http://cnum.cnam.fr
Conservatoire numérique des Arts & Métiers

Titre général : Cours d'électricité et de magnétisme
Auteur : Piérard, Émile
Titre du volume :

Mots-clés : Électricité ; Magnétisme
Description : 1 vol. (403 p.) ; 25 cm
Adresse : Bruxelles : Ramlot : Paris : Dunod et Pinat, 1913
Cote de l'exemplaire : 8 Ca 398.1

URL permanente : http://cnum.cnam.fr/redir?8CA398.1

La reproduction de tout ou partie des documents pour un usage personnel ou d'enseignement est autorisée, à condition que la mention complète de la source (*Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique http://cnum.cnam.fr*) soit indiquée clairement. Toutes les utilisations à d'autres fins, notamment commerciales, sont soumises à autorisation, et/ou au règlement d'un droit de reproduction.

You may make digital or hard copies of this document for personal or classroom use, as long as the copies indicate *Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique http://cnum.cnam.fr*. You may assemble and distribute links that point to other *CNUM* documents. Please do not republish these PDFs, or post them on other servers, or redistribute them to lists, without first getting explicit permission from *CNUM*.

PDF créé le 27/9/2012

COURS

d'Electricité et de Magnétisme

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Imp. H. Vaillant-Carmanne (s. a.), Liége.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

8° Ca 398 bis

COURS
D'ÉLECTRICITÉ & DE MAGNÉTISME

PAR

EMILE PIERARD,

INGÉNIEUR HONORAIRE DES MINES,
INGÉNIEUR-ÉLECTRICIEN SORTI DE L'INSTITUT MONTEFIORE,
INGÉNIEUR EN CHEF,
DIRECTEUR D'ADMINISTRATION AU MINISTÈRE DES TÉLÉGRAPHES BELGES,
PROFESSEUR A L'UNIVERSITÉ LIBRE DE BRUXELLES.

TOME I.

THÉORIES GÉNÉRALES

Electrostatique. — Magnétisme.
Electromagnétisme. — Unités. — Courant alternatif. —
Mesures. — Représentations vectorielles et symboliques
des courants alternatifs.

BIBLIOTHÈQUE
DU CONSERVATOIRE NATIONAL
des ARTS & MÉTIERS
N° du Catalogue 8° Ca 398 bis
Prix 17 fr 60 (3 vol)
Entrée, le 20 décembre 1913

Prix : ONZE francs

RAMLOT,
25, rue Grétry, 25
BRUXELLES

DUNOD & PINAT,
49, Quai des Grands Augustins, 49
PARIS

1913

CONSERVATOIRE N.al DES ARTS-&-MÉTIERS ★ Bibliothèque

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

DU MÊME AUTEUR :

La Téléphonie. 3me édition.

T. I. Les lignes téléphoniques. In-8°, 254 pages, 174 figures dans le texte. Prix. . . . fr. **7,50**

T. II. Appareils, commutateurs, tables standards, in-8°, 334 pages, 327 figures dans le texte. Prix. . . . fr. **7,50**

La destruction du bureau central des téléphones d'Anvers et le rétablissement provisoire des installations. 2me édition. Brochure raisin de 32 pages, avec 24 figures dans le texte. Prix. . fr. **1**

Cette brochure donne, notamment, le schéma des connexions qui ont permis de raccorder les tables bifilaires à batterie centrale, destinées au nouveau réseau d'Anvers, à l'ancien réseau à simple fil, ne possédant que des postes à magnéto et bobine d'induction.

Les grandes étapes de la Science électrique. 2me édition. Brochure raisin, in-8°, 27 pages, avec 23 figures dans le texte. Prix. fr. . **1**

EN VENTE CHEZ

RAMLOT, 25, rue Grétry, 25 BRUXELLES	DUNOD & PINAT, 49, Quai des Grands Augustins, 49 PARIS

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

PRÉFACE.

Cette troisième édition du tome I de notre Cours a été assez bien augmentée. Nous y avons ajouté notamment, les retirant du tome II, la représentation vectorielle et le calcul par les imaginaires des courants alternatifs, estimant qu'ils rentraient mieux dans le cadre de ce premier livre beaucoup plus théorique que le second.

En outre nous avons, dans l'emploi des symboles des grandeurs électriques et magnétiques, tenu compte, autant que possible, des recommandations de la **Commission électrotechnique internationale,** *dont les dernières assises ont eu lieu fin août à Berlin, mais dont le texte des discussions et décisions n'a pas encore paru.*

Il en résultera une certaine divergence de notations entre le tome I et le tome II de notre Cours, divergences inévitables, que nous espérons pouvoir combler dans un avenir pas trop lointain.

Nous remercions M. l'ingénieur Drumaut d'avoir bien voulu nous assister dans la révision des épreuves.

E. P.

Octobre 1913.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE I.

Généralités. — Unités fondamentales et dimensions.

Matière et énergie. Leur indestructibilité. — Le monde extérieur se manifeste à nos sens par la *matière* et l'*énergie* que celle-ci est capable d'acquérir : énergie *mécanique*, s'il s'agit de masses en mouvement; énergie *thermique* si des phénomènes calorifiques sont en jeu; énergie *chimique*, s'il s'agit de modifications de composition ; énergie *électrique*, si dans les phénomènes étudiés l'électricité intervient.

Les anciens avaient établi le principe de l'*indestructibilité de la matière*; les modernes ont démontré que le même principe s'applique à l'énergie : *rien ne se perd, rien ne se crée dans la nature.*

Transformation de l'énergie. — Les diverses espèces d'énergies peuvent se transformer l'une dans l'autre. Par exemple l'énergie mécanique d'une roue hydraulique en mouvement peut être transformée, par l'intermédiaire de *générateurs* appropriés, en énergie électrique, laquelle, envoyée dans des *récepteurs*, pourra se manifester par des phénomènes calorifiques et lumineux dans les lampes électriques ; par des effets chimiques dans des cuves électrolytiques; par des effets mécaniques dans des électromoteurs.

La caractéristique de l'énergie électrique est de se prêter, avec la plus grande aisance, à toutes les transformations et surtout à la distribution et au transport à longue distance de l'énergie, en n'exigeant qu'une installation simple et peu coûteuse, représentée par quelques fils métalliques.

Mesure de l'énergie. — Pour se rendre compte des diverses grandeurs énergétiques, il faut pouvoir les comparer, trouver leurs rapports, les mesurer.

Nous nous occuperons d'abord des grandeurs mécaniques.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Elles sont en effet les plus usuelles et se présentent à chaque pas dans le domaine de l'électricité.

Évaluation des grandeurs. Mesures directes et indirectes. — L'évaluation d'une grandeur quelconque ne peut se faire qu'en adoptant des unités, dont le rapport à cette grandeur donne la mesure de celle-ci.

Par exemple pour mesurer une longueur, on prend l'unité de longueur et on la porte bout à bout entre les extrémités de la longueur à mesurer. On a effectué ainsi une mesure *directe* ou *relative*.

S'il s'agit d'une surface ou d'un volume, la mesure directe au moyen de l'unité est impossible. On doit alors recourir à une mesure *indirecte* ou *absolue*, en utilisant les propriétés géométriques existant entre les côtés (que l'on peut mesurer directement) et la forme de la surface ou du volume. Pour un cube, par exemple, la géométrie nous apprend que son volume est égal au cube de son côté. La mesure de ce volume se ramène par conséquent à celle d'une longueur.

Grandeurs mécaniques fondamentales. Système C. G. S. — En parcourant le domaine de la mécanique, on constate que toutes les mesures peuvent se ramener notamment à l'évaluation des trois grandeurs fondamentales : la longueur, la masse, le temps, que l'on représente par les symboles L, M, T.

Leurs unités sont, pour les physiciens: le *centimètre*, la *masse du gramme*, la *seconde*.

L'unité de longueur, le centimètre est la billionième partie du quadrant terrestre et la centième partie du mètre, dont l'étalon est conservé à l'établissement international de Sèvres.

La masse du gramme est représentée sensiblement par celle d'un centimètre cube d'eau distillée au maximum de densité, soit à 4° C. C'est la millième partie du kilogramme étalon également conservé à Sèvres.

La seconde est la 86 400me partie du jour solaire moyen.

Ces unités sont représentées par les symboles $[L]$, $[M]$, $[T]$, et la désignation du système dont elles forment la base a été tirée des initiales de leurs noms.

Remarque. — On prenait naguère, au lieu de la *masse* du gramme, le gramme-*force* ou gramme-poids comme unité fonda-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mentale. On a abandonné ce système, parce que d'une part, le gramme-poids n'est pas une unité invariable et, d'autre part, parce que la notion de masse caractérise mieux la matière que la notion de force, laquelle ne la caractérise que très indirectement.

Relation entre la valeur numérique et la grandeur de l'unité employée. — Les quantités que l'on a à mesurer en fonction des unités, sont représentées par leur rapport numérique à ces unités, ou par le nombre de fois qu'elles les contiennent.

Un temps exprimé en secondes se représente par $t\,[T]$. Si l'on adopte une autre unité $[T']$, la même quantité s'exprimera par $t'\,[T'] = t\,[T]$

$$\text{d'où } \frac{t'}{t} = \frac{[T]}{[T']}$$

et l'on voit que *la valeur numérique d'une quantité est en raison inverse de la grandeur de l'unité employée.*

Le simple raisonnement montre qu'il doit en être ainsi. Si par exemple on adopte une unité de longueur deux fois plus grande, comme elle est contenue deux fois moins dans une longueur donnée, la valeur numérique de celle-ci se trouvera nécessairement réduite de moitié.

Unités dérivées. Equations de dimensions. — Les unités fondamentales servent à exprimer toutes les autres quantités appelées pour cette raison *quantités dérivées*. La fonction qui les relie porte le nom d'*équation de dimensions*. Cette fonction étant connue, permet de déduire des *unités dérivées* qui serviront à supputer les grandeurs dérivées.

Par exemple l'équation de dimensions pour le volume d'un cube de côté c est

$$V = kc^3.$$

Le facteur k est arbitraire et varie avec les unités choisies pour c et V. Si, par exemple, c est exprimé en décimètres et V en mètres cubes, $k = 1/1000$.

Dans le système C. G. S., si $c = 1$ cm, $V = k$. k est donc le volume d'un cube ayant 1 cm de côté; c'est l'unité dérivée de volume. Cette unité admise, $V = c^3$ cm^3, c étant exprimé en cm.

Changement d'unités dérivées. L'équation

$$[V] = [L^3]$$

est l'équation de dimensions de l'unité dérivée de volume.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Cette équation permet de déterminer aisément ce que devient l'unité dérivée quand on change d'unité fondamentale. Adoptons une autre unité de longueur $[L_1]$ et cherchons quel sera le rapport de la nouvelle unité de volume $[V_1]$ qui en dérive, au centimètre cube. On aura également, la relation précédente étant générale,

$$[V_1] = [L_1^3]$$

d'où, en divisant de part et d'autre,

$$\frac{[V_1]}{[V]} = \frac{[L_1^3]}{[L^3]}.$$

Si par exemple nous adoptons comme unité de longueur le mètre, c'est-à-dire si $L_1 = 100\,L$, on aura

$$\frac{[V_1]}{[V]} = \frac{[(100L)^3]}{[L^3]} = 1\,000\,000.$$

ou

$$[V_1] = 10^6\,[V].$$

La nouvelle unité dérivée, le mètre cube, vaut donc un million de fois le centimètre cube.

Réciproquement quel est le rapport entre le mètre et le centimètre étant donné qu'un $m^3 = 10^6\ cm^3$?

$$\left[\frac{V_1}{V}\right] = 10^6 = \frac{[L_1^3]}{[L^3]} = \text{D'où } \frac{L_1}{L} = 10^2.$$

Le mètre vaut donc 100 cm.

Multiples et sous-multiples. — En plus des multiples et sous-multiples du système métrique : myria, kilo, hecto, déci, centi, milli, on emploie les préfixes *meg* ou *méga* (M) pour indiquer un million de fois plus grand et *micr* ou *micro* (μ) qui veut dire un million de fois plus petit.

Principales quantités et unités dérivées géométriques et mécaniques. — Surface S, s. — Une surface plane à côtés rectilignes se mesure par le produit de deux grandeurs $s = kab$, k étant un coefficient numérique. Equation de dimensions :

$$[S] = [L] \times [L] = [L^2].$$

L'unité de surface est le centimètre carré. L'unité usuelle la plus employée est le mètre carré.

Volume V. — Equation de dimensions

$$[V] = [L^3].$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'unité de volume est le centimètre cube ; unité usuelle, le mètre cube.

ANGLE (α, β,..). — Un angle se mesure par le rapport de l'arc de cercle décrit de son sommet comme centre et intercepté entre ses côtés, au rayon du cercle.

$\alpha = kl/r$; l et r étant toutes deux des longueurs, c'est donc un simple rapport numérique ; un angle n'a pas de dimensions. *L'angle unité, appelé radian, est celui pour lequel l'arc est égal au rayon.*

La longueur de la circonférence étant $2\pi r$, l'angle auquel elle correspond est en radians

$$\alpha = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ radians.}$$

Les unités pratiques sont le degré, la minute, la seconde. On a

$$2\pi \text{ radians} = 360^{o}$$

d'où
$$1 \text{ radian} = \frac{360}{2\pi} = 57^{o}\ 17'\ 44''$$

et
$$1^{o} = \frac{2\pi}{360} \text{ radian} = 0{,}01746 \text{ radian.}$$

VITESSE (v). — La vitesse d'un mobile animé d'un mouvement uniforme se mesure par l'espace parcouru en l'unité de temps. C'est donc le quotient de l'espace parcouru par le temps correspondant. $v = kl/t$. Si l et t sont égaux à l'unité, $v = k$. k représente la vitesse d'un mobile parcourant l'unité de longueur pendant l'unité de temps. C'est l'unité de vitesse. Dimensions :

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [LT^{-1}].$$

L'unité C. G. S. *de vitesse est celle d'un mobile parcourant un centimètre par seconde* ($cm : s$).

Les unités pratiques sont : le mètre par seconde ($m : s$), le mètre par minute ($m : m$) et le kilomètre par heure ($km : h$).

VITESSE ANGULAIRE (ω). — La vitesse angulaire d'un mobile tournant d'un mouvement uniforme autour d'un axe est le déplacement angulaire par unité de temps. $\omega = k\alpha/t$. k représente la vitesse angulaire d'un mobile tournant de l'unité d'angle dans l'unité de temps. C'est l'unité de vitesse angulaire.

$$[\omega] = \frac{[\alpha]}{[T]} = [\alpha]\,[T^{-1}].$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'unité d'angle étant le radian, *l'unité de vitesse angulaire est celle d'un corps tournant d'un radian par seconde.*

Les unités pratiques sont le *tour par seconde* ($t : s$) et le *tour par minute* ($t : m$).

1 tour par seconde $= 2\pi$ radians par seconde,

1 » » minute $= 2\pi/60 = 0{,}1047$ radian par seconde.

Un axe faisant n tours en t minutes, possède une vitesse angulaire de $n.2\pi/60.t$ radians par seconde.

Accélération (a). Dans le mouvement uniforme, la vitesse reste constante. Il n'en est plus de même dans le mouvement varié. En particulier, on appelle *accélération dans le mouvement rectiligne uniformément varié, le quotient de l'accroissement de vitesse par l'accroissement de temps* $a = dv/dt$. C'est donc aussi l'accroissement de vitesse par unité de temps. *L'unité d'accélération, est l'accélération d'un corps dont la vitesse s'accroît de l'unité de vitesse en l'unité de temps.* Dimensions de l'accélération $[LT^{-2}]$.

L'unité C. G. S. *d'accélération dans le mouvement rectiligne uniformément varié est l'accélération d'un corps dont la vitesse s'accroît en une seconde de l'unité* C. G. S. *de vitesse, c'est-à-dire d'un centimètre par seconde.* C'est donc *le (centimètre par seconde), par seconde* (cm : s^2).

L'accélération due à la pesanteur se représente par g. Elle varie faiblement à la surface du globe, sa valeur étant à l'équateur 978,10 cm : s^2 et au pôle 983,11 cm : s^2, soit une variation positive de l'équateur aux pôles de 0,512 °/₀ environ.

Force (F). *La force est l'agent physique capable de mettre des masses en mouvement.* Une force F est reliée à l'accélération a imprimée à une masse m, par la formule $F = ma$. Dimensions de la force $[F] = [M\,L\,T^{-2}]$.

L'unité C. G. S. *de force est la force qui, appliquée à la masse d'un gramme, lui imprime l'accélération d'un centimètre par seconde par seconde ;* c'est la *dyne.*

Les unités pratiques de force sont le gramme et le kilogramme. Cherchons leur rapport à la dyne. Nous savons qu'en vertu de la formule $F = ma$, deux forces agissant sur une même masse sont entre elles comme les accélérations communiquées.

Le gramme-force et la dyne agissant sur la même masse,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

voyons quelle est l'accélération due au gramme, celle due à la dyne étant d'un cm : s^2. Sous notre latitude, la pesanteur imprime à la masse du gramme une accélération d'environ 9,81 mètres, soit 981 cm : s^2. Conformément à ce que nous avons dit précédemment, faisons le rapport des équations de dimensions. Nous aurons :

$$\frac{\text{gramme-force}}{\text{dyne}} = \frac{[M' L' T'^{-2}]}{[M L T^{-2}]}$$

$[M']$ est la masse du gramme $= [M]$, $[L'] = 981$ cm $= 981\,[L]$, enfin $[T'] =$ une seconde $= [T]$.

On en déduit, après substitution, que le gramme correspond à 981 dynes et, réciproquement, que la dyne vaut 1/981 gramme. La mégadyne vaudra $10^6/981 = 1019{,}37$ grammes $= 1{,}019$ kg. Enfin, le kilogramme correspondra à 981 000 dynes $= g \times 10^3$ dynes.

Énergie (W). 1° Énergie mécanique ou travail. *On appelle travail, le produit d'une force par le chemin que parcourt, dans la direction de la force, son point d'application.* $W = F L$. Équation de dimensions du travail ou de l'énergie $[W] = [M]\,[L^2]\,[T^{-2}]$.

L'unité C. G. S. *de travail, appelée erg, est le travail développé par une force d'une dyne, dont le point d'application se déplace d'un centimètre dans la direction de la force.*

L'unité usuelle de travail est le kilogrammètre kgm $=$ 1 kg $\times$ 1 m.

$$\frac{1\text{ kgm}}{1\text{ erg}} = \frac{1\text{ kg} \times 1\text{ m}}{1\text{ dyne} \times 1\text{ cm}} = \frac{981\,000\text{ dynes} \times 100\text{ cm}}{1\text{ dyne} \times 1\text{ cm}} = 98{,}1.\,10^6.$$

d'où $$1\text{ kgm} = 98{,}1\text{ mégergs.}$$

On arrive naturellement au même résultat par l'application des équations de dimensions. En effet :

$$\frac{1\text{ kgm}}{1\text{ erg}} = \frac{[M' L'^2 T'^{-2}]}{[M L^2 T^{-2}]}.$$

M', L', T', étant les unités de masse, de longueur et de temps dans le système des mécaniciens, M, L et T les mêmes unités dans le système C. G. S.

Or dans le système pratique des mécaniciens, les unités sont la force représentée par le poids d'un kg, le mètre et la seconde.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$[T'] = [T]$. Le mètre vaut 100 centimètres, donc $[L'] = 100\,[L]$. Quant à M', qui représente par définition l'unité de masse (dans le système unité de force le kg, unité de longueur le mètre, unité de temps la seconde) puisque $p = mg$, d'où $m = p/g$, on voit que $m = 1$, si $p = 9{,}81$ kg. Donc $[M']$ unité de masse dans ce système = la masse pesant 9,81 kg = 9 810 grammes-masses $[M]$. Remplaçons il vient :

$$1\text{ kgm} = \frac{9\,810\,[M]\times 100^2\,[L^2]\times[T^{-2}]}{[M\,L^2\,T^{-2}]} = 98\,100\,000\text{ ergs} = g\ 10^7\text{ ergs}$$

1 mégerg = 1 kgm/98,1 = 0,01019 kgm.

Dans le système d'unités pratiques des électriciens, l'unité pratique de travail est le *joule* qui vaut 10^7 ergs. 1 kgm = 9,81 joules; 1 joule = 1 kgm/9,81. C'est donc aussi le travail produit sur le parcours d'un mètre, par une force susceptible de communiquer à un kilogramme l'accélération d'un mètre par seconde par seconde.

2° Énergie thermique. Quand l'énergie revêt la forme thermique, l'unité pratique de chaleur est la *calorie*. Celle-ci est la quantité de chaleur capable d'élever d'un degré centigrade la température d'un kilogramme d'eau. Le kgm et la calorie n'ont entre eux aucun rapport théorique. Mais en vertu du principe de la conservation de l'énergie, une calorie doit nécessairement correspondre à un nombre défini de kgm. En d'autres termes il doit exister un *équivalent mécanique de la chaleur*. On a en effet trouvé par expérience que : 1 calorie = 425 kgm, ce qui correspond à 41 692 mégergs. Inversement 1 kgm = 1/425 calorie, coefficient que l'on appelle *équivalent calorifique du travail*. On utilise également la *petite calorie*, qui est la *millième partie de la précédente*, c'est-à-dire qui correspond à la quantité de chaleur nécessaire pour élever d'1° c la température d'un gramme d'eau.

1 petite calorie = 41,7 mégergs = $4{,}17.10^7$ ergs = 4,17 joules.

Le joule vaut donc 1/4,17 = 0,24 petite calorie.

3° Énergie chimique. Dans les combinaisons chimiques une partie de l'énergie se transforme en chaleur que l'on mesure au moyen de la calorie.

4° Énergie électrique. On la mesure au moyen d'une des

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

unités précédentes : erg, kgm, calorie ou, de préférence, avec des unités spéciales que nous verrons plus loin.

Puissance (P). Une quantité d'énergie déterminée peut être produite pendant un temps plus ou moins long et le générateur qui la développe sera d'autant plus puissant, qu'il pourra la créer pendant un temps plus court. Ou encore, un générateur sera d'autant plus puissant, qu'il produit plus d'énergie pendant un temps donné. La puissance se mesurera conséquemment par le quotient de l'énergie par le temps nécessaire à sa production, soit

$$P = \frac{W}{t}.$$

La puissance correspond donc à un travail divisé par un temps, ou au travail développé pendant l'unité de temps. Dimensions $[P] = [M L^2 T^{-3}]$. L'unité C. G. S. de puissance n'a pas reçu de nom spécial : c'est l'*erg par seconde*.

Les unités pratiques usuelles sont le *kilogrammètre par seconde* (kgm : *s*) et le *cheval* qui vaut 75 kgm par seconde.

Enfin, le Congrès international de mécanique appliquée de 1889 a adopté une unité décimale, le *poncelet*, qui vaut 100 kgm : *s*.

1 kgm : s = 98,1 mégergs : s = 9,81 joules : s.
1 mégerg : s = 0,01019 kgm : s
1 cheval = 7 357, 5 mégergs : s
enfin 1 poncelet = 9810 mégergs : s.

Dans le système pratique des électriciens, l'unité de puissance est le *watt*, qui correspond à *un joule par seconde*.

$$1 \text{ watt} = \frac{1 \text{ kgm}}{9{,}81} = \frac{1 \text{ cheval}}{75 \times 9{,}81} = \frac{1 \text{ cheval}}{736}.$$

$$1 \text{ cheval} = 736 \text{ watts}.$$

Utilité des équations de dimensions. — Les équations de dimensions servent non seulement à déterminer la valeur des unités dérivées en fonction des unités fondamentales, mais à vérifier l'homogénéité des formules et même, comme l'a montré M. Bertrand, à prévoir la forme d'une fonction quand on connaît les facteurs physiques qu'elle met en jeu.

Application. I. On sait, par exemple, que la vitesse de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

propagation dans un milieu, est liée au coefficient d'élasticité E et à la densité D par la formule

$$v = \sqrt{\frac{E}{D}} \qquad (1)$$

Vérifions l'homogénéité. Pour cela, cherchons d'abord l'équation de dimensions du coefficient d'élasticité longitudinale. d étant l'allongement, l la longueur du corps élastique tendu par la force f, s la section et E le coefficient d'élasticité longitudinale, on a

$$d = \frac{fl}{sE}$$

d'où $$E = \frac{fl}{sd} = \frac{FL}{sd}$$

or, $$F = M\,L\,T^{-2}, \qquad s = L^2, \qquad d = L,$$

donc $$E = \frac{M\,L\,T^{-2}.\,L}{L^2.\,L} = \frac{M\,T^{-2}}{L} = M\,L^{-1}\,T^{-2}.$$

L'équation de dimensions de la vitesse étant $v = L\,T^{-1}$ et celle de la densité $D = M\,L^{-3}$ remplaçons les symboles par leur valeur dans l'équation (1) :

$v = L\,T^{-1}$, $\quad E = M\,L^{-1}\,T^{-2}$, $\quad D = M\,L^{-3}$ il vient :

$$L\,T^{-1} = \sqrt{\frac{M\,L^{-1}\,T^{-2}}{M\,L^{-3}}} = \text{effectivement } L\,T^{-1}.$$

Réciproquement, sachant que $v = f(E, d)$ en remplaçant v, E et d par leurs dimensions, il est aisé de conclure que la fonction $f = \sqrt{\frac{E}{d}}$.

II. Dans le système de Gauss et Weber, les unités étaient la masse du milligramme, le millimètre et la seconde. A combien de dynes correspondait l'unité de force de ce système ?

Soient $[F']$ cette unité, $[M']$, $[L']$, $[T']$ les unités de masse, de longueur et de temps correspondantes ; $[F]$, $[M]$, $[L]$ et $[T]$ les mêmes quantités dans le système C. G. S. on a

$$\left[\frac{F'}{F}\right] = \left[\frac{M'\,L'\,T'^{-2}}{M\,L\,T^{-2}}\right].$$

Or, $$[M'] = \frac{[M]}{1000}, \; [L'] = \frac{[L]}{10}, \; T' = T,$$

remplaçant il vient

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$\left[\frac{F'}{F}\right] = \frac{1}{10\,000}$ d'où l'unité de force, dans le système Gauss et Weber, est égale à 1/10 000e de dyne. Cette unité était beaucoup trop petite, d'où la raison de l'abandon du système.

III. Dans un système on mesure les temps en heures et les longueurs en kilomètres. 1° Quelle est la valeur de l'unité d'accélération ? 2° Quel est son rapport à l'unité C. G. S.

1° Par définition l'unité d'accélération est, dans le système considéré, *l'accélération d'un corps dont la vitesse s'accroît d'un kilomètre par heure en une heure.*

$$2^0 \left[\frac{a'}{a}\right] = \left[\frac{L'\,T'^{-2}}{L\,T^{-2}}\right] = \left[\frac{L'\,T'^2}{L\,T'^2}\right].$$

Or $L' = 1\text{ km} = 100\,000\,L$, $T' = 1\text{ h} = 3600\,T$

donc

$$[a'] = \left[\frac{100\,000\,L\,T^2\,a}{L\,(3600)^2\,T^2}\right] = \frac{100\,000\,[a]}{12\,960\,000} = \frac{[a]}{129{,}6}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE II.

§ I. — Electricité statique.

Phénomènes généraux.

Electrisation par frottement. — On reconnut dès la plus haute antiquité, qu'un morceau d'ambre frotté acquiert la propriété d'attirer les corps légers comme les barbes de plumes, feuilles sèches, etc... L'ambre s'appelle en grec *electron* ; c'est de là qu'est venu le mot *électricité*.

L'ambre dans cet état, est dit *électrisé*, et l'on donne le nom d'*électricité* à la cause inconnue qui produit les attractions constatées. L'ambre non frotté ne manifestant pas la propriété électrique est dit à l'état *neutre*.

Tous les corps peuvent s'électriser par frottement, mais on constate immédiatement une différence essentielle dans leur façon de se comporter.

Corps isolants, corps conducteurs, corps semi-conducteurs. — Alors que l'ambre, le verre, la résine, le caoutchouc peuvent être tenus directement en main quand on les électrise par frottement, il n'en est pas de même avec d'autres corps comme les métaux. Pour que ceux-ci manifestent les propriétés attractives, il faut qu'ils soient soutenus ou tenus par l'intermédiaire des premiers, par exemple au moyen d'un manche en verre ou d'un cordon de soie secs.

En analysant de plus près le phénomène, on constate que le gâteau de résine frotté en un point n'attire les corps légers qu'en ce point, tandis que, dans les mêmes conditions, les métaux manifestent la vertu attractive en tous leurs points.

Dans les premiers, dits *mauvais conducteurs*, l'électricité ne se propage que difficilement et avec une extrême lenteur ; dans les seconds, dits *bons conducteurs*, elle passe instantanément avec la plus grande facilité. Enfin, une classe intermé-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

diaire de corps *semi-conducteurs* peut être faite avec les corps médiocrement conducteurs. En réalité, ces derniers constituent souvent des mélanges, en diverses proportions, des corps des deux premières classes. Voici une liste de quelques corps de ces diverses catégories.

Conducteurs	Semi-conducteurs	Isolants
—	—	—
Argent	Air raréfié	Verre
Cuivre	Fibre vulcanisée	Mica
Or	Ardoise	Gutta-percha
Aluminium	Stéatite	Gomme laque
Zinc	Marbre blanc	Caoutchouc
Platine	Sapin	Paraffine
Fer	Acajou	Air sec
. . . . .	. . . . .	. . . . .

Transmission de l'électricité par contact. — L'électricité se transmet d'un corps à l'autre par simple contact. Si le contact du corps électrisé supposé isolant se fait par un point, avec un corps isolant, ce point seul est électrisé. Au contraire si c'est un conducteur que l'on amène en contact, la charge du *point* électrisé touché se distribue sur tout le conducteur. Enfin, s'il s'agit de deux corps bons conducteurs, dès que leur proximité est suffisante, une étincelle jaillit et l'électricité se répartit sur tous les deux. En les séparant ensuite, ils restent électrisés.

On n'arrive pas à électriser un corps conducteur par frottement en le tenant à la main parce que, le corps humain étant lui-même conducteur et reposant sur le sol, l'électricité produite passe dans le sol, conducteur indéfini, où elle devient inappréciable.

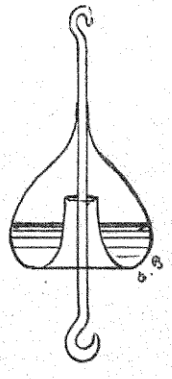


Fig. 1.

Pour garder l'électricité dans un corps il faut donc le soutenir, par exemple au moyen d'un pied isolant en verre *sec*, l'humidité étant conductrice. Mais le verre étant hygrométrique, il conviendra de le recouvrir d'une couche de vernis à la gomme laque ou encore de le faire passer à travers une atmosphère confinée, maintenue sèche au moyen d'acide sulfurique (fig. 1).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Attractions et répulsions électriques. Deux espèces d'électricités. Leur recognition. — Soit un pendule, appelé *pendule électrique*, constitué d'une petite balle en moelle de sureau B (fig. 2 position 1), suspendue par un cordonnet de soie à un support pourvu d'une tige en verre S. Approchons de lui un corps électrisé, soit un bâton de résine (en pratique de la cire à cacheter) frotté avec une peau de chat.

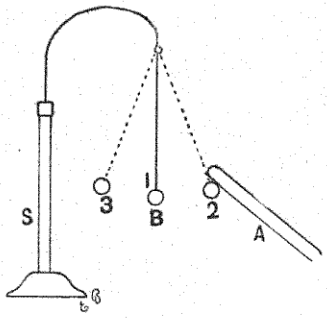


FIG. 2.

Nous constatons que le pendule est vivement attiré jusqu'au contact (position 2), puis repoussé non moins vivement (position 3).

Si nous substituons au bâton de cire une tige de verre électrisé, la balle B, qui était repoussée par le bâton de résine, est attirée par la tige de verre. Elle vient en contact avec elle, puis est repoussée de nouveau.

Quel que soit le corps électrisé que l'on approche, il se comporte soit comme le bâton de cire, soit comme la tige de verre.

On en conclut qu'*il existe deux espèces d'électricités, et deux seulement*, l'une développée par la résine et appelée *électricité négative* (anciennement électricité résineuse) ; l'autre produite par le verre, appelée *électricité positive* (anciennement électricité vitrée).

Par son contact avec le bâton de résine ou la tige de verre, la balle a pris l'électricité du point touché. Comme elle est alors repoussée, on peut conclure que : *les électricités de même nom se repoussent.*

En outre, puisque la balle électrisée négativement est attirée par la tige de verre frottée : *les électricités de noms contraires s'attirent.*

Le pendule électrique permet donc de reconnaître la nature de l'électricité que porte un corps électrisé, en lui donnant au préalable une électrisation connue, soit négative, soit positive. S'il est chargé négativement (résine) et repoussé par le corps approché, celui-ci est chargé négativement; il est attiré dans le cas contraire.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Électroscope à feuilles d'or. — On réalise un appareil beaucoup plus sensible que le pendule électrique en appliquant, à l'extrémité inférieure d'une tige métallique (fig. 3), traversant un bouchon de paraffine qui ferme un flacon à large tubulure F, deux feuilles d'or f_1 f_2 pendant parallèlement tant qu'elles sont à l'état neutre.

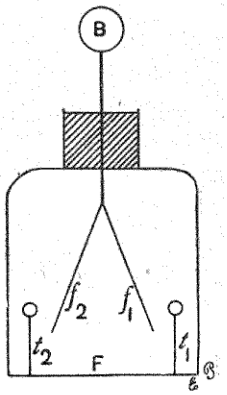


FIG 3.

Si l'on met en rapport l'extrémité B avec un corps électrisé, les feuilles d'or, se recouvrant d'électricité de même nom, se repoussent et divergent.

Afin d'empêcher les feuilles d'or de venir se coller contre les parois du flacon, on place dans leur plan d'oscillation deux tiges terminées par des boules ou l'on applique sur les parois opposées deux bandes d'étain.

Production simultanée des deux électricités. — On reconnaît par expérience que les deux électricités se produisent toujours simultanément et en quantités équivalentes.

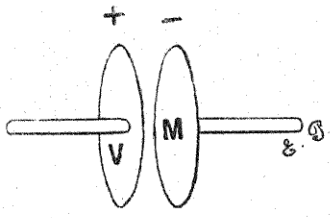


FIG. 4.

Prenons un plateau métallique M (fig. 4), supporté par un manche en verre, un plateau en verre V, et frottons-les l'un contre l'autre en les maintenant en contact. Si nous approchons d'eux un pendule électrique, aucune trace d'électricité ne se manifeste. Mais, dès qu'on sépare les plateaux, le pendule décèle la présence d'électricité positive sur le plateau en verre, négative sur le plateau métallique. Puisque quand les plateaux sont en contact, aucun effet ne se manifeste, c'est que *les deux électricités ont été développées en quantités exactement équivalentes.*

L'espèce d'électricité qui se développe sur un corps déterminé dépend de la nature du corps frottant. Toutefois l'état des surfaces joue un rôle important, ainsi que le montre la liste suivante, dans laquelle les corps sont positifs quand on les frotte avec ceux qui suivent et négatifs par rapport à ceux qui précè-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dent. On y remarque en effet, qu'avec des étoffes de laine, le verre prend l'électricité positive s'il est poli et l'électricité négative s'il est dépoli.

Poil de chat vivant	Soie
Verre poli	Gomme laque
Etoffes de laine	Résine
Plumes	Verre dépoli
Bois	Soufre
Papier	Métaux.

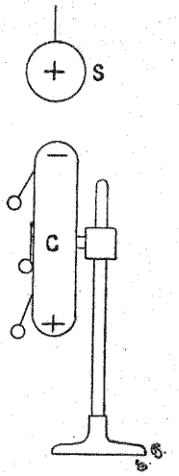


FIG. 5

Électrisation par influence. Corps inducteur et induit. — Soit un cylindre C (fig. 5), isolé par un pied en verre, et portant à ses extrémités et vers le centre des pendules électriques.

Approchons une sphère S électrisée positivement et suspendue au moyen d'un cordonnet de soie. Nous voyons immédiatement les pendules extrêmes diverger. Et si nous approchons d'eux un bâton de cire électrisé, nous reconnaissons que le pendule supérieur est électrisé négativement et l'inférieur positivement. Entre les deux, existe une *région neutre* qui n'est le siège d'aucune électrisation.

On peut vérifier que la charge électrique de S a attiré, sur l'extrémité voisine de C, une charge d'électricité de nom contraire et a repoussé à l'extrémité opposée une charge d'électricité de même nom. S est le corps *inducteur*, C le corps *induit*.

Si maintenant nous touchons, ne fut-ce qu'un instant, le cylindre C avec le doigt en *un point quelconque*, le pendule inférieur retombe, tandis que le supérieur diverge davantage, ce qui montre que la charge positive induite par C s'est écoulée dans le sol.

Retirons le corps influençant S, le cylindre reste chargé négativement. Cette charge disparaîtra si nous touchons de nouveau le cylindre avec le doigt.

Ces phénomènes d'influence se manifestent toujours. En approchant la sphère de la boule métallique terminant l'électroscope à sa partie supérieure (fig. 3), on verrait les feuilles

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'or diverger et d'autant plus que le corps influençant est plus rapproché.

On conclut de cette expérience, que l'attraction du pendule électrique se produit parce que la balle en moelle de sureau se recouvre, par influence, d'une charge électrique de nom contraire du côté du corps inducteur, une charge égale et de même signe se portant du côté opposé. Les charges de noms contraires étant plus rapprochées, l'attraction prédomine sur la répulsion, jusqu'au moment où, la neutralisation s'étant faite par le contact, la boule reste chargée d'électricité de même nom que l'inducteur, ce qui provoque sa répulsion.

L'attraction des corps légers se produit en vertu du même mécanisme.

Électrophore. — Le phénomène d'influence permet de construire des machines renforçant les effets électriques. La plus simple est l'électrophore, constitué par un gâteau de résine ou un plateau d'ébonite (fig. 6), sur lequel peut venir s'appliquer un disque métallique CD manié par un manche isolant V. On charge négativement la surface du gâteau en la battant avec une peau de chat bien sèche. Si on y dépose alors le disque CD, la surface inférieure de celui-ci se recouvre d'une charge positive et sa surface supérieure d'une charge négative égale. En le retirant ensuite il revient à l'état neutre et ne donne lieu à aucune manifestation électrique. Mais si pendant qu'il est sous l'influence du gâteau on le touche avec le doigt, la charge négative s'écoule dans le sol et, en retirant le plateau, il reste chargé positivement.

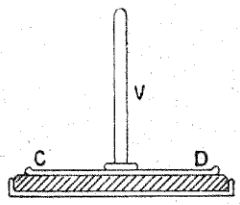


FIG. 6.

Après décharge de cette électricité, on peut recommencer l'opération et ainsi de suite un grand nombre de fois, l'électricité du gâteau restant fixée à sa surface plus ou moins rugueuse.

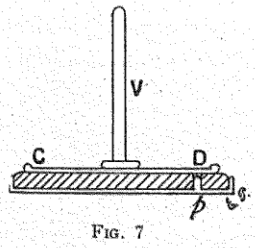


FIG. 7

Philipps a rendu automatique l'envoi dans le sol de la charge de même nom que celle du gâteau, en munissant le socle métallique supportant ce dernier d'une pointe *p* (fig. 7), venant

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

presque affleurer à sa surface. Après électrisation de celle-ci, si l'on y dépose le plateau CD, une étincelle jaillit entre *p* et CD neutralisant la charge négative repoussée, de sorte que le plateau reste chargé positivement.

L'électricité se porte à la surface des conducteurs. — Lorsqu'un conducteur est en équilibre, l'électricité se manifeste exclusivement à sa surface.

Prenons en effet une sphère creuse isolée électrisée S (fig. 8), percée d'un trou *t*. A l'aide d'un *plan d'épreuve*, c'est-à-dire d'une petite feuille de clinquant portée sur un manche isolant, touchons la sphère en divers points intérieurs et présentons alors ce plan à un électroscope. Aucune trace d'électricité ne peut être décelée. L'inverse se produit si l'on touche la surface extérieure.

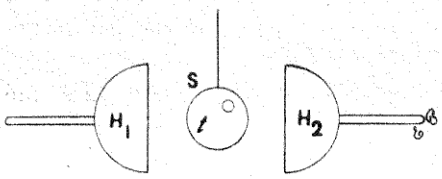
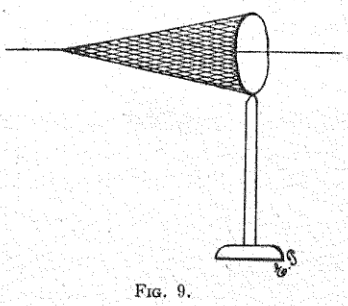


FIG. 8.

Entourons la sphère de deux hémisphères métalliques creux H_1 et H_2, placés en contact sur leur circonférence diamétrale. Déplaçons-les de manière à toucher intérieurement la sphère avant de les séparer; nous constatons que celle-ci a perdu toute trace d'électricité, tandis que les hémisphères sont électrisés.

Il est à remarquer qu'il n'est pas nécessaire que le corps soit continu pour la manifestation du phénomène. En employant un léger filet métallique (fig. 9), que l'on peut retourner brusquement au moyen d'une ficelle, Faraday a montré qu'après chaque retournement, on retrouve l'extérieur seul du filet électrisé.


FIG. 9.

Enfin, en se plaçant dans une grande cage métallique qu'il faisait électriser aussi fortement que possible, le même savant ne put déceler à l'intérieur de la cage aucune trace d'électrisation, quelque sensibles que fussent ses appareils.

Étincelle électrique. Pouvoir des pointes. — L'étincelle

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

électrique se produit chaque fois que l'électricité passe d'un corps à un autre à travers l'isolant. C'est notamment l'indice de la neutralisation, l'une par l'autre, des électricités de noms contraires.

On remarque que l'électricité ne peut se maintenir sur un corps pourvu de pointes. On met en évidence ce *pouvoir des pointes* par l'expérience du *vent électrique*, en approchant de la pointe d'un conducteur chargé, la flamme d'une bougie. On voit celle-ci dévier sous l'effet du courant d'air produit par la décharge électrique.

Quantités ou masses électriques. — Apportons dans la sphère creuse de la fig. 8, à l'aide du plan d'épreuve, une certaine charge électrique. En touchant l'intérieur de la sphère à l'aide du plan, la charge apportée passera immédiatement à la surface et un électroscope placé à distance donnera une certaine déviation. Apportons une seconde charge égale, l'électroscope déviera davantage.

Il en résulte qu'une masse électrique peut se définir par l'action qu'elle exerce à distance ; elle est susceptible de mesure. La masse sera double quand son action sera double, et ainsi de suite.

Loi de Coulomb. — A l'aide de sa balance de torsion, constituée par deux petites sphères de même volume en moelle de sureau, l'une fixe B_1 (fig. 10), l'autre mobile B_2 à l'extrémité d'une aiguille suspendue à un fil auquel on peut imprimer une torsion connue, Coulomb a démontré que la loi régissant les attractions et répulsions électriques est la suivante : *L'action a lieu en raison directe des masses et en raison inverse du carré de leur distance.*

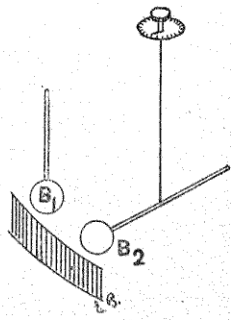


FIG. 10.

En appelant F la force, $\pm Q$ et $\pm Q'$ les charges

$$F = K \frac{(\pm Q)\ (\pm Q')}{r^2}$$

le signe + du produit correspondant à une répulsion, le signe — à une attraction.

Le coefficient K dépend du milieu au sein duquel les actions

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

s'exercent. Il est constant dans un milieu homogène, et différent pour les divers milieux homogènes. Dans le système dit *électrostatique*, on le suppose égal à l'unité dans l'air.

Dès lors, *l'unité électrostatique de quantité se définit : la quantité qui, agissant sur une quantité égale placée à l'unité de distance, la repousse ou l'attire avec l'unité de force, c'est-à-dire avec la force d'une dyne.*

En remplaçant F et r par leurs dimensions, nous trouverons pour les dimensions de la masse ou quantité électrique

$$[Q] = \left[F^{\frac{1}{2}} L\right] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}\right].$$

L'action exercée sur une des masses réduite à l'unité sera

$$H = \pm \frac{Q}{r^2}.$$

Dimensions $M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}$.

L'unité électrostatique C. G. S. étant beaucoup trop petite, on emploie comme unité pratique de quantité *le coulomb international, qui correspond à une quantité d'électricité 3.10^9 fois plus grande.* Un coulomb $= 3.10^9$ unités C. G. S. électrostatiques de quantité.

Pour nous faire une idée de la grandeur du coulomb, remarquons qu'en vertu de la loi de Coulomb, deux sphères chargées chacune d'un coulomb et placées à un centimètre de distance se repousseraient avec une force de 9 175 000 000 000 kilogrammes ou autrement, ces sphères devraient se trouver à 30 000 km de distance pour ne plus se repousser qu'avec la force d'une dyne.

Densité électrique. — La charge d'un conducteur en équilibre réside toute entière à sa surface. Si sa valeur est dq en un point déterminé de surface ds, la charge moyenne par unité de surface ou *densité électrique* en ce point sera dq/ds, c'est-à-dire *la charge par unité de surface dans le voisinage immédiat de ce point.* On la représente d'habitude par σ.

$$\text{Dimensions : } [\sigma] = \left[\frac{Q}{S}\right] = \left[\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}}{L^2}\right] = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Champ et potentiel électriques.

Champ électrique. — On appelle *champ électrique, toute portion de l'espace dans laquelle se manifestent des forces électriques.*

Une masse électrique placée en un point, exerce autour d'elle dans toutes les directions, sur la masse positive unité, une force donnée par l'équation $H = \pm Q/r^2$. Si plusieurs masses agissent, l'action en chaque point sera la résultante des diverses actions individuelles. On appelle *intensité du champ électrique, en un point, la force exercée en ce point sur l'unité positive de masse électrique*, tandis que *la direction du champ* est donnée par *la direction de la force en ce point.*

Dimensions du champ :

$$[H] = \left[\frac{F}{Q}\right] = \left[\frac{Q}{L^2}\right] = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Potentiel électrique. — Un système de corps électrisés en présence, possède une certaine quantité d'énergie qui le caractérise et qu'il est utile de connaître. La loi de Coulomb nous permet de préciser un des facteurs de cette énergie, en déterminant la force qui sollicite chacun des corps ; le *potentiel* nous permettra de la définir complètement.

Le potentiel en un point du champ, est mesuré par le travail qu'il faut exercer sur l'unité positive d'électricité, pour l'amener de la limite du champ au point considéré ou, inversement, *par le travail que fournit l'unité d'électricité se déplaçant du point considéré aux limites du champ.*

Considérons un champ électrique dû à une charge Q concentrée en P (fig. 11) et cherchons quel sera le travail effectué pendant qu'une masse Q' passe du point A au point B en suivant une trajectoire quelconque entre ces deux points.

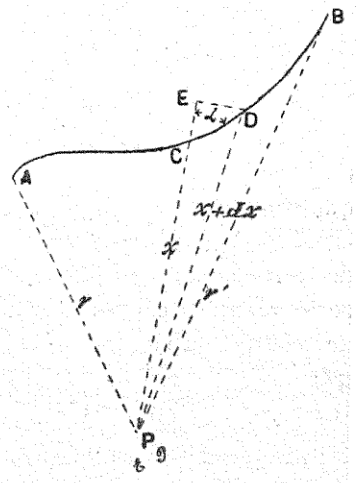


Fig. 11.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Pendant le déplacement élémentaire C D $= dl$ de Q' située en C à une distance x de P, la charge Q' sera soumise à la force

$$F = \frac{Q\,Q'}{x^2}.$$

Le travail élémentaire correspondant sera

$$d\,W = \frac{Q\,Q'}{x^2}\,dl\cos\alpha,$$

$dl\cos\alpha$ étant la projection du chemin parcouru sur la direction de la force. Mais en négligeant un infiniment petit du second ordre, $dl\cos\alpha = dx$, donc

$$dW = \frac{Q\,Q'}{x^2}\,dx$$

et le travail effectué entre A et B sera

$$W = \int_{x=r}^{x=r'} Q\,Q'\,\frac{dx}{x^2} = -\frac{Q\,Q'}{r'} + \frac{Q\,Q'}{r}.$$

Il ne dépend que de la position des points extrêmes et non du chemin parcouru.

Par unité de masse positive transportée, le travail est

$$\frac{W}{Q'} = -\frac{Q}{r'} + \frac{Q}{r}$$

et si le point B est choisi à la limite du champ, c'est-à-dire dans le cas qui nous occupe à l'infini,

$$\frac{W}{Q'} = \frac{Q}{r} = V.$$

C'est l'expression du potentiel.

Examinons maintenant le cas où le champ est développé par un certain nombre de charges Q_1, Q_2, ... placées en des points quelconques.

La charge Q' sera soumise à une force qui est la résultante des forces exercées par Q_1, Q_2, ... Par conséquent le travail de cette résultante étant égal à la somme algébrique des travaux des composantes

$$\frac{W}{Q'} = \Sigma\left(-\frac{Q}{r'} + \frac{Q}{r}\right) = -\Sigma\frac{Q}{r'} + \Sigma\frac{Q}{r}.$$

Si le point B est à l'infini

$$\frac{W}{Q'} = \Sigma\frac{Q}{r} = V. \qquad (1)$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En remplaçant dans la dernière équation Q et r par leurs dimensions $M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}$ et L, nous trouvons pour les dimensions du potentiel

$$[V] = \left[\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}}{L}\right] = \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}\right].$$

Potentiel unité. — Un point de l'espace est au *potentiel unité, quand il faut dépenser un erg pour amener une unité d'électricité positive, des limites du champ en ce point.*

Le signe du potentiel est celui du travail effectué pendant le déplacement. Si les forces électriques poussent l'unité positive du point considéré aux limites du champ en développant un travail de 15 ergs, le potentiel du point est positif et égal à + 15 unités C. G. S. de potentiel. Si au contraire, les forces électriques attirent l'unité de masse positive, le travail rendu par le système, des limites du champ jusqu'au point considéré ou, le travail effectué pour amener l'unité positive de l'infini au point considéré est négatif ; sa valeur étant 15 ergs, le potentiel sera — 15.

Intensité du champ en fonction du potentiel. — D'après les expressions trouvées plus haut, on remarquera que, *connaissant le potentiel, il suffit de prendre sa différentielle en signe contraire, pour obtenir le travail élémentaire des forces du champ.* En effet on tire de (1), par différentiation,

$$-dV = \Sigma \frac{Q dr}{r^2}.$$

Appelons H l'intensité du champ dans la direction r. Le second membre représentant le travail élémentaire des forces du champ, nous pourrons écrire

$$-\mathrm{d}V = H dr$$

ou

$$H = -\frac{dV}{dr}.$$

La valeur de l'intensité du champ dans une direction r *déterminée, est donc représentée par la dérivée, prise en signe contraire, du potentiel dans cette direction.*

Remarque. — Le potentiel variant en chaque point de l'es-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pace, sera exprimé par une fonction des coordonnées par rapport à trois axes rectangulaires

$$V = \varphi(x, y, z).$$

Différence du potentiel. — Si nous intégrons l'équation différentielle écrite en dernier lieu entre deux points A et B pour lesquels les potentiels sont respectivement V_1 et V_2 nous aurons

$$\int_A^B H dr = -\int_{V_1}^{V_2} dV = V_1 - V_2.$$

Le travail accompli entre deux points A *et* B *par les forces du champ sur l'unité de masse positive est mesuré par la différence des valeurs que prend la fonction potentielle quand on y substitue successivement les coordonnées des points* A et B.

On ne peut évaluer expérimentalement la valeur du potentiel en un point : on mesure sa *différence de potentiel* avec un autre point. Tous les phénomènes que nous aurons à étudier ne dépendent d'ailleurs que de différences de potentiel. En effet, supposons qu'on augmente d'une même quantité le potentiel en tous les points d'un champ, la force électrique $H = -dV/dr$ garde en chaque point sa direction et son intensité primitives puisque pour un même déplacement dr, l'accroissement dV du potentiel reste le même (différence de deux quantités également augmentées). L'action du champ reste partout semblable à elle-même et rien n'est changé aux phénomènes auxquels il donne lieu.

La différence de potentiel entre deux points est égale au quotient du travail nécessaire pour transporter une charge positive Q d'un point à l'autre, par cette charge Q.

L'unité C. G. S. *électrostatique de potentiel est égale à la différence de potentiel existant entre deux points quand il faut dépenser un travail d'un erg, pour transporter une unité électrostatique* C. G. S. *de quantité entre ces deux points* $[V] = [W/Q]$.

L'unité pratique de différence de potentiel ou volt international correspondra d'autre part à la différence des potentiels existant en deux points quand il faut dépenser un travail d'un joule pour transporter un coulomb entre les deux points considérés.

$$1 \text{ volt} = \frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ coulomb}}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Or nous avons vu que l'unité pratique de travail ou joule vaut 10^7 ergs, tandis que l'unité pratique de quantité, le coulomb, correspond à 3×10^9 unités C. G. S. électrostatiques.

L'unité pratique de différence de potentiel, le volt international vaudra d'après cela $\frac{10^7}{3 \times 10^9} = \frac{1}{3 \times 10^2}$ unités électrostatiques C. G. S. de potentiel. Nous verrons ultérieurement qu'elle vaut aussi 10^8 unités C. G. S. électromagnétiques.

Analogie avec les surfaces de niveau. Potentiel zéro. — En somme, le potentiel électrique correspond à la hauteur ou au niveau en mécanique. De même que le niveau moyen de la mer au point où l'on se trouve y est pris pour zéro, de même, en électricité, on admet que *le potentiel du sol à l'endroit où l'on opère est nul.*

Surfaces équipotentielles. — Si nous posons $V = \varphi(x, y, z) = c^{te}$, nous obtiendrons une surface en chaque point de laquelle le potentiel possède la même valeur. Puisqu'en passant d'un point à un autre de cette surface le travail accompli par les forces du champ est nul, c'est que la résultante de ces forces est elle-même nulle en tous ses points. Une telle surface est dite *équipotentielle.*

En appelant dn une longueur infiniment petite dirigée suivant la normale, l'intensité du champ en chaque point suivant cette direction s'exprimera, conformément à l'équation générale précédemment trouvée, par $H = -dV/dn$.

Remarque. — La direction de la normale à la surface équipotentielle représentera précisément la direction du champ au point considéré puisque les composantes suivant deux axes perpendiculaires à cette direction (pris dans la surface) en un point quelconque, sont nulles.

Conducteur en équilibre. — Sur un conducteur en équilibre, la force électrique est dirigée normalement à la surface, car s'il en était autrement, l'équilibre ne pourrait exister. La surface du conducteur est donc une surface équipotentielle et le potentiel à l'intérieur de celui-ci, égal à celui de la surface, est constant. En d'autres termes, *il n'existe aucune force électrique à l'intérieur du conducteur.*

Énergie potentielle d'un système de masses électriques. —

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Puisque des masses électriques mises en présence exercent l'une sur l'autre des actions réciproques, les diverses masses libres de se mouvoir s'écarteraient ou se rapprocheraient simultanément l'une de l'autre en effectuant un certain travail. L'ensemble possède donc une certaine énergie potentielle que nous allons évaluer.

Dans le cas de deux masses $+Q, +Q'$, le travail élémentaire étant $dW = \frac{QQ'}{r^2}\,dr$, le travail total de r à ∞ est

$$\int_r^{\infty} \frac{QQ'}{r^2}\,dr = \frac{QQ'}{r}.$$

Telle est l'énergie totale des deux masses amenées à la distance r l'une de l'autre puisque c'est le travail que le système peut restituer de r à l'infini où l'énergie est nulle.

Libres de se mouvoir, les deux masses se déplaceraient des points qu'elles occupent jusqu'à l'infini, en effectuant chacune le même travail. L'énergie potentielle de *chaque* masse est conséquemment $QQ'/2r$.

Prenons maintenant 3 masses Q_1, Q_2, Q_3.

Calculons la valeur de l'énergie de chacune d'elles prise successivement avec chacune des autres. Chaque terme ayant été écrit deux fois, l'énergie totale vaudra

$$\frac{1}{2}\left(\frac{Q_1Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_2Q_1}{r_{21}} + \frac{Q_2Q_3}{r_{23}} + \frac{Q_3Q_1}{r_{31}} + \frac{Q_3Q_2}{r_{32}}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left[Q_1\left(\frac{Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_3}{r_{13}}\right) + Q_2\left(\frac{Q_1}{r_{21}} + \frac{Q_3}{r_{23}}\right) + Q_3\left(\frac{Q_1}{r_{31}} + \frac{Q_2}{r_{32}}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\left[Q_1V_1 + Q_2V_2 + Q_3V_3\right] = \frac{1}{2}\Sigma QV.$$

On peut donc écrire d'une manière générale

$$W = \frac{1}{2}\Sigma QV.$$

Lignes de force. — *Une masse positive d'électricité libre de se mouvoir, se déplacera suivant une trajectoire appelée ligne de force.* Cette trajectoire est, en chaque point, normale aux surfaces de niveau, d'après ce que nous savons de celles-ci.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Représentation d'un champ électrique. – On pourra se faire une idée nette d'un champ électrique, en y traçant un certain nombre de surfaces équipotentielles. On choisira des surfaces dont le potentiel varie en progression arithmétique, d'unité en unité, par exemple. On peut aussi le représenter par des lignes de force.

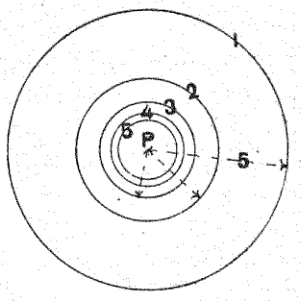


Fig 12.

Champ dû a une masse unique. — Considérons une masse électrique Q de 5 unités C. G. S. concentrée en un point P (fig. 12).

Le potentiel en un point quelconque est $V = Q/r$.

La surface équipotentielle de potentiel 1 aura pour équation $1 = 5/r$ d'où $r = 5/1$. Ce sera une sphère ayant 5 cm de rayon, dont la trace sur le plan de la feuille de papier sera une circonférence d'un rayon de 5 cm.

La surface équipotentielle 2 aura pour équation $2 = 5/r$, d'où $r = 5/2 = 2{,}5$ cm... ; la surface de potentiel 5 aura pour rayon 1 cm, celle de potentiel 10 un rayon $r = 5/10 = 0{,}5$ cm et ainsi de suite.

Les lignes de force, perpendiculaires aux surfaces équipotentielles, seront des rayons équidistants, dans ce cas particulier.

Cas de plusieurs masses. — On tracera par le procédé précédent le champ électrique dû à chaque masse considérée isolément. Les points de potentiel 1 seront donnés par l'intersection des sphères dont la somme des potentiels vaut 1 ; ceux de potentiel 2 par les intersections des sphères dont la somme des potentiels vaut 2 et ainsi de suite.

Champ uniforme. — *Un champ est dit uniforme, quand la force électrique y est partout constante en grandeur et en direction.*

De ce que $$H = -\frac{dV}{dn} = \text{c}^{\text{te}}$$

on conclut que dV et dn restent proportionnels, c'est-à-dire qu'en portant partout à partir d'une surface équipotentielle suivant les normales, des longueurs égales, on retombe sur une autre surface équipotentielle. Ces surfaces sont en conséquence

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

parallèles. En outre, puisque la direction de la force reste constante, les lignes de force perpendiculaires aux surfaces équipotentielles sont parallèles et ces surfaces sont donc des plans. *Un champ uniforme est caractérisé par des surfaces équipotentielles planes et également distantes. On pourra le représenter par des lignes de force parallèles et équidistantes.*

Tube de force. — Considérons un contour fermé quelconque situé dans un champ électrique. Les lignes de force passant en tous les points de ce contour forment une surface fermée qu'on appelle *tube de force* (fig. 13). Dans un champ uniforme, les tubes de force sont cylindriques ; dans le champ divergent dû à une masse agissante unique, ils sont coniques.

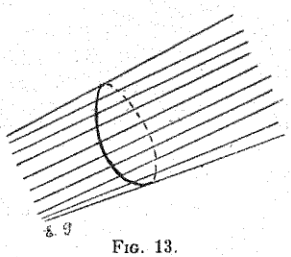


FIG. 13.

Flux de force. — L'intensité du champ pouvant être considérée comme constante dans l'espace délimité par une surface infiniment petite ds, on appelle *flux de force le produit de la composante de l'intensité du champ normale à cette surface par cette surface.*

Si α (fig. 14), est l'angle que fait la direction du champ avec la normale à l'élément, on aura par définition pour le flux élémentaire

$$dN = H \cos \alpha \, ds.$$

A travers une surface finie, le flux sera

$$N = \int H \cos \alpha \, ds$$

l'intégration s'étendant à l'entièreté de la surface.

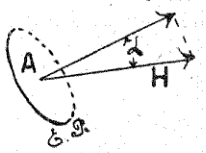


FIG. 14.

Tant que l'angle α avec la normale *extérieure* à la surface est $<90°$, le flux est *sortant* ; il est entrant, dès que $\alpha > 90°$.

Théorème de Gauss. — *Le flux de force sortant d'une surface fermée dans un champ est égal à 4π fois la somme des masses électriques enveloppées par cette surface.*

Supposons d'abord une seule masse agissante Q, concentrée en un point P (fig. 15). Enveloppons-la d'une surface à contours irréguliers, de manière qu'un cône élémentaire d'angle solide $d\beta$ issu du point P, la coupe suivant les trois surfaces ds, ds', ds'', dont les normales extérieures font avec l'axe du cône les

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

angles α, α', α''. En appelant r, r', r'', les distances des éléments de surface au point P, les forces agissant au centre de ces sections auront respectivement pour valeurs Q/r^2, Q/r'^2, Q/r''^2 et le flux sortant par les surfaces ds, ds', ds'' vaudra

$$\frac{Q}{r^2}\cos\alpha\, ds + \frac{Q}{r'^2}\cos\alpha'\, ds' + \frac{Q}{r''^2}\cos\alpha\, ds''.$$

Les expressions

$$\frac{ds\cos\alpha}{r^2},\quad \frac{ds'\cos\alpha'}{r'^2},\quad \frac{ds''\cos\alpha''}{r''^2}$$

sont égales comme mesurant toutes trois le même angle solide $d\beta$. La seconde est négative, l'angle α' étant plus grand que 90°. Le flux total sortant est donc en définitive

$$dN = Q\, d\beta$$

et le flux total sortant à travers la surface

$$N = \int_0^{4\pi} Q\, d\beta = 4\pi Q.$$

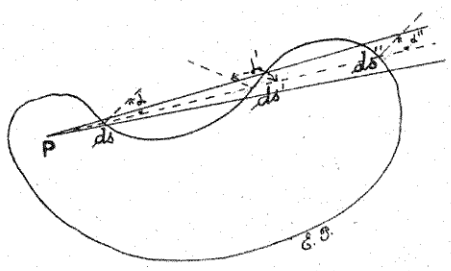


Fig. 15.

On remarque que le flux rentrant par ds' étant égal au flux sortant par ds'', le flux total émis par la surface est nul quand le point P lui est extérieur.

Si plusieurs masses Q, Q', Q'',... existent à l'intérieur de la surface considérée, chacune d'elles donne lieu au flux $4\pi Q$ et le flux total sera $4\pi \Sigma Q$.

Remarque. — Le flux de force émis par une masse ponctuelle Q dans un angle solide β ayant la masse au sommet a pour valeur $Q\beta$.

Constance du flux dans un tube de force. — Considérons une portion de tube de force comprise entre deux surfaces équipotentielles s et s' (fig. 16).

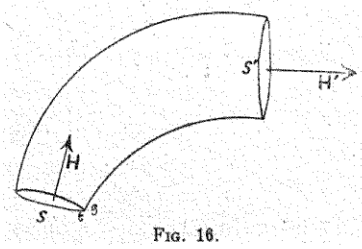


Fig. 16.

Le flux entrant dans le tube est $\int_0^s H\, ds$, tandis que le flux sortant vaut $\int_0^{s'} H'\, ds'$. En l'ab-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sence de masse agissante à l'intérieur du tube, aucune ligne de force ne traversant par définition sa paroi latérale, on aura

$$\int_o^s H\,ds = \int_o^{s'} H'\,ds'.$$

La même équation appliquée à un tube infiniment mince donne

$$H\,ds = H'\,ds'$$

ou

$$\frac{H}{H'} = \frac{ds'}{ds}.$$

Dans un tube infiniment mince, l'intensité du champ est en raison inverse de la section normale à l'axe.

Tube élémentaire. Tube unité. — Considérons au même point de l'axe d'un tube élémentaire (fig. 17), une section ds normale à l'axe de ce tube et une autre dS inclinée sur la première d'un angle α.

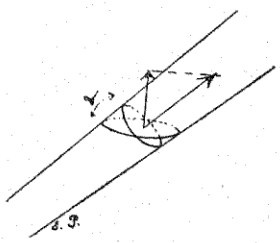


FIG. 17.

Pour la première le flux est $H\,ds$; pour la seconde $H \cos\alpha\, d$S. Mais puisque $ds = d$S $\cos\alpha$, le flux $dN = H\,ds = H \cos\alpha\, dS$.

Le flux traversant une section infiniment petite, est indépendant de l'inclinaison de la section sur l'axe du tube et égal à la surface considérée multipliée par la composante de l'intensité suivant la perpendiculaire à cette surface.

On tire de l'équation précédente $H = dN/ds$.

L'intensité d'un champ est le flux par unité de surface équipotentielle au point considéré.

Un tube tel que $\int H\,ds = 1$ est un *tube unité*.

La théorème de Gauss peut donc aussi s'énoncer : *Des masses électriques* ΣQ *rayonnent à travers une surface qui les enveloppe* $4\pi \Sigma Q$ *tubes unités de force.*

Eléments correspondants. — Considérons un tube de force partant d'une surface ds (fig. 18), portant une charge dQ, située sur un corps inducteur, pour aboutir à une surface ds' portant une charge dQ', située sur un corps induit environnant.

Les surfaces ds, ds' sont appelées *éléments correspondants.*

En appliquant le théorème de Gauss au volume compris dans

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

le tube et deux surfaces internes quelconques des corps considérés (partie pointillée) le flux sortant étant nul, puisqu'à l'intérieur d'un corps conducteur en équilibre il n'existe aucune force électrique et que les lignes de force ne traversent pas les parois d'un tube de force, on a

$$4\pi(dQ + dQ') = 0$$

d'où $$dQ = -dQ'$$

et l'on voit que *les éléments correspondants sont chargés de quantités d'électricité égales et contraires.*

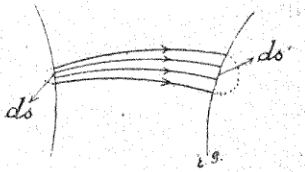


FIG. 18.

Les lignes de force se développent donc entre des points chargés positivement d'une part, négativement d'autre part. Comme elles partent de tous les points d'un corps électrisé pour aller retrouver des quantités égales d'électricité de nom contraire, on voit que les corps induits avoisinant les corps chargés portent à leur surface des charges d'électricité de noms contraires dont la totalité représente la charge acquise par le corps inducteur. Ces charges de noms contraires, sont réunies par les faisceaux de lignes de force.

COROLLAIRE. — Une masse électrique, positive ou négative, ne peut donc exister seule.

Théorème de Coulomb. — *L'intensité du champ en un point rapproché d'un conducteur en équilibre est égale à* 4π *fois la densité superficielle dans le voisinage de ce point.*

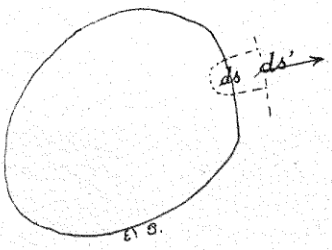


FIG. 19.

Soit un conducteur électrique de forme quelconque en équilibre, sur lequel nous considérons une surface infiniment petite ds (fig. 19), chargée de la quantité σds. Terminons le tube de force mené par le contour ds, d'une part à une surface équipotentielle située dans le voisinage ds', d'autre part à une surface intérieure quelconque S. Appliquons maintenant le théorème de Gauss à la portion du tube ainsi délimitée.

Aucun flux ne traverse la surface latérale du tube ni la surface S puisqu'à l'intérieur du conducteur il n'existe aucune force

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

électrique. Le seul flux émis traverse ds' et l'on a

$$4\pi\sigma\, ds = H'\, ds'.$$

Mais la surface ds' étant suffisamment voisine de ds

$$ds = ds',$$

d'où

$$H' = 4\pi\sigma.$$

La force exercée sur l'unité positive a le signe de σ. Si l'électrisation est positive, H' est positif ; l'action est dirigée vers l'extérieur. Elle est négative et dirigée en sens inverse dans le cas contraire.

Pression électrostatique. — Cherchons quelle est *la force H exercée à la surface même du conducteur*. En un point P (fig. 20), voisin de la surface, nous venons de trouver que la force exercée sur l'unité de masse positive est $4\pi\sigma$. Cette force est dirigée vers l'extérieur et suivant la normale à la surface conductrice au point considéré. Elle est la résultante de l'action exercée par l'élément situé en face sur le conducteur et de l'action de tout le reste de la couche électrique.

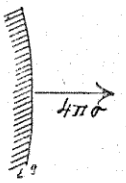


FIG. 20.

Faisons maintenant passer l'unité positive de masse de l'autre côté de la couche, infiniment près de celle-ci. La masse se trouvant alors dans le conducteur, n'est plus soumise à aucune force, $H = 0$.

Or, dans la seconde position, l'action de l'élément infiniment voisin a changé de sens, celui du reste de la couche n'ayant pas subi de modification. Il en résulte que ces deux actions sont égales ; qu'elles valent chacune $2\pi\sigma$ et que si nous considérons la masse positive située sur la surface même du conducteur, comme il ne reste plus que l'action du reste de la couche, celle-ci vaut $2\pi\sigma$ et est dirigée vers l'extérieur. Sur la quantité σ chargeant l'unité de surface, la force agissante aura pour expression $2\pi\sigma^2$.

Nous pouvons maintenant nous expliquer le pouvoir des pointes. La pression électrostatique sur la pointe a pour valeur $H = 2\pi\sigma^2$. Cherchons à évaluer σ. La pointe peut être assimilée à une sphère de rayon infiniment petit. Or, sur une sphère, le potentiel est

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$$V = \frac{Q}{R} = \frac{4\pi R^2 \sigma}{R}$$

d'où

$$\sigma = \frac{V}{4\pi R}.$$

En remplaçant

$$H = \frac{2\pi V^2}{16\pi^2 R^2} = \frac{V^2}{8\pi R^2}$$

et l'on voit que, pour un potentiel donné, la pression électrostatique tend vers l'infini quand R tend vers zéro.

La densité étant plus grande sur la pointe, le nombre de lignes de force qui s'en échappe sera plus grand qu'en toute autre partie. Comme ces lignes de force sont normales à la surface, elles divergeront suivant un cône ayant la pointe pour sommet, allant retrouver sur les corps conducteurs voisins une masse d'électricité de signe contraire, égale à celle accumulée sur cette pointe. D'autre part, des particules d'électricité seront projetées de la pointe, en raison de l'excès de pression qui y règne.

Action mécanique due à la pression électrostatique. — Supposons un disque uniformément chargé à la densité σ. Les lignes de force étant partout perpendiculaires à la surface du conducteur, se présenteront comme l'indique la figure 21. Les deux faces du disque seront sollicitées par des forces égales et opposées qui s'équilibreront.

Mais si, par un artifice quelconque, nous supprimons la charge d'un des côtés du disque, il ne restera plus, sollicitant l'autre côté, que la force dirigée vers l'extérieur à raison de $2\pi\sigma^2$ dynes par cm² dans la partie où les lignes de force sont normales au disque. Celui-ci, lié à la charge, tendra à se déplacer dans le sens de la force qui la sollicite.

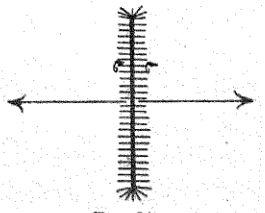


FIG. 21.

Ecran électrique. — Appliquons le théorème de Gauss à la surface fermée quelconque d'un conducteur creux relié au sol, enveloppant des masses électriques Q', Q'',... Q étant la quantité

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'électricité induite sur sa surface intérieure par Q', Q'',... nous aurons :

$$4\pi (Q + \Sigma Q') = 0$$

d'où

$$Q = -\Sigma Q'$$

Toutes les lignes de force émises par les masses intérieures sont donc absorbées par le corps creux, lequel jouera le rôle d'écran absolu vis-à-vis des corps extérieurs.

S'il est environné de corps électrisés, il s'électrisera extérieurement par influence, mais nous savons qu'aucune force électrique ne pouvant s'exercer à l'intérieur, du moment qu'il y a équilibre, il jouera réciproquement le rôle d'écran absolu vis-à-vis des corps intérieurs également.

Il n'est pas nécessaire que la continuité métallique existe : une toile métallique peut constituer un écran efficace.

Application. — La dernière propriété est utilisée pour mettre certains appareils de mesure à l'abri des influences extérieures ; on l'applique conjointement avec le pouvoir des pointes dans la construction des paratonnerres.

L'électroscope donne des indications proportionnelles au potentiel. — Avant d'aller plus loin, il convient de nous rendre compte de la nature des indications que donne un électroscope et pour cela, relions un électroscope à feuille d'or, par exemple, placé à distance suffisante pour ne pas être influencé directement, à une sphère chargée d'une quantité Q d'électricité.

La déviation de l'électroscope est α. Faisons alors communiquer la sphère avec une autre sphère conductrice. Les feuilles d'or vont se rapprocher, la déviation deviendra $\alpha' < \alpha$. La charge Q n'ayant pas varié par cette opération, nous en concluons que les indications de l'électroscope sont relatives à un autre facteur que la masse ou quantité électrique.

Or, ce qui a changé à coup sûr dans le cas envisagé, c'est la densité superficielle σ, puisque la charge Q s'est distribuée sur une plus grande surface. D'autre part, nous avons vu que pour une sphère uniformément chargée, on a $4\pi R\sigma = V$ potentiel de la sphère. *Les indications de l'électroscope, dépendant de σ, seront donc fonction du potentiel.*

On peut généraliser cette conclusion, en remarquant que la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

force électrique existant à la surface d'un conducteur quelconque est $2\pi\sigma = H$. Or, la force est liée au potentiel par la formule

$$H = -dV/dn.$$

Applications. — I. Champ et potentiel électriques dus à une couche sphérique homogène. — 1°. A L'INTÉRIEUR DE LA COUCHE, L'INTENSITÉ DU CHAMP EST NULLE. — Du point P (fig. 22), où nous supposons concentrée l'unité positive d'électricité, traçons un cône élémentaire découpant sur la sphère deux surfaces ds et ds'. Les charges qui les recouvrent et agissent sur le point P sont, en appelant σ la densité : $ds\sigma$ et $ds'\sigma$.

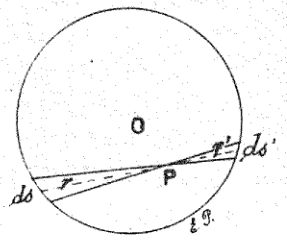


FIG. 22

En vertu de la loi de Coulomb, la force exercée par ds en P est $\frac{ds\sigma}{r^2}$; celle exercée en sens inverse par ds' est $\frac{ds'\sigma}{r'^2}$, soit une force résultante

$$dH = \frac{ds\sigma}{r^2} - \frac{ds'\sigma}{r'^2} = \sigma\left(\frac{ds}{r^2} - \frac{ds'}{r'^2}\right).$$

Or les plans tangents à la sphère aux points où l'axe du cône élémentaire perce la surface sphérique considérée, faisant avec l'axe de ce cône des angles égaux, les éléments ds, ds' sont entre eux comme leurs projections sur les plans perpendiculaires à l'axe mené par ces points et ces projections sont elles-mêmes proportionnelles aux carrés de leurs distances au sommet du cône.

On a donc

$$\frac{ds}{r^2} = \frac{ds'}{r'^2} \text{ et } dH = 0.$$

L'action totale due à la surface de la sphère est donc nulle, puisque celle-ci peut être partagée en couples d'éléments semblables à ds et ds'. Donc, *la force est nulle en un point intérieur quelconque.* Il en résulte que *le potentiel est constant en tous les points intérieurs de la couche sphérique.* Nous le connaîtrons si nous pouvons le calculer en un point quelconque. Or au centre

$$V = \Sigma\frac{dQ}{R} = \frac{Q}{R} = 4\pi R\sigma.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

C'est donc la valeur du potentiel de la sphère portant une couche homogène.

2°. L'ACTION D'UNE COUCHE SPHÉRIQUE HOMOGÈNE SUR UN POINT EXTÉRIEUR EST LA MÊME QUE SI TOUTE LA MASSE ÉTAIT CONCENTRÉE AU CENTRE DE LA SPHÈRE. Cherchons l'action sur un point P où se trouve condensée l'unité positive de quantité.

A cet effet, décrivons une sphère concentrique à la sphère donnée de centre O passant par le point P considéré. Appliquons à cette sphère, qui est équipotentielle, le théorème de Gauss.

La force électrique lui est normale sur toute son étendue et y possède une valeur constante H. Le flux de force total qui en sort a donc pour valeur $4\pi\overline{OP}^2 H$. Or, il est égal à $4\pi Q$, Q étant la charge totale de la sphère donnée.

$$4\pi\overline{OP}^2 H = 4\pi Q$$

d'où, en posant $OP = l$, $\quad H = \frac{Q}{l^2}$

ce qui démontre la propriété énoncée.

Le potentiel au point P *possède la même valeur que si la charge était concentrée au centre.*

En effet $H = -\frac{dV}{dl} = \frac{Q}{l^2}$ d'où $V = \frac{Q}{l} + c^{te}$. Or pour $l = \infty$ $V = 0$, donc la constante est nulle et il reste $V = Q/l$.

La forme de cette fonction montre aussi que l'action est la même que si la masse était concentrée au point O.

En un point rapproché de la surface, on a sensiblement $OP = R$ et la force est $H = 4\pi\sigma$.

II. **Action d'une sphère homogène.** — 1°. SUR UN POINT EXTÉRIEUR. Une sphère homogène pouvant être considérée comme formée par la juxtaposition de couches sphériques homogènes, son action extérieure sera la même que si toute la masse électrique était concentrée en son centre. En appelant δ la masse d'électricité par unité de volume, on aura

$$H = \frac{4}{3}\frac{\pi R^3 \delta}{OP^2}.$$

Pour un point sur la sphère $H = 4\pi R\delta/3$.

2°. SUR UN POINT INTÉRIEUR. Ce cas se déduit des précédents. Traçons la sphère passant par le point considéré. L'action de la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

partie extérieure étant nulle, il ne reste que celle de la sphère intérieure qui vaudra $H = 4\pi r\delta/3$ en appelant r la distance du point au centre.

III. **Action exercée par un disque uniformément chargé d'un côté en un point de son axe.** — Par raison de symétrie, l'action totale du disque sera dirigée suivant son axe. La force exercée par la quantité σds recouvrant la surface infiniment petite ds (fig. 23), sur l'unité positive située en P sera $\frac{\sigma ds}{r^2}$.

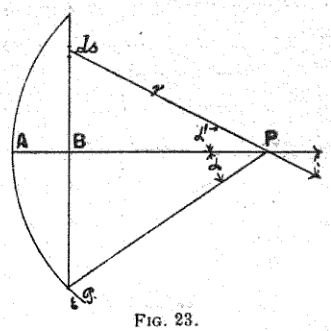


FIG. 23.

Projetée suivant l'axe elle donnera la composante

$$dH = \frac{\sigma ds}{r^2}\cos\alpha'.$$

Mais $ds\cos\alpha'/r^2$ mesure l'angle solide $d\beta$, sous lequel on voit l'élément ds du point P, donc $dH = \sigma d\beta$ et l'intensité du champ en P, dû au disque entier, sera $H = \sigma\beta$.

Pour un point infiniment rapproché du disque $\beta = 2\pi$ d'où $H = 2\pi\sigma$.

Si l'on remarque que par raison de symétrie, deux surfaces infiniment petites ds, également éloignées du centre, exercent sur l'unité positive placée en B des actions égales et contraires se détruisant, on en conclut que $H = 2\pi\sigma$ est uniquement due à la charge de l'élément infiniment voisin du point.

On peut encore donner une autre forme, dont nous nous servirons ultérieurement, à l'expression de l'intensité du champ. L'angle solide β est mesuré par le rapport de la surface de la calotte sphérique qu'il intercepte au carré du rayon.

$$\beta = \frac{2\pi.\,PA.\,AB}{\overline{PA}^2} = \frac{2\pi.\,AB}{PA} = \frac{2\pi\,(PA - PB)}{PA} = 2\pi\,(1 - \cos\alpha).$$

donc $$H = 2\pi\,(1 - \cos\alpha)\,\sigma.$$

IV. **Potentiel dû à une couche plane indéfinie uniforme.** — Les lignes de force sont, par symétrie, des droites normales au plan et les surfaces équipotentielles sont des plans parallèles à la couche.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Considérons la surface fermée immatérielle limitée par un contour fermé quelconque comprenant une charge $Q = \sigma S$, les lignes de force passant par le contour et deux plans équipotentiels placés à égale distance n de part et d'autre de la couche. Soient V le potentiel de ces plans et H la force normale en tous leurs points.

En vertu du théorème de Gauss on aura

$$2HS = 4\pi\sigma S$$

d'où

$$H = 2\pi\sigma = -\frac{dV}{dn}$$

et $dV = -2\pi\sigma dn$. On en tire $V = c^{te} - 2\pi\sigma n$.

Si la couche repose sur un plan conducteur, cas pratique, alors le flux ne sort plus que d'un côté et il vient :

$$V = c^{te} - 4\pi\sigma n.$$

V. **Potentiel dû à une couche uniforme cylindrique de section circulaire.** — Par raison de symétrie, les lignes de force sont des droites passant par l'axe et perpendiculaires à celui-ci ; les surfaces équipotentielles sont conséquemment des surfaces cylindriques coaxiales. Considérons l'espace compris entre deux plans perpendiculaires à l'axe et distants d'un centimètre. Soit R_1 le rayon de la couche cylindrique infiniment mince. La charge comprise entre les deux plans vaut $2\pi R_1\sigma$. H étant le champ à une distance R de l'axe, le flux d'induction sortant par la surface cylindrique de rayon R vaudra $2\pi RH$.

D'après le théorème de Gauss

$$2\pi RH = 4\pi . 2\pi R_1\sigma$$

d'où

$$H = \frac{4\pi R_1\sigma}{R} = -\frac{dV}{dR}.$$

On a donc

$$dV = -4\pi R_1\sigma \frac{dR}{R}$$

et

$$V = 4\pi R_1\sigma \log_e \frac{c^{te}}{R}.$$

Sur le cylindre lui-même, le potentiel vaudra

$$V_1 = 4\pi R_1\sigma \log_e \frac{K_1}{R_1}$$

et si le cylindre est conducteur, c'est ce potentiel qu'il possèdera en tous ses points.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En appelant $Q_1 = 2\pi R_1 \sigma$ la charge possédée par le cylindre par unité de longueur, l'expression précédente pourra encore prendre la forme $V_1 = 2Q_1 \log_e \frac{K_1}{R_1}$.

§ 2. — Condensation de l'électricité.

Capacité. — Supposons un corps conducteur en présence d'autres en communication avec le sol. Le corps étant chargé d'une quantité Q, les corps voisins se recouvriront par influence d'une charge $-Q$, et un électroscope, en rapport avec le premier, accusera un certain potentiel.

Si nous doublons, triplons, etc., la quantité d'électricité chargeant le corps inducteur, l'électroscope montrera que le potentiel devient 2, 3,... fois plus grand. D'une manière générale on aura

$$Q = C\,V.$$

La constante de proportionnalité C s'appelle la *capacité* du corps considéré. Elle est mesurée par *la charge qu'il faut lui communiquer pour augmenter son potentiel d'une unité.*

La capacité est indépendante de la nature des corps ; elle dépend de leur *forme*, du *voisinage des corps environnants* et du *diélectrique* qui les sépare.

Capacité d'une sphère. — Soit une sphère de rayon R, isolée dans l'espace. Communiquons-lui une charge Q. Nous savons que $Q = C\,V$. Le potentiel V d'une sphère de rayon R chargée de la quantité Q vaut, comme nous l'avons vu, $\frac{Q}{R}$ d'où $Q = V\,R$ et par identification $C = R$. *La capacité d'une sphère est mesurée par son rayon.*

Ex. 1. Qu'elle est la capacité d'une sphère d'un myriamètre de rayon ?

$R = 1\,000\,000$ cm, $C = 10^6$ cm.

Ex. 2. Qu'elle est la capacité de la terre ?

$$R = \frac{4\,000\,000\,000}{2\pi} = 637.10^6 \text{ cm} = C.$$

L'unité pratique de capacité appelée *farad international* est, par définition, la capacité qui *emmagasine un coulomb sous la différence de potentiel d'un volt.* Le coulomb, avons-nous vu,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

vaut 3.10^9 unités C. G. S. électrostatiques de quantité, le volt $\frac{1}{3.10^2}$ unités C. G. S. électrostatiques de potentiel. En vertu de la relation générale

$$C = \frac{Q}{V}, \text{ le farad} = \frac{1 \text{ coulomb}}{1 \text{ volt}} = 3.10^9.3.10^2 = 3^2.10^{11}.$$

Cette quantité étant beaucoup trop grande pour les besoins de la pratique, on emploie couramment le *microfarad* qui vaut $\frac{3^2.10^{11}}{10^6} = 3^2.10^5$ unités C. G. S. électrostatiques.

Dans les exemples ci-dessus, la capacité était dans le premier cas $\frac{10^6}{3^2.10^5} = \frac{10}{9} = 1{,}11$ microfarad et dans le second cas 707 microfarads.

Sphère équivalente. — On peut déterminer dans chaque cas *la sphère dont la capacité équivaut à celle du corps considéré.* A cette fin, on donne une charge Q à une sphère de rayon connu R. On la met alors en communication lointaine (pour rendre négligeable l'effet inducteur) par un fils mince (pour que la capacité de celui-ci ne vienne pas fausser le résultat) avec le conducteur étudié A. La charge Q se partage entre la sphère et A, ce dernier prenant la charge Q'.

Le potentiel de la sphère R est devenu $\frac{Q - Q'}{R}$. Il est égal à celui de A. Si A était une sphère de rayon X, son potentiel serait $\frac{Q'}{X}$. On a donc

$$\frac{Q - Q'}{R} = \frac{Q'}{X}$$

d'où

$$X = R \frac{Q'}{Q - Q'}.$$

X sera connu si nous connaissons Q et Q'. Dans l'état actuel nous ne pouvons mesurer ces quantités, mais il nous est aisé de déterminer le rapport $\frac{Q}{Q - Q'} = p$ en prenant, au moyen du plan d'épreuve, une petite charge sur la sphère avant et après sa liaison avec A et portant le plan dans une balance de torsion. On tire de la dernière proportion $\frac{Q'}{Q - Q'} = p - 1$ et enfin $X = R(p - 1)$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Condensateur. Force condensante. — On appelle *condensateur, tout système de conducteurs, agencés de manière que la capacité de l'un d'eux se trouve notablement augmentée.*

Soit d'abord un conducteur isolé A de capacité C chargé d'une quantité Q au potentiel V. Nous savons que $Q = CV$. Approchons maintenant de ce conducteur un autre conducteur en rapport avec le sol. La capacité aura changé. Elle sera devenue $C' > C$ et, pour la même différence de potentiel V entre le sol (au potentiel zéro) et le corps A, la charge devient $Q' = C'V$.

La quantité Q chargeant A dans le second cas, donnerait un potentiel plus petit V' tel que l'on aurait encore

$$Q = C' V'$$

d'où

$$\frac{C'}{C} = \frac{Q'}{Q} = \frac{V}{V'}.$$

C'/C représente la *force condensante* du condensateur. *Elle est égale au rapport des charges acquises sous un même potentiel, ou au rapport inverse des potentiels obtenus avec une même charge.*

Condensateur sphérique. — Considérons deux sphères métalliques concentriques rapprochées, dont l'extérieure, de rayon R, est en rapport avec la terre (potentiel zéro) et mettons la sphère intérieure, de rayon r, en communication avec une source d'électricité. Elle se charge d'une quantité Q, tandis qu'une quantité $-Q$ est attirée par influence sur l'armature extérieure. Nous avons $C = \frac{Q}{V}$.

Or au centre des sphères, le potentiel

$$V = \frac{Q}{r} - \frac{Q}{R} = \frac{Q\,(R - r)}{r\,R}.$$

La capacité de l'appareil est donc

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{r\,R}{R - r} = \frac{r^2}{e} \qquad (1)$$

si les sphères sont suffisamment grandes et très rapprochées. Multiplions haut et bas par 4π il vient

$$C = \frac{4\pi r^2}{4\pi e} = \frac{S}{4\pi e}. \qquad (2)$$

Ex. Soit une sphère intérieure de 12 cm de rayon séparée de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la sphère extérieure par une distance de 0,8 mm, la capacité sera 144/0,08=1800. Isolée, la sphère n'aurait eu qu'une capacité de 12. La force condensante est donc 1800/12 = 150.

Pour porter la sphère isolée au potentiel 1, il eût suffi de 12 unités. Quand elle est enveloppée par la seconde sphère reliée à la terre, sa capacité monte à 1800 et il faut alors lui communiquer une charge de 1800 unités, pour arriver au même résultat.

Condensateur à armatures parallèles. — La condition conduisant à la formule (2) est que les surfaces en présence soient suffisamment rapprochées. Elles deviennent alors égales. Par conséquent la formule

$$C = \frac{S}{4\pi e}$$

s'applique à tout condensateur dont les armatures forment des surfaces parallèles rapprochées se recouvrant entièrement, comme dans la bouteille de Leyde et les condensateurs plans. On peut d'ailleurs en donner une démonstration générale.

Nous partons toujours de l'équation fondamentale $C = Q/V$. Cherchons à déterminer V. Nous le tirerons de l'équation différentielle $H = -dV/dn$ ou $dV = -H\,dn$. Or, à part sur les bords, où elles restent perpendiculaires aux surfaces courbes des arêtes, les lignes de force sont parallèles ; les surfaces de niveau sont planes, le champ est uniforme. Donc H ne varie pas. Intégrons entre les limites V et o d'une part, o et e d'autre part

$$\int_V^o dV = \int_o^e -H\,dn \qquad \text{d'où} \quad V = He.$$

Mais $H = 4\pi\sigma$, donc $V = 4\pi\sigma e$.

Comme d'autre part $Q = S\sigma$, il vient en remplaçant

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{S\sigma}{4\pi\sigma e} = \frac{S}{4\pi e}.$$

Ex. Un condensateur formé de deux plateaux métalliques d'un mètre carré de surface, placés dans l'air à 1 mm. l'un de l'autre, a pour capacité

$$\frac{10\,000}{4\pi.0,1} = 15\,920 \text{ cm} = \frac{15\,920}{3^2.10^5} = 0,176 \text{ microfarad.}$$

Condensateur cylindrique. — Soient deux armatures concentriques cylindriques indéfinies de rayons R_1 et R_2 (fig. 24), dont l'armature extérieure est en communication avec la terre, l'autre

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

étant portée au potentiel V. Celle-ci prendra, par unité de longueur la charge Q, l'autre la charge $-Q$ et les lignes de force réuniront normalement ces deux surfaces. Les surfaces équipotentielles sont conséquemment des surfaces cylindriques concentriques aux armatures et les tubes de force les volumes compris entre des plans axiaux.

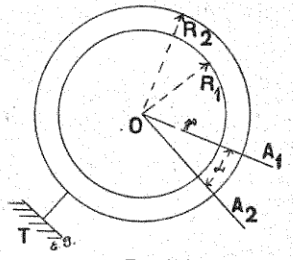


FIG. 24.

Considérons un cylindre équipotentiel de rayon x et de l'unité de longueur.

Le flux de force qui en sort a pour valeur

$$H 2\pi x = -\frac{dV}{dx}. 2\pi x.$$

D'après le théorème de Gauss, ce flux sera égal à 4π fois la charge correspondante Q de l'armature cylindrique intérieure

d'où
$$-\frac{dV}{dx}. 2\pi x = 4\pi Q$$

$$-dV = 2Q\frac{dx}{x} \text{ ou } \int_V^0 -dV = 2Q\int_{R_1}^{R_2}\frac{dx}{x}$$

d'où
$$V = 2Q \log_e \frac{R_2}{R_1}.$$

Remplaçons cette valeur de V dans notre équation fondamentale

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{2Q \log_e \frac{R_2}{R_1}} = \frac{1}{2 \log_e \frac{R_2}{R_1}}.$$

Pour une longueur L cm la capacité vaudra L fois plus.

Condensateur formé par deux cylindres parallèles indéfinis. — Supposons deux cylindres conducteurs de rayons R_1 et R_2, placés parallèlement à une distance $2h$, celle-ci étant très grande par rapport à R_1 et R_2, de manière que l'on puisse considérer comme constant le potentiel dû à la charge du premier conducteur en tous les points de l'espace occupé par le second et *vice-versa*.

En vertu de la formule précédemment établie, le potentiel du

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

conducteur 1 dû à sa charge $+ Q$ par unité de longueur est

$$V'_1 = 2Q \log_e \frac{K_1}{R_1}.$$

Le potentiel du conducteur 2 dû à la charge de 1 est

$$V''_1 = 2Q \log_e \frac{K_1}{2h}.$$

De même le potentiel du conducteur 2, dû à sa charge unitaire $- Q$ vaut

$$V''_2 = - 2Q \log_e \frac{K_2}{R_2}$$

et celui en 1 :

$$V'_2 = - 2Q \log_e \frac{K_2}{2h}.$$

Le potentiel du premier conducteur sera donc

$$V_1 = V'_1 + V'_2 = 2Q \log_e \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{2h}{R_1}.$$

De même le potentiel du second conducteur vaudra

$$V_2 = V''_1 + V''_2 = 2Q \log_e \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{R_2}{2h}.$$

Par conséquent $V_1 - V_2 = 2Q \log_e \frac{4h^2}{R_1 R_2} = 4Q \log_e \frac{2h}{\sqrt{R_1 R_2}}$.

La capacité par unité de longueur vaut donc

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{1}{4 \log_e \frac{2h}{\sqrt{R_1 R_2}}}.$$

Si $R_1 = R_2 = R$, $\quad C = \frac{1}{4 \log_e \frac{2h}{R}}$.

Condensateur constitué par un cylindre et un plan parallèle situé à une distance h de l'axe du cylindre. — Plaçons à égale distance de l'autre côté du plan conducteur un second cylindre indéfini de même diamètre.

Le plan conducteur constitue, par raison de symétrie, une surface équipotentielle. Cette surface conductrice sera chargée d'un côté d'une charge $- Q$ (du côté du conducteur $+$), de l'autre d'une charge $+ Q$ et elle constitue, avec chacun des fils, un condensateur dont nous cherchons la capacité.

Or, comme nous le verrons plus loin, ces deux condensateurs

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sont montés en série et nous venons d'établir la capacité de l'ensemble qui est $1/4 \log_e (2h/R)$.

Ainsi que nous le démontrerons, la capacité résultante vaut la moitié de celle des condensateurs composants et ainsi celle-ci a pour valeur

$$\frac{1}{2 \log_e \frac{2h}{R}}.$$

Cette expression représente donc la capacité d'un conducteur cylindrique de rayon R et d'un plan parallèle situé à la distance h. Ce sera, par exemple, la capacité d'un fil télégraphique par rapport à la terre.

Formes pratiques de condensateurs. — La forme généralement adoptée est celle de deux feuilles conductrices parallèles appelées *armatures*, séparées par une feuille isolante. L'une des armatures, appelée *collecteur*, est mise en rapport avec la source d'électricité ; l'autre, appelée *condenseur*, avec la terre. Les deux dispositifs de condensateurs le plus anciennement connus, sont la bouteille de Leyde et le condensateur d'Aepinus.

Bouteille de Leyde. — La bouteille de Leyde (fig. 25), se compose d'une bouteille à large goulot garnie intérieurement et extérieurement d'une feuille d'étain jusqu'à une faible distance de son arête supérieure. Ces feuilles constituent les deux armatures. L'armature intérieure est mise en rapport par une masse de clinquant avec une tige métallique traversant le bouchon fermant la bouteille, recourbée et terminée extérieurement par un bouton.

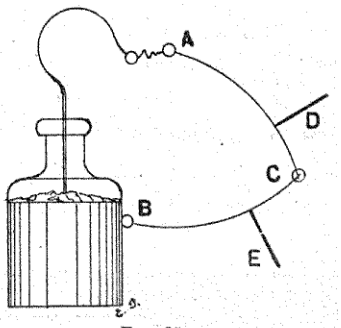


Fig. 25.

On provoque la décharge de la bouteille, au moyen d'un excitateur constitué par deux boules métalliques, A et B, montées sur des tiges articulées en C et que l'on manœuvre au moyen des poignées de verre D et E. La boule B étant en contact avec l'armature extérieure, en approchant progressivement la boule A de celle terminant l'armature intérieure, on provoque l'éclatement de l'étincelle et la décharge de l'appareil.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Condensateur d'Aepinus. — Deux plateaux métalliques isolés mobiles, A et C (fig. 26), peuvent venir en contact avec les faces d'une plaque de verre B.

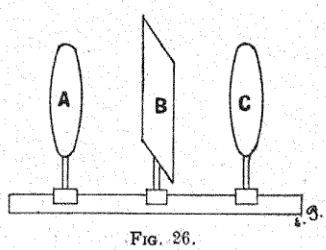


Fig. 26.

Un appareil simple de l'espèce est obtenu en collant de part et d'autre d'une lame en verre une feuille d'étain de dimensions un peu moindres, les parties non recouvertes du verre étant vernies à la gomme laque.

Condensateur a feuilles d'étain. — Quand on veut obtenir des capacités élevées, on superpose alternativement une feuille d'étain et une feuille de mica ou de papier. Toutes les feuilles d'étain de rang impair débordent d'un côté, sont réunies ensemble et forment une des armatures ; les feuilles d'étain de rang pair débordent de l'autre côté et sont aussi réunies entre elles, constituant la seconde armature.

Condensateur téléphonique. — Un autre mode de construction consiste à séparer deux longues feuilles d'étain par du papier mince et fort puis, après les avoir recouvertes de papier également, de replier le tout en le serrant de manière à former un ensemble compact que l'on immerge dans de la parafine fondue. Deux lames métalliques soudées à l'une des extrémités des feuilles d'étain servent à les raccorder à des bornes facilitant les connexions.

Condensateur Mosciki. — Ce condensateur, qui est employé industriellement et peut supporter de très hautes tensions, est constitué par un tube en verre, à col renforcé, pourvu de deux armatures tubulaires en argent, obtenues par un procédé chimique et renforcées par un dépôt électrolytique de cuivre.

Le col du tube est scellé dans un isolateur en porcelaine. On loge le condensateur dans un tube en laiton hermétiquement fermé par un bouchon en caoutchouc et rempli d'un mélange incongelable d'eau et de glycérine. Une des armatures sort de l'isolateur, l'autre est reliée au tube métallique extérieur.

Energie d'un condensateur chargé. — La charge Q d'un condensateur de capacité C, dont les armatures sont maintenues sous une différence de potentiel V étant $Q = C\,V$ l'énergie

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

électrique emmagasinée sera, en vertu de l'équation précédemment établie

$$W = \frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2.$$

On peut d'ailleurs arriver aisément à cette formule, en calculant quel est le travail qu'il faut dépenser pour amener la charge Q du potentiel o au potentiel V. En augmentant graduellement la charge, le potentiel augmente aussi et, quand la charge atteint la valeur Q, le potentiel arrive à V. Au moment où la charge est q et le potentiel v, le travail pour ajouter la charge dq est mesuré par

$$v dq = \frac{q}{C} dq.$$

Le travail total à développer pour faire varier la charge de o à Q est ainsi

$$\int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2.$$

Mais nous avons vu précédemment que $C = S/4\pi e$. L'énergie emmagasinée dans un condensateur est donc exprimée par $SV^2/8\pi e$. Elle est proportionnelle à la surface, au carré de la différence du potentiel et inversement proportionnelle à l'épaisseur du diélectrique qui sépare les armatures.

La différence de potentiel ne peut être augmentée au-delà de la valeur pour laquelle le diélectrique est percé et cette valeur est d'autant moins élevée que l'épaisseur de ce dernier est plus petite. Quand la limite est atteinte, on ne peut agir que sur la surface, ou en couplant de certaine manière les condensateurs dont on dispose.

Couplage des condensateurs. — Les condensateurs peuvent être couplés en dérivation ou en série.

Dans le GROUPEMENT EN DÉRIVATION, dit aussi EN QUANTITÉ, ou en SURFACE, toutes les armatures sont réunies de part et d'autre (fig. 27).

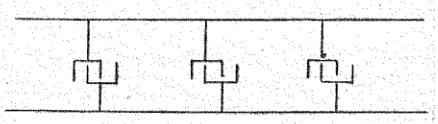


FIG 27.

C_1, C_2,..., étant les capacités des divers condensateurs, V la différence de potentiel appliquée, Q_1, Q_2,..., les quantités

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'électricité qui les chargent, C et Q leurs capacité et charge totales, on a évidemment

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1}{V} + \frac{Q_2}{V} + \dots = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

La capacité résultante de condensateurs groupés en quantité est égale à la somme de leurs capacités.

Ex. Quatre condensateurs des capacités respectives de 7, 4, 2 et 9 microfarads, disposés en quantité, correspondent à un seul condensateur ou exercent le même effet d'emmagasinement qu'un seul appareil de 7 + 4 + 2 + 9 = 22 microfarads.

Groupement en série, ou tension, ou cascade. — Ici la liaison se fait de la seconde armature du premier à une armature du second; de l'autre armature de ce dernier à une du troisième et ainsi de suite. Supposons qu'une différence de potentiel $V_1 - V_n$ soit appliquée aux armatures extrêmes (fig. 28).

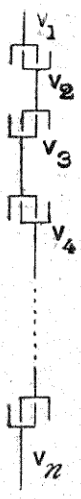


Fig. 28.

On aura, les quantités d'électricité qui chargent tous les condensateurs étant évidemment égales, puisque c'est le même flux qui les a tous traversés lorsqu'on a appliqué aux extrémités de la série la différence de potentiel $V_1 - V_n$:

$$Q = C_1 (V_1 - V_2)$$
$$Q = C_2 (V_2 - V_3)$$
$$\dots\dots\dots$$
$$\dots\dots\dots$$

d'où

$$\frac{Q}{C_1} = V_1 - V_2, \frac{Q}{C_2} = V_2 - V_3, \dots$$

et, en additionnant :

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \dots = V_1 - V_n.$$

En appelant C_x la capacité combinée de la cascade, on a par définition

$$\frac{Q}{C_x} = V_1 - V_n,$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

donc

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \ldots = \frac{Q}{C_x} \text{ ou } \frac{1}{C_x} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots$$

et enfin

$$C_x = \frac{1}{\sum \frac{1}{C}}.$$

On peut l'énoncer : *La capacité combinée de condensateurs groupés en série, est égale à l'inverse de la somme des inverses des capacités des condensateurs constituants.*

Ex. Les mêmes condensateurs que précédemment, groupés en série, ont une capacité de 0,964 microfarad.

En résumé, quand on dispose d'un certain nombre de condensateurs, on obtiendra une capacité maximum en les groupant tous en dérivation, et une capacité minimum en les groupant en série.

Entre ces deux groupements limites viennent s'intercaler toutes les combinaisons que l'on peut faire en montant en dérivation des groupes d'éléments mis en série.

Il convient, bien entendu, que chaque série de condensateurs possède le même nombre d'appareils, sinon une différence de potentiel donnée étant appliquée à des séries inégales, les condensateurs des séries les plus nombreuses seraient soumis à des différences de potentiel moindres et, par conséquent, moins bien utilisés que les autres.

APPLIC. On dispose de 80 condensateurs d'un microfarad de capacité. Comment faut-il les grouper pour obtenir une capacité de 5 microfarads ?

En reliant x de ces condensateurs en série, la capacité résultante vaut $1/x$. En plaçant y séries semblables en dérivation, la capacité s'élèvera à y/x. Il faut que $y/x = 5$. D'autre part $xy = 80$. On en tire $x = 4$ et $y = 20$. On devra donc placer en dérivation 20 séries de 4 condensateurs.

Energie maximum que l'on peut emmagasiner dans une batterie. — Soient n condensateurs de capacité C capables de supporter la différence de potentiel maximum V en emmagasinant la charge Q.

En les associant en surface leur capacité est nC, leur charge totale nCV et leur énergie $nCV^2/2$.

Associons-les maintenant en tension. La capacité totale

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sera C/n, mais on pourra leur appliquer une différence de potentiel nV. La charge maximum sera CV et l'énergie $nCV^2/2$ comme ci-dessus. Donc *l'énergie est la même dans les deux cas.*

On recourra au premier montage, si la source d'électricité dont on dispose débite sous faible potentiel et au montage en cascade si, au contraire, elle développe un potentiel élevé.

L'expression précédente $\frac{nCV^2}{2} = \frac{n}{2} Q V$ est exprimée en joules, si C, V et Q sont respectivement évalués en farads, volts et coulombs.

Nous avons vu qu'en unités C. G. S., on doit dépenser une unité de travail, c'est-à-dire un erg, pour augmenter d'une unité C. G. S. de potentiel, le potentiel de l'unité C. G. S. de quantité : 1 erg = 1 unité de quantité × 1 unité de différence de potentiel. De même on doit dépenser l'unité pratique de travail, le joule, ou elle est dégagée, suivant que le potentiel d'une unité pratique de quantité augmente ou diminue d'une unité pratique de potentiel.

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ coulomb} \times 1 \text{ volt} = \frac{3.10^9}{3.10^2} = 10^7 \text{ unités C .G .S.}$$

Nous retombons bien sur la valeur indiquée dans les généralités.

Pouvoir inducteur spécifique. — Prenons deux condensateurs plans identiques, dont les armatures sont séparées dans le premier par de l'air, dans le second par un isolant quelconque. Une des armatures du premier étant en rapport avec le sol, portons l'autre armature au potentiel V accusé par la déviation α d'un électroscope à feuilles d'or qu'on y relie. Cette armature porte la charge Q. Supprimons la communication avec la source d'électricité et réunissons le second condensateur en parallèle avec le premier. La charge Q va se répartir sur les deux et le potentiel deviendra V', mesuré par la déviation α' de l'électroscope. En appelant C et C' les capacités des deux condensateurs, nous aurons évidemment

$$Q = CV = (C + C') V'$$

d'où
$$\frac{V}{V'} = \frac{C + C'}{C} = \frac{\alpha}{\alpha'}$$

et enfin
$$\frac{C'}{C} = \frac{\alpha - \alpha'}{\alpha'} = \frac{\alpha}{\alpha'} - 1.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le rapport C'/C s'appelle *capacité inductive spécifique* ou *pouvoir inducteur spécifique* du corps par rapport à l'air. Voici cette valeur pour quelques isolants usuels :

Caoutchouc naturel	2,12 à 2,35
» vulcanisé	2,69 à 2,94
Verre dur	6,96
Fibre	1,19 à 2,66
Ebonite	2 à 2,8
Gomme laque	3,10
Gutta-percha	3,3 à 4,9
Mica	5,7 à 8
Paraffine	1,98 à 2,32

Valeur du coefficient de la loi de Coulomb. — Dans le cas considéré en premier lieu, le milieu étant l'air et la distance des armatures e, l'intensité du champ constant a pour valeur

$$H = \frac{V}{e} = 4\pi\sigma$$

les armatures étant chargées à la densité σ.

Si au lieu d'air nous avons un milieu de pouvoir inducteur spécifique ε, la densité devient $\sigma' = \varepsilon\sigma$ et ainsi, la même différence de potentiel provoque la présence d'une charge ε fois plus grande ou, inversement, il faut ε fois plus d'électricité pour développer le même champ, ou encore une même quantité d'électricité détermine une force ε fois plus petite.

Par conséquent le coefficient de la loi de Coulomb est fonction de la capacité inductive spécifique et l'on a : $F = \frac{1}{\varepsilon}\frac{QQ'}{r^2}$. Donc, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, la définition donnée pour l'unité de quantité ne convient que pour l'air, ou tout autre milieu dont la constante diélectrique égale l'unité.

Flux d'induction. — Dans le cas où les armatures sont séparées par un diélectrique de pouvoir inducteur spécifique ε, la même différence de potentiel y provoque la présence d'une charge ε fois plus grande. Les lignes de force réunissant les éléments correspondants seront ε fois plus nombreuses et le flux par unité de section ne sera plus H mais εH. *C'est ce que l'on appelle le flux d'induction.*

Charge résiduelle. — En pratique les phénomènes de conden-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sation de l'électricité sont un peu plus compliqués que ce que nous avons supposé jusqu'ici. En reliant un condensateur à une source d'électricité, non seulement il prend instantanément une certaine charge (la plus grande partie de celle qu'il est capable d'acquérir) mais, en maintenant la communication avec la source, il continue d'absorber de l'électricité pendant longtemps encore.

A la décharge le phénomène est inverse : il n'est possible de ramener définitivement les armatures à l'état neutre, que si on les réunit métalliquement pendant un certain temps. En rompant la communication aussitôt après l'étincelle de décharge et laissant les armatures isolées, on peut, surtout avec des diélectriques impurs (verre, gutta-percha, caoutchouc...) obtenir une série de décharges qui vont en s'affaiblissant et sont dues à la *charge résiduelle* ; la première correspond à la charge *disponible*. La charge résiduelle varie avec la durée de l'électrisation du condensateur, tandis que la charge disponible est constante. Aussi, convient-il d'adopter, comme *capacité du condensateur, le rapport entre la charge disponible et la différence de potentiel.*

Absorption électrique. — Prenons un condensateur constitué de parties amovibles (fig. 29, 30 et 31), chargeons-le et laissons-le isolé.

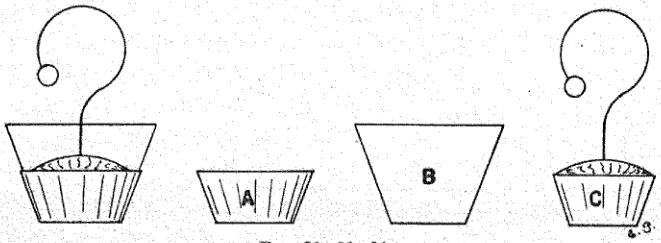


FIG. 29, 30, 31.

Nous le décomposons ensuite en trois parties : A gobelet métallique, armature extérieure ; B gobelet en verre, diélectrique; C masse métallique, armature intérieure. Si, après avoir déchargé les armatures en les portant en contact, ce qui ne donne que de faibles étincelles, on reconstitue la bouteille et provoque la décharge, on constate que l'étincelle fournie est

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

presque aussi forte que celle que l'on aurait eue en déchargeant préalablement le condensateur à la façon habituelle.

Conclusion : *la charge électrique se trouvait contenue, tout au moins en grande partie, dans le diélectrique.*

Constante diélectrique. — Comme l'accuse le dernier tableau, la capacité inductive spécifique n'est pas constante. Elle est variable avec la durée de la charge et comprise entre un maximum correspondant aux longues durées et un minimum correspondant aux faibles. Cette dernière limite varie beaucoup avec les substances. Elle vaut pour le verre $1/10^8$ de seconde, pour le soufre et l'ébonite $1/10$.

Dilatation électrique. — La charge donnée à une bouteille de Leyde provoque une augmentation de volume qui disparaît avec la décharge. Cette dilatation est proportionnelle au carré du rapport de la différence du potentiel à l'épaisseur de la bouteille.

Polarisation et rôle du diélectrique. — Le diélectrique agit comme s'il se polarisait, c'est-à-dire comme si chacun de ses éléments de volume présentait des charges égales et contraires d'électricité perpendiculairement à la direction du champ. Quand la polarisation est uniforme, aucune trace d'électrisation ne paraît dans le milieu diélectrique, les charges opposées en contact des éléments consécutifs se neutralisant mutuellement. L'électrisation ne se manifeste que sur les surfaces terminales.

On a cru, en premier lieu, que l'énergie électrique résidait sur les conducteurs eux-mêmes, le diélectrique ne jouant qu'un rôle inerte, comme dans les actions gravifiques. Puis on a abandonné l'idée des actions à distance, supposant que c'était le milieu interposé qui transmettait les effets constatés, en vertu d'une élasticité spéciale, pour enfin admettre que l'énergie emmagasinée est entièrement contenue dans le diélectrique.

Suivant Faraday, les lignes de force doivent être considérées comme des fils élastiques tendus, qui se repousseraient mutuellement. La pression et la tension par unité de surface auraient la même valeur p en chaque point d'un élément et, d'après Maxwell,

$$p = H^2/8\pi.$$

Cette quantité représente précisément l'énergie existant par unité de volume, si toute l'énergie se répartit uniformément dans le milieu.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Considérons en effet un condensateur plan d'épaisseur e, dont les armatures présentent la différence de potentiel V.

Il possède une énergie totale

$$W = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} S\sigma V.$$

Le volume diélectrique interposé étant Se, chaque unité de volume contient l'énergie

$$\frac{W}{Se} = \frac{1}{2} \frac{\sigma V}{e}.$$

Mais $H = \frac{V}{e} = 4\pi\sigma$. Remplaçant σ et V par leur valeur en fonction de H il vient pour l'énergie volumique $H^2/8\pi$. Ceci pour l'air.

S'il s'agit d'un diélectrique de pouvoir ε, l'expression devient $\varepsilon H^2/8\pi$.

---

§ 3. — Décharge d'un condensateur.

Un condensateur peut être ramené à l'état neutre de diverses manières.

1° **Décharge lente ou convective.** — Terminons l'armature intérieure d'une bouteille de Leyde par un timbre métallique A (fig. 32). Plaçons en regard un timbre B relié à l'armature extérieure et entre les deux une balle de sureau C suspendue par un cordonnet de soie. Nous aurons ainsi formé un *carillon électrique*. Si la bouteille est chargée, la balle C attirée par le timbre le plus voisin vient le frapper, prend une charge de même signe, est repoussée, puis, attirée par la charge de nom contraire de l'autre timbre, vient le frapper et ainsi de suite.

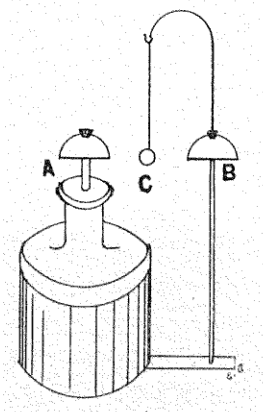


FIG. 32.

On donne à l'expérience une autre forme intéressante, en remplaçant la balle par une araignée en clinquant qui se précipite alternativement sur l'un et sur l'autre des boutons en rapport avec les armatures, jusqu'à ce que la charge soit neutralisée.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° **Décharge conductive.** — En réunissant les deux armatures par un conducteur, le condensateur revient immédiatement à l'état neutre. Qu'est devenue alors l'énergie emmagasinée dans l'appareil ?

On peut montrer aisément au moyen d'un thermomètre approprié, le thermomètre de Riess, que cette énergie s'est transformée en chaleur. Pour cela, la décharge est envoyée à travers un fil de platine F (fig. 33) réuni à deux bornes B_1, B_2, tendu dans une sphère en verre A remplie d'air, raccordée à un tube horizontal capillaire C plein de liquide et se terminant par une partie évasée D. Au moment de la décharge, l'air échauffé se dilate et le liquide monte brusquement dans le tube D. L'échauffement est assez prompt pour que l'on n'ait pas à se préoccuper des causes de déperdition. Comme le volume gazeux est suffisamment grand pour que son augmentation soit insignifiante, celle-ci n'influe pas sur la pression et le déplacement est proportionnel à la variation de pression, laquelle est elle-même proportionnelle à l'élévation de température et finalement à la quantité de chaleur dégagée.

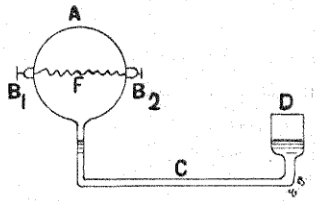


FIG. 33.

L'appareil permet de vérifier la formule $W = Q^2/2\,C$ en le faisant traverser par des charges variées, ou par une même charge communiquée à des batteries de capacités diverses.

RÉSISTANCE ÉLECTRIQUE. — Si dans le circuit de la décharge on intercale deux conducteurs différents que l'on place alternativement, l'un dans la boule du thermomètre de Riess, l'autre à l'extérieur, on constate que les quantités de chaleur respectivement dégagées par les deux portions de fil sont dans un rapport constant, indépendant de la décharge et des conditions dans lesquelles elle s'effectue. Le phénomène est donc lié à la nature du conducteur, à sa *résistance*.

Deux conducteurs présentent des résistances égales quand, traversés par la même décharge, ils dégagent la même quantité de chaleur.

On constate par expérience, que *la résistance d'un conducteur*



Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cylindrique est proportionnelle à sa longueur, à un coefficient ρ *et inversement proportionnelle à sa section*

$$R = \rho \frac{l}{s}.$$

ρ est la *résistance spécifique* ou *résistivité* ou *résistibilité* du métal considéré. C'est la résistance existant entre les faces opposées d'un cube de ce métal d'un centimètre de côté.

L'inverse de la résistance $1/R = G$ s'appelle la *conductance*. On a donc $G = \frac{s}{\rho l} = \gamma \frac{s}{l}$. γ est la conductance spécifique ou *conductibilité* du conducteur.

L'unité pratique de résistance est l'*ohm international*. Il est représenté, avec une approximation de 1/5000, par la résistance, à la température de la glace fondante, d'une colonne mercurielle de 14,452 grammes, d'une section transversale constante (un millimètre carré) et d'une longueur de 106,3 cm.

L'unité pratique de conductance est le *mho*, anagramme par renversement du mot ohm.

Fusion et volatilisation des métaux. — Lorsqu'aucun travail extérieur n'est accompli, l'énergie de la décharge est entièrement convertie en chaleur. En appelant K la quantité de chaleur dégagée en calories et J l'équivalent mécanique de la chaleur, on aura

$$\frac{1}{2} Q V = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = W = \mathrm{K\,J}.$$

La quantité W est fixe et se répartit entre les divers conducteurs que la décharge parcourt en série, au prorata de leur résistance. Si l'un des conducteurs est très mince, sa résistance est grande et c'est sur lui que se concentre la majeure partie de la chaleur dégagée. Celle-ci étant suffisante, le conducteur fond ou se volatilise. Cette dernière action est violente et accompagnée d'une véritable explosion.

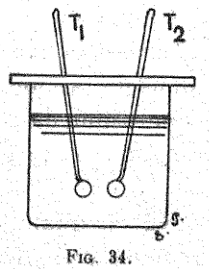


Fig. 34.

Si l'on réunit par un fil mince les deux boules d'un excitateur constitué de deux tiges T_1, T_2 (fig. 34) pivotées sur des pieds isolants, que l'on plonge dans un verre rempli d'eau, puis que l'on envoie dans le fil une

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

décharge qui le volatilise, l'explosion se produisant dans un milieu pratiquement incompressible, avec une soudaineté excessive, le verre se brise avec fracas sous la pression de l'onde brusque que lui envoie le fil.

3° **Décharge disruptive.** *A*. **A travers les corps mauvais conducteurs solides.** — En interposant un corps mauvais conducteur sur le trajet de la décharge, l'énergie de celle-ci se dépense en travaux mécaniques d'éclatement et de rupture. On perce facilement une feuille de papier, un carton, une lame mince en verre, au moyen de décharges même faibles.

Cette dernière expérience se réalise comme l'indique la figure 35. Entre les deux pointes A et B s'intercale la lame F. Il est bon d'entourer d'une goutte d'huile la pointe supérieure. A l'aide de décharges puissantes on perce de fortes épaisseurs de verre, jusqu'à plusieurs centimètres, mais alors les pointes doivent être noyées dans un corps mauvais conducteur, comme la cire ou la résine.

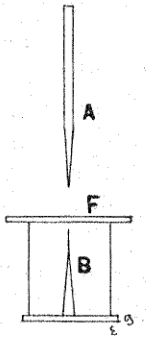


FIG. 35

B. **A la surface de corps mauvais conducteurs.** — Quand une batterie de bouteilles de Leyde est chargée jusqu'au point où la décharge spontanée va se produire, on entend des craquements et l'on voit de nombreux traits de feu parcourir en se ramifiant la surface des bouteilles. On augmente ces effets avec la *bouteille étincelante*, qui est une bouteille de Leyde dont l'armature extérieure est formée de grains de limaille collés avec du vernis de manière à établir une certaine discontinuité, tandis que l'armature intérieure est prolongée par une feuille d'étain jusqu'à une petite distance de la surface métallisée.

On obtient également de beaux effets avec les *carreaux magiques* agencés en collant sur la surface d'un tube en verre, à la suite les uns des autres et en hélice, de petits losanges d'étain qui paraissent réunis par une traînée de feu quand l'étincelle éclate entre eux.

C. **Décharge à travers l'air. Etincelle électrique.** — Quand la décharge se produit dans l'air, elle affecte la forme d'une étincelle dont on peut distinguer quatre types.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

1° Etincelle proprement dite. — Elle éclate avec un bruit sec, indice d'un ébranlement violent de l'air. Courte, elle est rectiligne et d'autant plus épaisse que la décharge est plus importante. Au fur et à mesure qu'elle s'allonge, ou que la capacité du condensateur diminue, le trait devient plus grêle, moins lumineux et se propage en zigzag.

Rigidité électrostatique ou distance explosive. — La distance à laquelle l'étincelle éclate dans l'air à la pression ordinaire dépend de la différence de pression entre les conducteurs terminaux ou *électrodes*. Elle dépend aussi de leur forme. Elle est plus grande, par exemple, entre deux sphères qu'entre deux plateaux.

D'autre part, pour une longueur donnée de l'étincelle, la différence de potentiel explosive peut varier beaucoup, surtout aux hautes différences de potentiel, suivant l'écart qui existe entre le potentiel du sol et celui de l'une ou l'autre des électrodes (1).

Entre électrodes sphériques égales, portées à des potentiels symétriques et pour des longueurs d'étincelles inférieures au rayon des sphères, le potentiel explosif est sensiblement indépendant de ce rayon des électrodes et il est représenté, en volts, à moins d'1 % près, comme pour des électrodes planes indéfinies par la formule

$$V = 5200 + 26\,200\,x$$

applicable entre 20 000 et 300 000 V, x étant la distance des électrodes. Elle montre que pour allonger d'un centimètre une étincelle un peu longue éclatant à l'air libre dans un champ uniforme, il faut élever de 26 200 V la différence de potentiel qui existe entre les électrodes. Cette constante caractéristique 26 200 V pour un centimètre est donc la rigidité électrostatique limite de l'air à 15°, sous une pression de 76 cm pour des potentiels très élevés.

Influence de la pression. — Quand on diminue la pression de l'air on constate que la différence de potentiel correspondant à une distance explosive donnée diminue rapidement, puis remonte brusquement. *Il existe donc une pression pour laquelle*

(1) P. Villard et H. Abraham. La Lumière Électrique du 20/1/12 p. 77.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la résistance à la décharge passe par un minimum. Cette limite varie avec les gaz et la forme du récipient qui les contient. Elle est de 3 millimètres pour l'air dans un espace de forme ovoïde, mais beaucoup plus petite dans des tubes.

2° L'AIGRETTE OU EFFLUVE *est l'étincelle très longue, très ramifiée, pâle, violacée, accompagnée d'un bruissement spécial qui se produit quand la distance des électrodes est très grande ou la capacité du condensateur très faible.* Au pôle + ou *anode* l'ensemble affecte la forme d'une gerbe partant d'un pédoncule (fig. 36), tandis qu'au pôle négatif ou *cathode*, on remarque une simple couche lumineuse ou une petite étoile brillante, s'il se termine en pointe.

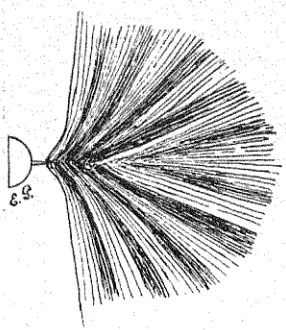


FIG. 36.

3° LES LUEURS, qui ne se remarquent qu'au pôle positif, *apparaissent quand la pression du gaz est réduite à quelques millimètres.* On les met en évidence au moyen de l'*œuf électrique* (fig. 37), constitué par une ampoule en verre dans laquelle se trouvent les deux électrodes et avec les *tubes de Geissler* (fig. 38), tubes fermés, rétrécis vers le milieu, dont les parties terminales contiennent des fils de platine traversant le verre et qui servent d'électrodes.

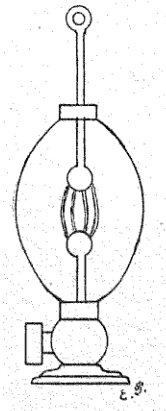


FIG. 37.



FIG. 38.

La teinte de la lueur dépend de la nature du gaz contenu dans le tube, de sa pression et de la densité du flux qui le traverse : rose dans l'air, blanche dans l'acide carbonique, bleu violet dans l'hydrogène. On y remarque souvent le phénomène de *la stratification, produit par la décomposition de la masse lumineuse en couches alternativement brillantes et obscures.*

La lumière émise par les lueurs provoque la fluorescence du verre, surtout s'il contient un peu d'urane. Il présente alors

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

une belle fluorescence verte. De très beaux effets sont obtenus en entourant les tubes de solutions de corps fluorescents comme le sulfate de quinine.

4° Rayons cathodiques. — Soit une ampoule en verre (fig. 39) traversée par des électrodes dont une ou plusieurs anodes et faisons-y le vide. L'aspect de la décharge passe par les phases décrites plus haut (étincelle et lueurs). Quand le vide atteint quelques millimètres, les lueurs stratifiées paraissent puis, au fur et à mesure que le vide est poussé plus loin, l'espace obscur entre les électrodes s'étend ; la cathode paraît entourée d'une lueur violacée et un filet lumineux ténu déviable à l'aimant part des anodes pour converger vers elle. Enfin, *quand la raréfaction est poussée entre un cent millième et un millionième d'atmosphère*, toute lueur disparaît dans l'ampoule, mais la paroi opposée à la cathode devient fluorescente et cela, quelle que soit l'électrode A, B ou C que l'on prend pour anode.

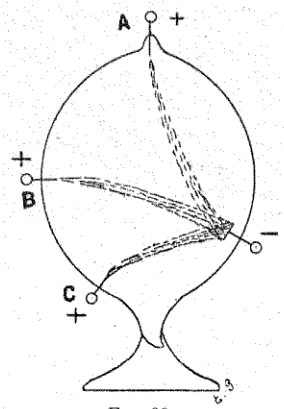


Fig. 39.

Quand on opère dans l'oxygène, on remarque qu'un faisceau lumineux part de la cathode perpendiculairement à celle-ci et se dirige en ligne droite sur la partie de l'ampoule rendue phosphorescente. C'est le *faisceau cathodique, dont la production n'est influencée ni par la nature du gaz, ni par le mode d'excitation.* Dès que la différence de potentiel devient suffisante relativement à la pression du gaz de l'ampoule, le phénomène se produit. Si l'on donne à la cathode une forme concave, on fait converger les rayons vers un foyer d'où ils se séparent de nouveau (fig. 40).

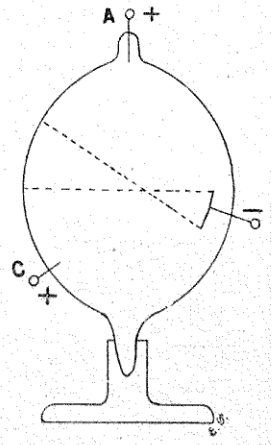


Fig. 40.

Propriétés des rayons cathodiques. — Les rayons cathodiques se *propagent en ligne droite.* On le démontre en inter-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

posant une croix en mica sur leur chemin. Celle-ci porte ombre sur le verre. *Ils excitent la phosphorescence d'un grand nombre de corps* : verre, cristal, diamant, etc., *échauffent les corps* qu'ils rencontrent, au point de provoquer la fusion de lames minces de platine, *sont déviés par un aimant* et un *champ électrique* et *exercent des actions chimiques.* Leur effet est réducteur : ils réduisent les oxydes des métaux à l'état métallique.

Les rayons cathodiques produisent des actions mécaniques sur les corps qui peuvent se mouvoir. Plaçons dans un tube une légère roue à ailettes, mobile et pouvant se déplacer sur deux rails de verre. Si l'on fait la décharge à travers le tube, les rayons cathodiques frappent la partie supérieure de la roue, la font tourner et l'entraînent sur la voie formée par les rails de verre. Si l'on renverse le courant, le mouvement de la petite roue s'inverse également, dans le cas où les deux électrodes sont placées symétriquement.

Tout corps frappé par les rayons cathodiques se charge d'électricité négative. Ces rayons sont constitués par des corpuscules chargés négativement : des *électrons négatifs*, qui se déplacent rapidement en ligne droite, à partir de la cathode, dans le sens des rayons.

D'après les recherches de M. J.-J. Thompson, la charge électrique de ces corpuscules est précisément celle d'un atome d'hydrogène dans l'électrolyse et leur masse est la millième partie de celle du même atome.

Rayons anodiques ou rayons canaux. — En utilisant une cathode percée de trous (fig. 41) M. Goldstein a aperçu derrière elle une lumière jaunâtre formée de rayons déviables par l'aimant à la façon de courants d'électricité positive. L'étude des charges par rapport à leur masse, de ces rayons *anodiques* ou *rayons canaux*, conduit à supposer qu'ils sont constitués par des atomes ou groupes d'atomes électrisés positivement.

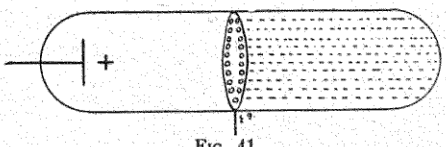


Fig. 41.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Rayons Roentgen ou rayons X. — Aux points de la paroi de l'ampoule frappés par les rayons cathodiques, de nouveaux rayons, traversant le verre et se propageant dans l'air ambiant prennent naissance, ainsi que l'a démontré M. Roentgen.

Ces rayons, animés d'une vitesse égale à celle de la lumière, se transmettent en ligne droite, ne peuvent être réfléchis ni réfractés, ne sont pas déviables par l'aimant, ionisent l'air, c'est-à-dire le rendent conducteur, provoquent des phénomènes de phosphorescence et de fluorescence sur certains corps, agissent sur les sels d'argent et traversent les corps opaques, d'autant plus facilement que ceux-ci sont moins denses. De sorte qu'en interposant, entre une ampoule active et une plaque photographique enfermée dans son châssis ou enveloppée de plusieurs épaisseurs de papier noir, un corps hétérogène comme la main, les os arrêtent presque complètement les rayons Roentgen, tandis que les chairs mettent fort peu obstacle à leur passage. On obtient donc, en développant la plaque, une photographie appelée *radiographie*, montrant nettement la forme des os, des chairs, des vêtements, etc.

Le verre se ramollissant et fondant sous l'effet du développement de chaleur dû aux rayons cathodiques, on concentre ceux-ci, sur un petit miroir B en platine (fig. 42), légèrement concave, appelé *focus*, d'environ un centimètre de diamètre et d'où émanent les rayons Roentgen.

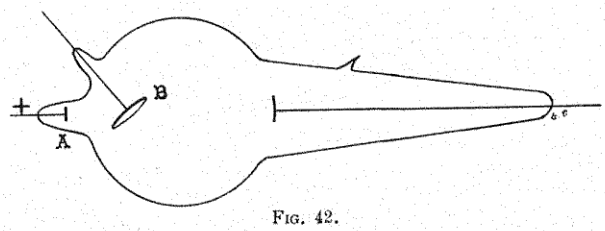


FIG. 42.

On donne à la boule en verre dans laquelle se trouve l'anticathode un volume assez considérable, les ampoules étant alors plus durables ; le volume est d'ailleurs en rapport avec la puissance de l'appareil.

Substances radioactives. — Les rayons développés dans les ampoules à vide sont spontanément dégagés par certaines substances telles que les sels d'uranium, de thorium, d'actinium et surtout de radium, particulièrement étudiés par M. Becquerel, M. et Mme Curie.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En enfermant une petite quantité de matière radioactive dans un récipient en plomb, pourvu d'une fente étroite par laquelle se propagent les radiations sous forme de faisceau que l'on soumet à l'action d'un champ magnétique puissant, on constate que certains rayons dits α (fig. 43) sont déviés comme s'ils correspondaient au trajet de particules chargées d'électricité positive: ils constituent la majeure partie du rayonnement ; d'autres, dits β, sont déviés fortement en sens opposé ; ils sont chargés négativement et correspondent aux rayons cathodiques, tandis que des troisièmes dits γ, sont analogues aux rayons X, que l'on a été amené à considérer, non comme des ondulations régulières, mais comme des impulsions soudaines et isolées de l'éther, ayant plutôt le caractère d'ondes explosives. En outre, il se produit une émanation, condensable vers — 150° C, qui jouit de la propriété de communiquer une radioactivité dite *induite*, aux substances qu'elle touche.

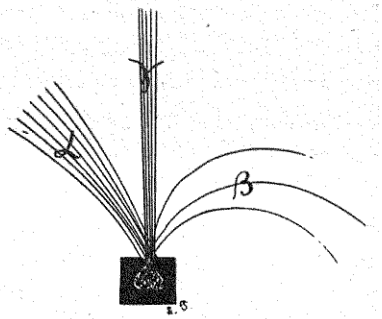


FIG. 43.

L'émanation du radium examinée au spectroscope accuse d'abord les raies du radium ; à la longue celles-ci disparaissent, pour être remplacées par celles de l'hélium.

Il est à remarquer que la plupart des substances sont plus ou moins radioactives. Le degré de radioactivité se mesure, en général, par la conductibilité acquise par l'air avoisinant, conductibilité qui provoque la décharge plus ou moins rapide d'un condensateur chargé.

Ajoutons que la manipulation des substances très radioactives doit être faite avec circonspection, leur voisinage plus ou moins prolongé du corps humain provoquant la formation, souvent très retardée, de plaies suppurantes extrêmement difficiles à guérir.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

§ 4. — Appareils de mesure.

Électroscope à feuilles d'or. — Nous en avons déjà donné la description. Si le socle de l'appareil est conducteur, il forme avec les feuilles d'or d'autre part, les armatures d'un condensateur. La charge des feuilles d'or est proportionnelle à leur différence de potentiel avec la monture de l'appareil, de sorte que l'écart des feuilles mesure à la fois la charge et la différence de potentiel puisque $Q = CV$. Un bon électroscope commence à donner une déviation sensible pour une cinquantaine de volts.

Électroscope condensateur. — S'il s'agit non pas d'un corps électrisé, mais d'une source trop faible pour charger suffisamment l'électroscope, on adjoint à celui-ci un condensateur (fig. 44) formé de deux plateaux métalliques vernis sur les surfaces en regard, les deux couches de vernis jouant le rôle de diélectrique.

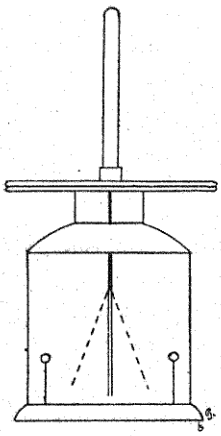


Fig. 44.

La source est mise en communication avec un des plateaux, par l'un de ses pôles, l'autre étant à la terre ainsi que le second plateau. On rompt ensuite la communication et on enlève le plateau supérieur à l'aide de son manche isolant. Les feuilles divergent, et d'autant plus que la charge du système est plus grande.

Électromètre à quadrants. — Une boîte cylindrique plate métallique, est découpée au moyen de deux traits de scie, en quatre doubles secteurs A, A', B, B' (fig. 45), parallèles, égaux, rapprochés. Entre les secteurs superposés, se trouve une aiguille légère en aluminium C C', formée de deux arcs concentriques de 90° environ, rattachés au centre par une bande étroite, suspendue au moyen de deux fils de cocon.

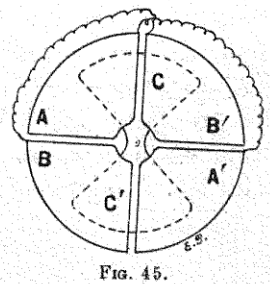


Fig. 45.

La position de repos de l'aiguille, symétrique par rapport aux plans verticaux de séparation des quadrants, est celle pour laquelle les deux fils de cocon sont dans le même plan. Pour de faibles déplace-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ments angulaires de l'aiguille, le couple résistant, dû à la suspension bifilaire est proportionnel à l'angle d'écart.

Les quadrants opposés par le sommet sont reliés électriquement. Supposons que le potentiel de l'aiguille soit V, celui des quadrants A et A', V_1 et celui des quadrants B, B', V_2 ; $V_1 < V_2 < V$.

L'aiguille et les quadrants A, A', forment un condensateur dont la charge est proportionnelle à $V - V_1$. De ce chef elle est sollicitée à se déplacer vers eux sous l'effet d'un couple horizontal proportionnel au carré des masses en présence (loi de Coulomb), c'est-à-dire à $(V - V_1)^2$. De même un couple horizontal proportionnel à $(V - V_2)^2$ tend à la faire tourner vers les quadrants B, B', le coefficient de proportionnalité étant le même pour de faibles déplacements. L'aiguille se déplacera donc jusqu'au moment où le couple résistant $M\alpha$, dû à la torsion du fil, équilibrera le couple moteur

$$k\,[(V - V_1)^2 - (V - V_2)^2] = k\,(V_2 - V_1)\,[2V - V_1 - V_2)].$$

On a donc $\alpha = K\,(V_2 - V_1)\left[V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right]$.

Autre démonstration. — L'ensemble d'une demi-aiguille et des portions de quadrants en regard forment un condensateur. Désignons par c sa capacité par radian.

Sous l'influence des charges opposées existant sur les armatures de l'appareil, l'aiguille se déplace d'un angle α. En appelant M le moment de torsion du fil de suspension par unité d'angle autrement dit le coefficient de torsion du fil, le moment, quand l'aiguille a tourné de α est $M\alpha$ et le travail élémentaire pour un déplacement angulaire $d\alpha$

$$dW = M\alpha\,d\alpha.$$

Le travail total effectué par la torsion du fil de o à α est

$$W = \int_o^W dW = \int_o^\alpha M\alpha\,d\alpha = \frac{M\alpha^2}{2}.$$

Ce travail est emmaganisé sous forme d'énergie potentielle mécanique dans le fil. Il est égal à l'accroissement d'énergie potentielle électrique du système. Évaluons celui-ci.

Nous savons que l'énergie potentielle d'un condensateur

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

chargé est $QV/2$, V représentant la différence de potentiel des armatures portant la charge Q. L'aiguille ayant tourné de α radians vers les quadrants AA' au potentiel V_1, la capacité du système a augmenté de ce côté de $c\alpha$, la charge de $c\alpha\,(V - V_1)$ et l'énergie électrique potentielle de $c\alpha\,(V - V_1)^2/2$. Par contre, du côté des quadrants B B' au potentiel V_2, la capacité a diminué de $c\alpha$, la charge de $c\alpha\,(V - V_2)$ et l'énergie électrique potentielle de $c\alpha\,(V - V_2)^2/2$. L'accroissement d'énergie électrique potentielle pour la moitié de l'aiguille est en définitive

$$c\alpha\,[(V - V_1)^2 - (V - V_2)^2]\,/2$$

et pour l'aiguille entière

$$c\alpha\,[(V - V_1)^2 - (V - V_2)^2] = 2c\alpha\,(V_2 - V_1)\left[V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right].$$

Égalons à l'accroissement d'énergie mécanique potentielle

$$\frac{M\alpha^2}{2} = 2c\alpha\,(V_2 - V_1)\left[V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right].$$

d'où

$$\alpha = \frac{4c}{M}\,(V_2 - V_1)\left[V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right] = K\,(V_2 - V_1)\left[V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right].$$

Discussion. — La déviation est nulle si $V_2 = V_1$, c'est-à-dire si les quadrants sont au même potentiel. En effet, dans ce cas, chaque paire de quadrants exerce sur l'aiguille une attraction égale et opposée à celle de l'autre paire de quadrants.

Trois cas intéressants sont à étudier :

1° *Le potentiel de l'aiguille est très grand vis-à-vis de celui des quadrants.* Il vient

$$\alpha = K\,(V_2 - V_1)\,V$$

la déviation est proportionnelle au potentiel de l'aiguille et à la différence de potentiel des quadrants.

2° *On égalise le potentiel de l'aiguille et d'une des paires de quadrants* B B', en les réunissant métalliquement ; $V = V_2$, d'où

$$\alpha = K\,(V - V_1)\left[V - \frac{V_1 + V}{2}\right] = \frac{K}{2}\,(V - V_1)^2$$

la déviation est proportionnelle au carré de la différence de potentiel entre l'aiguille et l'autre paire de quadrants.

C'est la formule utilisée pour évaluer les différences de potentiels *alternatives*.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Enfin 3°, *les paires de quadrants sont maintenues à des potentiels égaux et opposés* (par exemple en les raccordant aux deux pôles d'une pile dont le milieu est à la terre) $V_1 = -V_2$

$$\alpha = 2K V_2 V$$

la déviation est proportionnelle au potentiel de l'aiguille et des quadrants.

L'aiguille est fixée sur une tige portant à sa partie inférieure deux croisillons plongeant dans de l'acide sulfurique ayant pour objet : 1° de dessécher l'atmosphère de l'appareil d'ailleurs supporté par des pieds de verre ; 2° d'amortir les oscillations de l'aiguille et la rendre ainsi plus ou moins *apériodique* ; 3° de la faire communiquer avec la borne correspondante au moyen d'une électrode.

Electromètre absolu. — Il est basé sur l'action mécanique qui s'exerce, ainsi que nous l'avons vu précédemment, sur un disque chargé à la densité σ d'un *seul côté* et se compose de deux plateaux de balance (fig. 46), dont l'un A porte les poids, tandis que l'autre P subit la traction due à la pression électrostatique. Ce plateau P est relié à son fléau métallique par des cordelettes métalliques.

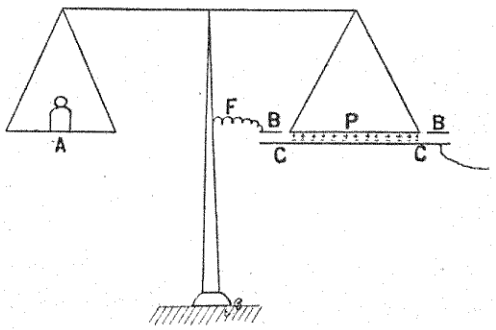


FIG. 46.

Un anneau métallique B B dit *de garde*, relié par un conducteur F au support métallique du fléau, l'entoure à la distance d'un mince trait de scie.

Quand aucun poids n'est placé dans le plateau A, le plateau P, à l'état neutre, est exactement de niveau avec l'anneau de garde. En face de P B B se trouve un disque plan C. Lorsqu'une différence de potentiel $V_1 - V_2$ est établie entre les deux armatures du condensateur ainsi formé, un champ électrique règne entre elles et, grâce à l'anneau, toutes les lignes de force émanant du disque mobile sont sensiblement parallèles et le champ est constant, ainsi que la densité σ, sur les deux faces en présence.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Nous avons vu que, dans ces conditions, le disque mobile, de surface S, sera sollicité par une force dirigée vers l'extérieur de la charge, ici vers le bas, avec une intensité de $2\pi\sigma^2$ par cm^2. La densité étant constante grâce à l'artifice de l'anneau de garde, la force totale

$$F = 2\pi\sigma^2 S.$$

En appelant V_1 le potentiel de C, V_2 celui de P B B, e leur distance, nous savons que

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{C(V_1 - V_2)}{S} = \frac{V_1 - V_2}{4\pi e}$$

d'où

$$F = \frac{S}{8\pi}\left(\frac{V_1 - V_2}{e}\right)^2 \text{ dynes.}$$

L'équilibre étant obtenu par un poids p grammes placé en A on aura

$$981\, p = \frac{S}{8\pi}\left(\frac{V_1 - V_2}{e}\right)^2$$

d'où

$$V_1 - V_2 = e\sqrt{\frac{981\, p\, 8\pi}{S}}$$

Lecture des déviations. — Comme la description de l'électromètre à quadrants nous l'a montré, on est amené à devoir lire avec précision l'angle dont un équipage mobile a tourné.

Méthode directe. — Une aiguille longue, mince et légère (généralement en aluminium), attachée à l'équipage mobile, se déplace au-dessus d'une graduation. Les dimensions de l'aiguille restant nécessairement exiguës, l'exactitude est faible. On l'augmente, en plaçant sous l'aiguille un miroir qui la réfléchit. En faisant coïncider dans celui-ci l'aiguille et son image, sa position sera toujours repérée de la même manière par rapport à la graduation et l'on évitera ainsi toute erreur de parallaxe. On emploie surtout l'aiguille dans les appareils portatifs. Quand l'installation est faite à poste fixe, on obtient une sensibilité beaucoup plus grande au moyen des méthodes ci-après.

Méthode indirecte. — 1° Méthode subjective. On fixe à l'axe de suspension de l'aiguille un petit miroir plan. Perpendiculairement au miroir et à une distance variant de 1 à 3 mètres, on place une lunette O (fig. 47), pourvue d'un réticule et qui

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

permet de voir le zéro d'une graduation portée par une règle AB placée au-dessus ou au-dessous d'elle.

Quand le miroir tourne d'un angle α, on lit dans la lunette une longueur l de la graduation reliée à l'angle α par l'équation $l = d\ tg\ 2\alpha$, puisque l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion, d étant la distance de l'échelle au miroir. On en déduit :

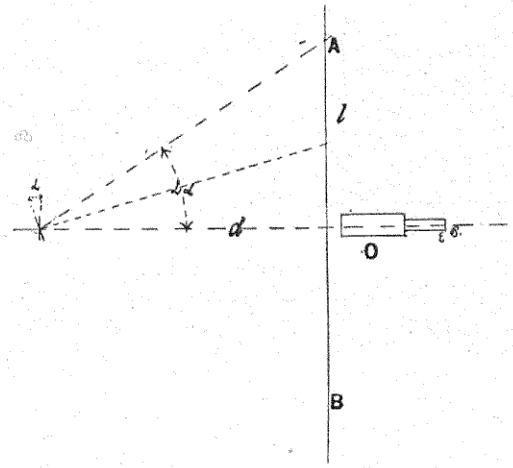


Fig. 47.

$$\alpha = \frac{1}{2} \text{ arc } tg\ \frac{l}{d} = \frac{1}{2}\left(\frac{l}{d} - \frac{1}{3}\frac{l^3}{d^3} + \frac{1}{5}\frac{l^5}{d^5} \cdots\right).$$

Quand les angles sont inférieurs à 3°, on peut supprimer tous les termes à partir du 3e et il reste

$$\alpha = \frac{1}{2}\frac{l}{d} - \frac{1}{6}\frac{l^3}{d^3}.$$

D'autre part, si l'on courbe la graduation suivant une circonférence de rayon d, on a simplement

$$\alpha = \frac{1}{2}\frac{l}{d}.$$

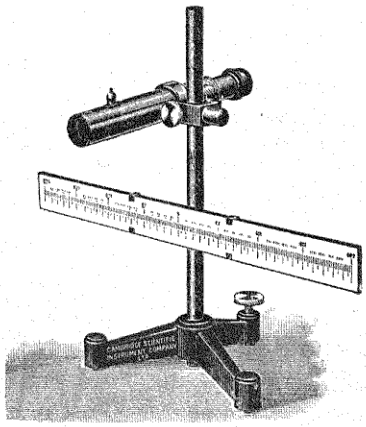


Fig. 48.

La figure 48 montre une des formes de réalisation de l'installation.

2° Méthode objective. La lunette est remplacée par une lampe (fig. 49) et le miroir plan par un miroir courbe. La lampe est obturée, sauf du côté du miroir où se trouve une fenêtre partagée en deux parties égales par un réticule vertical. Le miroir réfléchit sur l'échelle le pinceau lumineux qui le frappe et y

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

reproduit l'image du diaphragme traversé d'un mince trait noir vertical. L'échelle étant transparente (celluloïde, verre dépoli, toile calque), on peut lire avec exactitude la division marquée par l'ombre linéaire du réticule. On règle la distance de la lampe de manière à obtenir le maximum de netteté de l'image du diaphragme.

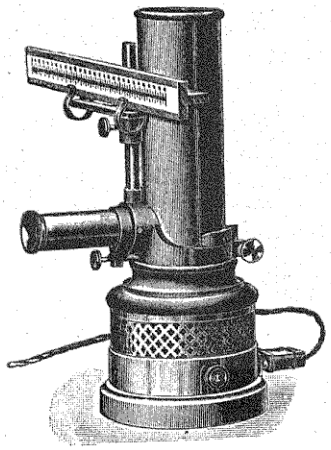


FIG. 49.

Si l'on ne dispose que d'un miroir plan, on intercale une lentille convergente sur le trajet du faisceau incident.

§ 5. — Machines électrostatiques.

Les machines électrostatiques permettent une production continue d'électricité. Elles se subdivisent en deux catégories principales : les *machines à frottement* et les *machines à influence*.

Principes généraux. — Leur fonctionnement est basé sur les principes suivants : 1° *L'électricité se porte exclusivement sur la surface des conducteurs.* Dès lors si, ayant un corps métallique creux quelconque, un cylindre par exemple, on y introduit un corps électrisé que l'on porte en contact avec lui, toute la charge du second passe à la surface du premier. On retire le corps électrisé à l'état neutre et l'opération peut être recommencée indéfiniment ; 2° *l'électricité se perd par les pointes.* Si un corps isolant électrisé vient en face des pointes d'un conducteur métallique, l'électricité de nom opposé de ce dernier, attirée par influence, se porte sur les pointes, d'où elle passe sur le corps électrisé, neutralisant celui-ci. Le conducteur pourvu de pointes reste chargé d'électricité de même nom que celle du corps électrisé. L'opération continue, si le corps électrisé se déplace continuellement devant les pointes.

La charge communiquée augmente suivant *les termes d'une progression arithmétique*, si le corps électrisé (producteur) mis en communication avec le corps que l'on charge (collecteur)

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

lui apporte à chaque contact la même quantité d'électricité.

Dans les machines à influence, l'accroissement se fait en général suivant *les termes d'une progression géométrique*. Supposons deux cylindres identiques C_1, C_2, chargés le premier d'une charge négative $-Q$, le second d'une charge positive $+Q$. Amenons en présence deux sphères plus petites S_1, S_2, que nous mettons un instant en communication avec le sol. La première sera chargée d'une quantité $+kQ$, la seconde de $-kQ$. Si maintenant nous introduisons S_1 dans C_2, l'amenons en contact et procédons de même avec S_2 et C_1, C_1 prend la charge $-Q-kQ=-Q(1+k)$ et C_2 la charge $+Q(1+k)$. Recommençons l'opération, les sphères se chargeront de $kQ(1+k)$ et la charge des cylindres deviendra $-Q(1+k)-kQ(1+k)=-Q(1+k)^2$, $+Q(1+k)^2$ et ainsi de suite.

CHARGE ET POTENTIEL MAXIMA.—Théoriquement aucune limite de charge et par suite de potentiel n'existe pour le collecteur. Pratiquement on est limité par les décharges disruptives se produisant, soit sous forme d'étincelle entre le collecteur et les conducteurs voisins, soit sous forme d'aigrette dans l'air. La limite dépendra notamment du profil des collecteurs, pour lesquels il faut éviter les angles saillants, et de l'état de siccité de l'air. Par temps humide la limite est beaucoup plus rapidement atteinte. Elle est obtenue, quand les quantités d'électricité développées sont à chaque instant égales à celles qui se perdent par les supports.

L'énergie acquise par le système trouve sa contre-partie dans le travail qu'il faut vaincre pour écarter l'une de l'autre les charges de noms contraires et rapprocher les charges de mêmes noms transportées.

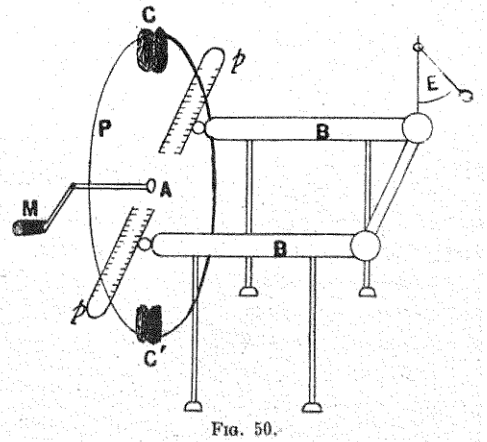


FIG. 50.

Machines à frottement. — MACHINE DE RAMSDEN. — Elle est constituée par un plateau en verre P (fig. 50), mobile autour d'un axe horizontal A,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mû à l'aide d'une manivelle M. Deux paires de coussins ou frottoirs C et C', généralement en cuir rembourré, enduits d'une substance pulvérulente, telle que de l'or mussif (bisulfure d'étain) ou un amalgame d'étain et de zinc, rendue adhérente au moyen d'un peu de suif, serrent le plateau P de part et d'autre de son diamètre vertical. En face du diamètre horizontal du plateau et à faible distance, se trouvent des peignes métalliques p, p, raccordés d'autre part aux conducteurs B, B, réunis entre eux et pourvus d'un petit électromètre à balle de sureau et fil rigide se déplaçant devant un quadrant gradué (électromètre de Henley). Les conducteurs sont supportés par de longues tiges en verre.

Dès que l'on fait tourner le plateau, le verre s'électrise positivement, les coussins négativement. Le verre électrisé passe devant les peignes, ceux-ci laissent fuser de l'électricité négative et les conducteurs B, B, se chargent positivement. Par son passage devant les peignes, le verre est redevenu à l'état neutre. Il s'électrise de nouveau sous les coussins suivants et ainsi de suite.

Si les coussins sont réunis à la terre, l'électrisation du collecteur est positive et leur différence de potentiel avec le sol possède la valeur $+ V$. Si les peignes sont à la terre, les coussins sont portés au potentiel $- V$.

Enfin, si coussins et peignes sont isolés, la différence de potentiel régnant entre eux est V. Un observateur en communication avec le sol tirera alors des étincelles des uns et des autres. Ces étincelles deviendront beaucoup plus longues si, isolé, il se met en communication soit avec les coussins, soit avec le collecteur.

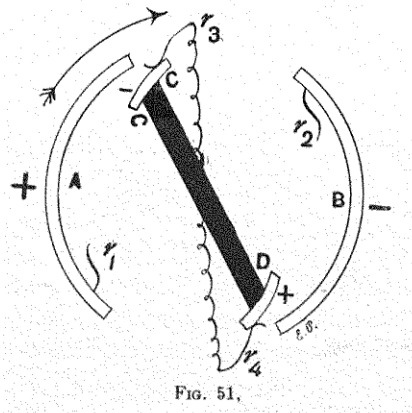


FIG. 51.

Machines à influence. — REPLENISHER. — C'est une machine de très petite taille, 2 à 3 cm de diamètre, 15 à 20 cm de long, qui a été naguère très utilisée comme allumoir à gaz.

Les collecteurs sont constitués par des segments cylindriques métalliques A et B (fig. 51), pourvus vers l'intérieur de petits

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ressorts r_1 r_2 que peuvent venir toucher, dans leur rotation, deux pièces métalliques C, D, isolées l'une de l'autre. Supposons A chargé positivement et B négativement. Au moment où les transmetteurs C et D vont passer entre les demi-cylindres, ils touchent simultanément deux autres ressorts r_3, r_4 métalliquement réunis entre eux et prennent, sous l'influence des collecteurs, des charges respectivement négative et positive, qu'ils cèdent ensuite par contact avec r_2 et r_1, aux collecteurs B et A et ainsi de suite. Si l'on tournait en sens inverse, les charges diminueraient au lieu d'augmenter. La machine s'amorce d'elle-même.

Machine de Holtz. — Deux plateaux en verre sont placés parallèlement à faible distance l'un de l'autre. L'un P_1 (fig. 52) en arrière, fixe, percé diamétralement de deux fenêtres F, F', l'autre mobile P_2, en avant. Du côté opposé au plateau mobile de chacune des fenêtres du plateau fixe se trouve une armature en papier projetant une languette pointue au milieu de l'espace libre. En face des armatures en papier, de l'autre côté du plateau tournant, se trouvent des peignes. L'un des peignes se rattache à un conducteur c'_1 ; le second peigne à un conducteur mobile $c\,c_1$, que l'on peut amener en contact avec c'_1. Enfin des boules c_3 et c_4, montées sur des tubes coulissant dans leurs supports, peuvent être portées en contact soit avec c'_1 soit avec c_1 pour mettre ces derniers en communication avec la terre.

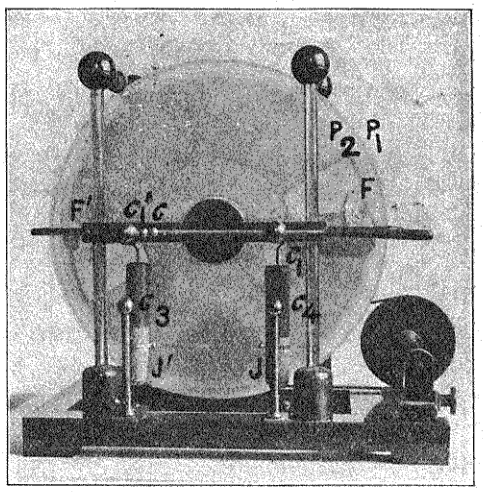


Fig. 52

La machine de Holtz exige un amorçage préalable. Les deux pôles c et c'_1 étant en contact, on fait tourner le plateau, puis

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

on approche de l'une des armatures, une plaque d'ébonite frottée et par suite chargée négativement. L'armature en papier, ainsi que le peigne en présence, sont électrisés positivement par influence et laissent fuser l'un et l'autre, sur la plaque de verre tournante, de l'électricité positive. L'inverse se passe à l'extrémité opposée du diamètre horizontal, où le peigne et l'armature laissent fuser de l'électricité négative neutralisant la positive déposée par les précédents, de sorte que le phénomène perdure tant que la rotation s'effectue, de nouvelles quantités d'électricité étant soutirées à chaque instant par l'intermédiaire des peignes.

Quand l'amorçage est obtenu, ce qui se caractérise par le bruissement que fait entendre la machine et la nappe lumineuse que laisse échapper le peigne dont on a approché la plaque d'ébonite (pôle positif) tandis que l'autre (pôle négatif) présente de petites étoiles à toutes ses pointes, on peut retirer la tige cc_1, mettant les deux pôles en contact et l'étincelle jaillit entre les boules $c\,c'_1$. On renforce le flux d'étincelles, en reliant les deux pôles aux armatures internes de deux bouteilles de Leyde j,j', dont les armatures externes sont réunies entre elles.

Lorsque la distance séparant les boules possède une valeur trop grande pour permettre l'éclatement de l'étincelle, on constate souvent un curieux phénomène, particulièrement quand la capacité des bouteilles est grande : celles-ci se déchargent, la machine ne fonctionne plus, puis reprend tout à coup, les polarités étant inversées et ainsi de suite. Enfin si la distance est trop grande, la machine se désamorce définitivement.

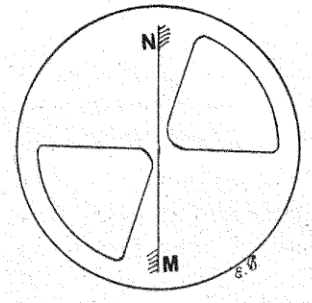


FIG. 53

On s'est ingénié à parer à ces inconvénients. La meilleure solution consiste à augmenter les dimensions des secteurs en papier, de manière à leur faire occuper à chacun à peu près un quadrant (fig. 53), et à ajouter un conducteur diamétral M N pourvu de pointes à ses extrémités, que l'on place suivant un diamètre quelconque. Tant que le fonctionnement se fait normalement, le conducteur diamétral ne

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

joue aucun rôle ; il entre en action et fait exactement l'office des conducteurs à peignes mis en court-circuit comme au début, dès que ceux-ci cessent de fonctionner par suite d'un trop grand écartement des boules.

Machine de Wimshurst. — Deux plateaux en verre (fig. 54), tournant en sens inverse, sont pourvus extérieurement de petits secteurs en étain disposés suivant les rayons. Sur ces secteurs frottent de part et d'autre de petits balais portés par des conducteurs diamétraux.

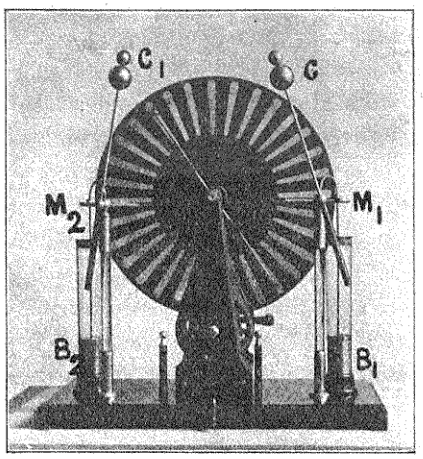


Fig. 54.

Les deux plateaux en verre sont embrassés sur un même diamètre horizontal, par deux mâchoires M_1, M_2, pourvues de pointes, raccordées d'une part à deux conducteurs C, C_1, terminés en boules, entre lesquelles éclatent les étincelles, et que l'on peut manœuvrer au moyen de longs manches isolants ; d'autre part, à deux bouteilles de Leyde B_1, B_2, montées en cascade.

Par le frottement des balais, les secteurs s'électrisent en sens inverse, de part et d'autre d'un même diamètre sur chaque côté des plateaux, puis le fonctionnement est semblable à celui de l'appareil précédent.

Si l'on substitue aux plateaux en verre d'autres en ébonite, on peut, avec avantage, supprimer les secteurs en étain.

Réversibilité des machines statiques. — En enlevant les courroies d'une des machines précédentes et mettant ses pôles en communication avec une batterie chargée ou avec ceux d'une autre machine en fonctionnement, on constate que ses plateaux se mettent à tourner en sens inverse du sens normal. Ceci se comprend aisément : les attractions que l'on devait vaincre dans le fonctionnement direct, agissent ici effectivement pour pro-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

duire le mouvement qui, dès lors, est nécessairement de sens contraire au premier.

Conditions de fonctionnement. — L'expérience montre que, dans les machines à frottement, le débit est indépendant de la pression des coussins sur le verre du moment que leur contact est bien assuré. Il *est proportionnel à la surface du verre qui passe sous les frottoirs*, donc *à la longueur de ceux-ci et à la vitesse de rotation*.

Dans les machines à influence, on constate que le débit est *proportionnel à la vitesse de rotation, indépendant de la valeur des capacités adjointes et de la valeur absolue du potentiel des pôles*. Il diminue quand la différence de potentiel augmente.

Supposons une machine donnant par seconde 10 étincelles de 0,1 cm de longueur correspondant à une différence de potentiel de 4500 V, la capacité de la batterie étant 90 000 cm ou $90\,000/3^2.10^5 = 0{,}1$ microfarad $= 10^{-7}$ farad.

La charge de la batterie $Q = C\,V = 45.10^{-5}$ coulomb. Le travail dépensé à chaque décharge $W = 1/2\,Q\,V = 22{,}5.\,10^{-5}.\,4500 = 1{,}01$ joule et puisqu'il y a 10 décharges par seconde, la puissance ressort à 10,1 watts.

Les machines électrostatiques sont des machines de *faible puissance, faible débit et grande différence de potentiel*. Elles ont été peu étudiées, le rendement est mauvais. Avec les machines de Wimshurst on atteint facilement 100 000 volts.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE III.

§ 1. — Des forces électromotrices de contact.

Effet Volta. — *Lorsque deux métaux ou un métal et une solution saline ou plus généralement deux corps hétérogènes quelconques sont mis en contact, on constate qu'il existe entre eux une différence de potentiel indépendante de leurs dimensions, de leur forme, de l'étendue des surfaces en contact et de la valeur absolue du potentiel de chacun d'eux. Elle ne dépend que de la nature des corps et de leur température.*

Si l'on met en contact deux plateaux en zinc et en cuivre par exemple, tenus par des manches isolants, puis qu'on les sépare, le zinc est chargé positivement, le cuivre négativement, tout comme si l'on avait établi entre eux une différence de potentiel.

Que l'on communique aux plateaux en présence une charge quelconque, celle-ci s'ajoute simplement aux charges existantes; la valeur du potentiel du système change, mais on trouve encore entre les deux plateaux, *la même différence de potentiel* qu'avant.

Quand les deux plateaux étaient en contact, les charges opposées se trouvaient nécessairement en regard l'une de l'autre, formant ce que l'on appelle *la double couche de contact*, et la cause qui détermine et maintient la différence de potentiel, porte le nom de *force électromotrice de contact*.

L'expérience se fait aisément au moyen de l'électroscope condensateur. Supposons que le plateau fixe de celui-ci soit en zinc, le plateau mobile en cuivre. On met un instant les deux plateaux en communication par un conducteur métallique et en même temps on fait communiquer par un fil de cuivre, le plateau supérieur avec la cage métallique, également en cuivre, de l'appareil. La communication étant rompue, on enlève le plateau supérieur et les feuilles d'or divergent, chargées positivement.

Force électromotrice dans un circuit fermé à même température. Loi des contacts successifs. — Soit $+E$ la différence

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de potentiel que présentent deux métaux A et B en allant de A à B. Considérons deux tiges de ces métaux jointes à une extrémité. Si au lieu de les rapprocher par cette extrémité nous réunissons leurs bouts opposés, nous trouvons la même force électromotrice en allant encore de A vers B.

Si, maintenant, nous réunissons les tiges à leurs deux extrémités et parcourons le circuit ainsi formé, nous rencontrons d'abord une force électromotrice $+ E$ au premier point de contact, puis $- E$ au deuxième point de contact, puisque nous marchons en sens inverse de tantôt. Nous aurons donc comme force électromotrice résultante du circuit $+ E - E = 0$.

En désignant par A/B la force électromotrice rencontrée en marchant de A vers B et par B/A celle orientée de B vers A, nous pourrons encore écrire : $A/B + B/A = 0$ (1)
ce qui signifie que la force électromotrice rencontrée au point de jonction en allant de A vers B est exactement compensée par celle que l'on rencontre au point de jonction suivant en marchant alors de B vers A. Cette relation s'énonce : la force électromotrice de A avec B plus la force électromotrice de B avec A = 0.

L'équation (1) peut s'écrire :

$$A/B = - B/A.$$

La divergence des feuilles de l'électroscope condensateur reste la même, que la communication ait été établie entre les plateaux au moyen d'un fil de cuivre, de zinc, ou d'un circuit métallique hétérogène comprenant divers métaux. De là la loi énoncée par Volta : *Dans une chaine quelconque de métaux* A, B, C,... N *soudés à la suite les uns des autres et tous à la même température, la différence de potentiel des extrémités est la même que si les deux métaux extrêmes étaient directement en contact.* On a donc

$$A/B + B/C + C/D + \ldots + M/N = A/N.$$

Mais comme $A/N = - N/A$

$$A/B + B/C + C/D \ldots + M/N + N/A = 0$$

d'où cette seconde loi de Volta : *Tous les points d'une chaine étant à la même température, si les deux métaux qui la terminent sont identiques, les deux extrémités se trouvent au même potentiel.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Chaînes à liquides. — La loi précédente n'est plus vérifiée quand, au lieu d'être formée uniquement de métaux, la chaîne comprend des parties liquides telles que des solutions acides, salines ou basiques.

Prenons un vase en verre (fig. 55), contenant du sulfate de zinc. Plongeons dans le liquide deux lames métalliques (électrodes) l'une en cuivre, l'autre en zinc, pourvues chacune d'un fil de jonction de même nature pour les deux que nous désignerons par F. Appelons L le liquide. Si tout était métallique on aurait:

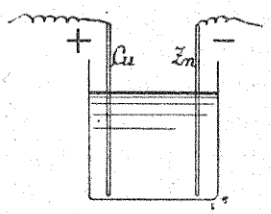


FIG. 55.

$$F/Zn + Zn/L + L/Cu + Cu/F = 0.$$

Mais, ici, il n'en est pas de même et l'on constate, entre les deux extrémités de la chaîne, au moyen de l'électromètre condensateur par exemple, l'existence d'une différence de potentiel

$$E = F/Zn + Zn/L + L/Cu + Cu/F.$$

Puisque d'après la loi de Volta

$$F/Zn + Zn/Cu + Cu/F = 0$$

ou
$$F/Zn + Cu/F = -Zn/Cu = Cu/Zn,$$

on a
$$E = Zn/L + L/Cu + Cu/Zn.$$

Or la force électromotrice Cu/Zn est très faible ; elle peut être négligée et il reste

$$E = Zn/L + L/Cu.$$

On constate expérimentalement qu'une électrode en zinc plongée dans du sulfate de zinc présente avec le liquide une différence de tension de 0,524 volt, le zinc étant au potentiel le plus bas. De même, une électrode en cuivre plongée dans du sulfate de zinc est portée à un potentiel plus élevé que celui du liquide de 0,515 v. Il règne, entre les deux électrodes, une différence de potentiel totale de 1,039 v.

Couple ou élément Volta. — On a constitué ainsi un couple ou élément Volta, qui va nous permettre d'étudier les lois du courant électrique.

L'électrode en cuivre, de potentiel plus élevé que celle en zinc, constitue le *pôle positif* de l'élément, l'autre le *pôle négatif*.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La différence de potentiel, d'un volt environ, est indépendante de la forme et des dimensions des lames et de leur écartement. Elle ne dépend que de la nature des corps en présence. Quand on remplace la lame de cuivre par une autre en platine, charbon, etc., la valeur de la différence de potentiel change et l'on peut constater que c'est la surface seule qui intervient. Il n'y a aucune variation dans la différence de potentiel obtenue, quand on substitue par exemple à une lame massive en platine, une autre de métal quelconque simplement platinée.

Si maintenant nous réunissons les deux pôles par un conducteur plus ou moins résistant, celui-ci va être parcouru par un courant continu d'électricité. Le couple est donc une véritable source d'électricité, qui sera caractérisée d'une part par la différence de potentiel qu'elle développe à *circuit ouvert*, d'autre part par la résistance comprise intérieurement entre ses électrodes, *résistance intérieure*.

---

§ 2. — Lois du courant électrique.

Force électromotrice. — La différence de potentiel générée par le couple voltaïque, de même d'ailleurs que celle de n'importe quelle source d'électricité, porte plus spécialement le nom de *force électromotrice* de la source.

Les machines statiques étudiées précédemment sont des sources discontinues d'électricité, procédant par décharges plus ou moins rapides. Les piles, au contraire, sont des sources continues, capables de produire dans le fil conducteur reliant leurs pôles, un flux constant d'électricité ou *courant électrique*.

Intensité. — On appelle *intensité d'un courant, la quantité d'électricité qui traverse par seconde une section quelconque du circuit.*

D'après cela, I étant l'intensité et dQ la quantité qui a passé pendant le temps dt :

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

On en tire

$$Q = \int_0^t I dt.$$

Si le courant est constant $Q = It$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

I sera l'unité quand Q et t seront eux-mêmes égaux à l'unité. L'unité pratique d'intensité s'appelle l'*ampère international*. Elle est obtenue *quand l'unité pratique de quantité ou le coulomb passe par seconde dans le circuit*. Elle est égale, comme nous le verrons plus loin, au dixième de l'unité C. G. S. électromagnétique.

Dans l'industrie on emploie souvent une unité dérivée, l'*ampère-heure*, qui correspond à la quantité transportée par un courant d'un ampère pendant une heure. L'ampère-heure vaut donc 3 600 coulombs.

Loi d'Ohm. — Relions les deux pôles d'une source d'électricité par un fil conducteur AB plus ou moins mince, puis, nous servant d'un voltmètre à quadrants dont l'aiguille est maintenue à un potentiel fixe, mettons les paires de quadrants opposées en relation, l'une avec un point A fixe du conducteur, l'autre avec un point variable X. Nous constaterons une différence ou *chute* de potentiel qui varie avec la position du point X. Elle est d'autant plus grande que X est plus éloigné de A, c'est-à-dire que la résistance comprise entre les points dont on prend la différence de potentiel est plus grande.

En appelant V_A le potentiel en A, V_B celui en B et R la résistance de AB, on vérifie expérimentalement que $V_A - V_B = IR$, d'où

$$I = \frac{V_A - V_B}{R},$$

l'intensité est égale au rapport de la différence de potentiel à la résistance du circuit.

$V_A - V_B$ étant évaluée en unités pratiques en volts, R en unités pratiques en ohms, I est mesurée en unités pratiques d'intensité, en ampères.

On conclut de l'équation précédente que *la chute de potentiel entre deux points d'un circuit ne comprenant aucun générateur ni récepteur, est égale au produit de l'intensité du courant par la résistance qui les sépare.*

Si par exemple un courant de 2A traverse un conducteur de forme quelconque dont la résistance est de 7,8 ohms, un voltmètre inséré entre ses extrémités indiquera la différence de potentiel $7{,}8 \times 2 = 15{,}6$ V.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Réciproquement, si l'on applique 15,6 V à ses extrémités, il sera parcouru par un courant de 2A.

Enfin, si l'on nous dit qu'un courant de 2A passe dans le conducteur quand la différence de potentiel entre ses extrémités est de 15,6 V, nous tirons immédiatement de l'expression ci-dessus que la résistance de ce conducteur doit être

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{15,6}{2} = 7,8\ \Omega.$$

REMARQUE I. Le passage d'un courant I à travers une résistance R donne donc lieu à une chute de tension IR dans le sens de la marche du courant. En d'autres termes, on ne peut faire traverser une résistance R par un courant I, que moyennant une perte de la tension dont on dispose égale à IR. En d'autres termes encore, dans un conducteur traversé par un courant, le potentiel au point de sortie du courant est égal au potentiel au point d'entrée, diminué de la chute IR.

REMARQUE II. Le flux d'électricité se fait dans le sens des potentiels décroissants. Le courant rentre dans le couple par le pôle négatif, pour atteindre le pôle positif par où il sort, entretenu par la force électromotrice développée au sein du couple.

Représentation graphique. — L'équation $I = \frac{V_A - V_B}{R}$ est linéaire en R et V. Portons les résistances suivant l'axe des abscisses $OA = R$ (fig. 56). Aux extrémités élevons des perpendiculaires OB, AC, respectivement égales à V_A et V_B. La droite BC représente la valeur du potentiel en fonction de la résistance. Menons CD parallèle à OA.

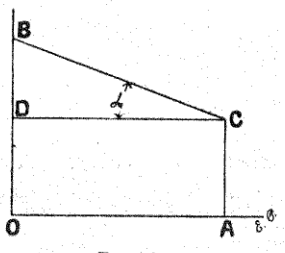


FIG. 56.

$$BD = DC \operatorname{tg} \alpha$$

ou

$$\frac{V_A - V_B}{R} = \operatorname{tg} \alpha = I.$$

L'intensité du courant est mesurée par la tangente de l'inclinaison de BC *sur* OA. Si le courant est de sens contraire, la tangente devient négative, la droite des potentiels s'incline en sens inverse.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Période variable. — CHARGE D'UN CONDENSATEUR. Mis en rapport par l'intermédiaire d'une résistance R (fig. 57) avec une source d'électricité de force électromotrice E, un condensateur ne prend pas instantanément la charge $Q = C\,E$.

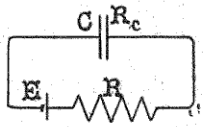


FIG. 57.

Appelons R_e la résistance d'isolement existant entre ses deux armatures. Au bout du temps t, la différence de potentiel appliquée à celles-ci sera v_p et le courant de charge vaudra

$$i_t = \frac{E - v_t}{R}.$$

D'autre part, un courant de conduction tendant à décharger le condensateur, ayant pour valeur $i'_t = \frac{v_t}{R_e}$, circulera entre les armatures.

Pendant le temps dt, la source amènera à celles-ci une quantité

$$dq = \frac{E - v_t}{R}\,dt$$

tandis que la quantité

$$dq' = \frac{v_t}{R_e}\,dt$$

se déchargera spontanément.

En résumé, pendant le temps dt, la charge du condensateur aura crû de

$$dq'' = dq - dq' = \left(\frac{E - v_t}{R} - \frac{v_t}{R_e}\right) dt.$$

En vertu de la formule générale $Q = CV$, cet accroissement de charge correspondra à une variation de potentiel donnée par la relation

$$dq'' = C\,dv_t = \left(\frac{E - v_t}{R} - \frac{v_t}{R_e}\right) dt.$$

Séparant les variables et intégrant de o à t, il vient :

$$v_t = \frac{E\,R_e}{R_e + R}\left(1 - e^{-\frac{(R_e + R)\,t}{C\,R\,R_e}}\right).$$

Si R est négligeable devant R_e, ce qui est le cas général, on a

$$v_t = E\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right)$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et la charge acquise au bout du temps t est égale à :

$$q_t = Cv_t = C\,E\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right).$$

Théoriquement il faudrait un temps infini pour que le condensateur acquière la charge $C\,E$. Pratiquement, au bout d'un temps très faible, le terme exponentiel s'évanouit. En effet, pour $t = 4{,}62\,C\,R$; $6{,}92\,C\,R$; $9{,}22\,C\,R$, le terme soustractif vaut respectivement 1/100, 1/1000, 1/10 000. De sorte que pour une capacité d'un microfarad et une résistance $R = 50$ ohms, les valeurs extrêmes sont atteintes au bout des temps $23{,}1.10^{-6}$; $34{,}6.10^{-6}$ et 41.10^{-6} seconde.

Décharge d'un condensateur sur une résistance. Reprenons le même condensateur chargé d'une quantité $Q = C\,E$ et supposons qu'on le décharge sur une résistance R (fig. 58). Au bout du temps t la différence de potentiel entre les armatures sera v_t, d'où résultera dans le circuit extérieur, pendant le temps dt, une

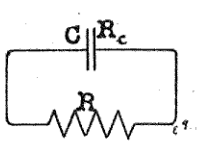


Fig. 58.

décharge $\frac{v_t}{R}\,dt$ et intérieurement $\frac{v_t}{R_e}\,dt$.

L'accroissement de charge des armatures sera donc

$$-C\,dv_t = \frac{v_t}{R_e}\,dt + \frac{v_t}{R}\,dt$$

ou

$$-\frac{C\,dv_t}{v_t} = \left(\frac{1}{R_e} + \frac{1}{R}\right)dt$$

et par intégration de o à t

$$v_t = E\,e^{-\frac{(R_e + R)}{C\,R\,R_e}\,t}.$$

Si R est très petit par rapport à R_e

$$v_t = E\,e^{-\frac{t}{CR}}.$$

La quantité chargeant le condensateur au bout du temps t est

$$q_t = C\,E\,e^{-\frac{t}{CR}}$$

de sorte que la quantité déchargée est: $Q - q_t = C\,E\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right)$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Décharge d'un condensateur isolé. Pour savoir ce qui se passe dans ce cas, il suffira de faire $R = \infty$. On aura donc

$$v_t = E\, e^{-\frac{t}{CR_e}}, \quad \text{d'où } R_e = \frac{t}{C \log_e \frac{E}{v_t}} = \frac{t}{C \log_e \frac{q_o}{q_t}}$$

On tire de l'équation précédente

$$t = R_e\, C \log_e \frac{q_o}{q_t} = R_e\, C \log_e \frac{E}{v_t}$$

relation donnant le temps que met la différence de potentiel E à atteindre la valeur v_t.

Cas d'un circuit quelconque. — Soit une partie de circuit constituée par des conducteurs quelconques, solides ou liquides, mais différents AB, BC, CD,... (fig. 59).

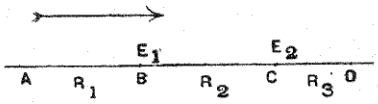


Fig. 59.

Appelons E_1, E_2, les forces électromotrices de contact que nous prendrons positivement si elles sont dirigées dans le sens du courant indiqué par la flèche et négativement dans le cas contraire. Soient R_1, R_2, R_3, les résistances des conducteurs ; V_A et V_D les potentiels aux points A et D. On peut calculer le potentiel au point D en fonction du potentiel au point A.

$$V_D = V_A - I R_1 + E_1 - I R_2 - E_2 - I R_3$$

d'où

$$I \times \Sigma R = V_A - V_D + \Sigma E$$

et

$$I = \frac{V_A - V_D + \Sigma E}{\Sigma R}. \qquad (1)$$

Telle est l'expression générale de la loi d'Ohm qui peut se formuler ainsi : *Etant donnée une partie quelconque d'un circuit où se trouvent des forces électromotrices ou contre-électromotrices, l'intensité du courant est égale à la différence de potentiel existant entre les extrémités de la portion considérée, augmentée de la somme algébrique des forces électromotrices y existant, divisée par sa résistance totale.*

En particulier s'il n'existe aucune force électromotrice dans le circuit, $\Sigma E = 0$ et l'on a simplement $V_A - V_D = I \Sigma R$, ce qui est bien la loi d'Ohm dans le cas examiné en premier lieu.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Force électromotrice appliquée. — De l'équation (1) nous tirons

$$V_A - V_D = I \Sigma R - \Sigma E$$

équation montrant que, pour faire traverser par un courant I un circuit de résistance ΣR et présentant des forces électromotrices quelconques, il faut appliquer à ses extrémités non seulement la force électromotrice $I \Sigma R$ requise pour faire passer à travers la résistance ΣR le courant I, mais encore une force électromotrice qui soit la somme algébrique des forces électromotrices existant dans le circuit et *prises* en sens inverse.

On conçoit aisément qu'il doit en être ainsi : les forces électromotrices dirigées dans le sens du courant, ajoutant leur action à la force électromotrice appliquée, celle-ci pourra être réduite de leur valeur ; au contraire les forces électromotrices opposées, dites aussi *forces contre-électromotrices*, devront être annulées, équilibrées par des forces électromotrices égales et opposées dont la différence de potentiel $I \Sigma R$ devra nécessairement être majorée.

Représentation graphique. — Appelons V la différence de potentiel entre les extrémités du circuit. L'équation (1) devient

$$V = I \Sigma R - \Sigma E \qquad (2)$$

I étant constant, ΣE aussi, les seules variables quand on chemine le long du circuit sont V et R. (2) représente l'équation de droites faciles à construire. On portera $OA = V$, puis en A une droite inclinée de la quantité $tg\,\alpha = I$ s'arrêtant à la rencontre de l'ordonnée élevée à l'extrémité de R_1, on augmentera cette dernière de E_1 et ainsi de suite.

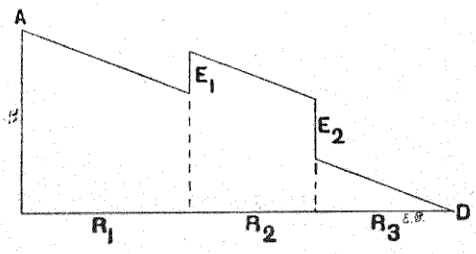


FIG. 60.

Si ce sont les potentiels eux-mêmes que l'on veut représenter graphiquement, il suffira, sans toucher au diagramme de la figure, d'abaisser l'axe des X d'une quantité V_D.

Puissance du courant. — Nous avons vu, lors de l'étude du potentiel, que le travail accompli entre deux points par les

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

forces du champ sur l'unité de masse positive, est mesuré par la différence des potentiels V_1 et V_2 existant en ces points. Pour une masse $+ Q$ coulombs, les potentiels étant exprimés en volts, le travail est donné par l'expression $(V_1 - V_2)\, Q$ joules et s'il s'agit d'un courant qui transporte la quantité I ampères par seconde, le travail effectué pendant ce temps, c'est-à-dire la puissance du courant sera $P = (V_1 - V_2)\, I$ ou EI watts, E représentant la force électromotrice, si l'on a affaire à une source d'électricité.

Comme on le voit, le watt, dont nous avons vu la définition dans les généralités du début, est la puissance qui correspond au courant d'un ampère passant sous la différence de potentiel d'un volt.

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ volt} \times 1 \text{ ampère} = 1 \text{ volt-ampère}.$$

Rappelons que le watt vaut 10^7 ergs par seconde $= 1/9{,}81$ kgm par seconde $= 1/736$ cheval.

Effet Joule. — Considérons un conducteur homogène de résistance R parcouru par un courant I. La loi d'Ohm donne

$$I = \frac{V_1 - V_2}{R} \text{ d'où } I\,R = V_1 - V_2 \text{ et } I^2 R = (V_1 - V_2)\, I.$$

Le second membre représente la puissance dépensée dans le conducteur entre les deux points aux potentiels V_1 et V_2. Cette puissance, comme Joule l'a vérifié expérimentalement, se dépense exclusivement en chaleur, de sorte que l'on peut énoncer cette loi : *La puissance développée entre deux points d'un circuit sous forme de chaleur, est égale au produit de la résistance comprise entre les deux points par le carré de l'intensité du courant.*

On peut écrire, en remplaçant I par sa valeur :

$$(V_1 - V_2)\, I = \frac{(V_1 - V_2)^2}{R}$$

et dire : *La puissance qui apparaît entre deux points d'un circuit sous forme de chaleur, est égale au quotient du carré de la différence de potentiel entre ces deux points par la résistance du circuit entre les mêmes limites.*

L'expression de cette chaleur en calories (gramme-degré) est $RI^2 \times 0{,}24$ calories, puisque nous avons trouvé que 1 joule $= 0{,}24$ petite calorie.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Si par exemple il passe 6A dans un conducteur de 2Ω de résistance, la chaleur dégagée par seconde dans le conducteur est $2 \times 36 \times 0{,}24 = 17{,}5$ petites calories.

On remarque que l'effet Joule reste le même, à intensité égale, quelle que soit la direction du courant.

Court-circuit. — Il résulte de la loi d'Ohm que, si deux points offrant une différence de potentiel entretenue par un générateur sont mis en connexion par un conducteur de résistance pratiquement nulle, l'intensité du courant traversant ce conducteur tendra vers l'infini. On dit alors que les deux points sont mis en court-circuit. L'échauffement du conducteur donné par la loi de Joule V^2/R croîtra indéfiniment au point d'amener sa fusion ou sa volatisation. Les courts-circuits de ce genre offrent donc un danger sérieux et sont particulièrement à redouter dans les installations électriques. Nous étudierons les moyens d'éviter leurs effets nocifs.

Effet Peltier. — Reprenons l'expression de la loi d'Ohm dans le cas général de trois conducteurs de résistances R_1, R_2, R_3 et présentant des forces électromotrices de contact. Au contact de R_1 et R_2 existe une force électromotrice E_1, orientée dans le sens du courant ou de la chute de potentiel, c'est-à-dire relevant le potentiel ; au contact de R_2 et R_3 une force électromotrice orientée en sens inverse, c'est-à-dire abaissant le potentiel. Nous avons trouvé (1)

$$I = \frac{V_A - V_D + E_1 - E_2}{\Sigma R}.$$

Posons $V_A - V_D = V$. Multiplions de part et d'autre par I, chassons le dénominateur :

$$I^2 \Sigma R = VI + E_1 I - E_2 I,$$

ou encore

$$VI = I^2 \Sigma R - E_1 I + E_2 I.$$

La puissance VI dépensée aux extrémités du circuit ne peut, en l'absence de récepteurs, que se transformer intégralement en chaleur. Les deux derniers termes sont donc des effets calorifiques et l'on voit que : *toute force électromotrice dirigée dans le sens du courant produit une absorption de chaleur, tandis que toute force électromotrice dirigée en sens contraire provoque un dégagement de chaleur.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En d'autres termes, *quand on rencontre dans un circuit des forces électromotrices ayant une existence propre et indépendante du courant, elles donnent lieu à une absorption de chaleur si elles relèvent le potentiel et à un dégagement calorifique si elles accentuent la chute due au passage du courant.*

Réciproquement, quand on observe un phénomène calorifique réversible et proportionnel à l'intensité en un point d'un circuit, on en conclura à l'existence, en ce point, d'une force électromotrice indépendante du courant. Appelons K la quantité de chaleur dégagée pendant t secondes, J l'équivalent en watts de la calorie, E_1 la différence de potentiel, I l'intensité, on aura

$$KJ = E_1 It$$

C'est l'effet découvert par Peltier au contact et au point de soudure de deux métaux différents.

Le phénomène est assez difficile à mettre en évidence, parce que l'effet Joule se développant dans la résistance comprise entre les deux points sur lesquels on opère, le masque aisément.

Appelons R cette résistance. Nous aurons dans un sens

$$KJ = (+ E_1 I + I^2 R)\, t$$

dans l'autre sens $KJ' = (- E_1 I + I^2 R)\, t$, et le phénomène deviendra apparent si le second terme des deuxièmes membres disparaît. Or comme il est proportionnel au carré de l'intensité, il diminue beaucoup plus rapidement que le premier quand on réduit I et l'on arrive à rendre son action négligeable, en opérant à très faible intensité.

Par exemple, la force électromotrice de contact du cuivre et du fer étant dirigée du cuivre vers le fer, si l'on constitue un circuit comprenant une première soudure cuivre-fer, puis une seconde fer-cuivre, plaçant la première dans de l'eau à O°, la seconde dans de la glace pilée et faisant passer un courant allant de la première vers la seconde soudure, on voit de la glace se former autour de la première, tandis qu'il en fond des quantités égales autour de la seconde.

Quand tous les points d'un circuit métallique fermé sont à la même température, la somme des forces électromotrices de contact y est nulle en dehors de la source qui l'alimente. Dès lors, la perte d'énergie s'y produisant résulte exclusivement de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'effet Joule dans le circuit ; les autres pertes dues aux effets Peltier se compensent exactement. En d'autres termes, le développement de chaleur se produisant en un point a pour corollaire l'absorption d'une quantité égale en un ou plusieurs autres points ; il y a simplement déplacement de l'énergie calorifique correspondante.

Les équations précédentes vont nous permettre de calculer la chute de potentiel correspondant à une quantité D calories dégagées ou absorbées par seconde par l'effet Peltier seul. Nous aurons en effet :

$$KJ = E_t I, \text{ d'où } E_t = \frac{KJ}{I} = \frac{4{,}17\,D}{I}.$$

L'expérience ne vérifie toutefois pas les chiffres calculés de cette manière, ce qui amène à conclure que les choses ne se passent pas tout à fait aussi simplement que nous l'avons exposé. Nous verrons plus loin comment il convient d'interpréter l'effet Peltier.

Effet Kelvin. — Lord Kelvin a montré que toute différence de température dans un conducteur métallique, se traduit par des différences de potentiel électrique. Si par exemple on maintient deux points d'un conducteur AB (fig. 61) à la même température et un point intermédiaire C à une température supérieure T, pour certains métaux comme le cuivre, l'argent, le zinc, le cadmium, l'antimoine, dits *positifs,* on trouve une différence de potentiel allant en augmentant de A à C, puis diminuant de la même quantité de C à B ; pour d'autres dits *négatifs*, tels que le fer, l'étain, l'aluminium, le platine, le bismuth, le potentiel décroît de A en C pour remonter à la même valeur en B ; enfin, pour le plomb seul, qui est dit *neutre,* on n'obtient aucune variation de potentiel.

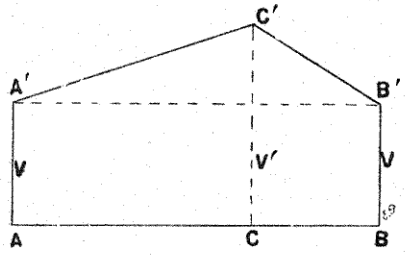


Fig. 61.

Il en résulte un effet Peltier tel que pour les métaux positifs il y a absorption de chaleur de A en C et dégagement de la même quantité de C en B et vice-versa pour les métaux négatifs.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Par conséquent si, faisant passer de gauche à droite un courant dans une barre homogène, on maintient les extrémités à une même température, le milieu étant porté à une température plus élevée, on ne trouvera pas des températures identiques à égale distance du milieu. Pour les métaux positifs, la température la plus élevée se trouvera à droite ; l'inverse se présentera pour les métaux négatifs.

Chaleur spécifique d'électricité. — La force électromotrice ainsi développée dépend de la différence de température et d'un coefficient σ fonction de la température absolue et de la nature du corps, qui porte le nom de *chaleur spécifique d'électricité*.

$$dE = \sigma\, dT.$$

Voici sa valeur pour quelques métaux usuels :

Cuivre	— 0,014	microvolt	par degré C
Fer	+ 0,042	»	»
Laiton	— 0,007	»	»
Palladium . . .	+ 0,032	»	»
Platine	+ 0,018	»	»
Plomb	0	»	»
Zinc	— 0,033	»	»

Modification de la résistance avec la température. — L'effet Joule donne lieu à un phénomène important : il modifie la résistance des corps. Cette résistance varie en effet avec la température et d'une manière très distincte suivant leur nature.

Corps conducteurs. — Matthiesen a trouvé que la résistivité des métaux croît avec la température d'après la formule empirique

$$\rho_t = \rho_0 (1 + at + bt^2)$$

ρ_0 étant la résistivité à la température de la glace fondante, ρ_t la résistivité à la température t, a et b sont des coefficients numériques très faibles.

Aux températures comprises entre — 100° C et + 100° C, la résistivité des métaux peut être représentée avec une exactitude suffisante pour la pratique par la formule empirique

$$\rho_t = \rho_0 (1 + at).$$

Pour le cuivre $a = 0{,}0038$ environ, pour le fer pur 0,00625 et

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pour le fil de fer ordinaire 0,00426, pour l'aluminium à 99 °/₀ 0,0042 et pour celui à 97,5 °/₀ 0,00430.

La résistivité des métaux et leur coefficient de température varient beaucoup avec l'état de pureté de ces corps. On est parvenu à réaliser des alliages dont le coefficient de température est nul et même négatif.

Calcul de la résistance d'un fil conducteur. — Les conducteurs affectent généralement la forme cylindrique. Leur résistance s'établit par la formule indiquée précédemment $R = \rho l/s$.

Soit à calculer la résistance à 30° d'un fil en aluminium de 2 mm de diamètre et d'une longueur d'un kilomètre, sachant que la résistivité à 0° C $= 3{,}185 \times 10^{-6}\ \Omega$ et que le coefficient de température est 0,0043.

La résistivité à 30°C, $\rho_{30} = 3{,}185 \times 10^{-6}\,(1 + 0{,}0043 \times 30) = 3{,}596 \times 10^{-6}$.

La résistance du conducteur à cette même température sera dès lors, en ayant soin d'exprimer tout en centimètres

$$R = \rho_{30}\,\frac{l}{s} = \frac{3{,}596 \times 10^{-6} \times 10^{5}}{3{,}14 \times 10^{-2}} = 11{,}12\ \Omega.$$

Corps peu et non-conducteurs. — Les corps peu conducteurs, les dissolutions de sels, d'acides ou de bases, accusent une diminution de la résistance quand leur température augmente.

Enfin la résistivité des isolants diminue rapidement, lorsque leur température augmente. MM. Clark et Bright ont par exemple trouvé pour la gutta-percha la formule

$$\rho_t = \rho_0\, a^t\,,$$

a étant un coefficient variant de 0,876 à 0,894.

En outre, la résistivité des isolants ne se comporte pas comme celle des métaux ; elle est *fonction de la tension d'essai et du temps d'application de cette tension ; elle diminue quand la différence de potentiel appliquée augmente. Elle diminue aussi avec la pression.*

Lois de Kirchhoff. — Soit un réseau quelconque de conducteurs, ce réseau pouvant comprendre des générateurs et des récepteurs. Les lois de Kirchhoff permettent de calculer l'intensité dans chaque branche.

Première loi. — *La somme des intensités de tous les courants*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

qui arrivent à un sommet est égale à la somme des intensités de tous les courants qui s'en éloignent.

Cette loi est évidente, l'électricité devant être assimilée à un fluide incompressible et inexpansible qui, en l'absence d'appareils spéciaux, ne peut s'emmagasiner dans les nœuds d'un réseau.

En appelant I_1, I_2,... les intensités des courants entrant I'_1, I'_2,... celles des courants sortant, on a :

$$I_1 + I_2 + \ldots = I'_1 + I'_2 + \ldots$$

ou

$$I_1 + I_2 + \ldots - (I'_1 + I'_2 + \ldots) = 0.$$

On peut encore dire qu'à condition d'affecter du signe + les courants entrant, du signe — les courants sortant, ou vice-versa : *la somme algébrique des courants aboutissant à un nœud est nulle.*

Seconde loi. — *Si, sur le réseau, on considère un circuit fermé quelconque et que ce circuit soit composé des branches de résistances différentes R_1, R_2,.... dans lesquelles circulent des courants d'intensités I_1, I_2,. . et siège de forces électromotrices E_1, E_2,...* (fig. 62), *la somme algébrique des produits des résistances par les intensités qui les traversent est égale à la somme algébrique de toutes les forces électromotrices existant dans le circuit considéré.*

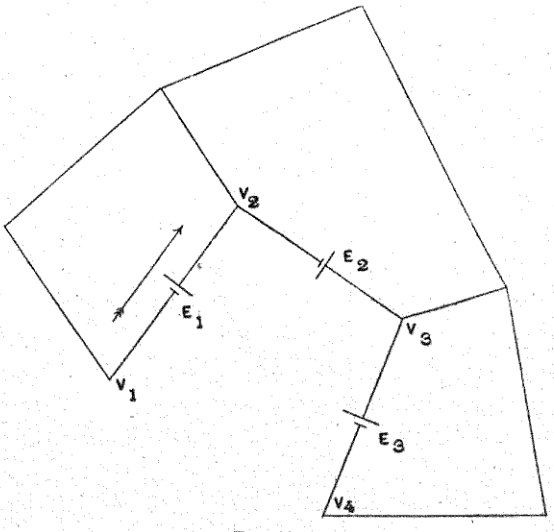


Fig. 62.

On considère successivement chaque maille en parcourant le contour fermé et revenant au point de départ.

On se donne, comme précédemment, un sens positif pour la direction des courants. Les for-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ces électromotrices tendant à engendrer un courant de ce sens seront considérées comme positives ; les autres, de même aussi que les courants de sens contraire, seront négatives.

En appliquant la loi générale d'Ohm au cas où, dans le circuit considéré, se trouvent des forces électromotrices et en tenant compte des signes, on aura

$$\begin{aligned} I_1 R_1 &= V_1 - V_2 + E_1 \\ I_2 R_2 &= V_2 - V_3 + E_2 \\ &\cdots\cdots\cdots \\ I_n R_n &= V_n - V_1 + E_n . \end{aligned}$$

En additionnant il vient :

$$\Sigma IR = \Sigma E.$$

Les lois de Kirchhoff sont d'une importance capitale. Ce sont elles qui permettent de déterminer les facteurs des circuits les plus compliqués. Elles s'appliquent aussi à la période variable du courant pour toutes ses valeurs instantanées.

En appelant n le nombre des conducteurs et m celui des points de bifurcation, l'application de la première loi de Kirchhoff fournit $m-1$ relations, l'application de la seconde $n-m+1$, soit au total n équations du premier degré, permettant de déterminer les n inconnues $I_1, I_2, \ldots I_n$.

Quand les équations sont nombreuses, leur résolution par la méthode ordinaire de substitution est laborieuse. On simplifie souvent les calculs en recourant aux déterminants.

Lois des courants dérivés. Résistance équivalente. — *Lorsqu'un conducteur se bifurque en plusieurs autres, le courant se subdivise entre eux d'une manière inversement proportionnelle à leur résistance.*

Soit un conducteur multiple parcouru par un courant I (fig. 63) dont les points de subdivision sont aux potentiels respectifs V_1 et V_2 et $R_1, R_2, \ldots$, les résistances des branchements parcourus par les courants $I_1, I_2, \ldots$

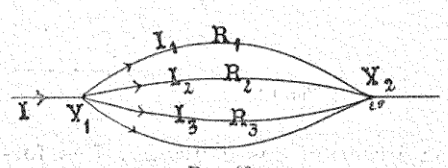


FIG. 63.

Appelons X la résistance équivalente de l'ensemble des conducteurs $R_1, R_2, \ldots$, c'est-à-dire une résistance telle qu'en appliquant à ses bornes la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

différence de potentiel $V_1 - V_2$, elle soit parcourue par le courant total I.

L'application de la loi d'Ohm au faisceau de conducteurs considérés en bloc donne par définition :

$$I = \frac{V_1 - V_2}{X}.$$

En l'appliquant à chacun des conducteurs pris isolément, on a :

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{R_1}; \quad I_2 = \frac{V_1 - V_2}{R_2}; \quad I_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_3}; \quad \ldots$$

On tire immédiatement de ces équations :

$$I_1 R_1 = I_2 R_2 = \ldots = IX$$

d'où

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}; \quad \frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}; \quad \ldots\ldots \quad \frac{I_1}{I} = \frac{X}{R_1}; \quad \frac{I_2}{I} = \frac{X}{R_2}; \quad \text{etc..} \qquad (1)$$

ce qui justifie la proposition énoncée et nous permettra de calculer les divers courants I_1, I_2, ..., dès que nous connaîtrons les résistances partielles R_1, R_2, ..., la résistance équivalente X et le courant total I.

Cherchons maintenant la valeur X de la résistance équivalente en fonction des résistances composantes.

La première loi de Kirchhoff nous donne

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots,$$

ou, en remplaçant I, I_1, I_2, ... par les valeurs précédemment trouvées :

$$\frac{V_1 - V_2}{X} = \frac{V_1 - V_2}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + \ldots,$$

ou

$$\frac{1}{X} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots = G$$

ce qui montre que *la conductance totale de conducteurs dérivés est égale à la somme des conductances de ces conducteurs.*

L'équation précédente peut s'écrire :

$$X = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}}.$$

On l'énonce : *La résistance équivalente est égale à l'inverse de la somme des inverses des résistances composantes.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

REMARQUE. — Nous serions arrivé directement aux équations $I_1R_1 = I_2R_2 = \ldots$, en appliquant aux circuits formés par les résistances R_1R_2, R_2R_3,... la seconde loi de Kirchhoff. En l'appliquant au circuit R_1R_2, par exemple, on a :

$$I_1R_1 - I_2R_2 = 0 \quad \text{ou} \quad I_1R_1 = I_2R_2,$$

et ainsi de suite.

APPLICATION. — Trois résistances dérivées mesurant respectivement 3, 5 et 7 ohms, ont une résistance combinée de 1,48 Ω. Les courants qui les traversent présentent les intensités respectives de 0,494, 0,296 et 0,21 I [1].

Conducteurs dérivés d'égales résistances. — Si n conducteurs dérivés possèdent des résistances égales, la résistance équivalente est

$$X = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{R}} = \frac{1}{\frac{n}{R}} = \frac{R}{n}.$$

La résistance combinée de conducteurs dérivés de même résistance, est égale à la résistance d'un des conducteurs divisée par leur nombre.

Cas de deux conducteurs. — Arrêtons-nous un instant au cas fréquent où la dérivation est constituée par deux conducteurs de résistances R_1, R_2. La résistance équivalente vaut

$$X = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2},$$

formule aisée à retenir.

Le courant dans chacune des branches sera d'ailleurs, en vertu des formules (1) :

$$I_1 = \frac{I R_2}{R_1 + R_2}\,; \; I_2 = \frac{I R_1}{R_1 + R_2}$$

ce qui s'énonce : *le courant dans une dérivation est égal à l'intensité totale du courant se bifurquant, multipliée par la résistance de la branche opposée, et divisée par la somme des résistances des deux dérivations.*

---

(1) Ces calculs ainsi que les suivants, sont effectués à la règle logarithmique de 26 centimètres.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Shunt. Ainsi qu'on le voit, le courant I_2 passant dans R_2 peut être réduit autant qu'on le veut en donnant à la fraction $R_1/(R_1 + R_2)$ la valeur voulue. On se sert souvent de cette propriété pour limiter à une certaine valeur le courant traversant un appareil de mesure, dont la résistance est R_2. On dit alors que la résistance R_1 fonctionne comme *shunt* et que l'appareil est *shunté* par cette résistance.

Application des lois de Kirchhoff. — Généralement on connaît les résistances des divers conducteurs du réseau, les valeurs des forces électromotrices appliquées et l'on doit déterminer les intensités des courants en grandeur et en direction.

On commence par dresser le croquis du réseau ; on indique sur les conducteurs leur résistance, les forces électromotrices appliquées ; on trace des flèches suivant la direction présumée des divers courants I_1, I_2,... On pose et résout les équations résultant de l'application des lois de Kirchhoff. Comme ces lois tiennent algébriquement compte de la direction relative donnée aux divers courants, si le choix de ces directions a été bien fait, la solution des équations donne toutes valeurs positives pour les intensités. En d'autres termes, à un nœud quelconque, la somme des courants indiqués comme entrant est bien égale à la somme des courants indiqués comme sortant, c'est-à-dire que la distribution des courants a été réalisée conformément à ce qui se passe réellement.

Mais s'il n'en a pas été ainsi, on trouve des valeurs négatives pour certains courants, ce qui signifie qu'ils sont dirigés en sens inverse de la direction choisie. On rectifiera sur le croquis qui sera dès lors correct.

Ex. — On a trois branches des résistances respectives R, R_1, R_2, ohms (fig. 64). Dans les deux dernières agissent des forces électromotrices E_1, E_2, placées en opposition. Déterminer la direction et l'intensité des courants qui circulent dans les diverses branches.

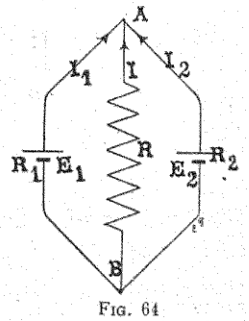


Fig. 64

Si E_1 est la force électromotrice la plus grande, le sens du courant dans la branche de gauche sera évidemment celui BE_1 A marqué par la flèche ; dans la branche de droite il dépendra des

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

valeurs relatives des forces électromotrices E_1 et E_2 ; admettons celui indiqué ; enfin, dans la branche B R A il n'est pas douteux qu'il soit dirigé de A vers B. Supposons que nous ayons fait erreur et admis le sens inverse marqué par la flèche. La résolution des équations doit nous montrer cette erreur.

La première loi de Kirchhoff appliquée au nœud A nous donne :

$$I_1 + I_2 + I = 0. \qquad (1)$$

La seconde loi appliquée successivement aux mailles E_1 A B, A B E_2 nous fournit les équations :

$$R_1 I_1 - R I = E_1 \qquad (2)$$

$$R I - R_2 I_2 = - E_2 \qquad (3)$$

Il est inutile de l'appliquer au circuit extérieur $E_1 E_2$, car l'équation obtenue résulterait de la combinaison des deux précédentes, ainsi qu'on peut s'en assurer. Nous possédons d'ailleurs 3 équations du premier degré à 3 inconnues I_1, I_2, I ; elles suffisent pour la détermination de ces dernières.

Ecrivons ces équations sous forme symétrique :

$$\begin{aligned} &I_1 + I_2 + I = 0 \\ &R_1 I_1 + 0 I_2 - R I = E_1 \\ &0 I_1 - R_2 I_2 + R I = - E_2 \end{aligned}$$

d'où
$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ E_1 & 0 & -R \\ -E_2 & -R_2 & +R \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ R_1 & 0 & -R \\ 0 & -R_2 & +R \end{vmatrix}} = \frac{(E_1 - E_2) R + E_1 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R + R_1 R}.$$

Par analogie
$$I_2 = \frac{(E_2 - E_1) R + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R + R_1 R},$$

enfin
$$I = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ R_1 & 0 & E_1 \\ 0 & -R_2 & -E_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ R_1 & 0 & -R \\ 0 & -R_2 & +R \end{vmatrix}} = \frac{-R_2 E_1 - R_1 E_2}{R_1 R + R_2 R + R_1 R_2}.$$

La valeur négative trouvée pour I indique que nous avons fait erreur sur le sens du courant dans la branche IR ; le courant sort du nœud supérieur et est dirigé de I vers R.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE IV.

Divers modes de groupement des générateurs d'électricité.

Les pôles d'une source quelconque d'électricité sont matérialisés par des fils conducteurs, ou mieux par des bornes, facilitant la fixation des conducteurs de raccordement.

Quand la puissance que développe individuellement chacune des sources d'électricité dont on dispose est insuffisante, il y a lieu de les grouper judicieusement, de manière à obtenir de l'ensemble un effet maximum.

Groupement en série. — Dans le groupement en série ou tension (fig. 65), le pôle positif d'un élément est connecté au pôle négatif de l'élément suivant et ainsi de suite ou vice-versa. Les éléments sont donc réunis de manière à former une chaîne dans laquelle les forces électromotrices de chacun d'eux sont dirigées dans le même sens et produisent des accroissements successifs de potentiel.

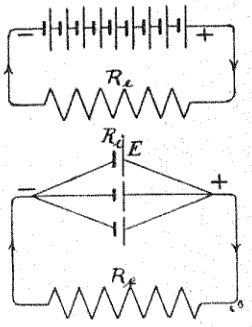


FIG. 65 et 66.

Si E est la force électromotrice de chaque élément, R_i leur résistance intérieure, R_e la résistance extérieure sur laquelle ils débitent, la force électromotrice de l'ensemble est nE, la résistance intérieure nR_i et le courant engendré dans le circuit extérieur :

$$I_s = \frac{nE}{nR_i + R_e}.$$

Groupement en dérivation. — Dans le groupement en dérivation ou en surface, ou en quantité, tous les pôles de même nom sont réunis entre eux (fig. 66). Cela revient, en définitive, à former un nouvel élément dont le positif a une surface égale

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

à la somme de tous les positifs des éléments couplés ; de même pour le négatif. S'il existe encore n éléments associés, la force électromotrice ne sera plus que celle E d'un élément, mais la résistance intérieure se réduit à la valeur R_i / n, résistance combinée de n dérivations de résistance R_i .

Le courant engendré dans le circuit extérieur a pour valeur :

$$I_d = \frac{E}{\frac{R_i}{n} + R_e} = \frac{nE}{R_i + nR_e}$$

I_s sera $\gtrless$ I_d suivant que $nR_i + R_e \lessgtr R_i + nR_e$ ou $R_i \lessgtr R_e$.

Donc, *le groupement en tension donne un courant d'intensité supérieure, égale ou inférieure à celle fournie par le groupement en quantité, suivant que la résistance intérieure d'un élément est inférieure, égale ou supérieure à la résistance extérieure.*

Si R_e est très grand par rapport à R_i , on aura approximativement, avec l'arrangement en tension :

$$I_s = \frac{nE}{R_e}$$

et l'intensité est proportionnelle au nombre d'éléments mis en série.

Si, au contraire, la valeur de R_i est très supérieure à celle de R_e , l'intensité devient, avec le groupement en dérivation

$$I_d = \frac{nE}{R_i},$$

et dans ce cas encore, on peut admettre que l'intensité du courant est proportionnelle au nombre des éléments employés.

En résumé : *tant que la résistance des éléments ne dépasse pas la résistance extérieure, il y a avantage à les grouper en tension ; quand leur résistance la dépasse, il y a intérêt à les monter en dérivation.*

Groupement mixte. — Tels sont les deux modes fondamentaux de groupement des générateurs d'électricité. On les combine, suivant les nécessités de l'application en vue, le plus souvent en plaçant en dérivation, l'une par rapport à l'autre, des séries comprenant le même nombre d'éléments.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Lorsque n éléments sont mis en série, la pile résultante possède une force électromotrice nE et une résistance intérieure nR_i .

En plaçant en dérivation m séries semblables, la force électromotrice reste nE, mais la résistance intérieure tombe à $\frac{nR_i}{m}$. Le courant débité dans une résistance extérieure R_e sera

$$I = \frac{nE}{\frac{nR_i}{m} + R_e}.$$

Avec un nombre d'éléments $mn = N$, on peut donc former toute une série de combinaisons en les prenant successivement 1 à 1, 2 à 2 (si N est divisible par 2)...

Courant maximum. — Entre toutes ces combinaisons, la plus avantageuse sera celle fournissant le courant maximum. Or le dénominateur de I, si nous divisons haut et bas par n, est formé de la somme de deux termes dont le produit est constant. Cette somme sera minimum et par suite le courant sera maximum, quand les deux termes sont égaux, c'est-à-dire quand $\frac{R_i}{m} = \frac{R_e}{n}$ ou $\frac{nR_i}{m} = R_e$, ou quand la résistance intérieure de la pile est égale à la résistance extérieure. En remplaçant successivement m et n par leur valeur en fonction de N, cette condition devient :

$$n = \sqrt{\frac{R_e N}{R_i}} \text{ ou } m = \sqrt{\frac{R_i N}{R_e}}.$$

L'intensité maximum est

$$I_m = \frac{nE}{2R_e} = \frac{mE}{2R_i}.$$

Donc, *lorsqu'on veut faire traverser une résistance extérieure donnée par un courant maximum, il faut grouper les éléments de manière que la résistance intérieure de la batterie formée soit précisément égale à cette résistance extérieure.*

Montage en échelle d'Amsterdam. — Il peut arriver que l'on doive alimenter divers circuits requérant des forces électromotrices différentes, ceux à faible force électromotrice étant beaucoup plus nombreux que les autres, c'est-à-dire consom-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mant au total beaucoup plus de courant. C'est le cas en télégraphie. On peut alors recourir, pour économiser le matériel, à un montage mixte, combinaison irrégulière des deux précédents. On forme des groupements composés d'éléments réunis en quantité, dont le nombre diminue à mesure qu'on s'éloigne de la base de la pile (fig. 67).

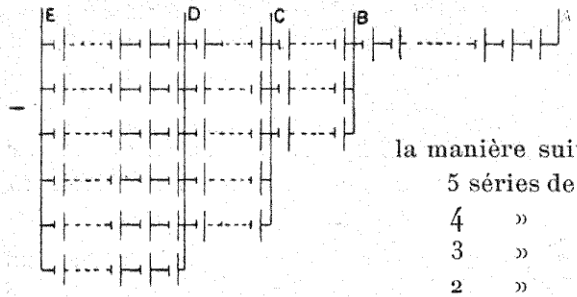


FIG. 67.

On effectuera par exemple le montage de la manière suivante :

5	séries de	30	éléments,
4	»	15	»
3	»	10	»
2	»	5	»
1	»	40	»

Les divers circuits d'utilisation sont reliés aux divers échelons EA, EB, ..., d'après la force électromotrice qu'ils requièrent: ceux à grande force électromotrice, moins nombreux, mettent la batterie entière à contribution, et ce sont à ce moment les uniques éléments de tête (en AB) qui travaillent le plus, puisqu'ils débitent *tout* le courant absorbé par ces circuits. Les autres circuits, plus nombreux, viennent puiser le fort courant qu'ils exigent à la base de la batterie, laquelle est à même de le fournir, sans exagérer le débit de chaque série. De cette manière, le travail des éléments est régularisé et l'entretien est facilité par le fait que, partout où il existe plusieurs rangées, on peut en supprimer momentanément une sans interrompre le fonctionnement de l'ensemble.

Puissance et rendement. — Dans un circuit comprenant une source de force électromotrice E, de résistance R_i et une résistance extérieure R_e, l'intensité du courant est

$$I = \frac{E}{R_i + R_e}. \qquad (1)$$

Aux bornes de la source règne la différence de potentiel V, en sorte que la puissance utilisable est $P_u = VI$. L'équation (1) nous donne la valeur de I en fonction des facteurs du circuit. Cherchons de même la valeur de V. On a évidemment (puisque

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

I égale aussi V/R_e)

$$\frac{V}{R_e} = \frac{E}{R_i + R_e}, \quad \text{d'où} \quad V = \frac{ER_e}{R_i + R_e}. \tag{2}$$

En remplaçant les quantités V et I par leurs valeurs (2) et (1) dans l'expression de la puissance, il vient

$$P_u = VI = E^2 \frac{R_e}{(R_i + R_e)^2} = R_e I^2. \tag{3}$$

La puissance totale engendrée est $P = EI$, de sorte que le rendement

$$\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{V}{E} = \frac{R_e}{R_i + R_e} = \frac{1}{\frac{R_i}{R_e} + 1}. \tag{4}$$

La puissance utile et le rendement varient donc avec la résistance extérieure R_e. Cherchons le maximum de la puissance utile $P_u = EI - R_i I^2$. Pour cela égalons à zéro la dérivée de P_u par rapport à I. Il vient $E - 2R_i I = o$ d'où $I_M = E/2R_i$. La différence de potentiel utile vaut dans ce cas $E - R_i I_M = E/2$, et l'on a pour la puissance utile maximum

$$(P_u)_m = E^2/4R_i \text{ et } \eta_m = 1/2.$$

En nous reportant à l'équation (4), nous voyons que pour $R_e = 0$, $\eta = 0$. Toute la puissance du générateur mis en court-circuit se dépense en chaleur dans sa résistance intérieure. Quand R_e croît de 0 à R_i, la fraction R_i/R_e varie de ∞ à 1 et η de 0 à 1/2. A ce moment, comme nous l'avons vu plus haut, la puissance utile est maximum. Quand R_e continue à croître de R_i à l'∞, la fraction R_i/R_e varie de 1 à 0 et le rendement passe de 1/2 à 1.

Donc, pour obtenir un bon rendement d'un générateur d'électricité, il faut s'éloigner des conditions de travail maximum.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE V.

Effets chimiques du courant [1].

Phénomène de l'électrolyse. — Plongeons deux plaques d'un même métal en rapport avec une pile voltaïque dans un liquide. Si celui-ci est isolant, le courant ne passe pas, aucun phénomène particulier ne se manifeste. S'il est conducteur au contraire, à part le cas où il s'agit d'un corps simple comme un métal fondu ou du mercure, un phénomène de transport dans les deux sens, appelé *électrolyse*, va se produire. Le liquide est l'*électrolyte*, les deux plaques les *électrodes*. Celle en rapport avec le pôle positif de la source, par où entre le courant dans l'électrolyte, est *l'anode*; celle en rapport avec le pôle négatif, par où le courant sort de l'électrolyte, est la *cathode*. Les produits se déposant sur l'anode portent le nom d'*anions*; ceux apparaissant à la cathode sont les *cathions*.

Les liquides purs proprement dits, comme l'eau, l'alcool, l'éther, etc..., ne sont pas électrolysables. Pour que l'électrolyse se produise, *il faut que le liquide contienne un sel en dissolution* ou *qu'il soit lui-même un sel fondu*.

Sous l'action du courant, le métal du sel se dépose sur la cathode, *il marche dans le sens du courant*, tandis que le radical qui lui est uni dans le sel se porte sur l'anode.

Si par exemple, nous plongeons deux électrodes en platine dans du chlorure de plomb $Pb\,Cl^2$ fondu, nous verrons le plomb apparaître à l'état cristallisé sur la cathode, tandis que des bulles de chlore se dégagent sur l'anode.

Réactions secondaires. — Les produits ainsi mis en liberté

---

[1] P. Ch. Muller. *Les lois fondamentales de l'électrochimie*. Encyclopédie Léauté, Gauthier-Villars, Masson, Paris.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

réagissent éventuellement suivant leurs affinités chimiques, avec l'électrolyte ou avec les électrodes.

Si, par exemple, on électrolyse du $Cu\,SO^4$ entre deux lames de platine, on obtient sur la cathode un dépôt métallique rouge de cuivre, tandis qu'à l'anode le radical SO^4 provoque un dégagement d'oxygène en se combinant avec l'eau suivant la formule

$$SO^4 + H^2O = H^2\,SO^4 + \overset{\uparrow}{O}.$$

Un cas plus complexe est fourni par l'électrolyse du chlorure de sodium entre une anode en zinc et une cathode en platine.

Le sodium porté sur la cathode réagit avec l'eau pour donner de la soude

$$2\,Na + 2H^2O = 2\,Na\,OH + \overset{\uparrow}{H^2}$$

tandis que le chlore de l'anode fournit du $Zn\,Cl^2$ lequel, réagissant à son tour avec la soude, donne de l'hydrate de zinc pur

$$Zn\,Cl^2 + 2\,Na\,OH = Zn\,(OH)^2 + 2\,Na\,Cl.$$

Il y a donc formation continue d'hydrate de zinc et régénération du chlorure de sodium.

Si l'anode est en platine et la cathode en mercure, on obtient un dégagement de chlore gazeux à l'anode, tandis que le sodium s'amalgame avec le mercure de la cathode. On pourra donc fabriquer de la soude et du chlore par l'électrolyse du chlorure de sodium. C'est sur ce schéma que travaille l'usine Solvay de Jemeppe-sur-Sambre.

Théorie d'Arrhénius. — Suivant Arrhénius, les corps subissent, en se dissolvant, c'est à dire en fournissant un électrolyte, une décomposition réversible qui a reçu le nom de *dissociation électrolytique* ou d'*ionisation*. Cette pénétration du liquide par les particules solides ne peut se faire que sous l'effet d'une pression dite *tension de dissolution*. Ainsi le sel marin dissous, se met partiellement sous la forme de particules de Na et de Cl

$$Na\,Cl \rightleftarrows Na + Cl.$$

Les corps ainsi séparés, portent le nom d'ions. Dans cette dissociation, comme dans celle qui a lieu entre molécules gazeuses, l'équilibre, ou le nombre relatif de molécules

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dissociées, *dépend de la température et de la concentration du système.*

Si l'on n'arrive pas à déceler directement les propriétés spécifiques des corps ainsi isolés, cela tient à ce que, par une véritable isomérie électrochimique, ils prennent des propriétés physiques spéciales en passant à l'état d'ions: ils existent alors avec des affinités libres et sont chargés d'électricité. Les charges qu'ils possèdent ont des signes contraires aux électrodes vers lesquelles ils cheminent, ce qui explique qu'en arrivant sur celles-ci, ces charges soient neutralisées à chaque instant par le flux électrique de signe contraire qu'y apporte le courant. Tous les ions-métaux ou cathions ont une charge positive; tous les ions-radicaux ou anions une charge négative. Ces charges sont d'ailleurs égales par valences et le nombre de celles-ci étant toujours le même de part et d'autre, la somme des charges est constamment nulle et la solution ne peut donner aucun signe d'électrisation.

On admet que, dans un électrolyte fondu, il y a une autodissociation ou dissociation spontanée du sel. Lorsqu'un électrolyte est décomposé, c'est donc parce que des molécules étaient préalablement séparées en leurs ions. Le courant ne fait que provoquer le transport des ions aux électrodes.

L'ion débarrassé de sa charge électrique reprend aussitôt les propriétés de l'atome ou du groupe d'atomes dont il est l'isomère ; il redevient un individu chimique ordinaire qui réagit, soit sur l'électrode, soit sur l'électrolyte, soit sur le dissolvant, soit sur lui-même.

Si au début de l'électrolyse il n'y a pas d'ions, ou si à la fin de l'électrolyse il n'y a plus d'ions, le courant *ne passe pas.* On conçoit également pour quelle raison il n'y a de décomposition que sur les électrodes et jamais au sein même de l'électrolyte, malgré le passage du courant. Enfin, à la traversée d'un certain nombre de coulombs dans l'électrolyte, doit nécessairement correspondre le dépôt d'une masse déterminée d'ions.

Loi de Faraday. — C'est ce que Faraday a précisé en une loi dont le mécanisme tient dans les propositions suivantes :

1° *Les poids d'électrolytes décomposés sont proportionnels aux quantités d'électricité qui ont traversé le circuit.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Si l'on fait passer un courant à travers une cuve électrolytique, on constate que les masses d'ions déposées sur les électrodes sont proportionnelles aux temps. En appelant p le poids déposé par 1 ampère sur une électrode, le poids déposé par I ampères en t secondes sera $P = pIt = pQ$.

En considérant un circuit traversé par un courant, l'action chimique de celui-ci sera la même en tous ses points, puisqu'en tous ses points circule la même quantité d'électricité. La forme, les dimensions du vase électrolytique et des électrodes n'interviendront pas, si ce n'est au point de vue de la résistance qui agit directement sur l'intensité traversant le circuit.

En montant, par exemple, à la suite l'une de l'autre, un certain nombre de cuves électrolytiques de même composition, mais de formes diverses, et les faisant traverser par un courant, on trouvera, au bout d'un temps quelconque, des augmentations égales de poids sur les diverses électrodes.

Cette proportionnalité des poids déposés aux quantités d'électricité et, par suite, en rapportant à l'unité de temps, aux intensités, permet la mesure de ces dernières ; elle est la base d'une classe de compteurs électriques.

2° *Les poids des divers ions, mis en liberté par le courant, sont proportionnels aux équivalents chimiques de ces ions.*

Le *poids d'un corps mis en liberté par l'unité de quantité d'électricité prend le nom d'équivalent électrochimique de ce corps.*

Un coulomb traversant une cuve électrolytique libère $1{,}037.10^{-5}$ gramme d'hydrogène. Si b est l'équivalent chimique d'un corps rapporté à l'hydrogène, la masse z de ce corps libérée par un coulomb sera $z = 1{,}037.10^{-5}\, b$ gramme ; z est l'équivalent électrochimique du corps considéré.

Un courant de I ampères déposera en t secondes une masse

$$M = zIt = 1{,}037.10^{-5}\, bIt \text{ grammes.}$$

Un ampère-heure (3 600 coulombs) libère 37 à 38 milligrammes d'hydrogène et 37 à 38 b milligrammes d'un corps donné.

Remarquons bien que l'action chimique du courant n'est pas proportionnelle au poids atomique seul, mais à l'équivalent chimique, c'est à dire au poids atomique divisé par ce que l'on appelle la *valence*, ou *atomicité* ou encore *quantivalence*.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Si m est la masse moléculaire d'un composé, n le nombre de valences réunissant les deux ions, on aura pour la masse en grammes décomposée par coulomb

$$1{,}037 \times 10^{-5} \times m/n = 1{,}037 \times 10^{-5}\, b.$$

L'équivalent électrochimique d'un même ion variera donc, suivant la nature des composés qu'il forme, en raison inverse du nombre de valences n qu'il faut rompre pour le libérer.

La masse M déposée par Q coulombs sera

$$M = 1{,}037 \times 10^{-5} \times mQ/n = 1{,}037 \times 10^{-5} \times bQ.$$

Ces formules permettent de calculer le dépôt que peut fournir un courant déterminé ou, inversement, de calculer l'intensité du courant nécessaire pour produire un dépôt de masse donnée en un temps donné.

Remarque. — Un coulomb libérant 0,000 010 37 gr d'H, il faut pour libérer un gramme d'H

$$\frac{1}{0{,}000\ 010\ 37} = 96\,540 \text{ coulombs.}$$

Un gramme d'ions d'H possède donc la formidable charge de 96 540 coulombs laquelle, en vertu de la loi de Faraday, charge également l'équivalent, c'est à dire *une valence exprimée en grammes*, d'un composé quelconque.

Ex. L'eau a pour formule H^2O. Le poids atomique de l'H est l'unité, celui de l'O, 16. Il en résulte que 16 gr d'O correspondent, ou sont unis dans l'eau, à 2 gr d'H. Par conséquent 8 gr d'O porteront la charge de 96 540 coulombs négatifs.

De même, le poids atomique du *Na* étant 23 et 35,50 celui du chlore, 23 gr de *Na* s'uniront à 35,50 gr de *Cl* pour donner 58,5 gr de *Na Cl*. Réciproquement 58,50 gr de *Na Cl* fourniront 23 gr d'ions de *Na* chargés positivement de 96 540 coulombs et 35,50 gr de *Cl* chargés négativement de 96 540 coulombs.

Expérience. — Si nous introduisons en série dans un même circuit deux cuves électrolytiques contenant l'une de *Na Cl* (23 de sodium monovalent unis à 35,5 de chlore monovalent, soit 58,5 comme poids moléculaire) et du *Zn* Cl^2 (65 de zinc bivalent unis à 2 fois 35,5 de chlore, soit $65 + 2 \times 35{,}5 = 136$, poids moléculaire du *Zn* Cl^2), au moment où 58,5 grammes de *Na Cl* seront décomposés par le courant à raison de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

35,5 grammes de chlore sur l'anode et 23 de sodium sur la cathode de la première cuve, on constatera qu'une quantité de $Zn\,Cl^2 = 136/2 = 68$ grammes sera décomposée dans la seconde cuve à raison de 35,5 gr de chlore sur l'anode et 32,5 de zinc sur la cathode. Les équivalents électrochimiques de ces deux électrolytes sont donc respectivement proportionnels à 58,5 pour le $Na\,Cl$ et à $68 = (65 + 2 \times 35,5)/2$ pour le $Zn\,Cl^2$.

En vertu de ce qui précède, la charge de 96 540 coulombs existe non seulement sur 35,5 grammes de chlore et sur 23 grammes de sodium, mais aussi sur 32,5 grammes de zinc.

Remarque. — De ce qu'une demi molécule-gramme de zinc bivalent correspond à une molécule-gramme de Na monovalent, on en conclut que la demi molécule-gramme de zinc est chargée de 96540 coulombs et la molécule-gramme de 2×96540 coulombs.

D'une manière générale la molécule-gramme d'un métal à n valences sera chargée de n. 96 540 coulombs.

Electron. — Si nous appelons $+Q$ la charge positive que porte l'atome d'H à l'état d'ion, l'atome de Cl porte la charge $-Q$ et si N est le nombre de molécules que contient un poids moléculaire d'acide chlorhydrique, $NQ = 96\,540$ coulombs $= 29.10^{13}$ unités électrostatiques C. G. S. Q est un véritable atome d'électricité et toute charge électrique ne peut être qu'un multiple de cette quantité élémentaire. On a trouvé pour Q la valeur $3,4 \cdot 10^{-10}$ unités C. G. S.

Définition pratique du coulomb et de l'ampère. — La loi de Faraday permet de définir très simplement les unités de quantité et d'intensité. Le coulomb est la quantité d'électricité qui met en liberté 0,001 118 gr d'argent; l'ampère est l'intensité du courant qui met en liberté 0,001 118 gr d'argent *par seconde.*

Concentration normale. — Le courant passe à travers l'électrolyte, à cause de la présence des ions. La conductibilité d'un électrolyte dépendra donc de sa concentration. *On convient de prendre pour concentration normale, celle de la solution contenant une molécule-gramme par litre.* La concentration s'exprime alors, soit par le nombre m de molécules-grammes par litre, soit *par le volume v en litres correspondant*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

à une molécule-gramme. Dans le premier cas une molécule-gramme est contenue dans $1/m$ litre, donc $1/m = v$. Si le volume est exprimé en cm^3 on a $1/m = 1\,000\,v$.

Conductibilité moléculaire. — Prenons un volume *quelconque* $1\,000\,v$ de liquide exprimé en cm^3 contenant une molécule-gramme et plaçons-le exactement entre deux électrodes distantes d'un centimètre. $1\,000\,v$ représentera la surface des électrodes en cm^2. c étant la conductibilité de la solution, la conductibilité de la masse liquide considérée, appelée *conductibilité moléculaire* sera

$$\mu = 1\,000\,vc = c/m$$

La conductibilité moléculaire est donc égale au rapport de la conductibilité d'une solution à sa concentration.

μ varie avec c et m. Quand la dilution augmente, c et m diminuent simultanément en tendant vers 0 et l'expérience prouve que μ augmente lentement, en tendant asymptotiquement vers une limite correspondant à $m = c = 0$.

Loi d'Oswald. — Si la dissociation était complète à tous les degrés de concentration, la conductibilité moléculaire resterait invariable puisqu'elle ne dépend que du nombre d'ions contenus dans la molécule-gramme, lequel ne varierait pas. D'ailleurs, dans la formule précédente, c et m se modifieraient proportionnellement dans ces conditions. Or, la dissociation augmente avec la dilution. Par conséquent : *le rapport de la conductibilité moléculaire pour une dilution donnée, à la conductibilité moléculaire limite, mesure le degré de dissociation, ou le rapport du nombre* n *de molécules dissociées au nombre total* n' *de molécules introduites dans la solution.*

$$\frac{\mu}{\mu'} = \frac{n}{n'}$$

Vitesse des ions. Nombres de transport. Sels normaux et anormaux. — Hittorf a remarqué que les divers ions ne progressent pas avec la même vitesse dans les électrolytes, attendu que des différences de concentration se constatent aux environs des électrodes. Par exemple, si l'on décompose du sulfate de cuivre dans un tube en U au moyen de deux électrodes en platine, on reconnaît que la solution se décolore,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

c'est à dire *s'appauvrit plus vite du côté de la cathode.* En séparant les deux branches par une cloison poreuse, puis analysant le liquide de part et d'autre, on trouve que pour 63 gr de cuivre déposés sur la cathode, 42 gr proviennent du compartiment cathodique et 21 gr ou le 1/3 du compartiment anodique. La cloison a, par conséquent, été traversée par le 1/3 du cuivre total dans le sens du courant et par les 2/3 du radical SO^4 en sens contraire. Ces nombres 0,33 pour le cuivre et 0,66 pour le SO^4, sont appelés *nombres de transport des ions.*

Ils varient avec la nature du sel et sont égaux pour les deux ions dans les sels K Cl, K^2SO^4, K Az O^3, Az H^4, etc.... dits *sels normaux,* inégaux dans les autres comme Na Cl, Na^2 SO^4, Ca Cl^2, etc... dit *sels anormaux.*

Loi de Kohlrausch. — Les nombres de transport de Hittorf sont évidemment proportionnels aux vitesses, de sorte qu'en appelant u et u' les vitesses de migration des ions, dont les nombres de transport sont τ et τ' on a :

$$\frac{\tau}{\tau'} = \frac{u}{u'}$$

Valeur absolue de la vitesse. — Considérons une colonne liquide de section s, de conductibilité c, entre deux électrodes situées à la distance l, accusant une différence de potentiel E.

En vertu de la loi d'Ohm :

$$I = \frac{cs}{l} E.$$

Cette intensité étant absorbée par la neutralisation des ions arrivant aux électrodes, cherchons le nombre de molécules-grammes neutralisées par seconde.

Sur la longueur l, nous trouvons N molécules-grammes. Chaque molécule-gramme occupe un espace l/N qui est parcouru en un temps l/Nu par les ions de vitesse u et l/Nu' par ceux de vitesse u'. Par conséquent pendant le temps l/Nu toute la file des ions de vitesse u avance d'une molécule-gramme, tandis qu'il faut aux ions de vitesse u' un temps l/Nu' pour parcourir la même distance. Pendant une seconde les ions de vitesse u auront avancé de

$$\frac{1}{\frac{l}{Nu}} = \frac{Nu}{l}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

molécules-grammes ; ceux de vitesse u' de Nu'/l molécules. En d'autres termes la cloison séparative des électrodes sera traversée par seconde par Nu/l molécules-grammes des premiers, Nu'/l des seconds. Comme au moment où une molécule des premiers se précipite sur une électrode, une molécule des seconds se dépose sur l'autre électrode et vice-versa, le nombre total de molécules-grammes arrivant par seconde à chaque pôle est

$$\frac{N(u+u')}{l}$$

Mais chaque molécule-gramme porte 96 540 coulombs. Par conséquent, la charge d'électricité positive apportée à chaque seconde sur la cathode sera

$$\frac{N(u+u')}{l} \times 96\,540 \text{ coulombs} = I.$$

Si la concentration est m, le nombre de molécules-grammes par cm³ s'élève à $m/1\,000$ et le nombre total compris entre les deux électrodes atteint

$$N = \frac{mls}{1\,000}, \quad \text{d'où } I = \frac{ms(u+u')}{1\,000} \times 96\,540.$$

Egalons les deux valeurs de I

$$96{,}54\, m\,(u+u') = \frac{cE}{l} = cE_1$$

E_1 étant la chute de potentiel par centimètre. De sorte qu'en désignant par u_1 et u'_1 les valeurs des vitesses pour une chute d'un volt par centimètre, on aura

$$u_1 + u'_1 = \frac{c}{96{,}54\, m} = \frac{\mu}{96{,}54}.$$

La valeur du second membre est donnée par expérience. Comme d'autre part $u_1/u'_1 = \tau/\tau'$, on peut déterminer u_1 et u'_1 en valeur absolue.

Prenons par exemple le cas du chlorure de potassium. Ce sel étant normal $u_1 = u'_1$, $\mu = 0{,}080$. On a :

$2\,u_1 = 0{,}08/96{,}54$ d'où $u_1 = 0{,}000\,4$ centimètre par seconde.

Dans un champ donnant une chute d'un volt par centimètre, la force qui s'exerce sur une unité C. G. S. d'électricité est $H = -dV/dn =$ en valeur absolue 10^8 dynes. Celle qui s'exerce

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sur un coulomb est $10^8/10 = 10^7$ dynes. Sur un gramme d'ions d'H chargés de 96 540 coulombs, la force est $96\,540 \times 10^7$ dynes $= 96\,540 \times 10^7/981\,000$ kg $= 984\,097$ kg. Le poids atomique du potassium étant 39, on voit que la force exercée dans un tel champ sur un gramme de potassium est de 25 253 kg.

Chaleur d'ionisation. — Le passage de l'état moléculaire à celui d'ion correspond toujours à une manifestation thermique. On appelle *chaleur d'ionisation, la quantité de chaleur dégagée par molécule-gramme passant à l'état d'ions.* Dans la théorie des ions, la chaleur de formation d'un corps tel que l'acide iodhydrique en solution étendue à partir de ses éléments, représente la somme des chaleurs d'ionisation de l'hydrogène et de l'iode, c'est-à-dire la chaleur dégagée par le passage de l'état gazeux à l'état d'ions. De même, la chaleur de substitution d'un métal à un autre dans un sel, représente la différence des chaleurs d'ionisation des deux métaux. Chaque nombre est caractéristique de l'ion et indépendant de l'ion qui l'accompagne.

Polarisation des électrodes. Courant secondaire. — Le dépôt des ions sur les électrodes modifie leur surface et, dès lors, une différence de potentiel doit se manifester entre elles. En effet, si après avoir électrolysé une solution pendant un certain temps, on rompt la communication avec la source, puis que l'on réunisse les électrodes entre elles, on constate la production d'un courant dit *secondaire*, de sens inverse au premier. Les électrodes sont *polarisées* et leur différence de potentiel s'appelle la *force électromotrice de polarisation*. La lame qui servait d'électrode positive devient le pôle positif de l'élément. Le courant s'affaiblit rapidement et cesse, quand les lames ayant repris leur état primitif sont, par suite, revenues au même potentiel.

Toute lame qui a servi d'électrode ou a été simplement plongée dans un gaz, mise dans l'eau en présence d'une lame de même nature, neuve ou récemment portée au rouge, fournit une différence de potentiel et donne, par suite, lieu à un courant si le circuit est fermé. Ces phénomènes sont la base de la théorie des accumulateurs.

Si l'on abandonne simplement les lames à elles-mêmes dans

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

le liquide, leur différence de potentiel va en s'affaiblissant peu à peu, en raison de la disparition, par diffusion, des gaz qui les recouvraient.

Il y a donc réversibilité complète des phénomènes électrochimiques. Formons par exemple un circuit comprenant une source d'énergie électrique, un appareil permettant de mesurer le courant et un voltamètre (fig. 68) constitué par un vase contenant de l'eau légèrement acidulée. Le fond du vase est traversé par deux électrodes en platine, dont on recouvre les extrémités au moyen de deux éprouvettes renversées, préalablement remplies d'eau.

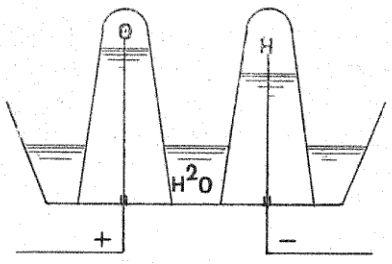


FIG. 68.

Dès que le courant passe, des bulles se dégagent sur les deux électrodes : l'oxygène à l'anode, l'hydrogène à la cathode et les deux cloches se remplissent de gaz. Le volume occupé par l'hydrogène est d'ailleurs double de celui de l'oxygène.

Les cloches étant remplies, enlevons le générateur et refermons le circuit. Nous constatons le passage d'un courant de sens inverse au premier, provoqué par la recombinaison de l'H et de l'O des éprouvettes, qui se remplissent d'eau de nouveau.

Le phénomène s'arrête quand une des électrodes est complètement recouverte de liquide.

Le voltamètre est donc transformé en un appareil produisant de l'électricité par l'intermédiaire d'une réaction chimique, c'est-à-dire en un élément de pile. C'est la pile à gaz de Grove.

On remarque, ainsi que nous l'avons dit ci-dessus, que les pôles positif et négatif sont précisément l'électrode positive et négative de l'expérience précédente, c'est-à-dire que le point à haut potentiel ne varie pas dans les deux cas.

L'expérience du voltamètre permet de s'assurer que les mêmes lois sont applicables à la combinaison comme à la dissociation électrolytique des composés.

Courants de polarisation et de diffusion. — Quand on met en communication avec deux électrodes, une source dont la force électromotrice est inférieure à celle de polarisation, on

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

remarque la production d'un courant instantané qui détermine une polarisation égale à celle de la source. L'équilibre s'est produit et l'on ne constate plus que le passage d'un courant extrêmement faible réparant les pertes dues à la diffusion et dit, pour ce motif, *courant de diffusion*.

La charge instantanée, qui augmente avec la force électromotrice appliquée, est intégralement rendue dans le courant secondaire obtenu en supprimant la communication avec la source et réunissant les deux électrodes.

En employant avec M. Lippmann des électrodes de surfaces très inégales, de manière que la plus petite soit polarisée avant que l'autre ait subi une modification sensible, on constate que la charge déterminant la polarisation est la même, que la plus petite électrode, la seule active, soit prise comme anode ou comme cathode; elle se comporte, approximativement, comme un condensateur de très grande capacité. Par exemple, la capacité spécifique équivalant à celle de l'électrode en platine d'un voltamètre, serait donnée par un condensateur ayant une épaisseur plus petite qu'un millionième de millimètre.

Limite de la polarisation. — Augmentons progressivement la force électromotrice appliquée aux électrodes, la polarisation augmente parallèlement jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur à laquelle commence normalement la décomposition électrolytique.

M. Berthelot a établi que *l'électrolyse se produit dès que le minimum de l'énergie nécessaire*, c'est-à-dire donnée par les quantités de chaleur à dépenser *est présente*, qu'il se produise ou non des réactions secondaires.

Lorsque l'électrolyte est complexe et peut donner lieu à plusieurs modes de décomposition, c'est le sel dont la dissociation met en jeu la plus faible somme d'énergie qui se décompose le premier. La force électromotrice augmentant, il en est de même pour les sels restants, la première décomposition continuant toutefois à se produire et ainsi de suite.

Cas où la polarisation est nulle. — Si le passage du courant n'altère pas la composition de l'électrolyte, la polarisation ne peut se produire. C'est le cas qui se présente quand on utilise des électrodes du même métal que le sel en solution.

Par exemple, en faisant passer le courant par l'intermédiaire

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'électrodes en nickel, dans une solution de sulfate de nickel, ce métal vient s'appliquer en dépôt adhérent sur la cathode, tandis que le radical SO^4, se portant sur l'anode, en dissout l'exacte quantité reçue par la cathode. C'est le principe de la galvanoplastie. La cathode pourra être constituée d'un métal quelconque qui, par l'opération précédente, se trouvera revêtu d'une couche de nickel d'autant plus épaisse que le courant aura passé pendant plus longtemps.

La polarisation sera également évitée dans le voltamètre, si l'on absorbe, au fur et à mesure de sa production, l'O qui se dégage au pôle positif par un corps réducteur quelconque ; la polarisation disparaît par le fait même : il restera simplement de l'H dans une des éprouvettes. On arriverait aussi au même résultat en absorbant l'H seul par un corps oxydant.

Calcul de la force électromotrice de polarisation d'un électrolyte. — On peut calculer dans chaque cas, par l'application directe du principe de la conservation de l'énergie, la valeur de la force électromotrice de polarisation, d'après la quantité de chaleur que le métal libéré dégage, lorsqu'il se recombine pour former le composé de l'électrolyte primitif. Soient E la force électromotrice de polarisation en volts d'un électrolyte et Q le nombre de coulombs qui le traversent. Le travail électrochimique de décomposition aura pour valeur $QE/9{,}81$ kilogrammètres.

Si z est l'équivalent électrochimique du métal libéré, le poids total déposé par Q coulombs sera Qz. W étant la quantité de chaleur en calories (grammes-degrés) dégagée par un gramme du corps libéré par l'électrolyte, pour repasser à l'état de la combinaison chimique de l'électrolyte, la chaleur dégagée par le poids Qz du métal sera égale à QzW ; et comme l'équivalent mécanique de la chaleur est 0,425 kilogrammètre par calorie (gramme-degré), la chaleur dégagée exprimée en kilogrammètres aura pour valeur $0{,}425\ QzW$.

Cette chaleur doit correspondre à celle écrite ci-dessus, de sorte que l'on a

$$QE/9{,}81 = 0{,}425\ QzW, \text{ d'où } E = 4{,}17\ zW.$$

Mais $z = 1{,}037 \cdot 10^{-5}\ b$ grammes, comme nous l'avons indiqué précédemment, donc

$$E = 4{,}17 \cdot 1{,}037 \cdot 10^{-5}\ bW = 0{,}000\ 043\ 2\ bW.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Enfin, bW est la chaleur dégagée par un *équivalent chimique, exprimé en grammes*, du métal dont il sagit. Nous l'indiquerons par W_b et il viendra :

$$E = 0{,}0432\ W_b\ 10^{-3} \text{ volts.}$$

Si la chaleur développée par l'équivalent en grammes est exprimée en calories kilogrammes-degrés,

$$E = 0{,}0432\ W_b \text{ volts.}$$

Lorsque l'électrolyte est le siège d'une seconde réaction *exothermique*, celle-ci agit dans le même sens que le courant et diminue la force électromotrice nécessaire pour la décomposition qui devient

$$E' = 0{,}0432\ (W_b - W'_b) \text{ volts,}$$

W'_b se rapportant à la seconde réaction.

Remarque. — Ces formules, établies par lord Kelvin, ne fournissent des chiffres exacts que pour quelques électrolytes. Généralement, les résultats du calcul sont supérieurs à ceux que l'on trouve expérimentalement. Helmholz a établi qu'il y a lieu d'ajouter un terme correctif $T\ dE/dT$, T étant la température absolue de l'électrolyte et dE la variation positive ou négative de force électromotrice, correspondant à une variation élémentaire dT. Ce terme correctif paraît se rapporter aux effets Peltier se produisant au contact des métaux avec le liquide des solutions, effets qui ajoutent ou retranchent de l'énergie calorifique à l'électrolyte, suivant le sens du courant. La formule exacte est donc

$$E = 0{,}043\ W_b + T\ dE/dT.$$

Quoi qu'il en soit, nous nous en tiendrons à la formule de Kelvin dans les calculs qui suivent, mais en ne la considérant que comme une première approximation.

APPLICATIONS. — I. Calculer la force électromotrice de décomposition de l'eau.

On trouve dans les tables, que 2 grammes d'H se combinant avec 16 d'O, dégagent 68,36 calories (kg-degrés). Donc l'équivalent, 1 gramme d'H dégagera 34,18 calories et la force électromotrice de décomposition minimum sera

$$E = 0{,}0432\ .\ 34{,}18 = 1{,}48\ V.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

II. Quelle est la quantité d'électricité nécessaire pour décomposer 10 grammes de chlorure de sodium ?

La masse moléculaire du chlorure de sodium est $23+35,5=58,5$ et une seule valence est rompue. Un coulomb décomposera un poids $1,037 \cdot 58,5 \cdot 10^{-5} = 0,000\,6$ gramme, et pour décomposer 10 grammes, il faudra

$$10/0,000\,6 = 16\,667 \text{ coulombs}$$

ou $$16\,667/3\,600 = 4,63 \text{ ampères-heures.}$$

Tension de dissolution électrolytique. — La théorie des ions permet d'envisager sous un jour extrêmement curieux, les phénomènes dont la pile est le siège et d'établir une théorie qui rend parfaitement compte de tout ce qui s'y passe.

On admet à l'heure actuelle que les métaux contiennent des ions + et — libres. Dès lors, une lame de métal étant plongée dans un liquide attaquable par celui-ci, tend à émettre des ions, de la même façon qu'un liquide tend à émettre des vapeurs en présence d'un espace non saturé. Cette action, qui doit vaincre la pression osmotique que les ions acquièrent dans le liquide, est rapidement limitée par l'action réciproque des charges positives des ions entrés en solution et de la charge négative de la lame, sauf :

1° Quand le liquide renferme préalablement des ions d'un métal ayant une tension d'ionisation moindre que celle du métal de la lame. Alors les ions du métal de la lame entrent dans le liquide et y remplacent, valence pour valence, les ions métalliques de la solution qui se précipitent sur la lame. Celle-ci se trouve constamment ramenée à l'état neutre par les ions se précipitant sur elle, de sorte que l'action continue tant que la substitution n'est pas complète. C'est le phénomène bien connu de la précipitation des métaux l'un par l'autre : le cuivre par le zinc, l'argent par le cuivre, etc.

2° Si l'on plonge dans le liquide une lame d'un métal inaltérable que l'on relie métalliquement à la lame attaquée, elle se charge négativement comme cette dernière; les ions de la solution chargés positivement se précipitent sur elle et le phénomène continue. Un courant prend donc naissance allant, dans la solution, de la lame attaquée à celle qui ne l'est pas et, dans le circuit extérieur, de la lame inaltérable à l'autre. Tel est le mécanisme de la pile de Volta dans la théorie des ions. En résumé

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

on admet dans cette théorie que les ions se trouvant dans un électrolyte, tendent à se diffuser en vertu d'une force appelée pression osmotique. Remarquons bien que la pression osmotique ne tend pas à déplacer les parois du vase qui contient l'électrolyte, mais elle tend à refouler la matière dissoute dans une quantité toujours plus grande de liquide et, par conséquent, à la diluer. Plus le nombre de molécules-grammes dissoutes est grand, plus la pression osmotique est élevée.

D'après Arrhenius, une solution qui contient une molécule-gramme par litre possède à 0° une *pression osmotique* de 22,35 atmosphères, la même exactement que si la molécule-gramme se trouvait à l'état de gaz dans l'espace d'un litre. Si l'on introduit dans la solution un métal susceptible de s'y dissoudre, les molécules de celui-ci sont poussées par une force, dite *pression de dissolution*, opposée à la pression osmotique. La force électromotrice de polarisation naît de ces pressions antagonistes et est une fonction de celles-ci.

Formule de Nernst. — Nernst applique intégralement la formule donnant le travail effectué par une molécule-gramme de gaz passant de la pression P à p, au phénomène de la dissolution, considéré comme la vaporisation en ions de l'électrode. Cette formule est

$$\mathfrak{T} = \mathrm{R}T\log_e \mathrm{P}/p$$

$\mathfrak{T}$ représentant ici le travail effectué à l'électrode, R la constante des gaz = 0,847 kgm ou 0,002 calorie, T la température absolue, P la tension de dissolution du métal de l'électrode et p la pression osmotique de ce même métal dans la solution.

Appelons V_1 la différence de potentiel entre l'électrode métallique et l'électrolyte, n étant le nombre de valences, le travail par molécule-gramme sera $V_1 . 96\,540\, n$. On pourra donc poser

$$V_1\, 96\,540\, n = \mathrm{R}T\log_e \mathrm{P}/p$$

d'où

$$V_1 = \frac{\mathrm{R}T}{96\,540\, n} \log_e \frac{\mathrm{P}}{p}.$$

Remplaçant R par sa valeur, T par 273 + 17° = 290 et passant aux logarithmes vulgaires

$$V_1 = \frac{0{,}0575}{n} \log \frac{\mathrm{P}}{p}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Ceci pour une électrode. Pour les deux électrodes, c'est-à-dire pour le couple on aura, en supposant $n = n'$,

$$E = V_1 - V_2 = \frac{0{,}0575}{n}\left[\log\frac{P}{p} - \log\frac{P'}{p'}\right] =$$

$$\frac{0{,}0575}{n}\left[\log\frac{P}{P'} - \log\frac{p}{p'}\right].$$

Cette formule se vérifie pour tous les couples voltaïques. Prenons par exemple une cuve électrolytique contenant du sulfate de cuivre que l'on électrolyse entre électrodes en cuivre.

On aura $P = P'$, $p = p'$, $E = o$.

Si les deux lames de cuivre réunies par un fil conducteur plongent dans des solutions de concentrations différentes, on constate le passage d'un courant. Une telle pile est dite *pile de concentration*.

Dans ce cas $P = P'$.

$$E = \frac{0{,}0575}{n}\log\frac{p'}{p},$$

formule montrant que la force électromotrice ne dépend que de la concentration et nullement de la nature du sel, ce que l'expérience vérifie.

Limites de l'électrolyse. — Pour dissoudre une molécule-gramme d'ions de valence n, il faut dépenser un travail V_1 96 540 n. Le même travail sera au moins nécessaire pour la libérer. Mais comme on ne peut libérer un anion sans mettre en liberté un cathion, et qu'à la cathode nous devrons dépenser un travail électrique analogue, la force électromotrice à appliquer E sera la somme des forces électromotrices V_1 et V_2 relatives aux deux électrodes. L'électrolyse commencera, dès que cette force électromotrice minimum sera réalisée.

Vues modernes sur l'électrolyse. Les électrons (1). — La charge de l'ion monovalent peut être dénommée atome d'électricité ou électron (ion électrolytique). C'est elle qui neutralise les propriétés chimiques de l'ion et lui permet de rester en quelque sorte inerte dans la solution.

---

(1) A. Righi. *La Théorie moderne des phénomènes physiques.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Lorsque les ions arrivant sur les électrodes, deviennent des atomes neutres et reprennent leurs propriétés chimiques connues, les électrons entrent en circuit pour constituer le courant électrique. Il semble naturel de supposer que ces électrons, avant de se fondre, pour ainsi dire en un tout homogène (l'ancien fluide électrique) conservent leur individualité; d'autant plus que, s'ils doivent voyager d'un atome à l'autre, il est vraisemblable de supposer qu'ils doivent momentanément exister isolés.

Le courant électrique, dans les conducteurs, ne serait donc qu'un mouvement d'électrons libres à travers des espaces interatomiques. Mais en outre, il faut préciser et voir si le courant, consiste dans le mouvement des électrons positifs dans un sens et des électrons négatifs en sens contraire, ou bien dans le mouvement dans un sens déterminé de l'une des deux espèces d'électrons, des électrons négatifs par exemple.

C'est cette dernière opinion qui a été préférée et cela parce qu'on a des raisons de croire que, seuls, les électrons négatifs peuvent exister librement. Ce sont seulement ces derniers, à ce qu'il semble, qui se déplacent, qui se séparent de la matière pondérable ou qui s'y réunissent et qui vibrent dans les sources lumineuses. C'est ainsi que, pendant qu'un ion négatif se déposant sur l'anode cède à celle-ci l'électron négatif, un ion positif arrivant sur la cathode ne cède pas d'électron positif à cette dernière, mais en prend au contraire un négatif.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE VI

Magnétisme.

§ I. — Généralités.

Aimants naturels. — *On appelle aimant, tout corps jouissant de la propriété d'attirer la limaille de fer.* Certains échantillons d'oxyde de fer naturel $Fe^3 O^4$ possèdent cette propriété. En les roulant dans de la limaille, celle-ci s'amasse sur eux de préférence en certains points où elle se concentre sous forme de houppes.

Aimants artificiels. — Si l'on frotte une pierre d'aimant contre un barreau d'acier, celui-ci acquiert la propriété magnétique sans affaiblissement des effets de l'aimant naturel. Des barreaux d'acier ainsi préparés s'appellent *aimants artificiels.* Les propriétés des deux espèces d'aimants sont identiques. Comme il est aisé de façonner les aimants artificiels sous une forme facilitant l'étude de leurs effets, c'est à eux que l'on recourt toujours, en pratique, et on leur donne généralement la forme de barreaux allongés prismatiques ou cylindriques.

L'effet magnétique est concentré aux extrémités. — Plongeons un barreau dans de la limaille de fer, celle-ci se concentre et s'attache plus énergiquement à ses extrémités (fig. 69). On croyait anciennement que la vertu attractive se trouvait uniquement développée aux deux bouts du barreau qui seraient donc recouverts de deux couches magnétiques. En réalité il n'en est pas ainsi, comme on peut s'assurer en formant le *spectre magnétique* du barreau. Plaçons au-dessus et très près une feuille de papier, de carton, de bois, de verre, que nous saupoudrons de limailles. En secouant légèrement la feuille, nous

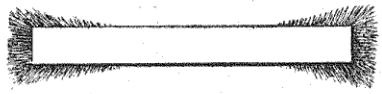


Fig. 69.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

voyons la limaille s'arranger suivant des lignes régulières (fig. 70) partant de divers points du barreau pour aboutir en leurs points symétriques.

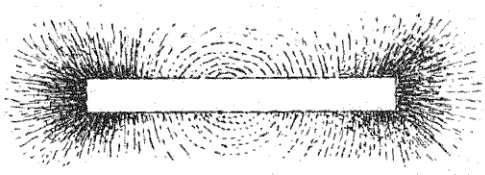


Fig. 70.

Cette expérience montre : 1° qu'il existe un véritable *champ de force* tout autour du barreau et 2°, que l'action se transmet intégralement à travers les substances indiquées plus haut : papier, bois, verre, etc.

La partie médiane de l'aimant, qui ne manifeste pas de propriétés magnétiques, est la *région neutre* ; la droite perpendiculaire à l'aimant menée au milieu de la région neutre est la *ligne neutre*.

Action réciproque des aimants. Pôles. — Le champ de force se décèle encore quand on approche de l'aimant, suspendu, un autre aimant. On remarque une attraction ou une répulsion suivant l'extrémité approchée.

La résultante des actions s'exerçant sur une extrémité passe par un point appelé *pôle* de l'aimant.

Un aimant librement suspendu par son centre de gravité, se dirige invariablement dans une direction déterminée, approximativement nord-sud. On appelle pôle *nord* de l'aimant, celui qui se dirige vers le nord ; l'autre, est le pôle *sud*. La droite qui joint les deux pôles est l'*axe magnétique* du barreau, tandis que leur distance définit la *longueur vraie* de l'aimant.

En approchant deux pôles nord ou deux pôles sud l'un de l'autre, on constate qu'ils se repoussent ; un pôle nord et un pôle sud s'attirent. On en conclut que : *les pôles de mêmes noms se repoussent ; les pôles de noms contraires s'attirent*.

Intensité magnétique. — L'action constatée varie non seulement avec la distance, mais encore avec les aimants. Si, la distance restant la même, l'aimant mis en présence produit une action quadruple d'un autre, on dit que son intensité ou sa masse magnétique est quatre fois plus grande.

Loi des actions magnétiques. — A l'aide d'aiguilles aimantées très longues afin de rendre négligeable l'effet des pôles

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

opposés, Coulomb a démontré au moyen de sa balance de torsion que : *la force F qui s'exerce entre deux pôles est proportionnelle au produit de leurs masses magnétiques m et m'* et *inversement proportionnelle au carré de leur distance.*

$$F = \frac{m\,m'}{r^2}$$

D'après cela, *l'unité de pôle magnétique est le pôle qui, agissant sur un pôle égal placé à l'unité de distance, le repousse avec l'unité de force.*

Dans le système C. G. S. *l'unité de masse magnétique (ou de pôle) est celle qui, agissant sur une masse égale placée à un centimètre de distance, la repousse avec la force d'une dyne.*

On tire de l'équation précédente :

$$[m] = r\sqrt{F} = L\,M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}\,T^{-1} = M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}\,T^{-1}$$

En réunissant deux pôles m et m', leur action sur un troisième pôle est proportionnelle à $m + m'$ s'ils sont de mêmes noms et à $m - m'$ s'ils sont de noms contraires. Il y a donc lieu d'affecter les masses magnétiques d'un signe. On convient d'attribuer le signe + aux masses nord, le signe — aux masses sud.

Champ magnétique. Définitions. — L'espace qui entoure un aimant ou dans lequel se trouvent distribués des aimants, constitue un *champ magnétique* caractérisé par ce fait qu'un pôle d'aimant y est soumis à une force.

La loi élémentaire régissant les actions magnétiques étant la même que celle relative aux actions électriques, tout ce que nous avons dit de celles-ci s'appliquera à celles-là. Les définitions de la force magnétique ou de l'intensité du champ en un point, du potentiel et du flux, seront les mêmes.

Intensité du champ. — On appelle donc *intensité du champ en un point, le quotient de la force exercée sur un pôle placé en ce point par la masse m de ce pôle*

$$\mathcal{H} = \frac{F}{m}.$$

(Pour distinguer les grandeurs magnétiques, on les représente par des majuscules rondes).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dimensions :

$$[\mathcal{H}] = M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Unité de champ ou gauss. — *L'unité* C. G. S. *de champ qui s'appelle gauss, est l'intensité du champ qui agit avec la force d'une dyne sur un pôle ayant l'intensité d'une unité C. G. S.*

Direction du champ. — La *direction d'un champ* en un point, est donnée par la direction de la force agissant sur un pôle en ce point. Une *ligne de force* est une courbe telle, que la direction du champ lui soit tangente en chaque point. Un pôle magnétique supposé libre de se mouvoir décrirait une ligne de force. On considère conventionnellement comme sens des lignes de force, le sens du déplacement d'un plôe nord. La ligne de force est donc une courbe fermée allant du pôle nord au pôle sud à l'extérieur de l'aimant et du pôle sud au pôle nord à l'intérieur. La direction des lignes de force est mise en évidence par l'orientation des grains de limaille du spectre magnétique. Leur direction est également indiquée par celle que prend une petite aiguille aimantée suspendue par son centre de gravité.

Ainsi, en tout point d'un champ magnétique il y a lieu d'indiquer pour caractériser ce champ, sa direction et son intensité. Cette indication peut se faire géométriquement au moyen d'une flèche rectiligne orientée suivant la direction du champ et ayant une longueur numériquement égale à son intensité.

Cette flèche constitue ce qu'on appelle le *vecteur représentatif du champ*. Sa projection sur un plan quelconque passant par le point considéré est, ce que l'on appelle, la composante du champ parallèle à ce plan.

Moment magnétique. — Le *moment magnétique* d'un aimant est le produit de sa masse magnétique par la distance des pôles $lm = \mathcal{M}$.

Dimensions :

$$[\mathcal{M}] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{2}} T^{-1}$$

Potentiel magnétique. — Le potentiel en un point d'un champ situé à des distances r, r', r'', ... des masses magnétiques m, m', m'', ... est

$$\mathcal{V} = \Sigma \frac{m}{r}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dimentions du potentiel magnétique

$$M^{\frac{1}{2}} \; L^{\frac{1}{2}} \; T^{-1}$$

Valeur du champ en fonction du potentiel. — La composante de l'intensité du champ dans une direction l en un point où le potentiel est $\mathcal{V}$, s'exprime par

$$\mathcal{H} = - d\mathcal{V}/dl.$$

Le *potentiel magnétique* en un point d'un champ est égal au quotient du travail W nécessaire pour amener un pôle nord m de l'infini à ce point, par l'intensité du pôle

$$\mathcal{V} = W/m.$$

Surface équipotentielle magnétique. — Une *surface équipotentielle magnétique* est une surface telle que l'on puisse y déplacer un pôle sans produire de travail.

Flux de force magnétique. — Le *flux de force magnétique* à travers une surface S faisant un angle α avec une surface équipotentielle est égal au produit de la projection de S sur cette surface équipotentielle, par la valeur $\mathcal{H}$ de l'intensité du champ en cette dernière

$$\Phi = \mathcal{H} \, S \cos \alpha.$$

Si $\alpha = o$, $\Phi = \mathcal{H} \, S$. Dimensions du flux

$$\Phi = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}.$$

L'unité de flux de force, ou maxwell, est le flux traversant une surface équipotentielle d'un centimètre carré, dans un champ uniforme d'intensité égale à un gauss.

Action d'un champ uniforme sur un aimant. — *Un champ est uniforme, quand l'intensité magnétique y est constante en grandeur et en direction.* Les surfaces équipotentielles y sont des plans parallèles équidistants. Dans un tel champ, un barreau aimanté n'est soumis à aucune force de translation. Une aiguille aimantée, ainsi qu'on s'en assure en la piquant dans un flotteur, tend simplement à s'orienter suivant la direction des lignes de force sous l'action d'un couple. De ce que l'effet se réduit à un couple, on conclut que la masse magnétique positive d'un aimant est égale à sa masse négative, c'est-à-dire que *la*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

somme des masses magnétiques d'un aimant est toujours nulle.

Appelons α (fig. 71) l'angle que fait la direction du champ uniforme d'intensité $\mathcal{H}$, avec l'axe magnétique d'un barreau aimanté d'intensité polaire m, suspendu par son centre de gravité O.

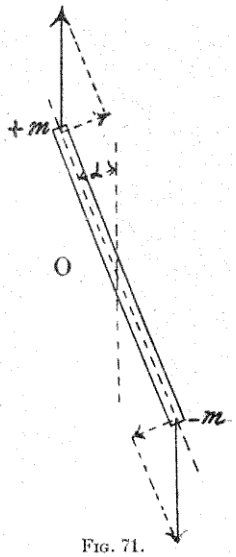


FIG. 71.

La force agissant dans la direction de $\mathcal{H}$ et sollicitant le pôle $+ m$ est $\mathcal{H}m$. A l'autre extrémité nous trouvons la force $- \mathcal{H}m$ dirigée en sens inverse. En décomposant ces forces suivant des perpendiculaires à l'axe du barreau, nous obtenons à chaque extrémité les forces $\mathcal{H}m \sin \alpha$, d'où le couple $\mathcal{H}ml \sin \alpha = \mathcal{H} \mathcal{M} \sin \alpha$.

La durée d'une oscillation double de faible amplitude du barreau sera :

$$t = 2 \pi \sqrt{\frac{M}{C}}$$

M étant le moment d'inertie du barreau et C le couple maximum qui le sollicite égal à $\mathcal{H} \mathcal{M}$.

Champ magnétique terrestre. — L'expérience montre que dans les limites d'une salle d'expérience, l'aiguille aimantée suspendue reste parallèle à elle-même et sa durée d'oscillation constante, à condition qu'il n'y ait aucune masse magnétique à proximité. On en conclut que la terre développe un champ magnétique uniforme, dans un espace peu étendu. Les lignes de force entrent par la pointe sud de l'aiguille, suivent celle-ci et sortent par sa pointe nord.

Le *méridien magnétique* d'un lieu est le plan vertical mené suivant la direction du champ terrestre, c'est-à-dire suivant la direction de l'axe magnétique d'une aiguille aimantée, librement suspendue. Le méridien magnétique est repéré, relativement au méridien géographique, par l'angle appelé *déclinaison* que ces deux plans font entre eux. L'*inclinaison* est l'angle que fait l'axe magnétique de l'aimant avec l'horizontale du lieu. Le pôle nord des aimants plonge sous l'horizon, dans notre hémisphère, de sorte qu'il faut alourdir le pôle sud pour que l'aiguille se tienne dans un plan horizontal. La composante de l'intensité du

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

champ dans ce plan, s'appelle la *composante horizontale*. Les lignes de force terrestre ne peuvent être considérées comme parallèles que dans des limites peu étendues. En réalité elles convergent vers deux points appelés *pôles magnétiques terrestres* qui oscillent aux environs des pôles géographiques.

Le champ terrestre est faible. Au 1er janvier 1908 la composante horizontale était, à l'observatoire d'Uccle, de 0,19 et la composante verticale de 0,429, l'intensité totale 0,47.

A la même date et au même endroit, on relevait pour la déclinaison occidentale 13° 36′73 et pour l'inclinaison 66° 1′6.

Aimantation par influence. — Certains corps placés dans un champ magnétique, le fer doux par exemple, acquièrent temporairement la propriété magnétique. Les lignes de force viennent s'y concentrer (fig. 72). Leur point d'entrée est un pôle sud, leur point de sortie un pôle nord.



FIG. 72.

On comprend dès lors comment se forme le spectre magnétique. Sous l'influence du champ, tous les grains de limaille deviennent de petits aimants se dirigeant dans la direction des lignes de force.

De même, un aimant attire un morceau de fer doux, par suite de l'aimantation qu'il provoque dans celui-ci. Les deux corps, influençant et influencé, se touchent toujours par des pôles de noms contraires.

Magnétisme rémanent. — L'aimentation par influence développée dans le fer doux est très énergique, mais peu stable. Elle disparaît sous l'action du moindre choc, dès que l'influence a cessé. Avec la fonte ou mieux l'acier, particulièrement avec l'acier trempé, l'aimantation que l'on obtient dans les mêmes conditions est moins forte, mais beaucoup plus stable. Elle se maintient après la suppression de l'influence et c'est ce qui permet d'obtenir des aimants artificiels. On l'appelle *magnétisme rémanent* et l'on désigne sous le nom de *force coercitive*, l'action qui tend à maintenir le magnétisme rémanent.

Aimants brisés.— Rompons en deux parties égales ou inégales un aimant, par exemple une aiguille d'acier. Nous obtenons deux aimants ayant leurs deux pôles de mêmes intensités, de signes contraires, orientés comme dans l'aimant primitif. Rompons ces deux aimants nous en obtenons quatre et ainsi de suite. Aussi

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

loin que nous pouvons pousser la subdivision, nous observons la même chose.

Il en résulte : 1° qu'il est impossible d'isoler une masse magnétique soit positive, soit négative ; elle sera toujours accompagnée d'une masse égale de signe contraire ; 2° que le magnétisme doit être considéré comme un phénomène moléculaire.

Hypothèse de Weber. — D'après Weber, un corps magnétique à l'état neutre est constitué de molécules aimantées orientées dans toutes les directions et dont les pôles en regard se neutralisent réciproquement. Quand le corps est amené dans un champ, les axes magnétiques des molécules tendent à s'orienter dans la direction du champ. Les pôles contraires en regard se neutralisent; aux extrémités seulement apparaissent des pôles libres. La force coercitive représenterait la résistance opposée par les molécules à tout changement magnétique.

L'hypothèse de Weber est corroborée par un certain nombre de faits parmi lesquels : 1° A mesure que le champ auquel est soumis le corps magnétique devient plus intense, l'aimantation tend vers un maximun, vers la *saturation* ; 2° toute cause d'ébranlement moléculaire, aussi bien calorifique que mécanique, favorise l'aimantation pendant le phénomène d'influence et la désaimantation après que l'influence a cessé ; 3° soumis à une influence magnétique croissante, un aimant s'allonge d'abord faiblement, puis se raccourcit, comme si après s'être orientées, les molécules tendaient à se rapprocher, etc.

Corps magnétiques, paramagnétiques et diamagnétiques. — Jusqu'ici, nous n'avons parlé que du fer et de ses dérivés comme pouvant manifester les propriétés magnétiques. Il en existe d'autres tels que le nickel et le cobalt, quelques composés de fer, l'oxyde magnétique (pierre d'aimant), le perchlorure de fer, le sulfate de fer, solide ou en dissolution. Mais les propriétés magnétiques qu'ils peuvent développer dans les conditions ordinaires sont faibles. Lorsqu'elles sont très atténuées les corps qui les présentent sont dits paramagnétiques. Enfin, on distingue les corps *diamagnétiques* comme le bismuth, qui prennent une aimantation inverse, en sens contraire des lignes de force (fig. 73 Bi) ; ils paraissent repoussés par les pôles.

En plaçant une solution de sulfate de fer, substance magné-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tique, dans un verre de montre au-dessus des pôles d'un aimant, on constate la formation d'une cavité au centre, (fig. 74) par

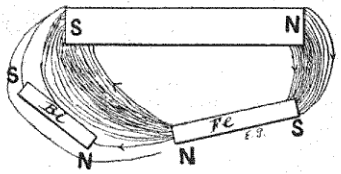


FIG. 73.

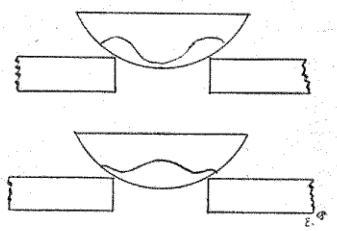


FIG. 74 et 75.

suite de l'attraction que subit le liquide de la part des pôles. Au contraire s'il s'agit de bisulfure de carbone, corps diamagnétique, celui-ci repoussé, forme une protubérance au centre (fig. 75).

D'après Faraday et Becquerel, de même que les corps plongés dans un liquide d'une densité supérieure à la leur, semblent repoussés par la terre bien que continuant à être attirés par elle, il se pourrait que la répulsion des corps diamagnétiques fût due au fait qu'ils seraient moins magnétiques que le milieu ambiant.

---

§ 2. — Étude théorique des aimants.

Aimant élémentaire. — L'hypothèse de Weber conduit à considérer des aimants *de forme cylindrique, de longueur infiniment petite par rapport aux dimensions finies du champ* et dont les *pôles sont concentrés sur les faces extrêmes.*

L'intensité d'aimantation d'un aimant élémentaire est le rapport de son moment magnétique à son volume. C'est donc le moment par unité de volume. $\mathfrak{I} = \mathfrak{M}/V$.

Dimensions :

$$[\mathfrak{I}] = \frac{M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{5}{2}}\ T^{-1}}{L^3} = M^{\frac{1}{2}}\ L^{-\frac{1}{2}}\ T^{-1}.$$

La *densité des pôles* est le rapport de leur masse magnétique à leur surface $\sigma = m/s$. En multipliant haut et bas par l, on voit que $\sigma = \mathfrak{I}$, c'est-à-dire que la densité et l'intensité d'aiman-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tation sont numériquement identiques et possèdent les mêmes dimensions.

Potentiel dû à un aimant élémentaire. — Considérons un point P (fig. 76), situé aux distances r et r' des pôles d'un aimant élémentaire NS.

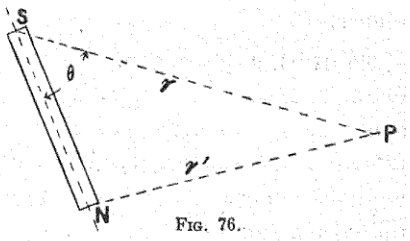


FIG. 76.

Le potentiel magnétique en P

$$\mathcal{V} = \Sigma \frac{m}{r} = \frac{m}{r'} - \frac{m}{r} = \frac{m\,(r - r')}{r\,r'}$$

Mais, à un infiniment petit de second ordre près, $r = r' + l \cos\theta$, θ étant l'angle de la droite joignant l'aimant au point avec la direction de l'aimant.

Donc $$\mathcal{V} = \frac{m\,l\cos\theta}{r^2} = \frac{\mathcal{M}\cos\theta}{r^2}$$

Filet magnétique ou solénoïdal. — Supposons une série d'aimants élémentaires identiques placés bout à bout, le pôle nord de chacun étant en contact avec le pôle sud suivant qu'il neutralise et ainsi de suite. Un tel système s'appelle *filet magnétique ou solénoïdal*. Le filet est neutre dans toute sa longueur, sauf aux extrémités où nous trouvons les masses $+ m$ et $- m$.

Le potentiel en un point P situé aux distances r et r' de celles-ci sera :

$$\mathcal{V} = m\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}\right)$$

expression ne dépendant que de la position des extrémités et non de la forme du filet.

Fermons maintenant le filet en rejoignant ses deux extrémités, les pôles extrêmes se neutralisent et l'action devient nulle.

Si nous posons $$\mathcal{V} = m\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r}\right) = c^{te}$$

et donnons une valeur déterminée au second membre, tous les points satisfaisant à cette équation auront même potentiel, c'est-à-dire seront situés sur des surfaces équipotentielles. On tracerait celles-ci pour diverses valeurs du potentiel, de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la même manière qu'en électrostatique pour les masses électriques.

Feuillet magnétique. — Accolons l'un à l'autre des aimants élémentaires identiques, de longueur ε, dirigés dans le même sens. Nous formons ainsi une lame de forme quelconque, d'épaisseur infiniment mince, recouverte sur les deux faces de couches magnétiques de même densité σ et de polarités opposées, portant le nom de *feuillet magnétique. Le moment du feuillet par unité de surface* $\varepsilon\,\sigma = \mathcal{S}$ *exprime sa puissance.*

$$[\mathcal{S}] = L \times M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Remarque. — L'intensité d'aimantation est, en tous les points, normale à la surface du feuillet.

Potentiel dû à un feuillet. — Considérons un feuillet courbe (fig. 77) dont la face positive est concave et cherchons quelle est la valeur du potentiel en un point P situé en face de cette concavité. C'est la somme des potentiels dus aux aimants élémentaires constituant le feuillet. L'élément de section ds situé en A, dont l'axe fait l'angle θ avec la droite menée au point P fournit un potentiel :

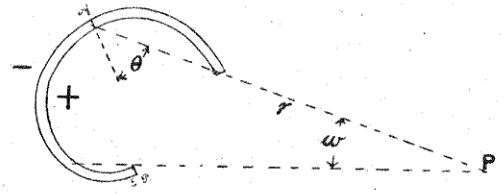


Fig. 77.

$$d\,\mathcal{V} = \frac{\sigma\, ds\, \varepsilon \cos\theta}{r^2} = \sigma\, \varepsilon\, d\omega$$

puisque $ds \cos\theta / r^2$ représente l'angle solide sous lequel on voit la surface ds du point P.

Pour tout le feuillet nous aurons $\mathcal{V} = \mathcal{S}\omega$, ω étant l'angle solide sous lequel on voit le feuillet jusqu'à son contour, car au-delà, les cônes élémentaires rencontrant deux fois le feuillet donnent un potentiel nul, puisqu'il résulte de la somme de deux potentiels égaux et contraires.

Si le point P se trouve en regard de la face négative du feuillet, le potentiel devient $\mathcal{V} = -\mathcal{S}\omega$. En effet, une masse positive unité étant attirée par cette face, le travail effectué

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pour l'amener des limites du champ au point considéré devient négatif.

Diminuons l'ouverture du feuillet jusqu'à la rendre nulle. Son contour n'existant plus, l'angle solide devient nul pour tout point extérieur et égal à 4π pour tout point intérieur. Le potentiel est nul dans le premier cas et égal à $4\pi\mathcal{S}$ dans le second. Dans les deux cas la force est nulle puisque $\mathcal{H} = -d\mathcal{V}/dn$ et l'intensité du champ dû à un feuillet formant une surface fermée est toujours nulle.

Considérons maintenant un point situé à l'intérieur de l'espace entouré par un feuillet courbe (fig. 78). L'angle sous lequel sera vu celui-ci jusqu'aux limites de son ouverture sera $4\pi - \omega$. Pour deux points P_1, P_2, pris sur une même normale, infiniment près de la surface, l'angle solide ω' limité par l'ouverture étant le même, le potentiel en P_1 sera

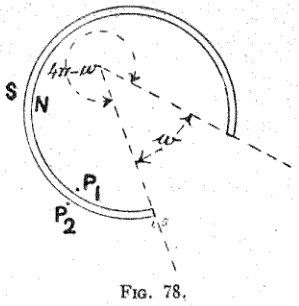


Fig. 78.

$$+\mathcal{S}(4\pi - \omega') \quad \text{et} \quad -\mathcal{S}\omega' \quad \text{en} \quad P_2.$$

Entre P_2, position de départ, et P_1, position d'arrivée, la différence de potentiel est par conséquent (ce qui existe en P_1 — ce qui existait en P_2)

$$\mathcal{S}(4\pi - \omega') + \mathcal{S}\omega' = 4\pi\mathcal{S}.$$

Donc, *quand on passe d'un point de la face négative au point correspondant de la face positive, le potentiel augmente de* $4\pi\mathcal{S}$ *quel que soit le trajet effectué.*

Energie d'un feuillet dans un champ. — Soit un flux de force dû à un pôle m (fig. 79) situé en regard de la face positive d'un feuillet. D'après ce que nous avons vu, le potentiel en m égal à $+\mathcal{S}\omega$, correspond

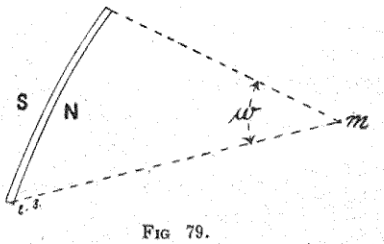


Fig. 79.

au travail dépensé pour amener l'unité positive de magnétisme des limites du champ au point m. Pour y amener la masse m il faudra dépenser un travail m fois plus grand, qui représentera

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'énergie relative du feuillet et du pôle

$$W = m\,\mathcal{S}\,\omega.$$

Mais nous avons vu (théorème de Gauss) que $m\,\omega$ est le flux de force émanant de la masse m concentrée au point m, compris dans le cône d'ouverture ω. Appelons-le Φ nous aurons

$$W = \mathcal{S}\,\Phi.$$

Si le pôle est situé du côté de la face sud, l'énergie potentielle

$$W = -\,\mathcal{S}\,\Phi.$$

Au cas où le flux résulte de la présence de diverses masses magnétiques m, m', m'',... l'énergie totale a pour expression

$$W = \pm\,\mathcal{S}\,\Sigma\, m\,\omega = \pm\,\mathcal{S}\,\Phi.$$

L'énergie relative d'un feuillet et d'un flux s'évalue par le produit de la puissance du feuillet par le flux traversant son contour. Le signe est celui de la face par laquelle entrent les lignes de force. Si le flux est dû à un champ magnétique $\mathcal{H}$, l'énergie relative s'exprime par $\mathcal{S}\,\mathcal{H}\,S$, la surface S étant limitée par le contour de l'ouverture d'entrée des lignes de force. Un feuillet libre de se mouvoir dans un champ tendra à rendre minimum l'énergie potentielle qu'il possède par rapport au champ, c'est-à-dire à embrasser un flux maximum par sa face négative. Dans le cas d'un feuillet et d'un pôle positif libre de se mouvoir, la position stable sera atteinte quand le pôle est appliqué sur la face négative. Inversement si le pôle est négatif, sa position stable sera sur la face positive du feuillet. Un feuillet magnétique pouvant se déplacer autour d'un axe horizontal perpendiculaire au méridien magnétique tournera jusqu'à ce que sa face négative dirigée vers le sud soit perpendiculaire aux lignes de force terrestres.

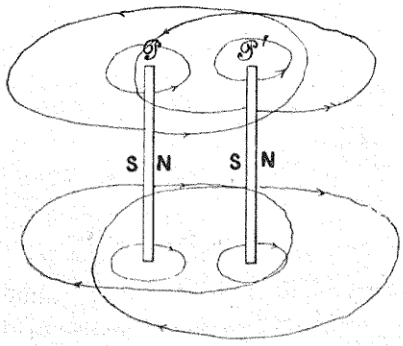


Fig. 80.

Energie relative de deux feuillets. — Soient deux feuillets voisins de puissances $\mathcal{S}$ et $\mathcal{S}'$. Du feuillet $\mathcal{S}'$ émane un flux Φ' traversant le feuillet $\mathcal{S}$, tandis que le feuillet $\mathcal{S}$ envoie un flux Φ à travers le contour de $\mathcal{S}'$ (fig. 80).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Si des pôles de noms contraires sont en regard, l'énergie du feuillet $\mathcal{S}$ par rapport à $\mathcal{S}'$ est

$$W = -\mathcal{S}\,\Phi' = -\mathcal{S}\,\mathcal{S}'\,\mathfrak{M}'$$

puisque le flux Φ' peut être exprimé par la relation $\Phi' = \mathcal{S}'\,\mathfrak{M}'$. Telle est l'énergie de $\mathcal{S}$ par rapport à $\mathcal{S}'$, c'est-à-dire le travail nécessaire pour amener $\mathcal{S}$ des limites du champ à la position qu'il occupe.

De même l'énergie de $\mathcal{S}'$ par rapport à $\mathcal{S}$ est :

$$W = -\mathcal{S}'\,\Phi = -\mathcal{S}'\,\mathcal{S}\,\mathfrak{M}$$

La puissance à dépenser pour amener un feuillet en face de l'autre, étant évidemment la même que l'on déplace l'un ou l'autre de ceux-ci

$$\mathcal{S}\,\mathcal{S}'\,\mathfrak{M}' = \mathcal{S}'\,\mathcal{S}\,\mathfrak{M}$$

d'où $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}'$ et par conséquent : $\mathfrak{M} = \Phi/\mathcal{S} = \Phi'/\mathcal{S}'$. Le facteur $\mathfrak{M}$, dit *coefficient d'induction mutuelle* des deux feuillets, représente donc le rapport à sa puissance, du flux qu'un feuillet envoie à travers l'autre.

Dimensions :

$$[\mathfrak{M}] = \frac{[\Phi]}{[\mathcal{S}]} = \frac{\left[M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}\,T^{-1}\right]}{\left[M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{1}{2}}\,T^{-1}\right]} = [\mathrm{L}].$$

Cas de n feuillets. — Dans le cas de deux feuillets on peut admettre que chaque feuillet contribue autant que l'autre au développement de l'énergie potentielle, de sorte que la part qui lui est attribuable est

$$-\frac{1}{2}\,\mathcal{S}\,\mathcal{S}'\,\mathfrak{M}.$$

S'il existe une série de feuillets en présence, l'énergie potentielle totale du feuillet considéré sera

$$\frac{1}{2}\,\mathcal{S}\,(\mathcal{S}_1\mathfrak{M}_1 + \mathcal{S}_2\,\mathfrak{M}_2 + \ldots.)$$

Aimant uniforme. — I. Cylindrique. Juxtaposons l'un contre l'autre un certain nombre de filets solénoïdaux rectilignes d'égale intensité d'aimantation. Nous formerons un aimant cylindrique présentant à ses extrémités deux couches magnétiques d'intensité d'aimantation $\mathfrak{I}$ égales, de signes contraires et de même densité polaire.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Nous obtiendrons encore le même résultat en empilant l'un sur l'autre par leurs pôles de noms contraires, des feuillets magnétiques circulaires de mêmes épaisseur et puissance.

INTENSITÉ DU CHAMP DÛ A UN AIMANT UNIFORME EN UN POINT DE SON AXE. — Nous avons vu en électrostatique que l'action d'un disque infiniment mince chargé à la densité σ, en un point situé sur son axe est $2\pi\sigma(1-\cos\alpha)$, α (fig. 81), étant l'angle plan sous lequel on voit le rayon du disque du point considéré. L'action au point P due aux deux couches d'intensité $\mathfrak{I}$ et $-\mathfrak{I}$ sera par conséquent

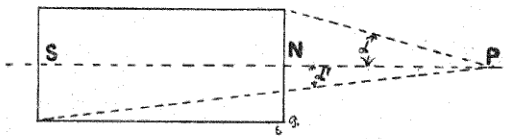


FIG. 81.

$$\mathcal{H} = 2\pi\mathfrak{I}(1-\cos\alpha) - 2\pi\mathfrak{I}(1-\cos\alpha') = 2\pi\mathfrak{I}(\cos\alpha'-\cos\alpha)$$

α et α' étant les angles plans sous lesquels on voit, du point P, les rayons des deux bases.

Cette expression se transforme aisément en remarquant que $2\pi(1-\cos\alpha)$ et $2\pi(1-\cos\alpha')$ représentent les angles solides sous lesquels on voit les deux bases du point P, d'où

$$\mathcal{H} = \sigma(\omega-\omega'), \text{ puisque } \sigma = \mathfrak{I}.$$

On en conclut que: l'*intensité du champ en un point extérieur de l'axe, regardant la face positive, est égale à la densité superficielle multipliée par la différence des angles solides sous lesquels on voit, du point P, les deux faces de l'aimant.*

Si c'est la face négative qui se trouve la plus rapprochée de P, l'expression devient

$$\mathcal{H} = -\sigma(\omega-\omega').$$

II. SPHÉRIQUE. On obtiendra encore un aimant uniforme, en juxtaposant des filets rectilignes d'égale intensité d'aimantation, mais de longueurs telles qu'ils aboutissent à la surface d'une sphère. On aura ainsi formé un aimant sphérique portant deux couches hémisphériques de signes contraires.

Ces couches présentent leur densité maximum aux extrémités du diamètre OO' (fig. 82). La densité décroît ensuite régulièrement pour devenir nulle suivant le grand cercle normal à OO'.

On obtiendrait un tel aimant en faisant glisser d'une quantité

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

infiniment faible l'une par rapport à l'autre deux sphères respectivement + et — de centres O et O'. OO' correspond alors à l'épaisseur maximum des couches.

Cherchons l'effet sur un point intérieur P. Il est évidemment égal à la résultante de l'action des deux sphères. Or celle de centre O donne lieu à une action

$$+\frac{4}{3}\pi\delta\,\mathrm{O\,P}.$$

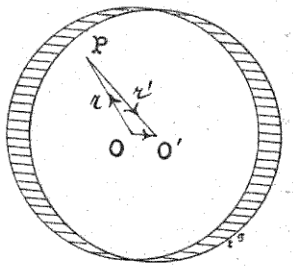


FIG. 82.

Cette action pourra se représenter par la longueur OP, (le reste de l'expression étant une constante) et sa direction par celle de la flèche.

De même, l'action de la sphère négative de centre O' vaudra

$$-\frac{4}{3}\pi\delta\,\mathrm{O'\,P}.$$

Elle pourra se représenter par le vecteur P O'.

La résultante de ces deux actions est donnée en grandeur et en direction par le vecteur O O'. Elle vaudra

$$\frac{4}{3}\pi\delta\,\mathrm{O\,O'}$$

et est dirigée de O vers O'.

Mais $\delta \times$ O O' est la densité maximum des couches. Comme on obtiendrait le même résultat pour n'importe quel point intérieur, on en conclut : *l'action des pôles d'une sphère aimantée uniformément est constante en grandeur et direction pour tous les points intérieurs ; elle est égale à $4\pi/3$ multiplié par la densité superficielle maximum de la sphère.*

Induction magnétique. — Un aimant envoie autour de lui, dans l'air ambiant, un flux magnétique. Ce flux sort de la région positive de l'aimant, arrive à la région négative et traverse l'aimant en allant du sud au nord à l'intérieur de celui-ci.

On appelle *induction* en un point, *le flux par unité de surface en ce point.* Elle se représente par un vecteur, c'est-à-dire par une quantité ayant partout une grandeur et une direction déterminées. Quand l'aimant est uniforme, cette grandeur et cette direction restent constantes à l'intérieur de celui-ci.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Appelons $\mathfrak{B}$ l'induction, Φ le flux émanant de l'aimant, S sa section droite, F la force normale à cette section, comptée positivement dans le sens de l'aimentation, σ la densité magnétique. Appliquons le théorème de Gauss à la surface limitée par la région positive et le plan neutre normal à l'axe. Nous aurons :

$$\Phi - SF = 4\pi S\sigma$$

d'où $$\mathfrak{B} = \Phi/S = F + 4\pi\mathfrak{I} \text{ puisque } \mathfrak{I} = \sigma.$$

Au cas où il y aurait d'autres forces, dues à des masses extérieures s'ajoutant à F, de manière à donner une résultante $\mathcal{H}$, on aurait

$$\mathfrak{B} = \mathcal{H} + 4\pi\mathfrak{I}.$$

Force magnétique dans une cavité. — Pratiquons une fente infiniment étroite, normale à l'axe de l'aimant. Les deux faces en présence se recouvriront de couches de densités $+\sigma$ et $-\sigma$ qui exerceront sur une masse positive égale à l'unité, placée entre elles, une action $4\pi\sigma$ dirigée dans le sens de l'aimantation. Si $\mathcal{H}$ est la résultante des actions extérieures supposées dirigées dans le même sens, l'action totale est $\mathcal{H} + 4\pi\sigma$ ou $\mathcal{H} + 4\pi\mathfrak{I}$, c'est-à-dire $\mathfrak{B}$. *L'induction magnétique correspond donc à la force agissant sur l'unité de masse dans une cavité infiniment mince normale à l'aimantation.*

Caractéristiques d'un aimant. — Un aimant est complètement défini par son moment et le flux qu'il émet. On mesure ce dernier par les phénomènes d'induction qu'il produit et que nous étudierons plus loin. Quant à son moment, il se détermine aisément.

Détermination du moment magnétique d'un aimant. — Pour des amplitudes suffisamment faibles, un barreau suspendu par un fil sans réaction de torsion sensible, oscillant horizontalement dans le champ magnétique terrestre, effectue une oscillation double pendant un temps :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{\mathfrak{M}\mathcal{H}}}$$

M étant le moment d'inertie du barreau, $\mathfrak{M}$ son moment magnétique et $\mathcal{H}$ la composante magnétique horizontale terrestre.

On en tire $$\mathfrak{M}\mathcal{H} = 4\pi^2 M/T^2 \qquad (1)$$

de sorte que si l'on connaît $\mathcal{H}$, l'équation (1) permet de calculer la valeur de $\mathfrak{M}$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Magnétomètre. — On pourra déterminer $\mathcal{H}$ en faisant une seconde expérience et s'aidant d'un magnétomètre, appareil comportant simplement une aiguille aimantée de petites dimensions, suspendue au moyen d'un fil sans réaction sensible de torsion.

On place l'aimant étudié dans un plan horizontal, perpendiculairement au méridien magnétique et l'aiguille du magnétomètre à une certaine distance, dans le prolongement de son axe (fig. 83).

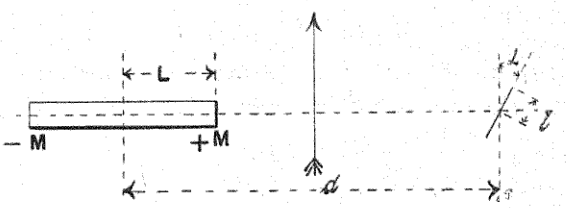


FIG. 83.

Appelons 2 L la distance polaire de l'aimant, 2 l celle de l'aiguille, d la distance du centre de l'aimant à celui de l'aiguille, + M, — M les pôles de l'aimant dont le moment magnétique $\mathfrak{M} = 2\,M\,L$, + m, — m ceux de l'aiguille aimantée dont le moment $a = 2\,m\,l$. La longueur d doit être très grande par rapport à L.

Sous l'influence de l'action normale de l'aimant, l'aiguille dévie d'un angle α par rapport au méridien magnétique et se met en équilibre sous la double action qui la sollicite. Le couple terrestre est $C = a\,\mathcal{H}\sin\alpha$.

Les dimensions de l'aiguille étant réduites, on peut admettre que les forces exercées par les pôles de l'aimant sont égales et parallèles. Dans ces conditions le champ dû au barreau au centre de l'aiguille a pour valeur

$$\mathcal{H}' = \frac{M}{(d-L)^2} - \frac{M}{(d+L)^2} = \frac{4\,M\,d\,L}{(d^2-L^2)^2} = \frac{2\,\mathfrak{M}\,d}{(d^2-L^2)^2}.$$

Il produit un couple déviant :

$$C' = a\,\mathcal{H}'\cos\alpha = \frac{2\,a\,\mathfrak{M}\,d\cos\alpha}{(d^2-L^2)^2}.$$

Quand l'équilibre est établi, le couple déviant C' est égal au couple directeur C ce qui donne :

$$a\,\mathcal{H}\sin\alpha = \frac{2\,a\,\mathfrak{M}\,d\cos\alpha}{(d^2-L^2)^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\mathfrak{M}\,d}{\mathcal{H}\,(d^2-L^2)^2} = \frac{tg\alpha}{2}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et, en mettant d^4 en évidence au dénominateur afin d'avoir le rapport faible L/d :

$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{H}}\left(1-\frac{L^2}{d^2}\right)^{-2}=\frac{d^3\,tg\,\alpha}{2}.$$

En remplaçant $\left(1-\frac{L^2}{d^2}\right)^{-2}$ par son développement $1+2L^2/d^2+3L^4/d^4+\ldots$ et négligeant les puissances supérieures à la seconde, vu la petitesse de L vis-à-vis de d il vient :

$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{H}}\left(1+\frac{2\,L^2}{d^2}\right)=\frac{d^3\,tg\,\alpha}{2}. \qquad (2)$$

La distance 2 L des pôles étant en général inconnue, on l'élimine en procédant à une nouvelle expérience de déviation, pour une distance d' donnant un écart α' tel que

$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{H}}\left(1+\frac{2\,L^2}{d'^2}\right)=\frac{d'^3\,tg\,\alpha'}{2}. \qquad (3)$$

Multipliant (2) par d^2 et (3) par d'^2 puis soustrayant on obtient :

$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{H}}=\frac{d^5\,tg\,\alpha-d'^5\,tg\,\alpha'}{2\,(d^2-d'^2)}. \qquad (4)$$

Les équations (1) et (4) permettent de déterminer les deux inconnues $\mathcal{A}$ et $\mathcal{H}$.

---

§ 3. — Aimantation par influence.

Force magnétisante. — Plongé dans un champ magnétique, un corps magnétique s'aimante. La *force magnétisante* à laquelle il est soumis, que nous avons désignée par $\mathcal{H}$, est la résultante de l'action du champ et des couches superficielles qu'il acquiert du fait de son aimantation. L'aimantation est *uniforme, quand la force magnétisante est partout constante en grandeur et en direction.*

Coefficient d'aimantation ou de susceptibilité magnétique. — L'aimantation se caractérise par l'intensité d'aimantation $\mathcal{I}$ que peut acquérir un corps sous l'effet d'une force magnétisante $\mathcal{H}$ donnée. La *susceptibilité magnétique* du corps ou son *coefficient d'aimantation* est le rapport de l'intensité d'aimantation à la force magnétisante qui la produit : $\varkappa = \mathcal{I}/\mathcal{H}$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dimensions $[\varkappa] = \left[\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}}{M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}}\right] = 1$. $\varkappa$ est donc un simple facteur numérique.

Le coefficient $\varkappa$ est positif pour les corps magnétiques et paramagnétiques. Il est négatif pour les diamagnétiques, puisque pour ceux-ci l'aimantation est renversée. En outre on peut le considérer comme constant pour ces derniers et les corps peu magnétiques, tandis qu'il est une fonction très complexe pour les autres.

Force démagnétisante. — Les pôles libres de densité $\sigma = \mathfrak{I}$ développés aux extrémités du corps aimanté ont un effet inverse à celui du champ magnétisant ; ils exercent sur les molécules du corps aimanté une véritable *force démagnétisante*.

Cas d'une sphère. — Prenons une sphère isotrope en fer et soumettons-la à l'influence d'un champ magnétique d'intensité $\mathcal{H}$. Elle va se recouvrir perpendiculairement à la direction du champ de deux couches égales et contraires et nous avons vu qu'en tous les points intérieurs ces couches donneront lieu à une force $4\pi\mathfrak{I}/3$ qui sera opposée à $\mathcal{H}$. Le champ à l'intérieur de la sphère aura donc une intensité $\mathcal{H} - 4\pi\mathfrak{I}/3$.

La susceptibilité aura donc pour valeur

$$\varkappa = \frac{\mathfrak{I}}{\mathcal{H} - \frac{4\pi\mathfrak{I}}{3}}$$

d'où

$$\mathfrak{I} = \frac{\varkappa\mathcal{H}}{1 + \frac{4\pi\varkappa}{3}}.$$

$\varkappa$ atteignant pour le fer des valeurs élevées, le premier terme du dénominateur peut être négligé et il reste $\mathfrak{I} = 3\mathcal{H}/4\pi = \mathcal{H}/4{,}19$ formule montrant que la forme sphérique ne convient pas pour obtenir des intensités d'aimantation élevées.

Cas où l'intensité d'aimantation est constante. — Tore. Quand un tore est soumis à des forces magnétisantes constantes dirigées suivant la tangente au cercle parallèle passant en chaque point, son aimantation est constante ; aucun pôle libre n'apparaît, puisqu'il est constitué, en somme, par la juxtapo-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sition de filets solénoïdaux fermés, de sorte que le champ $\mathcal{H}$ auquel il est soumis ne subit aucune modification. Lorsque le champ $\mathcal{H}$ disparaît, le noyau annulaire conserve la plus grande partie de son magnétisme, vu l'absence de force démagnétisante.

Cylindre. — On observerait les mêmes résultats avec un cylindre infiniment long disposé parallèlement aux lignes de force d'un champ uniforme. Dans un cylindre fini, l'influence démagnétisante des pôles se fait sentir, mais d'autant moins que le cylindre est plus long. On peut la considérer comme négligeable, dès que la longueur du cylindre atteint 4 à 500 fois son diamètre.

Force portante d'un aimant. — Aimant isolé. Si nous pratiquons une fente normale infiniment mince dans un cylindre indéfini aimanté parallèlement à son axe, les parois opposées se recouvriront de couches magnétiques de densité $\sigma = \mathcal{I}$ égales et de signes contraires (fig. 84). Chaque unité de masse positive située dans la face positive est attirée par la face en regard avec la force $2\pi\sigma$. L'unité de surface positive sera par conséquent attirée par la face négative avec une force $2\pi\sigma^2 = 2\pi\mathcal{I}^2$ et pour la section entière on aura $2\pi\mathcal{I}^2 S$.

C'est la force portante de l'aimant, que l'on peut déterminer expérimentalement en tirant l'un des tronçons du cylindre avec une force croissant jusqu'à l'arrachement. S'il faut tirer avec une force de p grammes pour produire le sectionnement on aura

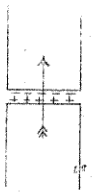


Fig. 84.

$$2\pi\mathcal{I}^2 S = 981\, p$$

d'où

$$\mathcal{I} = \sqrt{\frac{981\, p}{2\pi S}}$$

Aimant dans un champ. — Si le cylindre considéré se trouve soumis à l'influence d'un champ d'intensité $\mathcal{H}$, celui-ci exercera sur la masse positive $+ S\sigma$, une force $+ \mathcal{H} S\sigma$ dirigée en sens inverse de l'arrachement (fig. 84), de sorte que la force totale nécessaire pour obtenir celui-ci s'élèvera à

$$\mathcal{H} S \mathcal{I} + 2\pi\mathcal{I}^2 S = (\mathcal{H} + 2\pi\mathcal{I})\,\mathcal{I} S.$$

Perméabilité magnétique. — Considérons, dans un champ uniforme d'intensité $\mathcal{H}$ gauss, c'est-à-dire dans lequel le flux

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

normal par unité de surface équipotentielle est $\mathcal{H}$, ou encore dans lequel la force agissant sur l'unité de masse positive est $\mathcal{H}$ dynes, un barreau indéfini parallèle à la direction du champ. L'espace occupé par le cylindre devient, par unité de surface, le siège d'un flux d'induction $\mathfrak{B}$, différent de $\mathcal{H}$, ou encore l'unité positive de masse magnétique y est sollicitée par une force $\mathfrak{B}$ et le rapport $\mu = \mathfrak{B}/\mathcal{H}$ mesure la *perméabilité* du corps constituant le barreau.

D'après cette définition la perméabilité de l'air est prise pour unité, puisque pour celui-ci

$$\mu = \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}} = 1.$$

Le vide possède sensiblement la même perméabilité.

Le coefficient de perméabilité *dépend du corps constituant le noyau magnétique* et *est une fonction complexe de l'intensité du champ pour les corps très magnétiques ; il est presque constant et égal à l'unité dans les corps paramagnétiques.*

Relation entre la susceptibilité et la perméabilité. — Par la considération des forces agissant sur l'unité de masse positive dans une fente infiniment étroite pratiquée normalement au barreau, nous avons trouvé que

$$\mathfrak{B} = \mathcal{H} + 4\pi\mathfrak{I}.$$

Mais $$\kappa = \frac{\mathfrak{I}}{\mathcal{H}}, \text{ ou } \mathfrak{I} = \kappa\mathcal{H}, \text{ d'où}$$

$\mathfrak{B} = \mathcal{H}(1 + 4\pi\kappa)$. Comme $\mathfrak{B} = \mu\mathcal{H}$, on en tire $\mu = 1 + 4\pi\kappa$.

La perméabilité caractérise entièrement la valeur d'un corps au point de vue magnétique. Est-elle plus grande que celle de l'air, le corps est magnétique ; est-elle plus petite, le corps est diamagnétique. En nous reportant aux définitions, nous voyons que les corps magnétiques concentrent les lignes de force, les conduisent mieux que l'air, au contraire des corps diamagnétiques qui les raréfient, les absorbent moins bien que l'air et semblent, en somme, les repousser.

Nous tirons de la dernière relation écrite

$$\kappa = \frac{\mu - 1}{4\pi}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

D'après cette équation, la susceptibilité sera positive pour les corps magnétiques, négative pour les diamagnétiques.

REMARQUE. — L'induction magnétique $\mathfrak{B}$, dans les corps magnétiques, est la somme de l'induction du lieu, $\mathcal{H}$, correspondant à la perméabilité unité, et de l'induction *métallique* $\mathfrak{B}'$, laquelle tend vers une valeur limite finie

$$\mathfrak{B} = \mathcal{H} + \mathfrak{B}'$$

La valeur limite, appelée valeur de saturation de $\mathfrak{B}'$ est approximativement en lignes de force magnétiques par cm^2

fer	20 000
cobalt	12 000
nickel	6 000
magnétite	5 000
alliages de manganèse jusque .	4 000

Utilité des deux notions de susceptibilité et de perméabilité. — En somme, nous nous trouvons en présence de deux façons d'envisager les phénomènes magnétiques qui, au premier abord, paraissent faire double emploi l'une avec l'autre. Il n'en est cependant rien. L'intensité d'aimantation, c'est-à-dire la susceptibilité, doit naturellement être prise en considération pour tout ce qui concerne le moment magnétique d'un aimant présentant des pôles libres, tandis que le flux d'induction, c'est-à-dire la perméabilité, facilite considérablement l'étude des phénomènes, dès qu'il s'agit de milieux magnétiques homogènes et surtout des effets d'induction que nous étudierons plus loin.

Écrans magnétiques. — Si l'on enferme des corps soumis à l'action d'un champ magnétique dans une enveloppe magnétique, celle-ci développe des pôles dont l'effet démagnétisant tend à soustraire les corps occlus à l'action du champ. Les lignes de force sont refoulées dans les parois latérales de l'enveloppe, beaucoup plus perméables pour elles que l'air ambiant. Au moyen de plusieurs enveloppes superposées, on arrive à éliminer à peu près complètement l'influence magnétique.

Courbes d'aimantation. Magnétisme rémanant. Force coercitive. — Prenons un cylindre en fer doux allongé que nous plaçons parallèlement aux lignes de force du champ ; augmentons progressivement la valeur du champ et mesurons

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

chaque fois les valeurs correspondantes de la force magnétisante $\mathcal{H}$ (qui se confond ici avec l'intensité du champ) que nous porterons en abscisses et de l'intensité d'aimantation $\mathcal{I}$ que nous porterons en ordonnées. Nous obtiendrons une courbe O A B D (fig. 85) dite *courbe du magnétisme*, ayant toujours la même allure générale pour le fer, le cobalt et le nickel, dans laquelle on peut distinguer trois parties : 1° une partie O A correspondant aux faibles forces magnétisantes, jusqu'à une unité C. G. S., dans laquelle l'intensité croît lentement et proportionnellement à la force ; 2° une partie A B, dans laquelle le magnétisme restant proportionnel à la force magnétisante croît, très rapidement et se termine par un point d'inflexion correspondant à la valeur maximum de $\varkappa$, pour 5 à 10 unités C. S. G. du champ selon les échantillons ; enfin 3° une partie légèrement incurvée, où le magnétisme ne croît plus que lentement et tend vers un maximum. C'est la *saturation*.

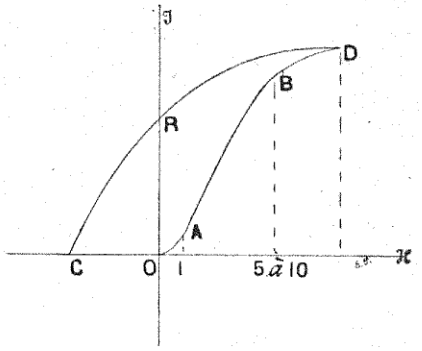


FIG. 85.

Ayant porté la force magnétisante à une certaine valeur, faisons-la décroître progressivement. Nous constaterons que l'aimantation ne repasse pas par les mêmes valeurs, courbe D R (fig. 85). Quand la force magnétisante est devenue nulle, le barreau possède encore une grande intensité d'aimantation, mais plus ou moins stable, représentée par l'ordonnée O R. C'est le *magnétisme rémanent*.

Pour annuler complètement le magnétisme rémanent, il est nécessaire de détruire la force moléculaire qui tend à maintenir le magnétisme, la *force coercitive* et pour cela, de soumettre le cylindre à une force magnétisante inverse atteignant la valeur O C et constituant le *champ coercitif*.

Formule de Frölich. — Si l'on admet que la susceptibilité est proportionnelle à la différence entre l'intensité d'aiman-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tation maximum et l'intensité d'aimantation actuelle, on pourra écrire

$$\varkappa = \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{H}} = K\,(\mathcal{J}_m - \mathcal{J})$$

d'où l'on tire : $$\mathcal{J} = \frac{K\,\mathcal{J}_m\,\mathcal{H}}{1 + K\,\mathcal{H}} = \frac{A\,\mathcal{H}}{1 + K\,\mathcal{H}}$$

A et K étant des constantes pour une éprouvette donnée.

La courbe O A B D est ainsi représentée par une branche d'hyperbole à asymptote parallèle à l'axe des $\mathcal{H}$.

Cycle d'aimantation. Hystérèse. — Si, après avoir fait décroître la force magnétisante jusqu'à zéro, on la ramène progressivement à sa valeur maximum O F (fig. 86), on remarque que l'intensité d'aimantation ne repasse pas par les mêmes valeurs R E D que dans la période descendante, mais se tient sur une courbe surbaissée RD. L'ensemble D E R D forme un *cycle magnétique* et la différence entre les deux courbes, montrant que pour une même valeur de la force magnétisante, l'intensité d'aimantation est plus faible quand le champ augmente que quand il diminue, constitue le phénomène d'*hystérésis* ou d'*hystérèse*. Il indique que l'aimantation d'un barreau peut posséder des valeurs différentes pour une même force magnétisante, dépendant non seulement de la grandeur de cette dernière, mais encore des états antérieurs.

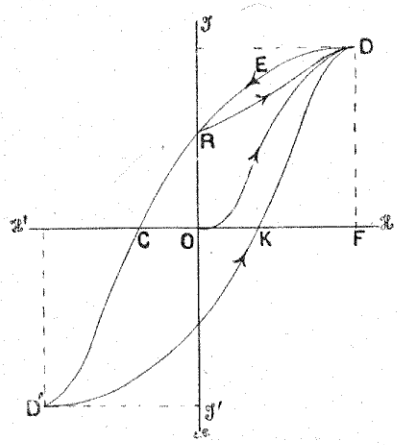


FIG. 86.

Au lieu de nous arrêter à une force magnétisante nulle, renversons sa direction et augmentons-la progressivement jusqu'à une valeur absolue égale à celle du maximum positif OF, puis revenons graduellement au maximum positif et ainsi de suite. Après quelques cycles de l'espèce, les courbes prennent des formes définitives correspondant par exemple à DECD′ pour la période décroissante et D′KD pour la période croissante.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les courbes obtenues dépendent de la nature du métal. Si après avoir dressé une courbe cyclique pour un barreau en fer, on le durcit par une traction dépassant sa limite d'élasticité, puis qu'on le soumette aux mêmes forces magnétisantes que précédemment, on trouve une courbe cyclique surbaissée; les intensités d'aimantation et le magnétisme rémanent sont moindres, la force coercitive est augmentée.

Variation de la susceptibilité. — En se reportant à la courbe du magnétisme, on voit que la valeur de la susceptibilité est d'abord faible; elle croît rapidement atteignant pour le fer une valeur de 250 environ, puis diminue indéfiniment jusqu'à une valeur très faible (fig. 87). Pour les corps peu magnétiques, elle est toujours inférieure à 0,000 01 en valeur absolue, c'est à dire négligeable vis-à-vis de celle du fer pour les forces magnétisantes moyennes.

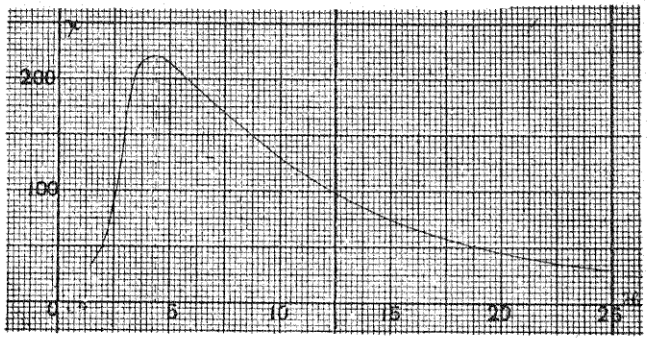


FIG. 87.

Retour à l'état neutre. — Si d'un point quelconque de la courbe descendante, nous ramenons la force magnétisante à une valeur nulle, le barreau ne revient pas à l'état neutre primitif, attendu qu'en augmentant positivement la force magnétisante, la courbe obtenue ne coïncide pas avec celle de départ OD, c'est-à-dire que la susceptibilité a changé. On ne pourra le ramener à l'état neutre, que par une suite de cycles dont l'amplitude diminue progressivement jusqu'à zéro.

En portant le barreau au rouge on le ramène aussi à l'état neutre, mais son état moléculaire se trouve en général modifié.

Enfin, les chocs répétés font disparaître le magnétisme des corps dont la force coercitive est très faible, sans toutefois les faire revenir à l'état neutre primitif.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Perte due à l'hystérèse. Formule de Steinmetz. — Considérons l'unité de volume d'un barreau acquérant une intensité d'aimantation $\mathfrak{I}$, sous l'action d'une force magnétisante $\mathcal{H}$.

Le travail à effectuer pour augmenter l'intensité d'aimantation de $d\mathfrak{I}$ sera équivalent à celui qu'il faudrait développer pour amener cette unité de volume, dont le moment d'aimantation est $d\mathfrak{I}$, de l'état neutre, c'est-à-dire des limites du champ, jusqu'au point considéré où le champ est $\mathcal{H}$. Ce travail $\mathcal{H}d\mathfrak{I}$ est représenté par la surface du trapèze infiniment petit ABCD (fig. 88) de base AB=$\mathcal{H}$. Considérons le cycle F'R'EFR F'. L'intensité d'aimantation passant de $-$ OR' à $+\mathfrak{I}_m$ en suivant la courbe R' F, le travail développé $\int_{-OR'}^{\mathfrak{I}_m} \mathcal{H}d\mathfrak{I}$ est représenté par l'aire R' E F G. Si en faisant décroître la force magnétisante jusqu'à zéro, la courbe des intensités d'aimantation était encore FER', le travail développé $\int_{\mathfrak{I}_m}^{-OR'} \mathcal{H}d\mathfrak{I}$ étant négatif par rapport au premier et équivalent à celui-ci, le barreau restituerait exactement, pendant la période décroissante, le travail absorbé pendant la période croissante. Mais la courbe fournie étant en réalité FR, le travail restitué n'est représenté que par la surface FGR et il reste un travail dépensé mesuré par l'aire du cycle situé à droite de l'axe des $\mathfrak{I}$. En poussant ensuite la force magnétisante à $-\mathcal{H}_m$ donnant l'intensité d'aimantation $-\mathfrak{I}_m$ et revenant à zéro, on verrait de même que le travail dépensé est mesuré par la portion de l'aire du cycle comprise à gauche de l'axe des $\mathfrak{I}$, de

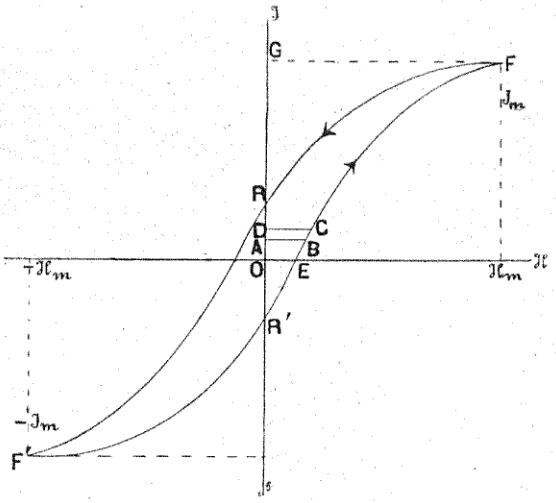


FIG. 88

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sorte qu'au total, pour un cycle complet et par centimètre cube de matière, le travail d'aimantation en ergs est fourni par l'aire du cycle exprimée en cm^2. Ce travail est entièrement converti en chaleur. En le divisant par $4{,}17 \times 10^7$, on obtiendra le nombre de calories développées.

La forme du cycle magnétique montre que la perte augmente avec la force coercitive ainsi qu'avec l'intensité d'aimantation maximum.

Elle est plus grande pour un barreau au repos qu'à l'état dynamique, particulièrement pour le fer doux, les vibrations réduisant la force coercitive.

En somme, la perte par hystérèse ne se produit que parce que la limite d'élasticité magnétique étant dépassée, la perméabilité varie. C'est ainsi que pour des champs oscillant entre 0,000 04 et 0,04 C. G. S. il n'y a pas de perte hystérésique, la perméabilité étant constante entre ces limites.

D'après M. *Steinmetz*, la perte d'énergie en ergs par cm^3 et par cycle, entre les limites d'aimantation atteintes dans les machines industrielles, peut s'exprimer par la formule

$$W = \eta \mathfrak{B}_m^{1,6}$$

$\mathfrak{B}_m$ est l'induction maximum acquise dans les deux sens, η un coefficient dépendant de la nature du métal et variant de 0,02 à 0,03 pour des tôles médiocres, de 0,015 à 0,02 pour les bonnes tôles. La perte est plus grande avec la fonte et l'acier.

Depuis l'établissement de la formule de Steinmetz, les inductions se sont élevées et les qualités ont beaucoup changé, de sorte que cette formule se montre de plus en plus insuffisante pour représenter les phénomènes. Il faut ajouter d'ailleurs, pour être complet, qu'il n'en existe actuellement aucune capable de donner une solution convenable dans toute l'étendue de l'échelle.

Dans ces conditions, pour apprécier un fer, il paraît préférable de donner les pertes pour deux inductions différentes 10 000 et 15 000 par exemple, à une fréquence constante telle que 50.

Renseignements numériques. — La figure 89 donne le diagramme des intensités d'aimantation relevées sur les princi-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

paux métaux magnétiques. Ces courbes comprises entre les limites de 0 à 140 unités C. G. S., accusent nettement l'existence d'un maximum pour $\varkappa$. Les inductions correspondantes croissent d'une manière continue. L'induction en effet, est la somme de deux termes dont l'un $4\pi\mathfrak{I}$ ne tarde pas à devenir sensiblement constant, l'autre $\mathcal{H}$ pouvant croître sans limites, du moins théoriquement.

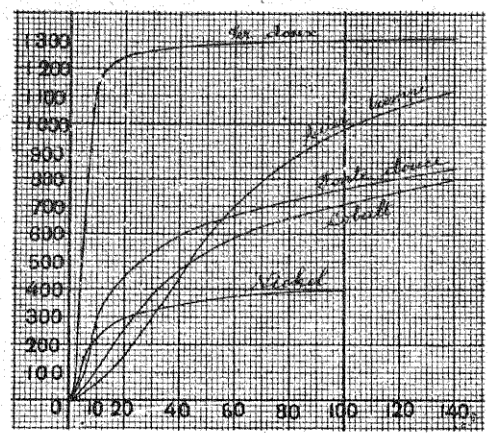


FIG. 89.

FER DOUX. — La courbe du fer doux s'élève très rapidement. Le maximum de $\varkappa$, qui varie de 150 pour le fer doux ordinaire à 250 pour les fers très doux, se produit au point d'inflexion de la courbe, pour des valeurs de la force magnétisante voisines de 3. Quand $\mathcal{H} = 10$ gauss, on approche déjà de la saturation, laquelle correspond à $\mathfrak{I}$ = environ 1300. En maintenant le fer en vibration pendant l'aimantation, on a pu obtenir pour $\mathfrak{I}$ la valeur 1600.

Le magnétisme rémanent du fer doux, très élevé et pouvant atteindre 90 % du magnétisme total, est essentiellement instable. Si le barreau est court, ou soumis à des chocs, le magnétisme disparaît à peu près entièrement.

La force coercitive, très faible, ne dépasse pas 2,5 et le travail d'hystérèse, pour un cycle d'aimantation à peu près maximum, a pour limite environ 15 000 ergs.

Acier. — La courbe de l'acier monte d'abord moins rapidement que celle des métaux suivants puis les dépasse, atteignant presque l'intensité d'aimantation du fer. Les valeurs numériques dépendent essentiellement de sa composition et de la trempe.

Son magnétisme rémanent n'atteint pas la moitié de celui du

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

fer, mais sa force coercitive est très grande. Elle augmente avec la proportion de carbone et surtout de certains métaux : manganèse, chrome, tungstène. L'acier chromé à 1 % possède une force coercitive de 40, celui à 3 % de tungstène 51. De là le choix exclusif de ces métaux pour constituer des aimants permanents. Le travail par cycle atteint dès lors des valeurs élevées : 40 000 à 60 000 pour l'acier doux; 95 000 pour du fil de piano recuit, 116 000 pour le même fil non recuit, 65 000 pour l'acier chromé recuit et 167 000 pour le même non recuit. Avec l'acier Alleward au tungstène, la dépense monte jusqu'à 216 000 ergs par cycle.

Fonte. — L'intensité d'aimantation de la fonte monte assez rapidement et n'atteint que les $^2/_3$ du maximum du fer, soit environ 800. Force coercitive 12 gauss, travail maximun par cycle 30 000 à 40 000 ergs.

Cobalt. — La courbe monte moins rapidement que celle de la fonte douce, puis s'en approche beaucoup. Hystérèse par cycle un peu plus forte que celle de cette dernière 40 000 à 50 000 ergs.

Nickel. — Après une montée très rapide, la courbe s'infléchit brusquement et l'intensité d'aimantation ne dépasse guère la moitié de celle du cobalt pour des forces magnétisantes d'environ 100. Hystérèse 25 000, tombant à 11 000 pour le même métal recuit.

Corps peu magnétiques et diamagnétiques. — Leurs coefficients d'aimantation sont en général constants. Les courbes d'aimantation se réduisent donc à des droites passant par l'origine. L'hystérèse ne les affecte pas.

Oxygène. — L'oxygène est magnétique aussi bien à l'état gazeux qu'à l'état liquide. Une bulle de savon gonflée d'oxygène est attirée par un fort aimant, tandis qu'une goutte liquide à l'état sphéroïdal se précipite et s'aplatit sur la surface d'un pôle suffisamment puissant.

Bismuth. — C'est le corps le plus diamagnétique. Son coefficient d'aimantation est $-13{,}25 \times 15^{-65}$ à 20°.

Effet de la durée d'aimantation. — Soumis à des forces magnétisantes inférieures à 1 unité C. G. S., des barreaux de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

fer doux à l'état neutre accusent un retard sensible à l'aimantation, dont la valeur maximum n'est atteinte qu'après plusieurs secondes. Ce *traînage magnétique* ne se remarque pas avec le fer dur et l'acier.

Effet de la température. — L'intensité d'aimantation croît jusqu'à une certaine température, pour tomber brusquement à une valeur nulle, à une température dite *critique*, qui est d'environ 775° C pour le fer doux, 690 pour l'acier et 310 pour le nickel.

La susceptibilité des corps peu magnétiques et diamagnétiques est en général indépendante de la température.

D'après Faraday, tous les corps seraient aptes à devenir magnétiques à une certaine température. Cette opinion a été confirmée par plusieurs découvertes, notamment par celle que certains alliages de fer et de nickel, non magnétiques aux températures ordinaires, peuvent s'aimanter fortement quand on les porte un peu en dessous de 0° C.

De même, un alliage de ferro-manganèse à 13 % de manganèse n'est magnétique qu'entre 550 et 800°. On l'obtient à l'état magnétique ou non, suivant qu'après l'avoir porté au rouge, on le refroidit brusquement en dessous ou au-dessus de 800° pendant qu'il est sous l'influence du champ.

§ 3. — Aimants permanents.

Généralités. — Les aimants permanents sont le plus souvent façonnés sous la forme de barreaux ou de cylindres droits, ou en fer à cheval. Leur aimantation doit être la plus forte et la plus stable possible.

L'influence démagnétisante due aux pôles étant d'autant plus accentuée que les aimants sont plus courts, ils seront d'autant moins uniformes que leur longueur sera plus petite. Sous l'influence de la répulsion mutuelle de leurs extrémités, en effet, les filets solénoïdaux qui les constituent ne restent pas parallèles et aboutissent partiellement sur les faces latérales, de sorte que les pôles, points d'application de la résultante des couches superficielles, ne se trouvent plus sur les faces termi-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

nales, mais à une certaine distance dans l'intérieur de l'aimant.

L'importance relative des couches intervient elle-même. Une lame mince prendra une aimantation plus forte qu'une lame épaisse de même longueur, le champ démagnétisant y étant plus faible. De même, le moment magnétique d'un cylindre creux peut devenir très comparable à celui d'un cylindre plein de même diamètre extérieur.

Choix du métal. Conditions auxquelles il doit satisfaire. — Ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, la meilleure matière à employer, pour constituer un aimant permanent, est l'acier contenant 0,8 à 1,5 % de carbone et 2 à 3 % de chrome ou de tungstène.

L'acier doit être trempé au-delà de la température critique, soit 700 à 800° suivant sa composition et il y a avantage de faire, au préalable, osciller plusieurs fois sa température au-delà et en deçà du point critique.

Le recuit réduit la force coercitive, mais rend le magnétisme plus stable. Un recuit à 200° le diminue de moitié ; à 100° de 12 à 13 % seulement. En pratique, on limite le recuit à 60 à 70°, maintenus pendant quarante-huit heures, ce qui ne diminue la force coercitive que de 1 à 3 %.

Enfin, on se met à l'abri de l'influence démagnétisante éventuelle des chocs, en diminuant de 10 % l'aimantation par l'application d'un champ extérieur.

Résultats obtenus. — Avec des barreaux de section carrée, dont la longueur est de 20 fois le côté, on obtient une intensité moyenne d'aimantation comprise entre 400 et 500, pouvant aller à 560 par l'addition de tungstène. En utilisant des fils d'acier très minces, l'influence démagnétisante devient négligeable et l'on peut atteindre 780.

Variation du moment magnétique avec la température. — Entre les limites des températures atmosphériques, la variation du moment magnétique d'un barreau est linéaire et donnée par la formule :

$$\mathcal{M}_t = \mathcal{M}_0 (1 - \alpha t)$$

$\mathcal{M}_t$ étant le moment à $t°$, $\mathcal{M}_0$ à 0° et α un coefficient variable d'un acier à l'autre, mais restant inférieur à 0,001.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Procédés anciens d'aimantation. Double touche. — On applique sur le milieu du barreau A B (fig. 90) à aimanter, les extrémités de noms contraires de deux barreaux égaux inclinés de 30° environ et on les écarte simultanément jusqu'aux extrémités A et B. On répète cette opération plusieurs fois de suite sur chacune des faces de A B et on obtient un barreau aimanté nord à l'extrémité qu'abandonne le pôle sud et vice versa.

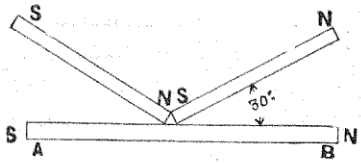


Fig. 90.

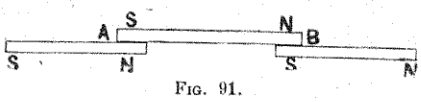


Fig. 91.

Double touche séparée. — On renforce l'action, en faisant reposer les extrémités du barreau à aimanter sur celles de deux forts aimants fixes dont les polarités sont inverses de celles à obtenir (fig. 91).

Double touche unie. — Enfin, on peut laisser les deux barreaux mobiles unis comme dans la figure 90, partir du milieu, aller jusqu'à une extrémité, revenir au milieu et passer ainsi un certain nombre de fois sur les deux moitiés. Ce dernier procédé paraît préférable pour les gros barreaux.

Procédés actuels. Emploi du courant. — On recourt aujourd'hui exclusivement à l'action du courant électrique que nous étudierons dans les chapitres suivants.

Aimantation sous l'action de la terre. — Un morceau de fer ou d'acier s'aimante sous l'action du champ terrestre.

Placé dans la direction de ce champ et frappé d'un coup de maillet, un barreau de fer doux acquiert, par suite de l'ébranlement, son aimantation maximum et une force coercitive notable. En le plaçant alors transversalement au champ, un nouveau coup lui enlève tout son magnétisme. De même un faisceau de fil de fer doux, tordu sur lui-même dans la direction des lignes de force terrestre, prend une aimantation permanente.

La valeur de $\varkappa$ est d'à peu près 40 pour $\mathfrak{H} = 0{,}47$ valeur du champ terrestre horizontal à Bruxelles.

Conservation des aimants. Armature. — Les aimants

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

doivent être conservés à l'abri des chocs et, d'une manière générale, de toute action démagnétisante. Pour éviter l'action nuisible des pôles, on complète leur circuit magnétique par des pièces de fer doux qui s'aimantent par influence et absorbent tout le flux. On conserve donc les aimants prismatiques en les plaçant parallèlement dans des boîtes (fig. 92) et, sur les extrémités de noms contraires en regard, viennent s'adapter des pièces de fer doux A et B de même section, appelées *armatures*.

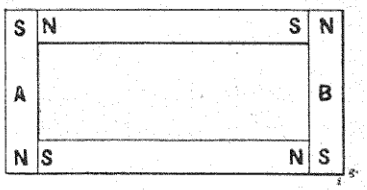


FIG. 92.

Quand l'aimant est en fer à cheval, ses deux pôles sont également réunis par une armature.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE VII.

Électromagnétisme.

Expérience d'Oersted. — Oersted constata en 1820 qu'un courant traversant un conducteur placé parallèlement à une aiguille aimantée, fait dévier cette aiguille qui tend à se mettre en croix avec le courant (fig. 93).

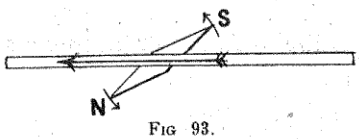
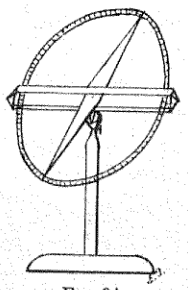


FIG 93.

RÈGLE D'AMPÈRE. — *Un observateur couché le long du conducteur, de manière que la direction du courant aille des pieds à la tête et regardant l'aiguille, voit le pôle nord de celle-ci dévier vers la gauche.*

RÈGLE DE MAXWELL. — Maxwell a donné une règle d'application plus pratique que celle d'Ampère : *Le sens du déplacement d'un pôle nord est donné par celui de la rotation d'un tire-bouchon se déplaçant dans le sens du courant.*

Aiguille astatique d'Ampère. — L'action directrice exercée par le champ terrestre s'oppose au déplacement de l'aiguille aimantée. On élimine son influence, de manière à ne laisser subsister que celle du courant, en plaçant l'aiguille au centre d'un cadre (fig. 94) que l'on peut orienter, de manière que l'axe de rotation de l'aiguille soit parallèle à la direction du champ magnétique terrestre au point où l'on opère. Dans ces conditions, l'axe magnétique de l'aiguille étant perpendiculaire aux lignes de forces terrestres, le moment directeur dû à celles-ci n'existe plus et l'on constate que le courant met toujours l'aiguille en croix avec lui, quelle que soit son intensité. On en conclut que *l'action du courant s'exerce dans un plan perpendiculaire au fil conducteur et en sens opposé sur les deux pôles.*


FIG. 94.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Forme du champ magnétique dû à un courant rectiligne. — Les expériences précédentes prouvent qu'un courant développe un champ magnétique autour de lui dans le milieu ambiant, ce que l'on peut mettre en évidence par son fantôme magnétique. En saupoudrant de limaille de fer une feuille de papier traversée par un conducteur perpendiculaire à son plan, siège d'un courant suffisamment intense, on voit la limaille s'agencer en cercles concentriques au conducteur (fig. 95).

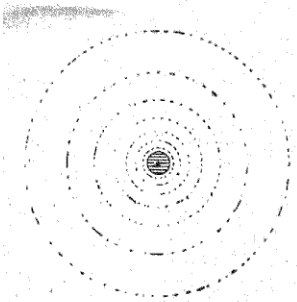


Fig. 95.

Expression de la force magnétique due à un courant rectiligne. — Loi de Biot et Savart. En étudiant l'intensité du champ magnétique créé par un courant, par la méthode des oscillations, Biot et Savart ont reconnu que *la direction du champ est partout perpendiculaire au plan passant par l'axe du conducteur ; l'action est proportionnelle à l'intensité du courant et du pôle et inversement proportionnelle à la distance au conducteur.*

$$F = \frac{kIm}{r}$$

soit pour l'intensité du champ

$$\mathcal{H} = \frac{kI}{r}$$

k est un facteur de proportionnalité dépendant du milieu ambiant, r la distance du pôle au conducteur. Nous verrons plus loin que pour l'air k est égal à 2.

Courant anguleux. Loi de Biot. — *Un conducteur rectiligne indéfini* M N M (fig. 96), *replié en un point* N *suivant un angle* 2α, *parcouru par un courant I exerce, sur la masse magnétique placée à une distance r du sommet* N, *sur la bissectrice de l'angle formé par le courant, une force*

$$F = \frac{kIm}{r} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

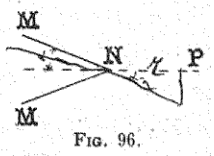


Fig. 96.

La direction de cette force reste perpendiculaire au plan du courant et du pôle.

On remarque que la loi de Biot et Savart

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

n'est qu'un cas particulier de la loi de Biot dans lequel $\alpha = 90°$.

Galvanomètre. — Tendons parallèlement au-dessus d'une aiguille aimantée NS (fig. 97) un conducteur AB. Quand celui-ci est traversé par le courant, l'aiguille prend une position d'équilibre intermédiaire sous l'action des deux systèmes de force agissant dans des plans rectangulaires, qui l'actionnent.

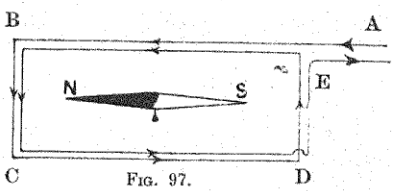


FIG. 97.

Si nous ramenons le fil parallèlement sous l'aiguille, en CD, il est aisé de voir, par l'application d'une des règles précédemment données, que son action coïncide avec celle du brin AB. Les brins BC, DE, agissent d'ailleurs dans le même sens. On a formé ainsi un véritable cadre entourant l'aiguille.

En ramenant le fil suivant un second cadre adjacent au premier, on renforce l'action et ainsi de suite, formant une bobine dite aussi *multiplicateur de Schweigger*.

L'action de chaque brin étant proportionnelle à l'intensité du courant, l'action totale de la bobine est également proportionnelle à cette intensité et, par conséquent, la déviation de l'aiguille peut servir à mesurer cette dernière après étalonnage. On a constitué ainsi un appareil de mesure du courant, un *galvanomètre*.

Courant élémentaire. Loi de Laplace. — Nous allons chercher la valeur du champ magnétique créé par un élément de courant.

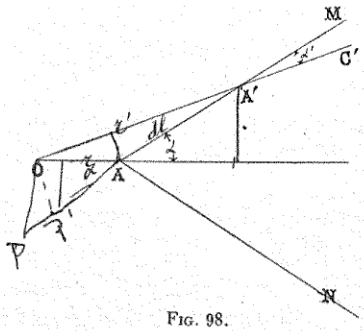


FIG. 98.

Considérons le courant MAN (fig. 98) faisant en A l'angle 2α dont la bissectrice passe par le point O. Portons $AA' = dl$ et tirons la droite OA'C' qui fait avec AM l'angle α'. $OA = r$, $OA' = r'$.

On aura évidemment, en désignant par $H_{AA'}$, le champ produit par l'élément AA'

$$H_{AA'} = H_{AM} - H_{A'M} = \frac{k'I}{r} tg \frac{\alpha}{2} - \frac{k'I}{r'} tg \frac{\alpha'}{2}, \text{ avec } k' = \frac{k}{2}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dans le triangle O A A', $r \sin \alpha = r' \sin \alpha'$:

$$H_{AA'} = dF' = \frac{k'I}{r \sin \alpha}\left(\sin \alpha \, tg \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha' \, tg \frac{\alpha'}{2}\right) =$$

$$\frac{k'I}{r \sin \alpha}\left[1 - \cos \alpha - (1 - \cos \alpha')\right] = \frac{k'I}{r \sin \alpha}(\cos \alpha' - \cos \alpha) =$$

$$\frac{k'I \, d(\cos \alpha)}{r \sin \alpha} = \frac{-k'I \, d\alpha}{r}.$$

Or dans le triangle O A A' :

$$\frac{dl}{r} = \frac{\sin(\alpha - \alpha')}{\sin \alpha'} = \frac{\alpha - \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{-d\alpha}{\sin \alpha}$$

d'où $$-r \, d\alpha = dl \sin \alpha.$$

Remplaçant $-d\alpha$ par sa valeur on obtient la loi de Laplace

$$dF' = \frac{k'I \, dl \sin \alpha}{r^2}.$$

Sur un pôle de masse m la force agissante sera :

$$dF = \frac{k'Im}{r^2} dl \sin (r.\, dl).$$

k' est un facteur dépendant du milieu ambiant, auquel on donne la valeur 1 pour l'air, α (fig. 99) l'angle de l'élément avec la droite qui le joint au point P où se trouve la masse m, r la distance à dl.

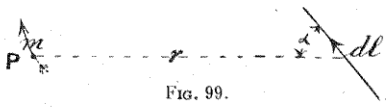


FIG. 99.

La force est normale au plan de l'élément et du pôle ; sa direction se déduit de la règle d'Ampère ou de celle de Maxwell.

En supposant l'observateur placé le long de l'élément de courant, celui-ci allant des pieds vers la tête, un pôle nord tendra à se déplacer de sa droite vers sa gauche.

Système électromagnétique C. G. S. — Si dans la formule de Laplace on mesure tout en unité C. G. S., dl et r en cm, dF en dynes, m en unités magnétiques C. G. S. l'intensité de courant se trouve définie en grandeur et en dimensions. L'unité d'intensité de courant ainsi fixée permet d'établir un système de mesure des diverses quantités électriques, qui porte le nom de *système électromagnétique*, dont on a déduit les unités pratiques généralement utilisées en électricité. Nous reviendrons ultérieurement sur ce système.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Action d'un champ magnétique sur un élément de courant. — Réciproquement, si le pôle est fixe et l'élément de courant mobile, la réaction étant égale et contraire à l'action, ce dernier tendra à se déplacer de la droite vers la gauche de l'observateur *regardant l'élément de courant du point P*, le courant allant dans la direction des pieds à la tête. Si la masse magnétique est de signe contraire, l'action est de sens opposé.

La loi de Laplace permet de mettre aisément en évidence cette action du pôle sur le courant. En effet, m/r^2 représente l'intensité $\mathcal{H}$ du champ dû au pôle m au point où se trouve l'élément de courant. En substituant il vient :

$$d\,F' = k'\,I\,\mathcal{H}\,dl\,\sin(\mathcal{H}, dl).$$

S'il existait plusieurs pôles, $\mathcal{H}$ serait la résultante de l'action qu'ils produisent individuellement au point où se trouve l'élément de courant. La direction de la force électromagnétique peut encore se déterminer autrement.

Règle des trois doigts de Fleming. — Plaçons à angles droits le pouce, l'index et le médius de la main *gauche :* l'index dans le sens des lignes de force du champ (induction), le médius suivant la direction du courant, le pouce indiquera alors le sens suivant lequel le conducteur est sollicité (poussé).

Travail développé par le déplacement d'un élément de courant sous l'action d'un pôle. — Abandonné à lui-même, l'élément de courant se déplacera dans la direction de la force qui le sollicite. Pendant le temps infiniment petit dt, il parcourra la longueur $dl' = \text{A D}$ (fig. 100), et le travail élémentaire effectué aura pour mesure

$$d\,W = d\,F\,dl' = k'\,I\,\frac{m}{r^2}\,dl\,\sin(\mathcal{H}, dl)\,dl'.$$

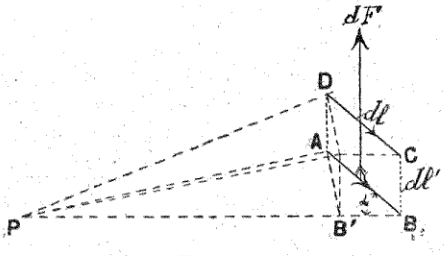


Fig. 100.

Mais $dl\,\sin(\mathcal{H}, dl)\,dl' =$ AB', projection de dl sur la perpendiculaire à P B abaissée du point A. Donc :

$$d\,W = k'\,I\,\frac{m}{r^2}\,\text{A B}' \times \text{A D}.$$

Or A B' × A D est la projection de A B C D surface décrite par l'élément de courant sur une sphère de rayon r et cette

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

surface, divisée par r^2, représente l'angle solide $d\omega$ sous lequel on voit du point P la surface décrite par l'élément de courant. En définitive

$$d\,W = k'\,I\,m\,d\omega.$$

L'expression ne change pas, dans le cas où le déplacement infiniment petit dont il s'agit est forcé et s'effectue dans une direction quelconque, puisque le travail est toujours égal au produit de la force par le chemin parcouru dans la direction de la force. Or celle-ci reste constamment perpendiculaire au rayon r et l'on doit donc encore projeter le déplacement sur une sphère ayant pour centre P.

Travail développé par le déplacement d'un courant sous l'action d'un pôle. — Le travail développé par le déplacement d'un courant de longueur l sous l'action d'un pôle sera égal à la somme de termes tels que $k'\,I\,m\,d\omega$ soit $k'\,I\,m\omega$, ω étant l'angle solide sous lequel on voit du point P (fig. 101) la surface A B B' A' décrite par AB.

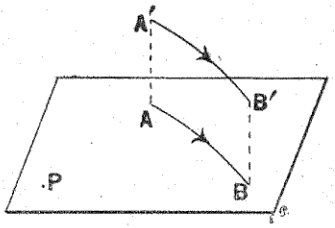


Fig. 101.

Si le courant passe en sens inverse, le déplacement restant le même, le travail *recueilli* sera $-k'\,I\,m\,\omega$. En effet, il faut dans ce cas *dépenser* du travail pour forcer le conducteur à se déplacer en sens inverse de l'action électromagnétique qui le sollicite.

Règle de Faraday. — Le produit $m\,\omega$ représente le flux de force traversant la surface décrite ou balayée par le conducteur siège du courant ou encore le nombre de lignes de force coupées par le conducteur dans son déplacement d'où, k' étant dans le système électromagnétique C. G. S. d'un usage général, égal à l'unité, cette règle de Faraday : *Le travail effectué par un conducteur qui se déplace dans un champ, est égal au produit de l'intensité du courant qui le traverse par le flux de force ou nombre de lignes de force qu'il a coupées dans son déplacement.*

Forme du champ magnétique développé par un courant fermé. — Soit un conducteur fermé AB (fig. 102) représenté

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

par ses traces dans le plan du papier parcouru par un courant allant du lecteur au papier dans la branche A, du papier au lecteur dans la branche B.

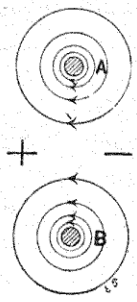


Fig. 102.

Il est facile de se rendre compte, le fantôme magnétique le met d'ailleurs en évidence, qu'un flux de lignes de force va entrer par le côté droit de la figure formée par le courant, dit *face négative du courant*, et sortir par le côté gauche dit *face positive du courant*.

Courant mobile d'Ampère. — Ampère a montré l'action d'un champ magnétique sur un courant au moyen du dispositif indiqué fig. 103, connu sous le nom de *courant mobile d'Ampère*.

Le courant est amené à deux godets A et B contenant du mercure, dans lesquels plongent les extrémités repliées d'un cadre métallique mobile C D E F reposant par son extrémité inférieure seule sur le fond du godet B.

En approchant un aimant, le cadre est dévié. Il tend à présenter sa face négative au pôle nord de l'aimant et vice versa. L'action est maximum quand l'aimant est placé au milieu du cadre.

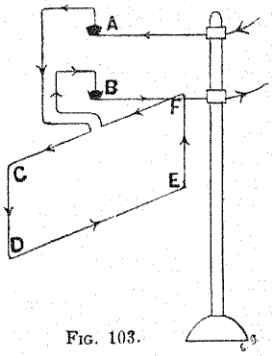
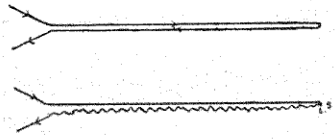


Fig. 103.

Courants de sens contraires et sinueux. — Un conducteur replié sur lui-même (fig. 104) n'exerce aucun effet sur un aimant ou sur un cadre mobile.


Fig. 104 et 105.

Il en résulte que *deux courants rapprochés égaux et de sens contraires, produisent des effets magnétiques égaux et contraires s'annulant réciproquement.*

Il en est encore de même quand la partie repliée présente des sinuosités ne s'écartant pas trop ou ne s'enroulant pas autour du fil rectiligne (fig. 105). On en conclut que *l'action d'un courant sinueux est identique à celle d'un courant rectiligne voisin ayant les mêmes extrémités.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Travail développé par le déplacement d'un courant fermé sous l'action d'un pôle. — Considérons un courant fermé A B C D (fig. 106), présentant sa face négative au pôle m situé en P et se déplaçant en A' B' C' D'. Déterminons séparément les travaux effectués par les tronçons A B C et A D C que parcourent des courants égaux et inverses.

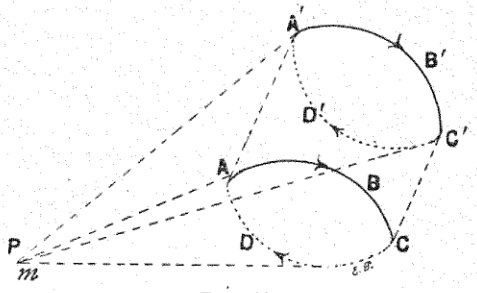


FIG. 106.

Le travail fourni par A B C se déplaçant de A B C en A' B' C' est $k'Im \times$ angle solide P A A' B' C' C B A $= k'Im$ (angle solide P A A' D' C' C B A + angle solide P A' B' C' D' A').

Le travail fourni par A D C se déplaçant de A D C en A' D' C' est, le courant étant de sens inverse: $-k'Im \times$ angle solide P A A' D' C' C D A $= -k'Im$ (angle solide P A A' D' C' C B A + angle solide P A B C D A).

Le travail total $= k'Im$ (angle solide P A' B' C' D' A' — angle solide P A B C D A).

Mais $m \times$ angle solide P A' B' C' D' A' est le flux Φ_2 traversant le circuit dans sa seconde position, tandis que $m \times$ angle solide P A B C D A est le flux Φ_1 traversant le circuit dans la position de départ. On peut donc écrire

$$T = k' I (\Phi_2 - \Phi_1).$$

Si le circuit s'éloigne à l'infini, $\Phi_2 = 0$ et le travail recueilli est $-k' I \Phi_1$. En effet, il a fallu dépenser le travail $k' I \Phi_1$ pour le porter à l'infini. Réciproquement, pour l'amener de l'infini au point considéré, on recueillera le travail $k' I \Phi_1$ ou il faudra dépenser le travail $-k' I \Phi_1$, ou on aura emmagasiné le travail négatif $-k' I \Phi_1$.

Si, au contraire, le circuit présente sa face positive au pôle $+m$, le travail recueilli quand il passe de sa position à l'infini est $+k' I \Phi_1$. Réciproquement pour l'amener de l'infini à la position qu'il occupe, il faudra dépenser le travail $+k' I \Phi_1$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

qui sera emmagasiné dans le système et représentera l'énergie potentielle du courant et du pôle.

Potentiel magnétique dû à un courant. — Nous avons vu que le potentiel en un point est exprimé par le travail qu'il faut dépenser pour amener l'unité positive d'agent de l'infini en ce point. En faisant $m = 1$, l'expression $\pm k' I \omega$ représentera le travail qu'il faut dépenser pour amener l'unité positive de magnétisme depuis l'infini jusqu'au point d'où l'on voit sous l'angle ω, la face positive ou négative du courant, c'est-à-dire le potentiel magnétique $\mathcal{V}$ dû au courant

$$\mathcal{V} = \pm k' I \omega.$$

Equivalence d'un courant et d'un feuillet magnétique Théorème d'Ampère. — L'expression précédente, rapprochée de celle $\pm \mathcal{S} \omega$ trouvée pour le potentiel dû à un feuillet magnétique montre, qu'au point de vue de l'effet magnétique, *un courant fermé correspond à un feuillet de même surface et de puissance $k'I$.*

On peut d'ailleurs s'en rendre compte de la manière suivante: découpons la surface A B C D (fig. 107) de forme quelconque que limite le courant I, en petites surfaces $abcd$, $dcef$, etc. Supposons que le contour de ces petites surfaces soit traversé par des courants I tous de même sens, constituant autant de feuillets élémentaires de même puissance. Les contours adjacents étant le siège de courants égaux et inverses infiniment voisins, leur action magnétique est nulle (courants de sens contraires voisins). Seuls les éléments linéaires extérieurs sont efficaces et leur action correspond à celle d'un courant unique de même intensité, qui parcourrait le circuit fermé A B C D. *Donc, le feuillet* constitué par l'accolement des feuillets élémentaires considérés, *peut être remplacé comme effet par un courant I traversant son contour et vice-versa, un courant traversant un conducteur embrassant une surface S correspond, comme effet magnétique, à un feuillet de surface S et de puissance $\mathcal{S} = k'I$.*

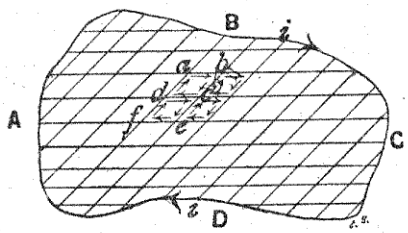


FIG 107.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En choisissant l'unité d'intensité de manière que $k' = 1$, on arrive au théorème d'Ampère : *L'effet magnétique d'un courant fermé est le même que celui d'un feuillet de même contour, dont la puissance magnétique est égale à l'intensité du courant.*

Unité électromagnétique d'intensité. — Le courant fermé I développe donc un potentiel magnétique $\mathcal{V} = \pm I\,\omega$, d'où $I = \pm \mathcal{V}/\omega = \pm \mathcal{S}$ et *l'unité d'intensité de courant sera l'intensité du courant produisant l'unité de potentiel en un point d'où l'on voit son contour sous l'unité d'angle.* Ses dimensions sont celles de l'unité de puissance d'un feuillet

$$M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

L'unité pratique l'*ampère* en vaut le 1/10. Par suite, avec les unités pratiques, le coefficient k' des formules précédentes vaut 1/10. Avec les unités C. G. S. électromagnétiques il vaut 1. Il en est de même du coefficient de la loi de Laplace.

Expression du champ magnétique dû à un courant fermé. — L'intensité du champ magnétique dû à un courant est dans une direction l

$$\mathcal{H} = -\,d\mathcal{V}/dl = \mp\, I d\omega/dl.$$

Le flux magnétique total, dont nous avons indiqué antérieurement la forme, est la somme des termes $\mathcal{H}ds$ relatifs à une surface équipotentielle.

Le champ magnétique dû à un courant fermé diffère de celui du feuillet équivalent. Alors que celui de ce dernier se termine aux masses magnétiques égales et contraires des bases du feuillet et que l'unité de masse magnétique positive placée sur la face positive et abandonnée à elle-même viendrait s'appliquer sur sa face négative, après avoir suivi le trajet d'une ligne de force et dépensé le travail $4\pi\mathcal{S}$ aux dépens de l'énergie potentielle relative du feuillet et du pôle, dans le cas du courant, l'unité positive tournerait autour du courant tant que celui-ci passe, en dépensant à chaque tour une énergie $4\pi I$ nécessairement empruntée à la source du courant.

Hypothèse d'Ampère. — D'après Ampère, chaque atome d'un aimant serait le siège d'un courant circulaire ; c'est l'orientation des courants circulant dans les atomes qui ferait apparaître

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'effet magnétique. Pour que cette hypothèse soit plausible, il faut admettre l'existence de courants se perpétuant sans dépense d'énergie, ce qui implique que la résistance électrique n'apparaîtrait qu'à la traversée des espaces interatomiques.

Énergie potentielle d'un courant dans un champ magnétique. Règle de Maxwell. — Nous avons vu que l'énergie potentielle d'un courant et d'un pôle est mesurée par le produit de l'intensité du courant par le flux qu'envoie le pôle à travers le circuit du courant. D'une manière générale, le champ magnétique étant indépendant du courant, l'énergie potentielle du courant et du champ sera

$$W = -I\mathcal{H}s = -I\Phi.$$

$\mathcal{H}$ représentant l'intensité du champ supposé uniforme et Φ le flux total passant à travers la face négative du circuit.

Si le circuit se déplace et effectue un certain travail, celui-ci est mesuré par la variation de W. La position d'équilibre atteinte sera stable si l'énergie potentielle est alors minimum, ce qui a lieu quand un flux maximum entre par sa face négative. On en déduit cette règle de Maxwell : *Un courant, mobile dans un champ magnétique, tend à se déplacer de manière à embrasser un flux maximum par sa force négative.*

Par exemple, un cadre mobile autour d'un axe horizontal perpendiculaire à la direction du champ magnétique terrestre, tourne de manière à orienter sa face positive vers le nord. A ce moment, en effet, le plus grand nombre possible de lignes de force entre par sa face négative.

Cadre astatique. — Par contre, si le cadre est constitué de deux surfaces égales entourées de courants égaux circulant en sens inverses (fig. 108 et 109), l'action due au champ terrestre et en général à tout champ magnétique uniforme traversant les cadres sera nulle. Parcouru par un courant d'intensité quelconque, le cadre se trouvera donc en

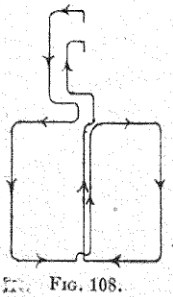


FIG. 108.

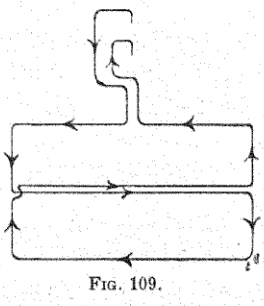


FIG. 109.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

équilibre, dans n'importe quelle position par rapport à la direction du champ terrestre.

Action mécanique des courants sur les courants. Lois d'Ampère. — En approchant d'un des conducteurs du cadre astatique de la figure 108 un conducteur rectiligne traversé par un courant parallèle à celui passant dans le côté du cadre, on constate que, *si les courants sont de même sens, ils s'attirent ; ils se repoussent, au contraire, quand ils sont de sens inverses.*

De même, en approchant le courant rectiligne du côté inférieur du cadre horizontal astatique (fig. 109), on voit celui-ci tourner jusqu'à ce que les deux courants voisins soient parallèles et de même sens. D'où la règle : *Deux courants qui se croisent, s'attirent et tendent à se placer parallèlement, s'ils convergent vers leur point d'intersection ou en divergent tous deux; ils se repoussent, au contraire, si l'un s'approche et l'autre s'éloigne du sommet de l'angle du croisement.*

Énergie relative de deux courants. — L'assimilation des courants aux feuillets explique aisément l'action mécanique de deux courants l'un sur l'autre et permet d'écrire pour l'énergie relative de deux courants l'expression :

$$W = -I\,I'\,\mathfrak{M}.$$

$\mathfrak{M}$ étant le *coefficient d'induction mutuelle des deux circuits* en présence. $\mathfrak{M}I$ représente le flux envoyé par le courant I, à travers le circuit de I' et $\mathfrak{M}I'$ le flux qu'envoie I' à travers le circuit de I. $\mathfrak{M}$ est donc le flux qu'envoie dans un des circuits l'unité de courant passant dans l'autre. Les courants présentent des faces de noms contraires en regard.

La formule donnant l'énergie relative de deux courants est tout à fait analogue à celle donnant l'énergie relative des deux feuillets magnétiques équivalents, Il existe toutefois une différence profonde entre les deux systèmes. Pour un même déplacement ils fournissent le même travail. Mais l'accomplissement de ce travail pour les feuillets se fait aux dépens de leur énergie potentielle, tandis que pour les courants il y a augmentation de l'énergie potentielle, les deux sources subvenant à la double dépense du travail accompli et de l'accroissement d'énergie potentielle.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Intensité du champ magnétique produit par un courant rectiligne indéfini en un point distant de a du conducteur. — Du point P (fig. 110), où se trouve la masse magnétique m, abaissons une perpendiculaire sur le conducteur indéfini A B traversé par le courant I et comptons les distances à partir du pied de la perpendiculaire. Considérons en un point C un élément de courant de longueur ds, situé à une distance r de P.

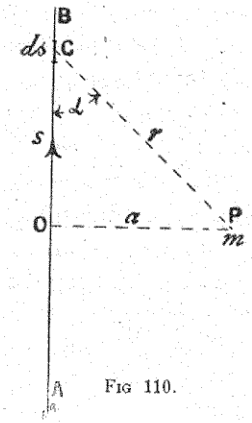


Fig 110.

Son action sur la masse m sera, en vertu de la loi de Laplace dans laquelle nous faisons $k' = 1$

$$\frac{m\,I}{r^2}\,ds\,\sin\alpha.$$

Cette équation contient trois variables s, r et α. Eliminons s et r pour pouvoir l'intégrer.

$$s = a\,\text{cotg}\,\alpha \quad \text{d'où} \quad ds = -\,ad\alpha/\sin^2\alpha.$$

D'autre part $$r = a/\sin\alpha.$$

Remplaçant ds et r par leur valeur

$$dF = -\,mI\,\sin\alpha\,d\alpha/a.$$

L'action totale du conducteur A B aura pour expression :

$$2\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} -\frac{mI\sin\alpha\,d\alpha}{a} = 2\left[\frac{mI\cos\alpha}{a}\right]_{\frac{\pi}{2}}^{0} = \frac{2mI}{a}.$$

Ce qui donne pour l'intensité du champ au point P

$$\mathcal{H} = 2I/a.$$

En pratique on n'a jamais affaire à des courants linéaires. Les conducteurs utilisés sont en général cylindriques et il importe de déterminer ce que devient l'action magnétique dans ce cas.

L'action magnétique d'un conducteur cylindrique rectiligne traversé par un courant I uniformément réparti, en un point extérieur quelconque P, est la même que si le courant était concentré sur l'axe du conducteur.

Considérons (fig. 111) une couronne élémentaire de la section droite du cylindre, et menons par le point P deux plans infini-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ment rapprochés qui découpent dans cette couronne des éléments ds et ds'.

L'action des courants traversant ces éléments au point P, perpendiculaire à Pa, a pour valeur en désignant par I la densité du courant et appliquant la formule précédente

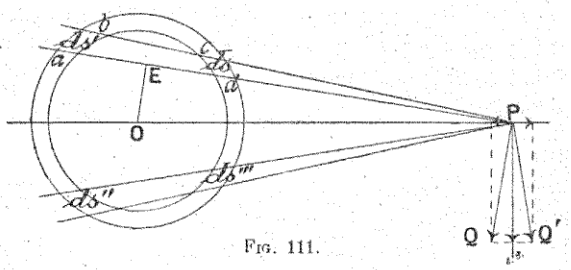


FIG. 111.

$$\frac{2Ids'}{Pa} + \frac{2Ids}{Pd} = 2I\left(\frac{ds'}{Pa} + \frac{ds}{Pd}\right).$$

Mais

$$ds'/ds = ab/cd = Pa/Pd \quad \text{ou} \quad ds'/Pa = ds/Pd,$$

ce qui montre que les actions de ds' et ds sont égales et leur action totale vaut

$$2 \cdot \frac{2\,I\,ds'}{Pa} = 2 \cdot \frac{2\,I\,ds}{Pd}$$

Abaissons de O une perpendiculaire O E sur Pa et supposons transportées en E les intensités $I\,ds'$ et $I\,ds$. L'action en P sera

$$\frac{2\,I\,(ds' + ds)}{PE} = \frac{2\,I\left(ds' + ds'\dfrac{P\,d}{P\,a}\right)}{PE} = \frac{2\,I\,ds'(Pa + P\,d)}{PE \cdot Pa} =$$

$$2 \cdot \frac{2\,I\,ds'}{Pa} = 2 \cdot \frac{2\,I\,ds}{Pd}$$

L'action est la même que quand les éléments se trouvaient en $a\,b$ et $c\,d$.

Menons en P une perpendiculaire à Pa sur laquelle nous portons une grandeur P Q proportionnelle à l'action exercée en P par les deux éléments ds', ds et projetons cette force en PR suivant la perpendiculaire à l'axe OP.

$$P\,R = \frac{2I\,(ds' + ds)}{P\,E} \cos R\,P\,Q$$

Mais $$\cos R\,P\,Q = \cos E\,P\,O = \frac{P\,E}{P\,O}$$

Donc $$P\,R = \frac{2\,I\,(ds' + ds)\,P\,E}{P\,E \cdot P\,O} = \frac{2\,I\,(ds' + ds)}{P\,O}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

équation montrant que l'effet est le même que si les courants élémentaires $I\,ds'$ et $I\,ds$ étaient concentrés en O.

Si maintenant nous considérons les courants symétriques $I\,ds''$, $I\,ds'''$, nous verrons qu'ils donnent lieu, en P, à une force P Q' = P Q perpendiculaire à P ds''' ds'', dont la composante suivant la perpendiculaire à O P est aussi égale à P R, tandis que la composante suivant O P est égale et *opposée* à la composante de P Q suivant la même direction. Il ne reste donc que l'action 2 P R égale à l'action totale qu'exerceraient en P les courants $I\,ds$, $I\,ds'$, $I\,ds''$, $I\,ds'''$ transportés en O.

Le courant annulaire considéré se décomposant en un système de surfaces ds, ds', ds'', ds''' par le déplacement graduel et symétrique des deux plans secteurs depuis l'axe O P jusqu'aux tangentes extérieures, la proposition est démontrée pour l'anneau envisagé et, par suite, pour tout le cylindre lui-même, celui-ci pouvant être découpé en anneaux concentriques juxtaposés d'épaisseurs infiniment petites.

Corollaire. — Quand le courant revient par un tube cylindrique concentrique au cylindre d'aller, l'action en tout point extérieur est nulle.

A l'intérieur d'un conducteur cylindrique rectiligne creux, indéfini, traversé par un courant uniformément réparti, le champ magnétique est nul. — Découpons encore un anneau cylindrique d'épaisseur infiniment petite et d'un point quelconque (fig. 112) pris à l'intérieur du cylindre, menons deux plans sécants infiniment rapprochés, normaux à la section droite de l'anneau cylindrique considéré. Supposons le courant dirigé de l'avant à l'arrière.

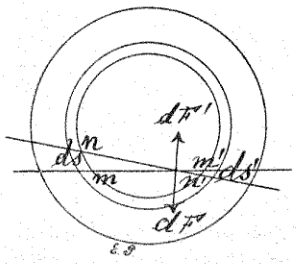


Fig. 112.

De la part de l'élément ds nous aurons au point considéré une action

$$dF = \frac{2\,I\,ds}{P\,m}$$

et de la part de l'élément ds' une action

$$dF' = \frac{2\,I\,ds'}{P\,m'}$$

dirigée en sens inverse.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Mais $$\frac{ds}{ds'} = \frac{m\,n}{m'\,n'} = \frac{\mathrm{P}\,m}{\mathrm{P}\,m'}.$$

Donc $dF = dF'$ et l'action est nulle. Le cylindre creux étant constitué de couronnes élémentaires concentriques juxtaposées, l'action totale du courant uniforme qui le parcourt sera nulle.

Corollaire I. — Le courant cylindrique ne produisant aucun flux magnétique intérieurement à lui-même, tout champ magnétique intérieur à un courant cylindrique est sans action sur celui-ci et vice versa.

Corollaire II. — Dans un câble concentrique, constitué par deux systèmes de conducteurs cylindriques concentriques (fig. 113), l'induction magnétique dans le diélectrique interposé est la même que si le conducteur extérieur n'existait pas.

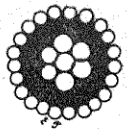


Fig. 113

Valeur du champ en un point de l'axe d'un courant circulaire. — Soit un courant circulaire de rayon R présentant sa face négative vers P (fig. 114). Le potentiel en ce point est $\mathcal{V} = -I\omega$, ω étant l'angle solide sous lequel on voit le courant du point P. Mais

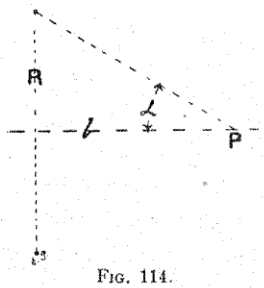


Fig. 114.

$$\omega = 2\pi(1 - \cos\alpha).$$

Donc $$\mathcal{V} = -2\pi I(1 - \cos\alpha).$$

Par raison de symétrie, l'intensité est dirigée suivant l'axe de la spire. Elle a pour valeur :

$$\mathcal{H} = -\frac{d\mathcal{V}}{dl} = \frac{d}{dl}2\pi I\left(1 - \frac{l}{\sqrt{l^2 + \mathrm{R}^2}}\right) = -\frac{2\pi I\,\mathrm{R}^2}{\left(l^2 + \mathrm{R}^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Au centre du cercle l'intensité devient :

$$\mathcal{H} = -\frac{2\pi I}{\mathrm{R}} = -\frac{l\,I}{\mathrm{R}^2},$$

l représentant la longueur du courant. Le signe — indique qu'il y a attraction, c'est-à-dire que la force est dirigée vers la face négative. On peut faire abstraction du signe, à condition de donner à la force la direction voulue.

Si l'on dispose de n courants circulaires assez rapprochés pour que l'on puisse négliger leur distance vis-à-vis de R, l'in-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tensité est au centre

$$n\,\mathcal{H}' = \frac{2\,\pi\,n\,I}{\mathrm{R}}$$

et dirigée de la face terminale négative vers la face terminale positive.

Démonstration plus simple. — La formule précédente peut être établie directement par l'application de la loi de Laplace.

D'après celle-ci, l'action d'un élément de courant *ds* en P, projetée suivant l'axe vaut.

$$\frac{ds\,I\sin\alpha}{r^2} = \frac{ds\,I\sin\alpha}{\mathrm{R}^2 + l^2}$$

et, perpendiculairement à ce dernier, $\dfrac{ds\,I\cos\alpha}{\mathrm{R}^2 + l^2}$.

L'élément de courant *ds* diamétralement opposé donnera la même composante suivant l'axe et, suivant la normale à l'axe, une composante égale et opposée détruisant la première.

L'action totale uniquement dirigée suivant l'axe aura pour valeur

$$\mathcal{H}' = \frac{2\,\pi\,\mathrm{R}\,I\sin\alpha}{\mathrm{R}^2 + l^2}$$

Mais dans le triangle rectangle P*l* R : $\mathrm{R} = \sqrt{\mathrm{R}^2 + l^2}\,\sin\alpha$. Tirant de cette égalité la valeur de sin α et la portant dans la précédente on obtient l'équation ci-dessus.

Solénoïde électromagnétique. — Ampère a donné le nom de *solénoïde électromagnétique* (fig. 115) *à un système de courants fermés infiniment petits de même surface et de même intensité, distribués à des distances infiniment petites et égales, le long d'une courbe de forme quelconque, appelée directrice, passant par leur centre de gravité et normale en chaque point au plan du courant.*

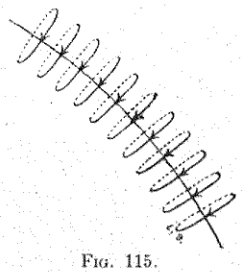


Fig. 115.

Soient *s* la surface des courants, ε leur distance et *I* leur intensité. Chacun d'eux peut être remplacé par un feuillet de même contour, de puissance *I* et d'épaisseur ε.

σ étant la densité magnétique de chacune des faces des feuillets on aura $I = \varepsilon\,\sigma$ ou $\sigma = I/\varepsilon = I\,n_1$, n_1 étant le nombre

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de courants par unité de longueur. Les faces magnétiques de signes contraires en regard s'équilibrent mutuellement et il reste aux extrémités de la série, des pôles de masse

$$m = \pm I n_1 s.$$

Bobine cylindrique. Force magnétisante. — On obtiendra exactement le même effet qu'avec un solénoïde et l'on arrivera ainsi aux cas à considérer effectivement dans la pratique, en enroulant le fil en spires serrées et presque normales à l'axe du cylindre. Conformément à ce que nous avons vu pour le courant sinueux, une spire équivaut à un courant circulaire plus un courant rectiligne de longueur égale au pas. L'action de cette partie est négligeable. On peut d'ailleurs l'annuler, en ramenant le fil intérieurement suivant l'axe (fig. 116) ou en enroulant une seconde couche dont les spires sont inclinées également en sens inverse.

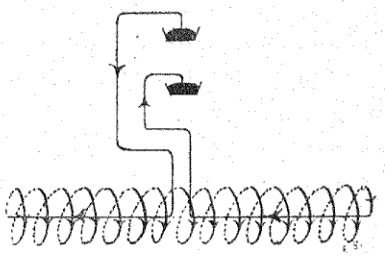


Fig. 116.

L'épaisseur des couches étant supposée négligeable devant leur diamètre, les pôles résultants de la bobine ont pour valeur :

$$m = \pm I n_1 s$$

n_1 étant le nombre de spires par unité de longueur et s leur surface moyenne. Le moment magnétique de la bobine, dont le nombre total de spires est n et la longueur l a pour expression

$$m l = I n s.$$

Une telle bobine, parcourue par un courant, jouit de toutes les propriétés magnétiques d'un aimant cylindrique uniforme.

En ramenant ses deux extrémités suivant son axe et la suspendant par les deux bouts plongeant dans deux godets à mercure situés sur la verticale de son centre de gravité, on verra qu'elle se comporte exactement comme un aimant.

Dès que le courant passe, son axe vient se placer dans le méridien, la face négative dirigée vers le sud. On peut répéter avec elle toutes les expériences d'attraction et de répulsion des pôles de noms contraires ou de mêmes noms en se servant, soit d'un aimant, soit d'un autre solénoïde.

L'action de la bobine sur l'unité de pôle située extérieurement

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sur son axe du côté de la face positive est, ω et ω' exprimant les angles solides sous lesquels on voit du point considéré les couches terminales positive et négative (fig. 117).

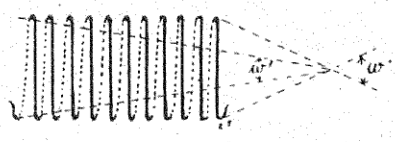


Fig. 117.

$$\mathcal{H} = \sigma\,(\omega - \omega').$$

Si l'unité de pôle se trouve *dans le plan de la base* (positive ou nord), cette équation devient

$$\mathcal{H} = \sigma\,(2\,\pi - \omega').$$

On aura l'expression du champ *en un point intérieur de la bobine*, en supposant celle-ci scindée en deux tronçons par une section plane contenant le point considéré. De la part du cylindre de droite dans la face négative duquel elle se trouve, l'action est $-\sigma\,(2\,\pi - \omega)$. Cette force étant dirigée de gauche à droite, sens admis comme positif, nous écrivons pour sa valeur $+\sigma\,(2\,\pi - \omega)$. De la part du cylindre de gauche $+\sigma\,(2\,\pi - \omega')$. L'action totale vaut

$$\mathcal{H} = \sigma\,(4\,\pi - \omega - \omega') \qquad (1)$$

Au cas où le cylindre s'étend très loin du point considéré, les angles ω et ω' deviennent négligeables devant $4\,\pi$ et il reste

$$\mathcal{H} = 4\,\pi\,\sigma = 4\,\pi\,n_1\,I.$$

Telle est la valeur de la *force magnétisante* de la bobine. C'est aussi le flux par unité de section normale du cylindre et le flux total est par conséquent

$$\Phi = 4\,\pi\,n_1\,I\,s.$$

L'expression (1) montre que le champ décroît vers les extrémités de la bobine, l'un des angles ω ou ω' prenant alors plus d'importance. De fait, comme on peut s'en assurer au moyen du fantôme magnétique, un certain nombre de lignes de force sortent de l'enroulement vers ses extrémités, sans traverser toutes les spires. Le champ magnétique ne peut donc être considéré comme constant et dirigé parallèlement à l'axe du cylindre, que dans la partie moyenne d'une longue bobine, où sa valeur est $\mathcal{H} = 4\,\pi n_1 I$, n_1 étant le nombre de spires par unité de longueur.

Remarque. — La formule précédente est exprimée en unités C. G. S. I étant lui-même exprimé en unités électromagnéti-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ques. Si I est exprimé en ampères, il faudra le multiplier par 10^{-1}, l'unité pratique l'ampère, correspondant au dixième de l'unité C. G. S. On aura donc $\mathcal{H} = 4\pi n_1 I/10$, formule montrant que l'on réalisera l'unité de champ magnétique, à l'intérieur et au milieu d'un long solénoïde, possédant un enroulement uniforme de $10/4\pi$ tours par cm et parcouru par un courant d'un ampère.

Direction du champ dans la bobine.— En se reportant à la règle d'Ampère, on voit facilement que *la direction du champ à l'intérieur de la bobine est donnée par le mouvement d'avancement d'un tire-bouchon tournant dans le sens du courant.* La direction est inverse dans l'air ambiant extérieur où le faisceau de lignes de force s'épanouit pour venir rentrer dans la bobine par sa face sud (fig. 118). On peut encore dire que le pôle nord est à la gauche du courant, en se plaçant le long des spires dans le sens du courant, celui-ci entrant par les pieds.

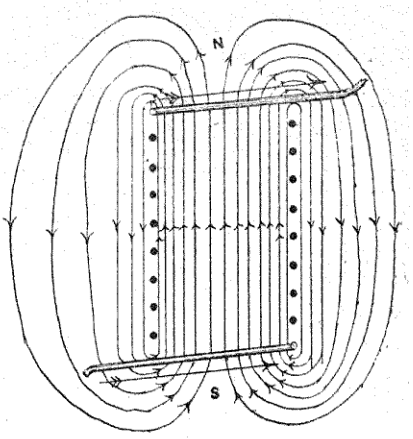


FIG. 118.

L'espace emprunté par les lignes de force s'appelle *circuit magnétique*.

Induction dans un long électro-aimant. — Un cylindre de fer doux placé à l'intérieur et parallèlement à l'axe d'une bobine parcourue par un courant, s'aimante uniformément. On a constitué ainsi un électro-aimant.

Si l'action des couches terminales est négligeable, la force magnétisante reste égale à celle de la bobine.

L'intensité d'aimantation est :

$$\mathfrak{I} = \varkappa\,\mathcal{H} = \varkappa\, 4\pi\, n_1 I \text{ et l'induction}$$

$$\mathfrak{B} = \mu\,\mathcal{H} = (1 + 4\pi\varkappa)\, 4\pi\, n_1 I\text{; le flux total } \Phi = \mathfrak{B}s.$$

C'est en se servant d'un tel électro-aimant dont on mesure le moment par une des méthodes précédemment étudiées, qu'ont

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

été réalisées la plupart des expériences donnant les courbes d'aimantation. On annule l'action de la bobine elle-même sur l'aiguille, en lui opposant une bobine identique parcourue par le même courant.

PÔLES CONSÉQUENTS. — Si le sens de l'enroulement de la bobine est renversé le long du barreau, celui-ci présentera des *points conséquents* (fig. 119), et les pôles rencontrés seront alternativement de signes contraires, les pôles des extrémités étant de noms contraires ou de mêmes noms, suivant que le nombre de renversements est pair ou impair.

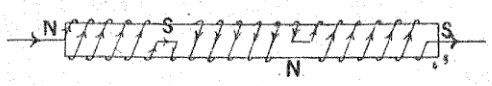
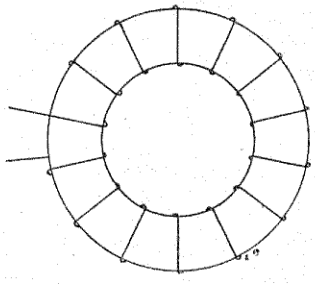


FIG. 119.

Aimant annulaire. — Enroulons uniformément sur un tore en matière magnétique les spires magnétisantes (fig. 120). Le système tout entier pourra être assimilé à un faisceau de filets solénoïdaux accolés, dont l'action extérieure sera nulle. Tous ces filets solénoïdaux ne sont pas identiques, attendu qu'ils sont constitués par un même nombre d'aimants élémentaires, également répartis sur des circonférences de longueurs inégales. Mais si la section du tore est négligeable par rapport à son diamètre, on peut supposer que tous les filets sont identiques au filet moyen et dès lors n étant le nombre total des spires réparties sur la longueur l de la circonférence moyenne, l'induction sera


FIG. 120.

$$\mathfrak{B} = \mu \mathcal{H} = \mu 4\pi \frac{n}{l} I = \mu 4\pi n_1 I$$

et le flux total $\Phi = \mathfrak{B} s = \mu 4\pi n_1 I s.$

On déduirait encore cette expression en évaluant le travail effectué par un pôle unité parcourant la circonférence moyenne du tore. Nous avons vu (p. 165) que, tournant autour d'un courant I, le pôle unité effectue le travail $4\pi I$. S'il y a n courants, le travail devient $4\pi n I$. D'autre part il a aussi comme expression $\mathcal{H} l$, d'où la valeur de $\mathcal{H}$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En augmentant graduellement la force magnétomotrice et mesurant chaque fois l'induction acquise par un échantillon qui n'a jamais été aimanté, on dresse des tableaux caractérisant les diverses substances au point de vue magnétique. Ils permettent de tracer des courbes analogues à celles de la figure 122 dans laquelle nous retrouvons toutes les particularités vues à propos de l'intensité d'aimantation lors de l'étude du magnétisme.

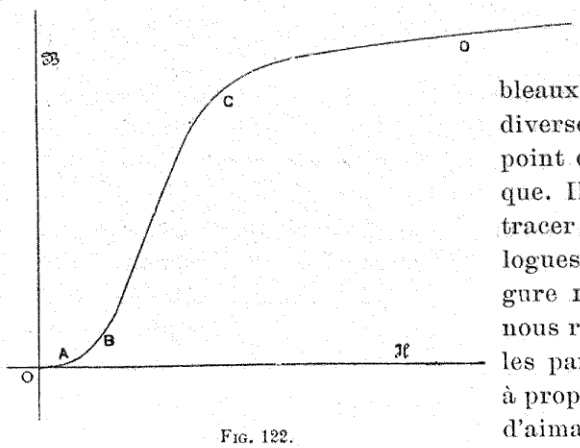


FIG. 122.

Voici un tableau relatif à des matériaux de provenance anglaise.

FER FORGÉ RECUIT			FONTE GRISE		
ℋ	𝔅	μ	ℋ	𝔅	μ
2	5 000	2 500	5	4 000	800
4	9 000	2 250	10	5 000	500
5	10 000	2 000	21,5	6 000	279
6,5	11 000	1 692	42	7 000	166
8,5	12 000	1 412	80	8 000	100
12	13 000	1 083	127	9 000	71
17	14 000	823	188	10 000	53
28,5	15 000	526	192	11 000	37
52	16 000	308			
105	17 000	161			
200	18 000	90			
350	19 000	54			

REMARQUE. — Pour une même valeur ℋ, la valeur de 𝔅 est beaucoup plus petite pour la fonte que pour le fer. On ne doit donc pas employer la fonte pour constituer les parties d'un cir-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cuit destinées à être entourées de spires magnétisantes, car on augmente ainsi la longueur et le prix de ces dernières. Or cette augmentation n'est pas compensée par la différence existant entre le prix du noyau en fonte et celui du noyau en fer équivalent.

Circuits magnétiques parfaits et imparfaits. — Dans les conditions expérimentales où nous venons de nous placer, le circuit magnétique peut être dit *parfait* ; toutes les lignes de force restent confinées dans le tore.

Il n'en est plus de même quand le tore n'est pas complet ou quand l'enroulement ne le recouvre pas entièrement. Lorsque le tore est incomplet, les masses magnétiques se développant à ses extrémités libres exercent un effet démagnétisant qui réduit beaucoup le flux induit et celui traversant l'entrefer. Lorsque c'est l'enroulement qui est incomplet (fig. 123), une partie plus ou moins considérable du flux magnétique quitte le fer pour se dériver à travers l'air. On a affaire, dans ces deux derniers cas, à un circuit magnétique *imparfait*.

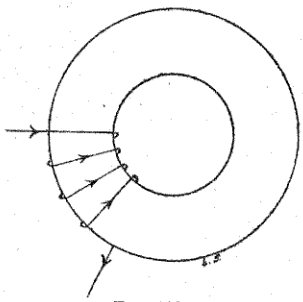


Fig. 123.

Flux de fuite. — On donne le nom de flux de fuite ou de dispersion à la partie du flux qui se ferme dans l'air. Le flux de fuite est d'autant plus grand, comme l'indique l'expérience, que le fer est plus saturé et que, par suite, sa perméabilité pour les lignes d'induction est plus petite.

Force magnétomotrice. Réluctance. — Reprenons la formule :

$$\Phi = \mathfrak{B}s = \mu\, 4\pi\, n_1\, I\, s = \mu\, \frac{4\pi\, n\, I\, s}{l} = \frac{4\pi\, n\, I}{\frac{l}{\mu s}}$$

Sous cette forme, elle est entièrement semblable à la loi d'Ohm : Φ le flux magnétique correspond à l'intensité ; $4\pi\, n\, I$ correspond à la force électromotrice ou à la différence de potentiel et on lui donne, pour cette raison, le nom de *force magnétomotrice* ou différence de potentiel magnétique ; elle se représente par $\mathcal{E}$. Enfin le dénominateur est analogue, au point de vue magnétique, à la résistance électrique ; c'est la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

résistance magnétique ou réluctance, on la représente par $\mathfrak{R}$.

L'unité de réluctance porte le nom d'oersted. C'est la réluctance qu'offre au passage des lignes de force, un cube d'air d'1 cm de côté, le flux entrant par une face et sortant par la face opposée.

L'oersted, comme d'ailleurs le gauss et le maxwell, est une unité C. G. S. dérivée.

La formule précédente peut donc s'écrire $\mathcal{E} = \Phi\,\mathfrak{R}$ et s'énoncer : *La force magnétomotrice, ou différence de potentiel magnétique, est égale au produit du flux par la réluctance du circuit.*

On remarquera que l'expression de la réluctance $\mathfrak{R} = l/\mu\, s$ est de forme entièrement analogue à celle de la résistance $R = l/\gamma\, s$. γ, la conductibilité, marque l'aptitude du corps dont est fait le conducteur à véhiculer le courant électrique ; elle correspond exactement à la perméabilité, qui indique la capacité du corps dont est façonné le circuit magnétique, à absorber le flux magnétique.

L'analogie ne réside toutefois que dans la structure des formules car, alors que γ la conductibilité ne varie qu'avec la nature et la température du conducteur, μ varie non-seulement avec ces quantités, mais encore avec l'induction et les états magnétiques antérieurs par lesquels le corps a passé.

L'inverse de la perméabilité s'appelle la réluctivité et l'inverse de la réluctance la *perméance*.

Remarque. — La valeur de $\mathcal{H}$ peut s'écrire $\mathcal{H} = 4\,\pi\, n\, I/l$; la force magnétisante a donc pour valeur *la force magnétomotrice par unité de longueur de circuit magnétique siége de la force magnétisante.*

On tire de la formule précédente $\mathcal{E} = \mathcal{H}\, l$. En conséquence, entre deux points intérieurs pris sur l'axe d'une bobine de force magnétisante $\mathcal{H}$, distants de l et dont le potentiel magnétique a respectivement pour valeurs $\mathcal{V}$ et $\mathcal{V}'$, on peut écrire la relation

$$\mathcal{V} - \mathcal{V}' = \mathcal{H}\, l$$

dans le sens des potentiels décroissants. Cette formule résulte d'ailleurs simplement de l'intégration

$$\int_0^l H\, dl = \int_{\mathcal{V}}^{\mathcal{V}'} d\,\mathcal{V}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Application des lois de Kirchhoff au circuit magnétique. — Sous la réserve que μ est essentiellement variable avec les facteurs que nous venons d'indiquer on pourra, en considérant que les lignes de force forment toujours des circuits fermés soit dans les corps magnétiques, soit dans l'air ou les autres corps non-magnétiques, appliquer aux flux magnétiques et aux réluctances les lois de Kirchhoff.

Réluctances en tension. — Prenons le cas d'un circuit hétérogène comportant des réluctances $\mathcal{R}', \mathcal{R}'', \mathcal{R}''', \ldots$ placées *en série*. La réluctance totale $\mathcal{R} = \mathcal{R}' + \mathcal{R}'' + \mathcal{R}''' + \ldots$ et la force magnétomotrice totale nécessaire pour la faire traverser par le flux Φ.

$$\mathcal{E} = \Phi\,(\mathcal{R}' + \mathcal{R}'' + \mathcal{R}''' + \ldots\ldots).$$

Réluctances en dérivation. — Si les flux partiels sont *dérivés* $\Phi = \Phi' + \Phi'' + \ldots$ tandis qu'on trouverait pour la réluctance équivalente, par un raisonnement entièrement semblable à celui employé pour trouver la résistance équivalente :

$$\mathcal{R}_e = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{\mathcal{R}}}$$

Les diverses réluctances partielles devront se calculer en prenant pour μ les valeurs correspondant aux états magnétiques atteints dans les diverses dérivations.

Coefficient d'Hopkinson. — Dans le cas de la dérivation à travers l'air, il naît une difficulté du fait que l'on ne peut déterminer exactement le circuit emprunté par les lignes de force.

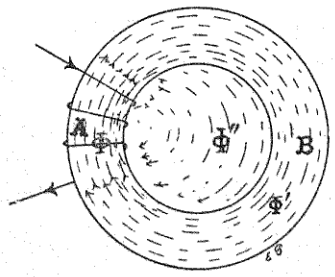


Fig. 124.

Soit à produire un certain flux Φ' dans la partie B (fig. 124) d'un anneau incomplètement recouvert. Appelons Φ'' le flux dérivé dans l'air, ou flux de fuite, $\mathcal{R}'$ et $\mathcal{R}''$ les réluctances respectives du fer et de l'air en dehors de l'enroulement, Φ le flux total développé par celui-ci, le tronçon recouvert ayant la réluctance $\mathcal{R}$. L'application des lois de Kirchhoff nous donnera pour le flux Φ' la valeur :

$$\Phi' = \Phi \frac{\mathcal{R}''}{\mathcal{R}' + \mathcal{R}''} \text{ d'où } \Phi = \frac{\mathcal{R}' + \mathcal{R}''}{\mathcal{R}''} \Phi' = \nu \Phi' \qquad (1)$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

c'est-à-dire qu'il faudra produire en A un flux Φ plus grand que Φ' pour que celui-ci traverse B. Le facteur plus grand que l'unité ν s'appelle *coefficient de perte de flux ou coefficient d'Hopkinson*. $\mathcal{R}''$ ne pouvant être évalué directement, on détermine ν expérimentalement aussi exactement que possible.

En somme, par ce *shuntage* du noyau par l'air, les choses se passent dans ce cas *comme si la réluctance de la partie* B *du noyau, supposée exister seule, était devenue* ν *fois plus petite.*

On a en effet

$$\Phi = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{R} + \dfrac{\mathcal{R}'\,\mathcal{R}''}{\mathcal{R}' + \mathcal{R}''}} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{R} + \dfrac{\mathcal{R}'}{\nu}} \qquad (2)$$

D'autre part, en appelant μ la perméabilité, l', s', l'', s'', les longueurs et sections respectivement du fer et de l'air en dehors du noyau commun

$$\Phi'' = \Phi \frac{\mathcal{R}'}{\mathcal{R}' + \mathcal{R}''}$$

d'où

$$\frac{\Phi''}{\Phi'} = \frac{\mathcal{R}'}{\mathcal{R}''} = \frac{\dfrac{l'}{\mu\, s'}}{\dfrac{l'}{s''}} = \frac{l'\, s''}{\mu\, s'\, l''} \qquad (3)$$

μ allant en diminuant au fur et à mesure que l'induction augmente, on voit que le *flux de fuite devient de plus en plus important vis-à-vis du flux utile* Φ', *quand l'induction augmente.*

Force magnétomotrice nécessitée par un circuit hétérogène portant un enroulement partiel. — Généralement c'est le flux Φ' que l'on considère comme flux principal (calcul des dynamos). Le problème revient alors à déterminer la force magnétomotrice nécessaire pour faire traverser le tronçon de réluctance $\mathcal{R}'$ par le flux Φ', le tronçon de réluctance $\mathcal{R}$ par $\nu\,\Phi'$ et ainsi de suite s'il y a lieu. On tire de l'équation (2)

$$\mathcal{E} = \Phi\,\mathcal{R} + \Phi'\,\mathcal{R}' + \ldots = 4\,\pi\,n'\,I + 4\,\pi\,n''\,I + \ldots$$

équation montrant de quelle manière se décompose la force magnétomotrice totale à appliquer sur le tronçon de réluctance $\mathcal{R}$ pour que tous les tronçons soient le siège des flux indiqués.

Gilberts et Ampères-tours. — Les formules écrites ci-dessus

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

étant en unités C. G. S., si I est exprimé en ampères

$$\mathcal{E} = 4\pi n I/10 \text{ unités C. G. S.}$$

L'unité C. G. S. *de force magnétomotrice s'appelle gilbert. C'est la force magnétomotrice nécessaire pour faire passer une unité* C. G. S. *de flux ou un maxwell dans une réluctance égale à 1 unité* C. G. S. *ou oersted.* 1 gilbert = 1 maxwell × 1 oersted.

Le produit $n I$ porte le nom d'*ampères-tours*. L'ampère-tour correspond à une seule spire traversée par un ampère. Quand dans la formule précédente, $n I = 1$, la force magnétomotrice $\mathcal{E} = 4\pi/10$ gilberts. C'est la force magnétomotrice due à un ampère-tour. Donc, lorsque la force magnétomotrice est donnée en ampères-tours, il suffit de la multiplier par $4\pi/10$ pour l'obtenir en unités C. G. S. ou gilberts et, vice-versa, on réduira une force magnétomotrice exprimée en gilberts en ampères-tours, en la multipliant par $10/4\pi$, soit approximativement 0,8.

APPLICATION. — Cherchons le nombre d'ampères-tours à enrouler sur un noyau annulaire en fer doux, d'une longueur de 14 cm suivant l'axe, d'une section de 2 centimètres carrés, pour y faire passer un flux de 30 000 maxwells, soit le soumettre à une induction de 15 000 gauss.

Nous trouvons dans le tableau de la page 177, qu'à l'induction de 15 000 correspond pour le fer doux une perméabilité de 526. Donc $\mu = 526$, $l = 14$, $s = 2$, $\Phi = 30\,000$. En remplaçant les lettres par leur valeur dans la dernière formule, il vient :

$$30\,000 = \frac{4\pi n I\, 10^{-1}}{\frac{14}{526.2}}, \text{ d'où } n I = 318 \text{ ampères-tours,}$$

ce que l'on pourra réaliser, par exemple, au moyen de 100 spires traversées par un courant de 3,18 A.

Influence d'un entrefer sur la réluctance d'un circuit. — Par définition la perméabilité de l'air est égale à l'unité. La réluctance d'un circuit composé d'une masse en fer, de longueur l sous la section s possédant la perméabilité μ et d'un volume d'air $l' \times s'$ est

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu s} + \frac{l'}{s'}.$$

μ atteignant dans les parties de la courbe utilisées dans les machines la valeur 1000, le second terme sera, en général, très important, et il y aura avantage, afin de réduire la dépense de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

courant nécessaire pour produire un flux donné Φ, de diminuer le plus possible l'entrefer.

APPLICATION. — Reprenons notre noyau annulaire de 14 centimètres de longueur et d'une section de 2 centimètres carrés. Pratiquons-y une section droite, puis écartons les lèvres de la section d'un centimètre. Supposons que la section du flux dans l'entrefer reste égale à celle du fer et calculons le nombre d'ampères-tours qui sera dès lors nécessaire pour faire encore traverser le noyau par un flux de 30 000 maxwells.

Nous aurons

$$\Phi = \frac{4\pi n I 10^{-1}}{\frac{l}{\mu s} + \frac{l'}{s'}}$$

dans laquelle $\Phi = 30\,000$, $l = 14$, $\mu = 526$, $s = 2$, $s' = 2$ et $l' = 1$, d'où $n I = 12\,260$, soit 38,6 fois plus qu'avant !

A densité constante du courant et à égalité de volume occupé par l'enroulement, la force magnétomotrice reste constante. — En effet, I étant le courant total traversant le conducteur, I' la densité du courant ou I/s on a

$$4\pi n I = 4\pi n I' s = 4\pi I' \mathrm{S}.$$

Puisque I' est constant, on peut découper la surface totale transversale S de la bobine de quelque manière que l'on veut, sans modifier son effet magnétique (fig. 125).

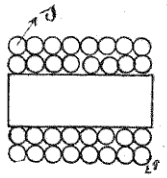


Fig. 125.

On remarquera également que la chaleur dégagée par le passage du courant ne varie pas non plus. L'effet Joule est $I^2 R$. Appelons d le diamètre du fil nu utilisé, $\mathrm{D} = d(1 + k)$ le diamètre du fil revêtu de son isolant, l sa longueur, ρ la résistance spécifique en ohms.

On a

$$R = \frac{4\rho l}{\pi d^2}, \quad I = \frac{\pi d^2}{4} I', \text{ effet Joule } W = R I^2 = \frac{\pi d^2 I'^2 \rho l}{4}.$$

Le volume occupé par le fil

$$\mathrm{V} = \frac{\pi \mathrm{D}^2 l}{4} = \frac{\pi d^2 (1 + k)^2 l}{4}.$$

Tirant de cette expression la valeur de d^2 et la portant dans la précédente il vient

$$W = \frac{\mathrm{V} \rho I'^2}{(1 + k)^2}$$

quantité constante si I' et V restent invariables.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Ampères-tours par centimètre. — En pratique on simplifie les calculs en établissant une fois pour toutes, pour les matériaux que l'on utilise et traduisant les résultats par des courbes, le nombre d'ampères-tours par cm nécessaire pour produire une *induction* donnée.

L'équation $\Phi = \mathfrak{B}\, s = \dfrac{4\pi\, n\, I}{10\,\dfrac{l}{\mu\, s}}$

écrite $$\frac{n\, I}{l} = 0{,}8\,\frac{\mathfrak{B}}{\mu},$$

montre que : *quelle que soit la section du noyau, si la longueur de l'échantillon ne varie pas, le nombre d'ampères-tours par centimètre reste le même pour une même induction* $\mathfrak{B}$. La valeur du rapport $\mathfrak{B}/\mu$ dépend de l'induction $\mathfrak{B}$ et du coefficient de perméabilité μ qui lui correspond.

Il n'est même pas nécessaire d'enrouler uniformément tout le circuit, on peut masser en un ou des points déterminés tous les ampères-tours, quitte à les majorer pour tenir compte du coefficient d'Hopkinson.

Force portante d'un électro-aimant. — Nous avons trouvé précédemment que la force nécessaire pour rompre un aimant placé dans un champ magnétique était, par unité de section normale à l'aimant et à la direction du champ, $2\pi\,\mathfrak{I}^2 + \mathcal{H}\,\mathfrak{I}$. S'il s'agit d'un électro-aimant, il y a encore lieu d'y ajouter la force nécessaire pour séparer en deux tronçons la bobine magnétisante supposée indéfinie. L'intensité magnétique par unité de surface des pôles développés tout le long de son axe (et neutralisés l'un par l'autre) est $\sigma = \pm n_1\, I$. Il en résulte une force portante par unité de surface $2\pi\,\sigma^2 = 2\pi\, n_1{}^2\, I^2$. Mais $\mathcal{H} = 4\pi\, n_1\, I$ d'où $n_1\, I = \mathcal{H}/4\pi$. Remplaçant, il vient $\mathcal{H}^2/8\pi$.

La force nécessaire par unité de section pour produire la rupture du noyau et de l'électro sera dès lors :

$$2\pi\,\mathfrak{I}^2 + \mathcal{H}\,\mathfrak{I} + \frac{\mathcal{H}^2}{8\pi} = \frac{(\mathcal{H} + 4\pi\,\mathfrak{I})^2}{8\pi} = \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi}$$

et la force totale d'arrachement $F = \mathfrak{B}^2\, s/8\pi$.

Section à donner au noyau. — On adopte généralement la forme circulaire, afin d'économiser la longueur de fil néces-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

saire, la section circulaire étant la surface qui possède un périmètre minimum. Cependant on admet parfois la section carrée, pour augmenter la compacité de l'appareil. Cette forme exige non-seulement une plus grande longueur de fil, mais elle favorise les pertes de flux, les lignes de force ayant une tendance à se concentrer sur les arêtes et à rayonner de celles-ci dans l'air ambiant.

Fil à utiliser. — On emploie du fil en cuivre le plus pur possible, pour réduire l'échauffement. Quand la section est très forte, on la rend parfois plus maniable en la constituant au moyen de brins cordés ou de bandes superposées. Ces dernières présentent l'avantage de réduire l'espace perdu.

Dans les appareils de levage soumis à des chocs qui détruiraient promptement les guipages, on emploie du fil d'aluminium oxydé extérieurement, ce qui l'isole suffisamment. La section est toujours de plusieurs millimètres carrés dans ce cas.

Faible tension. — Le fil des petites bobines est généralement isolé à la soie. Comme les parties extérieures et terminales sont particulièrement exposées au point de vue mécanique, il y a lieu de les renforcer en les constituant d'un conducteur de plus fort diamètre.

Moyenne tension. — Pour les tensions moyennes, le fil se recouvre de deux ou trois couches de coton ou d'une tresse de même substance. On utilise aussi du fil *émaillé* que l'on peut bobiner, sans aucun dommage pour l'isolant, sur des noyaux ayant trois à quatre fois son diamètre propre. La souplesse est en général plus grande quand la température est un peu élevée. La résistance d'isolement de ce fil est d'environ 10 M Ω par km. Pour des fils de 0,1 mm, l'isolement résiste à 700 V et, au-dessus de ce diamètre, à plus de 2500 V. Après immersion dans l'eau, l'isolement résiste encore, pour ces deux catégories, à 300 et 500 V.

Haute tension. — Quand il s'agit de hautes tensions, les couches successives de fil sont séparées par du coton imprégné de gomme laque, de la fibre vulcanisée, du mica ou de l'ébonite. On subdivise parfois l'enroulement par des cloisons en ébonite normales à l'axe. On évite ainsi le voisinage immédiat de con-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ducteurs à potentiels très différents, entre lesquels pourraient jaillir des étincelles perçant l'isolant.

Calcul d'un électro-aimant. — Les considérations développées précédemment indiquent nettement la voie à suivre dans la construction des électro-aimants : employer les matériaux le plus perméables possible ; éviter les entrefers et même les joints qui, quelque bien rodés qu'ils soient, présentent toujours une certaine réluctance. La forme en fer à cheval d'une pièce est la plus avantageuse, puisqu'elle donne deux surfaces portantes au lieu d'une.

La puissance d'un électro-aimant se mesure par la force portante qu'il est capable de développer. Nous avons trouvé pour celle-ci :

$$F = \frac{\mathfrak{B}^2 s}{8\pi} \quad \text{ou, en kilogrammes,} \quad \frac{4\mathfrak{B}^2 s}{10^8}.$$

Pour une force portante déterminée, il y a intérêt, afin d'économiser les matériaux, d'admettre pour $\mathfrak{B}$ la plus grande valeur possible, puisque alors s acquerra sa valeur minimum.

Or, si l'on examine la courbe du magnétisme, on voit qu'il n'est pas avantageux de dépasser l'induction de 16 000, parce qu'au-delà, les accroissements de l'induction deviennent de plus en plus faibles par rapport à ceux de la force magnétisante. On se donnera donc $\mathfrak{B} = 16\,000$. Dès lors, si F est connu, s est déterminé, et le problème du calcul d'un électro-aimant apte à développer une force portante fixée, revient à la détermination des bobines capables de produire l'induction $\mathfrak{B}$.

Il faudra, en outre, avoir soin de donner aux parois latérales de la ou des bobines, une surface assurant une dissipation suffisante de la chaleur dégagée par effet Joule. On admet généralement pour les grandes bobines des machines industrielles 10 à 20 cm² par watt dépensé.

APPLICATION. — Quelles sont les dimensions et le nombre de spires d'un électro-aimant qui, traversé par un courant de 5 A, développe une force portante de 25 kg ?

De la formule précédente on tire, en faisant $\mathfrak{B} = 16\,000$

$$s = 25.10^8/4.16\,000^2 = 2{,}4 \text{ centimètres carrés.}$$

Adoptons pour notre électro-aimant la forme en fer à cheval. Comme nous aurons alors deux couples de surfaces portantes

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ayant la même efficacité (surfaces de contact de l'armature et des noyaux), nous pourrons prendre une section moitié moindre, soit 1,2 centimètre carré.

Dessinons l'électro et mesurons la longueur l de son circuit. Supposons que nous trouvions 30 cm. Tout revient maintenant à déterminer le nombre d'ampères-tours qu'il devra porter pour amener l'induction à 16 000.

Nous avons vu précédemment que

$$n\,I = 0{,}8\,\mathfrak{B}\,l/\mu.$$

En admettant du fer semblable à celui ayant servi à dresser le tableau donné page 177, la perméabilité vaut 308 à l'induction 16 000.

Remplaçons dans la formule ci-dessus $\mathfrak{B}$, l et μ par leur valeur, nous obtenons $n\,I = 1246$ et, puisque I doit atteindre 5 A, il faudra une bobine présentant $1246/5 = 250$ spires, ou mieux, deux bobines (une sur chaque branche) de 125 spires.

Le fil utilisé aura une section 2,5 mm^2, si l'on admet une densité de courant de 2A par mm^2. On enroulera le fil de manière à obtenir une surface de refroidissement suffisante.

Embrayages électromagnétiques. — Les embrayages électromagnétiques comportent une bobine annulaire BB (fig. 126) noyée dans une masse de fer doux C, à laquelle le courant est amené au moyen de bagues isolées sur lesquelles frottent des balais. Sous l'aimantation développée, un plateau de fer doux A est attiré et, si la pression des surfaces en contact est suffisante, l'arbre E sur lequel est monté le plateau A se trouve entraîné.

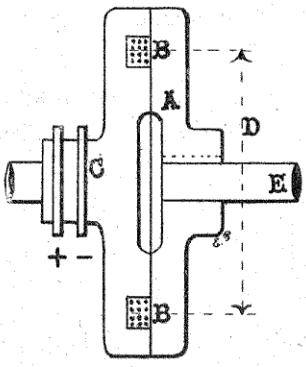


FIG. 126.

APPLICATION. — Calculer un embrayage magnétique capable de transmettre une puissance de 1000 chx à 125 tours, le diamètre moyen D de la bobine étant fixé de manière que la vitesse n'y dépasse pas 18 m par seconde, l'induction à laquelle on amène les pièces en présence étant 10 000 et le coefficient de frottement des deux plateaux 0,2.

Tout revient à calculer la grandeur de la surface frottante.

Si nous supposons toute la puissance du moteur appliquée le

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

long de la circonférence moyenne, il en résulte un effort tiré de la formule

$$F\,v = P$$

d'où $$F = P/v = 1000.75/18 = 4\,166 \text{ kg}.$$

La résistance au frottement des deux plateaux devra donc acquérir cette valeur pour que la transmission ait lieu, ce qui implique qu'ils frottent l'un contre l'autre avec une force F' tirée de l'équation

$$F = 0{,}2\,F'$$

d'où $$F' = 4\,166/0{,}2 = 20\,830 \text{ kg}.$$

Or l'attraction existant entre deux surfaces planes s soumises à une induction $\mathfrak{B}$ étant en kilogrammes

$$F' = \frac{4\,\mathfrak{B}^2\,s}{10^8}$$

la surface nécessaire

$$s = \frac{10^8.\,F'}{4\,\mathfrak{B}^2} = 5\,182 \text{ cm}^{-2}.$$

Pour que la vitesse à la circonférence moyenne ne dépasse pas 18 m par seconde à 125 t par minute, il faut que la longueur de cette circonférence soit telle que

$$18 = 125\,\pi\,d/60$$

d'où $\pi d = 1080/125 = 860$ cm et la largeur de la bande frottante doit atteindre $5182/860 = 6$ cm.

Divers types d'électro-aimants. — Électro-aimant droit.

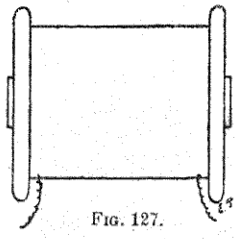


Fig. 127.

L'électro-aimant présente un noyau droit (fig. 127) sur lequel le fil conducteur, généralement isolé par du coton ou de la soie, est bobiné par couches superposées enroulées toujours dans le même sens de gauche à droite dans une couche, puis de droite à gauche dans la suivante et ainsi de suite, le fil étant retenu latéralement par deux joues en matière isolante, ébonite, buis, etc.

Fer a cheval. — Dans l'électro-aimant en fer à cheval, le noyau est recourbé de manière à présenter deux branches parallèles dont on chausse les extrémités des bobines magnéti-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

santes B_1, B_2 (fig. 128). Celles-ci sont enroulées dans le même sens si l'on suit l'axe du noyau ; en sens inverse si l'on regarde les bobines par les extrémités du noyau. Une armature A permet de fermer le circuit magnétique et, ainsi, d'augmenter considérablement la force attractive des pôles.

Souvent le fer à cheval est constitué de trois pièces (fig. 129), deux noyaux droits parallèles chaussés des bobines B_1 B_2, leurs extrémités en regard étant réunies d'un côté par une barre en fer doux C.

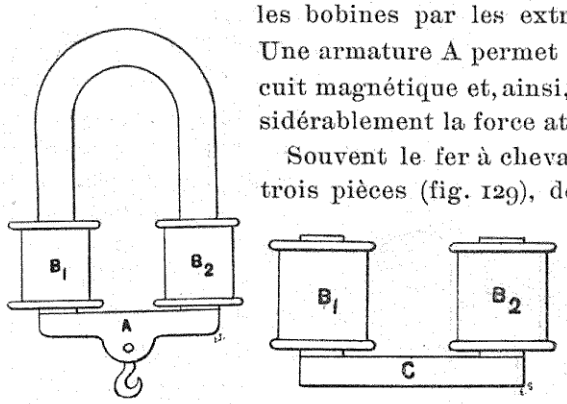
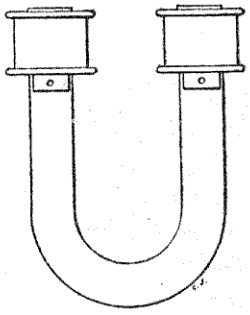


FIG. 128 et 129.

ÉLECTRO POLARISÉ. — Lorsqu'on veut disposer d'électro-aimants très sensibles, on donne aux noyaux une aimantation permanente (fig. 130) en utilisant par exemple un aimant permanent en fer à cheval, dont les extrémités portent les noyaux en fer doux des électros. On amène ainsi le magnétisme des noyaux dans un état tel que le moindre renforcement de la force magnétisante produit une grande augmentation du magnétisme (partie droite de la courbe du magnétisme).


FIG. 130.

ÉLECTRO AIMANT CUIRASSÉ. — On arrive encore à obtenir deux surfaces portantes mais avec une seule bobine et sans recourir au fer à cheval, en entourant la bobine d'un anneau cylindrique CC (fig. 131) en fer venant se poser sur la culasse B.

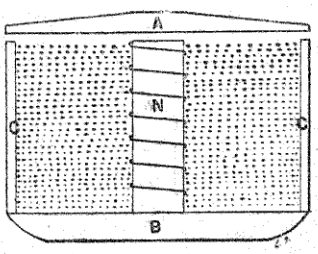


FIG. 131.

L'armature A est ainsi attirée par le noyau et l'anneau. Cet électro-aimant possède une forme très compacte, la réluctance est faible, mais on ne peut y tolérer de fortes

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

densités de courant dans la bobine, son refroidissement étant fortement enrayé par la cuirasse qui l'entoure.

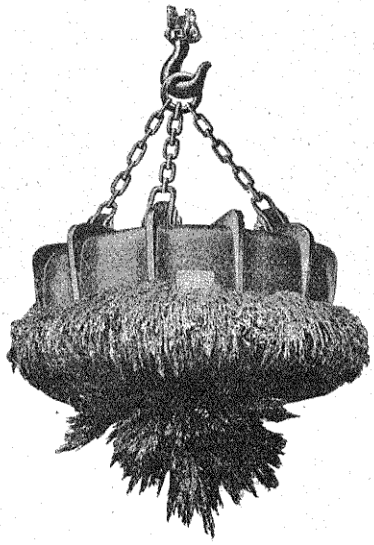


FIG. 132.

Néanmoins, c'est le dispositif employé dans les appareils de levage. La culasse B (fig. 131) en acier magnétique spécial de haute perméabilité possède des nervures de refroidissement et est pourvue d'anneaux; le fil employé est souvent en aluminium oxydé. Si l'on emploie des bobines en cuivre, on les noie dans l'asphalte après avoir fait préalablement le vide, ce qui forme une masse compacte sur laquelle les chocs n'ont pas d'action. Les pièces à soulever : gueuses en fonte, paquets de tôles, etc., etc., constituent l'armature A placée à la partie inférieure (fig. 131 retournée). La figure 132 donne le fantôme magnétique d'un tel électro-aimant.

ARMATURE A DÉPLACEMENT LATÉRAL. — Dans tous les électro-aimants que nous venons d'étudier, le déplacement de l'armature s'effectue dans le sens des lignes de force, augmentant directement l'entrefer, ce qui réduit rapidement le flux utile et par suite l'intensité des pôles et la force attractive.

Quand on veut disposer de déplacements longs, se faisant sous des efforts considérables, il convient de conserver un entrefer réduit d'un bout à l'autre de la course en ne permettant à l'armature qu'un mouvement latéral. C'est le cas pour l'électro-aimant (fig. 133) dans lequel l'armature A, suspendue à des ressorts RR, tend à obliquer vers la droite pour se placer symétriquement aux axes du noyau.

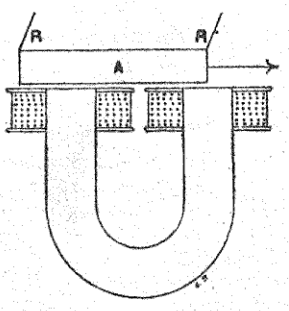


FIG 133.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ÉLECTRO-AIMANT A NOYAU MOBILE. — Lorsque la course de l'armature doit être considérable, pour une faible variation de la force attractive, on met à contribution l'effort de succion d'un solénoïde allongé A A (fig. 134) sur un noyau cylindrique B.

Le noyau B s'aimante par influence et est attiré vers le centre du solénoïde avec une force proportionnelle au produit de l'intensité du champ que développe la bobine par l'intensité du pôle induit; le noyau ayant la longueur de la bobine, on pourra négliger au début l'influence répulsive de son extrémité supérieure. Au fur et à mesure qu'il descendra, la force augmentera en raison du renforcement du champ dû à la diminution de la réluctance, puis la force diminuera par suite de la réduction du champ vers l'extrémité de la bobine et de l'influence répulsive des extrémités, pour enfin s'annuler quand le noyau, placé symétriquement par rapport à l'enroulement, a ses pôles en coïncidence avec ceux de ce dernier et absorbe un flux maximum.

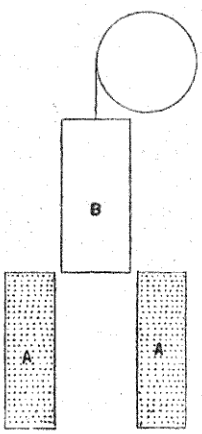
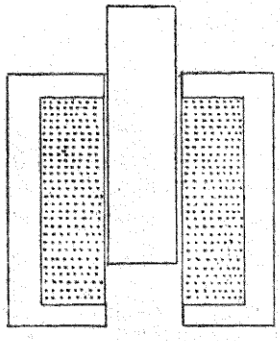


FIG. 134.

On régularise l'effort attractif exercé sur le noyau, quand la course est considérable, soit en lui donnant une forme conique, soit en lui laissant une forme cylindrique et le constituant de rondelles en fer séparées par des rondelles isolantes d'épaisseur d'autant plus grande que l'on approche plus de l'extrémité plongeante du noyau.


FIG. 135.

ÉLECTRO-AIMANT CUIRASSÉ A NOYAU MOBILE. — Les derniers appareils étudiés n'exercent, sur leurs noyaux, qu'un effort relativement faible, en raison de la grande réluctance de leur circuit magnétique. On diminue celle-ci en cuirassant la bobine comme l'indique la figure 135. A remarquer que, dans ce cas, l'influence magnétique extérieure étant nulle, le noyau n'est attiré que lorsqu'il est introduit dans un des orifices de la cuirasse.

ELECTRO-AIMANT DE RUHMKORFF. — Destiné à produire des

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

champs très intenses, il est constitué par un noyau en fer doux d'une pièce, doublement coudé N_1 N_2 N_3 (fig. 136), portant les bobines magnétisantes B_1, B_2, B_3.

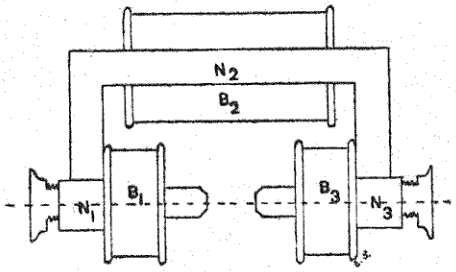


FIG. 136.

Les noyaux des bobines B_1 et B_3, qui ont le même axe, sont filetés et peuvent être rapprochés à volonté. En outre ils sont percés, à leur centre, d'un canal que l'on obture, s'il y a lieu, au moyen d'un cylindre en fer doux.

Quand on doit disposer d'un champ uniforme, on munit les extrémités en regard des noyaux, d'armatures ayant la forme de disques. Si l'on veut obtenir des champs intenses, les armatures sont façonnées en troncs de cônes à 120° d'ouverture. Le champ peut alors atteindre 30 000 gauss pour une distance de 3 mm entre les bases des troncs de cônes.

INTERRUPTEUR AUTOMATIQUE. — On utilise souvent l'électro-aimant pour provoquer des interruptions rythmées d'un circuit. A cet effet son enroulement est mis en rapport avec une source d'électricité A (fig. 137) et, d'autre part, avec le contact de repos D d'une armature constituée par un ressort relié à l'autre pôle de la source par l'intermédiaire d'un interrupteur I. Le contact D est constitué par des rondelles platinées pour éviter l'oxydation due aux étincelles de rupture du circuit.

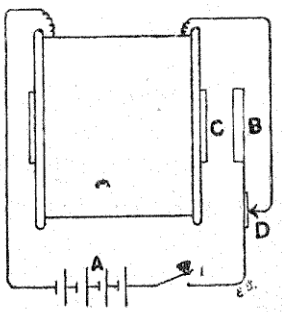


FIG. 137.

Quand on ferme l'interrupteur, le courant traversant l'électro aimante son noyau, lequel attire l'armature B. Celle-ci se déplaçant rompt le circuit en D, d'où disparition de l'aimantation, retour de B vers sa position primitive sous l'action du ressort, refermeture du circuit et ainsi de suite.

Obtention des aimants en acier. AIMANT DROIT. — Pour aimanter un barreau d'acier, on le place symétriquement dans

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

une bobine composée de quelques spires que l'on fait traverser par un courant intense. On promène la bobine d'une extrémité à l'autre et on la ramène enfin au milieu, après avoir passé le même nombre de fois au-dessus de chaque moitié et l'on interrompt le courant.

Fer a cheval. — S'il s'agit d'un aimant en fer à cheval, on utilise une bobine double dont le fil est enroulé en forme de 8, dans laquelle on engage les deux branches du fer à cheval et que l'on fait aller et venir le long des branches droites du fer. L'aimantation ainsi obtenue est intense et régulière.

Aimantation transversale. — Ce que nous avons vu jusqu'ici a trait à l'aimantation longitudinale. Supposons maintenant qu'autour d'un fil de cuivre droit isolé parcouru par un courant, nous enroulions un fil de fer en spires jointives. L'axe de ce fil se trouvant à la distance r de l'axe du fil de cuivre, le champ magnétique moyen agissant sur le fer aura pour valeur $2\,I/r$ et le fil de fer pourra être considéré comme constitué par la juxtaposition de filets solénoïdaux ; l'effet magnétique extérieur sera nul. En déroulant le fil, on trouvera ses extrémités aimantées en sens inverses.

De la même manière un fil de fer traversé par un courant s'aimante transversalement, de sorte qu'en le sectionnant longitudinalement suivant son axe, on trouverait les arêtes opposées aimantées inversement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE VIII.

Effets divers dus au champ magnétique.

a) Action sur la lumière.

Rotation magnétique du plan de polarisation de la lumière. — Placée dans une direction parallèle ou oblique aux lignes de force magnétiques, toute substance transparente, solide, liquide ou gazeuse, présente la propriété de faire tourner le plan de polarisation d'un rayon de lumière qui la traverse. L'effet est maximum dans le premier cas ; il est nul quand la direction des lignes de force et celle du rayon lumineux sont à l'angle droit ; il est proportionnel à la composante du champ suivant la direction du rayon pour les positions intermédiaires.

La rotation est moins grande pour les corps biréfringents que pour les monoréfringents. Parmi les solides, le verre pesant de Faraday (borosilicate de plomb) et parmi les liquides le sulfure de carbone sont le plus affectés.

L'expérience se réalise comme l'indique la figure 138. La substance expérimentée se place en B sur un chariot mobile, entre les deux noyaux creux d'un électro-aimant de Faraday pourvu d'un côté d'un polariseur P, de l'autre d'une analyseur A. La source de lumière se trouve en L.

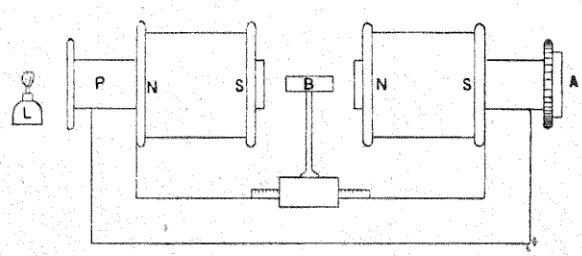


FIG. 138.

La lumière étant homogène et l'analyseur à l'extinction, on

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

constate que le rayon lumineux reparaît quand on fait passer le courant. Il faut tourner l'analyseur d'un angle lu sur le limbe, pour le faire disparaître de nouveau. Le renversement du courant fait dévier le plan de polarisation en sens inverse d'un angle égal.

La rotation est dite *positive* quand elle a lieu dans le sens de la marche du courant. C'est le cas pour les substances diamagnétiques. Elle est négative dans le cas contraire. Les corps magnétiques font dévier le plan de polarisation les uns positivement, les autres négativement.

Loi de Verdet. — *La rotation du plan de polarisation entre deux points est proportionnelle à la différence de potentiel magnétique qui existe entre ces deux points, ou au travail produit par le déplacement de l'unité de pôle entre ces deux points.*

$$\theta = \rho\,(\mathfrak{V} - \mathfrak{V}') = \rho\,\mathcal{H}\,l$$

$\mathfrak{V}$ et $\mathfrak{V}'$ sont les potentiels magnétiques en deux points distants de l pris sur le trajet des rayons lumineux, ρ est la rotation que fournit la substance considérée, pour une différence de potentiel égale à l'unité. Elle porte le nom de *constante de Verdet*. La valeur de cette quantité varie à peu près en raison inverse du carré de la longueur d'onde, pour les diverses raies du spectre.

Galvanomètre optique. — L'équation écrite en dernier lieu nous donne un moyen commode de mesurer l'intensité d'un courant en valeur absolue.

Plaçons en effet une longueur l de la substance dans un champ uniforme, par exemple suivant l'axe d'une longue bobine possédant n_1 spires par unité de longueur et traversée par le courant I. L'intensité du champ ou différence de potentiel magnétique par centimètre aura pour valeur :

$$\mathcal{H} = 4\,\pi\,n_1\,I.$$

θ étant la rotation observée on aura :

$$\theta = \rho\,4\,\pi\,n_1\,I\,l.$$

Moyennant la connaissance de θ, ρ, n_1 et l, I, sera connu.

On peut éluder la nécessité de posséder un enroulement uniforme à nombre de spires *connu* par unité de longueur, en enfermant simplement la substance polarisable, du sulfure de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

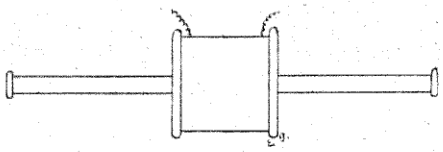


FIG. 139.

carbone par exemple, dans un long tube obturé par des glaces et entouré en son milieu par une bobine de forme quelconque, possédant n spires (fig. 139).

Le tube étant assez long pour que l'action de la bobine soit négligeable sur ses extrémités, le rayon lumineux qui le traverse passe d'un point où le potentiel magnétique est nul, à un autre où il atteint $4\pi n I$. On a donc :

$$\theta = \rho\, 4\pi n I.$$

Phénomène de Keer. — Tombant sur la surface polie d'un morceau de fer, un rayon de lumière polarisée dans un des azimuts principaux reste polarisé dans le plan primitif et peut être éteint par un analyseur. Si on aimante alors le fer, *la lumière reparaît dans l'analyseur.*

Phénomène de Zeeman. — Dans celui-ci le champ n'agit plus sur un rayon qui se propage, mais bien sur un rayon en voie de formation.

Une flamme de sodium par exemple, est placée dans le champ d'un électro-aimant et l'on observe, au moyen d'un appareil dispersif, le rayon correspondant à l'une des raies D, soit dans la direction des lignes de force, soit normalement à celles-ci.

Dans la direction des lignes de force la raie D, simple avant l'établissement du champ, se dédouble sous l'action de celui-ci, en deux raies situées à égale distance de part et d'autre de la place qu'occupait la raie qui a disparu. Toutes les deux sont polarisées circulairement et en sens contraire, la plus réfrangible, c'est-à-dire celle dont la période est la plus courte, tournant dans le sens du courant.

Dans la direction perpendiculaire aux lignes de force, la ligne simple est remplacée, quand le champ magnétique agit, par trois raies dont la centrale occupe la position de la raie primitive. Toutes trois sont polarisées rectilignement : la médiane parallèlement aux lignes de force, les deux autres normalement.

Ces phénomènes varient avec les raies. Quelques-unes ne se dédoublent pas, d'autres donnent un grand nombre de composantes.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

b) Action sur le courant.

Phénomène de Hall. = Supposons une plaque rectangulaire métallique mince traversée par un courant amené suivant son axe de figure A B (fig. 140) et se propageant de A vers B.

Deux points C et D, à égale distance de A et B sont au même potentiel, comme l'accuse un galvanomètre G reliant ces deux points.

Mais, dès qu'un champ magnétique intense traverse normalement la plaque, une portion plus ou moins grande du courant se dérive dans le galvanomètre. Il en est de même pour une décharge instantanée.

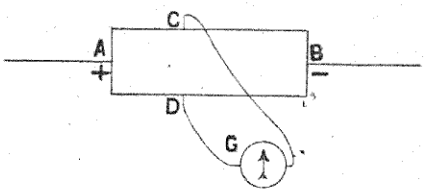


FIG. 140.

L'électricité est entraînée dans le sens de la force électromagnétique, c'est-à-dire de D vers C dans la plaque et de C vers D à travers de galvanomètre pour le fer, le cobalt, le zinc; en sens inverse ou de D vers C dans le galvanomètre pour le nickel, l'or, l'argent, le bismuth. L'effet est nul pour le platine et le plomb.

Appelons V_1 et V_2 les potentiels aux points C et D, R la résistance comprise extérieurement entre ces deux points, I' l'intensité du courant dérivé et I l'intensité du courant principal. En vertu de la loi d'Ohm

$$V_1 - V_2 = E = I' R.$$

D'autre part l'expérience montre que la loi du phénomène est donnée par la formule

$$E = \mathrm{K} \frac{I \mathcal{H}}{l}$$

K étant une constante, $\mathcal{H}$ l'intensité du champ et l l'épaisseur de la lame.

Les points C et D étant au milieu de la plaque A B, K possède les valeurs suivantes :

Bismuth	— 8580	Cobalt	+ 2,40
Nickel	— 14	Fer	+ 7,85
Or	— 0,66	Antimoine	+ 14

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

le signe + indiquant que la déviation des courants concorde avec le sens de la force électromagnétique.

Pour le bismuth on remarque un autre phénomène, l'augmentation de la résistance quand il est plongé dans un champ magnétique. Cette augmentation de résistance peut servir à la mesure du champ (pince de Lenard).

c) Déplacements électromagnétiques.

Action du courant sur l'aiguille aimantée. — Soit un courant rectiligne perpendiculaire à la feuille de papier dont la trace est en A (fig. 141) allant du lecteur à la feuille de papier et une aiguille aimantée N. S. Nous savons que les lignes de force du courant sont des circonférences concentriques à l'axe du conducteur. Par conséquent les surfaces équipotentielles sont des plans passant par cet axe et, puisque entre deux surfaces équipotentielles le travail effectué est le même, alors que les parcours suivant les lignes de force sont proportionnels à la distance à l'axe, nous en concluons que les intensités aux divers points sont inversement proportionnelles aux distances à l'axe.

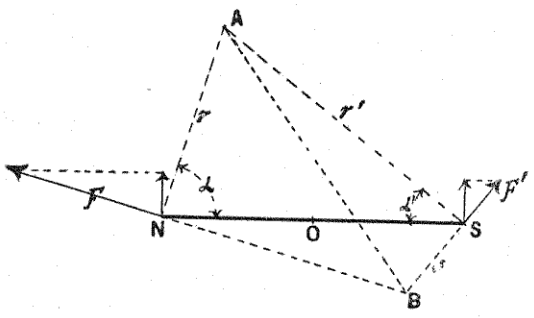


Fig. 141.

Cette propriété résulte d'ailleurs directement de la loi de Biot et Savart.

$$F = \frac{2\,I\,m}{r}.$$

En appelant F en F' les forces appliquées aux masses $+ m$ et $- m$ de l'aiguille, r et r' leurs distances à l'axe, nous aurons

$$Fr = F'r'.$$

Puisque la somme des moments est nulle par rapport au point A, c'est que la résultante des forces passe par ce point. Dans le cas de la figure, elle est dirigée vers le conducteur. Ceci nous explique pourquoi des grains de limaille s'attachent

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sur un conducteur parcouru par un courant suffisamment intense, leur aimantation ayant précisément la même orientation que ci-dessus ou l'orientation inverse quand le courant est lui-même inversé.

Si l'aiguille était retournée ou si le courant passait en sens contraire, la direction de la force résultante serait inverse.

Supposons maintenant l'aiguille mobile autour de son centre de figure O. Ses extrémités sont soumises à deux forces normales à sa direction, tendant à la faire tourner en sens inverse

$$F \cos \alpha \text{ et } F' \cos \alpha'.$$

Il y a équilibre si $F \cos \alpha = F' \cos \alpha'$ ou, puisque $Fr = F'r'$, si $\frac{\cos \alpha}{r} = \frac{\cos \alpha'}{r'}$.

Mais dans le triangle A N S, $\frac{r}{\sin \alpha'} = \frac{r'}{\sin \alpha}$.

La condition précédente revient à :

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha'} = \frac{\cos \alpha'}{\sin \alpha}$$

ou $$\sin \alpha \cos \alpha = \sin \alpha' \cos \alpha'$$

ou $$\sin 2\alpha = \sin 2\alpha'$$

Cette égalité est satisfaite dans deux cas :

1° Quand $2\alpha = 2\alpha' \pm 2k\pi$, ce qui revient à $2\alpha = 2\alpha'$ ou $\alpha = \alpha'$ dans le cas qui nous occupe ; alors $r = r'$;

2° quand $2\alpha + 2\alpha = (2k + 1)\pi$.

Mais comme $\alpha + \alpha' < \pi$, $2\alpha + 2\alpha' < 2\pi$, la dernière égalité devient $2\alpha + 2\alpha' = \pi$ ou $\alpha + \alpha' = \pi/2$.

Cette condition indique qu'il y a équilibre indifférent si le fil se trouve sur la circonférence décrite sur l'aiguille comme diamètre.

Si au contraire, le point A se trouve à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle, l'aiguille tournera dans un sens ou dans l'autre jusqu'à ce que la première condition d'équilibre soit réalisée.

Rotation d'un courant par un aimant. — Un courant mobile dans un champ magnétique tend à se mouvoir dans le sens de la force électromagnétique qui le sollicite. Si les dispositions sont prises pour qu'il se trouve continuellement placé dans la même situation vis-à-vis du champ, il tournera indéfiniment.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Ce sera le cas pour un conducteur A B C (fig. 142) mobile autour d'un axe coïncidant avec l'axe de l'aimant N S et se terminant dans la région neutre de celui-ci. Le flux coupé par A B C sera maximum si le point C est au milieu de l'aimant. m étant la masse d'un pôle, le flux qui en émane est $4\pi m$ d'après le théorème de Gauss. Le couple moteur C provoquant la rotation de A B C est constant et le travail par tour 2π C. Ce travail est égal, en vertu de la règle de Faraday à $4\pi m I$, I étant l'intensité du courant traversant le conducteur, d'où

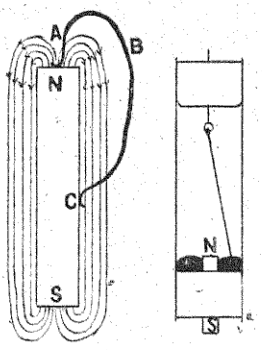


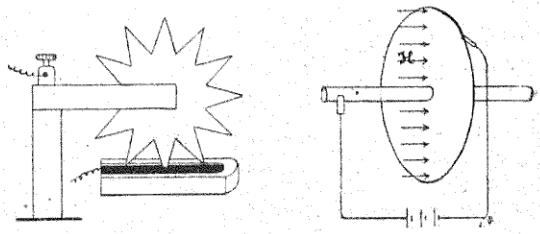
FIG. 142 et 143

$$C = \frac{4\pi m I}{2\pi} = 2 m I.$$

Il est indépendant de la grandeur et de la forme du conducteur A B C. La vitesse que ce dernier prend va en croissant, jusqu'à ce que les résistances passives donnent un couple équilibrant le couple moteur. A ce moment le régime est atteint et la vitesse devient uniforme. Le mouvement s'inverse, quand on renverse la direction du courant.

L'expérience se réalise simplement, ainsi que l'indique la fig. 143, au moyen d'un tube fermé par deux bouchons dont l'inférieur, recouvert de mercure, laisse émerger le pôle d'un aimant. Le bouchon supérieur est traversé par un conducteur recourbé en œillet, auquel on suspend un fil de platine plongeant dans le mercure. Ce fil prend un mouvement de rotation autour du pôle, dès qu'un courant le traverse.

Roue de Barlow, disque de Faraday. — Dans la roue de Barlow (fig. 144) et le disque de Faraday (fig. 145) on profite du déplacement pour faire tourner un axe. A cet effet dans le premier


FIG. 144 et 145.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

appareil, la roue plonge ses dents inférieures dans un godet à mercure placé entre les branches d'un aimant en fer à cheval, le courant étant amené à la roue d'une part, au mercure d'autre part, tandis que dans le second appareil le disque, placé normalement au champ, reçoit le courant au moyen de balais frottant sur son axe et sa jante.

En appelant S la surface du disque de Faraday, le flux coupé par tour est $\mathcal{H}$ S et le travail $\mathcal{H}$ S I. Il est indépendant de la vitesse.

Rotation de liquides et de gaz. — Lorsque le courant traverse un liquide, celui-ci se déplace également sous l'effet de la force électromagnétique, propriété utilisée dans certains compteurs d'énergie. Comme liquide, on met généralement à contribution le mercure ; sa vitesse est proportionnelle à la quantité d'électricité qui a passé.

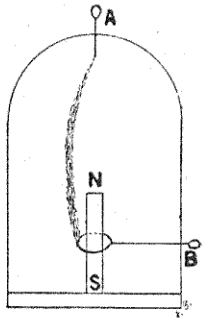


FIG. 146.

Le déplacement se produit aussi avec les gaz. L'expérience se réalise très élégamment en faisant jaillir une effluve entre deux électrodes A et B (fig. 146) comprenant entre elles un pôle d'aimant.

On met aussi ce phénomène à profit, pour couper l'arc consécutif à la rupture dans certains interrupteurs, en faisant traverser l'étincelle par un flux magnétique intense.

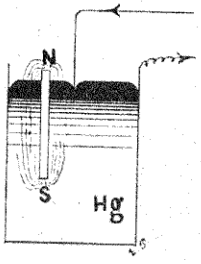


FIG. 147.

Rotation d'un aimant par un courant. — Inversement si le courant est rendu fixe, tandis que l'aimant est mobile, c'est ce dernier qui se déplacera.

Par exemple un aimant cylindrique N S (fig. 147) convenablement lesté pour flotter sur le mercure Hg un de ses pôles restant au dehors, tournera indéfiniment autour du courant amené ou partant par un conducteur central.

Rotation d'un courant par un courant. — En produisant le flux magnétique au moyen d'un solénoïde traversé par un courant, les expériences antéprécédentes permettent d'obtenir la rotation d'un courant par un courant. Par exemple si le cou-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

rant montant par la tige centrale A (fig. 148) et descendant par les deux conducteurs latéraux B et C qui plongent dans une rigole de mercure, passe d'abord dans quelques spires entourant en SS le vase à mercure, on reproduira exactement les conditions de l'expérience (fig. 145). L'effet des conducteurs descendants B et C est d'ailleurs concordant, puisque B et C sont symétriquement placés par rapport au champ magnétique émis par le solénoïde S S.

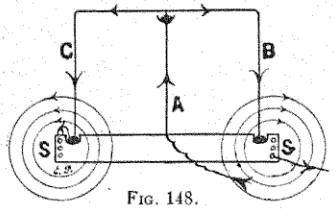


FIG. 148.

Action de deux courants parallèles. — Il résulte des expériences précédentes qu'*un courant tend à traverser normalement le champ magnétique dans lequel il se trouve*, ce que nous savions d'ailleurs par ce que nous avons vu en électromagnétisme. Si donc deux courants sont parallèles et de même sens, l'un A (fig. 149) indéfini et fixe, l'autre B de longueur finie et mobile, ce dernier sera sollicité à se déplacer dans le plan des deux courants. Les règles vues précédemment, notamment la règle des trois doigts, nous montreront que les courants tendent à se rapprocher. La force sollicitant les conducteurs peut d'ailleurs se calculer aisément. Le champ en B dû au courant I, perpendiculaire au plan des conducteurs, a pour expression en unités électromagnétiques C. G. S., r étant la distance des conducteurs

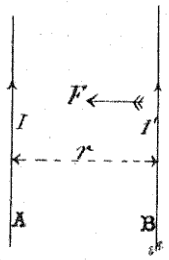


FIG. 149.

$$\mathcal{H} = 2I/r.$$

Mais en vertu de la loi de Laplace, la force agissant sur la longueur dl de courant I' est

$$dF = \mathcal{H}\, I'\, dl \sin(\mathcal{H}, dl) = \mathcal{H}\, I'\, dl.$$

et pour la longueur l

$$F = \frac{2I}{r} I'\, l.$$

Cette force varie comme l'action sur un pôle, en raison inverse de la distance.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Courants fermés. — Un courant fermé étant l'équivalent d'un feuillet magnétique tendra, comme ce dernier, à se placer dans la position où le flux pénétrant par sa face négative est maximum

Soient Φ_1 et Φ_2 les flux embrassés dans les positions de départ et d'arrivée. En supposant que le courant I soit resté constant dans la spire, le travail effectué est

$$T_1^2 = I\,(\Phi_2 - \Phi_1).$$

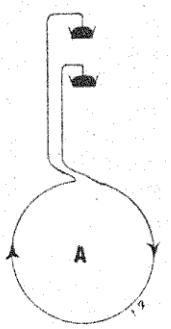


Fig. 150.

Si le flux magnétique est produit par un second courant fermé d'intensité I' et que $\mathfrak{M}_1$ et $\mathfrak{M}_2$ soient, dans les positions 1 et 2, le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits, c'est-à-dire le flux qu'envoie un circuit à travers l'autre quand il est traversé par le courant unité

$$\Phi_1 = \mathfrak{M}_1 I', \quad \Phi_2 = \mathfrak{M}_2 I'$$

d'où

$$T_1^2 = I I' (\mathfrak{M}_2 - \mathfrak{M}_1).$$

Pour une variation infiniment petite

$$d\,T = I I'\, d\,\mathfrak{M}.$$

Par exemple un cadre A (fig. 150) mobile dans le champ terrestre autour d'un axe vertical, s'orientera de manière à placer sa face négative perpendiculairement à la direction du méridien magnétique, c'est-à-dire de manière que l'opérateur placé au sud et regardant vers le nord, voie le courant tourner dans le sens des aiguilles d'une montre. Si, au moment où la spire arrive dans la position de maximum de flux embrassé par sa face négative, on renverse la direction du courant, la spire continuera son mouvement de rotation. Le travail produit par tour sera $2\,I\,S\,\mathcal{H}$. De même un cadre C C (fig. 151) mobile autour d'un axe horizontal A A' s'oriente de manière à présenter sa face négative perpendiculairement à l'aiguille d'inclinaison.

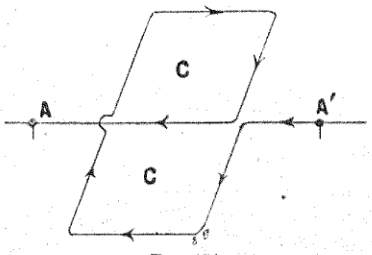


Fig. 151.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Enfin, un cavalier C C′ (fig. 152), flottant de part et d'autre sur deux bains de mercure B B′ dans lesquels on amène les pôles d'une source d'électricité, va se déplacer, dès qu'un courant passe, de manière à faire entrer le plus grand flux possible par la face négative du circuit qu'il ferme. Ceci montre qu'un conducteur siège d'un courant, tend à acquérir la plus grande surface possible et à prendre notamment la forme circulaire qui possède la plus grande surface sous le plus faible périmètre.

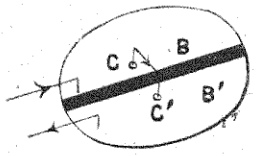


Fig. 152.

Explication des actions magnétiques et électromagnétiques par la notion des lignes de force. — On peut se rendre compte des actions magnétiques et électromagnétiques en attribuant, avec Faraday, certaines propriétés simples aux lignes de force.

Faraday les assimilait à des filets élastiques tendus se repoussant mutuellement quand ils ont la même direction, s'attirant quand ils sont de sens contraires et ayant une tendance à se raccourcir en empruntant le chemin le plus perméable magnétiquement.

Le trajet des lignes de force est pratiquement mis en évidence par les fantômes magnétiques. Considérons (fig. 153) un aimant inducteur N S, auprès duquel nous amenons un morceau de fer doux S N. Celui-ci présentant un trajet plus perméable, les lignes de force s'y concentreront en s'allongeant et, en vertu de leur tendance à se raccourcir, l'attireront contre le noyau inducteur N S où il viendra prendre une position stable en raison de l'attraction existant entre les masses polaires de noms contraires.

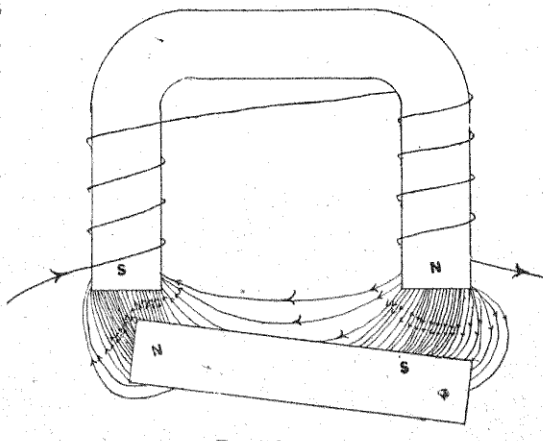


Fig. 153.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

De même, les lignes de force voisines de deux courants rectilignes de même sens étant de sens contraires s'attirent, se déforment (fig. 154) et, ayant une tendance à reprendre leur position symétrique, poussent les deux conducteurs l'un vers l'autre.

Si au contraire les courants sont de sens inverses, les lignes de force voisines étant de même sens se repoussent et écartent les conducteurs l'un de l'autre (fig. 155).

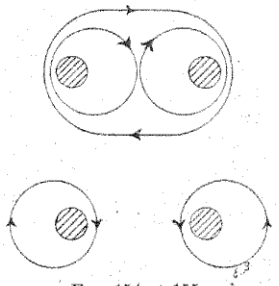


Fig. 154 et 155.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE IX.

Induction électromagnétique.

§ I. — Généralités.

Phénomène d'induction. — *Toute variation dans la valeur du flux magnétique traversant un circuit y développe un courant dit induit, naissant et cessant en même temps que la variation.*

La direction de ce courant est toujours telle que le flux qu'il engendre tend à s'opposer à la variation du flux inducteur, le réduisant s'il augmente, l'augmentant s'il diminue.

Loi générale de l'induction. — Soit un circuit de résistance totale R alimenté par une source de force électromotrice E, siège d'un courant dont l'intensité, donnée par la loi d'Ohm, est

$$I = \frac{E}{R} \text{ d'où } E\,I\,dt = I^2 R\,dt.$$

Cette égalité signifie que la puissance électrique dépensée à chaque instant par la source est complètement transformée en chaleur par effet Joule.

Supposons le circuit plongé dans un champ magnétique. Le conducteur qui le constitue sera, comme nous le savons, soumis à une force électromagnétique perpendiculaire en chaque point au plan du courant et du champ, de sorte que si l'une des portions du conducteur est suffisamment mobile, elle se mettra en mouvement, produisant un travail dW pendant le temps dt. Ce travail ne peut s'accomplir qu'aux dépens de la source d'électricité, seul générateur d'énergie du système et, comme E et R sont constants par hypothèse, il faut nécessairement que, pendant le temps infiniment petit considéré, le courant ait pris une nouvelle valeur i, telle que

$$E\,i\,dt = i^2 R\,dt + dW.$$

Mais, en vertu de la règle de Faraday, le travail accompli par

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

un conducteur se déplaçant dans un champ, est égal au produit de l'intensité du courant par le nombre de lignes de force coupées pendant le déplacement. Donc :

$$dW = i\,d\Phi, \quad \text{d'où} \quad Eidt = i^2 R\,dt + i\,d\Phi$$

et enfin

$$i = \frac{E - \frac{d\Phi}{dt}}{R}.$$

Le numérateur étant nécessairement homogène, le terme

$$-\frac{d\Phi}{dt}$$

doit représenter une force contre électromotrice qui, ainsi que son signe l'indique, tend à diminuer l'intensité du courant, si $d\Phi$ est positif.

D'une manière générale, l'effet de l'induction est donc de développer une force électromotrice

$$e_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Supprimons le générateur d'électricité, faisons parcourir au conducteur mobile *le même chemin qu'auparavant pendant le même temps*, tout sera resté le même, sauf que $E = 0$.

Nous aurons

$$i = -\frac{\frac{d\Phi}{dt}}{R}$$

Cette dernière équation montre qu'un circuit immobile, traversé par un flux magnétique variable, est également le siège d'une force électromotrice d'induction *toujours égale et de signe contraire au taux de variation du flux rapporté au temps.*

Siège de la force électromotrice d'induction. Règle de Faraday. — La variation du flux embrassé par un circuit mobile dans un champ fixe ne peut se produire que si des lignes de force en sortent ou y entrent, c'est-à-dire que si tout au moins une partie des conducteurs du circuit coupent des lignes de force. Il résulte du raisonnement précédent que *ce sont les conducteurs coupant les lignes de force et eux seuls qui sont le siège de la force électromotrice induite.* On peut donc encore

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dire que la force électromotrice induite dans un conducteur, est égale au nombre de lignes de force coupées dans l'unité de temps. Si le champ est uniforme, ce nombre est égal *au produit de l'intensité du champ par la projection, sur un plan perpendiculaire à sa direction, de la surface décrite par le conducteur pendant l'unité de temps.* Voilà pour la grandeur de la force électromotrice induite ; voyons maintenant comment on détermine son sens.

Loi de Lenz. — Le circuit étant fermé, un courant induit prend naissance. Ce courant, se trouvant dans le champ magnétique inducteur, subit de la part de celui-ci un effet mécanique : il est soumis à une force. Lenz a reconnu, et il est facile de s'en assurer expérimentalement, que la force électromagnétique qui sollicite le conducteur est opposée à son déplacement et il ne peut évidemment qu'en être ainsi, en vertu du principe de la conservation de l'énergie. En d'autres termes, *la force électromagnétique due à la réaction du courant induit, sur le champ inducteur, tend à empêcher le mouvement.*

On peut déduire de cette règle le sens de la force électromotrice induite. Le sens du mouvement du conducteur dans le champ étant connu, il suffit de chercher à l'aide du bonhomme d'Ampère par exemple, ou par la règle de Fleming, *quelle est la direction du courant développant une force de sens opposé au mouvement.*

Application. — Soit un circuit constitué par quatre conducteurs rectangulaires A B C D (fig. 156) dont le quatrième C D peut glisser d'un mouvement uniforme sur A D et B C dans le sens A D, B C. Le champ magnétique dirigé de l'avant à l'arrière étant perpendiculaire au plan de la feuille de papier, en appelant v la vitesse du conducteur C D de longueur l se déplaçant de dx pendant le temps dt,

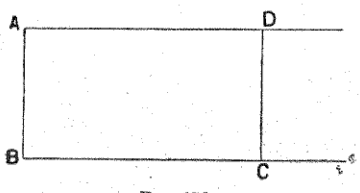


Fig. 156.

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mathcal{H}\, l\, dx}{dt} = -\mathcal{H}\, l\, v.$$

Pour obtenir le sens de E_i, cherchons la direction du cou-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

rant donnant une force électromagnétique dirigée en sens inverse du mouvement effectivement réalisé, c'est-à-dire de C vers B. En regardant dans la direction du champ, nous voyons que le courant doit entrer par les pieds, c'est-à-dire marcher dans le sens C D. C'est précisément celui de la force électromotrice induite. La règle du bonhomme d'Ampère étant d'application incommode, on en a cherché d'autres plus simples.

Règle de Maxwell ou du tire-bouchon. — Si l'on suppose qu'un tire-bouchon avance en tournant dans la direction du champ, le sens de la rotation indique le sens positif de la force électromotrice. Or, lorsque le flux ou le nombre de lignes de force diminue, la force électromotrice

$$-\frac{d\Phi}{dt}$$

est positive, puisque l'accroissement $d\Phi$ est négatif. Si le flux augmente, elle est négative, puisque alors l'accroissement $d\Phi$ est positif, c'est-à-dire qu'elle est orientée en sens inverse du mouvement du tire-bouchon. En résumé, *la force électromotrice d'induction est orientée dans le sens de la rotation d'un tire-bouchon enfoncé dans la direction des lignes de force, lorsque le flux décroît ; elle est orientée en sens inverse, quand le flux croît.*

Règle de Fleming ou des trois doigts. — La règle de Maxwell n'est pas applicable quand le conducteur est rectiligne. On peut alors se servir de la règle de Fleming, mais en utilisant la *main droite*. Le pouce, l'index et le médius placés à angles droits sont dirigés : le pouce dans le sens du mouvement (vers lequel le conducteur est *poussé*), l'index dans le sens du champ (induction), le médius indique le sens de la force électromotrice engendrée par le mouvement.

Règle de Cruciani. — La règle de Fleming n'est pas toujours d'application aisée. Celle de M. Cruciani au contraire, s'applique dans tous les cas avec la plus grande facilité.

Les lignes de force étant considérées comme des filets déformables, le conducteur qui les coupe les fait d'abord fléchir (fig. 157) *et il suffit de faire tourner un tire-bouchon dans le*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sens de leur enroulement pour obtenir, par son mouvement, le sens de la force électro-motrice induite.

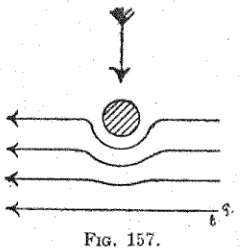


FIG. 157.

Par exemple, soit un champ dirigé de droite à gauche et coupé par un conducteur animé d'un mouvement de haut en bas. Les lignes de force tendront à s'enrouler autour de lui comme l'indique la figure et, en faisant tourner un tire-bouchon dans le sens de l'enroulement, on en déduit que la force électromotrice est dirigée de l'observateur vers la feuille de papier.

REMARQUE. — Dans la dernière égalité E_i est exprimée en unités C. G. S. électrostatiques quand $\mathcal{H}$ est évalué en unités de cette espèce et en unités électromagnétiques quand on donne $\mathcal{H}$ en unités électromagnétiques, cas de beaucoup le plus général.

Comme nous l'avons déjà indiqué (p. 25) le volt vaut 10^8 unités C. G. S. électromagnétiques, de sorte que la formule donnant E_i en volts, quand $\mathcal{H}$ est exprimé en unités électromagnétiques est

$$E_i = \mathcal{H}\, l\, v\, 10^{-8}.$$

Si nous évaluons l et v en mètres, la formule devient

$$E_i \text{ (volts)} = \frac{\mathcal{H}\, l \text{ (mètres)}\ v \text{ (mètres)}}{10^4}.$$

Disque de Faraday. — Prenons comme second exemple le disque de Faraday. Relions les deux balais métalliques frottant l'un sur l'axe, l'autre sur la circonférence du disque par un conducteur de résistance R (fig. 158) et imprimons au disque un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω, r étant le rayon du disque et $\mathcal{H}$ l'intensité du champ perpendiculairement à ce dernier, un rayon quelconque coupe pendant un tour complet du disque $\pi\, r^2\, \mathcal{H} = S\, \mathcal{H}$ lignes de force. Le tour s'effectuant pendant T secondes, une force électromotrice moyenne $E_i = -\pi\, r^2\, \mathcal{H}/T$ y sera développée. Remplaçons T en fonction de la vitesse angu-

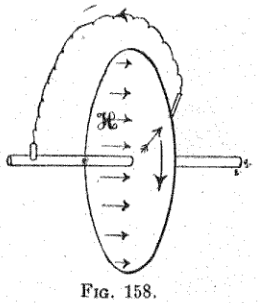


FIG. 158.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

laire $\omega = 2\pi/T = 2\pi n$ d'où

$$E_i = -\frac{r^2 \mathcal{H} \omega}{2} = -S \mathcal{H} n.$$

En négligeant la résistance du disque, l'intensité sera

$$I = \frac{S \mathcal{H} n}{R}.$$

APPLICATION. — Quelle devrait être la surface d'un disque tournant à raison de 10 tours par seconde autour d'un axe horizontal situé dans le méridien magnétique suivant la direction des lignes de force terrestres, pour que la force électromotrice qu'il développe soit de 1 volt, la composante horizontale du champ terrestre étant 0,2 unité C. G. S ?

Nous tirons de l'équation établie plus haut

$$S = \frac{E}{n \mathcal{H}} = \frac{10^8}{10 \times 0{,}2}$$ soit un rayon de 40 mètres.

Induction unipolaire. — Si l'on fait tourner d'un mouvement uniforme avec la vitesse angulaire ω autour d'un pôle nord d'intensité m l'arc A B C (fig. 159), il sera le siège d'une force électromotrice d'induction ($4\pi m$ lignes de force coupées par tour en vertu du théorème de Gauss)

$$-\frac{4\pi m}{T} = -2 m \omega = -\frac{2 m \omega}{10^8}$$ volts.

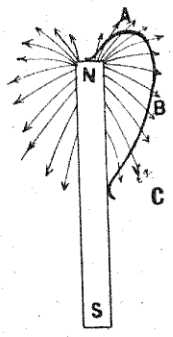


FIG. 159.

Quantité d'électricité induite. Mesure de l'intensité d'un champ. — L'intensité du courant dû à une variation de flux est à un moment quelconque

$$i = \frac{-\frac{d\Phi}{dt}}{R}$$

La quantité d'électricité induite par la variation totale du flux passant de o à Φ pendant le temps t sera

$$Q = \int_o^t i\, dt = \int_o^{\Phi} -\frac{d\Phi}{R} = -\frac{\Phi}{R}.$$

Le flux revenant ensuite à zéro induira la quantité

$$\int_{\Phi}^{o} -\frac{d\Phi}{R} = \frac{\Phi}{R}$$

égale à la précédente mais de signe contraire, c'est-à-dire qu'elle se déplace en sens inverse.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La quantité d'électricité est indépendante du temps que la variation a mis à s'accomplir. Si le temps est fort court, la quantité Q parcourt le circuit à la façon d'une décharge et se mesurera au moyen d'un galvanomètre balistique. Nous démontrerons plus loin que la première déviation de l'aiguille de cet appareil est proportionnelle à la quantité d'électricité ayant traversé son cadre.

Inclinomètre de Weber. — Soit une bobine de surface S enroulée de n spires, que nous placerons verticalement, perpendiculairement au méridien magnétique. Ses extrémités sont en rapport avec deux bagues isolées (fig. 160) sur lesquelles frottent deux balais reliés à un galvanomètre balistique.

En retournant la bobine face pour face, la variation de flux, entièrement due à la composante horizontale $\mathcal{H}$ sera $2\,n\,S\,\mathcal{H}$ et l'on aura

$$Q_1 = \frac{2\,n\,S\,\mathcal{H}}{R} = \frac{\alpha_1}{k'}$$

α_1 étant la première élongation du galvanomètre.

Plaçons ensuite la bobine horizontalement et faisons-lui effectuer une demi-rotation autour d'un axe horizontal, perpendiculaire au méridien magnétique. La composante verticale $\mathcal{Z}$ interviendra seule et l'on aura

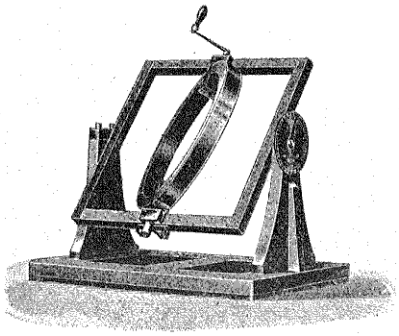


Fig. 160.

$$Q_2 = \frac{2\,n\,S\,\mathcal{Z}}{R} = \frac{\alpha_2}{k'}$$

d'où $$\frac{\mathcal{H}}{\mathcal{Z}} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \operatorname{tg} I$$

ce qui donnera la valeur de l'inclinaison et, si la constante k' du galvanomètre est connue ainsi que n, S et la résistance totale du circuit, les valeurs de $\mathcal{H}$ et $\mathcal{Z}$.

Courbe de magnétisme d'un aimant. — De même, si l'on fait glisser par petites impulsions égales une bobine entourant exactement un aimant, un galvanomètre balistique relié à la bobine donne des élongations proportionnelles à la densité du flux dans les diverses régions de l'aimant, ce qui permet de tra-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cer sans difficulté la courbe de répartition de son magnétisme.

Mesure du flux d'induction. — Soit une longue bobine de section s, siège d'un courant I, renfermant un noyau cylindrique allongé en fer doux N S (fig. 161) de section s' placé suivant l'axe de la bobine. n_1 étant le nombre de spires par unité de longueur, l'intensité du champ règnant dans le vide de la bobine sera $\mathcal{H} = 4\pi n_1 I$ et l'induction dans le cylindre $\mathfrak{B} = \mu \mathcal{H}$.

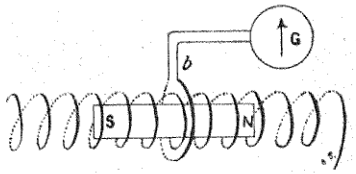


FIG. 161.

Le flux traversant une des spires de la bobine a pour expression

$$(s - s')\ \mathcal{H} + \mu \mathcal{H}\, s' = \mathcal{H}(s - s' + \mu\, s')$$

et le flux total à travers les n spires de la bobine

$$\Phi = n\, \mathcal{H}\, (s - s' + \mu\, s')$$

En renversant le courant on mesurera, à l'aide d'une bobine auxiliaire b présentant m spires, la variation de flux $2\, m\, \mathcal{H}$ $(s - s' + \mu\, s')$ qui en résulte, ce qui permettra de déterminer subsidiairement la perméabilité μ.

Selfinduction. — Ecrivons l'équation générale précédemment trouvée sous la forme :

$$E\, i\, d\, t = i^2\, R\, dt + i\, d\, \Phi.$$

Il y a lieu de distinguer, dans le flux Φ, la partie due au courant lui-même. *On appelle coefficient de selfinduction le flux émis dans le circuit par unité de courant.* Le flux dû à la selfinduction sera $\mathfrak{L}\, i$.

Pour une variation $d\, i$ du courant, la variation du flux propre est $\mathfrak{L}\, d\, i$ d'où, en désignant par Φ_e le flux extérieur

$$d\, \Phi = d\, \Phi_e + \mathfrak{L}\, d\, i.$$

Remplaçant dans l'équation précédente et divisant par $i\, d\, t$

$$E = i\, R + \frac{d\, \Phi_e}{d\, t} + \frac{\mathfrak{L}\, d\, i}{d\, t}.$$

Si pendant le temps $d\, t$ le flux extérieur n'a pas varié

$$E = i\, R + \frac{\mathfrak{L}\, d\, i}{d\, t}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Enfin, au cas où il n'y aurait pas de source d'électricité dans le circuit, $E = 0$ et l'on a

$$0 = iR + \frac{\mathfrak{L}\, di}{dt}.$$

REMARQUE. — Ces équations sont générales et pouvaient s'écrire directement, en vertu de la seconde loi de Kirchhoff $\Sigma Ri = \Sigma E$ en tenant compte de ce que la force électromotrice due à la selfinduction est contre-électromotrice et doit être affectée du signe —, $+E$ donnant la direction positive. De même, si un condensateur est inséré dans le circuit, pendant sa période de charge il donne lieu à une force contre-électromotrice ayant, en vertu de l'équation générale $Q = CV$, pour valeur $\int_0^t \frac{i\,dt}{C}$, de sorte que l'on pourrait écrire directement

$$iR = E - \frac{\mathfrak{L}\, di}{dt} - \int_0^t \frac{i\,dt}{C}$$

Valeur du coefficient de selfinduction. — Le coefficient $\mathfrak{L}$ dépend de la *forme du circuit* et du *milieu dans lequel il est plongé*. La forme de l'enroulement a une influence directe sur les dimensions du circuit magnétique, donc sur la réluctance et par suite sur le flux, tandis que la nature du milieu ambiant intervient au point de vue de la perméabilité. Si la bobine est complètement entourée de fer, nous avons vu que, pour les faibles inductions, la perméabilité est plusieurs milliers de fois plus grande que celle de l'air, ce qui majore d'autant le coefficient de selfinduction.

Il en résulte que le coefficient de selfinduction est en général variable, ses variations étant corrélatives de celles de la perméabilité. Il est constant et *minimum* pour un enroulement donné, lorsque le circuit magnétique est exclusivement constitué de matière non-magnétique, l'air par exemple, ou de substance magnétique entièrement saturée. Dans les deux cas $\mu = 1$. $\mathfrak{L}$ est pratiquement constant dans la partie sensiblement droite de la courbe du magnétisme.

Quoi qu'il en soit il y a donc lieu, pour le préciser, non seulement d'indiquer l'intensité du courant traversant la bobine, mais encore, pour pouvoir tenir compte de l'hystérèse, de spécifier les états magnétiques antérieurs.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Soit une bobine enroulée régulièrement autour d'un axe circulaire.

En appelant n_1 le nombre de spires par centimètre suivant son axe et s la section, le flux magnétique intérieur est exprimé pour un courant I par

$$\mathcal{H} s = 4 \pi n_1 I s.$$

Le flux total traverse successivement les n spires de la bobine. Par suite le flux à travers celle-ci est :

$$\Phi = n \cdot \mathcal{H} s$$

et le coefficient de *selfinduction* a par définition pour valeur :

$$\mathfrak{L} = \frac{\Phi}{I} = 4 \pi n_1 n s = \frac{4 \pi n^2 s}{l}.$$

Il est donc proportionnel au carré du nombre des spires.

Une telle bobine ayant 10 spires par unité de longueur, une longueur de 30 centimètres et une section de 5 centimètres carrés aurait un coefficient de *selfinduction* constant de 1,88 . 10^5 unités C. G. S. ou

$$\frac{1{,}88 \cdot 10^5}{10^9} = \frac{1{,}88}{10^4} \text{ henrys } (*)$$

S'il y a dans la bobine un noyau en fer de perméabilité actuelle μ, occupant toute la section, le coefficient devient :

$$\mathfrak{L}' = 4 \pi n_1 n s \mu.$$

Cette expression est applicable à un électro-aimant droit de grande longueur, à condition de négliger l'influence des extrémités. Vers celles-ci, en effet, les lignes de force divergent et sortent latéralement : il y a dispersion du flux.

La valeur élevée que peut acquérir le coefficient μ explique les effets inductifs infiniment plus considérables que ceux des bobines sans noyau, fournis par les électro-aimants.

Effet de la selfinduction. Extra-courant de fermeture et de rupture. — La valeur de la force électromotrice de selfinduction:

$$e_s = - \frac{\mathfrak{L} d i}{d t}$$

(*) Le henry, unité pratique de selfinduction, vaut 10^9 unités C. G. S. électromagnétiques comme nous le verrons plus loin.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

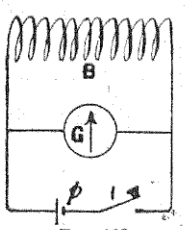


FIG. 162.

montre que quand le courant croît, $d\,i$ étant positif, la force électromotrice de selfinduction est négative ; *elle s'oppose à l'établissement du courant*. Au contraire si le courant décroît, di étant négatif, la force électromotrice est positive, *elle tend à prolonger le courant*. On peut facilement s'en rendre compte expérimentalement.

Soit une bobine B (fig. 161) avec ou sans noyau magnétique, sur laquelle nous dérivons un galvanomètre G et que peut alimenter une pile p quand on ferme l'interrupteur I. Celui-ci étant fermé, un certain courant traverse le galvanomètre et fait dévier son aiguille. Ramenons celle-ci au zéro et rompons le circuit : l'aiguille dévie en sens inverse, indice du passage d'un courant émis par la bobine après la rupture du circuit de la pile, dans le même sens que celui qui la traversait. C'est l'*extra-courant de rupture*. Si maintenant nous amenons l'aiguille dans la position qu'elle atteignait en régime permanent, puis que nous fermions le circuit, nous constatons qu'elle se déplace au-delà de la déviation permanente ensuite atteinte, comme si la bobine B présentait, au premier moment, une obstruction plus grande, ou comme si elle envoyait au début, un courant i' s'ajoutant à celui de la pile. C'est l'*extra-courant de fermeture*.

Equation du courant à la fermeture. — CONSTANTE DE TEMPS. — En remplaçant Φ par sa valeur $\mathfrak{L}\,d\,i$ dans l'équation générale il vient :

$$i = \frac{E - \mathfrak{L}\,\frac{di}{dt}}{R}$$

d'où en séparant les variables :

$$\frac{d\,t}{\mathfrak{L}} = \frac{d\,i}{E - i\,R}$$

Au bout du temps t le courant possèdera l'intensité définie par

$$\int_o^t \frac{d\,t}{\mathfrak{L}} = \int_o^i \frac{d\,i}{E - i\,R}$$

ou $$\frac{t}{\mathfrak{L}} = -\frac{1}{R}\log_e \frac{E - i\,R}{E} \quad \text{et} \quad \log_e \frac{E - i\,R}{E} = -\frac{R\,t}{\mathfrak{L}}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Repassant des logarithmes aux nombres

$$\frac{E - iR}{E} = e^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}} \quad \text{ou} \quad i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}}\right)$$

dans laquelle e est la base des logarithmes népériens.

Le rapport $\frac{\mathfrak{L}}{R}$ s'appelle la *constante de temps* du circuit (*). On le désigne habituellement par τ et l'on écrit :

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Le courant n'atteint théoriquement sa valeur permanente $I = E/R$ qu'au bout d'un temps $t = \infty$. Pratiquement le terme $e^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}}$ décroît assez rapidement pour être négligeable après un temps fort court.

Reprenons la bobine p. 215 dont le coefficient de selfinduction était $1{,}88/10^4$ henrys ou $1{,}88{,}10^5$ unités C. G. S. et supposons qu'elle présente une résistance d'un ohm $= 10^9$ unités C. G. S. Le terme $Rt/\mathfrak{L}$ vaudra $10^9\, t/1{,}88\ 10^5 = 10^4\, t/1{,}88 = 5319\, t$, nombre très grand, assignant à $1/e^{5319\ t}$ une valeur rapidement très faible.

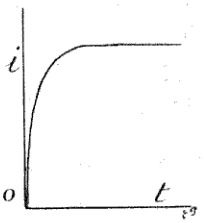


FIG 163.

La courbe de l'intensité en fonction du temps s'élève rapidement à partir de l'origine, puis tend vers une asymptote parallèle à l'axe des temps (fig. 163).

Développons l'exponentielle en série :

$$e^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}} = 1 - \frac{Rt}{\mathfrak{L}} + \frac{R^2 t^2}{1.2\,\mathfrak{L}^2} - \frac{R^3 t^3}{1.2.3\,\mathfrak{L}^3} + \ldots.$$

Si le temps considéré est très petit, nous pourrons négliger les termes à partir du troisième et il reste

$$i = \frac{Et}{\mathfrak{L}}$$

(*) Comme nous le verrons plus loin, $\mathfrak{L}$ a les dimensions d'une longueur, R d'une longueur divisée par un temps, donc

$$\left[\frac{\mathfrak{L}}{R}\right] = \left[\frac{L}{L\,T^{-1}}\right] = [T].$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

montrant qu'à l'instant de la fermeture du circuit la selfinduction joue un rôle prépondérant, la résistance étant momentanément négligeable.

La quantité d'électricité passant dans le circuit pendant la période variable du courant est

$$Q = \int_0^t i\,dt = \int_0^t \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)dt = \frac{E}{R}t - \frac{E}{R}\int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}}dt$$
$$= \frac{E}{R}\left(t - \tau\right) + \frac{E}{R}\,\tau\, e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

A partir d'une certaine valeur de t dépendant de la grandeur de τ, le second terme devient négligeable et l'on a simplement

$$Q = \frac{E}{R}\left(t - \tau\right)$$

$\frac{Et}{R}$ est la quantité qui aurait passé pendant le temps t si le courant avait pris instantanément son régime permanent ; $\frac{E\tau}{R}$ est la quantité dont l'extra-courant a diminué la première. En la considérant comme ayant passé en sens inverse dans le circuit, on peut dire que $\frac{E\tau}{R}$ représente la quantité d'électricité due à l'extra-courant inverse ou de fermeture.

APPLICATIONS. — I. Une bobine mesure 500 ohms et a un coefficient de selfinduction de 15 henrys, Quelle sera la valeur de l'intensité du courant après 0,01 de seconde ? Rappelons qu'un ohm = 10^9 unités C.G.S. électromagnétiques de résistance et 1 henry = 10^9 unités C. G. S. électromagnétiques de selfinduction.

$$\frac{Rt}{\mathfrak{L}} = 0{,}33 \text{ d'où } 2{,}718^{0{,}33} = 1{,}39.$$

L'intensité sera au bout de 0,01 de seconde :

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - \frac{1}{1{,}39}\right) = \frac{E}{R}\left(1 - 0{,}72\right) = 0{,}28\,\frac{E}{R}.$$

soit les 0,28 de sa valeur permanente,

II. Le circuit d'excitation d'un moteur à courant continu sous 250 volts mesure 62,5 Ω. Son coefficient de self étant de 562,5 H au bout de combien de secondes le courant d'excitation aura-t-il atteint la 1/2 et les 0,9 de sa valeur permanente ?

On a $i = 4\ (1 - e^{-0{,}1111\,t})$.

i aura atteint 2 A au bout d'un temps $t = 6{,}23$ secondes et les 0,9 ou 3,6 A après 20,8 secondes.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Equation du courant à l'ouverture. — A l'ouverture du circuit le courant se continue par une étincelle dont on ignore la résistance. Pour simplifier, nous supposerons que la résistance du circuit est maintenue constante, par la substitution à la pile d'une résistance équivalente.

L'équation différentielle du courant sera dans ces conditions

$$i = \frac{-\mathfrak{L}\frac{di}{dt}}{R}$$

laquelle, par intégration entre $I_0 = E/R$ et i donne

$$i = \frac{E}{R}\, e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

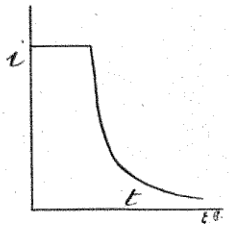


FIG. 164.

Ce courant décroît rapidement (fig. 164).

La quantité d'électricité transportée par l'extra-courant est

$$Q' = \int_0^t i\, dt = \frac{E}{R}\int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}}\, dt = \frac{E}{R}\,\tau\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right).$$

Pour une valeur suffisante de t, $Q' = E\tau/R$. *C'est précisément la quantité correspondant au courant inverse de fermeture.*

La quantité totale d'électricité développée par la pile est $Q + Q' = Et/R$, *la même que s'il n'y avait pas eu d'action inductive.*

En somme, l'effet de la selfinduction est d'augmenter la résistance apparente des conducteurs pendant la période variable, sans toutefois modifier la quantité totale d'électricité déplacée, puisque l'extra-courant d'ouverture restitue l'exacte quantité dont l'extra-courant inverse a diminué le débit à la fermeture du circuit.

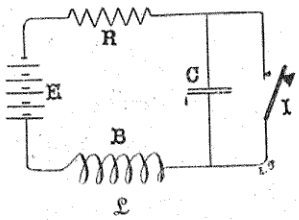


FIG. 165.

Elévations de potentiel dues à l'extra-courant de rupture. — Soit un circuit comportant une pile E (fig. 165), une résistance R, une bobine B de self $\mathfrak{L}$ et un condensateur C que peut mettre en court-circuit l'interrupteur I. Voyons ce qui va se passer quand on ouvre ce dernier.

Pendant la période variable provoquée par l'ouverture du

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

circuit le courant, qui avait pour valeur constante I_0, va brusquement varier puisque le condensateur C de capacité C se charge rapidement. En vertu de la remarque faite précédemment, nous pourrons écrire à un instant quelconque de la période variable.

$$R\,i = E - \mathfrak{L}\,\frac{d\,i}{d\,t} - \int \frac{i\,dt}{C}$$

Dérivons par rapport au temps, en remarquant que E est constant et ordonnons tous les termes dans un même membre, par rapport à i. Nous obtenons

$$\mathfrak{L}\,\frac{d\,i^2}{d\,t^2} + R\,\frac{d\,i}{d\,t} + \frac{i}{C} = 0$$

équation différentielle du second degré sans second membre, que nous mettrons sous la forme

$$\frac{d^2\,i}{dt^2} + \frac{R}{\mathfrak{L}}\,\frac{d\,i}{d\,t} + \frac{i}{C\,\mathfrak{L}} = 0 \qquad (1)$$

Posons $i = e^{mt}$, d'où $\frac{d\,i}{d\,t} = m\,e^{mt}$, $\frac{d^2\,i}{d\,t^2} = m^2\,e^{mt}$ et remplaçons. Il vient

$$e^{mt}\left(m^2 + \frac{R}{\mathfrak{L}}\,m + \frac{1}{C\,\mathfrak{L}}\right) = 0$$

dont l'intégrale générale est de la forme

$$i = A\,e^{m_1 t} + B\,e^{m_2 t}$$

avec $m_1 = -\frac{R}{2\,\mathfrak{L}} + \sqrt{\frac{R^2}{4\,\mathfrak{L}^2} - \frac{1}{C\,\mathfrak{L}}}$, $m_2 = -\frac{R}{2\,\mathfrak{L}} - \sqrt{\frac{R^2}{4\,\mathfrak{L}^2} - \frac{1}{C\mathfrak{L}}}$.

Posons $\sqrt{\frac{R^2}{4\,\mathfrak{L}^2} - \frac{1}{C\,\mathfrak{L}}} = \rho$ et $\frac{R}{2\,\mathfrak{L}} = a$

il viendra

$$i = A\,e^{(-a+\rho)t} + B\,e^{-(a+\rho)t}.$$

Cette équation représente une courbe dont les ordonnées décroissent rapidement. Autrement dit, le courant partant de sa valeur permanente I_0, s'annulera promptement, ce qui ne présente rien de particulier.

Il n'en sera plus de même si les racines du trinome sont imaginaires. Le radical exposant peut alors s'écrire

$$\sqrt{\frac{1}{C\,\mathfrak{L}} - \frac{R^2}{4\,\mathfrak{L}^2}}\ \sqrt{-1}$$

et l'intégrale générale est, en posant

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$$\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}} - \frac{R^2}{4\mathfrak{L}^2}} = \rho'$$

$$i = e^{-at}(\mathrm{C}\cos\rho' t + \mathrm{D}\sin\rho' t)$$

d'où $\frac{di}{dt} = -a\,e^{-at}(\mathrm{C}\cos\rho' t + \mathrm{D}\sin\rho' t) + e^{-at}(-\rho'\,\mathrm{C}\sin\rho' t + \rho'\,\mathrm{D}\cos\rho' t).$

Au temps $t = 0$, $i = I_0$ et $\frac{di}{dt} = o$.

Transportons ces conditions dans les deux équations précédentes il vient

$$I_0 = \mathrm{C},\quad o = -a\,I_0 + \rho'\mathrm{D}\quad \text{d'où}\quad \mathrm{D} = \frac{a\,I_0}{\rho'}.$$

Les constantes étant déterminées, nos deux équations prennent la forme

$$i = I_0\,e^{-at}\left(\cos\rho' t + \frac{a}{\rho'}\sin\rho' t\right)$$

$$\frac{di}{dt} = -I_0\,e^{-at}\left(\frac{a^2}{\rho'} + \rho'\right)\sin\rho' t.$$

Le courant est oscillatoire et amorti et sa période d'oscillation

$$T = \frac{2\pi}{\rho'} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}} - \frac{R^2}{4\mathfrak{L}^2}}}$$

Si $a = \frac{R}{2\mathfrak{L}}$ approche de l'unité, $\frac{R^2}{4\mathfrak{L}^2}$ est négligeable en présence de $\frac{1}{C\mathfrak{L}}$ (C étant toujours très petit) et il reste $T = 2\pi\sqrt{C\mathfrak{L}}$. Comme nous le verrons plus loin, c'est la condition de *résonnance*. En outre a/ρ' étant pour la même raison très petit, dans la valeur de i le terme en sinus peut être négligé en présence de celui en cosinus et il reste pour $t = o$

$$i = I_0\cos\frac{t}{\sqrt{C\mathfrak{L}}}.$$

La dérivée première nous montre que la tangente est horizontale au temps o. C'est donc à ce moment que le courant passe par son maximum.

Etudions la valeur de la différence de potentiel aux bornes

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

du condensateur. Au temps t

$$V = \frac{q}{C} = \int_o^i \frac{i\,dt}{C} = \frac{I_o}{C}\int_o^t \cos\frac{t}{\sqrt{C\mathfrak{L}}} = \frac{I_o\sqrt{C\mathfrak{L}}}{C}\left[+\sin\frac{t}{\sqrt{C\mathfrak{L}}}\right]_o^t$$

$$= + I_o\sqrt{\frac{\mathfrak{L}}{C}}\sin\frac{t}{\sqrt{C\mathfrak{L}}}.$$

Cette différence de potentiel est maximum au temps $t = T/4 = \pi\sqrt{C\mathfrak{L}}/2$ et vaut $I_o\sqrt{\mathfrak{L}/C}$. Supposons $E = 110$ volts (accumulateurs ayant une résistance négligeable), $C = 2\ \mu F$, $\mathfrak{L} = 45$ H, $R = 1088\ \Omega$.

$$V_m = \frac{110}{1088}\sqrt{\frac{45}{2.10^{-6}}} = 478\ V.$$

Donc, bien que ne disposant que de 110 V, on appliquera aux bornes du condensateur une différence de potentiel de 478 V quand on rompt le circuit.

On remarque que le schéma de la figure précédente, correspond au cas où un long câble alimente de courant continu une installation commandée par un interrupteur. Au moment de la manœuvre de celui-ci, il peut donc y avoir danger de percement du diélectrique (fait constaté en pratique) par suite des surélévations de potentiel dues à ce que les facteurs R, C et $\mathfrak{L}$ ont certaines valeurs particulières correspondant au cas de la résonnance dans le circuit.

Energie intrinsèque d'un courant. — Pendant la période de fermeture, le courant doit surmonter à chaque instant la force contre-électromotrice de selfinduction, développant un travail distinct de l'effet Joule et qui s'emmagasine sous forme d'énergie potentielle dans le circuit.

Pour en déterminer la valeur, il suffira, partant de l'équation générale

$$i = \frac{E - \mathfrak{L}\frac{di}{dt}}{R}$$

d'écrire que cette énergie potentielle n'est rien autre que l'excédant de l'énergie développée par la pile pendant la période variable, sur celle dissipée par effet Joule pendant le même temps. Multipliant par $i\,dt$, chassant le dénominateur et intégrant entre les limites correspondantes on aura

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$$\int_o^t E\,i\,dt - \int_o^t i^2\,R\,dt = \int_o^t \mathfrak{L}\,i\,di = \frac{\mathfrak{L}\,I^2}{2}.$$

Cette énergie intrinsèque, emmagasinée dans le flux magnétique de la bobine, reste constante tant que le courant ne varie pas. Quand le courant cesse, le champ magnétique disparaît en la restituant.

EXEMPLE. — Un électro-aimant de coefficient de selfinduction de 25 henrys et d'une résistance de 5 ohms est traversé par un courant de 10 ampères. 1° Quelle est la valeur de son énergie potentielle ? 2° Quelle est la puissance développée à la rupture ?

1° L'énergie emmagasinée est
2 500/2 = 1250 joules = 1250 × 10^7 ergs = 1250/9,81 soit 127,5 kilogrammètres correspondant à 100 kg élevés à une hauteur de 1,27 m.

2° L'équation du courant à la rupture est

$$i = 10/e^{\frac{t}{5}}$$

Ce courant sera tombé au 1/1000 de sa valeur permanente, c'est-à-dire sera devenu pratiquement nul au bout d'un temps donné par l'équation

$$0{,}001 = 10/e^{\frac{t}{5}}$$

d'où $t = 46''$ environ. La puissance dépensée correspondra en moyenne à 127,5/46 = 2,77 kgm par seconde environ.

Effet de la selfinduction dans le cas des courants dérivés. — Si des deux conducteurs B_1 B_2 (fig. 166) de résistances R_1, R_2, placés en dérivation, l'un présente un coefficient de selfinduction $\mathfrak{L}$, voyons ce qui va se passer quand nous fermons puis ouvrons le circuit principal siège d'une force électromotrice.

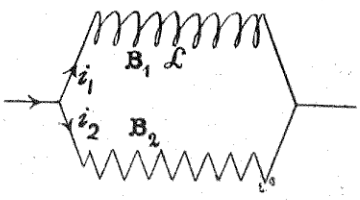


FIG. 166.

Appliquons la seconde loi de Kirchhoff à la boucle R_1 R_2 pendant la période variable, en prenant comme sens positif celui de i_1

$$R_1\,i_1 - R_2\,i_2 = -\mathfrak{L}\,\frac{di_1}{dt}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Multiplions par $d\,t$ et intégrons entre les temps $t = o$, fermeture du circuit et t, fin de la période d'ouverture pour lesquels l'intensité est nulle

$$R_1 \int_o^t i_1\, d\,t - R_2 \int_o^t i_2\, dt = - \mathfrak{L} \int_o^o d\,i_1 = 0.$$

L'équation précédente peut s'écrire :

$$R_1\, Q_1 - R_2\, Q_2 = o \text{ ou } Q_1/Q_2 = R_2/R_1$$

montrant que *les quantités qui ont traversé les deux branches sont en raison inverse des résistances*, tout comme si la branche R_1 avait été dénuée de selfinduction. Celle-ci ne modifie donc pas la répartition dans le cas de la décharge d'un condensateur à travers les deux dérivations par exemple.

Effet, dans un circuit dérivé, d'une capacité dérivée sur une résistance, mise en série avec une selfinduction. — Considérons le cas un peu plus compliqué où, dans la dérivation présentant une selfinduction, se trouve placé en série avec celle-ci un condenseur C dérivé sur une résistance R (fig. 167).

Lorsque l'interrupteur est abaissé, un courant permanent traverse les deux dérivations, I étant l'intensité dans la branche inductive, le condensateur se trouvera chargé au potentiel $R\,I$ et sa charge sera $Q = C\,R\,I$.

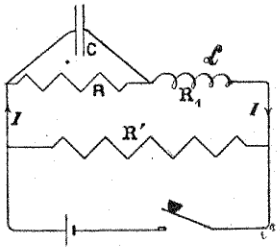


Fig. 167.

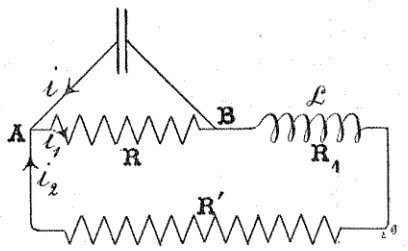


Fig. 168.

Au moment de la rupture du circuit de la pile, le courant I disparaît, et le condensateur se décharge tendant à envoyer dans la résistance $R' + R_1$ un courant opposé à l'extra-courant de selfinduction. Nous allons chercher la quantité d'électricité qui passe dans $R' + R_1$ et allons l'exprimer en fonction de C et $\mathfrak{L}$.

Soient à un moment donné de la décharge, i le courant dans la branche du condensateur, i_1 le courant traversant R, i_2 celui traversant $R' + R_1$ (fig. 168).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Appliquée au point A la première loi de Kirchhoff donne :

$$i + i_2 - i_1 = o.$$

Multiplions par dt et intégrons entre les limites de la période variable

$$\int i\,dt + \int i_2\,dt - \int i_1\,dt = o$$

ou
$$Q = Q_1 - Q_2. \qquad (1)$$

Appliquons à la maille A B R_1 R' la seconde loi de Kirchhoff

$$i_1 R + i_2 (R_1 + R') = - \mathfrak{L} \frac{d i_2}{d t},$$

multiplions par dt et intégrons en remarquant qu'au temps $t = o$, $i_2 = I$

$$\int i_1 R\,dt + \int i_2 (R_1 + R')\,dt = - \mathfrak{L} \int_{+I}^{o} d i_2 = \mathfrak{L} I$$

ou
$$R Q_1 + (R_1 + R') Q_2 = \mathfrak{L} I.$$

Eliminons Q_1 au moyen de la relation $Q_1 = Q + Q_2$

$$R (Q + Q_2) + (R_1 + R') Q_2 = \mathfrak{L} I. \text{ Mais } Q = C R I$$

d'où
$$C R^2 I + Q_2 (R + R_1 + R') = \mathfrak{L} I$$

et
$$Q_2 = \frac{I (\mathfrak{L} - C R^2)}{R + R_1 + R'}.$$

Une capacité C dérivée sur une résistance R, mise en série avec un coefficient de selfinduction, joue un effet inverse à celui-ci; elle correspond à un coefficient de selfinduction négatif égal à $C R^2$.

En particulier si $\mathfrak{L} = C R^2$, la décharge du condensateur dans la branche dérivée R' est nulle.

Enroulements sans induction. — Il peut être utile de disposer d'enroulements dépourvus de *selfinduction*. Comment les obtenir ? Considérons un bobinage effectué au moyen de deux fils isolés enroulés simultanément; il donne deux enroulements à nombres égaux de spires agissant sur le même circuit magnétique et y produisant, en vertu de la relation générale trouvée précédemment, des flux égaux et de même polarité quand ils sont parcourus par des courants égaux et de même sens

$$\Phi = 4\pi ni/\mathfrak{R}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Réunissons maintenant entre eux les deux enroulements à une de leurs extrémités adjacentes, et admettons-y un courant quelconque. Après avoir traversé un des enroulements, le courant traversera l'autre *en sens inverse*. Il tendra donc, dans ce second enroulement, à développer un flux égal et contraire

$$\Phi = -4\pi ni/\mathfrak{R},$$

de sorte que l'effet magnétique résultant sera nul.

De la même manière, deux fils droits voisins ou deux conducteurs cordés ensemble, ne donnent pas lieu à des effets d'induction appréciables, quand ils sont traversés par des courants égaux et opposés.

Influence de la continuité du circuit magnétique sur la valeur du coefficient de selfinduction. — De l'équation $\Phi = \mathfrak{L} i$ nous tirons $\mathfrak{L} = d\Phi/di$. Nous avons vu que, dans le cas d'une bobine annulaire à noyau en fer doux fermé sur lui-même, de section s, toutes les lignes de force restent confinées dans ce dernier. Le flux traversant chaque spire a pour valeur $\mathfrak{B}_m s$. Si nous renversons le courant, le flux est inversé et devient $-\mathfrak{B}_m s$. Sa variation est donc $\mathfrak{B}_m s - (-\mathfrak{B}_m s) = 2\,\mathfrak{B}_m s$ pour une variation $2i$ du courant. En vertu de l'équation différentielle précédente

$$\mathfrak{L} = \frac{n\,2\,\mathfrak{B}_m s}{2i} = \frac{n\,\mathfrak{B}_m s}{i}.$$

Lorsqu'au lieu de renverser le courant on le fait varier alternativement entre o et i, quand le courant revient à zéro, le noyau reste le siège d'une induction rémanente considérable $\mathfrak{B}_o$, de sorte que pour une variation $+i$ du courant, la variation de flux n'est plus que $n(\mathfrak{B}_m - \mathfrak{B}_o)s$, et le coefficient

$$\mathfrak{L} = \frac{n(\mathfrak{B}_m - \mathfrak{B}_o)s}{i}$$

se trouve considérablement réduit.

On accentue les variations dans ce dernier cas en sectionnant légèrement le noyau. Dès qu'il existe un entrefer, en effet, son influence démagnétisante est telle que le flux rémanent $n\,\mathfrak{B}_o\,s$ disparaît presque complètement avec la force magnétomotrice.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

§ 2. — Induction mutuelle.

Lorsqu'un circuit est voisin d'un autre, une partie du flux qu'il développe traverse ce dernier et y provoque un phénomène d'induction, en vertu de la loi générale précédemment établie. On désigne habituellement par $\mathfrak{M}$ le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits et on le définit par *le rapport du flux qui traverse un circuit à l'intensité du courant dans l'autre circuit* ou encore par *le flux magnétique qu'y envoie l'unité de courant passant dans le second circuit*. Ainsi que nous l'avons démontré à propos des feuillets magnétiques, ce coefficient possède la même valeur pour chaque enroulement par rapport à l'autre. $\mathfrak{M}$ est d'ailleurs constant ou variable, suivant que le milieu emprunté par le flux est de perméabilité constante ou variable. Il est toujours positif.

Soit un circuit voisin d'un autre, le coefficient d'induction mutuelle étant $\mathfrak{M}$. Quand un courant d'intensité i_2 se développe dans le second, le flux traversant chaque spire du premier sera $\Phi = \mathfrak{M}\, i_2$ et il naîtra dans chaque spire de celui-ci une force électromotrice d'induction

$$e = -\frac{d\,\Phi}{d\,t} = -\frac{d\,\mathfrak{M}\,i_2}{d\,t} = -\,\mathfrak{M}\,\frac{d\,i_2}{dt}$$

si $\mathfrak{M}$ est constant. i_2 augmentant $d\,i_2$ est positif, e est négatif ; au contraire si i_2 diminue, $d\,i_2$ est négatif et la force électromotrice induite positive. Pour déterminer le sens de celle-ci, on se tourne dans la direction du flux inducteur engendré par $+\,i_2$ et le sens de la rotation des aiguilles d'une montre donne le sens positif.

Les spires d'une bobine soumise à induction étant montées en série, les forces électromotrices induites dans chacune d'elles s'ajoutent si le sens d'enroulement reste le même pour toutes. Si ce sens devient inverse pour certaines spires, la force électromotrice induite sera diminuée d'une quantité proportionnelle au nombre de spires inversées. En particulier, si les nombres des spires enroulées dans un sens puis dans un sens inverse sont égaux, aucune force électromotrice ne sera engendrée dans le circuit induit et le coefficient d'induction mutuelle sera devenu nul. Nous rentrons alors précisément dans le cas des enroulements sans induction vu précédemment.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Considérons maintenant le cas général où deux circuits fixes dans lesquels agissent des forces électromotrices E_1, E_2, possèdent un coefficient d'induction mutuelle constant $\mathfrak{M}$, des résistances R_1, R_2, des coefficients de selfinduction constants $\mathfrak{L}_1$ et $\mathfrak{L}_2$.

A un moment quelconque de la période variable on aura

$$i_1 = \frac{E_1 - \mathfrak{L}_1 \frac{di_1}{dt} - \mathfrak{M} \frac{di_2}{dt}}{R_1} \qquad (1)$$

$$i_2 = \frac{E_2 - \mathfrak{L}_2 \frac{di_2}{dt} - \mathfrak{M} \frac{di_1}{dt}}{R_2} \qquad (2)$$

Multiplions respectivement (1) et (2) par $i_1\,dt$ et $i_2\,dt$, chassons les dénominateurs et additionnons, en séparant dans le second membre les termes contenant les coefficients d'induction

$$E_1\,i_1\,dt + E_2\,i_2\,dt - (i_1^2\,R_1 + i_2^2\,R_2)\,dt = \mathfrak{L}_1\,i_1\,di_1 + \mathfrak{L}_2\,i_2\,di_2 + \mathfrak{M}\,(i_1\,di_2 + i_2\,di_1).$$

Cette équation montre que l'énergie fournie par les piles ne se transforme pas complètement en chaleur ; l'excédent est emmagasiné grâce aux phénomènes d'induction et se trouve représenté à chaque instant par

$$\mathfrak{L}_1\,i_1\,di_1 + \mathfrak{L}_2\,i_2\,di_2 + \mathfrak{M}\,(i_1\,di_2 + i_2\,di_1).$$

L'énergie intrinsèque totale existant lorsque le régime permanent est atteint de part et d'autre sera donc fournie par l'intégration de la quantité précédente soit

$$\frac{\mathfrak{L}_1\,I_1^2}{2} + \frac{\mathfrak{L}_2\,I_2^2}{2} + \mathfrak{M}\,I_1\,I_2.$$

Les deux premiers termes représentent les énergies intrinsèques des circuits, le troisième leur énergie mutuelle.

Si $E_2 = 0$, le courant du second circuit résultera exclusivement de l'induction mutuelle. En multipliant par dt et chassant le dénominateur, l'équation (2) donne dans ces conditions

$$i_2\,R_2\,dt = -\mathfrak{L}_2\,di_2 - \mathfrak{M}\,di_1$$

Intégrons de 0 à ∞ en remarquant que les limites correspondantes sont pour le courant dû à la selfinduction 0, et pour le courant inducteur 0 et I_1.

$$R_2 \int_0^\infty i_2\,dt = -\mathfrak{L}_2 \int_0^0 di_2 - \mathfrak{M} \int_0^{I_1} di_1$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$$\text{ou } \int_o^\infty i_2\,dt = -\frac{\mathfrak{L}_2}{R_2}\int_o^o d\,i_2 - \frac{\mathfrak{M}}{R_2}\int_o^{I_1} d\,i_1$$

ou encore

$$Q_2 = -\frac{\mathfrak{M}}{R_2}\,I_1 = -\frac{\mathfrak{M}\,E_1}{R_2\,R_1}.$$

Lors de l'ouverture du circuit inducteur on a de même :

$$Q_2' = \int_o^\infty i_2\,dt = -\frac{\mathfrak{L}_2}{R_2}\int_o^o d\,i_2 - \frac{\mathfrak{M}}{R_2}\int_{I_1}^o d\,i_1 = +\frac{\mathfrak{M}}{R_2}\,I_1 = \frac{\mathfrak{M}}{R_2}\,\frac{E_1}{R_1}$$

quantité égale et de signe contraire à la précédente.

Relation entre le coefficient d'induction mutuelle et ceux de selfinduction. — Soient deux bobines superposées enroulées autour d'un même axe présentant l'une n_1, l'autre n_2 spires. Φ_1 étant le flux moyen à travers une spire de la première bobine quand l'unité de courant la parcourt, son coefficient de self-induction vaut par définition $\mathfrak{L}_1 = n_1\,\Phi_1$, et son coefficient d'induction mutuelle par rapport à la seconde bobine, si tout le flux qu'elle développe traverse intégralement celle-ci :

$$\mathfrak{M} = n_2\,\Phi_1, \quad \text{d'où } \mathfrak{L}_1 = \mathfrak{M}\,n_1/n_2$$

Inversement si Φ_2 est le flux moyen créé à travers les spires de la seconde bobine quand le courant unité la parcourt

$$\mathfrak{L}_2 = n_2\,\Phi_2 \text{ et } \mathfrak{M} = n_1\,\Phi_2 \text{ d'où } \mathfrak{L}_2 = \mathfrak{M}\,n_2/n_1$$

On tire de ces équations

$$\mathfrak{M}^2 = \mathfrak{L}_1\,\mathfrak{L}_2 \text{ ou } \mathfrak{M} = \sqrt{\mathfrak{L}_1\,\mathfrak{L}_2}.$$

Cette expression donne une valeur maximum du coefficient d'induction mutuelle qui n'est atteinte qu'à condition que tout le flux créé par une bobine traverse intégralement l'autre.

En général il n'en est pas ainsi. Pour envoyer le flux Φ_1 à travers la seconde bobine, la première doit développer $\Phi_1 + \Phi_1'$ de sorte que son coefficient de selfinduction est en réalité $\mathfrak{L}_1 = n_1\,(\Phi_1 + \Phi_1')$ le coefficient d'induction mutuelle restant $\mathfrak{M} = n_2\,\Phi_1$.

Semblablement $\mathfrak{L}_2 = n_2\,(\Phi_2 + \Phi_2')$ avec $\mathfrak{M} = n_1\,\Phi_2$. Il en résulte que $\mathfrak{M}^2 = n_1\,n_2\,\Phi_1\,\Phi_2 < \mathfrak{L}_1\,\mathfrak{L}_2$. Les deux bobines placées coaxialement, étant de plus en plus écartées l'une de l'autre, le flux qu'elles s'envoient mutuellement diminue d'une manière

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

graduelle. Il devient nul, ainsi que le coefficient d'induction mutuelle, quand elles se trouvent à l'infini l'une de l'autre. Il est également nul si les deux bobines sont placées à angle droit.

Les flux supplémentaires Φ'_1 et Φ'_2, qui n'interviennent pas dans la production du coefficient d'induction mutuelle, sont dits *flux de fuite* primaire et secondaire. Ils donnent lieu à des coefficients de self $l_1 = n_1 \Phi'_1$ et $l_2 = n_2 \Phi'_2$ que, dans l'étude des transformateurs, certains auteurs distinguent sous le nom de *coefficients supplémentaires d'induction dus aux fuites primaires et secondaires.*

Induction dans les masses métalliques. Courants de Foucault. — Jusqu'ici nous n'avons envisagé que l'induction se produisant dans des circuits linéaires. Une masse métallique, qui peut d'ailleurs être considérée comme le résultat de la juxtaposition de circuits linéaires soudés l'un à l'autre, sera le siège de phénomènes d'induction dès que ces circuits embrasseront des flux magnétiques variables.

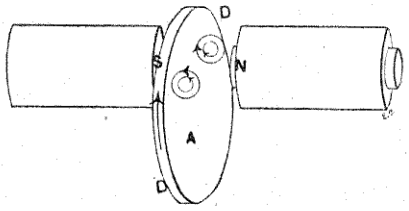


FIG. 169.

Par exemple, en faisant tourner un disque métallique massif D D (fig. 169) entre les pôles opposés de deux électro-aimants, il se développera, dans toutes les parties du disque soumises à des variations de flux, des *courants* dits *de Foucault.*

Dans la partie A du disque où les flux vont en augmentant, la force électromotrice d'induction est négative et les courants auront le sens de la flèche ; dans la partie médiane au droit des expansions polaires où le flux reste constant aucun courant ne sera développé ; enfin dans la partie A′ symétrique de A, où le flux diminue, la force électromotrice d'induction est positive, les courants sont de sens opposé à ceux induits en A.

On peut aisément tracer les lignes équipotentielles dans un disque animé d'un mouvement de rotation uniforme, en appliquant en différents points deux balais métalliques légers en rapport avec un galvanomètre. Les directions des courants seront perpendiculaires aux lignes équipotentielles.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les courants circulaires ainsi développés engendrent des flux magnétiques donnant, dans la partie A, des pôles de mêmes noms que les pôles inducteurs dont ils s'approchent, et dans la partie A' des pôles de noms contraires. Il en résulte un couple résistant dont le travail a pour contre-partie l'effet Joule créé par les courants dans le disque.

C'est une conséquence de la loi de Lenz que Foucault a mise en évidence de la manière suivante : le disque de la figure 169 est lancé d'un mouvement de rotation rapide qui exigerait un temps fort long pour que l'arrêt se produise spontanément. Mais, dès que l'on rend actif l'électro-aimant, le disque s'arrête presque instantanément. Si, vainquant le couple résistant notable qu'il oppose tant que le courant passe, on entretient son mouvement de rotation, il s'échauffe par effet Joule. On dispose ainsi d'un moyen dont M. Violle s'est servi pour mesurer l'équivalent mécanique de la calorie.

De même, si l'on fait osciller une masse métallique entre les pôles d'un électro-aimant, les oscillations s'effectuent à l'ordinaire tant que celui-ci est inactif : dès que le courant le parcourt, la masse vient directement s'arrêter sur la verticale comme si elle se trouvait tout à coup plongée dans un milieu visqueux enrayant énergiquement son mouvement.

Inversement, une aiguille aimantée oscillant dans le voisinage de parois métalliques, aura son mouvement amorti. Cette propriété est mise à contribution pour rendre apériodique la partie mobile des galvanomètres.

Moyens de réduire les courants Foucault. — Appelons R la résistance d'un circuit dans lequel se propagent des courants de Foucault, I leur intensité. La puissance développée par effet Joule est :

$$I^2 R = \frac{E^2}{R} = \frac{\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2}{R}$$

Or la quantité $d\Phi$ représente la variation de flux à travers une section s normale à celui-ci. Plus nous diminuons cette section, plus la variation est faible. Comme d'autre part la résistance des circuits dans lesquels se propagent les courants ne varie pas, puisque si leur section devient plus petite leur

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

longueur se réduit à proportion, on voit que *la perte d'énergie par courants de Foucault sera diminuée autant qu'on le veut en sectionnant convenablement les masses métalliques sièges des variations de flux*. Dans le cas du disque, il suffira de le diviser en secteurs plus ou moins étroits par des traits de scie radiaux. Quand il s'agit d'électro-aimants parcourus par des courants variables, on constitue leur noyau soit de minces fils en fer vernis ou plutôt oxydés, le vernis et l'oxyde jouant le rôle d'isolants ; soit de tôles oxydées minces empilées dans le sens des lignes de force.

Remarque. — La résistance des matériaux croissant avec la température, la quantité de chaleur développée par seconde E^2/R diminue avec l'augmentation de température des masses métalliques.

Écran électromagnétique. — Les courants de Foucault développent un champ magnétique opposé au champ inducteur, réduisant par conséquent celui-ci et enrayant sa propagation à travers la masse métallique. On en conclut qu'une enveloppe métallique joue, vis-à-vis de son contenant, le rôle d'écran pour les actions électromagnétiques. L'effet est d'autant plus marqué que le métal utilisé est plus conducteur, puisque toutes choses égales, les courants sont alors plus intenses.

---

§ 3. — Valeur du coefficient de selfinduction dans le cas d'un circuit constitué par deux longs conducteurs parallèles.

Les deux conducteurs de perméabilité μ_1, écartés de d centimètres, ont un rayon r cm (fig. 170).

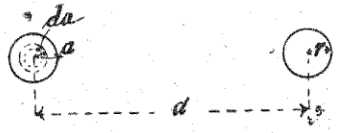


Fig. 170.

S'ils n'absorbaient aucune des lignes de force émises par les divers filets parallèles de courant, le coefficient de selfinduction de chacun d'eux serait exclusivement dû au flux ambiant. Mais les filets centraux de courant envoient dans les conducteurs mêmes, c'est-à-dire à travers les autres filets de courant,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

des lignes de force qui, intervenant inductivement vis-à-vis d'eux, n'ont au contraire aucune action sur le courant cylindrique qui les contient (p. 171).

Par exemple, pour tous les points compris dans une section circulaire de rayon a, à partir du centre du conducteur, le flux magnétique contenu de a à r interviendra, parce que toutes les lignes de force qui y règnent encerclent les courants traversant la section considérée. Inversement, toutes les lignes de force comprises dans cette section n'auront aucun effet sur les courants du tube extérieur d'épaisseur $r - a$.

Pour déterminer le coefficient de selfinduction $\mathfrak{L}_1$ relatif au conducteur lui-même, nous appliquons l'équation :

$$Q = \Phi/R = \mathfrak{L}\, i/R.$$

Considérons un tube concentrique au conducteur de rayon intérieur a et d'épaisseur da. En supposant le courant I uniformément réparti dans toute la section πr^2 du conducteur, la section centrale πa^2 sera parcourue par une intensité

$$I\,\pi a^2/\pi r^2 = I a^2/r^2.$$

L'effet magnétique de ce courant sur un point quelconque du tube considéré est le même que s'il était concentré suivant l'axe (p. 168) et l'intensité du champ qu'il développe à la distance a s'élève dans ces conditions à :

$$2 I a^2/a r^2 = 2 I a/r^2,$$

l'induction magnétique résultante étant

$$\mathfrak{B}_a = 2 \mu_1 I a/r^2$$

et le flux compris par unité de longueur dans le tube élémentaire considéré :

$$d\Phi_a = \mathfrak{B}_a d\,a = 2 \mu_1 I\, a\, d\, a/r^2.$$

C'est ce flux qui, embrassant le conducteur intérieur compris dans le tube, joue un rôle efficace au point de vue de la selfinduction.

Nous pourrons donc écrire, en appelant ρ la résistivité du métal considéré, que la quantité $d\,Q$ induite dans le conducteur de rayon a par le développement ou la disparition du flux $d\Phi$ a pour expression par unité de longueur :

$$d\,Q = (2 \mu_1 I\, a\, d\, a/r^2)\,(\pi a^2/\rho)$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'où pour toute l'épaisseur du conducteur

$$Q = \int_o^r \frac{2\,\mu_1 I\,\pi\,a^3\,da}{\rho\,r^2} = \frac{\mu_1 I\,\pi\,r^2}{2\,\rho} = \frac{\mathfrak{L}_1 I}{\mathrm{R}} = \mathfrak{L}_1 I \times \frac{\pi r^2}{\rho}$$

et enfin $$\mathfrak{L}_1 = \mu_1/2.$$

A ce coefficient viendra s'ajouter celui $\mathfrak{L}_2$ relatif à l'espace compris extérieurement au conducteur considéré jusqu'à l'axe de l'autre.

Le champ magnétique développé en dehors de C à la distance b de son axe $\mathcal{H}_2 = 2I/b$, provoque une induction magnétique $\mathfrak{B}_2 = 2\mu_2 I/b$. Dans un tube élémentaire d'épaisseur db, de longueur 1, le flux sera :

$$d\Phi_2 = 2\mu_2 I\,db/b$$

et le flux extérieur cherché

$$\Phi_2 = \int_r^{d-r} \frac{2\,\mu_2\,I\,d\,b}{b} + \int_{d-r}^{d} \frac{2\,\mu_1\,I\,d\,b}{b} =$$

$$= 2\,\mu_2\,I \log_e \frac{d-r}{r} + 2\,\mu_1\,I \log_e \frac{d}{d-r}.$$

On en tire

$$\mathfrak{L}_2 = 2\,\mu_2 \log_e \frac{d-r}{r} + 2\,\mu_1 \log_e \frac{d}{d-r}.$$

Le coefficient de selfinduction d'un seul des conducteurs est donc par unité de longueur

$$\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2 = \frac{\mu_1}{2} + 2\,\mu_2 \log_e \frac{d-r}{r} + 2\,\mu_1 \log_e \frac{d}{d-r}.$$

Pour la boucle formée par les deux conducteurs dont l'effet est concordant, le coefficient sera

$$\mathfrak{L}' = 2\left(\frac{\mu_1}{2} + 2\,\mu_2 \log_e \frac{d-r}{r} + 2\,\mu_1 \log_e \frac{d}{d-r}\right).$$

En pratique on ne rencontre que des conducteurs en cuivre ou en aluminium, pour lesquels $\mu_1 = 1$. En outre, s'il s'agit de lignes aériennes $\mu_2 = 1$ d'où

$$\mathfrak{L} = 2\left(\frac{1}{2} + 2 \log_e \frac{d}{r}\right).$$

Pour une longueur L du circuit le coefficient sera L fois plus grand attendu qu'il est proportionnel à sa longueur.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La partie du coefficient relative à l'espace occupé par le métal, 1/2, est en général beaucoup plus faible que celle correspondant au milieu ambiant $2 \log_e d/r$. Si nous considérons en effet un circuit constitué de deux conducteurs aériens en cuivre, de rayons d'un cm, distant de 25 cm, le second terme vaut 3,332, soit près de sept fois le premier.

D'autre part, l'expression logarithmique relative à la partie du circuit magnétique extérieure aux conducteurs, montre qu'à partir d'un certain écartement l'augmentation du coefficient de selfinduction devient négligeable.

En ce qui concerne le flux dans le conducteur lui-même, l'expression trouvée précédemment pour le flux élémentaire montre que l'induction y croît du centre à la périphérie.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE X.

Appareils de mesure.

Appareils électromagnétiques : galvanomètres.

Galvanomètre des tangentes. — Nous avons vu comment Schweigger a amplifié l'action exercée sur l'aiguille aimantée (expériences d'Oersted) en enroulant dans son multiplicateur le conducteur entourant l'aiguille aimantée suivant un plus ou moins grand nombre de spires. Un galvanomètre est ainsi constitué, lequel permet de mesurer l'intensité d'un courant par l'action exercée sur l'aiguille aimantée.

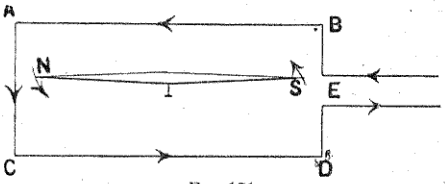


Fig. 171.

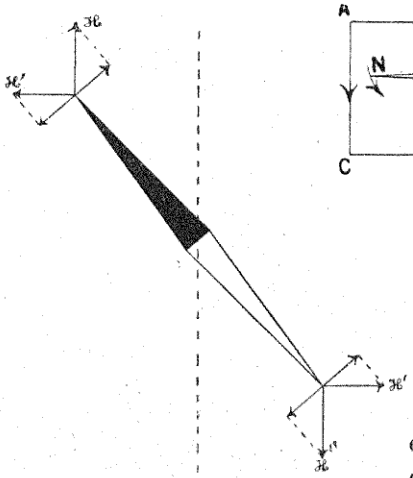


Fig. 172.

Il se compose (fig. 171) d'un cadre vertical portant la bobine de fil au centre duquel une aiguille aimantée est suspendue horizontalement.

Le plan du cadre étant mis en coïncidence avec le méridien magnétique, contient l'axe magnétique de l'aiguille. Dès lors le champ magnétique terrestre et celui dû au courant agissent à angle droit. Sous leur influence combinée l'aiguille dévie et se place dans une position faisant un angle α (fig. 172) avec sa position primitive. Cherchons la condition d'équilibre. Admettons que le champ dû au courant soit uniforme dans la région où se trouve l'aiguille et

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

soit $\mathcal{H}'$ son intensité par unité de courant. $\mathcal{A}$ étant le moment magnétique de l'aiguille, le couple dû au courant aura pour valeur $\mathcal{A}\mathcal{H}'I\cos\alpha$. Le couple dû à la composante horizontale $\mathcal{H}$ du champ terrestre $\mathcal{A}\mathcal{H}\sin\alpha$ agit en sens inverse du premier. L'équilibre existe quand

$$\mathcal{A}\mathcal{H}'I\cos\alpha = \mathcal{A}\mathcal{H}\sin\alpha \text{ ou } I = \frac{\mathcal{H}}{\mathcal{H}'}tg\,\alpha$$

et l'on voit que, *pourvu que les deux champs soient uniformes et à angles droits*, la déviation est indépendante du moment magnétique de l'aiguille, donc de sa forme et de son aimantation et *la tangente de la déviation est proportionnelle à l'intensité du courant*, d'où le nom donné à l'appareil.

La condition essentielle de l'uniformité du champ s'obtient aisément en employant une petite aiguille et n'admettant que de faibles déviations, ces dernières s'observant avec exactitude par une des méthodes objective ou subjective indiquées précédemment. Comme nous l'avons vu alors, la lecture donne $tg\,2\alpha$ et, si l'on ne dépasse pas 3°, l'erreur commise en confondant l'arc avec sa tangente peut généralement être négligée.

Boussole des tangentes. — On appelle ainsi un galvanomètre permettant de faire des mesures absolues. Il en sera ainsi *si l'on peut calculer le champ $\mathcal{H}'$ développé au centre du cadre par unité de courant*. Or, nous avons établi précédemment que l'intensité magnétique au centre d'un cadre circulaire de rayon R comportant n spires a pour valeur

$$2\pi nI/\mathrm{R},$$

ce qui donne

$$\mathcal{H}' = 2\pi n/\mathrm{R}.$$

Dans la boussole des tangentes, l'enroulement possédant un nombre n connu de spires est posé sur un cadre circulaire de rayon R.

APPLICATION. — Posons R = 20, n = 20 d'où $\mathcal{H}'$ = 6,28. Admettons $\mathcal{H}$ = 0,2 et supposons une déviation de 5 cm à un mètre de distance.

$$\text{Tang } 2\alpha = 5/100 = 1/20, \text{ d'où } \alpha = 1/40 \text{ et}$$

$I = (0{,}2/6{,}28) \times (1/40) = 0{,}000\,798$ unités C. G. S. $= 0{,}007\,98$ A.

On assure d'avantage l'uniformité du champ en utilisant

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

comme Helmoltz deux cadres C_1, C_2, (fig. 173) égaux, placés parallèlement à une distance égale à leur rayon commun, une petite aiguille dont le plan est parallèle à celui des cadres étant suspendue à leur centre de figure.

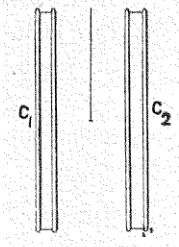


FIG. 173.

Galvanomètres usuels. — Pour que la formule du galvanomètre des tangentes soit applicable, il faut que son cadre ait des dimensions telles que sa sensibilité devienne très faible. Or, en pratique, comme il importe surtout de disposer d'appareils sensibles, on est amené à enrouler le fil le plus près possible de l'aiguille et la bobine revêt la forme d'un cadre rectangulaire. Qu'elle est alors la loi reliant l'intensité et la déviation ? Posons $I = f(\alpha)$ et développons par la formule de Mac-Laurin

$$I = f(0) + \frac{\alpha}{1} f'(0) + \frac{\alpha^2}{1.2} f''(0) + \dots$$

La fonction, s'annulant avec α, doit être indépendante des termes qui ne contiennent pas ce facteur, donc $f(0) = 0$. D'autre part, si la déviation est très faible, on peut négliger les termes à partir du 3e, de manière qu'il reste

$$I = \alpha f'(0) = A \alpha$$

et *la déviation est proportionnelle à l'intensité.*

On détermine le facteur de proportionnalité $A = I/\alpha$, qui correspond au *courant par unité d'angle* et s'appelle *facteur de réduction* du galvanomètre, en le faisant traverser par un courant d'intensité connue et notant la déviation.

Le plus souvent les lectures se font par réflexion et l'on est amené, pour définir la sensibilité des galvanomètres, à exprimer *le nombre de degrés correspondant à l'unité de courant*, c'est-à-dire

$$\alpha/I = 1/A = k$$

facteur qui s'appelle la *constante permanente* du galvanomètre. Dans ces conditions l'intensité I s'exprime par la formule

$$I = \alpha/k.$$

Enfin, on appelle *formule de mérite* d'un galvanomètre, la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

valeur du courant qui produit une déviation d'un millimètre sur une échelle située à un mètre.

Shunts. — Si l'intensité du courant est trop forte pour traverser impunément le galvanomètre, on peut néanmoins la mesurer en établissant en dérivation, sur ce dernier, une résistance dite *shunt*, telle qu'il ne soit traversé que par une fraction connue du courant total. Appelons g sa résistance, s celle du shunt, I le courant total et I' l'intensité le traversant. D'après la loi des courants dérivés nous savons que

$$I' = I\frac{s}{g+s} \quad \text{ou} \quad I = I'\frac{g+s}{s} = mI'.$$

Le facteur $\frac{g+s}{s} = m$, par lequel il faut multiplier l'intensité du courant traversant le galvanomètre pour obtenir le courant total, s'appelle *pouvoir multiplicateur du shunt*.

Ce facteur est généralement pris = 10, 100, 1000.

Pour qu'il en soit ainsi, il suffit que les résistances g et s satisfassent aux équations :

$$\frac{g+s}{s} = 10,\ 100,\ 1000,\ldots$$

d'où $$9\,s,\ 99\,s,\ 999\,s\ldots = g$$

et $$s = g/9,\ g/99,\ g/999\ldots$$

Remarque I. — La résistance équivalente du galvanomètre et de son shunt $= \frac{g\,s}{g+s} = g/10,\ g/100,\ g/1000$, ou d'une manière générale g/m, et l'on voit que *la résistance d'un appareil shunté, est égale à la résistance de l'appareil divisée par le pouvoir multiplicateur du shunt.*

Remarque II. — Traversé par la majeure partie du courant, le shunt ne doit néanmoins pas chauffer car, la résistance des métaux croissant avec la température, le rapport $(g+s)/s$ se modifierait et les résultats seraient faussés. D'où nécessité de construire les shunts *pour courants intenses* au moyen de lames minces mises en dérivation entre deux blocs massifs auxquels sont fixées les bornes de connexion (fig. 174, 175) et en métal à coefficient de température aussi faible que possible.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les shunts sont généralement disposés comme l'indique la fig. 176. Le galvanomètre se raccorde aux bornes G_1, G_2; le circuit principal aux bornes B_1, B_2. Entre les deux barres G_1 B_1, G_2 B_2 se trouvent les résistances à mettre en dérivation. Elles entrent en jeu quand on réunit par une cheville ou fiche conique métallique (le tout est généralement en cuivre), les mâchoires M_1, M_2, ou M_3. La même fiche, introduite en C, met le galvanomètre en court-circuit.

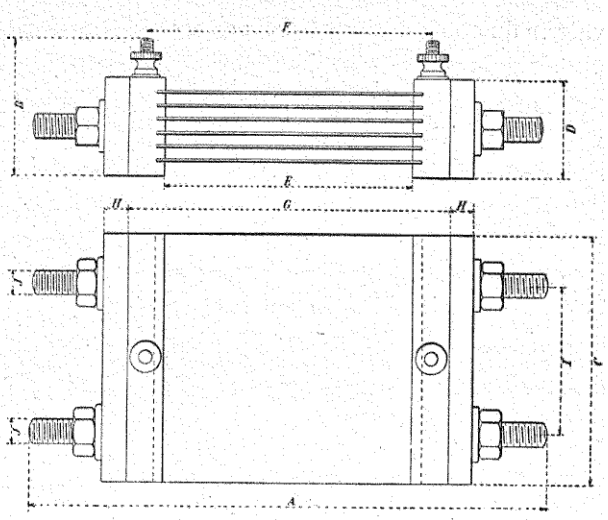


FIG. 174, 175.

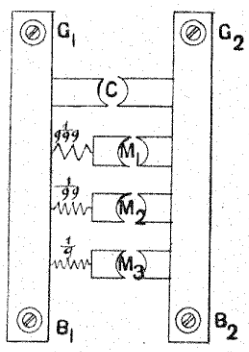


FIG. 176.

Shunt universel. — Ce shunt (fig. 177) peut s'appliquer à n'importe quel galvanomètre. Sa résistance totale reste continuellement en série avec ce dernier.

Les divers pouvoirs multiplicateurs sont obtenus en faisant varier le point d'entrée du courant au moyen d'une lame pivotante L frottant sur des plots.

Le pouvoir multiplicateur, quand L est sur le dernier plot de gauche est :

$$m = \frac{g + a + b + c + d}{a + b + c + d} = \frac{N}{a + b + c + d};$$

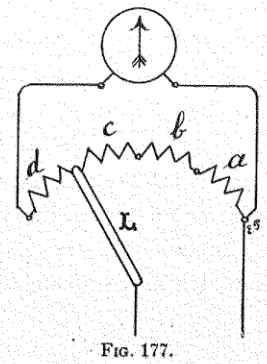


FIG. 177.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

quand L est entre d et c :

$$m' = \frac{N}{a+b+c} = \frac{m\,(a+b+c+d)}{a+b+c};$$

quand L est entre c et b :

$$m'' = \frac{N}{a+b} = \frac{m\,(a+b+c+d)}{a+b};$$

et enfin quand L est entre b et a :

$$m''' = \frac{N}{a} = \frac{m\,(a+b+c+d)}{a}.$$

Et l'on voit que, pour que $m' = 10\,m$, $m'' = 100\,m$, $m''' = 1000\,m$, il suffit que

$$\frac{a+b+c+d}{a+b+c} = 10, \quad \frac{a+b+c+d}{a+b} = 100, \quad \frac{a+b+c+d}{a} = 1000.$$

C'est ce qui est réalisé.

Connaissant g et $a+b+c+d$, on en déduit le pouvoir multiplicateur m, les autres sont dès lors connus.

On remarque que le rapport des divers pouvoirs multiplicateurs, étant indépendant de la résistance du galvanomètre, reste le même quel que soit l'appareil auquel le shunt s'applique, d'où son nom de *shunt universel*.

Résistances compensatrices. — Soit un circuit de résistance totale R, alimenté par une source de force électromotrice E. L'intensité du courant qui le traverse est

$$I = E/R.$$

En y introduisant un galvanomètre de résistance g, l'intensité change et nous mesurons $I' = \frac{E}{R+g}$ au lieu de I. Pour mesurer I, nous devons donc diminuer R d'une quantité égale à g. Si l'on emploie un shunt de pouvoir m, l'intensité devient $I'' = \frac{E}{R+g/m}$ et en changeant de shunt, la résistance combinée varie et l'intensité se modifie. S'il s'agit d'un circuit dans lequel le courant doit rester invariable, il faudra maintenir la résistance totale constante, quel que soit le shunt avec lequel on opère et, par conséquent, placer en série avec l'appareil shunté des résistances compensatrices. Celles-ci seront :

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pour les shunts au 1/10, 1/100, 1/1000,... $1/m$
donnant les résistances équivalentes $g/10$, $g/100$, $g/1000$,... g/m

$$g - \frac{g}{10} = \frac{9}{10}g, \quad g - \frac{g}{100} = \frac{99}{100}g, \ldots \frac{m-1}{m}g.$$

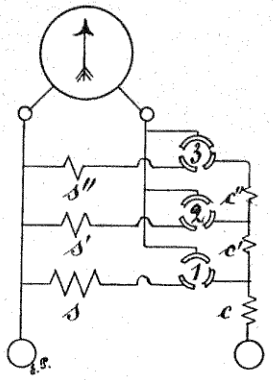


Fig. 178

Application. — Dans le dispositif Stine (fig. 178) on réalise cette compensation en faisant aboutir l'extrémité des shunts, la seconde borne du galvanomètre et l'entrée des résistances compensatrices, à trois pièces isolées, qu'une fiche cylindrique métallique peut réunir.

$s = g/9$, $c = 0{,}9\,g$; $s' = g/99$, $c' = 0{,}09\,g$;
$s'' = g/999$, $c'' = 0{,}009/g$.

En plaçant la fiche en 1, c'est le shunt de pouvoir 10 qui intervient, la résistance équivalente devient $0{,}1\,g$ et avec elle se trouve en série la résistance $0{,}9\,g$, résistance totale g; fiche en 2, résistance combinée $0{,}01\,g$ mise en série avec $0{,}99\,g$ donnant la résistance totale g comme avant, etc.

Moyens employés pour augmenter la sensibilité des galvanomètres à aimant mobile. — 1° Forme de la bobine. — Cherchons avec quelle forme d'enroulement nous obtiendrons le maximum d'effet.

Nous avons établi que l'action d'une spire, en un point P situé à une distance l sur son axe, est

$$\mathcal{H} = \frac{\pm 2\pi I R^2}{(l^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

le signe étant + ou — suivant le côté de la spire se trouvant en face de P.

Les spires pour lesquelles l'action est égale a $\mathcal{H}$ auront leurs coordonnées l et R satisfaisant à l'équation :

$$\frac{\pm 2\pi I R^2}{(l^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = \mathcal{H} = \text{c}^{\text{te}}.$$

Si l'on trace la courbe correspondant à cette équation on trouve qu'elle présente deux parties symétriques par rapport à deux axes rectangulaires (fig. 179). Toutes les spires situées

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

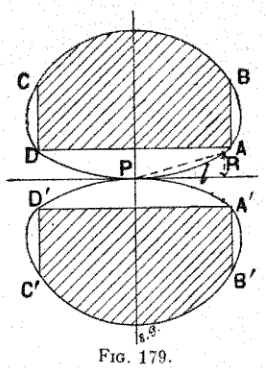


FIG. 179.

à l'intérieur de l'aire délimitée par cette double courbe ont une action plus grande que celles passant par la courbe P A B C D elle-même et celles situées en dehors, ont une action plus faible. La forme rationnelle pour la section de la bobine, sera donc celle donnée par P A B C D, P A' B' C' D'. On est toutefois obligé de ménager un creux cylindrique suivant son axe, pour permettre le passage et le déplacement d'ailleurs très faible de l'aiguille. De même on rectifie les côtés AB, CD, A'B', C'D' contre lesquels viennent s'appliquer les joues de la carcasse maintenant l'enroulement. C'est à ce gabarit que s'est arrêté Kelvin.

2° AIMANT COMPENSATEUR. — On peut réduire autant qu'on veut l'action de la composante horizontale terrestre et par suite augmenter la sensibilité, en plaçant au-dessus de l'aiguille un aimant compensateur N S (fig. 180) produisant un champ de direction opposée au champ terrestre. On modifie l'intensité de son action en le fixant plus ou moins haut à l'aide d'une vis de serrage V_1. Une vis tangente V_2 permet d'autre part de le faire tourner. On donne ordinairement à cet aimant la forme d'un arc de cercle, afin de pouvoir amener au besoin les pôles dans le prolongement de l'aiguille.

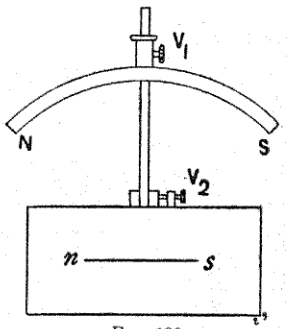


FIG. 180.

3° AIGUILLES ASTATIQUES. — En fixant en dehors du cadre, à l'équipage portant l'aiguille une seconde aiguille semblable inversement orientée $s'\,n'$ (fig. 181) l'action du cadre, d'ailleurs concordante sur celle-ci, s'exercera sur un système beaucoup plus aisément déviable, le couple résultant terrestre pouvant être à peu près annulé.

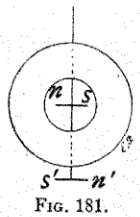


FIG. 181.

On obtient un appareil plus symétrique et une action encore plus énergique, en employant deux

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cadres superposés enroulés en sens inverse, agissant chacun sur une des aiguilles astatiques.

Dans les appareils de grande sensibilité, on remplace généralement chaque aiguille par une série de petits barreaux aimantés parallèles.

Afin d'éviter la force démagnétisante considérable qui s'exerce sur ces petites aiguilles très courtes et très rapprochées, M. Weiss constitue son système astatique de deux aiguilles verticales aimantées en sens inverse dont les pôles opposés, placés au centre de chacune des bobines, forment un petit aimant dont la longueur peut être réduite à 2 ou 3 millimètres, ce qui permet de donner une grande compacité à l'appareil.

Amortissement. — Quand on lance dans le galvanomètre un courant capable de donner une déviation permanente α, on constate que l'aiguille passe au-delà de la position d'équilibre, revient en deçà, repasse au-delà et oscille jusqu'à ce que la force vive acquise se soit dépensée en travail des résistances passives.

Afin d'augmenter la rapidité des lectures, on *amortit* les oscillations, soit mécaniquement, soit magnéto-électriquement.

En fixant à l'équipage mobile des palettes très légères qui oscillent avec lui, on augmente considérablement la résistance de l'air et, par suite, on produit un couple résistant élevé (amortissement mécanique).

Si, d'autre part, on place dans le voisinage de l'aiguille des conducteurs massifs, le déplacement de celle-ci y induit des courants qui, en vertu de la loi de Lenz, tendent à s'opposer à son mouvement (amortissement magnéto-électrique).

L'expérience montre que les amplitudes des oscillations successives α_0, α_1, α_2,... décroissent suivant les termes d'une progression géométrique, c'est-à-dire que l'on a

$$\alpha_0/\alpha_1 = \alpha_1/\alpha_2 = \alpha_2/\alpha_3 \ldots\ldots = \text{c}^{\text{te}}.$$

Posons la constante égale à e^{λ}, e étant la base des logarithmes népériens. λ sera le logarithme népérien du rapport de deux amplitudes consécutives ou de la raison de la progression géométrique. On l'appelle *décrément logarithmique* des oscillations et on le prend comme mesure de l'amortissement. Plus en effet ce rapport est grand, plus rapidement l'équipage revient au zéro.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dès que l'amortisement devient suffisant, les oscillations disparaissent. Ecartée de sa position d'équilibre, l'aiguille y revient directement, en prenant une vitesse croissante, qui passe par un maximum et se réduit à zéro quand l'aiguille atteint sa position d'équilibre Ses déplacements sont alors dits *apériodiques*.

Galvanomètre différentiel. — En enroulant simultanément sur le cadre du galvanomètre deux fils identiques, lorsque ces enroulements sont traversés par un même courant, leurs actions s'ajoutent; elles se retranchent si les courants qui les traversent sont de sens contraires. En particulier si ces courants sont égaux dans le second cas, l'action est nulle.

Le galvanomètre différentiel doit satisfaire à deux conditions:

1° *L'action des deux bobines doit être la même sur l'aiguille.* On s'en assure en montant les deux bobines en série, de manière que le courant les parcoure en sens inverse. L'aiguille doit rester au zéro.

2° *La résistance des deux enroulements doit être la même.* Il en est bien ainsi si les deux bobines étant mises en dérivation l'une par rapport à l'autre, mais de manière que les courants les traversent en sens inverse, l'aiguille reste encore immobile.

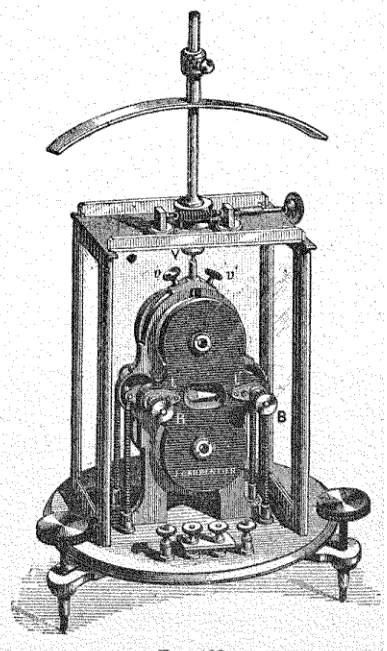


Fig. 182.

Galvanomètre Kelvin. — Dans le galvanomètre Kelvin (fig. 182) nous trouvons réunis les divers moyens passés en revue pour augmenter la sensibilité : gabarit donnant le maximum d'effet, aimant compensateur, système astatique constitué par plusieurs aiguilles collées sur le dos même du miroir dans le cadre supérieur. Dans le cadre inférieur une lame en mica placée perpendiculairement aux aiguilles assure l'amortissement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La sensibilité obtenue est très grande : un courant d'un millième de microampère produit une déviation de 50 millimètres sur une échelle placée à un mètre.

En faisant passer des courants dans le même sens dans les deux cadres, on le transforme en galvanomètre différentiel.

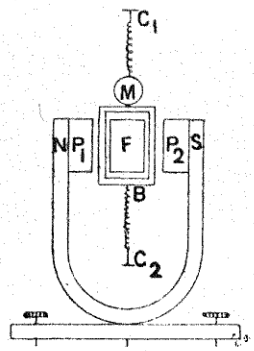


FIG 183.

Galvanomètre Deprez-d'Arsonval. — Plusieurs aimants en fer à cheval accolés N S (fig. 183) portent deux pièces polaires P_1, P_2 en fer doux creusées cylindriquement, entre lesquelles un cylindre de fer doux F concentre le champ magnétique. Dans les deux entre-fers existant entre le cylindre d'une part, et les pièces polaires, d'autre part, peut osciller un cadre rectangulaire B supporté par un fil de cocon, tandis que deux conducteurs en bronze C_1 C_2, enroulés en boudin et formant ressort lui amènent le courant. Un miroir M est attaché à sa partie supérieure. Quand le courant passe, le plan du cadre tend à se placer perpendiculairement au champ magnétique, ses diverses spires cherchant à embrasser un flux maximum. L'équilibre s'établit quand le couple moteur est équilibré par le couple résistant de torsion du fil. D'après la loi de Laplace, il s'exerce sur chaque conducteur vertical une force proportionnelle à l'intensité $\mathcal{H}$ du champ, à la longueur du fil (ou hauteur de la bobine) et à l'intensité du courant soit, $\mathcal{H} l I$. Cette force étant normale au plan du champ et de l'élément de courant, donne une composante perpendiculaire au plan de la bobine $\mathcal{H} l I \cos\alpha$, laquelle tend à faire tourner la spire correspondante par application d'un couple

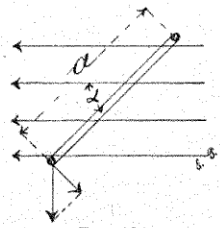


FIG. 184.

$\frac{a}{2} \mathcal{H} l I \cos\alpha$ (fig. 184), a étant la largeur de la spire. Un effet égal et de sens inverse se produit sur le côté vertical conjugué de la spire, d'où le couple total $a \mathcal{H} l I \cos\alpha$ et puisqu'il y a n spires, $n a \mathcal{H} l I \cos\alpha = n \mathcal{H} s I \cos\alpha$, s étant la surface moyenne d'une spire. Les côtés horizontaux ne traversant pas le champ, ou le traversant dans le sens des lignes de force, ne sont pas influencés.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La bobine tourne sous l'effet du couple moteur qui lui est appliqué, jusqu'à ce que le couple de torsion du fil, C α, l'équilibre d'où

$$n \mathcal{H} s I \cos \alpha = C \alpha. \qquad (1)$$

L'angle α étant très petit, on peut admettre sans erreur sensible que cos $\alpha = 1$ et

$$I = C \alpha / n \mathcal{H} s = \alpha / k \qquad (2)$$

la *constante permanente* k se détermine en faisant traverser l'appareil par un courant I' d'intensité connue provoquant une déviation α', ce qui donne

$$k = \alpha' / I'.$$

Ce galvanomètre est parfaitement apériodique, tant que la résistance du circuit n'atteint pas une valeur trop grande. En enroulant le fil sur un cadre en cuivre, l'amortissement a toujours lieu.

La formule (1) montre, que l'effet dû à la bobine seule, est

$$n s I = S I,$$

que l'on peut appeler *son moment magnétique*.

La firme Carpentier de Paris fournit des galvanomètres de ce type donnant une déviation d'un mm à 1 m de distance pour un courant de 8,47 microampères (formule de mérite) avec une bobine mesurant 1 ohm et la même déviation pour 0,435 de microampère seulement, avec une bobine de 200 ohms.

Electrodynamomètres. — Dans l'appareil précédent, le couple moteur de torsion agissant sur la bobine est égal à son moment magnétique multiplié par l'intensité du champ magnétique dans lequel elle se trouve. Ce dernier peut être développé par une bobine fixe que traverse un courant I'. Ce champ supposé uniforme, aura une valeur B I', B étant une constante et le couple moteur de la bobine pourra dès lors s'exprimer par

$$B I' S I \cos \alpha.$$

Ecrivons l'égalité avec le couple de torsion du ressort directeur quand on atteint l'équilibre

$$B I' S I \cos \alpha = C \alpha.$$

Avant que la déviation ait lieu, les axes des deux bobines doivent être placés à angles droits. Si, la déviation produite, on

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

les ramène dans leur position initiale en agissant sur le ressort au moyen d'un micromètre de torsion, le cos α du premier membre devient l'unité, et il reste

$$B I' S I = C \alpha.$$

Si en outre $I' = I$ la déviation, où plutôt l'angle de torsion lu au micromètre est proportionnel au carré de l'intensité du courant et l'on a un *électrodynamomètre*. Dans ce cas : $I^2 B S = C \alpha$ ou $I^2 = \alpha/k$. L'appareil est donc, somme toute, basé sur l'action mutuelle des courants.

Électrodynamomètre Siemens.— La bobine B_1 (fig. 185) fixe, se trouve à l'intérieur de la bobine mobile B_2 réduite à une seule spire suspendue par un ressort en boudin de maillechort ou de bronze et par un fil de cocon axial. Le courant passe dans la spire mobile, par l'intermédiaire de deux godets à mercure superposés. Un index I fixé à la bobine mobile se déplace au-dessus d'un cadran gradué, tandis qu'un micromètre de torsion permet de ramener l'équipage dans sa position initiale.

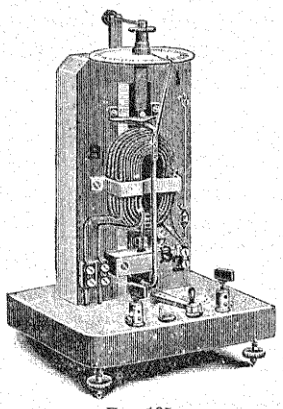


Fig. 185.

Les axes des deux bobines se trouvent à angle droit. Dès que le courant passe, le couple moteur appliqué à B_2 tend à amener la coïncidence des axes. On ramène l'aiguille au zéro en exerçant un couple de torsion sur le ressort en boudin au moyen du micromètre.

On a donc :

$$I = \sqrt{\alpha/k_1}.$$

L'action du magnétisme terrestre sur la bobine mobile est négligeable, par le fait qu'elle ne possède qu'une spire.

Électrodynamomètre-balance de Kelvin. — Des bobines plates B_1, B_2, (fig. 186) auxquelles le courant est amené par des faisceaux plats en fils de cuivre minces F_1 F_2, servant aussi à les suspendre, sont placées en regard d'autres bobines traver-

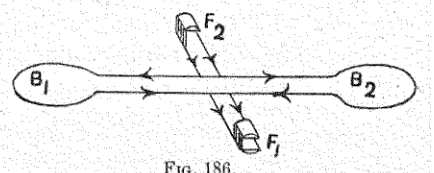


Fig. 186.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sées par le courant de manière que leurs actions concordent (fig. 187).

Le fléau est ramené suivant l'horizontale au moyen de poids mobiles permettant de mesurer l'intensité du courant puisque l'on a encore

$$I = \sqrt{\alpha}/k = \sqrt{p}/k_1$$

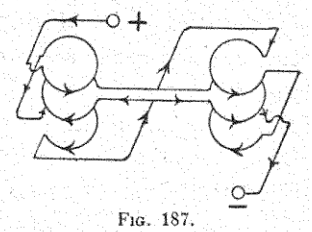


Fig. 187.

Les électrodynamomètres ne permettent pas d'atteindre le degré de sensibilité auquel on arrive aisément au moyen des galvanomètres, mais ils présentent l'avantage de donner des indications indépendantes de la direction du courant.

Appareils thermiques. Calorimètres et Ampèremètres. D'après la loi de Joule, la quantité de chaleur développée dans un conducteur par le passage d'un courant I pendant le temps t est $W = I^2 R t$. Donc, en enfermant un conducteur de résistance connue dans un calorimètre on peut, en mesurant la quantité de chaleur dégagée pendant un temps donné, déduire l'intensité du courant. Mais les calorimètres ordinaires sont d'une manipulation lente, compliquée, délicate. Aussi a-t-on construit des appareils, dans lesquels la quantité de chaleur développée est directement estimée par la dilatation linéaire du conducteur traversé par le courant.

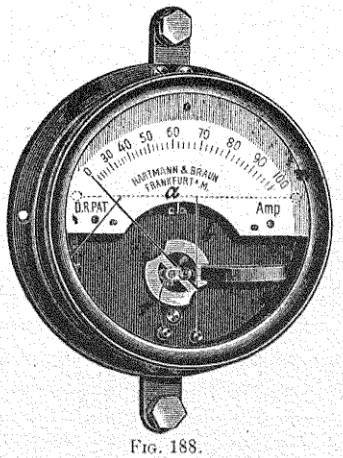


Fig. 188.

Appareil Hartmann et Braun. — Un fil a (fig. 188) en alliage platine-argent est tiré transversalement par un fil de laiton b, sollicité lui-même par un ressort r au moyen d'un fil passant sur une petite poulie portant l'aiguille de l'appareil.

Quand le fil a s'allonge par échauffement, il fléchit, le fil b également et la poulie tourne, provoquant le déplacement de l'aiguille. On assure l'apériodicité, au moyen d'un disque en

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

aluminium monté sur l'axe de la poulie, et qui se déplace entre les pôles d'un aimant permanent.

Mesure d'une décharge instantanée. — Résistance critique. — Prenons un galvanomètre Deprez d'Arsonval de résistance g et écartons sa bobine de la position d'équilibre. Nous emmagasinons dans ses ressorts, à l'état potentiel, un certain travail mécanique. Si nous l'abandonnons alors à elle-même, elle va effectuer une série d'oscillations d'amplitude lentement décroissante, les frottements de la bobine contre l'air étant très minimes et l'amortissement étant conséquemment fort faible.

Fermons le circuit du galvanomètre sur une grande résistance. La bobine traversant le champ magnétique de l'instrument est le siège d'une force électromotrice d'induction qui, le circuit étant maintenant fermé, va donner lieu à un courant (d'ailleurs faible puisque la résistance est grande), avec dépense d'énergie électrique. L'amortissement est devenu plus fort qu'à circuit ouvert; la bobine exécute un moins grand nombre d'oscillations avant d'arriver au repos.

Diminuons progressivement la résistance intercalée. Les courants devenant de plus en plus intenses, nous constatons que l'amortissement croît de plus en plus jusqu'au moment où, pour une résistance extérieure R' le cadre écarté de sa position d'équilibre, y revient en une seule oscillation. Le mouvement est devenu apériodique et la résistance totale du circuit, $R_c = R' + g$, est dite *résistance critique*.

Au lieu d'écarter la bobine d'un angle α, on obtient le même résultat en lui communiquant une impulsion brusque qui l'amène au même déplacement angulaire.

Galvanomètre balistique. — Cette impulsion peut être provoquée par le passage d'un courant. Supposons que le galvanomètre soit traversé par une quantité d'électricité $Q = \int_0^\tau i\,dt$ pendant un temps τ suffisament court pour que la bobine, grâce à son inertie, n'ait pu se déplacer que d'une quantité négligeable vis-à-vis des déplacements subséquents.

L'équation du mouvement s'obtiendra en se basant sur ce théorème de mécanique que, *dans le mouvement d'un solide autour d'un axe fixe, la somme des couples tant accélérateurs*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

que retardateurs développés autour de cet axe, est égal au produit du moment d'inertie par l'accélération angulaire.

$$I\frac{d\omega}{dt} = \Sigma c \quad \text{ou encore} \quad I\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \Sigma c \qquad (1)$$

puisque $\omega = d\alpha/dt$.

Nous pouvons distinguer deux phases : *première phase*, la décharge s'effectue dans la bobine pendant le temps extrêmement court τ ; *deuxième phase*, la bobine est lancée.

Pendant la première phase le cadre, à cause de son inertie, ne se déplace pas sensiblement et nous n'avons qu'un seul couple, couple accélérateur, fourni par le passage du courant.

Nous avons vu qu'un courant i traversant les n spires de surface moyenne s de la bobine d'un galvanomètre Deprez d'Arsonval, donne un couple moteur $n\,\mathcal{H}\,s\,i$.

Nous aurons donc

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} = n\,\mathcal{H}\,s\,i, \quad \text{d'où} \quad I\frac{d\alpha}{dt} = n\,\mathcal{H}\,s\int_0^\tau i\,dt = n\,\mathcal{H}\,s\,Q \qquad (2)$$

Pendant la deuxième phase, la bobine est en mouvement. Au moment où elle fait un angle α avec la direction du champ magnétique, le flux qu'elle embrasse est $n\,\mathcal{H}\,s\,\sin\alpha = \Phi$. En vertu de la loi générale de l'induction, la force contre électromotrice développée a pour valeur

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\,n\,\mathcal{H}\,s\cos\alpha\frac{d\alpha}{dt} = -\,n\,\mathcal{H}\,s\frac{d\alpha}{dt}$$

si l'angle α est suffisamment faible.

Agissant sur un circuit de résistance totale R, cette force électromotrice donne un courant

$$i_s = \frac{e}{R} = -\frac{n\,\mathcal{H}\,s}{R}\frac{d\alpha}{dt}$$

fournissant le couple antagoniste

$$n\,\mathcal{H}\,s\,i_s = -\frac{(n\,\mathcal{H}\,s)^2}{R}\frac{d\alpha}{dt}.$$

Le couple antagoniste dû aux ressorts est $c\,\alpha$; celui dû aux frottements, qui s'annule avec la vitesse et lui est proportionnel, peut s'exprimer par $f\frac{d\alpha}{dt}$. L'équation (1) peut alors s'écrire,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

en faisant passer tous les couples antagonistes dans le premier membre :

$$\mathrm{I}\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\left(f+\frac{n^2\mathcal{K}^2s^2}{R}\right)\frac{d\alpha}{dt}+c\alpha=0$$

ou
$$\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\frac{1}{\mathrm{I}}\left(f+\frac{n^2\mathcal{K}^2s^2}{R}\right)\frac{d\alpha}{dt}+\frac{c\alpha}{\mathrm{I}}=0$$

ou
$$\frac{d^2\alpha}{dt^2}+2a\frac{d\alpha}{dt}+b^2\alpha=0$$

moyennant les relations

$$a=\frac{f}{2\mathrm{I}}+\frac{n^2\mathcal{K}^2s^2}{2R\mathrm{I}}\text{ et }b=\sqrt{\frac{c}{\mathrm{I}}}$$

Posons $\alpha=e^{mt}$ d'où $d\alpha/dt=m\,e^{mt}$ et $d^2\alpha/dt^2=m^2\,e^{mt}$ la dernière équation différentielle devient

$$e^{mt}(m^2+2am+b^2)=0.$$

dont l'intégrale générale est, si $a>b$, de la forme

$$\alpha=\mathrm{A}\,e^{m_1t}+\mathrm{B}\,e^{m_2t} \qquad (3)$$

A et B étant des constantes d'intégration à déterminer d'après les conditions aux limites; m_1 et m_2 les racines de l'équation du second degré obtenue en égalant à zéro le trinome entre parenthèses soient

$$m_1=-a+\sqrt{a^2-b^2},\ m_2=-a-\sqrt{a^2-b^2}.$$

Posons $\sqrt{a^2-b^2}=\rho$ et remplaçons m_1 et m_2 par leur valeur

$$\alpha=\mathrm{A}\,e^{(-a+\rho)t}+\mathrm{B}\,e^{-(a+\rho)t} \qquad (4)$$

et $$d\alpha/dt=\mathrm{A}(-a+\rho)e^{(-a+\rho)t}-\mathrm{B}(a+\rho)e^{-(a+\rho)t}. \qquad (5)$$

Si $a<b$, c'est-à-dire si les racines du trinome sont imaginaires, le radical exposant peut s'écrire $\sqrt{b^2-a^2}$, $\sqrt{-1}$ et l'intégrale générale est, en posant pour simplifier $\sqrt{b^2-a^2}=\rho'$

$$\alpha=e^{-at}(\mathrm{A}'\cos\rho't+\mathrm{B}'\sin\rho't) \qquad (6)$$

d'où

$$d\alpha/dt=e^{-at}[(\rho'\mathrm{B}'-a\mathrm{A}')\cos\rho't-(a\mathrm{B}'+\rho'\mathrm{A}')\sin\rho't] \qquad (7)$$

Nous avons dans les deux cas deux constantes d'intégration. Pour les déterminer, nous devrons disposer de deux équations que nous obtiendrons en passant aux limites dans (4) et (5), dans (6) et (7). Ces limites sont pour

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$$t = 0 \begin{cases} \alpha = 0 \\ d\alpha/dt = \dfrac{n\,\mathcal{H}\,s\,Q}{I} = V_0. \end{cases} \qquad (2)$$

1er Cas. — La détermination des constantes nous donne

$$A = V_0/2\rho, \quad B = -V_0/2\rho$$

d'où
$$\alpha = \frac{V_0}{2\rho}\, e^{-at}\,(e^{\rho t} - e^{-\rho t}).$$

Cette équation représente une courbe possédant une seule ondulation (fig. 189) dont on calcule aisément l'ordonnée maximum (élongation totale que l'on saisit au vol pendant l'instant plus ou moins court où l'image lumineuse du miroir s'arrête).

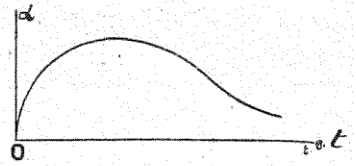


Fig. 189.

En tout cas cette élongation est proportionnelle à V_0, c'est-à-dire à la quantité d'électricité Q ayant traversé le cadre.

2e Cas. — La détermination des constantes nous donne

$$A' = 0, \quad B' = V_0/\rho'$$

d'où
$$\alpha = e^{-at}\,\frac{V_0}{\rho'}\,\sin \rho' t \qquad (8)$$

et
$$\frac{d\alpha}{dt} = e^{-at}\,(V_0 \cos \rho' t - \frac{aV_0}{\rho'} \sin \rho' t) \qquad (9)$$

La vitesse angulaire de l'équipage s'annule au temps t_1 pour lequel

$$V_0 \cos \rho' t_1 = \frac{aV_0}{\rho'} \sin \rho' t_1$$

d'où
$$tg\ \rho' t_1 = \rho'/a \text{ et } t_1 = (1/\rho') \text{ arc } tg\ \rho'/a$$

$$\text{avec } \sin \rho' t_1 = \rho'/\sqrt{a^2 + \rho'^2}.$$

La tangente reprenant la même valeur chaque fois que l'on ajoute π à la variable, la vitesse angulaire repasse par zéro au bout des temps t_2, t_3, ... tirés des expressions

$$\begin{aligned} &\text{tg } \rho' t_2 = \text{tg } (\rho' t_1 + \pi) \text{ d'où } && t_2 = t_1 + \pi/\rho' \\ &\text{tg } \rho' t_3 = \text{tg } (\rho' t_2 + \pi) \quad \text{» } && t_3 = t_2 + \pi/\rho' \\ &\quad \cdots\cdots\cdots && \\ &\quad \cdots\cdots\cdots && \\ &\text{tg } \rho' t_n = \text{tg } (\rho' t_{n-1} + \pi) \quad \text{» } && t_n = t_{n-1} + \pi/\rho' \end{aligned}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et l'on voit que le mouvement du cadre est isochrone, la durée d'une demi-oscillation étant $\pi/\rho' = T$.

Quant à l'amplitude, en remplaçant t_1, t_2, t_3, par leur valeur dans l'équation (8) on trouve

$$\alpha_1 = e^{-at_1}\frac{V_0}{\rho'}\sin\rho' t_1 \qquad (10)$$

$$\alpha_2 = e^{-at_2}\frac{V_0}{\rho'}\sin\rho' t_2 = e^{-a\left(t_1+\frac{\pi}{\rho'}\right)}\frac{V_0}{\rho'}\sin\rho'\left(t_1+\frac{\pi}{\rho'}\right) = -\alpha_1 e^{-a\frac{\pi}{\rho'}}$$

$$\alpha_3 = +\alpha_1 e^{-\frac{2a\pi}{\rho'}}$$

. . . . .

. . . . .

$$\alpha_n = \pm\alpha_1 e^{-(n-1)\frac{a\pi}{\rho'}}$$

Donc l'*amplitude des oscillations décroît suivant les termes d'une progression géométrique* dont la raison $= e^{-aT}$.

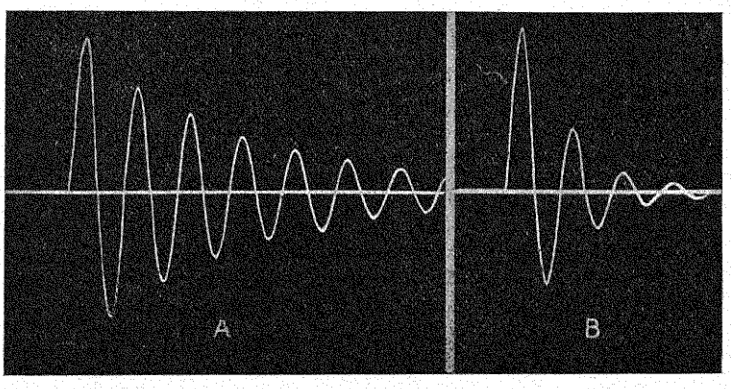


FIG. 190 et 191.

Les figures 190 et 191 rendent compte de ces particularités, la première avec un faible amortissement, la seconde avec un fort amortissement.

On reconnaîtra dans l'exposant

$$\frac{a\pi}{\rho'} = aT = \lambda \qquad (11)$$

pris positivement, ce que nous avons appelé précédemment le décrément logarithmique des oscillations. En effet,

$$\lambda = \log_e \frac{\alpha^{n-1}}{\alpha_n}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il est à remarquer que les constantes a et b sont fonction des paramètres λ et T résultant directement de l'observation.

En effet, de (11) on tire $a = \lambda/T$.

et $\rho' = \sqrt{b^2 - a^2} = \pi/T$. En remplaçant a par sa valeur précédente

$$b = \frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{T}.$$

Si dans l'équation (10) nous remplaçons $V_0\, t_1$, ρ' et $\sin \rho' t_1$ par leurs valeurs respectives, nous obtenons

$$\alpha_1 = \frac{n\, \mathcal{H}\, s\, Q}{\mathrm{I}} \frac{T}{\sqrt{\lambda^2 + \pi^2}}\, e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}$$

$$\text{ou } Q = \alpha_1 \frac{\mathrm{I}}{n\, \mathcal{H}\, s} \frac{\sqrt{\lambda^2 + \pi^2}}{T}\, e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}} \qquad (12)$$

Souvent le décrément logarithmique est très petit vis-à-vis de π, ce qui donne à π/λ une très grande valeur rendant l'arc $tg\ \pi/\lambda$ voisin de $\pi/2$. Dès lors

$$e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}} = e^{\frac{\lambda}{2}} = \mathrm{I} + \frac{\lambda}{2} + \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I.2}} \frac{\lambda^2}{4} + \ldots = \mathrm{I} + \frac{\lambda}{2}$$

en négligeant les termes supplémentaires très petits.

En remplaçant dans (12) celle-ci se réduit à

$$Q = \alpha_1 \frac{\mathrm{I}}{n\, \mathcal{H}\, s} \frac{\pi}{T} \left(\mathrm{I} + \frac{\lambda}{2}\right).$$

Si tous les couples amortisseurs sont sensiblement nuls (circuit ouvert ou galvanomètre non-shunté mis en circuit avec un condensateur) $\lambda = 0$ ainsi que a. La durée d'une demi-oscillation devient alors

$$T = T_0 = \pi/b. \qquad (13)$$

Remplaçant dans (12) T par cette valeur et remarquant que $e^{-0} = \mathrm{I}$

$$Q = \alpha_1 \frac{\mathrm{I}}{n\, \mathcal{H}\, s} \frac{\pi}{\mathrm{T}_0} \qquad (14)$$

Lorsque l'amortissement est très faible, on peut admettre que les oscillations décroissent suivant les termes d'une progression arithmétique. On lit deux déviations consécutives du même côté du zéro α_1 et α_3 qui comprennent une oscillation

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

complète et dès lors la première élongation corrigée devient :

$$\alpha_1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_3}{4}.$$

Constante balistique. — Dans le cas de l'amortissement sensiblement nul l'équation (14) peut se mettre sous la forme :

$$Q = \frac{1}{k'}\,\alpha_1$$

k' correspond à la déviation en radians par unité électromagnétique de quantité. C'est la *constante balistique*. On la rapporte généralement au microcoulomb.

Exemple. — Soit un balistique ayant donné pour une décharge d'1,3 de microcoulomb les élongations $\alpha_1 = 8$ mm, $\alpha_3 = 7$ mm,

d'où $$\alpha = 8 + \frac{8-7}{4} = 8{,}25.$$

On aura $$1{,}3 = \frac{8{,}25}{k'} \text{ et } k' = 6{,}33.$$

Relation entre les constantes permanente et balistique. — Nous avons vu précédemment que la constante permanente

$$k = \frac{n\,\mathcal{H}\,s}{c}.$$

D'autre part $$k' = \frac{n\,\mathcal{H}\,s}{\mathrm{I}}\,\frac{\mathrm{T}_0}{\pi}.$$

Divisant membre à membre :

$$\frac{k'}{k} = \frac{\mathrm{T}_0}{\pi}\,\frac{c}{\mathrm{I}} = b = \frac{\sqrt{\lambda^2 + \pi^2}}{T}$$

relation permettant de déduire la constante balistique de la constante permanente, de la durée d'une demi-oscillation et du décrément logarithmique.

Valeur de la résistance critique. — Les deux cas que nous avons successivement examinés correspondent aux conditions $a > b$, mouvement apériodique et $a < b$, mouvement périodique. L'apériodicité est exatement atteinte quand $a = b$ ou

$$\frac{f}{2\,\mathrm{I}} + \frac{n^2\,\mathcal{H}^2\,s^2}{2\,R_c\,\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{c}{\mathrm{I}}}.$$

L'amortissement dû aux frottements peut alors être négligé,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de sorte qu'il reste :

$$\frac{n^2 \mathcal{H}^2 s^2}{2 R_c I} = \sqrt{\frac{c}{I}}$$

d'où l'on tire :

$$R_c = \frac{n^2 \mathcal{H}^2 s^2}{2 I} \sqrt{\frac{I}{c}} = \frac{n^2 \mathcal{H}^2 s^2}{2 I} \frac{T_0}{\pi}.$$

Telle est la valeur de la résistance critique.

La théorie s'établirait d'une manière semblable et l'on trouverait des résultats analogues pour des galvanomètres à aiguilles.

MOYENS DE RENDRE LES GALVANOMÈTRES BALISTIQUES. — Nous avons vu que le second cas se trouve réalisé

si $$a^2 - b^2 < 0$$

ou $$\left(\frac{f}{2I} + \frac{n^2 \mathcal{H}^2 s^2}{2 R I}\right)^2 - \frac{c}{I} < 0$$

ou $$\frac{1}{4I}\left(f + \frac{n^2 \mathcal{H}^2 s^2}{R}\right)^2 < c.$$

Plus I et c sont grands, mieux l'inégalité sera satisfaite; il y a donc avantage à augmenter le moment d'inertie et le couple de torsion.

L'augmentation de I se fait très simplement dans les appareils à aiguilles, en augmentant leurs dimensions ou en les chargeant de masses pesantes.

Pour les appareils Deprez d'Arsonval, on peut de même charger le cadre, augmenter le nombre de tours de fil, augmenter leur surface. Le balistique Ducrétet a une résistance de 240 Ω : sa durée d'oscillation est de 3 secondes.

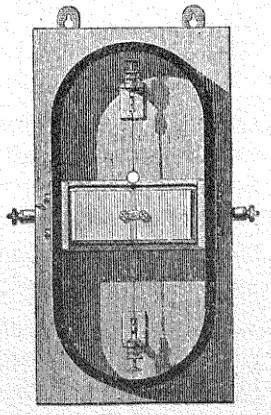


FIG. 192.

On peut aussi employer un cadre de grand moment d'inertie, présentant une grande surface (rectangle de base plus grande que la hauteur). Le balistique Carpentier (fig. 192) possède une résistance de 500 Ω, durée d'oscillation 8″. Un microcoulomb y produit, à circuit ouvert, une élongation de 40 à 50 mm à 1 mètre.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Voltmètres. — Ces instruments permettent de mesurer la différence de potentiel.

Voltmètre électrostatique. — L'appareil a été décrit précédemment (électromètre à quadrants), nous n'y reviendrons pas.

Emploi du galvanomètre Deprez d'Arsonval comme électromètre (1). On utilise la bobine mobile, dont les spires sont généralement enroulées sur un cadre d'aluminium comme aiguille, et l'aimant de l'appareil comme quadrants. Il suffit, dans ce but de relier la source dont on veut mesurer la différence de potentiel, d'une part à la bobine, d'autre part à l'aimant (fig. 193).

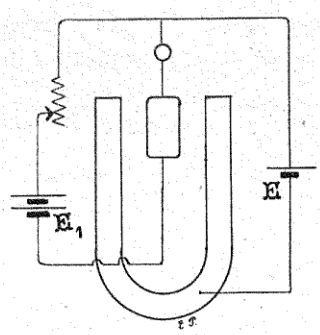


FIG. 193.

La déviation obtenue pour une tension déterminée, c'est-à-dire la sensibilité de l'appareil dépend essentiellement de la position initiale de la bobine par rapport à l'aimant; la position de zéro normal de l'appareil fonctionnant comme galvanomètre correspond à une sensibilité très faible.

On peut augmenter cette sensibilité en donnant à la main une certaine tension initiale au fil ; mais ce procédé à l'inconvénient d'exiger la remise au zéro de l'appareil comme galvanomètre ordinaire. Il est plus commode de lui donner artificiellement cette tension initiale à l'aide d'un courant continu que l'on fait passer constamment dans la bobine et dont l'intensité règle le zéro de l'appareil fonctionnant comme électromètre.

La différence entre la déviation initiale constante, due au courant continu et la déviation que l'on constate lorsque l'on applique la différence de potentiel à déterminer, donne la mesure de cette dernière.

On peut encore augmenter celle-ci en intercalant dans le circuit un condensateur qui protège d'ailleurs l'appareil dans le cas de tensions élevées. Si C_1 est la capacité de ce conden-

(1) W. PEUKERT. Lumière électrique du 6/5/11.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sateur et C_2 celle de l'appareil et si celui-ci accuse une tension E' la tension à mesurer est

$$E = \frac{C_1 + C_2}{C_1} E'.$$

On peut aussi remplacer C_2 par une grande résistance pour éviter le danger d'un court-circuit.

Electromètre capillaire Lippmann. — Un tube vertical A (fig. 194) contenant du mercure, plonge par son extrémité inférieure capillaire dans un vase B rempli d'eau acidulée au 1/6 d'acide sulfurique. Le fond du vase est recouvert d'une couche de mercure. Celle-ci étant mise en rapport avec le pôle + d'une source d'électricité de force électromotrice ne dépassant pas un volt, tandis que le mercure du tube est relié au pôle négatif, on constate un relèvement du niveau du mercure dans le tube. La dénivellation cesse quand les deux masses mercurielles sont remises au même potentiel en les réunissant métalliquement entre elles.

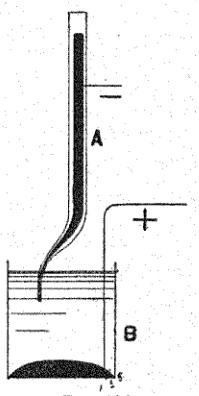


FIG. 194.

Ce phénomène, dû à la polarisation précédant la décomposition électrolytique, permet la mesure de très faibles différences de potentiel de l'ordre du 0,000 01 de volt, par l'observation des déplacements du ménisque capillaire au moyen d'un microscope. On ramène le ménisque dans sa position primitive en exerçant sur la colonne mercurielle, par l'intermédiaire d'une poire en caoutchouc, une pression estimée à l'aide d'un manomètre à mercure.

Les connexions doivent être établies ainsi qu'il a été indiqué, sinon l'oxygène venant s'appliquer à la base du ménisque altérerait la surface du mercure.

Galvanomètre-voltmètre. — Soient deux points entre lesquels règne la différence de potentiel V à mesurer. Réunissons-les par un conducteur de résistance R. A condition que la résistance R soit suffisamment élevée pour ne pas provoquer un débit modifiant sensiblement la répartition des potentiels et que la source soit capable d'assurer la constance de V malgré

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

le nouveau débit qui lui est demandé, on aura

$$I = \frac{V}{R} \text{ d'où } V = I\,R.$$

Si dans le circuit de la résistance R se trouve inséré un galvanomètre, sa déviation étant proportionnelle à I on aura :

$$V = I\,R = \frac{\alpha}{k}$$

et la déviation du galvanomètre sera proportionnelle à V ; l'appareil est devenu un voltmètre.

La grande résistance nécessaire R peut exister dans l'enroulement même du galvanomètre. Généralement, cependant, il n'en est pas ainsi, la résistance du galvanomètre devant être réduite par des shunts pour ramener la déviation dans des limites convenables et la grande résistance nécessaire est obtenue au moyen de résistances additionnelles.

Lorsque l'on veut doubler, tripler, etc., l'échelle des indications d'un volmètre, il suffit de placer en série avec lui une résistance égale, double, etc., de sa résistance totale. En effet, si nous reprenons l'équation $V = I\,R$, nous voyons qu'en doublant, triplant, les valeurs de R, à la même intensité de courant, c'est-à-dire à la même déviation α du galvanomètre, correspondront des différences de potentiel $I \times 2\,R$, $I \times 3\,R$, ... respectivement doubles, triples....

Il est essentiel que la valeur de la résistance R ne varie pas sous l'effet Joule développé par le passage du courant. On utilise, à cette fin, un métal dont le coefficient de température est négligeable, la manganine par exemple.

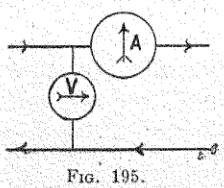


FIG. 195.

Remarquons que le voltmètre se place *en dérivation sur* les conducteurs dont il s'agit de mesurer la différence de potentiel V (fig. 195), tandis que l'ampèremètre s'insère *en série* avec le conducteur dont il faut apprécier le débit A.

Mesure de puissance. — Emploi simultané de l'ampèremètre et du voltmètre. — La puissance électrique ayant pour mesure le produit VI de la différence de potentiel par l'intensité du courant, peut se déterminer en effectuant simulta-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

nément les lectures de V et de I au moyen des appareils précédents.

Wattmètre. — Il est toutefois plus simple de condenser les deux appareils en un seul, en un *wattmètre* constitué comme un électrodynamomètre, sauf que les enroulements des bobines sont séparés et parcourus par des courants différents : l'enroulement fixe A (fig. 196) qui comprend quelques tours de gros fil, placés en série avec le conducteur du circuit dont on mesure la puissance, est traversé par la totalité ou une portion connue du courant absorbé, tandis que l'enroulement mobile V, placé en série avec une forte résistance R est mis en dérivation sur le circuit. L'enroulement mobile a ses spires perpendiculaires à celles de l'enroulement fixe.

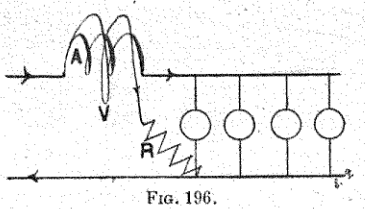


FIG. 196.

L'action mutuelle des deux bobines est proportionnelle à l'intensité des courants qui les traversent, c'est-à-dire au produit VI, de sorte que pour une déviation θ on a

$$VI = \mathrm{K}\,\theta \text{ d'où } \theta = \frac{V\,I}{\mathrm{K}}$$

K se détermine en reliant l'appareil à un conducteur de résistance connue R' traversée par un courant d'intensité connue I'. La déviation étant θ' on a $\mathrm{K} = \dfrac{I'^2\,R'}{\theta'}$

En appelant R la résistance de la bobine fixe, on remarque que par le montage représenté sur la figure (montage amont) l'enroulement mobile est soumis à une tension plus élevée que celle qu'il s'agit de mesurer, de la chute RI. Si l'on raccorde la bobine mobile en B (montage aval), c'est alors la bobine fixe qui est traversée par un courant trop grand de V/R_1 en appelant R_1 la résistance du circuit dérivé. Dans les deux cas l'appareil marque un peu trop. On peut estimer aisément cet excédent. L'erreur commise est en effet égale à $I^2\,R$ (dans le cas de la figure) puisqu'on mesure $(V + RI)\,I$ au lieu de $V\,I$ et à V^2/R_1 dans le second cas puisque l'on mesure $(I + V/R_1)\,V$.

Appareils enregistreurs et industriels. — **Enregistreurs.** — Il est souvent utile de pouvoir noter d'une manière

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

continue soit l'intensité, soit la force électromotrice, soit la puissance d'un courant. Le système le plus simple consiste à munir l'équipage dont il s'agit d'enregistrer les déviations, d'une aiguille légère en aluminium A (fig. 196) terminée par une plume remplie d'encre à base de glycérine, laquelle appuie légèrement sur un tambour T animé d'un mouvement de rotation et de déplacement longitudinal à l'aide d'un mouvement d'horlogerie. Le tambour est garni d'une feuille graduée sur laquelle la plume trace la courbe du phénomène à étudier.

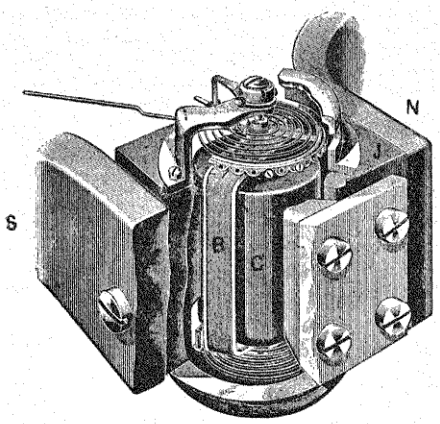


Fig. 197.

Industriels. — Les appareils industriels sont caractérisés par une grande robustesse; ils permettent des lectures directes et se transportent aisément. Ils doivent être apériodiques, sensibles et constants. De même que dans le laboratoire, le type Deprez d'Arsonval domine.

Appareils Weston. — Deux aimants permanents N, S, (fig. 197) sont munis de joues creusées en fer doux JJ. Au centre se trouve un cylindre de fer doux C. Dans l'entrefer peut se mouvoir la bobine B enroulée sur un cadre en aluminium pour assurer son apériodicité. Elle est supportée par des pivots et dirigée par deux ressorts de montre en bronze phosphoreux qui permettent son raccord aux shunts. Une longue

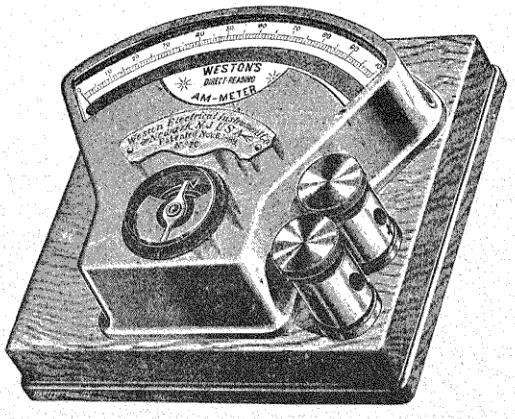


Fig. 198.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

aiguille en aluminium se déplaçant au-dessus d'une graduation s'y rattache. L'erreur de parallaxe est évitée par l'emploi d'un miroir. La figure 198 donne la vue de l'appareil complet.

Appareils Chauvin et Arnoux. — C'est une simplification de l'appareil précédent. A cet effet il n'y a pas de pièces polaires, les extrémités des aimants sont alésées sous forme sphérique. La bobine mobile est circulaire et tourne autour d'une bille d'acier concentrant les lignes de force.

Appareils Richard. — Il n'y existe pas non plus de pièces polaires. Les deux aimants A et A' (fig. 199) de mêmes sections et mêmes développements, donc de mêmes poids, possèdent des épanouissements polaires cylindriques, convexes pour l'un d'eux et concaves pour l'autre. Ces deux surfaces cylindriques, ont même centre et leurs intervalles constituent deux champs magnétiques uniformes très intenses dans lesquels se déplacent les deux côtés actifs de la bobine galvanométrique portée par un cadre amortisseur.

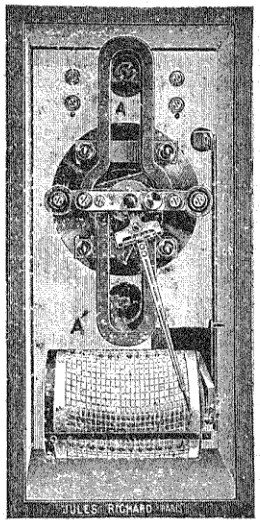


Fig. 199.

L'équipage mobile est constitué par un cadre comportant deux parties cylindriques réunies par des pièces en forme de V et portant la bobine galvanométrique enroulée sur les parties cylindriques en passant sur les bases du cylindre suivant des cordes. Les deux parties du bobinage laissent entre elles l'axe de rotation, lequel sert en même temps à entretoiser les bases du cadre et à diminuer sa résistance électrique, de manière à augmenter son action amortissante.

L'axe est terminé par deux pivots roulant dans des crapaudines à ressorts pour éviter les ruptures de pivots pendant le transport.

Les deux extrémités de la bobine sont, comme dans les appareils précédents, reliées respectivement à deux ressorts spiraux servant à amener le courant.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La figure 199 donne la vue d'un ampèremètre enregistreur. Dans l'ampèremètre marquant de 0 à 0,050 A, une division vaut 0,000 5 A ; dans celui allant de 0 à 5 000 A, chaque division correspond à 50 A. Pour le voltmètre de 0 à 5 volts dont la résistance est de 100 ohms, la valeur d'une division est de 0,05 V tandis que pour l'appareil marquant de 0 à 600 V, les chiffres correspondants sont 12 000 ohms et 5 volts.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE XI.

Les unités.

Au cours de notre étude nous avons rencontré un certain nombre de grandeurs tant électriques que magnétiques. Nous les avons définies et avons donné, chemin faisant, les principales unités adoptées. Voyons maintenant le pourquoi de l'adoption de ces unités et comment elles se relient l'une à l'autre de manière à former un système complet, cohérent et coordonné.

Les relations existant entre les unités ne pouvant évidemment être que celles régissant les grandeurs elles-mêmes, c'est de ces dernières que nous devrons partir. Rassemblons donc les matériaux dont nous disposons.

La loi de Faraday nous donne une relation entre l'intensité, la quantité, le temps

$$I = Q/t \qquad (1)$$

la loi de Joule entre l'énergie, l'intensité, la résistance, le temps

$$W = I^2Rt \qquad (2)$$

la loi d'Ohm un rapport entre l'intensité, la force électromotrice et la résistance

$$I = E/R \qquad (3)$$

La capacité se relie à la quantité Q et à la différence de potentiel V par la formule

$$Q = CV \qquad (4)$$

enfin, la loi de Laplace établit la liaison entre les grandeurs électriques et magnétiques

$$F = \frac{m\,I\,d\,l\,\sin\alpha}{r^2} \qquad (5)$$

Entre les 6 grandeurs fondamentales : intensité, quantité, résistance, force électromotrice, capacité et masse magnétique, nous ne disposons donc que de 5 équations. Chaque grandeur nouvelle que nous introduirons ne nous apportant qu'une équa-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tion supplémentaire en fonction des autres grandeurs, nous serons toujours en déficit d'une équation.

Deux systèmes d'unités. — Pour arriver à obtenir un système absolu d'unités, il faudra que la grandeur prise comme point de départ puisse être exprimée en unités mécaniques, ce qui la rattachera au système C. G. S. On pourra choisir, soit la quantité d'électricité définie par la loi de Coulomb

$$F = \frac{Q\,Q'}{r^2} \qquad (6)$$

et nous aurons le système *électrostatique*, dont nous nous sommes déjà longuement occupé; soit la quantité de magnétisme en partant également de la loi de Coulomb

$$F = \frac{m\,m'}{r^2} \qquad (6)$$

ce qui nous fournira le système *électromagnétique*.

Aucun de ces deux systèmes, d'ailleurs incompatibles et exclusifs, puisque nous ne disposons que d'une arbitraire pour chacun d'eux, n'est supérieur à l'autre. Ils trouvent naturellement leur utilisation et sont d'application plus aisée, suivant qu'il s'agit des quantités électrostatiques proprement dites, ou des quantités magnétiques et électromagnétiques. Nous allons reproduire les unités déjà définies, et donner leurs équations de dimensions tout en complétant leur tableau.

Système électrostatique. — QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ. *C'est la quantité qui, agissant sur une quantité égale placée à un centimètre de distance, la repousse ou l'attire avec la force d'une dyne.* Dimensions

$$[Q_s] = [r\,F^{\frac{1}{2}}] = [M^{\frac{1}{2}}\,L^{\frac{3}{2}}\,T^{-1}].$$

DENSITÉ SUPERFICIELLE. — *L'unité de densité est obtenue quand l'unité de quantité recouvre l'unité de surface.*

$$[\sigma_s] = [Q/L^2] = [M^{\frac{1}{2}}\,L^{-\frac{1}{2}}\,T^{-1}].$$

CHAMP ÉLECTRIQUE. — L'intensité du champ électrique se mesure par l'action exercée sur l'unité d'électricité. C'est donc le quotient d'une force par une quantité d'électricité. L'*unité de*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

champ est réalisée quand le champ agit avec la force d'une dyne sur l'unité de quantité.

$$[H_s] = [F/Q] = [M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

Flux de force électrique. — Produit de l'intensité du champ par une surface. L'*unité de flux de force est le flux produit normalement à travers un cm² dans un champ unité.*

$$[\Phi_s] = [H_s L^2] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}].$$

Intensité. — Elle est définie par la loi de Faraday (1). L'unité d'intensité de courant est l'*intensité du courant transportant l'unité de quantité par seconde*

$$[I_s] = [Q/t] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}].$$

Résistance. — Loi de Joule (2). L'*unité de résistance est la résistance du conducteur qui, traversé par l'unité d'intensité, développe un travail d'un erg par seconde.*

$$[R_s] = [W/I^2 t] = [L^{-1} T].$$

Ses dimensions sont celles de l'inverse d'une vitesse.

La résistivité *est la résistance d'un conducteur d'un centimètre de longueur ayant une section normale d'un cm².* C'est donc la résistance entre les faces opposées d'un cube d'un centimètre de côté.

$$[\rho_s] = [R_s L^2/L] = [T].$$

Différence de potentiel ou force électromotrice. — Loi d'Ohm (3)

$$[E_s] = [I_s R_s] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

On peut également partir des définitions vues en électrostatique : le potentiel est le quotient d'un travail par une quantité d'électricité, ou c'est le rapport d'une quantité à une longueur. L'*unité est obtenue quand il faut dépenser un erg pour amener l'unité d'électricité de l'infini au point considéré.*

$$[V_s] \text{ ou } [E_s] = [W/Q_s] = [Q_s/L] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Capacité. — $[C_s] = [Q_s/E_s] = [L]$. La capacité électrostatique est une longueur ; l'unité est le centimètre.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

QUANTITÉ DE MAGNÉTISME. — La formule de Laplace (5) donne $[m_s] = [FL^2/I_s L] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$. *L'unité de quantité de magnétisme est celle qui, placée au centre d'un arc de cercle d'un centimètre de rayon et d'un centimètre de longueur, traversé par un courant de l'unité d'intensité, se trouve sollicitée par celui-ci avec la force d'une dyne.*

Système électromagnétique. — QUANTITÉ DE MAGNÉTISME. — Nous partons également de la loi de Coulomb

$$[m_m] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}]$$

ce qui nous donne les mêmes dimensions que pour la quantité d'électricité. Nous ne définirons plus les unités; elles se déduisent avec facilité des relations considérées. Nous aurons, de même que précédemment :

DENSITÉ, INTENSITÉ MAGNÉTIQUE.

$$[\sigma_m] = [\mathfrak{I}_m] = [M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}].$$

CHAMP MAGNÉTIQUE. — $[\mathfrak{H}_m] = [F/m] = [M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}]$. Unité: le gauss.

FLUX MAGNÉTIQUE. — $[\Phi_m] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}]$. Unité: le maxwell.

MOMENT MAGNÉTIQUE. — $[\mathfrak{M}] = [ml] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{5}{2}} T^{-1}]$.

POTENTIEL MAGNÉTIQUE. — $[\mathfrak{V}_m] = [m/L] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$.

PUISSANCE MAGNÉTIQUE. — $[\mathfrak{F}] = [\sigma_m L] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$.

COEFFICIENT D'AIMANTATION OU DE SUSCEPTIBILITÉ. — $\varkappa = \mathfrak{I}/\mathfrak{H}$. Dimensions : l'unité.

INDUCTION MAGNÉTIQUE. — $[\mathfrak{B}] = [\mu \mathfrak{H}] = [M^{\frac{1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} T^{-1}]$.

INTENSITÉ DE COURANT. — Loi de Laplace $[I_m] = [FL^2/mL] = [M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}]$.

QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ. — Loi de Faraday $[Q_m] = [I_m t] = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Résistance. — Loi de Joule $[R_m] = [W/I^2_m t] = [L\ T^{-1}]$. Les dimensions sont celles d'une vitesse. Celles de la résistivité sont $L^2\ T^{-1}$.

Force électromotrice. — Loi d'Ohm $[E_m] = [I_m\ R_m] = [M^{\frac{1}{2}}\ L^{\frac{3}{2}}\ T^{-2}]$.

Capacité. — $[C_m] = [Q_m/E_m] = L^{-1}\ T^2$.

Coefficient de selfinduction. — Le coefficient de selfinduction d'un circuit est, comme nous l'avons vu, le rapport du flux développé dans ce circuit, à l'intensité du courant qui lui donne naissance. $[\mathfrak{L}_m] = [\Phi/I_m] = [L]$. C'est une longueur.

L'*unité électromagnétique de selfinduction est égale au coefficient de selfinduction d'un circuit qui produit un flux d'une unité* C. G. S. *ou d'un maxwell quand il est traversé par un courant d'une unité* C. G. S. *d'intensité*. Cette unité a pour valeur un centimètre.

On peut aussi définir l'unité de coefficient de selfinduction en fonction de l'unité de force électromotrice de selfinduction en partant de la formule $e = -\mathfrak{L}\ di/dt$ d'où en valeur absolue $\mathfrak{L} = e_s\ dt/di$ et dire: *Un circuit possède un coefficient de selfinduction égal à l'unité, quand une force électromotrice d'une unité* C. G. S. *y est induite par une variation de courant d'une unité* C. G. S. *en une seconde.*

Rapport des deux systèmes. — Puisque le nombre mesurant une quantité est en raison inverse de la grandeur de l'unité employée, il nous suffira d'égaler les valeurs numériques d'une même quantité mesurée dans les deux systèmes pour obtenir par leur rapport le rapport inverse de la grandeur des unités correspondantes.

Par exemple une même quantité de travail W pourra s'exprimer dans les deux systèmes par

$$I_s{}^2\ R_s\ t = I_m{}^2\ R_m\ t$$

en appelant I_s *le nombre* d'unités électrostatiques d'intensité, I_m *le nombre* d'unités électromagnétiques d'intensité, R_s et R_m *les nombres* d'unités de résistance respectivement électrostatiques et électromagnétiques. Nous tirerons pour le rapport de ces valeurs numériques

$$\frac{I_s}{I_m} = \sqrt{\frac{R_m}{R_s}}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La même quantité de travail pourra aussi s'exprimer par

$$E_s I_s t = E_m I_m t$$

d'où l'on tirera encore $\dfrac{I_s}{I_m} = \dfrac{E_m}{E_s}$

De même $W = E_s Q_s = E_m Q_m = E^2_s C_s = E^2_m C_m$

d'où, pour les diverses valeurs numériques :

$$\frac{I_s}{I_m} = \sqrt{\frac{R_m}{R_s}} = \frac{E_m}{E_s} = \frac{Q_s}{Q_m} = \sqrt{\frac{C_s}{C_m}}$$

Ce rapport constant existant entre les valeurs numériques, les unités seront dans un rapport inverse. On pourra donc écrire, en remarquant que les diverses unités remplacées en fonction de leurs dimensions donneront pour la valeur des diverses fractions $L\,T^{-1}$ ou $L^2\,T^{-2}$

$$\frac{[I_m]}{[I_s]} = \frac{[E_s]}{[E_m]} = \frac{[Q_m]}{[Q_s]} = v \text{ une vitesse}$$

et $$\frac{[R_s]}{[R_m]} = \frac{[C_m]}{[C_s]} = v^2.$$

Il résulte de ces équations que l'intensité et la quantité d'électricité correspondant aux unités électromagnétiques sont v fois plus grandes que celles correspondant aux unités électrostatiques; que l'unité de force électromotrice électrostatique est v fois plus grande que l'unité de force électromotrice électromagnétique; que l'unité de résistance électrostatique est v^2 fois plus grande que l'unité correspondante électromagnétique, tandis que l'unité de capacité électrostatique est, au contraire, v^2 fois plus petite que l'unité de capacité électromagnétique.

L'expérience a fourni pour v la valeur de la vitesse de la lumière soit 3×10^{10} centimètres par seconde.

Le système électrostatique n'est guère employé que pour faciliter les calculs basés sur la loi Coulomb et la solution des problèmes sur les capacités des conducteurs. Dans les applications industrielles, c'est toujours aux unités électromagnétiques que l'on recourt; aussi est-ce de celles-là dont il s'agit lorsqu'on parle d'unités électriques sans autre désignation.

Unités pratiques. — Les unités ainsi définies ne sont pas dans un rapport simple avec les grandeurs que l'on a géné-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ralement à mesurer. Par exemple l'unité C. G. S. de résistance électromagnétique ne correspond qu'à la résistance d'environ un vingt-millième de millimètre d'un fil de cuivre d'un millimètre de diamètre. Le cuivre étant très conducteur, cette résistance est excessivement faible. Par contre, l'unité de capacité est extrêmement grande; elle équivaut à la capacité d'une sphère de 637 000 000 centimètres de rayon.

Avec de telles unités, les calculs devraient s'effectuer sur des nombres formidables échappant à toute appréciation ; aussi a-t-il fallu recourir, tout au moins pour les grandeurs les plus usuelles : résistance, intensité, force électromotrice, quantité et capacité, à des unités dites *pratiques*, mieux adaptées aux nécessités usuelles. Nous représenterons ces unités par les majuscules R, I, E,... placées entre crochets.

Ohm. — L'unité pratique de résistance, appelée *ohm international* (actuellement légal en Belgique) vaut 10^9 unités C.G.S. électromagnétiques; $[R] = 1\ \Omega = 10^9\ [R_m]$.

Ampère. — L'unité pratique d'intensité, appelée *ampère international*, vaut le dixième de l'unité C. G. S. $[I] = 1\ \text{A} = 10^{-1}\ [I_m]$. Rappelons qu'un courant d'un ampère dépose par seconde 1,118 mg d'argent et 0,327 mg de cuivre en décomposant un sel de ces métaux. Ces deux unités étant définies, les autres le sont par l'application des relations connues entre les grandeurs qu'elles servent à mesurer.

Coulomb. — L'unité pratique de quantité correspondant à l'unité d'intensité est le *coulomb international*, valant le dixième de l'unité C. G. S. $[Q] = [Q_m]/10$.

Volt. — L'unité pratique dérivée de force électromotrice, le *volt international est la force électromotrice qui, appliquée à un conducteur dont la résistance est d'un ohm international, y soutient un courant d'un ampère international.*

En vertu de la relation $[V]$ ou $[E] = [I\,R]$ on voit que le volt $= [I_m/10]\ 10^9\ [R_m] = 10^8\ [I_m\,R_m] = 10^8$ unités C. G. S.

Farad. — L'unité pratique de capacité, le *farad international, est la capacité d'un conducteur chargé d'un coulomb international au potentiel d'un volt international.*

$$[C] = \frac{[Q]}{[V]} = \frac{10^{-1}\,[Q_m]}{10^8\,[V_m]} = 10^{-9}$$ unités C. G. S. de capacité.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

JOULE. — L'unité pratique de travail, le *joule international, correspond à l'énergie calorifique dégagée par le passage du courant d'un ampère dans un conducteur d'un ohm pendant une seconde* ou encore, *c'est le travail correspondant à un coulomb passant sous la différence de potentiel d'un volt.*

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ volt} \times 1 \text{ coulomb} = 10^8 [E_m] \times 10^{-1} [Q_m] = 10^7 [E_m Q_m]$$
$$= 10^7 \text{ ergs} = 1/9{,}81 = 0{,}102 \text{ kilogrammètre.}$$

WATT. — Le *watt international* est l'unité pratique de puissance. *C'est la puissance correspondant à un joule par seconde ou à un volt-ampère.*

$$\text{Le watt} = 10^7 \text{ ergs-seconde} = 0{,}102 \text{ kgm}''$$
$$\text{Le cheval} = 736 \text{ watts.}$$

HENRY. — Le *henry international*, unité de coefficient d'induction, *est le coefficient de selfinduction d'un circuit dans lequel la variation d'un ampère par seconde induit une force électromotrice d'un volt.*

En valeur absolue $E = \mathfrak{L} \frac{dI}{dt}$, d'où $\mathfrak{L} = \frac{E\,dt}{dI}$.

$$[\mathfrak{L}] = \frac{10^8 [E_m T]}{10^{-1} [I_m]} = 10^9 \text{ unités C. G. S. de coefficient de selfinduction.}$$

$$\text{Dimensions } [\mathfrak{L}] = \frac{10^8}{10^{-1}} \left[\frac{E_m T}{I_m}\right] = 10^9 \left[\frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2} \mathrm{T}}{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}}\right] = 10^9 [L].$$ Le henry vaut 10^9 centimètres.

L'équation de dimensions du coefficient de selfinduction nous a montré que ce coefficient correspond à l'unité de longueur. En unités C. G. S. il vaut un centimètre. En unités pratiques il vaudra l'unité *pratique* de longueur et nous voyons que celle-ci correspond à 10^9 centimètres. En d'autres termes, dans le système des unités pratiques, l'unité de longueur vaut 10^9 centimètres ou le 1/4 du méridien terrestre.

Valeur des unités fondamentales du système pratique. — *Il est intéressant de déterminer quelle est la valeur des trois unités fondamentales dans le système pratique.*

1° Nous venons de voir que l'unité de longueur du système pratique est le quadrant.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° Dans le système électromagnétique C. G. S. la résistance a pour dimension $[L\ T^{-1}]$. L'ohm, unité pratique de résistance, vaut 10^9 C. G. S. donc

$$[l\ t^{-1}] = 10^9\,[L\ T^{-1}] \quad \text{or} \quad [l] = [L]\,10^9$$

donc $t = T$, l'unité de temps reste la seconde.

3° Dans le système électromagnétique C. G. S. la force électromotrice a pour dimensions $\left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}\right]$. Le volt, unité pratique de force électromotrice, vaut 10^8 unités C. G. S.

Donc $$\left[m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}\right] = 10^8 \left[M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}\right].$$

Comme $[l] = 10^9\,[L]$ et $[t] = [T]$ il vient en substituant

$$[m] = 10^{-11}\,[M].$$

L'unité de vitesse correspondant à l'unité de longueur parcourue pendant l'unité de temps, les relations ci-dessus conduisent à penser que les phénomènes électriques mettent en jeu des masses extrêmement petites, animées de vitesses excessives.

Correspondance des unités pratiques et C. G. S.

		Unités électromagnétiques	C. G. S. électrostatiques.
Résistance	Ohm.	10^9	$10^9/v^2 = 1/9.10^{11}$.
Intensité	Ampère.	10^{-1}	$10^{-1}\,v = 3.10^9$.
Quantité	Coulomb.	10^{-1}	3.10^9.
Force électromotrice.	Volt.	10^8	$10^8/v = 1/3.10^2$.
Capacité	Farad.	10^{-9}	$10^{-9}\,v^2 = 9.10^{11}$.

Etalons des unités pratiques.

Les unités pratiques définies, il s'agissait d'abord de les déterminer, ce que nous étudierons dans le chapitre des mesures, puis de les matérialiser par des étalons suffisamment stables, facilement reproductibles, aisément transportables.

Les seules aptes à cette dernière opération sont la résistance, la force électromotrice, la capacité et la selfinduction. L'intensité d'un courant, une quantité d'électricité, ne sont en effet pas matérielles. De même le watt, le joule, etc., ne sont pas matérialisables. Il suffit d'ailleurs de posséder les étalons des premiers pour fixer facilement la valeur des autres.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Étalon de résistance. — L'*ohm* est représenté par *la résistance à 0° d'une colonne de mercure de section constante, d'une longueur de 106,3 cm et d'une masse de 14,4521 grammes.*

PROTOTYPE. — Le prototype de l'ohm est constitué par un tube en verre soigneusement calibré (fig. 200) terminé par des godets élargis, dans lesquels plongent des électrodes en platine permettant de relier le mercure remplissant le tube et les godets à un circuit extérieur.

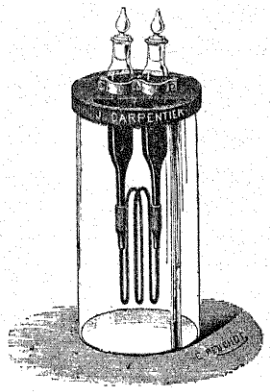


FIG. 200.

La variation de résistance du mercure avec la température est donnée par la formule

$$R_t = R_0 (1 + 0{,}000\,864\,9\,t + 0{,}000\,001\,12\,t^2).$$

ETALONS SECONDAIRES. — Les étalons servent à réaliser des copies plus transportables à l'usage des laboratoires et des fabriques. Ces étalons secondaires sont constitués de bobines en fil métallique isolé, enroulé en double pour éviter les effets, tant de selfinduction que d'induction, dus à des causes extérieures. On a soin d'utiliser des alliages ayant un très faible coefficient de température. La nickeline par exemple (61 *Cu*, 19 *Zn*, 18 *Ni*) possède un coefficient de variation de 0,000 3 et une résistance spécifique de 33 microhms-cm ; la manganine (84 *Cu*, 13 *Mn*, 4 *Ni*) une résistance spécifique de 47 microhms-cm et un coefficient de température de — 0,000 04. *Ce dernier est assez faible pour rendre toute correction négligeable.*

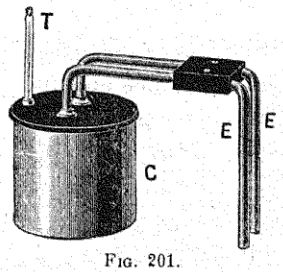


FIG. 201.

La figure 201 montre un étalon secondaire constitué d'un fil enroulé sur une bobine en ébonite enfermée dans une boîte C enduite intérieurement d'une épaisse couche de paraffine. Un thermomètre T permet de prendre la température existant à l'intérieur de la boîte dont sortent des électrodes en cuivre E, E.

Pour éviter le travail moléculaire se produisant après l'en-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

roulement du fil, ce qui modifie la résistance avec le temps et fausse l'étalon, on recuit le fil enroulé dans l'étuve à air, à la température de 115 à 120°, pendant quelques heures, avant de le fixer dans la boîte.

Très faibles résistances. — On constitue les très faibles résistances par deux conducteurs dérivés : une bande métallique de résistance légèrement supérieure à celle nécessaire et un fil mince dont on règle la longueur pour atteindre la résistance exacte nécessaire.

Quand la bobine de résistance comprend un très grand nombre de spires, il est avantageux, pour réduire la capacité que présentent les deux fils enroulés côte à côte, de n'utiliser qu'un fil simple disposé en un nombre pair de couches successives enroulées en sens inverse et présentant des nombres égaux de spires. Les diverses couches sont d'ailleurs isolées par des enveloppes de papier paraffiné, ce qui augmente leur isolement et diminue la capacité.

Pour les besoins de la pratique, on constitue des résistances que l'on peut aisément insérer dans les circuits par fractions plus ou moins faibles.

Résistances pour courants faibles. — Boîte de résistance ordinaire. — On la compose de bobines de fil mince, attachées intérieurement au couvercle en ébonite de boîtes en bois. Leurs extrémités se soudent à des blocs extérieurs en cuivre B_1, B_2, B_3,... (fig. 202) que des chevilles en cuivre C_1, C_2,... manipulées au moyen de têtes en ébonite E_1, E_2,... permettent de mettre en court-circuit.

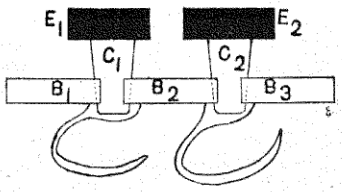


Fig. 202.

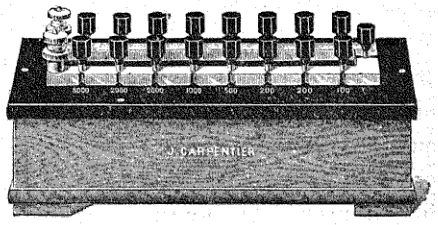


Fig. 203.

Les boîtes, (fig. 203), comprennent souvent 16 bobines ayant les résistances suivantes : 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100, 200, 200, 500, 1000, 2000, 2000, 5000 ohms permettant de déboucher une

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

résistance quelconque de 1 à 11 110. 16 fiches sont nécessaires.

Boîtes a décades. — Par la disposition en décades, on peut déboucher une résistance quelconque de 1 à 9999 ohms en manipulant 4 fiches seulement.

A (fig. 204) est une des bornes de l'appareil, rattachée à une bande A′ portant des encoches au droit de blocs B, 1, 2, 3,... comprenant chacun entre eux une résistance d'un ohm. Le bloc

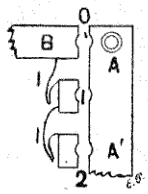


Fig. 204.

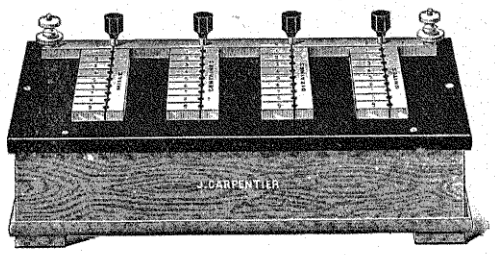


Fig. 205.

B se continue par une bande B′ portant des encoches au droit de blocs comprenant entre eux une résistance de 10 ohms et ainsi de suite jusqu'aux 9 bobines de 1000 ohms, vue extérieure (fig. 205). Nous avons donc, cette fois, 36 bobines comprenant 9 bobines d'un, de 10, de 100 et de 1000 ohms. Si les 4 fiches sont insérées dans les trous O, la résistance est nulle.

Boîte circulaire. — On rencontre aussi des boîtes dans lesquelles les bobines, d'égale résistance, sont raccordées à des plots métalliques. Le premier est en communication avec une des bornes A_1 de l'appareil, tandis qu'une lame glissante, manipulée à l'aide d'une manette M raccordée à l'autre borne A_2, pivotant au centre de la circonférence des plots et touchant continuellement au moins un de ceux-ci dans ses déplacements, permet l'insertion entre A_1 et A_2 d'un nombre de bobines plus ou moins grand, suivant la position qu'elle occupe. La figure 206 montre la vue d'une boîte de 4 décades, 4 lames glissantes

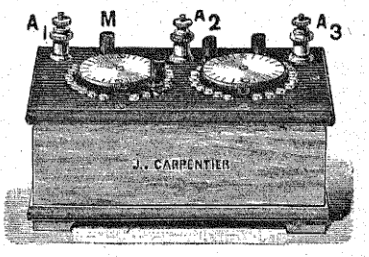


Fig. 206.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et 3 bornes A_1, A_2 et A_3 permettant l'insertion des quatre résistances variables entre celles-ci.

Résistances pour courants intenses. — On emploie beaucoup des fils plus ou moins gros, en métal résistant comme le maillechort, enroulés en hélices et rattachés à des blocs en cuivre, que des chevilles permettent de mettre en court-circuit.

On utilise aussi des rhéostats à liquide, dans lesquels le courant passe par l'intermédiaire d'électrodes à travers un liquide plus ou moins conducteur, comme une solution de carbonate de soude.

Des lampes à incandescence, groupées en série ou en dérivation ou en groupement mixte, permettent également de modifier le débit dans de larges limites.

On emploie souvent, actuellement, des matières pulvérulentes à base de graphite ou d'autres matières plus ou moins réfractaires, agencées sous forme de traînées plus ou moins épaisses et longues, auxquelles on amène le courant au moyen d'électrodes métalliques.

Enfin, les toiles métalliques constituent d'excellents rhéostats provisoires, à cause de leur grande surface de refroidissement. Par exemple, une bande de toile métallique en fil de fer de 0,33 mm de diamètre, présentant 81 mailles par cm^2, d'une longueur de 54 mètres et d'une largeur de 25 cm, repliée en accordéon sur des chevalets en bois, permet le passage de 400 ampères sous 260 volts, soit la dissipation d'une énergie de 141 chx. On utilise également avec avantage des boudins en fil de fer noyés dans de l'eau constamment renouvelée (30 A par mm^2).

Étalons de force électromotrice. — Un certain nombre d'éléments de piles voltaïques fournissent, sous des conditions déterminées, une force électromotrice suffisamment constante pour servir d'étalons.

Tel l'élément Latimer Clark que nous décrirons au chapitre des piles et dont la force électromotrice est de 1,434 volt à 15° centigrades, ou mieux, l'élément Weston, dont la force électromotrice est de 1,01836. On ne peut faire débiter un tel élément que sur une résistance de 100 000 Ω au moins, et pendant le plus faible temps possible, afin d'éviter qu'il ne se polarise.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Étalons de capacité. — Les étalons de capacité sont des condensateurs composés de feuilles d'étain séparées par des feuilles de mica, contenues dans des boîtes dont le couvercle en ébonite porte les bornes d'attache et des blocs en laiton reliés aux armatures.

Les condensateurs usuels sont gradués en microfarads. Des fiches en cuivre insérées entre les blocs raccordés aux armatures, permettent d'obtenir la fraction voulue de la capacité.

En formant les éléments au moyen de petites plaques minces de mica argentées sur leurs deux faces, M. Bouty obtient des condensateurs de très petit volume (fig. 207).

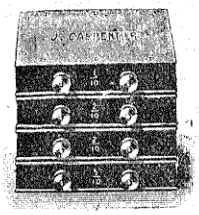


Fig. 207.

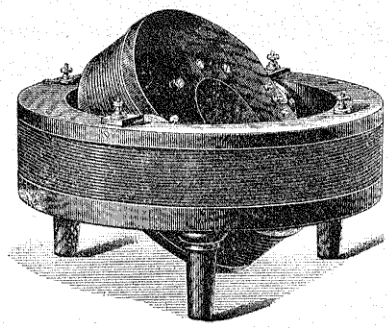


Fig. 208.

Étalon de selfinduction. — Un étalon de selfinduction (fig. 208) a été construit par MM. Ayrton et Perry en utilisant deux bobines circulaires coaxiales dont l'intérieure, placée en série avec l'autre, pivote autour d'un axe diamétral, ce qui permet de faire varier leur angle de 0 à 180°. Lorsque les bobines sont parallèles et parcourues en sens inverse par les courants, leur selfinduction est minimum. Elle augmente avec l'angle que font les plans des deux bobines, pour atteindre son maximum quand la bobine intérieure a fait un demi-tour. Une graduation indique la valeur du coefficient de selfinduction dans les diverses positions.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE XII.

Courant alternatif

§ I. — Généralités.

Avec le courant continu, le flux d'électricité est constamment dirigé dans le même sens. Si le courant est alternatif, nous trouvons des renversements périodiques de ce flux: le courant se dirige tantôt dans un sens, tantôt dans le sens opposé. Entre deux passages par zéro, la courbe d'intensité peut-être quelconque, c'est-à-dire asymétrique. Pour la facilité des calculs, on admet généralement que les variations sont symétriques par rapport à l'axe des temps et à l'ordonnée maxima, c'est-à-dire que la courbe de courant affecte la forme sinusoïdale, ce qui est pratiquement exact avec les machines modernes.

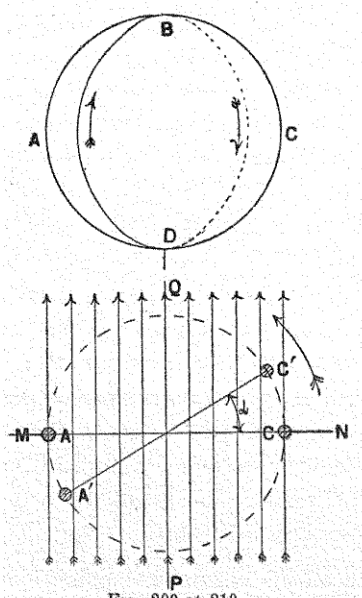


Fig. 209 et 210.

Le générateur le plus simple, produisant un tel courant, est constitué par une spire tournant d'un mouvement uniforme, dans un champ magnétique uniforme, par exemple le champ terrestre.

Soit une spire ABCD (fig. 209) animée d'une vitesse de rotation invariable, autour d'un axe vertical BD en sens inverse du mouvement des aiguilles d'une montre, dans un champ magnétique d'intensité constante, dont la direction est normale au plan de la spire dans sa position MN (fig. 210).

En MN, le flux embrassé est maximum et, pendant le temps

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

infiniment petit dt, sa valeur ne change pas. En vertu de la loi fondamentale de l'induction $e = -d\Phi/dt$, la force électromotrice d'induction sera nulle. A partir de ce moment, et jusque dans la position à angle droit PQ, le flux va en diminuant, la force électromotrice est positive. En regardant dans la direction du champ, elle est orientée dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre, donc suivant les flèches. A partir de PQ le flux embrassé par la spire va en augmentant, la force électromotrice est négative. Mais si l'on remarque que, par rapport à l'observateur placé en P et regardant dans le sens des lignes de force du champ, le brin BCD est maintenant passé à sa gauche et vice versa, on voit que le courant est resté de même sens dans les deux brins constitutifs de la spire.

Quand celle-ci atteint MN, le flux embrassé est de rechef maximum et la force électromotrice de nouveau nulle. La spire continuant à tourner, le flux diminue et la force électromotrice devient positive, sans qu'il y ait eu cette fois, par rapport à la direction PQ, permutation de position entre les deux brins, c'est-à-dire que la force électromotrice *change de sens* dans le circuit, ce qui perdure jusqu'au moment où les conducteurs sont revenus prendre leur position initiale dans le plan MN, où la force électromotrice s'annule encore.

Nous serions arrivé plus directement au résultat en considérant que, pendant le trajet NQM, le brin BCD coupe les lignes de force dans un sens, puisqu'il les coupe en sens inverse pendant le trajet consécutif MPN. L'autre brin BAD coupe simultanément le champ en sens contraire mais, comme il est monté en tension avec le premier, les forces électromotrices s'ajoutent dans la spire. Le changement de sens à lieu suivant MN; en outre, la force électromotrice développée est maximum suivant PQ, puisqu'à ce moment le nombre de lignes de force coupées par unité de temps est le plus considérable.

Période. — En résumé, nous constatons pendant la première demi-révolution de la spire, la production d'une onde de force électromotrice orientée dans un certain sens, immédiatement suivie pendant la seconde demi-révolution d'une onde orientée en sens inverse. La durée des deux ondes ou alternances consé-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cutives, s'appelle *période* du courant alternatif ; c'est aussi le temps le plus court au bout duquel le courant reprend identiquement la même valeur. On le représente par T.

Appelons $\mathcal{H}$ l'intensité du champ, s la surface de la spire dont la vitesse angulaire constante $\omega = d\alpha/dt$. L'angle décrit pendant un temps t sera $\alpha = \omega t$. Dans la position A' C', faisant un angle α avec l'axe MN, le flux traversant la boucle est

$$\mathcal{H} s \cos \alpha = \Phi.$$

La force électromotrice d'induction a par conséquent pour expression

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{H} s \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \mathcal{H} s \omega \sin \omega t.$$

Remarque. — La valeur maximum du sinus étant l'unité on aura $E_m = \mathcal{H} s \omega$. En appelant $\Phi_m = \mathcal{H} s$ le flux maximum embrassé par la spire, la *force électromotrice maximum* développée à la vitesse angulaire uniforme ω vaut $\Phi_m \omega$, *produit du flux maximum par la vitesse angulaire.*

Vitesse angulaire ou pulsation de la force électromotrice.— Si T est la période, c'est-à-dire dans le cas particulier que nous étudions, la durée d'une révolution complète de la spire, correspondant à un angle 2π radians, l'angle parcouru pendant l'unité de temps, *vitesse angulaire* ou *pulsation* de la force électromotrice sera $\omega = 2\pi/T$ radians. En remplaçant ω par sa valeur dans le sinus, nous obtenons

$$e = \mathcal{H} s \omega \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Pour

$$t = 0,\ T/4,\ T/2,\ 3\ T/4,\ 5\ T/4,\ \text{etc.},$$

puisque

$$\sin 2\pi t/T = 0,\quad 1,\quad 0,\quad -1,\quad 0,\ +1,\quad \ldots,$$

la force électromotrice passe successivement par zéro, un maximum $E_m = \mathcal{H} s \omega$, zéro, un minimum $-\mathcal{H} s \omega$, zéro, etc., et son expression en fonction du temps peut se mettre sous la forme

$$e = E_m \sin 2\pi t/T.$$

C'est une sinusoïde facile à construire, en portant les temps

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sur un axe horizontal et les forces électromotrices correspondantes en ordonnées, courbe des e (fig. 211). *E_m est l'amplitude de la force électromotrice.*

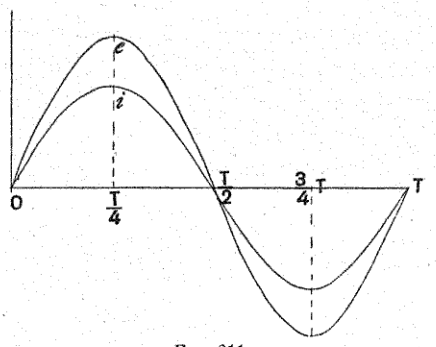


FIG. 211.

Fréquence. — Remarquons que, T étant la durée d'une période, le nombre f de périodes par seconde ou la *fréquence* sera $1/T = f$ et la valeur de la force électromotrice pourra encore s'écrire : $e = E_m \sin 2\pi f t$.

Cette formule est générale et vraie quel que soit le nombre des champs traversés pendant une révolution par la spire.

APPLICATION. — Si celle-ci possède une surface de 30 centimètres carrés, tourne dans un champ de 15 gauss auquel elle est normale, et fait 1 000 tours par seconde, la force électromotrice maximum engendrée aura pour valeur

$$15 \cdot 30 \cdot 2\pi \cdot 1\,000 = 283 \cdot 10^4 \text{ unités C. G. S.} = 283 \cdot 10^4/10^8 = 0{,}028\,3 \text{ volt.}$$

Intensité. — Nous avons supposé la spire, de résistance R, dépourvue de selfinduction, comme d'ailleurs de capacité. L'intensité du courant, donnée par la loi d'Ohm, sera à un instant quelconque t

$$i = \frac{E_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

I_m est l'amplitude de l'intensité. Le courant ainsi produit s'appelle *courant alternatif, périodique, oscillatoire ou harmonique.*

La courbe d'intensité affecte, dans ce cas particulier, non seulement la même forme que celle de la force électromotrice, mais encore la même *phase*, c'est-à-dire qu'elle s'annule et passe par ses valeurs nulles et maxima *en même temps* qu'elle. En effet, pour $t = 0$, $T/4$, $T/2$, $3T/4$, T, etc., i est nul, maximum, nul, minimum, nul, etc. (fig. 210, courbe des i) tout comme la force électromotrice.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Courant redressé. — Les extrémités de la spire étant reliées à deux demi-cylindres métalliques tournant avec elles, isolés l'un de l'autre, sur lesquels frottent des balais calés de manière qu'ils passent d'un demi-cylindre sur l'autre au moment où le courant est annulé dans la spire, un circuit relié aux balais sera parcouru par un *courant redressé*, c'est-à-dire par une série d'ondes successives de mêmes amplitude et sens. Les deux demi-cylindres, raccordés comme il vient d'être dit et munis de leur paire de balais calés un peu au-delà de MN dans le sens de la rotation, constituent la plus simple *permutatrice* possible.

Courant ondulé. — Si le courant alternatif est superposé à un courant continu d'intensité plus grande que son amplitude, on a comme résultante un courant *ondulé*, présentant simplement des maxima et minima successifs sans passages par zéro.

Courant pulsatif. — Quand l'intensité du courant continu auquel se superpose le courant alternatif est précisément égale à son amplitude, le courant devient *pulsatif*, c'est-à-dire croît de zéro à un maximum, décroît jusqu'à zéro, et ainsi de suite.

Renversement d'un courant alternatif. — Le courant alternatif se propageant tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, il semble que le renversement d'un tel courant n'ait pas de sens physique. Il en est ainsi si l'on ne considère que la direction variable du courant; la question change de face, si l'on fait entrer en ligne de compte cet autre facteur essentiel du courant alternatif : *le temps*.

Soit un courant alternatif traversant un appareil, représenté par la sinusoïde O B B″ (fig. 212). Si l'on permute les connexions avec le circuit d'alimentation, à l'instant marqué par OA, le courant, qui avait au moment considéré la valeur positive A B, par exemple, prend instantanément la même valeur négative A B′, courbe inférieure en gros trait, valeur qu'il n'aurait atteinte qu'en A′B″, π/ω secondes plus tard, ce qui revient à l'avan-

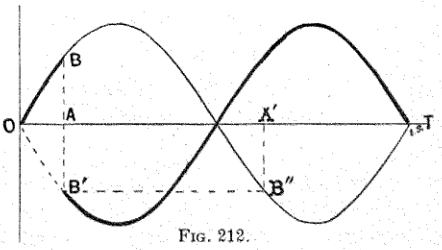


Fig. 212.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cer d'une demi-période. Donc, *quand on renverse un courant alternatif, on le déphase en avant de* π *radians ou d'une demi-période.*

Force électromotrice de résistance. — De la dernière équation écrite plus haut nous tirons : $E_m \sin \omega t = Ri = RI_m \sin \omega t$. Par conséquent, comme en courant continu, pour faire traverser la résistance R par le courant $I_m \sin \omega t$, nous devons appliquer à ses bornes la force électromotrice $e_r = RI_m \sin \omega t$, égale à chaque instant au produit de la résistance par la valeur instantanée de l'intensité du courant.

Intensité et force électromotrice efficaces. — Quelle que soit la forme de la courbe d'intensité qu'affecte le courant alternatif, la puissance qu'il est susceptible de produire se traduira uniquement sous forme de chaleur, en l'absence de récepteur dans le circuit. L'intensité repassant successivement par les mêmes valeurs pendant les diverses périodes, nous pouvons borner notre examen à une seule période, pendant laquelle l'énergie calorifique développée est

$$\int_0^T Ri^2\,dt = RI_m^2 \int_0^T \sin^2 \omega t\,dt = \frac{RI^2{}_m}{2} \int_0^T (1 - \cos 2\omega t)\,dt =$$

$$\frac{RI^2{}_m}{2}\left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^T = \frac{RI^2{}_m}{2} T.$$

Cette quantité de chaleur, que l'on pourra utiliser plus ou moins complètement, représente donc, en somme, *l'efficacité* du courant alternatif. Pour l'apprécier, le moyen le plus commode est de la comparer avec l'effet calorifique produit par un courant continu, de sorte que, par définition, *l'intensité efficace d'un courant alternatif est l'intensité du courant continu qui, traversant la même résistance, y développe la même quantité de chaleur pendant le même temps.* Soit X l'intensité du courant continu équivalent. Pendant le temps T, il développe l'effet Joule RX^2T.

Nous aurons

$$RX^2T = \frac{RI^2{}_m}{2} T, \text{ d'où } X = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

L'intensité efficace d'un courant alternatif sinusoïdal est donc égale à son intensité maximum, divisée par $\sqrt{2}$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Par analogie, on désigne sous le nom de *force électromotrice efficace* l'expression $E_m/\sqrt{2}$.

UTILITÉ DE LA NOTION DE L'INTENSITÉ EFFICACE. — L'utilité de la notion de l'intensité efficace est de permettre de traiter le courant alternatif comme un courant continu *au point de vue de l'effet Joule*. En effet, nous venons de trouver pour l'effet Joule fourni par seconde par le courant $i = I_m \sin \omega t$, la quantité $R\, I_m^2/2 = R\, i^2_{eff}$. Donc, d'une manière générale, *la chaleur développée par seconde dans un conducteur de résistance R, par un courant d'intensité efficace* i_{eff} *est* $R\, i_{eff}^2$

Nous désignerons dorénavant les intensités efficaces par I et les forces électromotrices efficaces par E.

On aura donc $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ et $E = \dfrac{E_m}{\sqrt{2}}$

LES APPAREILS DE MESURE DONNENT LES VALEURS EFFICACES. — Il est à remarquer que ce sont les valeurs efficaces qu'indiquent les appareils de mesure. Un galvanomètre ordinaire inséré dans un circuit alternatif ne marque rien, son équipage ayant trop d'inertie pour suivre des variations aussi rapides que celles du courant alternatif, dont la fréquence industrielle est de 50. Il faut donc se servir de l'électro dynamomètre, dont les indications sont proportionnelles à chaque instant à i^2, soit au total à la moyenne des carrés des intensités. Or, cette moyenne

$$\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt = \frac{I^2_m}{2}.$$

dont la racine carrée, soit $\dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$, est précisément l'intensité efficace.

Intensité et force électromotrice moyennes. — L'intensité moyenne du courant est évidemment nulle. Mais si l'on se borne à une demi-période, on trouve comme intensité moyenne

$$i_{moy} = \frac{1}{\frac{T}{2}}\int_0^{\frac{T}{2}} i\,dt = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} I_m \sin \omega t\, dt = \frac{2\, I_m}{\pi}.$$

et l'on voit que pour prendre la valeur moyenne d'une fonction sinusoïdale, *il suffit de diviser par* π *le double de son amplitude.*

Son rapport à l'intensité efficace

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$$\frac{i_{moy}}{I} = \frac{2\, I_m \sqrt{2}}{\pi\, I_m} = 0{,}9,$$

c'est-à-dire que *les indications de l'électrodynamomètre doivent être réduites d'un dixième, pour donner le courant moyen.*

Les mêmes considérations s'appliqueraient aux forces électromotrices moyenne et efficace.

Remarque. — Les Allemands désignent la valeur moyenne de l'intensité d'un courant alternatif, *l'intensité moyenne électrolytique* de celui-ci. Car si l'on redresse un courant alternatif et qu'on lui fasse traverser une solution d'un sel métallique, en divisant le poids de métal déposé par le temps et l'équivalent électrochimique, on obtient bien l'intensité moyenne définie comme ci-dessus.

Effet de la selfinduction et de la capacité. — Supposons maintenant le circuit constitué par une résitance R (fig. 213), douée d'un coefficient de selfinduction $\mathfrak{L}$ henrys, montée en série avec un condensateur de capacité C farads. Cherchons quelle force électromotrice nous devrons appliquer à ses extrémités, pour que le courant $i = I_m \sin \omega t$ le traverse.

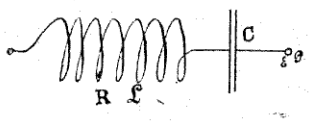


Fig. 213

Nous savons que le coefficient de selfinduction de la bobine donnera lieu à une force contre-électromotrice de selfinduction $-\mathfrak{L}\, di/dt$ et que les charges que possédera le condensateur par suite du passage du courant donneront également lieu à une force contre-électromotrice s'opposant au passage du courant.

Appelons e la force électromotrice appliquée, — e_c la force contre-électromotrice existant entre les armatures du condensateur au moment t. Nous avons vu (p. 86) que la force électromotrice à appliquer aux bornes d'un circuit dans lequel existent des forces électromotrices $= I \Sigma R - \Sigma E$, les forces électromotrices étant prises en signes contraires

Nous aurons en conséquence.

$$e = R\, i + \mathfrak{L}\, \frac{di}{dt} + e_c$$

ce qui veut dire que la force électromotrice appliquée doit, à chaque instant, être la somme de trois forces électromotrices :

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'une $R\,i$, en phase avec le courant, laquelle est la *force électromotrice* que nous appellons de *résistance*: la seconde $\mathfrak{L}\,di/dt$, force électromotrice dite *de selfinduction*, égale et opposée à la force contre-électromotrice de selfinduction et qui doit donc à chaque instant l'équilibrer ; enfin, une troisième force électromotrice dite *de capacité*, égale et opposée à celle développée dans le condensateur.

Nous allons les évaluer en fonction des facteurs du circuit.

La force électromotrice de résistance $e_r = R\,i = R\,I_m \sin \omega t$. C'est elle qui forcera le courant $I_m \sin \omega t$ à traverser la résistance R considérée isolément.

La force électromotrice de selfinduction

$$e_s = \mathfrak{L}\,\frac{di}{dt} = \mathfrak{L}\,\frac{d\,(I_m \sin \omega t)}{dt} = \mathfrak{L}\,I_m\,\omega \cos \omega t.$$

C'est elle qui équilibrera à chaque instant la force contre-électromotrice naissant du chef de la selfinduction

$$-\,\mathfrak{L}\,\frac{di}{dt} = -\,\mathfrak{L}\,I_m\,\omega \cos \omega\,t.$$

Pour déterminer la force électromotrice de capacité, ou la différence de potentiel qui, appliquée aux bornes du condensateur, annule à chaque instant la différence de potentiel due à la charge que ses armatures prennent par le passage du courant, nous la calculerons au moyen de la formule générale $Q = C\,V$ d'où $V = Q/C$ en déterminant la charge qu'a absorbé le condensateur après un temps t.

Au bout du temps t, ses armatures retiennent la quantité d'électricité

$$\int_o^t I_m \sin \omega t\,dt = \frac{I_m}{\omega} - \frac{I_m}{\omega} \cos \omega\,t \text{ coulombs.}$$

Pour embrasser le problème dans toute sa généralité, nous devons lui supposer une certaine charge initiale Q_o. A l'époque t, la charge du condensateur sera donc

$$Q_o + I_m/\omega - (I_m/\omega) \cos \omega t$$

et la différence de potentiel de ses armatures

$$Q_o/C + I_m/\omega C - (I_m/\omega C) \cos \omega t \text{ volts.}$$

Voyons quel est son signe. Cette différence de potentiel est

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

orientée en sens inverse du courant qui lui donne naissance. Elle a donc pour valeur, en tenant compte des signes adoptés

$$-\left(\frac{Q_o}{C}+\frac{I_m}{\omega C}-\frac{I_m}{\omega C}\cos\omega t\right)$$

et la force électromotrice de capacité qui lui est égale et opposée aura pour expression

$$e_c=-\left[-\left(\frac{Q_o}{C}+\frac{I_m}{\omega C}-\frac{I_m}{\omega C}\cos\omega t\right)\right]=\frac{Q_o}{C}+\frac{I_m}{\omega C}-\frac{I_m}{\omega C}\cos\omega t$$

volts.

En résumé, pour faire traverser par un courant $I_m \sin \omega t$ ampères un circuit comprenant une résistance R ohms, un coefficient de selfinduction Ω henrys et une capacité C farads, il faudra appliquer à ses bornes :

1° Une force électromotrice de résistance e_r égale à chaque instant à l'intensité du courant multipliée par la résistance ohmique du circuit.

$$e_r = R\, I_m \sin \omega t\,;$$

2° Une force électromotrice de selfinduction équilibrant à chaque instant la force contre-électromotrice due à la self-induction.

$$e_s = \Omega\, I_m\, \omega \cos \omega t\,;$$

3° Une force électromotrice de capacité contre-balançant à chaque instant la force contre-électromotrice due à la charge du condensateur

$$e_c=\frac{Q_o}{C}+\frac{I_m}{\omega C}-\frac{I_m}{\omega C}\cos\omega t.$$

La force électromotrice *totale* ou *agissante* ou *appliquée* e à entretenir aux bornes du circuit pour le faire traverser par le courant $I_m \sin \omega t$ aura donc pour valeur

$$e=e_r+e_s+e_c=R\,I_m\sin\omega t+\left(\omega\Omega-\frac{1}{\omega C}\right)I_m\cos\omega t+\frac{Q_o}{C}+\frac{I_m}{\omega C}$$

La forme du second membre indique que e est le sinus d'une somme d'arcs. Comme ce sinus doit contenir le terme périodique ωt, nous poserons

$$e=E_m\sin(\omega t+\varphi)=E_m\cos\varphi\sin\omega t+E_m\sin\varphi\cos\omega t.$$

En identifiant avec le second membre de l'équation précé-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dente, nous obtiendrons les équations de condition

$$E_m \cos \varphi = R I_m ; E_m \sin \varphi = \left(\omega \mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right) I_m ; \frac{Q_0}{C} + \frac{I_m}{\omega C} = 0 ;$$

d'où

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\left(\omega \mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right) I_m}{R I_m} = \frac{\omega \mathfrak{L}}{R} - \frac{1}{\omega C R} \text{ et } Q_0 = -\frac{I_m}{\omega}.$$

La force électromotrice appliquée est en avance de φ radians sur le courant, ou inversement, celui-ci est en arrière de la même quantité sur la force électromotrice appliquée. Dès lors, quand celle-ci est $E_m \sin \omega t$, le courant a pour valeur

$$i = I_m \sin (\omega t - \varphi) = \frac{E_m \cos \varphi}{R} \sin (\omega t - \varphi).$$

Le courant est donc déphasé en arrière, sur la force électromotrice agissante de l'angle φ radians ou $\varphi . 360/2\pi$ degrés (fig. 214). Ses maxima, minima, passages par zéro, ses diverses phases en un mot, se trouvent retardées sur les phases correspondantes de la force électromotrice appliquée d'un temps φ/ω secondes. En outre, l'intensité se trouve réduite dans la proportion de cos φ à l'unité, car s'il n'existait dans le circuit qu'une résistance, on aurait simplement, comme nous l'avons vu précédemment,

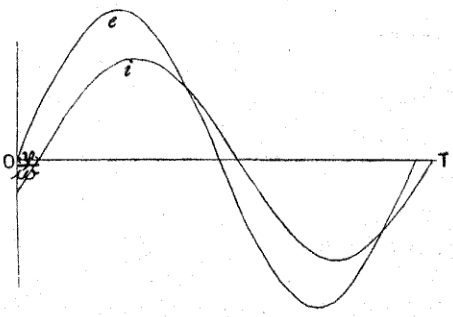


FIG. 214

$$i = \frac{E_m}{R} \sin \omega t.$$

Voyons ce que deviennent les valeurs efficaces, les plus intéressantes en pratique. La première équation de condition

$$I_m = \frac{E_m \cos \varphi}{R}$$

nous donne en divisant de part et d'autre par $\sqrt{2}$

$$I = E \frac{\cos \varphi}{R} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega \mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Telle est l'équation fondamentale des courants alternatifs, et nous trouvons ici une différence essentielle avec le courant continu : dans l'application de la loi d'Ohm, il y a éventuellement lieu de tenir compte, outre de la résistance R, des trois nouveaux facteurs ω, $\mathfrak{L}$ et C, ou, en bloc, du déphasage φ du courant si on le connaît.

APPLICATION. — Supposons $E = 1\,000$ V, $R = 500\ \Omega$, $\mathfrak{L} = 10$ H, $C = 25$ microfarads, et une fréquence de 15 donnant $\omega = 2\pi f = 94{,}25$ radians. On trouve $I = 1\,000/720 = 1{,}139$ A. Si le circuit avait été dépourvu de selfinduction et de capacité, l'intensité du courant eût été $I = 1\,000/500 = 2$ A, soit 1,44 fois la valeur précédente.

REMARQUE. — La force électromotrice de selfinduction $e_s = \mathfrak{L}\, I_m\, \omega \cos \omega t$ peut aussi s'écrire ($I_m \cos \omega t$ correspondant au courant) $e_s = R' I_m \cos \omega t$. En identifiant les deux expressions, nous trouvons $R' = \mathfrak{L}\, \omega$, c'est-à-dire que le terme $\mathfrak{L}\, \omega$ correspond à une résistance et s'exprimera en ohms, $\mathfrak{L}$ étant donné en henrys.

Il en est de même du facteur $1/\omega C$, C étant exprimé en farads.

Ceci pouvait être prévu a priori, le dénominateur de I étant nécessairement homogène.

Résistance apparente ou impédance, réactance. — Le radical dénominateur de l'expression de I, qui joue le rôle d'une résistance et s'exprime en ohms, porte le nom de *résistance apparente du circuit* ou *impédance*. Ce n'est, en effet, que la résistance *apparente*, puisque la *vraie* résistance reste R, ainsi que le montre l'équation générale. La résistance apparente s'obtient en divisant, comme en courant continu, la force électromotrice appliquée par l'intensité du courant. On a

$$R_{app} = \frac{E}{I} = \frac{R}{\cos \varphi}.$$

Reprenons l'expression du radical. Nous voyons que la résistance apparente est fonction de la fréquence, puisque $\omega = 2\pi f$, et ne tombe jamais en dessous de la résistance R mesurée en courant continu ; c'est, en somme, le *facteur par lequel il faut multiplier l'intensité efficace pour obtenir la force électromotrice efficace appliquée*.

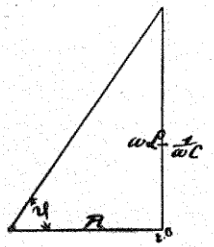


FIG. 215.

Graphiquement, on le déterminera en construisant un triangle rectangle (fig. 215) dont

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

les deux côtés de l'angle droit sont la résistance R et $\omega L - 1/\omega C$, qui porte le nom de *réactance du circuit*. On remarquera que l'angle opposé à la réactance est précisément l'angle φ. Car nous avons trouvé précédemment.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega C R} = \frac{\text{réactance}}{\text{résistance}}.$$

En reprenant l'exemple numérique traité ci-dessus, nous voyons qu'il faudra porter sur un des côtés de l'angle droit la longueur 500; sur l'autre 94,25 . 10 — 10^6/94,25 . 25 = 517,5. L'hypothénuse a bien la longueur 720 déduite moins aisément par le calcul.

Remarque I. — L'effet Joule est toujours donné par l'expression $I^2 R$ dans laquelle R représente la résistance et *non l'impédance*, par définition même.

Remarque II. — La valeur de tg φ supérieure à O ne peut atteindre ∞ puisque ω, L, R et C ne sont ni nuls ni infinis. Le déphasage restera donc compris entre O et $\pm \pi/2$.

Remarque III. — A moins de rendre la selfinduction de leurs bobines négligeable, les appareils de mesure des courants alternatifs devront être étalonnés pour une fréquence donnée, en dehors de laquelle leurs indications ne sont plus exactes.

Remarque IV. — *On ne peut obtenir l'impédance totale d'un circuit en ajoutant ses impédances partielles*, car en prenant le cas le plus simple où il n'y pas de capacité, l'impédance totale

$$\sqrt{(R + R' + \ldots)^2 + \omega^2 (L + L' + \ldots)^2}$$

n'est pas égale à la somme des impédances partielles

$$\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} + \sqrt{R'^2 + \omega'^2 L'^2} + \ldots.$$

Chute de tension. — Il résulte encore de l'équation fondamentale que, lorsque le courant I est déphasé de φ sur la force électromotrice appliquée aux extrémités d'un conducteur, la chute de tension y est, non pas $I R$ mais bien $I R/\cos\varphi = I \times$ l'impédance. *La chute de tension est d'autant plus grande que le déphasage est lui-même plus considérable.*

Détermination graphique de la force électromotrice appliquée. — L'équation fondamentale peut encore s'écrire

$$I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = E$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ou, en élevant au carré

$$I^2 R^2 + I^2\left(\omega \mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = E^2.$$

Cette équation montre que *la force électromotrice appliquée peut être obtenue graphiquement de la même manière que l'impédance, mais en prenant les côtés de l'angle droit I fois plus grands.*

Cas particuliers. — RÉSONANCE. — Le signe négatif dont est affecté le terme dû à la capacité montre que celle-ci joue un rôle inverse à celui du coefficient de selfinduction. Elle annulera complètement l'effet de celui-ci quand

$$\omega \mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad \text{ou} \quad \omega^2 \mathfrak{L} C = 1 \quad \text{ou} \quad T = 2\pi \sqrt{\mathfrak{L} C}$$

On dit alors qu'il y a *résonance ;* l'impédance du circuit se confond avec sa résistance, et le courant, d'intensité maximum, est en concordance de phase avec la force électromotrice puisque $\operatorname{tg} \varphi = 0$ et $\varphi = 0$.

RÉACTANCE DE SELFINDUCTION. — S'il n'existe pas de condensateur dans le circuit, le terme en C disparaît, la résistance apparente se réduit à la valeur

$$\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2} \text{ et } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \mathfrak{L}}{R}.$$

Par conséquent, la selfinduction seule diminue l'intensité du courant et déphase le courant en arrière de la force électromotrice puisque φ est affecté du signe négatif dans la fonction sinusoïdale donnant l'intensité. Le terme $\omega \mathfrak{L}$ ou $2\pi\mathfrak{L}/T$ a reçu le nom de *réactance de selfinduction* ou *inductance*.

Quand R est négligeable devant $\omega \mathfrak{L}$, il vient

$$I = \frac{E}{\omega \mathfrak{L}}$$

$\operatorname{tg} \varphi$ est très grande et le déphasage en arrière approche de $\pi/2$.

APPLICATION. — Soient $E = 1\,000$ V, $R = 1\ \Omega$, $\mathfrak{L} = 10$ H, $f = 15$, d'où $\omega = 94{,}25$; on trouve $I = 1{,}06$ A et $\varphi = 89°56'$.

L'expression $\operatorname{tg} \varphi = \omega \mathfrak{L}/R$ montre que si l'on fait croître progressivement la résistance du circuit, le déphasage du courant diminue de plus en plus. Lorsqu'un circuit dérivé présente une faible inductance et une grande résistance, il est donc

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

parcouru par un courant sensiblement en phase avec la différence de potentiel agissante.

REMARQUE. — La formule

$$e = Ri + \mathfrak{L}\frac{di}{dt}$$

donne

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{\mathfrak{L}}\,i = \frac{E_m}{\mathfrak{L}}\sin\,\omega t.$$

Cette équation différentielle, linéaire du premier ordre, est de la forme

$$dy/dx + ay = b,\ a \text{ et } b \text{ étant des fonctions de } x.$$

Son intégrale générale est de la forme

$$y = e^{-\int a dx}\left[\int e^{\int a dx}\, b dx + c\right].$$

Dans le cas que nous examinons, a est une constante valant $R/\mathfrak{L}$ et l'on a

$$i = e^{-\frac{R}{\mathfrak{L}}t}\left[\int e^{\frac{Rt}{\mathfrak{L}}}\frac{E_m}{\mathfrak{L}}\,\sin\,\omega t\,\,dt + K\right] =$$

$$\frac{E_m}{\mathfrak{L}}\,e^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}}\int e^{\frac{R}{\mathfrak{L}}t}\,\sin\,\omega t\,\,dt + K\,e^{-\frac{R}{\mathfrak{L}}t}.$$

Intégrant par parties il vient

$$i = \frac{E_m}{\mathfrak{L}\,(\omega^2 + R^2/\mathfrak{L}^2)}\left(\frac{R}{\mathfrak{L}}\sin\,\omega t - \omega\,\cos\,\omega t\right) + K\,e^{-\frac{R}{\mathfrak{L}}t}$$

Le terme $K\,e^{-\frac{R}{\mathfrak{L}}t}$ est relatif à la période d'établissement du courant ; il devient rapidement nul. Nous pouvons le négliger et il reste

$$i = \frac{E_m}{\mathfrak{L}\sqrt{\omega^2 + \frac{R^2}{\mathfrak{L}^2}}}\left(\frac{R/\mathfrak{L}}{\sqrt{\omega^2 + \frac{R^2}{\mathfrak{L}^2}}}\,\sin\,\omega t - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \frac{R^2}{\mathfrak{L}^2}}}\,\cos\,\omega t\right)$$

ou en posant

$\cos\varphi\,\sin\,\omega t - \sin\varphi\,\cos\,\omega t = \sin\,(\omega t - \varphi)$ et identifiant

ce qui donne $\cos\varphi = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2\,\mathfrak{L}^2}}$ et $\sin\varphi = \dfrac{\omega\,\mathfrak{L}}{\sqrt{R^2 + \omega^2\,\mathfrak{L}^2}}$,

$$i = \frac{E_m\,\sin\,(\omega t - \varphi)}{\sqrt{R^2 + \omega^2\,\mathfrak{L}^2}}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CAPACITANCE. — Si $\mathfrak{L} = 0$, la résistance apparente devient

$$\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \text{ avec } \operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{\omega C R}.$$

On voit que l'effet de la capacité seule est de donner à φ une valeur négative, c'est-à-dire de déphaser le courant *en avant*, en même temps que l'intensité est réduite.

Le terme $1/\omega C$ s'appelle *réactance de capacité* ou *capacitance*.

Quand la capacité intercalée dans le circuit est très faible, R devient négligeable devant $1/\omega C$ et il reste

$$I = \omega C E,$$

$\operatorname{tg} \varphi$ est négative, très grande et le déphasage en avant approche de $\pi/2$.

APPLICATION. — Pour $E = 1\,000$ V; $\omega = 94{,}25$, $R = 1\ \Omega$ et $C = 1$ microfarad : $I = 94{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 1\,000 = 0{,}09425$ A, courant exclusivement dû à la charge du condensateur coupant le circuit et φ = sensiblement 90^0.

Si $R = 0$, $I =$ encore $\omega C E$ et $\varphi = -\pi/2$.

$$e = E_m \sin \omega t \text{ et } i = I_m \sin (\omega t + \pi/2) = I_m \cos \omega t.$$

Donc, *quand on applique une force électromotrice alternative aux bornes d'un condensateur, la force électromotrice et le courant sont en quadrature, les valeurs nulles de l'un correspondant aux maxima de l'autre et vice-versa; le courant est déphasé de $\pi/2$ en avant sur la force électromotrice.*

REMARQUE I. — L'équation $I = \omega C E = 2 \pi f C E$ montre que le courant absorbé par le condensateur augmente avec la fréquence. *C'est le seul appareil jouissant de cette propriété.*

REMARQUE II. — Ici encore on peut déduire la formule par intégration directe. En appelant v la différence de potentiel dans le condensateur au bout du temps t on a

$$E_m \sin \omega t = Ri + v \qquad (1)$$

$$\text{mais } C\,dv = dq = i\,dt \qquad (2)$$

En différentiant (1) et y remplaçant dv par sa valeur tirée de (2), il vient

$$\omega E_m \cos \omega t\,dt = idt/C + R\,di$$

équation semblable à celle obtenue quand il n'y a que résistance et selfinduction.

Par intégration on obtient, en négligeant le terme exponentiel

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

s'annulant au bout d'un temps très court,

$$i = \frac{E_m \sin(\omega t + \varphi)}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \text{ avec } tg\,\varphi = -\frac{1}{\omega C R}$$

Déphasage des diverses forces électromotrices. — Le courant étant $i = I_m \sin \omega t$, nous avons vu que

$$e_s = \mathfrak{L}\, I_m\, \omega \cos \omega t = \mathfrak{L}\, I_m\, \omega \sin(\omega t + \pi/2),$$

ce qui indique que la force électromotrice de selfinduction est déphasée d'un angle $\pi/2$ en avant sur le courant. Celui-ci étant en arrière de φ sur la force électromotrice appliquée, la force électromotrice de selfinduction sera $\pi/2 - \varphi$ en avant de cette dernière.

Quant à la force électromotrice de capacité, puisque

$$Q_0/C + I_m/\omega C = 0,$$

$$e_c = -(I_m/\omega C)\cos \omega t = (I_m/\omega C)\sin(\omega t - \pi/2)$$

elle est déphasée de $\pi/2$ en arrière sur le courant et de $\pi/2 + \varphi$ en arrière sur la force électromotrice appliquée.

En résumé nous pouvons dresser le tableau suivant.

FACTEUR considéré	VALEURS maxima	DÉPHASAGE par rapport au courant	DÉPHASAGE par rapport à la force électromotrice appliquée
i	$I_m = \frac{E_m \cos \varphi}{R}$	0	φ en arrière
e	$E_m = \frac{I_m R}{\cos \varphi}$	φ en avant	0
e_r	$RI_m = E_m \cos \varphi$	0	φ en arrière
e_s	$\mathfrak{L}\, I_m\, \omega = \frac{\mathfrak{L}\, E_m \cos \varphi\, \omega}{R}$	$\frac{\pi}{2}$ en avant	$\frac{\pi}{2} - \varphi$ en avant
e_c	$\frac{I_m}{\omega C} = \frac{E_m \cos \varphi}{\omega C R}$	$\frac{\pi}{2}$ en arrière	$\frac{\pi}{2} + \varphi$ en arrière

REMARQUES. — I. Les intensités et forces électromotrices efficaces ne différant des valeurs maxima des fonctions périodiques auxquelles elles se rapportent que par le facteur cons-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tant $1/\sqrt{2}$, dès que l'on connaît les unes on connaît les autres et réciproquement.

II. Les valeurs efficaces possèdent, l'une par rapport à l'autre, les mêmes déphasages que les valeurs instantanées dont elles dérivent.

III. Pour additionner entre elles des valeurs efficaces, tant d'intensités que de forces électromotrices, il faudra donc tenir compte de leurs déphasages. Considérons, par exemple, deux courants sinusoïdaux de mêmes période et intensité efficace, mais déphasés de π radians l'un par rapport à l'autre. Traversant des circuits séparés de même résistance, ils y produiront des effets calorifiques mesurés par les quantités $I^2 R + I^2 R$, R étant la résistance des circuits; mais si on les envoie dans *le même circuit*, à chaque intensité positive de l'un correspondra la même intensité négative de l'autre et vice versa, de sorte que leur résultante *sera nulle*, il n'y aura plus de courant. Au contraire, si les courants sont concordants, l'intensité efficace sera doublée et l'effet Joule quadruplé. La seule connaissance des valeurs efficaces des courants alternatifs ne suffit donc pas; il faut aussi connaître les déphasages qu'elles peuvent présenter l'une par rapport à l'autre, pour pouvoir déterminer leurs effets résultants.

Élévations de potentiel dues à la résonance. — Les forces électromotrices de selfinduction et de capacité que nous avons considérées jusqu'ici sont les portions de la force électromotrice appliquée, destinées à vaincre continuellement les forces contre-électromotrices de selfinduction et de capacité se développant dans le circuit. Celles-ci sont donc égales et opposées à celles-là et, par conséquent, déphasées respectivement de $\pi/2$ en arrière et en avant sur le courant.

Elles ont respectivement pour valeur

$$-\mathrm{L}\frac{di}{dt} \text{ et } -\frac{1}{C}\int i\,dt$$

ou, d'après l'équation générale précédemment trouvée

$$-\omega \mathrm{L}\frac{E_m}{\sqrt{R^2+(\omega \mathrm{L}-1/\omega C)^2}}\cos(\omega t-\varphi)$$

$$\text{et} +\frac{1}{\omega C}\frac{E_m}{\sqrt{R^2+(\omega \mathrm{L}-1/\omega C)^2}}\cos(\omega t-\varphi).$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Lorsqu'il y a résonance, $\omega \mathcal{L} = 1/\omega C$, les deux valeurs deviennent égales et l'on trouve aux bornes de la bobine et du condensateur les différences de potentiel respectives

$$V = - \quad \text{et} \quad + E\omega\mathcal{L}/R.$$

Ces valeurs étant proportionnelles à la pulsation de la force électromotrice, peuvent atteindre des valeurs considérables si R est faible, ce qui est précisément le cas pour les câbles.

EXEMPLE. — Supposons que $E = 6\,000$ V, $R = 1\,\Omega$, $T = 1/50$ d'où $\omega = 2\pi . 50 = 314$ et $\mathcal{L} = 1$ H. S'il y a résonance

$$T = 2\pi\sqrt{C\mathcal{L}} \text{ et } C = 0{,}000\,010\,1 \text{ farad.}$$

Nous trouverons aux bornes de la selfinduction et de la capacité des forces électromotrices égales et opposées valant $314 \times 6\,000 = 1\,884\,000$ volts.

Si donc on essaie la rigidité électrostatique d'un câble au moyen d'une machine à courants alternatifs ayant les données ci-dessus, au lieu de le soumettre à la tension de 6000 volts, on lui appliquera 1 884 000 volts !

Décomposition fictive des courants : Courant actif ou en phase et courant réactif, en quadrature ou magnétisant. — Développons l'expression donnant l'intensité d'un courant déphasé sur sa force électromotrice $e = E_m \sin \omega t$ de la quantité φ radians.

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) = I_m \cos\varphi \sin\omega t - I_m \sin\varphi \cos\omega t =$$
$$I_m \cos\varphi \sin\omega t + I_m \sin\varphi \sin(\omega t - \pi/2)$$

Le courant déphasé en arrière par suite de la réactance du circuit, peut donc être considéré comme étant, à chaque instant, la somme de deux courants alternatifs de même période, mais d'amplitudes différentes $I_m \cos\varphi$ et $I_m \sin\varphi$, dont le premier, dit *actif*, est en concordance de phase avec la force électromotrice et le second, dit *réactif* ou *magnétisant*, est en retard sur celle-ci de $\pi/2$.

Au contraire, si le courant est déphasé en avant,

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi) = I_m \cos\varphi \sin\omega t + I_m \sin\varphi \cos\omega t =$$
$$I_m \cos\varphi \sin\omega t + I_m \sin\varphi \sin(\omega t + \pi/2)$$

l'intensité est la somme d'une intensité *active* en phase avec la force électromotrice et d'une intensité dite *réactive* ou *magnétisante* en avance de $\pi/2$ sur cette dernière.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Prenons la racine carrée de la somme des carrés des amplitudes des courants actif et magnétisant

$$\sqrt{I_m^2 \cos^2 \varphi + I_m^2 \sin^2 \varphi} = I_m.$$

Elle est précisément égale à l'amplitude du courant total. Il en est de même pour les valeurs efficaces, d'où la règle parfois utile à appliquer : *Le courant total est égal à la racine carrée de la somme des carrés du courant actif et du courant magnétisant.*

Il est facile de démontrer que cette règle persiste quel que soit le nombre de courants parcourant le circuit. Soient en effet les courants i_1, i_2,... déphasés de φ_1, φ_2... portons leurs amplitudes I_1, I_2,... faisant avec l'axe des X les angles φ_1, φ_2,... à la suite l'une de l'autre et fermons le polygone par une droite I_m.

On aura évidemment

$$I_m = \sqrt{(\Sigma I_n \cos \varphi_n)^2 + (\Sigma I_n \sin \varphi_n)^2}.$$

Donc : *pour trouver l'intensité dans un circuit parcouru par des courants actifs et magnétisants, il suffit de faire la somme de tous les courants actifs et de l'élever au carré, d'agir de même pour les courants magnétisants, faire la somme et extraire la racine carrée.*

Valeur de la résistance et de la réactance en fonction de la force électromotrice appliquée de l'intensité, et du déphasage. — Tout appareil déphasant le courant en arrière peut être assimilé à une bobine de résistance R et de réactance $\omega \mathcal{L} = S$ dont il est aisé de déterminer les valeurs.

On a, en effet, l'équation fondamentale

$$I = V/\sqrt{R^2 + S^2} \quad \text{avec} \quad tg\, \varphi = S/R.$$

Résolvant par rapport à R et à S ces équations qui sont simultanées on trouve

$$R = \frac{V}{I} \cos \varphi \quad \text{et} \quad S = \frac{V}{I} \sin \varphi$$

Effet de la selfinduction dans un circuit parcouru par des courants redressés. — D'après ce que nous venons de voir, le courant obtenu dans un circuit réactant peut être considéré comme étant à chaque instant la somme de deux courants: l'un en phase avec la force électromotrice et l'autre en retard de $\pi/2$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Construisons les deux sinusoïdes représentatives en les redressant, la première est O A B C D (fig. 216), la seconde *a b c d e*. Sommons leurs ordonnées ; nous obtenons la courbe pointillée a A c C e et nous voyons que, dans le cas de courants redressés (et par extension pulsatifs) : la selfinduction a pour effet de tendre à rendre le courant continu.

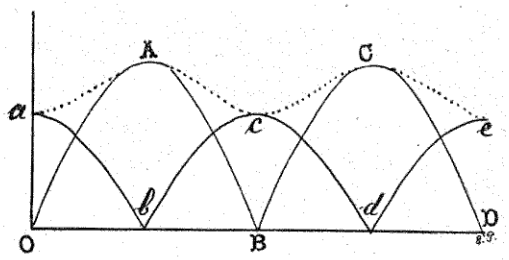


FIG. 216.

Puissance du courant alternatif. — L'énergie dépensée dans un circuit sous l'action d'une différence de potentiel v par un courant d'intensité i, pendant un temps très petit dt.

$$dw = vi\,dt \tag{1}$$

Pendant un temps fini

$$w = \int_0^t vi\,dt. \tag{2}$$

La puissance étant l'énergie dépensée pendant l'unité de temps

$$P = \frac{1}{t}\int_0^t dw = \frac{1}{t}\int_0^t vi\,dt \tag{3}$$

et la puissance moyenne aura pour valeur, dans le cas d'un courant alternatif de période T

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T vi\,dt. \tag{4}$$

COURANT EN CONCORDANCE DE PHASE. — S'il n'existe aucun déphasage entre le courant et la force électromotrice, on a à chaque instant

$$e\,i = E_m \sin \omega t.\ I_m \sin \omega t = E_m I_m \sin^2 \omega t.$$

La puissance est toujours positive. L'énergie développée pendant une période sera (2)

$$E_m I_m \int_0^T \sin^2 \omega t\,dt = \frac{E_m I_m}{2} T.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'où résulte une puissance moyenne

$$\frac{E_m I_m}{2} = E I.$$

Donc, *en l'absence de différence de phase, la puissance est simplement égale au produit de la différence de potentiel efficace par l'intensité efficace.*

Par exemple, la force électromotrice de résistance qui est en concordance avec le courant, fournira au circuit une puissance moyenne $E_m I_m/2$. Le maximum de $e_r = R I_m \sin \omega t$ a lieu quand le sinus est égal à l'unité, donc $E_m = R I_m = E_m \cos \varphi$. Par conséquent, la puissance moyenne de la force électromotrice de résistance

$$= \frac{E_m I_m^2}{2} = \frac{E_m \cos \varphi I_m}{2} = E I \cos \varphi.$$

Courant déphasé de $\pi/2$. — Si le courant est déphasé de $\pi/2$ en avant ou en arrière sur la force électromotrice, on aura à chaque instant

$$ei = E_m \sin \omega t \,.\, I_m \sin \left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm E_m I_m \sin \omega t \cos \omega t = \mp \frac{E_m I_m}{2} \sin 2 \omega t.$$

La puissance varie proportionnellement à un sinus. Elle est donc tantôt positive, tantôt négative, et l'énergie dépensée pendant une demi-période a pour valeur

$$\pm \frac{E_m I_m}{2} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin 2 \omega t \, dt = \pm \frac{E_m I_m}{4 \omega} \left[- \cos 2 \omega t \right]_0^{\frac{T}{2}} = 0.$$

Quand le déphasage du courant est de $\pi/2$ en avant ou en arrière sur la force électromotrice, l'énergie dépensée pendant un nombre entier quelconque de demi-périodes est nulle. En d'autres termes, le courant absorbe, pendant une partie de la demi-période, l'énergie qu'il avait développée pendant l'autre partie. On peut facilement s'en convaincre par la construction graphique. Traçons les sinusoïdes de la force électromotrice et de l'intensité du courant (fig. 217). Elevons une perpendiculaire au point de passage par zéro de la force électromotrice o_1, portons des longueurs égales à droite et à gauche de o et o_1, puis menons en ces points les ordonnées des deux courbes. Nous aurons d'un côté deux ordonnées de signes contraires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dont le produit est négatif; de l'autre, deux ordonnées de mêmes signes respectivement égales aux premières, dont le produit est positif ; la somme = o. A chaque valeur de la puissance correspond dans la même demi-période une valeur égale et contraire, de sorte que la puissance totale est nulle.

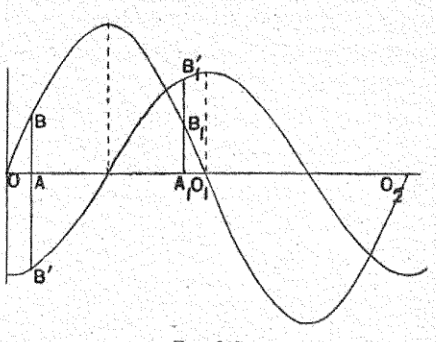


FIG. 217.

En conséquence, les forces électromotrices de selfinduction et de capacité, déphasées par rapport au courant respectivement de $\pi/2$ en avant et en arrière, ne fournissent pas d'énergie au circuit et la puissance moyenne totale développée.

$$(e\,i)_{moy} = (e_r\,i)_{moy} + (e_s\,i)_{moy} + (e_c\,i)_{moy} = E\,I\cos\varphi$$

On serait arrivé directement à cette formule, en calculant quelle est la chaleur moyenne développée dans le circuit pendant une période, aucun récepteur n'y existant. La chaleur ou puissance moyenne produite est

$$\frac{1}{T}\int_o^T i^2\,R\,dt = \frac{R\,I^2{}_m}{2} = \frac{E_m\cos\varphi}{2}\,I_m = E\,I\cos\varphi$$

En résumé, une force électromotrice alternative $E_m \sin \omega t$, engendrant le courant

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) = \frac{E_m\cos\varphi}{R}\sin(\omega t - \varphi),$$

développe une puissance moyenne

$$\frac{E_m\,I_m}{2}\cos\varphi = E\,I\cos\varphi$$

Donc, *quand un courant alternatif est déphasé sur sa force électromotrice, la puissance qu'il développe s'obtient en faisant le produit de la force électromotrice efficace par l'intensité efficace et le cosinus de l'angle de déphasage.*

VARIATION DE LA PUISSANCE PENDANT LA PÉRIODE. — Il est à remarquer que la puissance est loin d'être constante pendant

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

une période. Si l'on se reporte au diagramme de la figure 214, on verra qu'en partant de l'origine, pendant toute la durée φ/ω secondes, les ordonnées des courbes de la force électromotrice et de l'intensité sont de signes contraires; la puissance est négative, le circuit absorbe de l'énergie, c'est-à-dire, si nous considérons que le circuit est l'induit d'un appareil développant du courant alternatif, le générateur de courant alternatif fonctionne alors comme moteur. Il en est de même après une demi-période (fig. 218). Il y a là un effet analogue à celui que produit le volant d'une machine à vapeur monocylindrique à piston, lequel entraîne ce dernier au passage de la manivelle par le point mort, par suite de l'énergie cinétique qu'il a emmagasinée. Au contraire, pendant les autres parties de la demi-période, les deux ordonnées sont de mêmes signes et la puissance développée est positive; la machine fonctionne comme génératrice. Les deux ordonnées dont le produit fournit la puissance varient d'ailleurs continuellement, de sorte que la puissance électrique instantanée produite est essentiellement variable.

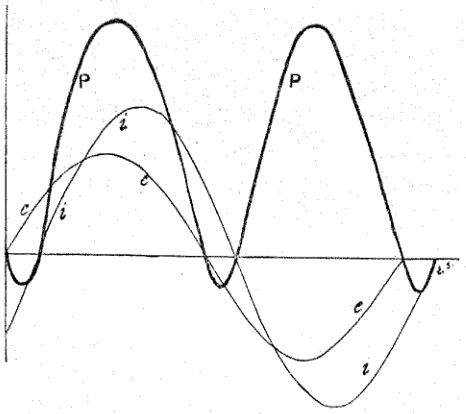


FIG. 218.

Elle est représentée par

$$p = ei = E_m \sin \omega t \; I_m \sin (\omega t - \varphi) = E_m I_m [\cos \varphi - \cos (2\,\omega t - \varphi)]/2$$

montrant qu'à la puissance constante $(E_m I_m \cos \varphi)/2$ s'ajoute une fonction périodique de périodicité double de celle du courant et de la force électromotrice, tantôt positive tantôt négative (fig. 218).

Facteur de puissance. — Le facteur supplémentaire introduit par le déphasage du courant sur la force électromotrice porte le nom de *facteur de puissance*. C'est la quantité par laquelle il faut multiplier les *watts apparents*, produit de la force électromotrice et de l'intensité efficaces mesurées au moyen

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'un voltmètre et d'un électrodynamomètre, pour obtenir la *puissance réelle* dépensée dans le circuit.

Nous avons vu plus haut que l'impédance $= R/\cos\varphi$, d'où $\cos\varphi$ = résistance/impédance : *le facteur de puissance est donc égal au rapport de la résistance à l'impédance.*

Le cosinus étant toujours plus petit que l'unité, pour faire développer par un récepteur quelconque une puissance déterminée

$$P = E\,I\cos\varphi,$$

on sera amené à majorer soit E, soit I, soit tous les deux. L'élévation de la tension rend plus difficile l'isolation des circuits et le prix d'établissement des canalisations augmente; la majoration de l'intensité donne une plus grande perte par effet Joule, de sorte qu'il y a un grand intérêt économique à réduire le plus possible le déphasage.

D'après la formule

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\,\mathcal{L}}{R} - \frac{1}{\omega\,C\,R} = \frac{2\pi f\,\mathcal{L}}{R} - \frac{1}{2\pi f\,C\,R}$$

on voit que φ dépend de la fréquence, qu'on n'est en général pas maître de modifier une fois les machines établies, de $\mathcal{L}$ et de C. L'insertion de condensateurs de capacité appropriée dans le circuit, permettrait de réduire φ à zéro, mais les condensateurs industriels coûtent cher et leur emploi est précaire.

Si les machines ne fournissent pas des courants exactement sinusoïdaux, on détermine le facteur de puissance en faisant le rapport de la puissance réelle produite, mesurée au moyen d'un wattmètre, à la puissance apparente déterminée à l'aide d'un voltmètre et d'un électrodynamomètre branchés dans le circuit. On exprime souvent cette dernière en *kilovolts-ampères.*

PROBLÈME. — Calculer l'énergie perdue dans une ligne de 10 ohms de résistance par laquelle on transporte 100 chevaux sous 5000 volts : 1° Quand le déphasage du courant est nul ; 2° quand il atteint 30°.

1° 100 chx correspondent à 73 600 watts soit un courant de

$$\frac{73\,600}{5\,000} = 14{,}72 \text{ ampères}$$

L'effet Joule vaut

$$10 \times 14{,}72^2 = 2\,170 \text{ watts.}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° cos 30° = 0,866. Le courant a pour intensité

$$I = \frac{73\,600}{5\,000 \times 0{,}866} = 17 \text{ ampères.}$$

Effet Joule

$$10 \times 17^2 = 2\,890 \text{ watts}$$

soit 33,2 % en plus que dans le premier cas.

Si donc, alimentant un moteur absorbant 100 chevaux, on amène le courant à être en concordance de phase, on économisera, dans la ligne, 720 watts, soit près d'un cheval.

Valeur de la puissance apparente en fonction des puissances réelle et magnétisante. — La puissance instantanée

$$p = v\,i = V_m \sin \omega t\, I_m \sin(\omega t - \varphi) = 2\,VI \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi)$$
$$= 2\,VI \sin \omega t\,(\cos \varphi \sin \omega t - \sin \varphi \cos \omega t)$$
$$= 2\,V\,I \cos \varphi \sin^2 \omega t - V\,I \sin \varphi \sin 2\,\omega t.$$

Relation montrant que *la puissance instantanée apparente est, à chaque instant, la somme d'un terme toujours positif qui correspond à la puissance réelle et d'un terme tantôt + tantôt — dont la valeur moyenne est nulle et qui correspond à la puissance magnétisante.*

Reprenons les valeurs précédemment trouvées pour la résistance et la réactance

$$R = \frac{V}{I} \cos \varphi \qquad S = \frac{V}{I} \sin \varphi$$

et multiplions leurs deux membres par I après avoir chassé les dénominateurs, nous aurons

$$R\,I^2 = VI \cos \varphi, \qquad S\,I^2 = V\,I \sin \varphi$$

$V\,I \cos \varphi$ est la puissance réelle et $V\,I \sin \varphi$ la puissance magnétisante.

Puisque $\sqrt{(VI \cos \varphi)^2 + (V\,I \sin \varphi)^2} = VI,$

la puissance apparente est égale à la racine carrée de la somme des carrés de la puissance réelle et de la puissance magnétisante, de sorte que nous pouvons écrire :

$$P_{app} = \sqrt{P^2 + M^2}$$

avec $P = V\,I \cos \varphi = R\,I^2$ et $M = V\,I \sin \varphi = S\,I^2$.

Pour la même raison qu'avec le courant déphasé de φ, l'équation précédente est encore applicable lorsqu'un nombre quel-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

conque de courants traversent le circuit. De sorte que *pour obtenir la puissance apparente à appliquer à un circuit, il suffit de faire la somme des diverses puissances réelles nécessaires et de l'élever au carré, de procéder de même à l'égard des puissances magnétisantes et, enfin, d'extraire la racine carrée de la somme des carrés.*

Comme l'a fait remarquer M. Boucherot, qui l'a préconisée le premier, cette méthode de calcul, extrêmement simple, facilite considérablement la résolution des problèmes sur les courants alternatifs.

APPLICATION. — Quelle puissance apparente faudra-t-il appliquer à l'origine d'une ligne ayant une résistance de 4 Ω et une réactance de 10 Ω, pour que la bobine placée à son extrémité et qui déphase le courant de 30° (cos φ = 0,866) ait à ses bornes une différence de potentiel de 50 V et soit traversée par un courant de 5 A ? En outre, quel sera le facteur de puissance de l'installation ?

La puissance réelle dépensée dans la bobine vaut $50.5.0{,}866 = 216,5$ W ;

La puissance magnétisante dépensée dans la bobine vaut $50.5\sqrt{1 - 0{,}866^2} = 125$ W ;

La puissance réelle dépensée dans la ligne vaut $R I^2 = 4.25 = 100$ W ;

La puissance magnétisante dépensée dans la ligne vaut $S I^2 = 10.25 = 250$ W.

Puissance réelle totale de l'installation : $216,3 + 100 = 316,5$ W.

Puissance magnétisante de l'installation : $125 + 250 = 375$ W.

La puissance apparente à l'origine de la ligne s'élèvera à $\sqrt{316,5^2 + 375^2} = 489$ W et, puisqu'il passe un courant de 5 A, la différence de potentiel à appliquer sera de $489/5 = 97$ V.

D'autre part, en appelant φ' le déphasage du courant sur la force électromotrice appliquée à l'origine, on a

$$\cos \varphi' = 316,5/489 = 0,656 \text{ d'où } \varphi' = 49° \text{ environ.}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

§ 2. — Electro-aimant à courant alternatif. Pertes par hystérèse et courants de Foucault. Distribution du courant dans la section du conducteur. Bobine d'induction.

Puissance perdue par hystérèse. — Nous allons retrouver la formule de Steinmetz en nous basant sur la loi générale de l'induction.

Soit une bobine de résistance R, enroulée de n spires sur un noyau magnétique de longueur L et de section S, à laquelle on applique une force électromotrice alternative e.

En régime variable nous savons que le courant

$$i = \frac{e - e_i}{R} = \frac{e - n\dfrac{d\Phi}{dt}}{R} \qquad (1)$$

en appelant Φ le flux traversant le noyau d'où, en multipliant de part et d'autre par i et faisant disparaître le dénominateur :

$$i^2 R = ei - n\, i \frac{d\Phi}{dt}$$

ou

$$e\, i = i^2 R + n\, i \frac{d\,\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

Or $e\,i$ est la puissance totale dépensée aux bornes de la bobine à l'instant considéré, $i^2 R$ la puissance dépensée en chaleur et le terme $n\, i\, d\,\Phi/dt$ le supplément de puissance nécessité par le travail d'aimantation. Cette puissance correspond à un travail emmagasiné

$$d\,T = n\, i\, d\,\Phi. \qquad (3)$$

Mais $d\,\Phi = \mathrm{S}\, d\,\mathfrak{B}$. D'autre part l'intensité est liée à la force magnétisante par la formule

$$\mathcal{H} = \frac{4\,\pi\, n\, i}{\mathrm{L}} \quad , \quad \text{d'où } i = \frac{\mathcal{H}\,\mathrm{L}}{4\,\pi\, n}.$$

En remplaçant α, Φ et i par leur valeur dans l'équation (3) il vient

$$d\,T = \frac{\mathcal{H}\,\mathrm{L}\,\mathrm{S}\, d\,\mathfrak{B}}{4\,\pi} = \frac{\mathrm{V}}{4\pi}\,\mathcal{H}\, d\,\mathfrak{B}.$$

Si, pour des valeurs de la force magnétisante $\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_m$,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'induction passe d'une valeur $\mathfrak{B}_1$ à une autre $\mathfrak{B}_m$, le travail correspondant est égal à

$$T = \frac{V}{4\pi} \int_{\mathfrak{B}_1}^{\mathfrak{B}_m} \mathcal{H}\, d\mathfrak{B}. \qquad (4)$$

Au cas où nous revenons ensuite de $\mathfrak{B}_m$ à $\mathfrak{B}_1$ pour la même valeur $\mathcal{H}_1$, le travail aura été

$$T = \frac{V}{4\pi} \int_{\mathfrak{B}_m}^{\mathfrak{B}_1} \mathcal{H}\, d\mathfrak{B} \qquad (5)$$

égal et contraire au précédent. Au total la dépense sera nulle, la bobine restituant exactement dans la période descendante de la force magnétisante, sous forme d'extra-courant, l'énergie qu'elle avait absorbée dans la période ascendante. Mais, comme nous l'avons vu précédemment, l'induction ne revient pas à la même valeur quand la force magnétisante réatteint la valeur $\mathcal{H}_1$, elle devient $\mathfrak{B}_2$ au lieu de $\mathfrak{B}_1$ (fig. 219) et le travail restitué est

$$T = \frac{V}{4\pi} \int_{\mathfrak{B}_m}^{\mathfrak{B}_2} \mathcal{H}\, d\mathfrak{B}. \qquad (6)$$

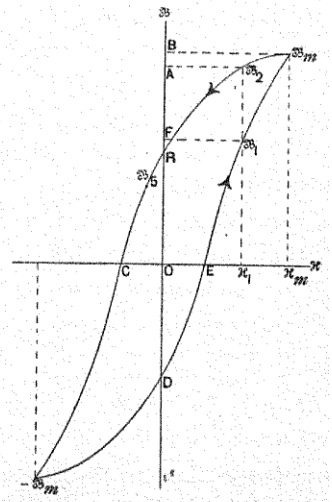


FIG. 219.

Or, $\int_{\mathfrak{B}_1}^{\mathfrak{B}_m} \mathcal{H}\, d\,\mathfrak{B}$ est représenté par la surface $F\ \mathfrak{B}_1\ \mathfrak{B}_m$ B, tandis que $\int_{\mathfrak{B}_m}^{\mathfrak{B}_2} \mathcal{H}\, d\mathfrak{B}$ représente la surface A $\mathfrak{B}_2\ \mathfrak{B}_m$ B. Au total on aura donc une perte de travail représentée par $F\ \mathfrak{B}_1\ \mathfrak{B}_m\ \mathfrak{B}_2\ A$.

Si maintenant nous étendons les limites de l'intégration aux valeurs extrêmes $\mathfrak{B}_m$ et $-\mathfrak{B}_m$, il est facile de voir que le travail T_m perdu par hystérèse, est précisément représenté par l'aire $\mathfrak{B}_m\ R\ C\ -\ \mathfrak{B}_m\ D\ E\ \mathfrak{B}_m$, et ce travail devra être dépensé chaque fois que la substance du noyau aura parcouru un cycle complet entre les mêmes limites. De plus on voit qu'il est d'autant plus grand que l'ordonnée $\mathfrak{B}_m$ est elle-même plus grande, ce qui a

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

permis à Steinmetz d'écrire sa formule bien connue pourle travail en ergs par c_m^3 et par cycle

$$W = \eta\, \mathfrak{B}_m^{1,6}.$$

Courants de Foucault dans les noyaux des électro-aimants. Nécessité de subdiviser ceux-ci. — Le flux traversant le noyau d'un électro-aimant parcouru par des courants périodiques étant essentiellement variable, y donne lieu non seulement à d'inévitables phénomènes d'hystérèse, mais aussi à la production de courants de Foucault échauffant le noyau et correspondant à de l'énergie perdue.

On atténue ce dernier effet en constituant le noyau d'éléments minces en fils ou lames isolés les uns des autres, soit au moyen de vernis, soit de papier vernis ou paraffiné et juxtaposés de manière que leurs surfaces de séparation soient parallèles aux lignes magnétiques, donc perpendiculaires aux forces électromotrices induites. Les boulons de consolidation du noyau, s'il y en a, doivent eux-mêmes être isolés par l'intermédiaire de tubes et de rondelles en fibre vulcanisée. Enfin, il est bon d'entourer le noyau tout entier d'une toile vernie, pour que les arêtes de ses éléments constitutifs ne percent pas l'isolant du fil des bobines.

La place perdue étant plus grande avec les fils qu'avec les lames, on réserve les premiers pour les petits électro-aimants et on les isole simplement, les uns des autres, au vernis.

Puissance perdue par les courants de Foucault. Effet démagnétisant. — 1° Cas d'un cylindre. — Soit un noyau cylindrique de longueur L et de rayon R (fig. 220) traversé longitudinalement par le flux magnétique qui tend à y développer des courants parasites particulièrement vers sa partie externe. Considérons à l'intérieur du cylindre un tube concentrique de rayon r et d'épaisseur dr. Le cylindre intérieur compris dans le tube est traversé par le flux $\Phi = \pi r^2 \mathfrak{B}$ et la force électromotrice d'induction développée dans le tube pour une variation élémentaire $d\Phi$ du flux

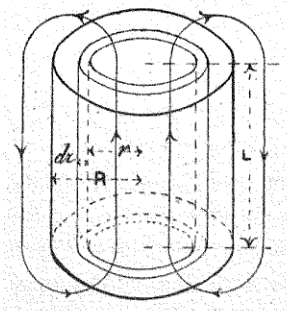


Fig. 220.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

embrassé est

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{d\mathfrak{B}}{dt}.$$

La résistance que présente le tube normalement à la direction de la force électromotrice induite a pour valeur, ρ étant la résistivité du métal du noyau

$$\frac{\rho\, 2\pi r}{L\, dr}$$

et la puissance calorifique $\left(\frac{e^2}{R}\right)$ dépensée à un moment donné

$$dp = \frac{\left(-\pi r^2 \frac{d\mathfrak{B}}{dt}\right)^2}{\frac{\rho\, 2\pi r}{L\, dr}} = \pi r^3 \frac{L}{2\rho}\left(\frac{d\mathfrak{B}}{dt}\right)^2 dr.$$

Enfin la perte totale de puissance dans le noyau

$$p = \int_0^R \frac{\pi r^3 L}{2\rho}\left(\frac{d\mathfrak{B}}{dt}\right)^2 dr = \frac{\pi R^4}{8\rho} L \left(\frac{d\mathfrak{B}}{dt}\right)^2.$$

Par cm³ on aura

$$\frac{p}{\pi R^2 L} = \frac{R^2}{8\rho}\left(\frac{d\mathfrak{B}}{dt}\right)^2.$$

Supposons que le flux soit sinusoïdal

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \sin \omega t\,; \quad \frac{d\mathfrak{B}}{dt} = \omega\, \mathfrak{B}_m \cos \omega t.$$

La perte moyenne par seconde et par cm³ sera

$$\frac{1}{T}\int_0^T \frac{R^2}{8\rho}(\omega^2 \mathfrak{B}_m^2 \cos^2 \omega t)\, dt = \frac{R^2 \omega^2 \mathfrak{B}_m^2}{16\rho}.$$

Cette formule montre que la perte diminue rapidement avec l'épaisseur du noyau, avec la fréquence et avec l'induction maximum.

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les courants inducteurs et induits sont presque constamment en opposition. Il en résulte que les courants induits se propageant dans la masse d'un noyau plein tendent à démagnétiser celui-ci. L'effet sera maximum au centre du noyau puisque celui-ci est encerclé par tous les courants induits, concordants au point de vue magnétique. L'induction sera conséquemment plus forte vers les

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

bords qu'au centre et, pour obtenir un effet magnétique déterminé, il faudra accroître l'induction dans les couches extérieures, ce qui augmentera les pertes hystérésiques, celles-ci croissant plus vite que l'induction maximum.

Lorsque le noyau est convenablement subdivisé, cet effet démagnétisant est négligeable, du moins avec les fréquences industrielles usuelles dont le maximum est actuellement 50.

2° Cas d'un parallélépipède. — Soit un parallélépipède rectangulaire en métal non-magnétique, plat, de hauteur b (fig. 221) et d'épaisseur a placé dans un champ, uniforme à chaque instant et variant suivant la loi sinusoïdale $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \sin \omega t$, dont la direction est normale au plan $b\,x\,dx$, plan de la feuille de papier.

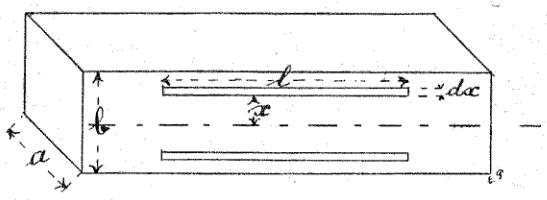


Fig. 221.

Considérons dans ce conducteur deux filets lamellaires de longueur l et de largeur dx, placés à une distance x de l'axe de symétrie de ce conducteur.

Ces filets seront parcourus par des courants égaux et de sens contraires qui se ferment dans les extrémités de gauche et de droite du conducteur et que nous supposerons sans résistance.

La force électromotrice induite dans le circuit formé par les deux filets vaut

$$e = \frac{d\,(\mathfrak{B}\,l\,2x)}{d\,t} = 2\,\mathfrak{B}_m\,\omega\,l\,x\cos\omega t.$$

La résistance du circuit formé par les deux filets a pour valeur $\rho 2l/a dx$, d'où, pour la puissance dissipée dans ces filets

$$\frac{e^2}{R} = \frac{2\,\mathfrak{B}_m^2\,\omega^2\,l\,x^2\,a\,dx\,\cos^2\omega t}{\rho}$$

et dans le bloc de volume $l \times b \times a$

$$\int_0^{+\frac{b}{2}} \frac{2\,\mathfrak{B}_m^2\,\omega^2\,l\,a\cos^2\omega t\,x^2\,dx}{\rho} = \frac{\mathfrak{B}_m^2\,\omega^2\,l\,a\,b^3\cos^2\omega t}{12\,\rho}$$

et enfin, comme puissance moyenne dissipée dans le même volume $\mathfrak{B}_m^2\,\omega^2\,l\,a\,b^3/24\,\rho$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Supposons une fréquence de 50 ce qui assigne à ω la valeur 314, $\mathfrak{B}_m = 10\,000$, $l = 10$ cm, $a = 10$ cm, $b = 0{,}1$ cm et $\rho = 10^{-5}$. La puissance dissipée est alors de 0,41 w pour une tôle de 1 dcm^{-2} de surface et de 1 mm d'épaisseur, soit 41 w par dcm^{-3}, chiffre élevé. Il faudra le réduire et pour cela réduire l'épaisseur. Avec 0,3 mm la perte tombe à 4 w par dcm^{-3}.

Distribution du courant alternatif dans la section du conducteur, effet Kelvin. — Nous avons supposé jusqu'ici que la densité du courant restait constante dans toute la section du conducteur. Avec le courant alternatif il n'en est pas ainsi. Lorsque le diamètre du conducteur et la fréquence croissent, le courant tend à se concentrer dans la partie périphérique du conducteur. Il en résulte une véritable diminution de sa section, c'est-à-dire une augmentation de la résistance et, par suite, une majoration de l'effet Joule.

Soit un circuit fermé A B (fig. 222) allant de A vers B derrière le plan de la feuille et dont les deux brins sont parallèles. Le passage du courant dans ces conducteurs développe, comme nous l'avons vu, un champ magnétique dont les lignes de force entourent individuellement les deux brins et sont partiellement absorbées par eux. Le courant total peut être décomposé en filets parallèles à l'axe de chaque brin. Si nous considérons le filet central, nous voyons qu'il embrasse tout le flux magnétique développé. Son coefficient de selfinduction est donc maximum, ainsi que l'impédance qui diminue son intensité. Au contraire, au fur et à mesure que l'on s'écarte de l'axe, le flux embrassé diminue de toute la portion de ce flux existant à l'intérieur de la circonférence ayant pour rayon la distance à l'axe du filet considéré. Cette action est la plus marquée pour les filets de la périphérie qui n'embrassent, comme flux actif, que le flux total moins celui absorbé par le conducteur. Ce sont donc ces filets qui rencontrent le moins de résistance dans leur propagation, et par suite, le courant se concentre dans l'épiderme du conducteur, effet d'autant plus marqué : que le conducteur est plus gros, puisqu'il absorbe alors plus de flux ; que la pulsation de la

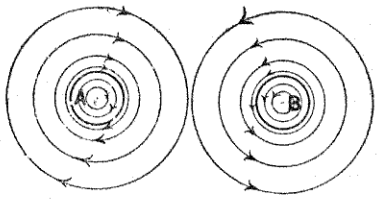


Fig. 222.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

force électromotrice est plus grande, puisque alors le facteur ω de la réactance $\omega \mathfrak{L}$ devient plus considérable; et que la matière du conducteur est plus perméable, puisque alors c'est le facteur $\mathfrak{L}$ qui augmente notablement pour les filets centraux, en se réduisant à une faible valeur pour les filets périphériques.

Lord Kelvin a établi la formule suivante donnant la résistance R_A d'un conducteur cylindrique traversé par un courant alternatif de pulsation ω, en fonction de sa résistance R en courant continu, de sa longueur l et de la perméabilité magnétique μ de la substance qui le constitue

$$R_A = R\left(1 + \frac{1}{12}\frac{\omega^2 l^2 \mu^2}{R^2} - \frac{1}{180}\frac{\omega^4 l^4 \mu^4}{R^4} + \ldots\right) \qquad (1)$$

Pour le cuivre $\mu = 1$. En admettant une résistivité $\rho = 1{,}6$ microhm-centimètre $= 1600$ unités C. G. S., on a, en négligeant les termes de la série après le deuxième, d étant le diamètre en centimètres.

$$R_A = R\left(1 + \frac{0{,}8\, d^4 f^2}{10^6}\right) = k\,R \qquad (2)$$

La formule (1) montre que le fer est impropre à la transmission des courants alternatifs de grande fréquence, à cause de la valeur élevée de sa perméabilité. Il faut également rejeter les cylindres trop gros, pour adopter alors des tubes et en particulier des câbles concentriques.

Calculons l'accroissement de résistance au courant alternatif de fréquence 50 d'un conducteur en cuivre d'un centimètre de diamètre

$$k = 1 + \frac{0{,}8 \times 50^2}{10^6} = 1{,}002.$$

L'accroissement de résistance est, comme on le voit, insignifiant pour le cuivre; aussi peut-on généralement le négliger dans les applications industrielles.

Transformation des courants alternatifs. Bobine d'induction. — On peut aisément transformer les deux facteurs, force électromotrice et intensité efficaces d'un courant alternatif, en mettant à contribution les phénomènes d'induction mutuelle.

Superposons à la bobine d'un électro-aimant une seconde bobine que nous appellerons le *secondaire*, la première étant le

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

circuit *primaire*. Nous aurons constitué ainsi une *bobine d'induction* ou *transformateur*.

En faisant passer dans l'enroulement primaire un courant alternatif, le flux magnétique alternatif développé dans le noyau, traversant les spires de l'enroulement secondaire, engendrera dans celui-ci une force électromotrice alternative qui, si le circuit est fermé, y développera un courant alternatif.

Appelons E', I', E'', I'' les forces électromotrices et les intensités efficaces (*) des courants dans les circuits primaire et secondaire. En supposant nulles les pertes et nuls les déphasages des courants sur les forces électromotrices nous aurons

$$E' I' = E'' I''$$

d'où

$$\frac{I'}{I''} = \frac{E''}{E'} .$$

A un courant intense dans le primaire correspondra une grande force électromotrice dans le secondaire et vice-versa.

En interposant dans le primaire l'interrupteur automatique indiqué figure 137 on pourra, ainsi que l'a fait Ruhmkorff, transformer un courant continu à basse tension, en un courant alternatif à haute tension.

(*) Nous n'employerons plus le mot efficace. Il devra être entendu, désormais, que l'intensité I et la force électromotrice E sont efficaces.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE XIII.

Effets divers des courants alternatifs.

Rotation sous l'action de courants induits. — Certains mouvements rotatifs peuvent être réalisés par la réaction des courants induits.

Lorsqu'un disque en cuivre tourne au-dessus ou au-dessous d'une aiguille aimantée, celle-ci est entraînée dans le même sens de rotation.

Inversement, en faisant tourner un fort aimant au-dessus d'un disque métallique mobile, celui-ci tend à suivre l'aimant dans son mouvement. En nous reportant à l'explication donnée à propos des courants de Foucault, nous verrons que les courants induits en avant de l'aimant développent un pôle de même nom et qui est par conséquent repoussé, tandis que celui engendré en arrière, étant de nom contraire, se trouve attiré.

En somme, *un flux magnétique se déplaçant dans un conducteur, tend à l'entraîner dans le sens du mouvement.*

Répulsion entre un courant inducteur et un courant induit. — Soit un électro-aimant B (fig. 223) parcouru par un courant alternatif $i = I_m \sin \omega t$. Un anneau métallique A entourant l'électro est repoussé en A' tant que le courant alternatif passe. Cherchons à nous rendre compte du phénomène.

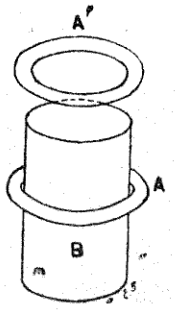


FIG. 223.

Le flux traversant le noyau de l'électro a pour valeur

$$\Phi = \frac{4\pi n I_m \sin \omega t}{\mathfrak{R}} = \Phi_m \sin \omega t,$$

d'où résulte une force électromotrice induite dans l'anneau

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi_m \omega \cos \omega t = \Phi_m \omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Cette force électromotrice est en retard de $\pi/2$ sur le courant inducteur.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Sous son influence, un courant prend naissance dans l'anneau

$$i' = \frac{\Phi_m \omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varphi\right)}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}}$$

avec la condition $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \mathfrak{L}}{R}$.

R étant très faible, φ approche de $\pi/2$ et ainsi les courants i et i' sont presque constamment en opposition, (fig. 224) et notamment, quand leurs intensités momentanées sont les plus grandes.

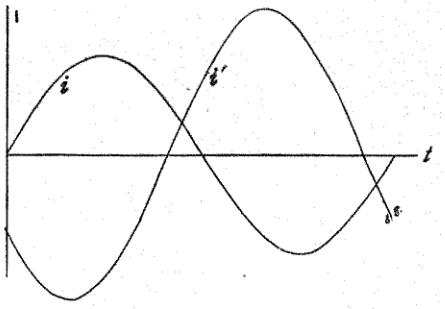


FIG. 224.

Or, pendant qu'ils sont en opposition, les flux qu'ils émettent ont un sens inverse et se repoussent, ce qui explique le mouvement de répulsion constaté.

En interposant une plaque métallique entre l'électro et l'anneau, le phénomène disparaît, l'écran étant lui-même le siège du courant induit dont l'effet neutralise, par rapport à l'anneau, celui du courant inducteur.

En somme, *l'anneau tend à se déplacer de manière que le flux magnétique périodique qui le traverse soit minimum.*

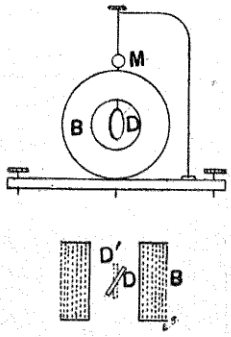


FIG. 225.

M. Fleming a établi sur cette remarque un appareil propre à déceler les courants périodiques et constitué par une bobine B (fig. 225) au centre de laquelle est suspendu obliquement un petit disque en cuivre D, lequel tend à se placer suivant la position D' de minimum de flux. Les angles de déviation sont lus par l'intermédiaire d'un miroir M.

La position oblique est imposée par le fait que, si le disque était placé dans la position perpendiculaire à l'axe de la bobine, il prendrait un mouvement oscillatoire sous l'effet des impulsions égales et inverses qu'il recevrait continuellement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Décharge oscillante. — Lorsqu'un condensateur de capacité C se décharge dans un circuit de résistance R, de coefficient de selfinduction $\mathfrak{L}$ (fig. 226), la nature du courant traversant le circuit dépend essentiellement de la valeur particulière des facteurs de celui-ci. A un moment donné, la différence de potentiel entre les armatures du condensateur est v et le courant de décharge étant égal et de signe contraire au taux de variation de la charge, nous aurons

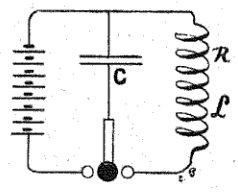


FIG. 226.

$$i = \frac{-dq}{dt} = \frac{v - \mathfrak{L}\frac{di}{dt}}{R}$$

Comme $q = Cv$, il vient en remplaçant v et $\frac{di}{dt}$ en fonction de q, pour éliminer une des variables et pouvoir intégrer

$$-\frac{dq}{dt} = \frac{\frac{q}{C} + \mathfrak{L}\frac{d^2q}{dt^2}}{R}$$

ou

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{\mathfrak{L}}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C\mathfrak{L}} = 0$$

équation différentielle linéaire du second degré sans second membre.

Posons : $q = e^{mt}$; $\frac{dq}{dt} = m\,e^{mt}$; $\frac{d^2q}{dt^2} = m^2\,e^{mt}$

l'équation précédente devient

$$e^{mt}\left(m^2 + \frac{R}{\mathfrak{L}}m + \frac{1}{C\mathfrak{L}}\right) = 0$$

dont l'intégrale générale est de la forme

$$q = A\,e^{m_1 t} + B\,e^{m_2 t} \qquad (3)$$

A et B étant des constantes d'intégration qu'il faudra déterminer d'après les conditions du problème ; m_1 et m_2 les racines de l'équation du second degré obtenue en égalant à zéro le trinome entre parenthèses soit

$$m_1 = -\frac{R}{2\mathfrak{L}} + \sqrt{\frac{R^2}{4\mathfrak{L}^2} - \frac{1}{C\mathfrak{L}}},\quad m_2 = -\frac{R}{2\mathfrak{L}} - \sqrt{\frac{R^2}{4\mathfrak{L}^2} - \frac{1}{C\mathfrak{L}}}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En remplaçant et posant $\frac{\mathcal{L}}{R} = \tau$, on obtient

$$q = e^{-\frac{t}{2\tau}}\left(\mathrm{A}\, e^{\sqrt{\frac{1}{4\tau^2} - \frac{1}{CR\tau}} \times t} + \mathrm{B}\, e^{-\sqrt{\frac{1}{4\tau^2} - \frac{1}{CR\tau}} \times t}\right) \quad (2)$$

Si les racines du trinome sont imaginaires, le radical exposant peut s'écrire

$$\sqrt{\frac{1}{CR\tau} - \frac{1}{4\tau^2}}\sqrt{-1} \times t \text{ et (2) devient}$$

$$q = e^{-\frac{t}{2\tau}}\left(\mathrm{C}\cos\sqrt{\frac{1}{CR\tau} - \frac{1}{4\tau^2}} \times t + \mathrm{D}\sin\sqrt{\frac{1}{CR\tau} - \frac{1}{4\tau^2}} \times t\right) (3)$$

Nous avons dans chaque cas deux constantes d'intégration. Pour les déterminer, nous devrons disposer de deux équations que nous obtiendrons en passant aux limites, tant dans les équations (2) et (3) que dans celles donnant la valeur de l'intensité du courant $i = -d\,q/d\,t$ qui en dérive. Les conditions limites sont: pour $t = o$, $q = q_o$ et $i = o$.

Introduites dans les équations ci-dessus, elles permettent de tirer les valeurs des constantes lesquelles, transportées dans les équations donnant l'intensité, fournissent finalement pour le premier cas

$$i = \frac{q_o}{2CR\tau\sqrt{\frac{1}{4\tau^2} - \frac{1}{CR\tau}}} e^{-\frac{t}{2\tau}}\left(e^{\sqrt{\frac{1}{4\tau^2} - \frac{1}{CR\tau}} \times t} - e^{-\sqrt{\frac{1}{4\tau^2} - \frac{1}{CR\tau}} \times t}\right) \quad (4)$$

et dans le second (racines imaginaires)

$$i = \frac{q_o}{CR\tau\sqrt{\frac{1}{CR\tau} - \frac{1}{4\tau^2}}} e^{-\frac{t}{2\tau}} \sin\sqrt{\frac{1}{CR\tau} - \frac{1}{4\tau^2}} \times t \quad (5)$$

Si la quantité sous le radical de (2) est positive ou

$$4\tau < CR \text{ ou } R > 2\sqrt{\frac{\mathcal{L}}{C}},$$

c'est l'équation (4) qui est applicable. Elle montre que le courant partant de zéro, croît jusqu'à un maximum (fig. 227) et décroît suivant une courbe plus ou moins étalée.

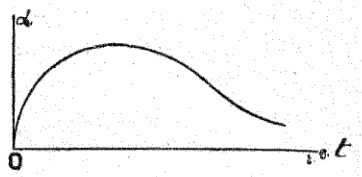


FIG. 227.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Si le radical est imaginaire, c'est-à-dire si

$$4\tau > C\,R \text{ ou } R < 2\sqrt{\frac{\mathfrak{L}}{C}},$$

le courant est soumis à la loi représentée par l'équation (5) laquelle indique qu'il oscille périodiquement entre des valeurs positives et négatives (fig. 228) dont l'amplitude décroît rapi-

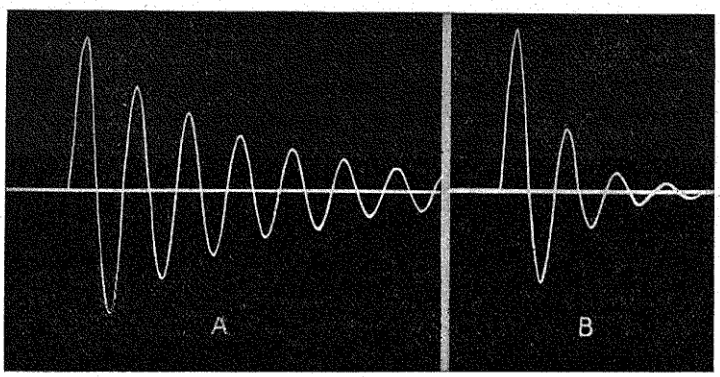


Fig 228.

dement. En outre, le courant oscillant repasse par les mêmes phases (par le zéro par exemple) pour

$$\sqrt{\frac{1}{C\,R\,\tau} - \frac{1}{4\,\tau^2}} \times t = 0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ \ldots$$

Par conséquent la durée T de la période est

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{C\,R\,\tau} - \frac{1}{4\,\tau^2}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{C\,\mathfrak{L}} - \frac{R^2}{4\mathfrak{L}^2}}}$$

R pouvant être très petit tandis que $\mathfrak{L}$ est très grand on peut, dans le second cas que nous examinons, négliger le second terme du radical et il reste

$$T = 2\pi\sqrt{C\,\mathfrak{L}}$$

ce qui correspond précisément à la condition de résonance $\omega^2\,C\,\mathfrak{L} = 1$ trouvée précédemment dans le cas d'un condensateur et d'une bobine placés en série dans un circuit soumis à une force électromotrice sinusoïdale.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le phénomène peut être comparé au mouvement d'un liquide dans des vases communiquants. Si le liquide est visqueux (résistance grande) la nappe déplacée vient lentement reprendre son niveau primitif sans le dépasser ; si au contraire la viscosité est très faible (résistance peu élevée) la masse liquide effectue une série d'oscillations avant que l'énergie ait pu être absorbée par les vibrations.

Pour produire une décharge oscillante, on fait croître progressivement la différence de potentiel appliquée aux armatures d'un condensateur réunies d'autre part aux boules écartées d'un excitateur.

L'air compris entre les boules de l'excitateur joue le rôle d'un isolant parfait jusqu'au moment où sa rigidité électrostatique est vaincue. L'étincelle éclate alors et, l'échauffant fortement sur son trajet, le rend conducteur et fraye le passage pour les décharges suivantes.

On constate la nature oscillante de la décharge et l'on peut même mesurer la durée et calculer le nombre des oscillations, en examinant l'étincelle au moyen d'un miroir tournant. Avec une bouteille de Leyde, on obtient des oscillations d'une durée comprise entre 10^{-4} et 10^{-5} seconde.

Quant au mécanisme du phénomène, on peut aisément s'en rendre compte. Lorsque le condensateur se décharge sur la bobine, celle-ci emmagasine la majeure partie (si la résistance du circuit est faible) de l'énergie dépensée, sous forme d'énergie potentielle dans son flux magnétique. Le flux magnétique de la bobine s'évanouit à son tour, en donnant un extra-courant de même sens que celui qui vient de passer, lequel recharge le condensateur en sens inverse. Celui-ci se décharge de nouveau et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'énergie mise en jeu ait été complètement absorbée par effet Joule.

Dans la théorie que nous venons d'exposer, nous n'avons envisagé que l'effet de la résistance R comme cause d'amortissement des oscillations électriques. Il est évident que n'importe quelle cause, comme les courants de Foucault et l'hystérèse, agissent dans le même sens.

Arc chantant. — L'influence de la périodicité propre d'un circuit peut être mise en évidence en dérivant sur un arc électrique allongé, à courant continu, produit entre des crayons de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

charbon homogène, un circuit contenant un condensateur et une bobine de selfinduction. L'arc rend alors un son musical dont la hauteur correspond à

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C\mathcal{L}}}.$$

En variant les facteurs C et $\mathcal{L}$, le son change, de manière qu'il est possible de jouer un air donné à l'aide d'un clavier dont les touches commandent l'insertion de circuits appropriés mis successivement en dérivation sur l'arc.

Comme l'a fait remarquer M. Janet, cette expérience peut être utilisée pour mesurer un coefficient de selfinduction. Connaissant en effet f par la hauteur du son et C, la formule précédente permet de déduire la valeur de $\mathcal{L}$.

Effet d'une décharge instantanée. Expériences de Lodge. — Les décharges extrêmement rapides donnent lieu à des phénomènes particuliers dus à ce fait que la résistance du conducteur s'efface alors devant l'énorme impédance que lui confère son coefficient de selfinduction.

Le professeur Lodge a réalisé dans cet ordre d'idées un grand nombre d'expériences extrêmement démonstratives, parmi lesquelles nous retenons les suivantes :

1° Lorsqu'on décharge une bouteille de Leyde au moyen d'un conducteur, on remarque que l'on peut tirer une étincelle de tout conducteur suffisamment approché de ce dernier. C'est ce que l'on appelle une *décharge latérale*. De là, la nécessité depuis longtemps reconnue, de munir l'excitateur servant à provoquer la décharge des bouteilles de Leyde, de longs manches isolants en verre D et E (fig. 25).

2° En employant pour décharger la bouteille un long fil de cuivre de 7 à 8 millimètres de diamètre, faisant le tour de la salle d'expériences et raccordé à des tuyaux de gaz ou d'eau, des décharges latérales se produisent non seulement entre le conducteur en cuivre et des conducteurs isolés ou non que l'on en approche, mais encore entre ceux-ci et les tuyaux de gaz et d'eau raccordés. Les étincelles tirées à l'extrémité d'un bec de gaz permettent d'allumer le gaz qui s'en échappe. En outre, l'induction exercée sur les corps voisins est tellement forte, que l'on peut également en tirer des étincelles, bien qu'ils ne soient pas raccordés au conducteur véhiculant la décharge.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

3° Les armatures intérieures de deux bouteilles de Leyde L_1, L_2, (fig. 229) sont réunies aux deux boules d'un excitateur E en relation avec les pôles d'une machine statique. Les armatures extérieures sont réunies par un fil conducteur F, sur lequel on dérive un second excitateur A.

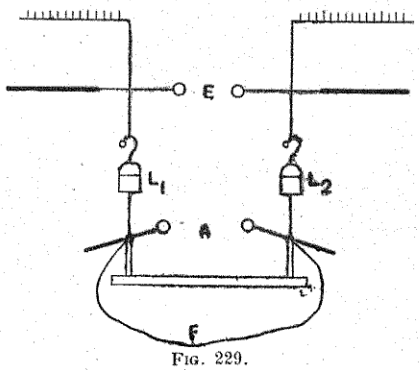


Fig. 229.

On constate que, chaque fois qu'une étincelle jaillit en E, une autre éclate également en A dont la longueur, qui peut être beaucoup plus grande que celle en E, dépend des dimensions du fil F, ce que l'on peut expliquer simplement

En effet, lorsque l'étincelle éclate, il se produit une décharge oscillante des condensateurs L_1 et L_2 qui entrent en résonance avec la self-induction F. Or, quand une capacité résonne avec une self, la tension aux bornes de la self peut être considérable relativement à la chute de tension de l'étincelle de décharge. C'est pourquoi la tension aux bornes et l'éclateur A peut dépasser notablement celle aux bornes de l'éclateur E, c'est-à-dire que l'étincelle pourra avoir une longueur plus grande en A qu'en E.

Application aux parafoudres. — Cette dernière expérience montre que, si la soudaineté de la décharge est suffisante, la résistance d'un intervalle d'air, infinie relativement aux courants continus, devient négligeable vis-à-vis des différences de potentiel extrêmement considérables qui peuvent naître dans les circuits.

Les décharges atmosphériques étant extrêmement brusques, on constitue en général les parafoudres protégeant les canalisations et les appareils, de deux plaques métalliques séparées par un faible intervalle diélectrique (air, papier, mica, soie) dont l'une est raccordée au conducteur à protéger et l'autre à la terre. La décharge franchit aisément l'intervalle isolant et ainsi l'énorme condensateur, formé par les nuages électrisés et le sol, peut se décharger directement dans le sol, sans emprunter les

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

canalisations et les appareils où son passage ne se ferait pas sans dégâts. En outre, les expériences de Lodge montrent qu'il convient de raccorder les conducteurs constituant les paratonnerres aux masses métalliques voisines, afin d'éviter les dangers d'incendie dus aux décharges latérales éclatant entre eux.

Expériences de Hertz. — La fréquence obtenue au moyen de la décharge d'une bouteille de Leyde est au plus de 100 000. Hertz a obtenu des fréquences beaucoup plus considérables, au moyen du dispositif représenté (fig. 230). Deux tiges métalliques placées dans le prolongement l'une de l'autre, terminées à leurs extrémités en regard par de petites boules b_1, b_2, et à leurs extrémités opposées par de grosses boules B_1, B_2, sont raccordées aux bornes du circuit secondaire d'une forte bobine de Ruhmkorff R. Les bornes d'une telle bobine sont portées, par suite des phénomènes d'induction auxquels est soumis le circuit qu'elles terminent, à des différences de potentiel extrêmement élevées et à variations excessivement rapides.

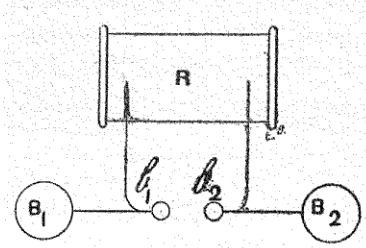


FIG. 230.

L'intervalle entre b_1 et b_2 étant suffisant, lorsque la différence de potentiel atteint la valeur correspondant à la distance explosive, l'étincelle éclate entre les boules b_1 et b_2, frayant un chemin pour les oscillations et l'excitateur ou *oscillateur* constitué par les boules B_1 b_1 d'une part, b_2 B_2 d'autre part, se décharge sur lui-même d'une manière indépendante, comme s'il était isolé de la bobine. La durée des oscillations est, comme nous l'avons vu, réglée par la formule $T = 2\pi\sqrt{C\,\mathfrak{L}}$ et, chaque fois que les boules b_1 et b_2 reviennent à la même différence de potentiel, la même série de phénomènes se reproduit. Le coefficient de self-induction et la capacité du système utilisé par Hertz étaient tels, que les oscillations possédaient une durée de l'ordre du billionième de seconde.

Pour que la décharge oscillante se produise, certaines conditions physiques doivent en outre être réalisées. Les petites sphères b_1 et b_2 doivent notamment être bien polies; il est néces-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

saire de les repasser au tour, au moins toutes les demi-heures. On peut s'affranchir de cette sujétion en les plongeant comme l'a fait Righi, dans un vase rempli d'huile lourde de vaseline. On reconnaît que l'appareil fonctionne bien, au claquement particulier qu'il émet.

Lorsque les deux boules b_1, b_2, sont portées à des potentiels différents, elles sont réunies, ainsi que nous l'avons vu en électrostatique, par les lignes de force d'un champ électrique dont le nombre va en augmentant avec la différence de potentiel et dont la direction s'inverse avec cette dernière. La direction moyenne des lignes électriques coïncide avec l'axe même de l'oscillateur. En outre, comme il y a passage d'un courant, des lignes de force magnétiques encerclent celui-ci, constituant un champ magnétique normal en chaque point, au champ électrique.

Comme l'a montré Hertz, les oscillations de ces champs se propagent dans le milieu ambiant. Le savant allemand a utilisé dans ce but un appareil susceptible de vibrer à l'unisson avec le vibrateur électrique et qu'il a appelé pour ce motif *résonnateur électrique.*

Le résonnateur peut affecter une forme quelconque, pourvu que les trois facteurs caractéristiques : résistance, selfinduction et capacité des conducteurs qui le composent satisfassent à la même équation de condition que les facteurs correspondant du vibrateur, ce que l'on vérifie expérimentalement. On s'arrange d'ailleurs pour pouvoir effectuer un certain réglage. Hertz employait comme résonnateur un fil courbé en cercle (fig. 231), interrompu en un endroit où une vis micrométrique permet de modifier la longueur de l'intervalle d'air.

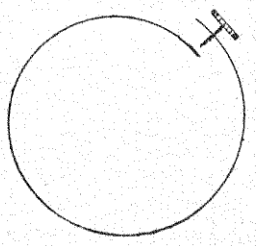


Fig. 231.

En disposant le résonnateur dans le voisinage du vibrateur, on constate qu'un flot d'étincelles jaillit entre ses points d'interruption. La longueur des étincelles diminue quand on s'écarte de l'oscillateur, l'action devenant de plus en plus faible avec la distance.

On remarque que le phénomène *n'est nullement entravé par l'interposition, entre les deux appareils, d'un écran isolant* tel

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

qu'une cloison en bois, ou même un mur en maçonnerie. Mais l'*action cesse lorsque l'écran est en matière conductrice.*

En reportant alors le résonnateur de l'autre côté de l'écran conducteur, entre ce dernier et l'excitateur, on constate que l'étincelle qui d'une façon générale y a également disparu, reparaît en certains points également distants. Ceci prouve que les phénomènes électrostatiques et électromagnétiques concomittants de la décharge, sont susceptibles de se propager sous forme d'ondes aptes à être réfléchies par une paroi conductrice, les ondes réfléchies interférant alors avec les ondes incidentes pour donner, absolument comme en acoustique, des ondes *stationnaires* présentant des nœuds et des ventres de vibration.

Le résonnateur ne décèle rien dans les régions nodales pour, au contraire, émettre des étincelles aux ventres de vibration. La distance entre deux nœuds correspond à une demi-longueur d'ondes.

On peut, avec M. Turpain, ajouter une indication acoustique à l'indication visuelle, en pratiquant une seconde coupure dans le résonnateur et y intercalant un téléphone, celui-ci accusant, par un bruit, les décharges au micromètre.

En utilisant un vibrateur constitué par deux tubes en laiton de 13 cm de longueur et 3 cm de diamètre, terminés à leurs extrémités en regard par des calottes sphériques, Hertz a pu produire des ondes de 30 cm de longueur seulement. De même il a montré, qu'en plaçant l'excitateur au foyer et suivant l'axe d'un miroir parabolique constitué par une feuille de zinc formant une surface cylindrique ayant pour directrice une parabole, les vibrations sont renvoyées dans des directions parallèles et on peut les déceler à plus grande distance qu'auparavant, en les recevant sur un second miroir parabolique semblable, au foyer duquel on place le résonnateur.

Avec son oscillateur à boules plongées dans la vaseline, Righi produisait des ondes de 2,5 cm de longueur; avec trois petites boules en platine, M. Bose obtint 6 mm; on est arrivé depuis à des longueurs d'onde inférieures à un millimètre.

La longueur d'onde λ est liée à la vitesse de propagation et à la durée ou à la fréquence, par la formule

$$\lambda = V\,T = \frac{V}{f}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En somme, les *rayons électriques* jouissent de toutes les propriétés des rayons lumineux : ils se réfléchissent sur les corps métalliques, se réfractent dans les corps isolants, sont polarisables, etc. Ils correspondent donc comme eux, à des vibrations transversales de l'éther. D'ailleurs, leur vitesse de propagation est celle de la lumière, dont ils ne diffèrent que par une fréquence moindre. Alors que les vibrations lumineuses se comptent en effet par centaines de trillions à la seconde, c'est par billions seulement que s'émettent dans le même temps, les radiations électriques.

Relation de Maxwell. — Le résonnateur ne répond donc qu'à des oscillations de même longueur d'onde que celles qu'il exciterait lui-même, et cette longueur d'onde est *indépendante du milieu*. La même chose se passe en acoustique pour les tuyaux sonores : un tuyau ouvert aux deux bouts présente des ventres à ses extrémités et un nœud au centre de sa longueur, *quel que soit le milieu* dans lequel il se trouve. Il donnera donc, invariablement, un son dont la longueur d'onde est double de la sienne, mais la hauteur, c'est-à-dire la fréquence, varie suivant le milieu, en même temps que la vitesse de propagation.

Avec les ondes électriques, si les appareils sont dans l'air

$$\lambda = V\,T = V\,2\,\pi\sqrt{C\,\mathfrak{L}}.$$

Supposons maintenant que le milieu dans lequel se fait la transmission change de nature, la vitesse variera et, la durée des vibrations restant la même, la longueur d'onde devient

$$\lambda' = V'\,2\,\pi\sqrt{C\,\mathfrak{L}}.$$

Or, si le résonnateur se trouve aussi dans le nouveau milieu, l'expérience montre qu'il accuse encore la même longueur d'onde λ que quand tout se passait dans l'air. Comme la capacité du résonnateur a dû nécessairement changer dans ce nouveau milieu et devenir C' on a donc

$$\lambda = V'\,2\,\pi\sqrt{C'\,\mathfrak{L}}$$

d'où

$$\frac{V}{V'} = \sqrt{\frac{C'}{C}}.$$

Mais n désignant l'indice de réfraction du milieu par rapport à l'air et ε son pouvoir inducteur spécifique,

$$\frac{V}{V'} = n \text{ tandis que } \frac{C'}{C} = \varepsilon.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En remplaçant dans la dernière équation on trouve $\varepsilon = n^2$, c'est-à-dire que *le pouvoir inducteur spécifique d'un diélectrique est égal au carré de son indice de réfraction*. C'est ce que Maxwell avait déduit de la théorie.

Télégraphie sans fil. — M. Branly a découvert que les couches métalliques minces déposées chimiquement sur des plaques isolantes, les grenailles, limailles, poudres de substances conductrices, etc., présentent, sous cette forme, une très médiocre conductibilité. Souvent leur résistance se chiffre par plusieurs millions d'ohms. Mais, quand des ondes électriques les frappent, leur résistance s'abaisse brusquement et peut tomber à quelques ohms. La conductibilité ainsi acquise se conserve pendant un temps plus ou moins long, suivant la nature et l'état de division de la substance. Les trépidations et diverses actions physiques facilitent le retour à la grande résistance primitive ; *un choc la rétablit instantanément*.

C'est sur cette propriété qu'est basé le système Marconi primitif de télégraphie sans fil.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE XIV.

Mesures.

Des erreurs et de leur appréciation.

Il importe de pouvoir apprécier l'importance de l'erreur que l'on commet dans une mesure, et de connaître les conditions dans lesquelles elle sera la plus réduite possible.

Comme toutes les mesures se ramènent en général à effectuer la lecture de la position d'un index ou d'une aiguille sur une graduation, il conviendra, en tout premier lieu, de s'habituer à estimer exactement la plus petite fraction possible des dernières divisions entre lesquelles l'aiguille peut se trouver. Avec un peu d'habitude, on arrive à estimer couramment le dixième de la distance existant entre deux traits séparés par un intervalle d'un millimètre.

Mesures directes. — Les résultats des observations directes peuvent présenter des erreurs dues à la méthode employée, ou aux instruments dont on se sert, ou enfin aux observateurs eux-mêmes. On peut les diviser en deux classes.

Erreurs constantes ou systématiques. — Dans une première classe, nous trouvons toutes les erreurs agissant constamment dans le même sens : soit par suite d'un vice de méthode, d'une défectuosité de l'appareil (déplacement du zéro par exemple) ou d'un défaut physique de l'opérateur (trop grande lenteur ou trop grande précipitation dans les manœuvres, etc...). On y remédie en modifiant les méthodes, variant les instruments et changeant d'opérateurs.

Erreurs variables ou fortuites. — Dans la deuxième classe, se rencontrent les erreurs variables ou fortuites qui sont indifféremment positives ou négatives. On les élimine en répétant les mesures et prenant leur moyenne arithmétique. *Pour que le résultat soit exact, il faut évidemment que toutes les obser-*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

vations aient été faites avec le même soin. Ce résultat sera, éventuellement, corrigé des erreurs systématiques connues.

ERREUR MOYENNE, ERREUR RELATIVE MOYENNE. — On pourra se rendre compte du degré d'exactitude du résultat, en prenant la différence de toutes les lectures avec leur valeur moyenne, ce qui donnera les erreurs partielles des diverses lectures. La moyenne de ces erreurs sera l'*erreur moyenne* et enfin, l'*erreur relative moyenne*, s'obtiendra par le rapport de l'erreur moyenne à la lecture moyenne elle-même.

Mesures indirectes. — ERREUR ABSOLUE, ERREUR RELATIVE. Lorsqu'on détermine une quantité x, fonction des grandeurs $a, b, c, \ldots$ on commet, en mesurant celles-ci, des erreurs fortuites moyennes $\pm \Delta a, \pm \Delta b, \pm \Delta c, \ldots$ d'où résulte, sur x, une erreur $\pm \Delta x$.

Au lieu d'obtenir

$$x = f(a, b, c, \ldots) \qquad (1)$$

On n'a que la valeur approchée

$$x \pm \Delta x = f(a \pm \Delta a, b \pm \Delta b, c \pm \Delta c, \ldots) \qquad (2)$$

On appelle erreur absolue Δx, la quantité positive ou négative dont le résultat calculé diffère du résultat vrai.

Pour une valeur donnée, cette erreur aura d'autant moins d'importance qu'elle sera plus faible vis-à-vis de la grandeur à mesurer. On appelle *erreur relative le rapport* $\frac{\Delta x}{x}$ *et l'on voit que c'est à le diminuer le plus possible que devra porter l'effort des opérateurs.* Cherchons à l'évaluer. Δa, Δb, Δc, ... étant supposés assez petits pour qu'on puisse négliger leurs puissances supérieures à la première, le développement de (2) par la formule de Taylor généralisée nous donne

$$x \pm \Delta x = f(a, b, c, \ldots) \pm f'(a)\,\Delta a \pm f'(b)\,\Delta b \pm f'(c)\,\Delta c \ldots$$

d'où

$$\Delta x = \pm f'(a)\,\Delta a \pm f'(b)\,\Delta b \pm \ldots$$

L'erreur sera évidemment maximum quand toutes les erreurs partielles s'ajoutent, d'où

$$\Delta x = f'(a)\,\Delta a + f'(b)\,\Delta b + f'(c)\,\Delta c \ldots$$

et enfin pour l'erreur relative maximum

$\frac{\Delta x}{x}$ ou suivant la notation différentielle

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$$\frac{dx}{x} = \frac{f'(a)\,da + f'(b)\,db + \ldots}{f(a, b, c, \ldots)} = \varphi(a, b, c, \ldots).$$

Cas d'une seule variable. — Puisque la différentielle d'un logarithme népérien est précisément égale au rapport de la différentielle de la variable à la fonction, lorsque le résultat obtenu ne dépend que d'une seule variable, il suffira d'en prendre le logarithme népérien, puis de différentier, pour obtenir d'un seul coup l'erreur relative maximum.

Exemple. — Nous avons trouvé que l'intensité fournie par le galvanomètre des tangentes

$$I = k \operatorname{tg} \alpha$$

d'où

$$\log_e I = \log_e k + \log_e \operatorname{tg} \alpha$$

et

$$\frac{dI}{I} = \frac{d \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha \,.\, \operatorname{tg} \alpha} = \frac{2\,d\alpha}{\sin 2\alpha} = \varphi(\alpha).$$

On obtient le minimum de cette expression, en égalant à zéro la première dérivée et s'assurant que, pour la valeur obtenue, la seconde dérivée est positive. On trouve $\alpha = 45^\circ$.

---

§ 1. — Détermination des unités pratiques. Mesures absolues.

Les unités pratiques définies, il s'est agi de les déterminer. L'unité de résistance se prêtant le plus facilement aux mesures, c'est elle qui a d'abord sollicité l'effort des expérimentateurs.

Détermination de l'ohm. — La résistance d'un conducteur dans le système électromagnétique étant une quantité de la même grandeur qu'une vitesse, c'est-à-dire le quotient d'une longueur par un temps, il en résulte que la mesure d'une résistance se réduit, en dernière analyse, à la mesure d'une longueur et d'un temps. Les autres quantités pouvant intervenir ne figureront que sous forme de rapport.

Les formules d'Ohm et de Joule fourniront chacune une méthode de mesure. La dernière n'est toutefois pas recommandable en ce qu'elle fait intervenir l'équivalent mécanique de la chaleur dont la valeur n'est pas connue avec suffisamment de précision.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La loi d'Ohm $R = E/I$ ramène la mesure d'une résistance à celle d'une force électromotrice et d'une intensité ou d'une quantité d'électricité. Le premier terme ne pourra être évalué directement que s'il s'agit de forces électromotrices d'induction dont le calcul revient à celui d'une surface ou d'un coefficient de selfinduction. On peut d'ailleurs avoir recours, soit à un phénomène instantané, soit à un phénomène continu. Le second terme est fourni directement par un galvanomètre.

Cadre tournant. Méthode de Weber. — Prenons un cadre de n spires présentant une surface $n\,s = \mathrm{S}$, mobile autour d'un axe vertical. Raccordons-le à un galvanomètre balistique des tangentes et soit R la résistance totale du circuit. Nous avons vu précédemment qu'en le faisant tourner brusquement de 180°, il est traversé par une quantité d'électricité

$$Q = \frac{2\,\mathrm{S}\mathcal{H}}{R}.$$

Envoyons cette décharge dans le galvanomètre balistique. Si le mouvement du cadre est suffisamment rapide par rapport à la période d'oscillation de l'aiguille du galvanomètre

$$Q = \frac{\mathrm{T}_0\,\mathcal{H}\,r}{2\,\pi^2\,n}\,\alpha_1\,e^{\frac{\lambda}{\pi}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{\pi}{\lambda}}\ (1)$$

d'où

$$R = \frac{4\,\pi^2\,n\,\mathrm{S}}{\mathrm{T}_0\,r\,\alpha_1\,e^{\frac{\lambda}{\pi}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{\pi}{\lambda}}}$$

formule permettant d'évaluer R en unités C. G. S.

Méthode de Lippmann. — La résistance à mesurer D A $= R$ (fig. 232) est placée en série avec une pile P et une bobine creuse B disposée horizontalement, possédant n_1 spires par centimètre. Un cadre mobile C, de surface S, tourne d'un mouvement uniforme de période T autour de son diamètre vertical. Son circuit, raccordé aux extrémités de R par l'intermédiaire d'un électromètre capillaire E, n'est fermé qu'au moment où le

(1) On trouverait cette formule exactement de la même manière que pour le balistique Deprez d'Arsonval. r est le rayon moyen d'enroulement des spires.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

plan du cadre est parallèle au champ développé, c'est-à-dire au moment où la force électromotrice engendrée est maximum, puisque alors le nombre de lignes de force coupé par unité de temps est maximum. On déplace le contact A du circuit dérivé, jusqu'au moment où l'électromètre indique que la force électromotrice d'induction est précisément égale à celle existant aux extrémités A et D, laquelle est $R\ I$, I étant l'intensité du courant traversant le circuit principal.

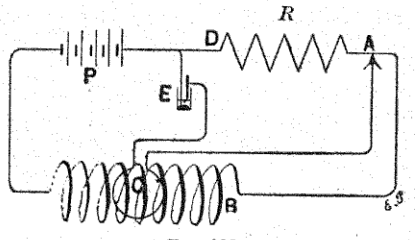


FIG. 232.

La force électromotrice maximum développée dans le cadre est

$$4\pi n_1 I S \frac{2\pi}{T}.$$

Au moment où l'équilibre est obtenu

$$R = \frac{8\pi^2 n_1 S}{T}.$$

Détermination de l'ampère. — Nous avons vu que le galvanomètre optique, la boussole des tangentes et les électrodynamomètres-balances, permettent d'effectuer des mesures absolues, de sorte qu'il est possible de graduer un galvanomètre ou un électrodynamomètre en dixièmes d'unités C. G. S. électromagnétiques et d'en faire ainsi des ampèremètres. L'ohm et l'ampère étant déterminés, il est aisé de préciser la valeur des autres unités et d'en dériver éventuellement des étalons.

Détermination du nombre v. — Nous avons trouvé précédemment qu'entre les valeurs numériques mesurant une même quantité, soit en unités électrostatiques, soit en unités électromagnétiques, il existait la suite des rapports

$$\frac{I_s}{I_m} = \frac{Q_s}{Q_m} = \frac{E_m}{E_s} = \sqrt{\frac{R_m}{R_s}} = \sqrt{\frac{C_s}{C_m}} = v.$$

Par conséquent on dispose d'autant de méthodes pour déterminer le nombre v, que de grandeurs peuvent être mesurées à la fois en unités électromagnétiques et électrostatiques.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les méthodes les plus simples sont celles dans lesquelles on mesure une quantité ou une force électromotrice.

1° Par la mesure d'une quantité. — On charge un condensateur de capacité facilement calculable et l'on mesure, à l'aide de la balance de Coulomb, une fraction connue de cette charge, ce qui permet de déterminer celle-ci en unités électrostatiques. En déchargeant d'autre part la charge totale à travers un galvanomètre balistique, on la mesure en unités électromagnétiques.

2° Par la mesure d'une force électromotrice. — Un conducteur de résistance connue R ohms, traversé par un courant d'intensité connue I ampères, présente à ses bornes une différence de potentiel exprimée en unités électromagnétiques. On peut d'autre part mesurer la même différence de potentiel en unités électrostatiques au moyen d'un électromètre absolu. Le rapport donne v.

---

§ 2. — Mesures relatives. Mesures des intensités et des quantités.

Par les effets électromagnétiques ou calorifiques. — L'un quelconque des appareils galvanométriques ou thermiques étudiés précédemment, shunté suivant nécessité et gradué par comparaison avec un appareil absolu, fournira directement la valeur du courant en ampères.

Pour les galvanomètres de grande sensibilité, le tarage peut se faire plus aisément encore. Il suffit d'observer la déviation obtenue en mettant l'appareil en circuit avec une pile étalon et une grande résistance.

Supposons que nous employons un élément Latimer Clark, une résistance de 100 000 Ω, et que le galvanomètre shunté au 1/100e donne une déviation de 37°. Les résistances de l'élément et du galvanomètre shunté au 1/100e pouvant généralement être négligées en présence des 100 000 Ω, l'intensité totale traversant le circuit

$$I = \frac{1{,}434}{100\,000} = 1{,}404 \times 10^{-5}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

D'autre part, l'intensité passant dans l'enroulement du galvanomètre et provoquant la déviation α a pour valeur

$$I' = \frac{1}{100} I = \frac{\alpha}{k} \text{ d'où } k = \frac{100\,\alpha}{I}.$$

Remplacant I et α par leur valeur, il vient

$$k = \frac{3700}{1{,}434.10^{-5}} = \frac{37}{1{,}437} . 10^7 = 25{,}8. 10^7$$

c'est-à-dire que pour un ampère, la déviation est de 25, 8. 10^7 degrés ou par microampère de 258 degrés.

S'il s'agit de courants alternatifs, on utilise exclusivement les appareils dont la déviation est proportionnelle au carré de l'intensité : électrodynamomètres ou galvanomètres thermiques, tarés au moyen de courant continu.

Une quantité d'électricité se mesure en l'envoyant sous forme de décharge instantanée dans un galvanomètre balistique et appliquant la formule indiquée précédemment. On shunte suivant nécessité.

Par les effets chimiques. — La loi de Faraday nous a montré la proportionnalité des ions déposés sur les électrodes d'une cuve électrolytique aux quantités d'électricité ayant passé. La masse déposée de poids

$$p = z\, I\, t \text{ d'où } I = \frac{p}{z\, t}$$

z étant l'équivalent électrochimique du ion déposé, en pratique un ion métal.

Dès lors, mettant en circuit un voltamètre, une source constante d'électricité et le galvanomètre à tarer, il suffira de noter la déviation permanente indiquée, le temps pendant lequel le courant a passé et de diviser le poids déposé par le produit $z\, t$, pour connaître l'intensité.

Certaines précautions sont à prendre : la cathode doit avoir été préalablement convenablement nettoyée, afin que le dépôt soit adhérent ; la solution électrolytique possédera une densité convenable ; enfin, l'intensité du courant n'excédera pas un certain rapport avec la surface des électrodes ; en d'autres termes, on ne doit pas dépasser une certaine densité de courant qui s'exprime généralement en ampères par décimètre carré de surface cathodique active.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

A) Courants faibles (1 ampère et moins). — On utilise de préférence un voltamètre à argent. La cathode présente la forme d'une coupe en platine, d'au moins 10 cm de diamètre et de 4 à 5 cm de profondeur (fig. 233). L'anode est une plaque d'argent pur de 30 cm² environ et de 0,2 à 0,3 cm d'épaisseur, placée horizontalement dans la partie supérieure de la solution, soutenue par un fil de platine passant à travers des trous pratiqués dans les angles opposés de la plaque, enveloppée de papier filtre pur maintenu au dos au moyen de cire à cacheter, afin d'empêcher des débris de l'anode de tomber sur la cathode (non montré sur la figure).

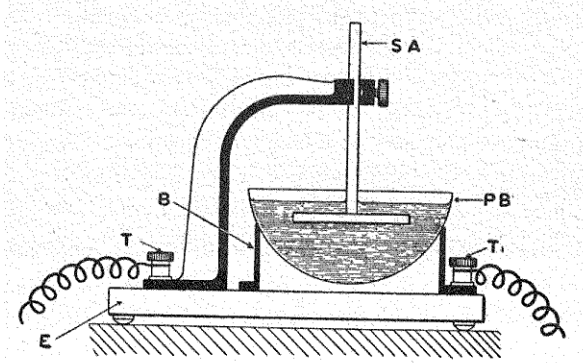


Fig. 233.

Le liquide est une solution neutre de nitrate d'argent pur contenant environ 15 parties en poids de sel, pour 85 parties d'eau. La résistance du voltamètre variant légèrement par suite du passage du courant, on insère en série avec lui une résistance additionnelle réglable. La résistance métallique totale du circuit ne doit pas dépasser 10 ohms.

La plaque anodique d'argent peut être remplacée par une baguette d'argent enveloppée d'un tissu de coton, sous lequel est disposée une coupe en verre pourvue d'expansions en verre également, lesquelles permettent de l'attacher à la coupe en platine.

Pour effectuer une mesure, on lave le vase en platine à l'acide nitrique et à l'eau distillée, on le sèche à l'étuve, on le laisse refroidir dans un dessiccateur, et on le pèse. On le remplit à peu près complètement de la solution et on le place sur un support propre en cuivre, *isolé*, pourvu d'une borne de connexion. On immerge alors l'anode dans la solution en assurant l'invariabilité de sa position et on la raccorde au reste du circuit lequel est pourvu d'un interrupteur. Le moment de l'envoi du

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

courant étant noté, on le laisse passer pendant au moins une demi-heure, ce qui, pour un courant d'un ampère, correspond à un dépôt de 2 grammes environ ; on note ensuite l'instant de la rupture du courant.

Le dépôt est alors lavé à l'eau distillée, et on le laisse dessécher pendant au moins 6 heures. On le lave ensuite à l'eau distillée, puis à l'alcool absolu et on le sèche à l'étuve à une température d'environ 160°. On le laisse refroidir au dessiccateur, puis on le pèse, d'où par différence le poids d'argent déposé.

On obtiendra le courant moyen en ampères, en divisant ce poids exprimé en grammes par le nombre de secondes pendant lequel le courant a passé et par 0,001 118.

B) Courants intenses. — Pour des courants plus intenses ou des mesures moins précises, on emploiera le voltamètre à *sulfate de cuivre*. Il se compose (fig. 234) d'une auge parallélépipédique en verre mesurant ordinairement 15 cm de haut, 10 cm de long et 6 cm de large. Sur les bords des petits côtés reposent deux pièces en bois présentant trois entailles parallèles aux grands côtés, dans lesquelles on suspend, à l'aide d'expansions horizontales laissées au découpage, trois électrodes en cuivre, parallèles. Les feuilles extrêmes, qui jouent le rôle d'anode, sont épaisses, tandis que la cathode placée entre elles est mince.

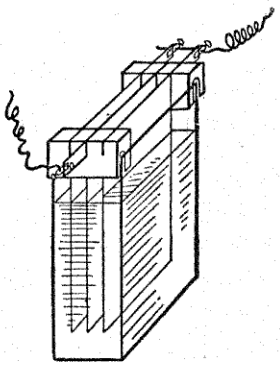


Fig. 234.

M. Oettel recommande la solution suivante (1).

$Cu\ So^4$ cristallisé	15 g
$H^2\ So^4$ de densité 1,84	2 cm^3
Alcool	5 g
Eau.	100 g

D'après lui, ce voltamètre donne des résultats suffisamment

(1) Richard Lorenz. *Traité pratique d'électrochimie*, p. 28. Gauthier-Villars, Paris, 1905.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

exacts pour les recherches industrielles, tant que l'on ne dépasse pas les densités de 0,06 à 1,5 A par dcm².

Mesure des résistances.

Pont de Wheastone. — Considérons un réseau constitué par deux conducteurs de résistances R_1, R_2 (fig. 235), dérivés sur un générateur d'électricité, lequel porte des points de bifurcation aux potentiels V_1 et V_2, en émettant un courant I se subdivisant en I_1 et I_2. Puisque le potentiel décroît régulièrement dans ces conducteurs dérivés, de la valeur V_1 à V_2, nous y rencontrerons deux séries de potentiels égaux. Cherchons la condition à remplir pour que le potentiel soit le même de part et d'autre.

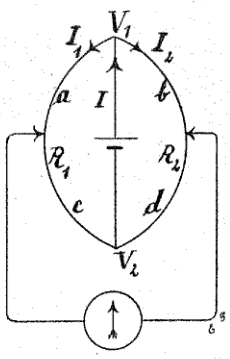


FIG. 235.

Soit a une résistance prise dans le conducteur R_1 à partir de V_1. La chute de potentiel depuis V_1 sera $a\,I_1$.

Le point au même potentiel sur le second conducteur sera évidemment obtenu quand la chute y sera la même que de V_1 à l'extrémité de a. Or au bout d'une résistance b prise à partir de V_1 elle vaut $b\,I_2$.

Pour que les potentiels soient les mêmes, il faut que

$$a\,I_1 = b\,I_2 \quad \text{ou} \quad \frac{a}{b} = \frac{I_2}{I_1}. \tag{1}$$

D'autre part, puisqu'en suivant les deux dérivations vers V_2 on aboutit à un point de même potentiel V_2, les chutes de potentiel dans le restant des deux conducteurs R_1 et R_2 doivent nécessairement être aussi égales, ce qui donne, en appelant c et d les deux résistances $R_1 - a$ et $R_2 - b$:

$$c\,I_1 = d\,I_2 \quad \text{ou} \quad \frac{c}{d} = \frac{I_2}{I_1}. \tag{2}$$

On tire de (1) et (2)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}. \tag{3}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

C'est le principe du pont de Wheastone. L'égalité des potentiels est atteinte quand le galvanomètre, inséré en *pont* entre les deux conducteurs dérivés, reste au zéro.

Corollaires de Bosscha. — I. Lorsque (3) est satisfaite, il ne passe plus aucun courant dans le galvanomètre et sa résistance ne peut conséquemment plus intervenir dans le calcul de l'intensité du courant traversant les autres branches. Donc, *quand dans un système de circuits fermés l'intensité est nulle dans une des branches, les intensités dans les autres branches sont indépendantes de la résistance de cette branche.*

II. Dans les mêmes conditions, rien n'est changé dans nos équations si, au lieu d'un élément de pile p, nous en insérons 2, 3, ... Donc, *lorsque deux branches* A *et* B *d'un réseau de conducteurs sont telles qu'une force électromotrice placée dans la branche* A *n'envoie aucun courant dans la branche* B, *on peut faire varier le courant dans* A *de* 0 *à l'infini, sans troubler le régime dans la branche* B.

Pour transformer le dispositif ci-dessus en une installation permettant la mesure des résistances, il suffit de remplacer le tronçon d par la résistance à mesurer et de pouvoir modifier à volonté la résistance c dite de *comparaison*, de manière à satisfaire à l'équation (3). On a alors

$$x = \frac{b}{a} c \qquad (4)$$

En outre, on voit que, suivant que le rapport $\frac{a}{b}$ est $\gtrless$ 1, la résistance mesurée sera $\gtrless$ c. Pour ce motif, les branches a et b portent le nom de *branches de proportion*. On les compose souvent de 3 bobines mesurant respectivement 10, 100, 1000 Ω, de manière à pouvoir multiplier la résistance de comparaison c par 1, 10, 100, 1/10, 1/100 et étendre ainsi considérablement le champ des mesures.

Si $x > 10\,000$ Ω, on donne à b/a la valeur 10 ou 100.
si $x < 1$ Ω, ... 1/10 ou 1/100.

Il convient toutefois de remarquer que, dès qu'il s'agit de mesurer de très faibles résistances (moins de 0,1 d'ohm), l'exactitude du pont devient sujette à caution, à cause de l'importance

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

relativement grande que prennent les résistances de contact. Il faut alors recourir à d'autres méthodes.

Si aucune combinaison de résistance ne permet de ramener l'aiguille du galvanomètre au zéro et que pour une résistance c, le galvanomètre accuse une déviation α dans un sens et pour $c + 1$ une déviation α' dans l'autre sens, puisque 1 Ω en plus correspond à $\alpha + \alpha'$, une déviation de 1° correspondra à

$$\frac{1}{\alpha + \alpha'} \text{ ohm et } \alpha° \text{ à } \frac{\alpha}{\alpha + \alpha'} \text{ ohm.}$$

La résistance exacte sera par conséquent

$$\frac{b}{a}\left(c + \frac{\alpha}{\alpha + \alpha'}\right).$$

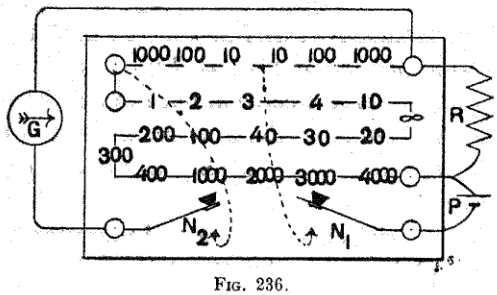


Fig. 236.

En pratique l'appareil revêt généralement la disposition indiquée (fig. 236). L'interrupteur N_1 permet de n'admettre le courant dans les circuits qu'au moment d'opérer, tandis que la fermeture de N_2 insère le galvanomètre dans le pont après chaque réglage.

On établit également la branche de comparaison c sous forme de résistance en décades, ainsi que le montre la vue 237.

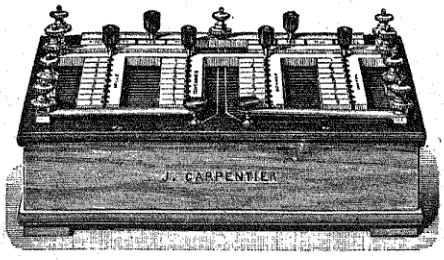


Fig. 237.

La figure schématique du pont de Wheastone lui a fait aussi donner le nom de *parallélogramme* de Wheastone. Les côtés opposés du parallélogramme s'appellent *côtés conjugués*, tandis que les branches contenant la pile et le galvanomètre sont les *diagonales*.

L'équation $d = bc/a$ montre que les résistances des branches conjuguées b et c, a et d ne peuvent être simultanément plus grandes ou plus petites. Donc les résistances les plus grandes et les plus faibles sont adjacentes.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'inspection de la figure 235 montre que les petites résistances adjacentes shunteront soit la pile, soit le galvanomètre. *Le résultat le meilleur sera évidemment obtenu quand les résistances les plus faibles seront dérivées sur l'appareil possédant la plus faible résistance.* Comme celle du galvanomètre l'emporte généralement sur celle de la pile, c'est cette dernière qu'il sera préférable de shunter par les résistances faibles.

Pour apprécier le degré de précision auquel on peut atteindre, établissons la formule donnant l'intensité dans la diagonale du galvanomètre en fonction des facteurs électriques des diverses branches du pont.

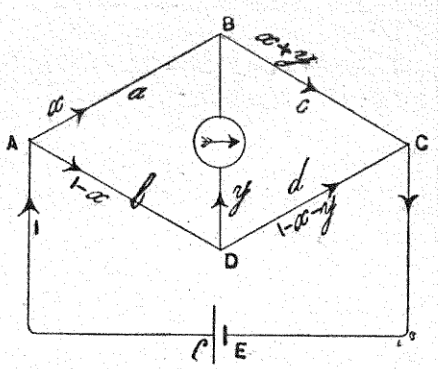


Fig. 238.

Théorie générale. — Appelons I (fig. 238) le courant débité par la pile de force électromotrice E, de résistance intérieure ρ. Ce courant se subdivise en x et $I - x$. y étant le courant dans la branche galvanométrique de résistance g, nous aurons, avec la direction indiquée : $x + y$ dans c et $I - x - y$ dans d.

Ayant tenu compte dans la répartition des courants de la première loi de Kirchhoff, il ne nous reste plus qu'à appliquer la seconde pour déterminer les 3 intensités inconnues I, x et y.

Nous aurons :

$$\begin{aligned} &ax - gy - b\,(I - x) = 0 \\ &gy + c\,(x + y) - d\,(I - x - y) = 0 \\ &ax + c\,(x + y) + \rho\, I = E \end{aligned}$$

Écrivons ces équations sous forme symétrique

$$\begin{aligned} &(a + b)\,x - g\,y - b\,I = 0 \\ &(c + d\,x + (c + d + g)\,y - d\,I = 0 \\ &(a + c\,x + c\,y + \rho\, I = E \end{aligned}$$

C'est l'intensité dans la diagonale du galvanomètre qui nous

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

intéresse. Elle a pour valeur

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a+b & o & -b \\ c+d & o & -d \\ a+c & E & \rho \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a+b & -g & -b \\ c+d & c+d+g & -d \\ a+c & c & \rho \end{vmatrix}} =$$

$$\frac{E\,(ad-bc)}{abc+abd+acd+bcd+(a+b+c+d)\left(\rho g+\frac{\rho\,(a+b)(c+d)}{a+b+c+d}+\frac{g\,(a+c)(b+d)}{a+b+c+d}\right)}$$

Mais $$\frac{(a+b)\ (c+d)}{a+b\ +c+d}$$

est la résistance combinée de $a+b$ et $c+d$ par rapport au galvanomètre. Posons-la égale à g'. De même

$$\frac{(a+c)\ (b+d)}{a+b+c+d}$$

est la résistance combinée de $a+c$ et $b+d$ par rapport à la pile. Appelons-la ρ'.

Remplaçant dans (4)

$$y = \frac{E\,(ad-bc)}{abc+abd+acd+bcd+(a+b+c+d)\ (\rho g+\rho g'+\rho' g)} \quad (5)$$

Avant d'aller plus loin, remarquons que cette expression contient au numérateur la quantité $ad-bc$. Le courant sera nul dans le galvanomètre, quand $ad-bc=o$ ou $ad=bc$. C'est la relation trouvée plus haut.

Le galvanomètre et la pile pouvant être permutés, cherchons quelle est la disposition donnant la sensibilité maximum.

Avec le schéma de la figure 238 nous trouvons pour l'intensité du courant traversant le galvanomètre en posant

$$abc+abd+acd+bcd=m \text{ et } a+b+c+d=n$$

$$y=\frac{E\,(ad-bc)}{m+n\ (\rho g+\rho g'+\rho' g)}.$$

Permutons maintenant la position de la pile et du galvanomètre; g' se transforme ρ' et vice-versa. Le courant sera devenu

$$y'=\frac{E\,(ad-bc)}{m+n\ (\rho g+\rho\rho'+g' g)}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et le premier montage sera plus avantageux

si $y > y'$ ou si $\rho g + \rho g' + \rho' g < \rho g + \rho \rho' + g' g$

ou si $\rho (\rho' - g') + g (g' - \rho') > 0$

ou $(\rho - g) (\rho' - g') > 0.$

Il y aura donc lieu de préférer la disposition de la figure 238 si $\rho - g$ et $\rho' - g'$ sont de mêmes signes, c'est-à-dire si, ρ étant $< g$ (cas général), ρ' est aussi $< g'$. En d'autres termes, pour se mettre dans les conditions les plus favorables, il faut relier le galvanomètre et la pile de manière que la plus petite des résistances ρ et g soit shuntée par la plus petite des deux résistances ρ' et g'.

Nous retombons ainsi sur la condition indiquée précédemment.

Enfin, si l'on cherche quelles relations de grandeur doivent présenter les diverses branches du pont, on trouve que le maximum de sensibilité est atteint quand $a = b = c = d = \rho = g$, conditions en général irréalisables, ρ et g étant donnés et d'ailleurs très différents.

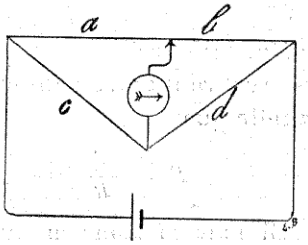


Fig. 239.

Pont a fil divisé. — Les branches a et b peuvent être constituées (fig. 239) par un fil homogène pourvu d'une graduation exprimant le rapport b/a. Un curseur relié au galvanomètre, glisse sur ce fil et porte un index marquant sur la graduation le coefficient par lequel la résistance de comparaison doit être multipliée.

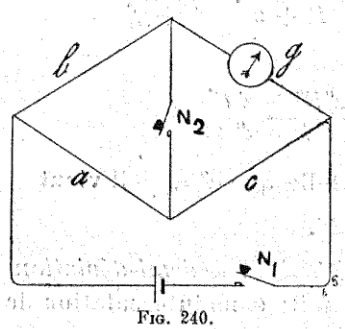


Fig. 240.

Mesure de la résistance d'un galvanomètre. — 1° Méthode de Kelvin. Le galvanomètre de résistance à mesurer g prend la place de la résistance inconnue, tandis que sa diagonale ne comporte que l'interrupteur ordinaire N_2 (fig. 240).

Quand $a/b = c/d$, on pourra ouvrir et fermer N_2 sans que la déviation du galvanomètre varie, puisque les points réunis par

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N_2 étant au même potentiel, la fermeture et l'ouverture du circuit que l'on provoque ne modifient en rien le régime du courant dans les branches a, b, c, d.

2° MESURE PAR LA DÉVIATION RÉDUITE.—Le galvanomètre dont il faut mesurer la résistance g est mis en série (fig. 241) avec une boîte de résistance R' et inséré, par l'intermédiaire d'un shunt de résistance s, dans un circuit contenant une pile de force électromotrice E et de résistance intérieure ρ, un interrupteur et une résistance R.

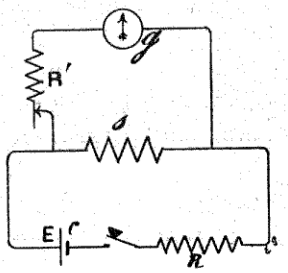


FIG. 241.

Quand on ferme l'interrupteur, le courant traversant le circuit principal a pour valeur

$$I = \frac{E}{\rho + R + \dfrac{s\,(R' + g)}{s + R' + g}} = \frac{E}{\rho + R + s}$$

s étant généralement négligeable devant $R' + g$.

Le courant traversant le galvanomètre provoque une déviation α telle que

$$I' = \frac{\alpha'}{k} = I\,\frac{s}{R' + g} = \frac{E}{\rho + R + s}\,\frac{s}{R' + g}.$$

Si nous mettons maintenant en série avec le galvanomètre une autre résistance R'', l'intensité et la déviation se modifieront de manière que

$$I'' = \frac{\alpha''}{k} = I\,\frac{s}{R'' + g} = \frac{E}{\rho + R + s}\cdot\frac{s}{R'' + g},$$

d'où

$$\frac{\alpha'}{\alpha''} = \frac{R'' + g}{R' + g} \text{ et } g = \frac{\alpha'' R'' - \alpha' R'}{\alpha' - \alpha''}.$$

Si la résistance R'' débouchée est telle que $\alpha'' = \dfrac{\alpha'}{2}$ il vient

$$g = R'' - 2\,R'.$$

la méthode porte alors le nom de *méthode de la demi-déviation*.

Enfin, si la première lecture s'est faite sans intercalation de résistance,

$$R' = 0 \text{ et } g = R''.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Mesure de la résistance d'un voltmètre. — Un voltmètre n'étant rien autre qu'un galvanomètre de grande résistance, les méthodes précédentes lui sont applicables.

Toutefois, pour mettre à contribution la seconde méthode, il faudra disposer d'une source pouvant entretenir une différence de potentiel constante puisque, dans l'établissement des formules précédentes, on ne peut simplifier par E que si la différence de potentiel garde la même valeur dans les deux cas.

Entre les bornes de la source dont on dispose (source constante) dérivons d'abord le voltmètre de résistance cherchée g. Son aiguille déviera de α° sous l'effet d'un courant

$$I' = \frac{E}{g} = \frac{\alpha'}{k}.$$

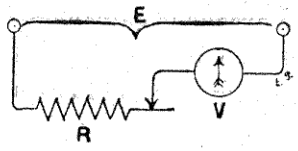


FIG 242

Plaçons maintenant en série avec lui une résistance R (fig. 242); nous aurons

$$I'' = \frac{E}{g + R} = \frac{\alpha''}{k}$$

d'où en divisant membres à membres

$$g = R \frac{\alpha''}{\alpha' - \alpha''}.$$

En particulier si l'on règle R de manière que $\alpha'' = \alpha'/2$, on retombe sur la méthode de la demi-déviation avec résistance primitive nulle et

$$g = R.$$

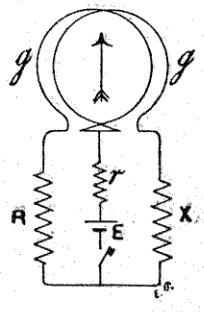


FIG. 243.

Emploi du galvanomètre différentiel. — 1° LA RÉSISTANCE A MESURER EST PLUS GRANDE QUE CELLE DES ENROULEMENTS. — On constitue un circuit comprenant les deux enroulements g (fig. 243), une boîte de résistance de comparaison R, la résistance à mesurer X, circuit sur lequel on établit en dérivation une pile E de résistance ρ et un rhéostat réglable r.

Le courant passant dans l'enroulement de droite a pour valeur, en appelant I le courant dans le tronçon de la pile,

$$I' = I \frac{R + g}{R + X + 2g};$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

celui passant dans l'enroulement de gauche

$$I'' = I\,\frac{X+g}{R+X+2g}.$$

Quand l'aiguille ne dévie plus les deux courants sont égaux d'où $R = X$.

Si l'on n'obtient pas un équilibre parfait et que la résistance R donne une déviation α dans un sens tandis que $R+1$ provoque une déviation α' en sens contraire, la résistance exacte est

$$R + \frac{\alpha}{\alpha+\alpha'}.$$

Lorsque le galvanomètre est très sensible, on évite les déplacements brusques de l'aiguille au début des opérations en diminuant le courant principal par l'augmentation de r et, s'il y a lieu, en réduisant la force électromotrice appliquée par la mise en dérivation d'un rhéostat sur la pile. C'est seulement quand l'équilibre est à peu près obtenu, que l'on peut appliquer la force électromotrice totale.

2° Les résistances a comparer sont beaucoup plus faibles que celles des enroulements du galvanomètre. — Si l'on employait la disposition précédente, les résistances de contact aux points de raccordement des résistances comparées s'ajoutant à celles-ci pourraient fausser les résultats. Il est alors préférable de monter R et X en shunts sur les enroulements comme la figure 244 l'indique.

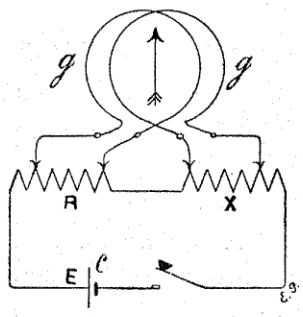


Fig. 244.

Appelons I le courant total émanant de E, g_R les résistances de contact en série avec le premier enroulement g, g_X avec le second enroulement.

Les courants traversant les enroulements g seront :

$$I' = \frac{IR}{R+g+g_R};$$

$$I'' = \frac{IX}{X+g+g_X}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Quand l'aiguille sera au zéro

$$\frac{R}{R+g+g_R} = \frac{X}{X+g+g_X}$$

d'où $$R(g+g_X) = X(g+g_R).$$

Les résistances g_R et g_X, d'ailleurs faibles, s'ajoutent aux résistances égales, relativement grandes g, de sorte que $R = X$.

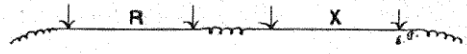


FIG. 245.

Pour qu'il en soit bien ainsi, il faut que les dérivations vers le galvanomètre soient prises sur R et sur X *entre* les points de raccordement de celles-ci au circuit principal (fig. 245).

3° LES RÉSISTANCES A COMPARER SONT TRÈS DIFFÉRENTES. — On constitue deux circuits distincts (fig. 246), dont l'un contenant la grande résistance cherchée X sera alimenté par une force électromotrice relativement grande nE, (n éléments de pile) ; dont l'autre, contenant la résistance faible connue R sera alimenté par une force électromotrice faible E (un seul élément de pile). On munira en outre d'un shunt s de pouvoir multiplicateur $m = \frac{g+s}{s}$ l'enroulement de ce circuit.

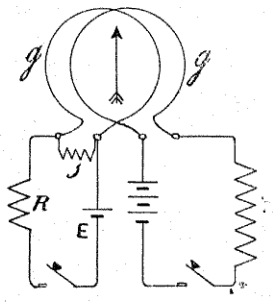


FIG. 246.

L'aiguille étant au zéro

$$\frac{nE}{n\rho+g+X} = \frac{1}{m}\frac{E}{\rho+\frac{g}{m}+R}$$

d'où $mnR = X$, si $n\rho + g$ d'une part, $\rho + \frac{g}{m}$ d'autre part, sont respectivement négligeables vis-à-vis de X et de R.

4° EMPLOI D'UN GALVANOMÈTRE NON EXACTEMENT DIFFÉRENTIEL. — Enfin, si le galvanomètre n'est pas exactement différentiel, on pourra agir comme dans la double pesée, en substituant dans les cas examinés ci-dessus à la résistance X une résistance connue qui, ramenant aussi l'équilibre, lui est par conséquent égale.

Mesures des faibles résistances. — 1° LA RÉSISTANCE DE COMPARAISON ET LA RÉSISTANCE A MESURER NE DIFFÈRENT PAS

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

NOTABLEMENT. — On monte en série une source de force électromotrice E constante (fig. 247) capable de débiter un courant d'environ un ampère (un élément d'accumulateur par exemple), un rhéostat réglable R', une résistance étalonnée R, d'habitude un ohm et la résistance cherchée X.

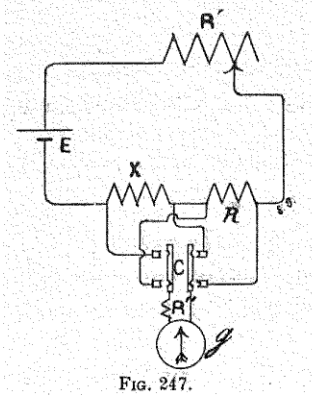


FIG. 247.

I étant le courant qui parcourt le circuit, les différences de potentiel existant aux extrémités de R et X sont respectivement $I\,R$ et $I\,X$. Si nous parvenons à les mesurer, X sera déterminé en fonction de R. A l'aide d'un commutateur à deux directions, on peut dériver à volonté sur R ou sur X un circuit comprenant un galvanomètre g de constante permanente k, de résistance g, et une résistance R''. On donne à R'' une valeur telle que l'on obtienne une grande déviation, de manière à diminuer le plus possible l'erreur relative faite sur la lecture. La résistance R étant faible, sera négligeable devant $R'' + g$; en outre, le courant dérivé dans le galvanomètre, sera négligeable vis-à-vis de I. Dans ces conditions, la différence de potentiel aux extrémités de R ne varie pas sensiblement, du fait de l'introduction du galvanomètre. On a en effet

$$I' = I\,\frac{R}{R + R'' + g} = \frac{\alpha}{k}$$

Si $R = 1$, $R'' = 50$ et $g = 250$ ohms, $I' = I/301$ et l'on peut considérer I comme constant et négliger R devant $R'' + g$.

En dérivant le circuit galvanométrique sur X on a de même, R''' étant la résistance débouchée pour obtenir une bonne déviation

$$I'' = I\,\frac{X}{X + R''' + g} = \frac{\alpha'}{k}$$

d'où

$$\frac{X\,(R + R'' + g)}{R\,(X + R''' + g)} = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

Mais R et X étant négligeables devant $R'' + g$ et $R''' + g$ il vient

$$\frac{X\,(R'' + g)}{R\,(R''' + g)} = \frac{\alpha'}{\alpha} \quad \text{d'où enfin} \quad X = \frac{\alpha'}{\alpha}\,.\,\frac{R''' + g}{R'' + g}\,.\,R.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Si X est voisin de R on pourra faire $R''' = R''$ et

$$X = \frac{\alpha'}{\alpha} R.$$

2° La résistance a mesurer est beaucoup plus faible que celle de comparaison. a) Méthode de Rousseau ou du double shunt. — Si la résistance à mesurer X, est beaucoup plus faible que la résistance étalon dont on dispose, pour obtenir une déviation suffisante quand on dérive le galvanomètre sur X, il faudra faire traverser cette dernière par un courant très intense et la différence de tension existant alors aux bornes de la résistance tarée sera trop forte. Par la méthode de Rousseau, la comparaison peut s'effectuer sans difficulté, même quand la résistance à mesurer est plusieurs centaines de fois plus faible que celle de l'étalon.

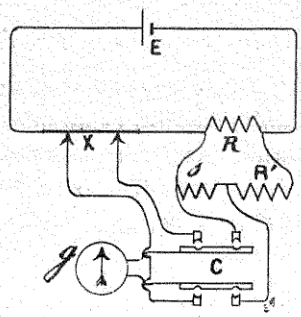


Fig. 248.

A cet effet, la résistance de comparaison R beaucoup plus forte que X, est shuntée par une résistance R' et le shunt s du galvanomètre (fig 248).

Appelons encore I l'intensité du courant dans le circuit principal, I' et I'' celles traversant R' et le galvanomètre.

$$I'' = I' \frac{s}{s+g} = I \frac{R}{R + \frac{s\,g}{s+g} + R'} \cdot \frac{s}{s+g} = \frac{\alpha'}{k}.$$

Dérivé sur la résistance X le galvanomètre est traversé par un courant

$$I''' = I \frac{X}{g + X} = I \frac{X}{g} = \frac{\alpha}{k}$$

d'où en posant $\qquad \frac{s\,g}{s+g} = s'$

$$\frac{X(R + s' + R')}{R\,s'} = \frac{\alpha}{\alpha'}, \text{ et } X = \frac{\alpha}{\alpha'} \cdot \frac{R\,s'}{R + s' + R'}.$$

L'effet Joule développé dans R acquérant, en raison de la grande intensité du courant, une valeur assez élevée, il con-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

vient de donner à cette résistance une section suffisante pour qu'elle ne s'échauffe pas sensiblement, ce qui modifierait sa valeur au cours de la mesure. En pratique on prend $R = 1$ et $s = 10\ \Omega$ et l'on fait varier la résistance réglable R' de manière que $\alpha = \alpha'$.

Exemple I. — $g = 235$. On a dû déboucher 2496 Ω pour avoir $\alpha' = \alpha$, $s = 9{,}59$, $x = 0{,}0038$.

II. — $g = 200{,}5$. $R' = 3311$ d'où $s' = 9{,}52$ et $X = 0{,}0029$.

b) **Pont de Lord Kelvin.** — La méthode de Rousseau est simple, exacte, et ne nécessite qu'un matériel fort peu coûteux. Néanmoins on ne connaît guère, dans les laboratoires, que le pont de Lord Kelvin pour la mesure des très petites résistances.

Celui-ci comporte un gros fil de maillechort bien calibré, disposé le long d'une règle graduée et sur laquelle glissent deux curseurs C, D (fig. 249). La barre à mesurer est serrée entre des couteaux E, F, dont on connaît la distance. Elle est placée en série avec le fil AB et traversée par le courant d'une pile P pouvant développer jusqu'à 15 A dès que l'on abaisse l'interrupteur I.

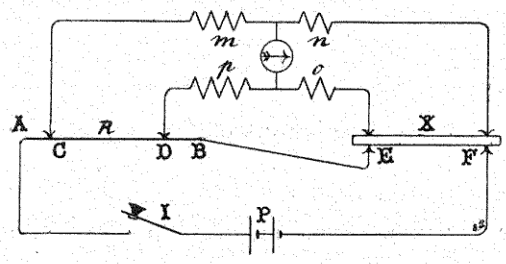


Fig. 249.

Entre C et F, D et E sont intercalées des résistances p, o, m, n choisies de manière que $p/o = m/n$ et un galvanomètre sensible est jeté en pont entre elles.

Les curseurs sont déplacés jusqu'à ce que le galvanomètre ne soit plus traversé par aucun courant. Dans ces conditions, R étant la résistance du fil entre les curseurs et X celle de la barre entre couteaux on a

$$R/X = m/n = p/o.$$

En effet, en appelant V_C, V_D, V_E, et V_F les potentiels des points indiqués par les indices, V_0 le potentiel aux bornes du galvanomètre quand l'équilibre est atteint, I le courant dans R et X, I_1 dans m et n, I_2 dans p et o on a

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$$I = \frac{V_C - V_D}{R} = \frac{V_E - V_F}{X}$$

$$I_1 = \frac{V_C - V_o}{m} = \frac{V_o - V_F}{n}$$

$$I_2 = \frac{V_D - V_o}{p} = \frac{V_o - V_E}{o}$$

Mais puisque $\frac{m}{n} = \frac{p}{o}$, $\frac{V_C - V_o}{V_o - V_F} = \frac{V_D - V_o}{V_o - V_E}$

ou $\frac{V_C - V_D}{V_E - V_F} = \frac{V_C - V_o}{V_o - V_F}$ ou encore $= \frac{R}{X} = \frac{m}{n}$

On en tire $X = R.\frac{n}{m}$.

Si donc $\frac{n}{m} = 1/100$ et R $= 0{,}1\ \Omega$, $X = 0{,}001\ \Omega$.

Les résistances de contact étant en série avec les résistances beaucoup plus grandes m, n, o, p, deviennent par le fait même négligeables.

Dans le pont Carpentier (fig. 250) le rapport n/m peut varier de 100 à 1/100. La résistance R atteignant au maximum 0,01 et au minimum 0,0001 ohm on peut donc mesurer de $100 \times 0{,}01 = 1\ \Omega$ à $0{,}01 \times 0{,}0001 = 0{,}000\,001\ \Omega$. Comme le montre la figure 250, les résistances m, n, o, p sont au nombre de 12 égales deux à deux et telles que

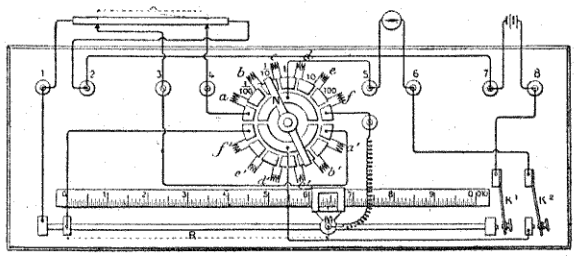


FIG. 250

$$a = (b + c + d + e + f)/100$$

$$a + b = (c + d + e + f)/10$$

$$a + b + c = d + e + f$$

$$a + b + c + d = 10\,(e + f)$$

$$a + b + c + d + e = 100\,f.$$

donnant les rapports 1/100, 1/10, 1, 10 et 100.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Mesures des grandes résistances. (Résistances d'isolement). — 1° Méthode de comparaison. — On établit un circuit comprenant (fig. 251) un galvanomètre sensible de résistance g shunté par une résistance s, une pile de n éléments de force électromotrice E, résistance intérieure ρ, un interrupteur et une résistance étalonnée R, généralement d'un mégohm.

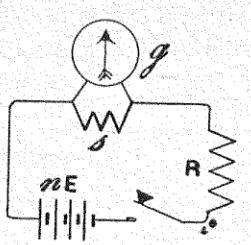


Fig. 251

On a

$$I' = \frac{\alpha}{k} = \frac{n\,E}{n\,\rho + \dfrac{s\,g}{s+g} + R} \cdot \frac{s}{s+g} = \frac{n\,E}{n\,\rho + \dfrac{g}{m} + R} \cdot \frac{1}{m}$$

$m = (s+g)/s$ étant le pouvoir multiplicateur du shunt employé.

On remplace alors la résistance R par la résistance à mesurer X, on porte le nombre d'éléments de la pile à n' et l'on adapte au galvanomètre un shunt s', de manière à obtenir une déviation suffisante α'. Le galvanomètre est alors traversé par un courant

$$I'' = \frac{\alpha'}{k} = \frac{n'\,E}{n'\,\rho + \dfrac{s'\,g}{s'+g} + X} \cdot \frac{s'}{s'+g} = \frac{n'\,E}{n'\,\rho + \dfrac{g}{m'} + X} \cdot \frac{1}{m'}$$

Divisant membres à membres

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{n\,E}{n\rho + g/m + R} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{n'\rho + g/m' + X}{n'\,E} \cdot m'$$

Généralement $n\rho + g/m$, $n'\rho + g/m'$ sont respectivement négligeables devant R et X, de sorte que

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{n}{R} \cdot \frac{1}{m} \cdot \frac{X}{n'} \cdot m'$$

d'où enfin

$$X = R\,\frac{m}{m'} \cdot \frac{n'}{n} \cdot \frac{\alpha}{\alpha'}.$$

2° Emploi du Voltmètre. — On se servira avec avantage d'un voltmètre pour mesurer des résistances d'isolement, c'est-à-dire la résistance comprise entre des conducteurs isolés et la terre.

Généralement, le défaut n'est pas caractérisé et, ce qu'il importe de déterminer, c'est, en marche, la résistance d'isole-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ment de chacun des conducteurs principaux de la canalisation par rapport au sol, que nous appellerons X_+ et X_-.

On fait trois lectures : entre les deux conducteurs d'alimentation, ou les deux barres du tableau, ou les deux pôles de la machine, ce qui donne la tension appliquée V ; entre le pôle + et la terre, ce qui donne V_+ ; entre le pôle — et la terre, ce qui fournit V_-.

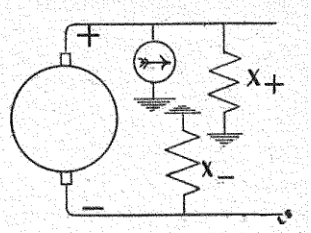


FIG. 252

Appelons I_- le courant traversant X_-, I_+ le courant traversant X_+, enfin I le courant passant à travers le voltmètre de résistance R lors de la deuxième lecture (fig. 252).

On a $$R\,I + X_-\,I_- = V \qquad (1)$$

Mais $$R\,I = X_+\,I_+ = V_+ \quad \text{et} \quad I_- = I + I_+.$$

Eliminant les trois intensités I, I_- et I_+ entre les 4 équations précédentes

il vient $$V_+ + X_-\left(\frac{V_+}{R} + \frac{V_+}{X_+}\right) = V$$

d'où $$V_+ = \frac{V\,R\,X_+}{X_-\,X_+ + R\,(X_- + X_+)} \qquad (2)$$

et par analogie $$V_- = \frac{V\,R\,X_-}{X_-\,X_+ + R\,(X_- + X_+)} \qquad (3)$$

Par division $$\frac{X_+}{X_-} = \frac{V_+}{V_-} \qquad (4)$$ équation évidente à priori.

Eliminant X_- entre (2) et (4) ; X_+ entre (3) et (4) il vient

$$X_+ = \frac{R}{V_-}\Big\{V_-\,(V_+ + V_-)\Big\}$$

$$X_- = \frac{R}{V_+}\Big\{V_-\,(V_+ + V_-)\Big\}$$

On en conclut : *la résistance d'isolement d'un des conducteurs d'alimentation est égale au quotient de la résistance du voltmètre par la lecture faite entre l'autre fil et la terre, multiplié par l'excédent de tension entre les deux conducteurs d'alimentation sur la somme des différences de potentiel obtenues entre chaque conducteur et la terre.*

Ainsi pratiquée, cette méthode donne la résistance d'isole-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ment des fils d'alimentation de tout un réseau, comportant un nombre quelconque d'installations particulières.

Lorsqu'il s'agit de déterminer la valeur de l'isolement d'une de ces dernières, on peut encore utiliser le voltmètre, en se servant de la force électromotrice des dits fils d'alimentation.

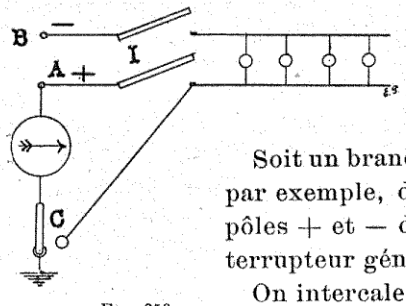


FIG. 253

Soit un branchement d'abonné d'éclairage, par exemple, dont A et B (fig. 253) sont les pôles + et — d'amenée du courant et I l'interrupteur général.

On intercale d'abord le voltmètre entre le + du distributeur et la terre et l'on trouve V_+. Cela veut dire qu'entre le + et la terre on dispose de V_+ volts. On remplace alors à l'aide du commutateur C, la terre du voltmètre soit par un des conducteurs de l'installation, toutes les lampes étant isolées, soit par les deux conducteurs mis en court-circuit, pour mesurer l'isolement général.

Le voltmètre ne marque plus que V'_+. En appelant R sa résistance, l'intensité du courant qui le traverse vaut $\frac{V'_+}{R}$. Or la force électromotrice appliquée à la résistance d'isolement X vaut évidemment $V_+ - V'_+$ et l'intensité $\frac{V_+ - V'_+}{X}$. Comme c'est celle traversant aussi le voltmètre on a $\frac{V_+ - V'_+}{X} = \frac{V'_+}{R}$ d'où $X = \frac{V_+ - V'_+}{V'_+} R$.

REMARQUE I. — Par suite de phénomènes complexes de polarisation, la résistance des diélectriques composés : caoutchouc, gutta-percha, papier, etc., varie non seulement avec le temps, mais encore avec l'intensité du courant qui les traverse. Il est donc nécessaire, pour donner une signification précise aux coefficients mesurés, d'indiquer les conditions dans lesquelles l'essai s'effectue. C'est pourquoi les cahiers des charges relatifs aux fournitures de câbles spécifient ordinairement la méthode d'essai, la force électromotrice à laquelle les câbles seront soumis, ainsi que *le temps* pendant lequel la force électromotrice doit être appliquée avant de faire les lectures.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Remarque II. — Le voltmètre peut, d'une manière générale, être utilisé pour la mesure de résistances dont la valeur n'est pas trop disproportionnée avec sa résistance propre et ce, d'autant mieux qu'il sera plus sensible et que l'on disposera d'une différence de potentiel plus constante.

Soit un circuit de résistance R' auquel on applique une différence de potentiel V. Celle-ci se mesure au moyen du voltmètre inséré entre les deux bornes du circuit. Intercalons-le maintenant en série dans le circuit. Il marquera une différence de potentiel V' et l'on aura, R étant la résistance de l'appareil,

$$\frac{V'}{R} = \frac{V}{R + R'}$$

puisque c'est le même courant qui le traverse ainsi que l'installation.

On tire de cette équation

$$R' = \frac{R\,(V - V')}{V'}$$

Mesure de la résistance intérieure d'une pile. — Méthode de la perte de charge. — Au moyen d'un voltmètre V (fig. 254) on mesure la force électromotrice E de la pile à circuit ouvert puis, à l'aide d'un interrupteur, on ferme son circuit sur une résistance R, on constate que l'aiguille se déplace, s'arrête un instant, puis se dirige plus ou moins lentement vers le zéro, par suite de la polarisation croissante de l'élément. Cet effet est d'autant plus marqué, que la résistance débouchée R est plus faible et la pile moins constante. C'est le moment d'arrêt de l'aiguille qu'il faut saisir, et noter la déviation qu'elle indique alors et qui est

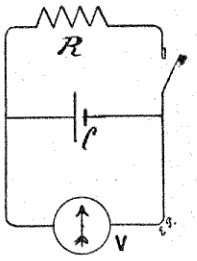


Fig. 254

$$V = R\,I = R\,\frac{E}{\rho + R}$$

d'où l'on tire pour la résistance cherchée

$$\rho = \frac{(E - V)\,R}{V}.$$

Au lieu d'un voltmètre on peut employer un galvanomètre

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mis en série avec une grande résistance. α et α' étant les deux déviations obtenues

$$\rho = \frac{(\alpha - \alpha')\, R}{\alpha'}$$

Mesure des résistances liquides. — La mesure de la résistance d'un liquide présente des difficultés spéciales car, dès que le courant passe, les électrodes se polarisent par le dépôt des ions et il naît une force contre-électromotrice de polarisation augmentant la résistance apparente de l'électrolyte.

1° Emploi d'électrodes impolarisables. — La difficulté est éludée en utilisant des électrodes du métal qui constitue le sel. Mais le procédé n'est pas toujours applicable.

2° Méthode des sondes électriques de Lippmann. — Le liquide est enfermé dans un tube en verre bien cylindrique T, (fig. 255) fermé à ses extrémités par des bouchons métalliques de même section, qui servent d'électrodes. Deux fils de platine a et b plongent dans le liquide et sont mis en rapport avec un électromètre. A condition que celui-ci ait une faible capacité, la charge qu'il absorbe sera incapable de polariser les électrodes a et b et l'électromètre mesurera une différence de potentiel due à la perte de charge dans la résistance X du liquide.

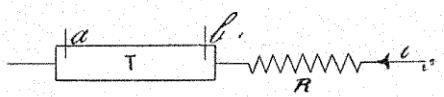


Fig. 255

$$V = X I.$$

Si d'autre part on établit l'électromètre en dérivation sur une résistance métallique R en série dans le même circuit, donc traversée par le même courant I, l'appareil marquera

$$V' = R I,$$

d'où par division

$$\frac{V}{V'} = \frac{X}{R} \text{ et } X = R.\frac{V}{V'}.$$

Connaissant la section du tube, la longueur l comprise entre a et b, appelant ρ la résistivité du liquide dont il s'agit, et d le diamètre intérieur de T, on aura

$$X = \rho \frac{l}{s} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$$

et on pourra en déduire la résistivité ρ.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

3° Emploi du courant alternatif. Pont de Kohlrausch. — En mettant à contribution un courant alternatif à alternances suffisamment rapides, les électrodes n'ont pas le temps de se polariser, et dès lors, c'est la résistance vraie que l'on mesure. Kohlrausch a utilisé à cette fin un pont de Wheastone à fil divisé (fig. 256) dans lequel le galvanomètre est remplacé par un téléphone Te et la pile par le circuit secondaire d'une bobine d'induction dont le primaire, traversé par le courant d'une pile, est soumis à des interruptions rapides. Quand l'équilibre existe, le téléphone reste silencieux et la proportion $a/b = c/X$ est satisfaite.

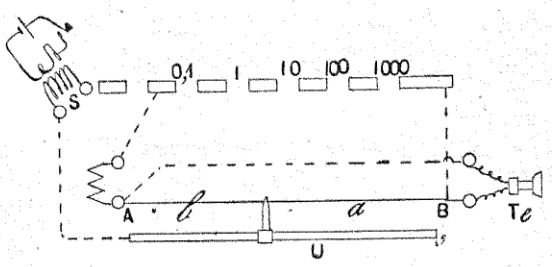


Fig. 256.

Un curseur métallique U, dont le doigt touche le fil divisé AB, permet de repérer la valeur du rapport a/b.

En pratique on n'arrive pas à éteindre complètement les bruits dans le téléphone; on considère que le résultat est atteint quand le téléphone émet un minimum de bruit.

Mesure d'une différence de potentiel ou d'une force électromotrice. — 1° Emploi de l'électromètre a quadrants. Nous avons établi en électrostatique (p. 64 et suivantes)la théorie de l'électromètre à quadrants.

Pour mesurer une différence de potentiel constante, on pourra (1° de la discussion p. 66), relier l'aiguille à l'un des pôles d'une pile à grand nombre d'éléments dont l'autre pôle est mis à la terre, et connecter les deux paires de quadrants aux pôles d'une pile étalon, ce qui fournira une déviation.

$$\theta = \mathrm{K}\, E\, V,$$

E étant la force électromotrice de l'étalon, V le potentiel de l'aiguille. On substituera alors aux pôles de l'étalon les deux points entre lesquels on cherche la différence de potentiel X ce qui donnera encore

$$\theta' = \mathrm{K}\, X\, V$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'où par division

$$X = E\frac{\theta'}{\theta}.$$

On peut aussi (3° de la discussion), réunir les paires de quadrants aux pôles opposés d'une pile isolée composée d'un nombre pair d'éléments, dont la jonction réunissant les deux éléments médians est raccordée à la terre. En faisant communiquer l'aiguille avec le pôle d'une pile étalon de force électromotrice E dont l'autre pôle est à la terre on aura

$$\theta = k\ V_2\ E.$$

On substitue alors à la borne de l'étalon un des deux points dont on cherche la différence de potentiel, le second point étant, si cela ne présente pas d'inconvénients, mis à la terre, ce qui donne une nouvelle déviation

$$\theta' = k\ V_2\ X$$

d'où la même formule que précédemment.

On obtient plus sûrement, car tous les éléments de la pile peuvent ne pas être semblables, des polarités égales et inverses en connectant à la terre non pas le milieu de la pile, mais le milieu d'une grande résistance réunissant ses deux pôles.

S'il s'agit d'une différence de potentiel alternative v, on connecte l'aiguille avec l'une des paires de quadrants puis on réunit cet ensemble et l'autre paire avec une pile étalon (2° de la discussion) de force électromotrice E ce qui donne une déviation

$$\theta = \mathrm{K}\ E^2$$

on les réunit ensuite avec les deux points dont on cherche la différence de potentiel V ce qui donne

$$\theta' = \mathrm{K}\ (v^2)_{\text{moyenne}}$$

d'où

$$(v^2)_{\text{moy.}} = \frac{\theta'}{\theta}E^2.$$

Dans le cas de fonctions sinusoïdales $(v^2)_{\text{moy.}} = V$ valeur efficace, d'où

$$V = E\sqrt{\frac{\theta'}{\theta}}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° Emploi du galvanomètre balistique. Méthode de comparaison. — Chargeons un condensateur étalon au moyen d'une pile étalon de force électromotrice E, il emmagasine une quantité d'électricité $Q = C\,E$, quantité qui peut être évaluée en la déchargeant à travers un galvanomètre balistique

$$Q = C\,E = \frac{\alpha}{k'}.$$

Si nous chargeons maintenant le même condensateur au moyen de la différence de potentiel à mesurer, puis effectuons encore la décharge dans le balistique

$$Q' = C\,E' = \frac{\alpha'}{k'}$$

d'où

$$E' = E\,\frac{\alpha'}{\alpha}.$$

3° Méthode de Poggendorf ou de réduction a zéro. — Dans un circuit comprenant (fig. 257) une pile étalon de force électromotrice E et de résistance ρ, deux boîtes de résistance de 10 000 Ω, un interrupteur N, on dérive sur R' un galvanomètre, la pile à comparer de force électromotrice plus faible E_1, de résistance ρ_1, enfin un interrupteur N_1.

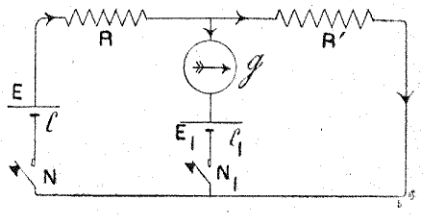


Fig. 257.

La somme des résistances R et R' restant constamment égale à 10 000 Ω (pour éviter la polarisation de l'élément étalon), on les règle jusqu'à ce qu'en fermant l'interrupteur N_1, le galvanomètre ne dévie plus. A ce moment, E_1 est égale à la différence de potentiel existant aux bornes de R'

$$E_1 = I\,R' = \frac{E\,R'}{R + R'}.$$

Pour ces mesures de réduction à zéro, l'électromètre de M. Lippmann est particulièrement bien approprié, en raison de sa grande sensibilité pour de très faibles différences de potentiel.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Mesure des différences de phase.

Entre une force électromotrice et son courant. — 1° Méthode du wattmètre. — Soit un circuit dans lequel le courant est déphasé d'un angle φ sur la force électromotrice appliquée. A l'aide d'un wattmètre, on mesurera la puissance réelle dépensée dans ce circuit, laquelle a pour valeur $E\,I\cos\varphi$. On mesurera d'autre part séparément E et I, d'où par division de l'indication du wattmètre, $\cos\varphi$.

2° Méthode graphique de M. Janet. — Soit un tambour métallique recouvert d'une feuille de papier légèrement humide, imprégnée de ferrocyanure de potassium et de nitrate d'ammonium (1 partie de chacune des solutions saturées et 6 parties d'eau). Sur le papier frotte un style d'acier à pointe légèrement émoussée. Lorsqu'un courant traverse le papier, de la pointe au tambour, il décompose le sel en laissant une trace bleue dans le papier. Le milieu de ce trait indique d'ailleurs le moment du maximum de l'intensité si celle-ci varie suivant la loi sinusoïdale.

Cela posé, dérivons (fig. 258) le tambour et le style sur les bornes A et B entre lesquelles règne la différence de potentiel alternative étudiée, et animons le tambour d'une vitesse connue de rotation. Le tambour se déplace longitudinalement, de manière que le style y décrive une hélice.

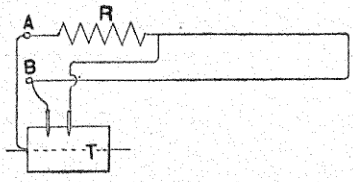


Fig. 258

Nous trouverons, après le lavage du papier, une série de traits bleus également espacés, dont les milieux correspondront aux maxima positifs de la force électromotrice. Comme il existe un trait par période, nous pourrons, d'après la vitesse angulaire du tambour, déterminer la fréquence. La résistance de l'appareil étant grande et sa réactance nulle, le courant inscripteur est en phase avec la force électromotrice.

Intercalons maintenant dans le circuit expérimenté une résistance R sans réactance, dont nous relions une extrémité à un second style, l'autre extrémité correspondant, comme précédemment, au tambour. Les secondes traces produites permettront de déterminer l'instant du maximum du courant dérivé,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

lequel est en phase avec le courant principal et la distance séparant les maxima des deux systèmes de traits, rapportée à la longueur correspondant à une période, permettra de déterminer le déphasage φ.

Différence de phase entre deux courants. — Méthode de Blakesley ou des trois électrodynamomètres. On fait passer le premier courant dans le premier appareil et l'une des bobines du second ; le second courant dans le 3e appareil et la seconde bobine du second. Le premier appareil donne I, le second $I\,I'\cos\varphi$, le troisième I' d'où l'on déduit $\cos\varphi$.

Emploi d'appareils spéciaux. — Des dispositifs particuliers permettent de mesurer soit $\sin\varphi$ (phasemètre Dobrowolsky), soit φ (phasemètre Brüger) (1), soit même directement $\cos\varphi$ (phasemètre Weston).

Mesure des capacités

1° Par comparaison. — La mesure s'effectue généralement par comparaison. On charge, à l'aide d'une différence de potentiel E, un condensateur de capacité connue C et on le décharge à travers un galvanomètre balistique.

On a $$Q = C\,E = \frac{\alpha}{k'}.$$

On procède de même avec la capacité à déterminer ce qui donne

$$Q' = X\,E = \frac{\alpha'}{k'}$$

d'où $$X = C\,\frac{\alpha'}{\alpha}.$$

2° Par décharges répétées. — MM. Decoin et Devaux-Charbonnel (2) ont étudié une méthode de mesure simple et exacte. Si nous chargeons la capacité à mesurer au moyen d'une pile étalon, de force électromotrice E et que nous la déchargeons n fois par seconde dans un galvanomètre apériodique, il

(1) Fontaine, *Mesure des différences de phases*. Bulletin de l'Association des Ingénieurs Montefiore. t. XI de 1899-1900, p. 51.

(2) *Electricien* du 10/7/09, p. 19.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

passera à travers le galvanomètre la quantité $I = n\,C\,E$, qui agira comme un courant constant d'intensité égale.

Reproduisons alors la même déviation au moyen de la même pile et du même galvanomètre, mis en série avec une résistance.

On aura $I = E/R$ d'où $C = 1/nR$, formule donnant immédiatement la capacité.

On obtient un nombre déterminé de décharges par seconde, au moyen d'un électro-diapason D D' (fig. 259) dont le mouvement est entretenu par une bobine B qu'alimente la pile P. Lorsqu'on ferme l'interrupteur I, le noyau de la bobine B attire les branches D' et D, d'où rupture du circuit. Les bras reviennent ensuite à leur position initiale, d'où refermeture du circuit, nouveau passage du courant et ainsi de suite.

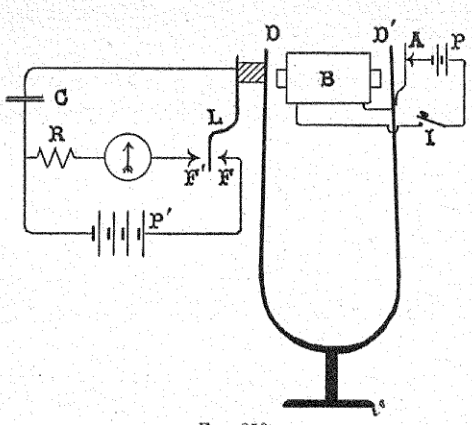


FIG. 259

Sur l'autre branche du diapason est fixée une lamelle de platine L raccordée au condensateur C. Le mouvement de D la porte successivement en contact avec F rattaché à la pile P' de force électromotrice E, puis avec F' en rapport avec le galvanomètre. Le condensateur est donc chargé, puis déchargé dans le galvanomètre.

Le nombre exact de vibrations se détermine en munissant le bras D d'un long style en aluminium frottant sur un cylindre animé d'un mouvement de rotation uniforme et d'un mouvement transversal et enduit de noir de fumée. Sur ce cylindre, l'armature d'un électro, dont le circuit est fermé par une pendule battant la seconde, vient marquer un trait à chaque fermeture.

Pour que la méthode soit exacte, il faut que la durée du contact de la lamelle avec les buttoirs soit telle qu'à chaque oscillation le condensateur se charge et se décharge complète-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ment. On règle pour qu'il en soit ainsi, sachant qu'au bout d'une durée de temps très faible, durée dépendant de la valeur du produit $C\,R$, la charge et la décharge du condensateur puissent être considérés comme pratiquement terminées. Nous avons, en effet, trouvé que, pour une durée $T = 6{,}92\,C\,R$ la charge ou la décharge d'un condensateur sont effectuées au millième près (p. 84).

Le réglage de la durée du contact de la lame avec F' se fait de manière qu'elle corresponde à une demi-période de vibration du diapason. A cette fin, on remplace le condensateur par la pile P', on tourne la vis commandant le butoir F' de manière à établir un contact permanent entre F' et L et on lit la déviation. La résistance de réglage R permet d'amener cette déviation à une valeur convenable. Ecartant alors légèrement le butoir, on fait vibrer le diapason. La déviation diminue. Elle dépend du temps que dure le contact entre la lamelle et le butoir. On règle de manière qu'elle soit égale à la moitié de la déviation en régime permanent et l'on rapproche F le plus possible de L à l'état de repos.

Mesure de la capacité des longs câbles sous-marins. — Méthode Devaux-Charbonnel. On charge en même temps que le câble, un condensateur placé en cascade et de capacité connue. Soient C et X les capacités du condensateur et du câble, E la force électromotrice de la pile d'essai, E' le potentiel de l'armature commune.

Les charges étant égales, $C\,(E - E') = X\,E'$ d'où

$$X = C\,(E - E')/E'.$$

Nous mesurons au balistique les charges $C\,E' = Q_1 = \alpha_1/k'$ et $C\,E = Q_2 = \alpha_2/k'$.

En fonction des déviations mesurées, la capacité cherchée vaudra

$X = C\,(\alpha_2 - \alpha_1)/\alpha_1$.

On monte l'installation fig. 260. Le câble au repos doit toujours être à la

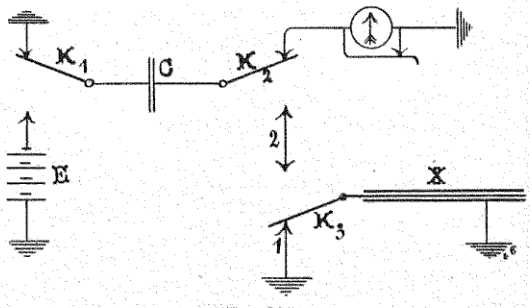


Fig. 260.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

terre par l'interrupteur K_3. On pousse K_3 sur 2 et l'on abaisse simultanément K_1 et K_2 pendant 5″. On ouvre la clef de court-circuit du galvanomètre et on relève K_2, ce qui fournit la déviation δ_1, puisque c'est la charge complémentaire $C\,E'$ qui traverse l'appareil. On referme le court-circuit, on relève K_1, ce qui décharge C et on pousse K_3 sur 1. On abaisse alors K_1 pendant 5″, on ouvre le court-circuit et relève K_1 ce qui donne δ_2.

Mesure des coefficients d'induction.

Selfinduction. — 1° Méthode de Joubert. Soit un électro-aimant de résistance R, de coefficient de selfinduction $\mathfrak{L}$, parcouru par un courant alternatif I sous l'effet d'une force électromotrice E.

Nous savons que

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}}$$

d'où

$$\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2} = \frac{E}{I} \quad \text{et} \quad \mathfrak{L} = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{E^2}{I^2} - R^2}.$$

Il suffira donc de calculer f, de mesurer R par une des méthodes étudiées précédemment, de déterminer au moyen d'un ampèremètre et d'un voltmètre pour courants alternatifs E et I, pour connaître la *valeur moyenne* de $\mathfrak{L}$.

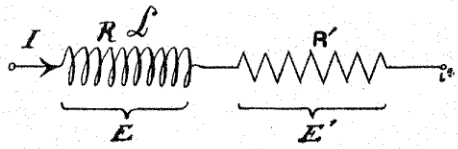


Fig. 261.

On peut effectuer la détermination au moyen d'un seul appareil, d'un voltmètre, en montant à la suite de la bobine dont on cherche le coefficient de selfinduction une résistance R' sans réactance (fig. 261) dont on mesure la valeur.

On a

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 \mathfrak{L}^2}} = \frac{E'}{R'}.$$

Il suffira donc dans ce cas, de mesurer E et E' pour pouvoir calculer la valeur de $\mathfrak{L}$, connaissant f, R et R'.

$$\mathfrak{L} = \frac{1}{2\pi f}\sqrt{\frac{E^2}{E'^2}R'^2 - R^2}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° Méthode de Vaschy et de la Touanne. — Nous avons vu (p. 225) qu'une capacité C shuntée par une résistance R' correspond à une selfinduction $-CR'^2$. En faisant varier R', nous disposons du moyen de modifier à volonté cette self-induction négative. Si celle-ci est mise en série avec la selfinduction $\mathfrak{L}$ à mesurer, l'effet inductif sera nul quand $\mathfrak{L} = CR'^2$.

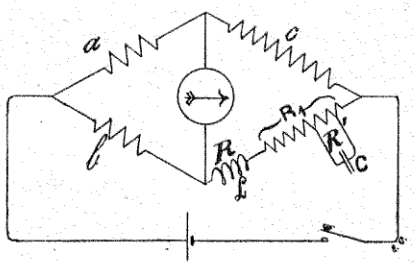


Fig. 262.

Constituons la quatrième branche d'un pont de Wheastone (fig. 262) de la bobine de résistance R dont nous cherchons la selfinduction $\mathfrak{L}$ et mettons la en série avec une résistance R_1 sur une fraction R' de laquelle nous dérivons un condensateur de C farads. Etablissons d'abord l'équilibre en régime permanent. En rompant le circuit de la pile, le galvanomètre accusera une décharge due à la selfinduction de la 4me branche. Faisons varier la résistance R' en ayant soin de maintenir constante la valeur totale de R_1 et essayons chaque fois l'effet de l'extra-courant, soit à la fermeture, soit à la rupture. Quand cet effet est nul, on a

$$\mathfrak{L} = CR'^2.$$

C étant exprimé en farads, R' en ohms, $\mathfrak{L}$ l'est en henrys.

Au cas où il n'est pas possible de régler les résistances de manière à obtenir l'équilibre dans le régime variable, on supprime le condensateur et l'on établit l'équilibre en régime permanent. On observe alors l'élongation δ due à l'extra-courant de la bobine seule et $Q = \mathfrak{L}\, I\, f(R) = \mathrm{K}\,\frac{\delta}{k'}$. En procédant de même avec le condensateur placé en dérivation sur une fraction R' de la résistance R_1 mise en série avec la bobine, on obtiendra une élongation δ' due au coefficient $\mathfrak{L} - CR'^2$, et l'on pourra écrire

$$Q' = (\mathfrak{L} - CR'^2)\, I\, f(R) = \mathrm{K}\,\frac{\delta'}{k'}$$

d'où

$$\mathfrak{L} = CR'^2\,\frac{\delta}{\delta - \delta'}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il faut toujours avoir soin d'indiquer la valeur du courant sous lequel on mesure le coefficient de self. Afin de renforcer les effets, on porte la force électromotrice jusqu'à 20 volts. Si l'on fait usage d'accumulateurs, on aura soin d'insérer en série avec eux une résistance de 20 ohms, de manière à limiter l'intensité du courant à moins d'un ampère en cas de court-circuit.

Induction mutuelle. — 1° Méthode de Vaschy. — Soient deux enroulements présentant un coefficient d'induction mutuelle $\mathfrak{M}$. Connectons l'un d'eux avec un interrupteur N_2 (fig. 263) et un galvanomètre balistique, et envoyons dans l'autre enroulement un courant constant I. Un flux $\mathfrak{M}I$ traversera l'enroulement induit, de sorte qu'au moment où l'on interrompra le circuit inducteur au moyen de l'interrupteur N_1, si N_2 est fermé, le galvanomètre sera parcouru par une décharge

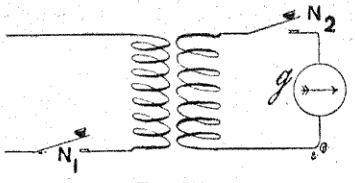


Fig. 263.

$$\frac{\mathfrak{M}\, I}{R} = \frac{\alpha}{k'}$$

R étant la résistance totale du circuit galvanométrique.

Chargeons maintenant un condensateur étalon de capacité C au moyen de la différence de potentiel créée aux extrémités d'une résistance R' traversée par le courant I du circuit inducteur et déchargeons-le dans le balistique. Nous aurons

$$C\, I\, R' = \frac{\alpha'}{k'}$$

d'où par division membres à membres

$$\mathfrak{M} = C\, R'\, R\, \frac{\alpha}{\alpha'}.$$

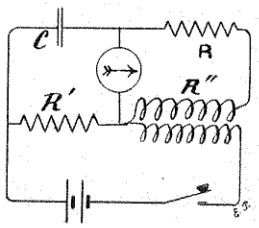


Fig. 264.

2° Dispositif de réduction a zéro. — Le dispositif indiqué (fig. 264) permet d'opposer la décharge du condensateur à celle due au coefficient d'induction mutuelle. On modifie la résistance R' en dérivation sur le condensateur jusqu'à ce que le galvanomètre reste au zéro, tant à la fermeture qu'à l'ouverture du circuit inducteur. A ce moment $\mathfrak{M} = C\, R'\, (R + R'')$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Mesure de l'intensité des champs magnétiques.

Champ magnétique terrestre. — 1° PAR LE MAGNÉTOMÈTRE. — Nous avons vu (p. 139) comment le magnétomètre permet de déterminer l'intensité magnétique horizontale $\mathcal{H}$ du champ magnétique terrestre.

2° PAR L'INCLINOMÈTRE DE WEBER. — L'étude de l'inclinomètre de Weber (p. 212) nous a donné le moyen de mesurer les deux composantes horizontale et verticale du magnétisme terrestre.

Champ magnétique d'une dynamo. — 1° PAR INDUCTION. — On construit une bobine plate à la façon d'une bobine de galvanomètre Deprez d'Arsonval, en notant son nombre de spires et déterminant leur surface moyenne. Les joues sont garnies de flasques en mica pour éviter sa détérioration. On la raccorde à un galvanomètre balistique et on la glisse à l'endroit où l'on veut apprécier la valeur du champ. En la retirant alors brusquement, pour l'amener dans une position où le flux qui la traverse est sensiblement nul, le galvanomètre donne une élongation proportionnelle au flux coupé, d'où l'on peut déduire la valeur de celui-ci et par suite celle du champ.

2° PAR LA SPIRALE DE BISMUTH — On peut se servir de la propriété du bismuth de présenter une résistance électrique variable avec l'intensité du champ qui le traverse (p. 198), en le façonnant sous forme d'une spirale (fig. 265) double pour éviter les effets d'induction, que l'on place au point où l'on veut déterminer l'intensité du champ. On mesure alors sa résistance. Un diagramme qui accompagne l'appareil permet de connaître immédiatement l'intensité cherchée.

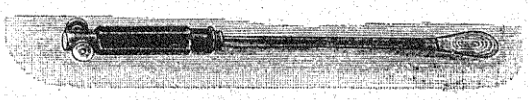


FIG. 265.

Mesure du coefficient ν d'une dynamo. — On prend deux fils isolés, semblables, de même longueur (donc de même résistance, en général très faible) et on enroule le premier suivant une ou plusieurs spires autour des inducteurs (culasse); on en-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

roule le second suivant le même nombre de spires autour de l'induit et on les monte en pont de Wheastone avec les rhéostats réglables R' et R (fig. 266) et un galvanomètre balistique.

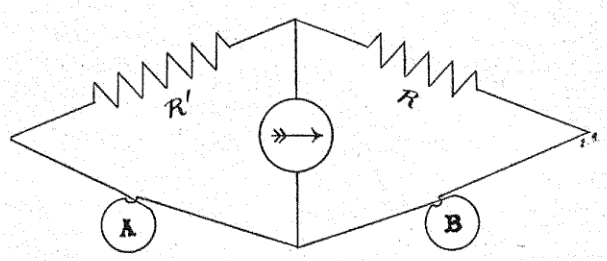


FIG. 266.

Quand le galvanomètre reste au zéro à la fermeture comme à l'ouverture des circuits, on a

$$\frac{\Phi}{\Phi'} = \frac{R}{R'} = \nu.$$

Comparaison de deux coefficients d'induction mutuelle. — La méthode précédente peut servir à la comparaison de deux coefficients d'induction mutuelle.

A et B sont alors les enroulements secondaires de résistance ρ' et ρ. Les enroulements primaires sont réunis en série avec une source d'électricité et un interrupteur. Quand le galvanomètre reste au zéro à la fermeture et à l'ouverture du circuit primaire

$$\frac{\partial \mathfrak{M}'}{\partial \mathfrak{M}} = \frac{R' + \rho'}{R + \rho}.$$

Mesure de la perméabilité et de l'hystérèse.

Méthode basée sur la force portante. — 1° PERMÉAMÈTRE D'HOPKINSON. — Nous avons vu (p. 184) que la force portante d'un barreau aimanté est exprimée en dynes par

$$P = \frac{\mathfrak{B}^2 S}{8\pi} \text{ ou, si P est exprimé en grammes par } 981 \quad P = \frac{\mathfrak{B}^2 S}{8\pi}.$$

D'autre part

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}, \text{ d'où } \mu = \sqrt{\frac{8\pi P \cdot 981}{\mathfrak{H}^2 S}}.$$

Si donc nous déterminons la force portante d'un barreau de section connue, soumis à un champ d'intensité connue également, nous pourrons en déduire μ.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dans ce but on façonne le métal étudié sous forme d'éprouvette cylindrique mince A B (fig. 267) que l'on introduit à frottement doux dans un cadre massif en fer C C' et dont l'extrémité A s'applique contre la culasse bien rodée. La bobine étant constituée d'un enroulement à nombre de spires par centimètre connu, son noyau sera soumis au champ $4\pi n_1 I 10^{-1}$, I étant exprimé en ampères.

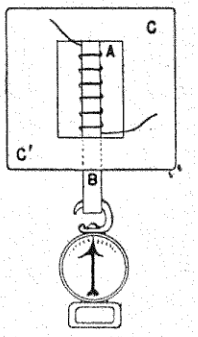


FIG. 267.

Afin de ne pas procéder par secousses pouvant fausser les mesures, il convient, après avoir bandé le ressort ou chargé le plateau de poids, de laisser l'arrachement se produire de lui-même en diminuant progressivement l'intensité du courant.

Cette méthode, qui a l'avantage de la simpicité et de la rapidité, est peu exacte vu notamment l'incertitude qui règne quant à la surface de contact réelle S entre le barreau et l'armature.

2° **Méthode magnétométrique d'Ewing.** — L'échantillon dont on doit mesurer la perméabilité est façonné en long barreau cylindrique N S (fig. 268) que l'on place verticalement dans un solénoïde. Ses pôles N et S agiront sur l'aiguille m du magnétomètre dont le milieu est placé sur la perpendiculaire élevée à l'extrémité N du barreau et dans la direction est-ouest. A l'aide de fils tordus ensemble (pour éviter leur action magnétique) on raccorde le long solénoïde à une bobine B qui a pour objet d'annuler l'action des extrémités du *solénoïde* sur l'aiguille du magnétomètre, à un ampèremètre A et à un système permettant d'obtenir un courant sinusoïdal variant entre des limites déterminées. Ce système est constitué par un vase en poterie, rempli d'une solution de sulfate zincique, dans laquelle plongent deux électrodes fixes en zinc C et D reliées par l'intermédiaire d'un rhéostat R à une batterie d'accumulateurs P. Concentriquement

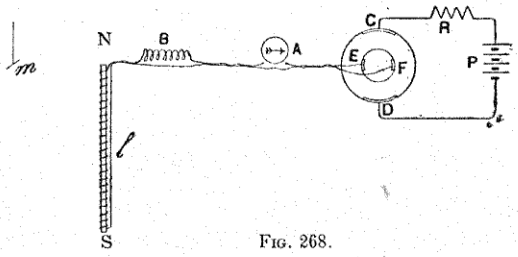


FIG. 268.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

à la cuve peuvent tourner sur un tambour deux autres électrodes en zinc E, F, placées diamétralement et raccordées, hors du liquide, à des bagues sur lesquelles frottent des balais terminant le circuit galvanométrique. Quand dans leur rotation, les électrodes E, F, sont en face de C, D, l'intensité de courant est maximum ; quand elle se trouve placée dans la position de la figure l'intensité est nulle. A partir de ce moment le courant s'inverse dans le circuit, pour réatteindre la valeur maximum de départ en grandeur absolue, quand E et F sont arrivés en face de D et C et ainsi de suite.

Avant toute mesure, on ramène l'échantillon à l'état neutre, en diminuant graduellement l'intensité des courants agissants, par l'interposition de résistances croissantes en R.

a étant la distance du milieu de l'aiguille au milieu du pôle N extrémité supérieure du barreau, $\mathfrak{I}$ l'intensité d'aimantation du barreau et s sa section, la composante magnétique horizontale que le barreau produit au point où se trouve l'aiguille a pour valeur

$$\mathcal{H}_1 = \mathfrak{I}\, s \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2 + b^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) = \mathfrak{I}\, s \left[\frac{1}{a^2} - \frac{a}{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

Sous l'influence de ce champ, l'aiguille dévie d'un angle θ et l'équilibre est atteint quand le couple déviant équivaut au couple terrestre

$$\mathcal{H}_1 \mathcal{A} \cos\theta = \mathcal{H}' \mathcal{A} \sin\theta$$

$\mathcal{A}$ étant le moment magnétique de l'aiguille et $\mathcal{H}'$ la composante horizontale du magnétisme terrestre.

Remplaçant $\mathcal{H}_1$ par cette dernière valeur dans la première équation il vient :

$$\mathfrak{I} = \frac{1}{s} \cdot \frac{\mathcal{H}' \operatorname{tg}\theta}{\frac{1}{a^2} - \frac{a}{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}}$$

et si b est suffisamment grand par rapport à a

$$\mathfrak{I} = \frac{a^2}{s} \mathcal{H}' \operatorname{tg}\theta.$$

En combinant cette équation avec l'équation générale

$$\mu = \frac{\mathcal{H} + 4\pi\mathfrak{I}}{\mathcal{H}}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

on déduira les valeurs de μ correspondant aux diverses valeurs de la force magnétisante, si l'on connaît l'intensité horizontale terrestre du lieu où l'on opère. Cette sujétion est un premier inconvénient. En outre, pour que le champ $\mathcal{H}$ créé dans la bobine soit constant et égal à $4\pi n_1 I$, il faut que la longueur b de celle-ci et de son noyau soit au moins égale à 500 fois son diamètre intérieur, d'où nécessité de disposer d'un noyau très long. Enfin, le magnétomètre est très aisément influençable par les champs parasites.

3° **Emploi du galvanomètre balistique.** — Méthode d'Ewing. Sur l'éprouvette D E (fig. 269) pourvue de sa culasse en fer forgé, se trouve passé l'enroulement magnétisant B qu'un commutateur à deux directions C_1 permet de faire traverser par le courant d'une batterie d'accumulateurs P dans un sens ou dans l'autre. R sert à régler le courant maximum, l'ampèremètre A mesure l'intensité du courant, enfin une résistance réglable r peut être mise en court-circuit par la clé C. Au centre de l'éprouvette se trouve enroulée une bobine B_1 reliée à un balistique G. Celui-ci est taré à l'aide d'une petite bobine B_2 embrassant le milieu d'un long solénoïde B_3 dans lequel on peut admettre le courant au moyen du commutateur C_2.

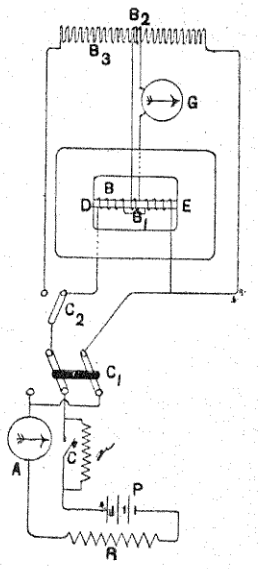


Fig. 269.

Dans la méthode d'Ewing *on ramène, après chaque mesure, l'échantillon à l'induction maximum de départ, après lui avoir fait parcourir un cycle magnétique complet et l'on trace expérimentalement la moitié supérieure de la courbe cyclique* (fig. 270) *par différence avec cette induction maximum.*

A cet effet, la clé de court-circuit C étant fermée, réglons la résistance r de manière à obtenir une force magnétisante $\mathcal{H}_1$ et ouvrons brusquement C. Le courant diminue et nous observons au balistique une élongation permettant de déterminer la dimi-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

nution de flux magnétique, ce qui nous donne le point $\mathfrak{B}_2$ (fig. 270).

Nous déplaçons alors C_1 vers la gauche, refermons C, ce qui porte l'échantillon à l'induction maximum $-\mathfrak{B}_m$ et repoussons C_1 à droite, ce qui porte l'échantillon à l'induction maximum $+\mathfrak{B}_m$.

On opère semblablement pour une série de résistances croissantes de r, ce qui permet de construire la partie $\mathfrak{B}_m$ R de la courbe (fig. 270).

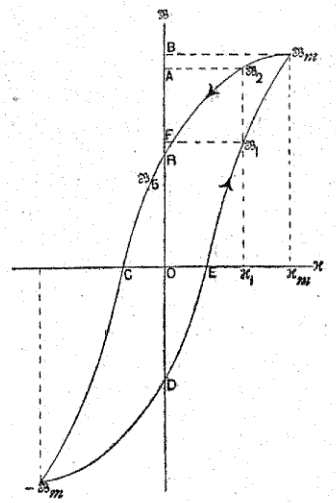


FIG. 270.

Pour tracer la partie R — $\mathfrak{B}_m$, on change les connexions de la batterie après avoir placé C_2 vers la gauche. On règle r de manière à obtenir un courant faible et déplace C_1 vers la droite, ce qui donne le point $\mathfrak{B}_5$ par exemple. On ferme alors C amenant l'induction à $-\mathfrak{B}_m$ et repousse C_1 à gauche pour ramener l'induction à $+\mathfrak{B}_m$ et ainsi de suite.

Ayant déterminé les points $+\mathfrak{B}_m$ et $-\mathfrak{B}_m$ et possédant l'horizontale passant par $+\mathfrak{B}_m$ qui a servi au tracé de la courbe, on tire aisément les axes, puis la partie inférieure de la courbe se tracera par symétrie.

L'hystérèse (comme d'ailleurs dans les méthodes précédentes) sera donnée par l'aire de la courbe cyclique relevée.

Comme l'a fait remarquer M. Jouaust [1], la déviation obtenue dans un balistique quand on fait varier le champ magnétisant de $\mathcal{H}_m$ à $\mathcal{H}_1$ étant trop faible à cause de la viscosité qui réduit la variation du flux tandis qu'elle représente au contraire exactement cette variation quand on passe de $\mathcal{H}_1$ à $\mathcal{H}_m$, il faut, dans la méthode d'Ewing, faire les lectures en *revenant* au maximum de la force magnétisante.

L'hystérèse peut également se mesurer au moyen du wattmètre et, pour des essais rapides, par l'intermédiaire d'appareils spéciaux comme les hystérésimètres d'Ewing, Blondel, etc.

---

[1] Recherches sur les phénomènes de viscosité magnétique. Laboratoire de Paris, t 1, p. 400.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE XV.

Divers modes de représentation des courants alternatifs.

§ I. — Par les vecteurs.

Représentation graphique des fonctions sinusoïdales (1). — On rencontre à chaque instant, dans l'étude des courants alternatifs, des fonctions sinusoïdales, de même périodicité, de la forme

$$e = E_m \sin \omega t, \quad e' = E'_m \sin \omega t',$$

dont il s'agit de trouver la fonction somme, différence, produit ou quotient. Cette recherche ne s'effectue algébriquement qu'au prix d'une certaine difficulté. Par les représentations vectorielles, au contraire, on la résout aisément.

La sinusoïde $e = E_m \sin \omega t = E_m \sin 2\pi t/T$ est complètement définie dès que l'on connaît son amplitude E_m, sa période T et l'angle $\omega t = 2\pi t/T = 360^\circ t/T = \alpha^\circ$ qu'elle fait au moment t, avec une direction fixe de repère.

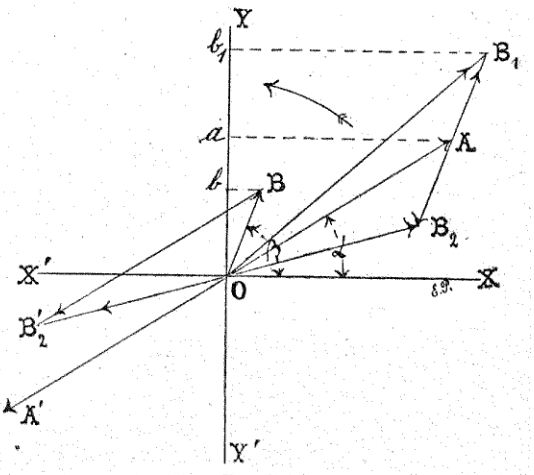


FIG. 271.

Traçons deux axes rectangulaires OX, OY (fig. 271) et une

(1) VOYER. *Traité élémentaire des courants alternatifs*. Carré, Paris.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

droite OA sur laquelle nous portons une longueur $OA = E_m$, faisant avec l'axe des X l'angle α. La projection Oa de OA sur l'axe des Y sera $Oa = OA \cos AOY = OA \sin \alpha$, et l'on voit qu'en faisant tourner OA dans le sens de la flèche, de manière qu'elle fasse un tour en T secondes, et la projetant constamment sur l'axe des Y, les projections successives donneront la fonction sinusoïdale considérée. OA est appelée le *vecteur représentatif* de cette fonction. On suppose que le vecteur tourne en sens inverse des aiguilles d'une montre ; l'angle α est alors compté positivement; il serait compté négativement en sens contraire, symétriquement à l'axe des X.

Dès que dans sa rotation le vecteur a dépassé l'axe OX', sa projection devient négative. Donc, *les vecteurs situés sous l'axe des X représenteront les valeurs négatives de la fonction.* En outre, puisque les sinus d'angles différant de π sont égaux et de signes contraires, en portant à partir de l'origine un vecteur suivant la direction diamétralement opposée, on change son signe. Par exemple OA' représente le vecteur OA pris négativement.

Traçons un second vecteur OB faisant un angle β avec l'axe des X. OB est en avance sur OA de l'angle $\beta - \alpha$, différence de phase ou déphasage des deux sinusoïdes représentées. On a $Ob = OB \sin \beta$.

Menons par le point A une droite AB_1 égale et parallèle à OB et joignons B_1 à l'origine. En projetant le vecteur OB_1 sur l'axe des Y, nous obtiendrons une longueur

$$Ob_1 = Oa + ab_1 = Oa + Ob,$$

ou, en appelant γ l'angle de OB_1 avec l'axe des X,

$$OB_1 \sin \gamma = OA \sin \alpha + OB \sin \beta,$$

c'est-à-dire que le vecteur OB_1 représentera la sinusoïde somme des sinusoïdes correspondant aux vecteurs OA et OB.

Donc, *pour additionner deux ou plusieurs grandeurs sinusoïdales, il suffit de composer leurs vecteurs représentatifs suivant le parallélogramme des forces; le vecteur résultant représentera en grandeur et en phase la sinusoïde, somme de toutes les autres.*

Tant que le déphasage de deux vecteurs que l'on additionne géométriquement ne dépasse pas 90° ou $\pi/2$ radians, la résultante

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

est plus grande que chacune des composantes et l'on peut dire que celles-ci sont *concordantes*. Dès que le déphasage dépasse $\pi/2$, la résultante se réduit de plus en plus pour atteindre un minimum quand l'opposition est complète. Par exemple, si une force électromotrice est déphasée de plus de $\pi/2$ sur un courant, elle devient contre-électromotrice. En construisant les sinusoïdes, en effet, on verrait que, pendant la majeure partie de la période, elles sont en opposition ou *discordantes*.

S'il s'agit de soustraire des fonctions sinusoïdales, on composera encore de la même manière leurs vecteurs représentatifs, mais en ayant soin de prendre négativement les vecteurs à soustraire, c'est-à-dire de les prendre égaux et diamétralement opposés à ceux qui représentent les valeurs positives.

Pour soustraire la sinusoïde OB de OA, on portera à l'extrémité de A et en sens inverse de OB un vecteur AB_2. Le vecteur résultant OB_2 représentera la sinusoïde différence des deux autres.

Il est à remarquer que la différence OA — OB diffère essentiellement de OB — OA. En effectuant la composition vectorielle, en effet, on voit que l'on obtient dans le second cas une valeur égale et opposée à l'autre, c'est-à-dire une fonction sinusoïdale de même amplitude, mais déphasée de π en arrière.

Il en résulte que si l'on doit soustraire vectoriellement un certain nombre de vecteurs l'un de l'autre, il faudra toujours procéder dans le même ordre, c'est-à-dire soustraire par exemple le second du premier, le troisième du second, le quatrième du troisième et ainsi de suite.

Dans le cas où l'on fait la somme de fonctions périodiques, il convient également de remarquer que, contrairement à ce que l'on obtient en additionnant des quantités constantes, la somme « géométrique » peut être plus petite que chacune des deux composantes. Tout dépend de leur déphasage. De même, la différence géométrique de deux fonctions périodiques peut-être plus grande que ces dernières.

Ceci se comprend aisément, si l'on considère que deux fonctions de même périodicité, que l'on additionne quand elles sont toujours de sens opposé, doivent nécessairement donner une somme plus petite qu'une au moins des composantes. Si au contraire on les soustrait dans les mêmes conditions, leur

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

différence sera toujours plus grande que les deux composantes.

Il existe un seul cas où la composition géométrique se confond avec l'addition arithmétique, c'est quand les deux fonctions à ajouter ou à soustraire ont la même phase. Dans ce cas, en effet, leurs vecteurs coïncident, de sorte qu'on les porte soit dans le prolongement l'un de l'autre (addition), soit en sens inverse l'un de l'autre (soustraction).

De ce que $de/dt = E_m \omega \cos \omega t = E_m \omega \sin (\omega t + \pi/2)$ on conclut que : *la dérivée d'une fonction sinusoïdale est représentée, par un vecteur en avance de $\pi/2$ sur la fonction et dont la grandeur est ω fois plus grande.*

De même de ce que $-de/dt = -E_m \omega \cos \omega t = E_m \omega \sin(\omega t - \pi/2)$ on conclut que : *la dérivée d'une fonction sinusoïdale, prise en signe contraire, est représentée par un vecteur en arrière de $\pi/2$ sur la fonction et dont la grandeur est ω fois plus grande.*

En conséquence une force électromotrice induite par la variation d'un flux magnétique sinusoïdal $\Phi_m \sin \omega t$ sera représentée par un vecteur déphasé en arrière de $\pi/2$ sur le vecteur représentatif du flux et dont l'amplitude vaudra ω fois l'amplitude du flux.

Applications. — I. Comme exemple reprenons le cas de l'application d'une force électromotrice sinusoïdale à un circuit présentant de la résistance, de la self et de la capacité.

$$e = e_r + e_s + e_c =$$

$$RI_m \sin \omega t + \omega \, \mathrm{L} \, I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{I_m}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Nous obtiendrons la sinusoïde résultante représentant la force électromotrice appliquée, en composant les valeurs maxima ou amplitudes des trois sinusoïdes élémentaires et tenant compte de leurs déphasages.

Soient O M (fig. 272) le vecteur de la force électromotrice de résistance maximum, obtenu en portant de l'origine la longueur $R\,I_m$, sur une droite OM faisant un angle ωt avec OX ; ON $= \omega \, \mathrm{L} \, I_m$ le vecteur de la force électromotrice maximum de selfinduction à 90° en avant sur OM et OP $= I_m/\omega C$ celui de la force électromotrice maximum de capacité à 90° en arrière sur OM également. La composition nous donnera pour la force électromotrice résultante E_m la droite OP' qui représentera en

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

grandeur, direction et phase, la force électromotrice appliquée maximum. En faisant tourner l'ensemble OMN'P'O autour de O en sens inverse des aiguilles d'une montre et projetant les droites OM, MN', N'P' et OP' sur OY, ces projections donneront, à chaque instant, les valeurs des diverses forces électromotrices en jeu.

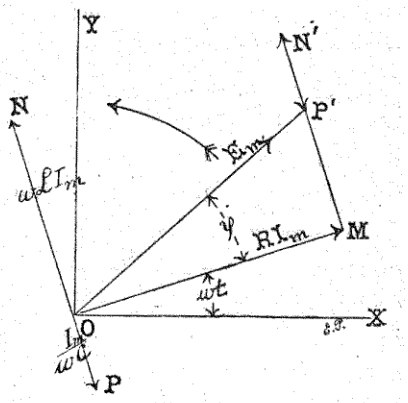


FIG 272.

On voit immédiatement que si l'inductance ωL l'emporte sur la capacitance $1/\omega C$, le courant est déphasé en arrière sur la force électromotrice appliquée, d'un angle φ donné par la relation

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L I_m - \frac{I_m}{\omega C}}{RI_m} = \frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR}.$$

Le triangle rectangle OMP' nous donne :

$$OM = OP' \cos\varphi \text{ ou } RI_m = E_m \cos\varphi,$$

on en tire $I_m = \dfrac{E_m \cos\varphi}{R}$ d'où en divisant par $\sqrt{2}$: $I = \dfrac{E\cos\varphi}{R}$

Enfin $$E_m = \sqrt{(RI_m)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 I^2_m}$$

d'où $$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

et, en divisant les deux membres par $\sqrt{2}$,

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}}.$$

Nous retrouvons donc, directement, la loi fondamentale des courants alternatifs. On remarquera encore que la figure 273 montre que la force électromotrice maximum à appliquer aux bornes d'un circuit impédant est l'hypothénuse d'un triangle rectangle ayant, pour côtés de l'angle droit, $I_m R$ force électro-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

motrice maximum de résistance et $I_m(\omega\mathfrak{L} - 1/\omega C)$ force électromotrice maximum d'induction déphasée à angle droit sur le courant et en avant sur celui-ci, si $\omega\mathfrak{L}$ l'emporte sur $1/\omega C$.

Remarque. — La construction ci-dessus pourrait tout aussi bien se faire avec les valeurs efficaces, celles-ci ne différant des valeurs maxima, que par le facteur constant $\sqrt{2}$, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer.

Grandeurs relatives des diverses forces électromotrices composantes. — Les forces électromotrices de selfinduction et de capacité étant déphasées, la première de $\pi/2$ en avant sur le courant, l'autre de $\pi/2$ arrière, sont diamétralement opposées et viennent en déduction l'une de l'autre. Elles pourront avoir des valeurs plus grandes que la force électromotrice appliquée, puisqu'elles sont fonction de la fréquence. Cherchons à nous en rendre compte pratiquement.

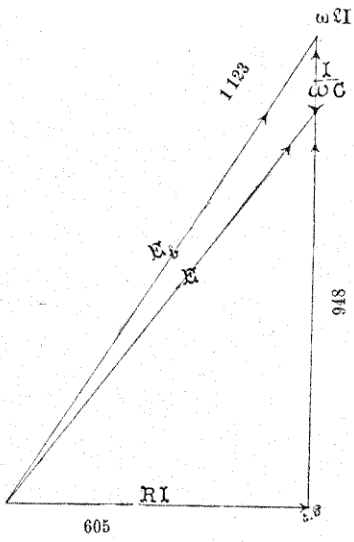


Fig. 273.

Soit un circuit constitué par une bobine ayant une résistance de 500 Ω et un coefficient de self-induction de 1 H, mise en série avec un condensateur de 10 μF. On applique aux extrémités de l'ensemble une force électromotrice efficace de 1 000 volts sous la fréquence de 125. Calculer les forces électromotrices efficaces qui existeront aux bornes de la bobine et du condensateur.

La force électromotrice que l'on trouvera aux bornes de la bobine sera la résultante des forces électromotrice de résistance et de selfinduction. Nous allons les calculer successivement.

Le courant traversant le circuit aura, en vertu de la formule générale, une intensité (fig. 273)

$$I = \frac{1\,000}{\sqrt{500^2 + (785 - 127{,}3)^2}} = 1{,}21.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La valeur maximum $I_m = I\sqrt{2} = 1{,}71$ A.

La force électromotrice de résistance maximum est $E_r = RI_m = 855$ volts ; elle est en concordance avec le courant et correspond à une valeur efficace de 605 V.

La force électromotrice maximum de selfinduction est

$E_s = \omega \mathfrak{L} I_m = 785 \cdot 1{,}71 = 1\,340$ volts, valeur efficace 948 V.

Ces deux forces électromotrices étant déphasées d'un angle droit, leur force électromotrice résultante maximum sera

$$E_b = \sqrt{\overline{855}^2 + \overline{1340}^2} = 1\,590 \text{ volts},$$

ce qui correspond à une valeur efficace de 1 123 volts que l'on mesurerait aux bornes de la bobine, au moyen d'un voltmètre. Le déphasage en avant de cette force électromotrice sur le courant est donné par

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{\omega \mathfrak{L}}{R} = \frac{785}{500} = 1{,}572,$$

soit un angle φ' de 57°.

Aux bornes du condensateur règnera une force électromotrice maximum de

$$E_c = -\frac{I_m}{\omega C} = -\frac{1{,}71 \cdot 10^5}{785} = -218 \text{ volts}$$

correspondant à une valeur efficace de 152 volts.

On arrive donc à ce résultat paradoxal en apparence, que 1 000 volts étant appliqués aux bornes d'un circuit comprenant une résistance douée de selfinduction, en série avec une capacité, on trouve aux bornes de la résistance une force électromotrice *plus grande* que celle appliquée. La disproportion irait en s'accentuant avec la fréquence.

II. **Evaluation graphique de la puissance d'un courant alternatif.** — *Soit un courant de pulsation* ω, *d'intensité* I, *déphasé de* φ *en arrière sur sa force électromotrice* E.

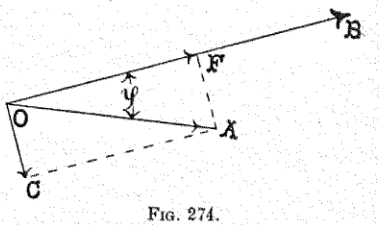


FIG. 274.

Construisons les vecteurs représentatifs. Ils font l'angle φ. Le côté OA $= RI$ (fig. 274) nous donnera en grandeur et en direction le courant et OB la direction de la force électromotrice appliquée.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Décomposons I suivant les directions de E et de sa normale O C. Les vecteurs ainsi délimités représenteront les composantes actives et réactives du courant, dont les valeurs sont respectivement $I \cos \varphi$ et $I \sin \varphi$.

La puissance du courant sera donc

$$E\, I \cos \varphi = \text{O B} \times \text{O F}.$$

Donc, *pour évaluer la puissance développée par un courant alternatif, il suffit de projeter l'un des vecteurs représentatifs de sa force électromotrice ou de son intensité efficaces sur l'autre et de faire le produit du vecteur sur lequel on projette par la projection de l'autre.*

Remarque. — Tant que φ est plus petit qu'un angle droit, les vecteurs à multiplier ont le même sens, le produit est positif, la puissance électrique fournie est positive.

Si φ dépasse un angle droit, les deux vecteurs sont dans le prolongement l'un de l'autre, ils sont toujours de signes contraires, leur produit est négatif et la puissance électrique développée est négative aussi : le circuit absorbe de l'énergie au lieu d'en fournir.

III. **Partage du courant entre des dérivations quelconques.** — *Entre deux points* A *et* B (fig. 275) *soumis à une différence de potentiel V sous la fréquence f se trouvent 3 dérivations contenant la première une résistance de R_1 ohms, la seconde un condensateur de C farads, la 3e une bobine de R ohms et de coefficient de selfinduction* $\mathfrak{L}$ *henrys. On demande quelle est l'intensité circulant dans chaque branche, le déphasage des courants sur la force électromotrice, la puissance dépensée dans chaque branche, enfin la valeur du courant total et son déphasage sur la force électromotrice appliquée.*

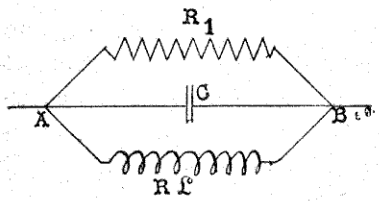


Fig. 275.

L'intensité dans la branche de résistance R_1 est :

$$I_1 = V/R_1 ;$$ le déphasage 0, la puissance $I_1^2 R_1$.

Dans la branche contenant le condensateur : $I_2 = V \omega C$, le déphasage du courant est $\pi/2$ en avant, la puissance 0.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Enfin dans la branche inductive :

$$I_3 = \frac{V}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathcal{L}^2}}, \text{ avec } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \mathcal{L}}{R}, \text{ la puissance} = I_3^2 R.$$

Le courant total s'obtiendra en sommant vectoriellement les trois intensités composantes. Sur une droite OA (fig. 276) tracée suivant la direction de la force électromotrice appliquée, portons une longueur O A représentant le courant I_1 en phase avec elle, qui traverse la résistance simple R_1. Le courant dans le condensateur étant déphasé de $\pi/2$ en avant, nous élèverons en A une perpendiculaire à O A sur laquelle nous porterons une longueur A B $= I_2$. Enfin, sur une droite faisant un angle φ en arrière avec la direction O A, nous porterons une longueur B C représentant I_3. En joignant C à l'origine, le vecteur OC représentera en grandeur et en phase le courant pénétrant et sortant en A et B.

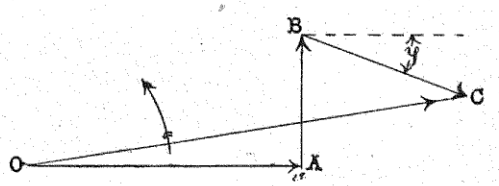


FIG. 276.

IV. **Impédance équivalente.** — *Déterminer la résistance et le coefficient de self-induction d'une bobine pouvant remplacer un certain nombre de bobines placées en dérivation l'une par rapport à l'autre, possédant les résistances R_1, R_2,... et les coefficients $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$,..., la fréquence de la force électromotrice appliquée étant f?*

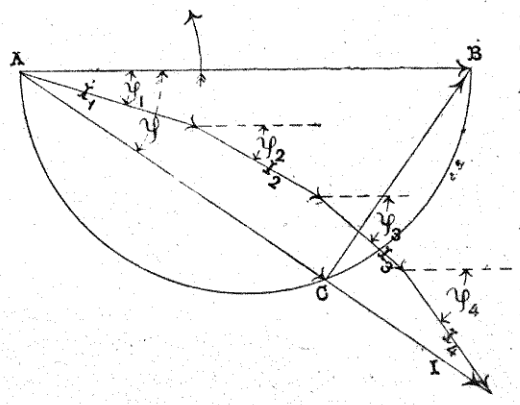


FIG. 277.

La fréquence étant f, la pulsation $\omega = 2\pi f$. Les déphasages des courants dérivés sur la force électromotrice appliquée sont donnés par

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega \mathcal{L}_1}{R_1}, \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega \mathcal{L}_2}{R_2}, \ldots$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

nous les connaissons, de même que l'intensité dans les diverses bobines, en appliquant la formule générale des courants alternatifs.

Par rapport à une droite A B (fig. 277) qui représente la direction et la grandeur de la force électromotrice appliquée aux dérivations, traçons les vecteurs des courants dérivés I_1, I_2,..., faisant avec cette direction les angles en arrière φ_1, φ_2,... et sommons-les. La résultante représentera le courant total I bifurquant entre elles : il est déphasé de φ sur A B. Joignons avec B le point C où la résultante coupe la demi-circonférence tracée sur A B comme diamètre.

Si nous nous rappelons que la force électromotrice appliquée est la résultante des forces électromotrices de résistance et de self portées à angle droit, et la première suivant la direction du courant, nous voyons que la force électromotrice appliquée, représentée par AB, est équilibrée par une force électromotrice de résistance en phase avec I, proportionnelle à AC et par une force électromotrice de self proportionnelle à CB.

Par conséquent, la bobine qui aura une résistance A C/I et une selfinduction BC/ωI satisfera au problème.

Cas d'impédances dérivées égales. — Un cas intéressant à considérer est celui de *n résistances R égales, de self $\mathfrak{L}$ égales placées en dérivation.*

Toutes les intensités partielles, qui sont égales et de mêmes phases, s'ajoutent arithmétiquement. $\Sigma I = n I$. Les intensités partielles valent

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}},$$

de sorte que

$$\Sigma I = ni = \frac{n E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}} = \frac{E}{\sqrt{\left(\frac{R}{n}\right)^2 + \omega^2 \left(\frac{\mathfrak{L}}{n}\right)^2}}.$$

Tout se passe donc comme si une seule dérivation de résistance R/n et de coefficient $\mathfrak{L}/n$ existait seule ; semblable bobine pourra remplacer toutes les autres.

On remarquera également que tous les déphasages sont les mêmes, aussi bien des courants partiels que du courant total.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Remarque sur les forces contre-électromotrices développées dans le circuit par le passage d'un courant alternatif. — Il est essentiel de bien se représenter la signification physique des divers facteurs auxquels nous avons affaire.

Les forces électromotrices de selfinduction et de capacité que nous avons envisagées jusqu'ici, sont les portions de la force électromotrice appliquée, destinées à vaincre continuellement les forces *contre-électromotrices* de selfinduction et de capacité se développant dans le circuit. Celles-ci sont donc égales et opposées à celles-là, et par conséquent déphasées respectivement de $\pi/2$ en arrière et en avant sur le courant.

Lorsque ce sont les forces contre-électromotrices que l'on considère, la force électromotrice de résistance est la résultante de la force électromotrice appliquée et des forces contre-électromotrices de selfinduction et de capacité, ainsi qu'il résulte directement de l'équation

$$Ri = e_r - \mathfrak{L}\,\frac{di}{dt} - e_c\,,$$

établie précédemment.

On voit d'ailleurs sur la fig. 272 que l'on arrive identiquement au même résultat, en renversant les directions de ON, OP, puis composant leur résultante avec OP'.

Cette construction peut être utile dans certains cas. Retenons donc qu'*en composant la force électromotrice appliquée avec les forces contre-électromotrices de selfinduction et de capacité qui sont respectivement déphasées de* $\pi/2 + \varphi$ *en arrière et de* $\pi/2 - \varphi$ *en avant sur la force électromotrice appliquée, on obtient la force électromotrice de résistance.*

Réciproquement, *si l'on décompose la force électromotrice de résistance suivant deux directions faisant avec la sienne l'angle* φ *en avant ou en arrière et* $\pi/2$ *en arrière ou en avant, on obtient en grandeurs et directions la force électromotrice appliquée et la force contre-électromotrice de réactance du circuit.*

De même, connaissant la force électromotrice appliquée, ainsi que le déphasage du courant, on obtiendra la force électromotrice de résistance, en projetant le vecteur de la force électromotrice appliquée, sur une droite faisant avec ce vecteur un angle φ, en arrière ou en avant, suivant que l'inductance l'emporte ou non sur la capacitance. Le troisième côté du

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

triangle ainsi formé donne la force électromotrice résultante de self et de capacité ou, si l'on renverse sa direction, la résultante des forces contre-électromotrices correspondantes.

Par analogie on peut appeler *force contre-électromotrice de résistance*, une force électromotrice égale et opposée à la force électromotrice de résistance.

Aux bornes d'un circuit présentant résistance, selfinduction et capacité : nous avons à chaque instant

$$e = Ri + e_s + e_c .$$

Faisons passer tous les termes dans le premier membre.

$$e - Ri - e_s - e_c = o$$

et nous pourrons dès lors dire que : *La résultante de toutes les forces électromotrices et contre-électromotrices d'un circuit fermé est à chaque instant nulle.*

La valeur instantanée de la force contre-électromotrice de résistance est donc $- RI_m \sin \omega t$.

Lois de Kirchhoff pour les ondes alternatives. — 1re LOI. *La résultante des intensités de tous les courants se dirigeant vers un nœud, obtenue par le parallélogramme des fonctions sinusoïdales, est nulle.*

2e LOI. *La résultante de toutes les forces électromotrices dans un circuit fermé, obtenu par le parallélogramme des fonctions sinusoïdales est nulle, si l'on fait intervenir les forces contre-électromotrices de résistance et de réactance.*

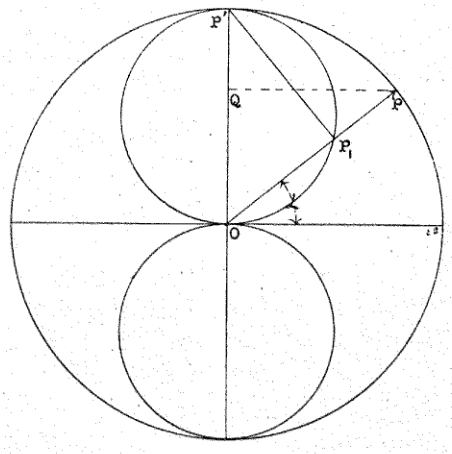


FIG. 278.

Autre mode de représentation vectorielle. — Une grandeur sinusoïdale peut encore se représenter par la corde d'une circonférence ayant pour diamètre l'amplitude du vecteur, celui-ci faisant un tour par période dans le sens trigonométrique.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il faut démontrer que $OQ = OP_1$ (fig. 278). Or dans le triangle rectangle OP_1P' on a $OP_1 = OP' \cos P'OP = OP' \sin \alpha = OQ$. Par conséquent, les segments du vecteur tournant interceptés par les deux cercles intérieurs, représentent les valeurs instantanées d'une grandeur sinusoïdale d'amplitude OP'.

Remarque générale. — On pourra composer vectoriellement, non-seulement les intensités et forces électromotrices, mais aussi les forces magnétomotrices dues à des courants alternatifs et, d'une manière générale, toutes les quantités de même nature, du moment qu'elles varient suivant la loi du sinus.

§ 2. — Représentation symbolique des courants alternatifs ou par les imaginaires.

Un vecteur OA (fig. 279) de longueur $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ est complètement défini géométriquement par ses deux coordonnées x et y ou par sa longueur ρ et l'angle θ qu'il fait avec un axe fixe OX. Analytiquement on peut, en posant $\sqrt{-1} = j$, le représenter par la seule expression imaginaire

$$x + j\,y \text{ ou } \rho \cos\theta + j\,\rho \sin\theta = \rho\,(\cos\theta + j \sin\theta).$$

Le triangle O A X que l'on peut construire dès que l'on connaît x et ρ donne en effet

$$x = \rho \cos\theta, \quad y = \rho \sin\theta$$

d'où

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \operatorname{tg}\theta = \frac{y}{x}.$$

La connaissance de l'imaginaire $x + j\,y$ définit donc entièrement le vecteur en grandeur et en phase, puisqu'on peut immédiatement en déduire la grandeur du vecteur égale au module de l'expression imaginaire, c'est-à-dire à la racine carrée de la somme des carrés de la partie réelle et du coefficient de $\sqrt{-1}$, tandis que l'angle qu'il fait avec l'axe

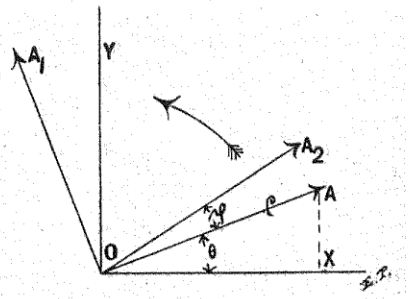


Fig. 279.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

des x, lequel correspond à l'argument de l'imaginaire, a pour tangente le rapport du coefficient de $\sqrt{-1}$ *au terme indépendant.*

Si le vecteur est dans le second quadrant, l'imaginaire représentative devient $-x+jy$ ou, d'une façon générale, $-a+jb$

et $$\rho=\sqrt{(-x)^2+y^2}\,,\ \operatorname{tg}\theta=-\frac{y}{x}$$

Dans le 3me quadrant, imaginaire $-x-jy$, ou $-a-jb$.

$$\rho=\sqrt{(-x)^2+(-y)^2}\,,\ \operatorname{tg}\theta=\frac{y}{x}\,.$$

Enfin dans le 4me quadrant, imaginaire $x-jy$ ou $a-jb$.

$$\rho=\sqrt{x^2+(-y)^2}\,,\ \operatorname{tg}\theta=-\frac{y}{x}\,.$$

Supposons que nous ayons à additionner deux fonctions harmoniques représentées par les imaginaires $a+jb$ et $a'+jb'$. Si nous nous reportons à la composition vectorielle, nous voyons que les coordonnées du vecteur résultant seront $a+a'$, $b+b'$. Le vecteur somme géométrique sera donc représenté par l'imaginaire $(a+a')+j(b+b')$. Or, c'est précisément le résultat que l'on trouve en additionnant les quantités complexes qui représentent les vecteurs à ajouter. Donc, *pour trouver le vecteur résultant de la somme ou de la différence d'un certain nombre de fonctions périodiques représentées par des imaginaires, il suffit d'additionner ou de soustraire ces dernières.*

La grandeur du vecteur résultant sera fournie par la racine carrée de la somme des carrés de la partie réelle et du coefficient de j, tandis que la tangente de l'angle avec l'axe des X sera donnée par le rapport de la dernière quantité à la première.

Si l'on multiplie une quantité complexe par une quantité réelle, on multiplie simplement la grandeur du vecteur par cette quantité. Mais si on la multiplie par une quantité imaginaire kj, *non seulement on multiplie la grandeur par* k, *mais on la déphase de* $\pi/2$ *en avant.* En effet

$$j(x+jy)=\quad -y+jx=-a+jb,$$

c'est-à-dire que le vecteur O A est remplacé par $O A_1$.

On verrait de même qu'*en la multipliant par* $-j$, *on déphase*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

le vecteur de $\pi/2$ en arrière, puisque

$$-j\,(x + j\,y) = y - j\,x = a - j\,b.$$

Pour faire tourner un vecteur O A (fig. 280) *d'un angle φ en avant, il suffit de multiptier la quantité imaginaire qui le représente par* $\cos\varphi + j \sin\varphi$.

En effet, le vecteur O A est donné par $\rho\,(\cos\theta + j \sin\theta) = \rho\, e^{j\theta}$

et OA_2 par $\rho\, e^{j\,(\theta + \varphi)} = \rho\, e^{j\,\theta}\, e^{j\,\varphi}$.

Donc le vecteur $O A_2$ est représenté par

$$\rho\,(\cos\theta + j \sin\theta)\,(\cos\varphi + j \sin\varphi).$$

On démontrerait de même que, *pour faire reculer le vecteur de φ en arrière, il suffit de multiplier son imaginaire par* $\cos\varphi - j \sin\varphi$.

Puisque le vecteur dont la longueur $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, est représenté par l'imaginaire $x + j\,y$, de même une impédance $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2\,\mathfrak{L}^2}$ correspond aussi à un vecteur dont les coordonnées sont R et $\omega\,\mathfrak{L}$. On la définira donc par l'imaginaire $R + j\,\omega\,\mathfrak{L}$. Quand R est négligeable, il ne reste pour l'impédance que $j\,\omega\,\mathfrak{L}$. Si l'impédance n'est caractérisée que par une capacitance, on aura

$$Z' = \sqrt{R'^2 + \left(-\frac{1}{\omega\,C}\right)^2}.$$

Elle sera alors définie par l'imaginaire $R' - j/\omega C$. Quand la résistance R' en série avec la capacité est négligeable, il ne reste pour l'imaginaire que $-j/\omega C$.

Enfin, une résistance simple a pour impédance imaginaire R, car on peut l'assimiler à $R + j\,\omega\,\mathfrak{L}$ avec $\mathfrak{L}_0 = o$.

La quantité $Y = 1/Z$ s'appelle *admittance*.

$$Y = \frac{1}{R + j\,\omega\,\mathfrak{L}} = \frac{R - j\,\omega\,\mathfrak{L}}{R^2 + \omega^2\,\mathfrak{L}^2} = g - j\,b.$$

Les quantités g et b sont parfois désignées sous les noms de *conductance* et de *susceptance*.

Nous avons vu précédemment que, pour faire traverser une impédance R_{app} par une intensité I, il faut appliquer aux bornes de l'impédance une force électromotrice $I \times R_{app}$. Le courant étant représenté par $x + j\,y$ et la résistance apparente ou

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

impédance par $R + j\,\omega\,\mathfrak{L}$, il faudra donc appliquer aux bornes de l'impédance une force électromotrice représentée par l'imaginaire

$$(x + j\,y)\quad (R + j\,\omega\,\mathfrak{L}) \text{ ou globalement par } a + j\,b.$$

Nous en concluons que l'intensité efficace imaginaire du courant $[I]$ sera représentée par la force électromotrice imaginaire $[E]$ divisée par $R + j\,\omega\,\mathfrak{L}$.

Posons $R + j\,\omega\,\mathfrak{L} = [R]$ que nous appellerons impédance imaginaire. Nous aurons

$$[I] = \frac{[E]}{[R]}.$$

C'est précisément la loi d'Ohm pour les courants continus. Et ici nous voyons la facilité que peut présenter l'emploi de la méthode des imaginaires: *c'est de permettre de traiter le courant alternatif comme le courant continu*, ce qui évite des intégrations longues et difficiles, comme nous le montrerons ci-après.

Lois de Kirchhoff. — Puisque les intensités alternatives peuvent être représentées par des imaginaires, la première loi de Kirchhoff s'écrira

$$\Sigma\,[I] = o$$

ou

$$\Sigma\,[I] = \Sigma\,[I']$$

en séparant les courants convergents des courants divergents.

Quant à la seconde loi, nous devons avoir à chaque instant

$$\Sigma\,e = \Sigma\left(R\,i + \mathfrak{L}\frac{d\,i}{d\,t}\right).$$

Pour que cette égalité ait lieu à chaque instant entre les quantités périodiques des deux membres, il suffit qu'elle ait constamment lieu entre les quantités imaginaires.

Le premier membre sera représenté en imaginaires $\Sigma\,[E]$. Dans le second, nous trouvons les deux termes : l'un, Ri, s'exprime en imaginaires par $R\,[I]$; le second, $\mathfrak{L}\,di/dt = \omega\,\mathfrak{L}\,I$, est en avance de $\pi/2$ sur $R\,[I]$. Il sera donc représenté par $j\,\omega\,\mathfrak{L}\,[I]$. La seconde loi s'écrira

$$\Sigma\,[E] = \Sigma\,[I]\,(R + j\,\omega\,\mathfrak{L}) = \Sigma\,[I]\,[R]$$

Détermination de la puissance dans le cas des imaginaires. — Soit, dans un circuit traversé par un courant

$$[I] = I\,(\cos\varphi' + j\,\sin\varphi') = I\,e^{+\,j\,\varphi'}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

une force électromotrice

$$[E] = E\,(\cos\varphi + j\sin\varphi) = E\,e^{+j\varphi}$$

La puissance électrique développée dans le circuit vaut, comme nous le savons, $\varphi' - \varphi$ étant le déphasage du courant sur la force électromotrice : $E\,I\cos(\varphi - \varphi')$.

Si nous faisons le produit des quantités complexes, nous trouvons

$$[E][I] = E\,I\,e^{+j(\varphi+\varphi')} = E\,I\,[\cos(\varphi + \varphi') + j\sin(\varphi + \varphi')]$$

ce qui ne nous donne rien d'explicite.

Mais si nous changeons j en $-j$ dans une des imaginaires, par exemple dans $[I]$, celle-ci devient

$$[I'] = I\,(\cos\varphi' - j\sin\varphi') = I\,e^{-j\varphi'}$$

et le produit des imaginaires donne dès lors

$$E\,I\,e^{j(\varphi-\varphi')} = E\,I\,[\cos(\varphi - \varphi') + j\sin(\varphi - \varphi')].$$

On voit qu'il suffit de supprimer le terme en j pour obtenir la puissance. D'où la règle : *Pour évaluer la puissance développée par une force électromotrice imaginaire* $[E]$ *et un courant d'intensité imaginaire* $[I]$, *on change* j *en* $-j$ *dans l'une des deux imaginaires, on effectue le produit, et la partie réelle donne la puissance cherchée.*

Au cas où l'un des deux facteurs est réel, il suffit d'écrire la partie réelle du produit sans changer aucun signe pour obtenir la puissance.

Applications. I. — *Déduire, par les imaginaires, l'intensité du courant traversant un circuit présentant une résistance pourvue de self, en série avec un condensateur.*

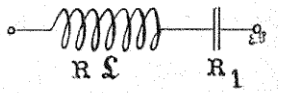


Fig. 280.

Traitons la question en courant continu en appelant R_1 la résistance correspondant au condensateur (fig. 280).

$$I = \frac{E}{R + R_1}.$$

Mais $$[R_1] = -j/\omega C \quad , \quad [R] = R + j\omega \mathcal{L}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Remplaçant, il vient :

$$[I] = \frac{E}{R + j\omega\mathcal{L} - \frac{j}{\omega C}} = \frac{E}{R + j\left(\omega\,\mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$= \frac{E\left[R - j\left(\omega\,\mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)\right]}{R^2 + \left(\omega\,\mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

en rendant rationnel le dénominateur.

Nous pouvons maintenant passer aux valeurs réelles.

L'amplitude de I vaudra (racine de la somme des carrés de la partie réelle et du coefficient de j).

$$I = \sqrt{\frac{E^2R^2 + E^2\left(\omega\,\mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}{\left[R^2 + \left(\omega\,\mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega\,\mathcal{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Avec $$tg\,\varphi = \frac{\omega\,\mathcal{L}}{R} - \frac{1}{\omega C R}$$

II. — *Soit un circuit AB* (fig. 281) *comportant un condensateur C placé en série avec une bobine d'inductance* $\omega\,\mathcal{L}$ *et de résistance négligeable, sur laquelle se trouve dérivée une résistance* R_3. *On applique aux extrémités A et B une différence de potentiel efficace constante V et l'on demande de déterminer la valeur du courant traversant la résistance* R_3.

FIG. 281.

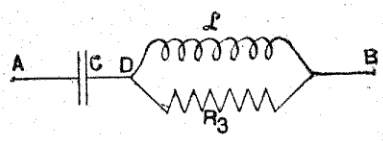
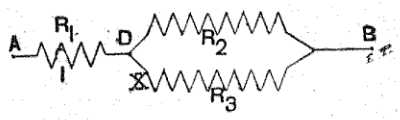


FIG. 282.



Les impédances imaginaires des portions ACD et D$\mathcal{L}$B seront $[R_1] = -j/\omega C$ et $[R_2] = j\,\omega\mathcal{L}$.

Traitons le même problème en courant continu (fig. 282), supposons qu'entre A et B existe la différence de potentiel V ; assimilons les impédances imaginaires à des résistances réelles, ce que nous pouvons faire en vertu de l'équation d'Ohm établie précédemment. Appelons I_3 le courant cherché

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et I le courant total

$$I = \frac{V}{R_1 + \dfrac{R_2\ R_3}{R_2 + R_3}}$$

$$X_{\text{continu}} = \frac{I\,R_2}{R_2 + R_3} = \frac{V\ R_2}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

Remplaçons maintenant R_1 et R_2 par leurs valeurs $[R_1] = -j/\omega C$ et $[R_2] = j\,\omega\mathfrak{L}$

$$X_{\text{imag.}} = \frac{j\,V\,\omega\,\mathfrak{L}}{\dfrac{\mathfrak{L}}{C} - \dfrac{j\,R_3}{\omega\,C} + j\,\omega\mathfrak{L}R_3} = \frac{j\,V\,\omega\,\mathfrak{L}}{\dfrac{\mathfrak{L}}{C} + j\,R_3\left(\omega\,\mathfrak{L} - \dfrac{1}{\omega\,C}\right)}$$

quantité de la forme

$$\frac{j\,\alpha}{\beta + j\,\gamma} = \frac{j\,\alpha\,(\beta - j\,\gamma)}{\beta^2 + \gamma^2} = \frac{\alpha\gamma + j\,\alpha\beta}{\beta^2 + \gamma^2}.$$

L'intensité efficace réelle vaut

$$\sqrt{\frac{\alpha^2\gamma^2 + \alpha^2\beta^2}{(\beta^2 + \gamma^2)}} = \frac{\alpha}{\sqrt{\beta^2 + \gamma^2}}$$

ou

$$I_3 = \frac{\omega\,\mathfrak{L}\,V}{\sqrt{\dfrac{\mathfrak{L}^2}{C^2} + R_3^2\left(\omega\,\mathfrak{L} - \dfrac{1}{\omega\,C}\right)^2}}.$$

Cette intensité est, en général, fonction de la résistance R_3 mise en dérivation sur la bobine de self; mais on voit que l'on peut s'en affranchir, si la capacité du condensateur et le coefficient de self de la bobine sont tels que $\omega\,\mathfrak{L} = 1/\omega C$, c'est-à-dire qu'il y ait résonance dans le circuit principal A C D $\mathfrak{L}$ B. On arrive ainsi à cette propriété extrêmement curieuse : *Il est possible d'alimenter au moyen d'une différence de potentiel constante, une dérivation sans réactance* D R_3 B par un courant constant $I = \dfrac{\omega\,\mathfrak{L}V}{\mathfrak{L}/C} = \omega\,C\,V$ *quelle que soit sa résistance.*

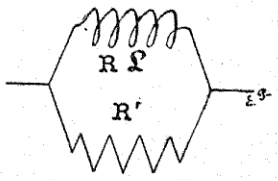


FIG. 283.

III. *Une self* R, $\mathfrak{L}$, (fig. 283) *est shuntée par une résistance* R'. *Déterminer la résistance et le coefficient de selfinduction de la bobine équivalente, ainsi que l'impédance résultante.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Soient R_1 et $\mathcal{L}_1$ les résistance et self de cette bobine. Son impédance est représentée par l'imaginaire $R_1 + j\,\omega\,\mathcal{L}_1$.

En courant continu, la résistance équivalente vaudrait $\frac{RR'}{R+R'}$.

Remplaçons R par sa valeur imaginaire $R + j\,\omega\,\mathcal{L}$ il vient

$$\frac{R'\,(R + j\,\omega\,\mathcal{L})}{R' + R + j\,\omega\,\mathcal{L}} = R_1 + j\,\omega\,\mathcal{L}_1.$$

Rendons rationnel le dénominateur de la fraction

$$\frac{R'\,(R+j\,\omega\,\mathcal{L})\,(R'+R-j\,\omega\,\mathcal{L})}{(R'+R)^2+\omega^2\,\mathcal{L}^2} = \frac{R'\,[R\,(R'+R)+\omega^2\,\mathcal{L}^2+j\,\omega\,\mathcal{L}\,R']}{(R'+R)^2+\omega^2\,\mathcal{L}^2}.$$

Identifions les deux imaginaires

$$R_1 = \frac{R'\,[R\,(R'+R)+\omega^2\,\mathcal{L}^2]}{(R'+R)^2+\omega^2\,\mathcal{L}^2}, \qquad \mathcal{L}_1 = \frac{R'^2\,\mathcal{L}}{(R'+R^2)^2+\omega^2\,\mathcal{L}^2},$$

d'où pour la valeur imaginaire de l'impédance résultante

$$\frac{R'\,[R\,(R'+R)+\omega^2\,\mathcal{L}^2]+j\,R'^2\,\omega\,\mathcal{L}}{(R'+R)^2+\omega^2\,\mathcal{L}^2}$$

et pour la valeur réelle de l'impédance résultante :

$$\frac{\sqrt{R'^2\,[R\,(R'+R)+\omega^2\,\mathcal{L}^2]^2+R'^4\,\omega^2\,\mathcal{L}^2}}{(R'+R)^2+\omega^2\,\mathcal{L}^2}.$$

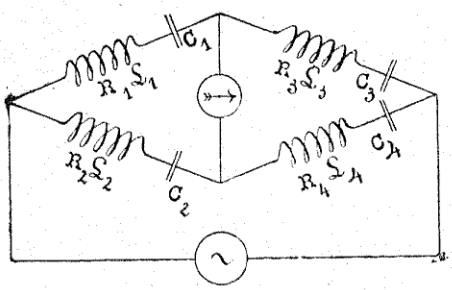


FIG. 284.

IV. *Proposons-nous de déterminer les conditions générales d'équilibre du pont de Wheastone dans le cas du courant alternatif, les quatre côtés du pont étant pourvus d'impédance* (fig. 284).

Les résistances imaginaires des quatre circuits du pont sont :

$$[R_1] = R_1 + j\left(\omega\,\mathcal{L}_1 - \frac{1}{\omega\,C_1}\right) = R_1 + j\,\sigma_1$$

$$[R_2] = R_2 + j\left(\omega\,\mathcal{L}_2 - \frac{1}{\omega\,C_2}\right) = R_2 + j\,\sigma_2$$

$$[R_3] = R_3 + j\left(\omega\,\mathcal{L}_3 - \frac{1}{\omega\,C_3}\right) = R_3 + j\,\sigma_3$$

$$[[R_4] = R_4 + j\left(\omega\,\mathcal{L}_4 - \frac{1}{\omega\,C_4}\right) = R_4 + j\,\sigma_4$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Or en courant continu nous avons trouvé

$$[R_1]\,[R_4] = [R_2]\,[R_3].$$

Nous avons donc

$$[R_1 + j\,\sigma_1]\,[R_4 + j\,\sigma_4] = [R_2 + j\,\sigma_2]\,[R_3 + j\,\sigma_3]$$

qui entraîne les deux conditions

$$R_1\,R_4 - \sigma_1\,\sigma_4 = R_2\,R_3 - \sigma_2\,\sigma_3 \qquad (1)$$

$$R_1\,\sigma_4 + R_4\,\sigma_1 = R_2\,\sigma_3 + R_3\,\sigma_2 \qquad (2)$$

Elevons ces équations au carré et ajoutons-les membres à membres

$$R_1^2\,(R_4^2 + \sigma_4^2) + \sigma_1^2\,(R_4^2 + \sigma_4^2) = R_2^2\,(R_3^2 + \sigma_3^2) + \sigma_2^2\,(R_3^2 + \sigma_3^2)$$

ou

$$(R_1^2 + \sigma_1^2)\,(R_4^2 + \sigma_4^2) = (R_2^2 + \sigma_2^2)\,(R_3^2 + \sigma_3^2)$$

ou, en appelant S_1, S_2, S_3, S_4, les impédances des 4 branches.

$$S_1\,S_4 = S_2\,S_3.$$

1re Condition de réglage : *Dans le pont de Wheastone réglé pour courant alternatif, les produits des impédances des côtés opposés sont égaux.*

Corollaire. — Si les impédances de deux côtés adjacents sont égales, il en est de même des impédances des deux autres.

En éliminant les réactances des équations (1) et (2), il vient :

$$R_1\,R_4\,(1 - \operatorname{tg}\varphi_1\operatorname{tg}\varphi_4) = R_2\,R_3\,(1 - \operatorname{tg}\varphi_2\operatorname{tg}\varphi_3)$$

et

$$R_1\,R_4\,(\operatorname{tg}\varphi_1 + \operatorname{tg}\varphi_4) = R_2\,R_3\,(\operatorname{tg}\varphi_2 + \operatorname{tg}\varphi_3)$$

d'où

$$\frac{\operatorname{tg}\varphi_1 + \operatorname{tg}\varphi_4}{1 - \operatorname{tg}\varphi_2\operatorname{tg}\varphi_4} = \frac{\operatorname{tg}\varphi_2 + \operatorname{tg}\varphi_3}{1 - \operatorname{tg}\varphi_2\operatorname{tg}\varphi_3}$$

ou

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3.$$

Deuxième condition de réglage : *dans le pont de Wheastone réglé pour courant alternatif, les sommes des angles de déphasage des côtés opposés sont égales.*

On en déduit les conséquences suivantes : 1° si les déphasages des courants de deux côtés adjacents sont égaux, il en sera de même pour les deux autres ;

2° si trois des conducteurs sont dépourvus de réactance, il en sera de même du quatrième ;

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

3° dans le cas spécial où les circuits se réduiraient à de simples capacités, on aurait :

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 0, \qquad \mathfrak{L}_1 = \mathfrak{L}_2 = \mathfrak{L}_3 = \mathfrak{L}_4 = 0$$

$$\sigma_1 = -1/\omega C_1, \quad \sigma_2 = -1/\omega C_2, \quad \sigma_3 = -1/\omega C_3, \quad \sigma_4 = -1/\omega C_4$$

Les valeurs de tg φ_1,... donnent $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = -\pi/2$

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3 = -\pi$$

enfin la première condition se réduit à

$$\sigma_1 \sigma_4 = \sigma_2 \sigma_3 \qquad \text{d'où } C_1 C_4 = C_2 C_3$$

Les produits des capacités des circuits opposés aux égaux.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

TABLE DES MATIÈRES.

Préface . . . . . p. I

CHAPITRE I. — GÉNÉRALITÉS, UNITÉS FONDAMENTALES ET DIMENSIONS . . . . . p. 1

Matière et énergie. Transformation de l'énergie. Mesure de l'énergie. Évaluation des grandeurs. Mesures directes et indirectes. Grandeurs fondamentales. Système C. G. S. *Relation entre la valeur numérique et la grandeur de l'unité employée. Unités dérivées. Équations de dimensions. Changement d'unités dérivées. Multiples et sous-multiples. Principales quantités et unités dérivées géométriques et mécaniques.* Surface. Volume. Angle. Vitesse. Vitesse angulaire. Accélération. Force. Énergie mécanique. Énergie thermique. Énergie chimique. Énergie électrique. Puissance. *Utilité des équations de dimensions.* Applications.

CHAPITRE II. — ÉLECTRICITÉ STATIQUE.

§ 1. — **Phénomènes généraux** . . . . p. 12

Électrisation par frottement. Corps isolants, conducteurs, semi-conducteurs. Transmission de l'électricité par contact. Attractions et répulsions électriques. Deux espèces d'électricité. Leur recognition. Électroscope à feuilles d'or. Production simultanée des deux électricités. Électrisation par influence. Corps inducteur et induit. Électrophore. L'électricité se porte à la surface des conducteurs. Étincelle électrique. Pouvoir des pointes. Quantités ou masses électriques. Loi de Coulomb. Densité électrique.

CHAMP ET POTENTIEL ÉLECTRIQUES . . . . p. 21

Champ électrique. Potentiel électrique. Potentiel unité. Intensité du champ en fonction du potentiel. Différence du potentiel. Analogie avec les surfaces de niveau. Potentiel zéro. Surfaces équipotentielles. Conducteur en équilibre. Energie potentielle de masses électriques. Lignes de force. Représentation d'un champ électrique. Champ uniforme. Tube de force. Théorème de Gauss. Constance du flux dans un tube de force. Tube élémentaire. Tube unité. Éléments correspondants. Théorème de Coulomb. Pression électrostatique. Action mécanique due à la pression électrostatique. Ecran électrique. L'électroscope donne des indications proportionnelles au potentiel. Appl. : I. *Champ et potentiel électriques dus à une couche*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sphérique homogène : 1° A l'intérieur de la couche l'intensité est nulle ; 2° L'action d'une couche sphérique homogène sur un point extérieur est la même que si toute la masse était concentrée au centre de la sphère. II. *Action d'une sphère homogène :* 1° sur un point extérieur ; 2° sur un point intérieur. III. *Action exercée par un disque uniformément chargé d'un côté en un point d'un axe.* IV. *Potentiel dû à une couche plane indéfinie uniforme.* V. *Potentiel dû à une couche uniforme cylindrique de section circulaire.*

§ 2. — Condensation de l'électricité . . . p. 39

Capacité. Capacité d'une sphère. Sphère équivalente. Condensateur. Force condensante. Condensateur sphérique. Condensateur à armatures parallèles. Condensateur cylindrique. Condensateur formé par deux cylindres parallèles indéfinis. Condensateur constitué par un cylindre et un plan parallèle situé à une distance h de l'axe du cylindre. Formes pratiques des condensateurs : bouteille de Leyde, condensateur d'Aepinus, à feuille d'étain, Mosciki. *Énergie d'un condensateur chargé. Couplage des condensateurs :* dérivation, série. *Énergie maximum que l'on peut emmagasiner dans une batterie. Pouvoir inducteur spécifique. Valeur du coefficient de la loi de Coulomb. Flux d'induction. Charge résiduelle. Absorption électrique. Constante diélectrique. Dilatation électrique. Polarisation et rôle du diélectrique.*

§ 3. — Décharge d'un condensateur . . . p. 54

1° *Décharge lente ou convective.* 2° *Décharge conductive.* Résistance électrique. Fusion et volatilisation des métaux. 3° *Décharge disruptive.* A. A travers les corps mauvais conducteurs solides. B. A la surface de corps mauvais conducteurs. C. A travers l'air. *Étincelle électrique.* 1° Étincelle proprement dite. Rigidité électrostatique ou distance explosive. Influence de la pression. 2° L'aigrette ou effluve. 3° Les lueurs. 4° Les rayons cathodiques. Rayons anodiques. *Rayons Roentgen. Substances radioactives.*

§ 4. — Appareils de mesure . . . . . p. 64

Électroscope à feuille d'or. Électroscope condensateur. Électromètre à quadrants. Électromètre absolu. Lecture des déviations. Méthode directe. Méthode indirecte. 1° Subjective. 2° Objective.

§ 5 — Machines électrostatiques . . . . p. 70

Principes généraux. Machines à frottement. Machine de Ramsden. *Machines à influence.* Replenisher. Machine de Holtz. Machine de Wimshurst. *Réversibilité des machines statiques. Conditions de fonctionnement.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE III.

§ 1. — **Des forces électromotrices de contact** . p. 77

Effet Volta. Force électromotrice dans un circuit fermé à même température. Loi des contacts successifs. Chaînes à liquides. Couple ou élément Volta.

§ 2. — **Lois du courant électrique** . . . p. 80

Force électromotrice. Intensité. Loi d'Ohm. Représentation graphique. Période variable. Charge d'un condensateur. Décharge d'un condensateur sur une résistance. Décharge d'un condensateur isolé. *Cas d'un circuit quelconque. Force électromotrice appliquée. Représentation graphique. Puissance d'un courant. Effet Joule. Court-circuit. Effet Peltier. Effet Kelvin. Chaleur spécifique d'électricité. Modification de la résistance avec la température.* Corps conducteurs. Calcul de la résistance d'un fil conducteur. Corps peu et non-conducteurs. *Lois de Kirchhoff. Lois des courants dérivés. Résistance équivalente. Conducteurs dérivés d'égales résistances. Cas de deux conducteurs. Shunt. Application des lois de Kirchhoff.*

CHAPITRE IV. — DIVERS MODES DE GROUPEMENT DES GÉNÉRATEURS D'ÉLECTRICITÉ . . . p. 99

Groupement en série. En dérivation. Mixte. Courant maximum. *Montage en échelle d'Amsterdam. Puissance et rendement.*

CHAPITRE V. — EFFETS CHIMIQUES DU COURANT. p. 104

Phénomène de l'électrolyse. Réactions secondaires. Théorie d'Arrhénius. Loi de Faraday. Électron. Définition pratique du coulomb et de l'ampère. Concentration normale. Conductibilité moléculaire. Loi d'Oswald. Vitesse des ions. Sels normaux et anormaux. Loi de Kolrausch. Valeur absolue de la vitesse. Chaleur d'ionisation. Polarisation des électrodes. Courant secondaire. Courants de polarisation et de diffusion. Limite de la polarisation. Cas où la polarisation est nulle. Calcul de la force électromotrice de polarisation d'un électrolyte. Appl. *Tension de dissolution électrolytique. Formule de Nernst. Limites de l'électrolyse. Vues modernes sur l'électrolyse. Les électrons.*

CHAPITRE VI. — MAGNÉTISME

§ 1. — **Généralités** . . . . . p. 122

Aimants naturels. Aimants artificiels. L'effet magnétique est concentré aux extrémités. Action réciproque des aimants. Pôles. Intensité magnétique. Loi des actions magnétiques. Champ magnétique. Intensité du champ. Unité

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de champ ou gauss. Direction du champ. Moment magnétique. Potentiel magnétique. Valeur du champ en fonction du potentiel. Surface équipotentielle magnétique. Flux de force magnétique. *Action d'un champ uniforme sur un aimant. Champ magnétique terrestre. Aimantation par influence. Magnétisme rémanent. Aimants brisés. Hypothèse de Weber. Corps magnétiques et diamagnétiques.*

§ 2. — **Étude théorique des aimants** . . . p. 130

Aimant élémentaire. Potentiel dû à un aimant élémentaire. Filet magnétique ou solénoïdal. Feuillet magnétique. Potentiel dû à un feuillet. Énergie d'un feuillet dans un champ. Énergie relative de deux feuillets. Cas de *n* feuillets. *Aimant uniforme.* I. Cylindrique. Intensité du champ en un point de son axe. II. Sphérique. *Induction magnétique. Force magnétique dans une cavité. Caractéristiques d'un aimant. Détermination du moment magnétique d'un aimant. Magnétomètre.*

§ 3. **Aimantation par influence** . . . . p. 140

Force magnétisante. Coefficient d'aimantation ou de susceptibilité magnétique. Force démagnétisante. Cas d'une sphère Cas où l'intensité d'aimantation est constante. Tore. Cylindre. *Force portante d'un aimant.* Aimant isolé. Aimant dans un champ. *Perméabilité magnétique. Relation entre la susceptibilité et la perméabilité. Utilité des deux notions de susceptibilité et de perméabilité. Écrans magnétiques. Courbes d'aimantation. Magnétisme rémanent. Force coercitive. Formule de Frölich. Cycle d'aimantation. Hystérèse. Variation de la susceptibilité. Retour à l'état neutre. Perte due à l'hystérèse. Formule de Steinmetz. Renseignements numériques.* Fer doux. Acier. Fonte. Cobalt. Nickel. *Corps peu magnétiques et diamagnétiques.* Oxygène. Bismuth. *Effet de la durée de l'aimantation. Effet de la température.*

§ 4. — **Aimants permanents.** . . . . . p. 152

Généralités. Choix du métal. Conditions auxquelles il doit satisfaire. Résultats obtenus. Variation du moment magnétique avec la température. Procédés anciens d'aimantation. Double touche. Double touche séparée. Double touche unie. *Procédés actuels.* Emploi du courant. *Aimantation sous l'action de la terre. Conservation des aimants. Armature.*

CHAPITRE VII. — ÉLECTROMAGNÉTISME . . p. 156

Expérience d'Oersted. Règle d'Ampère. Règle de Maxwell. *Aiguille astatique d'Ampère. Forme du champ magnétique dû à un courant rectiligne. Expression de la force magnétique due à un courant rectiligne.* Loi de Biot et Savart. Courant anguleux. Loi de Biot. *Galvanomètre. Courant*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

élémentaire. Loi de Laplace. Système électromagnétique C. G. S. *Action d'un champ magnétique sur un élément de courant.* Règle des trois doigts de Fleming. *Travail développé par le déplacement d'un élément de courant sous l'action d'un pôle. Par le déplacement d'un courant.* Règle de Faraday. *Forme du champ magnétique développé par un courant fermé. Courant mobile d'Ampère. Courants de sens contraires et sinueux. Travail développé par le déplacement d'un courant fermé sous l'action d'un pôle. Potentiel magnétique dû à un courant. Équivalence d'un courant et d'un feuillet magnétique. Théorème d'Ampère. Unité électromagnétique d'intensité. Expression du champ magnétique dû à un courant fermé. Hypothèse d'Ampère. Énergie relative d'un courant dans un champ magnétique. Règle de Maxwell. Cadre astatique. Action mécanique des courants sur les courants. Lois d'Ampère. Énergie relative de deux courants. Intensité du champ magnétique dû à un courant rectiligne indéfini. Action magnétique d'un conducteur cylindrique rectiligne indéfini traversé par un courant en un point extérieur.* A l'intérieur d'un conducteur cylindrique rectiligne creux, indéfini, traversé par un courant uniformément réparti, le champ magnétique est nul. *Valeur du champ cylindrique en un point de l'axe d'un courant circulaire. Solénoïde électromagnétique. Bobine cylindrique. Force magnétisante. Direction du champ dans la bobine. Induction dans un long électro-aimant. Aimant annulaire. Circuits magnétiques parfaits et imparfaits. Force magnétomotrice. Réluctance. Application des lois de Kirchhoff au circuit magnétique. Réluctances en tension. Réluctances en dérivation. Coefficient d'Hopkinson. Force magnétomotrice nécessitée par un circuit hétérogène.* Gilberts et Ampères-tours. *Influence d'un entrefer sur la réluctance d'un circuit. A densité constante de courant et à égalité de volume occupé par l'enroulement la force magnétomotrice est constante. Ampères-tours par centimètre. Force portante d'un électro-aimant. Section à donner au noyau. Fil à utiliser.* Faible, moyenne et haute tension. *Calcul d'un électro-aimant.* Appl. *Embrayage électromagnétique.* Appl. *Divers types d'électro-aimants.* Droit. En fer à cheval. Polarisé. Cuirassé. A déplacement latéral. A noyau mobile. Cuirassé à noyau mobile. Ruhmkorff. Interrupteur automatique. *Obtention des aimants en acier.* Aimant droit. En fer à cheval. *Aimantation transversale.*

CHAPITRE VIII. — EFFETS DIVERS DUS AU CHAMP MAGNÉTIQUE.

a) **Action sur la lumière** . . . . . p. 194

Rotation magnétique du plan de polarisation. Loi de Verdet. Galvanomètre optique. Phénomène de Keer ; de Zeeman.

b) **Action sur le courant** . . . . . p. 197

Phénomène de Hall.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

c) **Déplacements électromagnétiques** . . . p. 198

Action du courant sur l'aiguille aimantée. Rotation du courant par un aimant. Roue de Bartow, disque de Faraday. Rotation de liquides et de gaz. Rotation d'un aimant par un courant. Rotation d'un courant par un courant. Action de deux courants parallèles. Courants fermés. Explication des actions magnétiques et électromagnétiques par la notion des lignes de force.

CHAPITRE IX. — INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE.

§ 1. — **Généralités** . . . . . p. 206

Phénomène d'induction. Loi générale de l'induction. Siège de la force électromotrice d'induction. Règle de Faraday. Loi de Lenz. Application. *Règle de Maxwell ou du tire-bouchon. Règle de Fleming ou des trois doigts. Règle de Cruciani. Disque de Faraday.* Appl. *Induction unipolaire. Quantité d'électricité induite. Mesure de l'intensité d'un champ.* Inclinomètre de Weber. Courbe du magnétisme d'un aimant. *Mesure du flux d'induction. Selfinduction. Valeur du coefficient de selfinduction. Effet de la selfinduction. Extra-courant de fermeture et de rupture. Équation du courant à la fermeture.* Appl. *Équation du courant à l'ouverture. Elévations de potentiel dues à l'extra-courant de rupture. Énergie intrinsèque d'un courant.* Ex. *Effet de la selfinduction dans le cas des courants dérivés. Effet dans un circuit dérivé d'une capacité shuntée par une résistance et une selfinduction mises en série. Enroulements sans induction. Influence de la continuité du circuit magnétique sur la valeur du coefficient de selfinduction.*

§ 2 — **Induction mutuelle** . . . . . p. 227

Relation entre le coefficient d'induction mutuelle et celui de selfinduction. Induction dans les masses métalliques. Courants de Foucault. Moyens de réduire les courants de Foucault. Écran électromagnétique.

§ 3. — **Valeur du coefficient de selfinduction dans le cas d'un circuit constitué de deux longs fils parallèles.** p. 232

CHAPITRE X — APPAREILS DE MESURE.

APPAREILS ÉLECTROMAGNÉTIQUES : GALVANOMÈTRES . p. 236

Galvanomètre des tangentes. Boussole des tangentes. *Galvanomètres usuels. Shunts. Shunt universel. Résistances compensatrices. Dispositif Stine. Moyens employés pour augmenter la sensibilité des galvanomètres à aimant mobile.* 1° Forme de la bobine. 2° Aimant compensateur. 3° Aiguilles astatiques. *Amortissement. Galvanomètre différentiel. Kelvin. Deprez-d'Arsonval.* — ÉLECTRODYNAMOMÈTRES. *Siemens. Kelvin.* — APPAREILS THERMIQUES. *Hartmann et Braun.* MESURE D'UNE DÉCHARGE INSTAN-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

TANÉE. *Résistance critique. Galvanomètre balistique.* Constante balistique. *Relation entre les constantes permanente et balistique. Valeur de la résistance critique.* Moyens de rendre les galvanomètres balistiques. — VOLTMÈTRES. *Voltmètre électrostatique. Emploi du galvanomètre Deprez-d'Arsonval comme électromètre. Electromètre capillaire Lippmann. Galvanomètre-voltmètre.*

MESURE DE LA PUISSANCE. *Par l'ampèremètre et le voltmètre. Wattmètre.* — APPAREILS ENREGISTREURS ET INDUSTRIELS. *Enregistreurs. Industriels.* Weston. Chauvin et Arnoux. Richard.

CHAPITRE XI. — LES UNITÉS . . . . p. 264

Deux systèmes d'unités. Système électrostatique. Quantité. Densité superficielle. Champ. Flux de force. Intensité. Résistance. Différence de potentiel ou force électromotrice. Capacité. *Système électromagnétique.* Quantité de magnétisme. Densité, intensité, champ, flux, moment, potentiel magnétiques. Coefficient d'aimantation ou de susceptibilité. Induction magnétique. Intensité de courant. Quantité d'électricité. Résistance. Force électromotrice. Capacité. Coefficient de selfinduction. *Rapport des deux systèmes. Unités pratiques.* Ohm. Ampère. Coulomb. Volt. Farad. Joule. Watt. Henry. *Valeur des unités fondamentales du système pratique.* Correspondance des unités pratiques et C. G. S. — ÉTALONS DES UNITÉS PRATIQUES. *Étalon de résistance.* Prototype. Étalons secondaires de très faibles résistances. *Résistances pour courants faibles.* Boîte ordinaire, en décades, circulaire. *Résistances par courants intenses. Étalons de force électromotrice, de capacité, de selfinduction.*

CHAPITRE XII. — COURANT ALTERNATIF

§ 1. — **Généralités** . . . . . p. 279

Période. Vitesse angulaire ou pulsation de la force électromotrice. Fréquence. Appl. *Intensité.* Courant redressé, ondulé, pulsatif. *Renversement d'un courant alternatif. Force électromotrice de résistance. Intensité et force électromotrice efficaces.* Utilité de la notion de l'intensité efficace. Les appareils de mesure donnent les valeurs efficaces. *Intensité et force électromotrice moyennes. Effet de la selfinduction et de la capacité. Résistance apparente et impédance. Réactance.* Appl. *Chute de tension : Détermination graphique de la force électromotrice appliquée. Cas particuliers.* Résonance. Réactance de selfinduction. Capacitance. Appl. *Déphasage des diverses forces électromotrices. Élévations de potentiel dues à la résonance.* Appl. *Décomposition fictive des courants : courant actif ou en phase et courant réactif, en quadrature ou magnétisant. Valeur de la résistance et de la réactance en fonction de la force électromotrice appliquée de l'intensité et du déphasage. Effet de la selfinduction dans un circuit par-*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

couru par des courants redressés. Puissance du courant alternatif. Variation de la puissance pendant la période. *Facteur de puissance.* Valeur de la puissance apparente en fonction des puissances réelle et magnétisante.

§ 2. — Électro-aimant pour courant alternatif. Perte par hystérèse et courants de Foucault. Distribution du courant dans la section du conducteur. Bobine d'induction . . . . . p. 306

Puissance perdue par hystérèse. Courants de Foucault dans les noyaux des électro-aimants. Nécessité de subdiviser ceux-ci. Puissance perdue par les courants de Foucault. 1° Cas d'un cylindre, 2° Cas d'un parallélépipède. *Distribution du courant alternatif dans la section du conducteur, effet Kelvin. Transformation des courants alternatifs. Bobine d'induction.*

CHAPITRE XIII. — EFFETS DIVERS DUS AUX COURANTS ALTERNATIFS . . . . . p. 306

Rotation sous l'action des courants induits. Répulsion entre un courant inducteur et induit. Décharge oscillante. Arc chantant. Effet d'une décharge instantanée. Expérience de Lodge. Application aux parafoudres. Expériences de Hertz. Relation de Maxwell. Télégraphie sans fil.

CHAPITRE XIV. — MESURES. DES ERREURS ET DE LEUR APPRÉCIATION . p. 327

Mesures directes. Erreurs constantes ou systématiques, variables ou fortuites, moyenne, relative moyenne. *Mesures indirectes.* Erreur absolue, relative. Cas d'une seule variable.

§ 1. — Détermination des unités. Mesures absolues p. 329

Détermination de l'ohm. Cadre tournant. Méthode de Weber. Méthode de Lippmann. Détermination de l'ampère; du nombre v : par la mesure d'une quantité, par la mesure d'une force électromotrice.

§ 2 — Mesures relatives.

INTENSITÉS ET QUANTITÉS. . . . . p. 332

Par les effets électromagnétiques ou calorifiques. Par les effets chimiques. Courants faibles, courants intenses.

MESURE DES RÉSISTANCES. . . . . p. 336

Pont de Wheastone. Corollaires de Bosscha. Théorie générale. Pont à fil divisé. *Mesure de la résistance d'un galvanomètre.* 1° Méthode de Kelvin. 2° De la déviation réduite. *Mesure de la résistance d'un voltmètre. Emploi du galvanomètre différentiel.* 1° La résistance à mesurer est plus grande que celle des enroulements ; 2° Les résistances à comparer sont

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

beaucoup plus faibles que celles des enroulements du galvanomètre ; 3° Les résistances à comparer sont très différentes ; 4° Emploi d'un galvanomètre non exactement différentiel. *Mesure des faibles résistances.* 1° La résistance de comparaison et la résistance à mesurer ne diffèrent pas notablement ; 2° La résistance à mesurer est beaucoup plus faible que celle de comparaison : A. Méthode de Rousseau ; B. Pont de Lord Kelvin. *Mesure des grandes résistances.* (*Résistance d'isolement*). 1° Méthode de comparaison ; 2° Emploi du voltmètre. *Mesure de la résistance intérieure d'une pile.* Méthode de la perte de charge. *Mesure des résistances liquides* : 1° Emploi d'électrodes impolarisables ; 2° Sondes électriques de M. Lippmann. 3° Emploi du courant alternatif. Pont de Kohlrausch. *Mesure d'une différence de potentiel ou d'une force électromotrice* ; 1° Emploi de l'électromètre à quadrants ; 2° Emploi du galvanomètre balistique ; Méthode de comparaison ; 3° Méthode Poggendorf ou de réduction à zéro.

MESURE DES DIFFÉRENCES DE PHASE . . . . . p. 358

Entre une force électromotrice et son courant : 1° Méthode du watimètre 2° Méthode graphique de M. Janet. *Différence de phase entre deux courants :* Méthode de Blakesley ou des trois électrodynamomètres; Appareils spéciaux.

MESURE DES CAPACITÉS . . . . . p. 359

1° Par comparaison ; 2° Par décharges répétées. *Mesure de la capacité des longs câbles sous-marins :* Méthode Devaux-Charbonnel.

MESURE DES COEFFICIENTS D'INDUCTION. . . . p. 362

Selfinduction : 1° Méthode de Joubert ; 2° Méthode de Vaschy et de la Touanne. *Induction mutuelle* : 1° Méthode de Vaschy ; 2° Dispositif de réduction à zéro.

MESURE DE L'INTENSITÉ DES CHAMPS MAGNÉTIQUES. . p. 365

Champ magnétique terrestre : 1° Par le magnétomètre ; Par l'inclinomètre de Weber. *Champ magnétique d'une dynamo* : 1° Par induction ; 2° Par la spirale de bismuth. *Mesure du coefficient* ν *d'une dynamo. Comparaison de deux coefficients d'induction mutuelle.*

MESURE DE LA PERMÉABILITÉ ET DE L'HYSTÉRÈSE. . p. 366

1° *Méthode basée sur la force portante* : 1° Perméamètre d'Hopkinson ; 2° *Méthode magnétométrique d'Ewing* ; 3° *Emploi du galvanomètre balistique* : *a*) Méthode d'Hopkinson ; *b*) Méthode d'Ewing.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE XV. — DIVERS MODES DE REPRÉSENTATION DES COURANTS ALTERNATIFS.

§ 1. — **Par les vecteurs.** . . . . . p. 371

§ 2. — **Par les imaginaires.** . . . . . p. 383

Appendice et erratum. . . . . . p. 403

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

APPENDICE

A intercaler p. 63.

Nature des rayons X.

D'après Barkla, les rayons X sont les ultimes rayons de la lumière du côté de l'ultra-violet, dans le spectre; leur vitesse est celle de la lumière aux erreurs expérimentales près; leur distribution dans le spectre est uniforme et leur absorption suit une loi définie pour toutes les substances.

Le professeur Bragg estime que la longueur d'onde de ces rayons est inférieure à 1/1 000 000 de celle de la lumière ultra-violette. Les plus courtes de celle-ci ont 0,1μ.

Les rayons X sont donc des pulsations de l'éther et non des rayons matériels comme on l'a cru à l'origine, ou de véritables explosions comme il a été supposé ensuite.

ERRATUM

p. 152, au lieu de § 3, lire § 4.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires