moins perméable que le fer, se prête au moulage, ce qui rend son emploi moins coûteux et lui fait souvent donner la préférence. Beaucoup de constructeurs emploient le fer

pour les noyaux et la fonte pour les autres parties de l'inducteur.

Dans ces derniers temps, on est arrivé à fabriquer, par le procédé Thomas, un acier doux contenant un peu de ferro-aluminium, qui se prête au moulage, comme la fonte, et dont la perméabilité magnétique est presque aussi grande que celle du fer ; mais le prix de ce métal est assez élevé.

## CHAPITRE III

### MACHINES A COURANTS CONTINUS

Les machines à courants continus peuvent se diviser en plusieurs catégories :

- 1<sup>o</sup> Machines Gramme et congénères, caractérisées par l'emploi d'un induit annulaire ;
- 2<sup>o</sup> Machines multipolaires à anneau plat ;
- 3<sup>o</sup> Machines Siemens et congénères, caractérisées par l'emploi d'un induit en tambour ;
- 4<sup>o</sup> Machines à disque multipolaires, caractérisées par l'absence du fer dans l'induit ;
- 5<sup>o</sup> Machines diverses.

Nous consacrerons un paragraphe à chacune de ces catégories de machines.

Nous exposerons ensuite dans un paragraphe spécial une étude générale des machines à courants continus.

#### § 4. — MACHINES GRAMME ET CONGÉNÈRES

Force électromotrice de la machine. — Machines Gramme. — Machines de la maison Bréguet.

**492. Force électromotrice de la machine.** — L'induit annulaire de ces machines tourne entre les deux pièces polaires d'un électro-aimant.

Regardons comme uniforme le champ magnétique compris entre ces deux pièces polaires et dans lequel tourne l'induit. Pour obtenir la force électromotrice de la machine, il faut calculer la force électromotrice maximum qui peut être induite dans

une moitié de l'anneau. Supprimons, d'abord, par la pensée, l'âme magnétique sur laquelle les spires sont enroulées; désignons par  $n$  le nombre total des spires sur l'anneau entier et par  $\frac{1}{2} K$  le flux de force qui traverse l'aire d'une de ces spires lorsque son plan est normal à la direction du champ magnétique. Le demi-anneau contient  $\frac{n}{2}$  spires, et l'angle dièdre  $\varphi$ , formé par les plans de deux spires consécutives, est égal à  $\frac{2\pi}{n}$ ; il en résulte que la valeur maximum de la somme des flux de force traversant les spires d'un demi-anneau est (n° 169)

$$Q_o = \frac{1}{2} K \frac{\sin \frac{n}{4} \cdot 2\pi}{\sin \frac{\pi}{n}} = \frac{K}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$$

ou, en remplaçant le sinus du petit arc  $\frac{\pi}{n}$  par l'arc lui-même,

$$Q_o = \frac{nK}{2\pi}$$

Si nous désignons par  $T$  la durée d'un tour de l'induit, la force électromotrice maximum induite dans la moitié de l'anneau sera (n° 167)

$$E_o = \frac{2\pi}{T} Q_o = \frac{nK}{T}$$

Nous savons que la force électromotrice induite résulte de la coupure du flux de force magnétique par le fil de l'induit (n° 98). Chacune des spires de l'anneau a la forme d'un rectangle dont les petits côtés ne coupent pas le flux; la force électromotrice provient donc exclusivement des coupures faites par les grands côtés, coupures constamment égales pour chacun d'eux. Or, la présence du noyau de fer dans l'induit a pour effet d'annuler à peu près le champ magnétique dans la cavité intérieure de l'anneau et, par conséquent, de supprimer les coupures de flux que ferait le grand côté intérieur du rectangle dans notre hypothèse d'un induit sans fer.

La valeur ci-dessus obtenue pour la force électromotrice maximum ne diffère pas de celle de la force électromotrice effective  $E$  de la machine. Si nous désignons par

$$N = \frac{1}{T}$$

le nombre de tours de l'induit par seconde, nous aurons

$$E = nNK.$$

La valeur de  $E$  donnée par cette formule est rapportée à l'unité CGS électromagnétique de force électromotrice. Pour obtenir la valeur en volts, il faut multiplier le second membre de la formule par  $10^{-8}$ ; la force électromotrice de la machine, exprimée en volts, est donc

$$E = nNK \times 10^{-8},$$

Le facteur  $K$  représente le *flux utile* qui passe dans l'entrefer; de là le grand intérêt qu'offre la connaissance de la courbe du magnétisme (n° 186) de la machine. La valeur du coefficient  $\nu$  pour les machines à induit annulaire est généralement voisine de 1,40.

La présence du facteur  $N$  indique que la force électromotrice de la machine serait proportionnelle à la vitesse de rotation si le flux utile  $K$  restait constant, mais c'est là une condition qui n'est jamais remplie.

**193. Machines Gramme.** — L'âme de l'anneau Gramme est constituée (fig. 452) au moyen d'un fil de fer doux trempé dans du

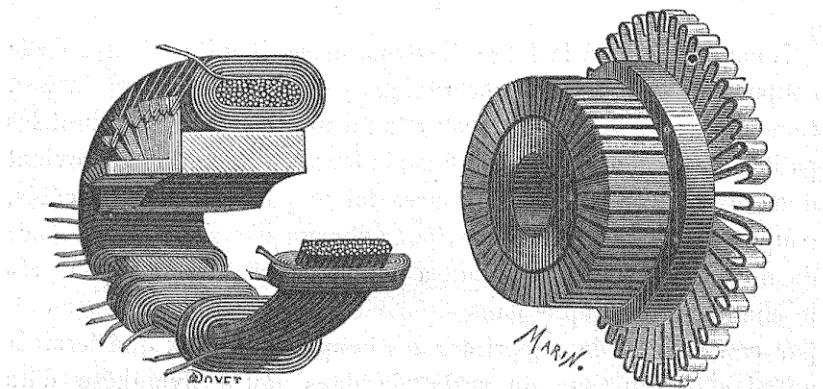


Fig. 452.

Fig. 453.

bitume et enroulé de manière à produire un tore circulaire très aplati; on garnit ce tore d'une matière isolante, et on le tourne extérieurement.

Il est divisé ensuite en un nombre pair de sections égales entre

elles, dont chacune doit correspondre à une bobine partielle. A cet effet, chaque section est recouverte de plusieurs spires d'un fil de cuivre isolé; ce bobinage se fait à la main, aussi régulièrement que possible.

L'extrémité de chaque bobine et le commencement de la suivante sont reliées à une même lame du collecteur.

Ce collecteur, spécialement représenté par la figure 153, se compose de lames de cuivre taillées en coin, séparées les unes des autres par des lamelles isolantes de carton ou de mica et assemblées de manière à former un cylindre creux, fretté au moyen d'une bague isolée de lui. A chaque lame du collecteur est soudée une lamelle de cuivre terminée en crochet, sur laquelle on soude ensemble le bout entrant d'une bobine et le bout sortant de l'autre. Le collecteur a nécessairement autant de lames qu'il y a de bobines partielles sur l'anneau.

L'ensemble des bobines partielles, ainsi reliées entre elles par

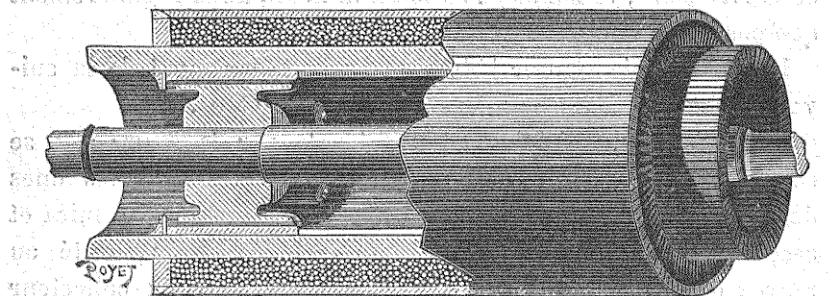


Fig. 154.

les lames du collecteur, constitue une bobine sans fin qui s'ajuste sur un arbre en acier (fig. 154), soit au moyen d'un tambour en bois sec, emmanché à la presse hydraulique, soit au moyen d'un manchon à ailettes en bronze, claveté sur l'arbre. Des fils de laiton sont enroulés par place autour de la bobine, afin d'éviter que la force centrifuge n'écarte les fils de cuivre de leurs positions normales.

Pour les machines à grand débit, les fils de l'induit sont remplacés par des barres de cuivre, comme l'indique la figure 155. Voici comment on construit ces grandes bobines : des barres de cuivre isolées, entourant le fil de fer (âme de l'induit), sont placées sur deux rondelles de cuivre, munies d'entailles et clavetées sur l'arbre ; les barres extérieures et les barres intérieures sont en nombre égal et réunies ensemble par des traverses rayonnantes,

de manière à figurer un enroulement sans fin ; les extrémités du cylindre intérieur formé par ces barres dépassent l'âme de la



bobine et constituent elles-mêmes les lames ou touches du collecteur, dont la surface extérieure est tournée avec soin; on dispose

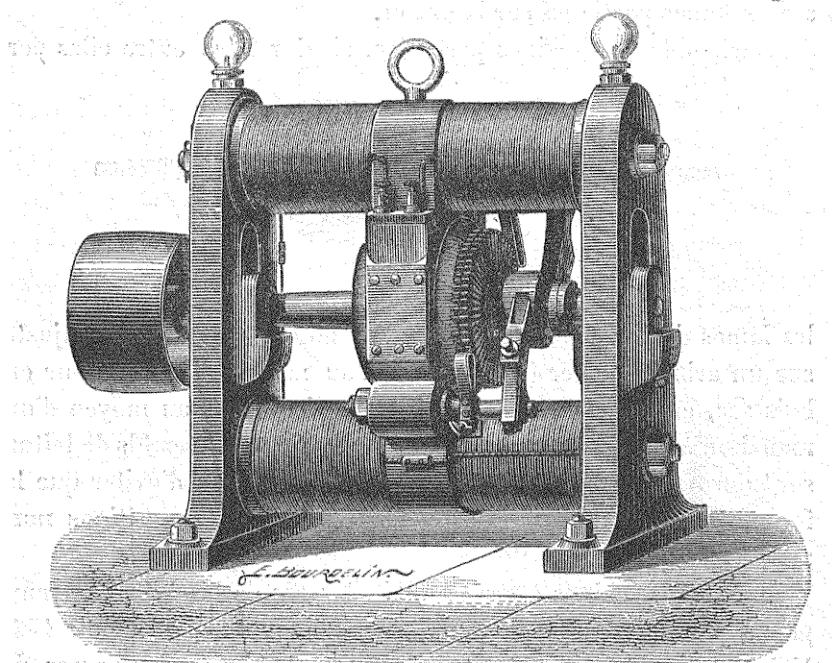


Fig. 156. — Machine Gramme (type normal).  
ainsi de deux "collecteurs (un à chaque bout), que l'on peut utiliser soit ensemble, soit séparément.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

formé d'un faisceau méplat de fils de cuivre argentés, maintenus dans une gaine articulée à une pièce spéciale qui peut osciller autour de l'arbre de la machine; cette disposition permet de régler le calage des balais, de manière à réduire au minimum la production des étincelles.

La machine dite *type normal* ou *type d'atelier* (fig. 456) est à pôles conséquents; elle a été étudiée par M. Gramme en 1872 et

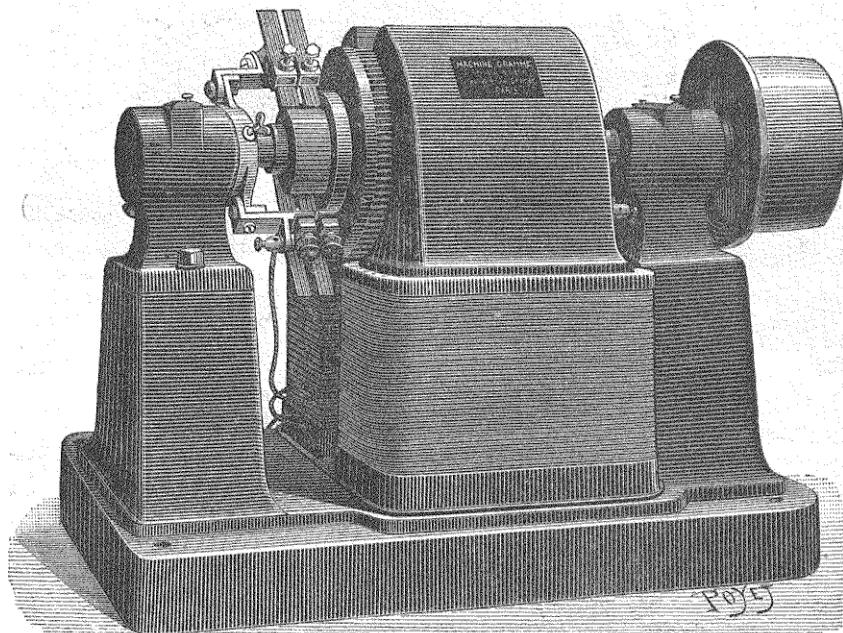


Fig. 157. — Machine Gramme (type supérieur).

exécutée dès l'année suivante. Son inducteur comprend deux flasques verticales en fonte, servant de bâti à la machine et constituant en même temps les culasses des électro-aimants. Les noyaux de ces électro-aimants sont cylindriques, en fer doux; chacun d'eux porte, sur ses deux moitiés, des enroulements en sens contraires, de manière à créer un double pôle en son milieu, au droit d'une pièce polaire en fonte. Les surfaces des deux pièces polaires osculent largement l'induit. Voici les dimensions de cette machine dont l'usage est très répandu: longueur 0<sup>m</sup>,65, hauteur 0<sup>m</sup>,65, largeur 0<sup>m</sup>,35. On emploie 28 kilogrammes de fil de cuivre pour l'induit

et 4 kilogrammes pour l'inducteur ; le poids total de la machine est de 180 kilogrammes. L'inducteur est excité tantôt en série (par le courant total), tantôt en dérivation (par une partie seulement du courant). En régime normal, l'induit tourne à la vitesse de 900 tours par minute et l'on obtient un courant de 25 ampères sous 75 volts (débit de 1875 watts par seconde).

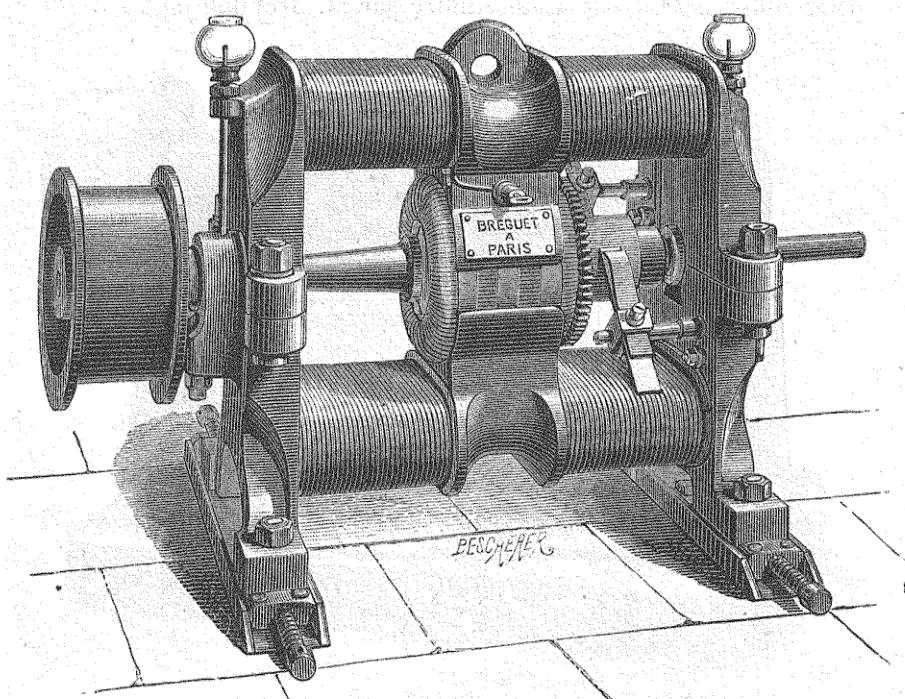


Fig. 158. — Machine Breguet (types Q et R).

La machine dite *type supérieur*, parce que son induit est placé en haut de l'appareil (fig. 157), est de création plus récente ; elle est bipolaire à pôles simples. L'électro-aimant, terminé par deux puissantes pièces polaires enveloppant les trois quarts de l'induit, fait corps avec la plaque de fondation ; il en est de même des deux supports destinés à recevoir l'arbre de l'induit muni de sa poulie ; en un mot, la plaque de fondation, les deux supports et l'électro-aimant forment une seule pièce de fonte ; M. Gramme a réduit ainsi au minimum la main-d'œuvre d'atelier,

en supprimant tous les assemblages sauf ceux d'un seul des deux paliers sur son support. Les balais sont montés sur une traverse oscillant à l'extrémité d'un des paliers, pour permettre

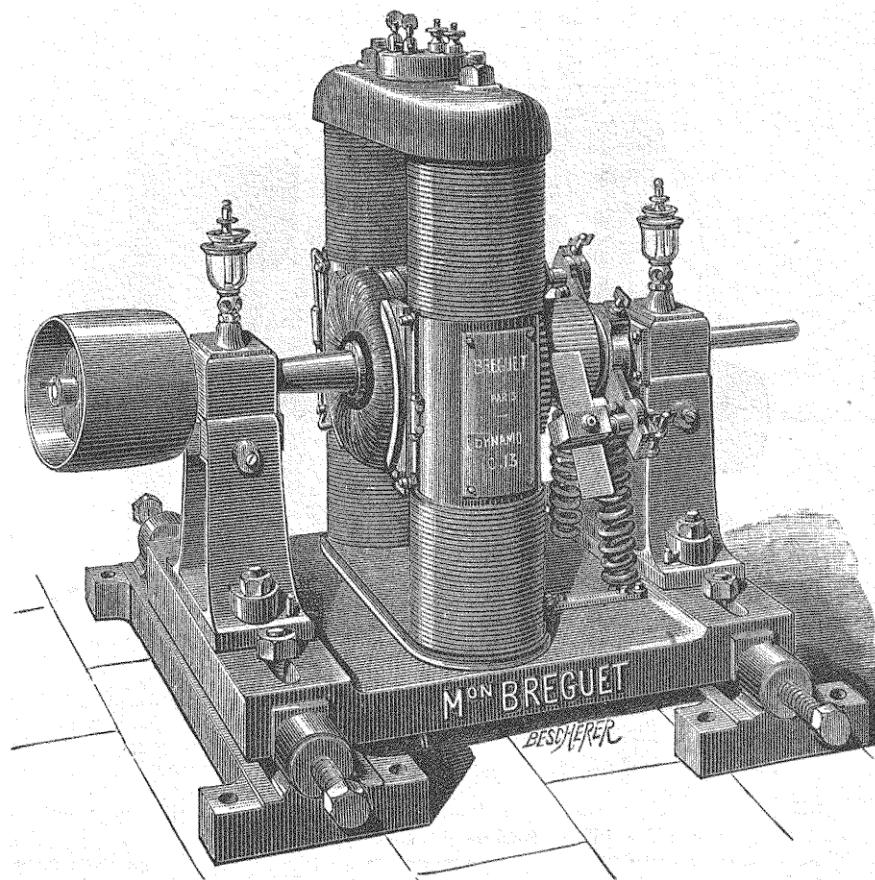


Fig. 159. — Machine Breguet (types C et D).

de régler l'angle de calage. On a construit, d'après ce type, des machines dont les débits varient depuis 250 watts jusqu'à 66000 watts par seconde.

**194. Machines de la maison Breguet.**— La maison Breguet, qui construit des machines Gramme depuis 1873, donne actuellement à ces machines les formes suivantes : Les *types Q, R*, (fig. 158),

rappellent, par leurs dispositions générales, le *type normal* ou *type d'atelier* décrit plus haut.

Les types C, D (fig. 159), d'une plus grande puissance, sont

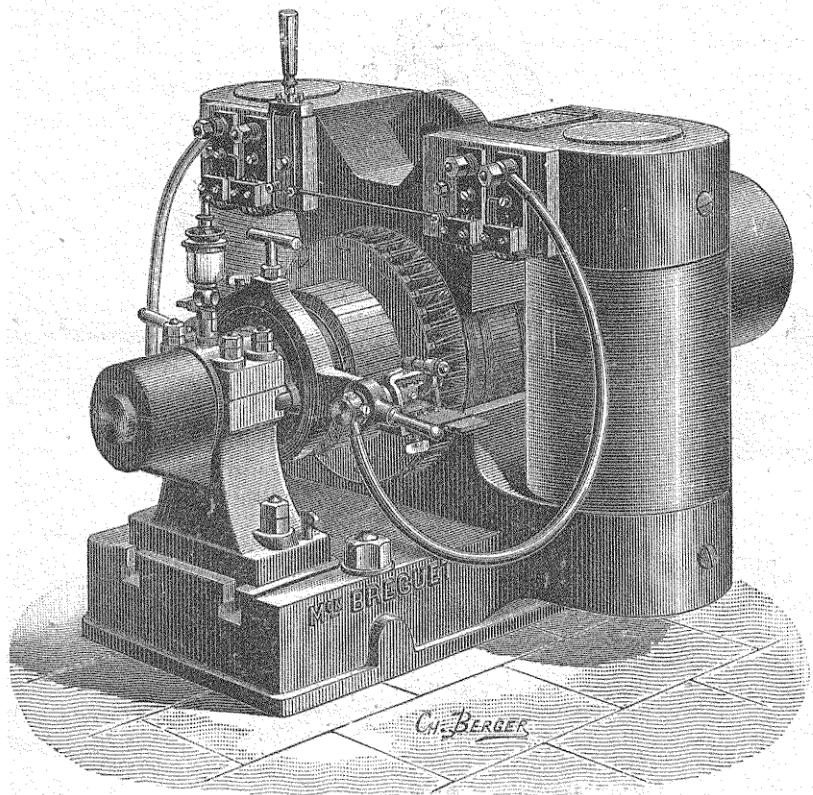


Fig. 160. — Machine Breguet (types E et G).

caractérisés par la grande longueur de leurs noyaux inducteurs, cylindriques et verticaux.

Les types E, G (fig. 160) diffèrent peu du type *Manchester* que MM. Mather et Platt construisent depuis longtemps en Angleterre. Deux noyaux cylindriques en fer doux, disposés verticalement, constituent chacun un électro-aimant ; ils sont reliés par des pièces de fonte qui portent les épanouissements polaires.

Voici concernant ces diverses machines quelques renseignements utiles donnés par la maison Breguet.

## ÉCLAIRAGE A INCANDESCENCE

TYPES	PUISSEANCE EN LAMPES DE		FORCE nécessaire en chevaux	VOLTS aux BORNES	INTENSITÉ en ampères	VITESSE EN TOURS par minute	POIDS	POULIE		PRIX
	16	10						dia- mètre	lar- geur	
Bougies										
Q	42	68	3	110	24	4400	260	170	400	650
R	63	100	7	110	36	4400	315	180	420	850
C	100	160	10	110	60	4200	340	200	450	1300
D	160	250	16	110	90	4100	650	230	480	2000
E	223	350	22	110	125	4100	1100	300	200	2800
G	375	625	36	110	200	900	1300	400	260	3800

NOTA. — La puissance est comptée à raison de 3 watts 1/2 par bougie.

## ÉCLAIRAGE PAR ARC

TYPES	PUISSEANCE EN FOYERS DE		FORCE nécessaire en chevaux	VOLTS aux BORNES	INTENSITÉ en ampères	VITESSE EN TOURS par minute	POIDS	POULIE		PRIX
	150	70						dia- mètre	lar- geur	
carecls										
QA	2	3	4	63	34	4500	260	170	400	650
RA	3	5	6	63	50	4450	315	180	420	850
CA	5	10	10	63	400	1230	340	200	450	1300
DA	8	15	16	63	450	4150	650	230	480	2000
EA	10	20	22	63	200	4150	1100	300	200	2800
GA	17	34	36	63	340	950	1300	400	426	3800

## TRANSPORT DE FORCE OU ÉCLAIRAGE PAR ARC

TYPES	PUISSEANCE EN FOYERS DE		FORCE nécessaire en chevaux	VOLTS aux BORNES	INTENSITÉ en ampères	VITESSE EN TOURS par minute	POIDS	POULIE		PRIX
	70 carecls	5						dia- mètre	lar- geur	
RT	5	5	250	10	1400	300	180	120	850	
CT	8	8	440	12	4400	540	200	150	1300	
DT	14	14	770	12	4000	650	230	180	2000	
ET	20	20	1000	12	4200	1100	300	200	2800	
LT	40	45	1000	27	730	2700	500	400	3000	

## ÉLECTROLYSE

TYPES	VOLTS	AMPÈRES	PRIX
RL	5 à 10	200	1200
CL	5 à 10	500	1800

## § 2. — MACHINES A ANNEAUX PLATS

Machine Victoria. — Force électromotrice. — Machines Gölcher.  
Machines Fabius Henrion.

195. Machines Victoria. — C'est M. Schuckert qui a eu, le premier, l'idée de remplacer la forme allongée des anneaux Gramme

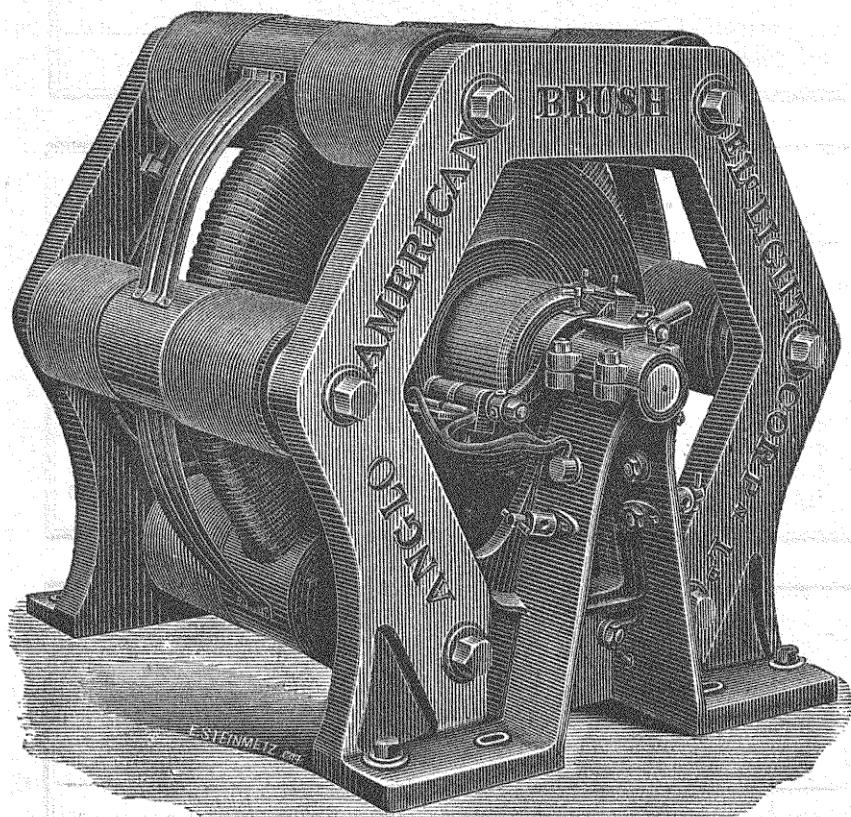


Fig. 161. — Machine Victoria à six pôles.

par une forme plus aplatie, en vue de construire des machines multipolaires.

La figure 161 représente la machine dite *Victoria* que l'*Anglo-American-Bush-Electric-Light-Corporation* construit en Angleterre, d'après les brevets Schuckert-Morday. Cette machine est à six pôles conséquents, alternativement nord et sud. Les noyaux inducteurs, en fer doux, sont assemblés avec deux montants verticaux en fonte, de forme hexagonale, qui leur servent de culasse et font corps avec les paliers. La pièce polaire, placée au milieu de chaque noyau, est en fonte et coulée directement sur ce noyau ; elle n'oscule l'anneau que sur un espace d'environ 30 degrés, condition essentielle, d'après les expériences de M. Morday, pour obtenir un bon fonctionnement. Les entrefers, sièges des flux de force utile, sont compris entre les pièces polaires de l'inducteur et la surface périphérique du grand anneau tournant, en feuilles de tôle juxtaposées, sur lequel sont enroulées les bobines partielles. Cette machine est bien ventilée. La disposition multipolaire offre, d'ailleurs, comparativement à la disposition bipolaire, l'avantage d'augmenter le diamètre de l'induit pour diminuer la vitesse angulaire.

**196. Force électromotrice.** — Le calcul de la force électromotrice d'une machine multipolaire à anneau peut se faire de la même manière que celui d'une machine bipolaire.

Soit  $2m$  le nombre des pôles et  $n$  le nombre total des spires de l'induit nous aurons à considérer la  $2m^{\text{ème}}$  partie de l'anneau, laquelle contiendra  $\frac{n}{2m}$  spires. Désignons par  $\frac{K}{2m}$  le flux de force qui traverse une de ces spires et reportons-nous aux n°s 169 et 173, nous trouverons pour le maximum de la somme des flux de force traversant les  $\frac{n}{2m}$  spires

$$Q_o = \frac{nK}{2m^2\pi},$$

et la force électromotrice induite maximum sera (n° 173)

$$E_o = \frac{2\pi}{T} Q_o = \frac{nK}{m^2 T},$$

$T$  désignant la durée d'un tour de l'induit. La force électromotrice de la machine, exprimée en volts, est, par conséquent,

$$E = E_o \times 10^{-8} = \frac{n}{m} NK \times 10^{-8}$$

en désignant par  $N$  l'inverse de  $mT$ , c'est-à-dire le nombre des tours que l'induit fait par seconde.

Cette force électromotrice, fournie par la  $2m^{\text{ème}}$  partie de l'anneau, est celle de la machine elle-même, en supposant le bobinage fait en quantité, suivant l'usage habituel.

La proportionnalité de la force électromotrice au nombre total  $n$  des spires enroulées sur la roue induite fait ressortir l'importance de l'agrandissement du diamètre de l'induit due à l'adoption de la disposition multipolaire.

**197. Machines Gölcher.** — La figure 162 représente une machine Gölcher à quatre pôles alternativement nord et sud. Les noyaux

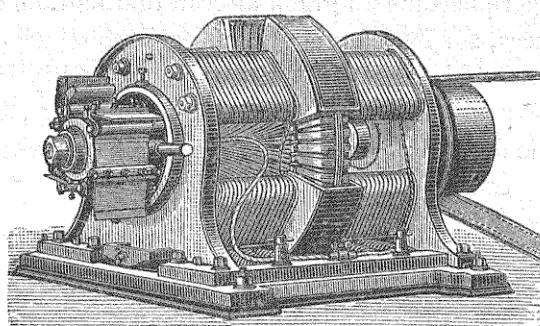


Fig. 162. — Machine Gölcher.

inducteurs, au nombre de huit (quatre de chaque côté de l'induit), sont en fer forgé et présentent la forme d'une ellipse assez plate; pour chaque couple de noyaux opposés, les extrémités (donnant des pôles de même nom) sont réunies par une pièce polaire creuse, également en fer, emboitant une partie de l'induit. Le collecteur, assez massif, est analogue à celui des machines Gramme.

L'auto-excitation est compound et s'obtient de la manière suivante. Chacun des huit noyaux porte un enroulement en fil fin auquel est superposé un enroulement en gros fil; les huit bobines de fil fin sont reliées en série et montées en dérivation sur les bornes de la machine; les huit bobines en gros fil sont, au contraire, groupées en quantité avant d'être incorporées dans le circuit principal. Cette disposition permet d'obtenir, entre les bornes de la

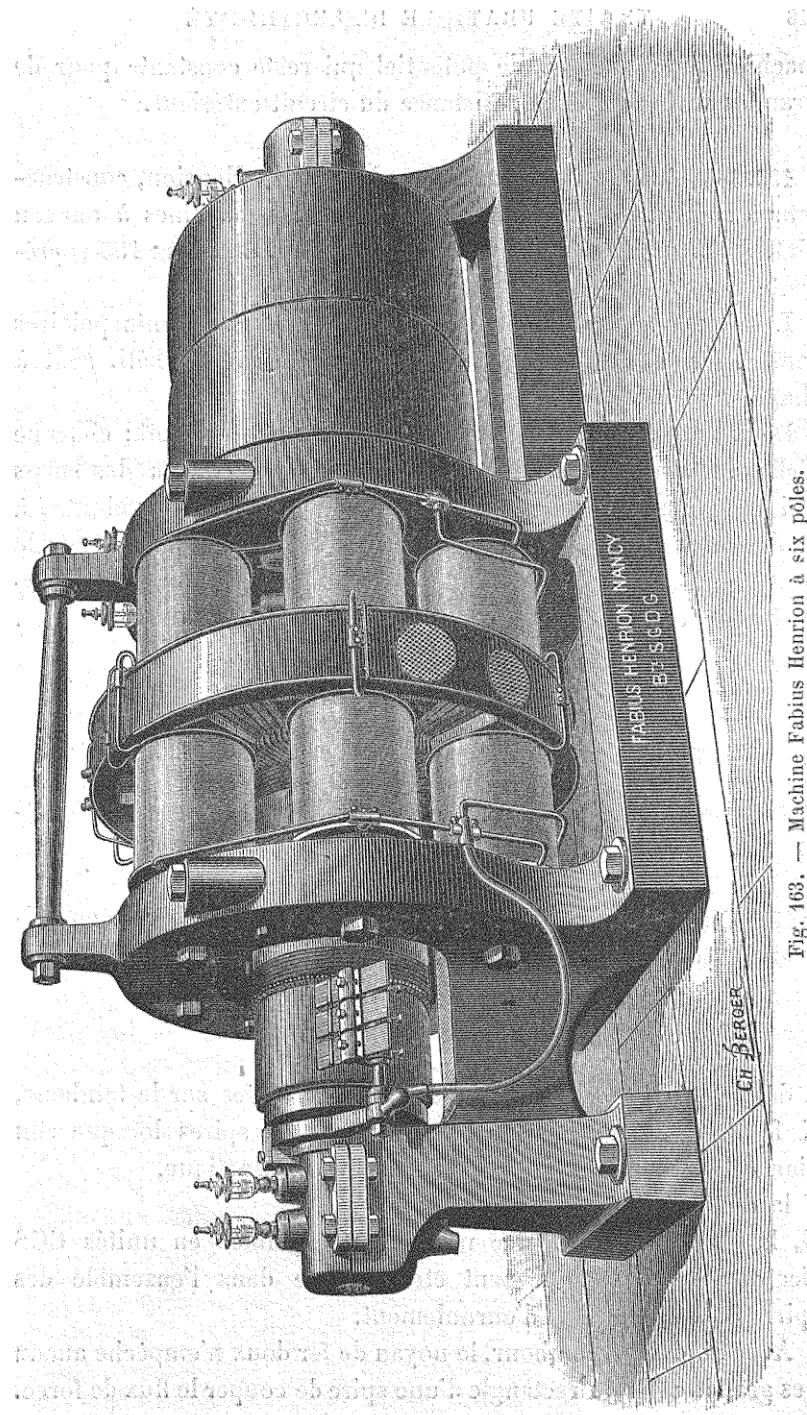


Fig. 463. — Machine Fabius Henrion à six pôles.

machine une différence de potentiel qui reste constante pour de grandes variations de la résistance du circuit extérieur.

**198. Machines Fabius Henrion.** — M. Fabius Henrion, constructeur à Nancy, a exposé à Paris, en 1889, des machines à anneau plat, assez analogues aux machines Gölcher. La figure 163 représente une machine grand modèle à six pôles.

Les douze noyaux inducteurs et les épanouissements polaires sont en fer doux. Les paliers, venus de fonte avec le bâti, sont à chapeau pour faciliter la visite des coussinets.

Deux rangées de balais servent à recueillir le courant ; chacune d'elles est montée sur un axe, de manière que chacun des balais qui la composent puisse être légèrement déplacé à volonté, à droite ou à gauche, et que l'on puisse régler sa pression sur le collecteur. Les axes de ces deux rangées sont réunis par un support isolant muni de deux poignées qui servent à régler le calage.

### § 3. — MACHINES SIEMENS ET CONGÉNÈRES

Force électromotrice de la machine. — Machines Siemens. — Machines Edison.  
Machines Weston.

**199. Force électromotrice de la machine.** — On trouve, en raisonnant comme dans le cas d'une machine à induit annulaire,

$$E_o = \frac{2nK}{T},$$

$n$  désignant le nombre total des spires enroulées sur le tambour,  
 $K$  le flux de force qui traverse une de ces spires lorsque son plan est normal à la direction du champ magnétique,  
 $T$  la durée d'un tour,  
 $E_o$  la force électromotrice maximum (exprimée en unités CGS électromagnétique) qui peut être induite dans l'ensemble des spires d'un même sens d'enroulement.

Avec l'induit en tambour, le noyau de fer doux n'empêche aucun des grands côtés du rectangle d'une spire de couper le flux de force.

La force électromotrice de la machine est égale à  $E_0$ . En l'exprimant en volts, on trouve

$$E = 2n NK \times 10^{-8},$$

$N$ , inverse de  $T$ , désignant le nombre des tours que l'induit fait par seconde.

**200. Machines Siemens.** — La figure 164 indique le mode de construction de la bobine à tambour, modifiée et perfectionnée par M. Hefner-Alteneck, qui est employée dans les machines Siemens.

Deux forts tourteaux en bronze, assujettis sur l'arbre au moyen

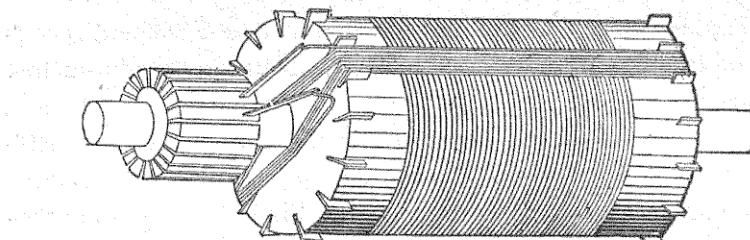


Fig. 164.

de goupilles, forment les bases de la carcasse cylindrique ; des épaulements réservés sur leurs bords internes servent à fixer une feuille de tôle enroulée cylindriquement ; on obtient ainsi un noyau métallique dont la forme générale rappelle celle d'une bobine pour fil à coudre. Un fil de fer doux est enroulé en couches superposées sur le cylindre de tôle, jusqu'à ce que l'on obtienne un diamètre égal à celui des tourteaux de bronze ; ainsi se trouve constituée l'âme de l'induit. Des entailles pratiquées à la périphérie des tourteaux de bronze servent à fixer des cales en bois, destinées à faciliter l'enroulement des fils de cuivre ; ces cales, régulièrement espacées, marquent les intervalles correspondant aux bobines partielles ; nous supposerons, pour fixer les idées, qu'elles sont au nombre de seize.

La largeur comprise entre deux cales consécutives permet de juxtaposer sur la surface du cylindre un certain nombre de spires (huit, par exemple) de fil de cuivre isolé. La figure indique une des bobines élémentaires ainsi formée ; pour l'intelligence des

connexions, on a supposé le collecteur mis en place sur l'arbre ; dans la pratique, ce collecteur n'est placé qu'après l'enroulement complet de toutes les bobines partielles. Le collecteur contient autant de touches qu'il y a de divisions faites sur le tambour (seize, dans le cas actuel) ; chacune de ces touches porte une lamelle de cuivre. Le fil d'une bobine élémentaire part d'une des lamelles, entoure huit fois la section méridienne du cylindre (quatre spires passant à droite de l'arbre et les quatre autres à gauche), et vient se souder sur la lamelle suivante. Cette seconde lamelle sert d'origine à la seconde bobine élémentaire, analogue à la première et venant aboutir à la troisième lamelle ; ainsi de suite. La huitième bobine élémentaire finit sur la neuvième lamelle ; la surface du cylindre se trouve alors entièrement recouverte de fil. Faisant faire au cylindre un demi-tour sur lui-même, on enroule huit nouvelles bobines dont la première part de la lamelle n° 9 tandis que la dernière aboutit à la lamelle n° 4 ; cette seconde série de bobines se trouve superposée à la première.

Les connexions ainsi obtenues entre l'induit et le commutateur sont celles dont nous avons précédemment indiqué les schémas (n° 169).

L'élément fondamental de l'inducteur est un noyau en fer forgé (fig. 165), cintré en son milieu pour laisser passer l'arman-

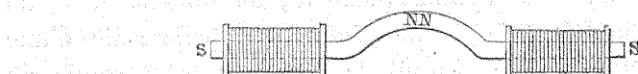


Fig. 165.

ture, dont les deux bouts sont munis d'enroulements en sens contraires pour créer un double pôle en son milieu. On juxtapose plusieurs noyaux de ce genre avant tout enroulement ; on les relie à leurs extrémités par des entretoises, après avoir eu soin d'insérer sur eux les carcasses de tôle à joues de laiton sur lesquelles sont enroulés d'avance les fils de cuivre. De cette manière, tous les noyaux juxtaposés forment un seul noyau entouré par les fils.

La figure 166 représente une machine horizontale, qui met bien en évidence la forme de l'inducteur. Le type de cette

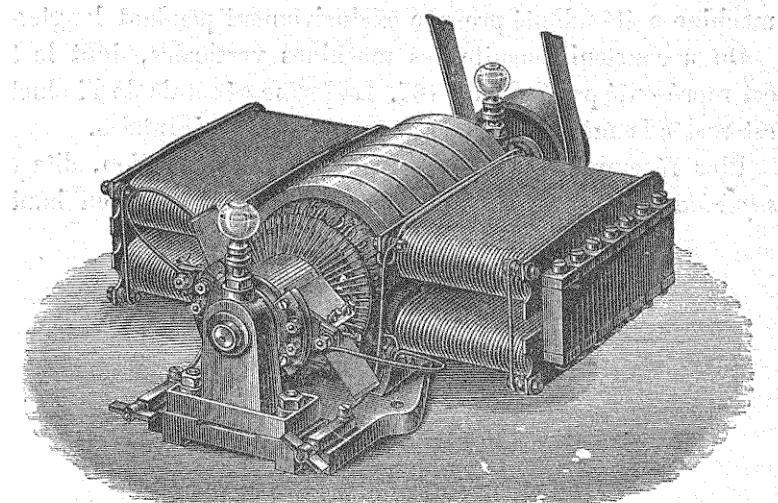


Fig. 166. — Machine Siemens (type horizontal).

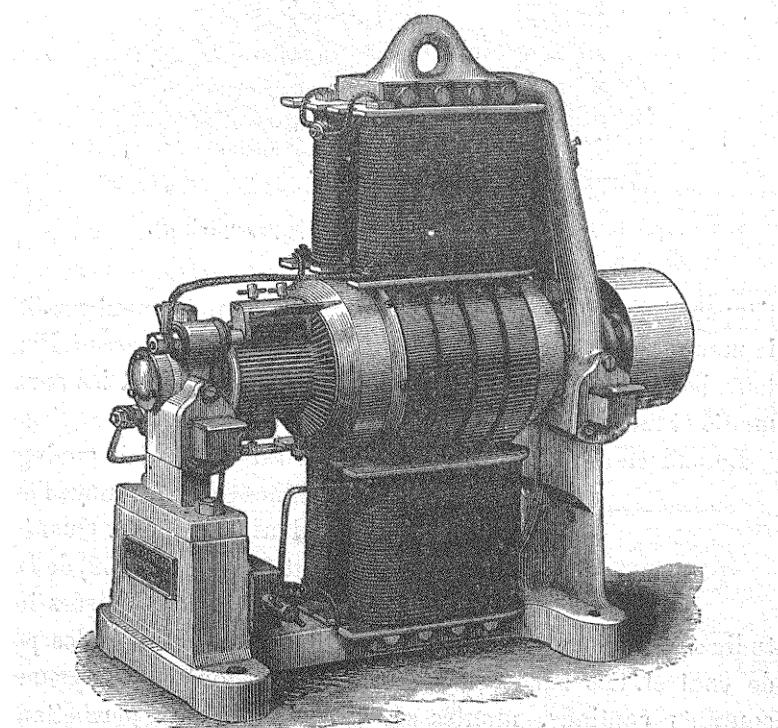


Fig. 167. — Machine Siemens (type vertical).

machine a été adopté presque exclusivement pendant longtemps.

On a construit ensuite des machines verticales, dont le type est représenté par la figure 167. La forme générale de l'inducteur est restée la même que dans les machines horizontales.

Plus récemment on a adopté une autre disposition, dite *type supérieur* (fig. 168), dans laquelle l'induit est placé en haut de

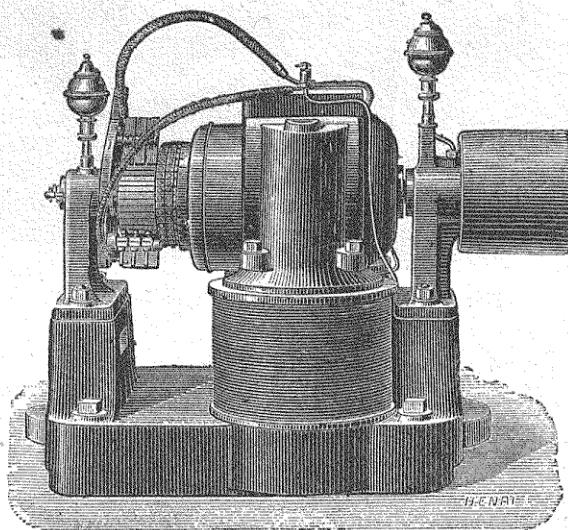


Fig. 168. — Machine Siemens (type supérieur).

l'appareil. La forme de l'inducteur a été complètement modifiée ; la machine est à pôles simples. Le bâti sert de culasse à l'inducteur, lequel est formé de deux noyaux en fer, portant les enroulements et munis de pièces polaires en fonte.

Le collecteur des machines Siemens est tout à fait analogue à



Fig. 169.

celui des machines Gramme ; nous l'avons décrit en parlant de l'induit. Quant aux balais, ils sont formés (fig. 169) de larges bandes de cuivre écroui, divisées longitudinalement par des traits de scie, afin de multiplier les points de contact. Ces balais sont, comme dans toutes les dynamos à courants continus, montés sur pièces oscillantes permettant de régler l'angle de calage.

Dans les machines de grande puissance on soude les fils à une sorte de collecteur très court, sur les touches duquel on visse des lames en acier qui les prolongent et forment le collecteur proprement dit dans lequel c'est l'air seul qui produit l'isolement des touches.

**201. Machines Edison.** — L'induit Edison est comme l'induit Siemens, du type à tambour. Primitivement l'inventeur donnait à sa bobine totale un nombre impair de sections; il arrivait alors que l'un des balais se trouvait en plein contact avec une touche du collecteur, tandis que l'autre passait d'une touche à la voisine; cette disposition, peu rationnelle et qui n'offre d'ailleurs aucun avantage, a été abandonnée; actuellement les sections de la bobine sont établies en nombre pair.

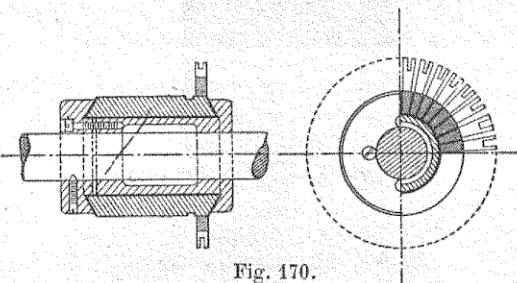


Fig. 170.

Pour constituer l'âme de l'induit, on emploie une bobine (dont la forme rappelle celle d'une bobine pour fil à coudre) ayant une joue fixe et une joue mobile; on enfile sur cette bobine des disques de tôle d'un demi-millimètre d'épaisseur, séparés et isolés entre eux par des disques en papier, puis on rapporte ensuite la joue mobile et on serre le tout par de fortes vis; ce noyau est alors monté sur l'arbre et tourné de manière à rendre sa surface bien cylindrique. Le bobinage se fait ensuite comme pour l'induit Siemens, au moyen d'un fil de cuivre de section carrée recouvert d'un ruban isolant.

Le collecteur (fig. 170) est composé de lames de cuivre, séparées par des feuilles de mica. Les extrémités de ces lames sont taillées en biseau et engagées dans un noyau, composé de deux pièces isolées de ces lames, qui les fixe solidement. Chaque lame est munie d'une ailette de laiton, fraisée à son extrémité pour recevoir les bouts des bobines partielles. Les fils de cuivre

sont ordinairement soudés dans les fraises ; quelquefois ils sont seulement serrés au matoir, mais on soude alors une contre-plaque à la partie supérieure de l'ailette.

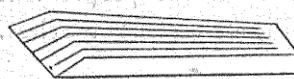


Fig. 171.

Les balais employés par Edison sont composés d'une série de lames de cuivre (fig. 171) soudées entre elles sur plat à l'une de leurs extrémités ; l'autre extrémité, qui doit porter sur le collecteur, est taillée en biseau.

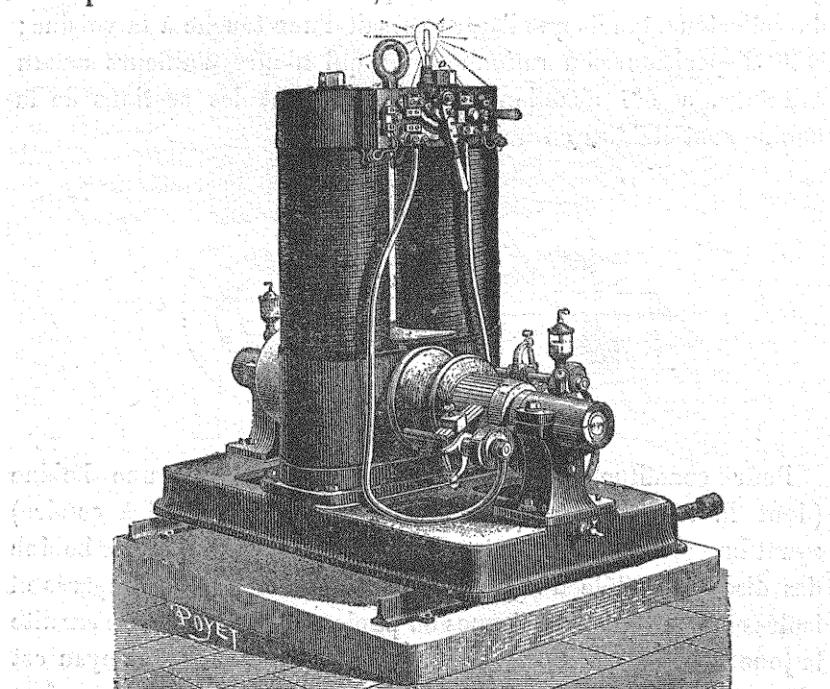


Fig. 172. — Machine Edison (modèle 1883).

Nous n'entreprendrons pas de décrire ici tous les systèmes de machines que le célèbre inventeur a imaginées et successivement construites ; plusieurs de ces machines ont donné des résultats trop médiocres pour obtenir un succès durable. Nous indiquerons seulement les machines dont l'usage s'est le plus répandu.

La figure 172 indique les dispositions adoptées depuis 1883. L'inducteur est un électro-aimant en fer à cheval muni de

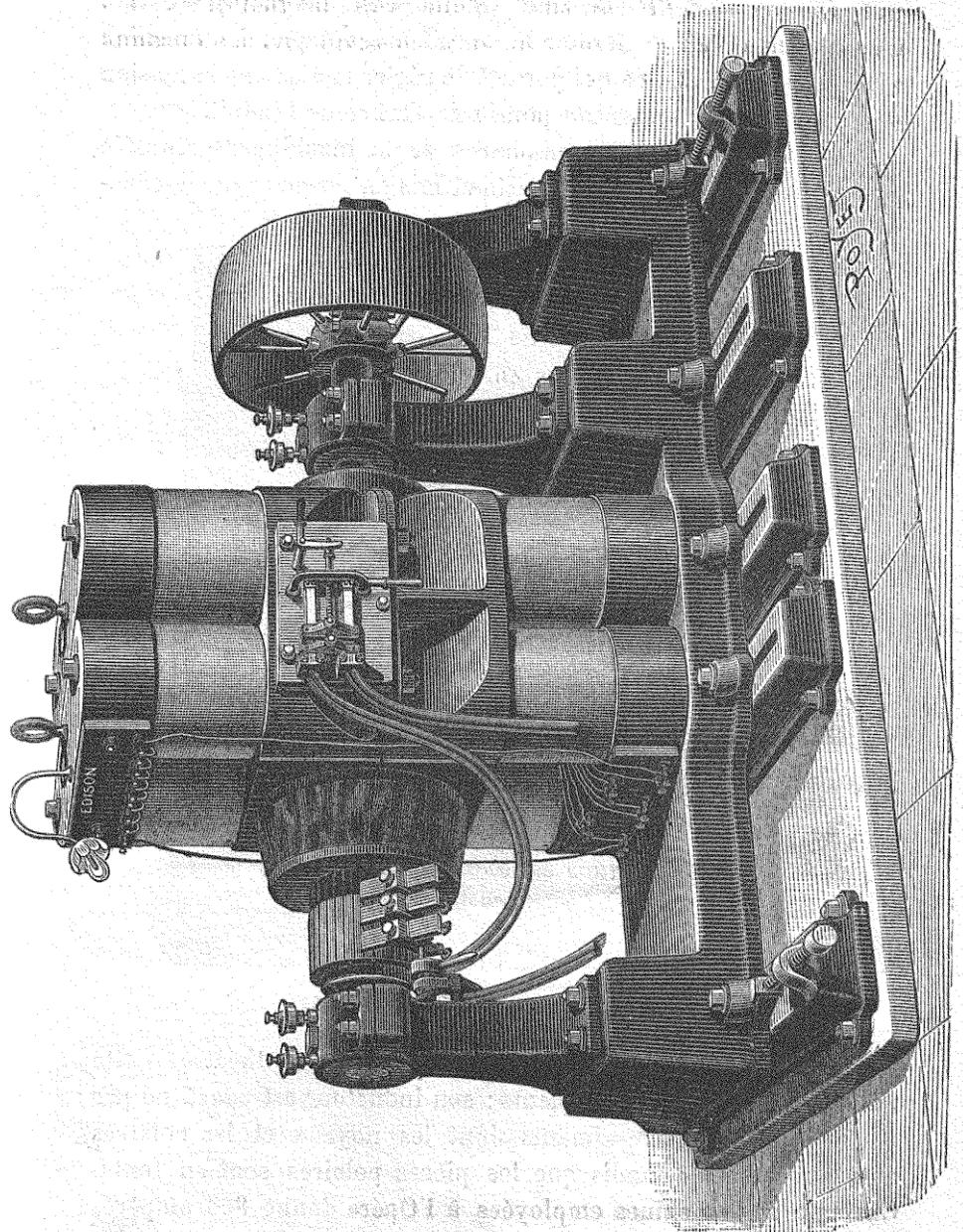


Fig. 173. — Machine Edison (modèle 1883).

pièces polaires ; ces dernières sont séparées du bâti en fonte par une épaisse semelle de zinc (métal non magnétique), afin d'empêcher le bâti de fermer le circuit magnétique. La machine est montée sur rails, ce qui permet de régler facilement la tension de la courroie actionnant la poulie de l'arbre de l'induit.

Les quatre premiers exemplaires de la machine représentée par la figure 173, ont été installés et mis en service dans le sous-

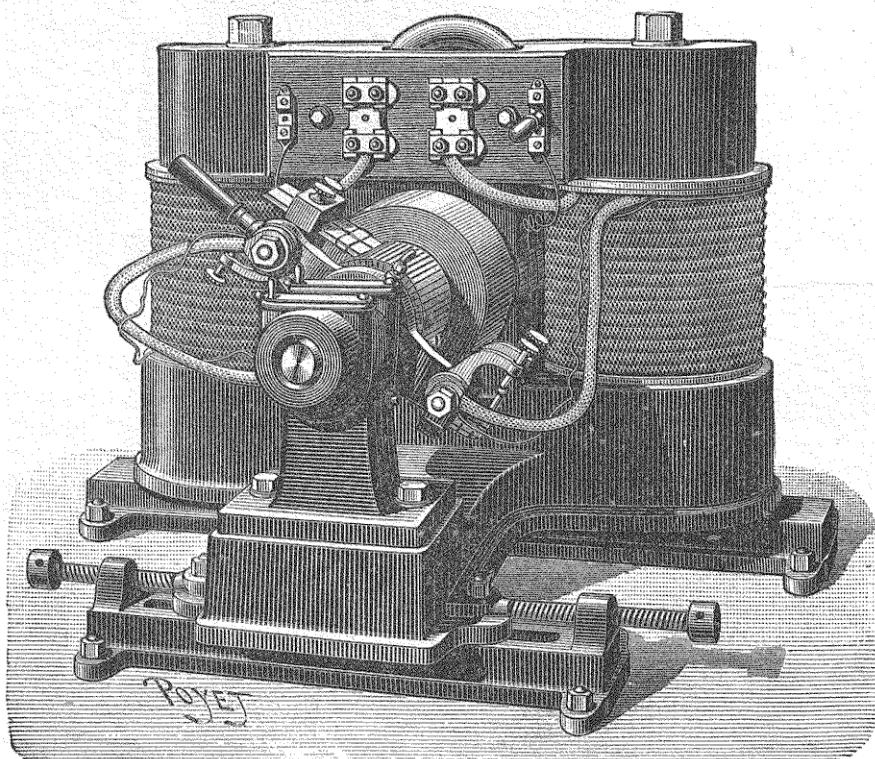


Fig. 174. — Machine Edison (modèle 1889).

sol de l'Opéra de Paris, pour l'éclairage de ce théâtre. Cette machine est à pôles conséquents ; son inducteur est constitué par deux paires d'électro-aimants dont les noyaux et les culasses sont en fer forgé tandis que les pièces polaires sont en fonte. Chacune des machines employées à l'Opéra donne 800 ampères sous 125 volts, soit une puissance de 100 000 watts par seconde ; l'induit, dont le diamètre extérieur est de 0<sup>m</sup>,63, tourne à la vitesse

de 350 tours par minute (d'où une vitesse de 10<sup>m</sup>,50 par seconde à la circonference). On a employé 285 kilogrammes de cuivre pour l'inducteur et 190 kilogrammes pour l'induit; le poids total de la machine est d'environ 10 tonnes. Une machine à vapeur de 450 chevaux est nécessaire pour actionner une dynamo de cette puissance.

Plus récemment, le constructeur a réduit à son minimum la main-d'œuvre d'atelier, en diminuant autant que possible le nombre des pièces distinctes (fig. 174). La culasse supérieure de l'induit fait corps avec l'épanouissement polaire correspondant, le bâti forme lui-même la culasse inférieure faisant corps avec l'autre épanouissement polaire.

**202. Machines Weston.** — Ces machines américaines sont caractérisées surtout par la forme spéciale de leur induit.

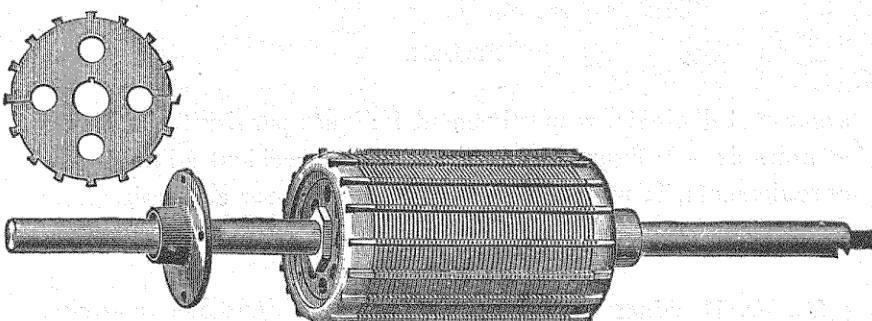


Fig. 175.

L'âme est formée (fig. 175) de disques de tôle, isolés et enfilés sur l'arbre, percés de trous en vue d'assurer une bonne ventilation.

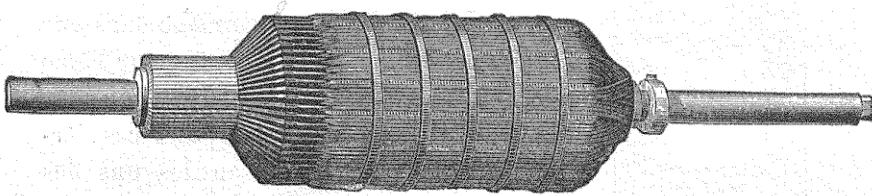


Fig. 176.

Ces disques sont munis de dents, de manière à produire des arêtes longitudinales saillantes entre lesquelles on enroule les

bobines élémentaires. Au lieu de superposer les deux enroulements de sens contraires, on les juxtapose. L'aspect extérieur de l'armature Weston (fig. 176) est analogue à celui de l'armature Siemens.

Pour les machines à haute tension on fait deux enroulements

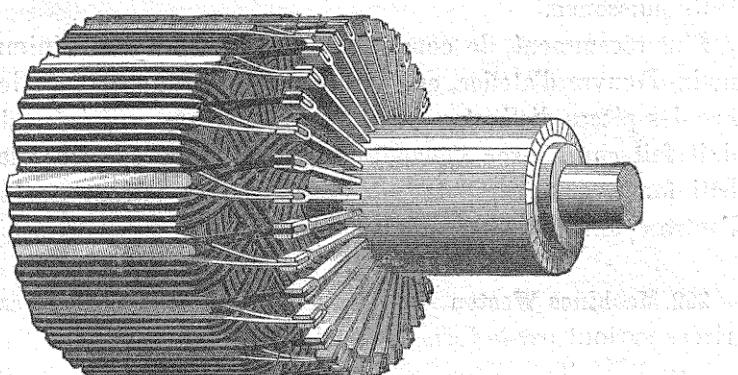


Fig. 177.

séparés et distincts, respectivement indiqués par des traits blancs et noirs dans la figure 177 ; s'il arrive un accident à l'un de ces enroulements, la machine ne se trouve pas pour cela mise hors de service.

**202 bis. Machines Rechniewski.** — Les machines Rechniewski, construites par la Société *l'Eclairage Electrique*, à Paris, sont caractérisées par la denture de l'induit et le feuillettage de l'inducteur.

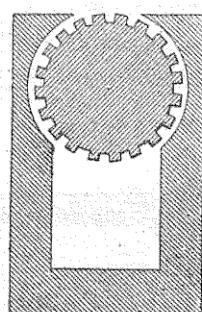


Fig. 178.

La figure 178 montre comment il est possible de découper par poinçonnage dans une feuille de tôle un disque denté pour l'âme de l'induit et un feuillettage en forme d'U pour l'inducteur. Il suffit de superposer ces derniers feuillets, en les isolant les uns des autres, et de les assembler par des boulons traversant leur masse, pour constituer l'inducteur, avec sa culasse, son noyau et ses pièces polaires ; les inducteurs de ce genre permettent d'éviter les courants de Foucault. Les

fils de bobines élémentaires sont enroulés entre les dents de l'induit.

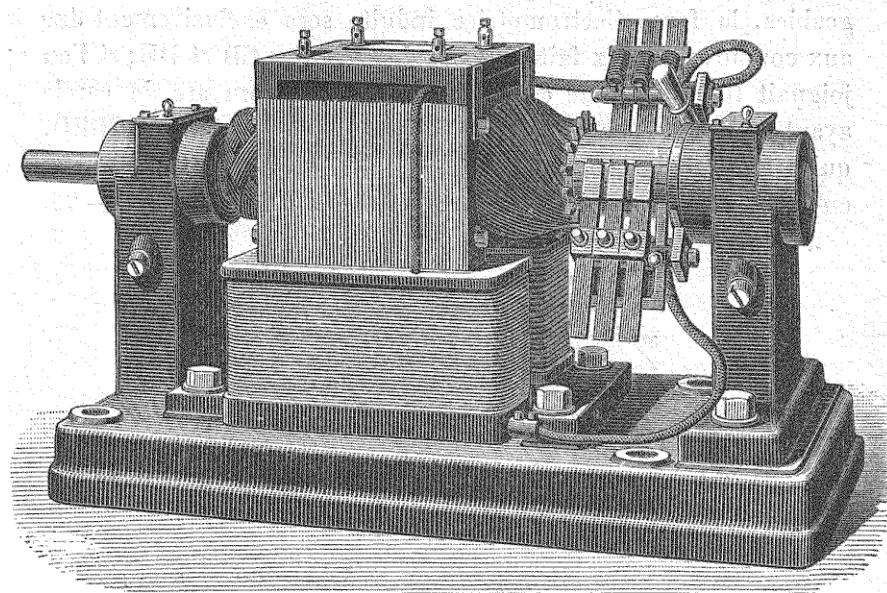


Fig. 179. — Machine Rechniewski.

Plusieurs machines du type représenté par la figure 179, ont figuré à l'Exposition Universelle de 1889.

#### § 4. — MACHINES A DISQUE

Induit Desroziers. — Machines Desroziers. — Force électromotrice.

**203. Induit Desroziers.** — Les machines multipolaires Desroziers, qui ont été très remarquées à l'Exposition Universelle de 1889, sont les premières machines à disque dont l'usage se soit répandu. Elles sont surtout caractérisées par leur induit.

Considérons (fig. 180) une circonférence divisée en trente-deux parties égales. Traçons la corde 1 — 12 et remplaçons-la par la ligne en zigzag ABCDE, qui comprend deux développantes de cercle AB et CD ainsi que deux parties radiales CB et DE correspondant respectivement aux divisions 7 et 12 ; cette ligne en

zigzag constitue un élément de l'induit. Comme les coupures de flux faites par les développantes de cercle sont à peu près négligeables, la force électromotrice induite sera exclusivement due aux coupures de flux faites par les deux rayons CB et DE ; si l'on joignait B à E par une courbe différente d'un arc de cercle ayant son centre en O, on obtiendrait un quadrilatère CBED, qui produirait la même force électromotrice induite que la ligne en zigzag. En reproduisant cette ligne brisée pour la corde 12 — 23,

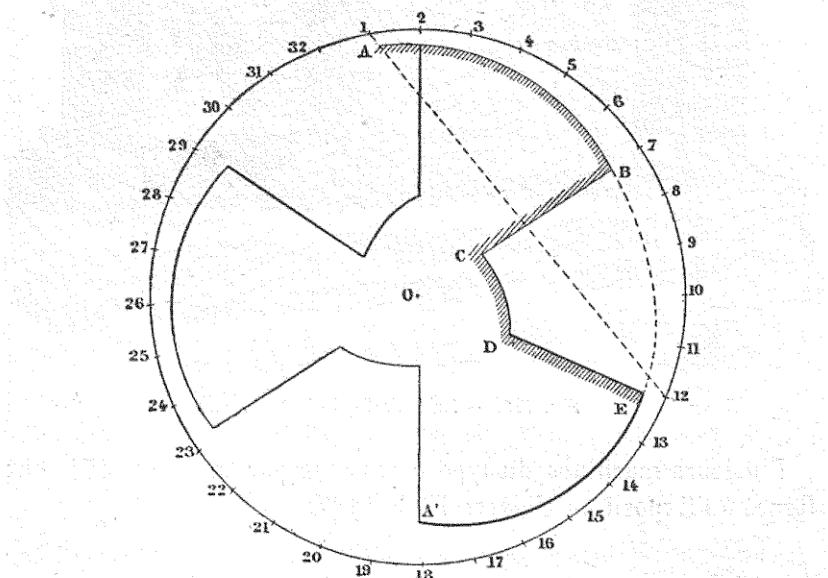


Fig. 180.

puis pour la corde 23 — 2, nous obtiendrons trois éléments successifs qui conduisent du point 1 au point 2. Un système ternaire analogue partant de 2 conduira au point 3; ainsi de suite, jusqu'à ce qu'un dernier système de trois éléments partant de 32 conduise au point 1 et ferme le circuit. Cette disposition repose sur le principe du bobinage en polygone étoilé (n° 179), dans le cas d'une machine à six champs magnétiques.

Pour réaliser l'enroulement, on fait usage de deux plateaux en carton percés de trous correspondant aux extrémités des éléments radiaux. L'un de ces plateaux reçoit tous les éléments *impairs*, c'est-à-dire correspondant aux cordes 1 = 12, 23 = 2, etc., dont

l'origine est désignée par un nombre impair ; les éléments radiaux sont placés sur une face et les éléments curvilignes sur l'autre face. Le second plateau reçoit analoguement tous les éléments pairs, tels que 12 — 23, 2 — 43, etc. On accolé dos à dos ces deux plateaux en intercalant entre eux un disque perforé, en maillechort, sur lequel on les boulonne ; on fait ensuite, entre bouts de fil correspondants, les soudures nécessaires pour obtenir un seul circuit. Le disque de maillechort est fixé sur l'arbre de la machine par un moyeu ; quant aux plateaux de carton, on

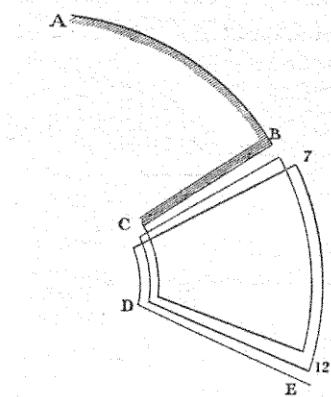


Fig. 181.

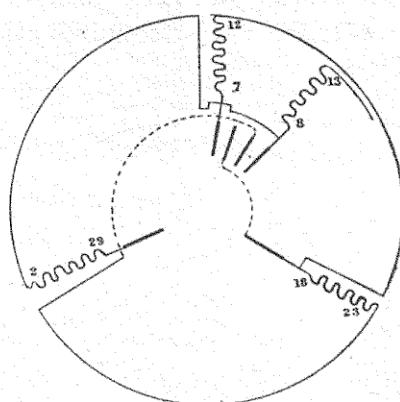


Fig. 182.

les évide en les découpant au tour, de manière à ne laisser que les couronnes qui sont sous les fils curvilignes.

La disposition schématique indiquée sur la figure 180 est complétée, dans la pratique, par l'addition de boucles accolées à côté des enroulements primaires ; on peut, par exemple, dans l'élément ABCDE, remplacer la partie CDE par un enroulement multiple de manière à constituer une sorte de bobine élémentaire (fig. 181). On multiplie ainsi le nombre des brins radiaux pour augmenter la force électromotrice de la machine.

Il s'agit maintenant d'établir les connexions de cet induit et du collecteur. Pour plus de clarté dans l'exposition, considérons le schéma de la figure 182, dans lequel l'enroulement est représenté, d'une part par des zigzags radiaux, tels que 7 — 12 figurant la bobine BCDE, et, d'autre part, par des raccords brisés, tels que

12-18 représentant la jonction des deux bobines consécutives 7-12 et 18-23.

Partant de la bobine 7-12, en suivant l'enroulement, on rencontre la bobine 18-23, puis la bobine 2-29, puis la bobine 8-13 (c'est intentionnellement, pour éviter la confusion des lignes, que nous avons augmenté la distance angulaire réelle des deux bobines 7-12 et 8-13). Faisons correspondre une touche de collecteur à chacune des trente-deux bobines et joignons chaque touche à l'origine de la bobine correspondante. Si nous nous en tenions là, il est clair qu'au moment où un des balais toucherait à la fois les deux touches consécutives correspondant aux bobines 7-12 et

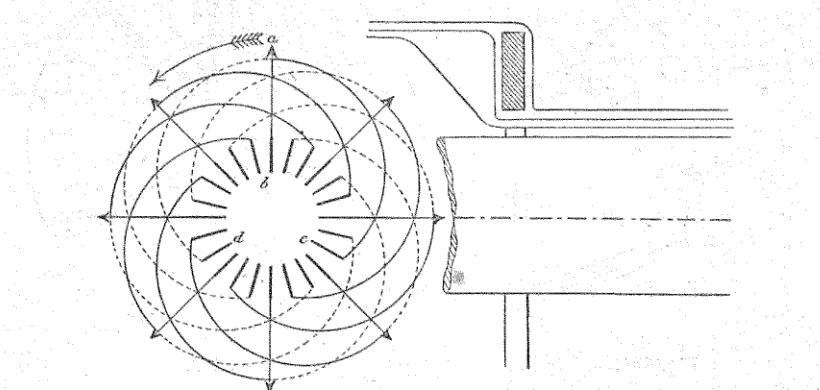


Fig. 183.

12-13, le système des trois bobines 7-12, 18-23 et 29-2 se trouverait fermé en court circuit et distrairait du reste de l'induit. Il serait évidemment bien préférable que la fermeture en court circuit n'eût lieu que sur la seule bobine 7-12 ; ce résultat peut s'obtenir en intercalant deux nouvelles touches de collecteur entre celles qui correspondent aux bobines 7-12 et 8-13 et reliant respectivement ces deux lames avec celles qui correspondent aux bobines 18-23 et 29-2, au moyen des arcs métalliques indiqués en pointillé sur notre schéma ; nous sommes ainsi conduits à tripler le nombre primitif des lames du collecteur et chacune des bobines se trouvera reliée à trois lames faisant entre elles des angles de 120 degrés.

Pour faciliter et régulariser les connexions entre l'origine de

chaque bobine et les trois lames correspondantes du collecteur, on fait usage d'un *connecteur*. Cet appareil se compose d'un cylind-

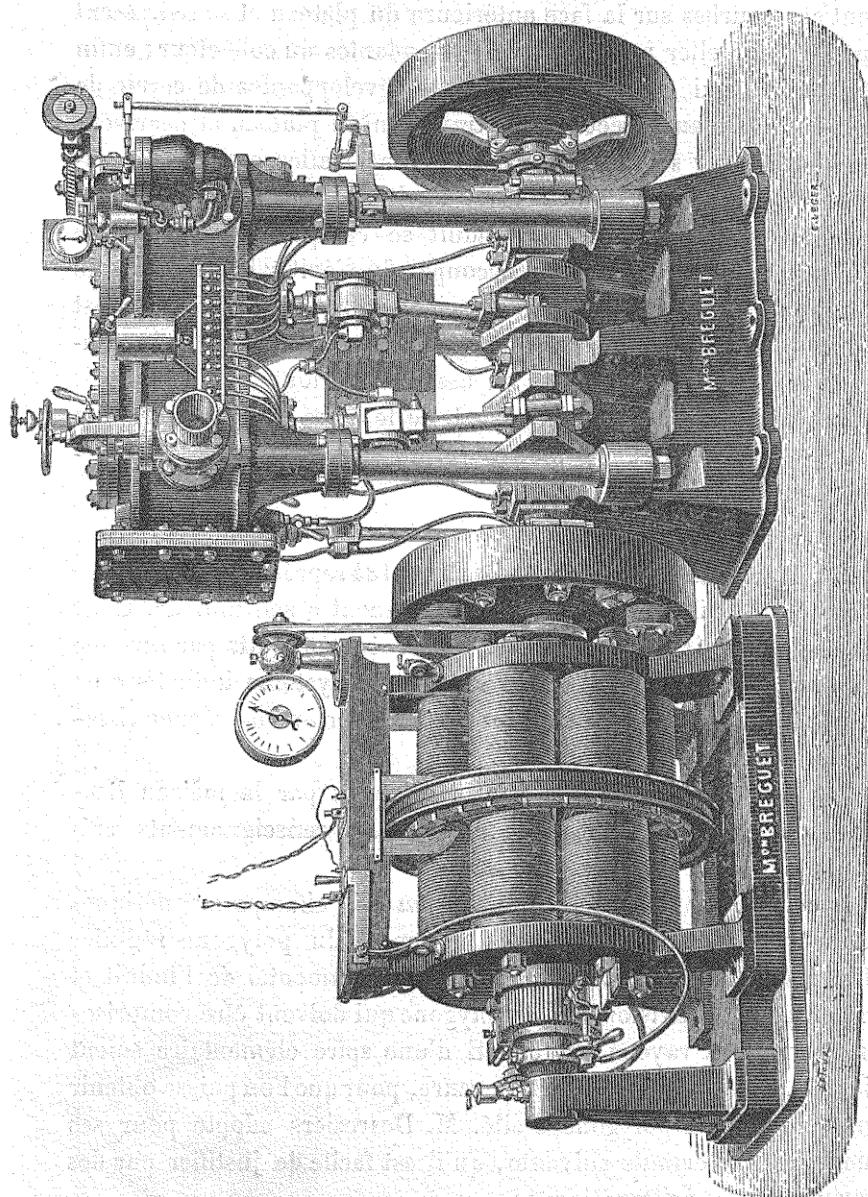


Fig. 184. — Machine Destroiers accouplée à son moteur.

dre en bois sur lequel est monté un plateau circulaire également en bois (fig. 183). Les fils *ab* qui doivent aller radialement au

collecteur traversent simplement le plateau ; les fils *ac*, qui doivent dessiner des développantes de cercle à droite de *ab*, décrivent ces courbes sur la face antérieure du plateau et se redressent ensuite pour aller aux lames correspondantes du collecteur ; enfin les fils *ad*, qui doivent dessiner des développantes de cercle de sens contraire aux précédentes, traversent le plateau et décrivent ces courbes sur sa face postérieure avant d'aller aux lames collectrices. Cette disposition permet d'éviter les croisements de fils.

Finalement l'ossature de l'induit se compose du disque de mallechort, convenablement découpé afin d'éviter les courants de Foucault ; cette ossature rigide, qui porte les fils de l'induit, est clavetée sur l'arbre ; on monte également sur cet arbre le connecteur et le collecteur, puis on assemble le tout.

La légèreté de cet induit permet de le faire tourner assez vite pour obtenir jusqu'à 35 mètres (et au delà) de vitesse à sa circonférence extérieure.

**204. Machines Desroziers.** — La figure 184 représente une dynamo Desroziers à six pôles accouplée directement à son moteur. Cette machine, destinée à la marine, donne 14 000 watts par seconde en tournant à 350 tours par minute. Le système inducteur ne présente rien de particulier ; les noyaux portent des épanouissements polaires.

Les machines Desroziers sont construites par la maison Breguet qui nous a donné à leur sujet les renseignements suivants. (Voir les tableaux page 365.)

Il est nécessaire que le nombre  $2m$  des champs magnétiques inducteurs, le nombre  $M$  des sommets du polygone régulier (fig. 180) qui sert à établir le schéma fondamental de l'induit et le nombre des divisions de ce polygone qui doivent être comprises entre les deux rayons *CB* et *DE* d'une spire élémentaire soient liés par une relation d'un certain genre, pour que l'on puisse obtenir un bobinage en polygone étoilé. M. Desroziers adopte pour ses machines la formule suivante, qu'il est facile de justifier par des considérations arithmétiques :

$$M = 2(pm \pm 1).$$

Pour une machine à six champs ( $m = 3$ ), comme nous l'avons indiqué ci-dessus,  $p = 5$  et

$$M = 2(15 + 4) = 32.$$

#### SÉRIE A VITESSE NORMALE POUR COMMANDE PAR COURROIE

TYPES	AMPÈRES	VOLTS	NOMBRE	DIAMÈTRE	PRIX
			de TOURS PAR MINUTE	de LA PÔULIE	
T $\frac{450}{435}$	125	410	800	340	3,200
T $\frac{450}{475}$	220	410	800	400	4,200
T $\frac{550}{210}$	300	410	650	500	5,500
T $\frac{550}{260}$	400	410	650	500	6,500
T $\frac{600}{240}$	500	410	500	700	8,000
T $\frac{1000}{260}$	800	420	350	900	13,000
T $\frac{1200}{260}$	1200	420	300	spécial	18,000
T $\frac{1410}{246}$	1600	420	300	»	23,000
T $\frac{450}{435}$	200	70	800	340	3,200
T $\frac{450}{175}$	320	70	800	400	4,200
T $\frac{550}{210}$	430	70	650	500	5,500
T $\frac{550}{260}$	600	70	650	500	6,500
T $\frac{650}{240}$	780	70	500	700	8,000
T $\frac{1000}{260}$	1200	70	350	900	13,000
T $\frac{1200}{260}$	2000	70	300	spécial	18,000
T $\frac{1410}{246}$	2300	70	300	»	23,000

#### SÉRIE A VITESSE RÉDUITE POUR ACCOUPLEMENT DIRECT

AVEC MOTEUR A 350 TOURS

M $\frac{435}{175}$	125	70	350	Commande par accouplement élastique	4,200
M $\frac{550}{210}$	200	70	350		5,500
M $\frac{550}{260}$	300	70	350		6,500
M $\frac{550}{260}$	150	100	350		6,500
M $\frac{550}{240}$	300	100	350		8,000

**205. Force électromotrice.** — Soit K le flux de force maximum qui traverse une spire simple telle que BCDE (fig. 480). En admettant la loi de variation périodique du flux que nous avons indiquée (n° 480) au sujet des induits à disque et en désignant par  $2m$  le nombre des champs, la valeur maximum de la somme des flux pouvant traverser la  $2m^{\text{ème}}$  partie de l'induit sera, comme dans le cas d'une machine à anneaux plats (n° 496), donnée par la formule

$$Q_0 = \frac{nK}{m\pi},$$

$n$  désignant le nombre total des spires de l'induit. La force électromotrice induite maximum correspondante sera

$$E_0 = 2\pi N Q_0 = 2n NK,$$

$N$  désignant le nombre de tours que l'induit fait par seconde.

Si le bobinage était fait en quantité, la force électromotrice de la machine, exprimée en volts, serait

$$2n NK \times 10^{-8};$$

mais comme le bobinage est binaire, la force électromotrice est  $m$  fois plus grande ; on a donc

$$E = 2mn NK \times 10^{-8},$$

comme valeur approximative de la force électromotrice de la machine.

Il est à remarquer que le nombre  $2n$ , double du nombre des spires élémentaires, est le nombre total des fils radiaux de l'induit.

### § 5. — MACHINES DIVERSES

Machine Elphinstone-Vincent. — Machine Lontin.

**206. Machine Elphinstone-Vincent.** — La machine Elphinstone-Vincent est déjà ancienne, car elle figurait à l'Exposition de Vienne de 1883. Sa conception est d'une grande originalité.

Elle est à six champs magnétiques formés chacun, comme dans les machines à disque, par deux pôles opposés de noms contraires. L'inducteur, dont la forme extérieure est triangulaire (fig. 185),

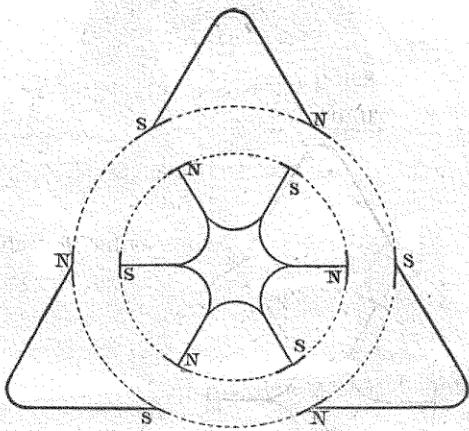


Fig. 185.

se compose d'un électro-aimant intérieur, en forme d'étoile à six rayons, et de trois électro-aimants extérieurs, en forme de V, dessinant les angles d'un triangle équilatéral.

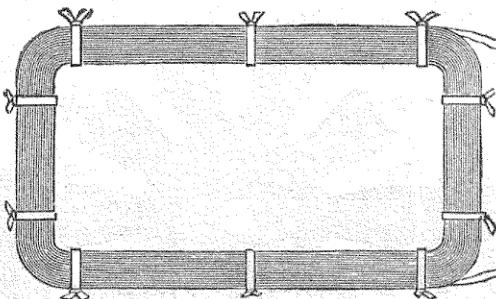


Fig. 186.

Les bobines élémentaires de l'induit (fig. 186) sont enroulées séparément et présentent chacune la forme d'un cadre rectangulaire.

On voit par la figure 187, représentant l'ensemble de la machine, comment ces bobines élémentaires sont disposées sur la surface extérieure d'un cylindre creux en carton. On peut assimiler cette dynamo à une machine à disque.

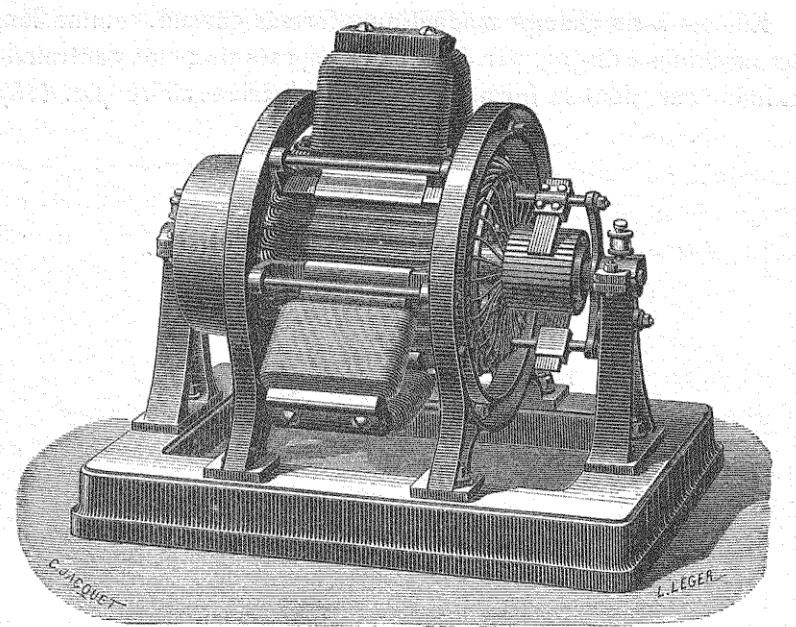


Fig. 187. — Machine Elphinstone-Vincent.

207. Machine Lontin. — La machine Lontin (fig. 188) qui a été

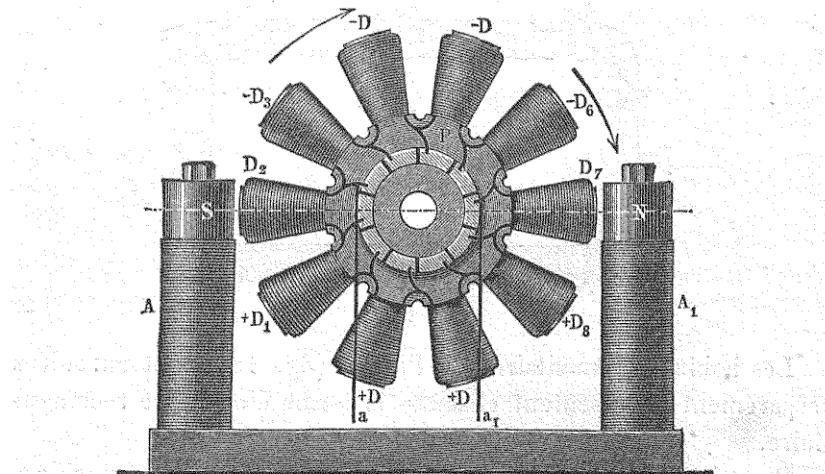


Fig. 188. — Machine Lontin.

employée pour l'éclairage de la place du Carrousel, est une machine à induit polaire.

Elle a subi le sort commun à toutes les machines à induits de ce genre, machines que l'on n'emploie plus aujourd'hui.

#### § 6. — ÉTUDE GÉNÉRALE DES MACHINES A COURANTS CONTINUS

Comparaison des divers systèmes d'induits. — Angle de calage. — Réaction d'induit. — Inducteurs. — Entrefers. — Courbes du magnétisme. — Perte en volts due à l'induit. — Machines excitées en série. — Excitation en dérivation. — Excitation compound. — Puissances électriques. — Rendement industriel. — Calcul d'une machine. — Réglage des machines.

**208. Comparaison des divers systèmes d'induits.** — L'induit annulaire présente une grande proportion de fil inactif, puisque le côté extérieur d'une spire rectangulaire fait seul des coupures de flux ; le côté intérieur est même un peu nuisible, en ce sens qu'il coupe le flux, heureusement faible, dont la présence ne peut pas être complètement évitée à l'intérieur de l'anneau et dont la direction est contraire à celle du flux principal. C'est là un défaut relatif de l'induit Gramme. Par contre, la construction de cet induit est simple et ses réparations sont faciles; deux spires voisines ou superposées sont toujours les sièges de forces électromotrices sensiblement égales et par conséquent ne présentent jamais des différences de potentiel dangereuses pour l'isolement des fils.

La proportion de fil actif est plus grande dans les induits en tambour que dans les induits à anneau. Mais cet avantage relatif a pour contre-partie la complication plus grande de l'enroulement, la difficulté plus grande de sa consolidation en présence de la force centrifuge résultant de la rotation rapide de l'induit, et la superposition (dangereuse pour l'isolement) de fils où se produisent des forces électromotrices de sens contraires et, par conséquent, des différences de potentiel importantes.

Pour les machines multipolaires, la forme annulaire permet de donner un grand diamètre à l'induit, de manière à obtenir une grande force électromotrice avec une faible vitesse angulaire. La forme en tambour ne présente pas le même avantage, bien qu'elle puisse elle aussi être employée pour des machines multipolaires.

Les noyaux de fer des induits en anneau ou en tambour peuvent devenir le siège de courants de Foucault (n° 106) qui les échauffent. On atténue cet effet nuisible en divisant la masse du noyau; dans l'anneau Gramme, ce noyau est constitué par des fils de fer trempé dans du bitume; dans l'induit Siemens, le noyau est constitué par une feuille de tôle enroulée cylindriquement, avec superposition d'un enroulement hélicoïdal en fil de fer doux; dans l'induit Edison, le noyau se compose de disques de tôle d'un demi-millimètre d'épaisseur isolés entre eux par du papier. Les variations continues de l'aimantation du noyau occasionnent, d'autre part, en vertu du phénomène d'hystérésis (n° 182), une perte d'énergie sous forme de chaleur.

Comme induction magnétique maximum dans le fer de l'induit, on admet pratiquement 14,000 unités C G S pour les induits Gramme.

Avec les induits à disque, dans lesquels il n'existe pas de noyaux en fer, on évite à la fois les courants de Foucault et l'hystérésis; par contre, la multiplicité des pôles nécessaires oblige à une plus grande dépense d'excitation des inducteurs.

**209. Angle de calage.** — Nous avons vu (n° 174), au sujet du captage d'un courant continu dans une machine bipolaire, que le passage d'une bobine partielle d'un demi-circuit à l'autre doit produire une étincelle entre la touche du collecteur et le balai, si la ligne des pleins contacts est perpendiculaire à la direction du champ magnétique. La bobine commutée se trouvant, à ce moment, traversée par un maximum de flux ne crée individuellement aucune force électromotrice induite; en quittant le premier circuit, elle perd son courant et devient le siège d'un extra-courant dirigé dans le même sens; en entrant dans le second demi-circuit, elle va être parcourue par un courant de sens contraire; de là le choc de deux courants opposés et la production d'une étincelle. Si l'on veut y remédier, il faut modifier la direction de la ligne des pleins contacts, de manière que, pendant la courte période de la commutation, la bobine considérée puisse devenir, en coupant un peu de flux inducteur, le siège d'une force électromotrice induite, agissant en sens contraire de sa self-induction,

de manière à préparer graduellement le changement de sens du courant. Il faut donc chercher par tâtonnement l'*angle de calage* des balais (on dit souvent le *décalage*), qui réduit au minimum la production des étincelles. Cette observation s'applique évidemment aux induits de tout genre, indépendamment de la présence d'un noyau de fer, et à toutes les machines à courants continus, qu'elles soient bipolaires ou multipolaires.

Lorsque les induits sont munis de noyaux en fer, la distorsion qu'ils font subir aux lignes de force du champ magnétique (n° 190) oblige à donner aux balais, dans le sens de la rotation de l'induit, un décalage plus grand que si le champ magnétique conservait son état normal. La valeur de l'angle de calage varie avec la vitesse de rotation de l'induit et généralement avec les conditions dans lesquelles on fait fonctionner la machine ; il en résulte que les balais ne doivent jamais être installés rigidement ; on adopte toujours un dispositif permettant de régler le décalage à la demande de la machine.

**210. Réaction d'induit.** — Le décalage ayant pour conséquence une diminution de l'effet utile des spires induites, il en résulte que pour une même excitation de l'électro-aimant inducteur et une même vitesse de rotation de la machine la différence du potentiel aux balais en circuit ouvert (et, par conséquent, sans décalage des balais) est toujours plus grande que la force électromotrice totale en circuit fermé. Une autre cause de diminution de cette force électromotrice provient de la réaction magnétique de l'induit, laquelle est plus grande pour un induit en anneau que pour un induit en tambour. La perte totale en volts qui résulte de ces deux causes dépend de l'intensité du courant et de la vitesse de rotation de la machine ; on la désigne ordinairement en disant qu'elle est due à *la réaction d'induit*.

**211. Inducteurs.** — La formule à laquelle conduit la théorie du circuit magnétique pour exprimer la forme magnétomotrice d'un inducteur bipolaire (n° 185) indique qu'il importe de rendre aussi faibles que possible les résistances magnétiques, afin d'augmenter le flux utile  $Q$  correspondant à un nombre donné  $n$  I d'ampères-

tours. Comme la résistance magnétique d'une pièce de longueur  $l$ , de section  $S$  et de perméabilité  $\mu$  a pour valeur

$$\frac{l}{\mu S},$$

on voit qu'elle est proportionnelle à  $\frac{l}{S}$  pour chaque nature de fer, de fonte ou d'acier ; on est ainsi conduit à prendre des électro-aimants gros et courts.

La disposition adoptée dans la machine Edison représentée par la figure 172 consiste à placer l'induit à la partie inférieure de la machine. On obtient ainsi une grande stabilité et il est à noter que l'action de l'électro-aimant tendant à soulever l'induit, les coussinets n'ont à porter qu'une partie de son poids. Mais cette disposition occasionne une perte de flux magnétique par le socle en fonte de la machine ; on y remédie (sinon totalement, du moins en grande partie) en interposant entre l'électro-aimant et le socle une plaque de métal non magnétique, comme le zinc ou la fonte manganésée.

La disposition du type supérieur des machines Gramme (fig. 457) fait disparaître l'inconvénient d'une perte de flux par le socle ; mais elle est moins favorable que la précédente pour la stabilité.

On voit, en se reportant à la figure 151, que la distribution des lignes de force du champ magnétique pendant la marche de la machine n'est pas symétrique relativement au plan de symétrie vertical de la machine ; il en résulte sur l'induit une attraction magnétique oblique qui augmente les frottements de l'arbre sur ses coussinets. Le type Manchester, dont la figure 160 offre un exemple, remédie à cet inconvénient par l'emploi de deux électro-aimants cylindriques, mais cette disposition exige un surcroît de dépense d'excitation ; le grand développement des pièces polaires occasionne d'ailleurs des pertes de flux.

L'induction magnétique spécifique, c'est-à-dire le flux d'induction magnétique par centimètre carré de section droite, que l'on admet pratiquement pour les inducteurs varie depuis 6 000 unités CGS pour la fonte jusqu'à 14 000 unités CGS pour le fer doux.

Dans les machines bipolaires avec induit en anneau ou en tambour, on donne habituellement une amplitude de 130 degrés

environ aux surfaces cylindriques des épanouissements polaires osculant l'induit.

**242. Entrefers.** — Pour diminuer la résistance magnétique des entrefers, on réduit au minimum possible le jeu entre l'induit et les pièces polaires ; ce minimum est d'environ 1 millimètre. Avec un induit denté comme celui d'une machine Rechniewski, le fil induit n'étant pas exposé à frotter contre les épanouissements polaires, on peut réduire encore plus le jeu dans l'entrefer ; mais à côté de cet avantage on rencontre cet inconvénient qu'une partie des lignes de force du champ magnétique dans l'entrefer rencontrent les dents du noyau sans être coupées par les spires.

**243. Courbes du magnétisme.** — Si l'on construit, aux mêmes échelles, les courbes magnétiques de diverses machines, en portant les ampères-tours en abscisses et les flux utiles en ordonnées, on obtient des tracés graphiques permettant de comparer les valeurs des circuits magnétiques. Chacune de ces courbes part d'un point de l'axe des ordonnées situé un peu au-dessus de l'origine, à cause du magnétisme rémanent; elle tourne toujours sa concavité vers l'axe des abscisses (fig. 489). Si la résistance du circuit magnétique est relativement faible, l'allure de la courbe est celle qu'indique le tracé supérieur de la figure ; la courbure est faible sur une assez grande longueur au départ, elle augmente ensuite brusquement en figurant un coude et redevient faible au delà. Le tracé inférieur qui correspond à une grande résistance magnétique indique que la courbure devient alors plus uniforme.

Considérons, pour fixer les idées, une machine bipolaire avec excitation indépendante. La force électromotrice de cette machine

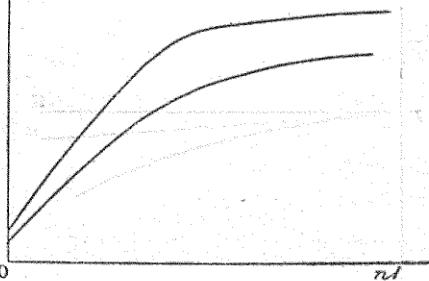


Fig. 489.

sera exprimée en volts (n°s 192 et 199), aussi bien pour un induit à tambour que pour un induit en anneau, par la formule

$$E = m NK \times 10^{-8},$$

en convenant de représenter par *m* le nombre total des fils parallèles à l'axe de rotation comptés sur la surface extérieure de l'induit. Pour une valeur constante de *N* ou, ce qui revient au même, de la vitesse angulaire de rotation, cette force électromotrice est proportionnelle au flux utile *K* traversant l'entrefer. Ce flux utile dépend de la forme et de la nature du circuit magnétique de la machine, de l'intensité *I* du courant exciteur et du courant qui passe dans l'induit.

Lorsque la machine tourne à circuit ouvert, avec une vitesse donnée quelconque, la force électromotrice *E* peut, pour chaque valeur de l'intensité *I* du courant d'excitation, s'obtenir en mesurant au moyen d'un électromètre ou d'un voltmètre électrostatique la différence de potentiels aux bornes de la machine. La courbe construite en prenant *I* pour abscisse et *E* pour ordonnée sera la même, aux échelles près, que la courbe du magnétisme construite avec les ampères-tours excitateurs pour abscisses et les

flux utiles pour ordonnées. On voit ainsi qu'il est facile d'obtenir la courbe du magnétisme lorsque la machine est construite.

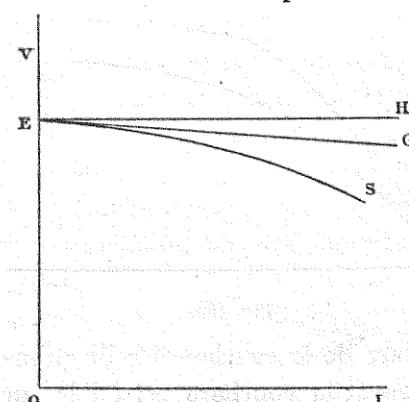


Fig. 190.

214. Perte en volts due à l'induit. — Supposons maintenant que nous fassions tourner la machine à circuit fermé. Le nombre des ampères-tours d'excitation étant maintenu fixe, portons en ordonnée (fig. 190) la valeur *OE* de la force électromotrice correspondant à la marche en circuit ouvert et traçons l'horizontale *EH* du point *E*. En faisant varier la résistance extérieure qui ferme le circuit et en donnant toujours à la machine la même vitesse de rotation, nous obtiendrons divers régimes, à

chacun desquels correspondra un courant d'intensité  $I$  et une différence de potentiels  $V$  aux balais de la machine. La courbe ES, construite en prenant  $I$  pour abscisse et  $V$  pour ordonnée, commence par être à peu près tangente à la droite  $E$  et s'abaisse ensuite en tournant sa concavité vers le bas.

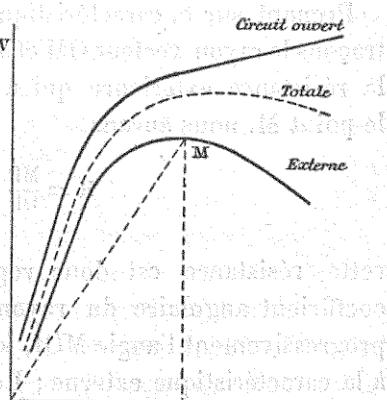
Si le flux utile restait le même pendant la marche en circuit fermé que pendant la marche en circuit ouvert, la valeur de  $V$  correspondant à une valeur quelconque de  $I$  serait égale à  $E - rI$ ,  $r$  désignant la résistance de l'induit, en sorte que l'on obtiendrait (en négligeant l'influence de la température sur la valeur de  $r$ ), une droite  $EG$ . Les différences entre les ordonnées de cette droite et celles de la courbe ES représentent les pertes en volts dues à la *réaction d'induit* (n° 210) ainsi qu'à l'échauffement du fil de cet induit.

**215. Machines excitées en série.** — La courbe ES est la *caractéristique extérieure* d'une machine à excitation indépendante.

Le nom de *caractéristique* a été donné par M. Marcel Deprez à des courbes, qui, pour une vitesse de rotation déterminée et constante, représentent diverses forces électromotrices de la machine en fonction des intensités des courants d'excitation et des courants induits.

Supposons d'abord que l'excitation soit faite en série (disposition indiquée par la figure 147), c'est-à-dire en faisant passer dans le fil de l'électro-aimant la totalité du courant de la machine. Nous pourrons construire diverses caractéristiques, en prenant pour abscisses les ampères des courants et pour ordonnées les volts des forces électromotrices.

*Caractéristique à circuit ouvert.* — Installant les balais à poste fixe, sans décalage, dans la position théorique, excitons l'inducteur par une source indépendante et faisons tourner la machine à circuit ouvert. Pour



chaque valeur  $I$  du courant d'excitation, nous aurons une différence de potentiels  $V$  aux deux bornes de la machine. La caractéristique à circuit ouvert ainsi obtenue (fig. 191, courbe supérieure) ne différera de la courbe du magnétisme de la machine que par un changement d'échelles.

*Caractéristique externe.* — Fermons le circuit par une résistance extérieure à rhéostat, variable à volonté. Pour chaque valeur de cette résistance nous obtiendrons un courant extérieur d'intensité  $I$  et une différence de potentiels  $V$  aux bornes de la machine, et nous pourrons construire la *caractéristique externe*.

*Caractéristique totale.* — Pour chaque valeur du courant extérieur  $I$ , nous pouvons calculer la chute de potentiel due à la résistance de l'induit et à celle du fil enroulé sur l'inducteur; si l'on veut déterminer ce nombre de volts avec précision, il faut évaluer les résistances en tenant compte de la température des pièces de la machine (température qui, dans des conditions normales de fonctionnement, peut s'elever jusqu'à 80 degrés centigrades). En ajoutant ce nombre de volts à l'ordonnée de la caractéristique externe, nous obtiendrons la *caractéristique totale*.

La différence des ordonnées correspondantes de la caractéristique à circuit ouvert et de la caractéristique totale représente les pertes en volts dues à la réaction d'induit (n° 210).

Prenant sur la caractéristique externe un point quelconque  $M$ , traçons le rayon vecteur  $OM$  et l'ordonnée  $MP$ . En désignant par  $R$  la résistance extérieure qui a donné lieu au régime défini par le point  $M$ , nous aurons

$$R = \frac{MP}{OP} = \tan MOI;$$

cette résistance est donc représentée numériquement par le coefficient angulaire du rayon vecteur  $OM$ . Si l'on fait croître progressivement l'angle  $MOI$ , le vecteur  $OM$  arrive à être tangent à la caractéristique externe;  $I$  et  $V$  s'annulent alors et la machine se désamorce. Il y a donc une *résistance critique* jusqu'à laquelle il ne faut pas faire monter la résistance extérieure.

L'excitation en série est employée ordinairement pour les machines à régime fixe. Les conditions du fonctionnement doivent

être celles qui correspondent à la position du point M pour laquelle la tangente à la caractéristique externe devient horizontale.

**216. Excitation en dérivation.** — Lorsque l'excitation est faite en dérivation (disposition précédemment indiquée par la figure 148), le courant total I recueilli aux balais de la machine se subdivise en courant principal  $I'$  et courant dérivé  $I''$ .

La figure 192 indique les allures des trois caractéristiques.

La caractéristique à circuit ouvert s'obtient comme dans le cas de l'excitation en série et ne diffère de la courbe du magnétisme que par un changement d'échelles; ses abscisses correspondent aux intensités du courant excitateur.

La caractéristique externe se construit en prenant pour abscisses les intensités  $I'$  du courant principal et pour ordonnées les différences de potentiels correspondantes  $V$  aux deux balais de la machine.

La caractéristique totale doit avoir pour abscisses les intensités  $I$  du courant total recueilli aux balais de la machine. Pour chaque valeur de  $I$ , la valeur correspondante de  $I'$  fait connaître, au moyen de la caractéristique externe, la force électromotrice disponible aux balais ; en ajoutant à cette force électromotrice la valeur calculée de la perte de potentiel due à la résistance de l'induit, on obtiendra l'ordonnée de la caractéristique totale.

Pour chaque point M de la caractéristique externe, le coefficient angulaire du rayon vecteur OM donne la valeur numérique de la résistance extérieure  $R$ ; si l'on fait décroître successivement cette résistance, OM arrive à être tangent à la caractéristique et la machine cesse de fournir un courant ; il y a, par conséquent, une résistance critique jusqu'à laquelle il ne faut pas faire des-

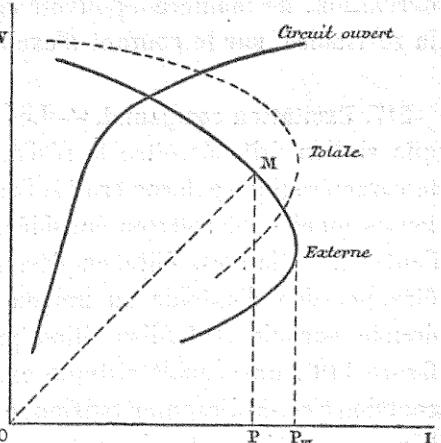


Fig. 192.

cendre la résistance extérieure. On voit, d'autre part, que l'intensité  $I'$  du courant principal admet une valeur maximum  $I_m = OP'$ , correspondant à la tangente verticale de la caractéristique externe. Le régime de marche doit toujours correspondre à la branche supérieure de cette caractéristique.

On emploie ordinairement l'excitation en dérivation pour des machines destinées à fournir des courants d'intensités diverses, la vitesse de rotation de l'induit restant toujours la même. Il est souvent nécessaire de maintenir constante la différence de potentiel aux bornes ; pour y arriver, on introduit un rhéostat dans la dérivation, de manière à pouvoir agir à volonté, en faisant varier la résistance, sur le courant d'excitation.

**217. Excitation compound.** — Les figures 190 et 192 montrent que si l'on fait décroître la résistance extérieure, l'ordonnée de la caractéristique externe croît si l'auto-excitation est faite en série, tandis qu'elle décroît (en considérant la branche supérieure), si l'auto-excitation est faite en dérivation. On voit ainsi qu'il doit être possible d'obtenir au moyen de l'excitation compound par double enroulement (disposition précédemment indiquée par la figure 149), une caractéristique externe différant peu d'une horizontale, c'est-à-dire une tension ou différence de potentiels aux bornes sensiblement constante malgré les variations de la résistance extérieure. De là le problème suivant.

*Etant données la valeur constante  $V$ , que l'on veut donner à la différence de potentiels aux bornes, et la valeur maximum  $I_m$  de l'intensité à faire acquérir au courant extérieur, déterminer l'enroulement en série et l'enroulement en dérivation.*

Il s'agit d'obtenir que la tension aux bornes prenne la valeur  $V$ , d'une part, lorsque la résistance extérieure sera choisie de manière que la machine donne un courant principal d'intensité  $I_m$  et, d'autre part, lorsque la résistance extérieure sera rendue infinie en ouvrant le circuit principal.

Faisons sur l'inducteur un enroulement provisoire et prenons une source d'excitation indépendante de la machine. Le circuit de la machine entre balais restant complètement ouvert, donnons au courant exciteur diverses intensités ; pour chaque intensité  $I$ ,

portons en abscisse le nombre  $nI$  des ampères-tours, et en ordonnée la valeur en volts de la différence de potentiels aux deux balais. Nous obtiendrons ainsi (fig. 193) une courbe A qui ne différera de la caractéristique à circuit ouvert correspondant à notre enroulement provisoire que par l'échelle des abscisses. Si les enroulements d'auto-excitation compound que nous cherchons à déterminer étaient établis, l'ouverture du circuit principal mettrait la machine en fonctionnement par excitation en série;

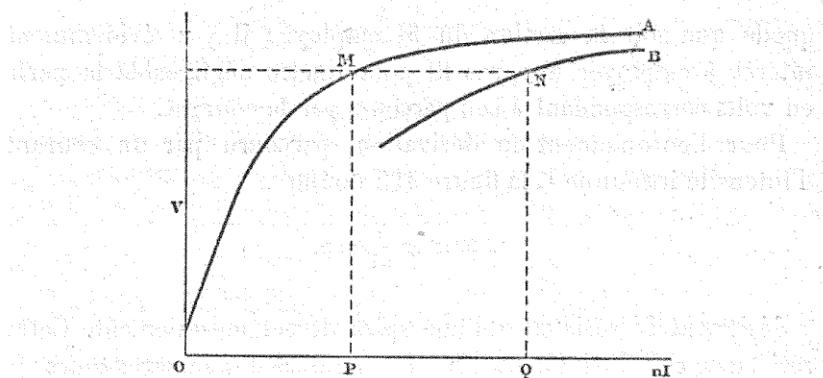


Fig. 193.

dans ce cas, la différence de potentiels aux balais en circuit fermé peut être remplacée par la différence de potentiels aux balais en circuit ouvert, si l'on néglige les effets de la réaction d'induit et de la résistance de l'induit. Nous voyons ainsi qu'en prenant sur la courbe A le point M dont l'ordonnée MP est égale à la tension donnée  $V$ , l'abscisse correspondante OP nous fera connaître approximativement le nombre  $\alpha$  des ampères-tours à donner à l'enroulement en dérivation.

Fermons maintenant le circuit de la machine entre balais par une résistance extérieure avec rhéostat ; recommençons à faire varier le courant exciteur et, pour chaque valeur  $I$  de son intensité, disposons de la résistance du circuit de la machine de manière à donner au courant induit l'intensité  $I_m$  ; mesurons alors la tension correspondante entre balais ; en prenant  $nI$  pour abscisse et cette tension pour ordonnée, nous obtiendrons une courbe B.

L'abscisse du point N pris sur cette courbe avec une ordonnée égale à V nous fera connaître le nombre total  $\beta$  des ampères-tours à donner à l'enroulement exciteur. La différence  $\beta - \alpha$  est égale au nombre des ampères-tours à donner à l'enroulement en série.

Le nombre des tours d'enroulement en série devra être

$$\frac{\beta - \alpha}{I_m},$$

quelle que soit la section du fil employé ; il y a évidemment intérêt à employer un gros fil pour rendre négligeable la perte en volts correspondant à son parcours par le courant.

Pour l'enroulement en dérivation, parcouru par un courant d'intensité inconnue I, la figure 493 donne

$$\operatorname{tg} MOP = \frac{V}{nI} = \rho,$$

$\rho$  désignant la résistance d'une spire de cet enroulement. Cette résistance est ainsi déterminée et le nombre des ampères-tours

$$nI = \frac{V}{\rho}$$

est indépendant de la valeur attribuée à  $n$ . On peut donc choisir arbitrairement le nombre des tours de l'enroulement en dérivation ; comme I varie en raison inverse de  $n$ , la perte en énergie calorifique sera d'autant plus faible que  $n$  sera plus grand, mais, par contre, le coût du fil de cuivre est proportionnel à  $n$  ; de là une balance à établir dans la pratique.

Nous venons d'obtenir ainsi la solution approchée du problème proposé ; en partant des résultats obtenus on pourra facilement obtenir ensuite une seconde approximation.

On demande quelquefois à l'auto-excitation compound de donner une machine à courant constant. Construisons comme précédemment la courbe A (fig. 494) et supposons l'enroulement compound exécuté en donnant  $n$  tours à l'enroulement en série et la résistance  $\rho$  à une spire de dérivation. En négligeant encore les pertes de volts provenant de la résistance des fils induits et de la réaction

d'induit, nous pourrons regarder les ordonnées de cette courbe comme donnant les différences de potentiels aux balais pour divers régimes de marche en circuit fermé, avec vitesse de rotation constante de la machine. Soit  $M$  le point correspondant à un

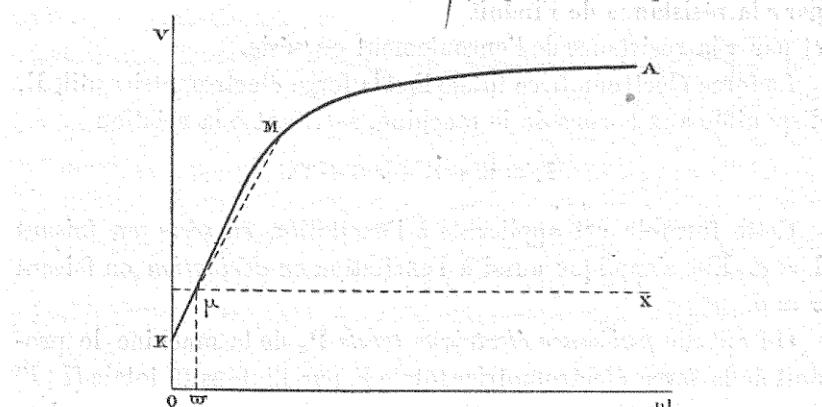


Fig. 194.

de ces régimes et  $I$  l'intensité du courant principal obtenu, le nombre des ampères-tours en série est  $O\omega = nI$  et donne aux balais la différence de potentiels  $\omega\mu$ ; traçons l'horizontale  $\mu X$  et menons le rayon vecteur  $\mu M$ , nous aurons

$$\rho = \tan M\mu X.$$

Pour que l'intensité  $I$  du courant principal reste à peu près constante lorsque la résistance extérieure varie, il faut et il suffit que le déplacement du point  $M$  sur la courbe  $A$  ne fasse pas varier sensiblement l'angle  $M\mu X$ . Il en sera ainsi si le nombre  $n$  des tours de l'enroulement en série est faible, de manière que le point  $\mu$  soit assez voisin de l'origine  $K$  de la courbe<sup>1</sup>, et si la résistance  $\rho$  d'une spire de dérivation est choisie de manière que le point  $M$  correspondant tombe sur la partie peu courbée de  $A$ . L'échelle du fonctionnement sous courant constant est alors assez étendue, mais comme l'ordonnée du point  $M$  est assujettie à rester relativement faible, la machine ne travaille pas dans de bonnes conditions.

<sup>1</sup> Cette origine  $K$  est toujours un peu au-dessus de l'origine des coordonnées, à cause du magnétisme rémanent dans l'inducteur.

**218. Puissances électriques.** — Considérons l'auto-excitation *compound*, qui est la plus complète, et désignons par  $I$  l'intensité du courant principal, par  $I'$  l'intensité du courant dérivé, par  $r$  la résistance de l'induit et par  $\sigma$  la résistance de l'enroulement en série.

La force électromotrice totale  $E_t$  et la force électromotrice utile  $E$ , disponible aux bornes de la machine, satisfont à la relation

$$E_t = E + \sigma I + r(I + I').$$

Cette formule est applicable à l'excitation *en série* en faisant  $I' = 0$ . Elle s'applique aussi à l'excitation *en dérivation* en faisant  $\sigma = 0$ . *Alors*  $E_t = E + r(I) + r'I'$

On appelle *puissance électrique totale*  $P_m$  de la machine le produit de la force électromotrice totale  $E_t$  par l'intensité totale ( $I+I'$ ) du courant intérieur ; ce produit est exprimé en watts-secondes. La valeur de  $P_m$  est

$$\frac{E_t(I + I')}{1000}, \text{ en kilowatts-seconde}$$

et

$$\frac{E_t(I + I')}{736}, \text{ en chevaux-vapeur.}$$

Analogiquement, on appelle *puissance électrique utile*  $P_u$  le produit de la force électromotrice utile  $E$  par l'intensité  $I$  du courant principal ou, ce qui revient au même, le produit de la résistance extérieure  $R$  par le carré de l'intensité  $I$  ; on a

$$P_u = EI = RI^2.$$

On peut mesurer directement cette puissance utile au moyen du *wattmètre de Siemens*. Cet appareil est analogue à l'*electro-dynamomètre* (n° 424), mais les circuits des deux bobines sont séparés ; on fait traverser la bobine mobile, comprenant quelques spires seulement d'un gros fil, par le courant principal  $I$  et la bobine fixe, comprenant un grand nombre de spires d'un fil fin, par un courant pris en dérivation aux deux bornes de la machine. On peut, comme pour les voltmètres, admettre que le courant qui parcourt la bobine fixe est proportionnel à la différence de poten-

tiels  $E$  aux bornes ; le couple de torsion devient ainsi proportionnel au produit  $EI$  et, par conséquent à  $P_u$ . On détermine le coefficient de proportionnalité en reliant le wattmètre aux deux extrémités d'un conducteur de résistance connue, parcouru par un courant d'intensité connue.

On donne le nom de *rendement électrique* au rapport  $\frac{P_u}{P_m}$ ; ce rendement est moins grand pour les machines à disque que pour les machines à anneau ou à tambour; il ne doit jamais être inférieur à 85 p. 100 et il peut s'élever jusqu'à 96 p. 100.

**219. Rendement industriel.** — Le *rendement industriel*, qui caractérise la valeur pratique d'une machine, est le rapport de la puissance électrique utile  $P_u$  à la puissance mécanique  $P$  absorbée par la machine. On a identiquement

$$\frac{P_u}{P} = \frac{P_u}{P_m} \times \frac{P_m}{P},$$

c'est-à-dire que le rendement industriel est égal au produit du rendement électrique par le rapport de la puissance électrique totale à la puissance mécanique.

Pour déterminer la valeur de la puissance mécanique  $P$ , on peut recourir à l'emploi d'un *dynamomètre d'absorption* (tel que, par exemple, un frein de Prony) appliqué sur l'arbre de commande. On peut aussi employer un *dynamomètre de transmission*, comme celui de M. Heffner Alteneck, qui permet de mesurer la différence des tensions du brin conducteur et du brin conduit de la courroie agissant sur la machine électrique; le produit de cette différence de tensions par la vitesse linéaire de la courroie fait connaître  $P$  en kilogrammètres-seconde; il suffit de diviser ce produit par 75 pour exprimer  $P$  en chevaux-vapeur.

La différence  $P - P_m$  représente la perte d'énergie par seconde due, d'une part, aux frottements de la machine et, d'autre part, au dégagement de chaleur occasionné par les courants de Foucault et par l'hystérésis dans l'induit.

La perte de puissance due aux courants de Foucault, pour un induit en anneau ou en tambour, est proportionnelle au carré de la vitesse angulaire de rotation; nous savons, d'ailleurs, que la

perte de puissance due à l'hystérésis est proportionnelle à cette vitesse angulaire (n° 482). On peut admettre que l'ensemble de ces deux pertes de puissance est du même ordre de grandeur que la perte qui provient de la résistance de l'induit. Les machines à disque, ayant des induits sans fer, sont affranchies des pertes par hystérisis ; les pertes par courants de Foucault dans les fils de l'induit sont, d'ailleurs, de faible importance ; c'est là une compensation de l'infériorité relative du rendement électrique de ces machines, compensation qui se manifeste dans leur rendement industriel.

La vitesse linéaire ordinairement adoptée pour les fils extérieurs d'un induit en anneau ou en tambour est de 45 à 20 mètres par seconde. En adoptant une grande vitesse angulaire (de 2 000 tours par minute, par exemple), on diminue les dimensions de la machine, de manière à réaliser une économie relative sur sa construction, mais la transmission est alors coûteuse et le rendement industriel n'atteint pas son maximum. Les faibles vitesses angulaires permettent d'actionner directement la machine par son moteur et d'obtenir un bon rendement.

Le rendement industriel d'une machine bien établie est de 80 à 85 pour 100.

**220. Calcul d'une machine.** — Les considérations exposées dans ce chapitre permettent de dresser l'avant-projet d'une dynamo.

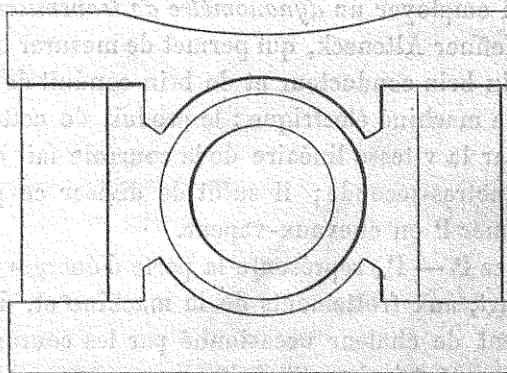


Fig. 195.

Supposons qu'il s'agisse de construire une machine bipolaire du type Manchester, avec induit en anneau (fig. 195).

Les données sont : la différence de potentiels à obtenir en circuit fermé aux bornes de la machine, soit

$$V = 65 \text{ volts};$$

l'intensité maximum du courant extérieur à produire, soit

$$I = 200 \text{ ampères},$$

le nombre des tours que l'induit doit faire par minute, soit

$$N = 4150.$$

*Calcul de l'induit.* — L'expérience a conduit à adopter pour la vitesse linéaire à la périphérie de l'induit une valeur de 15 à 20 mètres par seconde; en adoptant 18 mètres, nous trouverons pour le diamètre extérieur du noyau

$$D = \frac{60 \times 18}{3,14 \times 4150}, \text{ soit } 30 \text{ centimètres}.$$

Il est d'usage constant de prendre un diamètre intérieur  $D'$  égal aux  $\frac{2}{3}$  du diamètre extérieur

$$D' = \frac{2}{3} D, \text{ soit } 20 \text{ centimètres}.$$

On sait, d'après les données de l'expérience, que la perte en watts par seconde due à la résistance de l'induit doit être comprise entre 2 et 8 p. 100 de la valeur de la puissance utile; adoptons la valeur moyenne 5 p. 100. En désignant par  $r$  la résistance réduite de l'induit (égale, dans une machine bipolaire au quart de la résistance totale du fil enroulé sur le noyau), nous poserons

$$rI^2 = \frac{5}{100} VI, \text{ soit } 630 \text{ watt-secondes}.$$

L'expérience a indiqué, d'autre part, que la surface de refroidissement de l'induit doit comprendre de 5 à 9 centimètres carrés par watt-seconde perdu dans l'induit; en adoptant la

moyenne de 7 centimètres carrés, nous aurons pour valeur de la surface de refroidissement en centimètres carrés

$$7rI^2 = \frac{33}{100} VI, \text{ soit } 4550 \text{ cm.}^2.$$

Cette surface de refroidissement comprend la surface cylindrique extérieure de l'anneau et les deux couronnes circulaires qui ferment ses bases ; en désignant par  $L$  la longueur du noyau, parallèlement à l'axe de rotation, nous trouvons pour expression de la surface de refroidissement

$$\pi LD + \frac{\pi}{2} (D^2 - D'^2) = \pi D \left( L + \frac{5}{18} D \right).$$

Nous pouvons, par conséquent, déterminer  $L$  par l'équation

$$\pi D \left( L + \frac{5}{18} D \right) = \frac{35}{100} VI,$$

d'où

$$L = \frac{35}{100} \frac{VI}{\pi D} - \frac{5}{18} D, \text{ soit } 40 \text{ centimètres.}$$

On pourra construire le noyau avec des disques de tôle de 5 millimètres d'épaisseur, séparés par des feuilles isolantes de 1 millimètre ; l'épaisseur de fer totale suivant une génératrice du cylindre sera alors égale à  $\frac{5}{6} L$ , soit 33 centimètres ; il faudra donc employer 66 disques de tôle.

La formule déjà trouvée

$$rI^2 = \frac{3}{100} VI$$

donne

$$rI = \frac{3}{100} V, \text{ soit } 3,23.$$

La force électromotrice induite doit par conséquent avoir pour valeur

$$E = V + rI = 1,03 V, \text{ soit } 68 \text{ volts.}$$

Or, en désignant par  $n$  le nombre total des spires à enruler sur l'induit (soit  $\frac{n}{2}$  spires pour la moitié de l'induit) et par  $\frac{1}{2} K$

le flux utile maximum traversant la surface d'une spire, nous avons (n° 192) :

$$E = n \frac{N}{60} K \times 10^{-8};$$

nous sommes donc conduits à poser

$$\frac{nNK}{6 \times 10^9} = V + rI,$$

d'où

$$n = \frac{6 \cdot 10^9 (V + rI)}{NK} \text{ soit } \frac{355 \times 10^6}{K}$$

Le flux utile maximum  $\frac{1}{2} K$  traversant une spire est égal au produit de l'induction magnétique  $B$ , créée par l'inducteur dans le noyau de l'induit, par la surface de fer doux qui correspond à l'aire d'une spire ; par conséquent

$$\frac{1}{2} K = B \times \frac{D - D'}{2} \times \frac{5L}{6} = \frac{5}{36} LDB.$$

L'expérience indique que la valeur à adopter pour l'induction magnétique est

$$B = 16\,000 \text{ unités CGS};$$

il en résulte

$$\frac{1}{2} K = \frac{5 \times 16000}{36} LD, \text{ soit } \frac{8}{3} \cdot 10^6$$

Nous trouvons ainsi pour valeur de  $n$

$$n = \frac{3}{16} 355 \text{ soit } 66.$$

Cherchons maintenant quelle doit être la section du fil de l'induit. La longueur totale du fil enroulé sur le noyau a pour valeur

$$n(D - D' + 2L), \text{ soit } 60 \text{ mètres};$$

la résistance d'un fil de cuivre de 1 millimètre carré de section, à la température d'environ 50 degrés centigrades est de  $0^{ohm},019$  par mètre courant (n° 131); la résistance totale du fil enroulé sur l'induit doit être

$$4r = \frac{4}{3} \frac{V}{I}, \text{ soit } 0^{ohm},065;$$

par conséquent la section  $\omega$  du fil de l'induit doit avoir pour valeur

$$\omega = \frac{0,019}{0,065} n (D - D' + 2L) \text{ soit } 17^{\text{mm. q.}}$$

La densité de courant correspondante, pour l'intensité I, serait

$$\frac{I}{2\omega}, \text{ soit } 6 \text{ ampères par millimètre carré.}$$

C'est là une densité de courant qui serait pratiquement trop grande; il ne serait pas prudent d'adopter plus de 4 ampères. Augmentons donc de 50 p. 100 la valeur ci-dessus trouvée pour la section droite  $\omega$ , et prenons

$$\omega = 25^{\text{mm. q.}}$$

le diamètre correspondant du fil de cuivre serait de  $5^{\text{mm.78}}$ ; pour obtenir plus de souplesse et rendre l'enroulement plus facile, nous pourrons substituer au fil simple deux fils parallèles, ayant chacun  $4^{\text{mm}}$  de diamètre et donnant ensemble une section de  $25^{\text{mm. q.}}$ , 12.

En résumé, nous avons obtenu les résultats suivants :

Dimensions du noyau.	Diamètre extérieur . . . . .	$D = 30$ centimètres.
	Diamètre intérieur. . . . .	$D' = 20$ —
	Longueur totale. . . . .	$L = 40$ —

Section droite du fil induit . . . . .  $\omega = 25^{\text{mm. q.}}$

Nombre des spires. . . . . 68.

Nous prenons 68 spires au lieu de 66 (nombre donné par notre calcul) afin d'obtenir un enroulement divisible en bobines élémentaires de 2 spires chacune en nombre pair; les touches du collecteur seront au nombre de 34.

La section droite de  $25^{\text{mmq}}$  correspond à un double diamètre de 4 millimètres; avec le guipage, le diamètre des fils induits deviendra de 5 millimètres. Comme la circonférence extérieure de l'induit présente un développement de 943 millimètres, supérieur au produit de ce diamètre du fil induit par le double du nombre des spires, on pourra faire une seule couche d'enroulement. Le diamètre extérieur de l'armature sera de  $0^{\text{m}},310$ . En donnant  $1^{\text{mm}},5$  d'épaisseur aux frettes, nécessaires pour assurer la stabilité des fils sur l'induit, et  $1^{\text{mm}}$  de jeu, on aura pour chacun des entreferes, une largeur de  $7^{\text{mm}},5$ . Le rayon d'alésage des pièces polaires sera de  $0^{\text{m}},1575$ .

*Calcul de l'inducteur.* — Comme le type Manchester comporte l'emploi de deux électro-aimants opposés, chacun d'eux devra donner un flux magnétique égal à  $\frac{1}{2} \nu K$  en désignant  $\nu$  par le coefficient d'Hopkinson, c'est-à-dire le rapport du flux total au flux utile (n° 485). D'après les données de l'expérience, la valeur de  $\nu$  pour les machines Manchester est toujours voisine de 1,4; nous aurons donc

$$\frac{1}{2} \nu K = 0,7 K \text{ soit } 3,73 \times 10^6.$$

Dans les inducteurs en fer, l'induction magnétique doit être comprise entre 10 000 et 14 000 unités CGS; en prenant la moyenne de ces deux valeurs extrêmes, nous trouverons pour la section droite de chaque noyau

$$\Omega = \frac{\nu K}{2 \times 12000} \text{ soit } 310 \text{ centimètres carrés.}$$

Si l'on se donne la forme de cette section droite ou l'une de ses deux dimensions, elle se trouve complètement déterminée. Imposons-lui, par exemple, d'être un rectangle dont les côtés parallèles à l'axe de rotation auront une longueur de 31 centimètres, à peu près égale au diamètre de l'induit; la longueur des autres côtés sera de 10 centimètres. La hauteur des noyaux doit être assez grande pour qu'ils présentent une surface de rayonnement suffisante; avec la section droite rectangulaire dont les côtés ont 31 et 10 centimètres, la surface de rayonnement correspondant à une hauteur  $H$  est

$$\Sigma = (2 \times 10 + 31) H \text{ soit } 51 H.$$

L'expérience indique que la perte de chaleur  $\Theta$  dans les inducteurs représente les  $\frac{4}{100}$  de la puissance utile d'une machine Manchester; on a donc

$$\Theta = \frac{4}{100} VI \text{ soit } 520 \text{ watts-seconde ;}$$

la part d'un noyau est  $\frac{\Theta}{4}$ , soit 130 watts-seconde.

On sait aussi, d'après les données de l'expérience, que la température-limite des inducteurs est à peu près égale à huit fois le

rappor du nombre des watts perdus par seconde sous forme de chaleur au nombre des décimètres carrés de surface de refroidissement.

En appliquant cette règle à un des noyaux, on trouve que pour obtenir une température-limite inférieure à 50 degrés, il faut satisfaire à l'inégalité

$$8 \frac{\Theta}{4} \frac{100}{\Sigma} < 50$$

d'où

$$H > 40 \text{ centimètres.}$$

Pour les culasses en fonte avec épanouissements polaires, que l'on suppose traversées par le même flux qu'un noyau, on peut admettre une induction magnétique moitié moindre que pour le fer, soit 6 000 unités CGS ; leur section droite deviendra ainsi

$$\Omega' = 2\Omega, \text{ soit } 620 \text{ centimètres carrés.}$$

En leur donnant une largeur égale à la longueur L d'une génératrice cylindrique de l'induit (soit 40 centimètres), on déterminera leur épaisseur en prenant le rapport  $\frac{\Omega'}{L}$ , soit 31 centimètres. La longueur horizontale reste indéterminée ; en exprimant qu'elle doit être assez grande pour que la température-limite ne dépasse pas 50 degrés, on trouverait qu'elle doit être au moins égale à 21 centimètres, renseignement sans valeur.

Le développement angulaire des surfaces alésées des pièces polaires doit toujours être de 120 degrés.

*Excitation de l'inducteur.* — Ayant ainsi déterminé tous les éléments essentiels pour dresser le projet de la carcasse de la machine et du bobinage de l'induit, il sera toujours nécessaire de vérifier ensuite la qualité du projet, de le modifier au besoin, en tenant compte de certaines conditions particulières et en se basant sur une connaissance exacte de qualités magnétiques du fer et de la fonte à employer. On déterminera enfin le bobinage des noyaux inducteurs suivant le mode d'excitation auquel on voudra recourir. Il faudra, en un mot, se servir de l'avant-projet pour dresser le projet définitif.

**221. Réglage des machines.** — Lorsqu'une machine est excitée

en dérivation, on peut arriver à rendre constante la différence de potentiel aux bornes, pour diverses valeurs à donner à l'intensité du courant extérieur, en intercalant dans le circuit dérivé une résistance auxiliaire convenablement subdivisée dont on utilise dans chaque cas une partie plus ou moins grande.

On peut de même, avec l'excitation en série, arriver à rendre constante l'intensité du courant extérieur, en compensant les variations de résistance du circuit à desservir par celles d'une résistance auxiliaire.

Nous avons indiqué les combinaisons au moyen desquelles l'excitation compound peut donner automatiquement soit le *réglage à potentiel constant*, soit (dans des conditions moins favorables) le *réglage à courant constant*. On n'obtient ainsi que des solutions approximatives.

Quelques constructeurs munissent leurs machines de *régulateurs automatiques*, dont la fonction consiste à introduire à tout instant dans le circuit inducteur les variations de résistance nécessaires pour maintenir constante l'intensité du courant extérieur. Ces régulateurs sont toujours commandés par l'armature d'un électro-aimant, appelé *relai*, qui parcourt le courant principal; pour chaque attraction de ce relai sur son armature, la résistance régulatrice subit la modification nécessaire pour compenser la variation de la résistance extérieure.

## CHAPITRE IV

### MACHINES A COURANTS REDRESSÉS

Machine Brush. — Machine Thomson-Houston.

Dans les machines à courants continus, l'ensemble des spires de l'induit constitue un *circuit fermé*, dans lequel aucun courant ne prendrait naissance si l'on supprimait ses jonctions radiales avec les lames du collecteur.

Dans les machines à *courants redressés*, l'enroulement de l'induit comprend plusieurs *circuits ouverts* qui donneraient chacun naissance à un courant alternatif si l'on réunissait métalliquement leurs deux extrémités. Un commutateur spécial permet de redresser les courants avant de les recueillir.

222. Machine Brush. — L'induit des machines Brush se compose

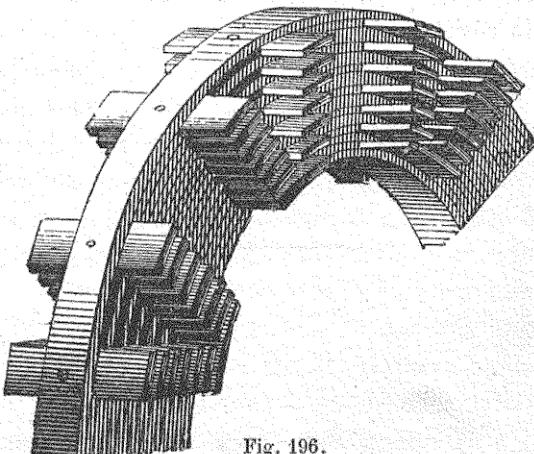


Fig. 196.

d'un morceau de fer sur lequel on enroule soit huit, soit douze bobines partielles.

On construit le noyau (fig. 196) en enroulant en spirale un ruban de tôle de 1<sup>mm</sup>,5 d'épaisseur; des lames de fer de même épaisseur, dépassant le ruban de part et d'autre, sont intercalées entre les spires, de manière à introduire dans la masse métallique des divisions qui s'opposent à la production des courants de Foucault; ces systèmes de lames occupent les sommets d'un polygone régulier, chacun d'eux comprenant deux rangées voisines maintenues par des boulons dirigés radialement. Les bobines partielles s'enroulent dans les intervalles de ces systèmes de lames.

Deux bobines diamétralement opposées sont couplées en tension en circuit ouvert au moyen d'un commutateur (disposition précédemment indiquée par la figure 142). Pour une machine à huit bobines, on a quatre circuits ouverts (auxquels nous pouvons affecter les indices 1, 2, 3, 4) et, par conséquent, quatre commutateurs, montés avec isolement sur l'arbre de l'induit. Le schéma 197, dans lequel on a imprimé à ces commutateurs diverses translations, afin d'éviter la superposition de leurs projections sur un plan perpendiculaire à l'arbre de l'induit, indique les orientations relatives des lignes de commutation; les arcs vides ou isolants représentent chacun  $\frac{1}{8}$  de circonférence. Une paire de balais A et B dessert à la fois les deux commutateurs 1 et 3; les commutateurs 2 et 4 sont de même desservis ensemble par une autre paire de balais C et D. Les balais B et C sont reliés entre eux d'une façon permanente; le circuit extérieur s'établit entre les balais A et D.

Faisons tourner l'induit dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire à son axe de rotation et supposons que les orientations indiquées par notre schéma correspondent à l'instant où la paire de bobines 1, 1' en connexion avec le commutateur O<sub>1</sub> n'est le siège d'aucune force électromotrice et par conséquent n'est

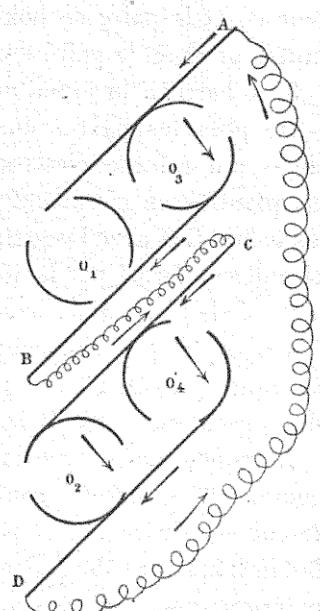


Fig. 197.

parcourue par aucun courant. La paire de bobines 3, 3' est alors le siège d'une force électromotrice maximum ; le circuit ouvert qu'elle forme avec le commutateur  $O_3$  se trouve fermé par un circuit complexe qui comprend :

1° le balai A, le circuit extérieur et le balai D ;

2° une bifurcation en deux parties, d'une part, par le commutateur  $O_2$  et la paire de bobines 2, 2' et, d'autre part, par le commutateur  $O_4$  et la paire de bobines 4, 4' ;

3° le balai C, la jonction fixe C B et le balai B.

De plus les paires de bobines 2, 2' et 4, 4' sont chacune le siège d'une force électromotrice moyenne ; elles sont associées en quantité, en circuit ouvert, par leurs commutateurs  $O_2$  et  $O_4$  et les balais C D avec lesquels ces commutateurs sont en contact ; ce circuit est fermé par la jonction permanente C B, le balai B, la paire de bobines 3, 3', le balai A et le circuit extérieur A D.

On capte, par conséquent, dans le circuit extérieur, les trois courants provenant des paires de bobines (3, 3'), (2, 2') et (4, 4'), en laissant hors circuit la paire (1, 1').

Lorsque, par l'effet de la rotation de l'induit<sup>1</sup>, le commutateur  $O_4$  commence à prendre contact avec les balais A et B, le commutateur  $O_2$  perd ses contacts avec les balais C et D ; la paire de bobines 2, 2' sera alors mise hors circuit et l'on captera dans le circuit extérieur les courants provenant des paires (4, 4'), (1, 1') et (3, 3').

Chaque huitième de tour produit une mutation de la bobine hors circuit.

La figure 198 représente une machine Brush avec induit à douze bobines et six commutateurs ; les commutateurs  $O_1$  et  $O_4$  sont desservis ensemble par deux balais ; il en est de même pour  $O_2$  et  $O_5$  et pour  $O_3$  et  $O_6$  ; de là la répartition des commutateurs en trois paires. L'inducteur se compose de deux électro-aimants horizontaux en fer à cheval qui, comme dans les machines à anneaux plats, mettent en regard des pôles de même nom, les deux pièces polaires latérales embrassent chacune  $\frac{3}{8}$  de la circonférence.

<sup>1</sup> Nous supposons que cette rotation se fasse dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre.

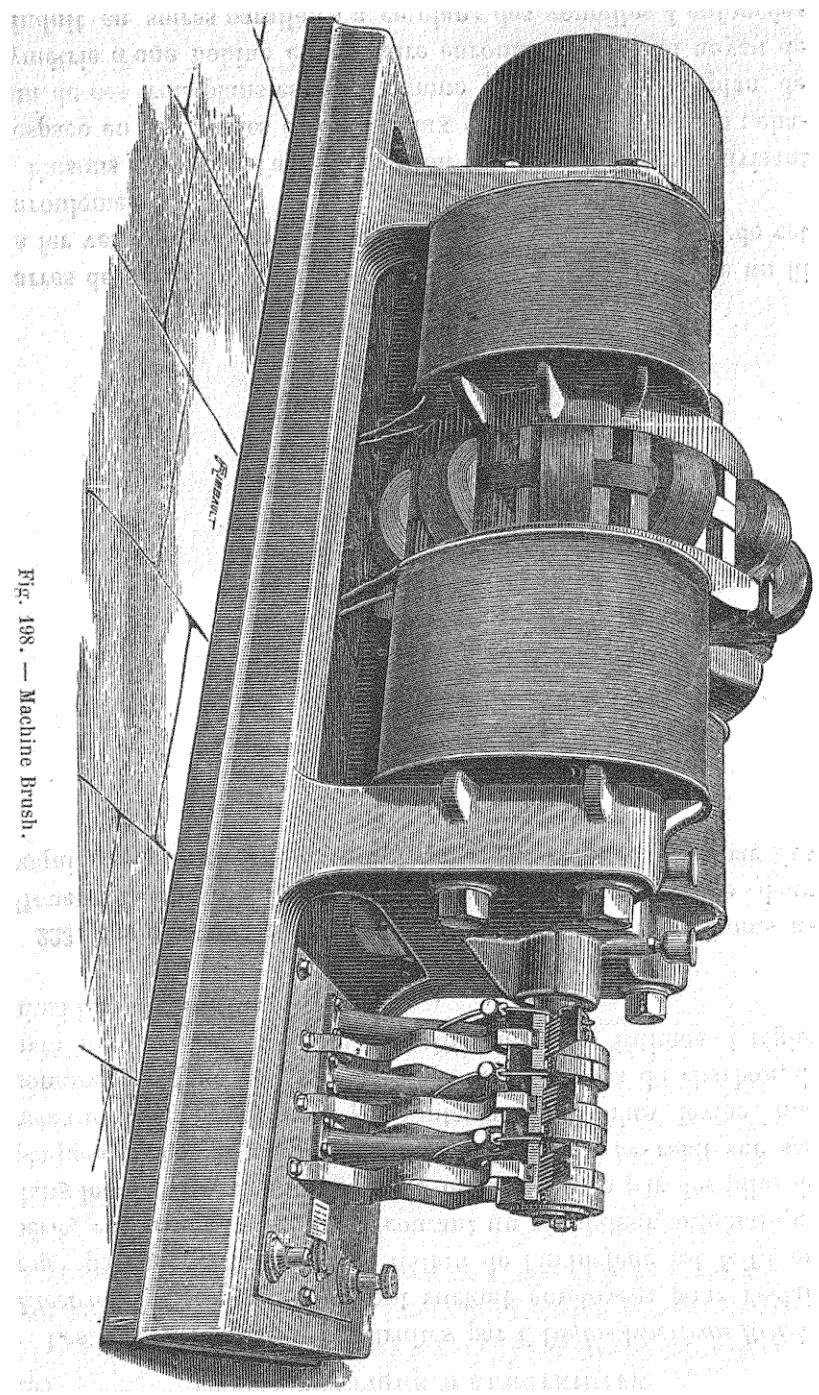


Fig. 198.—Machine Brush.

Les machines Brush, construites par l'*Anglo-American-Bush-Electric-Light-Corporation*, sont surtout employées pour l'éclairage par arc voltaïque. L'excitation de l'inducteur est faite en série, en faisant traverser au courant un régulateur automatique dans lequel la résistance variable est constituée par des piles de plaques de charbon. L'attraction exercée par le relai sur son armature mobile produit, par l'intermédiaire d'un levier, une compression plus ou moins grande sur ces piles de charbon, de manière à rendre leurs contacts plus ou moins intimes et régler ainsi leur résistance.

**223. Machine Thomson-Houston.** — Dans les machines Thomson-Houston, l'âme de l'induit est composée (fig. 199) de deux coquilles de fonte S opposées l'une à l'autre et réunies par des

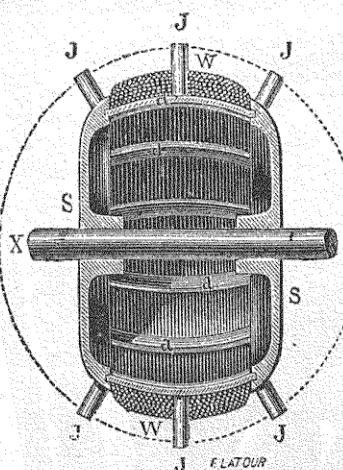


Fig. 199.

barres de fer cintré *d* sur l'ensemble desquelles on enroule un fil de fer verni *W*; on recouvre d'un vernis isolant la surface de cet enroulement.

Faisons passer par l'axe de rotation trois plans indéfinis divisant l'espace en six angles dièdres égaux de 120 degrés chacun; chacun de ces trois plans est pris comme plan moyen ou plan de symétrie d'une bobine élémentaire enroulée autour du noyau de l'induit en spires parallèles à ce plan; des goupilles *J* enfoncées

dans des trous pratiqués d'avance dans le noyau servent de guides pour les enroulements et limitent les espaces qu'ils doivent respectivement occuper. On enroule successivement la moitié de la

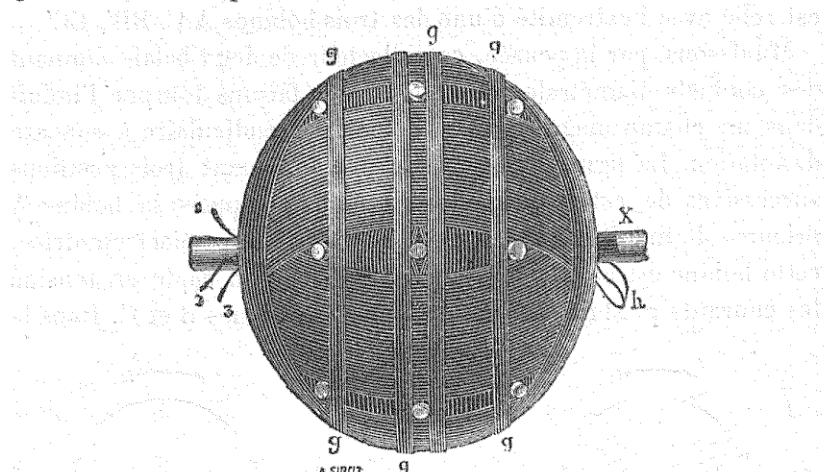


Fig. 200.

première bobine, la moitié de la seconde, toute la troisième bobine, l'autre moitié de la seconde et l'autre moitié de la première ; chacune des trois bobines doit constituer un circuit ouvert. La

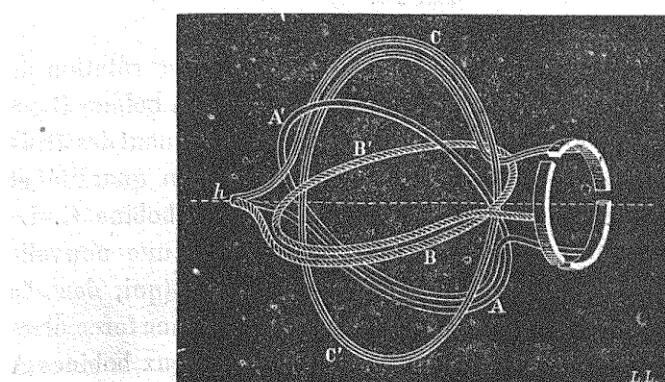


Fig. 201.

surface extérieure de l'induit ainsi obtenu (fig. 200) est sensiblement sphérique ; on la cercle avec quatre liens *g* en fils de laiton. Les trois bouts d'origine des trois bobines sont soudés en *h* ;

les trois extrémités 1, 2, 3 doivent être reliées à un collecteur.

Ce collecteur est représenté par la figure 201 ; il se compose d'un anneau de cuivre divisé en trois arcs égaux ; chacun de ces arcs est relié avec l'extrémité d'une des trois bobines AA', BB', CC'.

Munissons, par la pensée, ce collecteur de deux balais donnant des contacts diamétralement opposés et faisons tourner l'induit dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire à son axe de rotation. La figure schématique 202 indiquant trois positions successives de cet induit ; celle de gauche suppose la bobine A orientée de manière à n'être le siège d'aucune force électromotrice, cette bobine est alors mise hors circuit, et l'on capte en tension les courants produits par les deux autres bobines B et C. Dans la

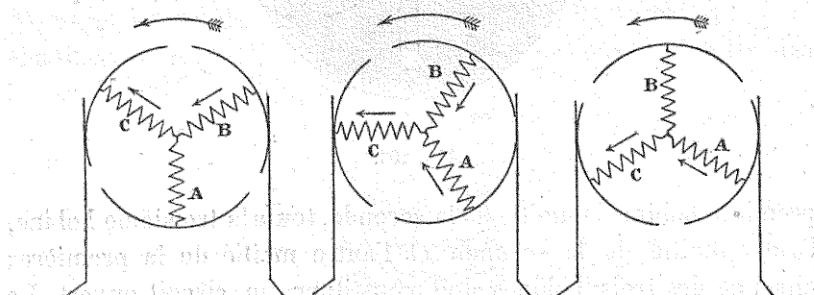


Fig. 202.

seconde position, qui succède à la première par une rotation de 30 degrés, la bobine A va entrer dans le circuit et la bobine B va en sortir ; à ce moment on capte les courants provenant des trois bobines, ceux des bobines A et B se réunissent en quantité et leur somme s'ajoute en tension au courant de la bobine C. La troisième position, qui succède à la seconde par une nouvelle rotation de 30 degrés, met hors circuit la bobine B (qui, dans la nouvelle position qu'elle occupe, n'est le siège d'aucune force électromotrice) ; on capte en tension les courants des deux bobines A et C. On voit ainsi que la rotation de 60 degrés a, pour le fonctionnement de l'appareil, permué, pour ainsi dire, les bobines A et B, tandis que la bobine C n'a pas cessé d'entrer dans le circuit.

Cela posé, remarquons, d'après la figure intermédiaire, que la bobine B, au moment où elle va être mise hors circuit est placée

de manière à être le siège d'une force électromotrice ; c'est seulement après une rotation de 30 degrés que cette bobine occupera sa position neutre ou inactive. Nous laisserions donc inutilisées une partie des forces électromotrices de l'induit, si les deux balais frotteurs étaient des balais simples, ainsi que nous l'avons supposé. On remédié à cet inconvénient en employant des balais doubles (fig. 203) ; pour chacun de ces balais, les deux parties constitutantes font entre elles un angle dont la bissectrice est parallèle à la direction fixe du balai simple qu'il remplace. Supposons, pour fixer les idées, que cet angle soit de 40 degrés ; la bobine B ne cessera d'être associé en quantité avec la bobine A qu'après avoir dépassé angulairement de 20 degrés la position pour laquelle

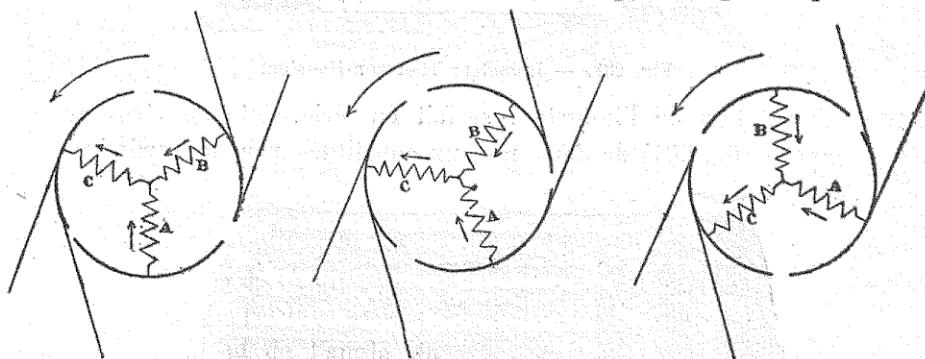


Fig. 203.

elle aurait perdu contact avec le balai simple, ; il s'en faut alors de 40 degrés seulement qu'elle arrive à sa position neutre.

L'emploi des doubles balais permet donc de récupérer une fraction des forces électromotrices qui seraient perdues avec l'emploi des balais simples. Cette fraction dépend de l'angle du balai double ; on peut la faire varier en faisant varier cet angle lui-même ; si cet angle devenait supérieur à 60 degrés, il arriverait par instants que chacune des trois bobines fut fermée en court circuit et que, par suite, le courant extérieur fut momentanément interrompu. Mettant à profit ces observations, les inventeurs de la machine Thomson-Houston ont imaginé un régulateur automatique qui agit sur l'angle de calage de chacun des balais doubles et fait ainsi varier la force électromotrice utilisée, de manière à

maintenir constante l'intensité du courant extérieur malgré les variations que peut subir la résistance du circuit.

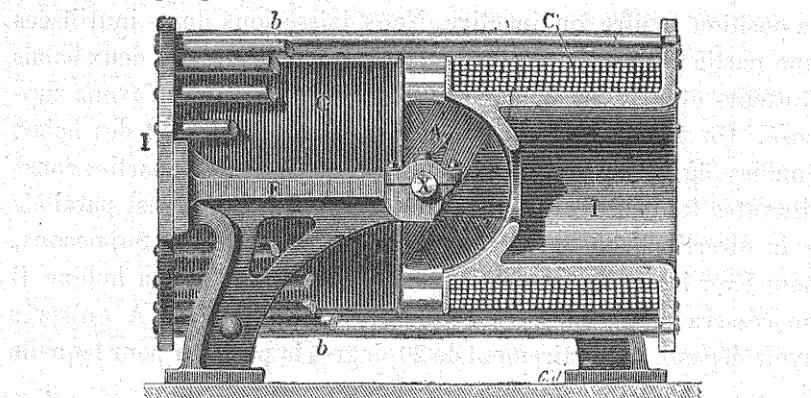


Fig. 204. — Inducteur Thomson-Houston.

L'excitation de l'inducteur se fait en série. Cet inducteur se compose (fig. 204) de deux noyaux constitués par des cylindres

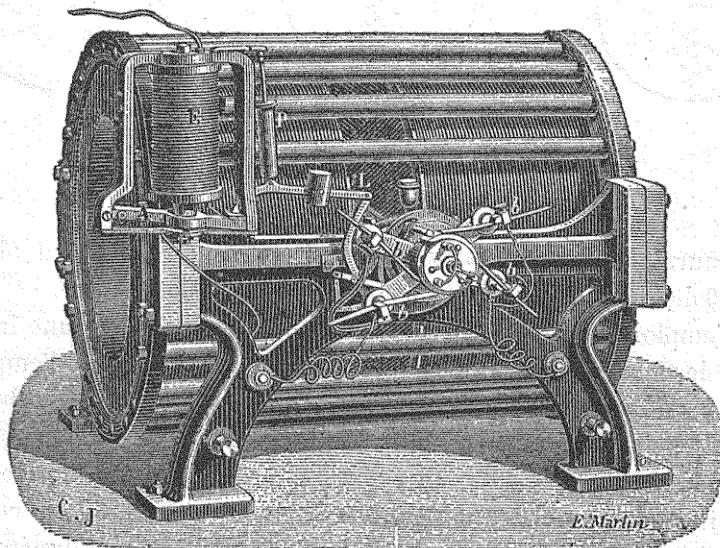


Fig. 205. — Machine Thomson-Houston.

creux I disposés horizontalement et osculant l'induit; les bases extérieures de ces deux cylindres et les barres de fer horizontales b qui les réunissent constituent ensemble la culasse.

La machine présente extérieurement (fig. 205) l'aspect d'un grand cylindre, entourant et masquant l'induit.

La figure 206 indique une disposition adoptée pour diriger des insufflations d'air sur les contacts de l'induit et des balais doubles. Ces insufflations, amenées par les tubes S, sont produites par une petite pompe à air spéciale, actionnée par la machine elle-même.

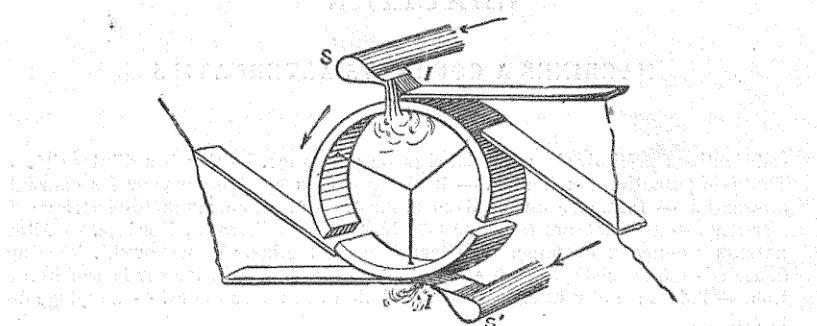


Fig. 206.

Quatre machines Thomson-Houston ont figuré à l'Exposition Universelle de 1889 ; la première tournait à 1 250 tours par minute, pesait 11 tonnes et donnait 20 chevaux de puissance disponible aux bornes ; les trois autres tournaient à 1 150 tours, pesaient 18 tonnes et donnaient de 25 à 35 chevaux.

## CHAPITRE V

### MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS

Considérations préliminaires. — Courbes de puissance. — Courbes d'intensité. — Chute de potentiel aux bornes. — Résistance d'un conducteur pour les courants alternatifs. — Influence du fer dans l'induit. — Machine magnéto-électrique de Méritens. — Alternateurs à disque (Wilde, Siemens, Ferranti, Mordey). — Alternateurs à anneaux Gramme. — Alternateurs à tambour (Zipernowski, Westinghouse). — Caractéristiques des alternateurs. — Influence du fer sur la self-induction. — Puissance et rendement. — Régulation des alternateurs. — Couplage des machines.

**224. Considérations préliminaires.** — Les machines à courants alternatifs, auxquelles on donne souvent le nom plus concis d'*alternateurs*, sont ordinairement destinées à la production de courants à forte tension.

Elles dérivent directement de la machine théorique que l'on obtient en faisant tourner une spire dans un champ magnétique uniforme (n° 168) et en captant le courant induit tel qu'il se produit naturellement. Comme il importe d'obtenir une très courte période sans donner à l'induit une vitesse angulaire excessive, un alternateur est toujours multipolaire; le nombre des bobines élémentaires de l'induit est égal au nombre des champs magnétiques inducteurs. L'induit peut être annulaire, en tambour ou à disque.

Les formules théoriques fondamentales sont celles que nous avons précédemment établies (n° 100) et qu'il est utile de rappeler ici :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q = Q_0 \cos \frac{2\pi t}{T} \\ E = \frac{2\pi}{T} Q_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T} \\ I = \frac{E_0}{R} \cos \frac{2\pi \theta}{T} \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T} = I_0 \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T}. \end{array} \right.$$

$T$  est la durée de la période. Le paramètre auxiliaire  $\theta$ , qui représente un laps de temps, est déterminé par la formule

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi\theta}{T} = \frac{2\pi L}{RT},$$

en désignant par  $R$  la somme de la résistance extérieure non inductive et de la résistance réduite de l'induit, et par  $L$  le coefficient de self-induction de l'induit.

Ces formules sont rapportées aux unités CGS électromagnétiques ; l'unité d'intensité de courant vaut 10 ampères, l'unité de résistance vaut  $1 \text{ ohm} \times 10^{-9}$ , l'unité de force électromotrice vaut  $1 \text{ volt} \times 10^{-9}$  et l'unité de coefficient de self-induction vaut  $1 \text{ quadrant} \times 10^{-9}$ .

L'énergie moyenne dépensée en chaleur par seconde dans le circuit, en vertu de la loi de Joule, a pour valeur en *ergs-seconde*

$$W_m = \frac{1}{T} \int_0^{T} R I^2 dt = \frac{R I_a^2}{2}.$$

L'intensité du courant constant qui, passant dans le circuit de résistance  $R$ , produirait la même dépense d'énergie calorifique serait

$$I_m = \frac{I_a}{\sqrt{2}},$$
R1

racine carrée de la valeur moyenne de  $I^2$ ; on peut la mesurer sur le courant alternatif au moyen d'un electro-dynanomètre (n° 421). Cette intensité  $I_m$  représente l'*intensité moyenne* du courant alternatif<sup>1</sup>.

Analoguement on appelle *force électromotrice moyenne* la racine carrée de la valeur moyenne de  $E^2$ , c'est-à-dire

$$E_m = \left( \frac{1}{T} \int_0^{T} E^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{E_a}{\sqrt{2}}$$

On a identiquement

$$E_m = I_m \times \frac{R}{\cos \frac{2\pi\theta}{T}}$$

<sup>1</sup> C'est la valeur que prend effectivement l'intensité  $I$  du courant alternatif pour  $t = 0 + \frac{1}{8} T$ .

formule qui conduit à donner le nom de *résistance apparente* du circuit au produit de sa résistance réelle  $R$  par le nombre  $\frac{4}{\cos \frac{2\pi\theta}{T}}$ , toujours plus grand que l'unité. Il en résulte que l'on a aussi

$$W_m = E_m I_m \cos \frac{2\pi\theta}{T}$$

**225. Courbes de puissance.** — La résistance  $R$  qui entre dans ces formules comprend la résistance  $r$  de l'induit et la résistance  $\rho$  du circuit extérieur. Supposons que cette résistance extérieure soit sans self-induction, et faisons-la varier de zéro à l'infini, en maintenant constante la vitesse de rotation. Nous avons

$$\begin{cases} I_m = \frac{E_m}{\rho + r} \cos \frac{2\pi\theta}{T} = \frac{E_m T}{\sqrt{(\rho + r)^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}} \\ W_m = (\rho + r) I_m^2 = \frac{E_m^2 T^2 (\rho + r)}{(\rho + r)^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}. \end{cases}$$

Pour  $\rho = \infty$ , on a  $I_m = 0$  et  $W_m = 0$ .

Pour  $\rho = 0$ , l'intensité  $I_m$  prend sa valeur la plus grande

$$I_m = \frac{E_m T}{\sqrt{r^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}},$$

la valeur correspondante de  $W_m$  est  $r \mathcal{I}^2$ .

Dans l'intervalle  $W_m$  passera par un maximum lorsque l'on aura

$$\rho = \frac{2\pi L}{T} - r;$$

ce maximum est

$$\frac{E_m^2 T}{4\pi L},$$

et la valeur correspondante de  $I_m$  est

$$\frac{E_m T}{2\sqrt{2\pi L}}.$$

En éliminant  $(\rho + r)$  entre les deux valeurs trouvées plus haut pour  $I_m$  et pour  $W_m$  on trouve

$$W_m^2 = E_m^2 I_m^2 - \frac{4\pi^2 L^2}{T^2} I_m^4.$$

En prenant  $I_m$  pour abscisse et  $W_m$  pour ordonnée, on pourrait construire une courbe de *puissance électrique* indiquant l'énergie calorifique pour chaque intensité de courant.

Posons

$$\begin{cases} x = \frac{2\pi L}{E_m T} I_m \\ y = \frac{2\pi L}{E_m^2 T} W_m, \end{cases}$$

nous trouverons

$$y^2 = x^2 - x^4$$

La courbe du quatrième degré que représente cette équation est, aux échelles près, la courbe de puissance électrique. En considérant seulement les valeurs positives de  $x$  et de  $y$ , on obtient l'arc de courbe représenté par la figure 207; la tangente à l'origine

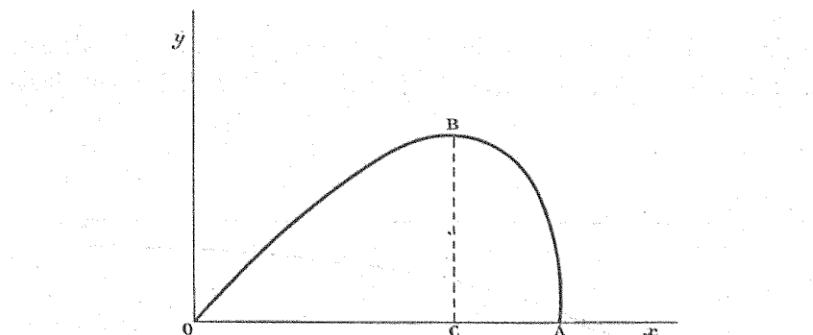


Fig. 207.

est inclinée à 45 degrés sur l'axe des  $x$ , l'abscisse du point A est égale à l'unité, le point le plus haut B a  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  pour abscisse et  $\frac{1}{2}$  pour ordonnée.

La partie utile de cet arc de courbe part de l'origine O des coordonnées pour  $\rho = \infty$  et se termine au point dont les coordonnées pour  $\rho = o$  sont

$$\text{abscisse} = \frac{2\pi L}{\sqrt{r^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}}$$

$$\text{ordonnée} = \frac{2\pi L T r}{r^2 T^2 + 4\pi^2 L^2};$$

**226. Courbes d'intensité.** — On peut considérer aussi une courbe d'intensité ayant pour abscisses les inverses  $\frac{1}{T}$  de la durée de la période (abscisses proportionnelles aux vitesses de rotation) et pour ordonnées les intensités moyennes  $I_m$ , en laissant invariable le circuit extérieur. L'équation de cette courbe est

$$I_m^2 = \frac{\frac{2\pi^2 Q_o^2}{T^2}}{(\rho + r)^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}}$$

Posons

$$\begin{cases} x = \frac{2\pi L}{\rho + r} \frac{1}{T} \\ y = \frac{L\sqrt{2}}{Q_o} I_m \end{cases}$$

nous aurons

$$x^2 y^2 - x^2 + y^2 = 0,$$

La courbe du quatrième degré que cette équation représente est, aux échelles près, la courbe d'intensité considérée. En construi-

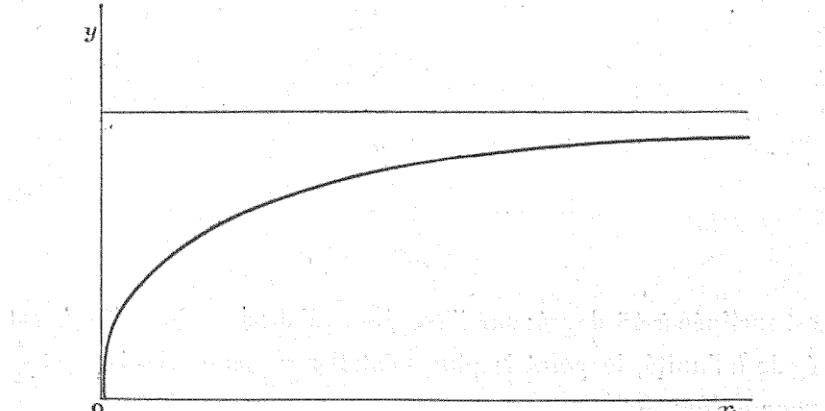


Fig. 208. — Courbe d'intensité.

En supposant seulement la branche correspondante aux valeurs positives de  $x$  et de  $y$ , on obtient une courbe tangente à l'axe des  $y$  à l'origine des cordonnées, qui tourne sa concavité vers l'axe des  $x$  et devient asymptote à la droite  $y = 1$  (fig. 208); la valeur maximum de l'intensité moyenne est par conséquent  $\frac{Q_o}{L\sqrt{2}}$ .

227. Chute de potentiel aux bornes. — La chute de potentiel entre les deux bornes de la machine à l'instant  $t$  est égale à  $\rho I_m$ , et sa valeur moyenne (racine carrée de la valeur moyenne de son carré) est

$$\rho I_m = \frac{\rho}{\rho + r} E_m \cos \frac{2\pi\theta}{T}$$

Si l'on fait tourner la machine en circuit ouvert, la résistance extérieure  $\rho$  et par suite la résistance totale  $R = \rho + r$  sont infinies ; le rapport  $\frac{\rho}{\rho + r}$  devient égal à l'unité et l'angle  $\theta$  devient nul. Il en résulte que *la valeur moyenne de la différence de potentiels entre les bornes de la machine en circuit ouvert est égale à la valeur moyenne de la force électromotrice induite.*

Lorsque la machine tourne en circuit fermé la valeur moyenne de la différence de potentiel entre les bornes est plus petite qu'en circuit ouvert, puisque le facteur  $\frac{\rho}{\rho + r} \cos \frac{2\pi\theta}{T}$  est toujours inférieur à l'unité. La formule

$$(\rho + r) I_m = E_m \cos \frac{2\pi\theta}{T},$$

qui peut aussi s'écrire

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{(\rho + r)^2 T^2 + 4\pi^2 L^2}},$$

donne, si on l'élève au carré,

$$[(\rho + r)^2 T^2 + 4\pi^2 L^2] I_m^2 = E_m^2,$$

d'où

$$\rho I_m = \sqrt{E_m^2 - \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}} - r I_m.$$

Cette formule montre explicitement que les causes de diminution de la chute de potentiel aux bornes sont la self-induction et la résistance de l'induit.

228. Résistance d'un conducteur pour les courants alternatifs. — La résistance d'un conducteur dont la section droite n'est pas très petite est plus grande pour les courants alternatifs que pour les courants continus ; il semble que la conduction du courant

alternatif soit plus grande pour la partie périphérique du conducteur que pour sa partie centrale. Cette augmentation de résistance est d'autant plus sensible que la période  $T$  est plus courte, c'est-à-dire que le nombre des inversions du courant par seconde est plus grand. Dans la pratique, les alternateurs donnent de 70 à 250 inversions par seconde, soit 160 en moyenne. Voici, d'après sir W. Thomson, les nombres par lesquels (lorsqu'il y a 160 inversions par seconde) il faudrait multiplier les résistances de fils de cuivre de divers diamètres pour obtenir leurs résistances aux courants alternatifs.

Diamètre du fil en millimètres	Multiplicateur correspondant
0,5	1,0000
1,0	1,0001
1,5	1,0258
2,0	1,0805
3,0	1,3186
5,0	2,0430
10,0	3,7940
15,0	5,5732
20,0	7,3250

On voit ainsi qu'au lieu d'employer des fils conducteurs pleins de fort diamètre, il vaut mieux recourir à des conducteurs creux ou à des câbles composés de plusieurs fils de faible diamètre.

**229. Influence du fer dans l'induit.** — Pour les alternateurs avec induit sans fer, dont l'inducteur reçoit une excitation indépendante, l'expression sinusoïdale de l'intensité en fonction du temps, avec phase de retard  $\theta$ , peut être regardée comme suffisamment approximative. M. Joubert a publié en 1881, dans les *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, les résultats de délicates expérimentations faites par lui sur un alternateur Siemens (induit à disque), en vue de vérifier l'existence de la loi sinusoïdale.

Les courants de Foucault dans le fil induit sont surtout à craindre à cause de la multiplicité nécessaire des pôles inducateurs.

Si les induits ont des noyaux en fer, d'autres courants de Foucault se produisent dans ces noyaux ainsi que dans les pièces polaires ; les pertes par hystéresis deviennent en outre d'autant

plus importantes que le nombre des renversements du sens du courant par seconde est plus considérable. Par contre, l'emploi du fer offre l'avantage de diminuer les entrefers. Il est très probable, sinon évident, que la formule sinusoïdale de l'intensité est moins approximative pour les induits avec noyaux magnétiques que pour les induits sans fer.

**230. Machine magnéto-électrique de Méritens.** — La première arc machine qui ait été employée pour produire la lumière par arc voltaïque était un alternateur inventé par Noblet et construit par

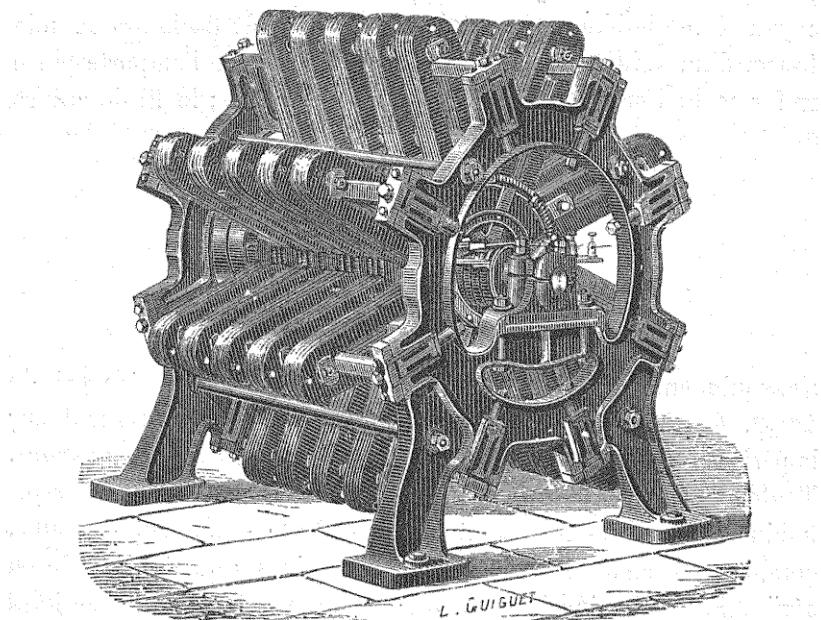


Fig. 209. — Machine magnéto-électrique de Méritens.

la Société *l'Alliance*. Elle a reçu une première application, à titre d'essai, le 26 décembre 1863 pour l'éclairage de l'un des phares à feu fixe du cap de la Hève, près du Havre.  
La machine magnéto-électrique de M. de Méritens a été obtenue en apportant des modifications importantes aux machines de *l'Alliance*. La figure 209 représente une de ces machines, du modèle actuellement adopté pour l'éclairage des phares de France.

L'inducteur se compose de 5 couronnes d'aimants d'acier en fer à cheval, au nombre de 8 par couronne, dirigés normalement à l'axe de rotation de l'induit ; on a ainsi, dans chaque couronne 16 pôles, alternativement nord et sud, disposés suivant les sommets d'un polygone régulier. Le bâti de la machine est constitué par deux flasques ajourées, réunies par 4 tiges boulonnées et dont l'écartement est maintenu par 8 entretoises enfilant les boucles des aimants.

L'induit se compose de 5 anneaux de bronze, correspondant aux 5 couronnes inductrices et portant chacune 16 bobines. Le noyau d'une bobine élémentaire est formé de 80 lames de tôle douce, d'un millimètre d'épaisseur, découpées à l'emporte-pièce en forme de double T légèrement arqué (fig. 210) ; le fil de cuivre

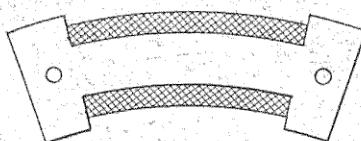


Fig. 210.

s'enroule entre les deux joues saillantes ; son diamètre est de 4<sup>mm</sup>,9. Les bobines partielles sont distribuées régulièrement sur la périphérie des roues de bronze ; celles-ci sont calées sur l'arbre. Toutes ces bobines sont enroulées dans le même sens ; les seize bobines de chaque roue sont réparties en quatre groupes égaux, comprenant chacun 4 bobines consécutives que l'on attelle en série (chaque bobine intermédiaire ayant son bout d'origine joint au bout d'origine de la suivante, et son extrémité jointe à l'extrémité de la précédente). Divisant ensuite l'induit total en deux moitiés, qui contiennent chacune 10 groupes de 4 bobines, on attelle les 10 groupes en quantité. On obtient ainsi deux circuits distincts, de 40 bobines, à chacun desquels est attribué un collecteur. Le courant est alternatif et change de sens seize fois par tour. Chacun des deux collecteurs se compose de 2 bagues en bronze, montées sur des lames d'ébonite et sur lesquelles frottent deux balais communiquant avec les deux bornes auxquelles

aboutit le circuit extérieur. L'attelage des deux circuits se fait à volonté soit en tension, soit en quantité.

Pour obtenir l'arc voltaïque ordinaire, dont l'intensité lumineuse est d'environ 450 carcelles, on attelle les deux circuits en tension et l'on fait tourner l'induit à la vitesse de 430 tours par minute.

Ces machines sont faciles à conduire ; leurs réparations se font aisément et le remplacement des pièces qui s'usent ne présente pas de difficulté. Ce sont là des qualités précieuses pour le service des phares électriques.

La vitesse de rotation de 430 tours par minute correspond à 443 inversions du courant par seconde.

En 1884, époque à laquelle j'étais chargé, comme ingénieur en chef, du service central des phares, j'ai soumis une machine de Méritens à diverses expériences, en vue d'étudier les lois de son fonctionnement.

En faisant varier la résistance du circuit extérieur, toujours choisi de manière à éviter autant que possible les effets de self-induction dans ce circuit, et en produisant dans chaque cas la vitesse de rotation normale de 430 tours par minute, nous avons mesuré en ampères les intensités  $I$  des courants au moyen d'un électrodynamomètre de Siemens. Le travail en chevaux-vapeur de la machine motrice a été déduit des indications d'un frein de Prony ; en retranchant de ce travail la valeur constante d'environ  $\frac{4}{2}$  cheval, qui correspondait à la marche en circuit ouvert, nous avons obtenu approximativement la valeur en chevaux-vapeur de l'énergie calorifique correspondante  $W$ .

Les résultats obtenus ont pu être convenablement représentés par la formule empirique

$$W = (107 - 4,22 I) I.$$

Le tableau suivant indique les valeurs ainsi calculées en regard des valeurs observées.

INTENSITÉ ampères	PIUSSANCE ÉLECTRIQUE		NATURE DE LA RÉSISTANCE EXTÉRIEURE
	observée ch. vap.	calculée ch. vap.	
6,63	0,90	0,99	Fils de fer et câble de cuivre.
11,52	1,00	1,45	Fils de fer et câble de cuivre.
14,40	2,00	1,71	Charbons plongés dans le sulfate de zinc. <i>Idem</i>
19,40	2,00	2,21	<i>Idem</i>
21,67	2,40	2,36	<i>Idem</i>
24,00	2,80	2,53	<i>Idem</i>
25,71	2,50	2,63	Tresse de fils de fer et câbles de cuivre.
27,78	2,40	2,74	Charbons plongés dans le sulfate de zinc.
29,52	2,80	2,83	Tresse de fils de fer et câbles de cuivre.
31,13	2,40	2,91	Charbons plongés dans le sulfate de zinc.
36,53	2,80	3,08	<i>Idem</i>
44,50	3,20	3,16	<i>Idem</i>
47,50	3,00	3,15	<i>Idem</i>
48,58	3,00	3,13	Tresse de fils de fer et câbles de cuivre.
53,59	3,40	3,01	Charbons plongés dans le sulfate de zinc.
61,65	2,80	2,64	<i>Idem</i>
65,60	2,00	2,38	Charbon et câbles de cuivre.
71,30	2,40	1,91	Tresse de fils de fer et câbles de cuivre.
72,75	2,00	1,77	Long câble de cuivre.
76,08	4,50	4,44	Charbons plongés dans le sulfate de zinc.
78,63	4,30	4,15	Câble de cuivre très court.
79,28	»	4,08	Résistance théoriquement nulle.

Ces résultats sont représentés graphiquement par la figure 211. La courbe de puissance paraît différer peu d'une parabole du second degré dont l'axe est vertical ; de là une modification sensible de la forme théorique indiquée par la figure 207.

Nous avons fait, d'autre part, plusieurs séries d'expériences en laissant le circuit fixe, faisant varier la vitesse de rotation et mesurant les intensités de courants correspondantes. J'indiquerai seulement les résultats donnés par deux de ces séries d'expériences, tous les autres étant analogues<sup>1</sup>. Les deux circuits de l'induit étant attelés en tension, nous avons réalisé la première série d'expériences en donnant au circuit extérieur une faible résistance d'environ  $0^{\text{ohm}},004$  et la seconde série avec une résistance de  $0^{\text{ohm}},12$ .

<sup>1</sup> Voir pour plus de détails, mon Mémoire sur les Machines magnéto-électriques et l'arc voltaïque des phares, inséré aux Annales des Ponts et Chaussées, juillet 1885.

Le nombre  $n$  des tours par minute a varié, dans chaque série

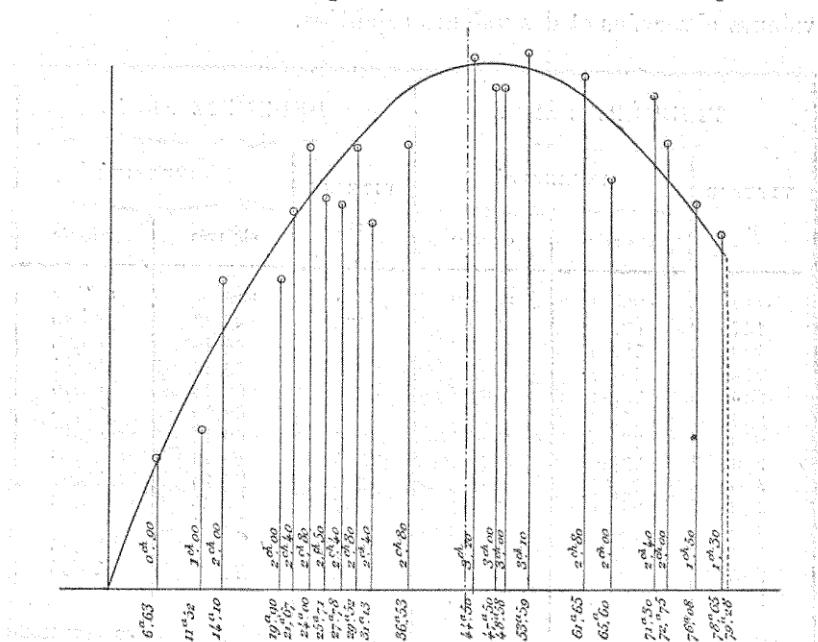


Fig. 211.

d'expériences, de 140 à 840 tours. On peut représenter les résultats obtenus par les formules empiriques

$$I = \frac{12 \text{ volts}, 88 + 0 \text{ volt}, 318 n}{0^{\text{ohm}}, 238 + 0^{\text{ohm}}, 00254 n}$$

$$I = \frac{12 \text{ volts}, 88 + 0 \text{ volt}, 248 n}{0^{\text{ohm}}, 374 + 0^{\text{ohm}}, 00254 n}$$

Les courbes d'intensité obtenues en prenant  $n$  pour abscisse et  $I$  pour ordonnée, peuvent être assimilées, dans les limites adoptées pour les valeurs de  $n$ , à des arcs d'hyperbole équilatère qui ont, dans les deux courbes la même asymptote horizontale à la hauteur 85<sup>amp.</sup>, 825. Ces arcs d'hyperbole rappellent par leur forme, les arcs supérieurs de la courbe théorique représentée précédemment par la figure 208.

Le tableau suivant fait ressortir la concordance satisfaisante des valeurs observées et des valeurs calculées.

PREMIÈRE SÉRIE			DEUXIÈME SÉRIE		
VITESSE <i>n</i>	INTENSITÉ		VITESSE <i>n</i>	INTENSITÉ	
	observée	calculée		observée	calculée
tours	ampères	ampères	tours	ampères	ampères
437	69,56	70,54	456	60,35	60,89
463	72,06	72,05	205	64,45	64,35
215	74,47	74,32	236	66,48	66,41
250	75,81	75,45	249	66,94	66,76
256	74,78	75,64	254	68,66	66,98
258	75,06	75,71	316	69,72	69,47
340	76,54	77,57	424	72,36	72,58
410	77,94	78,72	556	75,20	75,07
433	78,36	79,01	697	76,54	76,88
439	78,36	79,08	807	77,94	77,89
595	80,42	80,60	817	77,94	77,98
834	82,06	84,94	836	77,94	78,44
840	82,50	84,95			

231. Alternateurs à disque. — Wilde a réalisé en 1867 une

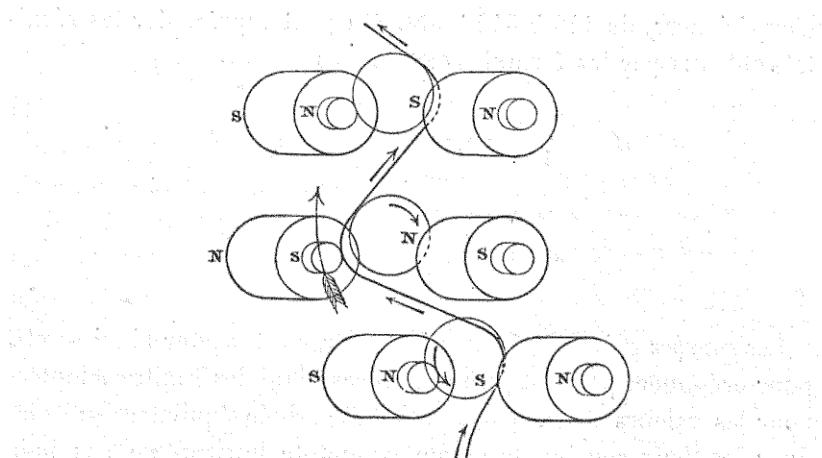


Fig. 212.

machine à courants alternatifs ayant pour inducteurs des électro-

aimants entre lesquels passaient les bobines de l'induit montées sur un disque tournant. La figure 212 indique le principe de cette disposition. Dans la machine Wilde, les bobines étaient enroulées sur des noyaux en fer; pour l'excitation des inducteurs, on employait les courants produits par une ou deux bobines partielles, en les redressant au moyen d'un commutateur.

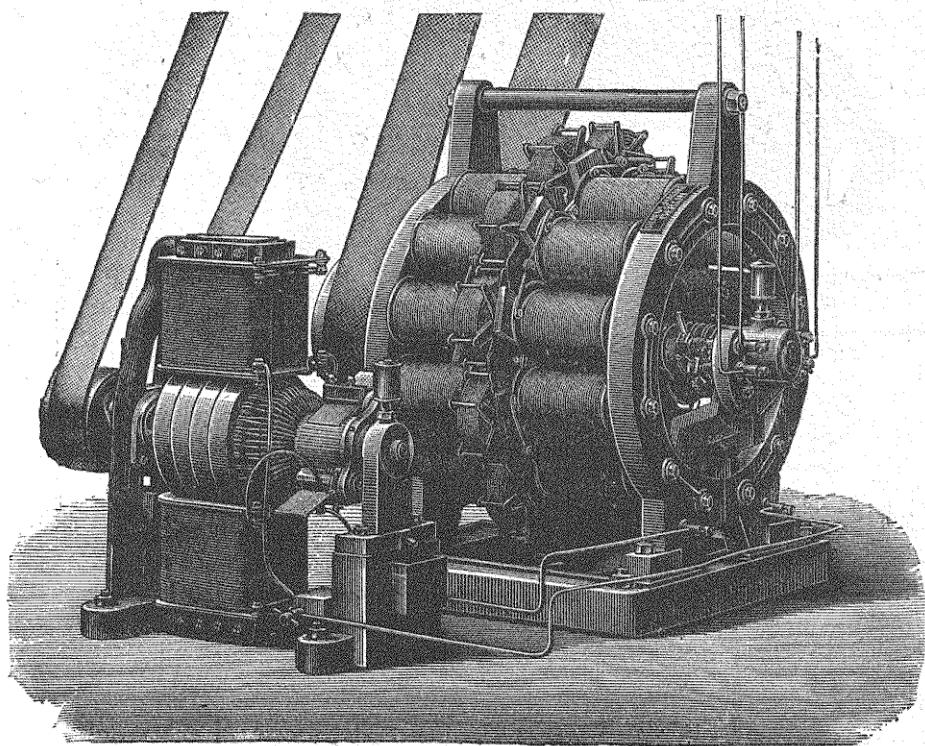


Fig. 213. — Alternateur Siemens.

Les *alternateurs Siemens* ont un inducteur analogue à celui de la machine Wilde, mais l'excitation est indépendante et produite par une petite dynamo à courants continus (fig. 213). Chacun des noyaux cylindriques d'électro-aimants est muni, à son extrémité d'une plaque de fer, en forme de trapèze, constituant un épanouissement polaire. Les bobines de l'induit ne contiennent pas de fer; elles sont enroulées sur des noyaux en bois; c'est là un induit à disque (n° 180); mais les entreferes, compris entre les couples de pièces

polaires opposées, ont une longueur relativement grande, ce qui oblige à donner beaucoup de puissance aux électro-aimants pour

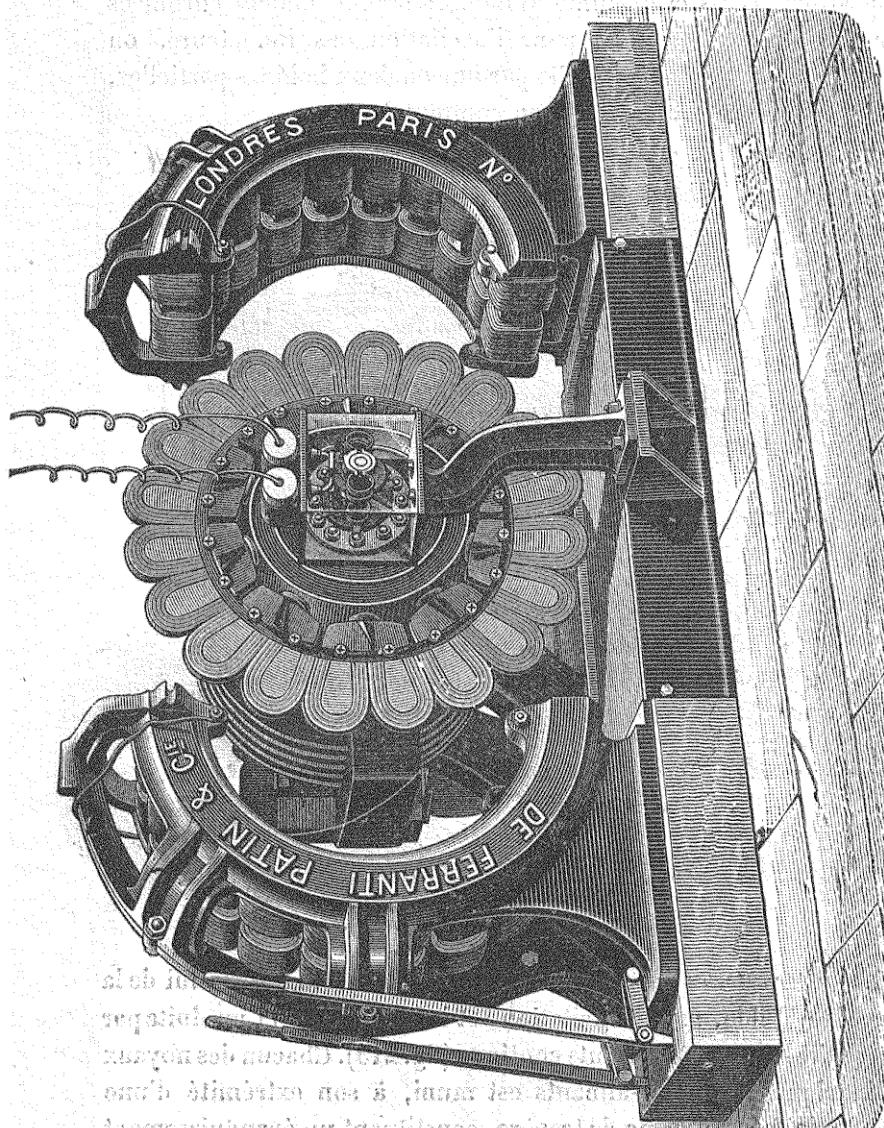


Fig. 214. — Alternateur de Ferranti.

obtenir des flux utiles suffisants. Les bobines de l'induit sont habituellement réparties en deux groupes avec attelage en série, constituant chacun un circuit partiel desservi par un collecteur;

on peut capter les courants correspondants soit en tension, soit en quantité. Dans les machines à grand débit, on remplace les fils de cuivre des bobines par des bandelettes de cuivre entourées d'un ruban de toile caoutchoutée.

Les grandes *machines de Ferranti* ont un inducteur analogue à celui des machines Siemens; les deux couronnes de fonte qui forment les flasques servant de culasses aux noyaux cylindriques des électro-aimants sont installées sur glissières, ce qui permet de les séparer, au besoin, pour dégager l'induit et le rendre accessible (fig. 214). Chaque bobine de l'induit se construit en enroulant sur un noyau de bronze (divisé de manière à nuire à la production des courants de Foucault), un ruban de cuivre dont les spires sont isolées entre elles par une lanière de fibre vulcanisée; ces bobines ont une forme très aplatie permettant de rendre inférieure à 2 centimètres la longueur de l'entrefer. Une de ces machines, employée à l'Usine des Halles, à Paris, produit une puissance utile de 179 chevaux (143 kilowatts par seconde), avec une tension de 2400 vols; son induit contient 20 bobines, formant dix groupes de deux en quantité réunis en tension; on entoure le collecteur d'une cage en verre, comme mesure de prudence. D'autres machines, construites pour l'usine anglaise de Deptford, sont beaucoup plus puissantes.

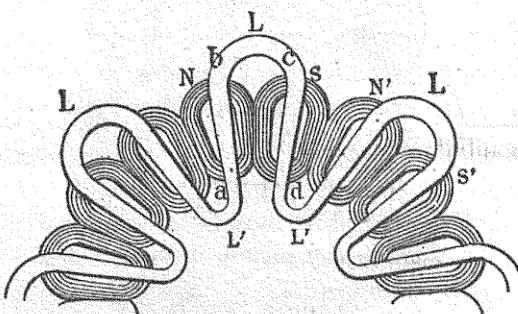


Fig. 215.

Pour les machines dont la puissance est relativement faible, M. de Ferranti emploie un induit très léger, enroulé en zigzag de manière à obtenir une forme étoilée, comme l'indique le schéma 215. Les deux parties voisines et sensiblement parallèles *ab*, *cd*

coupent des flux de force dirigés en sens contraires, en sorte qu'elles sont le siège de courants qui s'ajoutent dans le circuit sinueux. L'inducteur contient autant de pôles doubles qu'il y a de

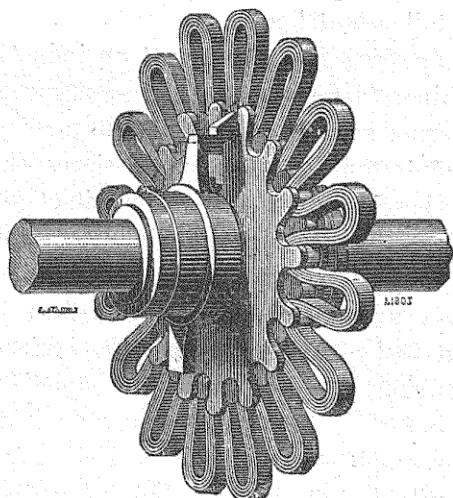


Fig. 216.

droites radiales dans l'induit. On construit l'induit au moyen d'un ruban de cuivre accolé à une lanière de fibre; les boucles inté-

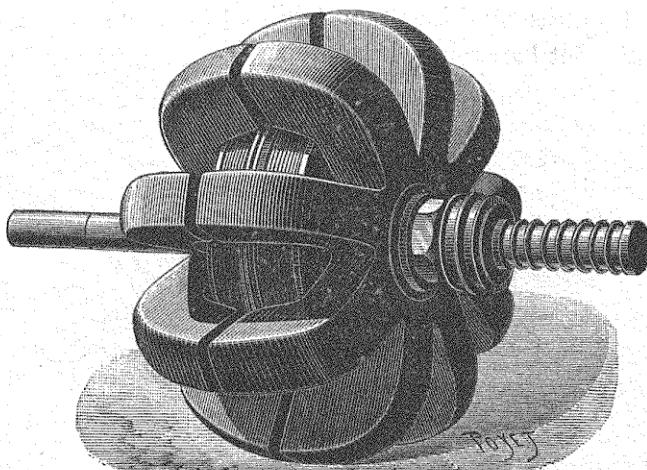


Fig. 217. — Inducteur Morday.

rieures sont maintenues par des entretoises qui réunissent deux plateaux en bronze calés sur l'arbre (fig. 216); la vitesse angu-

laire de rotation puis s'élever jusqu'à 4 900 tours par minute. Dans toutes les machines Ferranti l'excitation des inducteurs est indépendante; elle est faite par une dynamo à courants continus.

Dans l'*alternateur Mordey*, l'induit est également à disque, mais il est fixe; c'est l'inducteur qui tourne. Cet inducteur à pôles multiples est excité par une seule bobine magnétisante enroulée autour d'un cylindre en fer doux monté sur l'arbre de rotation (fig. 217); ce noyau porte, à chaque extrémité un pignon en fonte à neuf branches recourbées autour de la bobine excitatrice; ces branches forment les épanouissements polaires. La couronne formée par les bobines partielles de l'induit est placée dans les entrefers des dents opposées des pignons inducteurs. L'immobilité de l'induit supprime l'emploi des collecteurs et des balais pour capter le courant; l'excitation est faite par une petite dynamo à courant continu dont l'induit est monté sur l'arbre de l'inducteur mobile de la machine.

### 232. Alternateurs à anneaux Gramme. — Dans les machines

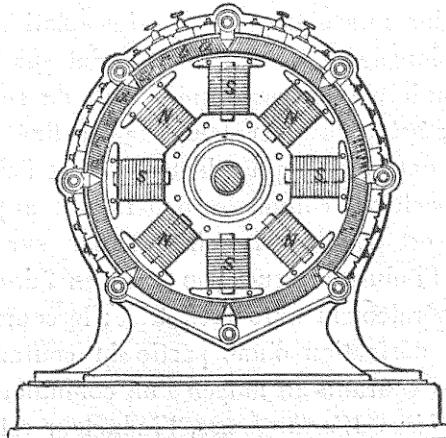


Fig. 218. — Alternateur Gramme (coupe transversale).

*Gramme* à courants alternatifs, qui ont été employées à Paris pour les premiers éclairages par bougies Jablockhoff, l'induit est un anneau plat; cet induit est fixe.

L'inducteur tournant se compose (fig. 218) d'un moyeu en fonte, formant culasse, et de huit noyaux en fer dirigés radiale-

ment, munis d'épanouissements polaires à leurs extrémités. L'induit se compose de trente-deux bobines partielles *a*, *b*, *c*, *d*, enroulées sur un anneau fixe en fer doux; on le divise en plusieurs groupes égaux de bobines réunies en tension; l'origine et l'extrémité de chacun de ces circuits partiels arrivent à deux bornes qui leur sont spécialement affectées; cette disposition permet de grouper à volonté ces circuits en tension ou en quantité. L'excitation est faite par une petite dynamo à courant continu dont l'induit est monté sur l'arbre de l'inducteur tournant.

**233. Alternateurs à tambour.** — Dans les *machines Zipernowski*, construites par la maison Ganz de Budapest, l'inducteur tournant est analogue à celui des machines Gramme. Les bobines partielles de l'induit, en nombre égal à celui des pôles inducteurs, sont disposées sur la surface intérieure d'un tambour cylindrique, formé de cercles de tôle empilés les uns contre les autres et maintenus entre deux couronnes de bois. Chacune de ces bobines, pourvue d'une âme en fer formée d'une pièce en forme d'U ressemble à la bobine d'un électro-aimant très aplati à section droite rectangulaire allongée; elle est posée à plat sur la surface du tambour, de manière que les grands côtés du rectangle soient parallèles aux génératrices. Le tambour est fixé au moyen de boulons sur les entretoises qui relient les deux flasques en fonte du bâti de la machine; comme les paliers ne font pas corps avec les flasques, il est possible de faire reculer sur une glissière tout le corps de l'induit, lorsque l'on veut en faire la visite. La machine est généralement auto-excitatrice; le courant excitateur s'obtient par la dérivation d'une partie du courant induit, avec redressement des courants au moyen d'un commutateur..

Dans les *machines Westinghouse*, l'inducteur est fixe; il comprend un nombre pair de noyaux à pôles alternés, disposés radialement à l'intérieur d'un anneau de fonte formant culasse; la forme générale de cet inducteur rappelle celle de l'induit des machines Zipernowski. L'induit mobile est à tambour; il a pour noyau un cylindre formé de disques de fer isolés, empilés et serrés entre des butées en bronze; des lames de bronze, rivées aux butées et faisant saillie sur la surface de ce noyau cylindrique.

servent de supports et de séparations pour les bobines partielles, en nombre égal à celui des noyaux inducteurs. Les fils de ces

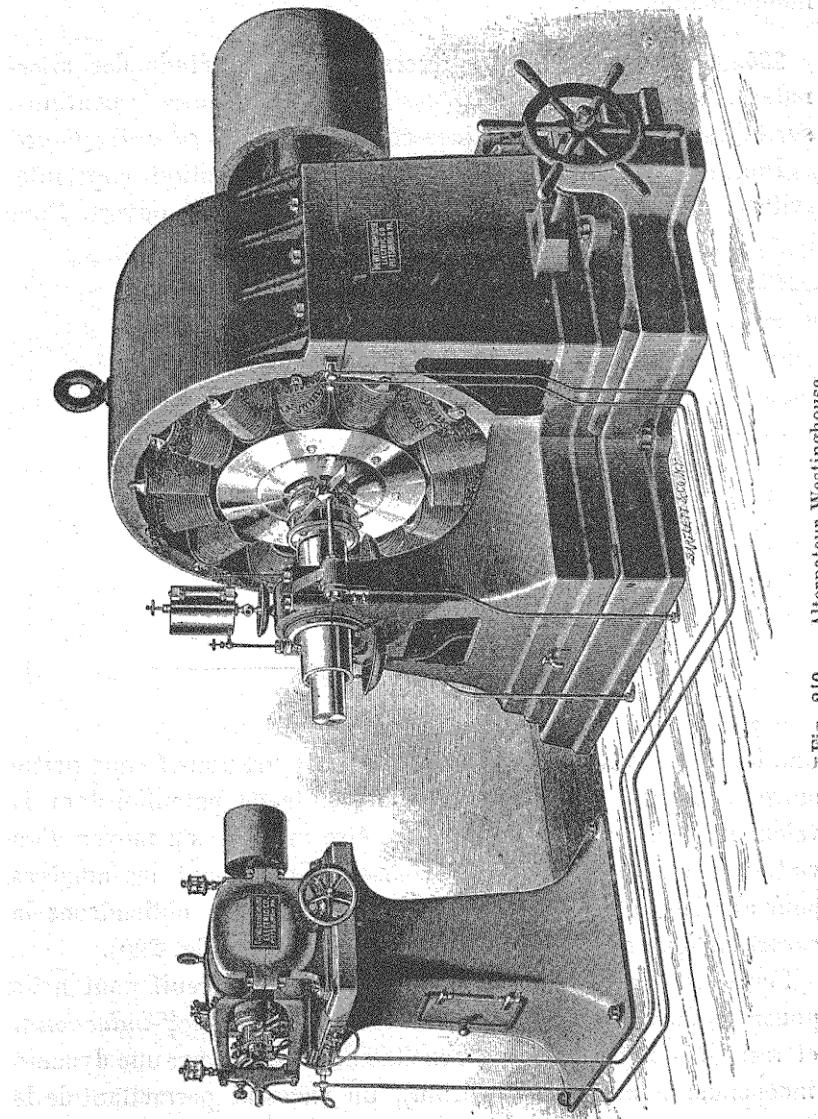


Fig. 219. — Alternateur Westinghouse.

bobines sont enroulés sur des âmes de laiton; les bobines sont posées à plat et frettées sur le tambour mobile; elles sont attelées de manière à former un seul circuit dont les extrémités

aboutissent aux deux lames du collecteur. La figure 219 représente une de ces machines ainsi qu'une petite dynamo excitatrice indépendante.

**234. Caractéristiques des alternateurs.** — L'étude des alternateurs repose, comme celle des machines à courants continus, sur la construction de certaines courbes appelées *caractéristiques*.

Donnons à la machine une vitesse de rotation constante, (vitesse de régime normal), en laissant son circuit ouvert. Pour

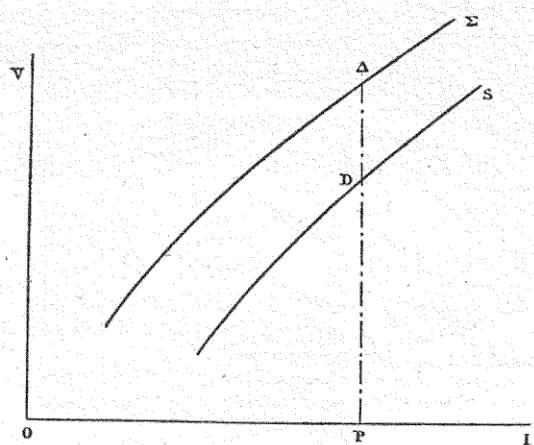


Fig. 220.

une intensité variable  $I$  du courant exciteur, nous ferons naître entre les bornes de la machine une chute de potentiel dont la valeur moyenne variable  $E_m$  pourra être mesurée au moyen d'un voltmètre électrostatique de Thomson. En prenant les ampères pour abscisses et les volts pour ordonnées, nous obtiendrons la *caractéristique à circuit ouvert*, soit la courbe  $\Sigma$  (fig. 220).

Fermons, d'autre part, la machine par un circuit dont nous pourrons faire varier à volonté la résistance *sans self-induction*<sup>4</sup>, et introduisons dans le circuit exciteur (desservi par une dynamo indépendante à courant continu), un rhéostat permettant de le

<sup>4</sup> On peut obtenir un conducteur sans self-induction, de grande résistance, en le composant de lampes à incandescence attelées en série, mais la résistance à chaud d'un conducteur de ce genre est difficile à déterminer. Un fil conducteur entouré d'une gaine isolante et replié sur lui-même constitue un conducteur sans self-induction, alors même qu'on lui fait décrire des zigzags ou des spires après son doublement.

régler à volonté. Pour chaque résistance du circuit extérieur, nous réglerons la résistance du circuit excitateur de manière à obtenir par l'alternateur un courant d'intensité moyenne déterminée  $I$ ; mesurons alors, d'une part, l'intensité  $I$  du courant excitateur et, d'autre part (au moyen d'un voltmètre de Cardew, par exemple) la chute moyenne de potentiel  $E_m$  aux bornes de la machine. En prenant  $I$  pour abscisse et  $E_m$  pour ordonnée, nous construirons la *caractéristique correspondant au courant d'intensité  $I_m$* , soit la courbe  $S$ .

La différence  $D\Delta$  des deux ordonnées  $P\Delta$  et  $PD$  des courbes  $\Sigma$  et  $S$ , pour une même valeur  $OP$  de l'intensité du courant excitateur, représente la perte en volts produite par l'induit de l'alternateur.

Si l'on construisait sur le même graphique une série de courbes  $S$  correspondant à diverses valeurs de l'intensité moyenne  $I_m$ , il serait facile d'en déduire une autre caractéristique qui offre un intérêt particulier et que l'on pourrait appeler *caractéristique sous excitation constante*. Attribuant au courant excitateur une intensité déterminée et fixe  $I = OP$ , on mesure l'ordonnée  $PD$  correspondant à la courbe  $S$  relative au courant alternatif  $I_m$ ; on obtient de cette manière la chute de potentiel moyenne aux

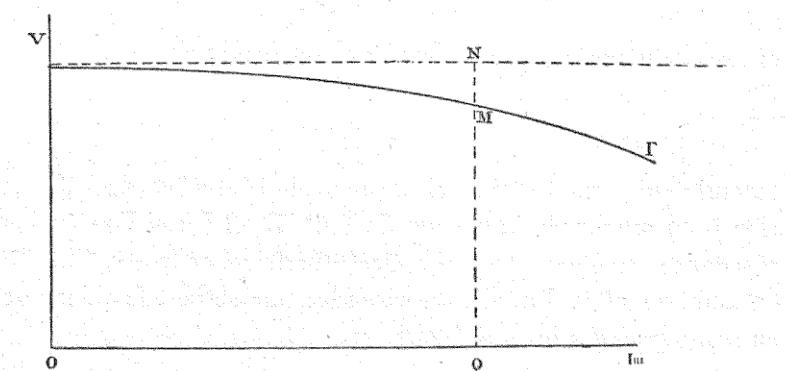


Fig. 221.

bornes pour chaque intensité moyenne du courant alternatif; portant cette intensité moyenne en abscisse et la chute de potentiel en ordonnée, on obtiendra une courbe  $\Gamma$  (fig. 224), qu'il serait d'ailleurs facile de déterminer par des mesures directes. Le seg-

ment de droite MN représente la perte en volts occasionnée par l'induit pour le courant d'intensité  $I_m = OP$ . Cette perte provient de la résistance réelle de l'induit, de l'augmentation apparente de résistance que produit la self-induction, et de la réaction magnétique de l'induit sur l'inducteur ; elle augmente avec l'intensité  $I_m$ .

Lorsque les armatures sont pourvues de noyaux en fer, la perte en volts occasionnée par l'induit peut devenir assez grande pour diminuer considérablement l'intensité du courant lorsque le circuit extérieur présente une faible résistance, et notamment lorsque l'on fait une fermeture en court circuit.

Si l'induit est dépourvu de fer, la perte en volts provient presque exclusivement de la résistance apparente. On a alors (n° 224), en supposant que la force électromotrice soit régie par la loi sinusoïdale,

$$E_m \cos \frac{2\pi\theta}{T} = R I_m$$

$R$  désignant la résistance totale  $\rho + r$ , du circuit extérieur et de l'induit. En remplaçant  $\cos \frac{2\pi\theta}{T}$  par sa valeur

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{4\pi^2 L^2}{T^2}}}$$

et résolvant ensuite par rapport à  $L$ , on trouve :

$$L = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{E_m^2}{I_m^2} - R^2},$$

formule qui permet d'obtenir la valeur du coefficient de self-induction  $L$  au moyen de la mesure de  $T$ ,  $R$ ,  $E_m$  et  $I_m$  ; si l'on évalue la résistance en ohms, la force électromotrice en volts, l'intensité en ampères et la durée  $T$  en secondes, on obtient la valeur de  $L$  en *ohms-secondes ou quadrants*.

**235. Influence du fer sur la self-induction.** — Nous savons que la force contre-électromotrice de self-induction d'un circuit sans noyau magnétique, parcouru par un courant d'intensité  $I$ , est égale, pour un instant quelconque, à la dérivée par rapport au temps du flux magnétique, émanant du courant lui-même, qui traverse ce circuit (n° 99).

En désignant par  $L$  la valeur de ce flux lorsque  $I = 1$ , ou, en d'autres termes, le coefficient de self-induction du circuit, la force contre-électromotrice de self-induction est représentée par

$$\frac{d(LI)}{dt} = L \frac{dI}{dt};$$

c'est sous cette forme analytique qu'elle a figuré dans notre formule fondamentale du courant induit (n° 167). Mais les phénomènes ne sont pas aussi simples lorsque les bobines du circuit sont enroulées sur des noyaux de fer. Considérons par exemple, pour fixer les idées, une bobine annulaire composée de  $n$  spires d'un rayon négligeable devant la distance  $R$  de leurs centres à l'axe de l'anneau ; le coefficient de self-induction a pour valeur (n° 102)

$$L = \frac{2n^2}{R} S,$$

$S$  désignant l'aire d'une des spires. Lorsque la bobine est parcourue par un courant d'intensité  $I$ , la valeur du flux traversant ses spires serait simplement  $LI$  en l'absence de tout noyau magnétique, mais, sous l'influence du noyau de fer sur lequel nous supposons la bobine enroulée, la valeur de ce flux devient  $\mu LI$ , en désignant par  $\mu$  la perméabilité du noyau. Or, nous avons vu (n° 182) que cette perméabilité dépend de la force magnétisante ; celle-ci dépend, dans le cas actuel, de l'intensité  $I$  du courant qui parcourt la bobine ; nous devons donc regarder  $\mu$  comme une fonction de  $I$ . La force contre-électromotrice de self-induction correspondante devient

$$\frac{d(\mu LI)}{dt} = L \frac{d(\mu I)}{dt} = \left( \mu + I \frac{d\mu}{dI} \right) L \frac{dI}{dt}.$$

La valeur  $L \frac{dI}{dt}$ , relative à la bobine sans fer, se trouve donc multipliée par la somme du paramètre  $\mu$ , dont la valeur peut s'élever jusqu'à 3 000, et du produit numérique  $I \frac{d\mu}{dI}$ . Cette observation met en relief l'importance considérable de l'influence du fer sur la self-induction et ne permet pas d'étendre aux induits pourvus de noyaux magnétiques la théorie analytique, relativement simple, que nous avons établie pour les induits sans fer.

**236. Puissance et rendement.** — La puissance électrique totale d'un alternateur est, d'après la définition même de l'intensité moyenne du courant,

$$W = R I_m^2 = (\rho + r) I_m^2$$

Lorsque la machine est à induit sans fer, on a, en admettant la loi sinusoïdale,

$$R I_m = E_m \cos \frac{2\pi\theta}{T},$$

et, par conséquent,

$$W = E_m I_m \cos \frac{2\pi\theta}{T}.$$

On obtiendra (n° 225) la valeur maximum de W en prenant

$$R = \frac{2\pi L}{T};$$

on trouvera alors

$$I_m = \frac{E_m T}{2\sqrt{2}\pi L}, \quad \theta = \frac{T}{8}, \quad W = \frac{E_m^2 T}{4\pi L}.$$

La puissance électrique utile est égale au produit  $\rho I^2$  de la résistance extérieure par le carré de l'intensité moyenne I du courant. On peut obtenir ce produit en mesurant, d'une part, I au moyen d'un électrodynamomètre de Siemens (n° 121) et, d'autre part, par un moyen quelconque, la résistance extérieure  $\rho$  supposée dépourvue de self-induction. Comme la mesure de cette résistance à la température qu'elle acquiert effectivement dans le circuit de la machine est généralement difficile à prendre, on peut remplacer  $\rho I^2$  par le produit  $E I$ , dans lequel E désigne la force électromotrice moyenne disponible aux forces de la machine ; on mesure alors séparément le facteur I, comme ci-dessus, et le facteur E au moyen d'un voltmètre de Cardew (n° 133).

Si l'on se proposait de mesurer directement cette puissance en watts, on ne pourrait pas recourir, comme pour les courants continus, au wattmètre de Siemens (n° 218), à cause de la self-induction de la bobine fixe de cet appareil. M. Zipernowski remédie à cet inconvénient en donnant seulement un petit nombre de spires à cette bobine (dans laquelle doit passer une dérivation du courant) de manière à rendre sa self-induction négligeable ; pour faire

acquérir au circuit dérivé la grande résistance qu'il exige, on introduit dans ce circuit des bobines à double enroulement sans self-induction. Ce *wattmètre Zipernowski* donne un couple de torsion proportionnel au produit  $E I$  de la différence de potentiels moyenne aux bornes de la machine par l'intensité moyenne  $I$  du courant recueilli; comme on a identiquement

$$EI = \rho I^2,$$

on peut mesurer directement, au moyen de cet appareil, la puissance électrique utile d'un alternateur. La mesure ainsi obtenue n'est toutefois qu'approximative, car aucune des bobines fixe et mobile n'est complètement dépourvue de self-induction.

Le *rendement industriel* d'un alternateur est le rapport de sa puissance électrique utile à la puissance mécanique absorbée, d'une part, par l'alternateur et, d'autre part, par la dynamo excitatrice. Si l'on fait une auto-excitation au moyen d'une dérivation à courants redressés, le dénominateur du rendement industriel se réduit à la puissance mécanique absorbée par l'alternateur.

**237. Régulation des alternateurs.** — Pour les alternateurs, de même que pour les dynamos à courants continus, on peut se proposer d'obtenir la constance soit de la différence de potentiels moyenne aux bornes, soit de l'intensité moyenne du courant, malgré les variations de la résistance extérieure supposée non inductive.

Lorsque l'excitation est faite par une dynamo indépendante à courant continu, on peut agir sur le courant exciteur en faisant entrer dans son circuit une partie plus ou moins grande d'une résistance auxiliaire convenablement subdivisée; au lieu d'agir sur le courant principal de la dynamo excitatrice, il est plus économique d'agir sur le courant dérivé qu'elle envoie elle-même à son inducteur.

La régulation peut être rendue automatique par l'emploi d'un relai dans lequel passe le courant de l'alternateur. M. Blathy emploie, dans ce but, un *relai à mercure* très ingénieux. Supposons que les points de subdivision de la résistance auxiliaire soient soudés à des fils métalliques dont les extrémités arrivent,

à des niveaux différents, dans une coupe contenant du mercure; en faisant monter ou descendre cette coupe, on fera varier le nombre des fils baignés par le mercure et, par conséquent, la partie de la résistance auxiliaire qui, se trouvant fermée en court circuit, sera distraite du circuit excitateur. Pour imprimer automatiquement à la coupe les mouvements de translation nécessaires, il suffit de la faire porter par un noyau vertical de fer doux, placé à l'intérieur d'un solénoïde cylindrique et équilibré par un ressort; le degré d'enfoncement du noyau dans le solénoïde dépend de l'intensité du courant qu'y envoie l'alternateur; si cette intensité augmente ou diminue, le degré d'enfoncement du noyau varie dans le même sens, et il en est de même de la résistance du circuit d'excitation, en sorte qu'en inversement l'excitation se trouve affaiblie ou renforcée. Les variations de l'intensité du courant sont ainsi automatiquement réfrénées par les variations antagonistes de l'excitation.

On obtient un mode de régulation spécial aux alternateurs en introduisant dans le circuit principal un solénoïde enroulé sur un tube de carton dans lequel peut s'enfoncer plus ou moins un long noyau de fer. En l'absence du noyau, le coefficient de self-induction de la bobine cylindrique (les actions de ses extrémités étant négligées) est (n° 402)

$$L = \frac{4\pi n^2 S}{l},$$

$l$  désignant la longueur de la bobine,  $S$  l'aire d'une spire et  $n$  le nombre des spires; le flux de force traversant les spires à l'instant  $t$ , sur le passage d'un courant alternatif dont l'intensité est  $I$ , a pour valeur  $LI$ , et la force contre-électromotrice de self-induction correspondante est

$$- L \frac{dI}{dt}.$$

#### En admettant la loi sinusoïdale

$$I = I_0 \sin \frac{2\pi(t - 0)}{T} = I_m \sqrt{2} \sin \frac{2\pi(t - 0)}{T},$$

on trouverait pour valeur moyenne de la force contre-électromotrice

$$\mathcal{E}_m = \frac{2\pi\sqrt{2}}{T} L I_m \left[ \frac{I}{T} \int_0^{T+\delta} \cos^2 \frac{2\pi(t-0)}{T} dt \right]^{\frac{1}{2}},$$

soit, en effectuant l'intégration,

$$\mathcal{E}_m \frac{2q}{T} L I_m = \frac{8\pi n^2 S}{l T} I_m.$$

Lorsque le noyau de fer est complètement enfoncé dans la bobine, le flux de force traversant les spires à l'instant  $t$ , sous le passage du courant  $I$ , se trouve multiplié par la perméabilité  $\mu$  et la force contre-électromotrice devient

$$-L \frac{d(\mu I)}{dI} \frac{dI}{dt}.$$

En regardant  $\mu$  comme constant et en admettant toujours la loi sinusoïdale de l'intensité, on trouverait pour valeur moyenne de la force contre-électromotrice en présence du noyau de fer

$$\mu \mathcal{E}_m = \frac{8\pi n^2 \mu S}{l T} I_m,$$

La force contre-électromotrice disponible d'après le degré d'enfoncement de l'induit pourrait donc varier depuis  $\mathcal{E}_m$  jusqu'à  $\mu \mathcal{E}_m$ , pour la valeur moyenne  $I_m$  du courant envoyé par l'alternateur.

Pour maintenir sensiblement constante l'intensité du courant, il faut mettre en œuvre un mécanisme qui augmente ou diminue l'enfoncement du noyau de fer, suivant que l'intensité moyenne du courant tend à devenir supérieure ou inférieure à la valeur qu'on lui impose.

Lorsque l'excitation de l'inducteur, au lieu d'être indépendante, se fait au moyen d'un courant redressé que l'on prélève sur les courants induits de l'alternateur, on peut, comme on le fait pour une dynamo à courant continu excitée en dérivation, recourir à l'emploi d'un rhéostat pour faire varier le courant exciteur dans des conditions régulatrices.

**238. Couplage des alternateurs.** — Considérons deux alternateurs identiques attelés en série sur une résistance extérieure et proposons-nous de déterminer les conditions dans lesquelles un régime permanent et stable pourrait s'établir. Les deux machines tournant avec la même vitesse de rotation et leurs inducteurs ayant des excitatrices équivalentes, leurs forces électromotrices maximum ont une valeur commune  $E_0$ . La seule différence qui puisse exister à l'instant  $t$  entre les forces électromotrices correspondantes  $E_1$  et  $E_2$  des deux machines est celle qui proviendrait d'une différence de phase entre leurs périodes; désignons par  $2\alpha$  cette différence de phase possible, nous aurons

$$E_1 = E_0 \sin \frac{2\pi(t - \alpha)}{T}$$

$$E_2 = E_0 \sin \frac{2\pi(t + \alpha)}{T};$$

la force électromotrice totale du système des deux machines couplées sera par conséquent

$$\mathcal{E} = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos \frac{2\pi\alpha}{T} \sin \frac{2\pi t}{T} = \mathcal{E}_0 \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Soit, d'ailleurs  $\mathfrak{R}$  la résistance totale du circuit et  $L$  son coefficient de self-induction; l'intensité  $\mathcal{I}$  du courant devra satisfaire à l'équation différentielle

$$\mathfrak{R}\mathcal{I} + L \frac{d\mathcal{I}}{dt} - \mathcal{E}_0 \sin \frac{2\pi t}{T} = 0;$$

en posant

$$\tan \frac{2\pi\theta}{T} = \frac{2\pi L}{\mathfrak{R}T},$$

nous pourrons écrire l'équation finie sous la forme

$$\mathcal{I} = \frac{\mathcal{E}_0}{\mathfrak{R}} \cos \frac{2\pi\theta}{T} \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T} = \mathcal{I}_0 \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T};$$

L'énergie calorifique transformée en chaleur pendant le temps  $dt$  est pour la première machine (dont la phase est en retard sur celle de la seconde),

$$E_1 \mathcal{I} dt = \mathcal{E}_0 \mathcal{I}_0 \sin \frac{2\pi(t - \alpha)}{T} \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T} dt,$$

et, pour la seconde machine,

$$E_2 \Im dt = \mathcal{E}_o \Im_o \sin \frac{2\pi(t+\alpha)}{T} \sin \frac{2\pi(t-0)}{T} dt;$$

la différence est

$$(E_2 - E_1) \Im dt = 2 \mathcal{E}_o \Im_o \cos \frac{2\pi\alpha}{T} \sin \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi(t-0)}{T} dt.$$

On peut écrire le second membre sous la forme

$$\mathcal{E}_o \Im_o \cos \frac{2\pi\alpha}{T} \left[ \cos \frac{2\pi 0}{T} - \cos \frac{2\pi(2t-0)}{T} \right] dt,$$

ce qui permet d'obtenir facilement la différence des puissances électriques moyennes

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{T+\frac{\theta}{2}} (E_2 - E_1) \Im dt = \mathcal{E}_o \Im_o \cos \frac{2\pi\alpha}{T} \cos \frac{2\pi 0}{T}.$$

On voit ainsi que la seconde machine travaille plus que la première, état de choses nécessairement instable ; il en résulte que la seconde machine diminuera sa vitesse de rotation tandis que la première augmentera la sienne, de là un accroissement de la différence de phase  $\alpha$ . La différence de phases continuera à croître jusqu'à ce que la différence des puissances électriques moyennes s'annule, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'on ait

$$\frac{2\pi\alpha}{T} = \frac{\pi}{2}, \quad \text{d'où} \quad \alpha = \frac{T}{4}.$$

Alors seulement le régime deviendra permanent, les puissances électriques des deux machines étant devenues égales ; mais il est à remarquer que l'on aura alors  $\mathcal{E}=0$  et  $\Im=0$ , en sorte que les courants des deux machines s'annuleront, *Il est donc impossible de grouper utilement deux alternateurs en tension sur une résistance extérieure.*

Supposons néanmoins que le couplage en dérivation soit fait en court-circuit, comme l'indique schématiquement la figure 222. Si nous réunissons les deux points H et K par un circuit extérieur, les courants des deux alternateurs s'y dirigeront dans le

même sens et s'ajouteront l'un à l'autre; par conséquent on peut grouper utilement deux alternateurs en quantité sur une résistance extérieure. Les deux forces électromotrices  $E_1$  et  $E_2$ , qui, en l'ab-

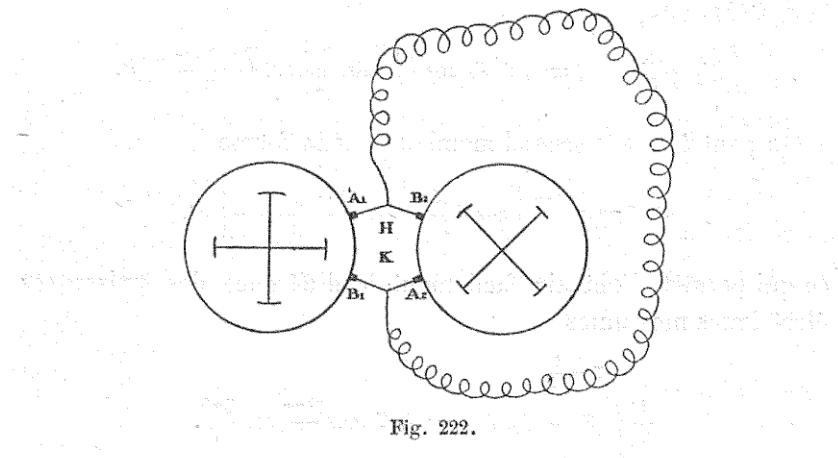


Fig. 222.

sence du conducteur HK, prendraient toutes deux la valeur absolue  $E_o$  mais, si l'on admet que les courants dans les deux machines sont égaux en intensité et en sens, on obtient pour la tension d'excitation de la machine 1 :  $E_o \sin \frac{2\pi}{T} \left( t - \frac{T}{4} \right) = E_o \cos \frac{2\pi t}{T}$ , et pour la tension d'excitation de la machine 2 :  $E_o \sin \frac{2\pi}{T} \left( t + \frac{T}{4} \right) = E_o \cos \frac{2\pi t}{T}$ , mais seraient antagonistes pour le couplage en tension, conservent en présence du conducteur HK cette même valeur absolue et deviennent concordantes pour le couplage en série. Désignons par  $r$  la résistance intérieure de chacune des machines, par  $R$  la résistance extérieure supposée non inductrice et par  $L$  le coefficient de self-induction de chacune des machines.

Les intensités  $I_1$  et  $I_2$  des courants fournis par les deux machines seront déterminées par les équations différentielles simultanées

$$\begin{cases} L \frac{dI_1}{dt} + rI_1 + R(I_1 + I_2) - E_o \cos \frac{2\pi t}{T} = 0 \\ L \frac{dI_2}{dt} + rI_2 + R(I_1 + I_2) - E_o \cos \frac{2\pi t}{T} = 0 \end{cases}$$

qui donnent

$$\begin{cases} I_1 = I_2 = \frac{E_o}{r + 2R} \cos \frac{2\pi 0}{T} \cos \frac{2\pi(t - 0)}{T} \\ \tan \frac{2\pi 0}{T} = \frac{2\pi L}{(r + 2R) T} \end{cases}$$

L'intensité maximum du courant recueilli dans le conducteur extérieur est

$$I_o = \frac{2 E_o}{r + 2R} \cos \frac{2\pi\theta}{T},$$

et son intensité moyenne est

$$I_m = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} E_o}{r + 2R} \cos \frac{2\pi\theta}{T}.$$

Toutes les formules et équations auxquelles nous venons de recourir pour l'étude du couplage des alternateurs ont été établies en supposant les induits sans fer et en admettant la loi sinusoïdale pour les forces électromotrices. Mais il est clair que l'impuissance du couplage en tension et l'activité du couplage en quantité existent pour tous les alternateurs; les vérifications expérimentales ont été nombreuses.



## CINQUIÈME PARTIE

### TRANSPORT, DISTRIBUTION ET TRANSFORMATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

Dans la plupart des grandes applications industrielles de l'électricité, l'énergie électrique créée par des machines génératrices est utilisée à distance, c'est-à-dire que les récepteurs sont plus ou moins éloignés de l'usine productrice. Très souvent aussi la même usine doit desservir un nombre plus ou moins considérable de récepteurs placés en des lieux différents. L'énergie créée en un point donné doit, par conséquent, être transportée et distribuée entre divers autres points.

Chaque centre de consommation reçoit ainsi, par seconde, une énergie électrique disponible sous la forme d'un produit de volts par des ampères, produit dont les deux facteurs sont déterminés. Or il peut être nécessaire de modifier ces deux facteurs à l'arrivée, en laissant leur produit intact, pour desservir le récepteur dans les conditions qu'exige sa nature; on y arrive au moyen d'appareils spéciaux auxquels on a donné le nom de *transformateurs*.

On peut enfin, au lieu d'employer la puissance électrique sous sa forme normale, la métamorphoser en puissance mécanique et l'utiliser ensuite sous cette forme nouvelle; il faut pour cela recourir à l'emploi d'*électromoteurs*, dont le fonctionnement est,

pour ainsi dire, l'inverse de celui des machines génératrices à courants continus ou à courants alternatifs.

Nous avons donc à étudier maintenant les *canalisations électriques*, les *distributions électriques*, les *transformateurs* et les *électromoteurs*.

Il est nécessaire de faire une distinction entre les deux derniers types d'appareils. Les transformateurs sont destinés à élever ou abaisser la tension d'un courant électrique sans modifier sa fréquence. Les électromoteurs, au contraire, sont destinés à donner à un courant électrique la puissance nécessaire pour faire tourner une machine. Cependant, il existe des appareils qui peuvent servir à la fois de transformateurs et d'électromoteurs. Ces appareils sont appelés *alternateurs*. Ils sont utilisés dans les usines de production d'électricité pour produire de l'énergie électrique à une tension élevée, qui est ensuite abaissée pour être distribuée aux consommateurs. Les alternateurs sont également utilisés dans les voitures électriques et les bateaux pour produire de l'énergie électrique à partir d'une source d'énergie primaire comme le pétrole ou le gaz naturel.

## CHAPITRE PREMIER

### CANALISATIONS ÉLECTRIQUES

Conducteurs électriques. — Lignes aériennes. — Lignes souterraines. — Mesure de l'isolation d'un conducteur. — Sections à donner aux conducteurs. — Canalisations à l'intérieur des maisons. — Coupe-circuits. — Surveillance de l'isolation — Parafoudres.

239. **Conducteurs électriques.** — Une ligne électrique, destinée à conduire un courant depuis son lieu de production jusqu'à son lieu d'utilisation doit toujours être isolée du sol.

Lorsqu'il s'agit d'un courant de faible puissance, analogue à ceux dont on fait usage en télégraphie, on n'emploie qu'un seul fil de cuivre qui part d'une borne du générateur et vient aboutir à une borne du récepteur ; la seconde borne de chacun de ces appareils est mise en communication avec la terre qui constitue, pour ainsi dire, le fil de retour. Mais pour les courants de haute tension ou de grande intensité, il est prudent d'employer deux conducteurs distincts, pour l'aller et pour le retour du courant ; l'emploi de la terre comme fil de retour aurait, en effet, entre autres inconvénients, celui d'apporter de grandes perturbations dans le régime du courant, par suite des phénomènes d'électrolyse qui se produiraient inévitablement au contact des plaques de sol avec la terre humide.

La jonction bout à bout de deux fils conducteurs de petite section se fait toujours à double torsade (fig. 223). Pour des conducteurs plus gros, on peut employer des ligatures en fil fin (fig. 224) en ayant soin de recourber les extrémités des deux conducteurs pour éviter le glissement sous l'influence d'un effort de traction. Lorsque les conducteurs deviennent de véritables barres de cuivre,

comme celles qu'Edison emploie pour ses canalisations, on réunit les bouts des deux barres consécutives par des tronçons de câbles de cuivre terminés par des tubes qui s'emboîtent sur



Fig. 223.

les barres et sont fixés sur elles au moyen de vis ; ce joint flexible qui permet les dilatations est ordinairement renfermé dans une *boîte de jonction*, composée de deux coquilles métalliques dont les rebords sont réunis par des boulons, avec interposition de lames de caoutchouc. Au lieu d'employer une tige de

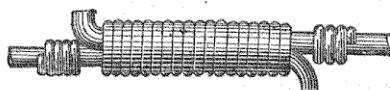


Fig. 224.

cuirre pour obtenir un conducteur à forte section, il est préférable de former un câble métallique en cordant plusieurs fils de petit diamètre ; on obtient ainsi un conducteur plus souple et présentant une plus grande surface de refroidissement ; la jonction des bouts de deux conducteurs successifs peut alors se faire par épissure, en enchevêtrant les bouts des fils de cuivre. Pour être sûr d'obtenir une continuité électrique parfaite, on complète ordinairement les joints par des soudures.

Les conducteurs nus exigent des supports isolants. Les isolateurs sont ordinairement des cloches en porcelaine montées sur des tiges en fer qui leur sont intérieurement scellées au moyen d'un mastic résineux ; le conducteur est fixé au col de l'isolateur. Pour éviter les dépôts d'humidité qui pourraient faire communiquer le fil conducteur avec la tige de fer qui supporte l'isolateur, on donne à ce dernier la forme d'une cloche double (fig. 225), ou celle d'une cloche simple dont le bord se recourbe intérieurement de manière à constituer un réservoir annulaire que l'on remplit d'huile (fig. 226).

L'emploi des isolateurs devient inutile si les conducteurs sont

munis de gaines isolantes. La figure 227 représente diverses sections de câbles isolés fabriqués par la maison Siemens ; les fils

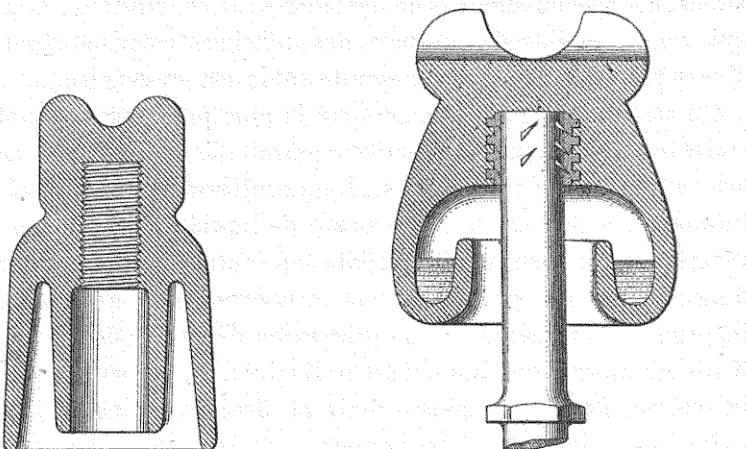


Fig. 225.

Fig. 226.

de cuivre et la matière isolante qui les entourent sont renfermés dans une gaine de plomb annulaire ; cette gaine est elle-même

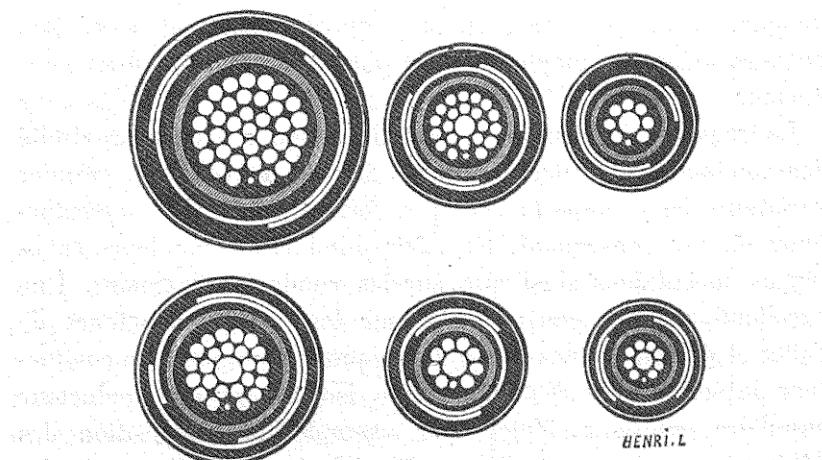


Fig. 227.

recouverte d'une couche isolante protégée par deux rubans de fer à spires non jointives ; le tout est recouvert de *jute* (chanvre de l'Inde) goudronné. La gaine de plomb a pour but d'empêcher l'humidité extérieure d'arriver jusqu'aux fils de cuivre alors que des

fissures viendraient à se produire dans leur gaine isolante. Le fil de petit diamètre, que l'on voit figurer dans chacun de ces divers câbles, est spécialement isolé des autres; il constitue un *fil pilote*, qui rend possible la mesure des tensions correspondant aux divers points de la ligne lorsque le câble est en service.

On sait que le *caoutchouc*, qui est la plus précieuse des matières isolantes, est un produit naturel extrait de la sève de certains arbres des régions tropicales. Le caoutchouc pur se soude sur lui-même, se dissout dans beaucoup de liquides, fond à une température assez basse et s'altère vite au contact de l'air; on modifie beaucoup ses propriétés par la *vulcanisation* qui consiste à incorporer dans sa masse une proportion de soufre de 6 à 8 p. 100; il résiste alors à ses dissolvants ordinaires, ne se soude plus sur lui-même, ne s'altère plus à l'air et devient moins fusible. Le cuivre mis directement en contact avec le caoutchouc vulcanisé serait attaqué par le soufre; on remédie à cet inconvénient en étamant la surface des fils.

Les divers produits de la distillation du pétrole, c'est-à-dire les huiles et surtout la *paraffine* sont des isolants. Les tissus végétaux de soie, de coton et de jute, ainsi que le papier et le carton, peuvent aussi être employés pour obtenir l'isolation d'un conducteur.

Le transport des courants alternatifs exige la grande proximité des conducteurs d'aller et de retour, afin d'éviter les grandes variations des champs magnétiques formés autour de ces conducteurs et, par conséquent, les effets d'induction sur leurs enveloppes métalliques ainsi que sur les conducteurs voisins. Une excellente solution consiste à réunir les deux conducteurs de l'aller et du retour dans un câble unique, comprenant un conducteur intérieur entouré d'une gaine isolante et un conducteur annulaire extérieur. Voici, par exemple, la composition des *câbles concentriques* que l'Usine Municipale des Halles, à Paris, a employés dans ses canalisations souterraines pour courants alternatifs. Le câble intérieur comprend 19 fils de cuivre étamés de 2 millimètres de diamètre; sa gaine isolante se compose d'une couche de caoutchouc para de 1<sup>mm</sup>,5 d'épaisseur, de trois couches de caoutchouc blanc et de trois couches de caoutchouc noir; le

câble extérieur, disposé en couronne, comprend 24 fils de cuivre étamés de 1<sup>mm</sup>,8 de diamètre ; sa gaine se compose d'une couche de caoutchouc blanc sans soufre, d'une couche de caoutchouc para de 2<sup>mm</sup>,0 d'épaisseur, d'une couche de caoutchouc noir, de deux rubans caoutchoutés, d'une couche de chanvre résineux et de deux rubans en coton ; un tuyau de plomb de 2<sup>mm</sup>,5 d'épaisseur entoure le tout ; il est lui-même entouré d'un guipage de filin enduit d'une composition bitumineuse.

**240. Lignes aériennes.** — La tension à donner au conducteur lors de sa pose doit être calculée de manière à rendre minimum, étant donnée l'élasticité de ce conducteur, la flèche qu'il prendra entre ses deux supports.

Supposons que ces deux supports soient au même niveau, c'est-à-dire sur une horizontale, et désignons par  $L$  leur distance. Un fil homogène et flexible dont les extrémités seraient fixées à ces deux supports se mettrait en équilibre, sous l'action de la pesanteur, en affectant la forme d'une courbe plane appelée *chainette*, située dans un plan vertical. Prenons pour origine des coordonnées le point le plus bas de cette courbe, pour axe des  $x$  la tangente horizontale en ce point et pour axe des  $y$  la verticale ; l'équation de la courbe sera

$$y + a = \frac{a}{2} \left( e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right), \quad (1)$$

en désignant par

$$a = \frac{T}{p}, \quad (2)$$

le rapport de la tension  $T$  pour le point le plus bas de la courbe au poids  $p$  du fil par mètre courant. Comme la valeur numérique de  $a$  est généralement grande, on peut développer le second membre de l'équation (1) suivant les puissances croissantes de  $\frac{x}{a}$  et négliger les termes dont l'ordre de petitesse est supérieur au second ; on obtient ainsi l'équation approchée

$$y = \frac{x^2}{2a}, \quad (3)$$

qui substitue une parabole à la chainette. La flèche  $f$  de cet arc

de parabole s'obtient en prenant la valeur de  $y$  qui correspond à  $x = \frac{L}{2}$ ; on a donc

$$f = \frac{L^2}{8a} = \frac{p L^2}{8T}. \quad (4)$$

On connaît d'avance  $L$  et  $p$ ; on détermine la tension  $T$  en la prenant égale au quart environ de la traction qui, exercée sur le fil, produirait sa rupture. Si le conducteur est en cuivre pur, on peut prendre

$$a = \frac{T}{p} = 300,$$

tandis qu'avec le bronze silicieux, dont la conductibilité électrique est presque égale à celle du cuivre pur, on peut adopter pour  $a$  une valeur quatre fois plus grande, soit

$$a = \frac{T}{p} = 1200;$$

la flèche  $f$  est, dans ce dernier cas, quatre fois plus faible que dans l'autre, en sorte que l'on réalise une petite économie sur la longueur du fil.

La tension en un point quelconque  $(x, y)$  de la courbe est égale à  $T + py$ ; on a, par conséquent, pour chacun des points d'attache

$$T_1 = T + pf.$$

Pour faire la pose du conducteur entre ces deux points d'attache, on emploie une pince pour saisir le fil, un dynamomètre à ressort indicateur de la tension et un système de mouffles pour exercer la traction qui rendra la tension égale à  $T_1$ .

La section droite du conducteur doit être suffisante pour que le courant par lequel il sera traversé ne lui fasse pas acquérir une température qui compromettrait sa solidité. M. Kennely a recueilli expérimentalement les indications suivantes, relatives à des fils de cuivre nus de divers diamètres disposés en lignes aériennes dans un air calme.

DIAMÈTRE DU FIL en millimètres	INTENSITÉ DE COURANT EN AMPÈRES QUI ACCROIT LA TEMPÉRATURE DU FIL			
	de 5°	de 10°	de 20°	de 40°
2	21	29	40	55
4	52	71	100	139
6	90	123	173	244
8	139	192	268	370
10	190	264	367	506
12	245	343	478	560
14	310	432	602	816
16	375	523	728	1000
18	443	623	870	1190
20	517	728	1010	1400
22	586	839	1160	?
24	680	950	1300	?

Les degrés de température indiqués sont des degrés centigrades. Les fils de cuivre employés pour ces expériences avaient une résistance spécifique de 4 654 microohms à la température de la glace fondante ; leur surface était polie. Avec des fils noircis, les intensités de courants ci-dessus indiquées reçoivent une augmentation qui varie depuis 10 p. 100 pour le fil de 2 millimètres de diamètre jusqu'à 5 p. 100 pour le fil de 24 millimètres.

En Angleterre le *Board of Trade* impose aux lignes aériennes l'obligation de ne pas recevoir des courants capables de produire une élévation de température supérieure à 17 degrés centigrades. Dans ces conditions l'intensité maximum du courant serait, d'après le tableau ci-dessus, de 36 ampères pour un fil de deux millimètres de diamètre (soit 9 ampères par millimètre carré de section) et de 1 423 ampères pour un fil de 24 millimètres de diamètre (soit 2<sup>amp</sup>,6 par millimètre carré de section).

**244. Lignes souterraines.** — Les canalisations par lignes aériennes sont, la plupart du temps, impossibles à établir à l'intérieur des villes ; il faut alors faire des lignes souterraines. La canalisation sous trottoirs, bien qu'elle soit plus coûteuse que la canalisation sous la voie charretière, est néanmoins préférée à cette dernière dans les grandes villes, parce qu'elle n'oblige pas à inter-

rompre la circulation des voitures; elle est, d'ailleurs, souvent imposée par les municipalités aux concessionnaires de distributions électriques.

A Paris, notamment, les canalisations électriques se font toutes sous trottoirs. La *Compagnie Popp* emploie des tubes de fer de 20 centimètres de diamètre, semblables à ceux au moyen desquels elle effectue ses distributions d'air comprimé, avec puits et trous d'homme réglementaires; ses câbles munis de gaines isolantes, sont posés dans ces tuyaux. La *Compagnie Continentale Edison* construit des caniveaux en béton aggloméré, d'une épaisseur de 10 centimètres, établis à 15 centimètres sous la surface des trottoirs; ces caniveaux ont 55 centimètres de largeur sur 37 centimètres de hauteur; des traverses de fer, placées, au fond du caniveau, avec un espacement de 2 mètres, et noyées dans le béton, servent à fixer les isolateurs en porcelaine, qui supportent au moyen d'étriers en fer, les câbles conducteurs<sup>1</sup>; d'autres isolateurs plus légers, portés par des barres de fer scellées dans les parois latérales des caniveaux, sont spécialement destinés à former les supports des *fils pilotes*, permettant de mesurer au besoin les tensions correspondant à divers points de la canalisation. La *Société de la Transmission de la Force par l'Électricité* construit des caniveaux analogues à ceux de la Société Edison; elle emploie également des câbles avec isolateurs en porcelaine. L'*Usine Municipale des Halles* a construit ses caniveaux en ciment; ses conducteurs, munis d'enveloppes isolantes, sont portés par des crochets en fer vitrifié, fixés à des cadres en bois dont le côté supérieur est mobile, tandis que les autres côtés sont encastrés dans le ciment; l'espacement de ces cadres est de 4<sup>m</sup>,50.

**242. Mesure de l'isolation d'un conducteur.** — On mesure l'isolation d'un conducteur par la résistance que sa gaine isolante oppose au passage de l'électricité. L'enveloppe d'un câble conducteur étant généralement imperméable, on peut, pour mesurer son isolation, plonger ce câble dans

<sup>1</sup> C'est M. Crompton, de Londres, qui a le premier essayé l'emploi des conducteurs nus dans les caniveaux et montré que l'on peut obtenir ainsi de bons résultats pour les distributions à basse tension.

l'eau d'une cuve en ne laissant émerger que ses extrémités. Prenons une source d'électricité développant une force électromotrice au moins égale à celle que devra supporter le câble en service, en ayant recours suivant les cas soit à une batterie de piles soit à une bobine d'induction; mettons une des bornes en communication avec l'une des extrémités du câble, en ayant soin d'intercaler un galvanomètre dans le circuit, et relions l'autre borne à l'eau de la cuve; le faible courant qui s'établira à travers l'enveloppe isolante, produira, une déviation galvanométrique  $\alpha$  proportionnelle à son intensité; nous aurons donc

$$\frac{e}{r + g + x} = k\alpha,$$

en désignant par  $e$  la force électromotrice de la pile, par  $r$  sa résistance, par  $g$  la résistance du galvanomètre et des fils du circuit extérieur et par  $x$  la résistance de la gaine isolante. Remplaçons ensuite le câble conducteur et la cuve d'eau par un étalon de grande résistance  $R$  et mesurons la nouvelle déviation  $\alpha'$  ainsi obtenue; nous aurons

$$\frac{e}{r + g + R} = k\alpha';$$

nous pourrons alors calculer  $x$  par la formule

$$\frac{r + g + x}{r + g + R} = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

Un câble conducteur soumis à l'essai que nous venons de décrire se comporte toujours comme un condensateur; un courant de charge s'ajoute au courant de perte et fausserait beaucoup les résultats si la déviation  $\alpha$  était mesurée au moment même de la fermeture du circuit; ce courant de charge décroît rapidement, mais les phénomènes de charge résiduelle maintiennent pendant plusieurs minutes un courant plus faible qui nuit encore un peu à la précision du résultat cherché; on convient, toutefois, pour ne pas avoir trop longtemps à attendre, de mesurer la déviation galvanométrique une minute après la fermeture du circuit.

La résistance d'isolation par kilomètre que l'on exige des

câbles recouverts d'une gaine est en général très élevée. L'Usine Municipale des Halles a, par exemple, exigé pour ses câbles à courants alternatifs, qui ont été fabriqués par les usines Rathier, un isolement de 2 000 mégohms (millions d'ohms) par kilomètre, avec une différence de potentiel de 500 volts, après que ces câbles ont été soumis pendant deux heures à une différence de potentiel alternative de 5 000 volts, double de celle qu'ils sont appelés à supporter pendant leur service ; on a exigé en outre que cette résistance de 2 000 mégohms ne subisse pas une diminution de plus de 10 p. 100 après la pose des câbles.

Pour une ligne à conducteur nu, aérienne ou souterraine, c'est l'air ambiant qui forme la gaine isolante ; on appelle alors résistance d'isolement de ce conducteur la résistance interposée entre la terre et lui. Cette résistance varie beaucoup avec l'état hygrométrique de l'air et peut tomber à un mégohm par kilomètre s'il se dépose une buée trop épaisse sur les isolateurs en porcelaine.

**243. Sections à donner aux conducteurs.** — Pour déterminer la section droite qu'il convient de donner à un conducteur, il ne faut pas nécessairement prendre comme base la condition de sécurité, qui conduirait à lui donner le minimum de section strictement nécessaire pour éviter une trop grande élévation de température sous le passage du courant. La question d'économie peut conduire à augmenter cette section minimum, afin de diminuer les pertes d'énergie par l'effet Joule et à obtenir ainsi une épargne annuelle supérieure à l'intérêt et à l'amortissement de l'excédent de dépense de premier établissement. Voici les formules que Thomson a établies à ce sujet.

Le prix de la canalisation par mètre courant comprend une partie indépendante de la section droite du conducteur, correspondant aux travaux de toute nature qui sont nécessaires pour sa mise en place, et une partie proportionnelle à sa section droite  $\omega$ , pour le prix du cuivre et de la gaine isolante, s'il y en a une. Si nous désignons par  $l$  la longueur du conducteur, le prix total de canalisation sera  $(a + b\omega) l$ ,  $a$  et  $b$  étant deux constantes à calculer dans chaque cas particu-

lier. En désignant par  $r$  le taux annuel d'intérêt et d'amortissement pour le capital ainsi dépensé, on trouve comme coût annuel de canalisation

$$(a + b\omega) lr.$$

Soit, d'autre part,  $i$  l'intensité du courant qui doit passer dans le conducteur,  $\rho$  sa résistance spécifique<sup>1</sup>,  $t$  le nombre des secondes pendant lesquelles le courant doit passer annuellement et  $p$  le prix que coûte la production d'un watt pendant une seconde. La perte par effet Joule dans le conducteur coûtera annuellement

$$\rho \frac{l}{\omega} i^2 tp.$$

La dépense totale par année, provenant et de la canalisation et de l'énergie électrique dissipée sous forme de chaleur, sera par conséquent

$$\left[ (a + b\omega) r + \rho \frac{l}{\omega} i^2 tp \right] t;$$

elle est proportionnelle à la longueur du conducteur, comme on aurait pu le voir *a priori*. Considérons seulement la dépense par mètre courant

$$y = (a + b\omega) r + \rho \frac{l}{\omega} i^2 tp;$$

c'est elle qu'il importe de rendre minima, puisque la longueur  $l$  est une constante. La valeur de  $\omega$  qui rend  $y$  minimum satisfait à la relation

$$\frac{i}{\omega} = \sqrt{\frac{br}{\rho tp}};$$

le premier membre représente la *densité de courant* qu'il convient d'adopter et le second membre est une constante dont la valeur est connue ; la valeur correspondante de  $y$ , c'est-à-dire la dépense annuelle minimum par mètre courant est

$$y = (a + 2b\omega) r = ar + 2i\sqrt{\rho tp br}.$$

<sup>1</sup> La valeur de cette résistance spécifique, en microhms ou millionnièmes d'ohm, est d'environ 1,655 à la température de la glace fondante, pour le cuivre usuel.

Il arrive assez souvent qu'au lieu de donner l'intensité  $i$  du courant, on donne la tension maximum  $E$  aux bornes du générateur et la puissance électrique  $P$  qui doit être fournie à l'extrémité de la ligne ; on a alors l'équation de condition

$$Ei = \frac{\rho l}{\omega} i^2 + P,$$

et la dépense totale par année (pour toute la longueur du conducteur) est

$$Y = (a + b\omega) rl + \frac{\rho l}{\omega} i^2 tp;$$

on pourrait éliminer  $\omega$  entre ces deux équations, de manière à exprimer  $Y$  au moyen de la seule variable  $i$ ; on déterminerait celle-ci de manière à rendre  $Y$  minimum et on calculerait la valeur correspondante de  $\omega$ . Il est à remarquer que la valeur de  $\frac{i}{\omega}$  qui correspond au minimum de dépense n'est pas, comme dans le cas précédent, indépendante de la longueur  $l$  du conducteur.

**244. Canalisation à l'intérieur des maisons.** — Les conduites électriques à l'intérieur des maisons se font le plus souvent au moyen de fils de cuivre isolés posés dans des moulures en bois.

L'*Institution of Electrical Engineers* de Londres a indiqué, comme mesure de sécurité nécessaire, que la température du fil ne doit pas augmenter de plus de 42 degrés centigrades lorsque ce fil est parcouru par un courant deux fois plus intense que celui qu'il doit normalement recevoir; cela revient à dire, en d'autres termes, que le courant normal ne doit pas produire une élévation de température supérieure à 10,5 degrés centigrades. Les résultats d'expériences faites avec du fil de cuivre dont le diamètre a varié depuis  $\frac{1}{3}$  de millimètre jusqu'à 42 millimètres ont conduit à une relation empirique entre le diamètre  $d$  du fil en millimètres et l'intensité  $I$  du courant en ampères; cette relation est

$$d = 0,374 I^{\frac{2}{3}};$$

elle peut inversement s'écrire aussi sous la forme

$$I = 4,375 d^{\frac{3}{2}}.$$

Le maximum d'intensité du courant serait par exemple

de 1 <sup>amp.</sup>	pour un diamètre de . . . . .	0mm,38
de 5	—	4mm,18
de 10	—	2mm,77
de 50	—	5mm,08
de 140	—	10mm,10
de 400	—	20mm,30;

la densité de courant diminue à mesure que le diamètre augmente.

Le décret du 15 mai 1888 édicte, par son article 8, les prescriptions que voici :

« A l'intérieur des maisons, les conducteurs sont soumis aux dispositions suivantes : s'ils ne sont pas recouverts d'une enveloppe isolante, ils doivent être placés d'une façon bien apparente, hors de la portée de la main, et posés sur des isolateurs ; au passage des toits, planchers, murs et cloisons, ou dans le voisinage de masses métalliques, ils sont toujours recouverts ; ils doivent, en outre, être encastrés dans une matière dure sur les points où ils sont exposés à des détériorations par le frottement ou par toute autre cause destructive. Dans les parties de leur trajet où ils sont invisibles, ils doivent être disposés de façon à être à l'abri de toute détérioration ; leur position est repérée exactement. »

**245. Coupe-circuits.** — Pour rendre impossible dans un conducteur le passage accidentel d'un courant assez intense pour détériorer son enveloppe isolante ou pour créer un danger d'incendie, on emploie des appareils de sûreté appelés *coupes-circuits*, que l'on intercale notamment aux points de jonction de conducteurs de sections inégales.

Le coupe-circuit contient un fil ou une plaque, de plomb ou d'alliage fusible, que l'on fait traverser par le courant et qui entre en fusion lorsque l'intensité atteint une valeur qu'il ne serait pas prudent de lui laisser dépasser.

La figure 228 représente un coupe-circuit simple avec lame fusible ; la figure 229 représente un coupe-circuit double de branchement avec fils fusibles.

On a inventé divers systèmes de coupe-circuits automatiques sans matière fusible dans lesquels la rupture du circuit est produite par l'action d'un électro-aimant.

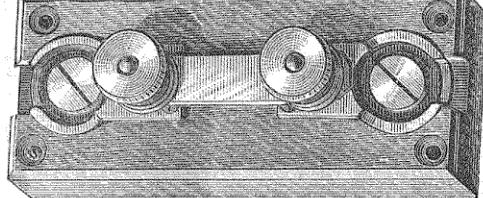


Fig. 228.

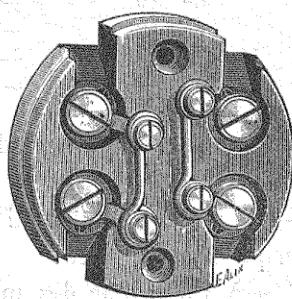


Fig. 229.

**246. Surveillance de l'isolation.** — Les canalisations électriques doivent toujours être surveillées et faire l'objet d'essais périodiques pour vérifier leur isolation.

Divers appareils permettent de rechercher les dérivations à la terre qui pourraient s'établir accidentellement en certains points d'une canalisation. On peut, par exemple, employer un circuit portatif renfermant soit des lampes à incandescence, soit une partie en alliage fusible, et relier ce circuit d'un côté à la terre et de l'autre à un point du réseau; s'il existe une fuite, ce circuit est fermé et reçoit un courant; et si la fuite est importante, elle se révèle soit par l'allumage des lampes, soit par la fusion de l'alliage. Un autre moyen simple consiste à employer une pile et une sonnerie électrique; on relie une des bornes de cette pile à la terre, et l'autre borne à un point du réseau en intercalant la sonnerie; le circuit n'est fermé et, par conséquent, la sonnerie ne fonctionne que s'il existe une fuite.

On emploie souvent, dans les installations importantes, des avertisseurs permanents. Soient A B et A' B' deux conducteurs principaux (fig. 230), pour l'aller et pour le retour du courant; établissons entre ces deux conducteurs une dérivation contenant deux petites lampes à incandescence et réunissons le fil de jonction de ces deux lampes à la terre au moyen d'un conducteur; si une dérivation à la terre se produit sur un des conducteurs, la

lampe correspondante se trouve partiellement shuntée, en sorte que son éclat s'affaiblit; on complète quelquefois ce dispositif en intercalant sur le fil de terre une sonnerie trembleuse qui entre en fonctionnement lorsqu'une fuite vient à se produire.

Après avoir constaté l'existence d'une perte par la terre, il faut

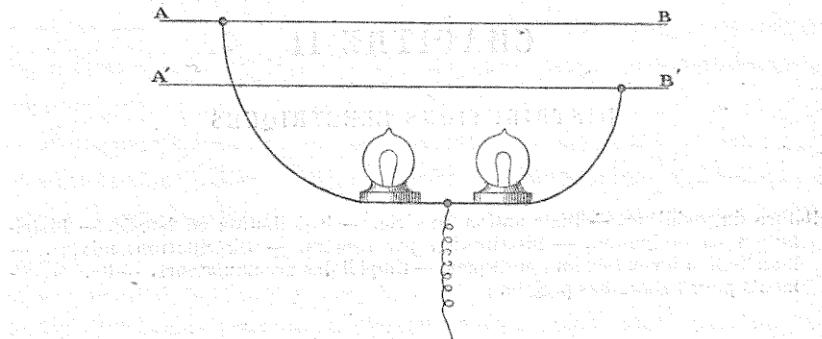


Fig. 230.

rechercher sa position exacte pour pouvoir la faire disparaître. Cette recherche est parfois longue et difficile, car elle oblige, pour les réseaux maintenus sous tension d'une façon permanente, à isoler successivement les diverses parties (en défaisant les joints de branchement), jusqu'à ce que l'on ait trouvé la partie défectueuse.

**247. Parafoudres.** — Les lignes aériennes sont exposées à recevoir, par les temps d'orage, des décharges atmosphériques qui peuvent envoyer dans les récepteurs, alimentés par le réseau, des courants très intenses et dangereux pour ces appareils. On évite ce genre d'accident en protégeant par des *parafoudres* les raccordements des lignes aériennes avec les autres parties du réseau.

Le parafoudre se compose ordinairement de deux plaques métalliques, parfois munies de pointes sur leurs surfaces en regard, séparées entre elles par une mince couche d'air; l'une de ces plaques est reliée au réseau et l'autre à la terre. La haute résistance de la lame d'air s'oppose, en temps normal, à toute déperdition de courant par le circuit du parafoudre; mais si la ligne aérienne est foudroyée, la décharge se fait avec étincelle à travers la lame d'air et s'écoule dans le sol.

## CHAPITRE II

### DISTRIBUTIONS ÉLECTRIQUES

Nature du problème. — Distribution en série. — Distribution en boucle. — Distribution en dérivation. — Distribution par feeders. — Distributions mixtes. — Distribution à conducteurs multiples. — Emploi des accumulateurs. — Renseignements pour l'étude des projets.

**248. Nature du problème.** — Si l'énergie électrique d'un générateur ne devait être utilisée que par un récepteur unique plus ou moins éloigné du générateur, il suffirait d'établir une seule ligne conductrice d'aller et de retour, sans dérivations intermédiaires. Mais cette hypothèse correspond à un cas particulier qui se présente rarement dans la pratique. La plupart du temps, les récepteurs sont multiples et dispersés sur des emplacements divers ; il faut alors faire une distribution électrique souvent compliquée, dont le projet doit être soigneusement étudié avant toute exécution. Les données du problème comprennent généralement l'obligation de desservir les récepteurs soit par des courants d'une intensité constante et déterminée, soit avec des différences de potentiel également constantes et déterminées.

**249. Distribution en série.** — On peut facilement desservir les récepteurs par un courant d'intensité constante en les intercalant tous dans le circuit unique d'aller et de retour d'une ligne principale aboutissant aux deux bornes du générateur. Cette *distribution en série* est la plus simple de toutes ; la section droite qu'elle exige pour le conducteur ne dépend que de l'intensité du courant et reste indépendante du nombre et de la position des récepteurs ;

mais tous ces récepteurs deviennent ainsi solidaires les uns des autres, en sorte qu'à défaut de dispositions compensatrices l'arrêt d'un seul d'entre eux entraîne celui de tous les autres. La tension ou différence de potentiels entre les bornes du générateur doit être égale à la somme de toutes les forces électromotrices exigées par les régulateurs augmentée de la perte en volts due à la résistance de la ligne ; cette tension peut, par conséquent, devenir considérable et parfois dangereuse.

Nous avons indiqué précédemment, soit pour les dynamos à courants continus (n° 221), soit pour les alternateurs (n° 237), comment il est possible d'obtenir, au moyen des enroulements compound et surtout au moyen des relais, un réglage automatique qui fait débiter au générateur un courant d'intensité constante, malgré les variations de la résistance du circuit extérieur. Mais si cette résistance s'abaisse trop au-dessous de la résistance normale à laquelle correspond un bon fonctionnement de la machine, cette dernière se trouve placée dans de mauvaises conditions au point de vue du rendement ; or, il arrive souvent qu'une partie des récepteurs est appelée à chômer tandis que les autres fonctionnent ; de là des laps de temps pendant lesquels on utilise mal la puissance de la machine génératrice.

**250. Distribution en boucle.** — La distribution à voltage constant a l'avantage d'assurer l'indépendance du fonctionnement de chacun des récepteurs.

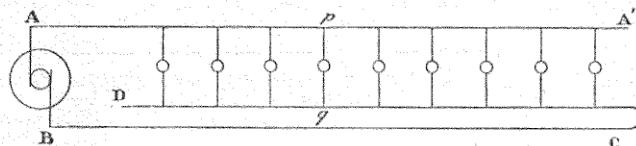


Fig. 231.

Si l'installation d'ensemble ne doit occuper qu'un faible espace, on peut employer la *distribution en boucle*, représentée schématiquement par la figure 231. L'un des deux conducteurs d'aller et de retour revient sur lui-même jusque dans le voisinage du générateur ; tous les récepteurs sont établis en dérivation au moyen de branchements  $pq$  raccordés avec la ligne principale ; quelle que

soit la position du récepteur, la longueur de cette ligne qu'il met en cause, soit la longueur  $ApqCB$ , est toujours égale à  $AA' + BC$ , la force électromotrice affectée à chaque récepteur est, par conséquent, partout la même et se maintient constante si la machine génératrice est réglée de manière à produire une différence de potentiels constante entre ses bornes. Cette différence pourrait être simplement égale à la perte en volts due à la résistance  $AA' + BC$  augmentée de la force électromotrice à produire aux deux extrémités d'une des dérivations ; mais comme l'intensité du courant à produire est proportionnelle au nombre des récepteurs desservis, on a tout intérêt, pour réduire autant que possible la section droite des conducteurs et par suite leur prix, à faire fonctionner le générateur sous la plus grande tension possible.

Comparativement à la distribution en série, la distribution en boucle à l'inconvénient d'exiger une plus grande longueur de lignes principales et l'installation d'autant de dérivations qu'il y a de récepteurs.

**254. Distribution en dérivation.** — On peut faire l'économie de la boucle en retour  $CD$  et établir directement les dérivations entre  $AA'$  et  $BB'$ , mais on n'obtient plus la constance rigoureuse du voltage (fig. 232).

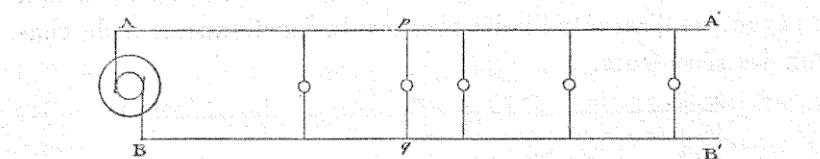


Fig. 232.

Soit en effet, pour le branchement  $pq$ ,  $i$  l'intensité du courant dans cette dérivation et  $r$  la résistance de l'ensemble des parties  $Ap$  et  $Bq$  de la ligne principale. Pour les dérivations successives dont les numéros d'ordre à partir de la source sont  $1, 2, 3, \dots, n$ , nous aurons les valeurs particulières  $i_1$  et  $r_1$ ,  $i_2$  et  $r_2$ ,  $i_3$  et  $r_3$ , ...,  $i_n$  et  $r_n$ . La perte en volts qui correspond à la première dérivation, c'est-à-dire l'excès de la tension aux bornes de la source

sur la différence de potentiels entre les points d'embranchement  $p_1$  et  $q_1$  est

$$v_1 = r_1 (i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n);$$

pour la seconde dérivation nous aurons

$$\begin{aligned} v_2 &= v_1 + (r_2 - r_1) (i_2 + i_3 + \dots + i_n) = \\ &= r_1 i_1 + r_2 (i_2 + i_3 + \dots + i_n); \end{aligned}$$

la troisième dérivation donne

$$\begin{aligned} v_3 &= v_2 + (r_3 - r_2) (i_3 + \dots + i_n) = \\ &= r_1 i_1 + r_2 i_2 + r_3 (i_3 + \dots + i_n); \end{aligned}$$

on a, pour la dérivation d'ordre  $k$ ,

$$v_k = r_1 i_1 + r_2 i_2 + \dots + r_{k-1} i_{k-1} + r_k (i_k + i_{k+1} + \dots + i_n)$$

et, enfin, pour la dernière dérivation  $n$ ,

$$v_n = r_1 i_1 + r_2 i_2 + r_3 i_3 + \dots + r_n i_n.$$

La perte de tension est, par conséquent, d'autant plus grande que la dérivation est plus éloignée de la source. On voit en outre que pour une dérivation quelconque  $k$ , la perte de tension  $v_k$  est une fonction des intensités des courants dans toutes les dérivation; il en résulte que la suppression ou l'arrêt du fonctionnement de chacun des récepteurs réagit sur le voltage de tous les autres. Pour que cette dépendance mutuelle des récepteurs ne s'exerce pas dans des limites incompatibles avec les conditions nécessaires pour leur bon fonctionnement, il faut que les variations extrêmes du voltage soient assez faibles; de là une limite maximum imposée au rayon dans lequel on peut employer une distribution de ce genre.

Les positions et les débits des branchements étant donnés d'avance, on calcule habituellement les sections droites à donner aux divers tronçons des conducteurs principaux à partir de la source, de manière à obtenir partout la même densité de courant. Les résistances  $r_1, r_2, \dots, r_n$  se trouvent ainsi déterminées et, de même, les pertes de tension  $v_1, v_2, \dots, v_n$ . Il faut alors s'assurer que les variations extrêmes du voltage ne dépassent pas la limite admissible (soit, par exemple, 1,5 p. 100 du voltage normal

s'il s'agit de lampes à incandescence); si cette condition n'était pas remplie, on ne pourrait faire desservir par la distribution en série qu'une partie seulement des dérivations.

**252. Distribution par feeders.** — Pour donner plus d'étendue au rayon de la distribution, on peut substituer à la distribution en dérivation la distribution par *feeders* que nous allons décrire.

Divisons les récepteurs en plusieurs groupes successifs tels que chacun d'eux puisse être desservi par une distribution en dérivation (fig. 233). Consacrons à chacun de ces groupes une ligne principale à deux câbles sur lesquels s'établiront les branchements;

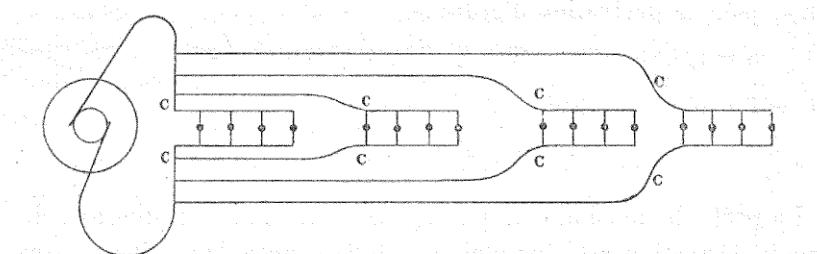


Fig. 233.

puis, au lieu d'employer une source spéciale pour alimenter chacune des lignes principales ainsi disposées, plaçons ces lignes en dérivation sur la conduite maîtresse d'un générateur unique. Nous créerons ainsi à l'origine de chaque groupe de générateur un *centre de distribution CC* alimenté par une canalisation spéciale appelée *feeder*; les sections droites des feeders seront calculées de manière que les différences de potentiels actives soient les mêmes pour tous les centres de distribution lorsque tous les récepteurs fonctionnent. Un *fil pilote* de très petit diamètre, affecté à chaque centre de distribution et dans le circuit duquel un voltmètre est intercalé à proximité de la machine génératrice, fait connaître à chaque instant la différence de potentiels à maintenir constante; un rhéostat intercalé dans le feeder correspondant permet de régler cette différence de potentiels soit à la main, soit au moyen d'un régulateur automatique.

La distribution par feeders peut aussi se faire concentriquement autour du générateur (fig. 234). Les branchements des récepteurs

se prennent alors entre deux circuits fermés, sur lesquels se placent les centres de distribution CC alimentés par des feeders qui

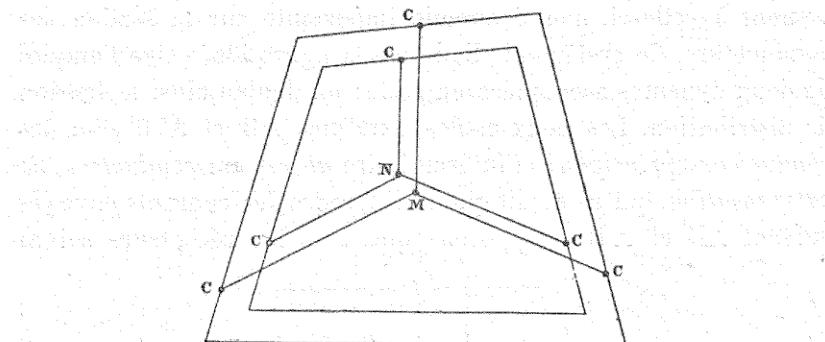


Fig. 234.

rayonnent autour des bornes M et N de la machine génératrice.

**253. Distributions mixtes.** — On peut, suivant les circonstances, combiner d'un grand nombre de manières les deux systèmes de distribution en série et en dérivation; on fait ainsi des distributions mixtes.

La figure 235 indique, par exemple, une disposition qui met plusieurs récepteurs en série sur chaque dérivation. Les récep-

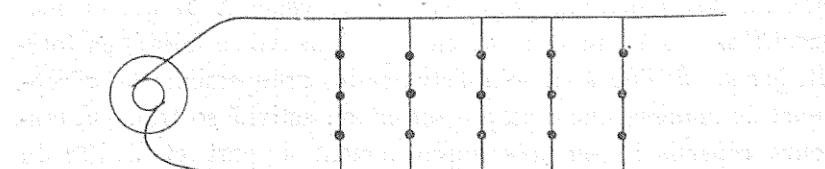


Fig. 235.

teurs de chaque série sont solidaires; un seul d'entre eux venant à s'arrêter produirait l'arrêt des autres, si une disposition spéciale ne permettrait pas de lui substituer automatiquement soit un récepteur de réserve, soit une résistance équivalente. En supposant que ces dispositions spéciales aient été prises, la machine génératrice devra alimenter la distribution en donnant un courant d'intensité constante.

**254. Distribution à conducteurs multiples.** — Edison a imaginé un système de distribution à trois conducteurs qui assure l'indé-

pendance individuelle des récepteurs dans les mêmes conditions qu'une distribution en simple dérivation, mais qui produit, relativement à celle-ci, une économie importante sur la section des conducteurs. Ce système, indiqué par la figure 236, exige l'emploi de deux dynamos accouplées en série; on double ainsi la tension de distribution. Les deux câbles extrêmes AB et A' B' sont les *conducteurs principaux*; l'intermédiaire ab est un *conducteur de compensation*, qui ne reçoit que la différence des courants envoyés suivant AB et A' B'. Supposons que tous les récepteurs soient

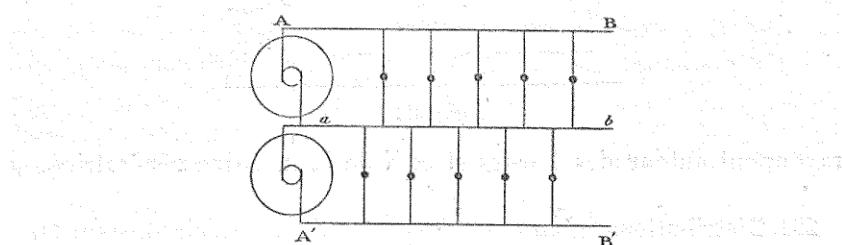


Fig. 236.

identiques et se trouvent en même nombre des deux côtés de ab; aucun courant ne passera dans ce conducteur intermédiaire lorsque les récepteurs fonctionnent tous; si les récepteurs en dérivation sur AB fonctionnent seuls, c'est le câble A' B' qui devient inactif, le retour du courant envoyé dans AB se faisant en totalité par ab. Si l'on a eu soin d'étudier les groupements des récepteurs de manière que ceux qui seront en activité se trouvent toujours répartis à peu près uniformément de part et d'autre du conducteur de compensation, on pourra donner à ce conducteur une section droite beaucoup plus faible que celle des deux conducteurs extrêmes AB et A' B'.

Comparons ce système de distribution à celui de deux distributions en simple dérivation qui seraient respectivement faites par chacune des deux machines fonctionnant séparément, comme l'indique la figure 237. Au lieu d'employer quatre câbles, nous n'en avons employé que trois; désignons par P le poids du cuivre des quatre câbles des distributions en simple dérivation, le poids du cuivre employé pour la distribution à trois conducteurs se réduirait à  $\frac{3}{4} P$  si les sections droites étaient restées les mêmes; mais

comme nous avons doublé la tension de distribution sans modifier les différences de potentiels aux bornes des récepteurs, nous avons pu réduire de moitié l'intensité du courant d'alimentation, en sorte qu'à densité de courant égale les sections droites sont devenues moitié plus faibles; le poids du cuivre employé est donc seulement  $\frac{3}{8} P$ , sans tenir compte de l'économie qui peut encore être réalisée sur le conducteur intermédiaire.

On peut généraliser ce système de distribution en employant  $n$  dynamos attelées en série avec deux conducteurs extrêmes et  $n-1$

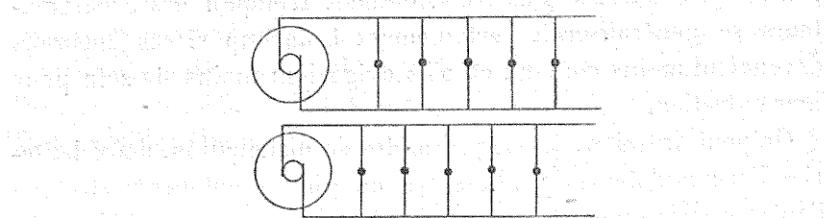


Fig. 237.

conducteurs intermédiaires; les récepteurs sont par suite divisés en  $n$  groupes égaux. En désignant par  $P$  le poids du cuivre qui serait exigé par les  $2n$  câbles des distributions en simple dérivation que pourraient faire séparément les  $n$  dynamos, on voit que le poids du cuivre nécessaire pour la distribution à conducteurs multiples est seulement

$$\frac{n+1}{2n} \times \frac{4}{n} P = \frac{n+1}{2n^2} P.$$

Le système à conducteurs multiples se prête d'ailleurs aux distributions par feeders.

Nous indiquerons plus loin comment on peut faire une distribution à trois conducteurs avec une seule machine génératrice, en employant un compensateur de tension dont la description exige l'étude préalable des électromoteurs.

**255. Emploi des accumulateurs.** — Les accumulateurs, que l'on peut assimiler à des réservoirs d'énergie électrique, peuvent être appelés à remplir dans les distributions un rôle analogue à celui des gazomètres dans les distributions de gaz d'éclairage. Ils empê-

cheront les variations de tension dans le réseau lorsque les machines génératrices subiront des arrêts momentanés. Dans les cas très fréquents où la consommation d'énergie électrique par les récepteurs ne doit se faire qu'à certaines heures de la journée, les accumulateurs permettent de demander la production de cette énergie à des générateurs fonctionnant d'une manière continue pendant un temps beaucoup plus long, au lieu de la demander à des machines qui fonctionneraient seulement pendant la période de consommation et devraient par conséquent avoir des puissances productrices plus considérables. L'emploi des accumulateurs se généraliserait certainement beaucoup si ces appareils devenaient moins coûteux et s'ils exigeaient moins de soin pour leur entretien.

On peut installer, à chaque centre de distribution, deux batteries d'accumulateurs dont l'une alimente les récepteurs tandis que l'autre est chargée par un courant à haute tension provenant du générateur. Cette disposition a ses avantages; comme la tension nécessaire pour la charge d'une des batteries d'accumulateurs est très supérieure à la différence de potentiel à obtenir au centre de distribution, on peut donner aux conducteurs primaires qui vont du générateur à ce centre une section plus faible que si ce générateur devait alimenter directement la distribution; la sécurité du fonctionnement est parfaitement assurée; mais il faut deux batteries d'accumulateurs par centre de distribution, ce qui occasionne une grosse dépense de première installation, et l'énergie à fournir aux récepteurs passe entièrement par les accumulateurs, dont le rendement ne dépasse guère 80 p. 100, en sorte que l'on subit une perte importante sur l'énergie produite par le générateur.

Un autre système, susceptible d'applications nombreuses, produit comparativement au précédent une économie sur le nombre des accumulateurs et sur la dépense d'énergie. Installons au centre de distribution C une seule batterie d'accumulateurs intercalée dans le circuit primaire de la machine génératrice (fig. 238) et de part et d'autre de laquelle partiront les conducteurs AB, A'B' qui reçoivent les dérivations affectées aux récepteurs. Tant que l'énergie consommée par les récepteurs est inférieure à l'énergie

fournie par la dynamo, cette machine charge la batterie d'accumulateurs en même temps qu'elle alimente les récepteurs; si, au contraire, la demande des récepteurs devient supérieure à la production, la batterie d'accumulateurs ajoute son courant à celui de la dynamo pour les desservir. Le rôle de la batterie d'accumulateurs est alors comparable à celui du volant d'une machine à vapeur. M. Monnier, qui a imaginé ce système, en a fait la première application à Vienne, pour l'éclairage du Burgtheater et de l'Opéra de cette ville.

**256. Renseignements pour l'étude des projets.** — Les problèmes de distributions électriques que l'on peut avoir à résoudre dans la pratique sont trop variés pour qu'il soit possible d'indiquer des méthodes générales toujours applicables. On peut seulement donner à ce sujet divers renseignements qui offrent une utilité particulière.

Supposons que les centres de distribution A à alimenter puissent se répartir sur un périmètre fermé, et désignons pour chacun d'eux par  $e$  la différence de potentiels à produire et par  $i$  l'intensité du courant à créer. Admettons, en outre, que l'usine de production puisse être installée dans l'intérieur du périmètre, et proposons-nous de déterminer la position G qui soit la meilleure à adopter pour cette usine.

Chacun des centres de distribution A exigera un double conducteur partant de G; si nous posons

$$2GA = l,$$

et si nous désignons par  $\omega$  la section droite des fils ou des câbles de cuivre, la perte en volts par effet Joule sera proportionnelle à  $\frac{li}{\omega}$ ; elle est d'ailleurs égale à  $E - e$ , en désignant par E la tension

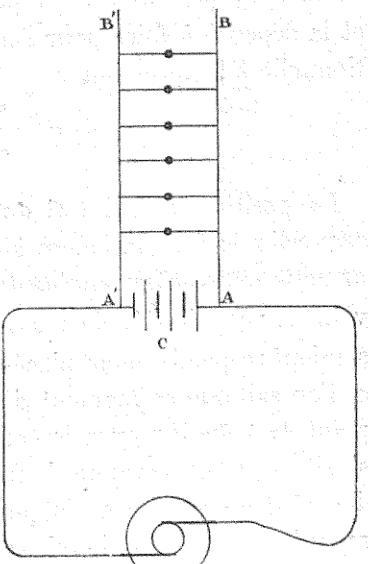


Fig. 238.

aux bornes de la machine génératrice ; il en résulte que la section  $\omega$  est proportionnelle à  $\frac{i}{E - e}$ . Le prix du conducteur, proportionnel au produit  $I\omega$ , est par conséquent proportionnel à  $\frac{l^2 i}{E - e}$  et la dépense à faire pour l'ensemble des conducteurs est proportionnelle à l'expression

$$\sum \frac{li}{E - e}$$

La position du point G qui rendra cette expression minimum sera celle de l'emplacement à choisir pour l'usine de production ; or cette expression représente le moment d'inertie polaire, relativement au point G, de masses respectivement égales à  $\frac{i}{E - e}$  qui seraient respectivement placées sur les centres de distribution A, et l'on sait que ce moment d'inertie devient minimum lorsque le point G coïncide avec le centre de gravité des masses dont il s'agit ; cette observation donne la solution du problème. Lorsque des difficultés locales s'opposeront à l'adoption de cet emplacement lui-même, on cherchera un autre emplacement qui en soit aussi peu éloigné que possible. Si au lieu de se donner les pertes de charge  $E - e$  consenties pour les divers conducteurs, on imposait seulement à ces pertes de charge la condition d'être toutes égales entre elles, le prix de l'ensemble des conducteurs deviendrait proportionnel à l'expression

$$\Sigma li,$$

en sorte que l'emplacement G à adopter deviendrait le centre de gravité de masses égales aux intensités  $i$ , respectivement placées sur les centres de distribution A correspondants.

Lorsqu'un groupe de récepteurs doit être établi en dérivations sur deux conducteurs principaux AA' et BB' alimentés sous tension constante par un feeder, on peut doubler, pour ainsi dire, le rayon de la distribution en faisant arriver les branches du feeder sur deux points intermédiaires M et N (fig. 239) au lieu de les faire arriver sur les origines A et B. En désignant par  $r$  la somme des résistances  $M\rho$  et  $Nq$  et par  $i$  l'intensité du courant qui doit passer dans la dérivation  $pq$  prise à droite de MN, la perte de

charge correspondant à la dernière dérivation de droite est égale à  $\Sigma ri$ , la sommation étant faite pour toutes les dérивations de

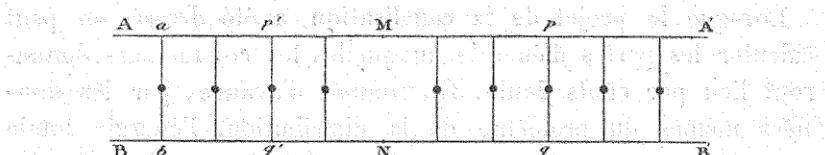


Fig. 239.

droite; analogiquement, la perte de charge correspondant à la dernière dérivation de gauche est égale à  $\Sigma r'i'$ . La position M, N doit se déterminer en posant

$$\Sigma ri = \Sigma r'i'$$

Désignons par  $x$  la somme des résistances  $aM$  et  $bN$ , par  $R$  la somme des résistances  $ap$  et  $bq$ , par  $R'$  la somme des résistances  $ap'$  et  $bq'$ ; la relation ci-dessus pourra s'écrire

$$\Sigma (R - x) i = \Sigma (x - R') i',$$

ou, ce qui revient au même

$$\Sigma Ri + \Sigma R'i' = x [\Sigma i + \Sigma i'];$$

on détermine ainsi la valeur de  $x$  et, par suite, la position cherchée M, N.

On se donne généralement *a priori* la perte de charge consentie dans une canalisation ainsi que sa répartition entre les diverses parties du réseau (conducteurs primaires, feeders, conducteurs secondaires, fils de dérivation). S'il s'agit, par exemple, d'une canalisation pour éclairage électrique, on peut, d'après M. Fontaine, admettre une perte totale de 10 p. 100, dont 6 p. 100 dans les câbles principaux, 2 p. 100 dans les conducteurs intermédiaires et 2 p. 100 dans les fils de dérivation. Les coefficients de perte à adopter peuvent, dans beaucoup de cas, se déterminer d'après des distributions analogues déjà existantes et bien étudiées.

Nous avons indiqué plus haut les formules empiriques qui permettent d'évaluer l'élévation de température qu'un conducteur d'une section donnée subit sous le passage d'un courant d'intensité

donnée; nous avons indiqué aussi comment on peut déterminer les sections les plus économiques à adopter pour les conducteurs.

Lorsque le projet de la canalisation a été dressé, on peut calculer les pertes d'énergie auxquelles les conducteurs donneront lieu par effets Joule. On connaît d'avance, par les données mêmes du problème de la distribution, l'énergie totale demandée par les récepteurs à desservir; les rendements des accumulateurs (si l'on s'en sert) et les rendements des dynamos génératrices ou des alternateurs à employer sont connus approximativement pour chaque espèce de machine; on pourra donc calculer l'énergie totale à créer dans l'usine de production.

Un projet de distribution bien étudié doit prévoir l'emploi des moyens de régulation nécessaires pour assurer les bonnes conditions du fonctionnement; il doit prévoir aussi l'emploi des coupe-circuits et généralement des appareils de sécurité.

Des *tableaux de distribution*, dont la composition est souvent assez compliquée, doivent toujours être placés dans les usines de production sous les yeux de l'ouvrier chargé d'assurer le fonctionnement normal des appareils et des machines.

## CHAPITRE III

### TRANSFORMATEURS

Principe des transformateurs. — Théorie du transformateur. — Influence d'un noyau de fer. — Transformateur Gaulard. — Transformateur Zipernowski. — Transformateur Westinghouse. — Transformateur Ferranti. — Rendement industriel. — Bobines d'induction. — Economie réalisée sur les câbles conducteurs. — Emploi des transformateurs dans les distributions électriques.

257. Principe des transformateurs. — La puissance mécanique est le produit de deux facteurs, force et vitesse. Si l'on désigne par  $v$  la vitesse par seconde du point d'application d'une force  $\varphi$  dans le sens de cette force, la puissance mécanique correspondante est

$$P = \varphi v ;$$

il existe en mécanique beaucoup d'appareils au moyen desquels cette puissance peut être transformée en une puissance égale

$$P = \varphi' v'$$

résultant de deux facteurs différents des premiers. On pourrait appeler ces mécanismes des *transformateurs de puissance*. L'égalité nécessaire

$$\varphi v = \varphi' v'$$

(en négligeant les résistances passives) se traduit en langage ordinaire par cet axiome bien connu : *ce que l'on gagne en force, on le perd en vitesse, et réciproquement*.

Analogiquement la puissance électrique est le produit de deux facteurs, force électromotrice et intensité. Deux courants électriques qui ont respectivement pour force électromotrice et pour

intensité, le premier  $E$  et  $I$ , et le second  $E'$  et  $I'$ , ont des puissances équivalentes si l'on a l'égalité

$$EI = E'I.$$

Un *transformateur* est un appareil destiné à faire varier les deux facteurs d'une puissance électrique, en conservant la constance de leur produit. Étant donnée une puissance disponible de  $I$  ampères sous  $E$  volts, il s'agit de lui faire produire dans un circuit donné un courant de  $I'$  ampères sous  $E'$  volts. Les lois de l'induction permettent d'arriver à ce résultat de la manière suivante.

Intercalons dans un circuit primaire, desservi par une dynamo à courants alternatifs, une bobine composée de plusieurs spires; intercalons, d'autre part, dans un circuit fermé, dépourvu de machine génératrice, une bobine composée de plusieurs spires et enchevêtrée dans la précédente de manière à faire prendre une valeur aussi grande que possible au coefficient d'induction mutuelle; un noyau de fer, convenablement divisé pour atténuer les effets d'hystérésis et de courants de Foucault, pourra être placé à l'intérieur des deux bobines afin de renforcer les effets d'induction. Le courant variable du circuit primaire fera naître dans le second circuit un autre courant variable; soit  $I$  l'intensité moyenne du courant primaire,  $I'$  celle du courant secondaire et  $R'$  la résistance du second circuit; la puissance électrique du courant transformé sera  $R' I'^2$ , résultant de  $I'$  ampères sous  $R' I'$  volts; elle est empruntée à la dynamo génératrice du premier courant, qui la fournit sous la forme de produit de  $I$  ampères par  $\frac{R' I'^2}{I}$  volts.

**258. Théorie du transformateur.** — Considérons un transformateur sans noyau ou à noyau non magnétique et désignons par  $L$  et  $L'$  les coefficients de self-induction du circuit primaire (y compris l'induit sans fer de l'alternateur) et du circuit secondaire, par  $R$  et  $R'$  les résistances totales correspondantes, par  $M$  le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits.

A l'instant quelconque  $t$ , la force électromotrice  $E$ , créée par la

machine, et les intensités  $I$  et  $I'$  des deux courants satisfont (n° 401) aux deux équations

$$\left\{ \begin{array}{l} EI dt = RI^2 dt + LI dI + MI dI' \\ 0 = R'I'^2 dt + LT dI' + MI' dI \end{array} \right. \quad (1)$$

Ajoutons ces deux équations, nous aurons

$$EI dt = RI^2 dt + R'I'^2 dt + d(LI + L'I') + d(MII') \quad (2)$$

En intégrant pour un laps de temps considérable  $\Theta$ , nous trouvons

$$\frac{1}{\Theta} \int EI dt = \frac{1}{\Theta} \int (RI^2 + R'I'^2) dt \quad (3)$$

Le premier membre représente la valeur moyenne de l'énergie électrique fournie par l'alternateur et le second membre représente la valeur moyenne de l'énergie calorifique dépensée sur les deux circuits. Ces deux énergies calorifiques moyennes sont égales ; les self-inductions et l'induction mutuelle n'absorbent rien.

La relation

$$\frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta d(MII') = \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta MI dI' + \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta MI' dI = 0 \quad (4)$$

contient en elle les lois fondamentales du transformateur.

Elle indique d'abord (n° 92) que *la valeur moyenne de l'énergie relative  $MII'$  des deux courants est nulle*. Il en résulte que *les deux courants ont des phases différentes*, car si leurs intensités s'annulaient toujours simultanément,  $MII'$  serait constamment positif et sa valeur moyenne ne pourrait pas être nulle<sup>1</sup>.

Elle permet ensuite de déduire des équations (1) les deux formules suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta EI dt + \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta MI' dI = \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta RI^2 dt \\ \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta MI dI' = \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta R'I'^2 dt. \end{array} \right. \quad (5)$$

<sup>1</sup> Ce raisonnement suppose implicitement que les deux courants ont la même période.

La seconde indique que *le travail moyen des forces électriques du courant primaire sur le second courant crée l'énergie calorifique moyenne de ce dernier*; sa valeur est positive comme doit l'être celle d'un travail moteur. Par contre, *le travail moyen des forces électriques du courant secondaire sur le premier courant est un travail résistant*, sa valeur est négative; la première des formules (5) indique donc que *l'énergie calorifique moyenne du courant primaire n'est égale qu'à l'excès de l'énergie moyenne fournie par l'alternateur sur la valeur absolue moyenne du travail résistant*. En résumé, on peut regarder le courant primaire comme une machine motrice, et le courant secondaire comme une machine-outil; l'induction mutuelle des deux courants représente l'organisme de transmission qui reçoit le travail moteur et le transporte sur l'outil.

En divisant les équations (4) respectivement par  $I dt$  et par  $I' dt$ , on les ramène aux suivantes

$$\begin{cases} E = RI + L \frac{dI}{dt} + M \frac{dI'}{dt} \\ 0 = R'I + L' \frac{dI'}{dt} + M \frac{dI}{dt} \end{cases} \quad (6)$$

Dans le cas particulier où l'on a

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (7)$$

on trouve pour intégrales

$$\begin{cases} I = I_0 \sin \frac{2\pi(t - 0)}{T} \\ I' = I'_0 \sin \frac{2\pi(t - 0')}{T} \end{cases} \quad (8)$$

Les valeurs des constantes  $I_0$ ,  $I'_0$ ,  $\theta$  et  $\theta'$  sont assez compliquées; si l'on pose, pour simplifier les écritures,

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi\alpha}{T} = \frac{2\pi L'}{R' T} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \rho = R + \frac{M^2}{L'^2} \sin^2 \frac{2\pi\alpha}{T} R' \\ \lambda = L - \frac{M^2}{L'^2} \sin^2 \frac{2\pi\alpha}{T} L' \end{cases} \quad (10)$$

on trouve

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} \frac{2\pi 0}{T} = \frac{2\pi \lambda}{\rho T} \\ 0' - 0 = \frac{T}{4} + \alpha \\ I_o = \frac{E_o}{\rho} \cos \frac{2\pi 0}{T} \\ I'_o = \frac{2\pi M E_o}{\rho R' T} \cos \frac{2\pi 0}{T} \cos \frac{2\pi \alpha}{T} \end{array} \right. \quad (11)$$

Les deux dernières formules donnent

$$\frac{I'_o}{I_o} = \frac{2\pi M}{R' T} \cos \frac{2\pi \alpha}{T} = \frac{2\pi M}{\sqrt{R'^2 T^2 + 4\pi^2 L'^2}} \quad (12)$$

Le rapport

$\frac{I'_m}{I_m} = \frac{I'_o}{\sqrt{2}} : \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{I'_o}{I_o}$

de l'intensité moyenne du courant secondaire à celle du courant primaire croît, par conséquent, lorsque  $M$  augmente et lorsque  $L'$  diminue. Il serait possible d'arriver à la même conséquence, sans faire aucune hypothèse sur la forme fonctionnelle de  $E$ , en raisonnant sur les équations différentielles (6).

Le transformateur est toujours placé assez loin de la machine génératrice pour que le coefficient d'induction mutuelle de l'induit de cette machine et des spires du circuit secondaire soit sensiblement nul ; il en résulte que  $M$  ne diffère pas du coefficient d'induction mutuelle des deux enroulements du transformateur.

**259. Influence d'un noyau de fer.** — Si les deux bobines sont enroulées sur un anneau de fer doux, les valeurs des coefficients  $L$ ,  $L'$ ,  $M$  s'accroissent beaucoup, parce que le flux d'induction qui, pour deux valeurs simultanées quelconques des intensités  $I$  et  $I'$ , correspondrait à l'espace vide occupé par le fer, se trouve multiplié par la perméabilité

$$\mu = 1 + 4\pi k$$

du noyau magnétique. Il en résulte que la puissance du transformateur augmente. Mais comme la perméabilité  $\mu$  varie avec la force magnétisante qui est, dans le cas actuel, une fonction des deux intensités  $I$  et  $I'$ , les paramètres  $L$ ,  $M$  et  $L'$  qui entrent dans les

équations différentielles (6) cessent d'être des constantes et deviennent des fonctions à peu près inconnues de  $I$  et de  $I'$ . L'intégration de ces équations différentielles devient impossible et la solution (8) ne leur est plus applicable.

Si l'alternateur possède un induit muni de fer, une nouvelle cause de variation en résulte pour le paramètre  $L$  qui devient, de ce chef, une fonction de  $I$ ; la loi de la force électromotrice totale  $E$  n'est pas alors une loi sinusoïdale simple.

Ajoutons enfin que l'hystérésis et les courants de Foucault dans le noyau de fer apportent une nouvelle complication dans les phénomènes, quelle que soit leur atténuation résultant de ce que l'on a pris soin de diviser les masses de fer.

Pour essayer d'édifier, malgré ces difficultés, une théorie des transformateurs tels qu'on les construit dans la pratique, on prend tout simplement le parti de négliger *tout ce qui gêne*. On suppose que la force électromotrice  $E$  est sinusoïdale et que les effets d'hystérésis et de courants de Foucault sont négligeables; on admet, en outre, que les perméabilités du noyau du transformateur et du noyau de l'induit de la machine génératrice à courants alternatifs conservent des valeurs constantes, de manière que les paramètres  $L$ ,  $M$  et  $L'$  qui dépendent d'elles restent eux-mêmes invariables; on regarde enfin comme négligeables les effets de self-induction du courant secondaire, ce qui revient à faire  $L' = 0$  dans la seconde des équations différentielles (6).

Dans ces conditions, on arrive aux équations finies

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = R + \frac{4\pi^2 M^2}{R' T^2} \\ \operatorname{tg} \frac{2\pi \theta}{T} = \frac{2\pi L}{\rho T} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_0 = \frac{E_0}{\rho} \cos \frac{2\pi \theta}{T} \\ I'_0 = \frac{2\pi M}{R' T} I_0 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I = I_0 \sin \frac{2\pi (t - \theta)}{T} \\ I' = -I'_0 \cos \frac{2\pi (t - \theta)}{T} \end{array} \right. \quad (4)$$

L'équation relative au circuit magnétique (n° 183), qui donne pour valeur de la force magnétomotrice

$$RQ = 4\pi (nI + nT), \quad (5)$$

devient dans le cas actuel

$$RQ = 4\pi \left[ nI_o \sin \frac{2\pi(t - \theta)}{T} - nT_o \cos \frac{2\pi(t - \theta)}{T} \right]. \quad (6)$$

Si nous posons

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \frac{2\pi\varphi}{T} = \frac{n'T_o}{nI_o} = \frac{2\pi Mn'}{RTn} \\ Q_o = \frac{4\pi nI_o}{R \cos \frac{2\pi\varphi}{T}} \end{cases} \quad (7)$$

nous pourrons écrire l'équation (6) sous la forme

$$Q = Q_o \sin \frac{2\pi(t - \theta - \varphi)}{T}. \quad (8)$$

On cherche toujours à construire un transformateur de manière qu'en régime normal les intensités maximum  $I_o$  et  $I'_o$  des deux courants ou leurs intensités moyennes soient inversement proportionnelles aux nombres  $n$  et  $n'$  des spires correspondantes ; on a alors

$$\frac{2\pi Mn'}{RTn} = 1 \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{T}{8}. \quad (9)$$

L'expérience indique en outre que, pour les transformateurs annulaires bien construits, la différence de phases ( $\theta + \varphi$ ) de la force électromotrice  $E$  et du flux  $Q$  est toujours très voisine de  $\frac{T}{4}$  ; on a alors

$$\theta = \frac{T}{8} \quad \text{et} \quad \frac{2\pi L}{\rho T} = \frac{2\pi L n'^2}{(n'^2 R + n^2 R') T} = 1. \quad (10)$$

Dans ces conditions on arrive définitivement aux formules

suivantes qui correspondent à la marche en régime normal

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (11)$$

$$\begin{cases} I_o = \frac{E_0 \sqrt{2}}{\pi L} \\ I'_o = \frac{n}{n'} I_o \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} I = I_o \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{4} \right) \\ I' = -I'_o \cos \left( \frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{4} \right) \end{cases} \quad (13)$$

$$Q_o = \frac{4\pi n I_o \sqrt{2}}{R} \quad (14)$$

$$Q = -Q_o \cos \frac{2\pi t}{T} \quad (15)$$

Si l'on mettait en circuit ouvert la bobine secondaire, on aurait

$$R' = \infty \quad I' = 0 \quad \varphi = 0$$

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi \theta}{T} = \frac{2\pi L}{RT} \quad I_o = \frac{E_0}{R} \cos \frac{2\pi \theta}{T}$$

$$Q_o = \frac{4\pi n I_o}{R};$$

Le maximum du flux d'induction ainsi obtenu serait, par conséquent, inférieur à

$$\frac{4\pi n E_0}{RR}$$

**260. Transformateur Gaulard.** — Les premiers transformateurs qui aient reçu des applications industrielles ont été conçus et réalisés par Gaulard et Gibbs.

La figure 240 représente un groupe de transformateurs qui a été présenté à Londres par ces inventeurs en 1883, sous le nom de *générateur secondaire*.

Les bobines transformatrices sont cylindriques ; la bobine primaire et la bobine secondaire sont identiques. Chacune de ces bobines est une sorte d'hélice à ruban de cuivre, obtenue au moyen de rondelles de cuivre mince (fig. 241) reliées ensemble au moyen de leurs oreillettes ; la spire primaire et la spire secon-

daire sont isolées par un vernis qui couvre leurs deux faces et

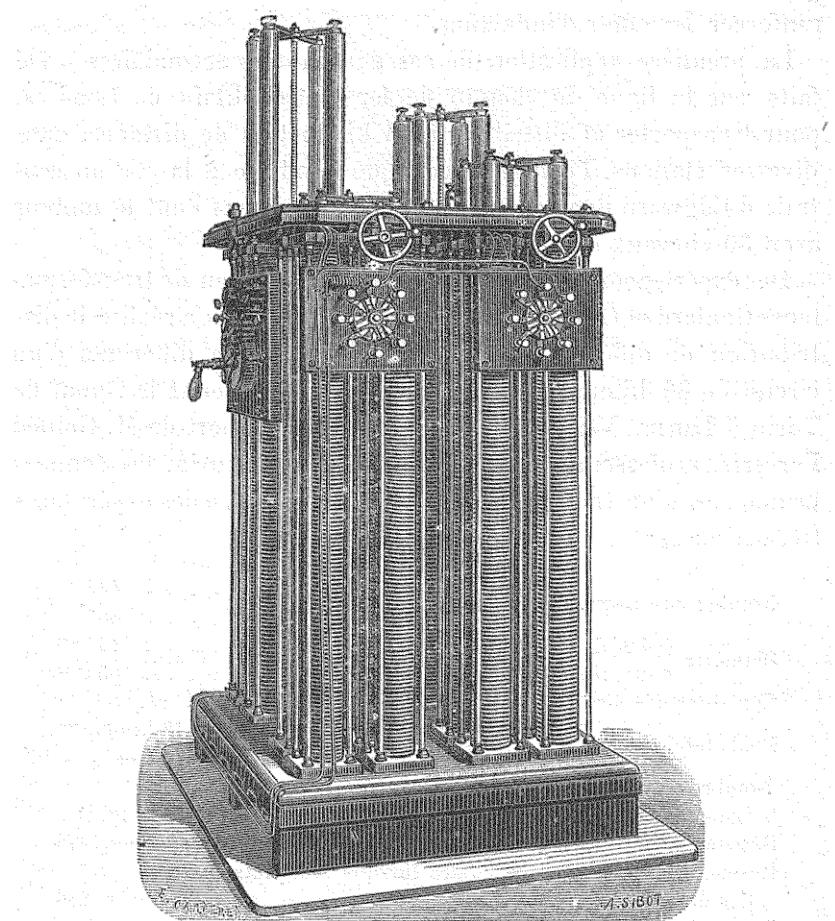


Fig. 240.

par des feuilles de papier parcheminé qui les séparent. Toutes les spirales primaires sont réunies en série; les spirales secondaires peuvent, au moyen d'un distributeur, être couplées en quantité ou recevoir un attelage mixte, suivant le rapport de transformation que l'on veut obtenir. Dans le vide que les spirales laissent à l'intérieur de chacun des cylindres, on peut faire pénétrer

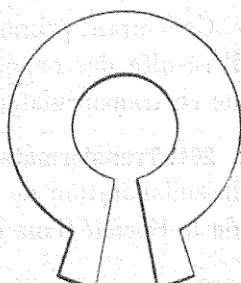


Fig. 241.

plus ou moins profondément une tige en fils de fer destinée à renforcer les effets d'induction.

La première application de ces générateurs secondaires a été faite sur la ligne du chemin de fer Métropolitain de Londres, pour transporter et distribuer à 25 kilomètres de distance, dans diverses stations, l'énergie électrique produite à la station centrale d'Edgware Road par un alternateur Siemens dont le moteur avait 30 chevaux de force.

Des expériences ont été faites en 1884, au moyen de transformateurs Gaulard et Gibbs, à l'Exposition de Turin; on a réalisé la distribution de différents potentiels sur cinq points différents d'un circuit de 80 kilomètres de longueur, pour l'aller et le retour de Turin à Lanzo. Voici, d'après un extrait du rapport de M. Galiléo Ferraris, professeur au Muséum Industriel de Turin, les données principales d'un transformateur qui a été soumis à des expériences très sérieuses :

Nombre des disques	{	de l'hélice primaire. . . . .	453
		de l'hélice secondaire. . . . .	453
Diamètre	{	des disques . . . . .	114 mm
		du trou central. . . . .	54 mm
Épaisseur des disques de cuivre	{	$\frac{1}{4}$ de millimètre	
Poids total	{	des disques de cuivre . . . . .	48 kilog., 28
		de l'appareil . . . . .	20 — "
Nombre des divisions de l'hélice secondaire en parties			
égales. . . . .			4 kilog.
Résistance de l'hélice primaire à 13 degrés centigrades.	.	0 <sup>ohm</sup> , 276	
Résistance de l'hélice secondaire lorsque ses quatre par-			
ties étaient réunis en tension. . . . .		0 <sup>ohm</sup> , 286	
Intensité du courant primaire . . . . .		12 ampères	
Nombre des inversions de courant par minute. . . . .		16 080.	

Ce courant primaire était fourni par un alternateur de Siemens. Il résulte des expériences de M. Ferraris que le *rendement utile* de ce transformateur s'élevait à 92 p. 100, résultat magnifique<sup>1</sup>.

**261. Transformateurs Zipernowski.** — Ces appareils sont dus à la collaboration de MM. Zipernowski, Déry et Blathy, ingénieurs de la Société Ganz et C<sup>e</sup>, à Budapest. Il en existe deux modèles.

<sup>1</sup> Gaulard est mort, en décembre 1888, pauvre et abreuvé de déceptions. La ville de Turin lui a élevé une statue.

Dans le premier modèle (fig. 242), les fils primaires et les fils secondaires sont enroulés sur un noyau en fil de fer doux, de

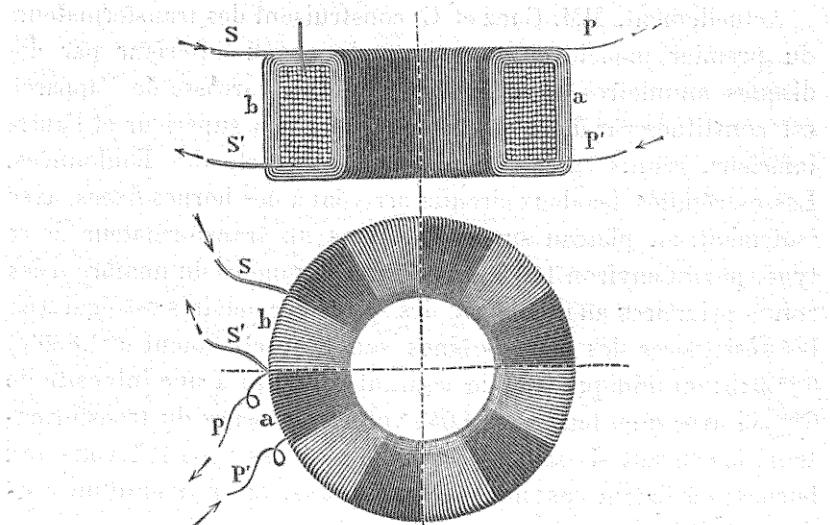


Fig. 242.

manière que les bobines primaire PP' et secondaire SS' alternent par parties. Ce transformateur a l'apparence d'un induit à anneau.

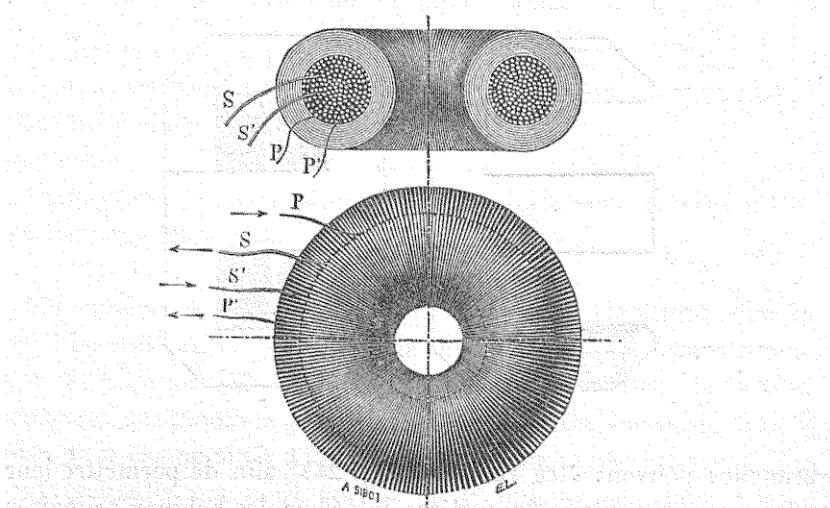


Fig. 243.

Dans le second modèle (fig. 243), la disposition est inverse en

ce sens que c'est le fer qui entoure les bobines des deux circuits PP' et SS'.

Actuellement, MM. Ganz et C<sup>e</sup> construisent des transformateurs du premier modèle en composant le noyau intérieur par des disques annulaires en tôle superposés. La carcasse de l'appareil est constituée par deux plateaux en fer, l'un supérieur et l'autre inférieur, réunis entre eux par des tiges verticales boulonnées. Les extrémités des deux circuits arrivent à des bornes fixées, avec isolement, au plateau supérieur. Dans un transformateur de ce type, pesant environ 100 kilogrammes le rapport du nombre  $n$  des spires primaires au nombre  $n'$  des spires secondaires est égal à 6; les résistances des deux bobines sont respectivement  $0^{\text{ohm}},800$  et  $0^{\text{ohm}},045$ ; on indique que le courant primaire a une intensité de  $6^{\text{amp}},53$  avec une tension de 644 volts aux bornes du transformateur; le courant secondaire est de 38 ampères sous 105 volts aux bornes; en tenant ces chiffres pour exacts, on trouverait un rendement utile de

$$\frac{105 \times 38}{664 \times 6,53} = \frac{399}{419} \text{ soit } 95 \text{ p. 100}$$

**262. Transformateurs Westinghouse.** — Le noyau en fer est constitué par des tôles découpées en forme de 8, dont deux

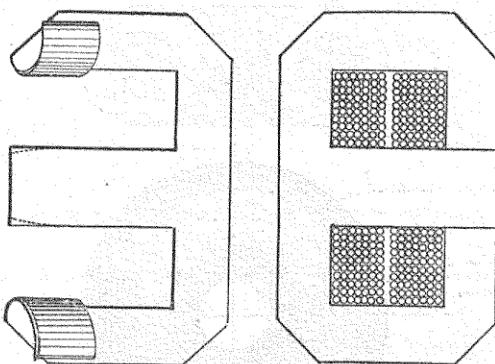


Fig. 244 et 245.

branches peuvent être relevées (fig. 244), afin de permettre leur mise en place autour du système intérieur des bobines primaires et secondaires, suivant la disposition indiquée par la figure 245. Ces tôles sont superposées en alternant leurs joints et en les iso-

lant au moyen de feuilles de papier verni; elles sont ensuite serrées entre deux plaques de fonte au moyen de quatre boulons (fig. 246). Tout l'appareil est renfermé dans une boîte en fonte.

### 263. Transformateurs Ferranti.

— Le noyau de fer d'un transformateur Ferranti se compose d'un faisceau plat de lames de tôle superposées, toutes de même largeur, autour duquel on enroule les bobines des deux circuits sur une partie seulement de la longueur. On recourbe alors les extrémités des tôles formant la moitié de l'épaisseur totale du noyau de manière à leur faire entourer les spires supérieures en se refermant sur elles-mêmes; on recourbe de même les extrémités du reste des tôles de manière à leur faire entourer les spires inférieures; on obtient de cette manière un double circuit magnétique fermé.

Cette nouvelle métamorphose du transformateur de Gaulard le rend presque méconnaissable.

**264. Rendement industriel.** — La puissance électrique que la machine génératrice consacre à la mise en œuvre du transformateur est celle qui est absorbée entre les deux bornes de la bobine primaire; désignons-la par  $P$ . La partie de cette puissance transmise qu'il est possible d'utiliser extérieurement est celle que l'on peut recueillir aux deux bornes de la bobine secondaire; désignons-la par  $P'$ . Le rapport numérique  $\frac{P'}{P}$  représente le *rendement industriel* du transformateur.

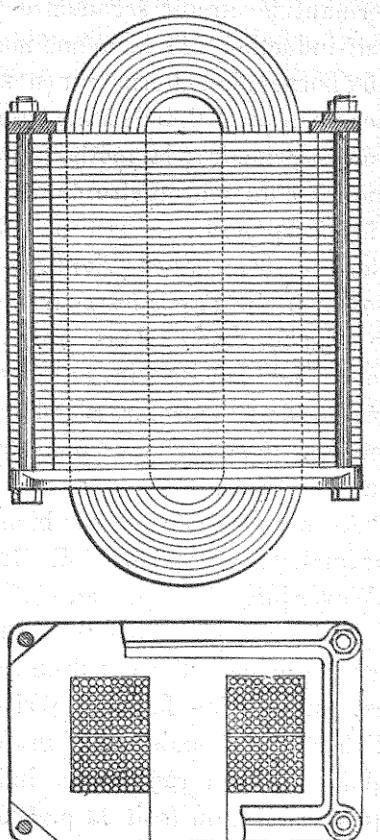


Fig. 246.

La puissance disponible  $P'$  peut se mesurer sans difficulté (en fermant le circuit secondaire par une résistance extérieure sans self-induction), de la même manière que la puissance disponible aux bornes d'un alternateur (n° 236). Quant à la puissance  $P$ , elle est beaucoup plus difficile à mesurer à cause de la self-induction de la bobine primaire; la méthode la plus sûre consiste à mesurer, au moyen d'un calorimètre, la différence  $P - P'$  qui représente l'énergie totale perdue sous forme de chaleur, par l'effet Joule dans chacune des bobines primaire et secondaire, par hystéresis dans le noyau de fer et par les courants de Foucault. Il suffit d'enfermer le transformateur dans un calorimètre, en faisant seulement sortir de la caisse les extrémités des deux bobines; on laisse le régime de température s'établir et l'on mesure en calories la chaleur qu'emporte par seconde le courant d'eau établi à travers le calorimètre.

Avec un transformateur bien construit fonctionnant en régime normal, le rendement doit être supérieur à 90 p. 100 et peut s'élever jusqu'à 95 p. 100.

A circuit ouvert pour les bobines secondaires, on a  $I' = 0$ , et par conséquent  $P' = 0$ ; il en résulte que le rendement industriel est nul. Si l'on fermait le circuit par une résistance extérieure d'abord très grande que l'on ferait successivement décroître, on obtiendrait un rendement industriel croissant depuis zéro jusqu'au maximum (soit 92 p. 100) correspondant au régime normal, pour lequel on dit ordinairement que le transformateur fonctionne à *pleine charge*.

Dans beaucoup d'applications des transformateurs à la distribution de l'énergie électrique, la pleine charge n'existe que pendant une partie de la durée du fonctionnement de l'appareil. Alors la perte de l'énergie fournie par le courant primaire est complète lorsque le circuit secondaire est ouvert (marche à vide); l'utilisation de cette énergie est mauvaise lorsque la charge est faible dans le circuit secondaire; c'est là un inconvénient. Comme il est constaté que les effets d'hystéresis du noyau contribuent en majeure partie aux déperditions d'énergie passives, l'emploi d'un noyau magnétique ouvert (adopté par Gaulard et si acerbement critiqué par les dénigrateurs de cet inventeur de génie), offre un

avantage relatif, comparativement à l'emploi d'un noyau fermé ; il est vrai que cet avantage trouve sa contre-partie dans la nécessité d'augmenter les dimensions et, par suite, les résistances des bobines ; il faudrait mettre les deux faits en balance pour arriver à une conclusion ferme.

Quelques constructeurs ont recours à une solution mixte qui consiste à donner au noyau un segment mobile, sorte de coin en fer, que l'on peut retirer et remettre à volonté ; laissant le circuit magnétique fermé pendant la marche à pleine charge, on l'ouvre pendant la marche à faible débit ou à vide, de manière à diminuer la force coercitive du noyau et, par conséquent, le travail d'hystérésis. Il y a là une tendance à revenir à l'idée première de Gaulard qui regardait comme nécessaire la faculté de faire varier à volonté le degré d'action du noyau de fer.

**265. Bobines d'induction.** — La *bobine d'induction*, dont la découverte est due à Faraday, est un transformateur qui, à l'inverse des transformateurs industriels, reçoit l'énergie à forte intensité et à faible tension pour la transformer en énergie à faible intensité et à haute tension.

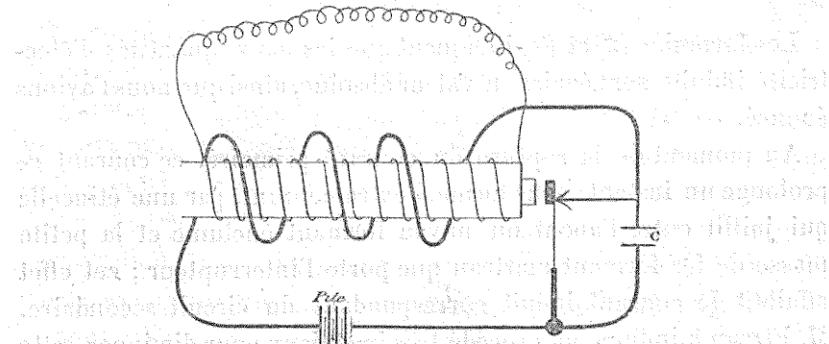


Fig. 247.

Comme le courant primaire est fourni par une pile et est par conséquent continu, il faut recourir à un interrupteur automatique pour lui donner de fréquentes intermittences. Dans la bobine de Rumhkorff, l'intermittence du courant primaire s'obtenait au moyen d'un trembleur élastique, actionné par les attractions périodiques du noyau de fer doux (fig. 247).

Il est facile de voir que les quantités d'électricité induites dans le second circuit pendant une période d'ouverture et pendant une période de fermeture sont égales. Reprenons la seconde des équations (1), que nous avons établies au numéro 258.

$$R' I' dt = - M d I - L' d I'. \quad (1)$$

Pendant une période d'ouverture  $\theta$ , l'intensité  $I$  du courant primaire décroît depuis son maximum  $I_o$  (correspondant au régime permanent) jusqu'à zéro, tandis que l'intensité  $I'$  du courant secondaire est nulle au début et nulle à la fin ; on a donc

$$\int_0^\theta I' dt = - \frac{M I_o}{R'} \quad (2)$$

Pendant une période de fermeture  $\theta'$ , l'intensité  $I$  du courant primaire croît de zéro à  $I_o$ , tandis que l'intensité  $I'$  part de zéro pour y revenir ; on a donc

$$\int_0^{\theta'} I' dt = \frac{M I_o}{R'} \quad (3)$$

Les formules (2) et (3) indiquent que les deux quantités d'électricité induite sont égales en valeur absolue, ainsi que nous l'avions énoncé.

Au moment de la rupture du courant primaire, ce courant se prolonge un instant, sous forme d'extra-courant, par une étincelle qui jaillit entre l'about du noyau formant enclume et la petite masse de fer formant marteau que porte l'interrupteur ; cet effet affaiblit le courant induit correspondant du circuit secondaire. M. Fizeau a indiqué un procédé très ingénieux pour diminuer cette étincelle. Le condensateur  $C$ , auquel aboutissent les deux extrémités du fil primaire, emmagasine, à l'état de charge statique, la majeure partie de l'énergie de l'extra-courant de rupture ; cette énergie est restituée, par une étincelle de décharge, au moment de la fermeture du circuit et active le rétablissement du courant primaire.

L'interrupteur à marteau se détériore promptement à cause des

étincelles. Foucault y a substitué une pointe de platine plongeant périodiquement dans du mercure ; un électro-aimant à excitation indépendante imprime un rapide mouvement de va-et-vient à cette tige par l'intermédiaire d'un levier.

La bobine de Rumhkorff n'a pas d'applications industrielles. Au lieu de lui demander de fournir un courant secondaire proprement dit, on l'emploie ordinairement comme une source d'électricité statique, soit pour lui faire produire de longues étincelles, soit pour charger des condensateurs. C'est un appareil de laboratoire.

**266. Economie réalisée sur les câbles conducteurs.** — L'avantage que présente l'emploi d'un transformateur pour le transport de l'énergie électrique résulte des considérations suivantes :

Supposons, pour fixer les idées, qu'il s'agisse d'obtenir une puissance disponible de 500 ampères sous 100 volts, à 500 mètres de distance de la machine génératrice, et prenons  $0^{ohm},0165$  comme résistance du conducteur pour 1 mètre de longueur sous 1 millimètre carré de section.

Pour l'aller et le retour, la longueur du conducteur est de 1 000 mètres; sa résistance qui est en raison inverse de la section droite  $\omega$  de ce conducteur a pour valeur  $\frac{16^{ohms},5}{\omega}$ .

Si nous n'employons pas un transformateur, il faudra demander à la machine génératrice une tension entre ses bornes égale à 100 volts plus la perte de charge correspondant au parcours du conducteur par le circuit; si nous imposons à ce conducteur la condition de dépenser en énergie calorifique  $\frac{1}{10}$  de la puissance électrique disponible à obtenir, la perte de charge sera de 10 volts et nous calculerons la section droite  $\omega$  par la relation

$$\frac{16^{ohms},5 \times 500 \text{amp.}}{\omega} = 10 \text{volts},$$

d'où

$$\omega = 16,5 \times 50 = 825^{mmq.}$$

Si nous avons recours à l'emploi d'un transformateur qui rendrait l'intensité 10 fois plus grande et la tension 10 fois plus

faible, la puissance disponible à demander à la machine génératrice sera de 50 ampères sous 1100 volts; nous comptons 1100 volts au lieu de 1 000 pour tenir compte d'une perte de 10 p. 100 par le transformateur. En imposant comme précédemment au câble conducteur la condition de consommer par l'effet Joule  $\frac{1}{10}$  de la puissance utilisable, la perte de charge consentie sera de 100 volts, c'est-à-dire 10 fois plus grande que dans les conditions précédentes; la section droite du câble devra être

$$\omega' = \frac{16,5 \times 50}{100} = 8\text{mmq},25.$$

Dans le premier cas, le câble conducteur pèserait environ 75 tonnes et coûterait 200 000 francs; dans le second cas, il ne pèsera que 750 kilogrammes et ne coûtera que 2 000 francs environ. La dépense d'acquisition du câble est donc presque supprimée par suite de l'emploi d'un transformateur.

La contre-partie de cet avantage résulterait des frais suivants :

1° dépense d'acquisition du transformateur;

2° augmentation du prix de la machine génératrice qui devra donner par seconde 60 000 watts disponibles à ses bornes, au lieu de 55 000;

3° dépense annuelle nécessaire pour la production d'une puissance supplémentaire de 5 000 watts.

#### 267. Emploi des transformateurs dans les distributions électriques.

— Les transformateurs sont à la fois des *récepteurs* par leur circuit primaire et des *générateurs* par leur circuit secondaire.

Comme récepteurs, ils peuvent être alimentés soit en série, soit en dérivation.

La disposition préconisée par Gaulard est celle qui consiste à mettre tous les transformateurs en série sur le circuit primaire de l'alternateur; elle a été adoptée pour l'éclairage électrique de la ville de Tours inauguré en janvier 1886. La distribution est faite à Tours au moyen de deux circuits primaires, présentant chacun un développement total (aller et retour) d'environ 1 700 mètres, sur lesquels les transformateurs sont disposés en série. Chacun de ces circuits est alimenté par un alternateur Siemens, à excitation

tion indépendante faite par une petite dynamo à courant continu ; la tension aux bornes de l'alternateur, maintenue constante par une régulation automatique agissant sur la résistance du circuit excitateur, est de 850 volts<sup>1</sup>. Les lampes à incandescence sont montées en dérivation sur les circuits secondaires.

Le *montage en série* des transformateurs exige relativement un faible poids de cuivre pour le circuit primaire ; il a l'inconvénient d'établir une solidarité complète entre les transformateurs, tous les autres se trouvant mis hors d'action si la bobine primaire de l'un d'eux se détériore. On lui préfère généralement aujourd'hui le *montage en dérivation*, c'est-à-dire que l'on place les transformateurs en dérivation sur deux conducteurs principaux reliés à l'alternateur soit directement, soit par l'intermédiaire de feeders. Pour obtenir une différence de potentiels sensiblement constante aux bornes du circuit secondaire d'un alternateur, il faut que le courant primaire soit fourni lui-même sous tension constante ; les conditions de la distribution sont, par conséquent, les mêmes que pour desservir à voltage constant un système de récepteurs quelconques installés en dérivation.

M. Kapp a indiqué la combinaison suivante pour maintenir la tension constante entre les bornes du circuit primaire d'un transformateur.

Soient A A' et B B' (fig. 248) les deux conducteurs sur lesquels est établie la dérivation A B ; on annexe au transformateur T un autre transformateur t, dit *régulateur*, dont le circuit primaire est relié aux deux conducteurs, tandis qu'une partie variable mn de son circuit secondaire est incorporée dans le circuit primaire de T. La force électromotrice induite dans mn est destinée à compenser les variations de tension qui pourraient se produire entre les bornes  $\alpha$  et  $\beta$  du primaire de T par suite des variations de la charge secondaire ; pour faire varier convenablement cette force

<sup>1</sup> Cette régulation automatique s'obtient de la manière suivante. On a intercalé dans le circuit excitateur un vase rempli de mercure dans lequel plonge un cylindre métallique ; ce cylindre est attaché à l'extrémité d'une sorte de fléau de balance dont l'autre extrémité porte un cylindre de fer placé à l'intérieur d'un solénoïde à fil fin monté en dérivation sur les bornes de l'alternateur ; la variation de la tension réagit sur la plongée du premier cylindre dans le mercure et, par conséquent sur la résistance du circuit d'excitation.

électromotrice additionnelle, il suffit d'augmenter ou de diminuer le nombre des spires  $mn$ ; on rend la régulation automatique au moyen d'un mécanisme (non représenté sur la figure), commandé par un relai dont le solénoïde est traversé par le courant primaire

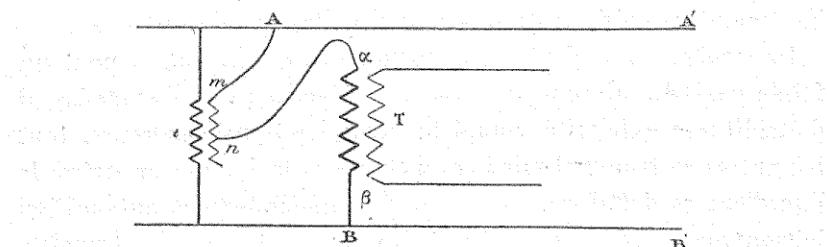


Fig. 248.

de  $T$ . Le système Kapp exige, comme tous les autres systèmes de régulation, que la tension soit maintenue constante aux bornes de l'alternateur qui alimente la distribution.

Il est à remarquer que la bobine primaire d'un transformateur n'absorbe que peu d'énergie électrique lorsqu'on ouvre le circuit secondaire; si l'on désigne, en effet par  $E_0$  la chute de potentiel maximum créée aux bornes du primaire et par  $I_0$  l'intensité maximum du courant envoyé dans la bobine, la dépense moyenne d'énergie par seconde a pour valeur

$$\frac{E_0 I_0}{2} \cos \varphi,$$

$\varphi$  désignant un angle dont la valeur est voisine de  $\frac{\pi}{2}$ , à cause de l'importance du coefficient de self-induction de la bobine primaire.

L'emploi des transformateurs à courants alternatifs dans les distributions électriques se généralisera certainement dans l'avenir. Il est regrettable que ces ingénieux appareils ne puissent pas être employés actuellement pour la charge des accumulateurs; il s'agit là d'un problème difficile à résoudre, mais non théoriquement insoluble, dont l'importance est considérable. On a essayé de substituer aux transformateurs alternatifs des transformateurs à courants continus, dont la conception est toute différente; nous parlerons, dans le chapitre suivant, de ces nouveaux appareils qui, s'ils ont l'avantage de pouvoir charger des accumulateurs, ont, à d'autres égards, une grande infériorité relative.

La Société *l'Éclairage Électrique*, qui construit des transformateurs pour distribution électrique sous force électromotrice constante, nous a communiqué au sujet de ces appareils le tableau suivant qui contient des renseignements utiles sur leur poids et sur leur prix :

NUMÉROS	PUISSEANCE en watts-seconde	PRIX	POIDS en kilogrammes
4	500	Fr. 415	21
2	750	433	27
3	1.000	455	32
4	1.250	480	38
5	1.500	200	43
6	2.000	240	54
7	2.500	280	65
8	3.000	315	76
9	4.000	390	100
10	5.000	465	132
11	7.500	630	175
12	11.250	830	218
13	15.000	970	261
14	18.750	1.150	303
15	22.000	1.250	346

Le prix de ces appareils, par watt-seconde de puissance, décroît depuis 0 fr. 23 jusqu'à 0 fr. 055, à mesure que la puissance croît depuis 500 jusqu'à 2500 watts-seconde, soit depuis  $\frac{2}{3}$  de cheval jusqu'à 30 chevaux. La fréquence de l'alternateur à employer est supposée être de 80 périodes par seconde.

## CHAPITRE IV

### ÉLECTROMOTEURS

Réversibilité des dynamos à courants continus. — Théorie des électromoteurs excités en série. — Rendement industriel. — Fonctionnement de l'électromoteur. — Excitation en dérivation. — Excitation compound. — Renversement de marche. — Transformateurs à courant continu. — Compensateurs de tension Thomson. — Electromoteurs à courants alternatifs. — Moteur Zipernowski. — Moteur Tesla.

268. Réversibilité de dynamos à courant continu. — Au lieu d'actionner une dynamo à courant continu par un moteur mécanique pour lui faire donner un courant dans un circuit fermé, on peut, inversement, comme l'expérience le prouve, envoyer un courant dans le circuit pour faire tourner la machine et lui faire produire un travail mécanique extérieur que l'on recueille sur son arbre. La dynamo devient ainsi un *électromoteur*.

Le courant est fourni par une dynamo génératrice intercalée dans le circuit. Le travail extérieur que la réceptrice fournit par seconde est égal, en valeur absolue, au produit de sa vitesse angulaire de rotation par le moment C d'un couple moteur.

Supposons d'abord que ce couple soit nul, c'est-à-dire que la réceptrice n'ait à produire aucun travail extérieur. Nous admettrons que les inducteurs des deux machines aient des excitations indépendantes. Désignons, en supposant le régime établi, par  $R$  la résistance totale du circuit en ohms, par  $I$  l'intensité du courant en ampères, par  $E$  la force électromotrice totale produite dans le circuit par la génératrice et par  $E'$  la force contre-électromotrice totale produite dans le circuit par la réceptrice,  $E$  et  $E'$  étant exprimés en volts.

Nous aurons, en vertu du principe de la conservation de l'énergie,

$$(E - E') I = R I^2 \quad (1)$$

d'où

$$E - E' = R I. \quad (2)$$

On peut disposer de la vitesse angulaire  $\omega$  de la génératrice de manière à avoir

$$E = E' \quad \text{et par suite} \quad I = 0.$$

Dans ce cas particulier, il n'y a aucune réaction d'induit, ni dans la génératrice, ni dans la réceptrice. La force électromotrice  $E$  devient égale à la différence de potentiels qui se produirait aux bornes de la génératrice si on la faisait tourner en circuit ouvert avec la vitesse  $\omega$ . Analogiquement, si nous désignons par  $\omega'$  la vitesse angulaire de rotation de la réceptrice, nous pourrons remplacer la force contre-électromotrice  $E'$  par la différence de potentiels qui se produirait aux bornes de cette machine si on la faisait tourner en circuit ouvert avec la vitesse  $\omega'$ .

Supposons, pour fixer les idées, que les deux machines soient bipolaires, avec induits en anneau ou en tambour tournant dans un champ inducteur considéré comme uniforme.

Soit, pour la machine génératrice,  $m$  le nombre total des fils parallèles à l'axe de rotation comptés sur la surface extérieure de l'induit, et  $K$  le flux utile traversant l'entrefer.

Nous aurons (n° 243)

$$E = \frac{m \omega}{2\pi} K \cdot 10^{-8}.$$

La réceptrice donnera de même en adoptant des notations analogues,

$$E' = \frac{m' \omega'}{2\pi} K' \cdot 10^{-8}.$$

Nous aurons, par conséquent, entre les deux vitesses angulaires, la relation

$$K m \omega = K' m' \omega.$$

La dépense de travail moteur sur la génératrice se réduirait,

dans ce cas particulier, à la valeur du travail passif résultant des frottements sur les coussinets et de la résistance de l'air.

Si l'on emploie un moteur plus puissant on obtient un courant  $I$ . Le moteur doit alors fournir les pertes d'énergie par frottements, par courants de Foucault et par hystéresis dans les deux machines, ainsi que l'énergie calorifique  $R I^2$  dépensée dans le circuit en vertu de l'effet Joule. La relation entre les vitesses devient alors

$$\frac{m \omega K - m' \omega' K'}{2 \pi} 10^{-8} - \epsilon + \epsilon' = R I,$$

en désignant par  $\epsilon$  et  $\epsilon'$  les pertes de force électromotrice produites par les réactions d'induit.

Pour déterminer  $I$ , il faut se donner la valeur  $P$ , en watts, du travail moteur par seconde; on a alors

$$R I^2 + \eta = P,$$

en désignant par  $\eta$  l'ensemble des pertes d'énergie par résistances passives, courants de Foucault et hystéresis.

**269. Théorie des électromoteurs excités en série.**— Dans la pratique, la réceptrice est toujours chargée d'effectuer un travail extérieur; elle devient ainsi un électromoteur.

Supposons d'abord que l'inducteur de cette machine soit excité en série et désignons par  $r$  la résistance intérieure de la machine, y compris son inducteur, par  $I$  l'intensité du courant, par  $E$  la tension que la machine génératrice développe entre les bornes de la réceptrice, et par  $e$  la force contre-électromotrice induite développée par la réceptrice.

Nous aurons

$$EI = rI^2 + eI \quad (1)$$

ou, plus simplement,

$$rI = E - e \quad (2)$$

Le produit  $eI$  de la force contre-électromotrice  $e$  par l'intensité  $I$

du courant représente, par seconde, la somme du travail extérieur  $P$  fourni par l'électromoteur et du travail passif  $\eta$  résultant des pertes parasites de cette machine (frottements, courants de Foucault et hystérésis); on a, par conséquent,

$$eI = P + \eta. \quad (3)$$

La rotation de l'induit a lieu en sens contraire de celle qu'il faudrait imprimer à la machine si on la faisait fonctionner comme génératrice pour obtenir un courant de même sens que  $I$ ; il faut, par conséquent, tout en conservant l'angle de calage, renverser la direction des balais, afin d'éviter leur grippement avec la surface du collecteur.

Remarquons incidemment que l'élimination de  $I$  entre les équations (2) et (3) donne, en négligeant les pertes secondaires,

$$P = \frac{e(E - e)}{r}; \quad (4)$$

si donc la génératrice était réglée de manière à rendre  $E$  constant, le travail extérieur deviendrait maximum pour  $e = \frac{E}{2}$ . Le rendement électrique, c'est-à-dire le quotient de la puissance électrique  $eI$  développée par la réceptrice à la puissance électrique  $EI$  apportée par le générateur, serait alors de 50 p. 100.

Désignons maintenant par  $C$ , en kilogrammètres, le moment du couple moteur obtenu et par  $\omega$  la vitesse angulaire de rotation de la réceptrice, nous aurons,  $P$  étant exprimé en watts,

$$9,81 C \omega = P. \quad (5)$$

En supposant que la machine soit bipolaire, désignons par  $m$  le nombre des fils parallèles à l'axe comptés sur la surface extérieure de l'induit et par  $Q$  le flux utile (exprimé en unités CGS).

Si, à titre de première approximation, nous négligeons le travail passif  $\eta$  ainsi que la réaction d'induit, nous obtiendrons les trois équations

$$\begin{cases} rI = E - e \\ \frac{C\omega}{eI} = \frac{1}{9,81} \\ e = \frac{m\omega}{2\pi} Q \cdot 10^{-8} \end{cases} \quad (6)$$

On peut éliminer  $\frac{\omega}{e}$  entre les deux dernières équations ; on trouve ainsi

$$C = \frac{m}{2\pi \times 9,81} Q I \cdot 10^{-8}; \quad (7)$$

le couple moteur  $C$  ne dépend par conséquent que du produit  $QI$  ; comme on suppose l'excitation faite en série,  $Q$  est une fonction croissante de  $I$  et il en est de même de  $C$ .

**270. Rendement industriel.** — On appelle *rendement industriel* de l'électromoteur le rapport de la puissance électrique qui lui est apportée par la génératrice au travail extérieur qu'il effectue par seconde. La puissance électrique reçue est

$$e I + r I^2,$$

le travail effectué par seconde est

$$e I - \eta;$$

le rendement industriel est, par conséquent,

$$\rho = \frac{e I - \eta}{e I + r I^2}$$

Si la machine fonctionnait comme génératrice, en tournant avec la même vitesse (en sens contraire) et sous le même angle de calage, de manière à donner avec une résistance extérieure appropriée un courant de même intensité  $I$ , la force électromotrice développée par l'induit serait, d'après les indications de l'expérience, sensiblement égale à  $e$  ; les pertes par résistances passives, hystérésis et courants de Foucault conserveraient, d'ailleurs, la même valeur  $\eta$  que précédemment. Dans ces conditions, le travail dépensé par seconde pour actionner l'arbre de la machine serait

$$e I + \eta;$$

la puissance électrique utile, dépensée en chaleur dans le circuit extérieur, serait

$$e I - r I^2;$$

le rendement industriel de la machine fonctionnant ainsi comme génératrice serait par conséquent

$$\gamma = \frac{e I - r I^2}{e I + \eta}$$

La différence des rendements industriels correspondant aux deux modes de fonctionnement est donnée par la formule

$$\rho - \gamma = \frac{r^2 I^4 - \eta^2}{(e I + \eta)(e I + r I^2)}$$

sa valeur est toujours faible ; elle s'annule lorsque l'on a

$$\eta = r I^2;$$

pour les machines dont la puissance est de 10 chevaux au moins, la valeur absolue de  $\rho - \gamma$  est toujours inférieure à  $\frac{4}{100}$  et peut être regardée comme négligeable.

Accouplons bout à bout, au moyen d'un manchon, les arbres de deux machines dynamos bien identiques. Si nous envoyons dans la première le courant d'une batterie d'accumulateurs, elle fonctionnera comme réceptrice et fera fonctionner la seconde comme génératrice.

Soit  $W$  le nombre de watts fourni par seconde à la première machine et  $W'$  le nombre de watts débité par seconde par l'autre machine ; le produit  $\rho \gamma$  des deux rendements industriels sera déterminé par la formule

$$\rho \gamma = \frac{W'}{W}.$$

Comme ces deux rendements sont sensiblement égaux, nous aurons

$$\rho = \gamma = \sqrt{\frac{W'}{W}}.$$

On pourrait ainsi déterminer la valeur du rendement d'une dynamo en n'employant que des appareils de mesure électrique, sans recourir à aucune mesure dynamométrique.

**271. Précautions à prendre pour le démarrage.** — Supposons que la génératrice soit réglée de manière à rendre  $E$  constant. Avant que la réceptrice ne commence à tourner, l'intensité du courant s'élève jusqu'à la valeur  $\frac{E}{r}$  et le moment du couple moteur acquiert une valeur supérieure à celle du moment du couple résistant. Le démarrage est donc immédiatement possible.

L'intensité diminue ensuite, à mesure que l'induit de la génératrice acquiert sa vitesse normale de rotation, et prend finalement la valeur  $\frac{E-e}{r}$  qui doit correspondre au régime normal.

Comme la section droite des fils de l'induit est ordinairement calculée en vue de cette dernière intensité, il serait dangereux de faire passer dans ces fils le courant d'intensité maximum  $\frac{E}{r}$ . Pour éviter ce danger, il faut toujours avoir soin d'intercaler dans le circuit, entre la génératrice et la réceptrice, un *rhéostat de démarrage*, dont la résistance interviendra au début pour empêcher l'intensité du courant de devenir excessive; on retire ensuite graduellement cette résistance auxiliaire à mesure que la vitesse angulaire de la machine augmente et finit par atteindre sa valeur normale.

**272. Fonctionnement de l'électromoteur.** — Supposons d'abord que la génératrice soit réglée de manière à rendre  $E$  constant. La valeur de  $C$ , en marche normale, est celle du moment du couple résistant; elle détermine la valeur de  $I$  par la formule (7); la première et la seconde des formules (6) donnent  $e$  et  $\omega$  (n° 269).

Si, pendant la marche, on supprimait le couple moteur, la vitesse  $\omega$  irait en croissant jusqu'à ce que le travail des résistances passives de toute nature devienne égal à  $C\omega$ ; la machine s'emballerait, comme disent les praticiens.

Pour nous rendre compte de la corrélation entre la vitesse  $\omega$  et le couple moteur  $C$ , considérons-les comme deux fonctions de la variable indépendante  $e$ ; si  $e$  augmente, la première des formules (6) montre que  $I$  diminue et la formule (7) montre qu'il en est de même de  $C$ ; la troisième des formules (6), d'après laquelle  $\omega$  est proportionnel à  $\frac{e}{Q}$ , montre que  $\omega$  croît rapidement; par conséquent,  $\omega$  est une fonction de  $C$  très décroissante;

en prenant  $C$  pour abscisse et  $\omega$  pour ordonnée, on obtient une courbe analogue à celle qu'indique la figure 249. Toute diminution du couple résistant pendant la marche, exigeant une diminution correspondante du couple moteur  $C$ , aura pour effet d'augmenter la vitesse de la machine.

Supposons maintenant que la génératrice soit réglée de manière à rendre  $I$  constant. La formule (7) indique que  $C$  deviendra également constant : Une diminution du couple résistant pendant la marche ne pourra être compensée que par une augmentation correspondante des résistances passives ; de là une augmentation de la vitesse de la machine.

### 273. Excitation en dérivation.

— Au lieu d'exciter en série l'inducteur de la réceptrice, on peut l'exciter en dérivation.

Désignons, dans ce cas, par  $r$  la résistance de l'induit, par  $R$  la résistance du circuit exciteur établi en dérivation, par  $I$  l'intensité du courant principal, par  $i$  celle du courant dérivé, par  $\omega$  la vitesse angulaire de rotation de la machine.

La force électromotrice  $E$  que la génératrice produit entre les deux bornes de la réceptrice et la force contre-électromotrice  $e$  sont, comme dans le cas précédent, liées l'une à l'autre par la relation

$$\frac{E - e}{r} = I. \quad (1)$$

Comme la force électromotrice  $E$  intervient seule dans la production du courant dérivé, on a

$$i = \frac{E}{R}. \quad (2)$$

\* Le flux utile  $Q$  qui traverse l'entrefer est une fonction croissante

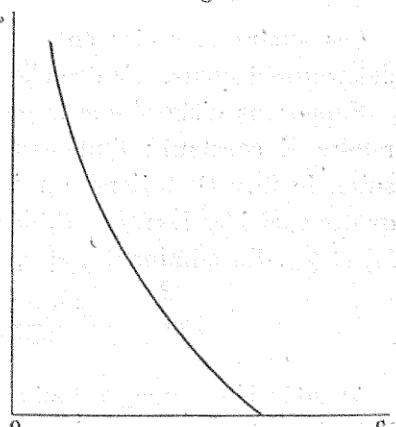


Fig. 249.

de l'intensité  $i$ ; il détermine la force contre-électromotrice  $e$  par la formule

$$e = \frac{m\omega}{2\pi} Q \cdot 10^{-8}, \quad (3)$$

et le moment  $C$  du couple moteur est donné par la formule

$$9,81 C \omega = e I \quad (4)$$

Ces quatre formules entre les six variables  $I$ ,  $i$ ,  $\omega$ ,  $E$ ,  $e$  et  $C$  déterminent quatre d'entre elles si l'on se donne les deux autres.

Supposons d'abord que la génératrice soit réglée de manière à rendre  $E$  constant; l'intensité  $i$  du courant excitateur et, par suite, le flux  $Q$  deviendront invariables. Il n'y aura plus que quatre variables  $I$ ,  $\omega$ ,  $e$  et  $C$ , liées entre elles par les équations (4), (3) et (4). En éliminant  $I$  et  $e$ , nous trouverons

$$C = \frac{m Q}{9,81 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot \pi \cdot r} \left( E - \frac{m Q}{2 \cdot 10^8 \cdot \pi} \omega \right) \quad (5)$$

Avant le démarrage,  $\omega$  étant nul,  $C$  acquiert sa valeur maximum; il diminue à mesure que la machine prend sa vitesse et le régime s'établit lorsque la valeur de  $C$  devient égale à celle du moment du couple résistant. Si, pendant la marche normale, le moment du couple résistant diminue ou augmente de valeur,  $\omega$  croît ou décroît de manière à faire diminuer ou augmenter  $C$ . La valeur maximum de  $\omega$  est  $\frac{2\pi \cdot 10^8}{mQE}$  et correspond à  $I = 0$ ; l'existence de ce maximum de vitesse angulaire fait disparaître le danger d'*emballlement* auquel la machine est exposée lorsque l'excitation est faite en série.

La réaction d'induit, dont nous n'avons pas tenu compte dans nos formules, atténue d'ailleurs les variations de vitesse qui correspondent aux fluctuations du couple résistant. On a, en effet,

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 10^8}{m} \frac{E - Ir}{Q}.$$

Lorsque la diminution ou l'accroissement du couple résistant exige une variation parallèle du couple moteur et par conséquent de  $I$ , la réaction d'induit varie aussi dans le même sens, en sorte que le flux utile  $Q$ , au lieu de rester constant, subit un accroissement ou une diminution. Cette variation de  $Q$  dans le

même sens que celle de  $E$  — Ir atténue la variation correspondante de  $\omega$ ; il en résulte que la ligne obtenue en prenant  $C$  pour abscisse et  $\omega$  pour ordonnée, au lieu d'être une droite  $AD$  comme l'indiquerait la formule (5), est une courbe analogue à  $BD$  (fig. 250).

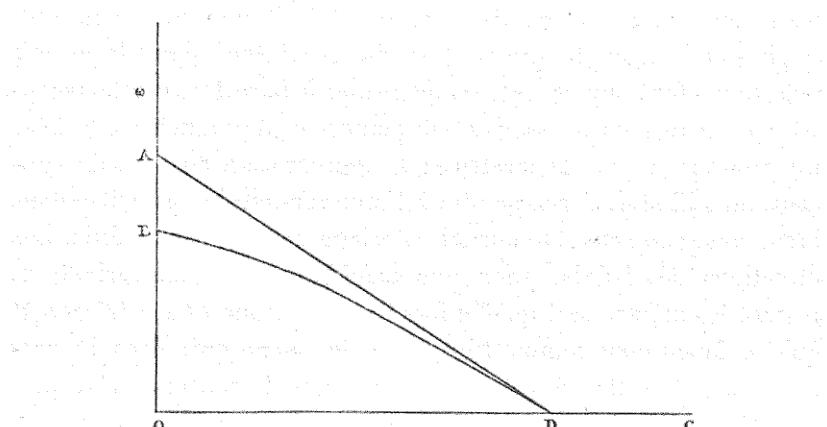


Fig. 250.

Supposons maintenant que la génératrice soit réglée de manière à rendre  $I$  constant. Avant le démarrage,  $e$  étant nul, l'intensité  $i$  du courant excitateur prend sa valeur minimum  $\frac{rI}{R}$ ; le couple moteur  $C$  n'acquiert lui-même que sa valeur minimum<sup>1</sup>, laquelle serait insuffisante pour produire le démarrage si le couple résistant était appliqué dès le début à l'arbre de la machine; il faudra donc attendre, pour appliquer ce couple, que la machine ait acquis, en fonctionnant à vide, une vitesse de rotation suffisante. Il deviendra possible d'obtenir le démarrage en appliquant le couple moteur dès le début, si l'on prend soin d'intercaler entre l'induit et l'un des points de captage du courant dérivé une forte résistance additionnelle  $\rho$  qui fera acquérir à  $i$  une valeur suffisante

$$i = \frac{r + \rho}{R} I;$$

cette résistance, fournie par un *rhéostat de démarrage*, sera ensuite graduellement retirée.

<sup>1</sup> C'est ce que l'on voit en éliminant  $\frac{e}{\omega}$  entre (3) et (4).

Nous avons vu qu'avec l'excitation en série le sens de rotation de la réceptrice est inverse de celui qu'il faudrait lui donner pour obtenir, en la faisant fonctionner comme génératrice, un courant extérieur de même sens que celui qui l'actionnait comme réceptrice; cette inversion n'existe pas avec l'excitation en dérivation<sup>1</sup>. Supposons, en effet, que l'action du générateur dans le circuit extérieur étant supprimée, on continue à faire tourner la réceptrice dans le sens de sa rotation primitive, de manière à la faire fonctionner comme génératrice; la conservation du sens du courant dans l'induit correspondra à l'interversion des polarités dans l'inducteur; le sens du courant extérieur ne sera pas modifié. Les directions des balais, pour une machine excitée en dérivation, restent les mêmes soit qu'elle fonctionne comme génératrice, soit qu'elle fonctionne comme réceptrice; le calage qui, dans le premier cas, doit être fait en aval des lignes de contact théoriques doit, dans le second cas, être fait en amont de ces lignes.

**274. Excitation compound.** — On peut enfin employer, pour l'inducteur d'une machine réceptrice, l'excitation compound par double enroulement en série et en dérivation.

Si l'on donne aux spires en série le même sens d'enroulement qu'aux spires en dérivation, les deux courants excitateurs correspondants dont les sens sont opposés produisent des effets différentiels pour l'aimantation de l'inducteur. Il faut alors que le nombre des ampères-tours en dérivation soit très supérieur à celui des ampères-tours en série pour que le flux magnétique ne soit pas trop affaibli. Ce mode d'excitation est employé, dans certains cas particuliers, pour rendre presque insensibles les variations de la vitesse sous l'influence des fluctuations du couple résistant.

Reprendons la formule

$$\omega = \frac{2\pi \cdot 10^8}{m} \frac{E - Ir}{Q};$$

si nous désignons par  $Ni$  et par  $nI$  les ampères-tours d'excita-

<sup>1</sup> Avec le montage en dérivation, le courant de l'induit et celui de l'inducteur sont de sens opposés si la machine fonctionne comme génératrice, mais sont parallèles si elle fonctionne comme réceptrice.

tion en dérivation et en série, le flux sera une fonction croissante de  $Ni - nI$ . En supposant que la génératrice soit réglée de manière à rendre  $E$  et par suite  $i$  constants, les variations de  $I$  qui seront produites par les fluctuations du couple résistant feront croître ou décroître  $Q$  et  $E - L$  simultanément; l'effet de l'enroulement compound s'ajoutera donc à la réaction d'induit pour atténuer les variations de la vitesse angulaire  $\omega$ . L'auto-régulation ainsi obtenue sera presque parfaite, pourvu que les fluctuations du couple résistant ne soient pas trop grandes, si l'on a convenablement choisi les nombres  $N$  et  $n$ . Le danger auquel expose cette excitation compound est l'interversion possible de l'aimantation de l'inducteur, si une brusque et importante décroissance du couple résistant venait à se produire et rendait négative la différence  $Ni - nI$ .

**275. Renversement de marche.** — Quel que soit le mode d'auto-excitation auquel on ait recours, l'interversion du sens du courant envoyé par le générateur produirait à la fois le changement de sens du courant dans l'induit de la réceptrice et l'interversion des

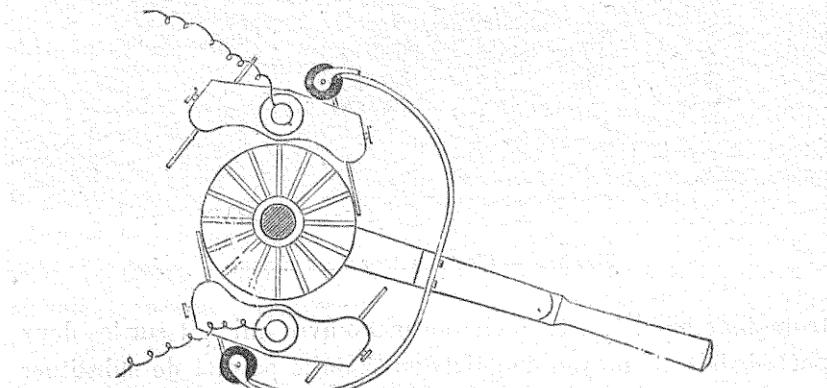


Fig. 251.

polarités de l'inducteur de cette machine; on n'obtiendrait donc pas par ce moyen un renversement de marche.

Pour obtenir ce renversement, il faut renverser le sens du courant dans l'induit sans modifier la polarité de l'inducteur. On y arrive en changeant les positions des balais; s'il n'existe pas un

angle de calage, la seule permutation des deux balais produirait l'effet voulu; mais il faut tenir compte de ce que l'angle de calage doit passer d'aval en amont, relativement aux lignes de contact théorique, et de ce que le sens de chacun des balais doit changer, afin d'éviter leur grippement avec la surface du collecteur. Le renversement de marche se produit facilement si l'on dispose de deux jeux de balais, dont l'un ou l'autre est mis en contact avec le collecteur suivant le sens de la rotation. La figure 251 représente un inverseur de marche de M. Reckenzaun, pour un élec-

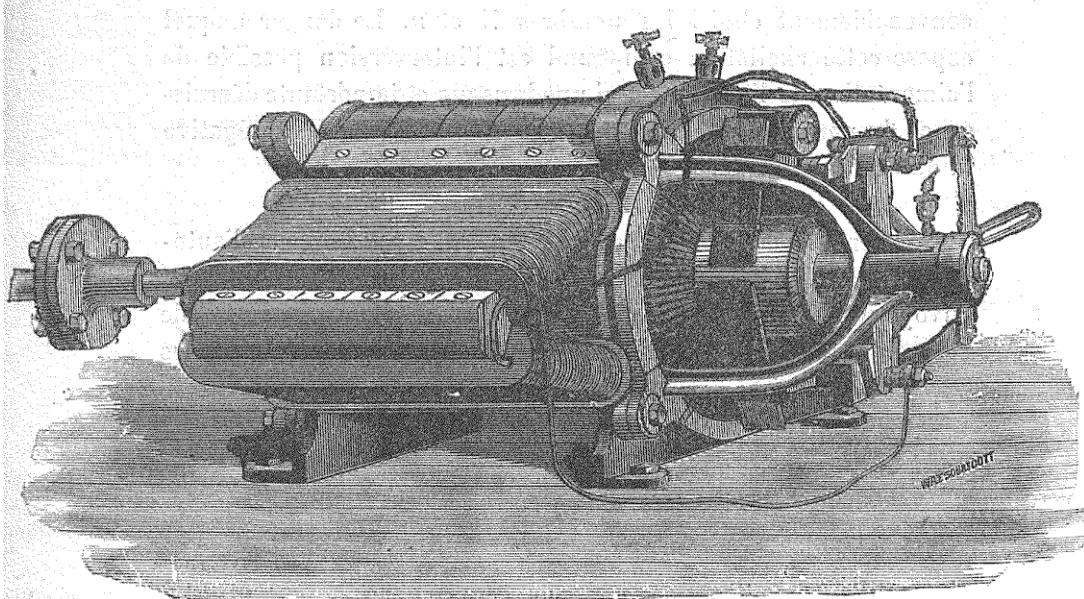


Fig. 252. — Electromoteur Reckenzaun.

tromoteur bipolaire. Le levier de manœuvre qui agit sur les deux porte-balais au moyen de galets en ébonite permet de substituer un jeu de balais à l'autre; on obtient ainsi le même résultat que si l'on faisait tourner les deux balais de l'angle  $\pi - 2\alpha$ ,  $\alpha$  désignant l'angle de calage, et si l'on changeait ensuite le sens de chacun d'eux. La figure 252 représente un moteur Reckenzaun muni de cet inverseur de marche.

On peut aussi renverser la marche en changeant, au moyen d'un commutateur, le sens du courant dans les spires inductrices,

sans modifier le sens du courant dans l'induit ; mais comme on est obligé en même temps de déplacer les balais pour changer le calage et d'inverser leur sens pour éviter les grippements, la manœuvre d'ensemble devient compliquée.

Pour les électromoteurs destinés aux tramways, le régime de marche est si variable qu'il devient à peu près impossible de faire subir à l'angle de calage les continues modifications qu'il exigerait. On prend alors le parti d'installer les balais à poste fixe dans la position théorique, sauf à subir les pertes d'énergie résultant de la production des étincelles ; pour que les frotteurs ne soient pas trop rapidement détériorés, on les fait massifs et pouvant fonctionner dans les deux sens de rotation. Pour renverser la marche, on intervertit le courant au moyen d'un commutateur soit dans l'induit, soit dans les spires inductrices ; il faut avoir soin d'affaiblir le courant au moyen d'un rhéostat avant de l'inverser, afin d'éviter la production de trop fortes étincelles d'extra-courant.

**276. Transformateurs à courant continu.** — On peut actionner un électromoteur par une machine génératrice qui lui envoie un courant continu de faible intensité et de haute tension ; on peut, d'autre part, faire actionner par cet électromoteur une dynamo génératrice qui donnera un courant continu de grande intensité et de faible tension. On obtient donc, par cette combinaison d'un électromoteur et d'une dynamo, un *transformateur à courant continu*.

Il n'est pas impossible de fusionner les deux machines en une seule. Le transformateur tournant ainsi construit possède nécessairement sur son induit deux enroulements distincts, isolés entre eux et aboutissant chacun à un collecteur spécial. MM. Paris et Scott ont construit et appliqué en Angleterre des machines de ce genre. Comme les réactions des deux courants sur le champ magnétique créé par l'inducteur commun sont des réactions inverses, le décalage des balais devient presque inutile. Mais le rapprochement de deux circuits à tensions très différentes présente plus d'inconvénient et de danger dans les transformateurs tournants que dans les transformateurs à courants alternatifs.

Le rendement industriel des transformateurs à courant continu

obtenus soit au moyen de deux machines, soit au moyen d'une seule, est moins élevé que celui des transformateurs à courants alternatifs.

**277. Compensateur de tension Thomson.** — M. Elihu Thomson a imaginé d'employer un transformateur tournant pour rendre pos-

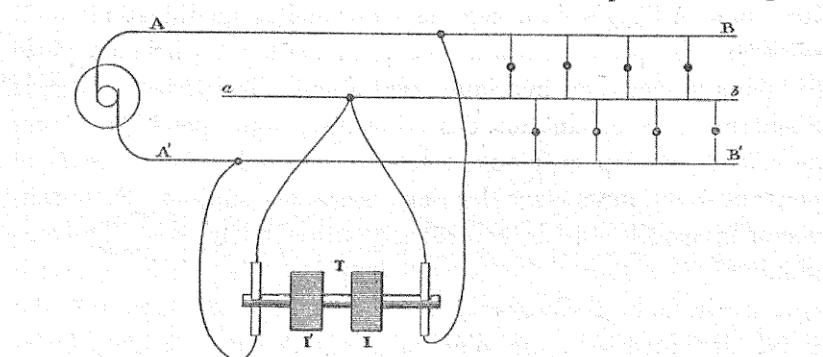


Fig. 253.

sible la distribution à trois conducteurs au moyen d'un seul générateur, alors que le système Edison exige l'emploi de deux générateurs attelés en série (n° 254).

Soit AB et A'B' les deux conducteurs extrêmes (fig. 253), entre lesquels la dynamo-génératrice maintient une différence de potentiel constante ; soit ab le conducteur intermédiaire, de part et duquel les récepteurs sont disposés sur des dérivations. Lorsque les deux groupes de récepteurs fonctionnent simultanément, la différence de potentiel entre A et a est égale à la différence de potentiel entre a et A' ; la chute A—A' se trouve divisée par moitié ; aucun courant ne passe dans le conducteur intermédiaire ab. Si l'on supprime ou si l'on arrête une partie des récepteurs dérivés sur AB, la chute A—a deviendra plus grande que la chute a—A' ; l'inverse se produirait si l'on arrêtait une partie des récepteurs dérivés sur A'B' ; le compensateur Thomson a pour but de ramener alors les deux chutes vers l'égalité.

L'armature T de la dynamo compensatrice porte deux enroulements séparés, formant deux induits distincts montés sur le même arbre et ayant chacun son collecteur et ses balais. L'inducteur (non indiqué sur la figure) est commun aux deux circuits ; il

est excité par une dérivation prise entre A et A'. Les induits ont deux pôles communs réunis par un fil qui communique avec l'origine du conducteur intermédiaire *ab*; leurs autres extrémités communiquent respectivement avec les origines des conducteurs extrêmes AB et A'B'; leurs enroulements sont calculés de manière qu'avec une vitesse de rotation normale, chacun d'eux développe une force électromotrice égale à la moitié de la chute de potentiel AA'. Lorsque cette chute AA' se répartit également entre Aa et aA', le compensateur T fonctionne comme un moteur sans charge et prend sa vitesse normale; ses induits ne sont alors parcourus par aucun courant, ou, du moins, ils ne sont traversés que par des courants faibles. Si la chute de potentiel de A en a vient à augmenter, l'induit I reçoit un courant qui accélère la rotation; l'induit I', fonctionnant alors comme un générateur, envoie un courant dans les récepteurs de son groupe en relevant la différence de potentiels entre a et A'; l'énergie absorbée par l'un des induits est ainsi restituée par l'autre.

M. Siemens a employé un système analogue pour une distribution à cinq conducteurs.

**278. Electromoteurs à courants alternatifs.** — De même que les dynamos à courant continu, les machines à courants alternatifs sont réversibles. L'invention des électromoteurs à courants alternatifs est plus récente que celle des électromoteurs à courants continus.

Considérons d'abord une génératrice à courants alternatifs, en supposant que l'excitation de l'inducteur soit faite par une source indépendante à courant continu constant. En admettant que la force électromotrice soit régie par la loi sinusoïdale

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T},$$

il existe entre l'intensité I du courant et cette force électromotrice un retard de phase  $\theta$ , déterminé par la formule

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi\theta}{T} = \frac{2\pi L}{RT},$$

dans laquelle  $R$  et  $L$  désignent respectivement la résistance du circuit et le coefficient de self-induction de la machine ; cette intensité  $I$  est donnée par la formule  $I = \frac{E_o}{R} \cos \frac{2\pi 0}{T} \sin \frac{2\pi (t - 0)}{T} = I_o \sin \frac{2\pi (t - 0)}{T}$ .

La puissance électrique moyenne de la machine a pour valeur

$$W_m = \frac{RI_o^2}{2} = \frac{E_o I_o}{2} \cos \frac{2\pi 0}{T};$$

elle est d'autant plus faible que l'angle de phase  $\frac{2\pi 0}{T}$  est plus grand, et serait nulle si cet angle était égal à  $\frac{\pi}{2}$ . Désignons par  $\omega$  la vitesse angulaire de rotation de la machine<sup>1</sup> et par  $C$  le moment du couple moteur, évalué en kilogrammètres, qui agit sur son arbre pour produire son mouvement uniforme ; nous aurons, en vertu du principe de la conservation de l'énergie,

$$9,81 C \omega = W_m + \eta_m, \quad \text{en représentant par } \eta_m \text{ la valeur moyenne, exprimée en watts, des pertes parasites de toute nature.}$$

Au lieu de considérer la puissance moyenne de la machine, considérons sa puissance électrique à un instant quelconque. Cette puissance est donnée par la formule

$$W = EI = E_o I_o \sin \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi (t - 0)}{T},$$

qui peut aussi s'écrire

$$W = \frac{E_o I_o}{2} \left[ \cos \frac{2\pi 0}{T} - \cos \frac{2\pi (2t - 0)}{T} \right];$$

Elle est périodique avec la période  $\frac{T}{2}$  ; s'annule pour  $t = 0$ ,  $t = \frac{T}{2}$ , etc. ; le maximum de ses ordonnées positives est  $\frac{1}{2} E_o I_o$  ; les ordonnées négatives ont un maximum plus faible  $\frac{1}{2} E_o I_o \left(1 - \cos \frac{2\pi 0}{T}\right)$  ; en prenant  $T$  pour abscisse et  $W$  pour

<sup>1</sup> Cette vitesse  $\omega$  se calculerait en divisant  $\frac{2\pi}{T}$  par la moitié du nombre des champs magnétiques inducteurs.

ordonnée, on obtient la courbe représentée par la figure 254. S'il s'agissait d'une dynamo à courant continu, la puissance électrique  $W$  resterait constante et toujours égale à  $W_m$ , soit, en négligeant les pertes parasites, à la puissance motrice  $9,84 \text{ Cw}$ ; l'alternateur présente, au contraire, ce phénomène caractéristique de produire une puissance électrique variable, malgré la constance de la puissance motrice et celle de la vitesse de rotation de la machine. C'est à la self-induction du circuit qu'est due la variation continue de  $W$ . On a, en effet, la formule générale

$$W = EI = RI^2 + LI \frac{dI}{dt},$$

qui donne, dans le cas actuel,

$$EI = RI^2 + \frac{\pi}{T} Li^2 \sin \frac{4\pi(t-0)}{T};$$

la self-induction intervient suivant une loi sinusoïdale dont la période est  $\frac{T}{2}$ ; lorsque  $\sin \frac{4\pi(t-0)}{T}$  est positif, une partie de

la puissance  $W$  qui devait être absorbée par la résistance est fournie par l'inducteur et cette partie de la puissance est alors stockée dans un volant magnétique; lorsque  $\sin \frac{4\pi(t-0)}{T}$  est négatif, une partie de la puissance est absorbée par l'inducteur et cette partie de la puissance est restituée au moteur.

Fig. 254.

Alors que l'inducteur en absorbe une partie de la puissance électrique  $EI$  est prélevée et emmagasinée, pour ainsi dire, dans un volant magnétique qui la restitue ensuite lorsque  $\sin \frac{4\pi(t-0)}{T}$  devient négatif.

Le couple résistant que l'alternateur développe sur son arbre participe aux variations de la puissance électrique  $W$  à laquelle il est constamment proportionnel. Quand la valeur de  $W$  est positive, ce couple est effectivement un couple résistant, et l'alterna-

teur fonctionne comme une machine génératrice exclusivement actionnée par son moteur. Mais quand la valeur de  $W$  est négative, le couple dont il s'agit devient un couple moteur dont l'action s'ajoute à celle du couple moteur extérieur  $C$ ; dans ce cas l'alternateur fonctionne comme une machine réceptrice qui transforme en puissance mécanique extérieure une puissance électrique prélevée sur l'énergie due au courant qui la traverse. Aux instants de transition  $t = 0, t = \theta, \dots$ , pour lesquels  $W$  s'annule, le couple résistant s'annule lui-même, en sorte qu'il existe des *points neutres* pour les positions correspondantes de l'arbre de la machine.

Cela posé, supposons qu'un alternateur soit intercalé dans un circuit conducteur parcouru par un courant alternatif de période  $T$  et que ses bornes soient soumises à une différence de potentiels ayant une valeur moyenne constante; la machine ne se mettra pas spontanément en mouvement, car, le courant alternatif qui la traverse n'ayant pas de direction moyenne, il n'y aurait pas de raison pour que la rotation se produisît dans un sens plutôt que dans le sens opposé; il faudra donc mettre la machine en marche à vide, en l'actionnant soit à la main, soit de toute autre manière, de manière à lui faire acquérir la vitesse de rotation  $\omega$  nécessaire pour développer une force contre-électromotrice de même période  $T$  que le courant alternatif envoyé dans l'induit. A ce moment un couple moteur d'une valeur déterminée  $C$  sera créé par l'arbre de la machine; équilibrions ce couple par un couple résistant extérieur et cessons d'agir mécaniquement sur la rotation de l'alternateur; le régime de fonctionnement se trouvera établi et la machine fonctionnera comme électromoteur.

Il est facile d'obtenir l'équation du courant. La force électromotrice moyenne aux bornes de la machine étant donnée par hypothèse, il suffit de la multiplier par  $\sqrt{2}$  pour obtenir la force électromotrice maximum  $E_0$ ; la formule de la force électromotrice  $E$  en fonction du temps peut alors s'écrire

$$E = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T},$$

soit encore

$$E = E_0 \sin u, \quad (1)$$

en désignant par  $u$  l'angle variable  $\frac{2\pi t}{T}$ . La force contre-électromotrice induite maximum  $e_0$  se déduit du flux maximum  $Q_0$  que le champ magnétique inducteur envoie au travers de l'induit; elle est donnée par la formule

$$e_0 = \frac{2\pi}{T} Q_0 10^{-8};$$

il en résulte que la valeur de la force contre-électromotrice en fonction du temps est

$$e = e_0 \sin \left( \frac{2\pi t}{T} - \alpha \right) = e_0 \sin (u - \alpha), \quad (2)$$

$\alpha$  désignant la différence angulaire des phases entre  $e$  et  $E$ . La tension effective aux bornes de la machine est

$$\mathcal{E} = E - e = E_0 \sin u - e_0 \sin (u - \alpha), \quad (3)$$

expression qui peut se ramener à la forme

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin (u + \beta), \quad (4)$$

en posant

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \beta = \frac{E_0 \sin \alpha}{E_0 - e_0 \cos \alpha} \\ \mathcal{E}_0 = \frac{E_0 - e_0 \cos \alpha}{\cos \beta}. \end{cases} \quad (5)$$

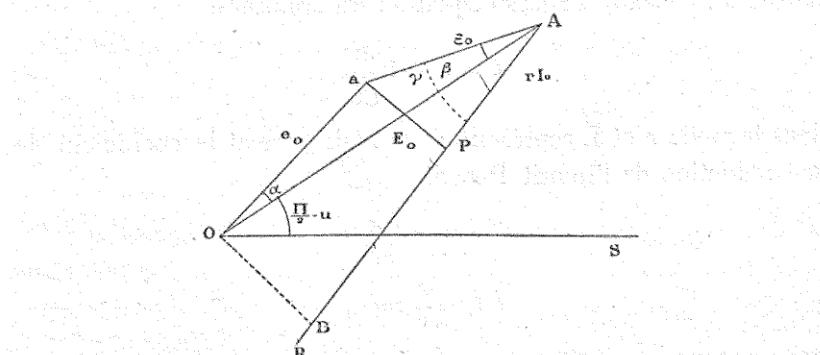


Fig. 255.

Au lieu de calculer  $\beta$  et  $\mathcal{E}_0$  par ces formules, on peut les déterminer par une construction géométrique très simple. Traçons, par un point quelconque  $O$  (fig. 255) les droites  $OA = E_0$  et

$Oa = e_0$  faisant entre elles l'angle  $AOa = \alpha$  en sens contraire du mouvement des aiguilles de la montre, et joignons  $Aa$ ; nous aurons

$$aA = \mathcal{E}_0$$

et

$$OAa = \beta;$$

car si nous traçons la droite  $OS$  faisant avec  $OA$ , dans le sens du mouvement des aiguilles de la montre l'angle  $AOS = \frac{\pi}{2} - u$ , nous trouverons en projetant sur cette droite les trois côtés du triangle  $OAa$ :

$$E_0 \sin u - e_0 \sin(u - \alpha) = \mathcal{E}_0 \sin(u + \beta).$$

La direction de la droite  $OS$  est, à chaque instant  $t$ , déterminée par la valeur de l'angle  $u = \frac{2\pi t}{T}$ ; la projection de  $OA$  sur cette droite est égale à la force électromotrice  $E$ , la projection de  $Oa$  est égale et de sens contraire à la force contre-électromotrice  $e$ , et la projection  $aA$  est égale à  $E - e$ , c'est-à-dire à la tension effective  $\mathcal{E}$  aux bornes de la machine.

Ce mode de représentation graphique, dont l'idée première est attribuée à M. Brakley, est évidemment très commode.

Connaissant  $\mathcal{E}$ , nous pouvons déterminer graphiquement l'intensité du courant d'après l'équation différentielle

$$\mathcal{E} = rI + L \frac{dI}{dt}, \quad (6)$$

dans laquelle  $r$  et  $L$  représentent la résistance et le coefficient de self-induction de l'induit. Posons

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \gamma = \frac{2\pi L}{rT} \\ I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{r} \cos \gamma, \end{cases} \quad (7)$$

nous aurons

$$I = I_0 \sin(u + \beta - \gamma);$$

on en déduit

$$\mathcal{E} = rI_0 \sin(u + \beta - \gamma) + \frac{2\pi}{T} LI_0 \cos(u + \beta - \gamma) \quad (9)$$

La première partie du second membre représente la force électromotrice qui, en l'absence de self-induction, produirait le courant  $I$  dans l'induit de résistance  $r$ , et la seconde partie représente la force électromotrice de self-induction. Traçons, dans la figure précédente, la droite indéfinie  $AR$ , faisant avec  $A\alpha$  l'angle  $aAR = \gamma$ , dans le sens du mouvement des aiguilles de la montre, et abaissons du point  $\alpha$  sur cette droite la perpendiculaire  $aP$ . En projetant les côtés du triangle  $aAP$  sur  $OS$ , nous aurons

$$\mathcal{E}_0 \sin(u + \beta) = AP \sin(u + \beta - \gamma) + aP \cos(u + \beta - \gamma);$$

le premier nombre étant égal à  $\mathcal{E}$ , le second membre doit être identique avec celui de l'équation (9), on a donc

$$\left\{ \begin{array}{l} AP = r I_0 \\ aP = \frac{2\pi}{T} L I_0; \end{array} \right.$$

il en résulte qu'à l'instant quelconque  $t$  les projections de  $AP$  et de  $aP$  sur la droite  $OS$  sont respectivement égales à la force électromotrice  $rI$  et à la force électromotrice de self-induction  $L \frac{dI}{dt}$ ; il suffit de diviser la première de ces projections par  $r$  pour obtenir la valeur  $I$  de l'intensité du courant. Le tracé graphique fait ainsi connaître tous les éléments du fonctionnement de l'électromoteur.

En résumé, nous avons obtenu les équations suivantes

$$\left\{ \begin{array}{l} E = E_0 \sin u \\ e = e_0 \sin(u - \alpha) \\ \mathcal{E} = E - e = \mathcal{E}_0 \sin(u + \beta) \\ I = I_0 \sin(u + \beta - \gamma) \end{array} \right. \quad (10)$$

La puissance électrique totale fournie à l'alternateur par la force électromotrice  $E$  est

$$W_m = \frac{1}{2} E_0 I_0 \cos(\gamma - \beta); \quad (11)$$

la partie transformée en puissance motrice extérieure, par l'intermédiaire de la force contre-électromotrice  $e$ , est

$$w_m = \frac{1}{2} E_0 I_0 \cos(\gamma - \beta - \alpha); \quad (12)$$

la partie transformée en chaleur dans l'induit, par l'intermédiaire de la force électromotrice  $\mathcal{E} = E - e$ , est égale au couple résistant  $\frac{r I_o^2}{2} = \frac{1}{2} \mathcal{E}_o I_o \cos \gamma$ ; et l'on a nécessairement

$$W_m = w_m + \frac{r I_o^2}{2}. \quad (14)$$

Reportons-nous au tracé graphique et abaissons du point O sur AB la perpendiculaire OB; nous trouverons facilement :

$$\left\{ \begin{array}{l} W_m = \frac{A B \times A P}{2 r} \\ w_m = \frac{P B \times A P}{2 r} \\ \frac{r I_o^2}{2} = \frac{A P \times A P}{2 r} \end{array} \right.$$

Le rendement électrique de l'électromoteur est

$$\frac{w_m}{W_m} = \frac{\mathcal{E}_o \cos (\gamma - \beta - \alpha)}{\mathcal{E}_o \cos (\gamma - \beta - \alpha) + \mathcal{E}_o \cos \gamma} = \frac{B P}{B A}. \quad (15)$$

Ce rendement deviendrait nul si l'on avait  $\gamma - \beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$ ; dans ce cas la machine marcherait à vide.

La conservation nécessaire de synchronisme entre la force électromotrice E et la force contre-électromotrice e oblige la machine à être auto-régulatrice de sa vitesse. Si le couple résistant appliqué à l'arbre de la machine augmente ou diminue accidentellement, la vitesse de rotation varie légèrement et cette variation a pour effet d'accroître ou de réduire la puissance fournie par la machine génératrice. Il ne faut pas cependant que les fluctuations du couple résistant dépassent certaines limites, pour lesquelles l'électromoteur, étant mis hors de phase, s'arrêterait bientôt; la force contre-électromotrice devenant alors nulle, les fils de l'induit seraient traversés par un courant d'une intensité dangereuse pour leur isolement. On munit ordinairement la machine d'un système de déembrayage automatique, qui fonctionne au moment où le couple résistant acquiert une valeur-limite.

**279. Moteur Zipernowski.** — Le moteur de MM. Zipernowski, Déry et Blathy, ingénieurs de la maison Ganz, présente les mêmes dispositions générales que leur alternateur à inducteur tournant,

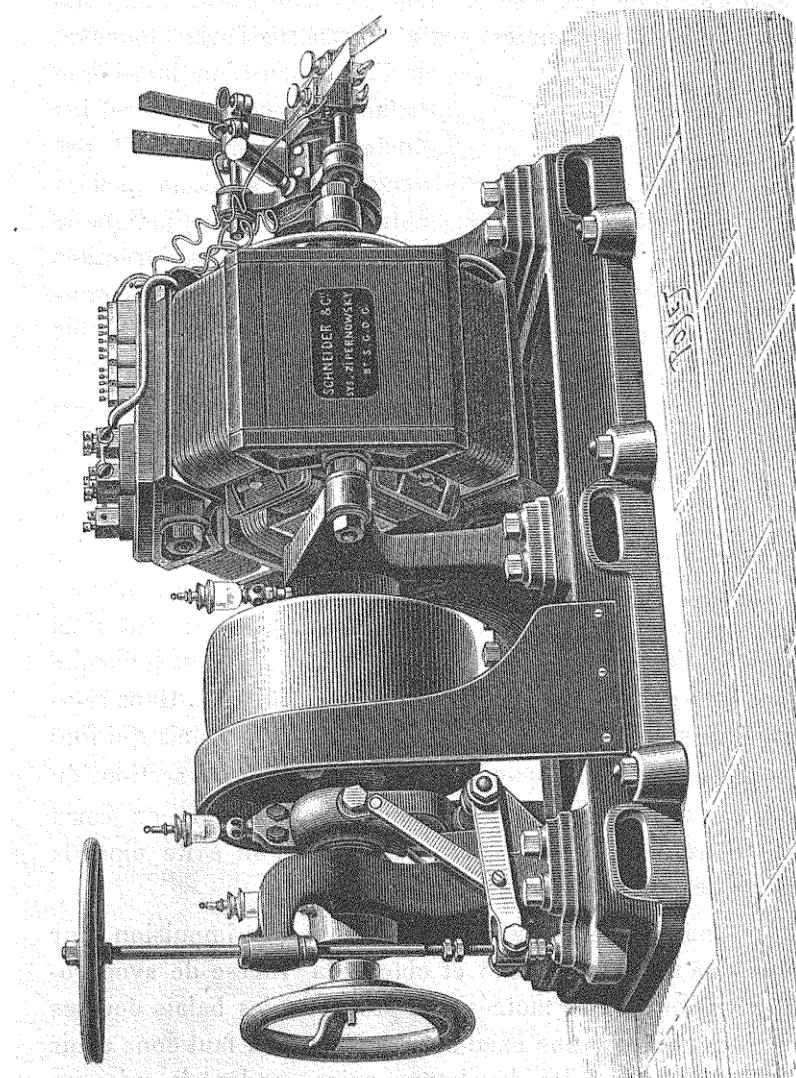


Fig. 256. — Electromoteur à courants alternatifs de MM. Zipernowski, Déry et Blathy.

décrit au numéro 233. La figure 256 indique l'aspect général de cette machine. Le courant exciteur est créé par le courant alternatif envoyé dans l'induit; à cet effet, ce courant principal

passé dans le circuit primaire d'un transformateur, combiné de manière à produire un courant secondaire sous tension convenable; c'est ce courant secondaire qui est envoyé dans l'inducteur, après avoir été redressé préalablement au moyen d'un commutateur. Ce commutateur est centré et calé sur l'arbre tournant

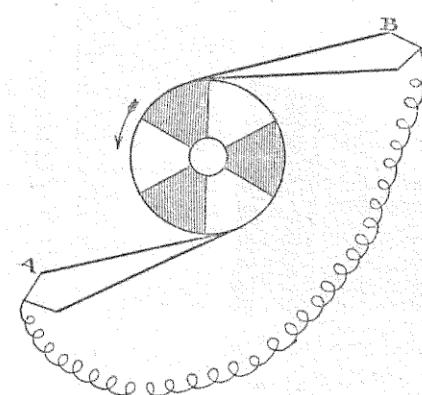


Fig. 257.

de l'inducteur; on lui donne autant de sections que cet inducteur a de bobines, soit, par exemple, six sections (isolées entre elles), comme l'indique la figure 257; l'une des extrémités du circuit inducteur communique avec toutes les sections de rang pair, et l'autre extrémité avec toutes les sections de rang impair. On pourrait, comme dans le cas d'un commutateur à deux sections, re-

courir à deux balais simples, fixés respectivement aux deux extrémités A et B du circuit secondaire du collecteur, pour amener dans le circuit inducteur le courant redressé; mais on aurait ainsi des étincelles d'extra-courant trop énergiques au moment de chaque redressement; pour remédier à cette défectuosité, MM. Ganz remplacent chacun des balais simples par une paire de balais qui font entre eux un angle correspondant à environ  $\frac{1}{3}$  d'une section du commutateur; de cette manière, l'inducteur est mis en court circuit un instant avant la commutation et l'on évite ainsi la forte étincelle aux balais.

Il faut donner à l'inducteur mobile une première impulsion pour déterminer sa mise en marche et obtenir la vitesse de synchronisme du moteur; à ce moment, la présence des balais doubles empêcherait d'obtenir une excitation suffisante, il faut donc avoir soin de soulever un balai de chaque paire pendant la mise en train, en laissant des étincelles se produire, et de le laisser retomber une fois la vitesse acquise; une disposition automatique pour cette manœuvre peut s'obtenir en faisant commander les balais

mobiles par les boules d'un régulateur à force centrifuge placé sur l'arbre tournant.

Des expériences faites à Francfort sur un moteur de 25 chevaux nominaux ont démontré que l'on peut passer brusquement de la marche à vide à la marche à pleine charge sans modifier la vitesse de rotation synchrone ; le rendement industriel de ce moteur a été de 82 à 88 p. 100, pour des charges comprises entre 15 et 35 chevaux. Les périodes du courant étaient au nombre de 5 000 par minute. Lorsque l'on faisait acquérir au couple résistant un moment supérieur à celui que pouvait vaincre le moteur, la machine s'arrêtait sans être exposée à aucun accident.

280. **Moteur Tesla.** — Lorsqu'un électromoteur a été construit en vue d'être actionné par un courant continu, c'est évidemment un courant continu qu'il faut employer pour le faire fonctionner dans de bonnes conditions. On a cependant remarqué que, puisque le renversement du sens du courant dans l'inducteur et dans l'induit ne fait pas changer le sens de la rotation lorsque l'excitation est faite en série, il n'est pas impossible d'actionner par un courant alternatif un électromoteur construit pour courant continu ; quelque possible que soit la chose, elle est peu recommandable au point de vue pratique ; on obtiendrait au collecteur des étincelles assez fortes pour le mettre promptement hors de service. Un autre système, moins défectueux, consiste à redresser le courant alternatif avant de lui faire actionner la machine ; on substitue ainsi un courant fortement ondulatoire au courant continu, et l'on cherche ensuite à remédier, par des procédés souvent ingénieux mais toujours insuffisants, aux inconvénients de ce système, notamment à la production des fortes étincelles.

Le *moteur Tesla*, que nous allons décrire, présente au contraire l'avantage de ne jamais produire aucune étincelle, attendu qu'il est dépourvu de collecteur ; cette propriété caractéristique permet de l'employer sans danger dans une atmosphère contenant des gaz inflammables. Ce moteur est basé sur les considérations suivantes.

Prenons sur une circonference (fig. 258) deux diamètres rectangles AA', BB' ; plaçons en A et en A' deux pôles magnétiques

$\alpha$  et  $-\alpha$  et, de même, en  $B$  et  $B'$ , deux pôles magnétiques  $\beta$  et  $-\beta$ . Cela posé, considérons un point mobile  $M$  décrivant la circonference d'un mouvement uniforme, en sens inverse du mouvement des aiguilles de la montre, de manière que l'on ait

$$u = MOA = \frac{2\pi t}{T},$$

et supposons que les masses magnétiques  $\alpha$  et  $\beta$  varient à chaque instant suivant les lois sinusoïdales

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = k \sin u \\ \beta = k \cos u \end{array} \right.$$

La force magnétique en  $O$  aura, pour chaque valeur de  $t$ , deux

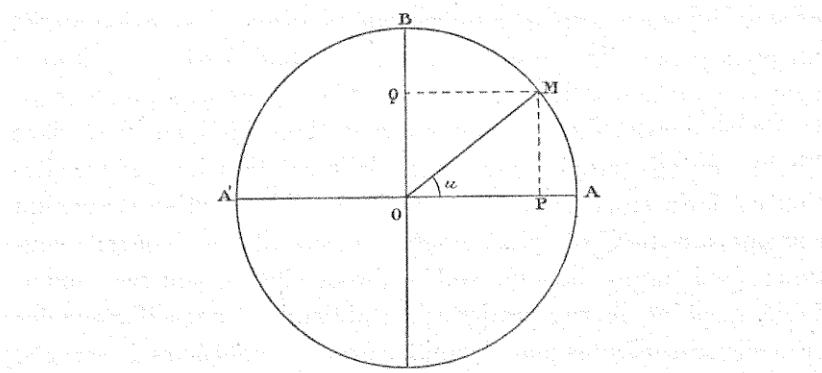


Fig. 258.

composantes dirigées suivant  $OP$  et  $OQ$  et proportionnelles à ces droites; cette force sera, par conséquent, dirigée suivant  $OM$  et aura pour valeur, à un facteur constant près,

$$\sqrt{OP^2 + OQ^2} = OM = \text{constante}.$$

Nous obtiendrons au point  $O$  une force magnétique tournante d'intensité fixe.

On conçoit ainsi qu'un inducteur trétrapolaire (fig. 259) dont les paires de bobines opposées  $A, A'$  et  $B, B'$  seront intercalées dans deux circuits distincts recevant des courants alternatifs égaux et synchroniques, avec phases angulaires différent de 90 degrés

créera, en restant lui-même immobile, un champ magnétique tournant uniformément autour de son centre. Il conviendra de feuilleter les noyaux et les culasses de cet inducteur, pour éviter autant que possible les courants de Foucault. Plaçons à l'intérieur un induit à tambour, avec noyau en fer feuilleté, dont l'axe de rotation coïncidera avec l'axe de figure de l'inducteur et dont les bobines partielles seront toutes fermées sur elles-mêmes; nous obtiendrons un *moteur Tesla*. Les courants induits qui se produisent dans les spires de l'armature réagissent sur le champ magnétique tournant; d'après la loi de Lenz, l'induit prend un mouvement de rotation de même sens que celui du flux magnétique.

Pour obtenir la différence angulaire de phases  $\frac{\pi}{2}$ , on peut employer un alternateur dont l'induit est divisé en deux circuits égaux (les bobines partielles de chacun de ces circuits étant convenablement choisies en raison de la nature du champ magnétique inducteur); chacun de ces circuits possède ses bagues collectrices et ses deux balais au moyen desquels il excite une des paires de bobines de l'inducteur. Il faut ainsi deux circuits extérieurs pour exciter les inducteurs de la machine Tesla; on peut leur donner un fil de retour commun.

Pour éviter l'obligation d'employer un double circuit, M. Tesla donne aux deux paires de bobines des coefficients de self-induction très différents, en enroulant une de ces paires de bobines, en gros fil et l'autre en fil fin; comme la tangente de l'angle de retard de la phase produit par un conducteur inductif est proportionnelle à son coefficient de self-induction et inversement proportionnelle à sa résistance, on conçoit qu'il soit possible d'obtenir une différence de phases voisine de 90 degrés entre les deux paires de bobines en les intercalant dans deux circuits dérivés sur un même conducteur parcouru par un courant alternatif.

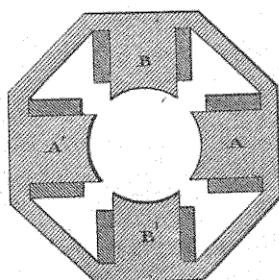


Fig. 259.



## SIXIÈME PARTIE

### UTILISATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

La question de l'énergie électrique est devenue dans les dernières années une question importante pour l'industrie et pour la vie quotidienne. La demande d'électricité croît rapidement, et il est nécessaire de trouver des moyens pour répondre à cette demande. L'utilisation de l'énergie électrique offre de nombreux avantages, tels que la facilité d'utilisation, la sécurité et l'efficacité. Cependant, il est également important de prendre en compte les défis et les défis liés à l'utilisation de l'énergie électrique, tels que la sécurité et l'environnement.

Toutes les applications de l'électricité reposent sur l'utilisation de la puissance électrique ; il en est ainsi des télégraphes et même des téléphones, bien que les courants employés n'aient qu'une faible puissance ; il en est surtout ainsi pour l'éclairage électrique, pour le transport de la puissance mécanique à distance, pour la traction électrique et pour l'électrométallurgie. Nous étudierons seulement ces dernières applications, qui intéressent plus particulièrement les ingénieurs, les constructeurs et les industriels.

## CHAPITRE PREMIER

### LUMIÈRE ÉLECTRIQUE

Arc voltaïque. — Expériences sur l'incandescence du charbon. — Lampes à incandescence. — Lampes à arc voltaïque. — Bougies Jablochkoff. — Lampes à incandescence dans l'air. — Qualités spéciales de l'éclairage électrique. — Projecteurs Mangin. — Eclairage des villes. — Prix de revient de l'éclairage électrique. — Eclairage des voitures de chemin de fer. — Eclairage des mines. — Compteurs électriques.

**284. Arc voltaïque.** — On sait que la découverte de la lumière électrique remonte à 1813 et qu'elle est due à sir Humphry Davy. En faisant passer le courant fourni par une batterie de piles voltaïques dans un circuit qui contenait deux baguettes de charbon légèrement écartées l'une de l'autre, ce physicien a obtenu un foyer lumineux très intense, auquel on a donné le nom d'*arc voltaïque*.

L'observation montre que la lumière obtenue dans ces conditions n'est due qu'en faible partie à cette flamme bleuâtre qui jaillit entre les deux charbons et qui constitue l'arc proprement dit; la grande lumière provient de l'*incandescence* des pointes des charbons, notamment du charbon positif lorsque le courant employé est un courant continu. La lame d'air comprise entre les deux charbons se raréfie et perd une grande partie de sa résistance électrique, par suite d'une élévation considérable de la température; une légère combustion de carbone volatilisé produit la flamme de l'arc, mais c'est l'incandescence de particules solides portées à une température excessive qui produit la lumière.

Si l'on élève graduellement, au contact de l'air, la température d'un métal inoxydable, comme le platine, les radiations calorifi-

ques, d'abord obscures, deviennent ensuite de plus en plus lumineuses. Pouillet a évalué les températures correspondant aux couleurs successives du métal ; voici quelle est, d'après ce savant, la corrélation des deux phénomènes.

Couleur du métal.	Température en degrés centigrades.
Rouge naissant . . . . .	325
Rouge sombre . . . . .	700
Cerise naissant . . . . .	800
Cerise . . . . .	900
Cerise clair . . . . .	1000
Orangé foncé . . . . .	1100
Orangé clair . . . . .	1200
Blanc . . . . .	1300
Blanc soudant . . . . .	1400
Blanc éblouissant . . . . .	1500

On observe un phénomène analogue si l'on chauffe fortement le charbon en ayant soin de le placer dans le vide pour le préserver de la combustion ; à partir d'une température d'environ 1500 degrés, on obtient, par incandescence un véritable foyer de lumière.

**282. Expériences sur l'incandescence du charbon.** — Comme le charbon n'entre pas en fusion à des températures beaucoup plus hautes que celle d'environ 1500 degrés qui fait fondre le platine (le moins fusible des métaux), il est intéressant d'étudier le phénomène de son incandescence dans le vide à ces températures excessives, qui se produisent par le passage de courants très intenses dans un conducteur de charbon d'une faible section droite.

Pour réaliser ces expériences, j'ai employé un cylindre de charbon creux, de 2 centimètres de hauteur, de 8 millimètres de diamètre extérieur et de  $\frac{1}{2}$  millimètre d'épaisseur ; afin d'utiliser l'incandescence de la surface intérieure aussi bien que celle de la surface extérieure, on a pratiqué dans la paroi de ce cylindre des évidements circulaires, de manière que l'aire totale des évidements soit à peu près égale à celle des pleins. Cet anneau mince fait corps à ses deux extrémités avec deux bagues tronc-coniques de charbon qui le prolongent ; chacune de ces bagues, taraudée

intérieurement, forme un écrou dans lequel on visse un goujon

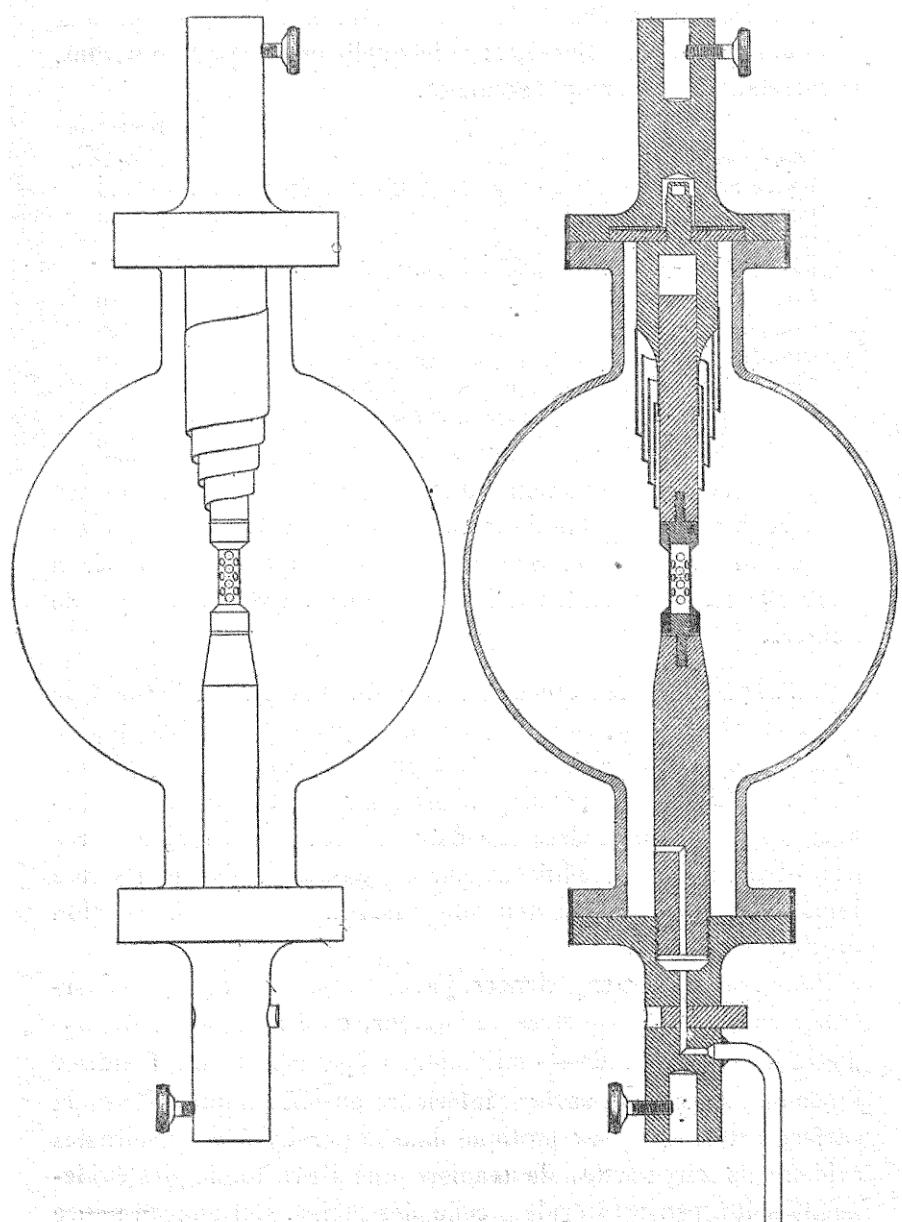


Fig. 260.

Fig. 261.

de platine muni d'une rondelle saillante qui recouvre la base du

charbon et qui porte en son centre une petite tige taraudée. Ces dispositions sont indiquées en élévation et en coupe sur les figures 260 et 261, qui représentent, à l'échelle de 4 pour 3, l'appareil employé dans nos expériences ; la figure 262 indique le développement de l'anneau cylindrique à mince paroi avec évidements.

La tige taraudée que porte extérieurement chacune des bagues de platine sert à la visser dans un gros conducteur de bronze au moyen duquel doivent se faire les prises de courants. Le conducteur inférieur est massif, mais il n'en peut être de même du conducteur supérieur, car les dilatations produites par les hautes températures ne pouvant pas s'effectuer librement, le très fragile anneau de charbon se briserait immédiatement au passage d'un courant électrique intense. Il est absolument nécessaire que le circuit intérieur au globe de verre présente une grande souplesse longitudinale, de manière qu'aucune résistance matérielle ne s'oppose aux dilatations ; après avoir essayé sans succès divers dispositifs, nous avons réussi de la manière suivante à obtenir le résultat voulu. Pour construire le conducteur supérieur, on enroule en spirale une lame de cuivre rouge sur un tronc de cône, qui sert de matrice et que l'on retire ensuite ; on obtient ainsi un ressort spiral allongé qui possède à un haut degré les élasticités de traction, de compression, de torsion et de flexion. Cette dernière, c'est-à-dire l'élasticité de flexion, est nuisible, car elle exercerait, à la moindre secousse reçue par l'appareil, une traction horizontale au sommet de l'anneau de charbon et produirait sûrement sa rupture ; il faut donc la faire disparaître. A cet effet, on introduit à l'intérieur du spiral un cylindre de bronze massif, sur la base inférieure duquel est brasée l'extrémité inférieure du ressort ; par sa partie supérieure, le cylindre de bronze pénètre à frottement doux dans une douille également en bronze, à parois épaisses, sur la surface extérieure de laquelle est brasée l'extrémité supérieure du ressort spiral. Si l'on suppose que ce conducteur complexe soit suspendu verticalement, en prenant attache sur la douille de bronze, l'équilibre s'établira entre le poids du cylindre de bronze et la tension longitudinale du ressort, l'élasticité de flexion aura disparu, tandis que celles de traction, de compression et de torsion seront conservées.

La conductibilité du cylindre massif s'ajoutera à celle du ressort pour donner passage au courant électrique.

Le ballon de verre, au centre duquel doit être placé le foyer incandescent, porte deux goulots munis chacun d'un rebord dont la surface latérale est cylindrique et dont la base extérieure est bien aplatie; deux plaques circulaires de bronze, faisant corps chacune avec un bout de conducteur cylindrique co-axial, sont destinées à fermer les deux goulots par recouvrement. Les rondelles de verre et ces plaques métalliques ont été travaillées sur un tour pour être bien rodées et aplatis, de manière à assurer le contact parfait des surfaces planes et la correspondance géométrique des surfaces cylindriques latérales.

Le montage de l'appareil se fait de la manière suivante. Une épaisse tablette de chêne, percée d'un trou central pour donner passage au conducteur métallique et portée sur trois pieds, forme le support de la lampe. La plaque de bronze inférieure est placée au centre de la tablette, de manière que la tige cylindrique avec laquelle elle fait corps passe par l'ouverture centrale; le conducteur inférieur, en bronze massif, est solidement vissé sur la plaque métallique, préalablement taraudée en son centre. On prend alors le charbon à lumière, muni de ses deux armatures de platine, et on le fixe sur la base du conducteur élastique, en vissant un des goujons de platine dans la cavité taraudée qui a été préparée pour le recevoir. Ce conducteur cylindro-spiral porte à sa partie supérieure une boucle qui permet de le suspendre verticalement au moyen d'un fil de soie; une petite poulie fixée au plafond du laboratoire sur la verticale du centre du trépied reçoit le fil de soie sur sa gorge; ce fil passe encore sur une poulie de renvoi, également fixée au plafond à une petite distance de la précédente, puis il redescend verticalement et porte un contrepoids faisant équilibre à son fardeau. Ces dispositions prises, l'opérateur charge un aide de prendre le ballon de verre, de l'amener au-dessous du conducteur suspendu par le fil de soie, et de le soulever de manière qu'il soit, pour ainsi dire, enfilé par le fil de soie; l'opérateur fait alors descendre le petit charbon et visse son goujon de platine inférieur sur la base supérieure du conducteur massif déjà mis en place; l'aide fait ensuite descendre le ballon de verre jusqu'à

ce qu'il vienne prendre appui et bien s'adapter sur la plaque circulaire de bronze portée par le trépied. Il s'agit alors d'achever le montage au-dessus du ballon de verre ; un petit disque de bronze surmonté de lames élastiques (fig. 263) et muni d'une fente radiale pour rendre possible son enfilement par le fil de soie, est vissé sans secousses sur un goujon taraudé, co-axial avec le conducteur supérieur et faisant corps avec lui, jusqu'à ce qu'il vienne prendre contact avec les rebords du goulot de verre ; on peut alors brûler le nœud d'attache du fil de soie, dont le secours provisoire a cessé d'être utile ; on recouvre enfin le disque élastique par la rondelle métallique du conducteur supérieur.

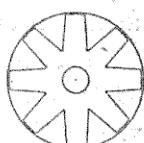


Fig. 263.

Le montage de l'appareil est ainsi complètement fait, mais il n'existe encore qu'à l'état instable et demande une consolidation. La coupe méridienne représentée par la figure 261 montre que l'on a ménagé, dans le conducteur inférieur, une cavité formant tuyau de conduite pour l'extraction de l'air contenu dans le ballon ; il suffit d'adapter à la tubulure d'appel un tube de caoutchouc qui va rejoindre une pompe pneumatique, et de faire ensuite un vide partiel pour obtenir une grande adhérence entre les plaques de bronze et les rondelles de verre. Fermant alors le tube de caoutchouc, au moyen d'un petit robinet de cuivre intercalé sur son parcours et rompant sa communication avec la pompe pneumatique, on peut enlever tout l'appareil, en profitant de sa consolidation provisoire. On le cercle inférieurement au moyen de frettes en laiton préalablement chauffées au rouge qui, en se refroidissant, s'adaptent avec forte pression sur les surfaces cylindriques bien continues des rondelles adhérentes de verre et de métal ; l'expérience nous a montré que cette opération un peu audacieuse réussit fort bien, sans briser le verre, pourvu que le ballon ait été recuit avec soin. En replaçant l'appareil sur son trépied et faisant à nouveau le vide, après complet refroidissement de la frette inférieure, on procède de la même manière pour le frettage de la partie supérieure.

On obtient ainsi la consolidation complète du montage et, de plus, l'étanchéité presque absolue de l'appareil. Il ne reste que peu de chose à faire pour rendre les entrées d'air impossibles ;

les arêtes des bords intérieurs de chacune des frettes ayant été émoussées en biseau, de manière à obtenir de petites auges circulaires, on remplit ces petites auges avec un mastic spécial, susceptible de résister à des températures élevées, quel l'on obtient en malaxant avec un peu d'huile une poudre fine d'oxyde de zinc,

On commence le vide au moyen d'une pompe pneumatique et on le termine avec une pompe à mercure. On peut, une fois le vide obtenu à chaud, sous le passage d'un courant d'une intensité

 modérée, faire une fermeture définitive, au moyen du robinet spécial. Ce robinet consiste dans un simple cylindre métallique, percé d'un trou normal à son axe ;

Fig. 264. une cavité cylindrique, d'un diamètre un peu inférieur au diamètre extérieur du robinet, est pratiquée normalement à l'axe du bout de conducteur cylindrique qui contient la conduite d'aspiration ; pour introduire le robinet dans cette cavité, on a fortement chauffé (avant le montage de l'appareil), le conducteur métallique, de manière à dilater la cavité. Le robinet est placé de manière que le trou pratiqué normalement à son axe forme une partie constituante de la conduite d'aspiration (fig. 264) ; pour obtenir la fermeture définitive de la lampe, après avoir poussé la raréfaction de l'air assez loin pour obtenir un vide presque absolu, on repousse, au moyen d'un levier spécial, le robinet dans la cavité cylindrique, de manière que sa surface pleine vienne fermer la conduite d'air (fig. 264). Comme le charbon à lumière ne pouvait pas résister longtemps au passage des courants intenses qu'il fallait mettre en œuvre pour réaliser nos expériences d'incandescence, une fermeture provisoire qu'il était toujours facile d'obtenir était pratiquement préférable à la fermeture définitive.

Lorsque le charbon à lumière avait besoin d'être remplacé, il suffisait de scier les deux frettes pour démonter l'appareil ; on refaisait ensuite le montage avec un nouveau charbon.

Les expériences ont été faites en 1886 à l'Atelier Central des Phares. Les courants électriques étaient produits par des alternateurs magnéto-électriques de Méritens ; on mesurait, dans chaque expérience, l'intensité du courant au moyen d'un électrodynamomètre de Siemens et l'intensité lumineuse du charbon incandescent

au moyen d'un photomètre de Degrand. Les résultats obtenus ont été les suivants :

INTENSITÉ DU COURANT	INTENSITÉ LUMINEUSE	INTENSITÉ DU COURANT	INTENSITÉ LUMINEUSE
Ampères	Becs Carcel	Ampères	Becs Carcel
40	4	163	390
73	16	175	390
110	79	180	413
125	106	190	420
140	212	200	413
150	317		

En portant les nombres d'ampères en abscisses et les nombres de Carcel en ordonnées, on obtient le tracé graphique représenté par la figure 265. On voit que l'intensité lumineuse, nulle au début, croît d'abord presque uniformément jusqu'à environ 106 carcels, valeur correspondante à un courant de 125 ampères ; elle s'élève ensuite très rapidement jusqu'à environ 390 carcels, valeur qu'elle

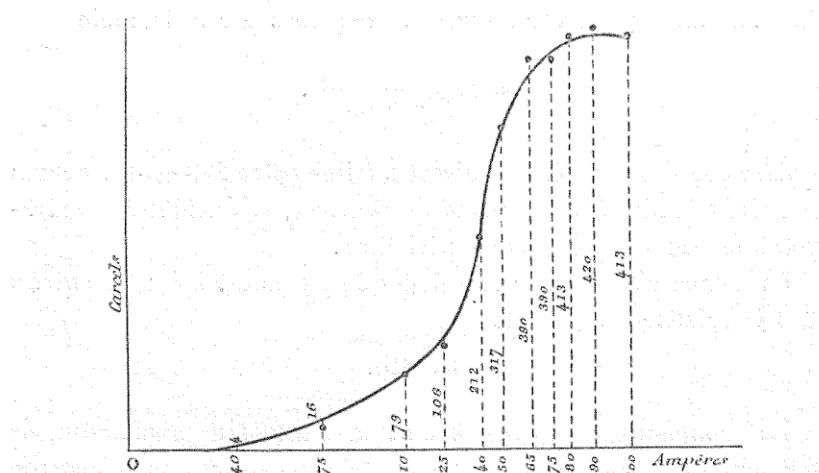


Fig. 265.

atteint avec un courant de 163 ampères ; elle reste ensuite sensiblement stationnaire en prenant la valeur maximum de 420 carcels. Les radiations calorifiques, d'abord complètement obscures, deviennent successivement lumineuses, depuis le rouge jusqu'au blanc ;

il est probable qu'à partir d'une certaine élévation de température, les radiations nouvelles qui continuent à être créées dépassent la région violette du spectre et cessent ainsi de concourir à l'augmentation de l'intensité lumineuse.

Il est difficile d'évaluer avec précision les températures correspondant aux diverses intensités lumineuses successivement observées ; on peut cependant obtenir à ce sujet des indications approximatives, en s'appuyant sur les bases empiriques suivantes.

1° La résistance électrique  $\rho$  du mince anneau de charbon incandescent (résistance qui a pu être calculée, dans chaque expérience, au moyen de formules empiriques relatives au fonctionnement des alternateurs) est liée à l'intensité  $I$  du courant par la formule

$$\rho = \rho_0 \frac{0,0175 I + 1}{0,140 I + 1},$$

dans laquelle  $\rho_0$  désigne la résistance à froid, soit  $0^{\text{ohm}},45$ , d'après une mesure directe.

2° Cette même résistance électrique  $\rho$  est liée à la température  $\theta$  du charbon, exprimée en degrés centigrades par la formule

$$\rho = \rho_0 \frac{0,0007 \theta + 1}{0,0056 \theta + 1},$$

établie par des expériences directes faites entre 200 et 900 degrés centigrades, sur des baguettes de charbon, et étendue par extrapolation aux températures supérieures.

La comparaison des deux valeurs de  $\rho$  conduit à établir entre  $\theta$  et  $I$  la relation très simple

$$\theta = 25 I.$$

La température correspondant à l'intensité maximum de 200 ampères employée dans nos expériences serait donc d'environ 5 000 degrés centigrades. La température de 4 500 degrés, qui est celle de la fusion du platine, correspond à une intensité de  $\frac{4500}{25}$ , soit 60 ampères ; à cette abscisse de la figure 265 correspond une intensité lumineuse de 15 carcelz seulement.

Le rapport de l'intensité lumineuse  $y$  à l'énergie électrique  $\rho I^2$

dépensée en chaleur par seconde par l'anneau incandescent atteint sa valeur maximum pour  $I = 160$  ampères ; on a alors  $y = 394$  carcel et  $\varphi I^2 = 640$  watts, soit moins de 2 watts par carcel.

Les charbons à lumière employés dans ces difficiles expériences ont été fabriqués avec la plus grande habileté par M. Carré, auquel nous devons des remerciements sincères pour son concours dévoué et désintéressé. Le travail des ballons de verre et des parties métalliques de l'appareil a été fait avec beaucoup de soin dans les ateliers de MM. Lepaute.

La durée des charbons employés dans nos premières expériences n'était que de quelques secondes, ce qui rendait chacune des observations photométriques assez difficile à faire avec précision. Cette durée a successivement augmenté, grâce aux perfectionnements apportés par M. Carré dans la fabrication des charbons à lumière ; elle était de plusieurs minutes dans nos dernières expériences, mais il fallait toujours prendre rapidement les mesures photométriques dès le début du passage d'un courant très intense, parce que des dépôts de poussière de charbon se faisaient sur la surface intérieure du verre et altéraient bientôt sa transparence.

283. **Lampes à incandescence.** — Les lampes à incandescence actuellement en usage ont comme producteur de lumière un filament de charbon, placé dans une ampoule de verre à l'intérieur de laquelle on fait un vide aussi complet que possible. En principe, le procédé de fabrication de ces filaments consiste à carboniser en vase clos des fibres organiques. Edison emploie des filaments de bambou ; Swan constitue ses filaments au moyen de fils de coton tressés, parcheminés par une immersion prolongée dans l'acide sulfurique dilué ; Maxim Weston emploie une sorte de cellulose, appelée *tamidine*, qu'il prépare au moyen du fulmicoton ; etc. Plusieurs fabricants soumettent le filament au *nourrissage*, en l'immergeant dans un hydrocarbure et le portant ensuite au rouge par le passage d'un courant ; l'hydrocarbure se décompose et son carbone se dépose sur la surface du filament : si la section droite en un point est au-dessous de la moyenne, la température en ce point se suréleve et le dépôt de carbone augmente ; le nourrissage

a, par conséquent, pour effet d'égaliser partout la section droite et de donner ainsi beaucoup d'homogénéité au filament.

Le filament est courbé en fer à cheval (fig. 266) ou en boucle (fig. 267), tantôt avant la carbonisation, tantôt après. Des renflements aplatis ménagés à ses deux extrémités servent à opérer

ses jonctions avec les fils de platine qui doivent amener le courant; ces jonctions peuvent se faire, soit au moyen de petits boulons (lampes Weston), soit au moyen de petites pinces de cuivre soudées aux fils de platine (lampes Edison), soit au moyen d'un enroulement en spires de coton fait avant la carbonisation (lampes Swan). Les fils de platine sont placés dans un tube de verre fermé, au fond duquel ils sont soudés par écrasement un peu au-dessus de leur sortie<sup>1</sup>; ce tube est introduit dans une ampoule de verre avec laquelle il est soudé et qui forme l'enveloppe de la lampe. La lampe est lutée au plâtre dans un manchon de cuivre qui constitue son support; l'un des fils de platine est relié à ce manchon, tandis que l'autre traverse le plâtre et vient se relier à une rondelle de cuivre, scellée au milieu de ce plâtre à la base de la lampe.

L'ampoule est toujours munie à sa partie supérieure d'un petit tube de verre à mince paroi qui présente un rétrécissement à peu de distance de cette ampoule. C'est par ce tube que la lampe est mise en communication avec l'appareil pneumatique, lequel est ordinairement une pompe à mercure de Sprengel. Il ne suffit pas de faire le vide à froid, parce que le charbon possède la propriété d'emmagasiner dans ses pores un volume d'air, très supé-

<sup>1</sup> Il est à remarquer que le coefficient de dilatation du platine est sensiblement égal à celui du verre, ce qui rend les soudures étanches à toute température inférieure à celle du ramollissement du verre.

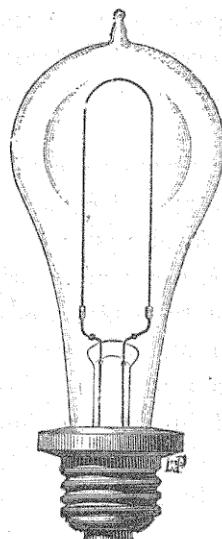


Fig. 266.

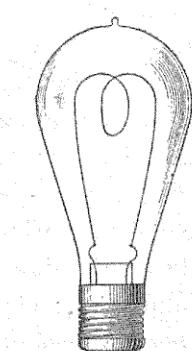


Fig. 267.

rieur à son volume propre, qui ne se dégagerait pas entièrement sans l'intervention de la chaleur ; après avoir obtenu à froid une grande raréfaction de l'air intérieur à la lampe, il faut continuer à faire le vide pendant environ deux heures, en faisant passer dans le filament un courant électrique dont on augmente successivement l'intensité jusqu'à celle qu'il doit avoir en régime normal. On ferme alors, par soudure, le rétrécissement du tube de verre, avant de rompre sa communication avec l'appareil pneumatique, puis on coupe au-dessus de cette soudure la partie devenue inutile.

Pour obtenir un bon rendement lumineux, il faut que la pression intérieure de la lampe ne dépasse pas  $\frac{1}{50}$  de millimètre de mercure. On peut réduire ainsi la dépense d'énergie à 4 watts par bougie, ce qui correspond à 40 watts par carcel<sup>1</sup>. On peut juger du degré du vide en examinant s'il se produit une auréole bleue, de forme globulaire, autour de l'extrémité positive du filament ; ce phénomène ne se manifeste que si la pression de l'air à l'intérieur de la lampe n'est pas supérieure à  $\frac{3}{100}$  de millimètre.

On fabrique des lampes à incandescence de dimensions très diverses, de manière à obtenir depuis 1 bougie jusqu'à 1 000 bougies ; les types les plus employés sont ceux de 40, 16 et 20 bougies. On alimente généralement ces lampes en les plaçant en dérivation sur deux conducteurs dont la différence de potentiel est maintenue constante.

Indiquons, comme renseignements approximatifs, que l'on peut employer, une tension de 100 volts pour une lampe de 40 bougies, dans laquelle passe un courant de 0<sup>amp</sup>,50 et dont la résistance à chaud est de 200 ohms ; une tension de 60 volts pour une lampe de 16 bougies, ayant une résistance à chaud de 50 ohms et dans laquelle passe un courant de 1<sup>amp</sup>,20 ; une tension de 20 volts pour une lampe de 4 bougies, ayant une résistance à chaud de 20 ohms et dans laquelle passe un courant de 1<sup>amp</sup>,00, etc. Les tensions ordinaires de calibrage sont de 50 et de 110 volts ; quel-

<sup>1</sup> On voit combien ce résultat est éloigné de celui de 2 watts par carcel que nous avons obtenu par l'incandescence à température excessive dans les expériences décrites au paragraphe précédent.

ques lampes sont calibrées pour 150 volts et exceptionnellement pour 200 volts. Il est très important d'assurer une grande régularité à la différence de potentiel, pour ne pas accélérer l'usure de la lampe ni s'exposer à produire la rupture presque immédiate du filament; la tension ne doit pas éprouver des variations supérieures à 4,5 p. 100 de sa valeur normale.

La durée normale d'une lampe à incandescence est de 800 à 1000 heures. Le pouvoir lumineux va en s'affaiblissant à mesure qu'augmente la durée de la mise en service; les causes de cet affaiblissement sont l'amincissement du filament, le noircissement de l'ampoule et la rentrée de l'air. Des lampes Edison donnant 16 bougies au début n'en donneront plus que 10 après 800 heures de fonctionnement.

Quelques électriciens ont préconisé l'attelage en série, au lieu

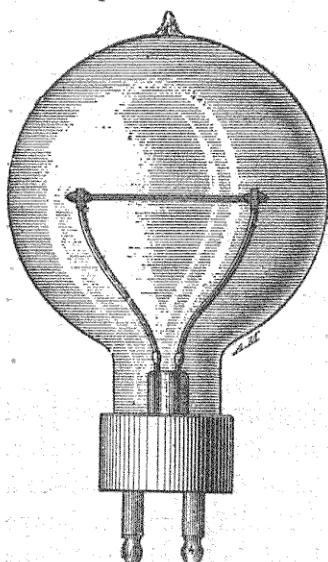


Fig. 268.

de l'attelage en dérivation, pour les lampes à incandescence; elles doivent alors être alimentées par un courant d'intensité constante et, pour ne pas imposer une tension trop considérable aux bornes de la dynamo-génératrice, il faut employer des filaments de résistance relativement faible. M. Bernstein fabrique, dans ce but, des lampes à incandescence dont les filaments s'obtiennent en carbonisant des tubes de soie ou de carton; le filament est rectiligne et supporté par deux fils métalliques (fig. 268). Les lampes Bernstein exigent un courant de 10 ampères, avec une tension de 7 ou

de 14 volts suivant qu'elles sont de 18 ou de 50 bougies; elles dépensent, dans le premier cas, 40 watts par carcel et, dans le second cas, 28 watts seulement<sup>1</sup>. Mentionnons également les lampes Siemens qui fonctionnent avec 11 ampères, sous une

<sup>1</sup> A l'Exposition de Vienne, en 1883, on a obtenu, au moyen d'une lampe de ce genre, 60 carcels avec une puissance de 600 watts (soit 10 watts par carcel), mais le filament s'est rompu.

tension de 10 ou de 20 volts, suivant qu'elles donnent 50 ou 100 bougies, et ne dépensent, par conséquent, que 22,5 watts par carcel ; la fabrication de leur filament est tenue secrète.

On peut admettre que la plus haute température des fils qui soit compatible avec la durée normale des lampes à incandescence est à peu près celle de 1 500 degrés, qui correspond à la fusion du platine. Dans les expériences relatées au paragraphe précédent, cette valeur de  $\theta$  donne  $I = 60$  ampères et  $\rho = 0,03$  ; l'énergie électrique correspondante  $\rho I^2$  est de 108 watts, l'intensité lumineuse obtenue est de 15 carcelles ; la dépense d'énergie n'est donc que de 7,4 watts par carcel. Cette observation montre qu'il est certainement possible d'améliorer beaucoup le rendement utile actuel des lampes à incandescence. On pourrait arriver à des résultats bien meilleurs encore si l'on découvrait des fils capables de supporter, sans se désagréger, des températures de 3 000 à 4 000 degrés.

Les courants alternatifs peuvent être employés aussi bien que les courants continus pour produire l'incandescence. Il est à noter que dans les lampes à courants continus, c'est surtout au brin négatif que se produit la désagrégation du filament ; cette dissymétrie entre les deux pôles disparaît complètement avec les courants alternatifs.

**284. Lampes à arc voltaïque.** — L'arc voltaïque peut, de même que la lumière par incandescence, s'obtenir soit par un courant continu, soit par un courant alternatif. Dans le premier cas, la pointe positive se creuse, tandis que la pointe négative a une tendance à s'effiler (fig. 269). Ce phénomène est surtout sensible lorsque l'on produit l'arc dans le vide ; il y a transport de matière du charbon positif au charbon négatif, en même temps que projection de poudre de charbon contre les parois du récepteur ; le charbon positif s'use deux fois plus vite que le charbon négatif. La température de l'arc est excessivement élevée ; M. Rosetti l'a évaluée à 4 800 degrés centigrades.

Lorsque les pointes de charbon sont trop rapprochées, la lumière devient vacillante et l'arc fait entendre un sifflement ;

avec un écartement normal la lumière devient à peu près fixe et le siflement disparaît; si l'écartement devient trop grand, le courant électrique est rompu et l'on n'obtient plus de lumière. L'éclairage par arc exige par conséquent l'emploi d'un *régulateur automatique*, qui maintienne fixe l'écartement des pointes de charbon malgré leur usure.

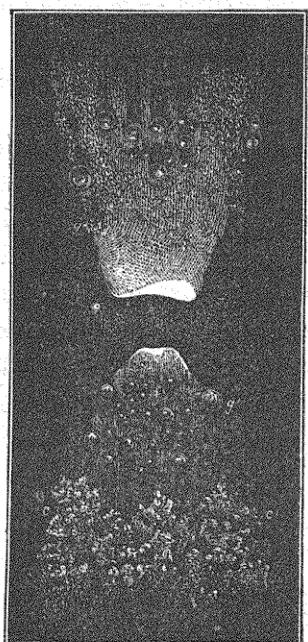


Fig. 269.

La somme des résistances des deux charbons est négligeable devant la résistance du vide ou de l'air raréfié compris entre leurs pointes; la différence de potentiel  $E$  nécessaire pour obtenir l'arc avec l'écartement  $l$  des deux pointes peut être considérée comme une fonction linéaire de cet écartement, en sorte que l'on a

$$E = a + bl,$$

$a$  et  $b$  désignant deux paramètres qui dépendent de la nature et des diamètres des deux charbons, ainsi que de l'intensité  $I$  du courant qui les traverse. La lumière émise est une fonction de  $E$  et de  $I$ .

On peut demander aux variations de l'intensité  $I$  de réagir contre les variations de l'écartement  $l$ ; de là le principe des *régulateurs à courant constant*. La figure 270 représente le schéma d'un de ces appareils; nous supposons que les deux charbons soient placés verticalement, l'inférieur étant fixe et le supérieur étant partiellement équilibré, avec le secours d'une poulie à deux diamètres, par un noyau de fer qui plonge à l'intérieur d'un solénoïde. Ce solénoïde est attelé en série avec les deux crayons. Avant le passage du courant, le crayon supérieur descend jusqu'à ce que sa base vienne buter contre la pointe du crayon inférieur;

lorsque l'on envoie le courant, le solénoïde attire le contrepoids et produit l'écartement convenable des deux pointes de charbon; pourvu que la course prévue du contrepoids n'ait qu'une très faible longueur, l'attraction du solénoïde ne dépend pas sensiblement du degré d'enfoncement du noyau et reste constamment proportionnelle à l'intensité du courant; on a, par conséquent,  $l = \text{constante}$  pour  $I = \text{constante}$ .

On peut ainsi construire des *régulateurs à potentiel constant*, c'est-à-dire faire réagir les variations de la force électromotrice  $E$  contre celles de l'écartement  $l$ . La figure 271 indique le schéma de cette nouvelle disposition; le solénoïde dans lequel plonge le noyau de fer est attelé en dérivation sur les deux crayons; l'intensité du courant qui le traverse est proportionnelle à  $E$ , en sorte que son attraction sur le noyau est elle-même proportionnelle à cette force électromotrice. Avant l'envoi du courant, le contrepoids descendrait en soulevant le charbon supérieur (contrairement à ce qui se passerait avec la disposition précédente), si un mécanisme spécial, que nous n'avons pas indiqué sur la figure, ne maintenait pas les charbons au contact; lorsque le courant passe, l'action de ce mécanisme spécial est automatiquement supprimée et l'équilibre s'établit en faisant prendre à l'écartement des deux charbons la valeur convenable.

On peut enfin combiner les deux mécanismes précédents de manière à obtenir un *régulateur différentiel* (fig. 272). Le double noyau, qui fait exactement équilibre au poids du crayon supérieur et de son sup-

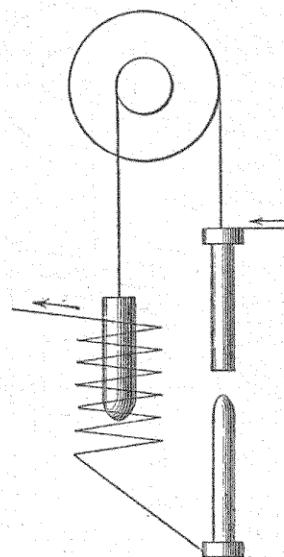


Fig. 270.

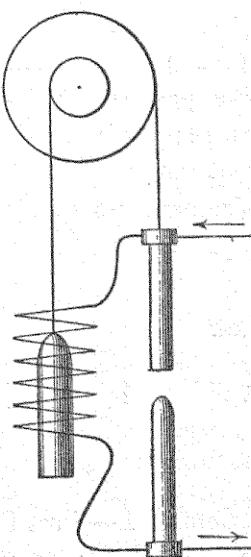


Fig. 271.

port, pénètre dans deux solénoïdes dont l'un (le supérieur) est en dérivation et l'autre (l'inférieur) en série par rapport aux deux crayons.

Au moment où l'on ferme le circuit, l'attraction du solénoïde inférieur est prédominante; il en résulte que le charbon supérieur se soulève jusqu'à ce que l'écartement prenne sa valeur normale, pour laquelle les actions des deux solénoïdes doivent s'équilibrer. Désignons par  $n$  et  $n'$  les nombres de spires des solénoïdes en dérivation et en série, et par  $r$  la résistance du premier de ces solénoïdes; l'intensité du courant passant dans le solénoïde supérieur est

$$i = \frac{E}{r}$$

et celle du courant passant dans le solénoïde inférieur ne diffère pas de l'intensité  $I$  du courant arrivant aux bornes de la lampe; les attractions des deux solénoïdes sur le noyau peuvent être respectivement représentées par  $kn i$  et  $k'n' I$ ,  $k$  et  $k'$  désignant des constantes; la condition d'équilibre est, par conséquent,

$$kni = k'n' I,$$

d'où

$$(kn - k'n') i = k'n' (I - i)$$

et

$$\frac{E}{I-i} = \frac{k'n'r}{kn - k'n'}.$$

Comme  $I - i$  est l'intensité du courant entre les deux pointes de charbon, le premier membre représente la *résistance apparente de l'arc voltaïque*; l'équation exprime que cette résistance est rendue constante par le régulateur différentiel; de là le

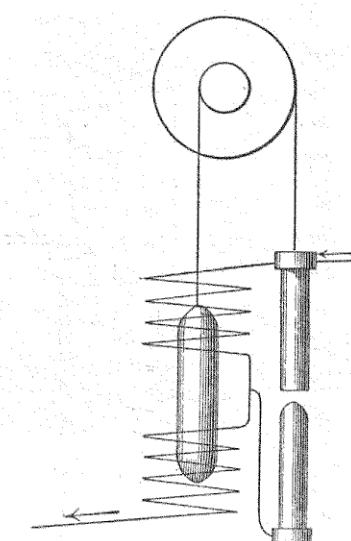


Fig. 272.

nom de *régulateur à résistance constante* qui lui est donné quelquefois.

Indépendamment des nombreux régulateurs dont la construction repose sur l'un des trois principes que nous venons d'indiquer, il en existe beaucoup d'autres qui sont basés sur des principes différents. La description de ces appareils, qui se multiplient chaque jour, exigerait un trop grand nombre de pages pour trouver place ici. M. H. Fontaine, dans son ouvrage intitulé *Eclairage à l'Electricité*, indique et décrit :

comme régulateurs employés en France, ceux de Serrin, Lontin, Foucault-Duboscq, Gramme, Bréguet, Cance, Mersanne, Gérard, Mondos, Gravier;

comme régulateurs employés en Amérique, ceux de Brush, Weston, Thomson-Houston, Thomson-Rice ;

comme régulateurs employés en Belgique, ceux de Jaspar, Pieper de Puydt ;

comme régulateurs employés en Angleterre, ceux de Crampton Crampton et Crabb, Rogers, Lever, Bürgin ;

comme régulateurs employés en Allemagne, ceux de Siemens, Fein, Hauck, Wenzel, Poege, Pilsen, Zipernowsky, Gülcher, Kremenestsky ;

comme régulateurs divers, ceux de Lacassagne et Thiers, Stocher-Sedlaczek, Leibold, Brockie, Rapieff, Hedges, Solignac, Tchikoleff, Gray, Bréguet (régulateur-dynamo), Edison, Asheroldt, Létang, Street et Maquaire, Schneider, Hawkes, Carré, Régnard, Giroud, Maxim, Dubos, Marcus, Dion, Berjot, Jungersen, Mornat, Abdank-Abakanowicz, Dornfeld, Fesquet et Ostrorog, Jamar-Chabot, Lahmeyer.

Cette nomenclature, qui est certainement loin d'être complète, semble indiquer que tout électricien s'impose l'obligation d'inventer son régulateur. Depuis 1888, date de la publication de l'ouvrage de M. H. Fontaine, les éclosions ont continué; nous trouvons, parmi les plus récentes, celles des régulateurs Breeze, Nookham, Patin, Zweifel, Saundersen, etc... L'avenir nous en réserve bien d'autres encore, mais il ne faut pas anticiper. Le programme des conditions à remplir est toujours le suivant : les charbons primitivement en contact doivent s'écartier,

sous le passage du courant, à une distance déterminée; à mesure que les crayons s'usent, ils doivent se rapprocher automatiquement, de manière à conserver leur écartement normal; si l'arc vient à se rompre, les deux charbons doivent revenir au contact pour le rétablir et reprendre ensuite leur écartement.

Repronons la formule

$$E = a + bl,$$

dans laquelle  $E$  désigne la différence de potentiel entre les deux extrémités de l'arc voltaïque,  $l$  la longueur de cet arc et  $a$ ,  $b$  deux paramètres qui dépendent de la nature et du diamètre des charbons ainsi que de l'intensité du courant qui les traverse. Cette formule est interprétée de deux manières par les physiciens. Suivant les uns,  $a$  représente une force contre-électromotrice dont le foyer lumineux serait le siège (ce que l'esprit a peine à saisir); suivant les autres,  $a$  et  $bl$  sont simplement deux parties dont se compose la chute de potentiel  $E$ , la partie constante  $a$  étant due aux résistances de passage des extrémités des crayons au milieu intermédiaire et la partie  $bl$  étant due à la résistance de ce milieu lui-même.

Dans les phares électriques de France, la lumière dite *simple*, que l'on produit pour les états ordinaires de l'atmosphère, jaillit entre deux crayons de 0<sup>m</sup>,016 de diamètre (ce qui correspond à une section droite de 200 millimètres carrés); l'intensité moyenne du courant alternatif employé est de 58 ampères pour un écartement d'environ 4 millimètres maintenu sensiblement constant par un régulateur Serrin; dans ces conditions, la *résistance apparente* totale de l'arc voltaïque est d'environ  $\frac{1}{2}$  ohm; et la force électromotrice totale est de 37 volts. L'extinction de l'arc se produit lorsque l'écartement des charbons atteint 8 millimètres. L'intensité lumineuse obtenue est de 450 carcel; l'énergie électrique dépensée par seconde étant de  $0,5 \times 58^2 = 1682$  watts, on trouve 3,7 watts par Carcel. Le charbon inférieur s'use un peu moins vite que le charbon supérieur, à cause du courant d'air ascensionnel qui augmente la combustion latérale de ce dernier.

**285. Bougies Jablochkoff.** — La bougie Jablochkoff permet d'obtenir un arc voltaïque régulier sans le secours d'aucun mécanisme régulateur ; elle exige l'emploi d'un courant alternatif. Elle se compose (fig. 273) de deux crayons en charbon emboîtés dans deux douilles en cuivre ouvertes longitudinalement sur toute leur longueur et séparés entre eux par une matière isolante volatilisable, appelée *colombin*, de 3 millimètres d'épaisseur. Les deux douilles de cuivre sont séparées par une pâte dure, laquelle résulte d'un mélange de kaolin, de magnésie et de sulfate de chaux malaxé avec de l'eau gommée et séché à l'air. Un enduit charbonneux réunissant les deux pointes des crayons sert à faciliter l'allumage.

Les crayons ont ordinairement 4 millimètres de diamètre et 30 centimètres de longueur. L'arc qui jaillit entre les deux pointes volatilise le colombin, au fur et à mesure de l'usure égale des deux crayons, et conserve une longueur constante. L'intensité lumineuse obtenue est d'environ 40 carcel ; elle subit une perte de 20 p. 100 lorsque l'on emploie des globes opalins. La durée moyenne de ces bougies est de deux heures.

On emploie quelquefois des bougies de 6 millimètres de diamètre qui donnent une lumière de 75 carcel.

Le rendement lumineux des bougies Jablochkoff est inférieur à celui des lampes à régulateurs. Les carbons spéciaux, généralement cuivrés, dont elles exigent l'emploi, coûtent relativement

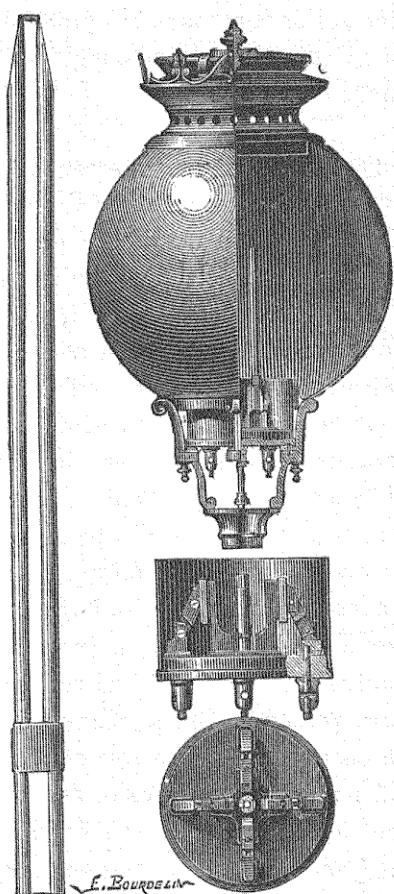


Fig. 273.

cher. La lumière obtenue est toujours un peu vacillante et sa coloration varie accidentellement.

On dispose généralement quatre bougies sur un même chandelier et l'on a recours à l'emploi d'un mécanisme automatique pour que l'extinction d'une bougie soit immédiatement suivie de l'allumage d'une autre.

**286. Lampes à incandescence dans l'air.** — Plusieurs inventeurs ont cherché à accentuer le phénomène d'incandescence à l'air libre qui ne se manifeste, dans les lampes à régulateur et dans les bougies électriques, qu'aux pointes des crayons de charbon.

MM. Clerc et Bureau ont, par exemple, imaginé la *lampe-soleil* dont voici la description sommaire. On creuse dans un bloc de calcaire une sorte de cuvette, dont l'ouverture est tournée par en bas ; les deux charbons pénètrent dans ce bloc par des trous horizontaux et leurs pointes viennent buter, en regard et à petite distance l'une de l'autre, sur les parois de rétrécissements ménagés à l'arrivée des trous sur la surface de la cuvette. L'un de ces charbons est creux, de manière que l'on puisse le faire traverser par une petite baguette de charbon que l'on pousse au moment de l'allumage jusqu'à la rencontre de la pointe de l'autre charbon, sauf à la retirer ensuite. La chaleur dégagée par l'arc voltaïque décompose le calcaire à sa surface et le transforme en chaux vive qui se trouve portée à l'incandescence. On obtient ainsi une lumière vive et assez régulière. Des ressorts qui poussent les deux charbons l'un vers l'autre maintiennent constantes les positions de leurs pointes malgré l'usure de ces charbons.

MM. Reynier et Werdermann font buter la pointe d'une baguette de charbon contre un bloc métallique ; un courant électrique de grande intensité, allant du charbon au métal par le point de contact, produit l'incandescence du charbon sans arc voltaïque appréciable.

M. Pieper obtient un résultat analogue en faisant buter les deux extrémités de la baguette de charbon contre deux disques de cuivre par lesquels entre et sort le courant.

**287. Qualités spéciales de la lumière électrique.** — Comparati-

vement à la lumière du gaz, la lumière électrique présente une supériorité hygiénique considérable. On constate, en effet, que, pendant une heure et pour une carcel d'intensité lumineuse, la lumière du gaz dégage 600 grandes calories<sup>1</sup> et produit 75 litres d'acide carbonique; l'arc voltaïque ne dégage que 6 calories et produit à peine  $\frac{1}{3}$  de litre d'acide carbonique; la lampe à incandescence dans le vide dégage 30 calories et ne vicié aucunement l'air ambiant.

L'arc voltaïque, dont la lumière présente la même composition spectrale que celle du soleil, conserve aux couleurs leurs tonalités naturelles, sans produire la confusion du bleu ou du vert, comme le fait la lumière du gaz; il se prête admirablement à l'éclairage des grands espaces libres ou couverts. Les lampes à incandescence, qui permettent de diviser et par suite de diffuser la lumière, conviennent surtout pour les éclairages intérieurs.

288. Projecteur Mangin. — L'arc voltaïque, qui donne une intensité lumineuse considérable avec un foyer de faible dimension, est particulièrement précieux pour l'éclairage des phares ainsi que pour la création de puissantes projections lumineuses dans une direction déterminée; il n'oblige pas, comme les grandes lampes à huile minérale, à employer des appareils réflecteurs, dioptriques ou catadioptriques, de dimensions considérables. Nous avons déjà parlé de l'éclairage électrique des phares de France; nous parlerons aussi des *projecteurs Mangin*, que la maison Sautter et Lemonnier construit pour les services de la marine et de la guerre, et que l'on a pu voir fonctionner au sommet de la tour Eiffel pendant l'Exposition universelle de 1889.

On sait que la grande difficulté de la construction des réflecteurs sphériques consiste dans la suppression de l'aberration de sphéricité, aberration qui a pour effet d'augmenter la divergence des rayons lumineux inévitablement produite par les dimensions du foyer. Le colonel Mangin a imaginé un miroir aplanaétique formé par un bloc de crown concave-convexe dont les deux

<sup>1</sup> La grande calorie est la quantité de chaleur nécessaire pour éléver de un degré centigrade la température de un litre d'eau à zéro degré; elle est 1000 fois plus grande que la caloric CGS.

surfaces ont des rayons de courbure différents ; la face convexe, qui forme le fond du miroir, est argentée et constitue la surface réfléchissante. Un rayon lumineux émané du foyer F (fig. 274) traverse deux fois la surface concave AB, une première fois avant la réflexion sur le miroir convexe A'B' et une seconde fois après cette réflexion ; la distance focale et les deux rayons de courbure sont calculés de manière que les effets de la réfraction à l'entrée et à la sortie de la surface concave compensent presque exactement les effets de l'aberration de sphéricité ; les rayons lumineux sont renvoyés parallèlement à l'axe du miroir, comme

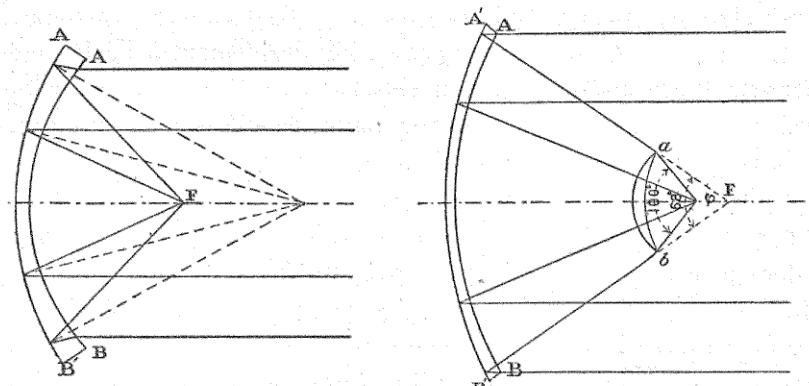


Fig. 274.

Fig. 275.

ils le seraient par un miroir parabolique au foyer duquel serait placé un point lumineux.

Pour augmenter l'amplitude du cône lumineux utilisé, on intercale entre le foyer lumineux  $\varphi$  et le miroir (fig. 275) un ménisque convergent  $ab$ ; on utilise ainsi une amplitude de 100 degrés, au lieu de celle de 68 degrés seulement que donnerait le foyer F employé sans lentille; ces chiffres correspondent à un projecteur de 90 centimètres de diamètre. Le projecteur forme le fond d'une boîte cylindrique fermée en avant par une glace de verre plane; les charbons et les porte-charbons sont seuls placés à l'intérieur de la boîte cylindrique et présentent une inclinaison de 20 degrés environ sur la verticale; le reste du mécanisme de la lampe électrique fait saillie en dehors du cylindre; l'écartement des charbons et la position de l'arc au foyer du miroir sont maintenus fixes par un mécanisme

automatique. Un courant électrique de 100 ampères sous 60 volts arrive par le socle de l'appareil ; il est transmis par un cercle de bronze horizontal sur lequel roulent des galets qui permettent de diriger le jet lumineux dans les divers azimuts ; la boîte cylindrique peut en outre tourner autour d'un axe horizontal, ce qui permet de régler à volonté l'angle du jet lumineux avec l'horizon. Avec ce projecteur de 90 centimètres de diamètre, l'intensité lumineuse d'un foyer électrique de 2 centimètres est multipliée par 20 000 ; un arc lumineux de 1 000 carcelles peut donner par conséquent un faisceau lumineux de 2 000 000 de carcelles.

**289. Eclairage des villes.** — L'éclairage électrique des villes comprend l'éclairage public des rues et des places ainsi que l'éclairage privé des habitations.

L'éclairage public se fait généralement par des arcs voltaïques. L'éclairage des habitations particulières se fait surtout par des lampes à incandescence. Les grands magasins, les théâtres, les usines, les gares de chemins de fer, exigent un éclairage mixte ; mais, comme il s'agit dans ce cas d'installations importantes, ces établissements se munissent eux-mêmes du matériel et des machines nécessaires pour leur éclairage, alors même qu'il existe dans les villes des usines centrales d'électricité.

Les villes dont l'étendue et l'importance sont très considérables exigent pour le service de leur éclairage la création de plusieurs usines centrales, desservant chacune une partie seulement de la ville. C'est ainsi que Paris a été divisé en plusieurs secteurs, donnant lieu à des concessions distinctes. Nous avons parlé précédemment des travaux de canalisation et de distribution exécutés par la Compagnie Popp, par la Compagnie continentale Edison, par la Société de Transmission de la Force par l'électricité, ainsi que par l'Usine Municipale des Halles ; il faut ajouter à cette liste la Société du Secteur de la place Clichy.

L'usine centrale de ce secteur, inaugurée le 28 avril 1891, est située rue des Dames, dans le voisinage du théâtre des Batignolles ; elle est aménagée en vue d'assurer le service de 45 000 lampes à incandescence de 10 bougies, en employant une force motrice de 3 000 chevaux-vapeur, mais la moitié seulement (soit 1 500 che-

vaux-vapeur) est actuellement mise en œuvre. On a installé trois dynamos shunt à courants continus, débitant chacune 200 ampères sous une tension de 450 à 500 volts, et trois autres dynamos beaucoup plus puissantes, débitant chacune 700 ampères, sous une tension également comprise entre 450 et 500 volts. Chacune des dynamos de 200 ampères est actionnée par une machine à vapeur Armington de 150 chevaux effectifs, qui l'entraîne à l'aide de courroies et la fait tourner à 380 tours par minute. Les grandes dynamos de 700 ampères sont à huit pôles, avec un induit annulaire de 3<sup>m</sup>,30 de diamètre sur 0<sup>m</sup>,50 de largeur, pesant environ 10 tonnes; cet induit est monté directement sur l'arbre moteur d'une machine à vapeur Corliss de 500 chevaux, tournant à la vitesse de 64 tours par minute; on a évité l'emploi de collecteurs proprement dits en faisant frotter les balais, formant huit groupes, sur les fils de cuivre dénudés qui constituent les parties extérieures des enroulements de l'induit.

Les grandes dynamos fonctionnent pendant les heures pour lesquelles la consommation de lumière prend son plus grand développement; pendant le reste de la journée, on arrête ces grandes machines pour leur substituer les machines à 200 ampères. On a prévu l'arrêt complet de toutes les machines depuis minuit jusqu'à 8 heures du matin; pendant cette période, le service doit être assuré par deux puissantes batteries d'accumulateurs, comprenant chacune 250 éléments.

Les dynamos shunt, c'est-à-dire excitées en dérivation, peuvent être employées pour charger les accumulateurs; on n'a jamais à craindre, comme cela aurait lieu si l'excitation était faite en série, que le sens du courant excitateur soit renversé, alors même que la force électromotrice de la batterie deviendrait supérieure à celle de la dynamo. La seule précaution qu'il soit nécessaire de prendre consiste à éviter qu'en cas d'arrêt accidentel de la machine l'accumulateur ne se décharge dans le circuit de la dynamo; on y réussit en insérant dans le circuit de charge, entre la machine et la batterie, un *disjoncteur automatique*. Le principe de cet appareil consiste à faire commander un interrupteur par un électro-aimant excité par le courant de charge; tant que l'intensité de ce courant reste supérieure à une limite déterminée, l'électro-aimant maintient la

fermeture du circuit ; si cette intensité tombe au-dessous de la limite fixée, l'électro-aimant cesse de retenir l'interrupteur, et le circuit de charge est rompu. La figure 276 représente un modèle de disjoncteur automatique construit par la maison Bréguet.

On a fait au secteur de Clichy la première application à grande échelle du système de distribution à cinq fils de Siemens. Les deux câbles extrêmes, sur lesquels arrivent les feeders destinés à

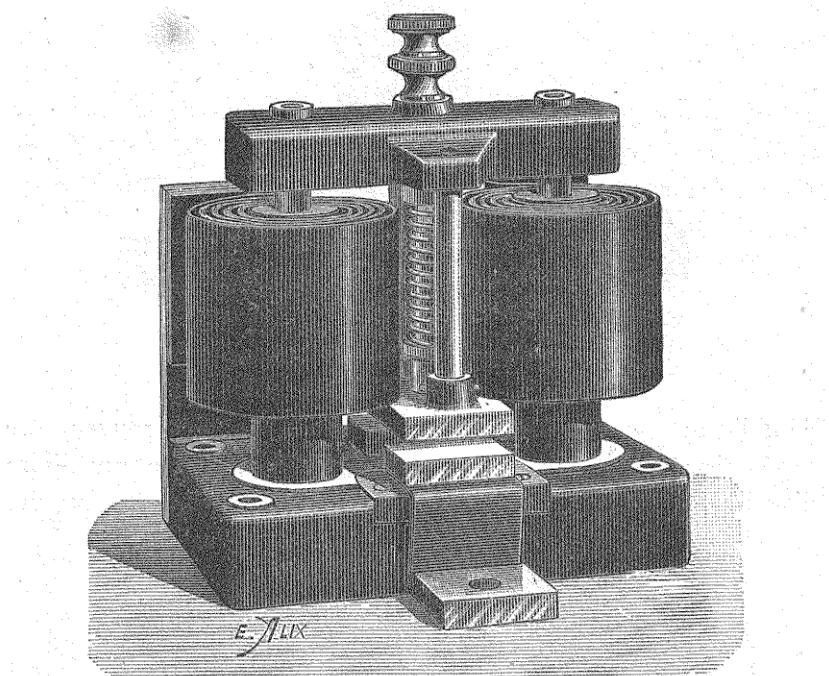


Fig. 276.

l'alimentation du réseau, sont maintenus sur tout leur parcours à la tension de 440 volts ; les trois câbles intermédiaires servent à diviser cette chute en quatre parties égales, de 110 volts chacune, tension normale adoptée dans tous les secteurs électriques de Paris ; des moteurs compensateurs analogues à celui de M. Elihu Thomson (n° 277) servent à maintenir constantes les chutes de potentiel.

Ce système de distribution par cinq fils permet de disposer en série sur les deux conducteurs extrêmes, qui donnent une tension

de 540 volts, les arcs voltaïques ou les grandes lampes à incandescence servant, soit à l'éclairage public, soit à l'éclairage de quelques grands établissements.

Les câbles employés sont bien isolés, avec gaine de plomb et armature d'acier (n° 239) ; chaque feeder est muni d'un fil-pilote, qui vient aboutir à un des voltmètres du tableau de distribution

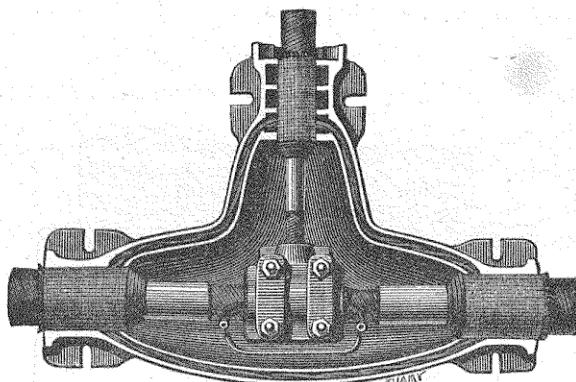


Fig. 277.

dans l'usine centrale. Grâce à leur isolation, les câbles peuvent être posés directement en terre, sous les trottoirs, sans l'intermédiaire d'aucun support en porcelaine. Les assemblages bout à bout des

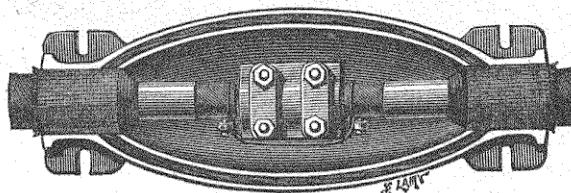


Fig. 278.

conducteurs principaux et leurs branchements avec les feeders se font dans des boîtes de jonction en deux pièces (fig. 277 et 278) présentant des collets cloisonnés par lesquels les câbles sont serrés assez fortement pour éviter les infiltrations humides ; les bouts des câbles à réunir, préalablement dénudés et étamés, sont amenés au contact et serrés fortement, au moyen de quatre boulons, entre deux manchons de cuivre étamé ; quand le montage est terminé, on coule une matière isolante par un orifice taraudé,

ménagé dans le couvercle de la boîte, orifice que l'on ferme ensuite par un bouchon à vis. Des trous d'homme correspondant aux raccordements principaux sont intercalés de distance en distance dans la canalisation.

Un système d'alimentation d'un réseau primaire par des feeders rayonnant à partir de l'usine doit toujours être établi de manière que les divers districts desservir senferment des nombres de lampes à incandescence à peu près égaux. Pour chaque bâtiment à éclairer on établit un branchement partant de deux fils consécutifs du réseau primaire, de manière à obtenir la tension de 110 volts ; la distribution en boucle au moyen de ce branchement est la meilleure à adopter pour obtenir une chute de tension uniforme lorsque toutes les lampes sont allumées (n° 250) ; on affecte soit à chaque étage, soit à chaque appartement, un tableau distributeur, se raccordant par un coupe-circuit avec le branchement de la prise du courant sur rue et duquel partent les faisceaux de conducteurs, généralement en boucle, qui doivent respectivement alimenter en dérivation et sous tension constante un groupe de 5 à 10 lampes de 40 bougies. Nous avons indiqué au n° 244 les règles à suivre pour les canalisations à l'intérieur des maisons ainsi que les diamètres à adopter pour les conducteurs ; on adopte souvent les densités de courant suivantes :

Pour les fils de 1 à 5 mm. q. de section,	4,0 ampères par mm. q.
— de 5 à 15 . . . . .	3,0
— de 15 à 400 . . . . .	2,5
— de plus de 400 . . . . .	2,0

La chute de tension tolérée pour les installations intérieures ne dépasse pas 2 p. 100 de la tension totale lorsqu'il s'agit d'un éclairage par incandescence.

Pour la densité de courant à adopter dans les conducteurs primaires, essayons de la calculer d'après la formule économique de Thomson

$$\frac{i}{\omega} = \sqrt{\frac{br}{\rho \ell p}},$$

que nous avons établie au n° 243. On peut prendre pour la résistance spécifique du cuivre  $\rho = 1,7 \times 10^{-6}$  ohm ; pour le

taux d'intérêt et d'amortissement  $r = 0,4$ ; pour le nombre annuel de secondes pendant lequel le courant doit passer,  $t = 700 \times 3600$  (environ 700 heures par année); et pour le prix d'un watt-seconde supplémentaire produit à l'usine  $p = \frac{0,00012}{3600}$ ; quant au paramètre  $b$  qui, dans le prix de la canalisation, correspond à la partie proportionnelle à la section du fil, il diffère ordinairement peu de 0,05 pour les câbles isolés; on trouve ainsi

$$\frac{i}{\omega} = 187,$$

ce qui conduirait à faire passer environ 2 ampères par millimètre carré de section dans un câble isolé. Mais il faut remarquer que l'intensité  $i$  qui entre dans la formule de Thomson est l'intensité moyenne du courant qui circule pendant les  $t$  secondes annuelles; or, cette intensité moyenne n'est en général que le tiers environ de l'intensité maximum; il en résulte qu'en donnant au câble une section de 1 millimètre carré par 2 ampères de courant moyen, on ne lui donnerait qu'un millimètre carré par 6 ampères de courant maximum, ce qui exposerait à un échauffement dangereux pour le revêtement. On voit ainsi qu'il faut renoncer à l'emploi de la formule de Thomson et admettre la densité de courant maximum compatible avec la nature du revêtement, soit environ 2 ampères par millimètre carré. Les variations de tension tolérées dans le circuit primaire distributeur sont de 1,5 p. 100.

Pour les feeders allant de l'usine au circuit primaire, on tolère des variations de tension de 5 à 20 p. 100; on calculera par conséquent la résistance électrique de chacun d'eux par la formule

$$R = 0,05 \frac{E}{I} \text{ ou } R = 0,20 \frac{E}{I},$$

en désignant par  $E$  la tension de distribution et par  $I$  l'intensité du courant nécessaire pour alimenter le district correspondant au feeder considéré. La densité de courant qui résulte de ce calcul est inversement proportionnelle à la longueur du feeder, si l'on suppose que les nombres de lampes des divers districts soient à peu près égaux entre eux; il faudra s'assurer que cette densité

de courant ne dépasse pas, par exemple, 3 ampères par millimètre carré pour les feeders les plus courts; s'il en était autrement, il faudrait augmenter leur section droite et leur ajouter une résistance additionnelle pour rétablir les valeurs calculées de R.

Comme le rendement des lampes à incandescence est cinq ou six fois plus faible que celui des lampes à arc, c'est surtout à ces dernières que l'on demande l'éclairage des grands espaces, en corrigéant par des globes opalins la crûdité de la lumière de l'arc.

Les distributions par courants alternatifs permettent d'employer des bougies Jablochkoff. La Compagnie Westinghouse, qui possède les brevets Gaulard et Gibbs pour les Etats-Unis, a fait d'importantes applications des courants alternatifs à hauts potentiels, pour l'éclairage public et pour l'éclairage privé. Lorsque les conducteurs sont aériens, on fixe les transformateurs au sommet de candélabres en fonte; les fils du circuit primaire, à haute tension, restent de cette manière inaccessibles pour le public, tandis que les fils du circuit secondaire, qui ne sont pas portés à des tensions dangereuses, peuvent être mis au service des immeubles voisins. La Compagnie Westinghouse alimente ordinairement ses transformateurs en dérivation sous une tension de 4 000 volts et réduit la tension à 50 volts dans les circuits secondaires. Elle a, plus récemment, utilisé la distribution par transformateurs en série pour l'éclairage des rues par l'arc voltaïque.

Pour établir le devis des dépenses d'installation lorsque l'on a dressé le projet définitif d'une distribution pour éclairage électrique, il faut évidemment connaître les prix des diverses parties du matériel. Ce n'est qu'en s'adressant aux constructeurs et aux marchands qu'il est possible de recueillir à ce sujet des données précises et actuelles, aussi n'est-ce qu'à titre de simple aperçu que nous donnons les renseignements suivants.

Le prix d'une dynamo est d'environ 2 francs par kilogramme de poids total de la machine, mais c'est là une indication médiocrement utile; il vaut mieux indiquer un prix moyen par kilowatt de puissance électrique, soit

250 francs pour une machine de 8 à 20 kilowatts;

200 francs pour une machine de 20 à 60 kilowatts;

et 160 francs pour une machine de puissance supérieure à 60 kilowatts<sup>1</sup>.

En admettant que la durée normale de la décharge d'un accumulateur au plomb soit de sept heures, il faut environ 350 kilogrammes d'électrodes pour obtenir un kilowatt par seconde pendant ce laps de temps ; le prix d'un accumulateur, par kilowatt, varie de 0 fr. 60 à 1 fr. 20, soit 0 fr. 90 en moyenne.

Le prix d'un régulateur pour arc voltaïque varie de 400 à 500 francs.

Les lampes à incandescence de 10 à 16 bougies coûtent environ 3 et 4 francs l'une.

La densité du cuivre est à peu près égale à 9. Les conducteurs en cuivre nu coûtent environ 2 fr. 75 par kilogramme ; ce prix est à peu près doublé lorsque le conducteur est muni d'une bonne gaine isolante.

**290. Prix de revient de l'éclairage électrique.** — MM. Sartiaux et Wissembruck ont indiqué en 1889, dans un rapport dressé pour le Congrès des Chemins de fer, les résultats obtenus pour l'éclairage de diverses gares, au moyen d'installations comprenant de 34 à 70 lampes à arc et de 30 à 940 lampes à incandescence. La dépense est rapportée au kilowatt-heure<sup>1</sup>, pris comme unité de puissance électrique produite par les machines génératrices ; elle comprend tous frais généraux d'installation et d'entretien ; cette dépense diminue à mesure que le nombre des heures d'éclairage par année augmente, ainsi que l'indiquent les chiffres suivants :

4 fr. 20 pour	500 heures d'éclairage par an,
0 — 95 —	1000 —
0 — 75 —	1500 —
0 — 58 —	2000 —
0 — 42 —	3000 —
0 — 34 —	4000 —

Les rapporteurs ont calculé que le prix de revient de la lumière par incandescence devient équivalent à celui de la lumière au

<sup>1</sup> La puissance électrique d'un kilowatt vaut  $\frac{1000}{736}$  de cheval-vapeur, soit 1,36 cheval-vapeur.

gaz, compté à 0 fr. 18 par mètre cube, lorsque la durée annuelle de l'éclairage devient de 3 250 heures ; dans ces conditions, le prix de revient par bec de carcel et par heure serait de 0 fr. 018, en supposant que l'éclairage au gaz exige 100 litres par carcel et par heure. L'éclairage par arc devient équivalent à celui du gaz, compté à 0 fr. 07 seulement par mètre cube, lorsque la durée de l'éclairage atteint 2000 heures par an ; le prix de revient de cet éclairage serait, dans ces conditions, de 0 fr. 007 par bec de carcel et par heure.

On peut en déduire que pour un éclairage de 3 000 heures par an, la lumière par incandescence, dans les gares de chemin de fer, coûterait  $\frac{42}{36} 0^r,018$ , soit 0 fr. 021, par carcel et par heure, tandis que la lumière par arc coûterait seulement  $\frac{45}{82} 0^r,007$ , soit 0 fr. 005.

Il est à remarquer que le prix du cheval-heure de puissance mécanique est toujours plus faible dans les usines où l'on dispose d'un excédent de force motrice, que dans les installations privées dans lesquelles on consacre à l'éclairage un moteur spécial. Le prix de la puissance mécanique, et, par conséquent, celui de l'énergie électrique varie avec le prix de la houille; c'est ainsi qu'à Newcastle on vend le kilowatt-heure 0 fr. 46 seulement, tandis que ce prix est de 0 fr. 80 à Londres et de 1 franc au moins sur le continent européen.

A Paris, la consommation d'un bec de gaz ordinaire, dont l'intensité est équivalente à celle d'un bec carcel, est de 130 litres par heure, et le mètre cube de gaz est vendu 0 fr. 30 aux abonnés de la Compagnie Parisienne; le prix de revient de l'éclairage au gaz est donc par carcel et par heure de 0 fr. 039. La lampe à incandescence de 10 bougies, soit un bec carcel, qui exige une énergie de 35 watts, coûte, à raison du tarif moyen de 0 fr. 45 pour 100 watts-heure, 0 fr. 0525 par heure; par conséquent, l'éclairage par incandescence est sensiblement plus coûteux que l'éclairage au gaz et constitue actuellement un éclairage de luxe.

Ce prix de 0 fr. 0525 par carcel et par heure correspond à l'hypothèse d'une durée d'éclairage de 700 heures par an. Si l'on calcule, d'après les indications de MM. Sartiaux et Wissembruck, le

prix de l'éclairage par incandescence, par carcel et par heure, dans les gares de chemins de fer, en supposant la durée annuelle de 700 heures, on trouve précisément

$$0 \text{ fr. } 018 \times \frac{405}{36} = 0 \text{ fr. } 0525.$$

Comme exemple de l'éclairage électrique d'une petite ville, nous indiquerons celui de Châteaulin (Morbihan) qui a été installé dès l'année 1886. Une turbine en fonte de 45 chevaux est actionnée par la chute d'eau de Coutigrac'h, sur la rivière d'Aulne canalisée; elle tourne à la vitesse de 14 tours par minute et commande par engrenages et courroie une dynamo Thury à six pôles, avec induit à tambour, qui tourne à 400 tours par minute. La distance du moteur au centre de la ville est d'environ 2 500 mètres; la canalisation est aérienne, par fils de cuivre nu posés sur isolateurs. La dynamo donne, en marche normale, 135 ampères sur 100 volts; toutes les lampes électriques aussi bien pour l'éclairage des rues que pour celui des maisons sont à incandescence, du système Woodhouse et Ranson<sup>1</sup>; on a installé 130 lampes de 10 bougies pour les abonnés, 99 lampes de 20 bougies et 1 lampe de 50 bougies pour les rues, les quais, les églises, les halles, etc... Les abonnés payent 42 francs par an pour chaque lampe de 10 bougies; en admettant la durée annuelle de 700 heures pour l'éclairage, le prix par carcel et par heure est de

$$\frac{48 \text{ fr. } 00}{700} = 0 \text{ fr. } 06.$$

La dépense totale d'installation a été de 70 000 francs; on a malheureusement négligé de doter d'une régulation automatique cette distribution électrique.

Relativement à la comparaison de l'éclairage au gaz et de l'éclairage électrique, on peut faire une observation intéressante. Un moteur à gaz de la puissance d'un cheval-vapeur brûle 2 500 litres de gaz par heure; si cette puissance mécanique était

<sup>1</sup> Les filaments de ces lampes sont en forme de ruban; leur mode de fabrication est tenu secret; ils paraissent constitués avec du coton et nourris au moyen d'un hydrocarbure.

intégralement transformée en puissance électrique, elle donnerait 736 watts par seconde. Cette énergie électrique employée à desservir directement une lampe à incandescence donnerait (à raison de 30 watts par carcel), une intensité lumineuse de 24,5 carcels ; employée à desservir directement un arc voltaïque, elle donnerait (à raison de 4 watts par carcel), une intensité lumineuse de 184 carcels. Or, en brûlant les 2500 litres de gaz au moyen de bœufs ordinaires, on obtiendrait (à raison de 430 litres par carcel), une intensité lumineuse de 49 carcels seulement.

La chaleur a bien un équivalent mécanique, mais il ne faut pas attribuer à la lumière un équivalent calorifique. L'incandescence lumineuse résulte, en effet, comme nous l'avons vu plus haut, d'une élévation de température et non d'une dépense de calories. Les rayons calorifiques ne sont lumineux qu'autant que leur période de vibration reste comprise entre  $\frac{1''}{400 \times 10^{12}}$  et  $\frac{1''}{800 \times 10^{12}}$  ; les périodes de vibrations plus longues que  $\frac{1''}{400 \times 10^{12}}$  correspondant aux radiations obscures infra-rouges et les périodes de vibrations plus courtes que  $\frac{1''}{800 \times 10^{12}}$  correspondant aux radiations obscures ultra-violettes.

Il n'est pas absolument nécessaire, pour obtenir des radiations lumineuses, de recourir à la création de radiations calorifiques à haute température ; les phénomènes de phosphorescence des lampyres, des lucioles, des cucujos, des fulgores, etc., qui se produisent sans aucune élévation sensible de la température du corps de ces insectes, le prouvent surabondamment. Peut-être le jour n'est-il pas éloigné où l'on pourra obtenir directement des ondes lumineuses, sans passer par l'intermédiaire de la chaleur, en rendant suffisamment courte la période de ces oscillations électriques qui, d'après les expériences de M. Hertz (n° 104) se propagent analogiquement à la lumière ; c'est là un des secrets de l'avenir.

**291. Eclairage des voitures de chemins de fer.** — L'éclairage au pétrole et l'éclairage au gaz portatif actuellement adoptés pour les voitures de chemin de fer ont l'inconvénient grave d'exposer au danger d'incendie par les récipients de ces matières très inflammables, alors surtout qu'une collision vient à se produire. La

nécessité de recourir à l'éclairage électrique s'impose, alors surtout qu'il ne reste que bien peu de progrès à faire pour le rendre tout à fait pratique.

Un des premiers essais faits remonte à 1883, date à laquelle la Compagnie d'Orléans a employé des accumulateurs pour alimenter des lampes Swan de 0<sup>amp</sup>,75 sous 35 volts placées dans une voiture d'un train de Paris à Bordeaux. On a tiré de ces expériences les conclusions suivantes : le poids mort, dont chaque wagon se trouverait surchargé par les accumulateurs, serait de 500 kilogrammes ; il faudrait faire constamment intervenir le personnel en cours de route pour assurer la fixité de l'éclairage ; toutes les lampes d'un wagon seraient solidaires, en sorte qu'une avarie arrivant à une seule d'entre elles suffirait pour éteindre les autres. Les batteries d'accumulateurs étaient chargées en gare avant le départ du train.

En 1887, des résultats beaucoup plus satisfaisants ont été obtenus en Prusse sur une ligne wurtembergeoise. La charge des accumulateurs est faite en cours de route par une dynamo placée dans le fourgon du train et mise en mouvement par un des essieux. Chaque voiture contient deux batteries d'accumulateurs pesant 180 kilogrammes, dont l'une est mise en charge, tandis que l'autre fournit le courant exigé par les lampes à incandescence. Un disjoncteur automatique coupe la communication entre la dynamo et les accumulateurs, lorsque la vitesse du train devient trop faible pour que la différence de potentiels aux bornes de la dynamo reste supérieure à la force électromotrice de la batterie ; un régulateur automatique maintient constante l'intensité du courant de charge, quelle que soit la vitesse de la dynamo. Chaque batterie peut alimenter pendant cinq heures des lampes à incandescence de 3 à 16 bougies. Ce système d'éclairage, qui exige l'emploi d'un mécanisme assez délicat, coûte de 8 à 10 centimes par carcel et par heure.

Aux Etats-Unis on charge les accumulateurs au moyen d'une dynamo commandée par un moteur qui reçoit la vapeur de la chaudière de la locomotive ; ce moteur est placé dans le fourgon de tête du train.

La Compagnie du Nord, dans ses récents essais entre Paris et

Calais, a fait la charge des accumulateurs dans la gare de départ, sans transbordement des appareils. Elle a adopté des lampes à incandescence, de 0<sup>amp</sup>,75 sous 25 volts, ayant une intensité d'environ 6 bougies ; elle a employé 24 lampes pour éclairer un wagon-salon. Pour alimenter ces 24 lampes, la Compagnie a employé une batterie de 16 accumulateurs à 7 plaques, pesant avec son coffre 580 kilogrammes <sup>1</sup>, installée sous la voiture. Afin d'éviter l'emploi d'accumulateurs de réserve, on a introduit dans le circuit un rhéostat à main, dont la résistance, totalement utilisée au début, était successivement retirée, au fur et à mesure que la batterie d'accumulateurs s'affaiblissait. Le prix de revient de cet éclairage a été de 0<sup>r</sup>,0253 par lampe et par heure, soit 0<sup>r</sup>,042 par heure et par carcel.

Dans sa session de 1889, le Congrès International des Chemins de fer a adopté la conclusion suivante de MM. Sartiaux et Weissenbruck, rapporteurs :

« Le Congrès, constatant les progrès sérieux et considérables réalisés depuis peu d'années dans l'éclairage électrique des trains, tant au point de vue technique qu'au point de vue économique, pense qu'il est désirable que les administrations de chemins de fer continuent les essais entrepris. »

**292. Eclairage des mines.** — Le bon marché de la houille dans la plupart des contrées minières y favorise le développement de l'éclairage électrique dans toutes les installations de surface, telles que rivages, halles de criblage et de triage, ateliers de lavage, etc... ; aucune observation particulière n'est à faire au sujet de ces éclairages extérieurs.

L'éclairage du fond d'une mine peut se faire à poste fixe pour les accrochages et les galeries principales. Les grandes carrières souterraines d'ardoises, à Angers, sont éclairées par la lumière électrique ; aux mines de houille de Blangy, la recette du fond du puits de Magny (à 331 mètres de profondeur) a été éclairée électriquement dès 1883, et des installations analogues ont été faites

<sup>1</sup> Ce poids n'est pas plus considérable que celui des appareils Pintsch, qui varie de 500 à 600 kilogrammes par wagon-salon.

ensuite aux recettes des puits Jules Chagot, Saint-François, etc... En Angleterre et en Ecosse, la lumière électrique est installée aujourd'hui dans un assez grand nombre de mines. Lorsqu'une mine est grisouteuse, il faut avoir soin de rendre les lampes inoffensives en cas de rupture de leurs ampoules en les plaçant dans des lanternes hermétiquement fermées et pourvues de globes épais. Dans tous les cas, les fils conducteurs qui, vu la faible hauteur des galeries, se trouvent placés à hauteur d'homme, doivent être entourés de gaines bien isolantes.

L'éclairage mobile, au moyen de lampes portées par les mineurs, exige que les lampes à incandescence contiennent leurs générateurs électriques (piles primaires ou accumulateurs), que ces lampes soient protégées contre les chocs par des verres bien résistants, et qu'elles puissent fonctionner régulièrement pendant dix ou douze heures. La difficulté consiste à satisfaire à ces conditions au moyen de lampes qui ne soient pas trop lourdes et dont le prix ne soit pas trop élevé; il reste beaucoup de progrès à faire dans cette voie.

En Angleterre, on emploie la lampe Schenschieff, à pile primaire, qui coûte environ 37 fr. 50, pèse 2 kilogr. 5 et donne, pendant neuf heures, une intensité de 2 à 3 bougies; on emploie aussi la lampe Swan à pile secondaire, qui coûte 33 fr. 75, pèse 3 kilogr. 2 et donne, pendant dix heures, une intensité d'un peu plus d'une bougie. En juin 1887, M. Burrows a présenté à la Société Géologique de Manchester une lampe qui pèse 3 kilogrammes, donne une intensité de 2 à 3 bougies pendant quinze heures et coûte 50 francs.

En France, on a expérimenté à la Compagnie des Mines d'Anzin la lampe *Stella*, à pile secondaire, qui pèse 4 kilogr. 6 et donne pendant douze heures une intensité lumineuse d'une bougie. M. Pollack a présenté à l'Académie des sciences une lampe à pile secondaire qui pèse 4 kilogr. 8 et donne, pendant douze heures, une intensité lumineuse d'un peu moins d'une bougie. M. Trouvé, construit une lampe portative très ingénieuse, à pile primaire, qui donne, pendant trois heures, une intensité de quatre à cinq bougies; cette lampe s'allume elle-même soit lorsqu'on la pose à terre, soit lorsqu'on l'accroche à la ceinture, soit lorsqu'on la

porte en bandoulière; elle s'éteint lorsqu'on la prend par la poignée.

293. Compteurs électriques. — Indépendamment des *abonnements à forfait*, les sociétés d'éclairage électrique font aussi des *abonnements au compteur*; les taxes des abonnés se règlent alors d'après le nombre des kilowatts-heure d'énergie électrique qu'ils consomment. Souvent la distribution est faite sous tension constante, en sorte que l'énergie électrique est proportionnelle à la quantité d'électricité fournie évaluée, par exemple, en *ampères-heure*. Les compteurs électriques se divisent, par conséquent, en *watt-mètres* ou compteurs d'énergie et en *coulomb-mètres* ou compteurs de quantité.

Edison emploie pour les distributions à courant continu un compteur qui mesure la quantité d'électricité au moyen du dépôt électrolytique produit dans un voltamètre à sulfate de zinc et à électrodes de zinc; le courant qui alimente les récepteurs traverse une bande de maillechort sur laquelle on établit, pour le service du voltamètre, une dérivation de l'intensité du courant; on met toujours deux voltamètres dans chaque compteur; à la fin du mois, un contrôleur emporte un de ces voltamètres à l'usine pour mesurer l'accroissement du poids de la cathode.

Les compteurs font, de même que les régulateurs pour lampes à arcs, l'objet des recherches d'un grand nombre d'inventeurs; beaucoup de systèmes ingénieux, dont la description sortirait de notre cadre, ont déjà vu le jour. En 1889, un concours de *compteurs d'énergie électrique* a été ouvert à Paris par arrêté préfectoral du 2 mars; 28 concurrents ont répondu à cet appel en temps opportun; d'autres ont présenté tardivement leurs appareils et n'ont pas pu participer à ce concours dont la date limite était fixée au 25 mai 1889. La commission instituée pour juger les résultats du concours et décerner, s'il y avait lieu, une prime de 10 000 francs réservée à un compteur qui donnerait toute satisfaction, a trouvé qu'aucun appareil ne méritait cette prime; elle a seulement déclaré dignes d'encouragements sérieux les compteurs Cauderay, Aron, Brillié, Brondelot et Jacquemier, en allouant 2 000 francs à chacun des deux premiers et 1 000 francs à chacun

des trois autres; elle a proposé ensuite de proroger le concours, en renonçant à la clause qui autorisait la ville de Paris à employer les compteurs primés sans payer de redevance.

Parmi les compteurs inventés à l'étranger, nous mentionnerons les compteurs de Ferranti, E. Thomson, Blathy, Shalleberger, Frager, sir Ch. Forbes, Siemens et Halske, etc... Quelques-uns de ces compteurs, notamment celui de M. Blathy, sont pour courants alternatifs.

## CHAPITRE II

### TRANSMISSION ÉLECTRIQUE DE LA PUISSANCE MÉCANIQUE

Coup d'œil historique. — Considérations théoriques. — Calcul d'une transmission.  
Emploi des courants alternatifs. — Observations générales.

294. Coup d'œil historique. — Le problème de la *transmission électrique de la puissance mécanique*, ou, en d'autres termes moins précis, du *transport électrique de la force*, peut s'énoncer de la manière suivante :

*Capter la puissance mécanique, au lieu même de sa production, au moyen d'une dynamo-génératrice et la recueillir, au poste d'utilisation, au moyen d'une dynamo-réceptrice.*

C'est la découverte de la réversibilité des dynamos qui a donné naissance à ce problème industriel. La priorité de cette découverte est revendiquée par M. Hippolyte Fontaine, en invoquant l'expérience suivante qu'il a faite en 1873 à l'Exposition de Vienne. Une première machine Gramme, actionnée par un moteur à gaz, envoyait son courant dans l'induit d'une autre machine Gramme, laquelle actionnait une petite pompe centrifuge.

Vers la fin de 1882, pendant l'Exposition de Munich, M. Marcel Deprez a placé une génératrice à Miesbach et une réceptrice à Munich ; la distance des deux machines était de 57 kilomètres ; la puissance mécanique initiale étant de 1 cheval-vapeur, la puissance disponible sur l'arbre de la réceptrice était de  $\frac{1}{4}$  de cheval seulement. Les deux machines employées étaient du type Gramme ; on les mettait en communication par une ligne aérienne, formée d'un double fil télégraphique ordinaire dont la résistance totale était de 950 ohms ; la génératrice développait

une force électromotrice de 1 600 volts; l'intensité du courant était d'environ  $\frac{1}{2}$  ampère.

D'autres expériences faites à la fin de 1883 entre Vizille et Grenoble, à la distance de 14 kilomètres, ont donné 8 chevaux disponibles sur l'arbre de la réceptrice pour 13 chevaux de puissance initiale. La génératrice, actionnée par une turbine, développait une force électromotrice de 3 000 volts; la transmission du courant se faisait au moyen d'une ligne aérienne composée d'un double fil de bronze silicieux, de 2 millimètres de diamètre, présentant une résistance totale de 167 ohms.

Les célèbres expériences faites en 1885-1886 entre Creil et Paris, aux frais de MM. de Rothschild, par M. Marcel Deprez ont démontré la possibilité de capter, au moyen d'une seule génératrice, une puissance mécanique de 116 chevaux et d'obtenir à 56 kilomètres de distance une puissance d'environ 52 chevaux, disponible sur l'arbre de la réceptrice. Le rendement industriel correspondant est à peu près de 45 p. 100, alors que M. Deprez s'était proposé d'obtenir un rendement de 50 p. 100. M. Maurice Lévy, membre de l'Institut, a présenté à l'Académie des Sciences, dans la séance du 2 août 1886, au sujet de ces expériences de Creil, un remarquable et savant Rapport dans lequel nous puisons les renseignements suivants. La génératrice et la réceptrice comportaient chacune deux anneaux Gramme, montés sur un même arbre et assemblés en tension; chacun des inducteurs se composait de huit électro-aimants en fer à cheval, placés dans des plans passant par l'axe des anneaux et deux à deux diamétralement opposés, dont les épanouissements polaires osculaient les surfaces des anneaux. Le fil transmetteur, en bronze silicieux, d'un diamètre de 5 millimètres et d'une longueur totale de 412 kilomètres (aller et retour), présentait une résistance de 98 ohms; dans le principe, on l'avait entouré sur les deux tiers de sa longueur d'une enveloppe de chanvre trempée dans la résine et enfermée dans un tube de plomb; mais on a reconnu ensuite qu'il était préférable de laisser le fil nu, en l'isolant fortement à l'entrée et à la sortie des machines (c'est-à-dire là où il était à portée de la main) et le plaçant partout ailleurs à une hauteur assez grande pour le rendre inaccessible. Pour chacune des deux

machines l'excitation était indépendante et se faisait au moyen d'une machine Gramme à basse tension ; à Creil, des locomotives mettaient en mouvement, à l'aide d'une transmission par courroie, l'arbre des anneaux de la génératrice, lequel actionnait à son tour celui de l'excitatrice dont la rotation engendrait le circuit magnétique inducteur ; à la Chapelle (Paris), il fallait, au moyen d'un *commutateur de démarrage*, faire entrer provisoirement l'enroulement de l'inducteur dans le circuit de la ligne (comportant le circuit induit de la réceptrice) pour créer le champ magnétique et lui faire atteindre sa valeur normale, sauf à mettre alors cet enroulement hors du circuit de la ligne. La puissance mécanique consommée à Creil a varié, dans les expériences faites par la Commission académique, de 67 à 116 chevaux-vapeur et celle recueillie à Paris de 27 à 52 chevaux ; le rendement industriel a varié, par conséquent, de 40,78 à 44,81 p. 100. Pour la puissance maximum de 116 chevaux prise à Creil, la différence de potentiels aux bornes de la génératrice était de 6 004 volts; l'intensité du courant s'élevait à 9<sup>amp</sup>,789 et la différence de potentiels aux bornes de la réceptrice était de 5 456 volts ; l'armature de la génératrice tournait à 216 tours par minute et la réceptrice à 295 tours. Le poids total des dynamos était considérable, car il s'élevait à 70 tonnes. La force reçue à la Chapelle était employée en majeure partie à mouvoir les pompes des accumulateurs de la gare ; le surplus pouvait être distribué entre divers appareils de manutention (marteau pilon électrique, tour, treuil électrique, frein électrique de locomotive) ; à cet effet, l'arbre de la machine réceptrice actionnait une machine Gramme, qui devenait ainsi génératrice et procurait le travail aux diverses réceptrices des appareils que l'on voulait faire fonctionner.

En octobre 1886, la *Compagnie Électrique*, propriétaire des brevets Gramme, a fait, sous la direction de M. Hippolyte Fontaine, des expériences de transport de force au moyen de machines Gramme du type dit type supérieur. L'appareil générateur était constitué par quatre machines couplées en tension et actionnées directement, au moyen de galets à friction, par deux grandes poulies calées sur un même arbre moteur. L'appareil récepteur se composait de trois machines Gramme, également couplées en série,

réliées entre elles par des manchons élastiques système Raffart. En intercalant entre les deux groupes de machines une résistance de 100 ohms, on a constaté qu'une puissance mécanique de 100 chevaux-vapeur, reçue par les génératrices, rendait disponible sur l'arbre des réceptrices une puissance mécanique de 52 chevaux; le rendement industriel s'est donc élevé à 52 p. 100. Le poids total des sept machines Gramme employées ne s'élevait qu'à 8 400 kilogrammes. Les génératrices tournaient à 1 300 tours par minute et créaient, à l'origine de la ligne conductrice, une force électromotrice de 5 900 volts; l'intensité du courant était de 9<sup>amp</sup>,34; les réceptrices tournaient à 1 420 tours par minute.

**295. Considérations théoriques.** — Désignons par  $E$  la force électromotrice créée par la dynamo-génératrice, par  $e$  la force contre-électromotrice produite par la réceptrice et par  $R$  la résistance totale du circuit (ligne et machines). L'intensité  $I$  du courant sera donnée par la formule

$$I = \frac{E - e}{R}. \quad (1)$$

Nous supposons, pour plus de simplicité et afin de ne mettre en cause qu'une seule intensité de courant  $I$ , que les inducteurs des deux machines soient ou des aimants permanents, ou des électro-aimants avec excitations indépendantes.

La puissance mécanique  $P$  (que nous supposons exprimée en watts-seconde), employée pour faire mouvoir la génératrice, est nécessairement supérieure à la puissance électrique  $E I$  développée par cette machine; nous pouvons donc poser

$$E I = \gamma P, \quad (2)$$

$\gamma$  désignant un paramètre numérique inférieur à l'unité. D'autre part, la puissance électrique  $e I$  absorbée par la dynamo-réceptrice est nécessairement supérieure à la puissance mécanique  $p$  (exprimée en watts-seconde) que cet électromoteur rend disponible; nous avons donc

$$p = \varphi e I, \quad (3)$$

$\varphi$  désignant un coefficient inférieur à l'unité.

Dans ces conditions, le *rendement industriel* de la transmission est donné par la formule

$$\frac{p}{P} = \gamma \rho \frac{e}{E}. \quad (4)$$

Supposons que la force électromotrice  $E$  soit maintenue constante, condition qui peut être sensiblement remplie en faisant tourner avec une vitesse constante la dynamo-génératrice. Si l'on oblige la réceptrice à rester au repos, en appliquant sur son arbre une résistance suffisante pour empêcher sa rotation, la force contre-électromotrice  $e$  reste nulle et il en est de même de la valeur du rendement industriel  $\frac{p}{P}$ ; dans ce cas, d'après la formule (4), l'intensité du courant atteint sa valeur maximum. Si l'on suppose, au contraire, que l'électromoteur se mette en marche et prenne une vitesse croissante, par suite d'une diminution progressive de la résistance appliquée sur son arbre, la force contre-électromotrice  $e$  ira en croissant et l'intensité  $I$  du courant diminuera de plus en plus; la formule (4) indique que le rendement industriel  $\frac{p}{P}$  ira alors en croissant; la formule

$$eI = e \frac{E - e}{R} \quad (5)$$

montre que la puissance électrique  $eI$  absorbée par la réceptrice devient maximum lorsque  $e = \frac{E}{2}$ ; le *rendement électrique*  $\frac{e}{E}$  de la transmission est alors de 50 p. 100 et le *rendement industriel*  $\frac{p}{P}$  devient égal à  $\frac{1}{2} \gamma \rho$ . Pour rendre le rendement industriel égal ou supérieur à 50 p. 100, il faut faire prendre à  $e$  une valeur plus grande que  $\frac{E}{2}$ .

Il existe de nombreux exemples de transmissions électriques faites avec un rendement industriel supérieur à 50 p. 100, lorsque la distance de transport de la force n'est pas considérable.

En décembre 1886, la Société des ateliers d'Oerlikon, près de Zurich, a fait fonctionner entre Kriegstetten et Soleure, dont la distance est de 8 kilomètres, une transmission électrique dont le rendement industriel s'élevait à 75 p. 100. L'appareil générateur, composé de deux dynamos couplées en tension, et excitées en série, présentait une résistance intérieure de 7<sup>ohms</sup>, 24; pour l'appa-

reil récepteur, également composé de deux dynamos couplées en tension et excitées en série, la résistance intérieure était de  $7^{\text{ohms}},04$ ; la résistance de la ligne aérienne, à conducteurs de cuivre, était de  $9^{\text{ohms}},04$ ; la valeur de la résistance totale  $R$  du circuit était par conséquent

$$R = 23^{\text{ohms}},32.$$

On a notamment obtenu les résultats suivants :

Force électromotrice génératrice. . . . .	$E = 2\,129$ volts
Force électromotrice réceptrice. . . . .	$e = 1\,896$ volts
Intensité du courant. . . . .	$I = 9,78$ ampères.

La puissance mécanique  $P$ , fournie aux génératrices par une turbine qu'actionnait une chute d'eau, était de  $30^{\text{chevaux}},87$ , soit en watts-seconde

$$P = 30,87 \times 736 = 22720,42.$$

La puissance mécanique  $p$ , disponible sur l'arbre des réceptrices, était de  $23^{\text{chevaux}},05$ , soit en watts-seconde

$$p = 23,05 \times 736 = 16964,40.$$

Le rendement industriel était donc

$$\frac{p}{P} = 0,748.$$

Les valeurs des paramètres  $\gamma$  et  $\rho$  étaient

$$\gamma = \frac{EI}{P} = \frac{2129 \times 9,78}{22720,42} = 0,917$$

$$\rho = \frac{p}{el} = \frac{16964,40}{1896 \times 9,78} = 0,915.$$

**296. Calcul d'une transmission.** — Pour indiquer comment l'on peut dresser l'avant-projet d'une transmission de ce genre, supposons que la puissance mécanique à communiquer à l'appareil générateur (deux dynamos en série), soit de 50 chevaux-vapeur et que la distance de transport soit de 15 kilomètres. Nous imposerons au système des deux dynamos génératrices la condition de ne

pas développer une force électromotrice supérieure à 2 000 volts. En admettant pour le paramètre  $\gamma$  la valeur approximative

$$\gamma = 0,92,$$

la formule

$$EI = \gamma P$$

nous donnera pour valeur de l'intensité du courant

$$I = \gamma \frac{P}{E} = 0,92 \frac{50 \times 736}{2000} = 17 \text{ ampères.}$$

Il s'agit maintenant de déterminer la section droite  $\omega$ , évaluée en centimètres carrés, qu'il convient de donner au conducteur de cuivre de 30 kilomètres de longueur (pour l'aller et le retour) que nous emploierons pour la canalisation supposée aérienne.

La résistance spécifique du cuivre étant de 1,655 microhm (ou millionième d'ohm), la résistance totale de la ligne, évaluée en ohms, sera de

$$\frac{1,655}{10^6} \times \frac{3000000}{\omega} = \frac{4,965}{\omega}.$$

et la perte en watts-seconde correspondante, par l'effet Joule, sera de

$$\frac{4,965}{\omega} \times 17^2 = \frac{1435}{\omega} \text{ watts-seconde}$$

En admettant 8,9 pour densité du cuivre, le poids du conducteur, en kilogrammes, sera de

$$8,9 \times 3000 \times \omega = 26700 \text{ kilogr.} \times \omega;$$

en estimant le prix du cuivre à 3 francs par kilogramme, nous trouvons que le conducteur coûtera

$$3^{\text{fr.}} 00 \times 26700 \times \omega = 80100 \times \omega.$$

Pour obtenir le prix total de la canalisation, il faut ajouter au coût du conducteur une somme  $C$ , indépendante de la section droite, comprenant les dépenses de toute nature pour la fourniture et la mise en place des poteaux et des isolateurs. Admettons

le taux de 7 p. 100 pour l'intérêt et l'amortissement des dépenses ; la canalisation coûtera annuellement

$$0^{fr.}07 (C + 80100 \cdot \omega) = 0^{fr.}07 \cdot C + 5607^{fr.} \omega.$$

Il faut ajouter à cette dépense annuelle la valeur en argent de la perte par effet Joule, en attribuant une valeur annuelle au cheval électrique. Si, par exemple, on admet une durée de travail de 2 000 heures par année, en estimant à 40 centimes le cheval-heure, le cheval électrique vaudra 200 francs par an. La perte annuelle correspondant à l'effet Joule sera, par conséquent, dans le cas actuel, de

$$200^{fr.} \cdot \frac{4435}{736 \cdot \omega} = \frac{390^{fr.}}{\omega}.$$

En définitive, la dépense annuelle occasionnée par la canalisation sera

$$0^{fr.}07 \cdot C + 5607^{fr.} \omega + \frac{390^{fr.}}{\omega}.$$

Pour la rendre minimum, il faut égaler à zéro sa dérivée par rapport à  $\omega$  ; nous trouverons ainsi

$$5607 - \frac{390}{\omega^2} = 0$$

d'où

$$\omega^* = \sqrt{\frac{390}{5607}} \text{ soit } 0^{cm.s.}23$$

Dans ces conditions, la résistance totale du conducteur sera de 21 ohms ; son poids sera de 6 220 kilogrammes ; il coûtera 18 660 francs ; il occasionnera, par l'effet Joule, une perte de 6 435 watts-seconde, soit environ 9 chevaux.

On peut évaluer à 5 ohms environ la résistance intérieure de chacune des deux dynamos génératrices et de chacune des deux dynamos réceptrices ; la résistance totale du circuit (ligne et machines) aura donc pour valeur

$$R = 41 \text{ ohms.}$$

La force électromotrice du système récepteur sera

$$e = E - RI = 2000 \text{ volts} - 41 \text{ ohms} \times 17 \text{ amp.} = 1303 \text{ volts}$$

En admettant pour le paramètre  $\rho$  la valeur de 0,91, nous trouverons pour le nombre des chevaux-vapeur disponibles sur l'arbre des réceptrices,

$$p = \frac{\rho e I}{736} = \frac{0,91 \times 4303 \times 47}{736}, \text{ soit } 28 \text{ chevaux.}$$

Le rendement industriel de la transmission aura pour valeur

$$\frac{p}{P} = \frac{28}{50} = 56 \text{ p. 100.}$$

Evaluons enfin la dépense totale d'installation :

Prix du conducteur de cuivre.	18 500 fr.
Poteaux, isolateurs et accessoires, à raison de 300 francs par kilomètre, pour 45 kilomètres.	4 500 fr.
Quatre dynamos construites de manière à pouvoir employer chacune une puissance motrice de 25 chevaux, au prix de 450 francs par cheval	13 500 fr.
Dépense totale . . . . .	38 000 fr.

La dépense d'installation sera donc d'environ 1 360 francs par cheval utile dans l'usine réceptrice.

**297. Emploi des courants alternatifs.** — Les perfectionnements apportés dans les machines à courants alternatifs, notamment dans leur emploi comme électromoteurs, permettent aujourd'hui d'employer ces machines pour les transmissions électriques de la puissance mécanique. On rend surtout avantageuses les installations de ce genre en recourant à l'emploi des transformateurs que, grâce à l'élévation de leur rendement, ne diminuent pas sensiblement les effets utiles des transmissions.

Au départ, une génératrice à basse tension peut, par l'intermédiaire d'un transformateur, donner un voltage très élevé qui permettra de réaliser une grande économie sur le cuivre de la canalisation ; à l'arrivée, un second transformateur abaissera le voltage de manière à permettre l'emploi d'une réceptrice à faible tension. En limitant ainsi les hautes tensions à la ligne elle-même, sans les imposer aux machines, on évite de créer aucun danger pour les personnes. En Angleterre, la *London Electric Supply Corpora-*

tion emploie des tensions de 10 000 volts, avec des courants alternatifs; la tendance actuelle est en général de faire prévaloir les hautes tensions.

**298. Observations générales.** — Les transmissions électriques de la puissance mécanique paraissent être principalement appelés à utiliser les chutes d'eau.

Si l'on remarque, par exemple, que la chute du Niagara contient en elle une puissance de 17 millions de chevaux-vapeur, la solution du problème de son utilisation prend le caractère d'une œuvre des plus grandioses. On s'occupe déjà de recueillir, au moyen d'un canal latéral, une puissance de 120 000 chevaux à distribuer aux villes avoisinantes, y compris celle de Buffalo qui est à la distance de 30 kilomètres; la réalisation de ce vaste projet exigera l'emploi de moteurs hydrauliques de dimensions bien supérieures à celles des moteurs actuellement employés.

Dans les pays montagneux, un grand nombre de chutes d'eau peuvent être utilisées au profit de villes ou d'usines situées dans leur voisinage. C'est ainsi qu'un transport de force a été réalisé entre Kriegstetten et Soleure par la Société des Ateliers d'Oerlikon. Dans l'Isère, une chute d'eau de 70 mètres de hauteur, prélevée sur le ruisseau *le Doménon*, actionne, au moyen d'une turbine, une génératrice dont la puissance maximum est de 300 chevaux; la réceptrice, installée à 5 kilomètres de distance pour le service des importantes papeteries du hameau du Moutier, peut développer une puissance utile maximum de 200 chevaux.

Les cours d'eau du département du Puy-de-Dôme, qui ont de grands débits et de fortes pentes, paraissent constituer des réservoirs importants de puissance mécanique transportable par l'électricité. Il existe actuellement, sur la Meuse Ardennaise, 24 chutes d'eau réparties sur une centaine de kilomètres de longueur en rivière qui pourraient fournir chacune 400 chevaux en moyenne. On trouve aussi sur le Doubs quelques chutes d'eau assez importantes qui n'ont pas encore été utilisées par l'industrie.

Mais la plupart de nos voies navigables ne laissent disponible aucune puissance mécanique.

## CHAPITRE III

### TRACTION ÉLECTRIQUE

Accumulateurs et machines fixes. — Traction par accumulateurs. — Traction par transmission électrique. — Avantages spéciaux des moteurs électriques.

299. **Accumulateurs et machines fixes.** — Les moteurs électriques peuvent évidemment être employés, comme le sont les machines à vapeur, pour la traction des véhicules.

Le courant peut être fourni soit par une batterie d'accumulateurs portée par le véhicule, soit par une dynamo génératrice installée à poste fixe et constamment reliée à l'électromoteur par un circuit conducteur.

La traction par accumulateurs, qui assure l'indépendance complète des véhicules, est la seule possible lorsque les trajectoires ne sont pas absolument fixes et invariables, ce qui arrive avec les embarcations fluviales, avec les omnibus ou les voitures ordinaires. Ce mode de traction convient aussi pour les tramways urbains, dont la trajectoire est, il est vrai, déterminée par des rails, mais dont le service comporte peu de régularité dans les départs ainsi que de grandes distances entre deux véhicules successifs.

La traction avec génératrice à poste fixe est une application directe du transport électrique de la puissance mécanique, avec cette circonstance particulière que la réceptrice, étant mobile, doit être mise en relation avec la ligne par des contacts glissants. Ce mode de traction n'est applicable qu'aux véhicules roulant sur une voie ferrée, de manière que leur parcours soit rigoureusement invariable ; il convient notamment pour les chemins de fer secondaires.

On sait que l'effort de traction exigé par un véhicule sur rails, en ligne droite et en palier, varie avec la nature de la voie ; évalué à  $3^{kg},5$  par tonne pour les voitures de chemins de fer sur rails Vignole, il s'élève jusqu'à 12 kilogrammes pour les tramways sur rails à rainure. En temps de pluie, l'effort de traction diminue, l'humidité servant de lubrifiant pour le rail.

Désignons par  $\varphi$  l'effort de traction par kilogramme en palier, par  $\pm i$  la rampe ou la pente par mètre, par  $P$  le poids du véhicule et par  $L$  la longueur de la voie ; le travail correspondant au parcours de cette voie sera

$$P L (\varphi \pm i) \text{ kilogrammètres.}$$

Si, d'autre part, nous désignons par  $v$  la vitesse supposée uniforme, la durée du trajet sera  $\frac{L}{v}$  ; la puissance mécanique nécessaire pour la traction sera, par conséquent, de

$$\frac{Pv (\varphi \pm i)}{75} \text{ chevaux-vapeur.}$$

Les voitures de tramways à traction électrique sont ordinairement automobiles ; l'un au moins des deux essieux reçoit le mouvement d'un électromoteur. Le poids des voyageurs s'ajoute à celui du véhicule pour donner aux roues motrices l'adhérence nécessaire. Il faut que cette adhérence soit assez considérable pour vaincre l'effort de traction au démarrage, effort quatre ou cinq fois plus considérable que l'effort de traction pendant la marche normale. L'adhérence d'un véhicule sur la voie dépend beaucoup de l'état des surfaces des rails ; elle varie ordinairement du cinquième au dixième du poids porté par les roues motrices.

**300. Traction par accumulateurs.** — La Compagnie des Tramways de Bruxelles a fait, avec le concours de M. Julien, des essais très intéressants de traction par accumulateurs sur une ligne de 1 600 mètres de longueur qui présentait sur près de 400 mètres une rampe de  $3^{cont},5$  par mètre. Le poids d'un véhicule, y compris les voyageurs et le moteur, était de six tonnes ; ce véhicule était pourvu de 120 accumulateurs, pesant chacun 13 kilogrammes, répartis dans quatre tiroirs en bois placés sous les banquettes.

Dès bandes métalliques, fixées sous les parois du fond des tiroirs, venaient prendre contact avec d'autres bandes métalliques, fixées à la voiture et mises en relation avec le commutateur. L'electromoteur était installé sous le plancher de la voiture; il agissait par un pignon denté sur un axe intermédiaire transmettant, par une chaîne Galle, le mouvement à l'essieu moteur. On a constaté que l'énergie emmagasinée dans la batterie d'accumulateurs assurait au véhicule un parcours de 35 kilomètres. Les plaques positives doivent être réparées, en renouvelant leurs oxydes, après un service de 42 000 kilomètres; elles sont usées et doivent être remplacées lorsqu'elles ont fait quatre fois ce service; quant aux plaques négatives, leur durée paraît indéterminée. On a pu réduire à 7 centimes par voiture-kilomètre les frais occasionnés par la mise en œuvre des accumulateurs.

A Paris, la Société Française d'accumulateurs électriques Faure-Sellon-Volkmar a monté, au dépôt de la Compagnie des Tramways-Nord, à Levallois-Perret, une usine provisoire pour le service de voitures à traction électrique circulant entre Levallois et la Madeleine, sur une longueur de 5 kilomètres. Une locomobile de 25 chevaux commandait quatre dynamos de 500 volts et de 12 ampères pour le chargement des batteries d'accumulateurs destinées à la traction; cette même locomotive commandait aussi deux autres dynamos semblables aux précédentes, pour l'éclairage électrique du dépôt et le chargement des batteries destinées à alimenter six lampes à incandescence par voiture. On a constaté que chaque voiture pouvait parcourir 50 kilomètres, c'est-à-dire faire cinq voyages aller et retour, sans qu'il fut nécessaire de renouveler ses accumulateurs. Sur les deux roues correspondant à un même essieu, l'une était calée, et l'autre folle; cette disposition est préférable à celle qui consiste à caler les deux roues, en ce sens qu'elle diminue les frottements et, par suite, la puissance de traction nécessaire dans les parties courbes de la voie. Chaque voiture pouvait recevoir 50 voyageurs et pesait 3 500 kilogrammes. Elle portait 108 accumulateurs, pesant ensemble 1 620 kilogrammes et répartis entre 12 boîtes, que l'on plaçait dans quatre armoires situées aux quatre angles de la voiture. Les 9 accumulateurs contenus dans une même boîte étaient attelés en tension, les

42 boîtes étaient elles-mêmes réparties en quatre groupes de trois batteries attelées en tension ; l'attelage des quatre groupes pouvait se faire soit en tension, soit en quantité.

D'après les renseignements publiés en janvier 1891 dans une notice-prospectus de la société qui a fait cet essai de traction, la dépense par jour se réduirait à 1 251 francs et se décomposerait de la manière suivante :

**1<sup>o</sup> FRAIS D'ENTRETIEN ET D'AMORTISSEMENT DU MATERIEL**

Matériel roulant (voitures et électromoteurs) . . . . .	474 fr.
Matériel fixe (dépôt de Levallois et accumulateurs) . . . . .	283 fr.
Total. . . . .	<u>758 fr.</u>

**2<sup>o</sup> FRAIS D'EXPLOITATION**

Force motrice ( $\frac{3}{4}$ de cheval-vapeur initial, à 0 fr. 42, par voiture-kilomètre) pour 36 voitures en service faisant chacune 120 kil. par jour. . . . .	388 fr. 50
Frais de personnel. . . . .	94 fr. 50
Eclairage et chauffage du dépôt. . . . .	40 fr. 00
Total. . . . .	<u>493 fr.</u>

La circulation journalière étant supposée de 120 kilomètres par 36 voitures, soit, en d'autres termes, de 4 320 voitures-kilomètre, la dépense totale par voiture kilomètre serait seulement de

$$\frac{1261 \text{ fr.}}{4320} = 0 \text{ fr. } 29$$

Or on a calculé, d'après des renseignements très précis, que la traction animale des tramways de Paris ne coûte pas moins de 0 fr. 56. La traction électrique à Paris réaliserait donc une économie de  $\frac{56-29}{56}$ , soit 49 p. 100 sur la traction animale, si l'on tenait pour exactes les indications de la Société Française des accumulateurs Faure-Sellon-Volckmar. Dans ces conditions l'entreprise de traction électrique entre Levallois-Perret et la Madeleine aurait eu, semble-t-il, toutes raisons de prospérer et de devenir définitive; or il n'en a pas été ainsi.

M. Gadot a fait, relativement à la traction par accumulateurs, une étude très sérieuse qui l'a conduit au prix de 0 fr. 51 par

voiture-kilomètre. L'économie correspondante à réaliser à Paris sur la traction électrique par chevaux serait seulement de  $\frac{56-51}{56}$ , soit environ 10 p. 100. Les calculs de M. Gadot sont faits dans l'hypothèse d'une voie qui ne présente pas de rampes supérieures à 15 millimètres par mètre, tandis que la dépense de 0 fr. 56, calculée pour la traction animale correspond au profil moyen des lignes de tramways de Paris.

En résumé, il n'est pas établi que pour Paris la traction électrique par accumulateurs puisse être actuellement beaucoup plus économique que la traction animale. Le poids mort relativement considérable que les accumulateurs ajoutent aux véhicules constitue une condition défavorable. Ajoutons toutefois que la traction électrique a le grand avantage de rendre inutile le pavage de la voie, qu'elle met la compagnie exploitante à l'abri des pertes qui peuvent résulter des épizooties et des disettes de fourrage, qu'elle permet enfin d'augmenter à peu de frais le nombre des voitures en service pour faire face à des exigences exceptionnelles et momentanées du trafic.

**301. Traction par transmission électrique.** — Les applications de ce mode de traction actuellement existantes sont nombreuses. La canalisation nécessaire pour la transmission du courant entre la génératrice à poste fixe et l'électromoteur mobile peut être soit aérienne, soit souterraine, soit au niveau même de la voie ferrée.

Dès l'année 1884, MM. Siemens et Halske ont établi, pour la traction électrique du tramway de Francfort à Offenbach, sur une distance de 6 kilomètres, une ligne aérienne composée de deux tubes métalliques fendus, dans chacun desquels glissent avec frottement des olives de cuivre. Ces tubes sont fixés par des câbles métalliques à des isolateurs en porcelaine supportés eux-mêmes par des poteaux installés le long de la voie ferrée. Les glissières sont reliées, par l'intermédiaire de conducteurs flexibles, aux câbles métalliques allant aboutir aux balais de l'électromoteur de la voiture. La dynamo génératrice est installée dans une usine placée vers le milieu de la ligne. Le rendement industriel de la transmission est de 55 p. 100 en moyenne.

Au lieu de faire ainsi la prise de courant par un piston mobile à l'intérieur d'un tube fendu longitudinalement, système coûteux, on peut la faire au moyen d'un galet mobile roulant à la partie inférieure d'une barre conductrice ; ce second système est très employé en Amérique.

Les bifurcations et les croisements exigent des dispositions assez compliquées lorsque la ligne est à deux conducteurs. Ces dispositions se simplifient beaucoup si la ligne est à un seul conducteur avec retour par la terre, système auquel on donne généralement la préférence en Amérique pour la traction des tramways. On peut aussi créer la canalisation au moyen d'un seul conducteur aérien, en employant les rails pour le retour du courant.

L'opposition qu'a rencontrée jusqu'à présent, de la part des grandes villes de l'Europe, l'emploi des canalisations aériennes, a fait souvent reposer la solution du problème de la traction électrique sur l'établissement de lignes souterraines. Les conducteurs doivent alors être placés sur isolateurs dans des galeries établies sous la voie ; on peut raccorder l'electromoteur avec le circuit de la ligne électrique au moyen d'un frotteur relié à une tige qui traverse une fente ménagée en haut de la galerie. Ces canalisations souterraines sont beaucoup plus coûteuses à établir que les canalisations aériennes ; la pluie et la neige compromettent souvent leur isolement.

Pour établir la canalisation électrique au niveau de la voie ferrée, on constitue le circuit au moyen des rails et d'un conducteur central bien isolé. Cette disposition a été employée par M. Hopkinson pour le chemin de fer secondaire de Bessbrook à Newry, sur environ 5 kilomètres de longueur ; l'appareil générateur se compose de deux dynamos en dérivation actionnées par une turbine ; le rendement industriel, de la chute d'eau aux essieux moteurs, est de 40. p. 100.

Ce serait sortir du cadre de cet ouvrage que d'exposer ici les descriptions détaillées des dispositions parfois très ingénieuses qui ont été adoptées ou proposées concernant l'établissement des canalisations pour traction électrique ; ces descriptions ont alimenté, alimentent et alimenteront diverses publications périodiques passées, présentes et futures.

Comme application récente, faite en France, de la traction au moyen d'un seul conducteur aérien avec retour par les rails, nous citerons le tramway électrique de Clermont-Ferrand, qui fonctionne entre Montferrand et Royat-les-Bains sur une distance de 7 kilomètres. La dynamo génératrice, installée à Montferrand, est à courant continu, à six pôles avec induit en tambours (système Thury) ; elle est actionnée par une machine à vapeur de 450 chevaux ; son induit, pour une vitesse de rotation de 375 tours par minute, donne 400 ampères sous 500 volts ; l'excitation de l'inducteur est indépendante. Chaque voiture contient 50 places (sans impériale) ; elle porte un électromoteur de 40 chevaux, placé entre ses deux essieux et commandant ses roues par l'intermédiaire d'une chaîne à la Vaucanson. Le conducteur aérien, tube de cuivre fendu à section carrée, est fixé par des câbles d'acier à des isolateurs en porcelaine installés sur des poteaux en fer distants de 40 mètres. La navette représente un chapelet de billes de bronze ; sa longueur est de 40 centimètres ; une lame de cuivre adhérente à la première bille de cette navette, est reliée à l'électromoteur par un fil métallique traversant la rainure. La vitesse maximum est de 20 kilomètres à l'heure. La ligne est à voie unique, de 1 mètre de largeur.

**302. Avantages spéciaux des moteurs électriques.** — La merveilleuse souplesse que possèdent les électromoteurs les rend particulièrement aptes à la traction électrique. Considérons, par exemple, un véhicule automobile portant son moteur, en supposant que la machine génératrice soit réglée de manière à fournir le courant sous tension constante et que l'excitation de l'électromoteur soit faite en série ; au moment du démarrage, l'électromoteur étant au repos et n'effectuant aucun travail, le courant électrique prendra son maximum d'intensité (n° 272) et, par conséquent, le couple moteur deviendra lui-même maximum, condition éminemment favorable pour vaincre le frottement au départ ; pendant la marche, le travail dépensé par seconde croît avec la vitesse tandis que l'intensité du courant est décroissante, en sorte que le régime normal se produit bientôt. Pour rendre facile le renversement du courant, en vue de changer le sens de la marche

il convient d'employer des électromoteurs à faible décalage ; on peut alors installer les balais à poste fixe en leur donnant une forme qui permette de légers déplacements du collecteur dans les deux sens ; on subit ainsi une petite perte d'énergie sous forme d'étincelles, mais on évite l'obligation d'avoir à modifier la position des balais au moyen d'un inverseur de marche (n° 275).

L'insertion d'une résistance artificielle (fournie par un rhéostat et réglable à volonté) dans le circuit qui actionne l'électromoteur peut permettre au mécanicien qui conduit la voiture d'augmenter ou de diminuer le moment du couple moteur à la demande du profil de la voie. S'il s'agit de descendre une pente assez rapide pour que l'action de la pesanteur puisse à elle seule faire marcher la voiture, il convient de rompre le circuit ; l'électromoteur, fonctionnant alors comme machine génératrice, produit un courant électrique que l'on pourra envoyer dans des résistances artificielles portées par le véhicule ; dans ces conditions, l'électromoteur constituera un véritable frein, qui n'agissant pas sur les roues n'usera aucunement leurs bandages.

D'après divers devis dressés en Amérique les frais de traction des tramways peuvent se réduire à 0 fr. 17 par voiture-kilomètre avec la canalisation aérienne. La dépense moyenne d'énergie qu'exige une voiture de tramway pesant 4 tonnes y compris sa charge a été évaluée à 450 watts-heure par voiture-kilomètre pour une ligne de profil moyen.

## CHAPITRE IV

### ÉLECTROMÉTALLURGIE

Objet de l'électrométallurgie. — Lois de l'électrolyse. — Dépôts métalliques adhérents. — Affinages des métaux. — Métallurgie de l'aluminium. — Soudure électrique.

303. **Objet de l'électrométallurgie.** — La métallurgie électrique ou *électrométallurgie* a pour objet l'utilisation de l'énergie électrique pour le travail, la réduction et l'affinage des métaux.

Le dépôt de cuivre qui, dans une pile de Daniell, se forme sur l'électrode correspondant au pôle positif, moule exactement cette électrode. En faisant cette simple remarque, Jacobi a découvert la *galvanoplastie*.

Faisons en creux le moule d'un objet, au moyen d'une matière plastique (cire, plâtre, gutta-percha ramollie dans l'eau chaude, etc.) que nous rendrons conductrice en recouvrant sa surface de plombagine, substituons ce moule à l'électrode-cuivre d'une pile de Daniell et fermons le circuit pour produire le courant ; le dépôt métallique qui se fera sur ce moule donnera une reproduction du modèle en relief.

A cette méthode primitive on a substitué la méthode électrolytique. On remplit une cuve d'une solution de sulfate de cuivre dans l'eau acidulée d'acide sulfurique ; on prend une plaque de cuivre pour *anode* (électrode positive qui sera reliée au pôle positif de la source électrique et par laquelle le courant entrera dans le bain électrolytique) et le moule pour *cathode* (électrode négative par laquelle sortira le courant). L'anode se dissoudra au fur et à mesure que la cathode se recouvrira de cuivre ; il y aura,

pour ainsi dire, transport du cuivre de l'anode sur la cathode pour la production du moulage.

S'il s'agissait de reproduire un objet en ronde-bosse (soit, par exemple, une statuette) on composerait le moule de plusieurs pièces assemblées, en réservant à sa base une ouverture destinée à l'introduction d'une sorte de carcasse en fils métalliques. Cette carcasse dont la forme doit autant que possible épouser celle du moule, est reliée au pôle positif de la pile.

L'électrolyse rend aujourd'hui de grands services à l'industrie ; elle permet d'obtenir, sur des objets en métal ou en toute autre matière, des dépôts métalliques adhérents, soit pour les rendre inaltérables à l'air, soit pour les rendre décoratifs ; elle peut aussi être employée pour l'affinage des métaux et pour leur extraction des minéraux.

**304. Lois de l'électrolyse.** — Les *Lois de Faraday* (n° 141) peuvent être condensées dans l'énoncé suivant.

*La valeur en grammes du poids d'un électrolyte décomposé par le passage d'un coulomb est égale à l'équivalent électrochimique de cet électrolyte ; cet équivalent électrochimique s'obtient en multipliant par le facteur constant  $\alpha = \frac{1}{96600}$  l'équivalent chimique correspondant rapporté à l'hydrogène.*

Si l'électrolyte est un composé binaire, résultant de l'union d'un métal et d'un métalloïde, c'est toujours le métal qui constitue l'élément électro-positif de la combinaison ; en d'autres termes, c'est toujours le métal qui se porte sur la cathode.

Désignons le métal par P et le métalloïde par N ; il peut arriver qu'ils donnent plusieurs combinaisons, soit, par exemple, PN,  $P^2N^3$ ,  $PN^2$ . Dans ce cas, d'après la *Loi de Bécquerel*, c'est l'élément négatif N qui gouverne la combinaison ; en termes plus explicites, *le poids décomposé par le passage d'un coulomb correspond toujours à la mise en liberté d'un équivalent électrochimique du métalloïde* ; ce poids prendra donc pour les trois combinaisons que nous avons indiquées les valeurs,

$$\alpha(P + N), \alpha\left(\frac{2}{3}P + N\right), \alpha\left(\frac{1}{2}P + N\right).$$

Il en résulte que pour l'application des lois de Faraday, énon-

cées comme ci-dessus, chacun des équivalents chimiques *e* des trois électrolytes doit être évalué d'après les formules  
 $P N, P^{\frac{1}{2}} N, P^{\frac{2}{3}} N$ , que l'on peut appeler *formules électrolytiques*.

On dit que la réaction est *endothermique* lorsqu'elle absorbe de l'énergie électrique et diminue, par conséquent, l'énergie disponible du courant électrolyseur ; il en est ainsi, par exemple, pour l'électrolyse de l'eau acidulée.

Cette diminution d'énergie s'explique par l'apparition d'une force contre-électromotrice (n° 142) dont la valeur en volts est

$H = \alpha J q = 0,0000432 \times q$ ,  
en désignant par *q* la quantité de chaleur (en calories-grammes) dégagée par la décomposition d'autant de grammes de l'électrolyte qu'il y a d'unités dans son équivalent chimique évalué d'après sa formule électrolytique. Cette valeur de *H* représente la valeur minimum de la force électromotrice que la source d'électricité (pile ou dynamo) doit créer entre les deux électrodes pour produire l'électrolyse d'une manière continue.

Le raisonnement qui conduit à cette conséquence suppose que la perte d'énergie disponible subie par le courant électrolyseur corresponde exactement à la chaleur absorbée par la décomposition de l'électrolyte ; cette quantité de chaleur absorbée par la décomposition peut se déduire des données de la thermochimie, en remarquant qu'elle est égale (pourvu qu'il s'agisse d'un phénomène réversible) à la quantité de chaleur dégagée par la formation de l'électrolyte au moyen de ses éléments. On écrit suivant la valeur de *H* sous la forme

$$H = 0,043 \times C,$$

*C* désignant en calories-kilogramme (ou grandes calories) la quantité de chaleur que la lettre *q* représentait ci-dessus en calories-gramme (ou petites calories).

La valeur numérique de *H* représente, d'autre part, en watts, la dépense d'énergie électrique que l'électrolyse exige par seconde (n° 142).

En donnant au courant électrolyseur une intensité de  $I$  ampères, correspondant au débit de  $I$  coulombs par seconde, on décompose  $\alpha I e$  grammes d'électrolyte avec une dépense de  $HI$  watts par seconde. On peut rendre la puissance électrique  $HI$  égale à celle d'un cheval-vapeur en prenant pour valeur de l'intensité

$$I = \frac{736}{H};$$

le poids d'électrolyte décomposé par seconde est alors de

$$\frac{736 \alpha e}{H} \text{ grammes.}$$

Le poids décomposé par le travail d'un cheval pendant une heure (soit, en d'autres termes, par cheval-heure) est de

$$\frac{3600 \times 736 \times \alpha e}{H} = 27,5 \frac{e}{H} \text{ grammes.}$$

Supposons, par exemple, que l'électrolyte soit une solution de sulfate de cuivre  $CuO \cdot SO_3$ ; nous aurons  $e = 79,8$  et  $H = 1,27$ ; il en résulte qu'un cheval-heure décomposera

$$27,5 \frac{79,8}{1,27} = 1728 \text{ grammes;}$$

le poids correspondant du cuivre mis en liberté sera de

$$1728 \times \frac{31,8}{79,8} = 688 \text{ grammes.}$$

**305. Dépôts métalliques adhérents.** — Pour obtenir, au moyen d'un courant électrique, le dépôt adhérent d'un métal sur un objet métallique ou sur un objet non conducteur recouvert de plombagine, on prend cet objet pour cathode et l'on prend pour anode une plaque du métal à déposer. Le bain électrolytique récupère constamment sur l'anode *soluble* le métal qu'il dépose sur la cathode, en sorte que l'on n'a à faire aucune dépense de travail électrochimique; il y a, pour ainsi dire, transport pur et simple du métal de l'anode sur la cathode. Le bain fonctionne comme une résistance interposée dans le circuit de la pile et

n'exige de la source électrique que le travail  $RI^2$  correspondant à cette résistance R pour le passage du courant d'intensité I.

On appelle *densité du courant* le rapport du nombre de ses ampères au nombre des décimètres carrés de la surface de la cathode. Le choix de la densité du courant est très important, car cette densité exerce une grande influence sur la nature physique du dépôt obtenu ; en prenant d'abord une densité faible et la faisant croître graduellement, on peut obtenir successivement un dépôt à l'état cristallin, un dépôt présentant l'aspect du métal fondu et un dépôt noirâtre pulvérulent.

Les bains de Ruoltz, pour l'*argenture*, se compose d'un cyanure double de potassium et d'argent dissous dans l'eau, de manière que 30 grammes d'argent correspondent à un litre d'eau. On donne au courant une densité de  $\frac{1}{3}$  (un tiers d'ampère par décimètre carré de surface de la cathode) ; la surface de l'anode doit être à peu près égale à celle de la cathode ; la distance de ces deux électrodes ne doit pas être inférieure à un décimètre. Lorsque l'épaisseur du dépôt d'argent est devenue suffisante, soit au bout de quatre heures environ pour l'argenture d'un couvert, on lave la pièce avec de l'eau légèrement acidulée d'acide sulfurique, on l'essuie et la sèche, puis on la passe au tripoli ou au brunissement.

Pour la *dorure*, on peut employer un bain au cyanure double d'or et de potassium, contenant 2 grammes d'or par litre d'eau ; la densité du courant ne doit pas dépasser 0,8.

Pour le *cuirrage* que l'on applique beaucoup aujourd'hui au fer et à la fonte, on peut employer un bain à l'oxalate double de cuivre et d'ammoniaque pour obtenir une première couche métallique de faible épaisseur ; on a recours ensuite à un bain de sulfate de cuivre pour rendre le dépôt plus épais.

Pour le *nickelage* (particulièrement apte à rendre inaltérable la surface du fer, de l'acier, du cuivre, etc.), on peut employer un bain au sulfate double de nickel et d'ammoniaque, neutralisé par l'addition d'une quantité suffisante de carbonate d'ammoniaque.

Pour l'*étamage*, on emploie un bain au protochlorure d'étain avec addition de pyrophosphate de soude.

Les courants électriques s'emploient aussi pour obtenir des

dépôts adhérents de platine, d'aluminium, de fer, de cobalt, de molybdène, etc.

**306. Affinage des métaux.** — L'affinage électrolytique des métaux permet de les obtenir à l'état de pureté parfaite. On prend pour anode une matte du métal à affiner; le bain est une solution d'un sel de ce métal; la cathode est une plaque du même métal parfaitement pur. Le passage du courant transporte le métal pur sur la cathode, tandis que les impuretés se dissolvent ou se précipitent.

S'il s'agit, par exemple, d'affiner le *cuivre*, on emploie un bain au sulfate de cuivre; les métaux précieux et les impuretés du cuivre se précipitent en boue au fond de la cuve, tandis que le cuivre se dépose sur la cathode. MM. Eschger et Mesdach, qui ont appliqué cette méthode dans leur usine de Biache, électrolysent simultanément 20 bains associés en tension et affinent ainsi 700 kilogrammes de cuivre par vingt-quatre heures ; le dépôt est d'environ 3 millimètres par heure sur 1 200 mètres carrés de surface de cathode ; le courant électrique est fourni par une machine Gramme. La plupart des grandes usines à cuivre font aujourd'hui l'affinage par électrolyse.

L'affinage du *plomb* est pratiqué aux Etats-Unis par M. Keith. Le bain se compose d'une dissolution de sulfate de plomb dans l'acétate de soude. On obtient 10 tonnes de plomb en vingt-quatre heures au moyen d'une dynamo de douze chevaux.

L'or, l'argent et le platine, ainsi que les impuretés du cuivre et du plomb tombent en boue, au fond des cuves, pendant l'affinage de ces métaux. On recueille en conséquence, ce dépôt boueux pour le fondre et le traiter ensuite par la méthode de coupe-lation.

**307. Métallurgie de l'aluminium.** — A Stoke-on-Trent (Angleterre) on réduit les minerais d'aluminium, tels que la benxite ou le corindon, à l'état d'alliages avec le fer, le cuivre, le chrome, etc., en combinant le pouvoir réducteur du charbon avec l'action calorifique de l'arc voltaïque, par le procédé Cowles.

Pour obtenir par exemple le bronze d'aluminium, on prend 70 kilogrammes de cuivre et 40 kilogrammes de corindon; on mélange le tout avec du charbon concassé. Cette charge est placée au centre d'un fourneau spécial rectangulaire, en terre réfractaire, muni intérieurement d'un revêtement de charbon chaulé (c'est-à-dire traité par un lait de chaux très clair, ce qui empêche ce charbon de se transformer en graphite et de devenir bon conducteur); l'ouverture supérieure de ce fourneau est fermée par un couvercle percé d'orifices pour permettre le dégagement des gaz. Deux tubulures latérales en fonte, traversant deux parois opposées du fourneau, donnent passage chacune à un faisceau de 9 crayons de charbon de 65 millimètres de diamètre; ces deux faisceaux, appelés électrodes et destinés à recevoir un courant électrique intense, présentent entre leurs extrémités libres un écartement réglable à volonté, que l'on fait correspondre au centre de la charge. Sous l'influence réductrice du charbon, sous l'action du courant et par l'effet d'une élévation considérable de la température, le corindon se décompose et met en liberté son aluminium qui s'unit au cuivre pour former un bronze. Le courant électrique est fourni par une dynamo Crompton; son intensité est d'environ 5 000 ampères et la force électromotrice de la machine est d'environ 60 volts. L'opération dure une heure trois quarts, et produit 90 kilogrammes d'alliage contenant 14 p. 100 d'aluminium; en résumé, une dynamo de 400 chevaux permet d'allier au cuivre environ 7 kilogrammes d'aluminium par heure.

On peut fabriquer le bronze de silicium par un procédé analogue, en substituant le sable blanc au corindon.

M. Adolphe Minet obtient industriellement l'aluminium au moyen d'une électrolyse par voie sèche. On emploie la cryolite, fluorure double d'aluminium et de sodium dont la formule est  $3 \text{NaF} + \text{AlF}_3$ , et on lui ajoute 60 p. 100 de chlorure de sodium. Le mélange ainsi obtenu fond à 700 degrés et ne commence à se volatiliser qu'au-dessus de 1 000 degrés; si, après l'avoir mis en fusion, on le fait traverser par un courant électrique, le fluorure d'aluminium se décompose et l'aluminium se dépose à l'état liquide sur la cathode; pour ne pas électrolyser en même temps le chlorure de sodium, il faut maintenir au-dessous de 4 volts  $\frac{4}{3}$  la diffé-

rence de potentiel entre l'anode et la cathode. On place le mélange dans une cuve de fonte garnie intérieurement de plaques de charbon (formant la cathode) et scellée dans un fourneau réfractaire; l'anode est constituée par des prismes de charbon plongeant dans le mélange. Les gouttelettes d'aluminium sont recueillies dans un creuset placé sous la cuve.

Plus récemment, M. Minet a fait par fusion ignée l'électrolyse du silicium.

**303. Soudure électrique.** — M. Bernardos a résolu le problème de la soudure électrique en utilisant la température très élevée de l'arc voltaïque, température qui peut dépasser 4 000 degrés. On peut ainsi souder ensemble le fer, l'acier, la fonte et le cuivre. S'agit-il, par exemple, de souder bout à bout deux barres de fer à section carrée, on laissera entre leurs bords un espace égal à leur épaisseur; on mettra sous les bouts une plaque en coke et on remplira le vide avec des morceaux de fer; le conducteur du pôle positif de la machine sera fixé à l'une des barres, tandis que l'extrémité du conducteur négatif (terminé par un charbon muni d'une poignée isolante) pourra être à volonté approchée ou éloignée du point à souder; en appliquant un instant la pointe de ce charbon sur un des bords à souder et l'écartant légèrement ensuite, on provoquera la production de l'arc voltaïque et la soudure se fera par fusion du métal.

Si deux barres de fer que l'on veut souder en longueur sont disposées de manière que leurs bouts se touchent et soient pressés l'un contre l'autre, un courant suffisamment intense passant dans ces barres pourra, à cause de la résistance du contact imparfait, produire en ce point la température du blanc soudant; si l'on rompt alors le circuit électrique, les deux barres se trouveront soudées bout à bout. Tel est le principe du procédé de M. E. Thomson pour la soudure électrique. Ce procédé actuellement exploité par la Thomson Electric Welding Company, permet notamment de souder des tiges cassées sans altérer ni leur forme ni leur longueur; il peut être employé pour souder entre eux deux métaux de nature différentes; il paraît susceptible de recevoir beaucoup d'applications diverses. M. Bramwell a fait connaître à la Société Royale de

Londres que l'on a pu, par le procédé Thomson, souder en trois heures 80 barres de fer rond de 29 millimètres de diamètre, en sorte qu'il n'a fallu que 2 minutes  $\frac{1}{4}$  par soudure. Les appareils Thomson fonctionnaient en public à l'Exposition Universelle de 1889.



## TABLE DES MATIÈRES

PRÉMIÈRE PARTIE	
THÉORIE MÉCANIQUE DU MAGNÉTISME ET DE L'ÉLECTRICITÉ	
CHAPITRE PREMIER	
LES UNITÉS CONCRÈTES EN MÉCANIQUE	
1 Mesure d'une grandeur . . . . .	3
2 Unités géométriques . . . . .	3
3 Unités cinématiques . . . . .	4
4 Unités mécaniques . . . . .	5
5 Choix des unités fondamentales . . . . .	6
6 Système CGS. . . . .	6
7 Equivalence de la chaleur et du travail. . . . .	7
8 Utilité des notations symboliques. . . . .	7
CHAPITRE II	
LES ACTIONS MAGNÉTIQUES	
9 Loi de Coulomb . . . . .	9
10 Potentiel de l'action mutuelle . . . . .	11
11 Energie potentielle d'un système de masses magnétiques. . . . .	13
12 Potentiel d'un champ magnétique . . . . .	14
13 Lignes et tubes de force. . . . .	18
14 Théorème de Green. . . . .	21
15 Application aux tubes de force. . . . .	23
16 Equations de Poisson et de Laplace. . . . .	23

## CHAPITRE III

## CONSTITUTION DES AIMANTS

17 Pôles, axe et moment magnétique. . . . .	25
18 Aimant infiniment petit. . . . .	26
19 Constitution d'un aimant quelconque. . . . .	27
20 Aimantation uniforme . . . . .	29
21 Couche de glissement. . . . .	30
22 Potentiel d'un aimant uniforme . . . . .	31
23 Conditions pour que la force intérieure devienne constante. . . . .	31
24 Filet solénoïdal . . . . .	34
25 Aimant solénoïdal. . . . .	35
26 Feuillet magnétique . . . . .	37
27 Energie relative d'un aimant dans un champ magnétique . . . . .	39
28 Application aux feuillets magnétiques. . . . .	41
29 Force magnétique à l'intérieur d'un aimant. . . . .	42
30 Induction . . . . .	44
31 Unités magnétiques. . . . .	46
32 Aimant terrestre . . . . .	47

## CHAPITRE IV

## AIMANTATION PAR INFLUENCE

33 Hypothèse de Poisson et théorie. . . . .	49
34 Energie potentielle d'un aimant temporaire. . . . .	51
35 Aimantation uniforme. . . . .	53
36 Cylindre très allongé . . . . .	54
37 Variabilité du coefficient d'aimantation. . . . .	55
38 Perméabilité magnétique . . . . .	56
39 Aimants permanents . . . . .	57
40 Aimant uniforme . . . . .	58
41 Barreau très allongé . . . . .	59
42 Action démagnétisante. . . . .	59
43 Mouvement d'un petit corps dans un champ magnétique. . . . .	60
44 Force portante d'un aimant. . . . .	61
45 Imperfection de la théorie . . . . .	61

## CHAPITRE V

## ÉLECTRICITÉ STATIQUE

46 Loi de Coulomb et champ électrique. . . . .	63
47 Maximum et minimum du potentiel. . . . .	64
48 Origine et extrémité d'une ligne de force. . . . .	65
49 Surfaces formées à potentiel constant . . . . .	65

## TABLE DES MATIÈRES

585

50 Equilibre électrique d'un conducteur . . . . .	66
51 Force électrique près de la surface. . . . .	67
52 Pression électrostatique. . . . .	66
53 Application à un conducteur sphérique. . . . .	68
54 Electrisation par influence. . . . .	69
55 Théorème de Poisson . . . . .	70
56 Tube de force limité à deux conducteurs. . . . .	70
57 Problème général de l'équilibre. . . . .	71
58 Capacité d'un conducteur. . . . .	74
59 Energie des conducteurs électrisés. . . . .	75
60 Condensateurs . . . . .	77
61 Batteries électriques. . . . .	79
62 Unités électriques . . . . .	82
63 Les diélectriques. . . . .	83

## CHAPITRE VI

### LES COURANTS ÉLECTRIQUES

64 Electricité en mouvement. . . . .	86
65 Flux d'électricité . . . . .	87
66 Loi d'Ohm pour les conducteurs linéaires. . . . .	88
66 Lois de Kirchhoff. . . . .	90
68 Circuits multiples . . . . .	91
69 Conducteur plan indéfini . . . . .	92
70 Electricité calculatrice . . . . .	94
71 Loi de Joule. . . . .	96
72 Unités CGS et unités pratiques. . . . .	97
73 Variation de la résistance avec la température . . . . .	98
74 Effets Peltier et Thomson . . . . .	99

## CHAPITRE VII

### ÉLECTRO-MAGNÉTISME

75 Champ magnétique d'un courant . . . . .	102
76 Loi de Laplace. . . . .	103
77 Généralisation . . . . .	105
78 Action d'un courant rectiligne indéfini. . . . .	106
79 Potentiel magnétique d'un courant . . . . .	108
80 Plusieurs courants indéfinis parallèles . . . . .	111
81 Electro-magnétisme calculateur . . . . .	114
82 Potentiel magnétique d'un courant fermé. . . . .	116
83 Equivalence d'un courant fermé et d'un feuillet magnétique . . . . .	118
84 Cylindre électro-magnétique. . . . .	121
85 Tore électro-magnétique . . . . .	122
86 Aimantation par les courants. . . . .	124
87 Unités électro-magnétiques . . . . .	126
88 Energie relative d'un courant fermé dans un champ magnétique. . . . .	129

## CHAPITRE VIII

## ÉLECTRO-DYNAMIQUE

89 Loi d'Ampère . . . . .	431
90 Action d'un courant fermé sur un élément de courant . . . . .	433
91 Nouvelle équivalence du courant et du feuillet . . . . .	435
92 Energie mutuelle de deux courants fermés . . . . .	437
93 Energie intrinsèque d'un courant . . . . .	440
94 Formule de Weber. . . . .	441
95 Théorie du magnétisme d'Ampère . . . . .	443

## CHAPITRE IX

## LES COURANTS INDUITS

96 Courant induit d'intensité constante . . . . .	444
97 Quantité d'électricité induite. . . . .	446
98 Coupure du flux par le circuit. . . . .	446
99 Self-induction et extra-courant . . . . .	449
100 Courant induit alternatif . . . . .	452
101 Système de deux courants voisins . . . . .	453
102 Coefficients d'induction. . . . .	457
103 Unité symbolique. . . . .	459
104 Décharge d'un condensateur. . . . .	459
105 Courants induits dans les conducteurs non linéaires. . . . .	462
106 Courant de Foucault . . . . .	464

## DEUXIÈME PARTIE

## MESURES ÉLECTRIQUES

## CHAPITRE PREMIER

## MESURE DES MOMENTS MAGNÉTIQUES

107 Magnétomètre . . . . .	469
----------------------------	-----

## CHAPITRE II

## MESURE DES POTENTIELS ÉLECTROSTATIQUES

108 Electroscope. . . . .	469
109 Electromètre absolu . . . . .	470
110 Electromètre à quadrants. . . . .	472
111 Voltmètre électrostatique. . . . .	475

TABLE DES MATIÈRES

587

CHAPITRE III

MESURE DE L'INTENSITÉ D'UN COURANT

112 Galvanomètre . . . . .	477
113 Galvanomètre des tangentes. . . . .	478
114 Galvanomètre de sir W. Thomson . . . . .	482
115 Emploi des schunts. . . . .	483
116 Galvanomètres différentiels . . . . .	484
117 Galvanomètre apériodique de Deprez et d'Arsonval . . . . .	483
118 Galvanomètre à mercure de M. Lippmann. . . . .	488
119 Ampèremètre de Deprez. . . . .	490
120 Ampèremètre de sir W. Thomson . . . . .	492
121 Electro-dynamomètre de Siemens . . . . .	494

CHAPITRE IV

MESURE DES DÉCHARGES INSTANTANÉES ET DES CAPACITÉS

122 Méthode du galvanomètre balistique. . . . .	497
123 Capacité d'un condensateur. . . . .	499
124 Étalons de capacité. . . . .	200

CHAPITRE V

MESURE DES RÉSISTANCES

125 Détermination de l'ohm. . . . .	201
126 Étalons de résistance. . . . .	202
127 Rhéostats . . . . .	204
128 Boîtes de résistance . . . . .	205
129 Pont de Wheatstone. . . . .	206
130 Pont à corde. . . . .	208
131 Résistance des métaux et alliages usuels . . . . .	209

CHAPITRE VI

MESURE DES FORCES ÉLECTROMOTRICES

132 Méthode de la grande résistance. . . . .	211
133 Voltmètre de Cardew. . . . .	212

CHAPITRE VII

MESURE DES COEFFICIENTS DE SELF-INDUCTION

134 Méthode de Maxwell et Rayleigh. . . . .	215
135 Étalon de self-induction. . . . .	217
136 Mesure par comparaison . . . . .	217

## TROISIÈME PARTIE

## PILES — ACCUMULATEURS — MACHINES ÉLECTROSTATIQUES

## CHAPITRE PREMIER

PHÉNOMÈNES THERMO-ÉLECTRIQUES, ÉLECTRO-CHIMIQUES  
ET ÉLECTRO-CAPILLAIRES

137 Forces électromotrices de contact . . . . .	220
138 Origine des courants thermo-électriques . . . . .	224
139 Courants voltaïques . . . . .	223
140 Pile à colonne de Volta. . . . .	224
141 Electrolyse . . . . .	225
142 Polarisation des électrodes . . . . .	227
143 Phénomènes électro-capillaires . . . . .	228
144 Electromètre de M. Lippmann. . . . .	229

## CHAPITRE II

## PILES PRIMAIRES

145 Piles hydro-électriques . . . . .	230
146 Résistance intérieure d'une pile . . . . .	231
147 Piles Daniell, Callaud et Trouvé. . . . .	232
148 Pile Bunsen . . . . .	235
149 Pile Poggendorff et Grenet . . . . .	235
150 Piles Leclanché . . . . .	236
151 Pile Warren de la Rue . . . . .	237
152 Utilisation des sous-produits . . . . .	238
153 Groupement des éléments d'une pile. . . . .	240
154 Piles thermo-électriques . . . . .	242

## CHAPITRE III

## ACCUMULATEURS OU PILES SECONDAIRES

155 Pile à gaz de Grove. . . . .	247
156 Découverte de Planté. . . . .	248
157 Théorie des accumulateurs . . . . .	249
158 Accumulateurs du système Planté. . . . .	250
159 Accumulateurs Faure-Sellon-Volkmar. . . . .	252
160 Autres accumulateurs du genre Faure. . . . .	256
161 Renseignements pratiques. . . . .	258
162 Accumulateurs au cuivre . . . . .	259

## TABLE DES MATIÈRES

589

## CHAPITRE IV

## MACHINE ÉLECTROSTATIQUE

163 Remplacement des machines à frottement par les machines à influence . . . . .	261
164 Replenisher de Thomson . . . . .	261
165 Machine de Wimshurst . . . . .	262

## QUATRIÈME PARTIE

## MACHINES DYNAMOS ÉLECTRIQUES GÉNÉRATRICES

## CHAPITRE PREMIER

## LE CIRCUIT INDUIT

166 Considérations préliminaires . . . . .	266
167 Formule fondamentale . . . . .	266
168 Spire mobile dans un champ magnétique. . . . .	268
169 Bobine composée de plusieurs spires . . . . .	272
170 Deux bobines symétriques. . . . .	279
171 Captage d'un courant alternatif . . . . .	281
172 Redressement du courant . . . . .	282
173 Bobines disposées en polygone régulier . . . . .	283
174 Captage d'un courant continu . . . . .	285
175 Induits multipolaires. . . . .	288
176 Captage d'un courant alternatif . . . . .	290
177 Captage d'un courant continu . . . . .	294
178 Bobinage binaire . . . . .	299
179 Bobinage en polygone étoilé . . . . .	303
180 Induits à disque. . . . .	305

## CHAPITRE II

## LE CIRCUIT MAGNÉTIQUE INDUCTEUR

181 Création du champ magnétique . . . . .	308
182 Etude expérimentale de l'aimantation temporaire . . . . .	312
183 Circuit magnétique . . . . .	318
184 Mesure du flux d'induction . . . . .	324
185 Inducteur bipolaire en fer à cheval . . . . .	325
186 Courbe du magnétisme . . . . .	327
187 Méthode de calcul du rapport des flux . . . . .	328
188 Circuit avec induit annulaire . . . . .	329
189 Excitation de l'inducteur . . . . .	330
190 Réaction de l'induit sur le champ magnétique . . . . .	331
191 Formes diverses des inducteurs . . . . .	332

## CHAPITRE III

## MACHINES A COURANTS CONTINUS

§ 1. — *Machines Gramme et congénères.*

192 Force électromotrice de la machine. . . . .	335
193 Machine Gramme . . . . .	336
194 Machines de la maison Bréguet . . . . .	344

§ 2. — *Machines à anneau plat.*

195 Machine Victoria . . . . .	344
196 Force électromotrice. . . . .	345
197 Machines Gölcher. . . . .	346
198 Machines Fabius Henrion . . . . .	348

§ 3. — *Machines Siemens et congénères.*

199 Force électromotrice de la machine. . . . .	348
200 Machines Siemens. . . . .	349
201 Machines Edison . . . . .	353
202 Machines Weston . . . . .	357
202 bis Machine Rechniewski . . . . .	358

§ 4. — *Machines à disque.*

203 Induit Desroziers . . . . .	359
204 Machine Desroziers. . . . .	364
205 Force électromotrice. . . . .	366

§ 5. — *Machines diverses.*

206 Machine Elphinstone-Vincent . . . . .	367
207 Machine Lontin . . . . .	368

§ 6. — *Etude générale des machines à courant continu.*

208 Comparaison des divers systèmes d'induit . . . . .	369
209 Angle de calage . . . . .	370
210 Réactions d'induit. . . . .	371
211 Inducteurs . . . . .	371
212 Entrefers . . . . .	373
213 Courbes du magnétisme. . . . .	373
214 Perte en volts due à l'induit . . . . .	374
215 Machines excitées en série . . . . .	375
216 Excitation en dérivation. . . . .	377
217 Excitation compound. . . . .	378
218 Puissances électriques . . . . .	382
219 Rendement industriel . . . . .	383
220 Calcul d'une machine. . . . .	384
221 Réglage des machines . . . . .	390

TABLE DES MATIÈRES

591

CHAPITRE IV

MACHINES A COURANTS REDRESSÉS

222 Machine Brush . . . . .	392
223 Machine Thomson-Houston . . . . .	396

CHAPITRE V

MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS

224 Considérations préliminaires . . . . .	402
225 Courbes de puissance. . . . .	404
226 Courbes d'intensité . . . . .	406
227 Chute de potentiel aux bornes. . . . .	407
228 Résistance d'un conducteur pour les courants alternatifs . . . . .	407
229 Influence du fer dans l'induit. . . . .	408
230 Machine magnéto-électrique de Méritens . . . . .	409
231 Alternateurs à disque (Wilde, Siemens, Ferranti, Mordey) . . . . .	414
232 Alternateurs à anneau Gramme . . . . .	419
233 Alternateurs à tambour (Zipernowski, Westinghouse). . . . .	420
234 Caractéristiques des alternateurs . . . . .	422
235 Influence du fer sur la self-induction . . . . .	424
236 Puissance et rendement. . . . .	426
237 Régulation des alternateurs . . . . .	427
238 Couplage des alternateurs . . . . .	430

CINQUIÈME PARTIE

TRANSPORT, DISTRIBUTION ET TRANSFORMATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

CHAPITRE PREMIER

CANALISATIONS ÉLECTRIQUES

239 Conducteurs électriques. . . . .	437
240 Lignes aériennes . . . . .	441
241 Lignes souterraines . . . . .	443
242 Mesure de l'isolation d'un conducteur . . . . .	444
243 Section à donner aux conducteurs . . . . .	446
244 Canalisations à l'intérieur des maisons. . . . .	448
245 Coupe-circuits . . . . .	449
246 Surveillance de l'isolation . . . . .	450
247 Parafoudres . . . . .	455

## CHAPITRE II

## DISTRIBUTIONS ÉLECTRIQUES

248 Nature du problème . . . . .	452
249 Distribution en série. . . . .	452
250 Distribution en boucle . . . . .	453
251 Distribution en dérivation . . . . .	454
252 Distribution par feeders. . . . .	456
253 Distributions mixtes . . . . .	457
254 Distribution à conducteurs multiples . . . . .	457
255 Emploi des accumulateurs . . . . .	459
256 Renseignements pour l'étude des projets . . . . .	461

## CHAPITRE III

## TRANSFORMATEURS

257 Principe des transformateurs. . . . .	463
258 Théorie des transformateurs. . . . .	466
259 Influence d'un noyau de fer . . . . .	469
260 Transformateur Gaulard . . . . .	472
261 Transformateur Zipernowski . . . . .	474
262 Transformateur Westinghouse . . . . .	476
263 Transformateur Ferranti . . . . .	477
264 Rendement industriel . . . . .	477
265 Bobines d'induction . . . . .	479
266 Economie réalisée sur les câbles conducteurs . . . . .	481
267 Emploi des transformateurs dans les distributions électriques. . . . .	482

## CHAPITRE IV

## ÉLECTROMOTEURS

268 Réversibilité des dynamos à courants continus. . . . .	486
269 Théorie des électromoteurs excités en série. . . . .	488
270 Rendement industriel . . . . .	490
271 Précautions à prendre pour le démarrage . . . . .	492
272 Fonctionnement de l'électromoteur . . . . .	492
273 Excitation en dérivation. . . . .	493
274 Excitation compound . . . . .	496
275 Renversement de marche . . . . .	497
276 Transformateurs à courant continu. . . . .	499
277 Compensateurs de tension Thomson. . . . .	500
278 Electromoteurs à courants alternatifs . . . . .	501
279 Moteur Zipernowski . . . . .	509
280 Moteur Tesla. . . . .	511

TABLE DES MATIÈRES

593

**SIXIÈME PARTIE**

**UTILISATION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE**

**CHAPITRE PREMIER**

LUMIÈRE ÉLECTRIQUE

281 Arc voltaïque . . . . .	516
282 Expériences sur l'incandescence du charbon. . . . .	517
283 Lampes à incandescence. . . . .	525
284 Lampes à arc voltaïque. . . . .	529
285 Bougies Jablochkoff . . . . .	535
286 Lampes à incandescence dans l'air . . . . .	536
287 Qualités spéciales de l'éclairage électrique. . . . .	536
288 Projecteurs Mangin . . . . .	537
289 Eclairage des villes . . . . .	539
290 Prix de revient de l'éclairage électrique . . . . .	546
291 Eclairage des voitures de chemins de fer. . . . .	549
292 Eclairage des mines . . . . .	551
293 Compteurs électriques . . . . .	553

**CHAPITRE II**

TRANSMISSION ÉLECTRIQUE DE LA PUISSANCE MÉCANIQUE

294 Coup d'œil historique . . . . .	555
295 Considérations théoriques . . . . .	558
296 Calcul d'une transmission . . . . .	560
297 Emploi des courants alternatifs . . . . .	563
298 Observations générales . . . . .	564

**CHAPITRE III**

TRACTION ÉLECTRIQUE

299 Accumulateurs et machines fixes . . . . .	565
300 Traction par accumulateurs . . . . .	566
301 Traction par transmission électrique . . . . .	569
302 Avantages spéciaux des moteurs électriques. . . . .	571

TRAITÉ PRATIQUE D'ÉLECTRICITÉ.

38

## CHAPITRE IV

## ÉLECTROMÉTALLURGIE

303 Objet de l'électrométallurgie . . . . .	573
304 Lois de l'électrolyse . . . . .	574
305 Dépôts métalliques adhérents. . . . .	576
306 Affinage des métaux. . . . .	578
307 Métallurgie de l'alluminium . . . . .	578
308 Soudure électrique . . . . .	580

## ERRATA

- Page 30 ligne 14 Au lieu de : —  $\varepsilon$ , lisez :  $\varepsilon$
- 33, — 12 —  $\frac{4 - e^2}{2}$ , —  $\frac{1 - e^2}{2e^2}$
- 63, — 31 —  $c'$ , —  $\frac{c'}{c}$
- 142, — 12 —  $\varphi^2$ , —  $\varphi_2$
- 150, — 22 —  $(1 - e^{-\frac{R_1}{L}})$ , lisez :  $(1 - e^{-\frac{R_1}{L}})$
- 151, — 12 —  $L \frac{dI}{dt}$ , lisez  $L \frac{dI}{dt}$
- 157, — 26 Supprimer les mots *par unité de longueur.*
- 158, — 7 Au lieu de :  $n'$ , lisez :  $n'_1$
- 158, — 9 —  $4\pi n_1 n' S$ , —  $4\pi n_1 n'_1 S$
- 224, — 1 —  $I_2$ , —  $I^2$
- 225, — 4 — certains — contraires
- 285, — 15 — H et R — H et K
- 289, — 23 —  $2n$ , —  $2m$
- 345, dernière ligne Au lieu de :  $10^-$ , —  $10^-8$
- 386, ligne 5 — ferment, — forment
- 409, — 8 Supprimer le mot *arc* qui commence cette ligne.
- 423, — 4 au lieu de : I, lisez  $I_m$
- 468, Dans la seconde des formules (6), au lieu de :  $R'I$ , lisez :  $R'I'$
- 492, ligne 4 Au lieu de  $\frac{E}{r}$  lisez  $\frac{E}{r}$

ÉVREUX, IMPRIMERIE DE CHARLES HÉRISSEY

