

Titre : La Résistance de l'air. Examen des formules et des expériences

Auteur : Eiffel, Gustave

Mots-clés : Aérodynamique ; Tourbillons (mécanique des fluides)

Description : 1 vol. (VII-258-[2] p.-[1] pl. dépl.) ; 22 cm

Adresse : Paris : H. Dunod et E. Pinat, 1910

Cote de l'exemplaire : CNAM-BIB 8 Ca 400

URL permanente : <http://cnum.cnam.fr/redir?8CA400>

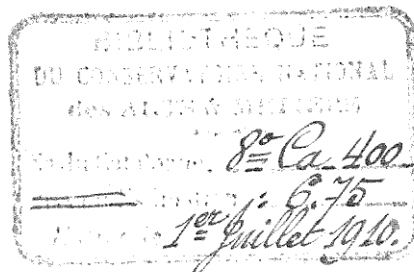
à M^r le Directeur du Conservatoire
des Arts et Métiers

Hommage de

G. Liffé

LA

RÉSISTANCE DE L'AIR



626

8^e Ca H 00

LA

RÉSISTANCE DE L'AIR

EXAMEN

DES FORMULES ET DES EXPÉRIENCES

PAR

G. EIFFEL

ANCIEN PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ DES INGÉNIEURS CIVILS DE FRANCE

PARIS

H. DUNOD ET E. PINAT, ÉDITEURS

47 ET 49, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS

1910

AVANT-PROPOS

Au cours des expériences sur la résistance de l'air que j'ai faites dans ces dernières années, à la tour Eiffel, avec mon appareil de chute et qui ont déjà fait l'objet d'une première publication¹, je me suis occupé de rechercher les travaux antérieurs français et étrangers relatifs à cette question.

J'ai réuni ainsi et fait traduire de nombreux documents sur ce sujet, épars dans divers comptes rendus ou revues périodiques. Leurs titres forment la majeure partie de l'index bibliographique que l'on trouvera à la fin de ce volume.

Il m'a paru intéressant de publier une très brève analyse, comme procédés et comme résultats, des principaux d'entre eux et de former ainsi un ensemble, qui, à ma connaissance, n'a pas encore été réalisé ou l'a été fort incomplètement.

La lecture de ces documents m'avait démontré que toutes les recherches antérieures conduisaient à des

1. *Recherches expérimentales sur la résistance de l'air exécutées à la Tour*, par G. Eiffel (Maretheux, Paris, 1907. Édition nouvelle : Librairie Aéronautique, Paris, 1910).

résultats très incertains et souvent même contradictoires. Ainsi, pour la valeur primordiale de la résistance spécifique de l'air, on hésite entre des chiffres variant du simple au double ; même hésitation pour savoir si ces résistances augmentent ou diminuent avec la surface. En outre, pour les plans obliques très allongés et ayant une forme légèrement courbe avec une très faible inclinaison sur l'horizontale, tels que ceux employés en aviation, on n'est en face que d'une expérimentation presque nulle ou tout au moins très insuffisante.

Il y a donc grand intérêt à préciser l'état actuel de la question avant que l'on aborde les expériences nouvelles, jugées par tous nécessaires, ayant pour but de chercher à éclaircir les points restés jusqu'ici obscurs.

En ce qui me concerne, mon appareil de chute, bien qu'il me donnât des résultats que j'ai tout lieu de croire exacts et qu'il éliminât, par l'étude du mouvement rectiligne d'une plaque dans l'air libre, beaucoup des causes d'erreurs introduites par l'emploi du manège, ne se prêtait pas à l'étude de toutes les questions douteuses.

C'est ce qui m'a décidé à faire des expériences nouvelles à l'aide d'autres procédés et à réaliser l'installation d'un laboratoire aérodynamique, où je me propose de faire des recherches méthodiques sur l'ensemble de ce vaste sujet qui, par suite des progrès que fait en ce moment la navigation aérienne, soit par les dirigeables, soit par les avions, attire l'attention générale.

Je les poursuis actuellement et, quand elles seront terminées, elles feront l'objet d'une publication nouvelle dans laquelle seront étudiés expérimentalement tous les

éléments du problème de la résistance de l'air, au moins comme résultats de laboratoire. Ces résultats sont destinés à fournir les premières données pour servir à l'étude des appareils eux-mêmes et à leurs essais directs dans des aérodromes spéciaux.

Mais, en attendant, j'espère que mon travail actuel pourra rendre service aux expérimentateurs en leur signalant les points faibles des expériences antérieures et en leur évitant de retomber dans des erreurs déjà commises.

J'ai eu dans ce travail de recherches, comme collaborateur, M. Ch. Goutereau, attaché au Bureau Central météorologique. Je tiens à lui adresser ici tous mes remerciements pour le précieux concours qu'il m'a apporté dans la préparation de cet ouvrage.

LA

RÉSISTANCE DE L'AIR

EXAMEN DES FORMULES ET DES EXPÉRIENCES

CHAPITRE PREMIER

GÉNÉRALITÉS

§ 1. — Pression d'un fluide en mouvement sur un corps solide au repos.

Quand un corps est maintenu au repos dans un liquide en mouvement, il est facile d'observer la marche des particules fluides en les rendant apparentes par des poussières légères. Quand il s'agit de gaz, le phénomène est plus difficile à observer; on peut employer dans ce but des fumées, quoique celles-ci se dissipent assez rapidement dès que la vitesse du courant devient un peu grande. Il est préférable — et c'est le procédé dont nous nous sommes personnellement servis — d'employer des filaments de soie fixés à l'extrémité d'une tige mince; la direction que prend le filament indique nettement la

direction des filets gazeux ainsi que la position des remous.

Nous reproduisons ici un schéma, fait à l'échelle, des filets que nous avons observés par ce procédé avec une plaque carrée de 50 *cm*, normale à un courant d'air de 10 à 15 *m/s* (fig. 1).

Les filets fluides s'écartent un peu en avant du plan, coulent parallèlement le long de celui-ci, glissent sur

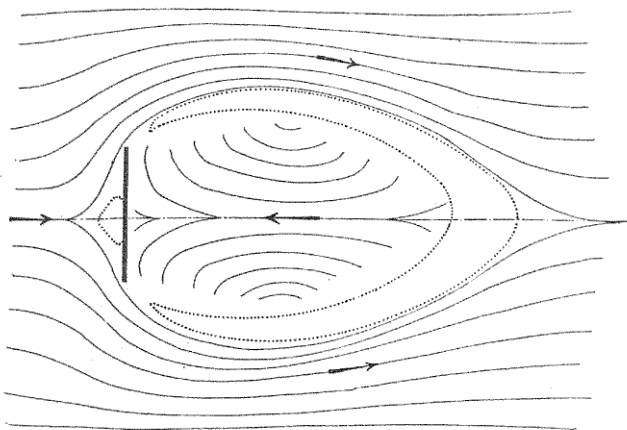


FIG. 1. — Mouvements de l'air autour d'une plaque, d'après les expériences faites par M. G. Eiffel.

les bords et reprennent à une assez grande distance à l'arrière le parallélisme qu'ils avaient en avant. Les mouvements sont d'ailleurs très complexes et l'on voit notamment, à l'arrière de la plaque, un certain nombre de particules revenir vers celle-ci. Ce mouvement de retour de l'air est rendu très apparent par l'expérience suivante. Sur un fil fixé au centre et à l'arrière de la plaque, et tendu dans la direction du mouvement, on place un postillon en papier. Quand la plaque est soumise au courant

d'air, on voit, à partir de l'extrémité du cône de dépression, le postillon glisser le long du fil et se rapprocher vivement de la plaque contre laquelle il vient se coller.

En dehors de telles régions où les mouvements sont assez réguliers, on en trouve d'autres où naissent des mouvements tourbillonnaires très complexes et qui paraissent défier toute analyse rigoureuse. Ce sont des mouvements *turbulents*, pour employer un terme d'hydraulique qui caractérise bien l'instabilité de leurs directions. Ils occupent les zones marquées en pointillé dans notre figure.

Ainsi, la présence du corps solide au repos dans le fluide en mouvement fait naître dans celui-ci des mouvements accessoires dont la force vive est empruntée à la force vive du fluide. C'est cette perte de force vive qui représente la résistance au mouvement. Si le corps n'était pas fixe, mais abandonné à lui-même, il serait entraîné par le fluide; celui-ci exerce donc une certaine pression sur l'obstacle qui gêne son écoulement.

§ 2. — Résistance présentée au mouvement d'un corps solide par un fluide en repos.

Inversement, supposons que dans un fluide au repos, un corps solide se déplace d'un mouvement uniforme. Les molécules fluides placées à l'avant du corps seront refoulées par lui; elles s'écarteront pour glisser le long de ses bords et reviendront au repos après s'être réunies à l'arrière. Ici encore une partie de la force vive du corps est employée à donner aux molécules fluides leur mouvement momentané; c'est cette partie qui constitue la résistance du fluide au mouvement du corps.

Les deux résistances que nous venons de trouver doivent être les mêmes s'il s'agit dans chaque cas du même corps, du même fluide, et que le mouvement *relatif*, de l'un par rapport à l'autre, reste le même. Il n'y a, en effet, aucune raison pour que les principes de la mécanique concernant le mouvement relatif, ne restent pas applicables au cas qui nous occupe. Nous admettrons donc, bien que cela ait été contredit par certaines expériences très discutables, l'entière équivalence des deux résistances ¹.

Naturellement les explications que nous venons de donner sont tout à fait élémentaires et n'ont pas la prétention d'expliquer la complexité du phénomène. En outre de la force vive dépensée en mouvements turbulents, d'autres causes interviennent qui contribuent à former l'ensemble de ce qui constitue la résistance de l'air. Ce sont, par exemple, le frottement interne ou viscosité et le frottement de glissement sur la surface du corps solide.

En fait, si l'intervention de ces facteurs paraît certaine, on ne sait pas exactement dans quelle mesure elle se produit. Bien plus, même pour un cas très simple comme celui d'un disque circulaire placé dans un fluide indéfini animé d'un mouvement uniforme, on ne peut se former encore, d'après les équations de l'hydrodynamique, aucune idée de la trajectoire des molécules fluides au voisinage du corps. Aussi ne faut-il pas s'étonner si toutes les tentatives faites pour trouver la solution théo-

¹ Dubuat et même Duchemin, par exemple, ont trouvé par des expériences sur l'eau que la résistance n'était pas la même, suivant que le corps ou l'eau était mis en mouvement. Cette conclusion, qui constitue le *paradoxe de Dubuat*, est actuellement rejetée par la plupart des expérimentateurs.

rique du problème (l'un des plus décevants de la mécanique, a dit M. Boussinesq) ont dû s'appuyer sur des hypothèses qui simplifiaient le calcul, mais ne correspondaient plus aux phénomènes réels et, en fait, ont plus ou moins échoué.

On ne peut donc attacher une grande importance aux calculs, simples ou complexes, que l'on peut établir en pareille matière et qui n'ont de valeur que s'ils sont confirmés d'une manière positive par une expérimentation sûre. Nous laisserons donc de côté dans tout ce qui suit les théories plus ou moins hypothétiques qui ont été émises pour nous borner à exposer les faits d'expérience. Au surplus, les explications que nous avons données sont suffisantes pour donner non seulement une image assez exacte du phénomène, mais encore une idée approchée du sens de ses variations.

§ 3. — Formule de la résistance de l'air.

La résistance présentée par un fluide au mouvement d'un corps augmente évidemment, toutes choses égales d'ailleurs, avec la masse unitaire du fluide, air ou eau ; elle augmente aussi avec la surface du corps, pour des corps de même forme, et avec sa vitesse.

Sans chercher une démonstration très discutable, sinon impossible, nous admettrons que l'*expérience* a permis de reconnaître, pour la pratique ordinaire et avec des vitesses allant de 0 à 50 *m*, que la résistance est proportionnelle à la masse spécifique du fluide, à la surface de la section du corps normale au mouvement, au carré de la vitesse et enfin à un coefficient dépendant surtout de la forme du corps.

Cela revient à représenter d'une manière générale la résistance de l'air par la formule :

$$(1) \quad R = z \frac{\delta}{g} S V^2,$$

dans laquelle :

δ = poids de l'unité de volume de l'air;

g = accélération de la pesanteur; par conséquent $\frac{\delta}{g}$ représente la masse de l'unité de volume;

S = surface de la section du corps normale à la direction du mouvement;

V = vitesse du corps ou du courant;

Enfin z représente un coefficient numérique qui est un nombre abstrait ne dépendant que de la forme du corps.

C'est autant la vérification de la formule (1) que la mesure du coefficient z qu'ont eues pour but toutes les expériences sur la résistance de l'air.

Il est utile de préciser ce que représente en réalité le coefficient z . Le courant d'air normal à la plaque produit sur la face antérieure une augmentation de pression. En supposant que cette augmentation soit répartie uniformément sur toute la surface de la plaque et en désignant par p la force élastique de l'air et par Δp_1 l'excès de pression dû à la puissance vive du courant au contact de la plaque, la pression normale sur la face antérieure sera :

$$p_1 = p + \Delta p_1 = p + z_1 \frac{\delta}{g} S V^2.$$

Sur la face postérieure de la plaque, il se produit une diminution de pression, désignée sous le nom de succion, qui s'exprime d'une façon analogue :

$$p_2 = p - \Delta p_2 = p - z_2 \frac{\delta}{g} S V^2.$$

La force motrice agissant sur la plaque et tendant à produire le déplacement est donc :

$$p_1 - p_2 = \Delta p_1 + \Delta p_2 = (z_1 + z_2) \frac{\delta}{g} SV^2 = z \frac{\delta}{g} SV^2.$$

Le coefficient z est donc la somme des coefficients z_1 et z_2 , relatifs à chacune des faces, lesquels dépendent essentiellement de la forme et de la grandeur du corps exposé au vent. Il faudra toujours avoir en vue cette notion pour l'explication de la valeur de z trouvée par l'expérience.

§ 4. — Résistance spécifique; choix des unités.

Le coefficient z , étant un nombre abstrait, est indépendant des conditions atmosphériques de température et de pression; il l'est même du choix des unités; il ne varie pas pour un même corps, que l'on prenne par exemple le système d'unités françaises ou celui des unités anglaises¹.

Il y aurait donc de grands avantages à toujours donner la valeur du coefficient z pour résumer le résultat d'expériences sur la résistance des fluides.

On préfère cependant, généralement, employer un autre coefficient dont la signification physique est plus immédiate.

Dans la relation (1) remplaçons $z \frac{\delta}{g}$ par K ; nous aurons :

$$(2) \quad R = KSV^2.$$

C'est la formule le plus habituellement adoptée, celle

1. On peut en outre faire remarquer que l'expérience a donné à peu près les mêmes valeurs de z pour les gaz et pour les liquides. La formule (1) s'applique aussi bien à l'air qu'à l'eau, le coefficient z ne changeant pas.

que l'on trouve dans tous les aide-mémoires d'ingénieurs; elle permet, le coefficient K étant connu par l'expérience pour certaines conditions de température et de pression, de calculer immédiatement la résistance de l'air pour les mêmes conditions.

De la formule (2) on déduit la définition suivante du coefficient K : *C'est la résistance qu'éprouve, par unité de surface, un corps solide animé par rapport au fluide d'un mouvement relatif dont la vitesse est aussi égale à l'unité.*

On peut donc appeler K , la *résistance spécifique* du fluide. Cependant il ne faudrait pas prendre trop exactement à la lettre cette appellation, car, ainsi que nous le verrons plus loin, ce coefficient n'est pas réellement spécifique pour un fluide et un corps déterminés, puisqu'il varie avec la forme et la grandeur de la surface du corps. Il faut voir surtout, dans ce terme de résistance spécifique, un moyen commode d'abréger le langage.

Dans tout ce qui suivra, nous prendrons comme unités de mesure le *mètre* pour les longueurs, le *kilogramme* pour les forces et la *seconde* pour le temps. La résistance spécifique sera alors *la résistance en kilogrammes qu'éprouve, par mètre carré de surface, un corps solide se déplaçant avec une vitesse de un mètre par seconde dans l'air ayant la densité normale.*

Il faut d'ailleurs bien remarquer que les résistances spécifiques n'ont été le plus souvent déterminées expérimentalement que pour des corps de surface notablement inférieure à un mètre carré. Comme cette résistance spécifique peut varier avec la surface du corps, ce n'est que par extension, par une généralisation toute théorique, qu'il est possible de parler de résistance spécifique sur un mètre carré de surface.

§ 5. — Influence des variations de température et de pression sur la résistance spécifique.

Un point, sur lequel il convient de revenir, est relatif à la variation de la résistance spécifique avec la densité du fluide. Cette variation est faible et peut être négligée pour les liquides; mais, pour les gaz, les variations de température et de pression ont une influence notable sur le poids spécifique, et il est utile de calculer les changements qui en résultent dans la valeur de la résistance spécifique.

Soit 1,293 *kg* le poids d'un mètre cube d'air pour 0° et 760 *mm* de pression, et soient, dans les conditions particulières examinées, *H* la pression atmosphérique en millimètres de mercure, *T* la température en degrés centigrades. Nous aurons, pour le poids du mètre cube d'air dans ces conditions :

$$\delta = 1,293 \times \frac{H}{760} \times \frac{273}{273 + T},$$

et par suite :

$$K = z \frac{\delta}{g} = \frac{z}{g} \times 1,293 \times \frac{H}{760} \times \frac{273}{273 + T};$$

d'où :

$$\log K = \log H - \log (273 + T) + C^te$$

et prenant les différentielles :

$$\frac{dK}{K} = \frac{dH}{H} - \frac{dT}{273 + T},$$

formule qu'on peut pratiquement admettre pour les accroissements finis.

Supposons que la température restant constante, la

pression augmente de 10 *mm* et prenons $H = 760$ *mm* ; la relation précédente donne :

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{10}{760} = 0,015.$$

Ainsi pour une augmentation de pression de 10 *mm* la valeur de K s'accroît de 15 millièmes.

A pression constante et pour une variation de température de 0° à 15°, on aurait :

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{-15}{273} = -0,055.$$

Un accroissement de température de 15° diminue donc la résistance spécifique de 5,5 %.

Une diminution de température de 15° accroît la résistance de 5,5 % ; si on prenait pour normale 0° au lieu de 15°, le coefficient 0,070 par exemple deviendrait 0,074.

L'influence de la température et celle de la pression sont, comme on le voit, assez importantes, surtout la première ; il est donc nécessaire dans toutes les expériences sur la résistance de l'air de noter la température et la pression atmosphérique. Pour des expériences faites pendant toute une année, par exemple, on trouverait pour un même corps, en hiver et en été, des résistances spécifiques différant de 1/10, si l'on suppose qu'entre les deux saisons il y a un écart thermique de 25° C.

On devrait donc prendre pour règle de donner toujours les résistances spécifiques pour les conditions normales de température et de pression, ce qu'on néglige trop souvent.

En prenant comme conditions normales 0° C. et 760 *mm*, le poids d'un mètre cube d'air est de 1,293 *kg*

et la résistance K étant liée au coefficient z par la formule :

$$K = z \frac{\delta}{g},$$

on a :

$$K = z \frac{1,293}{9,8098} = z \times 0,1318,$$

ou :

$$z = K \times 7,586.$$

Dans le but de nous mettre davantage dans les conditions de la pratique et avoir des corrections moindres à opérer, nous préférons, comme on paraît le faire généralement maintenant, prendre dans tout ce qui suit 15° C. et 760 mm comme valeurs de la température et de la pression auxquelles on rapporte les résistances spécifiques. A ces valeurs, correspond celle de $\delta = 1,225$ kg.

On peut alors poser :

$$K = z \times 0,125 = z \times \frac{1}{8} \quad (\text{pour } t = 15^{\circ}, H = 760 \text{ mm})$$

$$\text{ou } z = 8K.$$

La simplicité du facteur numérique permet de passer facilement d'un coefficient à l'autre.

Le tableau ci-contre qui donne les valeurs de $\frac{z}{K}$ permet de calculer le coefficient z , connaissant la valeur de K pour certaines conditions de température et de pression.

Enfin, on a couramment à résoudre le problème suivant : la résistance spécifique étant connue pour une température t et une pression H , déterminer la valeur de la résistance à 15° C. et à 760 mm. On y arrive facilement au moyen d'un abaque analogue à celui que nous avons donné dans notre ouvrage *Recherches expérimentales sur la résistance de l'air exécutées à la Tour Eiffel*.

$$\text{Valeurs de } \frac{z}{K} = \frac{g}{\phi} = 9,8088 \times \frac{1}{4,293} \times \frac{760}{H} \times \frac{273+T}{273}.$$

PRESSION barométrique	TEMPÉRATURES							
	-5°	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°
770	7,350	7,488	7,625	7,762	7,899	8,036	8,174	8,310
760	7,447	7,586	7,723	7,864	8,003	8,142	8,282	8,420
750	7,546	7,687	7,828	7,969	8,110	8,250	8,392	8,532
740	7,648	7,791	7,934	8,077	8,219	8,362	8,506	8,647
730	7,753	7,898	8,043	8,187	8,332	8,477	8,622	8,766
720	7,861	8,008	8,154	8,301	8,448	8,594	8,742	8,888
710	7,971	8,120	8,269	8,418	8,567	8,715	8,863	9,013
700	8,085	8,236	8,387	8,538	8,689	8,840	8,992	9,144

La valeur K_{th} , trouvée dans une expérience faite à la température t et à la pression H , est reliée au coefficient K , correspondant aux conditions normales 15° et 760 mm, par la relation :

$$K = K_{th} \frac{273+t}{273+15} \times \frac{760}{H}.$$

Pour déduire K de K_{th} , on peut d'abord multiplier K_{th} par $\frac{273+t}{H} \times \frac{760}{288}$. Portons (fig. 2) en abscisse cette valeur, c'est-à-dire $\frac{K}{K_{th}}$, et en ordonnée t , puis traçons les droites représentant $H = 650, 660, \dots, 780$. Un système de valeurs de t et H étant fourni, ce premier tracé donne le rapport $\frac{K}{K_{th}}$, c'est-à-dire le facteur par lequel il faut multiplier K_{th} pour avoir K .

Au lieu de faire cette multiplication, il est plus immédiat d'ajouter $(K - K_{th})$ à K_{th} : aussi avons-nous figuré,

à la partie inférieure, la correction $(K - K_{th})$ correspondant aux diverses valeurs de $\frac{K}{K_{th}}$ et K_{th} .

Il faudra donc, en définitive, pour déduire K de K_{th} ,

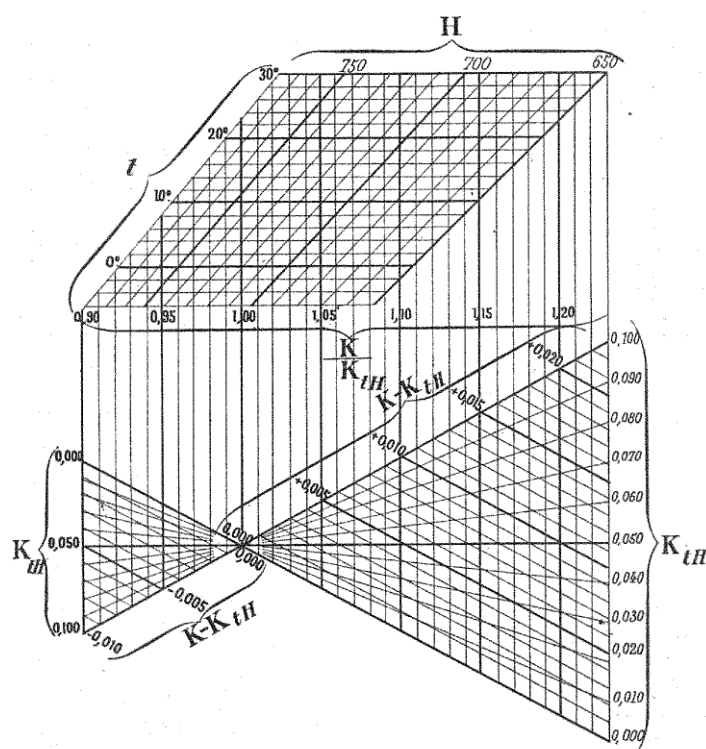


FIG. 2. — Diagramme de correction des coefficients K pour les ramener aux conditions normales 15° C. et 760 mm.

prendre sur l'abaque le point de rencontre de t et de H , suivre la verticale qui passe en ce point, jusqu'à l'intersection avec l'oblique représentant K_{th} , et ajouter à K_{th} la correction portée en ce dernier point.

Par exemple, si on a trouvé $K_{th} = 0,070$ pour $t = 0$ et

$H=655$, on trouve comme correction 0,007, ce qui donne $K=0,077$.

§ 6. — Transformation d'un système d'unités en un autre.

Il arrive fréquemment que le coefficient K étant exprimé dans un système particulier d'unités, il est nécessaire pour les comparaisons de l'exprimer dans un autre système; nous donnerons ici les formules de transformation pour le cas le plus ordinaire, celui où l'on doit passer des unités françaises (mètre, kilogramme, seconde) aux unités anglaises (livre par pied carré, vitesse en pieds par seconde ou en milles à l'heure) ou inversement. Les formules suivantes permettent d'effectuer tous les calculs qui peuvent se présenter.

$$1 \text{ livre anglaise} = 0,4536 \text{ kg.}$$

$$1 \text{ pied carré} = 0,0929 \text{ mq.}$$

$$1 \text{ pied par seconde} = 0,3048 \text{ m/s.}$$

$$1 \text{ mille à l'heure} = 0,4470 \text{ m/s.}$$

$$K (m, kg, s.) = 52,49 \times K' (\text{livres, pied, seconde}).$$

$$K' (\text{livres, pied, seconde}) = 0,01902 \times K (m, kg, s.).$$

$$K (m, kg, s.) = 24,45 K' (\text{livres par pied carré, milles à l'heure}).$$

$$K' (\text{livres par pied carré, milles à l'heure}) = 0,0408 K (m, kg, s.).$$

Exemple : Pour une valeur en mesures françaises de K égale à 0,07, ce même coefficient K' en mesures anglaises sera $0,07 \times 0,0408 = 0,0029$ quand la vitesse est évaluée en milles, ce qui est le cas le plus habituel.

Pour passer des vitesses en mètres par seconde aux vitesses en km. par heure, il faut multiplier K par

$$\left(\frac{1.000}{3.600}\right)^2 = 0,077.$$

Ainsi, pour $K=0,07$, la valeur correspondante K' est 0,0054.

CHAPITRE II

DÉTERMINATIONS EXPÉRIMENTALES DE LA RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE D'UN PLAN SE MOUVANT ORTHOGONALEMENT A SA TRAJECTOIRE

§ 1. — Généralités.

Depuis Galilée et Newton, auxquels remontent les premiers essais sur la résistance des fluides, un très grand nombre de travaux ont été faits sur ce sujet. Il est en effet d'un intérêt pratique considérable et devait provoquer les recherches des savants.

La résistance du fluide aérien intéresse l'ingénieur qui a besoin de connaître les pressions qu'auront à supporter les constructions qu'il élève; elle n'intéresse pas moins l'ingénieur de chemins de fer pour le calcul des résistances qui s'opposent à la marche rapide des locomotives, le météorologiste qui demande un instrument précis pour mesurer la force du vent. Enfin, les recherches en navigation aérienne de ces dernières années ont encore augmenté l'intérêt du problème en même temps qu'elles lui amenaient une nouvelle catégorie de chercheurs.

Il faut bien reconnaître toutefois que la multiplicité de ces recherches a eu pour résultat de jeter dans le sujet

une grande confusion. Cela tient évidemment à la difficulté du problème; mais cela tient aussi à ce que chacun l'ayant examiné à son point de vue particulier, les résultats obtenus sont difficilement comparables entre eux. Aussi, peut-on dire que la résistance spécifique, loin d'être connue avec la précision désirable, est encore représentée par des nombres variant du simple au double. Cela rend très souhaitable que des études méthodiques viennent apporter quelque clarté dans un sujet où tant de travaux se sont produits, mais devant le résultat desquels celui qui veut en tirer parti, pour une application, reste fort perplexe.

§ 2. — Classification des méthodes.

Les méthodes les plus diverses ont été employées et il n'est peut-être pas inutile, en raison même de cette diversité, d'essayer au début d'en faire une classification. Celle-ci se base naturellement sur la nature du mouvement imprimé au corps solide ou au fluide; les expériences peuvent ainsi se classer dans les catégories indiquées ci-après, à la suite desquelles nous donnons les noms de quelques-uns des savants qui ont employé ces diverses méthodes.

CORPS EN MOUVEMENT, FLUIDE AU REPOS. — *a*) Mouvement rectiligne (Cailletet et Colardeau, Ricour, Desdouits, Wellner, Le Dantec, Canovetti, Aspinall, G. Eiffel).

b) Mouvement circulaire et manège : (Hagen, Dines, Langley, Mannesmann, Reichel, von Lössl).

c) Mouvement pendulaire (Borda, Franck, Hergesell).

FLUIDE EN MOUVEMENT, CORPS AU REPOS. — *d*) courant produit par un ventilateur ou vent naturel (Hiram

Maxim, Stanton, Finzi et Soldati, Crocco, Institut aérodynamique de Koutschino, Rateau, G. Eiffel).

Il faut d'ailleurs remarquer que si l'on emploie le terme général de fluide, en fait, toutes les recherches expérimentales se sont rapportées naturellement à l'air ou à l'eau. Nous ne nous occuperons en détail que de celles qui ont été faites sur l'air, mais nous devons cependant attirer l'attention sur une conséquence très remarquable des expériences. Celles-ci ont montré que le phénomène n'était pas sensiblement différent pour l'air de ce qu'il était pour l'eau, de sorte que l'on peut valablement, si singulier que cela paraisse tout d'abord, étendre à l'un de ces fluides les résultats obtenus pour l'autre.

§ 3. — Historique. — Déterminations anciennes de la résistance spécifique.

Les premières expériences sur la résistance des fluides ont été faites par Galilée, puis par Newton, en laissant tomber des corps dans l'air.

Mariotte répéta les mêmes expériences et en fit d'autres en mesurant la pression du vent ou d'un courant d'eau sur des corps solides immobiles.

Il fit supporter par un bateau un moulinet plongeant dans l'eau. Le mouvement d'entraînement exercé sur la pale verticale par le choc de l'eau, dont la vitesse était mesurée par un flotteur, était contrebalancé par un poids convenable fixé sur le bras horizontal.

Mariotte trouva les résultats suivants, traduits en mesures actuelles :

$$S = 0,026 \text{ m}^2 \quad V = 1,06 \text{ m/s} \quad R = 1,83 \text{ kg.}$$

On en tire comme valeur du coefficient z :

$$z = \frac{g}{8} \times \frac{R}{S \cdot V^2} = \frac{9,81 \times 1,83}{1000 \times 0,026 \times 1,06^3} = 0,64.$$

Il est intéressant de remarquer que cette valeur de z se rapproche de celles que les expériences récentes ont données pour l'air. En effet, la valeur $K=0,08$ est bien le huitième de 0,64 (voir § 6).

Pendant tout le xviii^e siècle, la question fut constamment à l'étude. C'est, vers 1750, D'Alembert qui publie son *Traité de la résistance des fluides*, Bouguer qui trouve comme valeur de z , 0,62, par des expériences analogues à celles de Mariotte.

C'est ensuite Robins, puis Da Borda, en 1763, qui appliquent le mouvement de rotation autour d'un axe aux recherches de ce genre. De 1780 à 1790, le problème est étudié à la fois à Paris par Coulomb, à Hambourg par Woltmann, à Londres par Edgeworth et par Hutton. D'expériences faites avec un manège, ce dernier déduit comme valeurs de z 0,62 pour une plaque mince de 0,011 m² et 0,72, pour une plaque plus grande, de 0,021 m² de surface.

Au xix^e siècle, la liste des travaux sur la résistance de l'air devient si considérable qu'il faudrait un gros volume si on voulait les examiner tous en détail.

Nous n'étudierons ici que les plus récents, en nous bornant à ceux qui, soit par l'originalité de leur méthode, soit par le soin avec lequel ils ont été faits, soit par la créance, souvent injustifiée, qu'on leur a accordée, méritent un examen détaillé.

Il est néanmoins intéressant de résumer les résultats obtenus dans les anciennes expériences. C'est ce que nous avons fait dans le tableau suivant, où se trou-

vent réunies les diverses valeurs du coefficient z de la formule de la résistance de l'air qui ont été trouvées pour des plaques minces. Le tableau donne en outre des indications sur la méthode utilisée, sur le fluide (air ou eau) qui a servi aux expériences, enfin sur les surfaces soumises à la résistance.

Valeurs de la résistance spécifique.

EXPÉRIMENTATEURS	FLUIDE	MÉTHODE employée	NATURE de la surface	z	K $t=0^{\circ}\text{C.}$ $H=760\text{ mm}$
Mariotte (1690)	Eau.	Corps plongé dans une rivière.	Carré.	0,63	0,084
Bouguer (1746)	Id.	Corps déplacé dans l'eau.	Id.	0,62	0,082
Da Borda (1763). . . .	Air.	Manège.	Id.	0,69	0,092
Coulomb (1780-1790). .	Id.	Id.	Id.	0,55	0,072
Vinci (1782)	Id.	Id.	Cercle.	0,67	0,088
Rouse et Smeaton (1782).	Id.	Id.	?	0,72	0,095
Edgeworth (1783) . . .	Id.	Id.	Id.	0,82	0,108
Hutton (1786).	Id.	Id.	Carré.	0,62	0,082
Woltmann (1785-1790).	Eau.	Corps plongé dans un courant.		à 0,71 0,67	à 0,094 0,088

CHAPITRE III

LES MOUVEMENTS DE ROTATION APPLIQUÉS A L'ÉTUDE DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR

§ 1. — Remarques générales sur les mouvements circulaires.

La plupart des expériences sur la résistance de l'air ont été faites en donnant au corps soumis à l'expérience un mouvement de rotation. Celui-ci est, en effet, de beaucoup, le plus facile à réaliser expérimentalement, au moins si l'on veut obtenir une vitesse uniforme. Tandis que les mouvements rectilignes utilisables sont à peu près uniquement des mouvements variés, généralement dus à l'action de la pesanteur, un simple manège permet d'obtenir facilement un mouvement circulaire de vitesse sensiblement constante. Aussi ce procédé a-t-il été employé, depuis Robins, par un grand nombre d'expérimentateurs; c'est celui qu'ont utilisé Hagen, Langley, Dines, Mannesmann dont nous analysons plus loin les expériences.

L'emploi des mouvements de rotation soulève cependant de graves objections sur lesquelles il est utile d'insister avant d'entrer dans l'analyse détaillée de chacun des mémoires. Ces remarques générales s'appliquent évidemment à toutes les expériences avec

mouvement circulaire, et nous n'aurons pas à y revenir à propos de chacune d'elles.

a) DÉPLACEMENT DU CENTRE DE PRESSION SUR UNE PLAQUE ANIMÉE D'UN MOUVEMENT DE ROTATION. — Dans les mouvements circulaires, le centre de pression ne coïncide pas avec le centre géométrique de la plaque. La vitesse augmente, en effet, depuis le bord de la plaque le plus rapproché de l'axe de rotation jusqu'au bord qui en est le plus éloigné. Il en est évidemment de même des pressions qui varient comme le carré de la vitesse, de telle sorte que le centre de pression se trouve plus loin de l'axe que le centre géométrique. Mais, somme toute, l'erreur dans la valeur de K est assez faible dès que le rayon de manège est grand, par rapport à la plaque soumise à l'expérience; elle n'a quelque importance que pour les très petits rayons tels que ceux qui ont été utilisés dans quelques expériences; pour un rayon de 0,50 m, elle atteint environ 4 %.

b) ENTRAÎNEMENT DE L'AIR DANS LES EXPÉRIENCES AU MANÈGE. — La plaque revient périodiquement au même point et frappe à chaque tour les particules d'air contenues dans le tore qu'elle décrit. Pour peu que la vitesse angulaire soit grande, il doit arriver que la plaque ne rencontre pas des molécules d'air au repos, mais bien celles-ci animées encore, au moins partiellement, de la vitesse qui leur avait été imprimée dans les chocs précédents. En d'autres termes, la rotation de la plaque doit avoir pour effet de communiquer à l'air un mouvement tourbillonnaire de même sens. La vitesse avec laquelle la plaque frappe l'air n'est plus exactement celle qu'on déduit de la vitesse angulaire; c'est une

vitesse relative sur laquelle on est bien loin d'être fixé avec certitude.

Il ne semble pas que ce fait, qui a cependant attiré l'attention des savants qui ont fait des essais d'anémométrie, ait été apprécié à sa juste valeur dans les études sur la résistance de l'air. Pour certaines expériences, l'entraînement reste sans doute assez faible, par exemple, lorsque le rayon du manège est grand (expériences de Langley), ou encore lorsque la vitesse angulaire est petite (Hagen). Mais, pour d'autres, il est certainement important.

Dans ses expériences, Recknagel¹ admet que, pour un bras de manège de 2 *m*, la vitesse d'entraînement de l'air est égale aux 5 centièmes environ de la vitesse de la plaque.

Les études anémométriques de Dohrandt² avaient donné le même résultat pour le courant d'entraînement produit par un anémomètre Robinson entraîné à une vitesse de 4 à 8 *m* par seconde sur un bras de manège ayant 3 *m* environ de longueur. Pour déceler l'entraînement de l'air, Dohrandt faisait flotter de petits ballons convenablement lestés un peu au-dessus du plan de rotation du manège.

L'entraînement de l'air a été également mesuré dans les essais anémométriques de la Deutsche Seewarte. Un résultat important de ces mesures, c'est que l'entraînement est proportionnellement moindre aux grandes qu'aux faibles vitesses.

Quoi qu'il en soit, en admettant le coefficient donné par Dohrandt et Recknagel, on voit que pour une vitesse mesurée *V*, la vitesse effective est égale à 0,95 *V*.

1. *Wiedemanns Annalen*, 1880, X, p. 667.

2. *Repertorium für Meteorologie*, vol. IV, 1874; vol. VI, 1878.

Suivant que l'on prend la vitesse du manège ou la vitesse effective, on obtient les coefficients :

$$K = \frac{R}{SV^2} \text{ ou } K' = \frac{R}{SV^2 \times 0,95^2}.$$

Ainsi :

$$\frac{K}{K'} = 0,95^2 = 0,90.$$

Le coefficient de la résistance de l'air varie ainsi de 10 %, suivant que l'on tient compte ou non de l'entraînement de l'air.

Il n'est pas douteux que cette cause d'erreur ne devienne plus importante dans les expériences comme celles de Mannesmann où la plaque revient au même point en moins d'un dixième de seconde.

On doit cependant remarquer qu'il ne peut en résulter qu'une diminution de la valeur de K ; en effet, la résistance mesurée est considérée comme provenant d'une valeur trop forte de la vitesse.

Comme l'expérience a montré que les mouvements circulaires donnent des résistances unitaires plus grandes que le mouvement rectiligne, il faut bien qu'il y ait d'autres causes d'erreur plus importantes.

c) MOUVEMENTS TOURBILLONNAIRES. — Les mouvements circulaires produisent des phénomènes accessoires qui influencent et modifient la valeur de la résistance spécifique que l'on cherche. Nous en citerons un seul qui paraît important. L'air n'est pas frappé avec la même vitesse par les deux côtés de la plaque tournante ; il en résulte, non seulement, comme nous l'avons déjà dit, un déplacement du centre de pression, mais aussi un écoulement d'air des régions voisines de l'axe vers les régions plus éloignées. C'est un effet naturel de la force

centrifuge. Ainsi, le mouvement de rotation fait naître des mouvements accessoires ou, pour parler plus généralement, des dissymétries qui n'existent pas dans le mouvement rectiligne; le retour de l'air en arrière de la plaque et la dépression qui en résulte sont donc modifiés.

Mais dans quelle mesure? Il faudrait faire des essais comparatifs avec des bras de manège plus ou moins longs, ce qui n'a pas été fait ou du moins l'a été de façon insuffisante.

Duchemin, en se basant sur des observations faites par Dubuat avec un pendule oscillant dans l'air, a trouvé que le mouvement circulaire donnait des résistances plus élevées à mesure que le rayon de rotation diminuait. La question est très délicate et nous ne donnerons la formule que Duchemin a proposée pour traduire ces expériences qu'à titre documentaire.

En désignant par K la résistance spécifique mesurée en mouvement rectiligne sur un plan carré de côté a , par K' la résistance mesurée lorsque le même plan tourne autour d'un axe placé à la distance d de son bord, on a, d'après Duchemin :

$$K' = K \left(1 + \frac{a}{2d} \right).$$

L'application de cette formule, si elle est exacte, donnerait les résultats suivants : Pour $a=0,15$ et $d=2,50$ (expériences de Hagen), $K'=K(1+0,03)$, soit une augmentation de 3 % qui deviendrait 6 % pour des plaques carrées de 0,30. Si $a=0,90$ et $d=1,00$ (expériences de Lössl), la formule donnerait $K'=K \left(1 + \frac{0,90}{2} \right)$, soit une augmentation de 45 % — et le

coefficient trouvé 0,41 s'abaisserait aux environs de $\frac{0,41}{1,45} = 0,076$, nombre très voisin de celui qui est le plus généralement admis.

§ 2. — Expériences de G. Hagen.

Pour ces expériences, comme pour toutes celles qui vont suivre, nous décrirons d'abord les appareils qui ont servi aussi bien pour les plaques normales que pour les plaques obliques; nous donnerons en même temps les résultats obtenus pour les plaques normales qui font l'objet de ce chapitre, et enfin, dans un chapitre suivant, nous reviendrons sur chacune de ces expériences en indiquant les résultats qu'elles ont fournis pour les plans obliques.

Les expériences de Hagen, qui ont été faites avec un soin très minutieux, ont été communiquées à l'Académie des Sciences de Berlin en 1874¹. La méthode employée soulève bien quelques objections; elle ne permet notamment d'opérer que sur des éléments très faibles: plaques ne dépassant pas 0,15 m de côté, vitesses variant entre 0,50 et 1,70 m par seconde.

L'appareil (voir fig. 3 et 4) consiste en un tambour d'ivoire sur lequel s'enroulent deux fils qui, passant sur des poulies légères, supportent deux plateaux de balance. L'axe de ce tambour est surmonté par un moyeu sur lequel sont fixés deux bras de manège de 2,50 m de longueur. Ces bras portent les surfaces à essayer. Pour que, pendant le déroulement des fils, ceux-ci restent

1. G. HAGEN : *Messung des Widerstandes den Planscheiben erfahren wenn sie in normaler Richtung gegen ihre Ebene durch die Luft bewegt werden*. Berlin, Akad. Abhandl., 1874.

Une traduction anglaise de ce mémoire a été publiée par Cl. Abbe dans sa *Mechanics of the Earth's Atmosphere*.

horizontaux et exercent un effort toujours normal à l'axe, le tambour porte un pas de vis qui s'engage dans

un écrou fixé au châssis de l'instrument, de sorte que le tambour descend au fur et à mesure de la rotation, la traction restant ainsi horizontale.

Pour réduire les frottements, l'appareil tournant est équilibré par un contrepoids agissant sur une tige pointue supportant la vis du tambour. Enfin, les fils sont réunis près des plateaux par une règle horizontale portant une flèche qui se déplace devant une échelle graduée ; on mesure ainsi les déplacements verticaux des plateaux.

Sous l'action de poids convenables placés dans les plateaux, l'appareil commence à tourner d'un mouve-

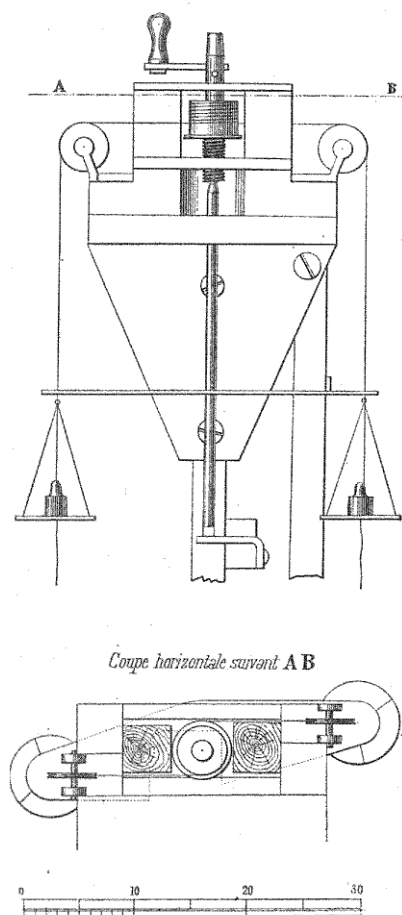


FIG. 3. — Appareil de Hagen.

ment d'abord accéléré, puis uniforme lorsque les forces retardatrices (frottement et résistance de l'air sur les plaques) deviennent égales aux forces accélératrices.

Désignons par V la vitesse uniforme, par G le poids correspondant, par a le rayon du tambour et par d celui du manège (distance de l'axe au centre de pression). En

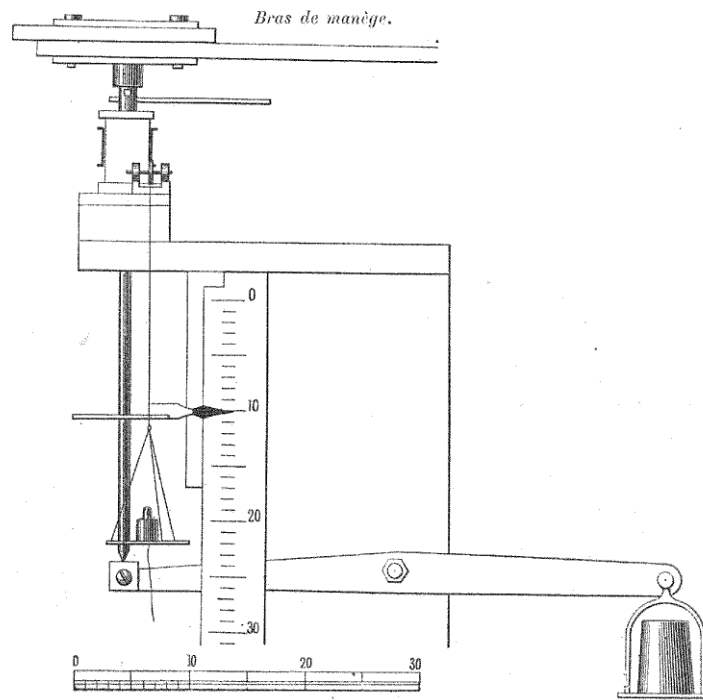


FIG. 4. — Appareil de Hagen.
(Coupe verticale suivant une perpendiculaire à AB).

représentant par M le moment des forces de frottement par rapport à l'axe, on aura :

$$a \times G = d \times KSV^2 + M.$$

Pour déterminer M , il suffit de faire une expérience à vide, c'est-à-dire sans que les bras de manège portent de surface.

Résultats. — Hagen a fait deux séries d'expériences

l'une avec des plaques carrées, l'autre avec des plaques rondes de différentes dimensions. Les résultats trouvés pour chacune des surfaces essayées sont donnés dans le tableau suivant; ils correspondent à une pression atmosphérique de 758,5 *mm* et à une température de 45° C., soit à très peu près aux conditions normales que nous avons considérées, ce qui rend toute correction superflue.

Tableau des résistances spécifiques d'après les expériences de Hagen.

PLAQUES CIRCULAIRES.

RAYON	SURFACE	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE; K	MOYENNE
0,0327 <i>m</i>	0,0031 <i>m</i> ²	0,0709; 0,0715	0,0712
0,0438	0,0061	0,0734; 0,0736	0,0735
0,0588	0,0101	0,0750; 0,0755	0,0753
0,0719	0,0150	0,0775; 0,0769	0,0772
0,0850	0,0210	0,0787; 0,0786	0,0787

PLAQUES CARRÉES.

COTÉ	SURFACE	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE; K	MOYENNE
0,0523 <i>m</i>	0,0025 <i>m</i> ²	0,0729; 0,0733	0,0731
0,0784	0,0057	0,0723; 0,0737	0,0735
0,1046	0,0101	0,0759; 0,0764	0,0761
0,1307	0,0158	0,0761; 0,0768	0,0764
0,1569	0,0228	0,0783; 0,0782	0,0782

Pour une plaque de 1 décimètre carré de surface, Hagen trouve donc comme résistance 0,075 pour les cercles et 0,076 pour les carrés.

Les résultats indiquent un accroissement très net de la résistance spécifique avec la surface. Mais, à notre

avis, les vitesses et les surfaces sont trop faibles pour qu'on puisse en tirer des conclusions certaines. Cependant, Hagen a proposé pour représenter la résistance spécifique une formule dans laquelle entre le périmètre p de la surface essayée. Pour les conditions de température et de pression que nous avons adoptées (15° C. et 760 mm), cette formule s'écrit :

$$K = 0,071 + 0,012 p,$$

le périmètre p étant exprimé en mètres.

Pour une plaque de 1 m^2 , la formule donnerait 0,119 comme résistance spécifique, valeur qui est certainement trop élevée, comme nous le verrons plus loin.

§ 3. — Expériences de M. Dines.

M. Dines est l'un des savants qui ont apporté la contribution la plus étendue et la plus variée à l'étude de la résistance de l'air. Parmi ses nombreuses expériences, nous ne nous occuperons que de celles relatives aux plaques droites ou inclinées, en examinant d'abord, comme précédemment, les appareils employés et les résultats relatifs aux plaques normales à la direction du mouvement.

Les premières expériences ont été faites en 1889¹, à Hersham, avec un grand manège dont le bras avait $8^{\text{m}},50$ de longueur, mis en mouvement par une machine à vapeur.

Le principe de la méthode employée par M. Dines est très ingénieux ; il consiste à équilibrer à chaque instant

1. W. H. DINES : Some experiments made to investigate the connection between the pressure and velocity of the wind. *Quarterly Journal of the Met. Soc.*, vol. XV, 1889.

la pression sur la plaque par la force centrifuge agissant sur une masse déterminée, entraînée dans le mouvement de rotation du manège. Voici comment le savant anglais est arrivé à l'appliquer.

Le long bras du manège porte un levier à angle droit ED, BP (fig. 5), mobile autour d'un axe vertical passant en B. Le bras de levier BP porte la plaque soumise à la résistance de l'air, tandis que, sur le second bras, un poids connu C peut être déplacé et fixé dans une position convenable. On voit que, si le manège tourne dans le

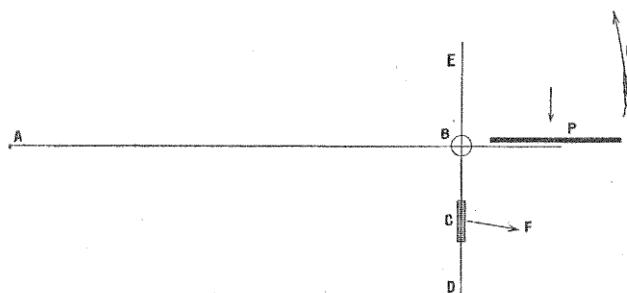


FIG. 5. — Schéma de l'appareil de M. Dines.

sens indiqué par la grande flèche F, la résistance de l'air s'exerçant sur la plaque et la force centrifuge agissant sur le poids mobile auront pour effet de faire tourner le bras du levier autour de son axe, dans des sens opposés. Pour une position convenablement choisie de la masse C, les deux couples antagonistes se feront équilibre et la plaque P se trouvera exactement dans le prolongement de l'axe du manège.

Remarquons tout de suite que la résistance de l'air et la force centrifuge, dont l'expression est $\frac{mV^2}{r}$, variant toutes les deux comme le carré de la vitesse linéaire, si

l'équilibre est réalisé pour une valeur de la vitesse, il le sera pour toute autre valeur.

Au surplus, le calcul est facile à faire. Désignons par :

- π , le poids mobile;
- r , la distance de son centre de gravité à l'axe du manège;
- x , la distance de ce centre de gravité au point B;
- a , la distance du centre de la plaque au même point B;
- v , V , les vitesses du barreau et de la plaque;
- g , l'accélération de la pesanteur.

En écrivant que, pour la position d'équilibre, les moments, par rapport au point B de la pression de l'air et de la force centrifuge, sont égaux, on a :

$$\frac{\pi v^2 x}{r \cdot g} = KSV^2 a,$$

en supposant, ce qui n'est pas réellement exact, mais très approché, que la force centrifuge est normale au bras BD du levier.

Une mesure de x donnera, par la relation précédente, la résistance unitaire K .

La condition essentielle pour qu'on puisse appliquer la relation précédente, est que la plaque P soit exactement dans le prolongement du bras du manège. S'il n'en était pas ainsi, la force centrifuge qui s'exercerait sur cette plaque ferait naître un troisième couple et la relation écrite plus haut deviendrait inexacte.

Il faut donc s'assurer que le bras BP du levier se trouve bien exactement dans le prolongement du bras du manège. Dans ses premières expériences, M. Dines y est arrivé de la manière suivante :

Le bras BP ne peut tourner que de 1 degré environ autour d'une position moyenne coïncidant avec la direction du bras du manège ; son mouvement est arrêté de chaque côté de cette position moyenne par des butoirs montés sur des isolants et intercalés dans des circuits électriques. Par une disposition convenable, on obtient que le courant passe dans un sens lorsque le levier appuie contre l'un des butoirs, dans l'autre sens lorsqu'il est arrêté par le second. Le sens de déviation de l'aiguille d'un galvanomètre indique ainsi quelle est celle qui l'emporte, de la résistance de l'air ou de la force centrifuge. On déplace alors le barreau, pour augmenter ou diminuer, suivant les besoins, le couple dû à celle-ci.

Naturellement, à cause des oscillations inévitables, la plaque ne conserve pas une position fixe par rapport aux butoirs, mais on est assuré que l'équilibre est réalisé lorsque le courant change périodiquement de sens dans le galvanomètre.

Dans une seconde série d'expériences faites en 1890¹, M. Dines a voulu perfectionner ce dispositif. Nous en dirons quelques mots ici, puisque, à la suite des nouveaux résultats obtenus, les conclusions énoncées dans le premier travail ont été modifiées.

Dans ce nouveau dispositif, représenté figures 6, 7 et 8, l'équilibre s'établit automatiquement entre la résistance de l'air et la force centrifuge.

La plaque P de 1 pied carré de surface est montée sur un levier EF qui peut tourner autour d'un axe MN coïncidant avec le bras du manège ; son poids est contrebalancé par une masse K à peu près symétriquement

1. W. H. DINES : On wind pressure upon an inclined surface. *Proceedings of the Royal Society*, vol. XLVIII, 1890.

placée. Un disque circulaire G (fig. 7) à bord gradué peut tourner dans un plan vertical autour de son centre situé sur l'axe MN. Un boulon R permet de fixer le levier EF dans une position quelconque sur le disque. De cette manière, on peut donner à la plaque l'inclinaison désirée sur l'horizon.

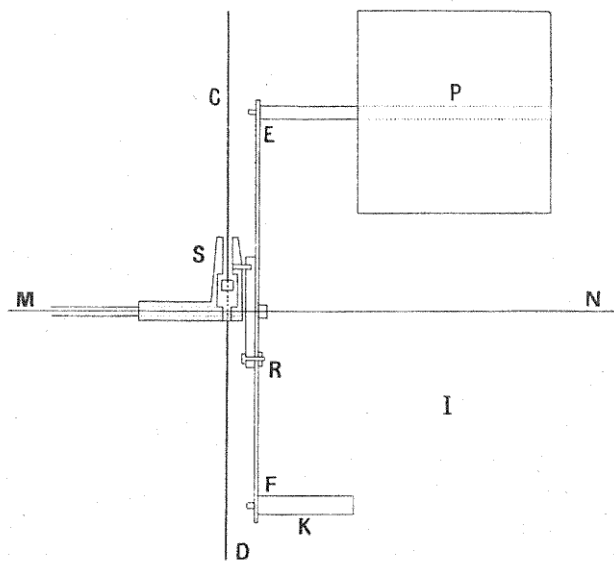


FIG. 6. — Appareil de M. Dines.

(Le plan de la figure est le plan vertical passant par le bras du manège ;
l'axe de celui-ci se trouve vers M.)

Un taquet transmet ce mouvement de rotation autour d'un axe horizontal à un support S mobile autour d'un axe vertical CD. Cette transformation de mouvement ne se fait qu'entre d'étroites limites, qui suffisent d'ailleurs pour les expériences. Le support est traversé par le barreau AB dont la force centrifuge doit faire équilibre à la pression de l'air sur la plaque.

demment, déterminé la résistance unitaire sur les plaques normales.

Le mémoire de M. Dines contient peu de documents détaillés sur les résultats donnés par chacun des appareils que nous venons de décrire. Dans tous les deux, la présence du support S, nécessairement assez volumineux, est une cause de trouble considérable par les remous qu'elle occasionne dans l'air. C'est un point

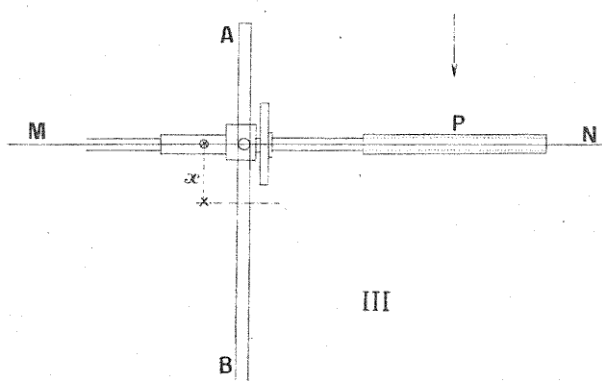


FIG. 8. — Appareil de M. Dines. (*Projection horizontale.*)

qui a d'ailleurs été vérifié directement par le second dispositif.

Dans celui-ci, en effet, la mobilité du bras EF qui supporte la plaque, et celle de la plaque par rapport à l'axe EF, permettent, tout en conservant l'incidence normale, de donner à la plaque telle position que l'on veut, soit en avant (par rapport au sens du mouvement) du support, soit en arrière.

Lorsque le bras du levier EF étant à 45° , la plaque se trouvait en arrière du plan vertical de l'axe du manège, M. Dines a obtenu des résistances spécifiques de *trente*

pour cent plus élevées que lorsque la même plaque se trouvait en avant.

Pour la position intermédiaire, la plaque se trouvant à peu près dans le plan vertical du manège, M. Dines admet que les valeurs obtenues sont de 15 % trop fortes.

Ainsi, dans la deuxième série d'expériences faites avec une plaque de un pied carré sous l'incidence normale, M. Dines trouve pour valeur de la résistance unitaire :

$$K = 0,071,$$

tandis que la première série lui avait donné :

$$K = 0,088.$$

On voit quelle importance prennent les corrections dans les expériences de M. Dines. Malheureusement, l'auteur n'a donné de résultats numériques assez nombreux que pour ses premières expériences, de telle sorte que les nombres que nous reproduisons sont, d'après l'auteur lui-même, entachés d'une erreur qui, à notre avis, a dû varier suivant la grandeur de la plaque, et qu'on peut évaluer en moyenne à 15 %.

Nous reproduisons donc les valeurs données par M. Dines dans son premier mémoire, non pas tant à cause de leur valeur absolue que pour les comparaisons qu'elles permettent de faire suivant les dimensions des plaques expérimentées.

Coefficients de la résistance de l'air. Expériences de M. Dines.

PLAQUES CARRÉES.

COTÉ	SURFACE	K
0,102 m	0,0103 m ²	0,0850
0,203	0,0412	0,0833
0,305	0,0929	0,0884
0,406	0,1651	0,0855

PLAQUES CIRCULAIRES.

DIAMÈTRE	SURFACE	K
0,115 m	0,0104 m ²	0,0850
0,152	0,0182	0,0827
0,229	0,0433	0,0844
0,353	0,0976	0,0872

PLAQUES RECTANGULAIRES.

COTÉS	SURFACE	K
0,406 × 0,025 m	0,0102 m ²	0,0957
0,406 × 0,102	0,0413	0,0889
0,610 × 0,152	0,0929	0,0895

Des résistances spécifiques données dans le tableau précédent, M. Dines tire la conclusion que la résistance unitaire varie avec le périmètre de la plaque qui a servi à la déterminer¹.

Mais si on compare entre elles les valeurs trouvées

1. « The pressure upon the same area is increased by increasing the perimeter. The pressure upon a 1/4 ft. plate is proportionally less than that upon a plate either half or double its size. » *Quart. Journal*, vol. XV, 1889, p. 187.

pour une *même forme* de surface, on voit que ces valeurs varient irrégulièrement et que les écarts qu'elles présentent ne paraissent attribuables qu'à des erreurs d'observations. Que l'on prenne les carrés, les cercles ou les rectangles, il ne paraît y avoir aucun indice d'une augmentation régulière.

Quoi qu'il en soit, M. Dines, après avoir tiré de ses premières expériences la conclusion que la résistance unitaire paraissait augmenter avec la surface, a tenu à vérifier ce point d'une manière spéciale. La méthode qu'il a employée est toute différente de celle qui précède; elle consiste à équilibrer l'une par l'autre les pressions produites par le vent naturel sur des plaques de grandeurs inégales. Pour cela, les deux plaques sont montées sur un bras horizontal qui est hissé au sommet d'un mât servant de pivot. On règle la position du bras sur le pivot de manière que les couples des pressions sur les plaques se fassent exactement équilibre. Le système est alors immobile. M. Dines reconnaît d'ailleurs avoir éprouvé quelques difficultés à réaliser cet équilibre.

Trois plaques ont été employées :

La première, de 1,83 m sur 2,13 m (3,90 mq);

La deuxième, de 0,915 m sur 0,915 m (0,84 mq);

La troisième, de 0,46 m sur 0,46 m (0,21 mq).

L'équilibre fut établi d'abord entre les deux premières plaques, puis entre les deux dernières.

En désignant par 1 la résistance spécifique sur la petite plaque, M. Dines a ainsi trouvé que, sur les deux autres plaques, elle avait respectivement comme valeur 0,89 pour la plaque moyenne (0,84 mq) et 0,69 pour la grande (3,90 mq).

La diminution est, comme on le voit, extrêmement

rapide. A partir de $0,2\ mg$, la pression unitaire diminue très vite avec la surface. En prenant pour résistance spécifique de cette plaque le nombre qu'a donné M. Dines pour une plaque peu différente (de $0,16\ mg$), on voit que le coefficient K pour la grande plaque de $3,9\ mg$, serait égal à $0,058$. Nous reviendrons d'ailleurs sur ces résultats lorsque nous aurons examiné les conclusions des autres expérimentateurs.

§ 4. — Expériences de M. Langley.

Les expériences de M. Langley¹ ont été faites en 1889 à l'observatoire d'Alleganhy (Pensylvanie) au moyen d'un manège. Ce sont peut-être celles qui sont le plus connues en France et le plus souvent citées, grâce à leur propre mérite et à la très bonne traduction qu'a donnée M. Lauriol du mémoire de M. Langley. Dans la pensée de l'auteur, elles avaient uniquement pour but l'étude des problèmes relatifs au vol mécanique de corps plus denses que l'air, à l'aide de plans inclinés. Mais le savant américain a naturellement été amené à déterminer les valeurs de la résistance de l'air, soit sur des plans normaux, soit sur des plans obliques. Ce sont ces valeurs que nous nous proposons d'extraire du mémoire de M. Langley, en laissant de côté tout ce qui, plus spécialement, se rapporte au vol mécanique. Nous ne nous occuperons d'ailleurs dans ce chapitre que des déterminations relatives aux plans normaux et nous renverrons à un chapitre suivant les déterminations sur les plans obliques.

1. S. P. LANGLEY : *Expériences d'aérodynamique* (Smithsonian contributions to Knowledge, n° 801). Une très intéressante traduction de ce mémoire a été publiée par M. Lauriol dans la *Revue de l'Aéronautique* de 1891.

Les expériences ont été faites en plein air, ce qui, de l'aveu même de l'auteur, fut une cause de trouble considérable. Le manège (fig. 9) dont les bras avaient $9,25\text{ m}$, était mû par une machine à vapeur; il se composait essentiellement de deux bras en bois symétriques tournant dans un plan horizontal à $2,50\text{ m}$ au-dessus du sol. Les deux bras étaient naturellement construits de manière à être aussi légers et aussi rigides que possible, tout en offrant à l'air la moindre surface résistante. Des haubans rattachés à l'arbre à $2,50\text{ m}$ au-dessus du manège augmentaient encore la rigidité.

La vitesse communiquée au manège par la machine à vapeur pouvait atteindre 45 m par seconde à l'extrémité des bras; mais généralement on ne dépassa pas 30 m . Cette vitesse se mesurait en comptant au moyen d'un chronographe électrique le nombre de tours de manège en un temps déterminé.

Sur le manège, M. Langley plaça différents appareils convenablement appropriés aux études qu'il avait en vue. Deux entre autres étaient parfaitement disposés pour donner la valeur de la résistance de l'air sur des plans normaux; ce sont l'*enregistreur de résultante* et le *chariot roulant*. Nous les décrirons successivement en donnant les résultats qu'ils ont fournis.

a) ENREGISTREUR DE RÉSULTANTE. — Cet appareil (fig. 10) a pour but de déterminer la pression totale exercée par l'air sur un plan normal ou oblique au mouvement. Sur le bras du manège BB' est fixé un support E portant un fléau symétrique AA' . L'extrémité extérieure du fléau porte la plaque soumise à l'expérience; on peut donner à cette plaque l'inclinaison voulue sur l'horizon au moyen d'un cercle C et d'un cercle gradué. L'autre

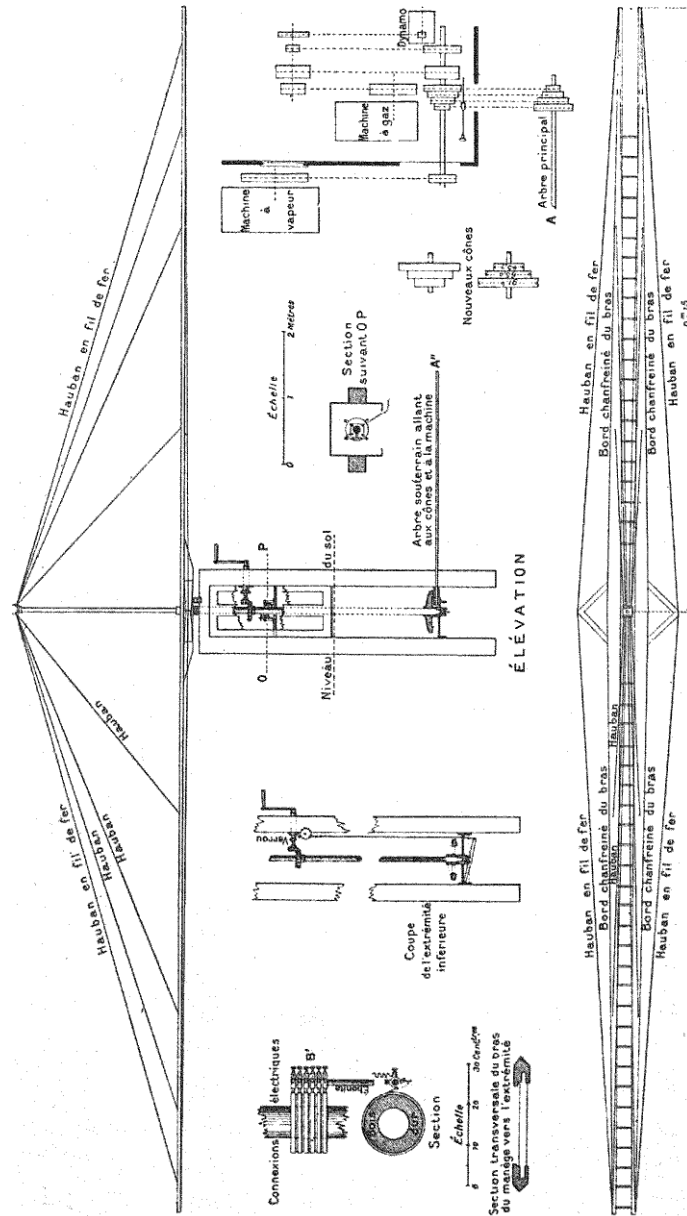
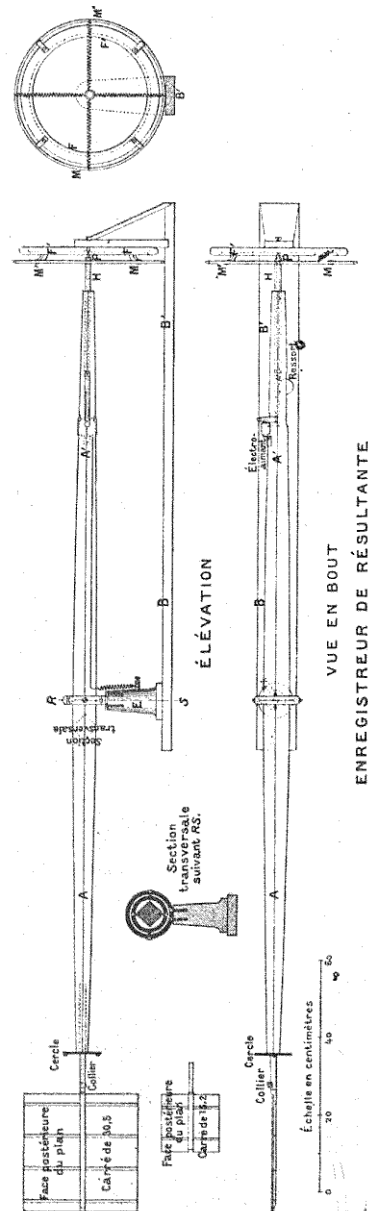


Fig. 9. — Manège de Langley.



ENREGISTREUR DE RÉSULTANTE

FIG. 40.

extrémité du fléau passe exactement dans un anneau attaché à quatre ressorts fixés à un cadre circulaire MM' . Lorsqu'une pression agit sur la plaque, le bras A' se déplace jusqu'à ce que la tension des ressorts équilibre exactement la pression. L'extrémité A' porte un crayon qui, mis en mouvement par un électro-aimant, au moment opportun, enregistre sur une feuille de papier la position du fléau.

Pour étalonner l'appareil, on suspend des poids déterminés à l'extrémité du fléau qui porte le crayon et qui se trouve à la même distance du point de suspension que le centre de la plaque. Lorsque la feuille de papier tourne dans son plan, le crayon y décrit une courbe qui

se confond pratiquement avec une circonférence et dont le rayon correspond à l'effort mesuré par le poids.

Avec cet appareil, M. Langley a fait un certain nombre de déterminations de la résistance de l'air. Nous les donnons toutes, dans le tableau suivant, pour qu'on puisse juger de la précision de la méthode en les comparant entre elles.

Expériences de M. Langley.

VALEURS DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR MESURÉES AVEC L'ENREGISTREUR DE RÉSUŁTANTE.

Plan carré de 0,305 m de côté ($S = 0,0929 \text{ m}^2$).

Expériences du 27 août 1888.

(Température, 24°; pression barométrique, 736 mm; vent, 0,52 m.)

VITESSE	K
4,47.	0,097
4,47.	0,092
8,66.	0,066
8,57.	0,067
9,85.	0,075
10,50.	0,070
Moyenne	0,078

Expériences du 28 août 1888.

(Température, 19°,4; pression barométrique, 736,6 mm; vent, 0,37 m.)

VITESSE	K
4,48.	0,090
4,48.	0,088
8,77.	0,075
8,67.	0,075
11,20.	0,074
10,59.	0,070
9,77.	0,072
9,78.	0,070
Moyenne	0,077

Expériences du 4 octobre 1888.

(Température, 11°,1; pression barométrique, 732,3 mm; vent, 0,85 m.)

VITESSE	K
8,57.	0,073
8,66.	0,071
8,73.	0,070
8,77.	0,069
8,70.	0,070
8,77.	0,074
8,77.	0,086
8,61.	0,090
Moyenne	0,075

On voit que dans un même groupe d'expériences les écarts sont très grands : pour celles qui ont été faites le 27 août 1888, par exemple, les coefficients ont varié de 0,070 à 0,097, soit de 30 %. Il paraît probable que ces écarts sont dus en partie à l'influence de vent naturel. M. Langley a bien pris soin de ne faire de mesures que par des temps presque calmes ; mais il reconnaît lui-même que le vent, aussi faible qu'il fût, causait une grande perturbation, très irrégulière d'ailleurs, comme le vent qui la produisait. La réduction de ces valeurs assez dissemblables à une moyenne unique laisse prise à la critique. Quoi qu'il en soit, en ramenant les valeurs moyennes de K obtenues dans chaque groupe à la température moyenne de 15° C. et à la pression de 760 mm¹, on obtient les valeurs suivantes :

Expériences du 27 août 1888. . . .	K = 0,083
— du 28 août 1888. . . .	0,081
— du 4 octobre 1888	0,077

En laissant de côté le dernier groupe d'expériences qui

(1) M. Langley fait la réduction à 736 mm, pression normale à l'observatoire d'Allegany. Il nous a semblé préférable de prendre la pression généralement adoptée 760 mm.

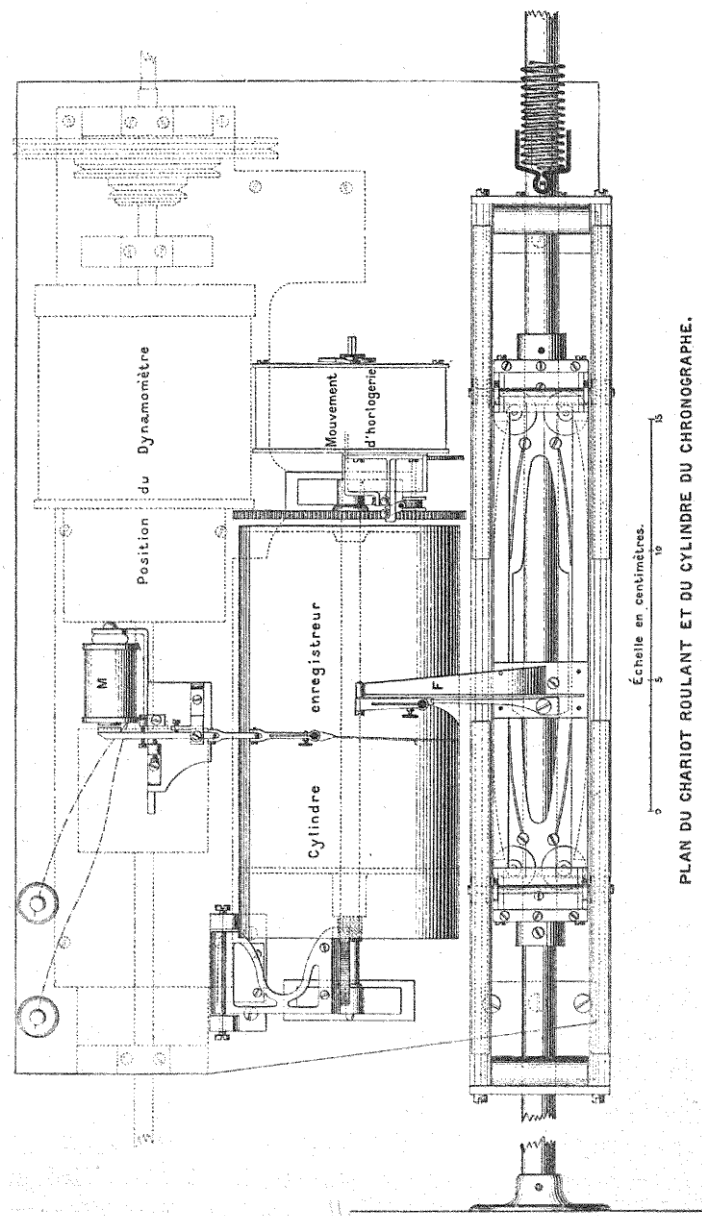
a été le plus troublé par le vent naturel, on voit que l'enregistreur de résultante a donné comme valeur de la résistance spécifique pour un plan carré de $0,0929 m^2$ de surface :

$$K = 0,084.$$

M. Langley estime que ce coefficient est déterminé avec une approximation de un dixième.

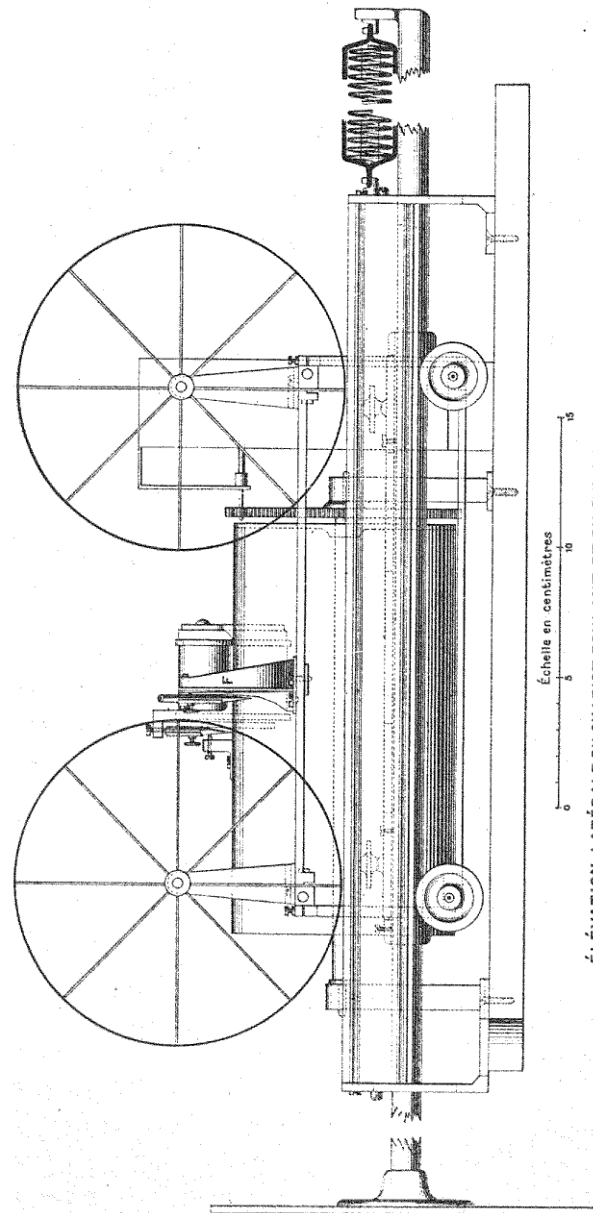
b) CHARIOT ROULANT. — C'est un appareil un peu plus délicat que le précédent et sur lequel M. Langley comptait pour obtenir des mesures plus précises et vérifier, en particulier, si la résistance varie bien proportionnellement au carré de la vitesse. Nous en empruntons la description à la traduction de M. Lauriol, en rappelant que cet appareil est porté perpendiculairement par le bras du manège.

« Un chariot en métal de $22 cm$ de longueur est suspendu à de fines roues en laiton de $11 cm$ de diamètre qui roulent sur une voie parfaitement dressée (fig. 11 et 12). Des galets à axe vertical roulant contre les côtés de la voie servent de guides au chariot. A travers ce chariot, passe un tube de laiton de $70 cm$ de longueur à l'extrémité antérieure duquel est fixée la plaque en essai. A l'autre extrémité, on attache un ressort à boudin, fixé d'autre part au bâti qui porte la voie. La longueur du tube est telle que le plan soit soustrait à l'influence perturbatrice de l'appareil enregistreur, et que, cependant, le centre de gravité de l'ensemble formé par le plan et le tube tombe dans la verticale du centre de gravité du chariot; la pression supportée est mesurée par l'allongement du ressort à boudin, préalablement étalonné avec grand soin; cet allongement est enregistré sur le cylindre du dynamomètre chronographe par un



PLAN DU CHARIOT ROULANT ET DU CYLINDRE DU CHRONOGAPHE.

FIG. 11.



ÉLEVATION LATÉRALE DU CHARIOT ROULANT ET DU CYLINDRE DU CHRONOMETRE.

FIG. 12.

crayon porté par un bras S fixé au chariot. Au moyen d'un électro-diapason ou d'un électro-aimant, on donne à l'appareil une série de chocs pour diminuer les erreurs dues aux frottements. De plus, on fait les lectures en laissant l'appareil prendre la position d'équilibre, soit par une augmentation, soit par une diminution d'allongement du ressort. »

Ces précautions étaient nécessaires pour remédier aux perturbations causées par l'action de la force centrifuge. Celle-ci agissait en réalité indirectement en augmentant d'une manière notable la pression des roues du chariot sur les rails et par suite le frottement de roulement. Langley ne citant pas de valeurs numériques détaillées pour le chariot qu'il a employé, il est difficile d'évaluer ce frottement. Mais il est bien probable qu'il était important et que c'est à lui que sont dus en grande partie les écarts des valeurs trouvées pour la résistance de l'air dans des expériences successives. Nous verrons plus loin que M. Mannesmann a rencontré les mêmes difficultés et a dû employer pour les surmonter des procédés analogues à ceux de M. Langley.

L'influence du vent est également grande ; le savant américain a essayé d'en tenir compte, mais, naturellement, il ne pouvait le faire qu'en prenant une vitesse moyenne pour le vent naturel et la correction ne laisse pas que d'être très incertaine. Tout au plus peut-on la considérer comme donnant une indication sur la précision des observations.

Nous donnons dans le tableau suivant les valeurs du coefficient K déterminées par M. Langley pour trois plans carrés de $30,5\text{ cm}$, de $20,2\text{ cm}$ et de $15,2\text{ cm}$ de côté. Comme précédemment, nous avons ramené les coefficients donnés par Langley pour la pression de 736 mm

à la pression plus généralement usitée de 760 *mm*.

Il faut remarquer que les valeurs données dans le tableau suivant sont les moyennes d'un certain nombre de mesures. Nous ne pouvons citer tous les nombres obtenus par Langley, mais nous pouvons donner un exemple des limites entre lesquelles a varié le coefficient *K*. Pour le premier groupe de neuf observations, dont la moyenne est 0,105, les valeurs mesurées ont varié entre 0,097 et 0,113.

Expériences de M. Langley.

VALEURS DE LA RÉSISTANCE OBTENUES PAR LE CHARIOT ROULANT.

DIMENSIONS des plans	DATES	NOMBRE de mesures	<i>K</i> ramené à 15° c. et 760 <i>mm</i>
30,5 × 30,5 <i>cm</i>	1888, 24 oct.	9	0,105
	30 oct.	11	0,093
	2 nov.	4	0,087
	1890, 28 nov.	3	0,097
	Moyenne géométrique.		0,097
15,2 × 15,2 <i>cm</i>	1888, 24 oct.	3	0,078
	29 oct.	6	0,081
	1 ^{er} nov.	12	0,086
	2 nov.	13	0,089
	Moyenne géométrique.		0,085
20,3 × 20,3 <i>cm</i>	1888, 25 oct.	7	0,079
	Moyenne générale.		0,089

Nous remarquerons que le plan de 30,5 sur 30,5 qui donne une moyenne de 0,097 n'avait fourni par l'enregistreur de résultante (voir page 45) qu'une moyenne de 0,084 très inférieure à celle-ci. Quelle que soit la bonne réputation dont jouissent ces expériences, on voit que leur concordance laisse à désirer.

En résumé, la moyenne générale de toutes les expé-

riences faites au chariot est égale à 0,089, et de celles faites avec l'enregistreur de résultante à 0,084, ces deux valeurs étant estimées par M. Langley exactes à 10 % près.

§ 5. — Expériences de M. Mannesmann.

Les expériences de M. Mannesmann¹, exécutées en 1899 à Tubingue, ont été faites avec le plus grand soin et le souci d'une extrême précision; mais naturellement elles n'ont pu éviter les inconvénients qui résultent de l'emploi d'un manège de très petit rayon; nous nous contenterons donc de les décrire brièvement, les résultats qu'elles ont donnés étant manifestement trop élevés.

Les figures 13 et 14 représentent schématiquement les dispositions essentielles de l'appareil employé.

La tige verticale B est animée d'un mouvement de rotation par l'intermédiaire d'une poulie L sur laquelle passe une courroie de transmission. Elle communique son mouvement au bras du manège A, formé d'un arc de laiton dont la section est un losange ayant sa grande diagonale horizontale. Un fil de cuivre reliant les deux extrémités de l'arc de laiton et une contre-fiche forment du tout un système absolument rigide. Le bras du manège n'a que 49 cm de longueur. Les dispositions précédentes ont été adoptées pour qu'il fût à la fois léger et résistant et pour qu'il occasionnât le moins possible de remous dans l'air.

Une tige métallique f, portée par l'extrémité du manège, traverse la plaque soumise à l'expérience et guide ses mouvements. Cette plaque mobile autour de la tige est

1. O. MANNESMANN : Mesure de la résistance de l'air avec un nouvel appareil de rotation. *Annales de Wiedemann*, t. LXVII, 1899.

attachée en trois points par des fils qui se réunissent pour passer sur une petite poulie R, portée par la tige f . L'autre extrémité de ce fil S peut glisser le long d'un second fil S' attaché à l'axe de rotation du système et portant un poids à son autre extrémité; le fil S' glisse dans une ouverture O, formant guide et pratiquée dans une plaque fixe. Lorsque la résistance de l'air augmente, la plaque F glisse le long du guide f et tend le fil S qui

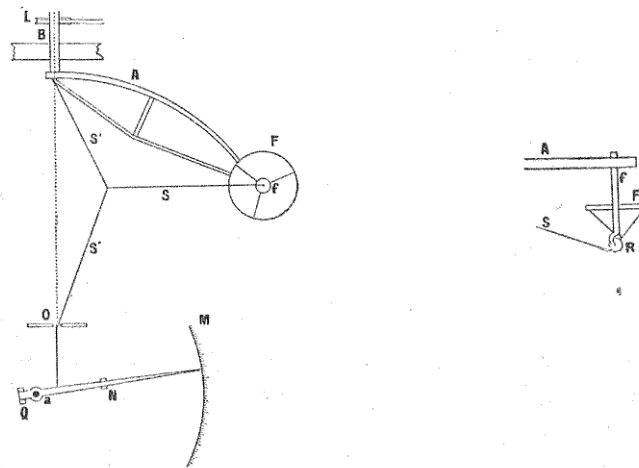


FIG. 13 et 14. — Schéma de l'appareil de M. Mannesmann.

entraîne à son tour le fil S' et par suite le poids soutenu par celui-ci. A une valeur déterminée de la résistance correspond donc une position déterminée du poids.

Pour augmenter la sensibilité des mesures, le poids est constitué de la manière suivante. Le fil S' est attaché à une aiguille d'aluminium très près de l'axe a , autour duquel cette aiguille peut tourner. Un contrepoids Q permet d'équilibrer en partie le poids de l'aiguille; un second contrepoids N qu'on peut déplacer permet

d'augmenter ou de diminuer à volonté la tension qui s'exerce sur le fil S'.

L'appareil de mesure est étalonné par des expériences préliminaires : le fil S étant détaché de la plaque, on le fait passer sur une poulie et on suspend à son extrémité des poids connus; il suffit d'inscrire au point de l'échelle M, où s'arrête l'extrémité de l'aiguille, le poids en grammes qui tend le fil S.

Le mouvement de rotation était transmis au système par une dynamo; des résistances métalliques et des résistances liquides intercalées dans le circuit électrique permettaient, avec l'aide d'un frein à main, d'obtenir un mouvement de rotation bien uniforme pendant toute la durée d'une expérience.

La vitesse de rotation pouvait d'ailleurs atteindre une valeur considérable, jusqu'à 280 tours par minute, ce qui correspond à une vitesse de 15 mètres par seconde pour le centre de la plaque. La force centrifuge devient alors une cause d'erreur importante et l'on a dû employer des dispositifs spéciaux pour éliminer le mieux possible ses effets.

Nous n'insisterons pas davantage sur ces expériences, dont les résultats sont, à notre avis, faussés par la faible longueur du manège.

Les résistances spécifiques trouvées par M. Mannesmann sont en effet extrêmement élevées, comme le montre le tableau suivant :

Résistances spécifiques d'après M. Mannesmann.

CERCLES.		
DIAMÈTRE	SURFACE	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE
0,066 m	0,0027 m ²	0,077
0,100	0,0078	0,092
0,126	0,0125	0,105
0,145	0,0165	0,118
0,175	0,0240	0,132
0,200	0,0314	0,144
CARRÉS.		
CÔTÉ	SURFACE	
0,0887 m	0,0078 m ²	0,094
0,129	0,0166	0,120
RECTANGLE.		
a=0,456 m; b=0,05 m	0,0078 m ²	0,100

Ces valeurs montrent à première vue un accroissement extrêmement rapide à mesure que la surface augmente. Ainsi, pour un cercle de 20 cm de diamètre, la résistance spécifique serait de 144 gr, alors que pour un cercle de 6,6 cm, elle est seulement de 77 gr. Cela nous paraît assez invraisemblable; il semble probable que les valeurs exagérées trouvées pour la résistance spécifique ne sont imputables qu'à l'appareil employé, dont le bras de manège n'avait que 0,49 m de longueur.

En appliquant aux résultats précédents la formule de Duchemin que nous avons donnée (p. 24), on obtiendrait pour les résistances spécifiques ramenées au mouvement rectiligne des valeurs notablement moindres.

Ainsi, pour le plan carré de 0,09 m de côté, le coefficient se réduit à 0,079, et, pour le carré de 0,129 m, à 0,093. On remarquera que la réduction est proportionnel-

lement plus grande pour le grand carré que pour le petit.

La formule de Duchemin indique, en effet, que si le coefficient K mesuré en mouvement rectiligne est indépendant de la surface, le coefficient K' donné par un mouvement circulaire doit augmenter avec le côté du carré, c'est-à-dire avec la surface.

§ 6. — Expériences de M. von Lössl.

L'appareil employé aux expériences de M. von Lössl¹, qui ont été faites avec des soins tout particuliers pendant dix années, présente une grande analogie avec celui de Hagen. Mais on peut lui faire également le reproche de comporter un bras de manège trop court dont la longueur ne dépasse pas 1 m. Ces expériences sont cependant entourées d'une très grande considération en Allemagne, au point que dans le *Taschenbuch für Flugtechniker und Luftschiffer* de Mœdebeck, l'auteur de l'article spécial concernant la résistance de l'air, le capitaine Hoernes, s'exprime en ces termes au sujet de la relation fondamentale donnée par M. von Lössl pour représenter la résistance de l'air :

$$R = \frac{\delta}{g} S V^2.$$

« On peut regarder la formule précédente comme l'expression indiscutable de la relation entre δ , g , S et V et l'on doit la regarder, par suite de la simplicité du coefficient $\frac{\delta}{g}$, comme l'expression nécessaire, physique et mathématique d'une loi naturelle. »

¹ *Die Luftwiderstandsgesetze der Fall durch die Luft und der Vogelflug*, 1 vol. de 304 p. Vienne, 1892.

En dépit de cette affirmation, le coefficient $\frac{\delta}{g}$ est certainement trop élevé pour une surface plane et il ne s'applique qu'à un plan muni d'un rebord ou à une demi-sphère creuse, ainsi que le reconnaît d'ailleurs M. von Lössl lui-même.

a) DESCRIPTION DE L'APPAREIL. — L'appareil est repré-

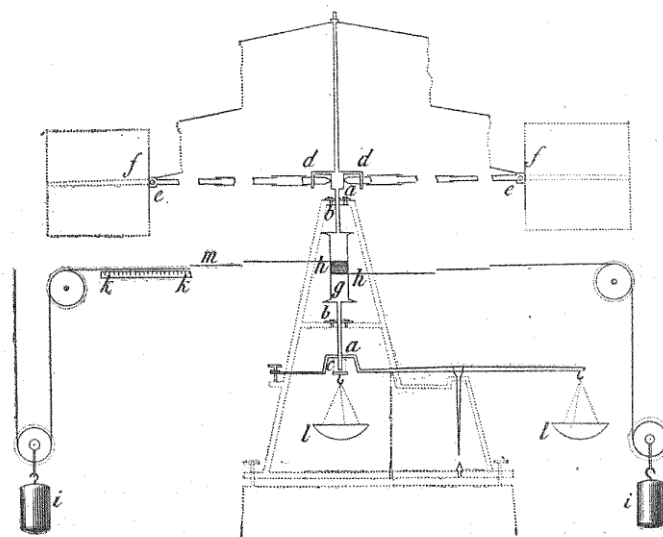


Fig. 45. — Manège de M. von Lössl.

senté schématiquement sur la figure 15. Un arbre vertical *aa* mobile dans les deux coussinets *bb* repose à sa partie inférieure sur une plaque *c* supportée par un fléau de balance. A sa partie supérieure, il porte deux bras égaux et symétriques *de, de*, sur lesquels sont montées les surfaces à expérimenter, celles-ci pouvant recevoir telle inclinaison que l'on veut sur l'horizon.

La partie moyenne de l'axe porte une bobine sur

laquelle on enroule en sens inverse deux fils d'acier h/h . La figure montre, sans qu'il soit nécessaire d'insister, comment les poids ii mettent le manège en mouvement. On donne aux fils une assez grande longueur horizontale pour que leurs tensions restent sensiblement normales à l'axe.

Comme il a été dit plus haut, la plaque c sur laquelle repose l'appareil, forme le plateau d'une balance sensible, de sorte que l'on peut équilibrer exactement le poids de l'appareil et mesurer le soulèvement vertical du manège lorsqu'il porte des plaques inclinées.

Pour mesurer la vitesse, on compte, au moyen d'un pendule qui bat la demi-seconde, le temps mis par une marque m faite sur le fil pour se déplacer d'une certaine longueur devant une réglette graduée k .

Trois modèles de grandeurs différentes ont été construits pour pouvoir faire varier les surfaces dans d'assez grandes limites, depuis 1 dm^2 jusqu'à 1 m^2 pour chacune.

Les expériences ont été faites dans des salles closes de grandes dimensions, où les courants d'air étaient soigneusement évités. Pour le petit modèle, le bras de manège, c'est-à-dire la distance de l'axe au bord de la plaque, avait $0,60\text{ m}$, la surface variant entre $0,02$ et $0,05\text{ m}^2$. On a pu réaliser avec ce modèle des vitesses de 8 à 10 m/s .

b) RÉSULTATS. — M. von Lössl donne les résultats numériques de 6 séries d'expériences dont 5 ont été effectuées avec le grand manège (bras de 1 m) et des plaques de 1 m^2 .

Pour trouver la position du centre de pression, il admet que le moment pour ce point est la moyenne des moments pour les bords extrêmes de la plaque. Ces

bords étant respectivement à 1 *m* et à 2 *m* de l'axe, on trouve ainsi comme distance du centre de pression, 1,65 *m*.

D'après les dimensions du manège, on calcule que le centre de pression parcourt 93,01 *m* lorsque les fils se sont déroulés de 1 *m*.

Le tableau suivant donne les résultats des expériences.

DURÉE de la chute de 1 <i>m</i> <i>t</i>	VITESSE $V = \frac{93,014}{t}$	POIDS MOTEUR			RÉSISTANCE DE L'AIR $R = \frac{P - P'}{93,014}$	RÉSISTANCE UNITAIRE $K' = \frac{R}{2 \cdot V^3}$	POIDS du <i>m</i> ³ d'air $\frac{1,225}{\delta}$	RÉSISTANCE RÉDUITE $K = K' \times \frac{1,225}{\delta}$
		total <i>P</i>	nécessaire pour vaincre le frottement <i>P'</i>	effectif <i>P - P'</i>				
<i>s</i>		<i>kg</i>	<i>kg</i>	<i>kg</i>				
139,4	0,667	10,000	1,865	8,135	0,0875	0,0983	1,121	0,107
98,5	0,944	20,000	3,574	16,426	0,1766	0,0909	»	0,099
80,4	1,157	30,000	6,361	24,639	0,2649	0,0989	»	0,110
230,0	0,404	4,000	0,715	3,285	0,0353	0,1081	1,210	0,119
144,8	0,642	10,000	1,860	8,140	0,0875	0,1061	»	0,117

M. von Lössl donne pour le coefficient *z* de la formule ordinaire :

$$R = z \frac{\delta}{g} S V^2,$$

les valeurs suivantes :

Cercle	<i>z</i> = 0,83	<i>K</i> = 0,104
Carré	0,86	0,107
Triangle équilatéral	0,90	0,112
Rectangle (<i>a</i> = 1, <i>b</i> = 2	0,92	0,115
Rectangle (<i>a</i> = 1, <i>b</i> = 4).	0,94	0,118

1. Les valeurs du frottement paraissent très élevées pour des vitesses bien faibles.

La résistance donnée par la formule $R = \frac{\delta}{g} S V^2$, pour laquelle $z = 1$, doit donc être considérée comme une limite supérieure atteinte seulement pour certaines formes de surface. Parmi celles-ci, M. von Lössl cite les surfaces concaves et celles qui portent un rebord extérieur saillant.

§ 7. — Expériences de M. W. Reichel.

Parmi les expériences sur la résistance de l'air qu'a suscitées l'exploitation des chemins de fer (forme à donner à la locomotive pour diminuer la résistance de l'air, puissance absorbée par celle-ci), les plus récentes et aussi les plus intéressantes sont celles qui ont été faites en 1901 par la Société Siemens et Halske.

Celle-ci ayant à établir un projet de train électrique à grande vitesse qui devait atteindre 200 *km* à l'heure, son ingénieur, M. Reichel¹, a fait une étude spéciale de la résistance de l'air et cherché en particulier la meilleure forme à donner à la locomotive.

Un moteur électrique de 200 chevaux porte à l'extrémité de son arbre disposé verticalement une roue horizontale sur laquelle on a monté un assemblage de deux madriers de 6,35 *m* de longueur, destiné à supporter à ses extrémités les modèles à essayer. La figure 16 montre les connexions électriques et le mécanisme par lequel on compte le nombre de tours du manège en un temps déterminé.

Soit *K* la résistance unitaire, *S* la surface de chacune des plaques montées symétriquement aux extrémités

¹ Train électrique à marche rapide par M. W. Reichel, ingénieur en chef de la Société Siemens et Halske. *Elektrotechnische Zeitschrift*, 1901.

du bras, V la vitesse en mètres par secondes du centre de la plaque.

Le travail dépensé en une seconde pour vaincre la résistance totale sera égal à :

$$T = 2SKV^2 \times V = 2KSV^3 \text{ kilogrammètres,}$$

ou à :

$$T = \frac{2KSV^3}{102} \text{ kilowatts.}$$

En mesurant le débit et le voltage du courant excita-

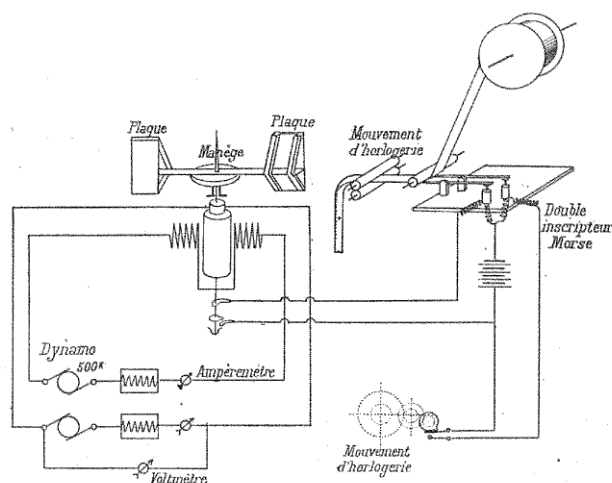


FIG. 16. — Dispositif schématique de l'appareil de M. W. Reichel.

teur au moyen des instruments ordinaires, on obtient le travail nécessaire pour vaincre : 1° la résistance de l'air sur les plaques ; 2° les forces de frottement et la résistance de l'air sur le bras. Une seconde expérience faite à la même vitesse et à vide, c'est-à-dire les extrémités du manège étant libres, donnera ce second travail et par suite, par différence, le travail effectif d'où l'on tirera R.

M. Reichel n'a publié qu'un diagramme résumant les

résultats des expériences; dans la figure 17, nous en avons reproduit seulement la partie qui intéresse la résistance sur des plaques planes.

En abscisses, on a porté les vitesses V évaluées en kilomètres à l'heure; les ordonnées indiquent la valeur correspondante de la résistance de l'air en kilogramme-mètre carré. Les croix donnent les résultats des diverses

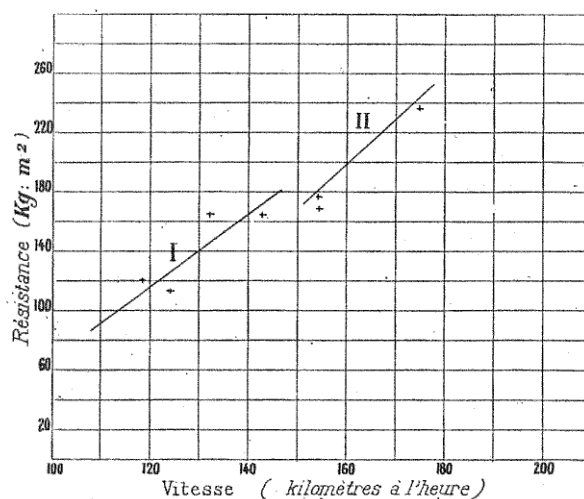


FIG. 17. — Diagramme des expériences de M. W. Reichel.

mesures qui ont été faites. Pour la courbe I, la plaque avait un mètre de côté; pour la courbe II, on s'est servi d'un plan carré de 0,69 m^2 de surface.

Calculons, par exemple, d'après la courbe I qui est l'exacte reproduction de celle qu'a donnée M. Reichel, le coefficient K . Pour une vitesse de 120 km à l'heure ou 33,3 m/s , on lit sur le diagramme une résistance de 120 kg ; la résistance spécifique est donc :

$$K = \frac{120}{33,3^2} = 0,408.$$

Mais cette valeur ne présente pas une grande précision, d'après l'opinion même de M. Reichel.

Pour le plan de $0,69 \text{ mg}$, on trouverait d'après les ordonnées de la courbe II, $K = 0,102$ pour la vitesse de 175 km , soit $48,6 \text{ m}$ par seconde.

Il faut remarquer que le prolongement de la courbe I reste au-dessus de la courbe II. Il semble en résulter que la résistance spécifique diminue en même temps que la surface, mais ce n'est là qu'une indication.

§ 8. — Expériences de MM. Finzi et Soldati.

MM. G. Finzi et N. Soldati¹ ont publié en 1903 les résultats des expériences qu'ils ont entreprises avec un manège dont le bras avait 6 m de longueur; le bras était fixé sur l'axe aux $2/3$ de sa longueur environ, de sorte que le centre des plaques soumises à la résistance de l'air décrivait une circonférence dont le rayon variait entre $4,50 \text{ m}$ et $4,60 \text{ m}$. Les expérimentateurs ont pensé que ce rayon était suffisant pour qu'on pût négliger l'influence du mouvement curviligne et assimiler les résultats obtenus avec ce mouvement à ceux que donnerait un déplacement rectiligne.

Le moteur triphasé qui actionnait le manège (en l'espèce une machine à fraiser) pouvait faire faire au manège de 10 à 32 tours par minute, ce qui correspond pour le centre des plaques à des vitesses de 5 à 15 m par seconde.

Un tube relié à un manomètre très sensible s'ouvre dans l'atmosphère au voisinage d'un point quelconque de la section médiane de la surface soumise à la résis-

1. Dottore G. FINZI e Dottore N. SOLDATI : *Esperimenti sulla dinamica dei fluidi*. Milan, 1903.

tance de l'air. Ce manomètre donne, par suite, la pression en ce point. Mais cette pression serait erronée du fait de l'action de la force centrifuge sur l'air contenu dans le tube, ainsi que de l'effet de succion produit à son ouverture. Pour éliminer ces erreurs, le manège porte un second tube manométrique placé de la même façon que le premier sur l'autre bras du manège prolongé et s'ouvrant dans l'atmosphère. La différence des pressions indiquées par les deux manomètres donne l'effet produit par la pression réelle de l'air sur la surface entraînée.

On obtenait ainsi les données nécessaires pour construire les courbes représentant la pression s'exerçant en chaque point de la section médiane. Finzi et Soldati ont admis qu'en planimétrant ces courbes, on obtenait la pression totale¹.

Résultats des expériences de MM. Finzi et Soldati.

FORME de la surface	DIMENSIONS	VALEUR de K	RAPPORT de la compression (face frontale) à la dépression
Cercle . . .	D = 10 cm	0,076	1,68
— . . .	30	0,082	1,40
— . . .	100	0,099	0,92
Carré. . . .	10 × 10	0,073	1,54
—	30 × 30	0,081	1,22
—	100 × 100	0,101	0,78
Rectangle. .	10 × 30	0,081	1,46
—	10 × 100	0,094	1,08
—	30 × 100	0,096	0,993

Ces valeurs se rapportent à la *bande médiane*, la seule pour laquelle on ait fait des mesures. On ne peut les

1. Nous ferons remarquer que M. Marey avait déjà employé ce mode d'expérimentation (Voir *Le Vol des oiseaux*). La valeur qu'il avait ainsi déterminée était de $K = 0,125$, qui était la valeur couramment adoptée.

appliquer à l'ensemble de la plaque pour laquelle elles seraient trop élevées. Elles paraissent indiquer cependant que le coefficient K croît avec la surface et que le rapport des pressions avant et arrière diminue inversement à celle-ci.

§ 9. — Conclusions.

On ne peut s'empêcher de reconnaître, d'après les analyses qui précèdent et qui se rapportent aux plus connues et plus récentes expériences faites sur la résistance de l'air avec des appareils rotatifs, que les appareils de ce genre ne fournissent pas de résultats définitifs sur la valeur numérique de la résistance spécifique. Les nombres qui en résultent varient, en effet, de 0,07 à 0,13, c'est-à-dire à peu près du simple au double; on ne peut même pas en tirer une conclusion permettant d'affirmer que cette résistance spécifique augmente réellement ou diminue avec la surface.

Les résultats les meilleurs, suivant nous, ont été donnés avec les grands manèges de M. Dines (rayon 8,50 m) et de Langley (rayon 9,25 m). Ceux-ci laissent cependant encore à désirer, parce qu'en raison de leurs dimensions, ils ont été installés en plein air et par suite soumis à l'action toujours incertaine du vent naturel, qu'il était très difficile d'éviter.

Quant aux manèges à petit rayon, tels que ceux de Hagen (2,50 m) ou ceux de Lössl (1,50 m d'axe en axe avec des plaques de 1 m), les causes d'erreurs sont si nombreuses que les résultats ne peuvent pas être considérés comme certains.

Mais si les manèges ne peuvent donner de valeurs absolues, ils se prêtent assez bien à en fournir de relatives,

c'est-à-dire qu'ils permettent de comparer une surface à une autre prise comme étalon. C'est ce qu'a fait le colonel Renard, qui, en adoptant *a priori* la valeur $K=0,085$ pour une plaque carrée, a pu, à l'aide d'une balance supportant un moulinet électrique, comparer cette plaque à des corps de différentes formes, demi-sphères, cylindres, etc. Nous reviendrons plus loin sur cet intéressant sujet; nous dirons seulement que la loi du carré de la vitesse s'est remarquablement vérifiée pour des vitesses allant jusqu'à 50 *m* par seconde.

CHAPITRE IV

MESURE DE LA RÉSISTANCE DE L'AIR PAR DES MOUVEMENTS RECTILIGNES

§ 1. — Généralités.

Les expériences sur la résistance de l'air faites avec des mouvements rectilignes sont beaucoup moins nombreuses que celles qu'on a faites au manège. Nous avons déjà dit qu'il fallait attribuer la préférence donnée au mouvement circulaire à la facilité qu'on avait de l'obtenir; mais nous avons montré aussi que les mouvements rectilignes soulèvent moins d'objections et que par suite les résultats qu'ils fournissent présentent plus de garantie.

Malheureusement, il n'y a eu jusqu'à présent qu'assez peu d'expériences en mouvements rectilignes qui aient été faites avec tout le soin désirable, et dont la précision puisse se comparer à celle que Hagen et Langley, par exemple, ont introduite dans leurs recherches.

Presque toutes ces expériences sont fondées sur le même principe consistant à donner à la plaque expérimentée un mouvement uniforme. Lorsque celui-ci est réalisé, la résistance de l'air (à laquelle il faut ajouter toutes les résistances accessoires de frottement ou autres)

est égale à la force accélératrice; il suffit donc de mesurer celle-ci pour avoir celle-là. Nous ne décrirons que des expériences récentes, mais nous ferons cependant exception pour celles qu'ont faites Piobert, Morin et Didion.

§ 2. — Expériences des capitaines Piobert, Morin et Didion.

Ces expériences¹ ont été commencées à Metz en 1835-1836 et poursuivies pendant plusieurs années.

Les surfaces sont suspendues à un cordon de soie enroulé sur une poulie; elles commencent à descendre d'un mouvement d'abord accéléré, puis uniforme. Un pinceau fixé à la poulie inscrit, sur un appareil chronométrique Morin, la loi du mouvement de descente et par suite les données nécessaires au calcul de la résistance de l'air.

La vitesse a été généralement de 8 ou 9 *m* par seconde. Les expérimentateurs ont trouvé : 1° que la résistance de l'air croît à peu près comme le carré de la vitesse; 2° qu'elle n'est pas exactement proportionnelle à la surface, mais croît un peu plus rapidement; 3° qu'elle est plus grande pour les surfaces carrées que pour les surfaces circulaires. Voici quelques-uns des résultats numériques donnés par les officiers français :

	SURFACE	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE
Carré	$S = 0,30 \text{ m}^2$	0,094
—	$S = 1$	0,110
Cercle	$S = 0,49$	0,091

1. Mémoires sur les lois de la résistance de l'air, par les capitaines Piobert, Morin et Didion. *Mémorial de l'Artillerie*, n° 5, 1842.

§ 3. — Expériences de M. Ricour.

Dans un mémoire¹ qui avait pour objet principal d'étudier l'influence, sur le rendement des locomotives, de quelques modifications apportées à leur construction, comme surface extérieure, M. Ricour donne le résultat d'expériences particulières faites en vue de déterminer la résistance de l'air sur des corps de différentes formes.

Sur une locomotive, à droite et à gauche de l'abri du mécanicien sont installées deux balances identiques (fig. 18) offrant à l'air un petit plateau de 1 dm². Un parallélogramme articulé maintient vertical le plateau dans toutes ses positions. Un ressort à boudin fait équilibre à la pression exercée sur le plateau et une aiguille indicatrice donne la valeur de cette pression. Les balances ont été graduées à l'aide de pesées directes; un frein à huile amortit les oscillations.

Lorsqu'il y avait absence de vent, les deux balances donnaient la même pression; cette pression était de 49 kg par mètre carré pour une vitesse de 70 km à l'heure, ou de 19,44 m par seconde. Cela donne comme valeur de la résistance spécifique :

$$K = \frac{49}{19,44^2} = 0,130.$$

Le mémoire de M. Ricour est très sobre de détails; la description de l'appareil employé se borne exactement à ce que nous en avons reproduit; un nombre unique est donné comme résultat. Il serait difficile, dans ces condi-

1. RICOUR : Notice sur le prix de revient de la traction et sur les économies réalisées par l'application de diverses modifications aux machines locomotives. *Annales des Ponts et Chaussées*, 1883, 2.

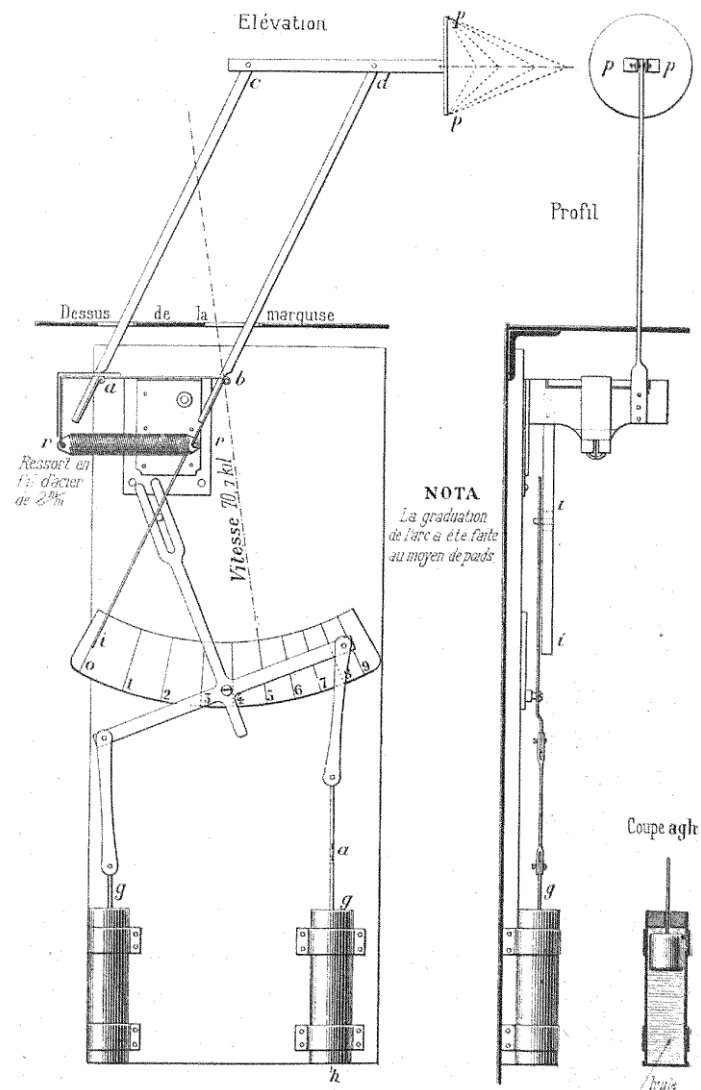


FIG. 48. — Appareil de M. Ricour.

tions, de faire une étude critique des expériences. Cependant, il n'est pas douteux que si les disques se trouvaient sur le passage des filets d'air déviés par l'avant de la locomotive, ils n'aient éprouvé une plus forte résistance que celle qu'ils auraient réellement supportée, si, animés de la même vitesse, ils s'étaient déplacés dans l'air tranquille, à l'abri de toute influence perturbatrice. On aura une idée de l'influence que peut avoir cette position, en rappelant quelques expériences de Dines. Nous avons vu que ce savant a trouvé que la résistance sur une plaque était de 30 % plus élevée lorsque la plaque se trouvait à l'arrière d'un châssis entraîné avec elle, que lorsqu'elle se trouvait en avant. Il est probable que dans les expériences de M. Ricour une action analogue a notablement élevé le coefficient de la résistance de l'air.

Si les disques de cet appareil, qui est très simple et peut rendre de bons services, avaient pu être placés à 1,50 m ou 2 m *en avant* de la locomotive, au lieu d'être en arrière, il est certain que l'on aurait eu de bien meilleurs résultats. On peut même s'étonner que cela n'ait pas été réalisé nombre de fois, ne fût-ce même qu'à l'avant d'une automobile.

§ 4. — Expériences de M. Desdouits.

Le mémoire¹ de M. Desdouits est tout aussi sommaire que le précédent. Les expériences ont été faites, sur un train en marche, de la manière suivante. En différents

1. DESDOUITS : Application de la méthode rationnelle aux études dynamométriques, Appareils et procédés d'expériences. Résultats obtenus dans l'étude de la résistance des trains. *Annales des Ponts et Chaussées*, 1886, 1.

points de la longueur d'un train, on place des panneaux de dimensions variables perpendiculaires au sens de la marche. Ces panneaux sont mobiles autour d'un axe horizontal inférieur et sont équilibrés au moyen de leviers supportant des poids connus. Le train étant lancé à des vitesses croissantes, qu'on observait au tachymètre, on notait l'instant où la résistance de l'air, devenant prépondérante, déterminait le soulèvement des poids et le renversement du panneau.

Connaissant la section totale de celui-ci, la position du centre de poussée ainsi que la valeur du bras de levier et des poids d'équilibre, on avait, par un calcul de moments, la résistance de l'air rapportée à l'unité de surface pour la vitesse considérée.

M. Desdouits a trouvé que sur un décimètre carré, la résistance était de 0,520 *kg* pour une vitesse de 20 *m* par seconde. La résistance spécifique est donc égale à :

$$\frac{0,520 \times 100}{20^2} = 0,130.$$

C'est exactement le nombre trouvé par M. Ricour ; mais il ne faut sans doute voir dans cette concordance que l'effet du hasard, car les deux méthodes sont bien différentes et ont dû offrir toutes deux quelques difficultés d'application. Remarquons d'ailleurs que, comme son prédécesseur, M. Desdouits ne donne qu'un seul résultat numérique.

M. Desdouits a trouvé que la distance du panneau aux parois latérales de la locomotive avait une influence considérable sur la valeur de la résistance. Ainsi, lorsque le panneau se trouve au voisinage immédiat du train, la résistance n'est que les 3/10 de ce qu'elle est quand le panneau est éloigné de 1,20 *m*.

D'après la proportionnalité de la résistance au carré de la vitesse, il en résulterait que le mouvement relatif de l'air par rapport au train aurait une vitesse de 20 m par seconde à une distance de $1,20\text{ m}$ et seulement de $20 \times \sqrt{0,3} = 11\text{ m}$ au voisinage immédiat du convoi. L'entraînement de l'air paraît donc être très considérable; il l'est en tous cas bien davantage que dans les expériences de Nipher, que nous verrons plus loin, faites également sur un train de chemin de fer. Il paraît probable que dans ces expériences, comme dans celles qui précèdent, les remous causés par l'avant de la locomotive ou des wagons ont eu une influence qui enlève beaucoup de son importance au chiffre de $0,43$ ci-dessus donné.

Enfin nous ferons remarquer que le vent a pu troubler d'une manière importante les mesures; nous nous bornerons à en faire la remarque, MM. Ricour et Desdouits n'ayant donné aucune indication précise permettant de voir dans quelle limite cette influence a pu se produire.

§ 5. — Expériences sur une locomotive.

D'autres expériences ont été faites en vue de déterminer la résistance opposée par l'air à la marche des trains, notamment par la Société Siemens et Halske dans ses essais de traction électrique à grande vitesse dont nous avons déjà parlé.

Les expériences ont été faites en 1901 sur la voie stratégique, longue de 23 km , reliant Zössen à Berlin. Les vitesses ont atteint 160 km à l'heure. La voiture électrique portait un certain nombre de tubes débouchant sur les parois latérales et frontale, et communiquant avec des manomètres à eau. En lisant la pression en

millimètres d'eau, on obtenait un nombre qui représentait la pression de l'air en kilogrammes par mètre carré. On a ainsi trouvé $K=0,07$.

A ce propos, nous empruntons à un article récent de M. A. Franck¹ la formule qu'il a établie pour la résistance d'une locomotive, d'après les expériences faites sur une ligne de chemin de fer :

$$R=Q\left[2,5+0,0142\left(\frac{V}{10}\right)^2\right]+0,0054\times 1,1S\times V^2,$$

Q =poids en tonnes de la locomotive et du tender;

S =surface de la projection transversale de la locomotive;

V =vitesse en kilomètres à l'heure.

Dans cette formule, le second terme représente la résistance de l'air; le coefficient 0,0054 valable pour des vitesses en kilomètres à l'heure correspond à 0,07 en mètres par seconde.

M. Franck a vérifié que sa formule représente assez exactement les résultats des essais de la Société Siemens et Halske, comme le montre le tableau suivant, dans lequel le poids $Q=93$ tonnes et la surface frontale $S=6\text{ mq}$.

V EN kmh		40	60	80	100	120	140
Résistance en kg	De roulement . . .	252	280	316	364	422	491
	De l'air	37	128	228	356	513	697
	Totale (calculée) . .	310	408	544	720	935	1.188
	Totale observée . .	280	390	525	720	935	1.190

Pour calculer le coefficient par lequel il faut multi-

1. *Zeitschrift des Ver. Deutscher Ing.*, vol. LI.

plier la surface S , M. Franck a admis que le calcul et l'observation concordaient pour $V = 100 \text{ km}$. Ce coefficient est de 4,40.

On voit l'importance que prend la résistance de l'air pour les très grandes vitesses.

Des essais faits en Angleterre avec une automobile¹ ont également montré que la surface à introduire dans la formule de la résistance de l'air était plus grande que la surface couverte par la projection de la voiture.

Les formules que donnent les ouvrages français, tels que le traité de MM. Deharme et Pulin², sont assez incertaines. On semble même admettre que la proportionnalité par rapport à V^2 donne des résultats très exagérés pour les vitesses supérieures à 15 m par seconde, quand on prend 0,125 comme coefficient de la résistance de l'air. On a proposé la formule

$$r = 2,3 (V - 5),$$

dans laquelle r est la résistance par mètre carré de surface frontale de la locomotive, laquelle est en général de 6 mq , et V la vitesse en mètres par seconde.

Pour la vitesse de 20 m par seconde, on aurait $r = 34,5$, tandis que la formule de Franck donnerait $r = 0,7 \times 4,40 \times 20^2 = 30,8$.

MM. Deharme et Pulin font observer (*p. 166*) que l'on a acquis la certitude que la résistance de l'air, assez

1. Ces essais ont été effectués par M. Edge sur la piste de Brooklands (*Automotor Journal*, août 1907). La voiture était une automobile Napier de 40 chevaux; on faisait marcher le moteur à pleine puissance et l'on relevait la vitesse maximum réalisée: 1° dans les conditions ordinaires; 2° en faisant porter à la voiture des écrans verticaux de différentes dimensions. On a trouvé que la vitesse, qui atteignait à vide 127 km à l'heure, était réduite à 100 km avec un écran de 4,10 m^2 et à 79 km avec un écran de 2,80 m^2 . Les résultats numériques donnent pour K une valeur voisine de 0,07.

2. E. DEHARME et A. PULIN : *Chemins de fer. — Matériel roulant. Résistance des trains. Traction*. Chez Gauthier-Villars. 1895.

importante aux vitesses modérées, constitue l'une des principales difficultés de la traction aux très grandes vitesses. Ils ajoutent (*p. 171*) : « Les expériences faites plus ou moins récemment dans les diverses Compagnies de chemins de fer, ont montré que les anciennes formules donnent pour la plupart des coefficients de résistance trop élevés, mais il existe encore beaucoup d'incertitude au sujet de l'emploi des formules nouvelles. De nouvelles recherches expérimentales seraient donc nécessaires. L'étude des dispositions spéciales des locomotives et du matériel de transport, en vue de diminuer la résistance de l'air, présente un intérêt croissant en raison des progrès de la traction. Le perfectionnement des machines coupe-vent, qui viennent d'être mises en service par la Compagnie des chemins de fer Paris-Lyon-Méditerranée, consiste dans l'application de tôles minces disposées principalement, les unes à l'avant de la machine, en prolongement de la boîte à fumée, suivant la forme d'une proue de navire ; d'autres entre la cheminée et le dôme de prise de vapeur, pour clore l'espace intermédiaire et éviter les remous de l'air ; d'autres enfin en avant de la surface de front démasquée de l'abri du mécanicien, suivant une obliquité convenable. »

Malgré cette incertitude, la formule de M. Franck nous paraît devoir donner des résultats assez exacts¹.

§ 6. — Expériences de MM. Cailletet et Colardeau.

MM. Cailletet et Colardeau ont fait en 1892 à la Tour Eiffel, dans un laboratoire que je leur avais organisé au deuxième étage, soit à 120 m au-dessus du sol, une série d'expériences dont les résultats sont parmi les plus

1. Voir sur le même sujet : *Appendice*, p. 220.

intéressants qui aient été obtenus. Nous avons pu compléter les notes un peu sommaires qui ont paru¹ avec les documents originaux que M. Cailletet a eu l'obligeance de nous prêter.

La méthode employée est ainsi décrite dans les *Comptes rendus de la Société de Physique* :

« PRINCIPE DE LA MÉTHODE. — Quand un corps se déplace dans l'air, il éprouve de la part de celui-ci une résistance qui s'accroît en même temps que la vitesse du mouvement. Supposons que ce corps soit sollicité par une force constante, comme il l'est, par exemple, par son propre poids, quand on l'abandonne en chute libre. Si, au lieu d'être plongé dans l'air, il était dans le vide, sa vitesse, nulle au départ, irait constamment en croissant et son mouvement s'accélérerait indéfiniment. S'il est plongé dans l'air, il n'en sera pas de même. A mesure que la vitesse du mobile croîtra, il éprouvera une résistance elle-même croissante, de sorte que son mouvement cessera de s'accélérer et deviendra uniforme précisément quand la résistance de l'air équilibrera exactement l'effet de la pesanteur sur le corps.

« Si l'on mesure, d'une part, la vitesse V du corps au moment où son mouvement devient uniforme, et d'autre part son poids P , on verra que l'effort exercé par l'air sur le corps animé de la vitesse V est précisément P .

« En augmentant le poids du corps, sans modifier sa surface, par l'addition d'un lest convenable, on augmentera en même temps la vitesse V du mouvement uniforme limite, de sorte que la comparaison des diverses valeurs de P avec les valeurs correspondantes de V

1. *C. R.*, t. CXV, 1892. — *La Nature* (9 juillet 1892). — *C. R. de la Société de Physique* (novembre 1892). — *La Tour Eiffel en 1900*, par M. G. Eiffel.

permettra de découvrir la loi de variation de la résistance en fonction de la vitesse.

« Pour mettre cette méthode en pratique, l'appareil employé repose sur le principe suivant :

« Imaginons un fil fin de grande longueur subdivisé en sections égales, de 20 *m* par exemple. Attachons légèrement à des points de suspension les subdivisions des sections consécutives, en laissant pendre entre ces points les différents tronçons successifs de 20 *m*. Supposons qu'aux points de suspension se trouvent des contacts électriques susceptibles de fonctionner sous l'influence d'une très légère traction du fil, et réunis à un stylet enregistreur adapté à un cylindre tournant, suivant la disposition bien connue. Laissons tomber le corps pesant situé à l'extrémité libre du fil.

« L'instant du départ sera enregistré sur le cylindre par le premier contact. Dès que le corps, en tombant, aura parcouru 20 *m*, il aura entraîné avec lui le premier tronçon de fil qui se sera développé verticalement en suivant le corps; le deuxième contact fonctionnera à son tour, et ainsi de suite. Si l'on annexe au cylindre un diapason enregistreur, faisant, par exemple, 100 vibrations par seconde, le graphique tracé sur le cylindre indiquera, en centièmes de seconde, au bout de quels intervalles de temps le corps a parcouru 20, 40, 60 *m*. Aussitôt que le mouvement sera devenu uniforme, on s'en apercevra sur le graphique par ce fait que les contacts successifs fonctionneront à des intervalles de temps équidistants. Ces intervalles étant mesurés, en centièmes de seconde, par les sinuosités de la courbe du diapason, on aura immédiatement la vitesse uniforme du mobile.

« DISPOSITION PRATIQUE DE L'APPAREIL. — En pratique, il

serait impossible de laisser flottants dans l'espace les tronçons successifs du fil, qui, par l'effet des courants d'air, s'enchevêtreraient les uns dans les autres. On a évité cet inconvénient par l'artifice suivant :

« Chaque section du fil est enroulée sur un cône de bois C_1 , C_2 , C_3 (voir fig. 49) fixé verticalement, la pointe tournée en bas. On conçoit que le fil entraîné par la

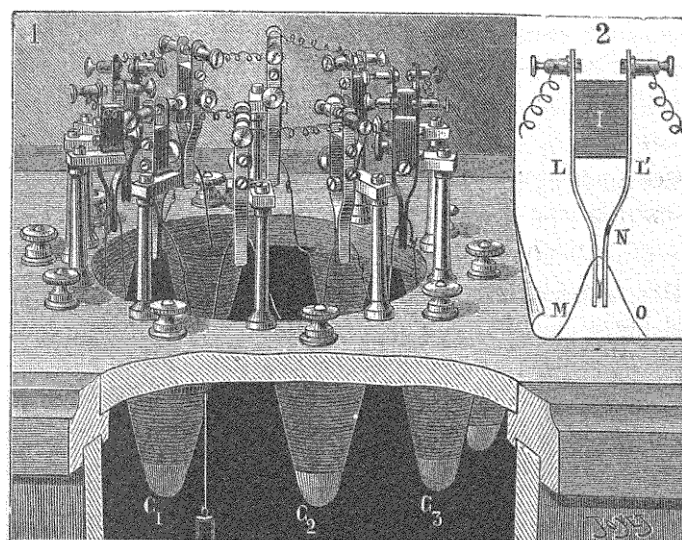


FIG. 49 — Appareil de déroulement.
Expériences de MM. Cailletet et Colardeau.

chute du mobile le suit avec la plus grande facilité ; à cause de leur forme conique, ces bobines, bien qu'immobiles, permettent à ce fil de se dérouler, pour ainsi dire, sans frottement. On a du reste évalué par une mesure directe, comme on le verra plus loin, le retard qui peut provenir d'une résistance au déroulement du fil.

« Les contacts électriques destinés à enregistrer chaque parcours de 20 m sont formés de deux lames métal-

liques LL' isolées en I par un morceau d'ébonite et dont les extrémités se touchent par l'intermédiaire de contacts en platine. Cette sorte de pince est traversée par un courant électrique qui va animer la plume de l'enregistreur et qui est interrompu lorsque les deux branches s'écartent. En passant d'un cône C_1 au suivant C_2 , le fil est engagé dans l'intervalle libre que laissent entre elles les deux branches de chaque pince, immédiatement au-dessus du contact en platine. Quand le cône C_1 est déroulé, le fil fixé au mobile écarte un instant les branches de la pince, et ouvre le courant qui se rétablit aussitôt. C'est alors que la plume de l'enregistreur laisse une trace sur le cylindre tournant. Puis le cône C_2 se déroule à son tour ; la seconde pince s'ouvre après un nouveau parcours de 20 m, et ainsi de suite. »

Des expériences préliminaires ont montré que la résistance présentée par les lames était absolument négligeable ; elle diminuait la vitesse de $\frac{4}{200.000}$ au maximum.

Il en est de même pour le déroulement du fil et le frottement du fil dans l'air. C'est ce que démontrent les expériences suivantes :

1° MM. Cailletet et Colardeau ont laissé tomber une sorte de flèche cylindrique lestée à sa partie inférieure par une masse métallique terminée en pointe effilée. La durée totale de la chute de cette flèche ne diffère que de $\frac{1}{50}$ de la durée calculée dans le vide.

2° La seconde expérience de MM. Cailletet et Colardeau est encore préférable et donne une limite plus précise du retard attribuable aux résistances passives. On laisse tomber le mobile entièrement libre et non attaché au fil.

L'instant du départ est enregistré par la plume électrique dont le circuit est interrompu par la chute même du corps au moment où il se met en mouvement. En arrivant au sol, le mobile vient frapper un panneau de bois soutenu par des ressorts et qui traverse un courant qui anime l'enregistreur. Au moment du choc, le panneau cède et le courant est interrompu, de sorte que l'instant précis de l'arrivée est enregistré ainsi que celui du départ. En comparant la durée totale de la chute libre à celle que donne le même mobile attaché au fil et faisant fonctionner les pinces, la différence de ces durées représente la somme des retards que subit le mobile de la part des résistances passives dues à l'appareil même.

Dans deux expériences faites avec un cylindre de cuivre pesant 2.080 *gr*, MM. Cailletet et Colardeau ont trouvé exactement le même nombre de vibrations, que le corps fût libre ou attaché au fil. C'est dire que le retard dû aux résistances passives est inférieur à l'approximation avec laquelle on peut mesurer le temps. En admettant que celui-ci soit déterminé à 0,02 *s* près (une vibration du diapason), cela donne comme limite supérieure du retard 0,04 *s*, soit, sur une durée totale de chute de cinq secondes, moins de $\frac{1}{100}$. Le retard peut être absolument négligé.

Nous rendrons compte en détail d'une expérience, celle qui a été faite avec un plan carré de 0,13 *m* de côté ($S=0,0225 \text{ m}^2$). Ce plan qui pesait 140 *gr* était lesté par une boule sphérique en plomb de 575 *gr*. Le poids total est donc de 715 *gr* (le poids du lest n'était pas 800 *gr*, comme il est dit par erreur dans la note des *Comptes rendus* et dans toutes les publications qui l'ont reproduite).

Ce système abandonné dans l'air par un temps abso-

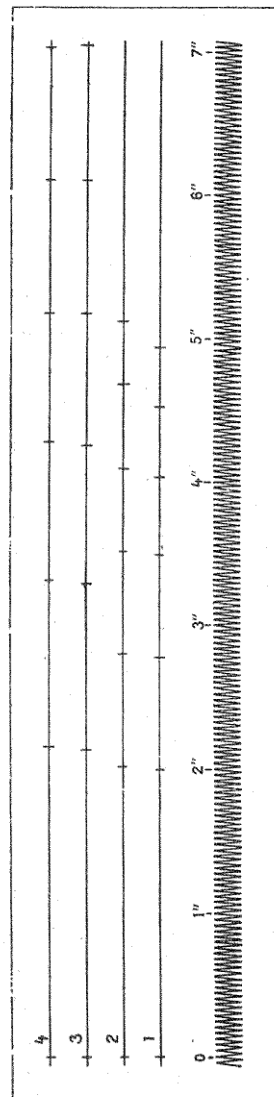


FIG. 20. — Diagrammes des expériences de MM. Caillaud et Colardeau.

lument calme tombait bien verticalement, le plan carré restant horizontal. Le diagramme reproduit sur la figure 20¹ (tracé n° 3) permet de compter le temps mis par le mobile pour parcourir 20 *m* et par suite la vitesse moyenne du mobile pendant chacun des 20 *m*. On trouve ainsi, qu'à partir de 20 *m*, cette vitesse peut être regardée comme constante et égale à 21,28 *m*.

Ainsi, le mouvement étant uniforme, la résistance de l'air pour cette vitesse est égale au poids total du mobile. On a donc pour l'expérience précédente :

$$0,745 \text{ kg} = K \times 0,0225 \times \overline{21,28}^2,$$

d'où l'on tire la valeur de *K* :

$$K = 0,070.$$

1. N° 1 : Tracé théorique de la chute d'un corps dans le vide (intervalles de 20 *m*).

N° 2 : Tracé expérimental de la chute d'une flèche en bois lestée par une masse métallique pointue.

N° 4 : Chute d'un plan triangulaire de même surface que le plan carré.

Il faut remarquer que le lest en plomb offre une résistance supplémentaire, qui doit être très faible, puisque le lest a une forme sphérique et une section diamétrale petite (16 cm^2 environ). Il serait d'ailleurs difficile de faire une correction précise à cet égard. D'après d'autres expériences, si le lest se trouve suffisamment éloigné du plan, il ne trouble pas la résistance sur celui-ci; celle qu'il subit s'ajoute donc simplement à celle du plan. Si, au contraire, il en est assez voisin, la résistance du plan peut être légèrement diminuée. Dans tous les cas, la correction serait probablement très faible et on peut la considérer comme négligeable.

L'expérience précédente offre de plus un grand intérêt en ce qu'elle permet de vérifier les lois de la chute d'un corps qui éprouve une résistance proportionnelle au carré de la vitesse. En appliquant les formules que nous avons données dans notre ouvrage *Recherches expérimentales sur la résistance de l'air* pour la chute des corps dans l'air (p. 93), on a les valeurs comparatives suivantes :

HAUTEURS DE CHUTE	DURÉE DE CHUTE	
	calculée	observée
20 m.	2,17 s	2,14 s
40.	3,28	3,26
60.	4,28	4,24
80.	5,25	5,16

On voit que les valeurs calculées et observées concordent bien entre elles, le plus grand écart ne dépassant pas $\frac{1}{50}$. Ainsi on peut dire que l'hypothèse d'une résistance proportionnelle au carré de la vitesse se trouve justifiée par les expériences de MM. Cailletet et Colardeau jusqu'à la vitesse de 21 m par seconde.

Pour terminer, nous donnerons un certain nombre de valeurs de la résistance spécifique pour des plans de formes et de dimensions différentes.

Valeurs de K.

PLAQUE	SURFACE S	POIDS TOTAL P	VITESSE V	RÉSISTANCE $K = \frac{P}{SV^2}$
Carré. . . .	0,0223 m ²	0,745 kg	21,27	0,070
—	0,0223	0,739	21,74	0,072
—	0,0450	1,600	22,72	0,070
—	0,0450	2,532	28,57	0,069
Cercle . . .	0,0223	0,690	21,28	0,068
Triangle . .	0,0212	0,688	21,74	0,068

Quoique aucune correction n'ait été faite pour tenir compte des variations de la température et de la pression atmosphérique, ces valeurs doivent être considérées comme étant parmi les meilleures qui aient encore été fournies jusqu'à présent.

Elles ne présentent aucun indice d'une variation avec la grandeur de la surface expérimentée, ni avec la forme.

§ 7. — Expériences de M. Le Dantec.

Des expériences fondées sur le même principe ont été faites par M. Le Dantec¹, au Conservatoire des Arts et Métiers en 1899, mais sur une très petite échelle; le mouvement uniforme utilisé se faisait sur une longueur de 0,50 m à 0,80 m.

La surface expérimentée est traversée en son centre

¹ Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale, t. IV, 5^e série, 1899.

par un tube, normal à son plan, qui glisse sur un fil métallique tendu bien verticalement. La surface reste ainsi horizontale pendant la chute; elle est d'ailleurs parfaitement équilibrée pour que le frottement de glissement sur le fil soit très petit.

La hauteur de chute est réglée par un curseur que l'on peut déplacer le long du fil. Au moment où la chute commence, le circuit d'une pile est fermé; le courant passe alors dans un électro-aimant qui attire une roue à molette; celle-ci trace sur un ruban de papier animé d'un mouvement continu, une ligne pointillée. Lorsque la surface atteint le curseur, la chute s'arrête; le courant est interrompu et la molette cesse d'inscrire son pointillé. Les oscillations d'un pendule qui bat la seconde sont également inscrites électriquement sur la bande de papier. La distance de chacun des points inscrits par la molette représente ainsi une fraction de seconde que l'on peut évaluer par les indications du pendule; le nombre des intervalles donne la durée de la chute.

« A l'aide de cet enregistreur électrique, dit M. Le Dantec, les expériences peuvent se faire avec une précision remarquable.

« Nous avons pu, par exemple, dans des conditions de calme convenables, constater les variations produites dans la durée de la chute par un centimètre et même un demi-centimètre de variation dans la hauteur de la chute. »

M. Le Dantec donne, à l'appui, les nombres suivants pour la durée de chute d'une plaque d'un demi-mètre carré, pesant 0,0524 *kg*.

N° DE L'EXPÉRIENCE	HAUTEUR DE CHUTE	DURÉE
1	0,80 m	1,40 s
2	0,70	1,33
3	0,60	1,16
4	0,50	0,96
5	0,54 ¹	1,14
6	0,52	1,07
7	0,54	0,97
8	0,515	1,00

La précision n'est donc peut-être pas aussi grande que l'affirme M. Le Dantec. En effet, si on prend l'expérience 8 qui est une moyenne, au point de vue de la hauteur de chute, entre les expériences 6 et 7, on voit que la durée varie de 0,07 *sec* pour 1/2 *cm* en plus, et de 0,03 *sec* pour 1/2 *cm* en moins.

M. Le Dantec insiste particulièrement sur l'influence perturbatrice des courants d'air. Il a trouvé dans ses expériences que cette influence était considérable : le déplacement d'une personne dans la pièce au moment de l'expérience suffisait pour en modifier le résultat. Il en conclut que *toutes les expériences faites en plein air ne peuvent donner que des résultats inexacts*. La conclusion nous paraît excessive. Il faut bien remarquer, en effet, que si dans les expériences du Conservatoire, l'influence des courants d'air s'est montrée si importante, cela est dû principalement à ce que les vitesses de descente étaient très petites. Dans les expériences précédentes, la vitesse moyenne pendant la première seconde était de 0,50 *m* seulement; il n'est pas étonnant, dans ces conditions, que le moindre courant d'air ait pu produire un trouble considérable.

1. Il y a dans le mémoire de M. Le Dantec quelques erreurs typographiques qui en rendent la lecture assez malaisée.

M. Le Dantec a essayé plusieurs plaques carrées de dimensions et de poids différents. Le tableau suivant donne la surface des plaques employées, leur poids, la vitesse de la chute lorsqu'elle est devenue uniforme, enfin la résistance spécifique.

Valeur de la résistance spécifique.

SURFACE S	POIDS P	VITESSE V	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE $K = \frac{P}{SV^2}$
0,5 m ²	0,0324 kg	1,12 m	0,083
1	0,0980	1,09	0,082
1	0,08775	1,04	0,081
1	0,07675	0,95	0,085
1	0,081	1,00	0,081

Comme la hauteur de chute dont disposait M. Le Dantec était très limitée, il procédait par tâtonnements successifs en modifiant le poids de manière que le mouvement fût uniforme dans la dernière partie de la chute.

M. Le Dantec donne comme valeur de la résistance spécifique 0,081 d'après la dernière série d'expériences. Mais celle-ci a été « très troublée par les courants d'air »; il aurait peut-être été préférable de prendre la moyenne des quatre séries d'expériences faites sur la plaque de 1 mètre carré; cette moyenne est égale à 0,083.

D'ailleurs, le mémoire ne donne aucune indication de température et de pression atmosphérique, de telle sorte qu'il est impossible de réduire cette résistance aux conditions normales de température et de pression.

M. Le Dantec a essayé, en outre, des plaques carrées, rondes et triangulaires de même poids, de même sur-

face et dont les bords étaient dans des conditions identiques. Pressé malheureusement par le temps, il n'a pu donner à ces expériences le même soin qu'aux précédentes et les résultats en sont forcément un peu approximatifs. Des hauteurs de chute pendant 4 secondes, l'auteur conclut que la résistance est plus grande pour le carré que pour le cercle, pour le triangle que pour le carré. C'est le résultat qu'ont trouvé la plupart des expérimentateurs qui se sont occupés de la question.

§ 8. — Expériences de M. Canovetti.

Les expériences de M. Canovetti sur la résistance de l'air ont reçu le précieux appui de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale, qui lui a accordé l'une de ses récompenses.

La récompense était certes méritée par les soins et le travail que ces recherches ont demandés à leur auteur. Cependant, le principe de la méthode et la manière dont elle a été appliquée nous obligent à faire quelques réserves sur la valeur des résultats obtenus.

M. Canovetti utilise le déplacement sur un fil incliné d'un chariot portant la plaque à essayer. Ce procédé ne peut guère donner de bons résultats :

1° Parce que le plan incliné n'est pas rigide comme le serait la voie d'un chemin de fer funiculaire et ne permet pas de connaître l'espace parcouru à des instants successifs;

2° Parce que l'on n'enregistre pas le temps spécial à chaque parcours, de manière à constater la valeur de la vitesse du mouvement uniforme que l'on cherche à réaliser.

Nous croyons que des essais faits sur un chemin de fer

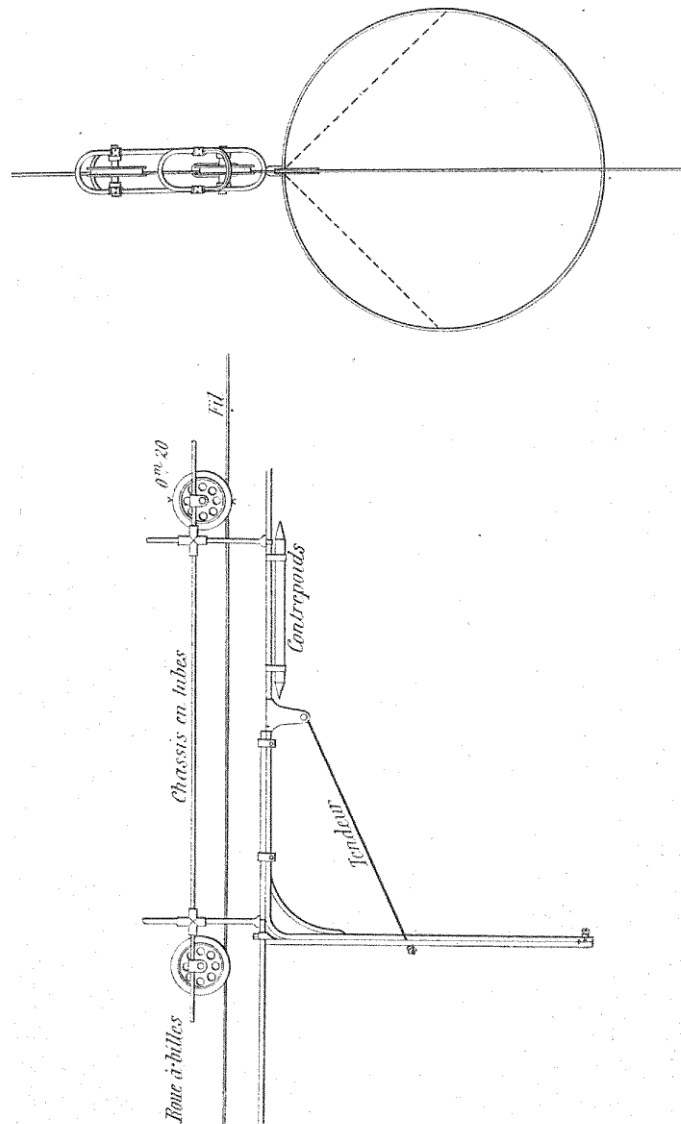


FIG. 21. — Appareil de M. Canovetti.

funiculaire, comme ceux des dernières expériences de M. Canovetti, devraient conduire à de bons résultats en prenant les précautions nécessaires. Ce mode d'expérimentation est facile à réaliser et l'on peut s'étonner qu'il n'ait pas été plus souvent appliqué. La plus grande difficulté pratique est de trouver un frein d'arrêt tel que l'appareil ne soit pas brisé à la fin de la course; mais l'emploi de mâchoires à ressort, comme celles que j'ai utilisées dans mes expériences de chute à la Tour Eiffel, présente une solution très simple du problème.

Les conditions favorables à une bonne expérimentation sont assez mal réalisées dans les expériences de M. Canovetti. En effet, ayant à racheter une hauteur de 70 m, il installa son véhicule sur un câble essentiellement déformable de 370 m de longueur (voir fig. 24) et il n'observa qu'un seul élément, le temps de parcours total. On voit de suite les insuffisances de cette méthode.

Dans un premier mémoire, M. Canovetti, en se fondant sur la grande longueur du câble, admettait que la vitesse du mouvement uniforme était donnée par le quotient de la longueur totale divisée par le temps, c'est-à-dire qu'il considérait que le mouvement uniforme commençait dès le départ du mobile. Dans un second mémoire, il a remplacé cette solution trop simplifiée par une série d'approximations successives en attribuant une valeur approchée au coefficient à déterminer, afin de connaître l'origine du mouvement. La méthode de réduction des observations, d'ailleurs insuffisamment indiquée dans le mémoire, comporte des incertitudes de toutes sortes, notamment celles qui proviennent du chariot (frottement et résistance de l'air), qui jettent quelques doutes sur l'exactitude des résultats obtenus.

Au surplus, les conclusions que M. Canovetti a données ont quelque peu varié au cours des expériences. D'après les mesures faites de 1899 à 1902, M. Canovetti conclut que la résistance croît d'après la loi généralement admise, c'est-à-dire comme le carré de la vitesse.

Mais d'après des expériences plus récentes faites sur un chemin de fer funiculaire, M. Canovetti¹ donne pour représenter la résistance, la formule :

$$R = 0,0324 V^2 + 0,431 V,$$

qui fait intervenir la première puissance de la vitesse.

La contradiction entre les deux conclusions est manifeste; la dernière formule ne peut pas être exacte, puisque pour 4 m elle conduit à un coefficient de $K = 0,46$ et pour 40 m à un coefficient $\frac{69,1}{1,600} = 0,043$, valeurs inadmissibles.

Nous reproduirons donc, à titre documentaire seulement, les valeurs de K trouvées par M. Canovetti dans les expériences de 1903.

Expériences de M. Canovetti.

FORME DES SURFACES	SURFACE	VITESSE	RÉSISTANCE SPÉCIFIQUE
Cercle	0,181 mq	5,20 m	0,093
—	"	6,50	0,102
—	0,0684	7,50	0,077
—	"	9,90	0,083
Rectangle . .	0,0240	13,35	0,094
Trapèze . . .	0,0135	17,50	0,091
Cercle	0,80	3,81	0,088
Rectangle . .	2,00	6,47	0,088

¹ *Bulletin de la Société des Ingénieurs civils*, mai 1907. Lettre de M. Canovetti.

§ 9. — Expériences de chute, à la Tour Eiffel,
par M. G. Eiffel.

Je terminerai ce chapitre en rappelant brièvement les expériences que j'ai exécutées à la Tour Eiffel de 1903 à 1905. Elles ont fait l'objet d'un ouvrage spécial¹ et d'un rapport très favorable de la Commission de l'Académie des Sciences (MM. Maurice Lévy et Général Sébert)².

Elles ont été faites avec un appareil tombant du deuxième étage de la Tour, soit d'une hauteur de 115 m dont 95 m de course utilisable. A l'inverse de ce qui se passait dans les expériences de MM. Cailletet et Colardeau, cet appareil très pesant présentait peu de résistance à l'air et tombait presque comme dans le vide, avec une vitesse qui atteignait 40 m/s; il portait la plaque en expérience et les appareils de mesure. Nous en donnerons une description très sommaire.

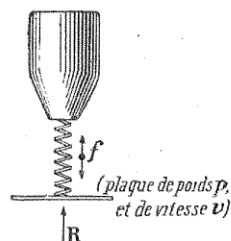


FIG. 22. — Appareil de M. G. Eiffel; disposition schématique.

L'appareil consiste essentiellement (fig. 22) en une masse pesante poussant la plaque devant elle par l'intermédiaire d'un ressort taré : si P désigne le poids de la plaque et de son support, — ensemble que nous appellerons partie mobile, — v sa vitesse à l'instant t , f l'effort du ressort et R la résistance de l'air sur la plaque à cet instant t , on peut écrire, en exprimant que le produit de

1. *Recherches expérimentales sur la Résistance de l'air, exécutées à la Tour Eiffel.* (Paris, Maretheux, 1907, et Librairie Aéronautique, 1910.)

2. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXLVII, 16 novembre 1908.

la masse $\frac{p}{g}$ de la partie mobile par son accélération est égal aux forces qui agissent sur elle :

$$\frac{p}{g} \frac{dv}{dt} = p + f - R.$$

Cette relation donne l'inconnue R en fonction de la vitesse. Les valeurs corrélatives de v , t , f sont obtenues par un diagramme unique.

Le mobile abandonné du second étage de la Tour glisse le long d'un câble vertical Ca (fig. 23) et tombe à peu près comme en chute libre. Pour arrêter cette chute en évitant de briser ou de détériorer l'appareil, à une hauteur de 21 m au-dessus du sol, le câble augmente de diamètre et détermine, par l'intermédiaire de puissants ressorts Ra agissant sur ce renflement, un freinage qui ralentit, jusqu'à l'annuler, la vitesse de l'appareil. Celui-ci porte la surface S qu'on oppose à l'air, au moyen de ressorts tarés r , formant dynamomètre et fixés au collier inférieur serré sur le tube t . Leur action est antagoniste de la résistance de l'air, de sorte que le déplacement, par rapport au reste de l'appareil, de la partie mobile portant la surface permet d'évaluer la tension f des ressorts, d'où l'on déduit la résistance R elle-même.

Dans ce but, un diapason d faisant 100 vibrations par seconde, mis en mouvement au début de la chute et solidaire de la partie mobile, est muni d'un style qui peut se déplacer le long d'une génératrice d'un cylindre vertical C porté par le bâti de l'appareil. Ce cylindre couvert d'un papier noirci à la fumée, tourne avec une vitesse proportionnelle à la vitesse de chute grâce à un galet G muni de fines dentelures qui roule le

long du câble sur lequel il est énergiquement pressé. En même temps, les vibrations du diapason inscri-

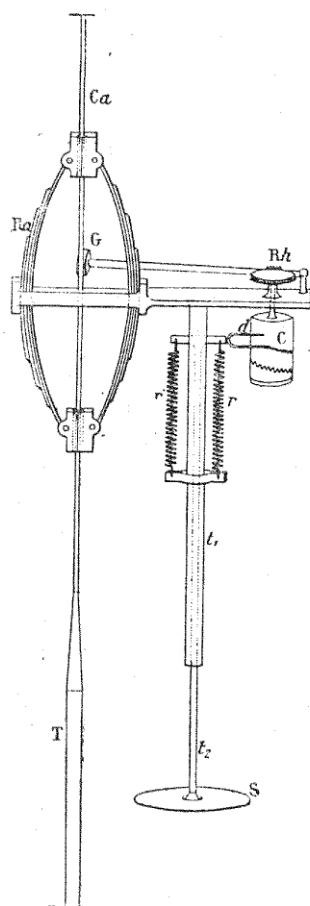


FIG. 23. — Appareil de M. G. Eiffel pour l'étude de la résistance de l'air.

vent sur le cylindre le temps écoulé depuis l'origine de la chute. De cette manière le style enregistre, pour chaque position de l'appareil de chute, non seulement le déplacement relatif de la partie mobile et par suite la tension des ressorts, mais aussi le temps. La courbe du diagramme est formée d'une sorte de fine sinusoïde, qui donne directement le temps, et par les ordonnées de sa ligne médiane la résistance de l'air. Comme, d'autre part, les abscisses sont proportionnelles aux espaces parcourus dans la chute, le diagramme fournit par une seule et même courbe les trois quantités qui nous intéressent.

Le Rapport de MM. Maurice Lévy et Sébert conclut ainsi :

« Des expériences préliminaires ont permis d'éva-

luer tous les éléments des résistances passives ou des causes perturbatrices pouvant influencer les mesures et

d'en corriger au besoin les effets. Des corrections spéciales ont ramené les résultats obtenus à ce qu'ils auraient été à la température de 15° et la pression de 760 mm . Il a été ainsi reconnu que les seules expériences dont il était possible de tenir compte étaient celles qui avaient pu être effectuées par un calme parfait. Dans ces conditions, on peut admettre que les résultats obtenus par M. Eiffel et consignés dans son ouvrage représentent aujourd'hui les valeurs les plus précises que l'on connaisse pour la mesure de la résistance que l'air oppose au mouvement rectiligne de

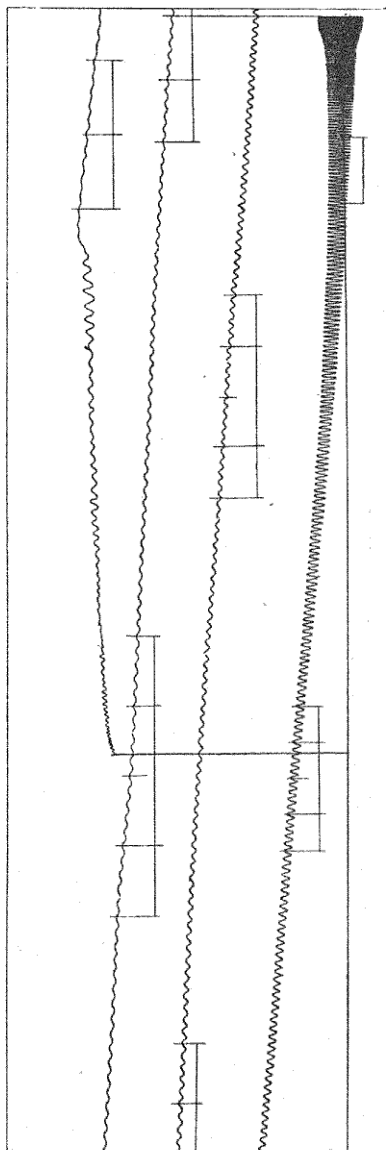


FIG. 24. — Diagramme des expériences. Cercle de $\frac{1}{16}\text{ m}^2$.

surfaces ayant les dimensions et les formes qu'il indique, pour des vitesses de déplacement comprises entre les limites où il a opéré.

« On peut donc conseiller, à ceux qui ont besoin de connaître et d'utiliser ces valeurs, de se reporter aux nombres et résultats indiqués dans son ouvrage, et l'on peut considérer comme établies, avec une suffisante exactitude, les conclusions principales qu'il indique et qui peuvent se résumer comme il suit :

« Dans la limite des mesures effectuées, c'est-à-dire pour des vitesses comprises entre 18 *m* et 40 *m*, la résistance de l'air est sensiblement proportionnelle au carré de la vitesse. Toutefois, dans la réalité, l'exposant de la vitesse paraît croître, pour les plaques, d'une façon continue, en passant par la valeur 2 pour la vitesse de 33 *m* environ, mais en restant toujours assez voisin de cette valeur pour qu'on puisse accepter cette proportionnalité.

« Le coefficient *K* de la formule ainsi admise a été trouvé constamment compris entre 0,068 et 0,080 pour l'air ramené à la température de 15° et à la pression de 760 *mm*, la dernière valeur étant celle qu'atteignent seulement les plaques d'assez grandes dimensions. Le coefficient augmente graduellement avec la surface de la plaque et avec son périmètre. »

Nous donnons ci-dessous le tableau des résultats en ce qui concerne les plans.

Dimensions des plaques.

	CERCLES Diamètre	CARRÉS côté	RECTANGLES côtés
Plan de $\frac{1}{16} m^2$	0,282	0,250	$0,500 \times 0,125$
Plan de $\frac{1}{8} m^2$	0,399	0,357	$0,500 \times 0,250$ $0,707 \times 0,177$
Plan de $\frac{1}{4} m^2$	0,564	0,500	$0,707 \times 0,353$
Plan de $\frac{1}{2} m^2$	0,798	0,707	»
Plan de $1 m^2$	»	1,00	»

Valeurs de K.

	CERCLES	CARRÉS	RECTANGLES
Plan de $\frac{1}{16} m^2$	0,068	0,070	0,073
Plan de $\frac{1}{8} m^2$	0,071	0,072	0,073 0,074
Plan de $\frac{1}{4} m^2$	0,074	0,075	0,075
Plan de $\frac{1}{2} m^2$	0,077	0,077	»
Plan de $1 m^2$	»	0,079	»

Si l'on veut transformer ces valeurs de K, établies pour 15° et 760 mm , en les rapportant à 0° et 760 mm , on se servira de l'abaque qui montre que pour passer de 15° à 0° , il faut diviser le coefficient par 0,95, ou plus simplement l'augmenter de $\frac{1}{20}$. Comme exemple, la valeur 0,070 devient 0,074, comme nous l'avons déjà dit plus haut.

CHAPITRE V

EXPÉRIENCES FAITES AVEC DES COURANTS D'AIR ARTIFICIELS

§ 1. — Généralités.

Il nous reste maintenant à parler des pressions exercées par un courant d'air sur une plaque fixe. Les expériences ont été généralement faites par le moyen d'un ventilateur, soit en agissant dans un tube, ce qui constitue ce qu'on appelle la méthode du *tunnel*, soit en opérant à l'air libre.

La première méthode présente cet inconvénient, qu'il est difficile, en raison du frottement de l'air sur les parois du tube, d'obtenir des vitesses uniformes du centre à la circonférence; mais cette difficulté peut être écartée en interposant des diaphragmes convenables et en opérant dans une région restreinte de la partie centrale.

Un autre inconvénient beaucoup plus grave réside dans la gêne qu'éprouve l'air à s'écouler autour du corps soumis aux essais, du fait du voisinage des parois. Si ses dimensions deviennent assez grandes et s'il produit dans le tube une obstruction sensible, tous les résultats sont faussés et notamment la pression sur la plaque s'exagère beaucoup. Un exemple frappant en est donné

dans le fascicule III du Bulletin de l'Institut de Koutchino, où le corps en essai est placé dans un tube de 1,20 *m* de diamètre. Le distingué directeur de l'Institut, M. Riabouchinsky, relate qu'en augmentant progressivement le diamètre des disques en essai, il a obtenu les résultats suivants :

DIAMÈTRE	COEFFICIENT K	DIAMÈTRE	COEFFICIENT K
0,075	0,081	0,500	0,138
0,150	0,084	0,675	0,202
0,250	0,094	0,750	0,273
0,375	0,103	0,975	0,509

Il résulte de ce tableau que pour être dans de bonnes conditions, le diamètre du disque ne devrait pas dépasser 0,400 *m*, malgré le grand diamètre du tube qui, ainsi que nous l'avons dit, est de 1,20 *m*; le rapport des surfaces est seulement de 0,7 %.

Le même résultat avait été obtenu déjà par M. Stanton dans les expériences dont nous parlerons plus loin en détail. La conduite verticale dont il se servait avait 0,60 *m* de diamètre. En recherchant l'influence des parois de cette conduite, il a trouvé qu'au delà d'un diamètre de 50 *mm*, les pressions unitaires augmentaient rapidement et devenaient exagérées. C'est ce qui lui a imposé la nécessité de n'opérer que sur des petites plaques dont la section ne dépassait pas 0,7 % de la section de la conduite, c'est-à-dire le même rapport qu'à Koutchino.

On voit combien ce rapport est faible et à quelles déconvenues on devrait s'attendre si l'on voulait essayer de grands modèles (réduits à la moitié ou au quart) dans un tunnel de grandes dimensions, comme la proposition en a été faite. Si le même rapport restait encore

exact, un tunnel de 30 *mq* de surface ne permettrait d'opérer que sur un modèle ne dépassant pas 0,21 *mq*.

Les choses ne se passent pas de même si l'on envoie l'air du ventilateur par une buse contre la plaque exposée dans l'atmosphère; mais il y a néanmoins des précautions nécessaires à prendre. La première consiste à disposer l'expérience de manière à avoir une vitesse bien régulière et bien uniforme sur toute l'étendue de la section. On y arrive sans difficulté en disposant dans la buse des diaphragmes assurant le parallélisme des filets, et en faisant précéder cette buse d'un réservoir de capacité suffisante pour amortir les remous.

La seconde précaution, plus importante encore, consiste à ne pas opérer avec des plaques trop grandes par rapport à la buse. Il est nécessaire, en effet, si l'on veut se mettre dans les conditions du vent naturel, c'est-à-dire d'une masse d'air de dimension en quelque sorte indéfinie, que les filets extrêmes de la colonne d'air envoyée par la buse ne soient pas troublés dans leur parallélisme par le corps qui est immergé dans le courant¹. S'il n'en est pas ainsi et si l'air, après avoir frappé la plaque, est rejeté en dehors de la colonne, les résultats sont faussés et on arrive à des pressions plus faibles que la pression vraie.

Nous avons trouvé nous-mêmes pour des plaques exposées devant une buse d'un demi-mètre carré $K=0,071$ pour des plaques carrées de 0,15 de côté et seulement $K=0,061$ pour des plaques carrées de 0,30. La première valeur est la seule à retenir.

1. Si cette condition est vérifiée, on ne modifiera pas l'écoulement en entourant d'un tube le cylindre de vent : ainsi les surfaces de dimensions maxima pour une buse le sont aussi pour un tube de même diamètre. L'avantage des buses est de permettre de vérifier, et cela très aisément, par le parallélisme des filets extrêmes, si la surface essayée n'est pas trop grande.

Pour le même motif, la vitesse ne doit pas être trop grande; il y a intérêt à opérer avec des petites plaques et à des vitesses modérées.

Ainsi, les grandes surfaces conduisent dans le tube à des pressions trop fortes et, devant la buse, à des pressions trop faibles. C'est l'une des raisons pour lesquelles il existe encore tant d'indécision sur le point de savoir si la pression unitaire augmente ou diminue avec l'accroissement de la surface.

Pour compléter ces considérations générales sur les méthodes basées sur l'emploi d'un courant artificiel, nous devons signaler les expériences qui ont été faites avec un gazomètre d'où l'air s'écoule avec une vitesse constante; ce procédé a été notamment employé par M. Arson, ingénieur à la Compagnie parisienne du Gaz.

§ 2. — Expériences de M. Stanton ¹.

Ces remarquables expériences ont été faites en 1903, au National Physical Laboratory. Elles sont fondées sur un principe excellent, à savoir, de mesurer à la fois la pression totale sur la plaque à l'aide d'une balance et les pressions locales en avant et en arrière au moyen du manomètre.

Le seul regret que l'on puisse exprimer est que les plaques expérimentées n'aient pu avoir que de très faibles dimensions par suite de la section réduite du tube (0,60 *m* du côté). Ces plaques, en effet, n'ont pas dépassé la surface d'un cercle de 5 *cm* de diamètre ou

1. On the Resistance of Plane Surfaces in Uniform Current of Air, par T. E. Stanton; *Minutes of Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. CLVI, Session 1903-1904, Londres.

des surfaces rectangulaires équivalentes; M. Stanton a été ainsi amené à essayer des rectangles dont la largeur était réduite à 7 mm. Mais, sauf l'expression de ce

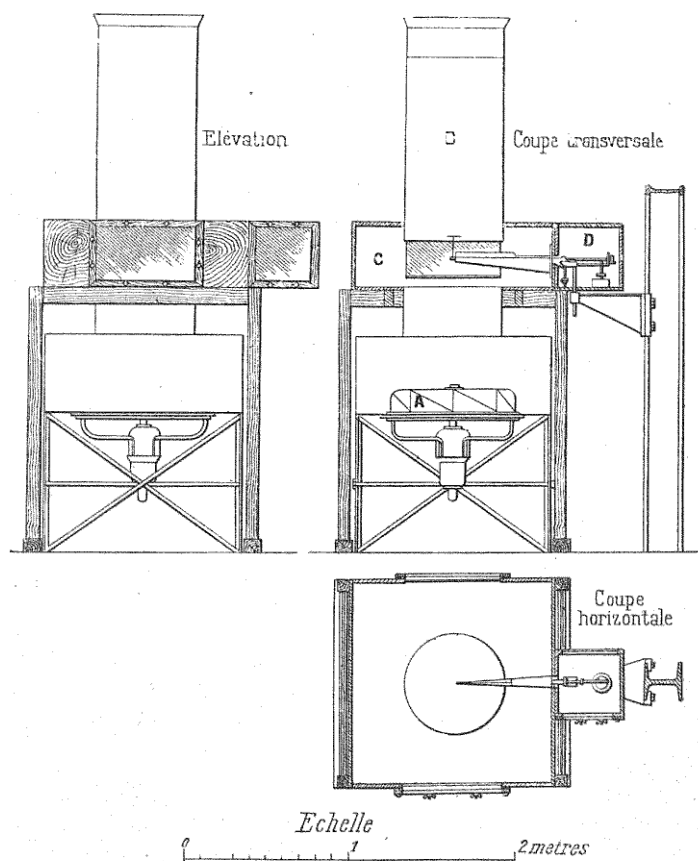


FIG. 25. — Disposition générale de l'appareil de M. Stanton.

regret, nous devons dire que les expériences ont été faites avec un soin très minutieux et une précision tout à fait en rapport avec la petitesse des surfaces.

Tous les appareils employés, balance et manomètre,

ont été spécialement étudiés en vue des petites quantités à mesurer.

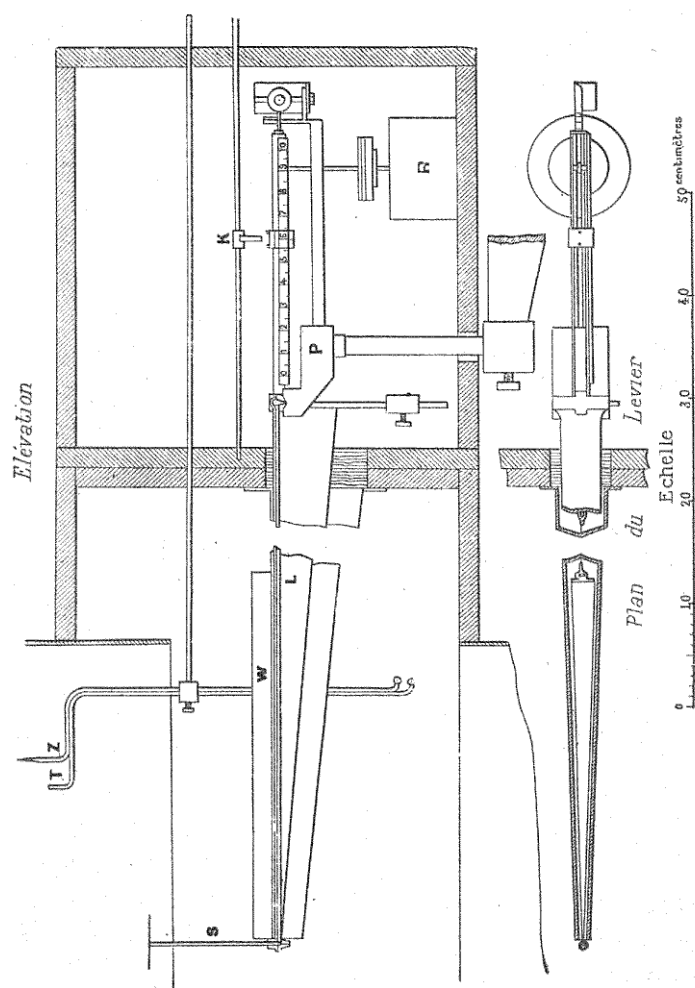


FIG. 26. — Balance de l'appareil de M. Stanton.

L'appareil est représenté dans la figure 25. A est un ventilateur Blackmann de 0,75 m de diamètre mû

par un moteur électrique muni de deux régulateurs. L'air est aspiré dans le tube B qui a 0,60 *m* de diamètre et 4,35 *m* de longueur et qui s'ouvre dans une boîte plus large C ayant $4,2 \times 4,2$ *m* de section et 0,375 *m* de profondeur. La boîte C est munie de glaces et d'un volet que l'on ouvre pour placer la plaque; dans un compartiment D, se trouve la balance servant à mesurer la pression totale.

La balance est représentée à une plus grande échelle sur la figure 26. La plaque à expérimenter est montée sur une tige S vissée à l'extrémité du levier L dont les couteaux sont portés en P. L'autre bras de levier porte une graduation le long de laquelle on fait glisser un contrepoids à l'aide d'une tige en laiton K que l'on déplace de l'extérieur. On pouvait ainsi mesurer les poussées à 5 *mmg* près.

Pour mesurer les pressions de l'air en chaque point de la plaque, la tige S et le bras de levier L sont creux et mis en communication avec un manomètre très sensible à inclinaison variable, qui permettait de mesurer des pressions de $1/50$ de *mm* d'eau.

La vitesse du courant est donnée par un manomètre dont une branche est reliée à un tube T s'ouvrant dans la conduite de manière que la section d'ouverture soit normale au courant; l'autre branche est mise en communication avec un second tube Z voisin du premier et dont l'extrémité de forme conique est percée de petites ouvertures latérales. Ce dernier tube donne la force élastique de l'air, ou, comme l'appelle M. Stanton, la pression statique, tandis que le premier indique cette force élastique à laquelle s'ajoute la pression résultant de la vitesse.

Le manomètre accusant une dénivellation de *h mm*

d'eau la vitesse du courant est donnée par la relation

$$V = k\sqrt{2gh},$$

k étant un coefficient que des comparaisons préliminaires, faites avec un compteur d'air formé par une sorte d'anémomètre à ailettes, ont montré comme étant très voisin de l'unité ($k=1,03$).

RÉSULTATS. PRESSION SUR LES PLAQUES NORMALES. — Les mesures effectuées par M. Stanton avec cet appareil l'ont conduit à la valeur :

$$K = 0,066$$

pour des plaques circulaires de 5 *cm* de diamètre, les vitesses ayant varié entre 1,50 et 9 *m/s*. Ces valeurs correspondent aux conditions normales que M. Stanton a adoptées et qui sont les mêmes que les nôtres, 15° et 760 *mm*.

M. Stanton a également fait des mesures sur des plaques rectangulaires et carrées; nous reproduisons ci-dessous quelques-uns des résultats obtenus :

RECTANGLES	RAPPORT de la longueur à la largeur	K
4,5 × 4,5 <i>cm</i>	1	0,067
7,6 × 2,5	3	0,068
6,3 × 1,2	5	0,070
12,7 × 1,3	10	0,077
15,2 × 0,7	20	0,086

On voit que la résistance spécifique augmente assez rapidement à mesure que le rectangle prend une forme plus allongée, mais l'augmentation se produit surtout à partir du rapport 5 qui n'est guère dépassé dans la pratique.

Signalons enfin que M. Stanton n'a pas trouvé que pour des plaques géométriquement semblables, le coefficient K variait avec la surface; il est vrai que celle-ci n'a varié que dans de bien faibles limites.

Nous reviendrons plus loin sur ces expériences en ce qui concerne la distribution des pressions à l'avant et à l'arrière de la plaque.

§ 3. — Expériences de l'Institut aérodynamique de Koutchino.

Dans l'une des salles de cet Institut, qui est remarquablement installé¹, on a disposé un tube horizontal de 14,50 *m* de longueur sur 1,20 *m* de diamètre, dont l'air est aspiré par un ventilateur de 1 *m* de diamètre mis en mouvement par un moteur électrique (fig. 27). La vitesse de rotation du ventilateur est réglée par un rhéostat.

Des expériences antérieures ont montré que lorsque l'air est aspiré, le courant aérien est plus uniforme que lorsque l'air est soufflé par le tube. Les modèles expérimentés sont placés au milieu du tube dont les parois sont munies de verres cylindriques à travers lesquels on fait les observations. Un des cadres s'ouvre pour permettre de placer commodément les modèles à essayer.

On eut quelque difficulté à obtenir un courant assez uniforme; on y arriva cependant en plaçant à l'entrée du tube un cylindre de 2,20 *m* de diamètre sur 3,50 *m* de long muni d'un fond. L'ouverture du tube pénètre de 1,80 *m* dans l'extrémité ouverte du cylindre, les axes se confondant. On disposait en outre dans l'in-

¹ Bulletin de l'Institut aérodynamique de Koutchino. Directeur : D. Riabouchinsky; Saint-Petersbourg, 1906.

térieur du cylindre un certain nombre d'écrans qui assuraient la régularité. Des anémomètres que l'on déplaçait suivant des diamètres d'une même section ont montré que les irrégularités de la vitesse ne dépassaient pas 2 à 4 % de la moyenne. Enfin, des expériences spéciales

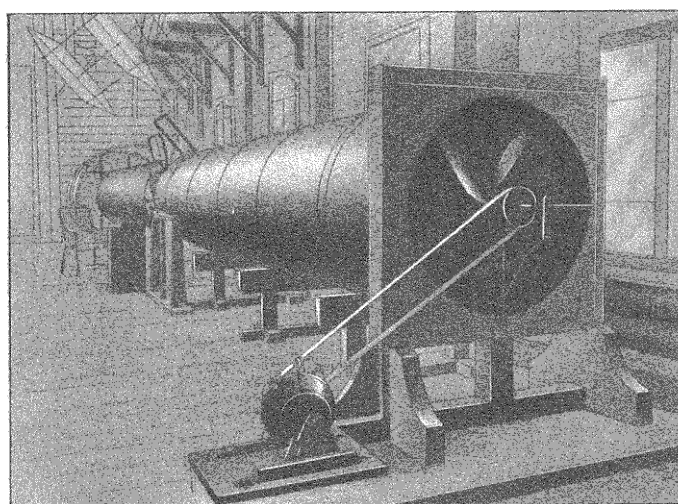


Fig. 27. — Tube de ventilation de l'Institut aérodynamique de Koutchino.

ont déterminé quelle était la vitesse du courant central correspondant au nombre de tours du ventilateur et l'on a dressé un tableau permettant de déterminer ces vitesses d'après le nombre de tours. Ces vitesses pouvaient varier de 4 m à 6,50 m.

Cet appareil a principalement servi à des essais sur les hélices, mais on l'a également utilisé pour étudier la résistance des plans normaux ou inclinés.

Ne nous occupant actuellement que des plans normaux, nous dirons seulement que pour un plan de

0,30 \times 0,10 *m*, les expériences ont donné la valeur de 0,698 pour le coefficient z de la formule :

$$R = z \frac{\delta}{\eta} S V^2.$$

Nous avons vu que $z = 8 K$; on a donc $K = 0,087$, valeur un peu exagérée pour les raisons données plus haut. En effet, pour de petites plaques de 0,075 *m* de diamètre, on a trouvé $K = 0,081$.

En donnant à la plaque des courbures telles que le rapport de la flèche à la corde varie de 1/30 (flèche 0,040) à 1/8 (flèche 0,037) la valeur K varie peu; avec des plaques légèrement cintrées dans le sens de la direction, on a trouvé des coefficients peu différents des précédents.

§ 4. — Expériences de Sir Hiram Maxim.

Ces expériences qui se rapportent principalement à des ailes d'aéroplanes et à des hélices, sont relatées dans un ouvrage intitulé : *Le vol naturel et le vol artificiel*, traduit par le L^e-Colonel Espitallier¹; elles ne fournissent pas de résultats pour les plans normaux. Nous décrirons cependant l'appareil dont le principe est intéressant pour montrer les précautions à prendre dans l'emploi d'un ventilateur. (Voir fig. 28.)

Une conduite carrée en bois de 0,32 *m* de côté est reliée à une chambre plus grande de 0,61 *m*, dans laquelle se meuvent deux hélices en bois fixées sur le même arbre et dont les branches sont disposées en croix. Les

¹. *Le vol naturel et le vol artificiel*, par Maxim-Espitallier, chez Dunod et Pinat. Paris, 1909.

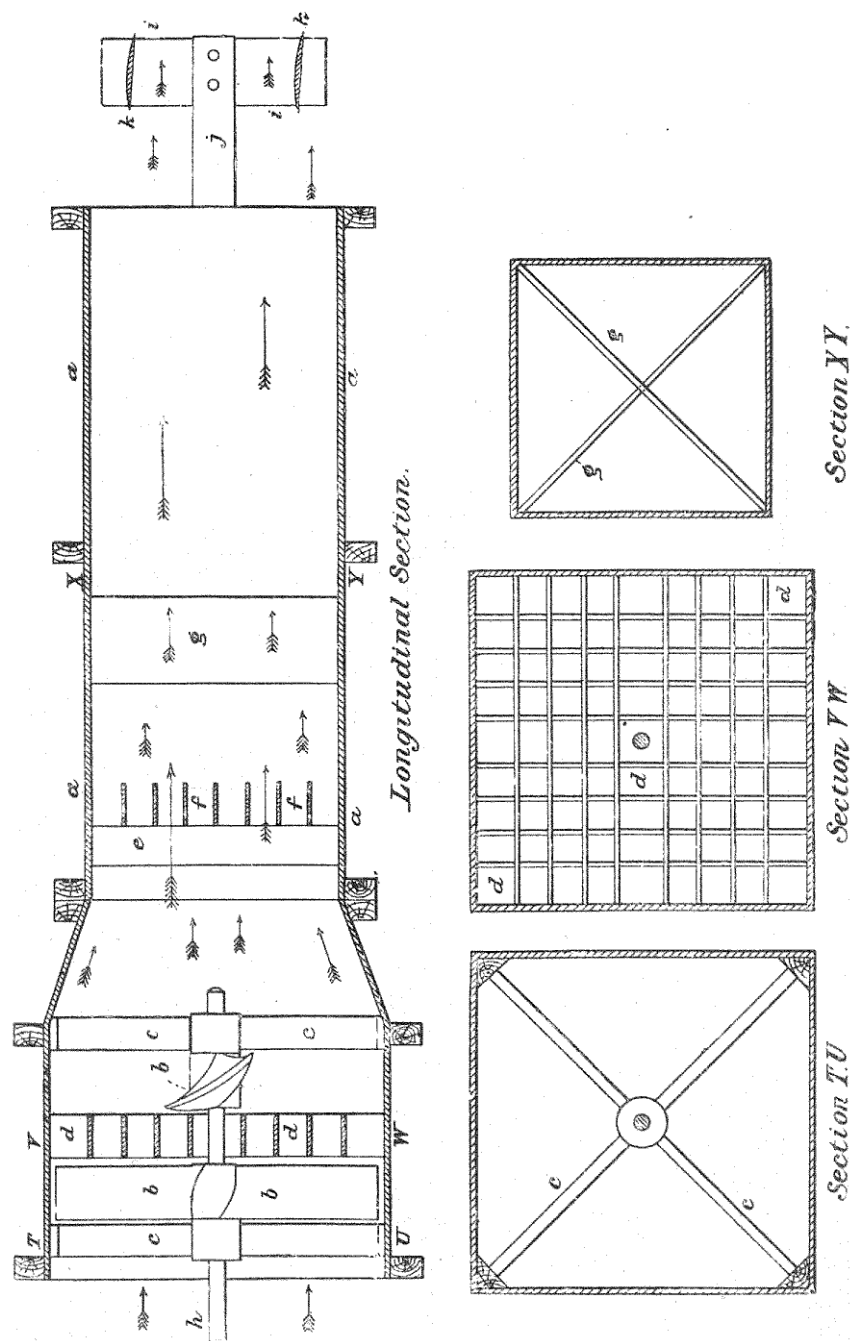


FIG. 28. — Appareil de Sir Hiram Maxim.

hélices sont séparées par un écran en lames minces disposées comme il est indiqué en *d*. En *e* sont placées des barres verticales minces et en *f* des barres horizontales. Enfin, en *g*, deux planches larges et minces, à bords tranchants, sont disposées en forme d'*X*. Tous ces dispositifs ont pour but d'empêcher le plus possible les mouvements tourbillonnaires.

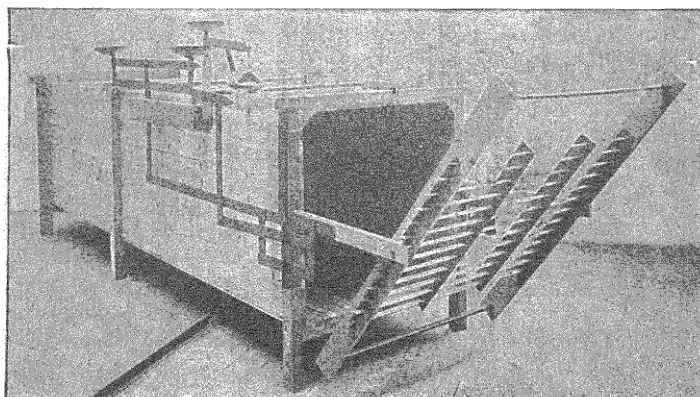


FIG. 28 bis. — Appareil de Sir Hiram Maxim.

Un moteur de 100 chevaux à admission variable automatique met les hélices en mouvement; le courant régulier ainsi produit peut atteindre 80 *km* à l'heure. Les objets à essayer sont portés par un châssis mobile supporté par un système de leviers qui permettent, à l'aide de poids placés dans des plateaux de balance, de mesurer la poussée horizontale et la poussée verticale du vent.

Sir Hiram Maxim a également fait des expériences nombreuses avec un manège de 5,70 *m* de longueur. Les essais ont surtout porté sur des hélices, celles-ci rece-

vant un mouvement de rotation spécial indépendamment du déplacement du manège. On réalisait ainsi les conditions de fonctionnement ordinaire des hélices, méthode bien supérieure à celle des essais au point fixe.

Nous n'avons pas trouvé dans l'ouvrage les résultats numériques des essais faits sur les plaques orthogonales.

§ 5. — Conclusions relatives aux plaques normales au courant.

a) *Comparaison des résultats numériques* : La question qui se poserait maintenant, après l'exposé que nous venons de faire des principales recherches expérimentales, serait celle de savoir quelle valeur il convient finalement d'adopter pour le coefficient K de la formule :

$$R = KSV^2.$$

Un examen rapide des résultats obtenus par les divers expérimentateurs montre immédiatement combien ces résultats sont différents et par suite la difficulté de répondre à une telle question. Nous avons déjà indiqué que ces écarts étaient en grande partie attribuables aux méthodes différentes; c'est ainsi, par exemple, que nous avons rappelé, après le colonel Duchemin, que les expériences au manège donnaient pour la même plaque et la même vitesse des valeurs plus élevées que les mouvements rectilignes.

D'un autre côté, la forme et la grandeur de la plaque ont une influence sur la valeur de la résistance, ce qui augmente naturellement l'incertitude pour la comparaison des nombres obtenus avec des plaques de formes et de dimensions différentes.

Enfin, beaucoup d'expérimentateurs ont omis de donner les valeurs de la pression atmosphérique et de la température pendant leurs expériences, ce qui rend impossible la réduction des résistances unitaires qu'ils ont données, aux conditions normales de température et de pression que nous avons adoptées. La connaissance exacte des circonstances atmosphériques pendant l'expérience est donc capitale. Aussi ne faut-il pas attribuer à tous les chiffres du tableau ci-dessous une trop grande importance comme valeur absolue des résultats :

EXPÉRIMENTATEURS	K	FORME DE LA SURFACE	VITESSE en m/sec.
1° Mouvements circulaires :			
Goupil	0,125	Plaque carrée;	»
Marey	0,125	»	»
Hagen	0,075	— circ.; $d=0,10$	0 à 2
Recknagel	0,07	»	»
Mannesmann. . . .	0,12	— circ.; $d=0,15$	3 à 25
Von Lössl	0,103	— carrée; $a=1,00$	0 à 2
Reichel	0,096	— carrée; $a=0,83$	Jusqu'à 50
Renard	0,085	»	»
Dines	0,083	— circ.; $d=0,15$	»
Langley	0,081	— carrée; $a=0,305$	Jusqu'à 18
2° Mouvements rectilignes :			
Morin-Piobert et			
Didion	0,11	Plaque carrée; $a=1,00$ m	8 à 9
Ricour.	0,13	— $a=0,10$	20
Desdouits	0,13	— $a=0,10$	20
Caillaet et Co-			
lardeau.	0,07	— $a=0,15$ à $0,21$	20
Le Dantec	0,08	— $a=1,00$	1
Canovetti	0,076	Surfaces allant jusqu'à 8 m ²	5 à 16
Eiffel (expérien-	0,068	Surface de $1/16$ de m ²	} 0 à 40
ces de chute) . .	à 0,079	Surface de 1 m ²	
3° Par Ventilateurs :			
Stanton	0,066	Plaque carrée : $0,045 \times 0,045$	1,50 à 9
Institut de Kout-			
chino.	0,087	— carrée : $0,30 \times 0,30$	1 à 6,50
Rateau.	0,065	— de $0,50 \times 0,30$	10 à 30

Ainsi, pour une plaque carrée de 0,30 m de côté, les résistances trouvées varient entre 0,06 et 0,12. Les aide-mémoires d'ingénieurs adoptent encore cette dernière valeur. Nous croyons qu'elle est de beaucoup la moins certaine; la valeur la plus probable varie de 0,066 à 0,08 suivant la grandeur de la surface. La valeur de 0,08, soit 80 gr par mq et pour 1 m/s de vitesse, répond aux applications usuelles.

b) *Influence de la surface* : L'influence de la surface sur la valeur de la résistance unitaire a soulevé, et soulève encore maintenant de nombreuses discussions.

La plupart des expérimentateurs ont trouvé que la résistance unitaire croît avec la grandeur de la surface qui a servi à la mesurer; autrement dit, la résistance de l'air est proportionnellement plus grande pour les grandes surfaces que pour les petites. C'est le résultat trouvé par Hutton à la fin du XVIII^e siècle, confirmé ensuite par les expériences des capitaines Morin, Piobert et Didion, par celles de Hagen, et, plus récemment, par celles de MM. Cailletet, Mannesmann, Le Dantec et Canovetti, ainsi que par celles faites par nous-mêmes. D'autres expériences que nous avons analysées ne conduisent pas à cette conclusion, notamment celles de Dines au vent naturel. Langley ne conclut ni dans un sens ni dans l'autre.

Voici ce qu'il dit à ce sujet : « Les valeurs moyennes
« de K, pour des plaques de 929 cm², 443 cm² et 232 cm²,
« ne sont pas entièrement concordantes; toutefois, les
« séries de valeurs obtenues avec la plaque de 929 cm²
« sont toutes notablement plus grandes que celles
« qu'ont données les petites plaques. Je ne suis pas
« cependant disposé à croire que ce soit réellement
« causé par une différence existant dans la pression

« par unité de surface sur ces plaques. Une telle diffé-
 « rence, si elle existe, est probablement très petite et
 « rentre dans le degré d'exactitude qu'on peut attendre
 « de ces expériences. Je considère, par conséquent, les
 « différences entre les valeurs moyennes de K , comme
 « étant dues à des erreurs d'observations dont la cause
 « m'a échappé. Me rappelant toutefois que d'autres
 « expérimentateurs ont essayé de découvrir une varia-
 « tion de la pression par unité de surface avec la dimen-
 « sion des plaques, j'ai pris soin de spécifier, dans les
 « chapitres précédents, les surfaces de celles que j'ai
 « employées. Qu'il puisse d'ailleurs exister une diffé-
 « rence véritable, quoique peut-être petite, entre les
 « pressions par unité de surface sur des plaques
 « inégales, ce fait paraît bien probable, si nous consi-
 « dérons que le rapport du périmètre à la surface varie
 « pour des plaques de même forme, mais de dimensions
 « différentes. Si le côté d'une plaque carrée est a , et
 « celui d'une seconde plaque carrée na , le rapport du
 « périmètre à la surface est de $\frac{4}{a}$ pour la première,
 « de $\frac{4}{na}$ pour la seconde; ce n'est pas là simplement un
 « fait mathématique. Ce résultat appelle l'attention
 « sur un phénomène physique qui peut être important;
 « il semble probable que cette relation entre le péri-
 « mètre et la surface a une influence considérable pour
 « déterminer la pression sur la plaque, spécialement
 « cette fraction de la pression totale qui est due à la
 « raréfaction à l'arrière de la plaque. »

Ainsi, Langley regarde comme vraisemblable une augmentation de la résistance unitaire avec la surface et surtout avec le périmètre, mais il considère que ses

recherches ne sont pas suffisamment précises pour le prouver expérimentalement.

Il faut remarquer que la plupart des expérimentateurs qui ont trouvé que le coefficient K augmentait avec la surface, n'ont énoncé ce résultat que dans les limites des surfaces employées, c'est-à-dire pour des grandeurs inférieures à 1 m^2 environ. Aucun d'eux n'a affirmé que cette augmentation devait se maintenir pour les très grandes plaques, ce qui conduirait à des résultats évidemment faux.

On doit admettre que si le coefficient K augmente bien réellement avec la surface, cet accroissement s'arrête à partir d'une certaine grandeur de surface, probablement à partir de 1 m^2 . Les expériences faites à l'air libre sur de grandes surfaces confirment cette conclusion, indiquée déjà par nos premières recherches.

c) *Influence de la vitesse* : Toutes les expériences précédentes s'accordent sur ce point, que la résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse, au moins pour les vitesses variant entre les limites de 4 à 40 m/s .

Pour les vitesses très faibles, la résistance paraît varier comme la première puissance. Pour les vitesses plus grandes que 40 m/s , la résistance croît plus vite que le carré. Les expériences de la Société Siemens et Halske, pour des vitesses atteignant 55 m/s , semblent l'indiquer déjà.

Il est d'ailleurs admis que, pour les très grandes vitesses considérées dans la balistique, la résistance croît plus rapidement que le carré de la vitesse. En 1842, le colonel Duchemin a proposé la formule :

$$R = av^2 + bv^3$$

pour des vitesses allant jusqu'à 400 m/s .

Pour les grandes vitesses actuellement en usage, les formules de Piton-Bressant admettent la proportionnalité à la quatrième puissance.

CHAPITRE VI

RÉSISTANCE OPPOSÉE PAR L'AIR A DES PLAQUES INCLINÉES SUR LA DIRECTION DU MOUVEMENT

§ 1. — Généralités.

Nous ne nous sommes occupés jusqu'à présent que des surfaces planes normales à la direction du mouvement; nous nous proposons maintenant d'exposer les recherches qui ont été faites sur les surfaces inclinées.

On peut, du reste, observer que celles-ci sont, au point de vue du vent, d'un usage beaucoup plus fréquent que les surfaces normales. Ce sont celles qu'utilisent la navigation à voiles, les moteurs aériens, les aéroplanes, et que présentent au vent la plupart des constructions. Aussi, la détermination des effets de cette inclinaison, qui est d'un intérêt si considérable,

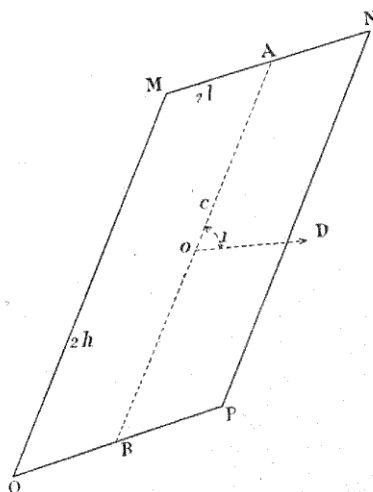


FIG. 29. — Surface plane inclinée sur la direction du mouvement.

a-t-elle été l'objet de nombreuses recherches et excite-t-elle encore l'attention des expérimentateurs actuels, parce que, il faut bien l'avouer, on n'est pas encore arrivé à des résultats auxquels on puisse accorder toute confiance.

Soit un plan rectangulaire $MNPQ$ (fig. 29), se déplaçant dans l'air d'un mouvement de translation uniforme suivant la direction OD qui fait l'angle i avec sa projec-

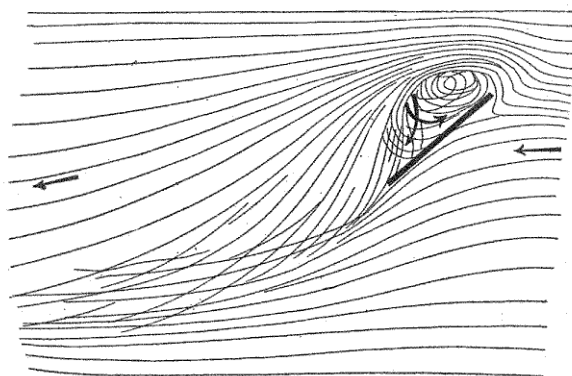


FIG. 30. — Direction des filets d'air autour d'une plaque inclinée, d'après les expériences de M. G. Eiffel.

tion sur ce plan, et soient $2l$, la longueur des côtés normaux à la direction du mouvement, c'est-à-dire la longueur des côtés horizontaux dans le cas le plus ordinaire, et $2h$, la longueur des côtés inclinés, c'est-à-dire celle de la plus grande pente.

Considérons l'écoulement de l'air autour des côtés PQ , MN et notamment celui qui se produit dans le plan de symétrie DAB . Certains filets s'écoulent par l'arête supérieure A , où l'obstacle formé par le plan reçoit une notable partie de la force vive des molécules qui composent les filets et où il se produit une sorte de rabotage

de l'air. Du côté de l'arête B, l'obstacle est moindre par suite de la direction fuyante du plan. La pression unitaire moyenne est ainsi notablement plus petite de ce côté que du côté A; il en résulte que le centre de pression est déplacé vers A.

La figure 30 que nous reproduisons d'après une de nos expériences montre bien la complexité des mouvements qui ramènent une partie de l'air derrière la plaque.

§ 2. — Direction de la pression sur une surface inclinée.

L'air se rapprochant beaucoup d'un fluide parfait, la pression sur la plaque inclinée doit être normale à celle-ci, d'après la définition même des fluides. Mais dans un phénomène qui présente tant de sujets d'étonnement, il est bon, comme l'a fait remarquer Langley, de vérifier expérimentalement toutes les propositions, même celles qui paraissent le plus évidentes. C'est ce qu'ont fait Langley et Dines, pour vérifier la perpendicularité de la pression à la plaque inclinée.

a) *Expériences de Langley* : Ces expériences ont été faites avec l'enregistreur de résultante que nous avons déjà décrit (voir page 40). Le collier auquel est fixée la plaque expérimentée permet de donner à celle-ci l'inclinaison voulue. La direction de la pression est donnée par le rayon qui joint le centre de la feuille de papier sur laquelle s'inscrivent les pressions, à la pointe du crayon. On fait pour la même inclinaison du plan deux mesures successives en faisant tourner la feuille de papier de 180° dans son plan. On joint les deux points par une droite qui doit passer par le centre de la feuille

de papier, et on lit l'angle de cette droite avec la droite obtenue pour une inclinaison de 90° (plan vertical). On trouve que cet angle est égal, aux erreurs de lecture près, à l'inclinaison du plan sur la direction du mouvement. Autrement dit, la plaque ayant tourné d'un angle i , la pression tourne exactement du même angle. Par conséquent, la pression est bien normale au plan, quelle que soit l'inclinaison.

b) *Expériences de M. Dines* : C'est ce que prouve encore une expérience de M. Dines, ingénieuse comme toutes celles de cet éminent physicien; elle est fondée sur un principe tout différent du précédent.

Un disque léger de 20 cm de diamètre est monté de manière à pouvoir tourner librement autour de son centre. Il est exposé obliquement au vent, le plan du disque étant vertical et la moitié inférieure abritée dans une boîte.

Si la pression du vent était oblique au plan, elle aurait une composante tangentielle non équilibrée par celle qui agit sur la partie inférieure et le disque devrait tourner autour de son centre. M. Dines n'observa jamais ce fait, bien que le vent eût frappé le disque sous des incidences différentes, et que celui-ci fût assez mobile pour qu'un poids de quelques décigrammes placé sur son rebord fût suffisant pour le faire tourner.

Ces deux expériences semblent prouver que la pression est bien normale à la plaque. Cependant, la question n'est pas encore définitivement résolue. Les expériences de M. Stanton, que nous analyserons plus loin, et les nôtres propres conduisent en effet à un résultat un peu différent. Mais les angles que fait la résultante avec la normale restent si faibles (1° à 2°) qu'on peut n'en tenir aucun compte dans la pratique.

§ 3. — Surfaces attaquant l'air sous de petits angles.

Pour l'étude des plans inclinés, nous suivrons la même marche que pour les plans droits, c'est-à-dire que nous exposerons les idées théoriques et les formules qui les traduisent, et que nous les ferons suivre des résultats fournis par les expériences directes, qui sont faites en général avec les appareils déjà décrits pour les plans droits.

C'est surtout au point de vue de l'aviation par les aéroplanes que les recherches de la résistance de l'air sur les plans inclinés prennent une importance particulière. Le principe fondamental de ceux-ci est en effet d'attaquer l'air obliquement. Nous en dirons quelques mots d'après l'excellent ouvrage de M. L. Marchis¹.

Soit la surface AB (fig. 31), très faiblement inclinée que l'on déplace horizontalement dans l'air; la partie antérieure reçoit le courant d'air dans la direction inverse de celle de la flèche. Deux effets se produisent : l'un, nuisible, est la *résistance à l'avancement* qui doit être combattu et qui exige un certain travail pour que le déplacement se produise; l'autre, utile, consistant en une force qui, ainsi que nous l'avons vu, est normale à la surface. Si cette surface AB est très faiblement inclinée, la force normale est très voisine de la verticale. Dans certaines conditions, elle peut être égale au poids de l'appareil et il y a *sustentation*. D'une manière plus générale, P_i étant la réaction normale, $P_i \sin i$ est la résistance à l'avancement ou *poussée horizontale*, et $P_i \cos i$ est la force *sustentatrice* ou *poussée verticale*. Il y a *sustentation*

1. *Le navire aérien*, par M. L. Marchis, professeur de physique générale à la Faculté de Bordeaux. Dunod et Pinat. Paris, 1909.

quand $P_i \cos i$ est égal au poids de la plaque ou de l'aéroplane.

Théoriquement, la qualité sustentatrice augmente indéfiniment quand l'inclinaison diminue, si bien que si l'on donnait au plan AB la position horizontale, on pourrait, avec un travail théoriquement nul, arriver à soutenir un poids quelconque à la condition de déplacer le plan suffisamment vite. Pratiquement, il est loin d'en être ainsi en raison des obstacles inévitables à l'avancement que présentera l'appareil. Mais, en réalité, on a

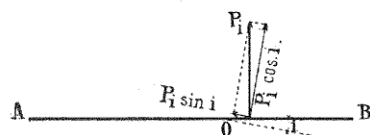


FIG. 31.

un avantage énorme à attaquer l'air sous une faible inclinaison. C'est le principe du vol oblique qui est la *clé de l'aviation*.

Dans la pratique, cette inclinaison varie de 6° à 12° ; nous ajouterons que pour améliorer cette qualité sustentatrice des surfaces à faible inclinaison, il faut, à l'imitation des oiseaux, en constituer des ailes à grande envergure, c'est-à-dire prendre des surfaces allongées dans le sens perpendiculaire à la marche, et aussi leur donner une forme légèrement courbe à convexité dirigée vers le bas, comme l'ont montré pour la première fois les expériences de Lilienthal (1891).

§ 4. — Formules relatives aux surfaces carrées inclinées.

C'est la détermination du rapport $\frac{P_i}{P_{90}}$, c'est-à-dire du rapport de la pression sur la plaque inclinée à la pression sur la plaque normale, qui a été le but principal de toutes les recherches soit théoriques, soit expérimentales.

On sait que pour les surfaces normales la pression est égale à KSV^2 . Ce rapport peut donc s'écrire :

$$\frac{P_i}{KSV^2} = f(i).$$

La première valeur adoptée a été proposée par Newton, qui a posé :

$$f(i) = \sin^2 i.$$

On a fait, pour essayer de justifier cette formule, le raisonnement suivant rappelé par M. Soreau (*Etude de l'aviation*) :

« Décomposons la vitesse V (fig. 32) suivant laquelle se déplace le plan incliné en deux autres, l'une dirigée suivant le plan, l'autre perpendiculaire au plan. Cette dernière a seule une action et tout se passe comme si le plan était déplacé normalement avec la vitesse $V \sin i$. La pression est donc normale à la surface et a pour valeur :

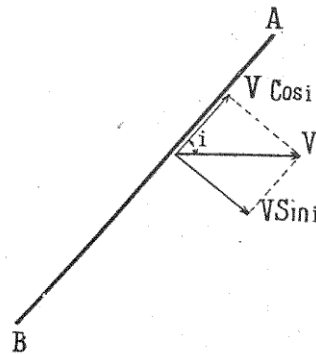


FIG. 32.

$$P = KS(V \sin i)^2 = KSV^2 \sin^2 i.$$

« C'est la fameuse loi du sinus carré qui a eu une influence néfaste en aviation. Le raisonnement qui précède est faux, parce qu'il ne tient pas compte d'un fait qu'il ne faut jamais perdre de vue, à savoir le mode d'écoulement du fluide. L'arête qui se projette en A rabote l'air tandis que, sur la majeure partie du plan AB, on constate un effet de turbine; les pressions et les aspirations produites ne sont nullement équivalentes à celles

que donnerait un écoulement normal au plan et de vitesse $V \sin i$. En réalité, le phénomène est très complexe et ni la loi du sinus carré ni celle du sinus simple ne sauraient suffire à l'exprimer.

« La conclusion est celle-ci : on n'a pas le droit de composer ou de décomposer les vitesses d'un courant. »

Il n'y a que l'expérience qui puisse donner des résultats présentant toute sécurité.

Nous indiquerons cependant quelques formules dont certaines sont classiques comme la formule que Duchemin¹ a donnée pour les plans carrés, en se basant sur certaines expériences et sur des considérations d'hydrodynamique. Cette formule est :

$$\frac{P_i}{P_{90}} = \frac{2 \sin i}{1 + \sin^2 i}$$

Elle donne les valeurs suivantes :

$i =$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\frac{P_i}{P_{90}} =$	0,000	0,337	0,612	0,800	0,910	0,966	0,989	0,998	1,000	1,000

Ainsi, à partir de 45°, la fonction $f(i)$ est sensiblement constante et voisine de l'unité. Nous verrons tout à l'heure que cette formule semble vérifiée par les expériences de Langley.

Une autre remarque à faire à propos de celle-ci est que pour les petits angles de 5° à 12°, qui sont les plus intéressants pour l'aviation, $\sin^2 i$ est très petit et peut être négligé; la formule se réduit à l'expression très simple $f(i) = 2 \sin i$ ou $2 i$, l'arc et le sinus étant sensiblement égaux.

Le colonel Renard a donné, pour les plans carrés, la formule suivante qu'il a vérifiée par ses expériences :

$$f(i) = 2 \sin i - \sin^3 i.$$

¹ *Mémorial de l'Artillerie*, V, n° 5, p. 275.

Pour de petits angles, la formule se réduit encore à $2 \sin i^3$.

L'Institut aérodynamique de Koutchino, qui a fait les expériences sur les plans inclinés dans le tube dont nous avons parlé, propose la formule :

$$f(i) = \sin 2i \quad \text{pour } i < 45^\circ \text{ et au-delà } f(i) = 1.$$

Cette formule donne les valeurs suivantes aux diverses inclinaisons :

$i = 0^\circ$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$f(i) = 0$	0,342	0,643	0,866	0,985	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

Ces valeurs sont sensiblement d'accord avec les résultats de l'expérience.

Enfin, j'ai proposé une formule simple qui est suffisamment exacte pour les cas ordinaires, mais qu'on aurait tort d'appliquer à des surfaces autres que les plaques carrées, notamment aux ailes rectangulaires ou concaves des aéroplanes. Cette formule est :

$$f(i) = \frac{i}{30} \quad \text{pour } i < 30^\circ, \quad \text{puis } f(i) = 1.$$

De nouvelles expériences m'ont montré qu'il est plus exact de prendre

$$f(i) = \frac{i^3}{25}.$$

J'ai vérifié en outre qu'entre 30° et 50° , intervalle dans lequel je n'avais pas fait d'essais avec mon appareil de chute, la poussée augmente jusqu'à l'angle de 38° , où

1. La formule de Duchemin et celle du C^t Renard donnent les mêmes valeurs de $f(i)$ dans d'assez grandes limites. En effet, la formule de Duchemin peut s'écrire :

$$f(i) = \frac{2 \sin i [1 - \sin^2 i]}{1 - \sin^4 i} = \frac{2 \sin i - 2 \sin^3 i}{1 - \sin^4 i}.$$

On voit que si l'on néglige la quatrième puissance du sinus, la formule de Duchemin et celle du C^t Renard ne diffèrent que par le coefficient du cube du sinus, généralement très petit.

elle atteint une valeur supérieure de 50 % à la poussée normale; elle redescend ensuite brusquement et c'est à partir de 50° qu'elle reste à peu près constante jusqu'à 90°. On a donc les valeurs suivantes :

$i =$	0°	10°	20°	30°	50°	et au delà.
$f(i) =$	0	0,4	0,8	1,2	1,0	

§ 5. — Plans obliques rectangulaires.

Formule de M. Soreau.

Pour les plans rectangulaires, M. Soreau ¹ a donné une formule fondée principalement sur les résultats de la formule de Duchemin et sur ceux des expériences de Langley. Or, ces dernières n'ont porté que sur deux plans rectangulaires : l'un frappé dans le sens de la plus grande longueur ($0,762 \times 0,422$, rapport 6,25), et l'autre sur le petit côté ($0,452 \times 0,64$, rapport 1/4). Ce nombre d'une seule surface essayée dans chaque catégorie est bien faible pour servir de base à une loi générale; aussi, comme le dit l'auteur lui-même, n'est-il pas sûr que cette formule soit en effet pleinement générale; mais il est convaincu que si des expériences ultérieures portant sur un plus grand nombre de plans conduisent à la modifier, elle donne tout au moins l'allure générale.

Nous le pensons aussi, et c'est pour ce motif que nous allons donner quelques développements à l'examen de cette formule, d'ailleurs la seule que l'on possède et qui rende suffisamment compte de faits démontrés par l'expérience courante.

La formule est la suivante :

$$\frac{P_i}{P_{00}} = \sin i \left[1 + \frac{1 - m \operatorname{tg} i}{\frac{1}{(1+m)^2} + \frac{2m}{1+m} \operatorname{tg} i + 2 \operatorname{tg}^2 i} \right].$$

1. *Bulletin de la Société des Ingénieurs civils* (octobre 1902), Navigation aérienne, par Rodolphe Soreau.

Dans laquelle $m = \frac{l-h}{l+h}$, $2l$ étant le côté horizontal du rectangle, $2h$ le côté incliné.

Lorsque le côté horizontal est le grand côté du rectangle, l est $> h$ et le rapport m est positif et plus petit que 1 ; pour $\frac{h}{l} = 0, m = +1$.

Si le grand côté est le côté incliné ($l < h$), le rapport m est négatif et plus grand que -1 ; quand $\frac{h}{l} = \infty, m = -1$.

Enfin, quand $\frac{h}{l} = 1$, c'est-à-dire pour le plan carré, le rapport $m = 0$.

Dans le dernier cas, la formule devient :

$$\frac{P_i}{P_{90}} = 2 \sin i \frac{1 + \operatorname{tg}^2 i}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 i} = \frac{2 \sin i}{1 + \sin^2 i}$$

qui est la formule de Duchemin.

Nous avons calculé par cette formule différentes valeurs correspondant : 1° à des angles déterminés, notamment 6° et 12°, qui sont les angles pratiqués en aviation, et jusqu'à 45°, qui est le plus grand angle expérimenté par Langley ;

2° Pour différentes valeurs de $\frac{l}{h}$ entre 0 et ∞ , parmi lesquelles celle de 6 fréquemment employée en aviation.

Nous y joignons les rapports des valeurs des plans rectangulaires à celle du plan carré.

Ces valeurs figurent dans le tableau ci-dessous ; elles sont représentées par le graphique fig. 33¹ :

1. Nous ferons observer que le rapport des $\frac{P_i}{P_{90}}$ du rectangle au $\frac{P_i}{P_{90}}$ du carré, n'est pas nul pour $i = 0$. En effet, dans le rapport des expériences données par les formules Soreau et Duchemin, $\sin i$ disparaît et, quand on fait $i = 0$, le rapport devient $\frac{1 + (1+m)^2}{2}$. On doit considérer cette

On voit immédiatement, par les figures, qu'aux angles inférieurs à 15° environ, l'allongement augmente

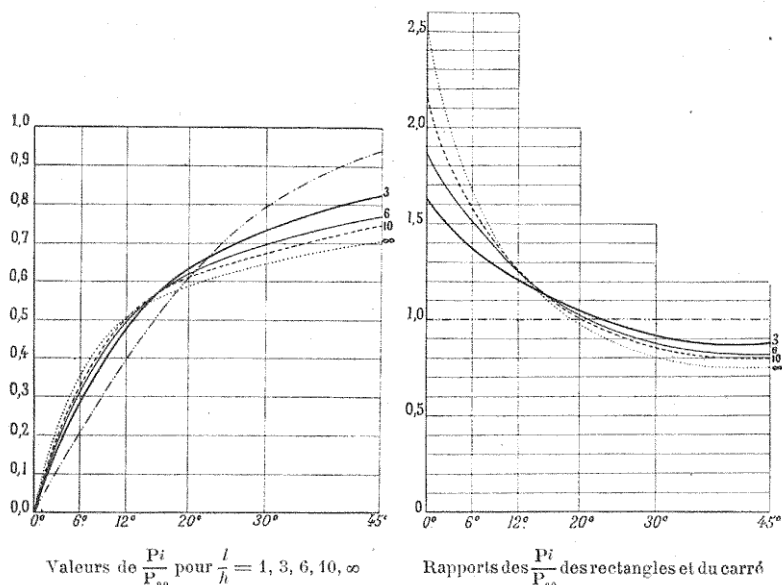


FIG. 33. — Graphiques de la formule de M. Soreau.

INCLINAISON i		$\sin i$	$\lg i$	VALEURS DE $\frac{P_i}{P_{90}}$								RAPPORT de $\frac{P_i}{P_{90}}$ du rectangle à $\frac{P_i}{P_{90}}$ du carré			
				Plan carré	Plans rectangulaires							$\frac{l}{h} = 3$	$\frac{l}{h} = 6$	$\frac{l}{h} = 10$	$\frac{l}{h} = \infty$
				$\frac{l}{h} = 1$ $m = 0$	$\frac{l}{h} = 3$ $m = 0,5$	$\frac{l}{h} = 6$ $m = 0,71$	$\frac{l}{h} = 10$ $m = 0,82$	$\frac{l}{h} = \infty$ $m = 1$							
en degrés	en arcs														
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,62	1,86	2,15	2,50		
6	0,103	0,103	0,103	0,21	0,288	0,318	0,332	0,353	1,37	1,51	1,58	1,68			
12	0,209	0,208	0,212	0,40	0,482	0,499	0,504	0,504	1,24	1,25	1,26	1,26			
20	0,349	0,342	0,364	0,61	0,636	0,620	0,610	0,590	1,04	1,02	1,00	0,97			
30	0,524	0,500	0,577	0,80	0,738	0,698	0,676	0,642	0,92	0,87	0,83	0,80			
45	0,785	0,707	1,000	0,94	0,822	0,772	0,747	0,707	0,87	0,82	0,80	0,75			

expression comme la limite vers laquelle tend le rapport, lorsque l'angle i tend vers 0°.

la résistance; vers 6°, un allongement égal ou supérieur à 6 augmente sa valeur de moitié environ. Au contraire,

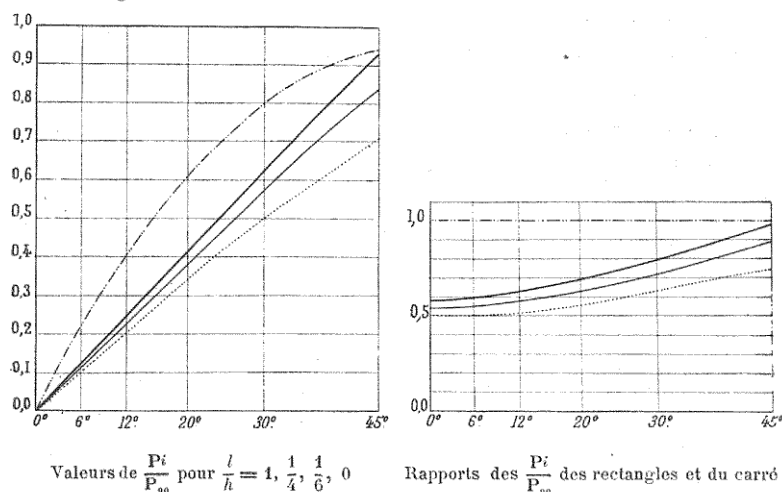


FIG. 34. — Graphiques de la formule de M. Soreau.

INCLINAISON i en degrés	VALEURS DE $\frac{P_i}{P_{90}}$				RAPPORT de $\frac{P_i}{P_{90}}$ du rectangle au $\frac{P_i}{P_{90}}$ du carré		
	Plan carré	Plans rectangulaires					
		$\frac{l}{h} = \frac{1}{4}$	$\frac{l}{h} = \frac{1}{6}$	$\frac{l}{h} = 0$	$\frac{l}{h} = \frac{1}{4}$	$\frac{l}{h} = \frac{1}{6}$	$\frac{l}{h} = 0$
	$m = 0$	$m = -0,6$	$m = -0,71$	$m = -1$			
0	0	0	0	0	0,58	0,54	0,50
6	0,21	0,423	0,445	0,405	0,60	0,55	0,50
12	0,40	0,250	0,230	0,208	0,62	0,57	0,52
20	0,61	0,449	0,383	0,342	0,69	0,63	0,56
30	0,80	0,630	0,571	0,500	0,79	0,71	0,63
45	0,94	0,925	0,838	0,707	0,98	0,89	0,75

au delà de 25°, l'allongement diminue la résistance très sensiblement.

C'est donc uniquement pour les petits angles qu'il y

a avantage à augmenter l'envergure et l'augmentation de résistance varie, en nombres ronds, de 25 à 50 %.

Nous avons également calculé les valeurs de la formule pour le cas où le vent attaque le rectangle par le petit côté.

Les valeurs de ce tableau sont représentées sur le graphique précédent (fig. 34).

On voit que dans ce cas l'allongement diminue toujours la résistance par rapport au plan carré, et cette diminution est d'autant plus grande que l'allongement est plus grand.

§ 6. — Centre de pression ou de poussée¹.

Nous n'avons parlé jusqu'à présent que de la pression sur la plaque oblique sans nous occuper de son point d'application. La position de ce centre de pression ou de poussée est cependant un élément important de la question, notamment en ce qui concerne la stabilité des aéroplanes, et son étude appelle quelques remarques.

Soient AB (fig. 29) la section de la plaque supposée normale au plan de la figure; OD la direction du mouvement faisant un angle i avec la plaque. Comme nous l'avons déjà indiqué, le centre de poussée C ne coïncide plus avec le centre géométrique de la surface; il se trouve plus près de l'arête A que de l'arête B. Désignons par x et a les deux distances OC et OA, et par ρ leur rapport :

$$\rho = \frac{OC}{OA} = \frac{x}{a}.$$

1. Nous appellerons à peu près indifféremment centre de pression ou de poussée le point d'application de la résistance totale. Cependant, nous avons une préférence pour le mot *poussée*, qui exprime une force mesurée en kilogramme, tandis que le mot *pression* serait réservé à une ce élastique mesurée en millimètres d'eau par le manomètre.

Le rapport ρ dépend de l'angle i et aussi de la forme de la surface. Les recherches qui ont eu pour but la détermination de la formule qui donne ρ en fonction de i sont assez peu nombreuses, bien qu'elles puissent se faire par une expérience très simple. Il suffit, en effet, de rendre la plaque mobile autour d'un axe vertical, ne coïncidant pas avec l'axe géométrique, et d'exposer au vent tout le système. La plaque prend une position telle que le centre de poussée se trouve sur l'axe de rotation. On mesure ainsi l'inclinaison correspondant à une certaine position de ce centre. En reliant sur un diagramme par une courbe continue les divers centres mesurés, on peut en déduire la position de celui correspondant à une inclinaison quelconque.

L'expérience peut encore se faire, mais moins commodément et moins sûrement, en faisant tourner la plaque autour d'un axe horizontal quelconque sur lequel elle est rendue en équilibre indifférent à l'aide d'un poids convenable suspendu au bord situé du côté le plus léger.

Parmi les formules qui ont été proposées pour représenter la position du centre de pression, nous indiquons celle de Thiesen qui s'écrit :

$$\rho = 0,4 \frac{\cos i}{1 + \sin i}.$$

Cette formule a été proposée par Thiesen à la suite de recherches sur l'anémomètre pendule de Wild.

D'expériences faites dans l'eau, Joessel a tiré la formule :

$$\rho = 0,6 [1 - \sin i].$$

Pour les angles très petits, on a $\rho = \frac{x}{a} = 0,6$, c'est-à-dire que la distance du centre de poussée au centre de

la plaque est égale aux $\frac{6}{10}$ de la demi-largeur; la distance au bord est les $\frac{4}{10}$ de celle-ci.

Enfin M. Soreau a donné, d'après des expériences faites également dans l'eau, la relation :

$$\rho = \frac{1}{2[1 + 2 \operatorname{tg} i]},$$

que paraissent confirmer les expériences de Dines et de Langley, quoique cependant ce dernier n'ait pas expérimenté au-dessous de 20° . Mais des expériences plus récentes, faites par nous, semblent montrer que le rapport ρ éprouve vers 20° une variation assez brusque que ne traduit pas la formule, laquelle ne semble donc pas applicable à l'aviation.

Nous donnons ci-dessous les valeurs de ρ calculées par les formules de Joessel et de M. Soreau, ainsi que les valeurs résultant des expériences de Dines et de Langley.

La formule de Joessel donne des écarts importants avec l'expérience pour les faibles inclinaisons. Celle de M. Soreau reste à peu près d'accord avec les résultats de MM. Dines et Langley.

Valeurs de ρ .

i	Formule de Joessel. $\rho = 0,6[1 - \sin i]$	Formule de M. Soreau. $\rho = \frac{1}{2[1 + 2 \operatorname{tg} i]}$	Expériences de Dines	Expériences de Langley
10°	0,495	0,370	0,400	»
$20^\circ, 5$	0,395	0,287	0,250	0,292
45°	0,176	0,166	0,150	0,166
78°	0,013	0,048	0,040	0,042

§ 7. — Expériences de Langley sur les plans obliques¹.

Langley, n'ayant eu en vue que l'étude des problèmes relatifs au vol mécanique, ne s'est occupé que des plans, dont l'inclinaison ne dépassait pas 45°. Ses expériences, faites avec un grand manège, peuvent être rangées parmi celles que l'on considère comme pouvant faire autorité, quoiqu'elles ne soient pas encore à l'abri de toute critique.

Deux méthodes ont été employées par lui pour déterminer les résultantes :

a) *Enregistreur de résultante*. — Cet appareil, que nous avons déjà décrit, donne la valeur de la pression sur le plan carré d'un pied de côté, pour toutes les inclinaisons de celui-ci. Le tableau suivant contient les valeurs de $\frac{P_i}{P_{90}}$ adoptées par M. Langley, *après une correction un peu arbitraire des résultats de l'expérience*; en effet, le fléchissement du fléau lui a paru correspondre à une correction de 5° dans les inclinaisons.

Ces valeurs se rapprochent beaucoup de celles données par la formule de Duchemin, comme le montre le tableau suivant; elles en diffèrent cependant de 12 % pour les petits angles de l'aviation.

$i = 5^\circ$	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
$\frac{P_i}{P_{90}}(\text{Langley}) = 0,45$	0,30	0,46	0,60	0,71	0,78	0,84	0,89	0,93
$\frac{P_i}{P_{90}}(\text{Duchemin}) = 0,17$	0,34	0,48	0,60	0,72	0,80	0,86	0,91	0,94

1. Pour les appareils de Langley appliqués aux plans normaux, voir p. 32.

b) *Méthode du planement.* — Soit AB (fig. 31) la plaque inclinée d'un angle i sur la direction du mouvement; la pression qui s'exerce sur cette plaque lui est normale. On détermine expérimentalement la vitesse V du manège pour laquelle la poussée verticale produite par la pression de l'air devient égale au poids p de la plaque.

C'est la *vitesse de planement* pour l'inclinaison i . On a donc, dans ce cas :

$$p = P_i \cos i \quad \text{ou} \quad P_i = \frac{p}{\cos i}$$

Si K est la résistance en kilogrammes par mètre carré pour une vitesse de 1 *m* par seconde, on aura :

$$P_{90} = K V^2.$$

De ces deux relations, on tire :

$$\frac{P_i}{P_{90}} = \frac{p}{K V^2 \cos i}.$$

Dans ses expériences, Langley a employé cinq plans différents, mais presque toutes les mesures ont été faites avec les trois seules plaques dont les dimensions sont données ci-dessous :

A (rectangle) . . .	0,452 \times 0,61 <i>m</i>	petit côté horizontal.
B (carré)	0,305 \times 0,305 <i>m</i>	
C (rectangle) . . .	0,762 \times 0,422 <i>m</i>	grand côté horizontal.

Nous reproduisons le diagramme (fig. 35) qui résume les résultats des expériences. Dans ce diagramme, les abscisses sont les inclinaisons i ; les ordonnées sont les

rapports $\frac{P_i}{P_{90}}$.

Centre de poussée. — La plaque d'un pied carré est montée sur le bras de manège de manière à tourner

librement autour d'un axe horizontal. Par un système convenable de contrepoids fixé à la plaque même, on fait en sorte que la plaque soit placée en équilibre indifférent.

L'appareil étant mis en mouvement, le plan prend une position stable et telle que, pour l'inclinaison prise, le centre de pression se trouve sur l'axe. Naturellement, il y a autour de cette position de légères oscillations causées par les courants d'air irréguliers; on prend la moyenne des positions extrêmes.

Nous avons donné précédemment les résultats de Langley et montré qu'ils s'accordaient avec ceux que l'on peut calculer par la formule de M. Soreau.

Ces résultats ne s'appliquent qu'aux plans carrés et ils seraient sans doute différents pour les plans rectangulaires. Voici ce que dit Langley à ce sujet :

« En outre de la détermination du centre de pression pour les plans carrés, Kummer¹ a étendu ses expériences au cas des rectangles de différentes dimensions et les résultats qu'il a obtenus dans ce sens sont très suggestifs. Il fait voir qu'au-dessus et au-dessous de 30°, il y a inversion entre les valeurs relatives de la pression sur les plaques rectangulaires inclinées. Les résultats de Kummer montrent une inversion analogue dans la

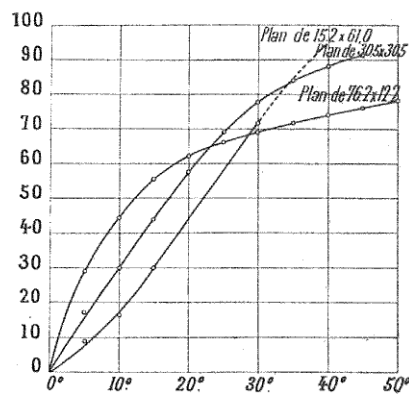


FIG. 35. — Valeurs de $\frac{P_z}{P_{90}}$ d'après Langley.

1. Kummer : *Berlin. Akad. Abhandlungen*, 1875-1876.

position du centre de poussée, comme on peut le voir sur le tableau suivant :

DIMENSIONS DES PLANS	POSITION DU CENTRE DE POUSSÉE	
	$i = 45^\circ$	$i = 10^\circ$
$180 \times 180 \text{ mm} \dots\dots\dots$	11 mm	40 mm
$90 \times 180 \text{ mm} \dots\dots\dots$	14	36

« Pour de petits angles, le centre de poussée est plus loin du centre sur le plan de 180×180 que sur le plan de 90×180 , tandis que c'est l'inverse qui a lieu pour 45° . »

§ 8. — Expériences de Dines.

Ces expériences ont été faites avec l'appareil, porté par le manège, que nous avons déjà décrit¹.

Rappelons d'abord le principe des expériences. La plaque AB est supportée par un bras de levier OC (fig. 36) qui peut tourner dans un plan vertical autour d'un centre placé sur le bras du manège et projeté en O sur le plan de la figure.

Supposons qu'on donne par le secteur au bras de levier une inclinaison i sur l'horizon et que la plaque AB soit placée dans la direction de ce bras de levier. Elle fera avec la direction du mouvement un angle i ; si le mouvement se fait dans la direction de la flèche f , la plaque se trouvera en avant de l'axe d'oscillation.

Désignons par P_i la pression normale sur la plaque; son point d'application G est à une distance x du centre de figure C et soit $OC = a$.

On mesure le moment de cette pression par rapport

1. Voir page 33, fig. 6, 8 et 7, dont la figure 36 est l'analogue.

au point O, comme pour les plaques normales. Désignons par L ce moment, nous aurons :

$$L = P_i(a + x).$$

On procède ensuite à une seconde mesure en faisant tourner la plaque de 90° et en donnant au bras de levier une inclinaison égale à $90^\circ - i$. La figure montre immé-

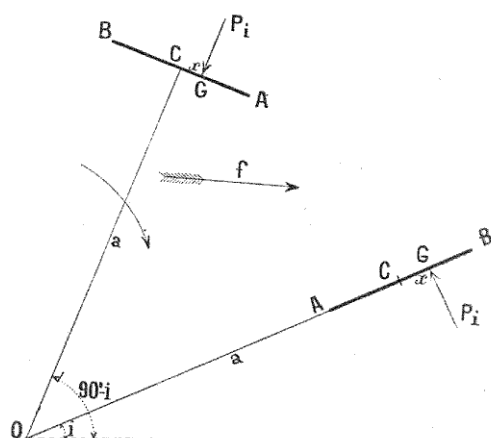


FIG. 36. — Projection perpendiculaire au bras du manège O du support de la plaque.

diatement que, dans cette seconde position, la plaque AB fait le même angle i avec la direction du mouvement. La pression est donc encore P_i et le moment de cette pression par rapport à O est égal à :

$$L' = -P_i \times x.$$

En ajoutant les deux relations que l'on vient d'obtenir, on trouve :

$$P_i \times a = L + L'.$$

Ainsi la somme des moments mesurés dans les deux positions que l'on vient d'indiquer est proportionnelle à la pression sur la plaque.

En réalité, on a dû faire subir à L et à L' des corrections un peu arbitraires pour tenir compte de la perturbation causée par le bâti, dont nous avons déjà signalé les inconvénients à propos des plaques normales et du trouble qu'il apportait dans le courant.

Le diagramme (fig. 37) donne le résultat de ces expériences. Les abscisses sont, comme dans ceux que nous

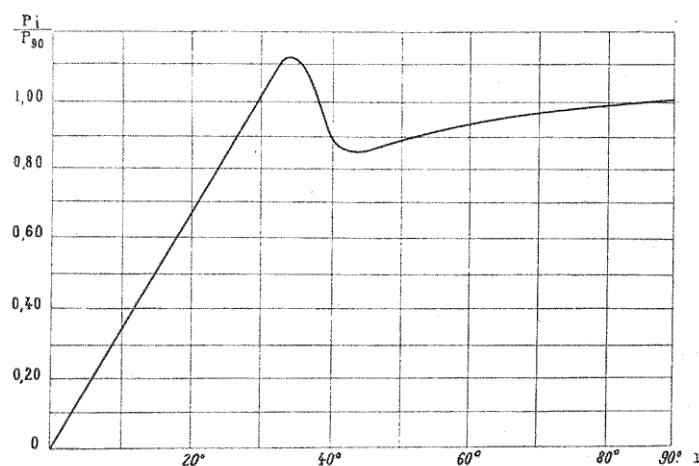


FIG. 37. — Diagramme des expériences de M. Dines sur les plans obliques.

avons déjà reproduits, les inclinaisons i sur la direction du mouvement ; les ordonnées sont les rapports $\frac{P_i}{P_{90}}$.

Le diagramme est peu différent pour les petits angles et jusqu'à 30° de ceux qu'ont donnés d'autres expérimentateurs¹. Mais il présente une particularité spéciale : le maximum se produit vers 35° et dépasse l'unité ; au

1. Nos expériences faites à la Tour Eiffel nous conduisent à une formule approximative de $\frac{P_i}{P_{90}} = \frac{i^2}{36}$, jusqu'à 30°, coïncidant avec celles de Dines : nous n'avons pas fait d'expériences à 35°.

delà et jusqu'à 40° , il se fait une descente brusque et le rapport reste voisin de l'unité jusqu'à 90° .

Détermination du centre de poussée. — Le dispositif employé est représenté sur la figure 38.

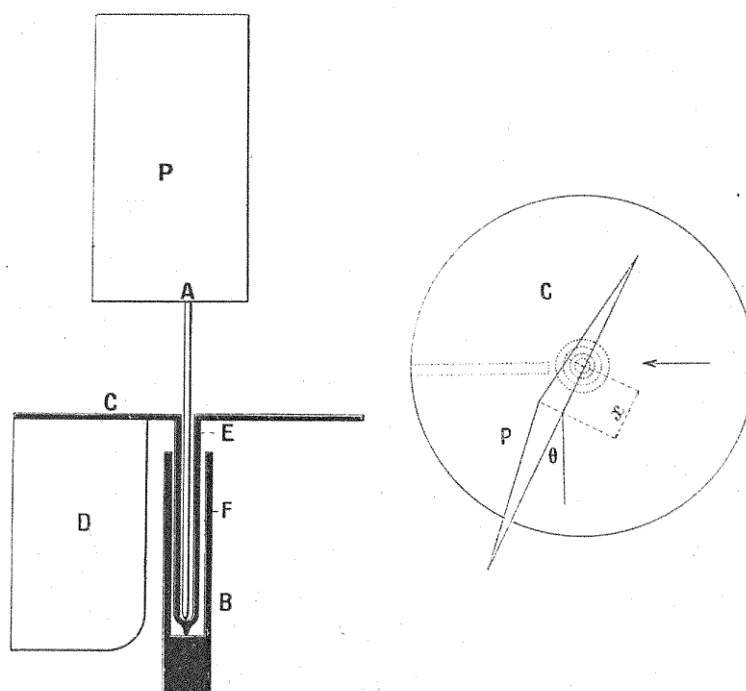


FIG. 38. — Appareil de M. Dines pour la détermination du centre de poussée.

Une plaque P d'un pied carré anglais est montée sur une tige AB, de manière que l'axe de celle-ci se trouve sur la face de la plaque exposée au vent, à une distance x de la ligne médiane.

La tige AB pénètre dans un tube vertical E qui lui sert de support et dans lequel elle peut tourner librement. Ce tube tourne lui-même dans un second tube F qui est

fixe; il porte à sa partie supérieure un cercle gradué C muni d'une girouette. De cette façon, le cercle présente toujours la même division au vent. La plaque prend une position d'équilibre telle que le centre de pression se trouve sur l'axe de rotation. On lit alors, sur le cercle gradué, l'angle θ formé par la direction du vent et la normale à la plaque.

On a ainsi pour un certain nombre de valeurs de x , les valeurs correspondantes de θ et par suite de l'angle d'incidence $i = \frac{\pi}{2} - \theta$. Voici les valeurs de $\rho = \frac{x}{a}$, trouvées par M. Dines pour la plaque carrée :

$i =$	72°	60°	45°	30°	20°	15°	12°	10°
$\rho =$	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400

§ 9. — Expériences de M. Mannesmann.

L'appareil, qui avait déjà servi pour étudier la résistance des plaques normales (voir p. 50), n'a subi que de légères modifications pour les recherches sur les plaques inclinées. Le guide seul est changé (fig. 39); la branche a peut tourner dans un plan vertical, ce qui permet de donner à la plaque l'inclinaison voulue. La figure montre que la tension des fils donne les pressions normales P_i sur la plaque. Mais il faut remarquer qu'à cette pression vient s'ajouter, dans la position indiquée sur la figure, la composante du poids de la plaque suivant le guide. Pour éliminer cette composante, il suffit de faire une seconde mesure en tournant le guide de 180° et en changeant en même temps le sens de rotation du système. La composante du poids de la plaque, qui s'ajoute dans le premier cas à la pression de l'air, s'en retranche dans le second.

Les expériences ont été faites sur un disque circulaire

de 12,6 *cm.* de diamètre. Le tableau suivant donne, pour les diverses inclinaisons, la pression normale par unité de surface et de vitesse, les composantes horizontales et verticales de cette pression, enfin le rapport à la pression sur la plaque normale trouvé par M. Mannesmann, soit 0,095. Ces données sont représentées sur le diagramme (fig. 40) dans lequel on a admis que $P_i = 1$ pour $i = 90^\circ$.

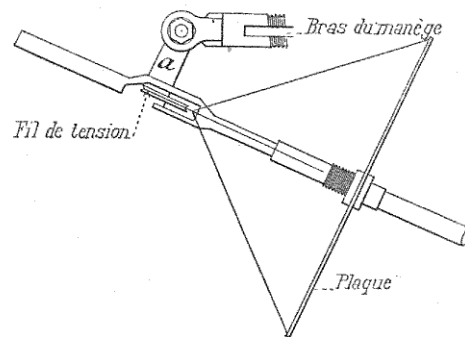


FIG. 39. — Modification de l'appareil de M. Mannesmann pour la mesure de la pression sur les plaques obliques.

Expériences de Mannesmann.

INCLINAISON	PRESSION totale	COMPOSANTE horizontale	POUSSÉE verticale	
i	P_i	$P_i \sin i$	$P_i \cos i$	$\frac{P_i}{P_{90}}$
90	0,095	0,095	0,000	1,000
82,5	0,098	0,095	0,012	1,029
75	0,100	0,097	0,026	1,060
67,5	0,098	0,090	0,037	1,036
60	0,095	0,082	0,047	1,002
45	0,089	0,062	0,062	0,936
41	0,084	0,053	0,063	0,887
37,5	0,078	0,046	0,062	0,820
30	0,058	0,029	0,050	0,610
23	0,033	0,013	0,030	0,343
15	0,018	0,007	0,017	0,191
0	0	0	0	»

On voit qu'aux environs de 45° le rapport reste constant et voisin de 1 ; il passe par un maximum pour $i = 75^\circ$.

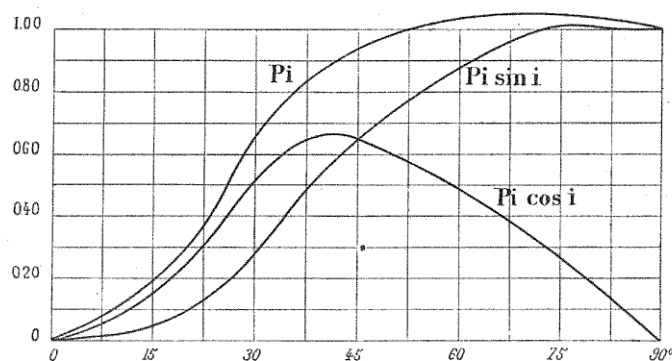


FIG. 40. — Diagramme de M. Mannesmann pour les plans inclinés.

§ 10. — Expériences de M. von Lössl.

Ces expériences ont été faites avec le manège que nous avons déjà décrit (p. 55) et qui permet de mesurer soit la composante verticale de la poussée, soit la composante horizontale.

M. von Lössl ne cite qu'un petit nombre de résultats expérimentaux, qui se traduisent par les deux formules :

$$P_x = \frac{\delta}{\eta} S V^2 \sin^2 i = P_i \sin i,$$

$$P_y = \frac{\delta}{\eta} S V^2 \sin i \cos i = P_i \cos i,$$

qui donnent les composantes horizontale et verticale. On en déduit :

$$P_i = \frac{\delta}{\eta} S V^2 \sin i.$$

c'est-à-dire :

$$\frac{P_i}{P_{90}} = \sin i.$$

M. von Lössl a vérifié l'exactitude de cette formule par une expérience directe qui repose sur un principe intéressant.

Un cadre rectangulaire en bois (fig. 41) est monté sur le bras du manège de manière à pouvoir tourner librement autour de celui-ci. Il a 1 m de longueur, 25 cm de largeur et porte deux surfaces de 500 cm², montées symétriquement par rapport à l'axe. L'une des deux surfaces

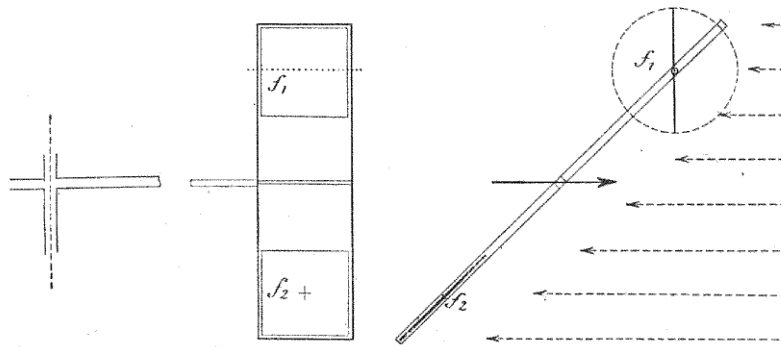


FIG. 41. — Dispositif de M. von Lössl pour la vérification de la formule $f(i) = \sin i$.

est fixe dans le plan du cadre, tandis que l'autre peut recevoir et conserver une inclinaison quelconque par rapport à ce plan. Si l'on fait tourner tout le système, le cadre prend la même inclinaison sur l'horizon que celle qui avait été donnée à la plaque. Cela ne peut avoir lieu que si les moments sont égaux par rapport à l'axe, soit

$$P_i \times d = P_{90} \times d \sin i \quad \text{d'où} \quad P_i = P_{90} \times \sin i,$$

P_i étant la pression normale sur la plaque oblique, et P_{90} la pressions sur la plaque normale au mouvement.

Nous ferons remarquer seulement que cette vérification

n'est qu'approximative par suite du déplacement du centre de pression sur la plaque oblique.

§ 11. — Expériences de M. Stanton.

(Voir p. 99.)

Pour obtenir la pression sur une plaque inclinée, M. Stanton faisait deux mesures successives pour deux

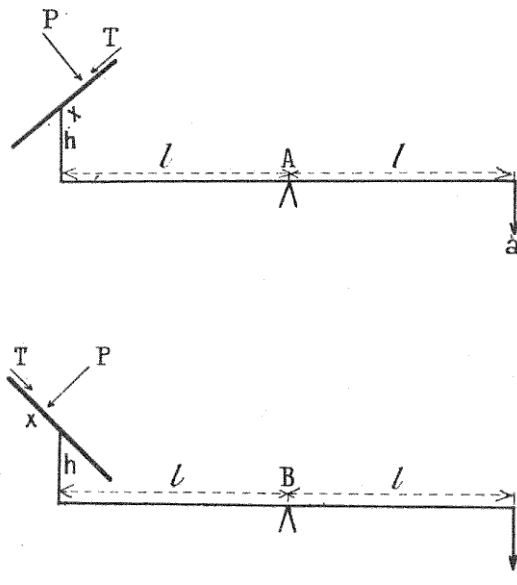


FIG. 42. — Méthode de M. Stanton pour l'étude des plans obliques.

positions symétriques de la plaque par rapport au sens du courant.

Comme la pression n'est pas nécessairement normale à la plaque, nous désignerons par P_i la composante normale de cette pression. Soient T_i la composante tangentielle, h la longueur de la tige qui porte la plaque inclinée d'un angle i , l le bras de levier, enfin, a et b les

pois mis dans les plateaux pour l'équilibre dans les positions A et B (fig. 42).

Si l'on désigne par x la distance du point d'application de la pression au centre, on aura :

$$\begin{aligned} a \times l &= P_i[l \sin i - h \cos i - x] + T_i[l \cos i + h \sin i] \\ b \times l &= P_i[l \sin i + h \cos i + x] + T_i[l \cos i + h \sin i] \end{aligned}$$

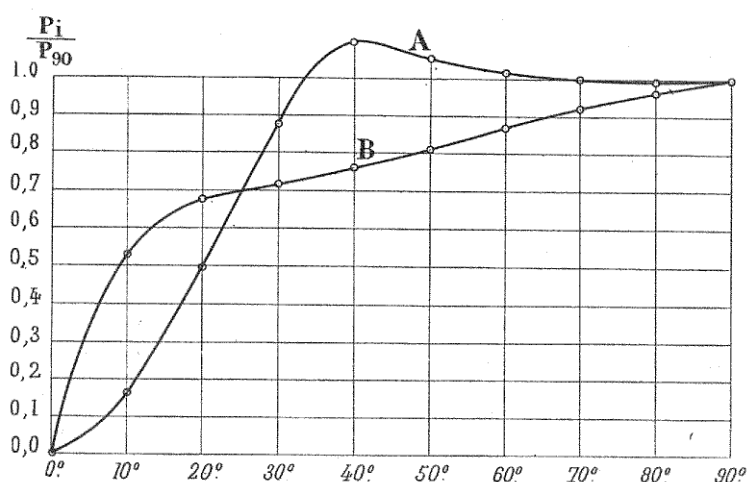


FIG. 43. — Expériences de M. Stanton. Pression sur une plaque de $7,6 \times 2,5$ cm (A, grand axe incliné sur le mouvement; B, petit axe incliné sur le mouvement).

Dans le cas d'une composante tangentielle nulle, on aurait :

$$P_i = \frac{a + b}{2 \sin i}.$$

La longueur x , qui fixe la position du centre de poussée, était donnée par une expérience préliminaire, en rendant la plaque mobile autour d'un axe horizontal ne coïncidant pas avec l'axe géométrique, suivant le procédé que nous avons déjà indiqué précédemment.

Les résultats obtenus pour une plaque rectangulaire

de 7,6 *cm* sur 2,5 *cm* sont représentés graphiquement figure 43.

Les deux courbes se rapprochent de celles de Dines et d'autres expérimentateurs, bien qu'elles aient été obtenues avec une plaque de dimensions exceptionnellement réduites.

Pour des valeurs de i inférieures à 25°, M. Stanton a trouvé une composante tangentielle appréciable, tandis qu'au delà la composante peut être négligée.

§ 12. — Expériences de M. Eiffel avec l'appareil de chute.

Pour éviter l'action d'effets dissymétriques qui auraient nui à la justesse des indications de l'appareil, il a été nécessaire de munir la tige centrale de deux surfaces symétriques plus ou moins distantes, produisant des composantes horizontales égales et de signes contraires.

On a d'abord considéré le cas de plans carrés, de 1/8 de mètre carré, se joignant à la partie inférieure et formant un dièdre à charnière dont on pouvait faire varier l'ouverture.

Nous avons étudié ces dièdres pour les inclinaisons de 70°, 47°,5 et 28° des faces sur la verticale. Ces trois dièdres ont été ensuite munis de faces planes, de manière à être transformés en prismes triangulaires formant dièdres solides ou coins; ils ont d'ailleurs donné les mêmes résultats que les dièdres ordinaires, savoir :

pour $i =$	70°	47°,5	28°
K =	0,068	0,057	0,041

Pour 90°, la courbe représentative passe par 0,075, coefficient déjà trouvé pour le rectangle formé de deux

carrés de $1/8$ de mètre carré juxtaposés, c'est-à-dire pour le dièdre ouvert à 180° . Les valeurs de $\frac{P_i}{P_{90}}$ forment une courbe remarquablement régulière; on trouve :

pour $i =$	70°	$47^\circ,5$	28°
$\frac{P_i}{P_{90}} =$	0,91	0,76	0,55

Si on considère un dièdre comme la limite de deux plans inclinés d'un même angle, qui, d'abord écartés, viennent à se réunir, on peut regarder comme certain que le dièdre fendra l'air en le déplaçant avec le minimum d'effort. Les valeurs pour les plans obliques devront donc toujours être au-dessus de cette courbe, c'est ce qui a lieu en réalité dans nos expériences.

L'étude des plans isolés a présenté plus de difficultés que celle des dièdres en raison des grands remous qui se produisaient. Elle a été faite avec des plans carrés de $0,50m$ de côté, dont les arêtes les plus voisines étaient distantes de $0,50$ à $0,80m$ l'une de l'autre.

On a trouvé :

$\frac{P_i}{P_{90}} =$	0,99	0,90	0,98	0,54	0,3
pour $i =$	70°	50°	30°	20°	10°

Pour 30° et au-dessous, la courbe peut être considérée comme une ligne droite; c'est ce qui m'avait conduit, pour ces angles, à la formule

$$\frac{P_i}{P_{90}} = \frac{i}{30},$$

i étant l'inclinaison de la plaque en degrés¹.

1. Nous n'avions pas fait d'expériences à la Tour Eiffel pour les angles entre 30° et 50° . Mais il résulte des expériences nouvelles que nous faisons actuellement, qu'il existe une anomalie dans cet intervalle; la droite se prolonge au delà de 30° jusqu'à 38° , où elle atteint une valeur

A partir de 50° , on peut considérer que le rapport est constant et peu différent de l'unité.

§ 13. — Expériences de MM. Finzi et Soldati¹.

Ces recherches ont porté sur des plans rectangulaires obliques ayant tous la même largeur 45 cm et, comme profondeur, c'est-à-dire distance du bord antérieur au bord postérieur : $85, 54, 30$ et 10 cm .

La méthode adoptée par les expérimentateurs italiens consiste à mesurer au moyen d'un tube débouchant près de la plaque et relié à un manomètre, la pression en un point quelconque de la face avant et de la face arrière.

Mais ils se sont bornés à faire ces mesures pour la ligne médiane du rectangle dans le sens du mouvement, ce qui ôte beaucoup d'intérêt à leurs mesures, la variation de pression dans le sens transversal restant indéterminée.

Nous reproduisons cependant (voir fig. 44) les diagrammes donnés par MM. Finzi et Soldati, pour les divers plans qu'ils ont essayés.

En abscisses, on a porté les angles et en ordonnées les valeurs de P_x , c'est-à-dire pour les divers plans, les pressions moyennes sur la bande médiane.

Toutes ces pressions correspondent à une vitesse de 10 m/s .

notablement supérieure à 1 pour redescendre brusquement (Voir p. 423). Nous avons vérifié cette paradoxale constatation, déjà trouvée par M. Dines, à l'aide d'un dispositif spécial montrant nettement que la pression pour les angles compris entre 30° et 38° est supérieure à la pression sur la plaque normale. Cela n'avait pas encore été constaté directement.

1. Voir page 61 pour les plaques normales.

Comme résultat général, nous devons signaler que pour tous les rectangles, MM. Finzi et Soldati ont trouvé

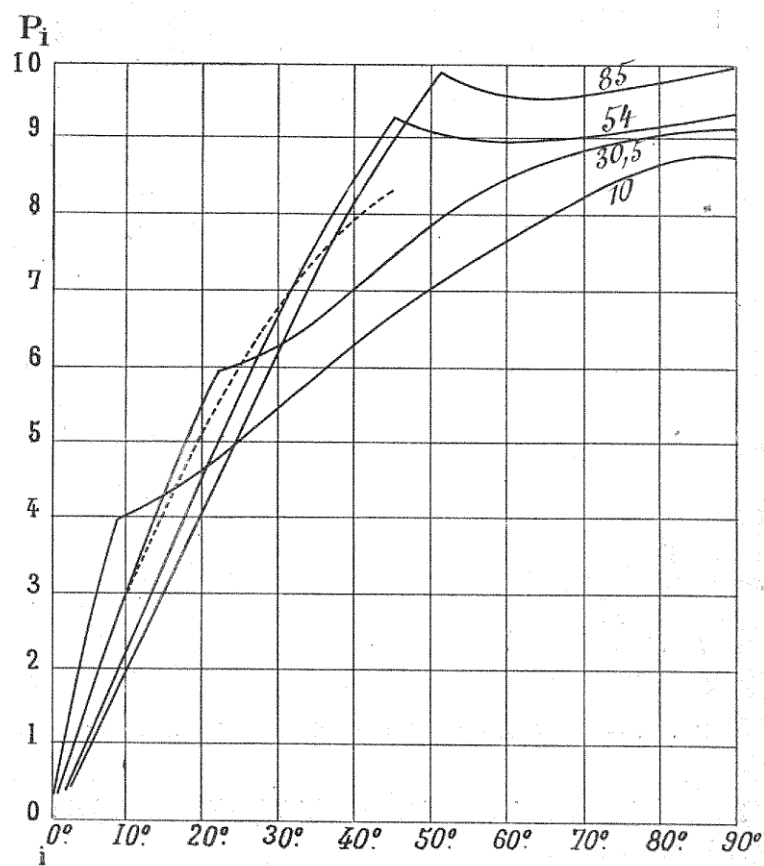


FIG. 44. — Expériences de MM. Finzi et Soldati sur les plans rectangulaires inclinés.

que la compression moyenne sur la partie centrale de la face avant était donnée par la loi du sinus simple

$$p_i = \frac{\delta}{2g} \sin i V^2.$$

§ 14. — Expériences de M. Rateau.

Des expériences ont été faites récemment par M. Rateau, ingénieur en chef au corps des mines, avec un appareil analogue à celui de M. Hiram Maxim (fig. 28). On en

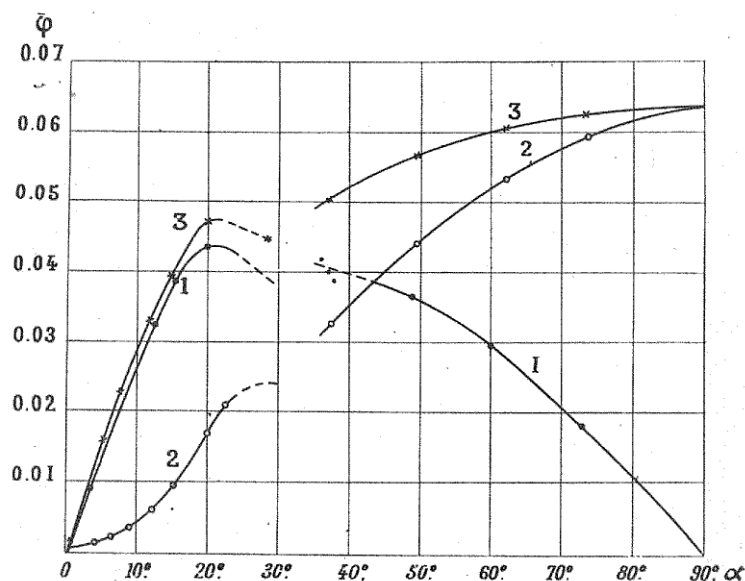


FIG. 45. — Poussée sur un rectangle incliné, d'après M. Rateau.

trouvera le détail dans le journal *l'Aérophile* des 15 juin et 1^{er} août 1909.

Les expériences, faites avec une plaque rectangulaire de 50×30 cm, ont donné les résultats représentés dans les figures 45 et 46 ; la première est relative aux poussées, la seconde aux centres de poussée.

M. Rateau en tire la conclusion que « la continuité que jusqu'à présent on a supposée dans ces phénomènes, pour des inclinaisons croissantes de 0° à 90° , est complè-

tement erronée ». Les expériences de l'Institut de Koutchino, celles de M. Stanton, de M. Dines, et celles que nous avons faites nous-mêmes au Champ-de-Mars et

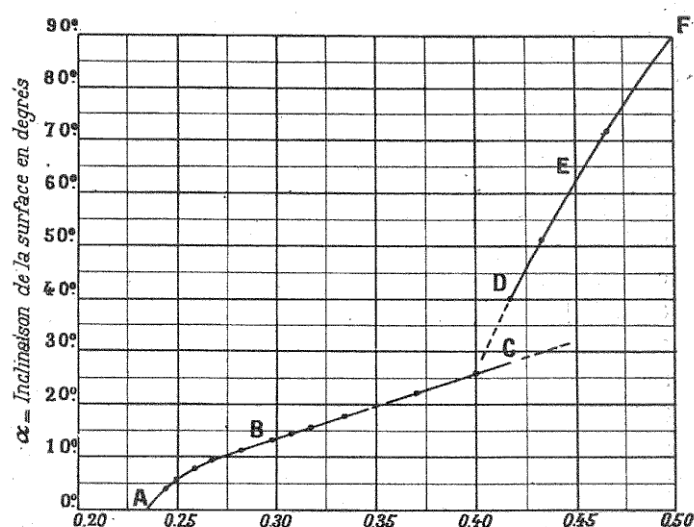


FIG. 46. — Centre de poussée sur un rectangle incliné, d'après M. Rateau.

dont nous parlons dans l'*Appendice*, ne confirment en aucune manière cette assertion.

§ 15. — Conclusions.

Comme conclusion de l'examen que nous venons de faire, nous trouvons autant d'indécision pour les plaques inclinées que pour les plaques normales. On s'en rend bien compte par les deux diagrammes ci-dessous, où nous avons réuni toutes les courbes représentant les valeurs de $\frac{P_i}{P_{90}}$ que nous avons eu l'occasion d'examiner.

La courbe I du diagramme (fig. 47) est celle que nous

avons trouvée dans nos expériences de chute pour des plans obliques formant un angle dièdre. Nous croyons, en raison de la concordance des mesures, que cette courbe représente bien le phénomène. Comme cette forme en coin pénètre mieux dans l'air que deux plans séparés, on est fondé à penser que la courbe correspondante est une limite inférieure des courbes des plans inclinés.

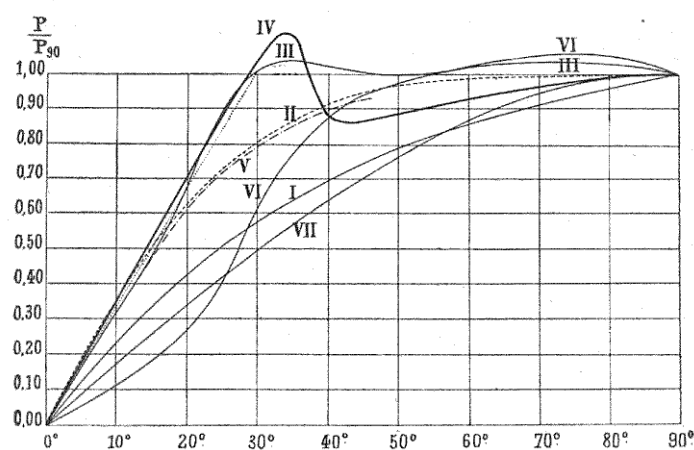


FIG. 47. — Valeurs des rapports $\frac{P_i}{P_{90}}$ pour les plaques carrées.

I. Eiffel (Dièdres). — II. Duchemin. — III. Eiffel (Appareil de chute). — IV. Dines. — V. Langley. — VI. Mannesmann. — VII. Von Lössl.

La courbe VI de Mannesmann pour les angles jusqu'à 30° et la courbe, à peu près entière, de Lössl (qui n'est autre chose que $\sin i$) paraissent donc trop faibles.

On voit d'ailleurs que toutes les autres courbes se tiennent au-dessus de la courbe I. La formule de Duchemin, qui jusqu'à présent a inspiré le plus de confiance, surtout après sa vérification par Langley, est figurée par la courbe II; pour les petits angles jusqu'à

30°, elle donne le double de la valeur de Lössl, soit $2 \sin i$. Autour de cette courbe de Duchemin, se groupent, surtout pour les petites inclinaisons, les courbes de Dines (IV), de Langley (V) et celle que nous avons obtenue avec l'appareil de chute (III).

Il y a en outre à signaler que, pour un angle d'en-

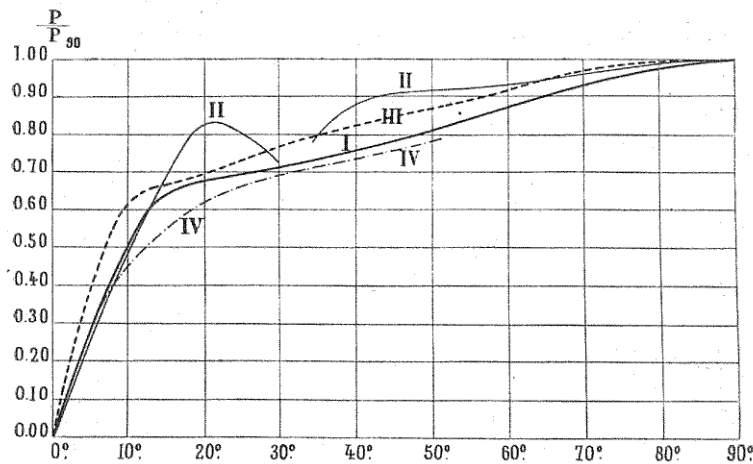


FIG. 48. — Valeurs des $\frac{P_i}{P_{90}}$ pour les rectangles allongés.

I. Stanton ($7,6 \times 2,5 \text{ cm}$); II. Rateau ($50 \times 30 \text{ cm}$); III. Eiffel ($85 \times 15 \text{ cm}$);
IV. Langley ($76,2 \times 12,2 \text{ cm}$).

viron 35°, la pression trouvée par M. Dines dépasse notablement la pression sur la plaque normale. Nous avons retrouvé ce résultat dans nos récentes expériences.

Dans un diagramme spécial (fig. 48) relatif aux rectangles allongés, frappés par le vent dans le sens de la longueur, nous avons réuni la courbe de Stanton (p. 143) pour le rectangle de $7,6 \times 2,5 \text{ cm}$ (allongement 3); celle de M. Rateau pour une plaque de $50 \times 30 \text{ cm}$ (allongement 1,67) et enfin celle de Langley (p. 133) pour le

rectangle de $76,2 \times 12,2 \text{ cm}$ (allongement 6,3). Nous avons cru devoir y joindre également celle qui résulte de nos récentes expériences du Champ-de-Mars (voir *Appendice*) sur une plaque de $85 \times 15 \text{ cm}$.

Pour les petits angles, notre courbe est plus rapprochée de la verticale que celles de M. Rateau et de M. Stanton, ce qui peut tenir à ce que l'allongement de notre plaque était plus grand. Pour 40° , par exemple, la valeur de $\frac{P_i}{P_{90}}$ est égale environ à $3 \sin i$.

Bien que ces courbes ne soient pas rigoureusement comparables, leur rapprochement est cependant instructif. La principale différence qu'elles présentent, c'est que la courbe de M. Rateau atteint son maximum vers 20° pour redescendre et s'interrompre ensuite tandis que celles trouvées par Langley, par M. Stanton et par M. Eiffel sont continues et croissent progressivement jusqu'à 90° .

CHAPITRE VII

DISTRIBUTION DES PRESSIONS SUR UNE PLAQUE EXPOSÉE AU VENT

§ 1. — Généralités.

Nous n'avons parlé jusqu'à présent que de la pression moyenne. Mais, dans la réalité, la pression de l'air est loin d'être répartie uniformément sur toute la plaque, et il convient d'étudier la nature de cette distribution.

Il importe tout d'abord de rechercher l'importance relative des pressions sur les faces avant et arrière.

Dans une expérience faite au manège sur un tube manométrique dirigé face au vent ou inversement, M. Dines¹ a trouvé que l'effet de succion représentait les 17 centièmes de l'effet de compression.

La même méthode manométrique a servi à M. Dines pour déterminer les effets de compression et d'aspiration sur l'avant et l'arrière d'une plaque carrée de 1 pied de côté.

Pour une vitesse de 26,8 *m* par seconde, il a trouvé près du centre :

1° Une compression de 4,62 *cm* d'eau sur la face avant;

1. Variations de la pression produites par le vent soufflant sur l'ouverture d'un tube (*Quarterly Journal of meteorological Society*, 1890).

2° Une dépression de 2,26 *cm* sur la face arrière, donnant une pression totale de 6,88 *cm*. Le rapport de l'effet d'aspiration à l'effet de compression est donc égal, près du centre, à 0,50 environ.

La pression totale, en kilogrammes par mètre carré, pour une vitesse de 1 mètre par seconde, serait de :

$$\frac{0,00688 \times 10.000}{26,82^2} = 0,095.$$

C'est la valeur du coefficient *K* correspondant à cette région. Elle est naturellement plus élevée que pour la plaque entière.

L'effet de succion à l'arrière dépend de la forme du corps, notamment de son étendue suivant le sens du mouvement. Il diminue à mesure que le corps partant de la forme d'un disque mince s'étend pour prendre la forme d'un prisme allongé. Il en est de même de l'effet total, puisque la compression sur la face avant du prisme doit rester sensiblement la même.

§ 2. — Expériences de Nipher.

M. Nipher s'est proposé de recueillir, au moyen d'un récepteur approprié, la compression ou la dépression qu'un obstacle détermine en arrêtant le vent, puis de transmettre cette pression à un manomètre.

Le récepteur ne doit pas introduire de perturbation par sa présence dans le fluide. M. Abbe, après M. Ser, professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures, a proposé une forme de récepteur qui remplit ces conditions; il consiste en deux disques métalliques minces, à bords aigus, maintenus par des vis à une très petite

distance l'un de l'autre et placés dans une position très voisine de la plaque. Le disque inférieur est percé et livre passage au tube qui est relié au manomètre. Lord Kelvin a montré qu'un tel système, introduit dans un fluide, n'y modifie pas la distribution de la pression :

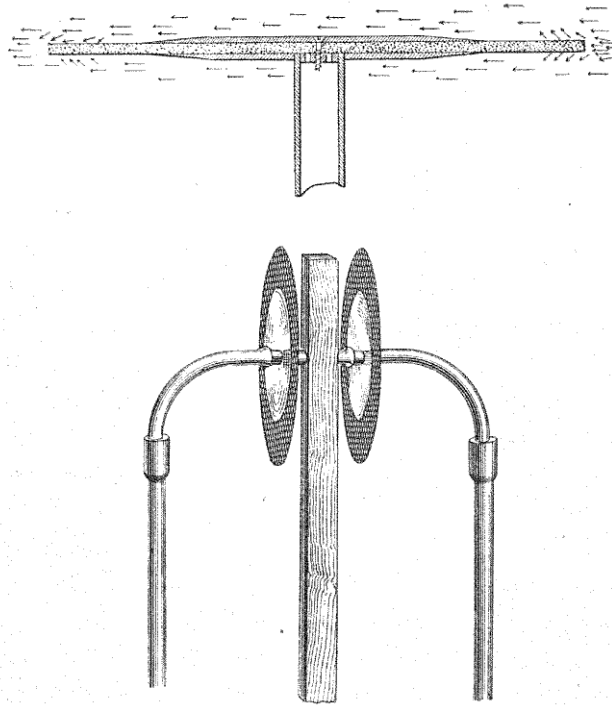


FIG. 49. — Récepteur de M. Nipher.

« la pression de l'air dans le tube qui affleure à l'intérieur d'une plaque est la même que celle qui existe entre les plaques ou autour d'elles ».

M. Nipher a imaginé une autre forme de récepteur. Un disque métallique mince (fig. 49), à bord aigu, dont le diamètre est de 75 mm, livre passage dans sa partie

centrale au tube qui doit transmettre la pression au manomètre. Un second disque semblable au premier est fixé à celui-ci par une vis. Entre les deux disques, on place plusieurs épaisseurs superposées de toile métallique assez fine; le disque de toile dépasse de 2 *cm* à peu près les disques métalliques.

« Conformément à l'idée qui a conduit à cette forme de récepteur, dit M. Nipher, l'appareil n'est pas influencé par le vent frappant sur le bord. Les courants d'air entre les deux disques sont complètement arrêtés et ne peuvent produire d'effet de succion. La compression sur le côté exposé au vent est contrebalancée par un écoulement latéral de l'air avant qu'il ait pénétré entre les deux disques. La raréfaction sur le côté opposé est également annulée par suite d'un afflux d'air latéral. Les flèches, dans la figure, indiquent grossièrement comment ces deux actions se produisent. »

On comprend peut-être mieux le phénomène, si l'on admet que le récepteur annule toute la puissance vive de l'air développée par le choc en ne laissant subsister que la force élastique au point du courant où il est placé.

Cette forme de récepteur a d'ailleurs été étudiée par des expériences préliminaires et M. Nipher a vérifié qu'elle remplissait bien les conditions demandées. Ainsi le récepteur et son manomètre étant placés dans l'intérieur d'un wagon de chemin de fer, le manomètre n'accusait aucune variation de pression lorsqu'on sortait le récepteur pour le placer à l'extérieur dans le courant d'air relatif; un tube de Pitot placé dans les mêmes conditions aurait immédiatement donné une variation de pression. Il ne se produit donc sur le récepteur Nipher aucun effet de succion ou de compression, quelle que soit d'ailleurs, on le vérifia expérimentalement, la

position du récepteur par rapport à la direction du mouvement relatif.

Mais si on approche du récepteur un objet quelconque, on voit se manifester l'effet de la pression sur l'obstacle; il en est du reste de même pour celui de Abbe.

M. Nipher s'est servi de ce récepteur pour étudier la distribution des pressions sur les deux faces d'une plaque mince exposée au vent. Pour obtenir un courant d'air relatif, la plaque fut montée au-dessus d'un wagon d'un train de l'Illinois central.

La plaque de pression avait 90 cm^2 de hauteur et 120 cm de longueur dans le sens horizontal; elle était formée de planches en bois de pin maintenues par un cadre.

La plaque est mobile à la façon d'une girouette autour d'une tige verticale extérieure qui traverse le toit du wagon. Le bord de la plaque le plus rapproché de la tige se trouve à 15 cm de celle-ci, le bord horizontal est distant de 30 cm du toit du wagon.

La plaque est maintenue normale au vent, au moyen d'un dynamomètre à ressort dont on règle la tension de façon convenable. Une girouette placée à l'avant du wagon donnait la direction résultante de la direction du mouvement et de celle du vent régnant, et on maintenait la plaque normale à cette girouette.

Les résultats sont donnés dans les tableaux suivants. La plaque de pression est divisée en 108 carrés de 10 cm de côté (voir page 160); les rangées horizontales sont désignées par les lettres de a à i ; les rangées verticales par les chiffres de 1 à 12. Chacun des petits car-

1. Nous avons converti les nombres donnés par M. Nipher en mesures françaises, en adoptant des chiffres ronds pour plus de clarté.

rés est percé au centre d'une ouverture de 1 *cm* de diamètre environ ; chaque trou est fermé par un bouchon qui affleure exactement sur le côté de la plaque exposé au vent.

Pour mesurer la pression sur l'un des carrés, on enlève le bouchon correspondant ; on place un récepteur du type décrit précédemment, de manière qu'une tige qu'il porte traverse la plaque en remplissant exactement l'ouverture. Sur l'extrémité de cette tige, par conséquent de l'autre côté de la plaque, on fixe un second récepteur. La figure 49 montre ce dispositif.

Les manomètres employés étaient formés d'un petit récipient relié à la partie inférieure à un tube de verre incliné à 5 % et supporté par une planchette.

Chacun des récepteurs était relié à un tel manomètre par un tube de caoutchouc. Comme il fallait mesurer la différence entre la pression près de la plaque et la pression à l'air libre, au-dessus du toit du wagon, les deux tubes de verre des manomètres étaient mis en communication par des tubes de caoutchouc avec un récipient fermé où la pression était celle de l'air libre. On obtenait ce résultat en reliant le récipient à un récepteur Abbe placé au-dessus du toit du wagon.

Un aide mesurait la pression totale qui s'exerçait sur la plaque au moyen du dynamomètre. On lisait en même temps les divisions auxquelles arrivait l'eau dans les tubes manométriques. On avait ainsi la compression et la dépression sur le carré considéré. Comme la pression totale changeait d'une mesure à l'autre (vitesse variable du train, vent naturel irrégulier), on réduisait les pressions à une valeur constante de la pression totale.

Le tableau I donne le résultat des expériences de Nipher.

La pression totale qui s'exerce sur la plaque étant égale à 100, on a inscrit sur chacun des carrés la compression qui s'exerce sur la face exposée au vent, et la dépression sur la face abritée.

La somme de toutes ces pressions partielles doit évidemment être égale à la pression totale, c'est-à-dire à 100.

La somme des pressions sur la face avant est égale à 56,6 et la somme des dépressions sur la face arrière à 43,4.

Ainsi, d'après les expériences de Nipher, l'effet de compression sur l'avant de la plaque représente les 57 centièmes de la pression totale; l'effet d'aspiration sur l'arrière est égal aux 43 centièmes.

Le rapport de l'effet de succion à l'effet de compression est égal à 0,77.

Ce tableau montre également la diminution de chacun des effets de succion et de compression, à mesure qu'on s'écarte des parties centrales de la plaque pour se rapprocher des bords.

On le voit encore mieux sur le tableau II, que nous avons dressé, en réduisant proportionnellement les pressions sur chaque carré, de manière que la pression sur le carré où elle est la plus forte soit égale à 100.

Ces tableaux présentent bien quelques irrégularités dues aux influences perturbatrices causées par la présence du toit du wagon, de la tige qui supporte la plaque, des bandes de fer qui l'enserrent. C'est à des influences de cette nature qu'il faut attribuer, par exemple, le fait que le maximum de compression ne se produit pas sur la bande centrale mais sur la bande voisine. En écartant ces perturbations, on voit, par le tableau II, que la compression sur la face avant de chacun des carrés placés aux

TARLEAU I. — *Distribution des pressions sur les deux faces d'une plaque exposée au vent, d'après les expériences de Nipher. (Pression totale sur la plaque : 100.)*

	3,451	4,326	5,017	5,102	5,221	5,221	5,221	5,221	5,103	4,827	4,680	3,283	
(a)	0,372	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,372	4,744
(b)	0,400	0,465	0,549	0,553	0,553	0,553	0,553	0,553	0,553	0,558	0,549	0,372	6,211
(c)	0,400	0,553	0,605	0,647	0,647	0,647	0,647	0,647	0,647	0,577	0,571	0,372	6,960
(d)	0,400	0,553	0,696	0,642	0,696	0,696	0,696	0,696	0,647	0,610	0,571	0,372	7,275
(e)	0,400	0,553	0,696	0,647	0,667	0,667	0,667	0,667	0,647	0,610	0,571	0,372	7,164
(f)	0,400	0,553	0,696	0,651	0,696	0,696	0,696	0,696	0,647	0,610	0,571	0,372	7,284
(g)	0,400	0,553	0,605	0,686	0,686	0,686	0,686	0,686	0,686	0,586	0,571	0,372	7,203
(h)	0,400	0,391	0,465	0,558	0,558	0,558	0,558	0,558	0,558	0,558	0,558	0,372	6,092
(i)	0,279	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305	0,307	3,636
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	

FACE AVANT.

	3,469	3,703	3,795	3,668	3,658	3,658	3,658	3,658	3,704	3,673	3,534	3,201	
(a)	0,279	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,333	0,344	0,279	3,899
(b)	0,400	0,409	0,373	0,372	0,372	0,372	0,372	0,372	0,372	0,372	0,372	0,371	4,528
(c)	0,400	0,429	0,437	0,391	0,391	0,391	0,391	0,391	0,391	0,381	0,371	0,371	4,735
(e)	0,400	0,429	0,457	0,410	0,400	0,400	0,400	0,400	0,428	0,429	0,371	0,371	4,895
(d)	0,400	0,429	0,457	0,429	0,429	0,429	0,429	0,429	0,447	0,429	0,429	0,371	5,107
(f)	0,400	0,428	0,437	0,429	0,429	0,429	0,429	0,429	0,429	0,446	0,429	0,371	5,085
(g)	0,400	0,428	0,465	0,467	0,467	0,467	0,467	0,467	0,467	0,446	0,428	0,371	5,340
(h)	0,400	0,418	0,437	0,437	0,437	0,437	0,437	0,437	0,437	0,437	0,418	0,371	5,103
(i)	0,390	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,372	0,325	4,687
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	

FACE ARRIÈRE.

TABLEAU II, composé d'après les expériences de Nipher, montrant la distribution des pressions sur les deux faces d'une plaque exposée au vent, en prenant la valeur 100 pour la compression maximum sur un carré¹.

53	57	57	57	57	57	57	57	57	57	57	53
53	79	79	79	79	79	79	79	79	79	79	53
53	82	83	93	93	93	93	93	93	83	82	53
53	82	88	93	100	100	100	100	93	88	82	53
53	82	88	93	96	96	96	96	93	88	82	53
53	82	88	93	100	100	100	100	93	88	82	53
53	82	83	93	93	93	93	93	93	83	82	53
53	79	79	79	79	79	79	79	79	79	79	53
53	57	57	57	57	57	57	57	57	57	57	53

FACE AVANT.

40	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48	40
53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53
53	53	55	56	56	56	56	56	56	55	53	53
53	53	62	61	57	57	57	57	61	62	53	53
53	62	62	64	62	62	62	62	64	62	62	53
53	53	62	61	57	57	57	57	61	62	53	53
53	53	55	56	56	56	56	56	56	55	53	53
53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53	53
40	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48	40

FACE ARRIÈRE.

1. Ces valeurs sont des nombres probables, obtenus en égalisant les valeurs symétriques.

bords de la plaque est égale aux 53 centièmes de la compression sur les carrés du centre. La décroissance est donc très rapide.

M. Nipher est le premier, croyons-nous, qui ait exploré

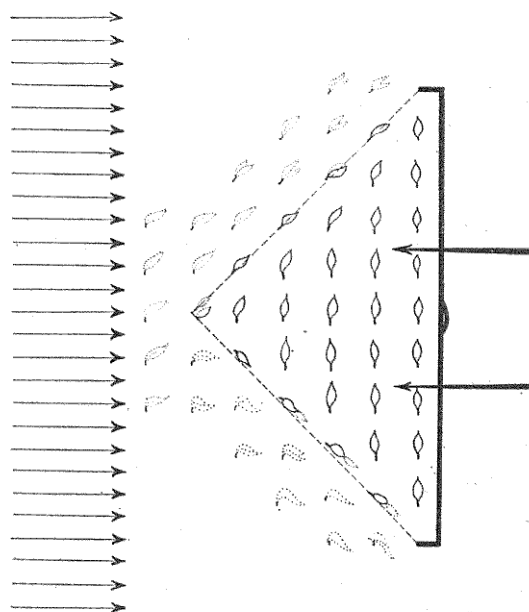


FIG. 50. — Mouvement de l'air à l'avant d'une plaque, d'après M. v. Lössl.

aussi complètement la distribution des pressions sur une plaque.

EXPÉRIENCES DE M. von LÖSSL. — Les expériences précédentes indiquent que la pression n'est pas uniforme à l'avant de la plaque.

Cette conclusion est infirmée par certaines expériences de M. Lössl, qui ne correspondent pas non plus aux mouvements des filets fluides que nous avons indiqués au début de cet ouvrage. Il est vrai que le courant d'air

dont il se servait avait une très faible vitesse, 0,30 *m* par seconde, et c'est peut-être la raison du désaccord.

Quoi qu'il en soit, M. v. Lössl disposait en avant de la plaque une lampe dont la direction de la flamme indiquait les mouvements de l'air (voir fig. 50). Il a déterminé ainsi une figure qui représente la forme de la pyramide antérieure qu'il a appelée le *mamelon*. Cette pyramide a ses faces disposées à 45° sur la plaque.

Un autre dispositif a consisté à se servir d'un grand nombre de morceaux de papier très légers, suspendus par des fils fins au plafond de la salle. L'observation montre qu'aucun des morceaux de papier

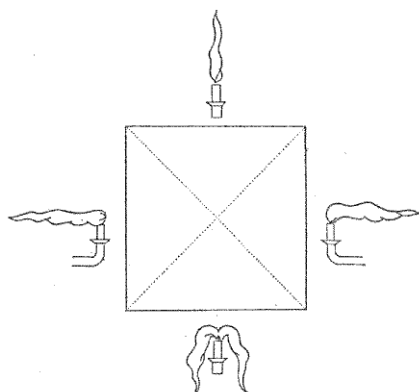


FIG. 51. — Ecoulement de l'air sur les bords de la plaque, d'après M. v. Lössl.

ne vient frapper la plaque, et qu'ils sont déviés auparavant.

Etant admise l'existence de la pyramide *mamelon*, sur les faces de laquelle glisse l'air pour franchir le bord de la plaque, les filets d'air s'en éloignent dans le sens normal au mouvement : c'est ce que montre l'expérience en disposant quatre flammes près des bords de la plaque, le déplacement se faisant en avant de la figure (voir fig. 51).

Ces expériences auraient besoin d'être refaites avec un vent plus violent et l'exploration devrait être prolongée jusqu'à la partie arrière de la plaque. Nous croyons que celles que nous avons faites et d'après lesquelles est des-

sinée la figure 1 sont meilleures à ce point de vue.

Pour les plans inclinés, Lössl a, comme pour les plans droits, cherché à déceler par le mouvement d'une flamme les mouvements de l'air en avant de la plaque se déplaçant dans le sens de la flèche (fig. 53). Cette figure donne la forme qu'il a trouvée pour le mamelon

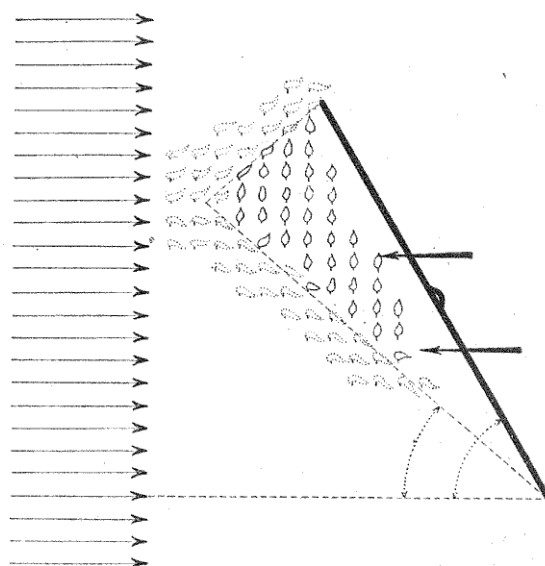


FIG. 52. — Mouvement de l'air à l'avant d'une plaque inclinée, d'après M. v. Lössl.

oblique dans le cas d'une plaque inclinée à 60° . Nous croyons également que le tracé de notre figure 31 est préférable.

§ 3. — Répartition des pressions sur les plaques inclinées.

Nous nous sommes surtout occupés dans ce qui précède de la répartition des pressions sur une plaque normale

au mouvement du fluide. Il serait également très intéressant de savoir ce que devient cette répartition lorsque la plaque est de plus en plus inclinée sur la direction du mouvement, en particulier de savoir dans quelle proportion varie chacun des effets de compression et d'aspiration qui se produisent sur l'avant et l'arrière de la plaque.

Les expériences sont malheureusement peu nombreuses. Nous allons étudier rapidement les principales.

a) EXPÉRIENCES DE MM. IRMINGER ET VOGT¹. — Une conduite rectangulaire de 44 cm de hauteur 23 cm de largeur pénètre dans une cheminée d'usine, qui y détermine un courant d'air permanent (fig. 53 et 54). A l'intérieur, on place une boîte métallique rectangulaire creuse de 2,2 mm d'épaisseur; cette boîte est montée sur un axe autour duquel elle peut tourner comme une girouette; on peut ainsi lui donner l'inclinaison voulue sur la direction du courant d'air. La largeur de la boîte diffère très peu de celle de la conduite rectangulaire, de sorte que l'air ne peut passer qu'au-dessus ou au-dessous; on se

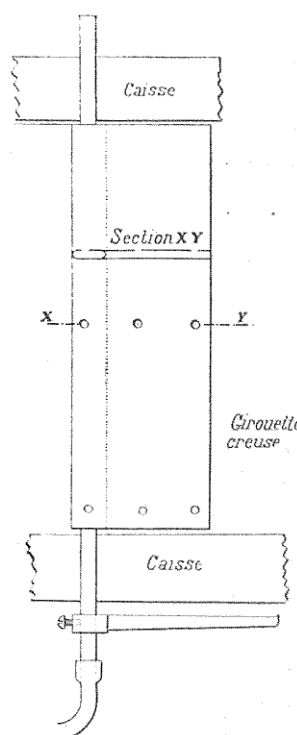


FIG. 53. — Expériences de MM. Irminger et Vogt. Girouette creuse.

1. D'après un article de l'*Engineering* (27 décembre 1895).

trouve ainsi, au moins à peu près, dans les conditions d'une plaque rectangulaire allongée, placée dans un fluide indéfini.

L'une des faces est percée d'ouvertures très petites qui, à l'exception d'une, sont fermées par des bouchons de plâtre. La pression à l'intérieur de la boîte est la même que celle qui se produit à l'ouverture restée libre; on la mesure au moyen d'un manomètre à eau auquel est relié l'axe creux sur lequel est montée la girouette. Six

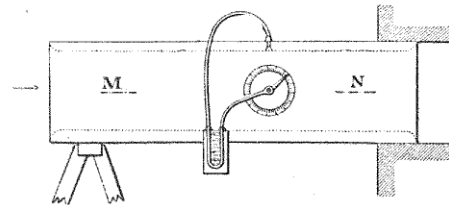


Fig. 54. — Expériences de MM. Irmingier et Vogt. Conduite horizontale et manomètre.

ouvertures furent pratiquées sur la boîte, trois à la partie médiane, trois sur le bord, comme l'indique la figure 53.

Les trois dernières, que nous laisserons de côté, servirent à vérifier que la valeur des pressions était bien la même au centre qu'au bord.

Les résultats obtenus dans l'une des séries d'expériences sont donnés par les graphiques de la figure 55; les observations se rapportent aux ouvertures indiquées figure 53 et sont numérotées 1, 2, 3, le n° 1 correspondant à l'ouverture du côté de l'arrivée du vent. Les ordonnées de la courbe représentent, à l'échelle de 1 cm pour une pression de 4 mmgr par cm² (0,040 kg. par m²), les pressions lues au manomètre; les abscisses donnent les angles de la plaque avec la direction du courant d'air, dont les vitesses ont été ramenées à 15 m/s. Les pressions négatives ou dépressions sont portées vers le haut, les pressions positives vers le bas; la courbe pleine se

rapporte au côté de la plaque à l'abri du vent, la courbe pointillée au côté opposé.

On voit que les dépressions à l'arrière varient peu, tandis que les compressions à l'avant diminuent beaucoup, du bord antérieur au bord postérieur.

Dans le tableau suivant qui résume les expériences de MM. Irminger et Vogt¹, les pourcentages donnent le rapport de l'effet de succion à la pression totale.

Le second tableau ainsi que les diagrammes inférieurs de la figure 55 se rapportent à une plaque creuse plus petite que la précédente (41 mm de largeur sur 65 mm de longueur), que l'on peut considérer comme étant plongée dans un courant fluide à peu près indéfini dans tous les sens. Les pressions totales sont moindres, mais l'effet de succion conserve une part importante. Les courbes en traits interrompus de ces derniers diagrammes se rapportent aux ouvertures des bords numérotés comme précédemment, mais pour lesquelles les pressions sont moindres qu'au centre.

Expériences de MM. Irminger et Vogt.

GRANDE PLAQUE.		
ANGLE du plan et du courant d'air	EFFETS DE SUCCION en pour cent de la pression totale	RAPPORT DE LA PRESSION observée à la pression sur la plaque normale
5°	100	0,23
10	87	0,45
20	83	0,48
40	67	0,75
60	63	0,90
90	57	1,00

1. On n'a pas tenu compte d'une petite anomalie tenant à ce que la pression sur le bord antérieur pour l'angle 0° n'est pas tout à fait nulle. Le tableau relatif à la petite plaque donne la moyenne des résultats obtenus avec les six ouvertures.

PETITE PLAQUE.

ANGLE du plan et du courant d'air	EFFETS DE SUCCION en pour cent de la pression totale	RAPPORT DE LA PRESSION observée à la pression sur la plaque normale
5°	100	0,12
10	100	0,26
20	94	0,52
40	74	0,74
60	56	0,90
90	43	1,00

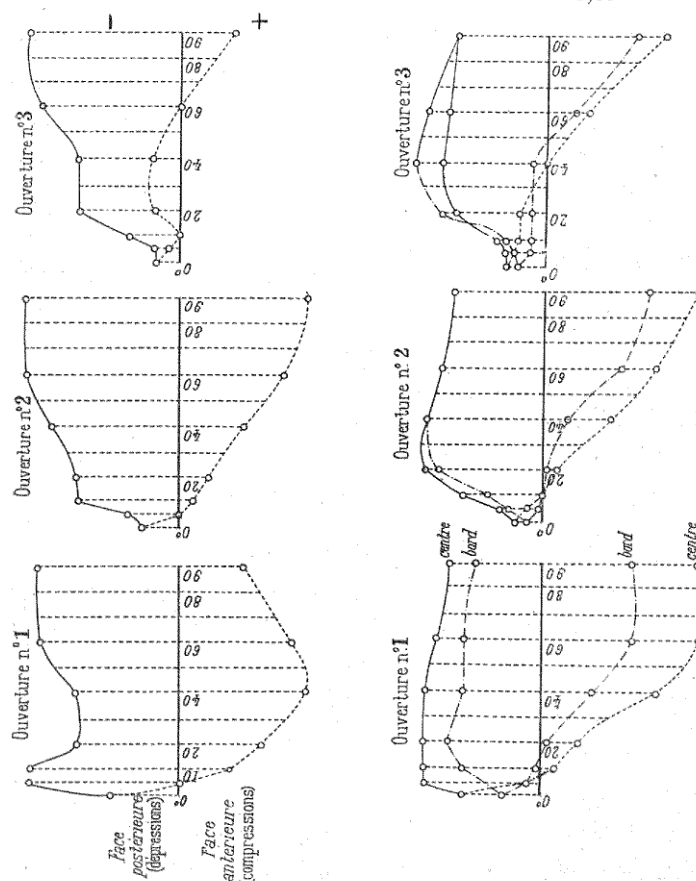


FIG. 55. — Résultats des expériences de MM. Irminger et Vogt.

Les diagrammes obtenus avec la petite plaque, montrent un maximum de l'effet de succion pour les inclinaisons voisines de 35° . C'est un point à signaler qui a d'ailleurs été trouvé par d'autres expérimentateurs, notamment par Stanton, comme le montre la figure 57 qui suit.

b) EXPÉRIENCES DE M. STANTON. — La méthode manométrique se prêtait très bien à l'étude de la distribution des pressions sur une plaque plus ou moins inclinée sur la direction du courant.

M. Stanton a d'abord cherché quelle était la distribution des pressions sur une plaque normale au courant. Les résultats sont représentés graphiquement (fig. 56), pour une plaque carrée, une plaque circulaire et enfin un rectangle. M. Stanton formule les conclusions suivantes :

1° La compression au centre de la face avant est la même pour toutes les surfaces, quelle que soit leur forme, et égale à $\frac{\delta}{2g} V^2$.

2° La dépression à l'arrière est pratiquement uniforme, excepté près des bords, mais sa valeur varie suivant la forme de la surface. Ainsi, cette dépression est égale à $0,5 \frac{\delta}{2g} V^2$, soit la moitié de la compression maximum, pour la plaque circulaire, tandis qu'elle est un peu plus élevée pour le rectangle ($0,67 \times \frac{\delta}{2g} V^2$). Le rapport de l'effet de succion à l'effet de compression ($\frac{1}{2}$ environ), trouvé pour un disque circulaire de 5 cm de diamètre seulement, est exactement le même que celui

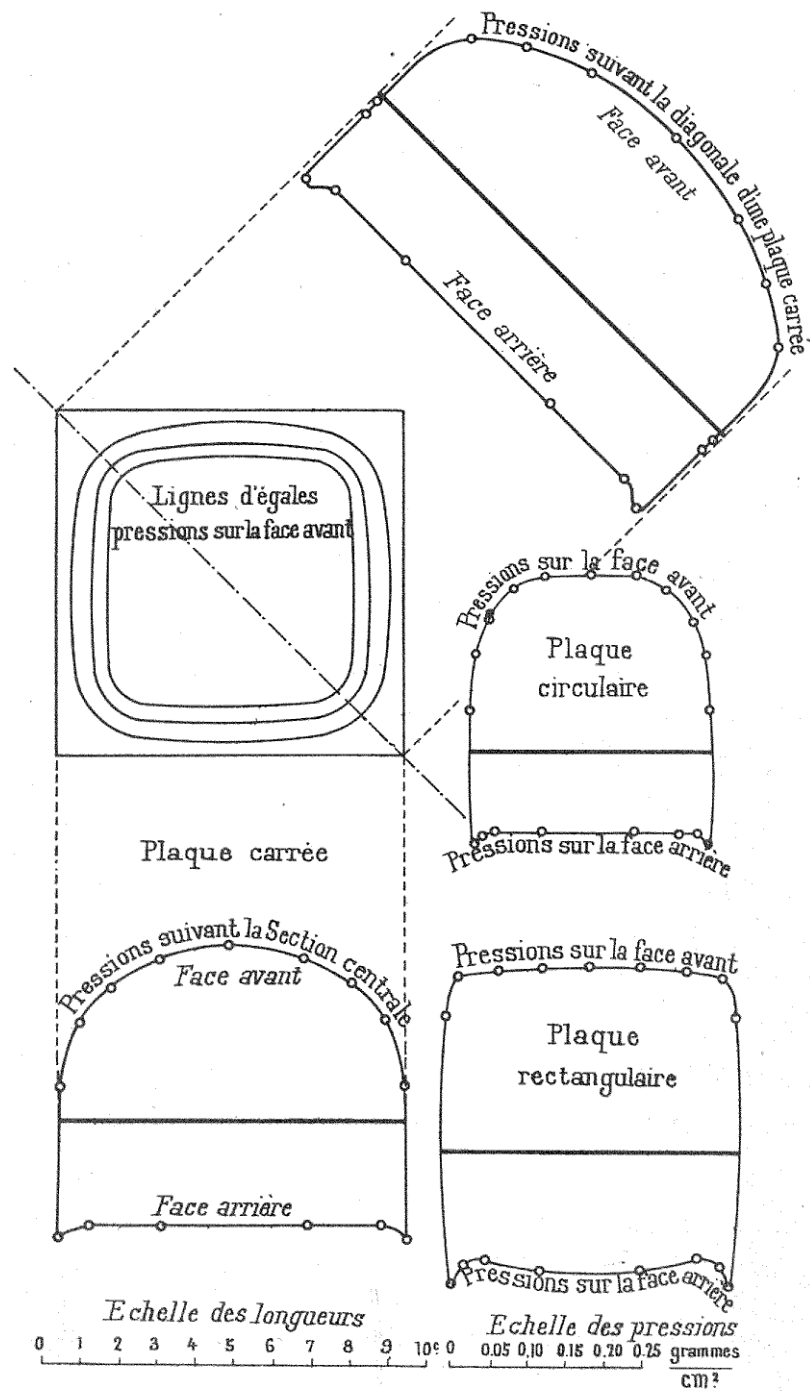


FIG. 56. — Distribution des pressions sur une plaque normale, d'après M. Stanton.

que M. Dines a déduit de ses expériences sur la plaque de 4 pied carré (voir page 154).

Les graphiques que nous reproduisons (fig. 57) montrent la répartition sur les faces avant et arrière avec les incli-

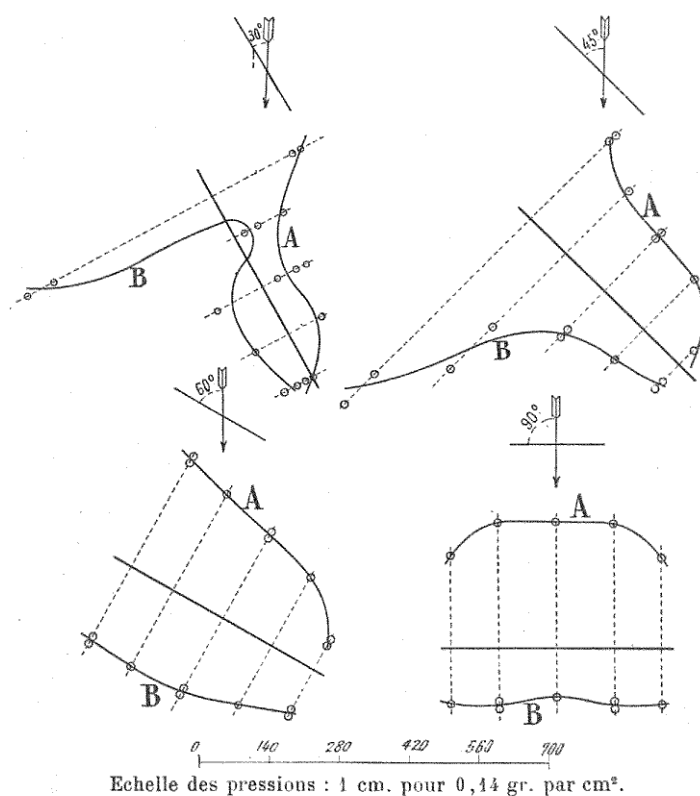


FIG. 57. — Distribution des pressions sur la ligne médiane d'un rectangle incliné, d'après M. Stanton.

naisons de 30°, 45°, 60° et 90° par rapport au vent. Les courbes A sont celles des pressions, les courbes B des dépressions de la partie médiane d'une plaque rectangulaire de $7,6 \times 2,5$ cm, dont le petit côté est normal à la direction du mouvement. M. Stanton fait remarquer

l'augmentation de l'effet de succion pour les inclinaisons voisines de 45° , qui entraîne un accroissement correspondant de $\frac{P_i}{P_{90}}$ pour ces inclinaisons.

§ 4. — Conclusions.

Nous résumerons ici les expériences précédentes en rappelant les résultats communs qu'elles ont donnés. Dans l'*Appendice*, nous donnerons quelques résultats de nos propres essais sur la même question.

D'abord, au centre de la face avant d'une plaque normalement exposée au vent, la compression a pour valeur $\frac{\delta}{2g} V^2$. Cette compression diminue assez rapidement à mesure qu'on se rapproche du bord de la plaque : d'après M. Nipher, la compression sur le bord est égale à 55 % de la compression au centre ; calculé d'après les nombres de M. Stanton, le rapport est de 50 %.

La dépression à l'arrière de la plaque normale est à peu près la même sur toute la surface ; mais le rapport de cette dépression à la pression totale n'est pas encore exactement fixé. D'après M. Stanton, il serait de 44 %, d'après M. Nipher de 0,43, d'après Irminger et Vogt de 0,57. Signalons d'ailleurs que, d'après M. Stanton, l'effet de succion à l'arrière varie avec la forme et la grandeur de la plaque et qu'on s'explique ainsi les variations du coefficient K dont nous avons déjà parlé.

Pour les plaques inclinées, M. Stanton ne donne les pressions que sur la ligne médiane ; ses résultats sont indiqués plus haut et n'ont pas été traduits par lui en valeurs numériques.

CHAPITRE VIII

RÉSISTANCE DES SURFACES COURBES ET DES CORPS DE DIFFÉRENTES FORMES

§ 1. — Pression sur les surfaces courbes. Expériences de Lilienthal.

Les expériences de Lilienthal¹ ont eu pour but principal l'établissement d'un appareil volant; elles ne donnent donc que peu de résultats sur les plaques planes, normales ou inclinées, tandis qu'elles sont, à notre connaissance, la source unique de renseignements en ce qui concerne la résistance des plaques courbes; elles constituent la première étape du chemin qui devait aboutir au vol mécanique.

Lilienthal a employé deux méthodes de recherches différentes. La première est analogue à celle de Hagen, que nous avons déjà décrite. La figure 58 représente le manège dont il s'est servi, et qui permet de mesurer, soit la poussée verticale par la balance, soit la composante horizontale de la résistance de l'air, par le poids moteur effectif. Le bras de manège était relativement

1. O. Lilienthal : *Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst*. — *Revue de l'Aéronautique*, 8^e année 1895, p. 22 et suivantes. Rodolphe Soreau : *Etat actuel de l'aviation*.

très court ; aussi, ne faut-il pas s'étonner du coefficient élevé, 0,13, que Lilienthal a trouvé pour les plaques normales.

La seconde série de recherches a été effectuée au vent naturel, avec les trois appareils représentés à droite dans la figure 58. Ces appareils sont très rudimentaires et ne peuvent pas donner de résultats précis. Le manège lui-même introduit des erreurs systématiques. Il ne faut donc pas attacher aux valeurs numériques données par ces expériences, une trop grande importance en valeur absolue ; tout au plus peut-on se baser approximativement sur leurs rapports.

Soit AB (fig. 59), le profil de la section de la surface courbe. Si la surface avance dans la direction \vec{D} faisant avec la corde un angle i , la réaction de l'air R_i sera une fonction de i .

Décomposant cette réaction en une force horizontale X et une force verticale Y , on voit que l'un des appareils représentés figure 58 permet de mesurer la composante horizontale et l'autre, la composante verticale. On a ainsi les éléments nécessaires pour calculer la grandeur et la direction de la résultante R_i . La direction de celle-ci est encore donnée par le troisième appareil représenté figure 58 ; la surface prend une position telle que le moment de la réaction, par rapport au point d'appui, soit égal au moment dû à la gravité.

Pour rendre compte de ses expériences, Lilienthal décompose la réaction R_i en deux composantes, l'une N_i normale à la corde, l'autre, T_i , suivant cette corde (fig. 60). Ces deux composantes dépendent de l'angle i et Lilienthal pose

$$\begin{aligned} N_i &= 0,13 \text{ SV}^2_{\eta}(i) \\ T_i &= 0,13 \text{ SV}^2_{\theta}(i) \end{aligned}$$

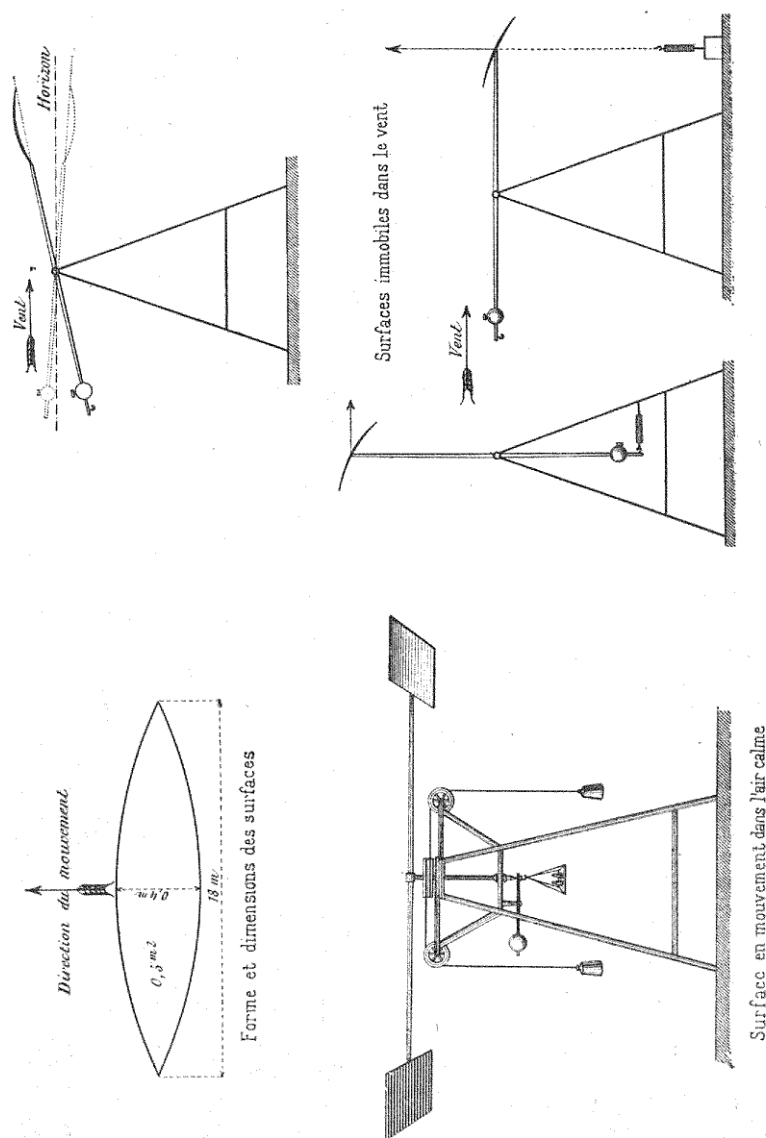


Fig. 58. — Manège et appareils de Lilienthal.

en adoptant le coefficient 0,13 qu'il a trouvé pour les plans orthogonaux. La composante T_i est comptée positivement dans le sens inverse de la marche.

Les deux fonctions $\eta(i)$ et $\theta(i)$, qui représentent les rapports des composantes à la pression sur la plaque normale, dépendent naturellement de la courbure de la surface. Le tableau suivant reproduit les valeurs trouvées par Lilienthal avec une surface dont le rapport de

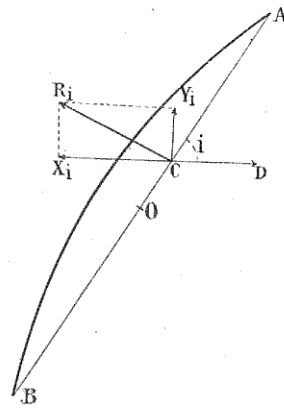


FIG. 59.

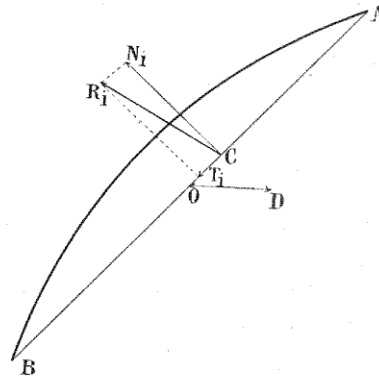


FIG. 60.

la flèche à la corde est égal à $1/12$. La réaction R_i est donnée par la formule :

$$P_i = 0,13 SV^2 \sqrt{\eta^2 + \theta^2}.$$

Ainsi, le rapport de la réaction dans le cas de la surface oblique à la réaction dans le cas où la surface est normale au mouvement, rapport que nous avons représenté par $f(i)$, ou $\frac{P_i}{P_{90}}$, est :

$$f(i) = \frac{R_i}{0,13 SV^2} = \sqrt{\eta^2 + \theta^2}.$$

Nous avons ajouté dans le tableau suivant les valeurs $f(i)$ que nous avons calculées par cette relation :

i	$\eta(i)$	$\theta(i)$	$f(i)$	i	$\eta(i)$	$\theta(i)$	$f(i)$
— 9°	0,000	— 0,070	0,070	11°	0,846	0,038	0,847
— 8	0,040	— 0,067	0,078	12	0,864	0,064	0,866
— 7	0,080	— 0,064	0,104	13	0,879	0,070	0,880
— 6	0,120	— 0,060	0,134	14	0,891	0,074	0,893
— 5	0,160	— 0,053	0,169	15	0,901	0,076	0,903
— 4	0,200	— 0,049	0,206	16	0,909	0,075	0,912
— 3	0,242	— 0,043	0,246	17	0,915	0,073	0,917
— 2	0,286	— 0,037	0,288	18	0,919	0,070	0,921
— 1	0,332	— 0,031	0,333	19	0,921	0,065	0,923
0	0,381	— 0,024	0,382	20	0,922	0,059	0,924
1	0,434	— 0,016	0,434	30	0,910	0,008	0,910
2	0,489	— 0,008	0,489	40	0,890	— 0,016	0,890
3	0,546	0	0,546	50	0,888	— 0,023	0,888
4	0,600	0,007	0,600	60	0,900	— 0,028	0,900
5	0,650	0,014	0,650	70	0,930	— 0,030	0,930
6	0,696	0,021	0,696	80	0,960	— 0,015	0,960
7	0,737	0,028	0,738	90	1,000	0,000	1,000
8	0,771	0,035	0,770				
9	0,800	0,042	0,801				
10	0,825	0,050	0,827				

On voit que la réaction R_i n'est pas en général normale à la corde AB, puisque pour presque toutes les inclinaisons la composante T_i a une valeur différente de zéro. La composante n'est exactement normale à la corde que pour $i = 3^\circ$, $i = 32^\circ$ et $i = 90^\circ$.

Nous avons représenté dans le graphique figure 62 la courbe des valeurs de $\frac{P_i}{P_{90}}$ d'après le tableau ci-dessus.

Formules de transformation de M. Soreau. — Les fonctions $\eta(i)$ et $\theta(i)$ ne sont pas d'un emploi immédiat pour les aéroplanes. On a besoin, pour ceux-ci, de connaître la composante normale à la trajectoire et la composante

parallèle à celle-ci. On y arrive facilement dans chaque cas particulier par une construction géométrique. On peut aussi le faire en se servant des valeurs données dans le tableau précédent, transformées par les formules :

$$x_i = \frac{X_i}{0,43 SV^2} = \eta_i \sin i + \theta_i \cos i$$

$$y_i = \frac{Y_i}{0,43 SV^2} = \eta_i \cos i - \theta_i \sin i$$

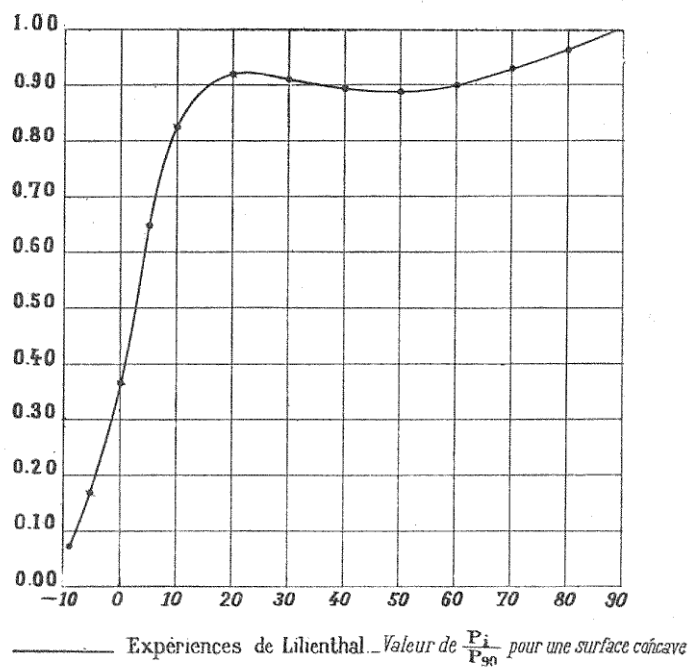


FIG. 64.

Les valeurs calculées par ces formules sont données dans le tableau suivant; elles permettent de calculer les composantes horizontale et verticale pour n'importe quelle valeur de K, 0,07 par exemple.

Valeurs des quantités x_i et y_i déduites des fonctions
de Lilienthal.

Composante horizontale de la poussée : $KSV^2 \times x_i$
— verticale — : $KSV^2 \times y_i$

i	x_i	y_i	i	x_i	y_i
— 9°	— 0,068	— 0,044	3°	0,028	0,345
— 8	— 0,072	0,032	4	0,050	0,598
— 7	— 0,073	0,072	5	0,071	0,646
— 6	— 0,072	0,112	6	0,094	0,691
— 5	— 0,068	0,154	8	0,139	0,759
— 4	— 0,063	0,198	10	0,191	0,804
— 3	— 0,056	0,239	15	0,306	0,850
— 2	— 0,047	0,285	30	0,462	0,784
— 1	— 0,037	0,332	60	0,765	0,474
0	— 0,024	0,381	90	1,000	0,000
1	— 0,008	0,435			
2	0,009	0,488			

Exemple : Pour une aile courbe rectangulaire avec flèche de $\frac{1}{12}$, et de 10×2 m de surface, telle que celle de l'aéroplane Farman, se déplaçant à la vitesse de 72 km à l'heure, soit 20 m/s sous une inclinaison de 5°, les composantes horizontale et verticale de la pression de l'air seront :

$$X_i = 0,07 \times 20 \times 20^2 \times 0,07 = 39 \text{ kg}$$

$$Y_i = 0,07 \times 20 \times 20^2 \times 0,65 = 360 \text{ kg}$$

Pour les deux ailes semblables de l'aéroplane, en admettant que leurs effets sont les mêmes, la composante horizontale serait de 78 kg et la composante verticale de 720 kg.

§ 2. — Formules de M. von Lössl.

Nous donnons (Tableau III) les valeurs des résistances trouvées par M. von Lössl pour des corps de différentes

TABLEAU III. — Valeurs des résistances trouvées par M. von Lössl.

FORME DU CORPS	RÉSISTANCE pour une vitesse V	SURFACE équivalente	NOTATIONS	REMARQUES
Coin. 2 côtés obliques, 2 autres parallèles; déplacement suivant le plan bissecteur.	$R = \frac{\delta}{g} SV^2 \sin i.$	$S' = S \sin i$ jusqu'à $0,86 S \sin i.$	S = surface de la base. i = moitié de l'angle dièdre.	Si la base est carrée et l'angle i très obtus la diminution de pression va jusqu'à 14 %. Pour 45° et au-dessous, on ne constate plus aucune diminution de pression, du moins si le coin est fermé à la base.
Pyramide mobile (comme le coin).	$R = \frac{\delta}{g} SV^2 \sin i.$	Pyramide triangulaire $S' = 0,9 S \sin i.$ Pyramide à base carrée $S' = 0,86 S \sin i.$	Id.	Diminution de 14 % si la base est car- rée, de 10 % si la base est triangu- laire. Une pyramide ouverte à la base donne une légère augmentation de pression; de même une pyramide très aiguë.
Cône mobile (comme le coin).	$R = \frac{\delta}{g} 0,83 SV^2 \sin i.$	$S' = 0,83 S \sin i.$	$i = 1/2$ angle au sommet.	»
Ogive (cône d'ouverture variable).	$R = \frac{\delta}{g} 0,5 SV^2 \sin i.$	$S' = 0,5 S \sin i.$	»	La pente de l'ogive diminue de plus en plus et devient nulle à la base; la partie doublement convexe comprend le 1/3 de la hauteur totale.
Cylindre mobile normalement à l'axe.	$R = \frac{\delta}{g} \frac{2}{3} SV^2.$	$S' = \frac{2}{3} S$	»	Une base concave produit un faible ac- croissement de pression; une base convexe, une faible diminution.
Sphère.	$R = \frac{\delta}{g} \frac{1}{3} SV^2$	$S' = \frac{1}{3} S$	»	Une sphère et un cône éprouvent la même résistance quand l'angle i du cône est égal à 21°53'.
Hémisphère.	$R = \frac{\delta}{g} S' V^2.$	$S' = \frac{1}{3} S$ $S' = \frac{1}{3,2} S$ $S' = \frac{1}{3,6} S$ $S' = \frac{1}{4,5} S$ $S' = \frac{1}{3,9} S$ $S' = \frac{1}{2,3} S$ $S' = \frac{1}{1,4} S$ $S' = \frac{1}{1,2} S$ $S' = S$	»	Convexité en avant; base normale au mouv. — base à 45°. — base à 22°30'. La base parallèle au mouvement. Concavité en avant; base à 6°. — — à 22°30'. — — à 45°. — — à 60°. — — à 90°.

formes; elles sont extraites de l'ouvrage dont nous avons déjà parlé : *Taschenbuch für Flugtechniker* (Berlin, 1904).

Les formules sont données avec le coefficient $K = \frac{\delta}{g}$, trouvé par M. von Lössl pour les plans minces; la valeur de ce coefficient est égale à 0,434 pour $T = 0^\circ$ et $H = 760^{\text{mm}}$ et 0,425 pour $T = 15^\circ$ et $H = 760^{\text{mm}}$.

§ 3. — Valeurs trouvées par le Colonel Renard à l'aide de la balance dynamométrique¹.

Sur le fléau d'une balance, est monté un moteur électrique qui entraîne le bras de manège portant les plaques à essayer. L'ensemble forme un système oscillant autour du couteau (fig. 63).

Le système étant en équilibre lorsqu'il est au repos, on fait passer le courant; le moteur lance le système résistant, qui prend bientôt un mouvement uniforme de rotation; le couple produit par la résistance de l'air détruit l'équilibre de la balance. On ramène le fléau à la position initiale en plaçant un poids convenable dans l'un des plateaux. Connaissant ce poids et son bras de levier, on en déduit le couple résistant et par suite la résistance de l'air. La vitesse est donnée par le nombre de tours du compteur.

En réalité, l'expérience se faisait de la manière suivante. On mettait à l'avance, dans le plateau, un certain poids p et l'on faisait varier la vitesse en augmentant l'intensité du courant, jusqu'à ce que le plateau fût juste soulevé; on notait alors la vitesse et on connais-

¹ C. R. de l'Acad. des Sc., 16 et 24 mai 1904, et *Le Navire Aérien*, de L. Marchis, p. 269.

sait la résistance d'après les dimensions de l'instrument et le poids p .

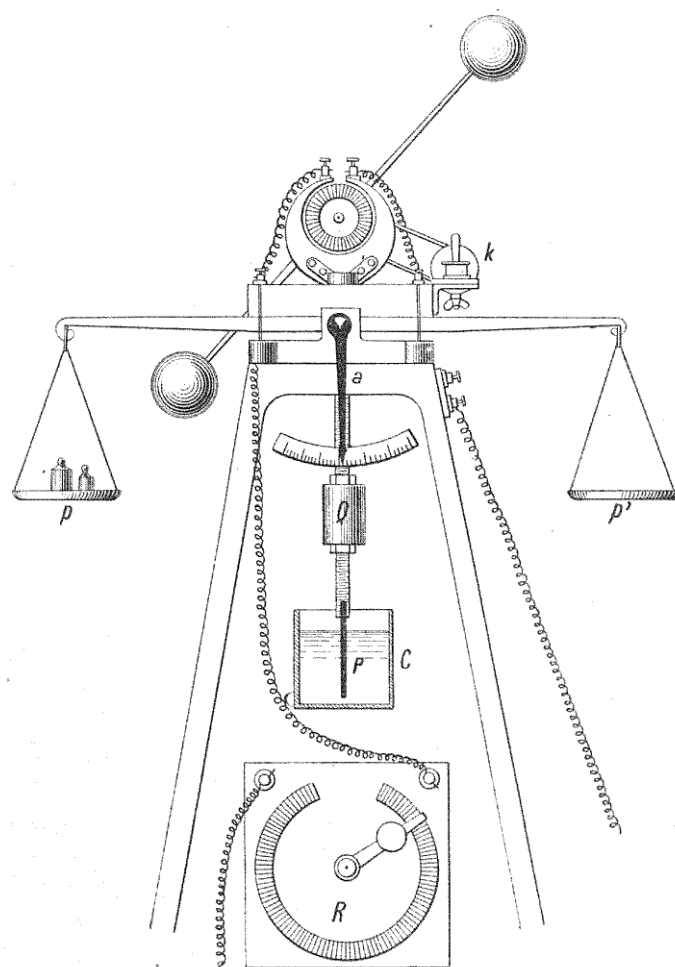


FIG. 62. — Balance dynamométrique du Colonel Renard.

Soient V cette vitesse, R la résistance correspondante pour un plan de surface S , K le coefficient correspon-

dant; soient enfin K_1 et S_1 le coefficient et la surface pour le bras de manège seul.

On aura :

$$(1) \quad R = KSV^2 + K_1S_1V^2.$$

Les plaques étant remplacées par un corps quelconque de même section droite, on aura, pour le même poids p , la même résistance R , mais une autre vitesse V' . Par suite :

$$(2) \quad R = K'SV'^2 + K_1S_1V'^2.$$

Enfin, une expérience à vide, c'est-à-dire avec le bras de manège seul, donnera :

$$(3) \quad R = K_1S_1V''^2.$$

Les expériences (1) et (3) permettent de déterminer le coefficient K relatif aux plans. Le C^t Renard a ainsi trouvé $K = 0,103$ pour une plaque circulaire de $0,20 \text{ m}$ de diamètre, tournant sur un cercle moyen de $2,30 \text{ m}$; il n'a d'ailleurs pas pris, pour ses comparaisons, cette valeur qui paraissait trop élevée et il a adopté $K = 0,085$. Des formules (1), (2) et (3), on déduit :

$$K \times S = \frac{R}{V^2} - \frac{R}{V''^2}, \quad K' \times S = \frac{R}{V'^2} - \frac{R}{V''^2},$$

d'où l'on tire, en désignant par n , n' et n'' les nombres de tours correspondant aux vitesses V , V' et V'' :

$$\frac{K'}{K} = \frac{\frac{1}{V'^2} - \frac{1}{V''^2}}{\frac{1}{V^2} - \frac{1}{V''^2}} = \frac{\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n''^2}}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n''^2}}.$$

Il faut remarquer que si l'appareil Renard ne paraît pas permettre de mesurer avec précision les valeurs absolues

TABLEAU IV. — Tableau des coefficients de réduction ρ de diverses carènes simples d'après le C^el Renard.

NATURE DE LA CARÈNE	ρ	ρ'	K	OBSERVATIONS
1. Plan mince orthogonal.	1,000	6,31	0,083	Le coefficient de la résistance d'un plan de 0,200 m de diamètre tournant sur un cercle moyen de 2,30 m de diamètre a été trouvé égal à 0,103, chiffre notablement supérieur à 0,083, ce qui montre l'influence du mouvement circulaire. Le coefficient de réduction de la sphère est notablement plus faible $\frac{1}{6,31}$ qu'on ne le croyait jusqu'ici.
2. Sphère	0,1385	4,000	0,0133	
3. Demi-sphère creuse (concavité en avant)	1,283	8,40	0,109	
4. Demi-sphère creuse (concavité en arrière).	0,392	2,47	0,0333	
5. Cylindre transversal.	0,596	3,76	0,0507	
<i>Carènes de ball-ns dirigeables.</i>				
6. Corps fusiformes symétriques à méridien parabolique, allongement 2 (marche longitudinale).	$\left. \begin{array}{l} 0,0733 \\ \text{soit} \\ 1 \\ 13,65 \end{array} \right\}$	0,463	0,00623	Les coefficients des corps fusiformes deviennent rapidement très faibles, un fuseau d'allongement 3 ne résiste plus que comme la trentième partie du plan mince de même section transversale. Tous les corps essayés étaient parfaitement polis.
7. Corps fusiforme symétrique à méridien parabolique, allongement 3 (marche longitudinale).	$\left. \begin{array}{l} 0,0321 \\ \text{soit} \\ 1 \\ 31,2 \end{array} \right\}$	0,203	0,00273	
8. Corps fusiforme, allongement 2 (marche transversale).	0,433	2,73	0,0368	

de K , il peut donner avec une exactitude suffisante les valeurs du rapport $\rho = \frac{K'}{K}$ qui exprime dans quelle proportion la forme du corps ou de la carène réduit la résistance de l'air par rapport à celle du plan mince. On peut admettre, en effet, que l'influence de la rotation est sensiblement la même sur le plan et sur la carène.

Nous reproduisons ci-avant (Tableau IV) les résultats obtenus par le C^{el} Renard. La première colonne donne les valeurs du rapport ρ que nous venons de définir; dans la deuxième, on a indiqué les rapports ρ' de la résistance du corps à celle d'une sphère; le tableau donne enfin les valeurs de K .

Signalons en terminant que la loi du carré de la vitesse s'est remarquablement vérifiée pour des vitesses allant jusqu'à 50 m par seconde.

§ 4. — Expériences de M. A. Franck¹.

Ces expériences ont consisté à faire osciller un pendule portant le corps à essayer et à mesurer l'amortissement des oscillations. Le pendule mesurait 42,50 m environ, les vitesses, pendant une oscillation, variant entre 0 et 6 m/s .

L'angle d'oscillation maximum était de 30°. En outre du nombre d'oscillations, on mesurait la diminution d'amplitude sur un cercle gradué placé en arrière du pendule et assez loin pour ne pas influencer le mouvement des masses d'air. La formule est établie en admettant que la résistance est proportionnelle au carré de la

1. A. Franck: Recherches pour établir la relation entre la résistance de l'air et la forme des corps. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, vol. L, 1906.

vitesse, ce que l'on a vérifié en calculant différentes valeurs de z d'après un nombre variable d'oscillations et d'amplitudes et en observant qu'elles sont constantes.

On peut reprocher à cette méthode que l'on ne tient pas compte de l'inclinaison des surfaces : mais, par raison de symétrie, les effets sur les corps tels que ceux soumis aux essais doivent se compenser.

Les expériences ont porté sur un assez grand nombre de corps de différentes formes. Les résultats en sont donnés dans le tableau V qui reproduit les valeurs de z , de la formule :

$$R = z \frac{\delta}{g} S V^2.$$

Nous rappelons que la valeur de K est le $1/8$ de celle de z pour $t = 45^\circ$ et $H = 760 \text{ mm}$.

TABLEAU V. — *Expériences de M. A. Franck.*I. — *Cylindres se déplaçant suivant leur axe.*

Surface de la base : 0,01 mq. — Longueur : 0,15 m.

	z	$K = \frac{1}{8} z$
Avec bases planes normales à l'axe	0,533	0,069
Avec pointes coniques inclinées de 45° sur l'axe . .	0,368	0,046
— — — 30° —	0,352	0,044
Terminés par des surfaces hémisphériques . . .	0,260	0,032
Terminés par des ellipsoïdes dont le 1/2 grand		
axe égale le diamètre	0,240	0,030
— — — 1/2 fois le diamètre	0,221	0,028
Avec pointes coniques de 60° d'ouverture	0,221	0,028
— — — 40° —	0,216	0,027
— — — 20° —	0,203	0,025

II. — *Prismes à section carrée se déplaçant suivant leur axe.*

Surface de la base : 0,01 mq. — Longueur : 0,15 m.

Avec bases normales à la direction du mouvement.	0,582	0,063
Avec des coins faisant 45° avec l'axe.	0,433	0,054
— — — 30° —	0,377	0,047
Avec des pyramides formées avec des triangles		
égaux.	0,360	0,045
Avec des surfaces cylindriques tangentes au prisme		
et faisant 40° avec l'axe.	0,306	0,038

III. — *Cylindres se déplaçant dans une direction normale à l'axe.*

$$R = z \frac{\delta}{g} SV^2 + c \frac{\delta}{g} V^2.$$

Cylindres de 100 mill. de diamètre. — Longueur
de 100, 150, 200 millimètres. $c = 0,002$ 0,368 0,046IV. — *Prismes se déplaçant dans une direction normale à l'axe.* a , côté de la base; b , longueur du prisme.

$$R = \frac{\delta}{g} SV^2 \left[z_1 \frac{a}{b} + z_2 \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right].$$

$$\left. \begin{array}{ll} a = 0,1 m & b = 0,15 m \\ a = 0,173 m & b = 0,342 m \end{array} \right\} z_1 = 0,582; \quad z_2 = 0,83$$

§ 5. — Expériences de M. Eiffel avec l'appareil de chute.

J'ai fait avec mon appareil de chute un certain nombre d'expériences sur divers corps.

1° ENSEMBLE DE DEUX PLANS SUPERPOSÉS. — En superposant deux cercles de $1/8\text{ }mq$ (diamètre $0,40\text{ }m$) à des intervalles de un, deux et trois rayons, on trouve les résultats suivants :

Pour l'espacement d'un rayon, soit $0,20\text{ }m$.	$K=0,068$
— de deux rayons, soit $0,40\text{ }m$.	$K=0,059$
— de trois rayons, soit $0,60\text{ }m$.	$K=0,052$

Comme une plaque isolée donne $0,074$, on arrive à ce résultat que deux plaques superposées présentent une résistance totale moindre qu'une plaque isolée, et que dans les limites où nous avons expérimenté, c'est-à-dire jusqu'à trois rayons, cette diminution augmente avec l'écartement.

2° COINS. — Ils étaient obtenus par nos angles dièdres dont on fermait les faces vides par des plans. Avec de pareils dièdres, dont les faces inclinées avaient $0,357$ sur $0,357$, et dont le demi-angle au sommet était 70° , $47^\circ,5$ et 28° , on avait :

1/2 ANGLE AU SOMMET	70°	$47^\circ 1/2$	28°
$K=$	$0,068$	$0,058$	$0,040$
$\frac{P_i}{P_v}=$	$0,9$	$0,78$	$0,54$

3° CYLINDRES VERTICAUX. — Les cylindres essayés ont pour base un cercle de $1/8$ m et pour hauteur un, deux ou trois rayons, comme dans le cas précédent. Les valeurs de K sont les suivantes :

Hauteur d'un rayon, soit 0,20 m.	$K=0,071$
— de deux rayons, soit 0,40 m.	$K=0,069$
— de trois rayons, soit 0,60 m.	$K=0,051$

Pour un cylindre court, le coefficient est sensiblement le même que pour une plaque. Mais il diminue rapidement; il est réduit aux $7/10$ de sa valeur primitive pour une hauteur de trois rayons¹.

Il y a une grande analogie avec ce qui se passe pour des plans superposés.

4° SURFACES CONIQUES ET SPHÉRIQUES. — Le cône expérimenté était ouvert à sa partie supérieure et sa base avait un diamètre de 0,40 m. L'angle au sommet était de 60° , de sorte que la hauteur égalait le diamètre de base. La valeur trouvée pour K est de 0,015; elle n'est que le cinquième environ du coefficient 0,071 de la plaque circulaire de même diamètre.

En fermant ce cône par une demi-sphère, le coefficient trouvé 0,017 est peu différent du premier.

Nous avons enfin essayé un hémisphère concave de

1. Le Colonel Duchemin a donné une table donnant la résistance suivant l'allongement du prisme :

Allongement . .	0	0,5	1,0 (cube)	1,5	2,0	2,5	3,0	5,0
Rapport	1	1	0,78	0,75	0,70	0,71	0,71	0,73

On voit que pour le rapport 1,5 de la hauteur au diamètre de la base, soit trois rayons, on a la même valeur, 0,75, que celle donnée par nos expériences, soit $\frac{0,051}{0,074} = 0,72$. Au delà de deux diamètres, le coefficient reste constant et l'effet de l'allongement est à son maximum.

0,282 *m* de diamètre. Nous avons obtenu pour valeur de *K*, 0,084. La valeur de *K* pour un plan de même surface que le cercle de base serait de 0,068. L'augmentation de résistance due à la concavité est donc de 24 %.

§ 6. — Expériences de M. Stanton.

M. Stanton a obtenu pour les plaques parallèles et les cylindres des résultats qui concordent bien avec ceux que nous venons de donner, d'après les expériences de chute. Le fait méritait d'autant plus d'être signalé que, comme nous l'avons déjà dit, M. Stanton opérait sur des surfaces extrêmement réduites (cercles de 5 *cm* de diamètre et moins), alors que nos expériences ont porté sur des surfaces de 60 à 100 fois plus grandes.

Pour deux cercles parallèles de 5 *cm* qui, d'abord accolés, s'écartent de plus en plus, M. Stanton trouve que la résistance diminue jusqu'à ce que l'écartement atteigne une fois et demie le diamètre; pour cette valeur, la pression sur l'ensemble des deux plaques ne représente que 75 % de la pression sur une plaque simple. La pression augmente ensuite à mesure que l'écartement augmente; elle devient égale au double de la pression sur une plaque simple, c'est-à-dire que les deux surfaces cessent de s'influencer l'une l'autre, lorsque leur distance atteint cinq fois le diamètre.

M. Stanton a vérifié par une expérience directe que lorsque les deux surfaces sont moins éloignées que cinq fois leur diamètre, la surface abritée éprouve une poussée dirigée en sens inverse du courant.

Les expériences sur les cylindres ont donné des résultats analogues; nous reproduisons ci-dessous les

valeurs de K pour un cylindre de longueur variable et dont la base avait 5,26 *cm* de diamètre.

LONGUEUR DU CYLINDRE en diamètre		$\frac{K}{0,068}$
—	—	—
0	0,068	1,00
0,48	0,067	0,98
0,97	0,038	0,86
1,21	0,032	0,77
1,45	0,043	0,64
2,42	0,047	0,70

On voit que la résistance diminue rapidement jusqu'à ce que la longueur du cylindre atteigne 1 fois et demie le diamètre. Elle augmente ensuite, mais assez lentement : des mesures faites sur un cylindre dont la base avait 2,5 *cm* ont montré que pour une longueur égale à 6 fois le diamètre, la résistance n'était encore que les 72 centièmes de la résistance d'un disque mince.

§ 7. — Conclusions.

Pour les surfaces courbes, on ne possède que les formules de Lilienthal qui ont besoin d'être confirmées par de nouvelles expériences. Celles que nous faisons actuellement montrent des différences avec les nombres de Lilienthal. En prenant l'exemple que nous avons donné, nous trouverions, pour la même inclinaison de 5°, une poussée horizontale de 47 *kg* au lieu de 39 et une poussée verticale de 430 *kg* au lieu de 360.

Les expériences sur les corps de différentes formes ont également besoin d'être reprises, car les résultats qu'elles ont donnés sont assez peu concordants.

1. Disque mince de 0,022 *cm*.

Nous donnerons d'ailleurs dans l'Appendice, nos propres résultats et leur comparaison avec les chiffres de Lilienthal.

Pour une sphère, le Cⁱ Renard donne comme valeur du coefficient K de la formule $R = KSV^2$ où S est la surface de la section transversale :

$$K = 0,013.$$

M. von Lössl a trouvé $K = 0,042$ et M. Hergesell, 0,018⁴.

Pour un hémisphère présentant sa concavité en avant, M. von Lössl donne $K = 0,125$; le Cⁱ Renard 0,109 et M. Eiffel, dans les expériences de chute, 0,084. Des expériences plus récentes lui ont donné 0,094, pour un hémisphère de 230 mm de diamètre.

Enfin, pour un cône de 60° d'ouverture, la pointe en avant, M. von Lössl trouve $K = 0,052$ et M. Eiffel 0,015 ; avec un cylindre terminé par une pointe conique de 60° d'angle, M. Franck a obtenu 0,028, valeur qui se rapproche davantage de la nôtre. Quant aux plaques parallèles, nous avons déjà indiqué la concordance qui existait entre les résultats trouvés dans nos expériences de chute et ceux de M. Stanton.

4. Comme expériences sur des sphères, nous citerons incidemment celles que M. Hergesell a faites sur des ballons sphériques gonflés d'air (*Illustrierte aeronautische Mitteilungen*, 1904).

M. Hergesell faisait osciller le ballon à la manière d'un pendule et, de l'amortissement des oscillations, déduisait la résistance de l'air. Le plus grand ballon soumis aux essais avait 90 m² de surface diamétrale, soit 10,2 m de diamètre. M. Hergesell a trouvé que la résistance était proportionnellement moindre pour les grands ballons que pour les petits ; la résistance contient d'ailleurs un terme proportionnel à la première puissance de la vitesse, ce qui s'explique peut-être par les faibles valeurs de celle-ci. Comme valeur de K pour la sphère, les formules de M. Hergesell donnent 0,018 pour une sphère de 0,76 m² de surface diamétrale et 0,003 pour le grand ballon dont nous avons indiqué les dimensions.

APPENDICE

I. — Expériences de M. Stanton sur la pression du vent naturel.

Outre ses intéressantes expériences sur la pression d'un courant uniforme agissant sur des plaques droites ou inclinées, à propos desquelles on peut seulement regretter la faible dimension des plaques employées, M. Stanton a récemment fait, en 1908, à l'instigation du National Physical Laboratory, des expériences sur de grandes surfaces planes exposées au vent naturel. Celles-ci ont atteint jusqu'à 100 pieds carrés, ce qui représente un carré de 3 *m* de côté.

L'examen du mémoire de M. Stanton¹ nous donnera l'occasion de dire quelques mots de la *pression du vent* qui se rattache étroitement à la question de la résistance de l'air, mais dont l'étude est encore moins avancée; l'extrême irrégularité de cet élément, dans le temps et dans l'espace, rend, en effet, les recherches beaucoup plus difficiles dès que l'on veut arriver à quelque précision. Les *pulsations* du vent, suivant l'ex-

1. Experiments on Wind-pressure, par Thomas Ernest Stanton. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. CLXXI, session 1907-1908.

pression de Langley, ou les rafales, dans le langage courant, le font passer presque subitement, en quelques secondes, d'une vitesse nulle à une vitesse considérable telle que 90 à 100 *km*; d'autre part, un écartement de quelques mètres donne des variations importantes dans le courant¹.

Aussi, cette étude de M. Stanton est une contribution très importante à la question, encore si mal connue, de la pression du vent.

Les seules expériences faites sur les grandes plaques avaient été réalisées par Sir B. Baker, au pont du Forth, et par M. Dines.

Sir Baker a employé un grand panneau en bois de 28 *mq* de surface, ayant 5,30 *m* de côté, et une petite plaque de 0,14 *mq* soit 0,37 *m* de côté : on a observé les maxima journaliers de pression et leur dépouillement prouva que la moyenne des lectures, pour la petite plaque, était beaucoup plus grande que la moyenne correspondante du grand panneau. En prenant toutes les lectures, on constata 1,5 comme rapport des inscriptions des vitesses maxima pour la plaque à celles du grand panneau.

M. Dines² disposa deux plaques de dimensions inégales sur un bras mobile autour d'un axe et équilibra les efforts en faisant varier la distance de la petite plaque par rapport à l'axe : la grande plaque avait 3,90 *mq* de surface et la petite 0,83 *mq*. Il trouva ainsi que le rapport des pressions unitaires de la petite à la grande, con-

1. M. Dines a constaté, en effet, que deux anémomètres du même type placés à 3 *m* l'un de l'autre, donnaient des vitesses dont le rapport allait de 0,75 à 1,25. Parfois même, l'un indiquait une vitesse croissante alors que, d'après l'autre, le vent diminuait. Des inégalités se produisent même, d'après M. Stanton, pour des points distants de 0,60 *m* seulement, mais deviennent insensibles sur une surface de 0,30 sur 0,30

2. Nous avons déjà décrit cette expérience. Voir pages 29 et suivantes

statées simultanément, était de 1,3, soit une différence de 30 % en plus pour la petite.

Comme les expériences de M. Stanton sur des petites plaques dans un courant uniforme tendent à montrer que la pression unitaire ne varie pas pour des plaques géométriquement semblables de dimensions différentes, il y a intérêt à vérifier les expériences de Sir Baker et de M. Dines qui pourraient, à la rigueur, s'expliquer par d'autres causes que l'augmentation des dimensions. La méthode de M. Stanton étant très ingénieuse, nous donnerons quelques détails à son sujet.

Sur une tour métallique très ajourée, analogue à celle d'un moulin à vent, est installé autour d'un axe vertical, un cadre mobile orienté à la main et servant de support à la plaque d'essai. On a employé pour celle-ci trois dimensions différentes : 3 m sur 3 m, 3 m sur 1,50 m et 1,50 m sur 1,50 m.

Pour mesurer la vitesse, on s'est servi, comme dans l'anémomètre Dines, de deux tubes : l'un, le tube ordinaire de Pitot, placé face au courant; l'autre, le tube de Dines, placé perpendiculairement au courant et percé à son sommet de petits trous sur son contour extérieur. L'un et l'autre ont été étalonnés à l'aide de l'appareil à courant uniforme que nous avons décrit précédemment.

Pour les mesures de pression, et afin d'éviter tout effet d'inertie, la poussée que reçoit la plaque est transmise, par une tige d'acier, à un diaphragme vertical en acier formant le fond d'un tambour creux bien isolé et rempli d'un certain volume d'air. Ce tambour communique par un tube en plomb à l'une des branches d'un manomètre à eau, dont l'autre branche communique avec un second tambour, semblable au premier, et placé

derrière lui. De cette manière, les effets des changements de pression par les circonstances atmosphériques sont nuls sur le manomètre ; au contraire, celui-ci accusera toutes les variations de pression correspondant aux poussées du diaphragme. En appliquant directement, à l'aide d'un ressort, un effort connu sur le diaphragme et lisant en même temps les dépressions manométriques, on établit la courbe d'étalonnage du diaphragme, laquelle permettra de passer des lectures du manomètre aux pressions sur la plaque.

Pour assurer la simultanéité de la mesure des pressions et de celle des vitesses, on profitait des périodes assez fréquentes pendant lesquelles le vent restait pratiquement constant ; la durée de ces périodes variait de une à trois secondes.

Un nombre considérable de mesures furent prises et permirent de tracer des diagrammes d'une très suffisante régularité. De la position de la ligne moyenne, qui est une droite, on conclut la relation :

$$P = KV^2,$$

dans laquelle P étant la pression en kilogrammes par mètre carré, et V la vitesse en m/s , K a les valeurs suivantes :

PLAQUES	K
$1,50 \times 1,50$	0,080
$3,00 \times 1,50$	0,079
$3,00 \times 3,00$	0,081

Ces valeurs, parfaitement concordantes, ont été en outre vérifiées par des mesures directes de pression en divers points de la plaque, à la fois sur le côté exposé au vent et sur le côté opposé. De l'identité pratique de ces coeffi-

cients, soit 0,080, et de leur grand rapprochement avec ceux de MM. Dines et de Langley, trouvés à l'air libre sur de beaucoup plus petites plaques, M. Stanton conclut ainsi :

« Il semble, par conséquent, qu'il y a de bonnes raisons
« de croire que la pression, par unité de surface, des sur-
« faces semblables *dépassant un pied carré* et exposées
« au vent, est indépendante des dimensions de ces sur-
« faces ».

On nous permettra de faire observer que c'est précisément ce chiffre que dans nos expériences de chute faites à la Tour (*Recherches expérimentales sur la résistance de l'air*, p. 60), nous trouvions comme limite de la résistance suivant les surfaces.

Mais la constante 0,080 diffère de celle de 0,068 trouvée par M. Stanton pour les petites plaques dans le courant uniforme; ces deux constantes sont dans le rapport de 1,48.

En poursuivant l'étude de ce phénomène, on constate que la pression au centre de la plaque, du côté exposé au vent, ainsi que la distribution des pressions aux autres points de la face antérieure, est la même pour la grande plaque que pour la petite, à vitesses égales. La différence ne provient donc que de l'effort de succion, dû aux tourbillons sur la face arrière, lequel est beaucoup plus grand relativement dans les grandes plaques que dans les petites. La détermination directe de cet effort de succion n'a pu être faite à cause de la pression statique de l'air libre qui ne peut être estimée avec une précision suffisante pour la question à résoudre. Les expériences faites à ce sujet ne sont pas d'une grande netteté et l'auteur conclut, sans avoir, à notre avis, suffisamment éclairci ce point de la pression

arrière, que cette augmentation est uniquement due aux dimensions de la grande plaque, lequel effet se fait sentir seulement à partir d'une surface d'un pied carré.

M. Stanton a, en second lieu, expérimenté sur une poutre en treillis, de 8,80 m de longueur et de 1,10 m de hauteur, présentant une surface exposée au vent de 3,20 m²; la constante trouvée a été de 0,10. Il a ensuite exposé dans le canal à vitesse uniforme, un modèle en laiton dont les dimensions par rapport au premier sont dans le rapport de 1 à 42, donnant une surface exposée de 30 centimètres carrés : la constante trouvée est de 0,084. Le rapport de la résistance du petit treillis à celui de la petite plaque est de $\frac{0,084}{0,068} = 1,25$. Celui de la grande

poutre en treillis à celui de la grande plaque est de $\frac{0,10}{0,08} = 1,25$. L'égalité de ces rapports permet de penser que l'on peut compter sur la constante 0,10 pour une poutre en treillis¹.

M. Stanton a, en troisième lieu, fait des expériences avec des modèles de toitures dont les pans sont inclinés de 30° à 60° sur l'horizon : ces pans, portés par des ressorts, viennent agir sur le diaphragme, à la façon d'une plaque inclinée et les mesures se font comme précédemment. On est arrivé aux résultats suivants pour les constantes K.

Toits montés sur des colonnes à travers lesquelles le vent peut passer :

	60°	45°	30°
Côté exposé	K = 0,08	0,07	0,04
Côté abrité	effet négligeable		

¹ Mes expériences à la Tour Eiffel m'ont donné le coefficient 0,09 pour la poutre évidée en treillis.

Toutes ces expériences ont été faites avec des vitesses de vent modérées, variant de 40 à 50 *km/h*. M. Stanton estime que si, comme il est assez probable, les constantes trouvées se maintiennent pendant les tempêtes (100 à 150 *km/h* ou 30 à 40 *m/s*), ces expériences donnent une méthode simple et précise pour déterminer les actions du vent sur une construction quelconque. Cette méthode repose sur le fait que le rapport de la

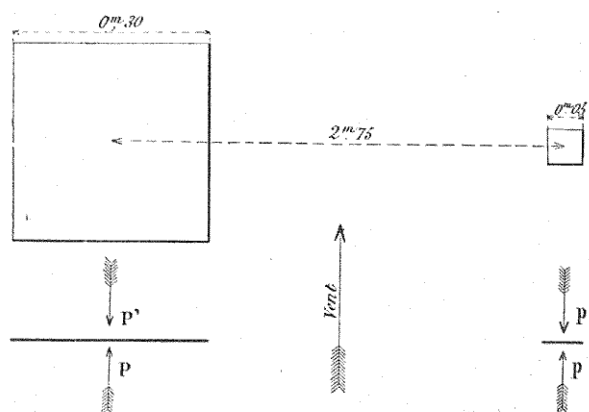


FIG. 63.

pression du vent sur une construction compliquée à la pression sur une plaque plane de même surface a la même valeur que le rapport des pressions supportées par des modèles réduits dans un courant uniforme.

Dans la discussion qui a suivi cette communication (1908), M. Stanton a fait part d'une expérience qu'il venait de réaliser et qui démontrerait une différence de la constante *K* pour les grandes et les petites surfaces, lorsque celles-ci ne dépassent pas un pied carré.

On monte sur la Tour deux plaques carrées, l'une de 0,30 *m* de côté, l'autre de 0,05 *m*, séparées par un

intervalle de $2,75\text{ m}$; elles sont mises en communication avec des manomètres placés au pied de la Tour, de sorte que des mesures simultanées permettent de connaître la pression au centre de chacune des plaques et sur chacune de leurs faces.

Soient P la pression sur la grande plaque (voir fig. 63 et 64), au centre de la face avant; — P' , la dépression sur la face arrière de la même plaque; p et

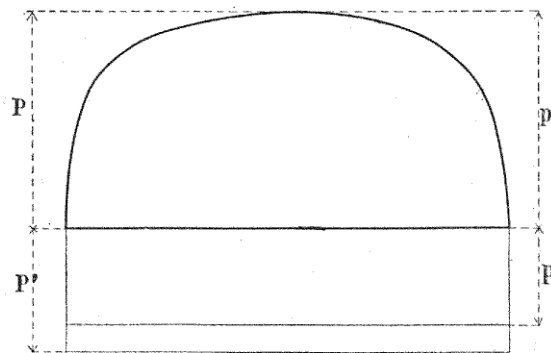


FIG. 64.

— p' , les quantités correspondantes pour la petite plaque. L'expérience montre :

1° Que, sur l'avant des deux plaques, la compression au centre est la même, $P = p$;

2° Que la dépression sur la face arrière est plus grande, en valeur absolue, pour la grande plaque que pour la petite :

$$P' > p',$$

la différence d'intensité des pressions étant exprimée par la relation

$$P' - p' = 0,088 (p + p').$$

En outre, de la distribution des pressions sur la petite

plaque il résulte que la pression moyenne est égale aux $8/10$ de la pression au centre (voir fig. 64). En désignant par r cette pression résultante, on aura donc :

$$r = 0,8 (p + p').$$

Pour la grande plaque :

$$R = r + (P' - p') = r + 0,088 (p + p') = r + 0,088 \frac{r}{0,8} ;$$

d'où

$$R = r + r \times 0,11 = 1,11r.$$

La pression résultante pour une plaque de $0,30\text{ m}$ de côté serait donc de 11 ‰ plus élevée que la pression résultante pour une plaque de $0,05\text{ m}$ de côté.

II. — Moulinet dynamométrique Renard.

Nous croyons intéressant de parler brièvement de l'appareil que le C^{el} Renard a imaginé pour les essais des moteurs, parce que cet appareil, d'un emploi très commode, rend actuellement de grands services, notamment pour l'essai des moteurs d'aéroplanes.

Nous ne pouvons mieux faire que d'emprunter au C^{el} Renard la description qu'il en a donnée dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (2 mai 1904) :

« Nous employons depuis plusieurs années pour la mesure de la puissance des moteurs à mouvements rapides (dynamos, moteurs d'automobile, etc.) un appareil fondé sur les lois de la résistance de l'air, et auquel nous avons donné le nom de *moulinet dynamométrique*. Cet appareil (fig. 66) consiste simplement en une barre rectangulaire en frêne sur laquelle on boulonne deux plans carrés d'aluminium symétriques, par rapport à

l'axe AA', autour duquel doit tourner la barre et parallèles à cet axe.

« Ces plans peuvent prendre différentes positions indiquées par des chiffres qu'on voit sur la figure. Le chiffre qui définit la position des plans est celui qui tombe en face de la ligne de foi FF passant par le centre du plan. L'appareil peut être calé directement sur l'arbre du moteur ou sur un arbre auxiliaire placé sur son prolongement et relié au moteur par une bielle de cardan.

« L'expérience montre que pour une position donnée des plans, le moment moteur est proportionnel au poids spécifique de l'air (que peut donner un abaque) et au carré de la vitesse angulaire.

« Si a est le poids spécifique de l'air en kilogrammes par mètre cube ; M, le moment moteur en kilogrammètres ; N, le nombre de tours du moulinet par minute, et Km un coefficient appelé *coefficient de moment* et déterminé par l'expérience, on a :

$$(1) \quad M = aKm \left(\frac{N}{1000} \right)^2.$$

« On en déduit facilement, en désignant par T la puissance en kilogrammètres et par Kt un coefficient dit *coefficient de puissance* :

$$(2) \quad T = aKt \left(\frac{N}{1000} \right)^2.$$

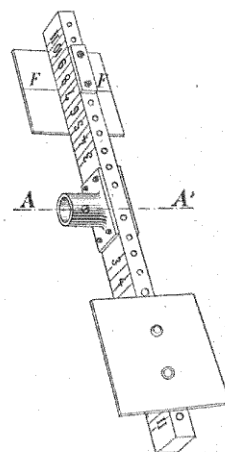


FIG. 65. — Moulinet dynamométrique du Colonel Renard.

« Les coefficients K_t et K_m sont d'ailleurs reliés par l'équation

$$(3) \quad K_t = \frac{100\pi}{3} K_m = 104,72 K_m.$$

« Les valeurs de K_m ont été déterminées avec précision pour les diverses positions des plans au moyen de notre balance dynamométrique. On en déduit les valeurs de K_t .

« On voit qu'il suffit de compter les tours du moulinet pour avoir immédiatement la puissance motrice ou le moment moteur. En employant un tachymètre enregistreur à graduation spéciale, on peut enregistrer directement la puissance puisqu'elle est une fonction de la vitesse seule.

« L'appareil ne s'échauffe pas parce que l'énergie du moteur est absorbée par des masses d'air sans cesse renouvelées. On peut donc prolonger indéfiniment les expériences et étudier avec la plus grande facilité les variations de puissance d'un moteur, car elles se traduisent simplement par des variations de vitesse faciles à enregistrer.

« Enfin, des appareils de dimensions restreintes permettent d'essayer des moteurs de grande puissance. »

Un abaque rend cette méthode tout à fait pratique.

Le C^{te} Renard conclut ainsi :

« Cette nouvelle méthode a la sanction de plusieurs années d'expériences. Elle tend à se généraliser pour les moteurs d'automobiles, dont les essais avec les freins ordinaires sont si difficiles. Elle a déjà pu être employée jusqu'ici pour des puissances variant de 1 à 150 chevaux. Il sera facile d'aller beaucoup plus loin. »

III. — Expériences de M. Zahm sur le frottement de l'air.

Nous n'avons parlé dans tout ce qui précède que de la résistance de l'air proprement dite sans nous occuper de la résistance due au frottement de l'air sur la surface du corps. On considère en effet généralement que ce frottement, qui joue un rôle important en hydraulique, est négligeable lorsqu'il s'agit de l'air.

Cependant, de récentes expériences effectuées par M. Zahm¹ semblent montrer que le frottement de l'air est plus important qu'on ne pensait, et que pour certains corps la résistance qu'il produit peut devenir du même ordre que la résistance de l'air.

M. Zahm employait un courant d'air produit par un ventilateur dans une conduite horizontale, la vitesse du courant pouvant atteindre 12 *m/s*. Une plaque mince et légère, ayant la forme d'un rectangle allongé d'une hauteur de 0,30 *m* et dont la longueur pouvait atteindre 5 *m*, est placée dans le courant parallèlement à celui-ci; elle est soutenue par deux fils assez longs. Le tout constitue donc un pendule qui, sous l'action du frottement produit par le courant, est dévié de sa position d'équilibre. De la déviation et du poids de la plaque, on déduit la valeur du frottement.

Pour éliminer l'influence de la résistance de l'air sur les extrémités, la plaque mince est taillée en biseau à l'avant et à l'arrière; elle est même protégée par des écrans enveloppant les extrémités.

En désignant par *l* la longueur de la plaque dans le

1. A. F. Zahm : *Atmospheric friction with special reference to Aeronautics*. Université catholique d'Amérique, 1904.

sens du courant et par a sa hauteur verticale, M. Zahm a trouvé pour représenter le frottement sur une *seule* face de la plaque :

$$F = 0,000319 \times a \times l^{0,93} \times V^{1,85} \quad (m, kg, s).$$

En supposant :

$$a = 8m, \quad l = 1m \quad \text{et} \quad V = 20m/s,$$

la formule donne :

$$F = 0,000319 \times 8 \times 1^{0,93} \times 20^{1,85} = 0,650 kg$$

pour une seule face et, pour les deux, $1,300 kg$.

Si l'on veut mettre en évidence la surface d'une face ($S = al$), la formule devient :

$$F = 0,000319 \times S \times l^{-0,07} \times V^{1,85}.$$

Le frottement croît donc un peu moins vite que le carré de la vitesse ; par unité de surface, il diminue un peu à mesure que la longueur augmente. Autrement dit, pour une même vitesse, le frottement est proportionnellement moindre pour une grande plaque que pour une petite.

On peut observer que la différence de proportionnalité par rapport à SV^2 est assez importante aux grandes vitesses.

Dans le cas précédent, on trouverait pour valeur du frottement : $0,000319 \times 8 \times 400 = 1,02 kg$ pour une face et, pour deux faces, $2,04 kg$, au lieu de $1,300 kg$.

La formule précédente donne une résistance généralement faible, mais qui, dans certains cas, peut avoir une importance relative assez grande. C'est ce qui a lieu lorsque la résistance de l'air est petite, comme par exemple pour des plans faiblement inclinés, ou des corps de forme

fuselée. M. Zahm calcule que pour un ballon tel que le *Zeppelin*, se déplaçant avec une vitesse de $3,30 \text{ m/s}$, la résistance de l'air est de 28 kg environ et le frottement de $7,4 \text{ kg}$, soit le cinquième de la résistance totale.

IV. — Installation pour études d'aérodynamique de la Brigata specialisti, à Rome.

Le capitaine Crocco, dont on connaît les remarquables travaux en aérodynamique et principalement sur la stabilité des dirigeables, a bien voulu me communiquer le plan général de l'installation de la Brigade d'aérostiers du Génie italien, en y joignant d'intéressants renseignements complémentaires.

Cette installation (voir fig. 66) comprend un ventilateur de $2,50 \text{ m}$ de diamètre, actionné par un moteur électrique de 30 chevaux. Le courant d'air se régularise en passant dans une chambre de détente, sorte de gazo-mètre en tôle, de $5,50 \text{ m}$ de diamètre et de $3,50 \text{ m}$ de hauteur, où les mouvements tourbillonnaires des filets fluides s'amortissent. L'air s'écoule par une buse carrée de $0,80 \text{ m}$ de côté qui débouche dans le hangar servant aux expériences. Cette buse est destinée aux grandes vitesses d'air depuis 12 m/s jusqu'à 29 m/s .

Les corps soumis à l'essai, tels que des modèles de dirigeables, sont portés par de légers châssis mobiles ou suspendus, suivant les cas, à un ensemble de flotteurs, annulant tous les frottements. On s'oppose au recul du modèle, entraîné par le vent, au moyen de poids portés par un plateau de balance, retenu par un fil.

Pour les essais d'hélices, le capitaine Crocco a employé une balance dynamométrique, qui est un perfectionnement de celle du C^t Renard. Cette balance présente

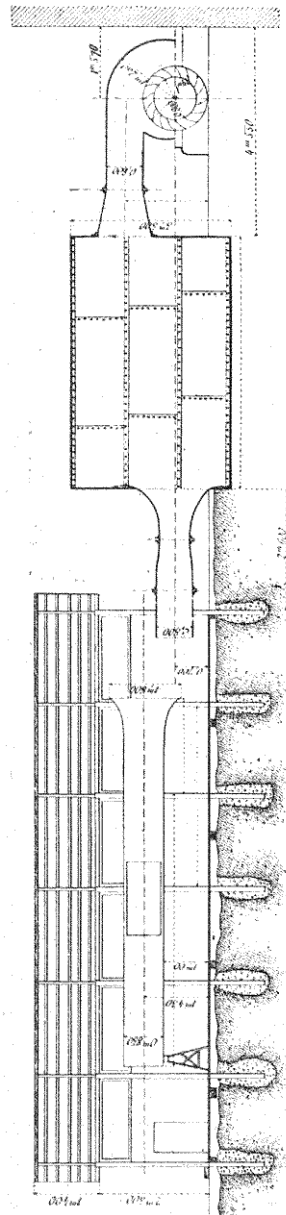


FIG. 66.

le grand avantage de dégager entièrement l'hélice de l'encombrement du moteur et du support d'appareils. De plus, elle permet de placer l'hélice devant la buse et d'en étudier le rendement dans un courant aérien, l'attaquant, soit de front, soit obliquement.

Cette balance comprend un cadre oscillant (suspendu à la cardan), au centre duquel se place l'hélice à essayer. Des bras de rappel, ou fléaux, sont disposés de manière que, par les déplacements convenables de contrepoids appropriés, on puisse équilibrer, et par conséquent mesurer, la poussée et le couple de rotation de l'hélice.

Le moteur électrique qui actionne l'hélice est porté par le cadre lui-même.

Les oscillations de la balance sont enregistrées par un appareil à étincelles, imaginé par le capitaine Crocco, et qui remplace l'enregistreur ordinaire.

Dans le hangar où dé-

bouche le ventilateur, est placé un grand tube rectangulaire de 8 m de longueur et d'une section de $0,85 \times 1,50$ m, double de celle de la première buse. Ce tube est destiné à l'essai des grands modèles. Ces modèles sont suspendus à son intérieur et soumis à une vitesse réduite qui peut atteindre 12 m/s. Quand on procède à ces derniers essais, on installe une paroi démontable qui crée une seconde chambre de détente, un *second poumon* comme l'appelle le capitaine Crocco, entre la sortie de la première buse et l'entrée du tube à grande section, placées suivant des axes très différents pour que tous les mouvements tourbillonnaires disparaissent.

C'est pour rester en accord avec le *principe de similitude* que le capitaine Crocco a utilisé ces vitesses réduites. Aussi, comme ce principe est peu connu, nous donnerons la raison de son application à l'étude des modèles soumis à la résistance de l'air.

Un bon essai fait sur un modèle est loin de présenter toute garantie de réussite sur l'appareil lui-même. En voici une des raisons : si toutes les dimensions linéaires du modèle sont rendues m fois plus grandes, les surfaces et les volumes sont respectivement amplifiés dans les rapports de m^2 à 1 et de m^3 à 1. Par le fait de l'agrandissement linéaire, plusieurs forces (par exemple les poids) deviennent m^3 fois plus grandes et d'autres qui dépendent des surfaces, m^2 fois plus grandes. Les forces sont ainsi altérées dans des proportions variables.

Dans les expériences sur les modèles *libres*, c'est-à-dire soumis aux mêmes forces que l'appareil lui-même, il faut donc s'arranger pour que les forces conservent entre elles les mêmes rapports que dans la réalité.

Examinons le cas d'un ballon dirigeable dont la forme soit définie par une dimension l . Soit V (m/s), la vitesse

à laquelle il doit marcher. Le poids du ballon P est proportionnel au cube de l ;

$$P = Al^3.$$

La résistance de l'air R sera proportionnelle au carré de l et au carré de la vitesse

$$R = Bl^2V^2.$$

Si l'on fait un modèle dont les dimensions sont n fois plus petites, le poids devient

$$P' = A \frac{l^3}{n^3},$$

et la résistance de l'air, à la même vitesse,

$$R' = B \frac{l^2}{n^2} V^2.$$

Le rapport de ces deux forces n'est pas le même pour le modèle et pour le ballon. En effet, pour le ballon, il est :

$$\frac{R}{P} = \frac{B}{A} \frac{1}{l} V^2,$$

et pour le modèle :

$$\frac{R'}{P'} = \frac{B}{A} \frac{n}{l} V^2.$$

Pour que ces deux rapports puissent être égaux, il faut que la vitesse relative au modèle devienne v , telle que :

$$nv^2 = V^2, \quad v = \frac{V}{\sqrt{n}}.$$

La résistance réelle R est reliée à la résistance R' , mesurée sur le modèle, par la formule :

$$R = R' n^2 \frac{V^2}{v^2} = n^3 R'.$$

Le poids et la résistance se trouvent alors réduits dans

la même proportion. M. Crocco a donné à la vitesse v , ainsi définie, le nom de *vitesse de similitude*.

Exemple : Supposons que l'on essaie un modèle réduit d'un ballon devant marcher à 45 km à l'heure.

Soit :

$$n = 40 \quad \text{et} \quad \sqrt{n} = \sqrt{40} = 6,325.$$

Le modèle devra être essayé, à la vitesse

$$\frac{45}{\sqrt{n}} = \frac{45}{6,325} = 7,1 \text{ km à l'heure.}$$

Quant à la résistance réelle, elle sera $40^3 = 64.000$ fois celle mesurée avec le modèle.

Cette méthode entraîne l'inconvénient d'exiger des vitesses très faibles, si les modèles ne sont pas très grands; les frottements prennent alors une grande importance relative et les essais dans l'air ne sont guère concluants. Aussi, dans ce cas, le capitaine Crocco a recours à des essais hydrodynamiques, en faisant fonctionner le modèle dans de grands bassins remplis d'eau.

En supposant 800 comme rapport entre la densité de l'eau et celle de l'air, on a, pour un rapport linéaire de 1/40, une vitesse réduite dans le rapport $\frac{1}{6,325}$ et une résistance réduite dans le rapport $\frac{800}{64000} = \frac{1}{80}$ seulement.

Ce que nous venons de dire suffit à montrer combien l'ensemble de cette installation, actuellement en voie de transformation, présente d'intérêt : elle a déjà donné de remarquables résultats pour l'étude des dirigeables militaires qui, comme on le sait, se sont particulièrement bien comportés aux essais et qui font le plus grand honneur au Génie italien.

V. — Appareil de MM. Larard et Boswal pour l'essai des modèles d'aéroplanes.

MM. Larard et Boswal ont récemment présenté au Département des Ingénieurs mécaniciens de l'Institut de Northampton la description d'un appareil par lequel ils se proposent d'essayer des plans de formes variées, à différents angles d'inclinaison¹. Grâce à celui-ci, ils espèrent obtenir quelques résultats définitifs sur la résistance éprouvée par les plans en mouvement et sur les formes les plus convenables à adopter pour les surfaces destinées à sustenter les aéroplanes.

L'appareil a l'avantage de fonctionner comme l'aéroplane lui-même dans sa période de mise en marche par le procédé dont se sont servis les frères Wright, c'est-à-dire en faisant rouler sur des rails l'aéroplane entraîné par la chute d'un poids que porte un pylône.

L'aile d'aéroplane soumise à l'essai a, dans l'appareil actuel, 4 m de longueur et sa largeur peut atteindre 0,76 m. Cette aile, mise à l'inclinaison choisie, est portée par un chariot très léger, du poids de 4,6 kg en y comprenant le poids de la surface. Ce chariot roule sur deux plans en bois horizontaux et parfaitement dressés dont la longueur est de 18 m. Sous l'action de la chute des deux poids de 22,5 kg chacun, il est possible avec cette longueur de voie d'obtenir au bout de quelques instants, et sur un parcours de 8 m environ, une vitesse de 48 km à l'heure, ce qui permet une courte envolée du chariot au-dessus de la voie; il reste encore assez d'espace pour que l'ensemble puisse revenir au

1. *Engineering* du 10 décembre 1909.

repos avant que toute la longueur de voie ait été parcourue, ce qui évite les choes.

Afin d'empêcher le modèle de s'élever trop haut, deux longues planchettes horizontales sont fixées parallèlement à la voie de roulement et à 15 *cm* au-dessus de celle-ci.

La corde d'entraînement s'attache au centre de la traverse de front du chariot et s'enroule sur un tambour en bois dont l'axe porte des colliers auxquels sont suspendus les poids moteurs.

Pour la détermination de la vitesse, on emploie un diapason qui inscrit les temps sur un papier entraîné par l'axe du tambour et qui se déroule par suite proportionnellement au chemin parcouru par la plaque. Un électro-aimant déclanche, au moment du soulèvement de la partie mobile, un crayon qui trace un repère sur la bande de papier. On connaît ainsi l'instant précis où l'envolée se produit, ce qui permet, à l'aide du diagramme tracé par le diapason, de déterminer la vitesse à cet instant. Cette vitesse est celle qui correspond à un effort vertical du vent égal au poids du chariot et de la surface.

Dans l'état actuel, cette installation a besoin d'être perfectionnée. Entre autres inconvénients de leur appareil, les auteurs signalent les suivants : la traverse de front du chariot, à laquelle est attachée la corde de traction, gêne les mouvements de l'air, surtout pour les faibles angles d'attaque ; il faudrait supprimer cette traverse et recourir à l'emploi de deux petits câbles de traction attachés sur les côtés du chariot. L'appareil doit être modifié en vue de l'essai de surfaces plus importantes.

Pour notre part, nous signalerons que le diapason

actuel, qui ne bat que le $1/10$ de seconde, nous paraît insuffisant pour déterminer la vitesse instantanée avec quelque précision.

Une objection plus grave est que le chariot ne se soulève certainement pas sur ses quatre roues en même temps : au moment du soulèvement marqué sur la bande de papier, on ne connaît donc pas l'inclinaison de la plaque.

En résumé, cet appareil dans son état actuel nous paraît devoir donner des résultats très incertains au point de vue scientifique ; mais au point de vue pratique, il peut rendre de bons services, principalement pour la comparaison directe des diverses formes de surfaces portantes d'aéroplanes.

Comme sa construction est très simple et son emploi très économique, il est utile à connaître, et c'est pour cela que nous en avons donné cette sommaire mais suffisante description, en renvoyant à l'*Engineering* pour les détails au cas où l'on voudrait réaliser une installation sur le même principe.

VI. — Installation aérodynamique de Göttingen pour l'essai des modèles de dirigeables et d'hélices.

M. E. Prandtl a installé récemment à Göttingen, avec le concours financier de la Société d'études de dirigeables de Berlin, un laboratoire pour l'essai des modèles de dirigeables et d'hélices. Il a décrit cette installation à l'Association des Ingénieurs allemands à Mayence dans une communication reproduite par le *Journal de l'Association des Ingénieurs allemands* du 16 octobre 1909¹.

¹ *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, Band LIII, 16 October 1909, Berlin.

Cette communication ne contient pas de résultats, mais décrit seulement les appareils employés qui sont très ingénieusement disposés. Nous n'en parlerons cependant que d'une façon sommaire en raison de leur complication, surtout comme mode de mesure des diverses composantes et du couple de torsion, lesquelles sont données par 4 balances distinctes.

La figure 67 montre la disposition générale de l'installation.

Le courant d'air se produit dans un canal de 2 m sur 2 m , formant un anneau continu avec des retours à angle droit : à chaque angle, sont placées des aubes directrices (fig. 68) pour faciliter la circulation de l'air et éviter les remous.

Ce courant est produit par un ventilateur hélicoïdal de 2 m de diamètre de roue, suivant le type de Sulzer frères à Ludwigshafen : avec un nombre maximum de 500 tours à la minute, il produit dans le canal un courant de 10 m/s . Le moteur électrique qui l'actionne a une puissance de 30 chevaux. Un rhéostat permet de faire varier ce nombre de tours dans le rapport de 1 à 4.

La régularisation du courant a présenté les plus grandes difficultés, et ce n'est qu'après de longs tâtonnements que l'on est arrivé à un résultat satisfaisant.

On a tout d'abord installé derrière le ventilateur V une grosse embouchure conductrice destinée à répartir sur toute la section l'air qui, sortant du ventilateur, ne remplit que la surface d'un anneau circulaire. En outre, on a installé des régulateurs de courant, le premier, G_1 , composé de 400 canaux parallèles; le second, G_2 , plus voisin du modèle en essai, n'en possède pas moins de 90.000. En arrière de celui-ci, on trouve encore un treillis S à mailles de 2 mm . Les aubes conductrices

placées aux angles sont au nombre de 20 aux deux coins

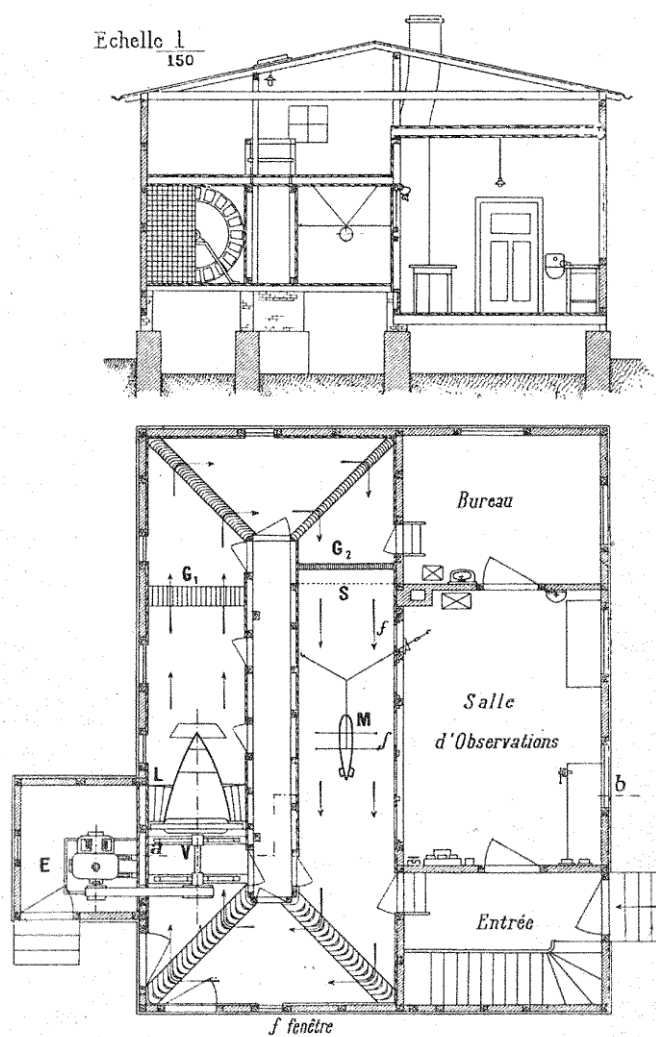


FIG. 67.

qui se trouvent avant le ventilateur, et de 40 à 80 aux deux autres. Mais, malgré les modifications de détail

nombreuses apportées à ces éléments, cela n'a pas encore suffi et M. Prandtl a dû encore prendre d'autres dispositions ingénieuses : il a introduit dans le circuit électrique un régulateur automatique de résistance commandé par une balance manométrique, sur laquelle agit la différence de pression entre les espaces qui se trouvent devant et derrière le ventilateur : cette différence de pression est ainsi maintenue régulièrement constante ; cette cons-

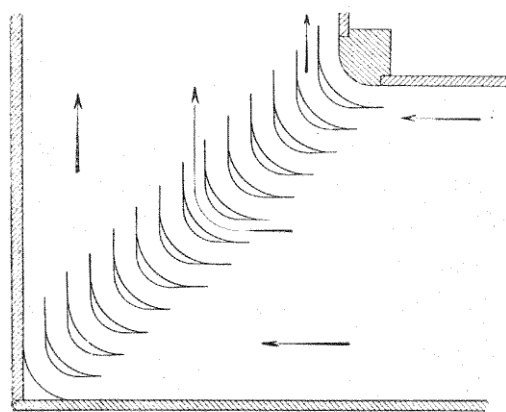


FIG. 68.

tance avait ici une importance spéciale à cause du changement de densité de l'air qui s'échauffait notablement par son mouvement.

L'une des parois du canal, dans le voisinage du modèle, est vitrée et est contiguë à la chambre d'expérience dans laquelle sont réunis les appareils pour le réglage du moteur électrique et pour la prise des mesures.

Les vitesses étaient données par deux tubes concentriques, dont l'un était dirigé dans le sens du courant et dont l'autre était percé d'ouvertures latérales ; ces

tubes, qui ne sont autres que les tubes de M. Dines, communiquent avec un micromanomètre.

Les modèles sont suspendus et maintenus horizontalement par des fils de fer, afin de ne pas troubler l'air autour du modèle; ces mêmes fils transmettent les tractions résultant de la pression de l'air, à quatre leviers à poids mobiles qui forment des balances distinctes; l'une donnant la composante horizontale, la seconde et la troisième donnant la composante verticale en grandeur et en position, enfin la quatrième le couple de torsion. Un dispositif supplémentaire permet d'étudier les hélices aériennes. Celles-ci sont suspendues dans le courant et mises en mouvement par l'intermédiaire d'un dynamomètre de transmission et d'une bielle à la cardan. Mais ces dispositions, qui ne semblent pas encore être réalisées, ne sont indiquées que d'une façon tout à fait schématique.

VII. — Note complémentaire relative à la résistance de l'air sur les trains.

Nous avons donné à la page 72 la formule de M. Franck relative à la résistance de l'air sur une locomotive. Nous donnons ici la formule applicable à un train entier, qui nous a été communiquée par MM. T. Le Grain et Nadal, ingénieurs en chef des chemins de fer de l'Etat, ainsi que l'application qu'ils en ont faite à un train marchant à 100 km à l'heure en palier.

Pour la locomotive et son tender, la formule est :

$$R = 0,006 SV^2 + P_1 \left(a + \frac{b}{D} V \right) + P_2 (1,8 + 0,015 V),$$

Dans laquelle R est la résistance totale en kg;

S , la section maximum de la locomotive;
 V , la vitesse en km/h ;
 P_1 , le poids sur les essieux accouplés en tonnes;
 P_2 , le poids sur les essieux porteurs, tender compris;
 $P_1 + P_2 = P$ poids total;
 D , diamètre des roues motrices en mètres;
 a et b des coefficients ayant les valeurs suivantes :

	a	b
Pour 2 essieux accouplés	6	0,4
Pour 3	8	0,2
Pour 4 —	10	0,3

Le coefficient de résistance de l'air est 0,006 qui correspond, pour la vitesse en m/s , à $K = 0,078$: le terme qui s'y rapporte est donc celui que nous avons admis et le même que celui de Franck, savoir $1,40 \times 0,0054 = 0,0059$; il y a donc accord entre les deux formules et aussi avec celles que nous avons employées pour la résistance de l'air, savoir : KSV^2 où $K = 0,07 \times 1,40$.

Prenons la locomotive du type 3800 Etat, à 3 essieux accouplés et bogie, diamètre des roues 1,85 m , poids de la locomotive 75 t , poids du tender 40 t , poids adhérent de la locomotive 54 t , on a :

$$P = P_1 + P_2 = 115 \text{ } t; P_1 = 54 \text{ } t; P_2 = 61 \text{ } t.$$

$S = 10,50 \text{ } mq$ (S varie de 9 à 12 mq dans les locomotives modernes).

La formule donne pour $V = 100 \text{ } km/h$, $R = 1.846 \text{ } kg$, dont 630 kg pour la résistance de l'air, soit un peu plus du tiers.

Pour les voitures remorquées, les formules sont :

Voitures à bogies :

$$R_1 = P_1 \left[1,4 + 0,20 V \left(\frac{V+80}{1.000} \right) \right].$$

Voitures à deux essieux à grand empattement (environ 8 m) :

$$R_s = P_s \left[1,5 + 0,25 V \left(\frac{V + 85}{4.000} \right) \right].$$

Un train normal pourra comprendre :

3 voitures à bogies d'un poids total de	405 t
7 grandes voitures à 2 essieux	440
2 fourgons	30
Poids total remorqué	275 t

La résistance totale des voitures remorquées est de 4.565 *kg* dont 635 pour la résistance de l'air (due au frottement de l'air sur les parois latérales des caisses, à la succion à l'arrière et à la résistance de l'air sur les bogies).

Pour le train entier, la résistance de l'air est donc de 4.265 *kg*, tandis que la résistance totale du train, c'est-à-dire l'effort à développer à 400 *km* à l'heure en palier est de 3.441 *kgs*, ce qui correspond à 4.260 chevaux.

La résistance de l'air par temps calme à cette vitesse est donc les 37 % de la résistance totale : elle a ainsi une importance considérable qui augmenterait beaucoup encore si le vent avait lui-même, en sens contraire, une vitesse de 70 à 80 *km/h* ce qui est très fréquent.

M. Franck donne la formule :

$$R = (Q + nQ') \left[2,5 + 0,0142 \left(\frac{V}{10} \right)^2 \right] + 0,0054 (1,1 S + 2 + nS') V^3,$$

où *Q* est le poids de la locomotive et du tender; *Q'*, le poids moyen des *n* wagons composant le train; *S*, la surface frontale de la locomotive; *S'*, la surface réduite d'un wagon (Idealfäche). Pour un wagon couvert, M. Franck prend *S'* = 0,56 *m*².

Avec le train précédent, où l'on a $n = 12$ et $V = 100 \text{ kmh}$, la formule de M. Franck donne :

$$R = (115 + 275) \left[2,5 + 0,0142 \left(\frac{100}{10} \right)^2 \right] + 0,0034 [1,1 \times 10,5 + 2 + 12 \times 0,56] \overline{100^3},$$

où :

Effort de roulement :

$$(115 + 275) \left[2,5 + 0,0142 \left(\frac{100}{10} \right)^2 \right] = 1.520 \text{ Kg};$$

Résistance de l'air :

$$0,0034 [1,1 \times 10,5 + 2 + 12 \times 0,56] \overline{100^3} = 1.095 \text{ Kg}.$$

$$R = \text{Effort de roulement} + \text{Résistance de l'air} = 2.615 \text{ Kg}.$$

La résistance de l'air serait les 43 % de la résistance totale.

VIII. — Installation d'un laboratoire d'aérodynamique par M. G. Eiffel¹.

§ 1. — DISPOSITIONS GÉNÉRALES.

J'ai récemment installé, dans un terrain du Champ-de-Mars voisin de la Tour Eiffel, un laboratoire d'aérodynamique dans lequel je me propose d'étudier méthodiquement toutes les questions relatives à la résistance de l'air. J'espère arriver ainsi à fixer les idées sur des chiffres qui offrent une assez grande indécision, comme on l'a vu précédemment, pour que leur emploi dans les applications reste très incertain.

J'ai choisi pour cela le procédé dans lequel la surface

¹ Le *Bulletin de la Société des Ingénieurs civils de France* de janvier 1910 donne le Mémoire complet de la communication que j'ai faite à cette Société.

en essai est immobile et soumise à l'effet d'un courant d'air produit par un ventilateur. J'ai montré, au chapitre V, que dans les applications précédentes de cette méthode, on n'avait pas toujours tenu un compte suffisant de cette condition essentielle : à savoir, que les filets extrêmes du cylindre d'air ne devaient pas être modifiés par la présence de la surface. Il faut que cette condition soit remplie pour que l'on puisse considérer la plaque comme étant dans les conditions du vent naturel. En général, soit que l'on ait opéré à l'air libre, à la sortie d'une buse, soit que l'on ait utilisé un tube fermé, on a employé des plaques trop grandes par rapport à la section du courant. J'excepterai cependant les expériences de M. Stanton ; mais, comme les plus grandes plaques qu'il a essayées ont des dimensions de l'ordre de 25 *cmq*, on peut penser que ces plaques sont trop petites pour que leurs résultats puissent être étendus avec quelque certitude aux grandes surfaces.

J'ai donc été conduit à employer des buses d'un diamètre de 1,50 *m*, que j'ai tout récemment porté à 2,00 *m*¹. Les inconvénients du tunnel, où il est impossible de vérifier si la présence de la plaque ne trouble pas les filets extrêmes, sont évités en supprimant les parois du cylindre sur une certaine longueur et en les remplaçant par une grande chambre, hermétiquement close, où se font les essais. Cette chambre se trouve ainsi disposée à cheval sur le courant ; c'est là une des caractéristiques de notre installation. Le cylindre d'air traverse la chambre en continuant à avoir ses filets parallèles et sans y produire aucun remous sensible. En outre, les expériences deviennent ainsi d'une extrême commodité,

¹ Les expériences dont je vais donner les résultats ont été faites avec la buse de 1,50 *m*.

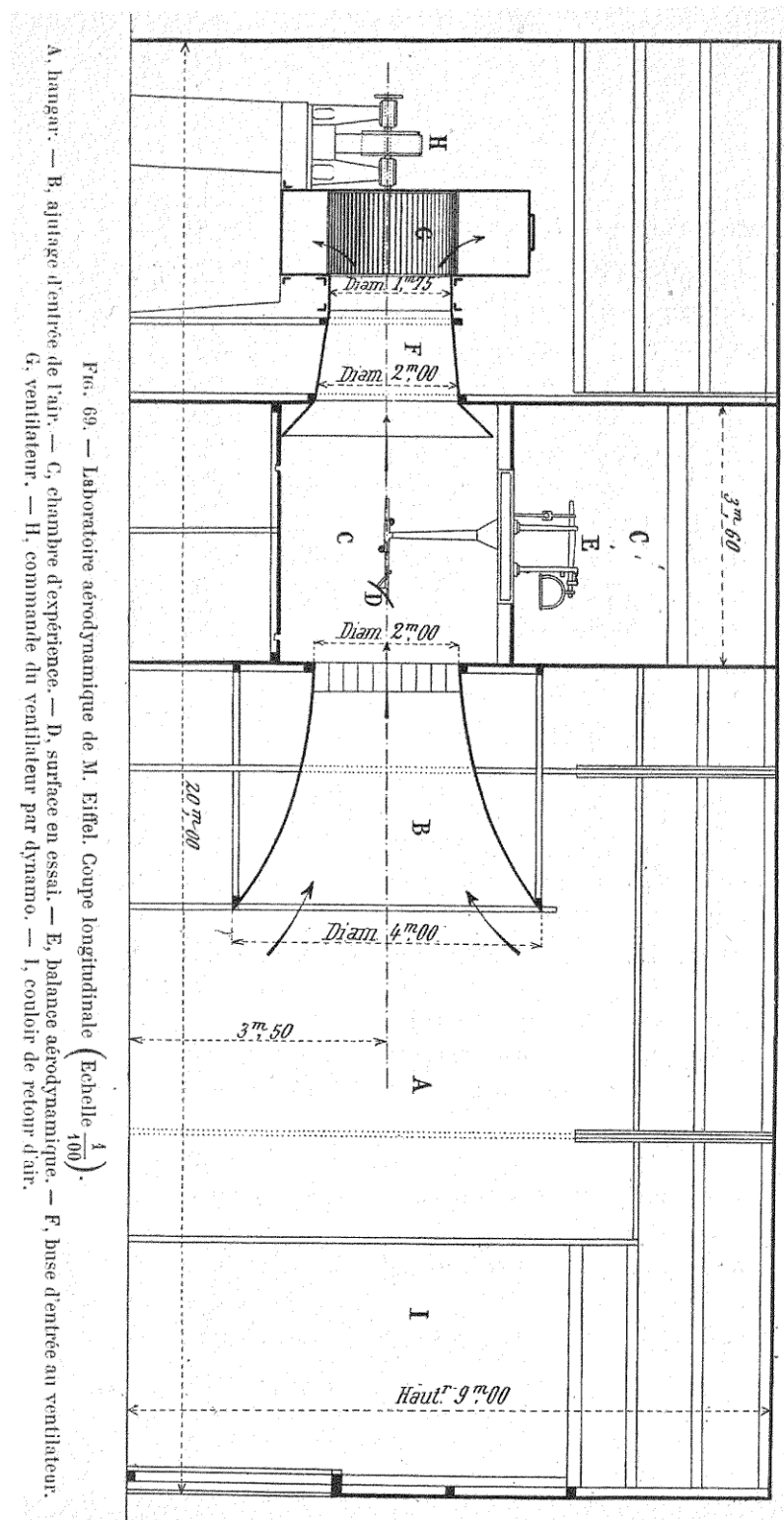


FIG. 69. — Laboratoire aérodynamique de M. Eiffel. Coupe longitudinale (Echelle $\frac{1}{100}$).
A, hangar. — B, ajutage d'entrée de l'air. — C, chambre d'expérience. — D, surface en essai. — E, balance aérodynamique. — F, buse d'entrée au ventilateur.
G, ventilateur. — H, commande du ventilateur par dynamo. — I, couloir de retour d'air.

puisque ce courant d'air est directement accessible dans toutes ses parties.

D'autre part, pour éviter les mouvements plus ou moins tumultueux de l'air à sa sortie du ventilateur et avoir plus facilement des vitesses et des directions égales et constantes dans tous les points de la section, j'ai été conduit à aspirer l'air au lieu de le souffler et à placer les plaques à la sortie de la buse d'aspiration.

L'air est aspiré dans un vaste hangar A (fig. 69), à l'aide d'un ajutage B de grandes dimensions à courbure régulière¹.

Cet ajutage est séparé de la chambre d'essai C par un diaphragme cellulaire qui assure le parallélisme des filets. Du côté opposé de la chambre, et dans le même axe horizontal, est placée la conduite d'air F menant au ventilateur G. L'air s'en échappe par une grande buse et est amené progressivement dans un couloir I communiquant avec le hangar, où il est repris pour être utilisé à nouveau.

Le ventilateur employé est le plus grand modèle des ventilateurs « Sirocco ». Son diamètre, à la couronne, est de 1,75 m; il est actionné par une dynamo de 50 kw, soit 68 ch, alimentée par le courant des groupes électrogènes de la Tour Eiffel. Son nombre de tours varie, à l'aide d'un rhéostat, de 40 à 200.

La vitesse du courant d'air peut passer de 5 à 20 m/sec avec l'ajutage de 1,50 m, et restera encore de 12 m/sec environ avec la grande buse de 2,00 m.

Le hangar a 20×12 m et une hauteur de 9 m. La chambre d'expérience a une surface de 13 mq. La distance entre les parois qui reçoivent les buses est de 3,60 m.

1. L'ajutage de 1,50 m a 3 m de diamètre extérieur; pour celui de 2 m, le diamètre extérieur est de 4 m.

Comme il se produit dans la chambre d'expérience une dépression qui atteint souvent 20 *mm* d'eau, il est nécessaire, pour y pénétrer, d'avoir une petite capacité formant écluse.

La mesure des vitesses se fait par la lecture d'un manomètre communiquant d'une part avec l'air du hangar, d'autre part avec l'air calme de la chambre, qui est à la pression statique, c'est-à-dire à celle correspondant à la nouvelle force élastique. La différence des pressions représente, comme on le sait, le terme $\frac{\delta V^2}{2g}$, où δ est le poids spécifique de l'air. De là, on tire V , que l'on ramène à la température 15° et à la pression de 760 *mm*.

On mesure également cette vitesse par un tube de Pitot placé normalement au courant et correspondant avec un manomètre dont l'autre branche communique avec l'air calme de la chambre.

Les différences entre ces deux mesures sont en moyenne de 1,5 %. Nous avons fait nos calculs avec les vitesses données par le tube de Pitot, qui a l'avantage de pouvoir être placé dans les filets frappant directement la plaque. Nous avons d'ailleurs vérifié, avec des anémomètres exactement tarés, que les vitesses trouvées par les pressions et celles indiquées par les anémomètres étaient très concordantes.

§ 2. — BALANCE AÉRODYNAMIQUE.

La mesure des poussées sur la surface exposée au vent se fait avec une balance spécialement étudiée par nous et qui est destinée à fournir diverses équations de moments.

La plaque en essai *S* (fig. 70) est portée par une tige horizontale *C* reliée au bras vertical *D* d'un châssis en fer *E*. Ce châssis peut être équilibré autour de deux séries de couteaux *A* ou *B*, à l'aide d'une tige *H* venant se fixer sur le fléau de balance dont l'autre bras reçoit des poids variables *P*.

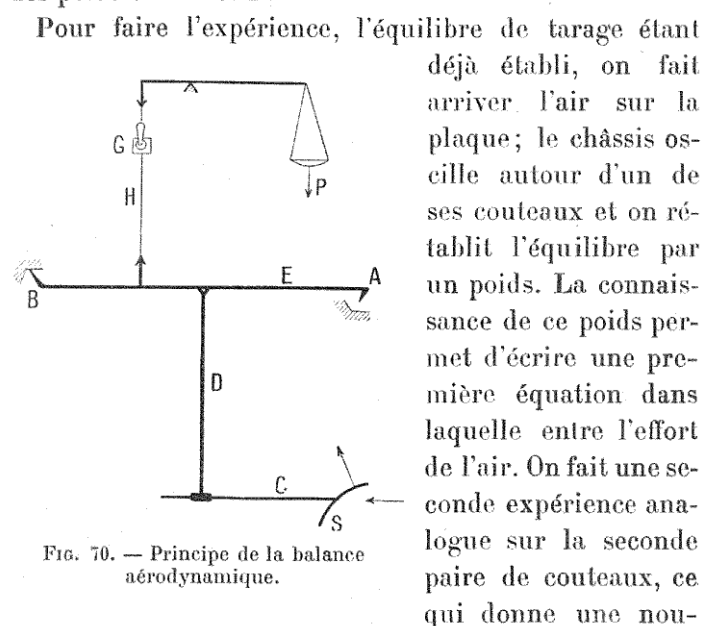


FIG. 70. — Principe de la balance aérodynamique.

Pour faire l'expérience, l'équilibre de tarage étant déjà établi, on fait arriver l'air sur la plaque; le châssis oscille autour d'un de ses couteaux et on rétablit l'équilibre par un poids. La connaissance de ce poids permet d'écrire une première équation dans laquelle entre l'effort de l'air. On fait une seconde expérience analogue sur la seconde paire de couteaux, ce qui donne une nouvelle équation. Enfin on fait une troisième mesure en faisant tourner de 180° la tige de support. Par ces trois équations, l'effort de l'air est déterminé en grandeur, direction et point d'application.

Une construction graphique donne immédiatement ces résultats, mais on peut, pour plus de précision, employer des formules dont on trouvera le détail au Mémoire.

§ 3. — DISTRIBUTION DES PRESSIONS SUR LES PLAQUES.

Indépendamment de la résultante totale, il est intéressant de connaître la répartition des pressions sur les plaques, soit à l'avant, soit à l'arrière.

La plaque est percée de nombreux trous, convenablement répartis, et bouchés par de petites vis affleurant chacune des faces de la plaque. A l'endroit qu'on veut expérimenter, on remplace la vis par une pièce filetée, traversée dans son axe par un canal de $1/2$ mm de diamètre. Sur la face que l'on étudie, la vis vient affleurer; sur le côté opposé, elle se prolonge par une tubulure qu'un tuyau de caoutchouc fait communiquer avec un micromanomètre, dont l'autre branche s'ouvre dans l'air calme de la chambre.

Dans ces expériences, la plaque est fixée par de simples fils de fer munis de tendeurs à un châssis en bois, mobile sur des rails, permettant de présenter rapidement la plaque au courant ou de l'en retirer.

La mesure de ces pressions nous a donné un résultat auquel nous attachons un grand intérêt; c'est que leur totalisation donne toujours la même poussée que la balance. Ces deux procédés si différents se vérifient ainsi l'un par l'autre, ce qui inspire confiance dans l'exactitude de nos résultats.

§ 4. — DÉTERMINATION DIRECTE DES CENTRES DE POUSSÉE.

Nous avons dit que la balance permet de déterminer le point d'application de la résultante, c'est-à-dire le centre de poussée. On peut obtenir ce point par une méthode plus directe, qui donne une nouvelle vérification des résultats fournis par la balance. Cette méthode

consiste à laisser la plaque s'orienter dans le vent, en la laissant libre de tourner sur deux pivots placés sur la même verticale. On note l'angle d'équilibre et la position correspondante de l'axe de rotation, sur lequel se trouve le centre de poussée.

§ 5. — OBSERVATION DES DIRECTIONS DES FILETS
AU VOISINAGE DES SURFACES.

Cette observation se fait à l'aide d'un fil court et très léger porté à l'extrémité d'une tige mince que l'on place en des points déterminés du courant.

On peut ainsi faire un tracé exact des directions des filets au voisinage de la surface.

§ 6. — EXEMPLES D'APPLICATION.

Nous avons déjà fait de nombreuses expériences sur diverses surfaces, et je pense en réunir ultérieurement les résultats détaillés dans un ouvrage spécial. Mais, en attendant, je donne dès maintenant, comme présentant un intérêt particulier, l'ensemble des résultats obtenus avec une plaque allongée et légèrement courbe, de figure semblable à une aile d'aéroplane. Cette plaque est un rectangle de $90 \times 15 \text{ cm}$, courbé en arc de cercle parallèlement à sa longueur de façon à avoir une flèche de $10,8 \text{ mm}$, soit $\frac{1}{13,5}$ de la corde. L'angle de la corde et des tangentes aux bords est de 16° .

Nous ajouterons, à titre de comparaison, les résultats relatifs à un rectangle plan de dimensions très peu différentes, $85 \times 15 \text{ cm}$.

1° Plaque courbe $90 \times 15 \text{ cm}$.

Poussées (fig. 71). — *a*) La courbe des poussées totales unitaires, K_t , part de la valeur 0,034 pour un angle de 0° et s'élève rapidement jusqu'à 0,078, valeur qu'elle atteint

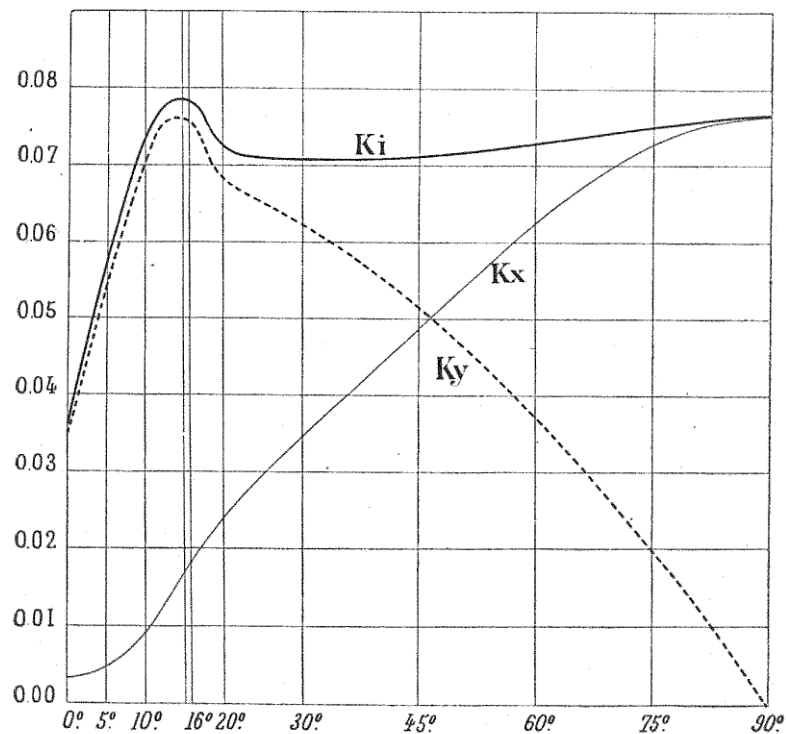


FIG. 71. — Poussées sur la plaque courbe de $90 \times 15 \text{ cm}$ (flèche $\frac{1}{13,5}$).

pour l'angle d'attaque nul 16° , c'est-à-dire pour la position où le bord d'attaque est exactement dans la direction du vent. La courbe redescend ensuite légèrement et le coefficient demeure pratiquement constant jusqu'à 90° .

b) La courbe des poussées verticales K_y suit jusqu'à

l'angle de 20° environ la même marche que la courbe des K_i . Comme pour cette dernière, son maximum correspond à l'angle d'attaque nul; à partir de ce point, la courbe redescend jusqu'à 90° , où elle s'annule.

c) La courbe des poussées horizontales K_x est, jusqu'à 46° , moins élevée que la courbe des poussées verticales. Ainsi à 46° , le coefficient de poussée horizontale n'est que de 0,049, alors que le coefficient de poussée verticale est de 0,076, soit 4 fois plus élevé. A 20° , le rapport des deux poussées est encore $\frac{0,068}{0,025} = 2,7$. A partir de 20° , la courbe est sensiblement rectiligne jusqu'à 70° , elle s'incurve ensuite légèrement pour atteindre à 90° sa valeur maximum 0,076.

Centres de poussée. — Dans la figure 72, nous avons supposé que la plaque, tournant autour du bord d'attaque O, était frappée par un vent horizontal. Les courbes tracées représentent les positions successives du centre de pression, pour toutes les positions de la plaque.

Lorsque la plaque est frappée normalement sur la face concave, le centre de pression est au centre de la plaque; il s'en éloigne très lentement d'abord, puis très rapidement, jusqu'à ce que l'angle d'attaque devienne nul. Il se rapproche ensuite du centre de la plaque, à mesure que la corde s'incline de moins en moins sur le vent. Ainsi, pour l'angle de 46° , la distance du centre de pression au centre de la plaque est de 22 mm, soit 30 % de la demi-largeur, et pour l'angle de 0° , cette distance est pratiquement nulle¹.

La plaque présentant maintenant au vent sa surface convexe, le centre de pression suit une marche toute

1. Pour une aile d'aéroplane de 2 m de largeur, les déplacements du centre de pression seraient compris entre 0 et 30 cm, à partir du centre.

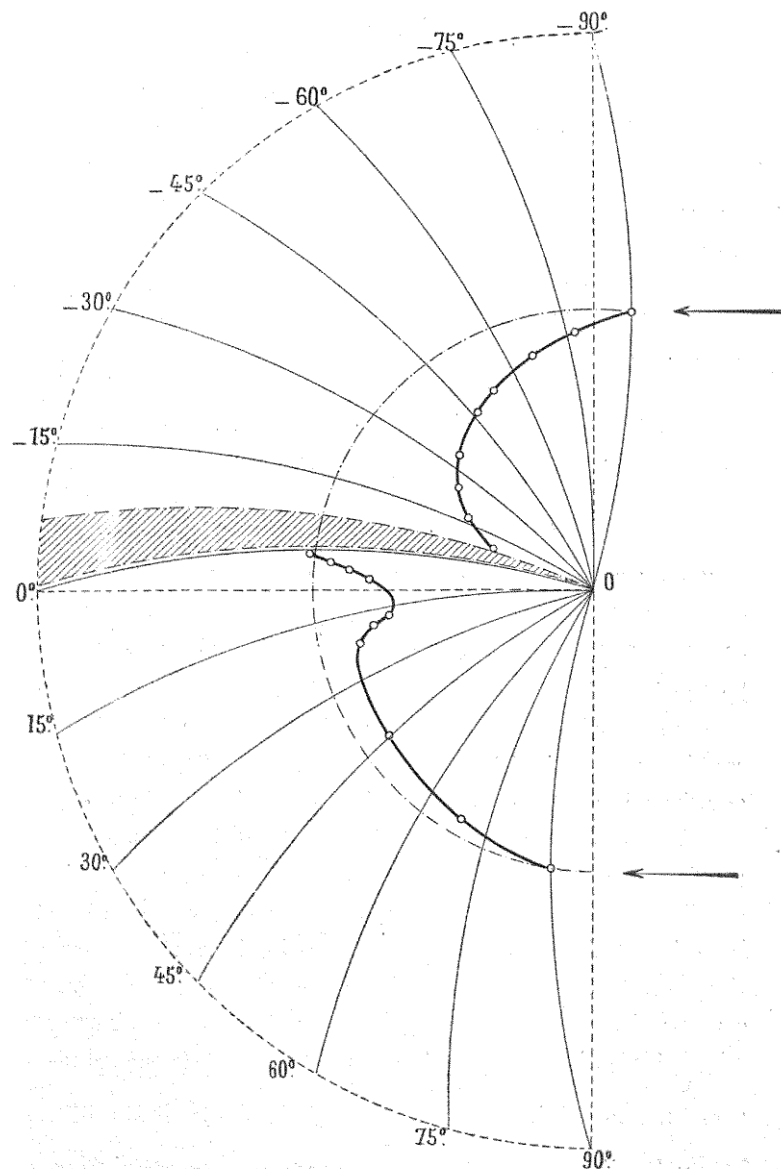


FIG. 72. — Centres de poussée sur la plaque courbe de $90 \times 15 \text{ cm}$
 (flèche $\frac{1}{13,5}$).

différente. Pour un très faible angle de la corde et du vent, le centre de pression n'a plus de position bien définie. Pour l'angle de -9° , il est à 30 mm du bord d'attaque, soit à 45 mm du centre de la plaque. A mesure que l'angle augmente, le centre de pression se rapproche progressivement du centre de la plaque, où il revient lorsque celle-ci est normale au vent.

Avec l'appareil spécial pour les centres de pression, les positions d'équilibre de la plaque frappée par sa face *concave* sont instables pour les angles inférieurs à 16° et stables pour les autres angles.

Pour la plaque frappée par sa face *convexe*, toutes les positions d'équilibre observées sont stables.

2° Plaque plane de 85×15 cm.

Poussées (fig. 73). — a) La courbe des K_i part de la valeur 0 pour augmenter progressivement jusqu'à 90° , où elle atteint la valeur 0,073. Elle ne présente qu'une légère inflexion dans les environs de 20° .

b) La courbe des poussées verticales K_y croît d'abord rapidement, puis très lentement de 10 à 30° , et décroît ensuite progressivement jusqu'à 0 pour l'angle de 90° .

c) La courbe des poussées horizontales K_x se confond pratiquement avec une droite jusqu'à 60° . La valeur du coefficient de poussée est alors 0,06, de telle sorte que jusqu'à 60° le coefficient de poussée horizontale est pratiquement exprimé en *millièmes*, par le même nombre que celui qui définit, en *degrés*, la position de la plaque. Ainsi, à une inclinaison de 30° correspond très sensiblement un coefficient de $\frac{30}{1000} = 0,030$. A partir de 60° , la courbe s'incurve légèrement et présente son maximum égal à 0,073 pour 90° .

Centres de poussée. — Le centre de poussée (fig. 74) part du quart de la plaque environ, pour se rapprocher du centre à mesure que l'angle de la plaque et du vent augmente.

Jusqu'à 15° environ, le centre de poussée se rapproche

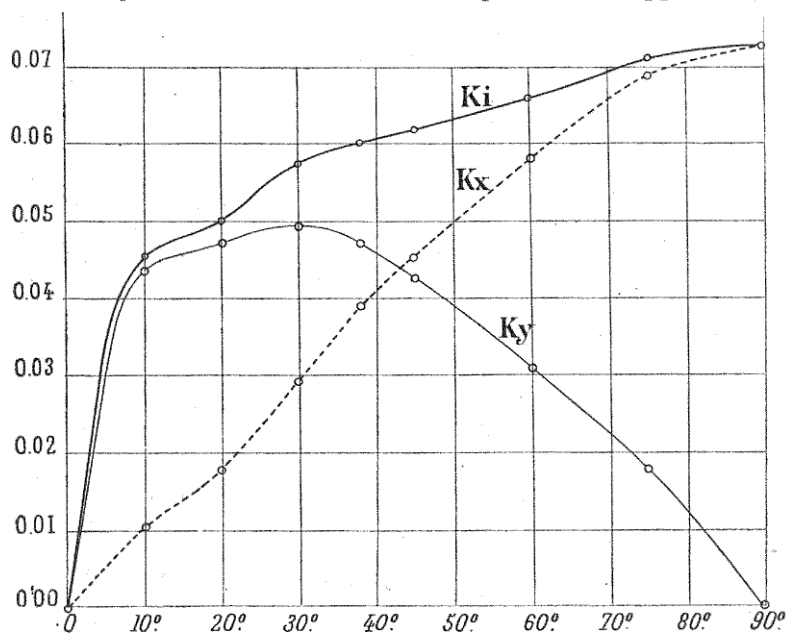


FIG. 73. — Poussées sur la plaque plane de 85×45 cm.

assez rapidement du centre de la plaque ; à 45° , la courbe change d'allure et les variations de position du centre de poussée sont beaucoup plus lentes.

3° Comparaison de la plaque courbe et de la plaque plane.

Cette comparaison peut se faire très simplement au moyen des diagrammes. Le grand avantage, au point de

vue de l'aviation, de la plaque cintrée sur la plaque plane apparaît immédiatement.

Nous avons tracé ci-joint (fig. 73) les courbes des poussées verticales des deux plaques, en portant en abscisses les différentes valeurs des poussées horizontales.

Le problème le plus intéressant est en effet celui-ci :

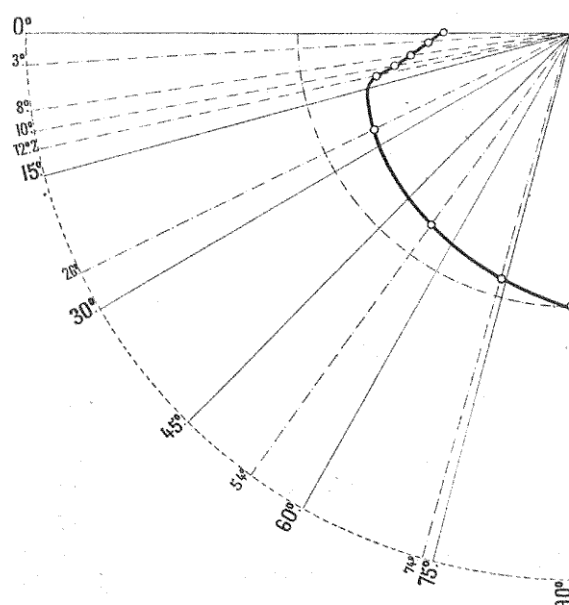


FIG. 74. — Centres de pression sur la plaque plane de 85×15 cm.

Pour une résistance à l'avancement donnée, quelle est la plaque qui donnera le plus grand effort sustentateur?

La figure montre bien que, pour une résistance à l'avancement donnée, la plaque courbe a toujours une sustentation supérieure à celle de la plaque plane, surtout aux faibles inclinaisons.

Cela justifie, à ce point de vue, le choix fait par la

plupart des aviateurs, d'une surface courbe, comme surface portante de leurs aéroplanes.

Revenant à la courbe précédente, nous ferons remar-

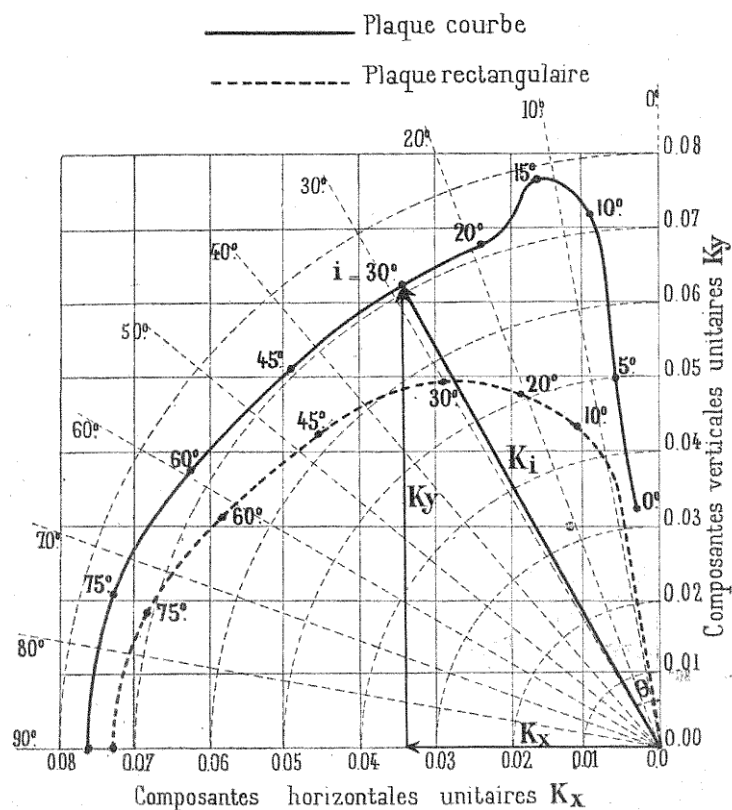


FIG. 75. — Poussées totales unitaires, composantes horizontales, composantes verticales et directions de ces poussées, pour différentes inclinaisons données à la plaque courbe de $90 \times 15 \text{ cm}$ (flèche $\frac{1}{13,5}$) et à la plaque plane de $85 \times 15 \text{ cm}$.

quer qu'elle donne non seulement les poussées verticales en fonction des poussées horizontales, mais qu'elle représente aussi les poussées totales elles-

mêmes, ainsi que l'angle de la résultante avec la verticale.

En effet, le rayon vecteur qui joint un point quelconque de la courbe à l'origine, est égal à la résultante de K_x et K_y , c'est-à-dire à K_i . Les rayons vecteurs représentent donc les K_i .

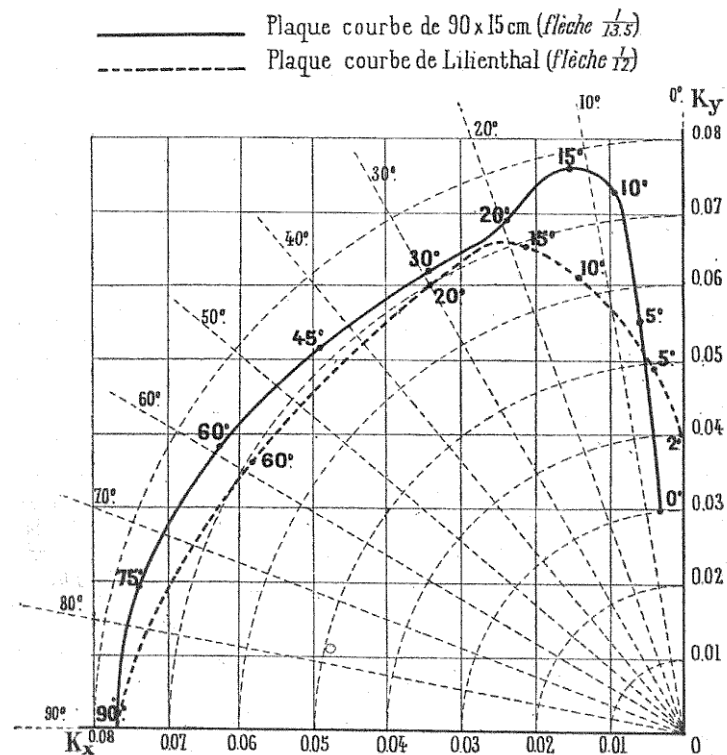


FIG. 76. — Comparaison de notre courbe et de celle de Lilienthal.

De plus, la tangente de l'angle que fait un rayon vecteur avec O_y est égale à $\frac{K_x}{K_y}$, c'est-à-dire à la tangente de l'angle de la poussée sur la plaque avec la verticale.

D'autre part, sur les courbes, nous avons inscrit les

angles correspondants d'inclinaison, i , sur le vent. (Pour nos deux plaques, ces angles d'inclinaison sont sensiblement égaux aux angles θ , à partir de 15° . A 10° , la résultante penche en avant d'un angle $\theta - i = -3^\circ$ et à 5° elle penche en arrière de $+1^\circ$.)

Ainsi, le diagramme de la figure 48 donne avec *une seule courbe* les valeurs corrélatives de K_i , K_x , K_y , θ et i , c'est-à-dire tous les résultats relatifs à une surface, sauf bien entendu les positions du centre de poussée.

Par exemple, pour la plaque courbe ayant sa corde inclinée à 30° , on voit que :

$$K_{30^\circ} = 0,071 \quad K_x = 0,034 \quad K_y = 0,062 \quad \theta = 30^\circ \text{ sensiblement.}$$

Nous appelons l'attention sur ce mode de représentation que nous avons imaginé et qui nous paraît très recommandable. En effet, le groupement des trois courbes en une seule, indépendamment de la représentation de l'inclinaison de la résultante par rapport à la normale à la corde, est de nature à faciliter beaucoup les comparaisons, notamment d'une plaque à l'autre.

La figure 76 est une application de ce mode de représentation à notre plaque cintrée de $90 \times 15 \text{ cm}$ et à la courbe tracée d'après les fonctions de Lilienthal transformées¹, en faisant dans ces dernières $K = 0,076$, valeur trouvée avec notre plaque courbe.

On voit ainsi que jusqu'à 5° environ les fonctions de Lilienthal conduisent à une sustentation supérieure à celle que nous avons observée et que le contraire s'observe au delà de 5° . Les écarts sont maxima dans la région utilisée en aviation, qui s'étend de 5 à 20° . Pour une résistance à l'avancement $K_x = 0,010$ par exemple, notre

1. V. page 179.

plaque courbe nous a donné une sustentation de 0.074, alors que les fonctions de Lilienthal ne donnent que 0.057, soit le $1/4$ en moins environ.

4° Répartition des pressions sur les plaques.

Les mesures des pressions ont été effectuées à des vitesses de 13 à 15 m/sec . Nous avons représenté (fig. 77 à 78) les courbes de pression dans la section médiane et les courbes d'égale pression sur la plaque entière.

Toutes les courbes tracées ont été réduites en ramenant les pressions mesurées à ce qu'elles auraient été pour une vitesse du courant de 10 m/sec .

a) *Plaque courbe de 90×15 cm* (fig. 77). — Pour la face avant à 10° , la pression sur la ligne médiane est sensiblement constante sur les $2/3$ de la largeur de la plaque; elle décroît ensuite pour devenir nulle dans le voisinage du bord de sortie.

Les courbes d'égale pression montrent que cette remarque s'applique à toutes les sections de la plaque parallèle au vent, sauf dans le voisinage des bords latéraux et de l'arête de sortie.

A 15° , la pression sur la ligne médiane est un peu plus forte que précédemment dans le voisinage du bord d'attaque, en même temps qu'une légère dépression se manifeste vers l'arête de sortie. Cette remarque s'applique à toutes les sections, sauf dans le voisinage des bords latéraux.

A 20° , les courbes sont sensiblement les mêmes que pour la plaque inclinée à 15° .

1. Les pressions inscrites sont des mm d'eau. Nous rappelons, à ce sujet, qu'une pression moyenne de h mm d'eau correspond à un effort de h kgs par m^2 et par conséquent à un coefficient K donné par :

$$K = \frac{[h]}{10} = 0,01 h, \text{ puisque nos mesures sont ramenées à } 10 \text{ } m/sec.$$

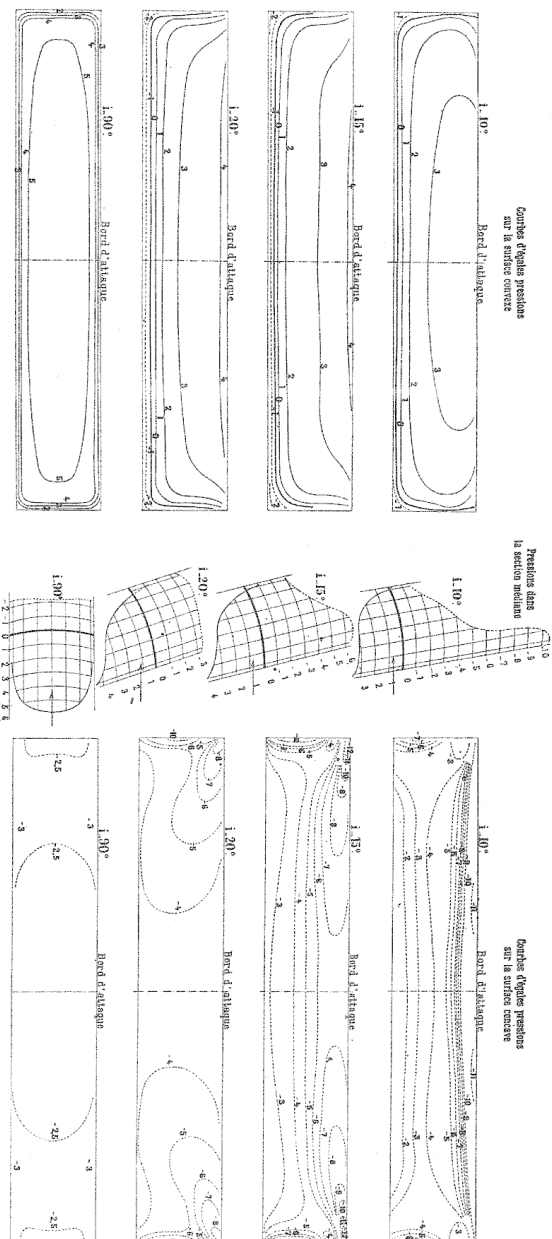


FIG. 77. — Répartition des pressions sur la plaque courbe de 90×15 cm (échelle 1/13,5).
(Les pressions sont rapportées à une vitesse de 10 m/sec et exprimées en millimètres d'eau.)

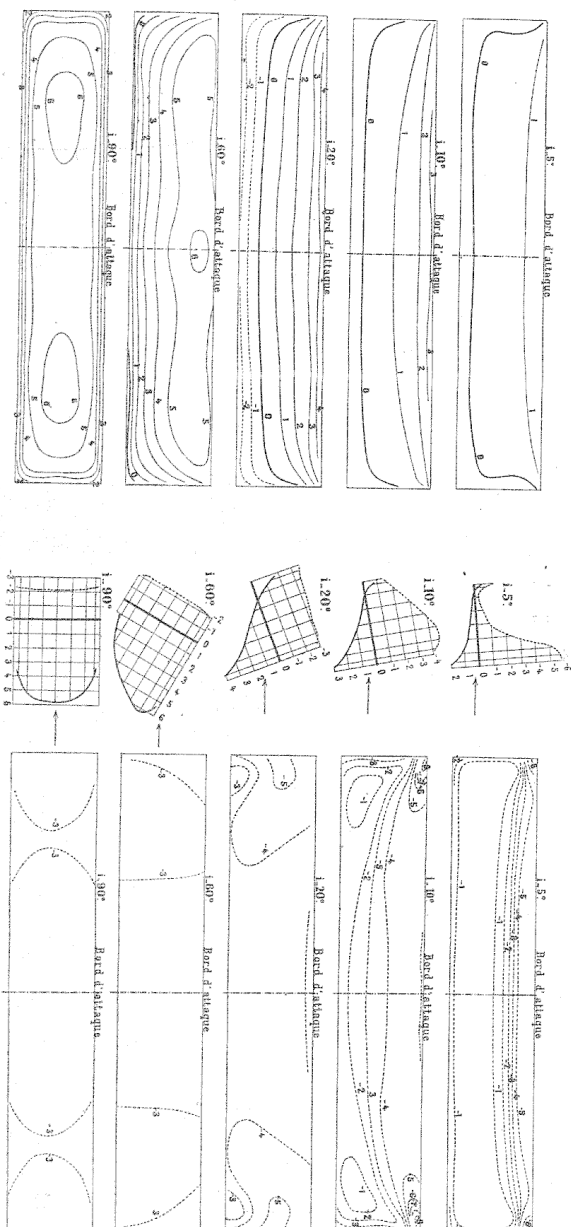


FIG. 78. — Répartition des pressions sur la plaque rectangulaire de 85×15 cm.
(Les pressions sont rapportées à une vitesse de 10 m/sec et exprimées en millimètres d'eau.)

A 90° , la pression est de 6 *mm* au centre et elle décroît très lentement jusque vers les bords.

Pour la face arrière à 40° , la dépression est très élevée dans le voisinage du bord d'attaque et égale à 10,8 *mm*. Elle décroît ensuite très rapidement. Les courbes de niveau montrent que les fortes dépressions apparaissent également dans le voisinage des bords latéraux.

A 45° , la dépression sur la ligne médiane est beaucoup plus uniforme que dans le cas précédent, mais les courbes de niveau montrent que de très fortes dépressions subsistent dans le voisinage des bords latéraux.

A 20° , la dépression sur la ligne médiane est presque uniforme. Les courbes d'égale pression sont moins nombreuses que pour les inclinaisons de 40° et 45° . Les grandes dépressions qui existaient dans le voisinage des bords latéraux commencent à disparaître.

A 90° , la dépression est uniforme sur presque toute l'étendue de la plaque.

Nous avons calculé, à l'aide de ces courbes, la pression et la dépression moyennes sur la plaque. Les résultats sont contenus dans le tableau suivant :

ANGLES d'inclinaison de la corde et du vent	PRESSION moyenne à l'avant	DÉPRESSION moyenne à l'arrière	PRESSION totale sur la plaque	RAPPORT de la pression à l'avant à la pression totale	RAPPORT de la dépression à l'arrière à la pression totale
	<i>mm</i>	<i>mm</i>	<i>mm</i>		
40°	2,7	4,6	7,3	0,37	0,63
45°	2,6	5,2	7,8	0,33	0,67
20°	2,6	4,6	7,2	0,36	0,64
90°	5,5	2,4	7,6	0,72	0,28

En moyenne, pour les angles de 40° à 20° , la pression

à l'avant est donc environ le $1/3$ de la pression totale, alors que la dépression à l'arrière en est les $2/3$.

En outre, les pressions totales sont bien les mêmes que celles fournies par la balance. Par exemple, pour 10° , la pression totale est en moyenne de $7,3 \text{ mm}$, soit, d'après ce que nous avons dit plus haut, $7,3 \text{ kgs par m}^2$. Le coefficient k correspondant est donc $0,073$. C'est précisément le même que celui donné par la balance.

b) *Plaque plane de $85 \times 15 \text{ cm}$ (fig. 78).* — Sur la face avant, à 5° , la pression décroît régulièrement le long de la ligne médiane depuis le bord d'attaque jusqu'à l'arête de sortie. Il en est de même sur presque toute la plaque. Dans le voisinage des bords latéraux, la pression est sensiblement nulle.

A 10° , les remarques sont les mêmes que précédemment. On voit apparaître le long du bord d'attaque, la ligne de pression 3 mm qui n'existait pas à 5° .

A 20° , les caractères précédents : pression maximum vers le bord d'attaque, pression très faible à la sortie, sont encore plus nettement accusés. En même temps, apparaît une légère dépression vers l'arête de sortie.

A 60° , la pression est maximum un peu après le bord d'attaque et dans la région médiane où les courbes de niveau indiquent une petite région de 6 mm de pression.

A 90° , les lignes de niveau près des bords ont sensiblement la même forme que ces bords eux-mêmes. La région de pression de 6 mm de la plaque à 60° s'est subdivisée en deux régions, à droite et à gauche de la ligne médiane.

Sur la face arrière, à 5° , la dépression maximum sur la ligne médiane, dans le voisinage du bord d'attaque décroît très rapidement jusqu'au milieu de la plaque

où se trouve la dépression — 1 *mm* que l'on retrouve encore dans le voisinage du bord de sortie.

A 10°, la courbe de dépression dans la région médiane est devenue plus régulière, mais, comme pour la plaque courbe, la dépression est très augmentée dans le voisinage des bords latéraux du côté du bord d'attaque.

A 20°, la dépression sur la ligne médiane est devenue sensiblement uniforme, mais cette dépression augmente dans la région voisine des bords latéraux.

A 60° et 90°, la dépression est à peu près constante sur toute l'étendue de la plaque.

Comme pour la plaque courbe, nous avons calculé les pressions moyennes à l'avant et à l'arrière. Les résultats sont contenus dans le tableau suivant.

Ce tableau montre que jusqu'à 20°, la pression moyenne à l'avant n'est que le 4/5 de la pression totale, alors que la dépression à l'arrière en est les 4/5.

ANGLES d'inclinaison de la corde et du vent	PRESSION moyenne à l'avant	DÉPRESSION moyenne à l'arrière	PRESSION totale sur la surface	RAPPORT de la pression à l'avant à la pression totale	RAPPORT de la dépression à l'arrière à la pression totale
	<i>mm</i>	<i>mm</i>	<i>mm</i>		
5°	0,5	2,0	2,5	0,20	0,80
10°	1,0	3,5	4,5	0,22	0,78
20°	1,1	3,9	5,0	0,22	0,78
60°	4,0	2,7	6,7	0,60	0,40
90°	4,8	2,4	7,2	0,67	0,33

Comme pour la plaque courbe, l'accord est complet entre les chiffres des pressions totales et ceux fournis par la balance.

En résumé, cette étude montre bien nettement que pour les petits angles (de 0° à 20°), l'effort de l'air sur

la plaque est surtout dû à la grande dépression qui se produit à l'arrière. C'est dans le voisinage du bord d'attaque que ces phénomènes de compression et de dépression sont les plus accentués. Pour les angles de 10° à 20° , la dépression à l'arrière est également très forte dans le voisinage des bords latéraux.

Tous ces effets vont en s'atténuant beaucoup, à mesure que l'on se rapproche de l'arête de sortie.

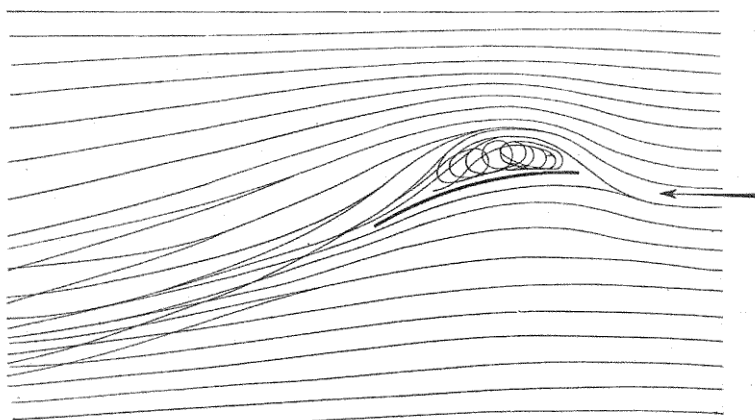


FIG. 79. — Direction des filets autour de la plaque courbe inclinée à 15° .

Pour les plaques fortement inclinées, la dépression à l'arrière tend à devenir uniforme sur toute l'étendue de la surface. Quant à la pression à l'avant, elle devient également de moins en moins irrégulière à mesure que la plaque devient plus normale au vent.

Une autre conclusion à tirer de cette étude est qu'il faut se garder, comme l'ont fait certains expérimentateurs, d'étendre à toute la plaque les résultats obtenus dans la seule section médiane. Pour les inclinaisons de 10° à 20° notamment, il existe dans le voisinage des

bords latéraux de grandes dépressions qui augmentent d'une quantité notable l'effort de l'air sur la plaque, et que ne peut faire prévoir l'examen des phénomènes qui se passent dans la section médiane.

Le tableau suivant, où nous avons fait figurer les pressions et dépressions moyennes dans la *section médiane* seule, est très instructif à cet égard.

ANGLES d'inclinaison sur le vent	PLAQUE COURBE Section médiane			PLAQUE PLANE Section médiane		
	Pression moyenne à l'avant	Dépression moyenne à l'arrière	Pression moyenne totale	Pression moyenne à l'avant	Dépression moyenne à l'arrière	Pression moyenne totale
5°	mm	mm	mm	mm	mm	mm
10°	2,5	5,2	7,7	0,5	2,2	2,7
15°	2,5	4,8	7,3	1,0	3,4	4,4
20°	2,5	3,5	6,0	»	»	»
60°	»	»	»	1,3	3,2	4,5
90°	4,8	2,5	7,3	4,5	2,1	6,6
				5,1	2,1	7,2

Au sujet de ce tableau, nous ferons simplement la remarque suivante : la pression moyenne totale de la partie médiane à 15°, pour la plaque courbe, 7,3 mm, est inférieure à ce qu'elle est à 10°, 7,7 mm, tandis qu'il n'en est pas de même pour la plaque entière, ainsi que nous l'ont montré la balance et la totalisation des pressions.

5° Direction des filets.

La figure 79 montre la direction des filets autour de la plaque courbe inclinée à 15°. Sans y insister, nous dirons que, bien que l'angle d'attaque soit nul, les filets s'infléchissent en arrivant près du bord et que des remous se manifestent à l'arrière. Dans la direction où

la plaque les rejette, les filets restent inclinés jusqu'à une assez grande distance.

Des observations directes des filets autour d'une plaque carrée sont déjà représentées dans les figures 1 et 30, pour deux inclinaisons.

On voit, par la monographie très détaillée de ces plaques, que nos appareils se prêtent à une analyse des phénomènes plus complets qu'elle n'a encore été réalisée.

J'ai eu comme collaborateur dans l'étude de cette installation, M. L. Rith, ingénieur des Arts et Manufactures, qui a été assisté, pour les expériences, de M. A. Lapresle, ancien élève de l'École supérieure d'électricité.

INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

Abbe (Cl.). — A Treatise on Meteorological Apparatus and Methods. Annual Report of the Chief Signal Officer for 1887. Washington, 1888.
— The Mechanics of the Earth's Atmosphere. Smithsonian Miscellaneous Collections. Washington, 1891.

Ahlborn (Fr.). — Die Widerstanderscheinungen in flüssigen Medien. *Illustrierte Aeronautische Mitteilungen*, juin 1904.

Berget (A.). — Ballons dirigeables et aéroplanes. Paris, Librairie universelle, 1908.

— La Route de l'air. Paris, Hachette, 1909.

Bixby (W. H.). — Wind pressure in engineering construction. *Engineering News*, 1895.

Cailletet (L.) et **Colardeau** (E.). — Recherches expérimentales sur la chute des corps et sur la résistance de l'air à leur mouvement; expériences exécutées à la Tour Eiffel. *C. R. Ac. Sc.*, t. CXV.

— Expériences sur la résistance de l'air et de divers gaz. *C. R. Ac. Sc.*, t. CXVII, CXLV; *Nature*, 9 juillet 1892; La Tour Eiffel en 1900, par G. Eiffel.

Canovetti (C.). — Expériences sur le coefficient de la résistance de l'air. *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale*, t. IV, 5^e série, 1899; *Bulletin de la Société des Ingénieurs civils de France*, mai 1907.

Deharme (E.) et **Pulin** (A.). — Chemins de fer, matériel roulant, résistance des trains, traction. Paris, Gauthier-Villars, 1895.

Desdoutis. — Application de la méthode rationnelle aux études dynamométriques. *Ann. des Ponts et Chaussées*, 1886.

Dines (W. H.). — Account of some experiments made to investigate the connection between the pressure and velocity of the wind. *Quart. Journ. of the Met. Society*, vol. XV, 1889.

— Mutual Influence of two pressure plates and a comparison of large and small plates. *Quart. Journ.*, vol. XVI, 1890.

— On the variation of the pressure caused by the wind blowing across the mouth of a tube. *Quart. Journ.*, vol. XVI, 1890.

— Note on experiments on pressure of wind. Report of the meteorological Council to the Royal Society for the year ending the 31 march 1890.

— On wind-pressure upon an inclined surface. *Proc. of the Royal Society*, vol. XLVIII.

— On the pressure of wind on curved vanes. *Proc. R. Soc.*, vol. L.

— Remarks on the measurement of the maximum pressure and

description of a new instrument for indicating and recording the maximum. *Quart. Journ.*, vol. XIX, 46, 1893.

— On the duration and lateral extent of gusts of wind and the measurement of their intensity. *Quart. Journ.*, vol. XX, 180, 1894.

Dohrandt (F.). — Bestimmung der Anemometerkonstanten. *Rep. für Met.*, IV, n° 5; VI, n° 5.

Drzewiecki. — De la nécessité urgente de créer un laboratoire d'essais aérodynamiques. Paris, L. Vivien, 1908.

Duchemin. — Recherches expérimentales sur les lois de la résistance des fluides. *Mémorial de l'Artillerie*, V, 1842.

Eiffel (G.). — Recherches expérimentales sur la résistance de l'air exécutées à la Tour Eiffel. Paris, Maretheux, 1907; *C. R. Ac. Sc.*, t. CLVII, 1908, et Librairie Aéronautique, 1910.

Espitalier (L¹-C¹). — Le vol naturel et le vol artificiel. Paris, Dunod et Pinat, 1909.

Finzi (G.) et **Soldati** (N.). — Esperimenti sulla dinamica dei fluidi. Milan, 1903.

Frank (A.). — Versuche zur Ermittlung des Luftwiderstandes. *Annalen der Physik*, Bd XVI, 1905.

Gaudard (J.). — The resistance of viaducts to sudden gusts of wind. *Proceed. Inst. Brit. civ. Eng.*, vol. LXIX, Part 3.

Goupil (A.). — Aviation. *Bulletin technologique de la Société des Anciens Elèves des Ecoles d'Arts et Métiers*, 1904.

Hagen (G.). — Messung des Widerstandes den Planscheiben erfahren wenn sie in normaler Richtung gegen ihre Ebene durch die Luft bewegt werden. Berlin, Akad. Abhandl., 1874. (Traduction anglaise dans *Mechanics of the Earth's Atmosphere* de Cl. Abbe.)

Hergesell (H.). — Ueber den Luftwiderstand, welchen bewegte Kugeln erfahren. *Illustr. aeron. Mitteilungen*, mars 1904.

Hoernes (H.). — Die Wellnerschen Versuche über den Luftwiderstand und mit dem Segelrad. *Technische Blätter*, vol. XXVI.

— Dynamische Luftschiffe. Taschenbuch zum praktischen Gebrauch für Flugtechniker und Luftschiffer, herausgegeben von H. Mødebeck. Berlin, 1904.

Irminger (A.). — Ueber ein neues Anemometer. *Oesterr. Zeitsch. f. M.*, Bd XX, 512.

Irminger et Vogt. — Sur la pression du vent. *Engineering*, 27 déc. 1895.

Kelvin (Lord W.). — On the doctrine of discontinuity of fluid motion in connection with the resistance against a solid moving through a fluid. *Nature*, vol. L, 524, 549, 573, 597.

Krell (Otto). — Ueber Messung von dynamischem und statischem Druck bewegter Luft. Munich et Berlin, R. Oldenbourg, 1904.

Langley (S. P.). — Experiments in aerodynamics. Smithsonian Contributions to knowledge. Washington, 1891. (Traduction française par M. Lauriol dans *Revue de l'Aéronautique*, 1891.)

Langley (S. P.). — The internal work of the wind. Smithsonian Contributions to knowledge. Washington, 1898.

Le Dantec. — Expériences sur la résistance de l'air. *Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale*, t. IV, 5^e série, 1899.

Lilienthal (O.). — Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst. Berlin, 1899.

Lössl (F. von). — Die Luftwiderstandsgesetze, der Fall durch die Luft und der Vogelflug. Vienne, 1886.

Mannesmann (O.). — Messungen des Luftwiderstandes durch ein neues Rotationsapparat. *Wied. Ann.*, t. LXVII, 1899. (Nouvelle édition, 1910.)

Marchis (L.). — Le Navire aérien. Paris, Dunod et Pinat, 1909.

Marey. — Le vol des oiseaux. Paris, Masson, 1890.

Maxim (sir Hiram). — Le vol naturel et le vol artificiel, traduit par le L.-G. Espitallier. Paris, Dunod et Pinat, 1909.

Mœdebeck (H.). — Taschenbuch zum praktischen Gebrauch für Flugtechniker und Luftschiffer. Berlin, 1904.

Nipher (Fr.). — Distribution des pressions sur une plaque exposée au vent. Washington, 1902.

Piobert, Morin et Didion. — Mémoires sur les lois de la résistance de l'air. *Mémorial de l'Artillerie*, n° 5, 1842.

Prandtl. — Die Bedeutung von Modellversuchen für die Luftschiffahrt und Flugtechnik und die Einrichtungen für solche Versuchen in Göttingen. *Zeitschrift des Vereines der deutscher Ingenieure*, n° 42, 16 octobre 1909.

Rateau. — (Divers mémoires sur la résistance de l'air dans) *C. R. Ac. Sc.*; *L'Aérophile*, 1909; *L'Automobile*, 1909; *L'Aviation*, 1909.

Rayleigh (Lord). — On the resistance of fluids. *Philos. Mag.*, sér. 3, vol. II, 430.

Recknagel (G.). — Ueber ein zu Geschwindigkeitmessungen an Luftströmen geeignetes Instrument. *Wied. Ann.*, IV.

— Ueber Luftwiderstand. *Wied. Ann.*, X; *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, XXX.

Reichel (W.). — Train électrique à marche rapide. *Elektrotechnischen Zeitschrift*, 1904; *Zeitschrift des Ver. Deutscher Ing.*, vol. LI.

Riabouchinsky (D.). — *Bulletins de l'Institut aérodynamique de Koutchino*. Saint-Petersbourg, 1906 et 1909.

Ricour. — Notice sur le prix de revient de la traction et sur les économies réalisées par l'application de diverses modifications aux machines locomotives. *Ann. des Ponts et Chaussées*, 1882.

Ritter (F.). — Winddruck auf Cylinder und Kugelflächen. *Zeitschr. f. Luftschiffahrt*, vol. XV.

— Zur Aufklärung einiger besonderen Erscheinungen des Winddruckes nach Versuchen. *Zeitschr. f. Luftschiffahrt*, vol. XVI.

— Bewegungs-Erscheinungen hinter einer vom Winde getroffenen Fläche. *Zeitschr. f. Luftschiffahrt*, vol. XVI.

— Winddruck und Vogelflug. *Zeitschr. f. Luftschiffahrt*, vol. XVI.

- Schellbach** (K.-H.). — Ueber einen Apparat zur Ermittlung der esetze des Luftwiderstandes. *Pogg. Ann.* Bd CXLIII, 4.
- Schreiber** (P.). — Ueber eine neue Form von Anemometern. *Oesterr. Zeitschr.*, XVII.
- Soreau** (R.). — Navigation aérienne. *Bulletin de la Société des Ingénieurs civils*, octobre 1902.
- Stanton** (Th. E.). — On the resistance of plane surfaces in a uniform current of air. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. CLVI, session 1903-1904, Part ii. Londres, 1904.
— Experiments on Wind Pressure. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, vol. CLXXI, session 1907-1908. Londres, 1908.
- Tatin** (V.). — Eléments d'aviation. Paris, Dunod et Pinat, 1908.
- Thiesen** (M.). — Zur Theorie der Windstärketafel. *Rep. für Met.*, IV, N. 9.
— Zur Theorie des Robinsonschen Schalen Anemometer. *Rep. für Met.*, V, N. 11.
— Ueber die Gesetze des Luftwiderstandes nach Versuchen mit dem Schellbachschen Rotations-Apparate. *Wied. Ann.*, XXVI, 309.
- Wellner** (G.). — Versuche über den Luftwiderstand gewölbter Flächen im Winde und auf Eisenbahnen mit Rücksicht auf das Problem dynamischen Flugmaschinen. *Zeitschrift für Luftschiffahrt*, Beilage zu Heft, X, 1893.
- Zahm** (A. F.). — The resistance of the air at speeds below one thousand feet a second. The John Hopkins University, 1898.
— Measurement of air velocity and pressure. *The Physical Review*, XVII, 1903.
- Zeppelin** (Graf von). — Die heutige wissenschaftliche Berechnung des Winddruckes und des Luftwiderstandes gegenüber den thatsächlichen Verhältnissen. *Zeitsch. des Vereins Deuts. Ing.*, XXXIX.
— Bemerkungen zu dem Werke R. v. Lössls: Die Luftwiderstandsgesetze und der Vogelflug. *Zeitschr. f. Luftschiffahrt*, XV.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE I. — Généralités.

§ 1.	Pression d'un fluide en mouvement sur un corps solide au repos	1
2.	Résistance présentée au mouvement d'un corps solide par un fluide en repos	3
3.	Formule de la résistance de l'air	5
4.	Résistance spécifique; choix des unités.	7
5.	Influence des variations de température et de pression sur la résistance spécifique	9
6.	Transformation d'un système d'unités en un autre	14

CHAPITRE II. — Déterminations expérimentales de la résistance spécifique d'un plan se mouvant orthogonalement à sa trajectoire.

§ 1.	Généralités	15
2.	Classification des méthodes.	16
3.	Historique. Déterminations anciennes de la résistance spécifique	17

CHAPITRE III. — Les mouvements de rotation appliqués à l'étude de la résistance de l'air.

§ 1.	Remarques générales sur les mouvements circulaires	20
2.	Expériences de G. Hagen.	25
3.	Expériences de M. Dines	29
4.	Expériences de M. Langley.	39
	a) Enregistreur de résultante.	40
	b) Chariot roulant	45
5.	Expériences de M. Mannesmann	50
6.	Expériences de M. von Lössl	54
7.	Expériences de M. W. Reichel	58
8.	Expériences de MM. Finzi et Soldati	61
9.	Conclusions	63

CHAPITRE IV. — Mesure de la résistance de l'air par les mouvements rectilignes.

§ 1.	Généralités	65
2.	Expériences des capitaines Piobert, Morin et Didion	66
3.	Expériences de M. Ricour.	67

§ 4.	Expériences de M. Desdouts	69
5.	Expériences sur une locomotive	71
6.	Expériences de MM. Cailletet et Colardeau	74
7.	Expériences de M. Le Dantec	82
8.	Expériences de M. Canovetti	86
9.	Expériences de chute, à la Tour Eiffel, par M. G. Eiffel	90

CHAPITRE V. — Expériences faites avec des courants d'air artificiels.

§ 1.	Généralités	96
2.	Expériences de M. Stanton	99
3.	Expériences de l'Institut aérodynamique de Koutchino	104
4.	Expériences de Sir Hiram Maxim	106
5.	Conclusions relatives aux plaques normales au courant	109

CHAPITRE VI. — Résistance opposée par l'air à des plaques inclinées sur la direction du mouvement.

§ 1.	Généralités	115
2.	Direction de la pression sur une surface inclinée	117
3.	Surfaces attaquant l'air sous de petits angles	119
4.	Formules relatives aux surfaces carrées inclinées	120
5.	Plans obliques rectangulaires. Formule de M. Soreau	124
6.	Centre de pression ou de poussée	128
7.	Expériences de Langley sur les plans obliques	131
8.	Expériences de M. Dines	134
9.	Expériences de M. Mannesmann	138
10.	Expériences de M. von Lössl	140
11.	Expériences de M. Stanton	142
12.	Expériences de M. Eiffel avec l'appareil de chute	144
13.	Expériences de MM. Finzi et Soldati	146
14.	Expériences de M. Rateau	148
15.	Conclusions	149

CHAPITRE VII. — Distribution des pressions sur une plaque exposée au vent.

§ 1.	Généralités	153
2.	Expériences de Nipher	154
3.	Répartition des pressions sur les plaques inclinées	164
a)	Expériences de MM. Irmingier et Vogt	165
b)	Expériences de M. Stanton	169
4.	Conclusions	172

CHAPITRE VIII. — Résistance des surfaces courbes et des corps de différentes formes.

§ 1.	Pression sur les surfaces courbes. Expériences de Lilienthal	173
	Formules de transformation de M. Soreau	177
2.	Formules de M. von Lössl	179

§ 3. Valeurs trouvées par le colonel Renard à l'aide de la balance dynamométrique	182
4. Expériences de M. A. Frank	186
5. Expériences de M. Eiffel avec l'appareil de chute	189
6. Expériences de M. Stanton	191
7. Conclusions.	192

APPENDICE

I. Expériences de M. Stanton sur la pression du vent naturel	194
II. Moulinet dynamométrique Renard	202
III. Expériences de M. Zahm sur le frottement de l'air	205
IV. Installation pour études d'aérodynamique de la Brigata specialisti, à Rome	207
V. Appareil de MM. Larard et Boswal pour l'essai des modèles d'aéroplanes	212
VI. Installation aérodynamique de Göttingen pour l'essai des modèles de dirigeables et d'hélices.	214
VII. Note complémentaire relative à la résistance de l'air sur les trains	218
VIII. Installation d'un laboratoire d'aérodynamique par M. G. Eiffel	221
§ 1. Dispositions générales	221
2. Balance aérodynamique	225
3. Distribution des pressions sur les plaques	227
4. Détermination directe des centres de poussée.	227
5. Observation des directions des filets au voisinage des surfaces	228
6. Exemples d'application	228
(1) Plaque courbe 90×15 cm	229
(2) Plaque plane de 85×15 cm	232
(3) Comparaison de la plaque courbe et de la plaque plane	233
(4) Répartition des pressions sur les plaques	238
(5) Direction des filets	243



TABLE DES FIGURES

Figures	Pages
1. Mouvements de l'air autour d'une plaque d'après les expériences de M. G. Eiffel	2
2. Diagramme de correction des coefficients K, pour les ramener aux conditions normales, 15° C. et 760 mm. . .	13
3. Appareil de G. Hagen.	26
4. — coupe verticale.	27
5. Schéma de l'appareil de M. Dines	30
6. Appareil de M. Dines.	33
7. —	34
8. —	35
9. Manège de Langley.	41
10. Enregistreur de résultante	42
11. Plan du chariot roulant et du cylindre du chronographe .	46
12. Elévation latérale du chariot roulant et du cylindre du chronographe.	47
13-14. Schéma de l'appareil de M. Mannesmann.	51
15. Manège de M. von Lössl	55
16. Dispositif schématique de l'appareil de M. W. Reichel . .	59
17. Diagramme des expériences de M. W. Reichel	60
18. Appareil de M. Ricour.	68
19. Appareil de déroulement de MM Cailletet et Colardeau .	77
20. Diagrammes des expériences de MM. Cailletet et Colardeau	80
21. Appareil de M. Canovetti	87
22. Appareil de M. G. Eiffel; disposition schématique. . . .	90
23. Appareil de M. G. Eiffel pour l'étude de la résistance de l'air.	92
24. Diagramme des expériences. Cercle de $1/16\ m^2$	93
25. Disposition générale de l'appareil de M. Stanton	100
26. Balance de l'appareil de M. Stanton	101
27. Tube de ventilation de l'Institut aérodynamique de Koutchino	105
28. Appareil de sir Hiram Maxim	107
28 bis. Appareil de sir Hiram Maxim	108
29. Surface plane inclinée sur la direction du mouvement. .	115
30. Direction des filets d'air autour d'une plaque inclinée, d'après les expériences de M. G. Eiffel	116
31. —	120
32. —	121
33. Graphiques de la formule de M. Soreau	126
34. Graphiques de la formule de M. Soreau	127

35.	Valeurs de $\frac{P_i}{P_{90}}$ d'après Langley.	133
36.	Projection perpendiculaire au bras du manège O du support de la plaque	135
37.	Diagramme des expériences de M. Dines sur des plans obliques.	136
38.	Appareil de M. Dines pour la détermination du centre de poussée.	137
39.	Modification de l'appareil de M. Mannesmann pour la mesure de la pression sur les plaques obliques	139
40.	Diagramme de M. Mannesmann pour les plans inclinés. .	140
41.	Dispositif de M. von Lössl pour la vérification de la formule $f(i) = \sin i$	141
42.	Méthode de M. Stanton pour l'étude des plans obliques. .	142
43.	Expériences de M. Stanton	143
44.	Expériences de MM. Finzi et Soldati sur les plans rectangulaires inclinés	147
45.	Poussée sur un rectangle incliné, d'après M. Rateau . .	148
46.	Centre de poussée sur un rectangle incliné, d'après M. Rateau.	149
47.	Valeurs des rapports $\frac{P_i}{P_{90}}$ pour les plaques carrées. . . .	150
48.	Valeurs des rapports $\frac{P_i}{P_{90}}$ pour les rectangles allongés . .	151
49.	Récepteur de M. Nipher	155
50.	Mouvement de l'air à l'avant d'une plaque, d'après M. von Lössl	162
51.	Écoulement de l'air sur les bords de la plaque, d'après M. von Lössl	163
52.	Mouvement de l'air à l'avant d'une plaque inclinée, d'après M. von Lössl	164
53.	Expériences de MM. Irminger et Vogt. Girouette creuse .	165
54.	Expériences de MM. Irminger et Vogt. Conduite horizontale et manomètre	166
55.	Résultats des expériences de MM. Irminger et Vogt . . .	168
56.	Distribution des pressions sur une plaque normale, d'après M. Stanton	170
57.	Distribution des pressions sur la ligne médiane d'un rectangle incliné, d'après M. Stanton.	171
58.	Manège et appareils de Lilienthal.	175
59-60.	— — — — —	176
61.	Expériences de Lilienthal.	178
62.	Balance dynamométrique du colonel Renard	183
63.	— — — — —	200
64.	— — — — —	201
65.	Moulinet dynamométrique du colonel Renard.	203
66.	— — — — —	208
67.	— — — — —	216
68.	— — — — —	217
69.	Laboratoire aérodynamique de M. Eiffel.	223
70.	Principe de la balance aérodynamique	226
71.	Poussées sur la plaque courbe de 90×15 cm	229
72.	Centres de poussée sur la plaque courbe de 90×15 cm. .	231

TABLE DES FIGURES

255

73. Poussées sur la plaque plane de $85 \times 15 \text{ cm}$	233
74. Centres de pression sur la plaque plane de $85 \times 15 \text{ cm}$. .	234
75. Composantes horizontales unitaires	235
76. Comparaison de notre courbe et de celle de Lilienthal . .	236
77. Répartition des pressions sur la plaque courbe de 90° $\times 15 \text{ cm}$.	
78. Répartition des pressions sur la plaque rectangulaire $85 \times 15 \text{ cm}$.	
79. Direction des filets autour de la plaque courbe inclinée à 45°	242

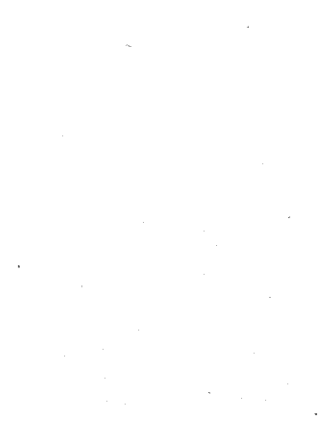


TABLE ANALYTIQUE

DES NOMS D'AUTEURS CITÉS

ABBE (CL.)	45
ALEMBERT	154, 157, 158
ASPINALL	18
BAKER (SIR B.)	195, 196
DA BORDA	19
BOUGUER	19
BOUSSINESQ	5
CAILLETET	16, 71, 75, 78, 79, 81, 90, 111
CANOVETTI	16, 86, 88, 111
COLARDEAU	16, 71, 78, 79, 81, 90
COULOMB	18
CROCCO	17, 207, 209, 211
DEHARME	73
DESDOITS	16, 69, 70, 71
DINES	16, 29, 39, 63, 117, 118, 130, 133, 136, 137, 144, 146, 149, 151, 153, 171, 195, 196, 198, 218
DOHRANDT	22
DUBUAT	4
DUCHEMIN	4, 24, 109, 113, 123, 124, 125, 131, 151, 190
EDGE	73
EDGEWORTH	18
EFFEL (G.)	16, 17, 90, 93, 144, 152, 189, 193, 221
ESPITALIER	106
FINZI et SOLDATI	17, 61, 63, 146, 147
FRANCK	16, 72, 73, 74, 186, 188, 193, 218, 219, 220, 221
HAGEN	16, 25, 29, 63, 65, 111, 173
HERGESELL	193
HUSSON	19, 111
IRMINGER et VOGT	165, 167, 168, 172
JOESSEL	130
KUMMER	133
LORD KELVIN	155
LANGLEY . 16, 30, 50, 65, 111, 112, 117, 122, 124, 130, 131, 132, 133, 150, 151, 152, 195, 198	198
LARARD et BOSWAL	212
LAURIOL	39
LE DANTEG	16, 82, 83, 84, 85, 111
LE GRAIN et NADAL	218
LÉVY (MAURICE)	92

LILIENTHAL	120, 173, 174, 176, 178, 179, 192,	236
VON LÖSSL	16, 54, 58, 140, 141, 151, 162, 163, 164, 179,	193
MANNESMANN	16, 50, 54, 111, 138, 139, 140,	150
MARCHIS	119,	182
MARREY		62
MARIOTTE		18, 19
MAXIM (SIR IHRAÏM)	17, 106, 108,	148
NEWTON		121
NIPHER	154, 156, 157, 158, 159, 162,	172
PIOBERT, MORIN et DIDION	66,	111
PITON-BRESSANT		114
PITOT	156,	196
PRANDTL	214,	217
PULIN		73
RATEAU	17, 148,	152
RECKNAGEL		22
REICHEL	46, 58,	61
RENARD (le Cl)	64, 122, 182, 183, 184, 186, 193, 196, 202, 204,	207
RIABOUCHINSKY	17, 97, 104, 123, 124,	149
RICOUR	16, 67, 70,	71
ROBINS		20
SÉBERT		92
SER		154
SIEMENS et HALSKE	71, 72,	113
SMEATON		19
SOREAU	121, 124, 126, 127, 130, 133,	177
STANTON	17, 97, 99, 100, 102, 104, 118, 142, 144, 149, 152, 169,	
	170, 171, 172, 191, 193, 194, 195, 196, 198, 199, 200,	212
THIESEN		129
VINCI		19
WELLNER		16
WILD		129
WOLTMANN		19
ZAHM	205, 206,	207

EN VENTE à la librairie H. DUNOD & E. PINAT

Éditeurs, 47-49, quai des Grands-Augustins, PARIS (6^e)

Recherches expérimentales sur la résistance de l'air exécutées à la Tour Eiffel, par Gustave EIFFEL, ancien président de la Société des ingénieurs civils de France. In-4° 25 × 32 de 98 pages, avec 20 figures et 20 planches. Cartonné. 16 fr.

3^e Congrès international d'aéronautique (Milan, octobre 1906). Rapports et mémoires publiés par la Commission permanente internationale. In-8° 16 × 25 de 240 pages, avec figures et planches. 8 fr.

Commission permanente internationale d'aéronautique. Procès-verbaux et comptes rendus des travaux de la session extraordinaire tenue à Bruxelles du 12 au 15 septembre 1907. In-8° 16 × 25 de 198 pages, avec figures et pl. 7 fr.

4^e Congrès international d'aéronautique (Nancy, 18-23 septembre 1909). Rapports et mémoires publiés par les soins de la Commission permanente internationale d'aéronautique, In-8° de 480 pages, avec nomb. fig., 1 carte et 1 planche hors texte. 8 fr.

Guide de l'aéronaute pilote. *Les ascensions en ballon libre*, par le commandant Paul RENARD. In-16 12 × 18 de 228 pages, avec 54 figures. Broché, 4 fr.; cartonné. 5 fr. 50

Les oiseaux artificiels. *L'idée aérienne. Aviation*, par François PEYREY, avec préface de SANTOS-DUMONT. In-8° 14 × 22 de xiv-666 pages, avec 253 figures. 12 fr. 50

Le vol naturel et le vol artificiel, par sir HIRAM MAXIM, traduit par le lieutenant-colonel ESPITALIER. In-8° 14 × 23 de xx-240 pages, avec 96 figures. Broché, 6 fr.; cartonné. 7 fr. 25

Cours d'aéronautique, professé à la Faculté des sciences de Paris, par L. MARCHIS, titulaire de la chaire d'aviation. — Ce cours comprendra environ 400 pages autographiées du format in-8° 20 × 25, avec figures. Les feuilles sont autographiées après chaque leçon et envoyées aux souscripteurs les 1^{er} et 15 de chaque mois, à partir du 15 mars 1910. Prix de souscription 15 fr.

Manuel de l'aviateur-constructeur, par M. CALDERARA, enseigne de vaisseau de la marine italienne, et P. BANET-RIVET, professeur agrégé de physique au Lycée Michelet. In-8° 12 × 18 de 290 pages, avec 152 figures. Broché, 5 fr.; cartonné. 6 fr. 50

Livre d'or de la grande semaine d'aviation de la Champagne, par H.-G. LAIGNIER, secrétaire du comité d'organisation. In-4° 20 × 26 de 220 pages, avec 65 figures et 6 planches. Edition ordinaire, 40 fr.; édition de luxe, 25 fr.; édition de grand luxe sur Japon. 400 fr.

L'aviation, conférence faites en 1909, par le commandant RENARD, à la Société d'encouragement pour l'industrie nationale. In-4° 22 × 28 de vii-183 pages, avec 73 fig. 5 fr.

L'aviation, hier, aujourd'hui et demain, par R. DE MONTESSUS, docteur ès sciences, lauréat de l'Institut. In-8° 16 × 25 de 40 pages, avec 7 figures 4 fr. 25

L'œuvre de l'Aéro-Club de France et l'aéronautique contemporaine, par Fr. PEYREY. In-8° 14 × 22 de 152 pages, avec 64 fig. 2 fr.

Étude sur les surfaces portantes en aéroplanie, par Louis TARIEL, ingénieur E. C. P., et Edouard TARIEL, élève à l'Ecole centrale. In-8° 14 × 23 de vi-64 pages, avec 33 fig. 2 fr. 50

Le problème général du « vol » et la force centrifuge, par AVERLY, ingénieur. In-8° 16 × 25 de 96 pages, avec 21 figures 3 fr.

Le vol plané, par J. BRETONNIÈRE, sous-ingénieur des ponts et chaussées en retraite. In-8° 14 × 22 de 32 pages, avec 3 pl. 1 fr. 50

Stabilité des aéroplanes. Surface métacentrique, par M. BRILLOUIN, professeur au Collège de France. In-4° de 78 pages, avec fig. 3 fr. 50

La Technique Automobile et Aérienne

REVUE MENSUELLE ILLUSTRÉE

Rédacteur en chef : Charles FAROUX

Ancien élève de l'École Polytechnique.

ABONNEMENT ANNUEL : France et Colonies, 10 francs. — Étranger, 12 francs.

La Technique Moderne

REVUE MENSUELLE ILLUSTRÉE

des Sciences appliquées à l'Industrie, au Commerce
et à l'Agriculture

ABONNEMENT ANNUEL : France et Colonies, 15 francs. — Étranger, 18 francs.