

Titre : Transport de force. Première partie

Auteur : Le Roy, C.

Mots-clés : Électrification*France*1870-1914

Description : 1 vol. (172 p. - 2 pl. depl.) ; 25 cm

Adresse : Paris : A. Hermann, 1912

Cote de l'exemplaire : CNAM-BIB 8 Ca 577 (1)

URL permanente : <http://cnum.cnam.fr/redir?8CA577.1>



La reproduction de tout ou partie des documents pour un usage personnel ou d'enseignement est autorisée, à condition que la mention complète de la source (*Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique http://cnum.cnam.fr*) soit indiquée clairement. Toutes les utilisations à d'autres fins, notamment commerciales, sont soumises à autorisation, et/ou au règlement d'un droit de reproduction.

You may make digital or hard copies of this document for personal or classroom use, as long as the copies indicate *Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique http://cnum.cnam.fr*. You may assemble and distribute links that point to other CNUM documents. Please do not republish these PDFs, or post them on other servers, or redistribute them to lists, without first getting explicit permission from CNUM.

CALCULS TECHNIQUES ET ÉCONOMIQUES
DES
LIGNES DE TRANSPORT
ET DE
DISTRIBUTION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

8° Ca. 577

TRANSPORT DE FORCE

8° Ca. 577

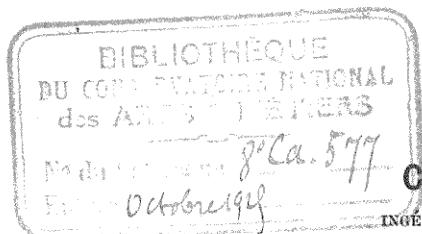
CALCULS TECHNIQUES ET ÉCONOMIQUES

DES

LIGNES DE TRANSPORT

ET DE

DISTRIBUTION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE



PAR

C. LE ROY

INGÉNIEUR ÉLECTRICIEN
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
ET DE L'INSTITUT ÉLECTROTECHNIQUE DE MONTEFIORE



PREMIÈRE PARTIE

PARIS

LIBRAIRIE SCIENTIFIQUE A. HERMANN ET FILS

LIBRAIRES DE S. M. LE ROI DE SUÈDE
6, RUE DE LA SORBONNE, 6

—
1912

PRÉFACE

En rédigeant ce petit ouvrage, je me suis proposé de présenter d'une façon assez complète, et, cependant élémentaire, les méthodes de calcul technique et économique des lignes de transport et de distribution, par courants alternatifs.

Une place importante a été réservée à l'exposition des procédés permettant de faciliter, et, de simplifier les calculs exacts de lignes : de nombreux emprunts ont été faits, à ce sujet, à la littérature technique étrangère.

Les exemples numériques ont souvent été choisis, avec l'intention de préparer une étude économique du transport de force par courants polyphasés. Cette étude, qui fera l'objet d'une publication ultérieure, consistera particulièrement à chercher, comment il est possible, de choisir, prédéterminer ou améliorer les diverses constantes qui influencent la prospérité d'une entreprise de transport de force.

M. A. Blondel, M. le Professeur Pender et M. l'Ingénieur Semenza ont bien voulu m'autoriser à reproduire ou utiliser quelques-unes de leurs belles études ; je les prie d'agréer tous mes remerciements.

Paris, 1942.

CHAPITRE PREMIER

CONSIDÉRATIONS DÉTERMINANT LE CHOIX DE LA SECTION DES CONDUCTEURS

I. — Règles de sécurité, de bon service et d'économie

Les considérations principales qui déterminent la section des conducteurs sont les suivantes :

1^o SÉCURITÉ. — A. *Les conducteurs doivent avoir une section telle que leur mise en place soit facile et que leur résistance mécanique soit suffisante pour éviter toute rupture.*

B. — *Les conducteurs doivent avoir une section telle que le passage du courant ne détériore pas le conducteur.*

La condition A se résume en la fixation d'une limite inférieure de la section des conducteurs : limite variable avec leur destination et la nature du métal employé.

La condition B exige que la section et la forme des conducteurs soient telles que l'énergie qu'ils transportent ne cause pas d'échauffement anormal.

2^o BON SERVICE. — *Les sections des conducteurs doivent être choisies de façon à réaliser le maximum de conditions de bon service.*

La tension de l'énergie électrique distribuée ne pourra varier chez chaque consommateur que dans certaines limites.

La stabilité de marche devra être assurée.

Les pertes au travers de l'air ou de l'isolant devront être aussi réduites que possible.

3^o ÉCONOMIE. — *Les sections des conducteurs doivent être choisies de façon à ce que la rémunération annuelle du capital total*

employé dans l'entreprise, soit aussi élevée que possible, sans toutefois qu'il en résulte un accroissement excessif du capital total.

Souvent, comme le prix de vente est inconnu, on choisit ces sections de façon à obtenir *un prix de revient minimum pour le kilowatt-an*, au point d'arrivée de la ligne, en veillant toujours à limiter le capital total investi.

Si nous considérons un conducteur unique, nous verrons que les règles de sécurité donnent une limite inférieure S_1 de la section de ce conducteur.

Les règles de bon service donnent une autre limite inférieure S_2 .

En pratique, la règle d'économie conduit à fixer pour cette section deux limites : l'une inférieure S_3 , l'autre supérieure S_4 . Le prix de revient du kilowatt-an, étant pour ces deux valeurs, très peu différent du prix de revient minimum théorique.

Si S_4 est plus grand que S_1 et S_2 , la section du conducteur sera choisie parmi les valeurs comprises entre la plus grande des sections S_1 , S_2 et la section S_4 . Le choix définitif se fera en tenant compte du désir de limiter le coût de premier établissement et aussi en tenant compte de raisons commerciales : développement futur, etc.

Si S_4 est plus petit que l'une des valeurs S_1 , S_2 , c'est la plus grande de ces valeurs qui sera choisie, à condition toutefois qu'elle ne diffère pas trop de S_4 . Dans le cas où cette différence serait exagérée, on examinerait à nouveau le problème (régulateur d'induction, division des fils, etc.).

On sait presque toujours d'avance qu'elle est la règle la plus sévère.

Pour les lignes de transport de force, c'est en général la règle d'économie qui fixe le diamètre des conducteurs.

Pour les lignes aériennes de distribution secondaires, la règle de bon service est souvent la plus sévère.

Pour les canalisations souterraines, la règle de sécurité, spécialement en ce qui concerne l'échauffement, interviendra quelquefois.

Principes du calcul des distributions électriques à courant alternatif

1^o Nous aurons tout d'abord à étudier en détail les règles que nous venons d'énoncer et à les rendre quantitatives.

2^o Nous aurons ensuite à construire, en nous servant des données du problème (voltage de la distribution, fréquence, puissance demandée par la clientèle, décalage) les diagrammes de tension et de courant, donnant en grandeur et direction, les vecteurs de tension et de courant aux divers points de la distribution. La règle de sécurité exige, en effet, comme nous le verrons, la connaissance des courants; la règle de bon service, la connaissance des tensions, et la règle d'économie, la connaissance des puissances perdues dans le transport.

3^o Les diagrammes de tension et de courant, qui établissent, en somme, une relation géométrique entre les courants, les tensions, les pertes de puissance et les sections, permettront toujours d'essayer, successivement, pour les conducteurs, des sections appropriées, satisfaisant aux différentes règles énoncées. Dans certains cas, la relation géométrique existante, ou sa traduction algébrique, sera suffisamment simple pour que les sections soient obtenues sans tâtonnements, par une simple construction géométrique, ou par un calcul algébrique.

CHAPITRE II

ÉTUDE DÉTAILLÉE DE LA RÈGLE DE SÉCURITÉ

I. — Fixation d'une section ou d'un diamètre limite pour les conducteurs

Les prescriptions techniques de l'arrêté du 21 mars 1908 fixent à 3 millimètres le diamètre minimum des conducteurs constituant les lignes aériennes de distribution d'énergie.

Cette limite est un peu faible pour les lignes de distribution à haute tension. Ces lignes servent, en effet, généralement, à la desserte des villages ; leur rupture est donc particulièrement dangereuse, par suite du voisinage de lieux habités ; elles sont aussi plus sujettes à la malveillance (pierres, etc.).

Le diamètre de 3,5 millimètres (35/10) doit être considéré comme une limite inférieure pour les lignes à haute tension construites en bronze siliceux.

Pour l'aluminium, les lignes en fils n'ont pas donné, en général, satisfaction. Au contraire, les lignes en câbles d'aluminium sont acceptables à condition de ne pas descendre au-dessous d'une section de 12 millimètres carrés pour les lignes à haut et moyen voltage.

Pour les petites lignes, à haute tension, destinée à des éclairages de petits villages, on emploie quelquefois le fer. Dans ce cas, le diamètre de 6 millimètres (60/10) doit être le diamètre minimum.

II. — Echauffement des conducteurs

Un courant I passant dans un conducteur de résistance R donne lieu à une dépense d'énergie, par effet Joule égale à I^2R . Cette

énergie est employée à éléver la température du conducteur. L'équilibre de température, atteint plus ou moins rapidement, résulte de l'égalité entre la chaleur fournie par le courant et celle cédée au milieu ambiant.

Les conducteurs aériens et les conducteurs souterrains se comportent de façon différente. Les risques d'avarie de la canalisation sont également très différents.

1^o CONDUCTEURS AÉRIENS. — ÉTUDE DU REFROIDISSEMENT PAR RAYONNEMENT — CONDUCTIBILITÉ — CONVECTION

L'équilibre de température est très rapidement atteint, principalement dans le cas de conducteurs nus.

Le refroidissement des conducteurs placés dans l'air est dû à trois causes :

1^o Le rayonnement qui a même valeur dans l'air que dans le vide ;

2^o La conductibilité de l'air.

3^o Les courants de convection : les molécules d'air voisines du conducteur s'échauffent, s'élèvent et sont remplacées par des molécules d'air froid.

Les phénomènes assez complexes du refroidissement de corps placés dans l'air, ont été étudiés d'une façon générale par Dulong et Petit vers 1807.

Dulong et Petit trouvèrent que la vitesse de refroidissement d'un corps plongé dans l'air est :

$$V = -\frac{dT}{dt} = ma^{\theta} (a^r - 1) + np^c T^b$$

en désignant par :

θ la température totale du conducteur ou du corps considéré en degrés centigrades.

T la différence de température entre le conducteur et l'air.

t le temps.

$a = 1,077$.

$m = \frac{HS}{PC}$, H étant un coefficient de rayonnement variable avec la nature du conducteur, si le conducteur est nu ; avec la nature de l'isolant, s'il est isolé.

S la surface extérieure du conducteur.

P son poids et C sa chaleur spécifique.

$n = \frac{KS}{PC}$, K étant le coefficient de conductibilité et convection, dont la valeur ne dépend pas de la nature du conducteur.
 p pression de l'air.

$$c = 0,45 \quad b = 1,233.$$

Le premier terme $ma^0 (a^r - 1)$ représente l'effet du rayonnement, le second $np^e T^b$ l'effet de la conductibilité de l'air et de la convection.

Lorsque l'équilibre de température sera atteint, nous aurons égalité entre la chaleur fournie par le courant à l'unité longueur du conducteur, pendant un temps $dt : \frac{I^2 p}{\pi D^2} \times 0,24 \times dt$, et l'effet de refroidissement.

Nous avons donc :

$$(1) \quad P.C.V.dt = dt [H\pi D \times 1,077^0 (1,077^T - 1) + K\pi DT^{1,233}] = \\ = \frac{I^2 p}{\pi D^2} \times 0,24 \times dt$$

ρ étant la résistivité à θ degrés $= \rho_0 (1 + \alpha\theta)$.

Si T est donné, on tire de là :

$$(2) \quad I = \frac{A}{\sqrt{\rho}} D^{\frac{3}{2}}$$

A étant fonction de T et des coefficients d'émission et de conductibilité-convection : H et K.

L'équation (2) peut se résumer par une règle connue.

Cette règle fut indiquée pour la première fois par Müller vers 1849. Müller constata expérimentalement sur les fils conducteurs, placés dans un *local clos*, que cette règle simple se vérifiait pour les fils de forts diamètres. Pour les fils de faibles diamètres, il indiquait la formule $I = B.D$. Malgré cette réserve, la relation

$$I = \frac{A}{\sqrt{\rho}} D^{\frac{3}{2}}$$

fut considérée comme exacte pendant fort longtemps.

Péclet (¹), en étudiant le refroidissement de tubes métalliques en locaux fermés, trouva que, dans ce cas particulier, la formule de Dulong et Petit était exacte en ce qui concerne le terme de

(1) Péclet, *Traité de la chaleur*, pp. 549-524.

rayonnement et inexacte pour le terme de refroidissement par convection-conductibilité.

H était bien constant pour un métal donné ;

K était fonction du diamètre du fil ou tube expérimenté.

On avait :

$$H = 124,72 H_i \quad H_i = 0,16 \text{ pour le cuivre}$$

$$K' = 0,552 \left[2,058 + \frac{76,4}{D} \right]$$

par mètre carré, pour une heure, en kilogrammes calories.

Ces égalités conduiraient à admettre la formule :

$$I^2 = \frac{4}{\rho} (AD^3 + BD^2).$$

Les expériences de plusieurs expérimentateurs, en particulier de Teichmüller et Human, ont montré que c'était bien là la relation qui existe entre le courant que peut supporter le fil pour un échauffement donné et le diamètre de ce fil.

Les expériences sur les fils, en local clos, ont été nombreuses et faites *directement* sur des fils de *cuirre*, de toutes sections depuis 1 millimètre carré jusqu'à plus de 1.000 millimètres carrés. La loi est donc bien établie.

Pour les fils à l'air libre, les expériences directes sont beaucoup moins nombreuses. Kennelly, qui étudia d'une façon très détaillée l'échauffement des conducteurs électriques, ne fit porter ses expériences dans le cas des conducteurs à l'air libre que sur un petit nombre de fils, de diamètres *très faibles*. Il en déduisit une séparation entre les effets du refroidissement par convention, conductibilité et les effets du rayonnement.

Les tables d'échauffement généralement admises ont été calculées jusqu'à 25 millimètres de diamètre en se basant sur la séparation ainsi obtenue. Des expériences récentes ont montré que les échauffements réels sont, en général, un peu plus élevés⁽¹⁾. Ces expériences étant malheureusement peu nombreuses, les tables que nous donnerons, ci-après, pour les fils à l'air libre, sont les tables ordinaires très légèrement modifiées.

(1) Teichmüller, *Conférences électrotechniques*, Stuttgart, pp. 4 à 274.

2^o ÉCHAUFFEMENT ADMISSIBLE

On admet, pour les conducteurs placés dans l'air, que la température ne doit pas s'élever à plus de 40°C. au-dessus de la température ambiante, lorsque le courant atteint une intensité double de l'intensité normale.

L'échauffement étant sensiblement proportionnel au carré de l'intensité, cela revient à dire que le courant normal ne doit pas amener, par son passage dans les conducteurs, une élévation de température de plus de 10° C. Cette règle doit être appliquée aux conducteurs de distribution de force, dont nous nous occupons, avec plus de rigueur qu'aux conducteurs d'éclairage.

3^o DENSITÉS DE COURANT ADMISSIBLES POUR DES CONDUCTEURS NUS
EN PLEIN AIR (AIR CALME)

Cuivre. — Le tableau ci-dessous donne les élévations de température que produisent dans des conducteurs de divers diamètres des courants ayant une densité de 2, 3, 4, 5 ampères, par millimètre carré, pour des conducteurs placés à l'air libre en air calme.

Valeurs approximatives de T pour divers diamètres de conducteurs et des densités de courant de 2, 3, 4, 5 ampères par millimètre carré.

Densité de courant par mmq.	Diamètres de conducteurs en millimètres.									
	2	4	6	8	10	12	15	20	25	
Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	
2 ampères	»	»	»	»	»	5	8	7	10	
3 ampères	»	»	5	6	8	10	13	18	23	
4 ampères	»	5	9	11	16	18	24	34	50	
5 ampères	»	6	13	18	25	32	»	»	»	

En se basant sur la règle générale $T = 10^{\circ}$, on peut admettre pour les conducteurs circulaires les densités suivantes :

Section en mmq.	3	12	30	50	78	120	175	250	500
Densités en ampères par mmq. . .	6	5	4	3,6	3,3	3	2,7	2,5	2

Conducteurs en aluminium nu à l'air libre. — On a souvent à comparer des fils de métaux différents, au point de vue de l'échauffement.

La comparaison entre des fils de même diamètre est assez facile et assez exacte. Par exemple, pour deux fils de même diamètre, en cuivre et en aluminium, le rapport des courants donnant un même échauffement T est :

$$\frac{I_A}{I_c} = \frac{\sqrt{H'/f(T) + K\varphi(T, D)}}{\sqrt{H/f(T) + K\varphi(T, D)}} \times \frac{\sqrt{\rho_c}}{\sqrt{\rho_A}} = \alpha \sqrt{\frac{\rho_c}{\rho_A}} = \alpha \times 0,78,$$

ρ_c et ρ_A désignant les résistivités du cuivre et de l'aluminium, α est inférieur à l'unité, car le coefficient de rayonnement de l'aluminium H' est plus faible que celui du cuivre (H). Si nous prenons, pour tenir compte de ce fait, $\frac{I_A}{I_c} = 0,75$. Les densités admissibles pour l'aluminium seraient :

Section en mill. car.	3	12	30	50	78	120	175	250	500
Densités en ampères	4,5	3,8	3	2,7	2,5	2,2	2	1,9	1,5

Si nous comparons des fils de diamètres différents, nous avons par exemple dans le cas de l'aluminium et de cuivre :

$$\frac{\pi D_A^2 \times I_A^2}{\pi D_A^2 \times I_c^2} = \frac{\pi D_A(H'/f(T) + K\varphi(T, D_A))}{\pi D_c(H/f(T) + K\varphi(T, D_c))} \times \frac{\rho_c}{\rho_A}.$$

Ce qui donne :

$$\frac{I_A}{I_c} = \alpha' \sqrt{\frac{D_A^3}{D_c^3}} \times \sqrt{\frac{\rho_c}{\rho_A}}. \quad \text{d'où: } D_A = D_c \times \sqrt[3]{\frac{\rho_A}{\rho_c}}$$

en supposant les courants égaux, et, $\alpha' = 1$. Cette dernière hypothèse n'est pas très exacte.

4° ÉCHAUFFEMENT DES CONDUCTEURS NUS PLACÉS EN LOCAUX FERMÉS

Les fils de lignes de transport ou de distribution doivent souvent être pris d'une plus grande section lorsqu'ils pénètrent dans des locaux fermés. L'échauffement pour un même courant est, en effet, beaucoup plus considérable, car l'effet de refroidissement par convection est notablement diminué.

Teichmüller et Human donnent comme valeur du courant I qui amène par son passage dans un conducteur de cuivre un échauffement de 10°, la formule :

$$I^2 = 31 D^2 + 12 D^3 \quad I \text{ en ampères} \quad D \text{ en millimètres.}$$

Nous indiquons, d'après les expériences de Teichmüller et Human, l'échauffement de fils de cuivre de divers diamètres pour des densités de courants de 2^A, 3^A, 4^A par millimètre carré.

Densité de courant par mmq.	Valeur de T pour des diamètres en millimètres de :						
	2	4	6	8	10	14	20
Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés	Degrés
2 ampères	»	6	10	15	20	30	45
3 ampères	»	10	19	28	38	56	»
4 ampères	12	21	38	50	58	88	»

Les intensités de courant que recommandent Teichmüller et Human reviennent à adopter les densités de courants suivantes :

Section en millim. q.	4	12	35	50	80	120	180	500
Densité en A par milli-mètres carrés.	4	3,2	2	1,8	1,6	1,4	1,2	0,8

L'état de la surface du métal a une grande influence sur le terme de rayonnement.

Un fil de 8 millimètres de diamètre peut supporter, avec un échauffement de 10°, 100^A s'il est couvert de noir de fumée, 87^A

s'il est brillant, 91^a s'il est mat. Le tableau de densité ci-dessus aurait permis 90^a dans le fil.

Conducteurs d'aluminium en locaux fermés. — Comparant des conducteurs de mêmes diamètres :

Nous adopterons $I_A = 0,75 I_c$.

Il en résulte les densités suivantes ; pour des charges de durée :

Section du câble	4	12	35	50	80	120	180	500
Densités	3	2,4	1,5	1,4	1,2	1	0,9	0,6

5^e ÉCHAUFFEMENT DES FILS RECOUVERTS D'UNE ENVELOPPE ISOLANTE

L'emploi de fils isolés dans les lignes de transport de force est assez rare, car l'isolant se détériore à l'air.

Dans les postes, on préfère, de plus en plus, l'emploi de fils nus. Ils sont moins coûteux et offrent moins de chances d'incendie : l'échauffement d'une jonction mal soudée peut, en effet, provoquer l'inflammation de l'isolant.

Nous n'insisterons donc pas sur la théorie du refroidissement de ces fils : le phénomène est toutefois différent. La chaleur traverse l'isolant avant d'être dissipée comme nous l'avons indiquée ; d'autre part, le pouvoir de rayonnement est augmenté.

La théorie et l'expérience montrent qu'un fil isolé peut, si l'épaisseur d'isolant est faible, céder dans le même temps à l'air ambiant plus de chaleur qu'un fil nu. Il pourra donc supporter, si l'épaisseur d'isolant est bien choisie, un courant plus fort.

Pour des fils de cuivre recouverts d'une couche assez mince de caoutchouc et placés dans des locaux fermés, Teichmüller et

Human ont trouvé que la formule $I^2 = 100 Q + 21 Q^{\frac{3}{2}}$ donnait le courant I (en ampères) qui échauffe de 10° un conducteur isolé (en cuivre) de section Q (millim. carrés).

Ceci conduirait aux densités de courant suivantes :

Section du câble	4	12	35	50	80	120	180	500	4000
Densités	5	3,7	2,6	2,2	1,9	1,67	1,46	1	0,9

L'épaisseur d'isolant intervient.

6^e ÉCHAUFFEMENT DES CÂBLES ARMÉS

Le mode de refroidissement des câbles armés, placés en contact direct avec le sol, est entièrement différent du mode de refroidissement des câbles aériens.

La chaleur, créée par le passage du courant, traverse l'isolant, et, se dissipe dans la terre. L'échauffement du câble est lent, et le régime d'équilibre ne s'établit qu'au bout de six à sept heures. Toutefois au début, l'échauffement est assez rapide ; les deux tiers de l'élévation de température finale sont atteints au bout de la première heure. Il y a donc lieu de distinguer pour les câbles armés, entre le courant que portera le câble pendant toute la journée, et celui qu'il n'aurait à porter que durant les heures d'éclairage, par exemple.

Si la charge dure de 16 à 24 heures (ceci concerne plus spécialement les distributions de force), la densité de courant que peut supporter le câble, dépend de sa section et un peu de l'épaisseur d'isolant, si la charge ne dure que 1, 2, 3 heures, la densité de courant, donnant le même échauffement que précédemment, est égale à la densité de courant admise pour la charge prolongée, multiplié par un facteur $(1 + \alpha)$ dont la valeur, fonction de la courbe de charge, peut atteindre plusieurs unités. Etudions théoriquement la charge de 24 heures. (PÉCLET, *Traité de la chaleur*).

Théorie. — Considérons le cas relativement simple d'un câble électrique de diamètre intérieur d . Le diamètre extérieur de l'isolant étant D . Le câble étant parcouru par un courant continu. La quantité de chaleur Q qui traverse pendant l'unité de temps, l'unité de longueur d'un cylindre d'isolant infiniment mince de rayon r , est égale à la surface $(2\pi r)$ de cet élément, multiplié, par la conductibilité C de la matière isolante, par la différence de température dt de ses surfaces intérieures et extérieures, et, divisé par l'épaisseur dr on a :

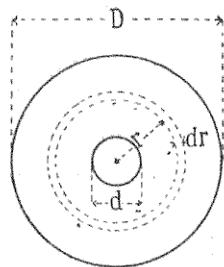


Fig. 4.

$$\frac{Qdr}{2\pi r} = - Cdt$$

Lorsque le régime permanent est établi cette quantité de chaleur est constante. Si nous intégrons entre les limites θ et $\theta - T$

représentant la température du conducteur, et, du sol, nous avons :

$$C \times T = \frac{Q}{2\pi} \left(\log \frac{D}{2} - \log \frac{d}{2} \right).$$

D'autre part, lorsque le régime permanent est établi, le cylindre d'isolant reçoit autant de chaleur par sa face interne, qu'il en perd par conductibilité par sa face externe. Il reçoit d'ailleurs toute la chaleur qu'émet le conducteur.

On a donc :

$$2\pi C T \log \frac{D}{d} = \frac{I^2 \rho}{S} \times 0,24. \quad \text{D'où (1)} \quad I = \sqrt{\frac{2\pi C T \times S}{0,24 \cdot \rho \log \frac{D}{d}}}.$$

Cette formule est assez complexe, car C peut varier avec la nature de l'isolant employé, et $\frac{D}{d}$ n'est pas constant. Au début de l'industrie des câbles on admis toutefois la formule :

$$(2) \quad I = K \sqrt{T.S.} \text{ qui suppose la constance de } \frac{D}{d}.$$

Pour des câbles à n conducteurs, comme la quantité de chaleur cédée était nI^2R , on en déduisait la formule :

$$(3) \quad I_n = \frac{K}{\sqrt{n}} \sqrt{T.S.},$$

en négligeant l'influence de l'excentricité des conducteurs. Les tables publiées vers 1903-1905 étaient basées sur les valeurs $K = 7,5$ et $T = 15^\circ$. Ces formules très simples permettent de se renseigner sur l'ordre de grandeur de l'échauffement d'un câble traversé par un courant d'intensité donné (Human, 1903). Nous avons supposé qu'il s'agissait de courant continu, et nous avons admis en conséquence, que les seules pertes dans le câble, étaient des pertes d'effet Joule. Ces formules sont applicables, presque avec le même degré d'approximation, aux câbles à plusieurs conducteurs parcourus par des courants alternatifs dont la somme des valeurs instantanées est nulle. Dans ce cas, en effet, les champs magnétiques s'annulent sensiblement à l'extérieur, les courants de Foucault créés dans le plomb et dans l'armature développent peu de chaleur, et, cette chaleur est dissipée assez facilement, puisque l'armature est en contact direct avec la terre.

Les perfectionnements incessants de la fabrication des câbles armés, spécialement en ce qui concerne, les câbles en papier imprégné, et les expériences d'exploitation amenèrent à penser

que ces formules approximatives pouvaient conduire, sans raisons sérieuses à une utilisation insuffisante des câbles armés. En 1907, l'Association des ingénieurs électriciens allemands entreprit une série de recherches expérimentales sur l'échauffement des câbles armés, isolés au papier imprégné, avec âme en cuivre, et, pour des voltages inférieurs à 10.000 volts.

Câbles armés au papier imprégné. Tables des courants admissibles. — L'isolant de ces câbles résiste bien à la chaleur. Ces câbles peuvent supporter des températures de 75° à 80°. M. Jona signale avoir coupé deux bobines de câbles en cinq pièces, et, les avoir immergées dans des bains d'huile à 0° — 15° — 35° — 70° — 100°. La rigidité diélectrique, après cette immersion, des cinq tronçons de câbles, était la même.

L'action du temps est toutefois à redouter, on peut craindre que, sous l'action continue d'une haute température, l'isolant subisse une lente modification chimique, qui abaisse sa rigidité diélectrique. Cette action est peu à craindre, pour les câbles à bas voltage, où l'isolant travaille à une tension électrostatique très inférieure au taux limite.

En tenant compte de la température maxima de la terre, à la profondeur ordinaire des câbles (15° C. environ), et, des considérations précédentes, on est conduit à admettre les valeurs d'échauffement suivantes :

T = 25° pour les câbles armés, pour courants alternatifs, travaillant au-dessous de 3.000 volts.

T = 20° pour les câbles armés dont le voltage entre fils est compris entre 3.000 et 10.000.

Table des Courants admissibles en courant alternatif (Association des Ingénieurs allemands)

Sections en mil. carrés	40	46	52	58	50	70	95	120	150	185	240	310	400
Câbles à 2 conducteurs (E < 3.000 v.) . . .	70	95	125	150	190	230	275	345	360	405	470	545	635
Câbles à 2 conducteurs (3.000 < E < 40.000 v.)	65	90	115	140	175	215	255	290	335	380	»	»	»
Câbles triphasés (E < 3.000 v.) . . .	65	85	110	135	165	200	240	280	315	360	420	490	570
Câbles triphasés (3.000 < E < 40.000 v.) .	60	80	105	125	155	190	225	260	300	340	»	»	»

Les tables de courants admissibles précédentes sont basées sur des mesures expérimentales nombreuses, et, sensiblement sur les valeurs de T indiquées plus haut.

Les recherches de l'Association des ingénieurs allemands n'avaient visé que des voltages inférieurs à 10.000 volts; de plus les câbles à un seul conducteur, à courant alternatif, n'avaient pas été étudiés.

Les progrès de l'industrie des câbles armés conduisirent bien-tôt à envisager l'emploi de câbles armés triphasés à 30.000 volts et par suite, ayant des épaisseurs d'isolant, entre fils, de 14 à 16 millimètres. L'emploi de câbles armés à courant alternatif à un seul conducteur se posait également pour permettre, par exemple, de prolonger une ligne triphasée à 50.000 volts jusque dans l'intérieur d'une ville, par trois câbles séparés. La Société Schückert et Siemens entreprit de nombreuses expériences à ce sujet en 1909. Le Dr Ing. Lichtenstein a publié dans l'*E.T.Z.* (1), comme suite à ces expériences, les tables de courants admissibles suivantes.

Sections en millim. carrés	46	25	35	50	70	95	120
Câbles à un seul conducteur avec 5 mill. d'isolant.	104	436	168	208	256	308	»
{ non armé armé	100	430	161	200	246	295	»
Câbles triphasés avec 17 mill. d'isolant.	»	82	400	420	450	475	205

Il est intéressant de comparer l'échauffement des câbles à un seul conducteur par le courant alternatif et par le courant continu.

Pour les câbles de 35 millimètres carrés à 700 volts, en courant continu, les expériences de l'Association des ingénieurs électriciens allemands donnaient comme courant admissible $I = 210$ ampères, correspondant à une élévation de température d'environ $25^\circ C$. Avec un courant alternatif de 210 ampères à 50 périodes, l'élévation de température devenait égale à 49° ; c'est-à-dire augmentait sensiblement de 50 %. Les pertes de puissances dans le câble étaient devenues deux fois plus fortes; mais la chaleur créée par les courants de Foucault dans l'armature se dissipait assez facilement.

Câbles à isolant formés de caoutchouc. — Cet isolant s'altère à partir de $50^\circ C$. On prendra $T \leqslant 15^\circ C$. Le courant admissible

(1) Dr Ing. Lichtenstein, *Elektrotechnische Zeitschrift*, avril 1909.

peut se déduire pour les câbles triphasés par exemple des formules :

$$I_s = \frac{7,5}{\sqrt{3}} \sqrt{15^\circ} \times S. \quad S \text{ en millimètres carrés.}$$

Accumulation de câbles dans une tranchée. — Lorsqu'il y a accumulation de câbles dans une tranchée, le sol s'échauffe un peu dans le voisinage des câbles, et le refroidissement peut être défectueux.

Dans les expériences faites par la Société Schuckert et Siemens plusieurs câbles à un seul conducteur de 35 millimètres carrés en cuivre avait été placés dans une tranchée, à 7 centimètres de distance d'armature à armature. En faisant passer un courant de 211 ampères dans un câble, l'élévation de température atteignait 38°5. En faisant passer ce même courant dans deux câbles voisins l'élévation de température atteignait 43°. En faisant passer le courant dans huit câbles, certaines élévarions de température atteignaient 18 à 20 % de majoration.

La Société des électriciens allemands, recommande lorsqu'il y a accumulation de câbles de ne prendre, comme courant admissible, que les trois quarts du courant indiqué dans les tables.

Les expériences précédentes justifient cette règle.

Câbles armés à l'air libre. — Les câbles armés sont à l'air libre dans les postes, quelquefois dans les traversées de ponts, etc. Le câble armé à l'air libre se refroidit beaucoup moins bien, que lorsqu'il est en contact avec la terre. Les élévarions de température peuvent être presque doublées. Il est prudent d'augmenter la section des câbles armés placés dans ces conditions.

Câbles armés employant un autre métal que le cuivre. — Si ρ' est la résistivité en microhms-centimètres de ce métal, le courant admissible I' pour une section s donnée, se déduira du courant admissible I donné par les tables précédentes pour les câbles en cuivre, analogues, de section s , par la formule $\frac{I'}{I} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho'}}$.

CHAPITRE III

ÉTUDE DÉTAILLÉE DE LA RÈGLE DE BON SERVICE

1. — Régularité du voltage

1^o EXIGENCES DE LA CLIENTÈLE

Nous nous rendrons compte des règles nécessaires à la bonne marche du service en examinant sommairement la clientèle d'une distribution électrique, et les récepteurs électriques qu'elle emploie.

Ces récepteurs sont très variés : lampes à incandescences, lampes à arc, pour la transformation de l'électricité en lumière ; moteurs asynchrones, moteurs synchrones, moteurs à collecteurs pour l'utilisation de la force ; transformateurs, commutatrices, etc. pour la transformation du courant électrique.

Tous ces récepteurs sont construits, en série, par des industriels qui ont adopté, pour faciliter la construction, des voltages types.

Sous ce voltage les récepteurs fournissent une lumière, ou une puissance donnée, et empruntent au réseau un courant, qui est déterminé, en grandeur et phase, par les diagrammes de tension et courant concernant chaque récepteur.

La tension moyenne d'alimentation (à bas voltage ou moyen voltage) du réseau de distribution doit être un de ces voltages types ; et, sa variation, en chaque point de la distribution, doit être assez faible pour n'apporter que des troubles peu importants dans la marche des récepteurs.

Lampes. — Les lampes électriques sont des récepteurs très sensibles aux variations de voltage. Les lampes à incandescence à filament de charbon, par exemple, sont détruites par une surten-

sion de 30 0/0 et des variations de 2 0/0, souvent répétées, produisent une impression désagréable.

Si la tension augmente, le courant pris par les lampes à incandescence augmente ; c'est l'inverse qui se produit si la tension diminue.

Moteurs. — Ces appareils sont assez robustes et peuvent supporter sans inconvénients pour leur conservation des variations de tension importantes.

Etudions l'effet d'une variation de voltage sur la marche des deux types de moteurs employés.

Moteurs asynchrones. — Considérons un moteur asynchrone développant sa pleine puissance normale. Si le voltage de la ligne vient à dépasser le voltage fixé pour le moteur, ce dernier prendra un courant plus faible que le courant normal, bien que le courant magnétisant soit accru. A de faibles charges, ce dernier effet pourra être prépondérant. Si le voltage de la distribution baisse au-dessous de la tension fixée, l'effet inverse se produit, le courant pris à pleine charge est plus grand que le courant normal.

La puissance maxima que peut développer le moteur est proportionnelle au carré du voltage. Si la puissance maxima possible, sous voltage normal, était de 150 0/0 de la puissance indiquée, une baisse de voltage de 15 0/0 réduira la puissance maxima possible à $\left(\frac{85}{100}\right)^2 \times 150 = 108\text{ }0/0$.

Il n'y a plus aucune marge pouvant permettre des fluctuations de charge instantanées : le moteur calera.

Moteurs synchrones. — Lorsque ces moteurs sont surchargés au delà d'une certaine limite, ils tombent hors du synchronisme : ils décrochent. La puissance qui provoque le décrochage d'un moteur synchrone donné, est proportionnelle au carré du voltage. On voit donc qu'une baisse de voltage peut provoquer le décrochage de moteurs synchrones marchant à pleine charge.

En général une baisse de voltage de 12 à 15 0/0 produit cet effet.

Si le moteur synchrone fait tourner une dynamo à courant continu, alimentant des tramways, il faudra enlever la charge en coupant les feeders à courant continu, refaire la mise en parallèle, remettre la charge : c'est un arrêt de 20 à 30 minutes pour le service des tramways.

En somme, on peut considérer qu'une baisse de voltage de 10 0/0 prolongée pendant quelques minutes, produit un trouble

très sensible dans toute l'exploitation de force : on peut comparer cette baisse de voltage à un demi-arrêt.

Une baisse de voltage de 3 à 4 % est désagréable (dans l'exploitation d'éclairage) elle a peu d'importance dans l'exploitation de force, si elle n'est que passagère.

2^e DESCRIPTION DES MOYENS EMPLOYÉS POUR RÉGLER LA TENSION DANS UN TRANSPORT DE FORCE

Examinons maintenant l'organisme d'un transport de force et les moyens employés pour obtenir la régularité du voltage.

Un transport de force peut comprendre :

Une usine hydro-électrique telle que U ;

Une ou plusieurs lignes de transport à très haute tension telles que A₁B₁, A₂B₂, avec ou sans branchements ($\alpha\beta$) ;

Des postes de transformation principaux B₁, B₂, contenant des transformateurs permettant de passer de la tension du réseau primaire à celle du réseau secondaire ;

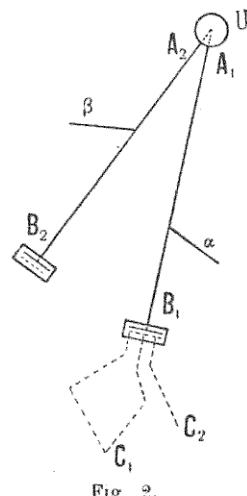
Des lignes secondaires B'₁C₁, B'₂C₂, etc. (à moyenne tension) alimentant des transformateurs de clients qui fournissent finalement un courant d'utilisation à bas voltage.

Le mécanisme du réglage du voltage est le suivant :

La vitesse des machines étant maintenue sensiblement constante, grâce aux régulateurs de vitesse des turbines, la tension à l'usine est réglée par la modification de l'excitation des alternateurs, de façon à maintenir aussi constant que possible le voltage primaire dans les postes de transformations principaux B₁ et B₂. Le réglage séparé pour chaque poste s'obtient en affectant au service de chacun d'eux des unités spéciales.

Le réglage de l'excitation se fait à la main, ou mieux automatiquement.

Il est naturellement nécessaire de connaître à l'usine à chaque instant le voltage primaire du poste de transformation. Ce résultat s'obtiendra facilement par la création dans l'usine d'un circuit



artificiel ayant sensiblement même diagramme de tension que le circuit usine-ligne.

Régulation des lignes de transport. Chutes relatives de voltage.

— Le réglage du voltage à l'usine n'est pas parfait :

Les variations rapides de la charge, influent d'une façon sensible, malgré le régulateur sur la vitesse des turbines.

Le réglage du voltage se fait en général, par un intermédiaire mécanique : il n'est donc pas instantané.

Le circuit artificiel donnant à l'usine le voltage primaire du poste de transformation n'a pas exactement le même diagramme de tension que le circuit usine-ligne.

Les courants fournis par les alternateurs réagissent sur le champ des inducteurs, de façon différente suivant qu'ils sont décalés en avant ou en arrière.

On voit donc que le voltage du poste de transformation aurait d'assez fortes variations, malgré les régulateurs de voltage, si on admettait une chute relative de tension trop élevée dans la ligne de transport.

On caractérise généralement une ligne de transport par sa *régulation*. On appelle « régulation d'une ligne », le rapport entre la différence de voltage à l'arrivée, pour la pleine charge non inductive et pour une charge nulle, et, le voltage pour la pleine charge (le voltage de l'usine restant le même).

Considérons une ligne de transport, où l'effet de capacité peut être négligé.

Soient E_0 la tension entre fils, à l'usine et E_t la tension entre fils à l'arrivée, lorsque la ligne transporte la pleine charge fixée. Pour un même voltage au départ E_0 , le voltage à vide et le voltage à pleine charge à l'arrivée seraient respectivement E_0 et E_t .

Donc si la charge n'est pas inductive $\frac{E_0 - E_t}{E_t}$ nous donnera la valeur de la régulation de la ligne.

$\frac{E_0 - E_t}{E_t}$ représente d'autre part la chute relative de tension de la ligne en charge.

Donc, dans les lignes à faible courant de capacité, la régulation est égale à la chute relative de tension de la ligne à pleine charge, en supposant cette charge non inductive.

Dans ces lignes, on prend la régulation de la ligne inférieure à 12 0/0. La chute relative de voltage, même pour une charge inductive, ne doit pas dépasser 14 0/0 pour un bon service.

Il est utile d'examiner la régulation de la ligne, et la chute rela-

ive de voltage. En effet, pour les lignes où l'inductance interviennent, on peut, à la rigueur, annuler la chute de tension dans la ligne en charge par l'emploi de moteurs synchrones surexcités. Malgré cette chute relative de tension faible ou même nulle, il est possible que le voltage ne soit pas toujours très régulier.

Considérons une ligne de transport dans laquelle le courant de capacité est important.

Prenons les tensions simples entre un fil et le fil neutre.

Soit \mathcal{U}_0 la tension simple au départ donnant lorsque la ligne transporte la pleine charge fixée, un voltage U_1 à l'arrivée.

A vide, si nous voulons avoir le même voltage U_1 , il faudra donner à l'usine un voltage U_0 sensiblement inférieur à U_1 .

Si nous maintenons la tension au départ \mathcal{U}_0 dans la ligne à vide, la tension à l'arrivée serait $\mathcal{U}_0 > \frac{U_1}{U_0}$.

Avec la pleine charge fixée non inductive la régulation de la ligne est :

$$\frac{\mathcal{U}_0 \times \frac{U_1}{U_0} - U_1}{U_0} = \frac{\mathcal{U}_0 - U_0}{U_0}$$

Pour ces lignes, on doit procéder également, à l'examen des chutes relatives de tension de la ligne à vide $\frac{U_1 - U_0}{U_1}$; et de la ligne transportant la pleine charge fixée $\frac{\mathcal{U}_0 - U_1}{U_1}$.

La chute relative de tension de la ligne à pleine charge doit toujours être inférieure à 12 0/0.

Pour la somme de ces chutes relatives $\frac{\mathcal{U}_0 - U_0}{U_1}$, les lignes existantes se maintiennent au-dessous de 15 à 16 0/0. Cette condition peut être assez difficile à satisfaire pour les très longues lignes à très haut voltage.

Lignes de transports avec dérivations en cours de route. — Si la ligne de transport a une ou plusieurs dérivations, les limites acceptées pour la régulation de la ligne doivent être réduites, et la variation de voltage, entre la pleine charge et la ligne à vide aux extrémités de ces dérivations, examinée avec soin.

4^e RÉGULATION DES LIGNES SECONDAIRES DE DISTRIBUTION

Le voltage de la ligne de distribution n'a pas en général de réglage spécial. Pour une clientèle particulièrement sensible aux variations de voltage, par exemple pour la clientèle d'éclairage, on adoptera des régulateurs de potentiel d'induction ; mais ces appareils sont coûteux et occasionnent des pertes de puissance ; on les évitera presque toujours, pour les lignes secondaires de force motrice.

La chute de tension chez un client, depuis le poste de transformation, se compose des chutes de tension dans les transformateurs du poste, dans la ligne secondaire, dans les transformateurs particuliers de son installation.

On fixe en général la chute relative maxima de tension dans la ligne secondaire entre 4 et 6 0/0.

Si l'on examine le maximum possible de variation de voltage chez un client dans une installation, ainsi conçue, on trouve un taux de variation assez élevé, mais cette variation maximum ne pourra se produire qu'en supposant l'arrêt simultané de toute la clientèle : cette éventualité n'est pas à envisager. Dans la réalité, avec une telle installation, les variations de voltage chez un client quelconque, dépassent rarement 3 0/0 en plus ou en moins du voltage normal.

Le calcul des lignes de distribution est d'ailleurs un peu plus aléatoire que celui des lignes de transport de force.

Si nous considérons une ligne transportant toute la puissance d'une usine A à un poste de transformation B, les deux facteurs, distance de transport et puissance à transporter sont parfaitement déterminés.

Pour la ligne de distribution joignant un quartier d'une ville par exemple à un poste de transformation, on ne connaîtra pas toujours parfaitement les puissances à desservir et leurs emplacements, car, en général, la clientèle (de détail tout au moins) ne sera obtenue qu'après la construction de la ligne.

Néanmoins, le projet des lignes secondaires est susceptible d'une étude relativement précise, mais souvent c'est un projet d'ordre commercial et pratique, autant qu'un projet d'ordre technique.

La modification en exploitation du réseau secondaire est d'ailleurs, toujours possible, et de pratique courante.

II. — Stabilité de marche en parallèle d'usines éloignées

Si on considère deux usines hydro-électriques U et U' , la croyance généralement répandue, est que la résistance du circuit extérieur UB_1U' a une grosse influence sur la stabilité de marche en parallèle de ces usines. Plusieurs règles empiriques ont été données ; ces règles ne sont pas vérifiées par l'expérience.

La stabilité de marche dépend surtout des conditions de marche des régulateurs des turbines, et des caractéristiques électriques des alternateurs.

La résistance et la self-induction du circuit extérieur ont une influence beaucoup moins grande, pratiquement, que les causes précédentes ; parce que les règles de sécurité et de régularité de voltage maintiennent ces quantités au-dessous des limites qu'il serait dangereux de dépasser au point de vue de la stabilité de marche.

Voici quelques exemples d'usines marchant en parallèle, bien que réunies par des circuits assez complexes :

Premier exemple. — Marche en parallèle d'un réseau à 50.000 volts avec un réseau à 30.000 volts ;

L'usine hydro-électrique A à trois unités de 3.000 K. V. A.

L'usine hydro-électrique B met en parallèle avec A une unité de 2.000 K. V. A.

Le circuit reliant les deux usines se compose d'une ligne en cuivre triphasée ($3 \times 63 \text{ m}^2$) à 50.000 volts de 65 kilomètres de longueur ; d'un poste de transformation $50.000/13.000 - 13.000/30.000$; d'une ligne à 30.000 volts en cuivre, triphasée ($3 \times 60 \text{ m}^2$) de 90 kilomètres de longueur.

Dans les premiers essais, la marche en parallèle était impossible.

Après avoir rendu les régulateurs de turbines de l'usine B plus paresseux (réglation de 7 0/0 au lieu de 5 0/0), la marche devint parfaitement stable.

Dans une autre installation, la stabilité fut obtenue en plaçant des amortisseurs Hulin et Leblanc sur les pièces polaires des alternateurs.

Deuxième exemple. — Marche en parallèle d'une usine hydro-électrique et d'une usine à vapeur.

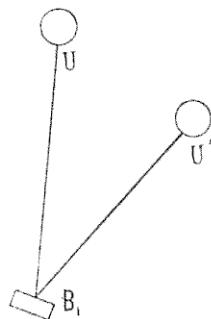


Fig. 3.

L'usine A marche bien en parallèle, avec une usine à vapeur C à turbines (une unité 3.000 K. V. A. de C et deux unités 3.000 K. V. A. de A).

La ligne reliant A et C comprend :

Une ligne de 50.000 volts en cuivre $3 \times 63 \text{ m}^2$ ayant 90 kilomètres de longueur ;

Un poste de transformation 50.000/13.000.

Une ligne secondaire souterraine de 8 kilomètres, à 13.000 volts.

Note. — La limitation des pertes à travers l'isolant, qui a été mentionnée, pour mémoire, dans la règle de « Bon Service » est en réalité une question d'ordre général. Nous l'étudierons dans le chapitre intitulé « Perditance ».

CHAPITRE IV

ÉTUDE DÉTAILLÉE DE LA RÈGLE D'ÉCONOMIE

I. —— Étude économique des lignes de transport.

Considérations générales

Si nous augmentons la section d'une ligne de transport nous augmentons le prix de revient total (T), et, par suite les charges annuelles totales de l'installation (C) se décomposant en amortissement, intérêts, dépréciation et frais d'exploitation.

D'autre part, cette augmentation de section diminue les pertes d'énergie. La puissance à distribuer à l'arrivée sera donc plus considérable, et, par suite les recettes annuelles totales (R) plus grandes.

La section préférable au point de vue financier, c'est-à-dire économique, est celle qui permettra de rémunérer le mieux le capital et qui rendra par suite maximum l'expression $\frac{R-C}{T}$. Cette section S_m nous sera donnée par l'équation :

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{R-C}{T} \right) = 0.$$

Toutefois, l'étude de la courbe $y = \frac{R-C}{T}$ sera souvent très utile, car

cette étude nous renseignera sur la variation de la fonction dans le voisinage de son minimum.

Si la courbe $y = \frac{R-C}{T}$ est aplatie, nous pourrons faire varier

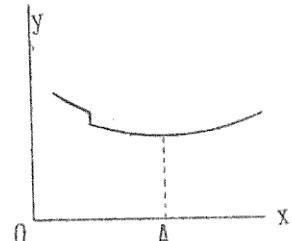


Fig. 4.

dans une certaine mesure la section au delà de $OA = Sm$ ou en deçà.

Si nous prenons une section plus faible, que $OA = Sm$, nous économisons sur le capital de premier établissement, ce qui, toutes choses égales d'ailleurs, est toujours désirable.

Si nous prenons une section plus forte nous aurons une puissance plus considérable à l'arrivée. Si les engagements de la société sont déjà considérables, l'élasticité ainsi obtenue pourra dans certains cas, être considéré comme plus avantageuse que la réduction du capital de premier établissement.

Si une société vend en gros la force qu'elle produit, le prix de vente de l'unité de force sera connu, et le problème de la section économique pourra être solutionné par l'étude de la courbe précédente.

Si la société vend au détail, le prix de vente moyen qu'elle obtiendra est inconnu : on se placera alors évidemment dans les meilleures conditions économiques en choisissant la section de la ligne de transport, de façon à rendre minimum le prix de revient annuel de l'unité de force, à l'arrivée de la ligne ou à la sortie du poste de transformation. Si nous appelons P la puissance à l'arrivée exprimée en kilowatts, le prix de revient du kilowatt est : $K = \frac{C}{P}$.

La section sera déterminée par l'équation : $\frac{d}{ds} \frac{C}{P} = 0$, ou mieux comme nous l'avons indiqué précédemment par l'examen de la courbe : $y = \frac{C}{P}$.

La substitution de la valeur de cette section économique dans les expressions du rendement du capital, ou du prix du kilowatt-an donnera une idée très utile des possibilités économiques de l'entreprise ; car souvent d'importants traités de fourniture de force sont conclus, dès que la société s'est assuré la propriété de la chute qu'elle doit utiliser.

En somme, la détermination économique, de la section d'une ligne de transport est une véritable étude économique de la distribution de force projetée, et, le problème est aussi varié que les conditions industrielles le sont elles-mêmes.

En 1881, lord Kelvin étudia au point de vue économique un cas très particulier des distributions d'énergie, et énonça la loi connue :

« Si dans un circuit vous faites circuler un courant d'intensité « donné, la section la plus économique est celle qui égale le prix

« de l'énergie perdue annuellement en chaleur à l'intérêt et amortissement de la partie du capital immobilisé proportionnelle à la section du conducteur. »

Cette forme séduisante a contribué souvent à faire croire que cette loi avait un caractère général. Cette généralisation est dangereuse, car elle conduit forcément à des résultats erronés.

Nous étudierons tout d'abord les lignes électriques de transport de force où il est possible de négliger la capacitance et la perdissance. L'étude que nous allons faire appliquée aux lignes, où la capacitance et la perdissance ne sont pas négligeables, donne d'ailleurs même dans ce cas, des renseignements qui limitent les tâtonnements.

II. — Étude de la détermination de la perte relative économique

1^o ÉTUDE DU PRIX DE REVIENT DU KILOWATT-AN

Considérons une entreprise de transport de force hydroélectrique.

Appelons :

l la distance de transport en kilomètres.

A le coût de l'installation hydroélectrique de l'usine, non compris la ligne de transport.

B le prix de la ligne (non compris les conducteurs), c'est-à-dire, coût de l'étude, du tracé, des autorisations, des supports, des ferrures, des isolateurs et du tirage des fils.

C le coût total des conducteurs.

D le coût de l'exploitation annuelle.

a le taux d'intérêt, amortissement et dépréciation du capital *C*.

b le taux d'intérêt, amortissement et dépréciation du capital (*A + B*).

P₀ la puissance au départ de l'usine exprimée en kilowatts.

P₁ la puissance à l'arrivée.

Prix du kilowatt-an. — Les charges annuelles sont représentées par la somme :

$$(A + B)b + aC + D.$$

Le prix du kilowatt-an à l'entrée du poste de transformation est donc :

$$(1) \quad K = \frac{(A + B)b + aC + D}{P_1}.$$

Si nous exprimons A, B, C, D et P en fonction des données du problème et de la section s des fils de ligne, l'équation $\frac{dK}{ds} = 0$ nous donnera la section la plus économique.

Il est souvent plus commode et plus instructif de substituer à la variable s une variable auxiliaire : la perte relative de puissance dans la ligne.

Cette perte relative peut être prise par rapport à la puissance à l'arrivée P_1 , ou, par rapport à la puissance au départ P_0 . Suivant le cas nous avons en désignant par X' et X ces pertes relatives :

$$(2) \quad X = \frac{P_0 - P_1}{P_0} \quad \text{et} \quad X' = \frac{P_0 - P_1}{P_1}.$$

On a donc : $\frac{1}{X} - \frac{1}{X'} = 1$.

Dans un premier avant-projet, A, B et D peuvent être considérés comme indépendants de la section ou de la variable auxiliaire.

Les équations (2) résultant des définitions, nous donnent :

$$(3) \quad P_1 = P_0(1 - X) \quad \text{ou} \quad P_0 = P_1(1 + X').$$

Le coût total des conducteurs C est donné par l'égalité :

$$(4) \quad C = n.d.p.l.s.$$

en désignant par :

- n le nombre des conducteurs;
- d la densité du métal;
- p le prix du kilo du métal employé en francs;
- l la longueur de la ligne en kilomètres;
- s la section de la ligne en millimètres carrés.

Lorsque les lignes peuvent se calculer en tenant compte seulement de la résistance et de l'inductance, la section (s) peut s'exprimer algébriquement en fonction de la perte relative (X ou X'). Cette expression dépend naturellement des données du problème.

1° Si les données du problème sont P_0 , E_0 , $\cos \varphi_0$ c'est-à-dire la puissance, le voltage et le décalage au départ, on a :

$$s = \frac{l.P_0 \cdot 10^4 \cdot \rho}{X E_0^2 \cos^2 \varphi_0}.$$

l étant toujours la longueur de ligne en kilomètres;

ρ la résistivité en microohms-centimètres du métal employé.

Les deux formules à employer dans l'expression de K seraient alors :

$$(5) \quad P_1 = P_0(1-X) \quad \text{et} \quad C = n.d.p.l. \frac{l.P_0.40^4.\rho}{X E_0^2 \cos^2 \varphi_0}.$$

Il vient alors :

$$K = \frac{(A+B)b + D + a.n.d.p.l. \frac{l.P_0.40^4.\rho}{X E_0^2 \cos^2 \varphi_0}}{P_0(1-X)} = \frac{M + \frac{aH}{X}}{P_0(1-X)}$$

En posant : $M = (A+B)b + D$

$$H = n.d.p.l. \times \frac{l.P_0.40^4.\rho}{E_0^2 \cos^2 \varphi_0}$$

L'équation $\frac{dK}{dX} = 0$ nous donne : $MX^2 + 2aHX - aH = 0$.

La perte relative économique par rapport à la puissance au départ est donc :

$$X = -\frac{aH}{M} + \sqrt{\frac{aH}{M} \left(1 + \frac{aH}{M}\right)}$$

2^e Si l'usine hydro-électrique distribue toute sa force par l'intermédiaire d'un seul poste de transformation, les données pourront être P_0 , E_1 , $\cos \varphi_1$, c'est-à-dire la puissance au départ, le voltage et le facteur de puissance à l'arrivée.

$$\text{On aurait alors : } S = \frac{l.P_0(1-X)^2.40^4.\rho}{X E_1^2 \cos^2 \varphi_1}$$

Les formules à employer dans l'expression de K sont :

$$P_1 = P_0(1-X) \quad C = n.d.p.l. \frac{l.P_0.(1-X)^2.40^4.\rho}{X E_1^2 \cos^2 \varphi_1}$$

Posant : $M = (A+B)b + D$

$$H' = n.d.p.l. \times \frac{l.P_0.40^4.\rho}{E_1^2 \cos^2 \varphi_1}$$

$$\text{on a : } K = \frac{M + \frac{aH'(1-X)^2}{X}}{P_0(1-X)}$$

L'équation $\frac{dK}{dX} = 0$ donne $(M - aH')X^2 + 2aH'X - aH' = 0$.

La perte relative économique par rapport à la puissance au départ est donc : $X = -\frac{aH'}{M - aH'} + \sqrt{\frac{aH'}{M - aH'} \left(1 + \frac{aH'}{M - aH'}\right)}$.

3^e Si, au contraire, il s'agit d'une puissante usine distribuant la

force dans plusieurs directions, on fixera dans chaque direction la puissance que l'on doit distribuer à l'arrivée, ainsi que le voltage primaire du poste de transformation, les données seront alors P_1 , E_1 , $\cos \varphi_1$.

Soient : A le prix total de l'usine.

D_1 le prix de l'exploitation de l'usine.

\mathcal{P} la puissance totale de l'usine.

X' la perte relative par rapport à la puissance à l'arrivée P_1 dans la ligne considérée.

$$\text{On a : } X' = \frac{P_0 - P_1}{P_1} \quad \text{d'où} \quad P_0 = P_1(1 + X').$$

Les charges annuelles provenant de l'usine pour la puissance P_0

$$\text{sont : } \frac{Ab + D_1}{\mathcal{P}} P_1(1 + X').$$

La section de la ligne est reliée à la perte relative X' par la for-

$$\text{mule : } S = \frac{l \cdot P_1 \cdot 10^4 \cdot \rho}{X'E_1^2 \cos^2 \varphi_1}.$$

Le coût des conducteurs est alors : $C = n.d.p.l \cdot \frac{l \cdot P_1 \cdot 10^4 \cdot \rho}{X'E_1^2 \cos^2 \varphi_1}$.

Le prix du kilowatt-an devient :

$$K = \frac{\frac{(Ab + D_1)}{\mathcal{P}} P_1(1 + X') + Bb + D_2 + \frac{aH''}{X'}}{P_1}$$

$$\text{en posant : } H'' = n.d.p.l \cdot \frac{l \cdot P_1 \cdot 10^4 \cdot \rho}{E_1^2 \cos^2 \varphi_1}$$

et désignant par D_2 le coût de l'exploitation de la ligne.

L'équation $\frac{dK}{dX'} = 0$ donne $X' = \sqrt{\frac{aH''}{\frac{(Ab + D_1)}{\mathcal{P}} P_1}}$ pour la valeur de

la perte relative économique prise par rapport à la puissance à l'arrivée.

Calcul exact. — L'hypothèse, qui consiste à supposer A, B et D indépendants de X, ne donne qu'une approximation assez faible, et, dans certains cas, peut conduire à des résultats franchement inexacts.

Nous allons examiner en détail les quantités A, B et D, ainsi que les valeurs des coefficients d'intérêt-amortissement a et b .

Pour simplifier, nous supposerons que *les données sont celles que nous avons examinées en premier lieu* E_0 , P_0 , $\cos \varphi_0$, c'est-à-dire la puissance, le voltage et le facteur de puissance au départ.

Si les données étaient différentes, les modifications qu'il sera nécessaire d'apporter aux équations sont fort simples comme nous venons de le voir.

A. *Coût de l'installation hydro-électrique.* — A comprend le coût de l'installation hydraulique (barrages, canal d'arrivée, conduites, canal de fuite, turbines), et l'installation électrique de l'usine (alternateurs, tableaux, transformateurs, services accessoires). Il comprend également les frais de formation de la Société, les frais d'études, les achats de terrains, s'il n'y a qu'une usine.

Il ne comprend pas le coût du poste de transformation à l'arrivée.

Si nous voulons étudier le prix du kilowatt-an à la sortie de ce poste, nous pourrons comprendre le coût de son installation dans A, mais la valeur de P puissance à l'arrivée devra être légèrement modifiée en tenant compte de la perte dans le poste de transformation. On aurait alors : $P' = P_0(1 - X)0,97$.

Ce coût du poste de transformation est d'ailleurs indépendant de la perte en ligne ; car les limites étroites entre lesquelles varie cette perte, ainsi que la nécessité de matériel de rechange, et, même d'une certaine élasticité de la puissance des transformateurs, font que l'établissement du poste est décidé sans tenir compte de la perte en ligne.

A ne dépend pas de X, mais dépend du voltage E_0 choisi.

B. *Coût de la ligne sans les conducteurs.* — B dépend de X et du voltage E_0 choisi. Les faibles pertes relatives conduiraient, en effet, à de fortes sections de lignes, qui exigeront des appuis plus solides et par suite plus coûteux.

On donne souvent pour la valeur de B une fonction de la forme $B = \gamma + \delta s$, s étant la section de la ligne, ou bien $B = \gamma + \frac{\delta'}{X}$. Mais les coefficients γ et δ' varient avec le voltage et avec l'emplacement de la ligne. On ne peut guère donner de formules générales qu'en négligeant les droits de passage, les déplacements de lignes télégraphiques ou téléphoniques, et, en supposant la ligne à peu près rectiligne, les supports équidistants, et le nombre de fils fixés à l'avance, quelle que soit la section.

En réalité, pour les lignes à moyenne tension qui sont construites

en fils solides et non en câbles, on adopte des lignes simples, doubles ou triples, suivant que la section est inférieure ou supérieure à 70 et 140 millimètres carrés ; il en résulte des variations brusques de la valeur de B .

Si nous représentons $B=f(X)$ par une courbe, cette courbe affecte alors un tracé en escalier et finit par devenir asymptote à OY (fig. 5).

Une fonction de la forme :

$$B = \gamma + \frac{\delta'}{X}$$

donne certainement une idée de sa forme générale, mais cette forme générale nous intéresse peu ; la seule partie de la courbe qui nous intéresse est comprise entre les abscisses 5 et 15 ; car les pertes relatives d'une ligne de transport de moyenne longueur sont généralement comprises entre ces limites. Si nous remplaçons dans cette partie la courbe par la droite $m.n.$; il nous suffira, dans un cas donné, de calculer le coût de la ligne, sans les fils, pour une perte relative de 5 0/0 et de 15 0/0.

La fonction B sera de la forme :

$$B = B_0(1 - \alpha X)$$

$$\text{on aura d'ailleurs : } \begin{aligned} B_{15} &= B_0(1 - \alpha \times 0,15) \\ B_5 &= B_0(1 - \alpha \times 0,05). \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } \alpha = \frac{B_5 - B_{15}}{0,45B_5 - 0,05B_{15}} \text{ et } B_0 = \frac{0,45B_5 - 0,05B_{15}}{0,40}$$

La fonction sera déterminée et l'erreur que nous ferons est admissible dans une première étude. Quelquefois même, lorsque le problème est simple, on suppose B constant dans une première étude ; on prend alors $B = B_{10}$, c'est-à-dire que le prix de la ligne sans les fils, est fixé d'après le coût d'une ligne donnant 10 0/0 de perte.

Le calcul de B_5 , B_{15} ou B_{10} , bien qu'assez laborieux, se fait facilement, car la perte relative admise, et, la puissance à transporter détermine la section. La force nécessaire aux supports en résulte. Le tracé fait connaître le nombre de supports de ligne droite et d'angle. Il suffit d'ajouter le coût des isolateurs, le prix de transport, d'implantation, de tirage des fils et le coût des droits de passage.

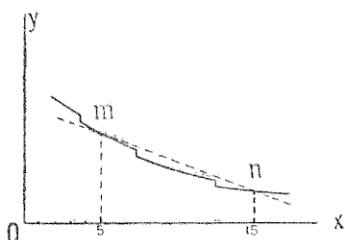


Fig. 5.

Détermination du voltage économique de la transmission. — De ce qui précède, il résulte que le prix du kilowatt-an K est une fonction de X et de E_0 . En réalité nous avons à chercher le minimum de $K = F(X, E_0)$.

Il est malheureusement fort difficile de trouver une formule exacte qui tienne compte de l'influence de la tension.

La progression du prix des appareils avec le voltage, varie, en effet d'une façon continue avec les progrès de l'industrie.

Toutefois, les limites entre lesquelles on peut choisir le voltage de la transmission, ne sont pas très étendues : le voltage économique pour transporter une puissance P à une distance l est presque déterminé par la pratique courante.

Pour les longues lignes transportant une puissance considérable, ce voltage économique coïncide avec le voltage critique donnant lieu au phénomène de « Couronne » c'est-à-dire produisant des pertes considérables au travers de l'air.

Pour une ligne transportant une puissance moyenne à une distance moyenne, on peut quelquefois hésiter entre deux voltages E_1 et E_2 . On cherchera, dans ce cas, les valeurs de X qui rendent minimum les fonctions $K = F(X, E_1)$; $K' = F(X, E_2)$ soient X_1 et X_2). Le voltage le plus économique sera celui qui correspond à la plus petite des valeurs $K_1 = F(X_1 E_1)$; ($K_2 = F(X_2 E_2)$).

Cette étude nécessite la connaissance du prix de tout le matériel qui peut être nécessaire à l'installation sous les voltages E_1 et E_2 ; aussi une telle étude ne peut-elle être faite qu'avec l'aide des catalogues complets des très grandes firmes. Nous reviendrons sur ce sujet.

2^e DÉCOMPOSITION DES CHARGES ANNUELLES. — DÉTERMINATION DES COEFFICIENTS D'INTÉRÊT-AMORTISSEMENT

Les charges annuelles sont égales à $(A + B)b + aC + D$.

La partie $(A + B)b + aC$ est souvent désignée sous le nom de *charges fixes*, et, la partie D sous le nom de *charges d'exploitation*. Le montant des charges annuelles, étant influencé, par la nature de la concession de chute d'eau faite à la société exploitante ; nous supposerons, pour fixer les idées que cette concession est de 60 années et qu'elle comporte l'obligation pour la société exploitante de remettre gratuitement à l'Etat, en fin de concession, toute son installation, sauf les lignes électriques.

Charges d'exploitation. — Nous comprendrons dans les charges d'exploitation :

1^o Tous les frais du personnel fixe.

2^o Tous les frais d'assurances (du personnel, des tiers, d'incendie).

3^o Tous les frais de marche normale : graisse, huiles, chiffons, matières premières pour les réparations courantes aux turbines alternateurs et lignes.

4^o *Les frais de vapeur*, nécessités, soit par les arrêts accidentels, soit par le défaut de puissance par manque d'eau, si l'usine a été établie avec un canal de dérivation prenant plus d'eau que la rivière n'en débite à l'étiage.

Il arrivera souvent dans ce dernier cas que les frais de vapeur dépendront de la perte relative consentie. Nous séparerons les frais de vapeur (V) pour pénurie d'eau et poserons $D = D' + V$.

Charges fixes. — Ces charges comprennent :

1^o *Les intérêts du capital employé.* Le taux d'intérêt généralement admis, dans un projet varie de 5 à 6 0/0.

2^o *Les amortissements du matériel* et des installations ou *amortissements-dépréciation*. Les installations hydro-électriques n'ont pas une durée indéfinie ; par exemple, si nous prenons une ligne à poteaux de bois imprégnés, pendant les premières années, les remplacements de poteaux nécessités par la pourriture de la base seront très rares ; au bout d'une dizaine d'années au contraire, les remplacements obligatoires deviennent très fréquents, et, en quinze ou vingt ans, tous les poteaux auront été remplacés. Il faut donc prévoir le versement, chaque année, à la réserve, d'annuités, qui placées à intérêts composés reproduisent au bout de quinze ans la somme nécessaire pour effectuer tous ces remplacements. Si B est le prix de la ligne sans les supports cette annuité sera :

$$B \times \frac{r}{(1+r)^n - 1}, \quad n \text{ étant égal à } 15 \text{ et } r \text{ désignant le taux de placement obtenu par la société soit } 3 \text{ ou } 4 \text{ } 0/0.$$

n varie naturellement avec la partie de l'installation considérée : on admet, en général, pour n les valeurs suivantes :

50 années pour les canaux, bâtiments, barrages.

30 à 40 années pour le cuivre des lignes aériennes (gros conducteurs).

25 années pour les pylônes métalliques, les réseaux souterrains.

20 années pour le matériel des usines : turbines, alternateurs, transformateurs.

15 années pour les poteaux de bois.

10 années pour les petits réseaux d'éclairage.

8 années pour les batteries d'accumulateurs.

Le tableau ci-dessous donne les taux d'amortissement correspondant à ces durées, pour divers taux de placement.

Durée en années	Taux d'amortissement avec des intérêts de :			
	3 0/0	3,5 0/0	4 0/0	5 0/0
50	0,9	0,8	0,7	0,5
40	1,33	1,18	1,05	0,83
30	2,1	1,94	1,78	1,54
25	2,74	2,57	2,40	2,1
20	3,72	3,54	3,36	3,0
15	5,4	5,2	5,00	4,63
10	8,72	8,52	8,33	7,95

Taux d'amortissement, dépréciation du capital (A + B). — Il est facile de déduire de ces tableaux, le taux d'amortissement-dépréciation d'une installation donnée à condition de connaître la répartition détaillée des dépenses d'installation.

Supposons pour simplifier que dans une installation hydro-électrique les dépenses se soient réparties, en ce qui concerne le capital (A + B), en cinq chapitres dans les proportions suivantes :

a	Organisation, achat de la chute, terrains.	22 0/0
b	Barrages, canal, usines, construction . . .	35 0/0
c	Equipement de l'usine	18 0/0
d	Lignes primaires et secondaires (sans le cuivre).	15 0/0
e	Intérêts durant la construction	10 0/0
		100 0/0 = A + B

Le tableau ci-dessous nous donnera le taux d'amortissement-dépréciation du capital A + B.

Désignation du chapitre	Durée admise en années	Taux d'amortissement par chapitre	Pourcentage du coût total	Charges annuelles en pourcentage de (A + B)
a	»	0	0,22	0
b	50	0,9	0,35	$0,9 \times 0,35 = 0,345$
c	20	3,72	0,48	$3,72 \times 0,48 = 0,67$
d	45	5,4	0,45	$5,4 \times 0,45 = 0,81$
e	»	0	0,40	0
				1,79%

Le taux d'amortissement-dépréciation du capital ($A + B$) serait 1,80%.

3^e Amortissement du capital. — Dans le cas particulier que nous signalons la société devant en fin de concession, livrer gratuitement à l'Etat, la totalité de son installation sauf les lignes électriques ; doit prévoir non seulement l'amortissement nécessaire au maintien de l'installation en parfait état de fonctionnement ; mais aussi le remboursement en fin de concession de la partie du capital emprunté qui n'est pas représenté par une installation restant la propriété de la société.

La durée de concession étant de 60 années le coefficient d'amortissement sera 0,61 et comme il ne s'applique qu'à $\frac{85}{400}$ du capital ($A + B$) on aura de ce fait un taux d'amortissement de $0,6 \times \frac{85}{400} = 0,52$ s'appliquant au capital ($A + B$).

4^e Taxe de désuétude. — Les perfectionnements de l'industrie électrique ont été rapides et ont obligé souvent à modifier une partie importante des installations, avant le terme fixé par l'usure normale. En somme, il faut distinguer entre la durée possible d'un appareil, avant qu'il soit hors de service, et la durée pendant laquelle cet appareil au double point de vue économique et du bon service est comparable avec les appareils de même nature que l'industrie peut livrer.

Sans insister sur tous les perfectionnements possibles (transformateurs de fréquence statiques, isolateurs, câbles armés à conducteurs séparés, etc.), il suffit de constater pour justifier la nécessité de cette taxe, ce fait bien connu, que tout le matériel qui existait il y a quinze ans dans les usines électriques, peut être considéré comme désuet et comme ayant peu de valeur.

La taxe de désuétude est généralement fixée entre 1 et 1,50 % de la valeur de ($A + B$).

5^e Impôts et taxes de concession. — Ces impôts et taxes de concession sont comptés tantôt dans les frais d'exploitation, tantôt dans les charges fixes. Dans nos projets nous compterons les impôts dans les charges fixes et les évaluerons en pour cent du capital ($A + B$). En France, ces impôts sont très élevés, on peut compter 10% du capital $A + B$.

Les taxes de concession n'existent pas lorsqu'il y a obligation de remettre les usines à l'Etat en fin de concession. Puisque nous avons admis cette hypothèse nous ne compterons pas de taxes de concession.

Récapitulation. — En résumé nous avons en pour cent :

1 ^o	Intérêts du capital	6
2 ^o	Amortissement-dépréciation . . .	1,8
3 ^o	Amortissement du capital	0,52
4 ^o	Taxe de désuétude.	1,5
5 ^o	Impôts.	1
		<hr/>
		10,82

Le taux d'intérêts-amortissements b pour le capital ($A + B$) atteindrait donc 11 0/0 environ dans l'exemple que nous venons d'étudier.

S'il s'agissait d'une usine nouvelle, à construire par une société existante ; le chapitre a : organisation, achat de la chute, terrains, aurait une importance relative moindre, et par suite le coefficient d'amortissement-dépréciation serait plus élevé. On prend souvent, dans ce cas $b = 12\ 0/0$.

Cette valeur ($b = 12\ 0/0$) peut s'appliquer, sans grande erreur, à un avant-projet. Pour un projet définitif, il sera bon de calculer b comme nous venons de l'indiquer.

Coefficient d'intérêt-amortissement du capital C (coût du cuivre). Nous n'avons à tenir compte ni des impôts, ni des taxes de désuétude, ni de l'amortissement du capital.

En ajoutant à l'intérêt du capital, le coefficient d'amortissement-dépréciation on trouve sensiblement $a = 8\ 0/0$. —

3^o DÉTERMINATION GRAPHIQUE ET ALGÉBRIQUE DE LA PERTE RELATIVE ÉCONOMIQUE

Nous avons :

$$(1) \quad K = \frac{(A + B)b + D + aC}{P}$$

P étant la puissance à l'arrivée.

La discontinuité de la fonction $Bb = f_1(X)$ montre qu'au point de vue de l'exactitude, l'étude graphique de la courbe $K = F(X)$ sera préférable pour la détermination de la perte relative économique, à la dérivation de la formule (1) par rapport à X . Cette étude nous permet de choisir parmi les pertes relatives acceptables, en nous mettant constamment sous les yeux, le capital dépensé, et, le prix de revient du kilowatt-an, elle nous permet d'éviter de faire une dépense exagérée, pour obtenir finalement une amélioration insignifiante du prix de revient du kilowatt-an.

Pour construire la courbe K par points, nous donnerons à X des valeurs successives et construiront les courbes :

$$Bb = f_1(X) \quad bA = f_2(X) \quad D = f_3(X) \quad aC = f_4(X) \quad P = f_5(X)$$

Faisant pour chaque valeur de X, la somme des ordonnées des courbes f_1, f_2, f_3, f_4 et divisant par l'ordonnée correspondante de la courbe f_5 nous aurons pour cette valeur de X le prix du kilowatt-an, c'est-à-dire l'ordonnée correspondante de la courbe $K = F(X)$.

Cette étude graphique est assez longue, aussi dans un avant-projet, préfère-t-on, souvent, substituer à l'étude graphique l'étude algébrique de la fonction K. Nous avons déjà étudié cette question en supposant B et D indépendants de X.

L'examen que nous venons de faire, des quantités A, B, C, D et P nous permet une approximation plus grande, dans l'étude algébrique.

Nous avons vu que :

A était indépendant de X,

B pouvait en première approximation se mettre sous la forme $B = B_0(1 - \alpha X)$.

$$C = n.d.p.l. \times \frac{l.P_0.10^4.\rho}{X E_0^2 \cos^2 \varphi_0} = \frac{H}{X}$$

$$P_0 = P(1 - X)$$

D peut être regardé comme constant si l'usine est complètement hydraulique, c'est-à-dire, si l'usine hydro-électrique peut débiter continuellement sa pleine puissance même en cas d'étiage ; sinon D peut être une fonction de X qu'il convient d'étudier.

III. — Cas des usines complètement hydrauliques

D'après ce qui précède, nous avons pour le prix du kilowatt-an en fonction de X :

$$K = \frac{Ab + B_0 b + D + \frac{aH}{X} - \alpha B_0 b X}{P_0(1 - X)} = \frac{M + \frac{aH}{X} - NX}{P_0(1 - X)}$$

en posant $Ab + B_0 b + D = M$ et $\alpha B_0 b = N$.

L'équation $\frac{dK}{dX} = 0$ donne : $(M - N)X^2 + 2aHX - aH = 0$

$$\text{d'où : } X = -\frac{aH}{M - N} + \sqrt{\frac{aH}{M - N} \left(1 + \frac{aH}{M - N} \right)}.$$

Cette valeur de X nous donne la perte en ligne la plus favorable. Si nous substituons dans la valeur de K nous aurons le prix de revient minimum du kilowatt-an, à l'entrée du poste de transformation.

1^o EXEMPLE NUMÉRIQUE. ÉTUDE ALGÉBRIQUE

Usine hydro-électrique à puissance constante. — Supposons que :

P = 10.000 kilowatts	$l = 120$ kilomètres.
A = 5.000.000 francs	$E_0 = 40.000$ volts
$B_{15} = 1.821.000$ francs	$\cos\varphi_0 = 0,80$
$B_s = 2.173.000$ francs	$\rho = 1,69$
D = 100.000 francs	
a = 0,08 (concernant le cuivre)	
b = 0,12.	

Valeurs de B_1 et de α :

$$\text{On a : } B = (1 - \alpha X) B_0$$

Des valeurs $B_{15} = B_0(1 - 0,15 \cdot X)$ et $B_s = B_0(1 - 0,05 \cdot X)$ nous tirons : $B_0 = 10(0,15 B_{15} - 0,05 B_s) = 2.350.000$ francs

$$\alpha = \frac{B_s - B_{15}}{0,45 B_s - 0,05 B_{15}} = 1,5.$$

$$\text{On a donc : } B = 2.350.000(1 - 1,5 X)$$

Valeurs de M :

$$\begin{aligned} M &= (A + B_0) b + D \\ M &= (7.350.000) 0,12 + 100.000 = 982.000 \text{ francs.} \end{aligned}$$

Valeur de aH :

$$\begin{aligned} aH &= aCX = a \cdot n \cdot d \cdot p \cdot l \times \frac{I P_0 40^4 \rho}{E_0^2 \cos^2 \varphi_0} \\ &= 0,08 \times 3 \times 8,9 \times 2 \times 120 \times \frac{120 \times 10.000 \times 40^4 \times 1,69}{40.000^2 \times 0,8^2} \\ aH &= 10.150. \end{aligned}$$

Valeur de N :

$$N = 1,5 \times b \times B_0 = 1,5 \times 0,12 \times 2.350.000 = 423.000.$$

Résultats :

$$X = \frac{4}{589}(-10,15 + \sqrt{10,15 \times 569}) = 0,118.$$

En substituant dans la valeur de K, on a $K = 114$ francs.

Le prix de revient minimum du kilowatt-an à l'arrivée de la ligne serait donc de 114 francs.

Cette installation a été prise comme exemple d'étude graphique, dans un article publié par M. l'ingénieur Semenza dans le *Bulletin de l'Association des ingénieurs électriques italiens*, en 1903 (1).

L'exemple se rapporte donc à une chute italienne dans la Lombardie.

Le prix de l'installation hydro-électrique (500 francs par kilowatt) est assez bas. En France il est en général plus élevé.

Le coût de l'exploitation (D) serait au moins à doubler en France ; les prises d'eau faites dans nos rivières torrentueuses sont en général d'un entretien plus coûteux que les prises d'eau faites dans les rivières sortant des grands lacs italiens. Cette valeur D se rapporte seulement à l'exploitation de la prise d'eau de l'usine, de la ligne.

La tension de 40.000 volts serait considérée, actuellement, comme un peu faible. En 1903 c'était la tension la plus élevée, en usage, dans les transports de force.

Le coût de la ligne (B_{15} , B_5 ou B_{10}) est assez élevé. Il se rapporte évidemment à une ligne construite avec des supports métalliques placés probablement à 60 mètres de distance.

2^e ÉTUDE GRAPHIQUE (2)

La figure 6 donne les courbes correspondantes à l'exemple précédent.

La courbe $bB = f_1(X)$ présente le tracé en escalier que nous avons indiqué.

La courbe $bA + D = f_2(X)$ est une droite parallèle à l'axe des X, puisque le coût de l'installation de l'usine ne dépend pas de la perte en ligne, et qu'il en est sensiblement de même du coût de l'exploitation.

La courbe $aC = f_3(X)$, donnant le prix du cuivre, a l'allure hyperbolique qu'indique la formule algébrique.

La courbe de puissance utile $P = f_4(X)$ est une droite inclinée vers les valeurs fortes de X. On a, en effet, $P = P_0(1 - X)$.

(1) J'ai toutefois modifié un peu les données. M. l'ingénieur Semenza considérait dans l'étude algébrique B comme constant et égal à 2.000.000.

(2) Semenza, *Atti della Associazione electrotechnica italiana*, vol. VII, fascicule 6, 23 janvier 1903.

La courbe des charges annuelles totales $[(A + B)b + D + aC]$ s'obtient en faisant la somme des ordonnées des courbes $f_1(X)$, $f_2(X)$, $f_3(X)$ pour une même valeur de X.

La courbe $K = F(X)$ donnant le prix de revient du kilowatt-an, à l'entrée du poste de transformation, s'obtient, en divisant, pour chaque valeur de X, l'ordonnée de la courbe des « charges annuelles totales » $(A + B)b + D + aC$ par l'ordonnée correspondante de la courbe $f_4 = P_0(1 - X)$.

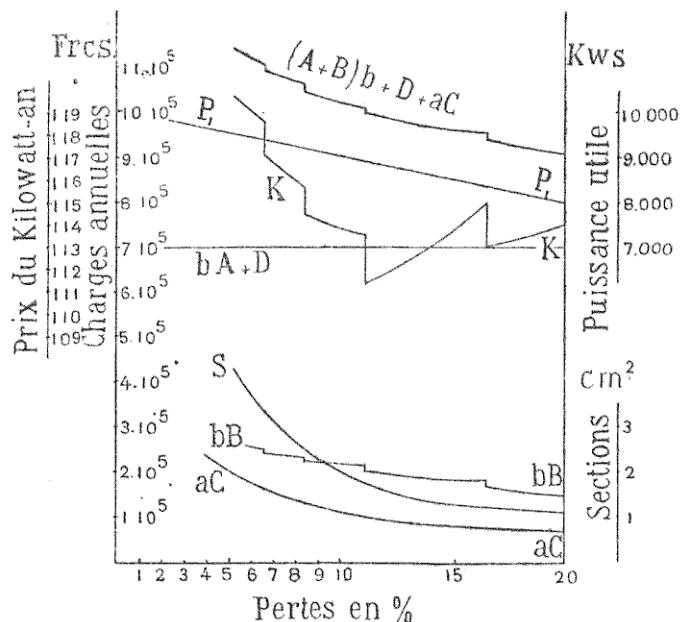


Fig. 6.

La figure 6 nous montre que la valeur économique de X est voisine de 0,11 et que si on s'écarte un peu de cette valeur, on obtient immédiatement des différences assez sensibles, surtout vers les valeurs faibles de X.

3^e ÉTUDE DE L'INFLUENCE DU COUT DU POSTE DE TRANSFORMATION

Considérons le même exemple que précédemment ; mais complétons l'installation par un poste de transformation.

Le prix du poste (bâtiments, appareillage et transformateurs) peut être évalué à 600.000 francs. L'exploitation annuelle du poste coûtera 25.000 francs par an.

En évaluant le rendement du poste, à pleine charge, à 0,97 ; on a pour le prix du kilowatt-an à la sortie :

$$K' = \frac{(A + B_0 + A')b + (D + D') + \frac{aH}{X} - \alpha B_1 b X}{0,97 \times P_0(1 - X)} = \frac{M' + \frac{aH}{X} - NX}{0,97 \times P_0(1 - X)}$$

$A' = 600.000$ francs et $D' = 25.000$ francs.

Les quantités A , B_0 , D , H , P_0 , a , b ayant les mêmes valeurs que dans l'exemple précédent.

Si nous cherchons la section économique par l'équation $\frac{dK'}{dX} = 0$, on a :

$$(M' - N)X^2 + 2aH.X - aH = 0 \quad \text{d'où :} \quad X = 0,117.$$

Nous obtenons donc la même section économique que dans le cas précédent.

Il est facile de se rendre compte qu'il doit en être ainsi. La courbe $K' = F_1(X)$ donnant les prix de revient du kilowatt-an à la sortie du poste peut se déduire de la courbe $K = F(X)$ donnant le prix de revient du kilowatt-an à l'entrée du poste, en effectuant successivement les deux opérations suivantes :

1^o Multiplier les ordonnées de la courbe K par $\frac{100}{97}$.

2^o Ajouter aux ordonnées ainsi modifiées la quantité :

$$\frac{A'b + D'}{0,97 \times P_0(1 - X)} = \frac{10}{1 - X}.$$

La quantité $\frac{10}{1 - X}$ varie de 10,75 à 12,5 lorsque X varie de 0,07 à 0,20.

Par conséquent la courbe de K' a même allure et presque exactement même minimum que la courbe K : on peut donc, dans l'étude de la section économique de la ligne de transport, étudier, à volonté, en général, le prix du kilowatt-an à l'entrée ou à la sortie du poste de transformation.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs respectives de K et K' pour diverses valeurs de X , d'après la courbe de la fig. 6.

Valeurs de X . .	0,07	0,08	0,09	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20
Valeurs de K (en entrée du poste).	446,7	445,8	444	443,8	444,8	443,7	443	443,9
Valeurs de K' (sortie du poste)	430,75	430	428,6	428,5	426,35	428,85	428,4	429,7

4^o INFLUENCE DE LA DISTANCE DE TRANSPORT

Supposons que, dans l'exemple que nous avons étudié en premier lieu, la distance de transport soit de 200 kilomètres, et admettons que le voltage de 40.000 volts soit maintenu.

La fonction B représentant le coût de la ligne sans les supports n'a plus la même forme ; elle devient $B' = B'_0 (1 - \alpha' X)$. Calculons la valeur de cette fonction pour les pertes relatives :

$$X'_1 = 0,10 \quad X'_2 = 0,20.$$

La formule $S = \frac{l \cdot P_0 \cdot 10^4 \cdot \rho}{X \cdot E_0^2 \cos^2 \varphi_0}$ nous montre que la section S à adopter pour la ligne de 200 kilomètres, avec une perte relative $X'_1 = 0,10$ sera la même que la section que nous aurions adoptée pour la ligne de 120 kilomètres avec une perte relative $X_1 = X'_1 \times \frac{120}{200} = 0,06$. De même, la section à adopter avec une perte de 20 % dans le cas présent, sera la même que celle adoptée dans le cas précédent, pour une perte de 12 %.

Nous avons donc :

$$(B')_{10} = 2.350.000 (1 - 1,5 \times 0,06) \times \frac{200}{120} = 3.700.000,$$

$$(B')_{20} = 2.350.000 (1 - 1,5 \times 0,12) \times \frac{200}{120} = 3.200.000.$$

Nous tirons de là comme précédemment :

$$B'_0 = 4.200.000 \quad \alpha' = 1,19.$$

La fonction B' est donc : $B' = 4.200.000 [1 - 1,19 X]$.

Cout des conducteurs. — La constante aH de la fonction $C = \frac{aH}{X}$ indiquant le coût des conducteurs, devient :

$$aH' = aH \times \frac{l'^2}{l^2} = 10.150 \times \frac{40.000}{14.400} = 28.190$$

aH est, en effet, proportionnel au carré de la longueur de ligne.

Le coût de l'exploitation D augmente. Si nous supposons que le tiers de l'exploitation se rapporte à la ligne, on a, en désignant par D' les nouveaux frais d'exploitation :

$$D' = \frac{2D}{3} + \frac{D}{3} \times \frac{200}{120} = 110.000 \text{ francs.}$$

Finalement il vient :

$$\begin{aligned} M' &= (A + B') b + D' = (5.000.000 + 4.200.000) 0,12 + 110.000 = \\ &= 1.214.000 \text{ francs.} \end{aligned}$$

$$aH' = 28.190.$$

$$N' = 1,19 \times 0,12 \times 4.200.000 = 600.000 \text{ environ.}$$

Nous tirons de ces valeurs $X = 0,17$, $K' = 158$ francs, soit une augmentation de 44 francs (1). Cette augmentation, un peu forte, tient surtout à ce que le voltage de 40.000 volts fixé est assez bas. En 1903, date de l'étude précédente, ce voltage était, comme nous l'avons dit, le plus élevé employé dans les transports de force.

Actuellement le voltage de 60.000 volts, serait probablement considéré comme le voltage le plus économique pour transporter une puissance de 10.000 kilowatts à 120 aussi bien qu'à 200 kilomètres. A partir d'une certaine distance de transport, le voltage économique concernant le transport d'une *puissance donnée*, varie assez peu.

Voici des résultats concernant un transport de force à 25 cycles de 10.000 kilowatts à 60.000 volts avec un facteur de puissance égal à l'unité. Le prix du kilowatt-an à la sortie du poste de transformation était :

Pour un transport de 100 kilomètres de longueur : 130 francs.			
— 200	—	151	francs.
— 300	—	184	francs.

Ce dernier prix devrait être majoré, car la perte économique assez forte, conduirait à une mauvaise régulation de voltage ; mais ce prix, ne comprenant pas la canalisation secondaire, est déjà prohibitif, au point de vue économique.

Comme le voltage de 60.000 volts est le *voltage économique* de transport de cette *puissance* à cette *distance* ; nous voyons que nous avons dépassé la *limite de transport économique de la puissance de 10.000 kilowatts*.

Une augmentation de la puissance transportée, diminue le prix unitaire de l'installation hydro-électrique, augmente le voltage économique, et, par suite, accroît la distance limite de transport au point de vue économique, d'une façon très marquée. Nous insisterons davantage sur ce sujet dans le dernier fascicule.

(1) Lorsqu'on calcule la perte économique algébriquement en employant pour le prix de la ligne, sans les fils, des formules approchées : $B = B_{10}$ ou bien $B = B_0 (1 - \alpha X)$, il est utile de vérifier que la formule admise convient à la perte économique trouvée. Ainsi dans le cas actuel, la formulé $B = B_{10}$ n'aurait pas convenue, car la perte économique trouvée diffère trop de 40 %.

3^e CALCUL ÉCONOMIQUE D'UNE LIGNE DE TRANSPORT LORSQUE LE PRIX
DE VENTE DE LA FORCE EST CONNU

Dans ce cas, il y a lieu d'étudier les bénéfices *relatifs*, possibles et de déterminer la section de façon à les rendre maximum. Ce cas peut se présenter lorsqu'une société vend sa force en gros à une autre entreprise.

Soit une implantation hydraulique de P_0 kilowatts au tableau de départ. Désignons par :

A le coût de l'installation hydraulique.

B le coût de la ligne sans les fils.

C le coût total des conducteurs.

p le prix de vente du kilowatt-an à l'arrivée à forfait.

D_1 les charges annuelles de l'entreprise, sauf en ce qui concerne le métal.

E les charges annuelles provenant du métal de la ligne.

P_1 la puissance en kilowatts à l'arrivée.

Le capital employé est : $A + B + C = S$.

Les bénéfices annuels sont : $pP_1 - D_1 - E = I$.

Les bénéfices, en pour cent, sont donc :

$$(1) \quad \frac{I}{S} = \frac{pP_1 - D_1 - E}{A + B + C}.$$

En se reportant aux notations des exemples précédents, nous avons :

$$E = aG = \frac{aH}{X} \quad P_1 = P_0(1 - X) \quad G = \frac{H}{X}.$$

$$D_1 = b[A + B_1(1 - \alpha X)] + D.$$

Remplaçant dans $\frac{I}{S}$ il vient :

$$(2) \quad \frac{I}{S} = \frac{-(pP_0 - \alpha B_1 b)X^2 + [pP_0 - b(A + B_1) - D]X - aH}{-\alpha B_1 X^2 + (A + B_1)X + H} \quad aH$$

L'équation $\frac{d}{dx}\left(\frac{I}{S}\right) = 0$ donne :

$$(3) \quad X^2[pP_0(A + B_1 - \alpha B_1) + \alpha B_1 D] + 2HX[pP_0 - \alpha(b - a)B_1] - H[pP_0 - (b - a)(A + B_1) - D] = 0$$

Si on admet dans une première étude que le prix de la ligne est constant et égal à B_1 l'équation se simplifie et devient :

$$(4) \quad X^2pP_0(A + B) + 2HpP_0X - H[pP_0 - (b - a)(A + B) - D] = 0$$

En appliquant l'équation (3) à l'exemple du transport à 40.000 volts étudié page 41 et supposant que toute la force est vendue à l'entrée du poste de transformation 120 francs le kilowatt-an, on trouve $X = 11,5\%$.

Etude graphique. — Comme précédemment il sera beaucoup plus exact de construire les courbes : $B = f_1(X)$ $C = f_2(X)$

$$A + B + C = f_3(X) = S \quad I = f_4(X)$$

Prenant le rapport des ordonnées respectives des courbes $f_4(X)$ et $f_3(X)$ on peut tracer la courbe $\frac{I}{S}$ dont le maximum donne la valeur de X la plus profitable.

La figure 7 résume ces constructions. Les courbes C et B ont toujours le même aspect.

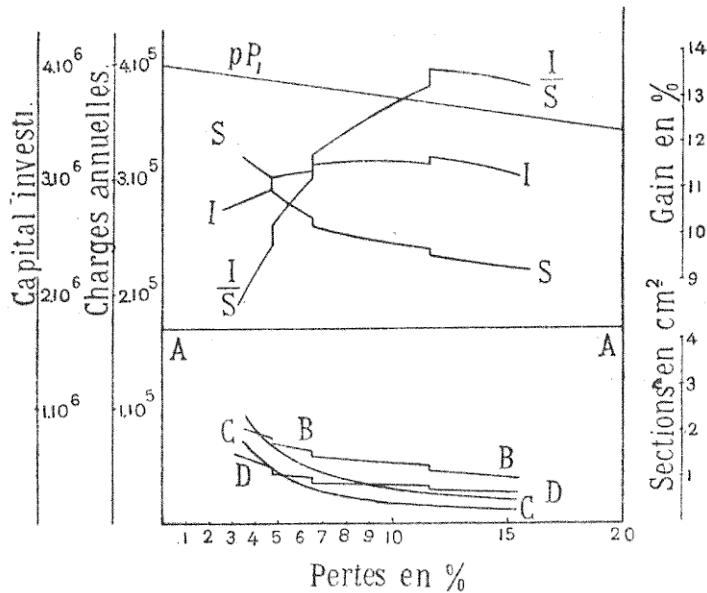


Fig. 7.

Cet exemple graphique se rapporte aux données suivantes :
Transport de 2.000 kilowatts à 50 kilomètres.

Le prix de vente est de 200 francs pour le kilowatt-an à l'arrivée.

La tension de transmission 20.000 volts.

Le facteur de puissance est égal à 0,80.

Le cuivre coûte 2 francs le kilogramme.

La valeur de A coût de l'installation hydro-électrique est de 1.700.000 francs.

Le coefficient d'intérêt-amortissement a été pris égal à 0,10.

(*Atti della Associazione electrotechnica Italiana*, Semenza, 23 janvier 1903).

IV. — Usines hydro-électriques incomplètement hydrauliques

Etudions le cas d'une usine hydro-électrique ayant un manque d'eau partiel d'assez longue durée.

Supposons que l'usine que nous avons étudiée, dans le premier exemple, ait sa puissance réduite de moitié pendant quatre mois (¹), et, cherchons dans cette hypothèse, la perte économique et le prix de revient minimum du kilowatt-an.

La société qui possède cette usine, a vendu la totalité de la force disponible, au moment où l'usine hydraulique marche à pleine charge, et, en cas de pénurie d'eau, elle met en marche une usine à vapeur de secours. Quelquefois elle se servira des machines à vapeur que possèdent ses clients principaux, sous réserve de leur rembourser leurs dépenses.

La Société touche naturellement le prix de la force fournie sur la base prévue pour une fourniture hydro-électrique.

Nous pouvons supposer deux cas :

1° L'usine à vapeur de complément est placée à l'usine génératrice, c'est-à-dire au départ ;

2° L'usine à vapeur est placée à côté du poste de transformation c'est-à-dire à l'arrivée de la ligne.

Le premier cas est assez rarement réalisable, car il est nécessaire pour qu'il le soit, que l'emplacement de l'usine hydraulique soit acceptable pour une usine à vapeur : il faut donc, que le charbon rendu à l'usine soit d'un prix peu élevé. La présence d'un cana-

(1) Le degré d'irrégularité hydraulique d'une usine, située dans les Alpes peut être facilement prévu, grâce aux travaux du service d'études des forces hydrauliques. Les publications de ce service donnent, en effet, depuis six ou sept ans, le débit journalier des rivières des Alpes. En retranchant les périodes où on peut déduire de l'étude de ces publications la courbe moyenne de débit d'eau dans le canal d'aménée pendant les diverses semaines de l'année.

Pendant sept mois, cette courbe se confondra, par exemple, avec la droite du débit maximum du canal, et, pendant cinq mois le débit sera inférieur, il aura manque d'eau.

On peut, sans inconvénients, rectifier la courbe des débits, et reporter comme nous l'avons fait, le manque d'eau sur trois ou quatre mois, en le régularisant.

navigable ou de mines de houille dans le voisinage de l'usine est donc indispensable.

1^e L'USINE À VAPEUR EST SITUÉE AUPRÈS DE L'USINE HYDROÉLECTRIQUE

L'usine ayant sa puissance réduite de moitié pendant 120 jours, nous devons prévoir une usine à vapeur d'une puissance $\frac{P_0}{2} = 5.000$ kilowatts. Son prix (bâtiments et machines) sera par exemple : $A' = 2.000.000$ francs.

Le coût de l'exploitation de l'usine à vapeur, comprenant : le salaire du personnel durant les trois mois de chômage, le prix du charbon et du graissage peut être évalué pour une usine à turbines entre 0 fr. 04 et 0 fr. 05 par kilowatt-heure. Admettons le prix de 0,04.

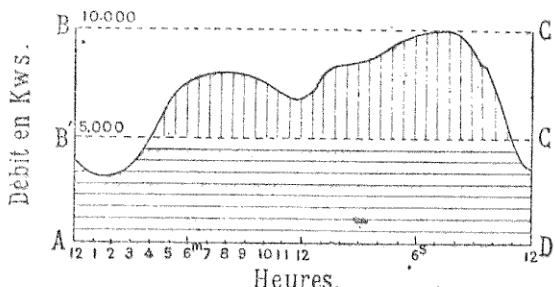


Fig. 8.

Cherchons le nombre de kilowatts-heure fournis par l'usine à vapeur ; la figure 8 représente la courbe de charge de l'usine pour une journée moyenne. En temps de pleines eaux, l'usine hydroélectrique fournit la totalité du nombre de kilowatts-heure nécessaires.

Par jour ce nombre est : $Q_1 = P_0 \times \psi \times 24$.

ψ étant le facteur de charge de l'usine, ψ est égal au rapport de la somme des aires de surfaces striées horizontalement et verticalement, à la surface du rectangle ABCD. Supposons $\psi = \frac{45}{24}$.

En temps de pénurie d'eau, l'usine hydraulique fournit naturellement la partie constante de la charge. Le nombre de kilowatts-heure fournis par elle, lorsque sa puissance est réduite de moitié est pour une journée : $Q_2 = \frac{P_0}{2} \times \psi' \times 24$. ψ' étant le facteur de charge de l'usine à ce moment. ψ' est égal au rapport de la surface striée horizontalement à la surface du rectangle AB'C'D. Donc ψ' est très voisin de l'unité.

Prenons $\psi' = \frac{20}{24}$. Le nombre de kilowatts-heure que l'usine à vapeur devra fournir est égal à $Q_1 - Q_2$, car le débit d'une grosse usine de transport de force est en moyenne assez constant. Remplaçons ψ et ψ' par leurs valeurs, et effectuons la différence. On a : $Q_1 - Q_2 = P_0 \times \frac{45}{24} \times 24 - \frac{P_0}{2} \times \frac{20}{24} \times 24 = 5P_0$ soit 50.000 kilowatts-heure par jour.

Le coût de l'exploitation de l'usine à vapeur pour 120 jours sera donc : $V = 5 \times P_0 \times 120 \times 0,04 = 240.000$ francs.

Le prix du kilowatt-an à l'entrée du poste de transformation devient :

$$K_2 = \frac{(A + A'' + B_0) b + D + V + \frac{aH}{X} - \alpha \cdot B_0 \cdot b \cdot X}{P_0(1 - X)} = \frac{M + \frac{aH}{X} - NX}{P_0(1 - X)}$$

Nous prendrons :

$b = 0,12$ même pour A'' .

$$M = (A + A'' + B_0) b + D + V = 982.000 + 480.000 = 1.462.000.$$

$$aH = 10.150.$$

$$N = 423.000.$$

De l'équation :

$$\frac{dK}{dX} = 0,$$

$$\text{on tire : } X = \frac{-aH}{M-N} + \sqrt{\frac{aH}{M-N} \left[1 + \frac{aH}{M-N} \right]} = 0,09.$$

Il est intéressant de comparer les courbes $K = F(X)$ du premier exemple lorsque l'usine est complètement hydraulique et la courbe $K_2 = F_2(X)$.

$$\text{On a : } K_2 - K = \frac{A'b + V}{P_0(1 - X)} = \frac{48}{1 - X}.$$

Cette fonction croît avec X , d'une façon sensible. La courbe $K_2 = F_2(X)$ paraîtra donc dérivée de la courbe $K = F(X)$ en abaissant cette dernière vers les valeurs faibles de X .

Le tableau suivant donne les valeurs de K et K_2 pour diverses valeurs de X . Les valeurs de K étant prises sur la courbe de la page 43 et les valeurs de K_2 déduites de ces valeurs de K en y ajoutant la différence $K_2 - K = \frac{48}{1 - X}$.

Valeurs de X . .	0,07	0,08	0,09	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20
Valeurs de K . .	146,7	145,8	144	143,8	141,8	143,7	143	143,9
Valeurs de $K_2 - K$	51,6	52,2	52,8	53,4	54,6	56,3	58	60
Valeurs de K_2 . .	198,3	198,0	196,8	197,2	196,4	197,0	197,4	197,9

Nous constatons la très importante augmentation du prix de revient du kilowatt-an.

Nous constatons également l'abaissement de la courbe vers les valeurs faibles de X. Ainsi les valeurs de K₂ pour X = 0,09 et X = 0,12 sont presque égales tandis que les valeurs de K diffèrent de près de deux francs.

Nous prendrions pour perte relative la valeur X = 0,09 car le relèvement de la courbe vers les valeurs fortes de X est très accentué.

En résumant nous pouvons dire que dans le cas d'usines hydro-électriques à étiages importants, si l'usine à vapeur de complément utilise la ligne, la perte relative économique devra être plus faible que la perte relative économique concernant l'usine complètement hydraulique. L'écart en général ne sera pas très important ; mais il serait très mauvais de faire des économies sur la ligne de transport.

Nous avons supposé un facteur de charge de toute l'installation égal à $\psi = \frac{15}{24}$. Ce facteur de charge est élevé, et ne se rencontre que dans des régions très industrielles.

Souvent, ce facteur s'abaissera dans des régions moyennement industrielles à $\frac{12}{24}$ ou même $\frac{10}{24}$; mais des facteurs de charges aussi bas peuvent être améliorés. La société de transport de force peut, en effet, utiliser ses excédents, à la charge de batterie d'accumulateurs de société d'éclairage ; de batteries tampon de sociétés de tramways ; de pompages d'eau pour irrigations, etc., etc., sans parler des usines de récupération. Le facteur adopté est donc parfaitement admissible : c'est le facteur de charge d'une grande installation de transport de force arrivé à son plein développement.

2^e L'USINE À VAPEUR EST SITUÉE À COTÉ DU POSTE D'ARRIVÉE

Dans le cas précédent le prix du kilowatt-heure (à vapeur) était en comprenant l'amortissement de l'usine : $\frac{480.000}{5 \times P_0 \times 420} = 0 \text{ fr. } 08.$

Nous pouvons supposer que, dans le cas actuel, la société de transport, ne construit pas d'usine à vapeur, et que les kilowatts-heure de complément sont fournis au poste d'arrivée, du côté de la basse tension, par les machines à vapeur des clients principaux de la société (entreprise d'éclairage ou de tramways). Les dépenses de production des kilowatts-heure de complément seront

remboursées à un prix forfaitaire convenu. Admettons le prix précédemment obtenu de 0 fr. 08.

Prix du kilowatt-heure à la sortie du poste de transformation. — Ce prix sera :

$$K'' = \frac{(A + A' + B_0)b + D + D' + \frac{aH}{X} - \alpha B_0 bX + V}{0,97 \times P_0 (1 - X)}$$

Les lettres A, A', B₀, D, D' ont les mêmes significations que dans l'exemple 1 (bis). (Etude de l'influence du coût du poste de transformation). V désigne les frais de vapeur nécessaires, pour compléter la puissance fournie, à la sortie du poste de transformation, à la valeur normale : $0,97 \times P_0 \times (1 - X)$, alors que la puissance de l'usine est réduite de moitié.

On a : V = n × 0 fr. 08

n étant le nombre de kilowatts-heure fournis à la vapeur pendant l'étiage de la rivière.

Pendant la période de pleines eaux, dans le canal de dérivation alimentant l'usine, le nombre de kilowatts-heure débités, chaque jour, à la sortie du poste de transformation, serait :

$$Q' = 0,97 \times P_0 (1 - X) \times 24 \times \psi.$$

ψ étant le facteur de charge à la sortie du poste. Ce facteur est un peu plus faible que le facteur de charge de l'usine à cause des pertes constantes dans les transformations, etc. Négligeant cette légère différence nous prendrons $\psi = \frac{45}{24}$.

En temps de pénurie d'eau, la puissance de l'usine est réduite de moitié : soit $\frac{P_0}{2}$. La perte dans la ligne est réduite au quart de sa valeur puisque le courant est réduit de moitié. La perte relative est donc réduite de moitié : elle devient $\frac{X}{2}$ pour la ligne à très haute tension.

Le rendement du poste de transformation devient 0,96 ; le rendement des transformateurs a peu diminué ; mais les services accessoires ont pris une importance relative plus grande.

Le facteur de charge de la fourniture hydraulique, compté à la sortie du poste est ψ' qui est un peu plus petit que $\frac{20}{24}$.

Nous prendrons $\psi' = \frac{20}{24}$.

Le nombre de kilowatts-heure débité par l'usine hydro-électrique est en les comptant à la sortie du poste de transformation :

$$Q_s = 0,96 \times \frac{P_0}{2} \left(1 - \frac{X}{2}\right) \times 24 \times \psi'.$$

On a donc pour les frais de vapeur la valeur :

$$\begin{aligned} V &= (Q_1 - Q_2) \times 120 \times 0,08 \\ &= (4,95 \times P_0 - 9,75 \times P_0 \times X) 9,6. \end{aligned}$$

Portant cette valeur de V dans l'expression de K'' et réunissant les termes indépendants de X , nous avons pour K'' la valeur :

$$K'' = \frac{M + \frac{aH}{X} - NX}{0,97 \times P_0 (1-X)}$$

avec $M = (A + B_0 + A')b + (D + D') + 9,6 \times 4,95 \times P_0 = 1.554.000$.

$$N = (\alpha B_0 b + 9,6 \times 9,75 P_0) = 1.359.000.$$

$$aH = 10.150.$$

L'équation $\frac{dK}{dX} = 0$, nous donne :

$$X = \frac{1}{495} [-10,15 + \sqrt{10,15 \times 205}] = 0,181, \text{ soit } 18,1 \text{ \%}$$

Substituant dans la valeur de K'' on trouve 170 francs, correspondant à peu près à une augmentation de 40 francs sur le prix du kilowatt-an (à la sortie du poste de transformation) dans une installation, ayant une usine pouvant fournir constamment le courant de pleine charge.

Comparons comme précédemment les courbes $K' = F_1(X)$ et $K'' = F_2(X)$, donnant le prix du kilowatt-an, à la sortie du poste de transformation dans le cas d'usines hydro-électriques parfaitement ou incomplètement hydrauliques.

$$\text{On a : } K'' - K' = \frac{V}{0,97 \times P_0 (1-X)} = \frac{(4,95 - 9,75 X) 9,6}{0,97 (1-X)}.$$

La courbe $K'' - K'$ est une hyperbole se confondant sensiblement avec une ligne droite dans la portion considérée (X variant de 0,05 à 0,20). Cette droite est très inclinée sur l'axe des X (fig. 9). La différence $K'' - K'$ décroît rapidement avec X . Par suite la courbe K'' semblera se déduire de la courbe K' par une translation parallèle et une rotation abaissant très nettement la courbe vers les valeurs fortes de X .

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de K' et K'' pour diverses valeurs de X .

Valeurs de X	0,07	0,08	0,09	0,10	0,12	0,15	0,17	0,20
Valeurs de K'	130,75	130	128,6	128,5	126,35	123,85	123,4	129,7
Valeurs de $K'' - K'$	46	45,3	44,6	43,9	42,6	40,6	39,2	37,2
Valeurs de K''	176,75	175,3	173,2	172,4	168,95	169,45	167,6	166,9

La figure 9 nous donne les courbes K' , $K'' - K'$, et K'' . La branche d'hyperbole ($K'' - K'$) se confond presque avec une droite. Nous voyons que la perte relative économique est d'environ 20 0/0. L'abaissement de la courbe vers les valeurs fortes de X conduit même à une sorte d'indétermination de la perte relative économique, dans les valeurs fortes de X.

L'accroissement du prix du kilowatt-an est d'environ 38 francs.

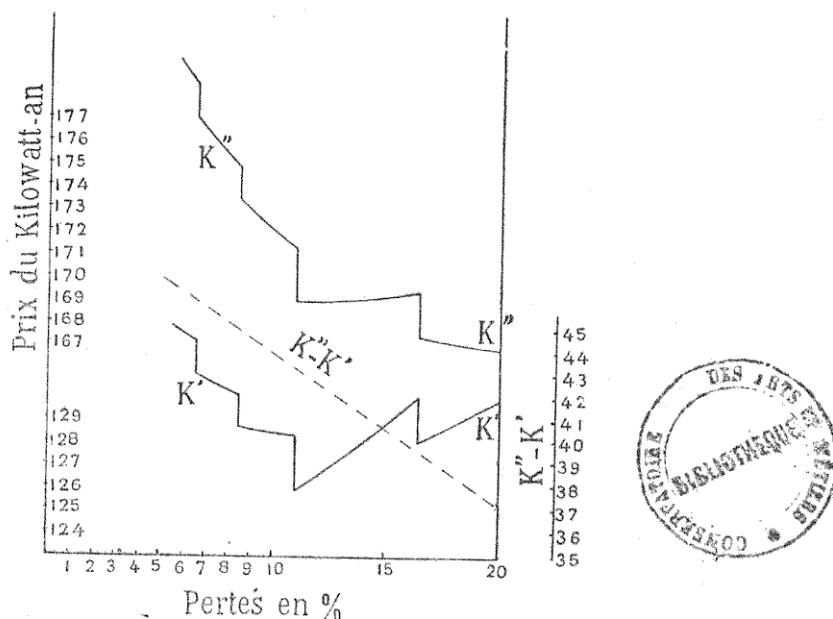


Fig. 9.

Nous voyons que, si l'usine à vapeur complémentaire est située auprès du poste d'arrivée, la perte relative économique est très sensiblement plus forte que celle trouvée en supposant la force produite complètement hydraulique.

La loi de Kelvin, dont l'application stricte conduirait en *grandeur*, a des résultats inexacts ; indique qualitativement les résultats que nous venons de trouver. Dans le premier cas, en effet, nous utilisons la ligne, d'une façon constante, avec un courant dont le prix de revient moyen est plus élevé que le prix de revient du courant d'origine exclusivement hydraulique. Dans le second cas, nous utilisons la ligne d'une façon intermittente.

Nous avons insisté sur l'étude de ces usines incomplètement hydrauliques, parce qu'elles sont nombreuses en France. Cet état

de choses tient en partie au régime administratif de concession de chutes d'eau; mais aussi, à ce fait, qu'un assez grand nombre d'usines d'électrochimie désaffectées ont été employées comme usines de transport de force. Or, une irrégularité hydraulique assez forte est parfaitement admissible pour l'usine d'électrochimie.

Cette usine peut, en effet, emmagasiner sa production, au moment des hautes eaux, presque sans frais.

Le capital immobilisé, par unité de puissance, dans ces entreprises, est relativement faible.

Les traités de vente de l'usine d'électrochimie sont, sans comparaison possible, beaucoup plus élastiques que les traités de fourniture d'énergie de l'usine de transport de force.

V. — Etude économique des longues lignes de transport à très hauts voltages ou des lignes de transport en câbles armés

Nous avons supposé que les pertes de puissance dans les lignes que nous venons d'étudier se composaient des pertes d'effet Joule du courant utile.

Pour les lignes à très haut voltage et de très grandes longueurs les effets de perditance et de capacitance ne sont plus négligeables. Il en est de même des lignes en câbles armés de 40 à 50 kil. de longueur.

Les pertes de la ligne sont composées alors :

1^o Des pertes d'effet Joule du courant utile, comme précédemment;

2^o Des pertes dues à la production du courant de perditance, s'il y a lieu;

3^o Des pertes d'effet Joule supplémentaires dues à la combinaison des courants de perditance et de capacité avec le courant utile.

Les pertes totales ne peuvent être déterminées exactement qu'en calculant la quantité :

$$W = P_0 - P_t = 3(\mathcal{U}_0 \beta_0 \cos \varphi_0 - U_t I_t \cos \varphi_t).$$

$\mathcal{U}_0, \beta_0 \cos \varphi_0$ désignant la tension simple, le courant et le facteur de puissance au départ.

$U_t I_t \cos \varphi_t$, les mêmes quantités à l'arrivée.

Comme il s'agit ici d'usines très puissantes, distribuant la force dans diverses directions, les données du problème sont en général U_1 , I_1 , $\cos \varphi_1$, ou bien P_1 , E_1 , $\cos \varphi_1$, c'est-à-dire la puissance, la tension composée et le facteur de puissance à l'arrivée.

La valeur du kilowatt-an à l'arrivée sera :

$$K = \frac{\frac{(Ab + D_1)}{\varphi} P_0 + Bb + D_2 + aC}{P_1}$$

φ désignant la puissance totale de l'usine.

$Ab + D_1$ les charges annuelles totales de l'usine.

B le prix de la ligne sans les fils.

D_2 le coût de l'exploitation de la ligne.

C le prix des conducteurs.

Nous sommes obligés, pour étudier la variation de la fonction K avec la section des fils, de recourir à une représentation par courbe. On peut prendre comme variable la section s ou mieux la variable auxiliaire $X' = \frac{I.P_1.10^4.\rho}{s.E_1^2 \cos^2 \varphi_1}$.

X' est alors le rapport de la perte par effet Joule du courant utile I_1 , *supposé seul à parcourir la ligne*, à la puissance P_1 à l'arrivée.

Pour construire par points la courbe $K = F(X')$, nous admettrons une perte relative du courant utile, supposé seul à parcourir la ligne X'_1 . Cette perte relative étant prise par rapport à P_1 , nous en déduisons la section par la formule :

$$S = \frac{I.P_1.10^4.\rho}{X'_1 E_1 \cos^2 \varphi_1}.$$

S'il s'agit d'une ligne aérienne à forte section et s'il y a lieu de penser que l'effet Kelvin peut intervenir, il sera nécessaire d'établir une relation par courbes ou tableaux entre la perte relative X'_1 et la section. Il en serait de même pour des câbles armés de fortes sections, avec cette différence qu'il y aurait eu plus à tenir compte des pertes additionnelles de courant de Foucault et d'hystérésis. Quoi qu'il en soit la formule précédente ou bien des tableaux, nous donneront la valeur s_1 de la section correspondant à X'_1 . L'écartement des fils étant déterminé par la valeur de E_1 , nous pourrons calculer les constantes de la ligne z_1 , w_1 , θ_1 , θ'_1 (impédance et admittance dirigées) correspondant à cette perte relative X'_1 .

La construction des diagrammes de tension et de courant est

alors possible ⁽¹⁾; cette construction nous permet de calculer $P_0 = (P_0)_1$. La connaissance de la section s_1 nous permet de déterminer le coût de la ligne sans les fils B_1 . — Ce calcul doit être fait avec précision, étant donné l'importance considérable de la ligne; il est donc assez laborieux pour les lignes aériennes. Pour les lignes souterraines, ce calcul est au contraire assez simple.

Le coût des conducteurs C_1 se calcule sans difficulté par la formule $C_1 = n.d.p.l. \frac{l.P_1 10^4 \rho}{X'_1 E_1^2 \cos^2 \varphi_1}$.

$A_b + D_1$ et D_2 restant sensiblement constants, si nous supposons une usine complètement hydraulique, on a :

$$K_1 = \frac{\frac{Ab + D_1}{\mathcal{P}} (P_0)_1 + B_1 b + D_2 + aC_1}{P_1}.$$

C'est le prix du kilowatt-an à l'entrée du poste de transformation. Ce prix correspondant à la perte relative fictive X'_1 est l'ordonnée du point de la courbe $K = F(X')$ ayant pour abscisse X'_1 .

La courbe K se trace ainsi sans difficulté. Son étude permet de choisir la perte fictive économique ou la section économique.

Pour des lignes aériennes de grandes longueurs, les courbes K ne présenteront plus des ressauts aussi nombreux. En effet, toutes les fois que la ligne est subdivisée, les pertes totales ($P_0 - P_1$) augmentent beaucoup. De plus, l'apparition possible du phénomène de « Couronne » oblige, également, à éviter la diminution du diamètre des conducteurs.

VI. — Etude économique des canalisations secondaires

Dans l'étude détaillée de la règle de « Bon service », nous avons indiqué que le calcul des canalisations secondaires présentait cette difficulté que les données (distance de transport et puissance à transmettre) n'étaient pas aussi nettement déterminées que celles d'une ligne de transport de force.

Indiquons, sommairement, comment on trouve approximativement les données du problème.

Lorsqu'il s'agit d'assurer la distribution de force motrice dans

(1) Voir le second fascicule.

une grande ville, les postes de transformation permettant de passer de la haute tension du transport (60.000 volts, par exemple), à la tension moyenne de distribution (soit 13.000 volts) ne pourront pas être placés très près du centre la ville ; ils seront situés, en général, à une distance de 5 à 6 kilomètres de cette partie de la ville. Une étude, basée d'abord sur les déclarations faites par les industriels au service des mines pour leurs appareils à vapeur, indique la répartition de la puissance qui peut être demandée dans les divers quartiers de la ville. Une sélection doit être faite, éliminant ou classant à part, les industriels utilisant pour leur industrie une quantité importante de vapeur d'eau. Ces industriels ont, en effet, moins d'avantages que d'autres à s'abonner au service électrique.

Le relevé sur le plan de la ville des abonnés possibles, montrera que l'industrie se localise dans certains quartiers, généralement dans ceux où les moyens de communication par eau et par chemins de fer sont les plus faciles ; ou bien dans ceux où les terrains sont d'un prix accessible.

Ayant porté sur le plan de la ville, les emplacements occupés par les industriels, et, les puissances qu'ils peuvent prendre ; on possède les renseignements nécessaires pour établir un projet d'ensemble du réseau en supposant toute la clientèle acquise. En effet nous connaissons approximativement les puissances qui seront consommées et leurs emplacements. Le voltage de la distribution est presque obligatoire. D'autre part, les facteurs de puissance des moteurs employés résultent de la puissance des moteurs et de la nature de l'industrie. A ce sujet il sera bon de prévoir, dès le début, la clientèle, qui peut employer des moteurs synchrones surexcités (¹).

On ne construira évidemment pas ce réseau immédiatement, on se contentera d'en construire les portions concordantes avec des demandes de force suffisamment importantes ; mais le projet d'ensemble doit être fait, toutes les fois que cela est possible.

Dans ce projet général, on doit tenir compte des points d'alimentation du secours à vapeur, souvent fourni par les clients principaux : Société d'éclairage, Société de tramways.

L'armature du réseau sera constitué par un faisceau de lignes ou de câbles partant des grands postes de transformation (A, B) et

(¹) Nous reviendrons sur cette question dans l'étude des données de la clientèle : « Puissances consommées, prix de revient, facteur de puissance, facteur de charge, facteur de diversité ».

aboutissant à plusieurs postes de sectionnements (M et N) situés autant que possible au centre de gravité des charges des quartiers à desservir, tout en tenant compte de l'emplacement des usines à vapeur de secours.

Ces câbles d'amenée du courant, desservent en cours de route une petite partie de la clientèle ; mais la plus grande partie est desservie par de petits réseaux secondaires $\alpha, \beta, \gamma - \alpha', \beta', \gamma'$, desservant des postes de transformation 13.000/440. Ces postes sont souvent situés chez les clients importants, et d'autrefois servent à alimenter un réseau à 440 volts, assurant le service des clients de faible ou moyenne importance.

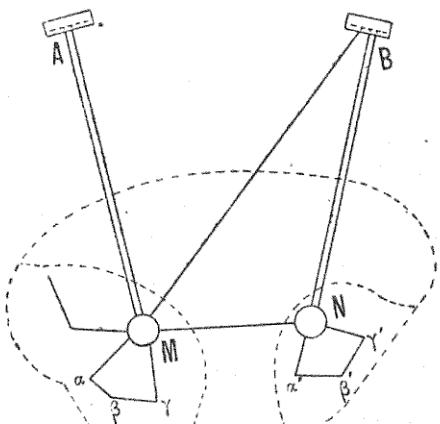


Fig. 40. — Schéma d'une distribution secondaire à 13.000 volts.

Si les lignes principales AN, AM, BM sont souterraines, elles seront souvent constituées par un nombre variable de câbles-unités égaux. Dans un grand réseau triphasé, on adoptera souvent comme câble-unité un câble de 3×100 millimètres carrés ou de 3×75 . Cette méthode simplifie les rechanges, diminue souvent un peu le prix de revient des câbles, et facilite la construction du réseau « par tranches ».

La ligne d'intercommunication MN est une ligne de secours. Le calcul économique des diverses lignes du réseau doit tenir compte de l'utilisation de ces lignes.

La ligne MN sera calculée de façon à coûter le moins cher possible : les règles de sécurité et de bon service détermineront presque toujours sa section.

Pour les lignes BN, AN, AM le problème se pose ainsi :

1^o LE PRIX DE VENTE DU KILOWATT-AN N'EST PAS CONNU

Etant donné une canalisation secondaire AN, de longueur l , joignant le poste de transformation A, au poste de sectionnement N, qui peut desservir une puissance égale à P_1 kilowatts; chercher la perte relative économique sachant que le facteur de puissance à l'arrivé est $\cos \varphi_1$ et que le voltage au départ de la ligne est E_0 .

Ces données P_1 , $\cos \varphi_1$, E_0 conduisent à des formules complexes pour l'expression de la section en fonction de la perte relative $x = \frac{P_0 - P_1}{P_1}$. Aussi, comme dans les réseaux secondaires la perte relative de voltage ne dépasse guère 4 à 5 % emploie-t-on le voltage moyen E . Ce voltage moyen est inférieur de 2 à 3 % à E_0 .

On a sensiblement : $S = \frac{l \cdot P_1 \cdot 10^4 \cdot \rho}{x E^2 \cos^2 \varphi_1}$, pour une ligne triphasée.

Le prix de revient du kilowatt-an au poste de sectionnement sera :

$$(1) \quad K = \frac{\pi P_1 (1 + x) + b'B + d + a'C}{P_1}.$$

On a d'ailleurs :

$$(2) \quad a'C = a' \cdot n.d.p.l. \times \frac{l \cdot P_1 \cdot 10^4 \cdot \rho}{x E^2 \cos^2 \varphi_1}.$$

B désignant le prix de la ligne sans les fils.

C le coût du cuivre.

D le prix d'exploitation de la ligne secondaire considérée.

a' le coefficient d'intérêt-amortissement du cuivre.

b' le coefficient d'intérêt-amortissement de la ligne non compris le cuivre.

π le prix du kilowatt-an à la sortie du poste de transformation.

$\pi = 128$ francs dans l'exemple étudié précédemment.

Si nous supposons B indépendant de x , ce qui est peu exact, on voit que la valeur de x qui rendra minimum K_s sera celle qui égale les quantités $\pi P_1 x$ et $a'C$.

On a donc :

$$(3) \quad x = \frac{l}{E \cos \varphi} \sqrt{\frac{a' \cdot n.d.p. \cdot 10^4 \cdot \rho}{\pi}}.$$

Cette formule qui suppose B indépendant de x , donne une approximation insuffisante.

Câbles armés. — Examinons le problème d'une autre façon, et, supposons que la canalisation soit formée par des câbles armés

Nous désignerons par :

B' le prix des tranchées et de la pose du câble.

C' le prix du câble armé.

a' le coefficient d'amortissement commun.

On a alors :

$$(4) \quad K_s = \frac{\pi P_4 (1 + x) + a' B' + D + a' C'}{P_1}.$$

La valeur de C' est donnée pour un voltage de distribution fixe par les catalogues de constructeurs. On trouve que :

$$(5) \quad C' = l (\gamma + \delta s)$$

s désignant la section d'un conducteur, en millimètres carrés.
On a pour une ligne triphasée :

$$s = \frac{l P_4 40^4 \cdot \rho}{x E^2 \cos^2 \varphi} \quad \text{donc} \quad C' = l \left(\gamma + \frac{\delta l P_4 40^4 \cdot \rho}{x E^2 \cos^2 \varphi} \right).$$

La valeur de x qui rend minimum l'expression de K_s est donnée

par l'équation $\pi P_4 x = \delta \cdot \frac{l^2 P_4 40^4 \cdot \rho}{x E^2 \cos^2 \varphi} > a'$,

d'où :

$$(6) \quad x_1 = \frac{l}{E \cos \varphi} \sqrt{\frac{a' \delta \cdot 40^4 \cdot \rho}{\pi}}.$$

L'équation est analogue à l'équation (3); mais δ remplace la quantité $n.d.p.$

Prenons un câble triphasé à 13.000 volts. Les catalogues des constructeurs et les aide-mémoires nous montrent que, si la section du câble dépasse 35 millimètres carrés, γ est compris entre 6.000 et 7.000 et δ entre 120 et 140.

Les catalogues ne donnent pas toujours la valeur de δ ; mais des indications de prix pour divers câbles à même voltage, il est facile de déduire la droite $y = \gamma + \delta s$, y étant en francs le prix par kilomètre. Les aide-mémoires donnent souvent la valeur de $\frac{\delta}{n}$. n étant le nombre conducteurs; $\frac{\delta}{n}$ varie entre 30 et 40.

Nous avons dit que δ remplaçait $n.d.p.$ Ce produit dans le cas actuel de conducteurs de cuivre à 2 francs a pour valeur :

$$3 \times 8,9 \times 2 = 53,4. \text{ Le rapport } \frac{x_1}{x} = \sqrt{\frac{420}{53,4}} = 1,5.$$

La perte relative donnée par l'équation (3) était beaucoup trop faible. L'équation (6) peut se transformer, de façon à faire apparaître la densité de courant par unité de section du conducteur.

En effet, pour une ligne *triphasée* nous aurions :

$$x = \frac{3I_p^2R}{EI\sqrt{3}\cos\varphi} = \frac{I}{S} \times \frac{40\rho l \sqrt{3}}{E \cos \varphi}.$$

D'où

$$(7) \quad \frac{I}{S} = \frac{x E \cos \varphi}{40 \rho l \sqrt{3}} = 10 \sqrt{\frac{a' \times \delta}{3 \times \pi \times \rho}}.$$

Cette densité de courant est une constante intéressante du réseau. On peut s'écartier légèrement du résultat indiqué par l'équation (7), car la fonction $K_s = F(x)$ est continue, et, par suite varie peu au voisinage du minimum.

Nous avons supposé que les lignes secondaires considérées étaient isolées les unes des autres, et, qu'elles n'avaient pas de branchement.

Considérons un réseau partant du poste de transformation et présentant de nombreux branchements. Désignons par le n° 1 la section AB, par le n° 2 la section BC, etc., et, affectons le courant, la section et la longueur, de l'indice correspondant au numéro de la section de ligne considérée. i_p , s_p , l_p désigneront le courant, la section et la longueur du p^{me} élément de ligne. Soit P_1 la puissance totale distribuée par ce réseau. Proposons-nous de déterminer la section de ces diverses canalisations par la condition que la perte relative soit fixée et égale à x_1 et que, d'autre part le poids de cuivre employé soit minimum.

Nous avons l'équation :

$$\Sigma_i^n (I_p^2 R_p) = x_1 P_1 \quad \text{ou} \quad (8) \quad \Sigma_i^n \left(I_p^2 \frac{40 \rho l_p}{40^3 \times s_p} \right) - x_1 P_1 = 0.$$

La quantité à rendre minima est :

$$\Sigma_i^n d_i l_p s_p.$$

La méthode de Lagrange nous montre qu'il suffit d'annuler les dérivées par rapport à s_1 , s_2 , ..., s_n considérées comme variable indépendantes, de l'expression :

$$A = \Sigma_i^n d_i l_p s_p + \lambda \left(\Sigma_i^n I_p^2 \frac{\rho l_p}{40^2 s_p} - x_1 P_1 \right).$$

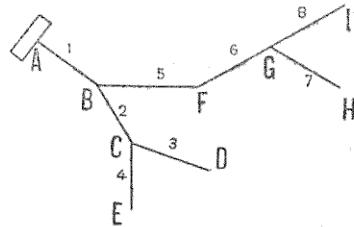


Fig. 14.

Les n équations ainsi trouvées et l'équation (8) détermineront s_1, s_2, \dots, s_n et λ .

Si nous supposons que les courants I_1, I_2, \dots, I_n sont indépendants des sections, ce qui n'est exact que pour des variations très restreintes de s_1, s_2, \dots, s_n ; on a n équations de la forme :

$$\frac{\delta A}{\delta s_p} = d \cdot l_p - \lambda \frac{I_p^2}{s_p^2} \cdot \rho \cdot \frac{l_p}{10^2} = 0.$$

D'où : $\frac{I_1}{s_1} = \frac{I_2}{s_2} = \dots = \frac{I_p}{s_p} = \dots = \frac{I_n}{s_n} = 10 \sqrt{\frac{d}{\rho \lambda}}$.

L'équation (8) donne d'ailleurs :

$$\sqrt{\lambda} = \frac{\sqrt{d \cdot \rho}}{40 \cdot x_1 P_1} \sum_i^n I_p l_p.$$

Dans un réseau pour distribution de force, la quantité de cuivre employée est minima, pour une perte de puissance prescrite, quand la densité de courant est la même dans toutes les canalisations. Cherchons à déterminer cette densité constante dans un réseau souterrain par la condition que le prix moyen du kilowatt-an à l'arrivée soit minimum.

Dans le cas d'un réseau triphasé distribuant une puissance totale P_1 à l'arrivée, le prix moyen du kilowatt-an est :

$$K = \frac{\left(P_1 + \frac{3}{40^3} \sum_i^n I_p^2 \frac{40 \cdot \rho \cdot l_p}{s_p} \right) \pi + D' + a' \sum_i^n (\gamma + \delta s_p) l_p + a' \sum_i^n \gamma'_p l_p}{P_1}.$$

π désignant le prix du kilowatt-an au départ du poste de transformation.

D' le coût de l'exploitation du réseau.

$\gamma + \delta s_p$ le coût du câble de section s_p par kilomètre.

γ'_p le coût des tranchées et de la pose par kilomètre de la p^{me} canalisation.

Nous supposons ce prix indépendant de s_p , mais dépendant de l'endroit où se fait la canalisation.

Posons $\frac{I_p}{s_p} = y$. On a également :

$$\frac{I_1}{s_1} = \frac{I_2}{s_2} = \dots = \frac{I_n}{s_n} = y.$$

Donc :

$$K = \frac{\left(P_1 + \frac{3 \cdot \rho}{40^3} \times y \times \sum_i^n I_p l_p \right) \pi + D' + a' \sum_i^n (\gamma + \gamma'_p) l_p + a' \frac{\partial}{y} \sum_i^n I_p l_p}{P_1}.$$

La valeur de y qui rendra K minimum est donnée par l'égalité :

$$\pi \times \frac{3\rho}{10^2} \times y \times \Sigma_i I_p l_p = \frac{a'\delta}{y} \Sigma_i I_p l_p.$$

$$\text{D'où : } y = \frac{I}{S} = 10 \sqrt{\frac{a'\delta}{3 \times \pi \times \rho}}.$$

Nous trouvons naturellement la même constante que précédemment. Nous avons supposé que l'amortissement était le même pour toutes les canalisations, que l'isolant et que le métal employé étaient les mêmes.

Exemple. — Prenons : $a' = 0,1$ $\delta = 130$ $\pi = 130$ francs $\rho = 1,6$. Ce sont les données qui correspondent à un réseau à 13.000 volts, souterrain, faisant suite à notre ligne de transport d'une usine complètement hydraulique. Il vient :

$$\frac{I}{S} = 10 \sqrt{\frac{0,1 \times 130}{130 \times 3 \times 1,6}} = 1 \text{ A. 43 par millimètre carré.}$$

Lignes aériennes. — Pour les lignes importantes il est difficile et, assez peu exact, d'adopter une formule algébrique générale tenant compte de la variation avec la section du prix total de la ligne. Pour de petites lignes on peut adopter des formules de la forme précédente. Le prix par kilomètre sera : $p = \gamma' + \delta' s$. Pour les lignes en bois de 10.000 à 15.000 volts δ' varie de 80 à 90, le cuivre tréfilé étant compté à 2 francs le kilo, et la ligne étant triphasée, donc : (9) $x_2 = \frac{l}{E \cos \varphi} \sqrt{\frac{a' \cdot \delta' \cdot 10^4 \cdot \rho}{\pi}}$.

Le rapport $\frac{x_2}{x}$ de cette perte relative à celle donnée par l'équation (3) serait : $\frac{x_2}{x} = \sqrt{\frac{80}{53}} = 1,23$.

Pour les lignes secondaires particulièrement importantes, si l'étude graphique paraît trop longue, on pourra opérer de la façon suivante :

L'équation (9) déterminera une première valeur de la perte relative (x_1), obtenue en donnant à δ' la valeur 80 par exemple. Soit $x_1 = 40/0$.

On calculera le prix de la ligne sans les fils avec une exactitude, pour des pertes de 3 0/0 et 6 0/0. On aura : B_3 et B_6 .

Supposant, entre ces limites, à la valeur de B une variation linéaire, nous avons :

$$B = B_1 (1 - \alpha x) \quad \text{avec } B_1 = 2B_3 - B_6 \quad \alpha = \frac{B_3 - B_6}{0,06 B_3 - 0,03 B_6}.$$

L'équation (1) devient :

$$(10) \quad K' = \frac{\pi P_1(1+x) + b'B_1(1-\alpha x) + D + a'C}{P_1}.$$

C étant toujours donné par l'équation (2).

L'expression qui rend minimum K_s est celle qui égale les quantités : $(\pi P_1 - b'\alpha B_1)x$ et $a'C$. On a donc :

$$(11) \quad x = \frac{l}{E \cos \varphi} \sqrt{\frac{a' \cdot n \cdot d \cdot p \cdot 10^4 \cdot \rho \cdot P_1}{\pi P_1 - b'B_1 \alpha}}.$$

La perte relative est plus forte que celle donnée par l'équation (3).

Si les lignes aériennes forment un réseau complexe, avec branchements, la démonstration faite pour les réseaux en câbles armés convient, en admettant que le prix total de chaque ligne peut se mettre sous la forme $\gamma' + \delta s$. La densité économique est alors, pour les lignes triphasées : $y' = 10 \sqrt{\frac{a' \delta'}{3 \cdot \pi \cdot \rho}}$.

2° LE PRIX DE VENTE DE LA FORCE EST CONNU

Il peut arriver que le prix de vente de la force à l'arrivée à l'un des postes de sectionnement soit connu. Soit p le prix de vente du kilowatt-an. Nous chercherons à rendre maximum l'expression M des bénéfices de la vente de P_1 kilowatts, rapportés au capital dépensé pour produire et amener cette puissance au poste de sectionnement. S'il s'agit de câbles armés nous désignerons par B' le prix de la tranchée et de la pose et par C' le prix du *câble armé* $C' = l(\gamma + \delta s)$, $s = \frac{l \cdot P_1 \cdot 10^4 \cdot \rho}{x E^2 \cos^2 \varphi}$. On a :

$$(12) \quad M = \frac{p P_1 - \pi P_1(1+x) - B' a' - D' - a' \left(l \gamma + l \delta \times \frac{l \cdot P_1 \cdot 10^4 \cdot \rho}{x E^2 \cos^2 \varphi} \right)}{\left(\frac{A + A' + B + C}{P} \right) P_1(1+x) + B' + l \gamma + l \delta \frac{l \cdot P_1 \cdot 10^4 \cdot \rho}{x E^2 \cos^2 \varphi}}.$$

$A + A' + B + C$ représentant le prix total de l'installation jusqu'à la sortie du poste de transformation. P la puissance totale du poste de transformation.

L'équation $\frac{dM}{dx} = 0$ nous donnera x .

Nous avons supposé que $P_1(1+x)$ était inférieur à la puissance du poste de transformation.

Si toute la puissance P_0 du poste est vendue, la mise en équation est un peu différente. En prenant comme données E_0 , P_0 , $\cos \varphi_0$ et posant $x_0 = \frac{P_0 - P_1}{P_0}$, on a :

$$(13) \quad M' = \frac{pP_0(1-x_0) - \pi P_0 - B'a' - D' - a' \left(l\gamma + l\delta \times \frac{l.P_0.10^4.\rho}{x_0 E_0^2 \cos^2 \varphi_0} \right)}{(A + A' + B + C) + B' + l\gamma + l\delta \times \frac{l.P_0.10^4.\rho}{x_0 E_0^2 \cos^2 \varphi_0}}.$$

L'équation $\frac{dM'}{dx_0} = 0$ nous donnera la perte relative économique.

On peut se demander si, les résultats trouvés, pour ces pertes relatives économiques, en supposant le prix de vente du kilowatt-an connu, sont très différents de ceux trouvés précédemment en cherchant à rendre minimum le prix du kilowatt-an. Si on discute algébriquement les formules, on peut trouver des différences assez sensibles en supposant les prix de vente très supérieurs au prix de revient ; mais, dans la pratique, le prix de vente diffère assez peu du prix de revient. Un prix de vente moyen très élevé suppose, en effet, une vente au détail, à une clientèle nombreuse, utilisant individuellement de faibles puissances : le réseau d'alimentation sera très coûteux ; le prix de revient, chez le client, sera donc très élevé.

Si l'on examine le prix de vente à la sortie du poste de sectionnement M , on voit que ce prix s'obtiendra en diminuant le prix de vente chez le client, des charges annuelles, par kilowatt, occasionnées par un réseau de distribution de détail, fort coûteux.

Par conséquent, les résultats diffèrent assez peu. En général, on calcule plutôt la section économique en cherchant à obtenir le prix de revient minimum pour le kilowatt-an.

3^e ÉTUDE DES PETITS RÉSEAUX À 13.000 VOLTS, DES POSTES DE TRANSFORMATION SECONDAIRES ET DES RÉSEAUX À 440 OU 220 VOLTS.

La densité de courant résultant de la perte relative admise, pour les câbles principaux, pourra servir de base, à une première étude des réseaux de petite amplitude α , β , γ , etc., partant des postes de sectionnement. L'étude se poursuivra en examinant à la fois les petits réseaux à 13.000 volts, les postes de transformations 13.000/400 volts et les réseaux à 440 volts.

Le nombre admis pour ces postes de transformation réagit, en effet, sur l'importance des canalisations à 440 volts, et, même, un peu sur le coût des canalisations à 13.000 volts.

Théoriquement, si nous traçons les courbes ayant pour ordonnées les prix de ces diverses installations (postes, réseau à 440 volts, réseau à 13.000 volts) et pour abscisses le nombre n de postes, en faisant la somme des ordonnées, correspondant à une même valeur

de n , de ces trois courbes ; nous obtiendrons la courbe du prix total dont le minimum nous donnera la valeur de n la plus favorable.

Pratiquement, on s'apercevra qu'il est très difficile d'acquérir des terrains de très petite superficie, à un endroit donné, dans une grande ville.

Dans l'étude détaillée de ces lignes secondaires, les règles de Sécurité et de Bon Service devront être constamment vérifiées, et, souvent, elles obligeront à adopter des sections plus fortes que celles indiquées par la règle d'économie.

On sera donc amené à négliger quelquefois cette règle ; mais cela ne devra pas dispenser de calculer le prix de revient du kilo-watt-an aux points importants de la distribution. La pré-détermination de ce prix de revient est indispensable au service commercial de l'entreprise.

Note. — Tous les calculs numériques donnés simplement, à titre d'exemple, ont été exécutés à l'aide de la règle à calcul.

CHAPITRE V

CALCUL DES LIGNES DE TRANSPORT ET DE DISTRIBUTION PAR COURANTS ALTERNATIFS

Conditions générales

Nous avons vu que ce calcul exigeait la connaissance des diagrammes de tension et de courant des lignes considérées.

Pour les lignes aériennes, l'aspect de ces diagrammes, exactement construits, est variable avec la longueur et le voltage de la ligne. Pour les lignes très longues et à très haut voltage, toutes les constantes de la ligne : résistance, inductance, capacitance, perditance, interviennent d'une façon fort nette.

Pour des lignes plus courtes, à *voltages plus bas*, on voit que les phénomènes de capacité et de pertes ont peu d'influence, et qu'on obtient presque exactement les mêmes vecteurs de courant et de tension en négligeant les constantes : capacitance et perditance. Si la ligne se raccourcit, l'inductance peut quelquefois être négligée.

Pour les câbles armés, on constate les mêmes différences, lorsque le voltage de la ligne varie ; mais les phénomènes de capacité prennent une importance considérable, et il n'est possible de les négliger que pour des lignes très courtes, à très bas voltages.

On calculera donc les lignes électriques, suivant les conditions, en tenant compte :

- 1^o Seulement de la résistance ;
- 2^o De la résistance et de l'inductance ;
- 3^o Des constantes précédentes et en outre de la capacité et de la perditance réparties.

La discussion des diagrammes et formules obtenues dans ce

dernier cas nous permettra de classer les lignes suivant ces catégories.

Nous sommes conduits à étudier les propriétés de constantes de la ligne : résistance, inductance, perditance, capacitance.

Cette étude sera basée sur des faits, sur des lois physiques : lois d'Ohm, de Kirchoff, de Lenz, etc. Les formules de calcul trouvées seront donc tout à fait indépendantes de la théorie de l'électricité admise.

Toutefois, les méthodes de calcul et les explications que nous donnerons utiliseront souvent une théorie particulière de l'électricité.

On sait qu'actuellement il n'existe pas de théorie absolument générale de l'électricité, et qu'on emploie trois théories :

1^o *La théorie des deux électricités.* — Cette théorie admet l'action à distance de deux substances particulières : l'électricité positive et négative. Presque tous les termes d'usage courant sont basés sur cette théorie. Elle est d'un emploi très avantageux dans l'explication des phénomènes de capacité.

2^o *La théorie de Maxwell*, due à Maxwell, Faraday, Hertz.

« Cette théorie nie l'action à distance, nie également l'existence de substances particulières, en dehors de l'éther lumineux. Les phénomènes électriques et magnétiques consistent essentiellement, d'après cette théorie, en des changements, tels que des déformations ou des perturbations qui ont lieu dans l'éther. Ces modifications engendrent des forces dont nous observons directement les effets » (1).

3^o *La théorie des électrons.* — C'est, au moins partiellement, une combinaison des deux théories précédentes ; mais alors que ces théories étaient basées sur des hypothèses, faites *a priori*, la théorie des électrons s'appuie sur des faits expérimentaux d'une valeur démonstrative indiscutable.

Dans le chapitre étudiant les propriétés de la *Résistance*, nous nous appuierons uniquement sur les lois physiques d'Ohm et de Kirchoff, aucune théorie particulière n'interviendra donc dans les explications.

Lorsque nous étudierons l'*Inductance*, les idées dirigeantes des calculs seront basées sur la théorie de Maxwell.

Dans l'étude de la *Capacitance*, les calculs et les explications seront basées sur la théorie des deux électricités.

Enfin, dans le chapitre consacré à la *Perditance*, nous exposons

(1) Chwolson, préface du *Traité de physique*, tome V.

rons d'abord les faits, et baserons les explications en premier lieu sur la théorie des deux électricités, en second lieu sur la théorie des ions et des électrons.

Phénomènes accessoires. Modifications des constantes précédentes.
— Les phénomènes dus aux causes précédentes (Résistance, Inductance, Capacitance, Perditance) ne sont pas les seuls qui entrent en jeu dans l'étude des lignes à courant alternatif.

Dans les câbles armés, des courants de Foucault sont créés dans l'enveloppe en plomb et dans l'armature en feuillard ; cette armature est de plus le siège de phénomènes magnétique d'hystérésis. Dans les lignes aériennes, lorsque le gradient de potentiel dans le voisinage du conducteur atteint la valeur limite de la résistance diélectrique de l'air, des pertes très fortes se produisent à travers l'air ; le conducteur devient lumineux ; c'est le phénomène de « couronne ».

Peut-on tenir compte de ces effets accessoires, en modifiant légèrement les constantes précédentes ? Nous verrons qu'en supposant l'existence des seules constantes précédentes, le vecteur de la chute de tension, dans un élément de ligne ayant l'unité de longueur, est la résultante d'une chute de tension rI en phase avec le courant et d'une chute de tension ωLI en avance de 90° sur le courant ; et que le vecteur donnant l'augmentation de courant dans cet élément de ligne est la composante de deux courants, l'un gU en phase avec la tension simple ; l'autre ωCU en avance de 90° sur cette tension. Toute force électromotrice nouvelle créée le long de la ligne, par une cause nouvelle, peut se décomposer en deux vecteurs, dont l'un est en phase avec le courant, et l'autre en avance de 90° ; de même tout courant créé peut se décomposer en deux vecteurs dont l'un est en phase avec la tension simple, et l'autre en avance de 90° .

Un raisonnement analogue conduit dans l'étude des machines électriques à élargir la définition de la résistance, de l'inductance, de la capacitance et de la perditance ; en basant ces définitions nouvelles sur les effets produits : on a ce qu'on appelle la *résistance effective*, *l'inductance effective*, etc. Dans l'étude des machines, on constate que par suite de l'influence du fer dans les circuits, la résistance effective, l'inductance effective, etc., ne sont plus des constantes et dépendent de la tension et du courant.

Dans l'étude des lignes aériennes, ces quantités sont presque toujours des constantes, et restent indépendantes du courant et de la tension.

Les phénomènes produits sont en effet continus, les circuits ne

contiennent pas de fer, ou bien son influence est négligeable. Dès lors les modifications de tension créées sont proportionnelles au courant, et les modifications de courant proportionnelles à la tension simple.

L'expérience et quelquefois la théorie, montrent qu'il est possible de tenir compte des phénomènes de Kelvin ou *Skin Effect* et des courants de Foucault en modifiant la résistance et l'inductance ; qu'il est possible de tenir compte des phénomènes d'hystérisis magnétique, par une augmentation de la résistance.

Au contraire, les phénomènes de couronne occasionnent un courant de perte qui n'est pas proportionnelle à la tension simple, si on voulait tenir compte de ce phénomène par une modification de la perditance, cette quantité dépendait de la tension. Comme ce phénomène limite le voltage des lignes de transport, et qu'on ne peut l'admettre sur une ligne aérienne que sur une très courte longueur on traitera spécialement ce cas lorsqu'il pourra se produire. Les valeurs effectives de la résistance de l'inductance, de la capacitance et de la perditance resteront donc des constantes : l'une des plus grandes difficultés rencontrées dans l'étude des machines disparaît ainsi.

CHAPITRE VI

RÉSISTANCE

I. — Valeur de la résistance d'un conducteur donné

1^o RÉSISTANCE. — Tous les corps s'échauffent par le passage du courant électrique, aux températures ordinaires : « la quantité de chaleur dégagée est proportionnelle au carré de l'intensité du courant, à la durée du passage du courant et à un coefficient R ». La loi que nous venons d'énoncer est la *loi de Joule*.

Le coefficient R est ce qu'on appelle la résistance du conducteur, qui est par suite définie par le rapport entre la quantité de chaleur dégagée et le produit du carré du courant, par la durée du passage, lorsqu'il s'agit de courant continu.

D'après la *loi d'Ohm*, la résistance occasionne une chute de tension égale à RI, en phase avec le courant. On peut, à la rigueur, appeler cette chute de tension une force contre-électromotrice d'effet Joule.

La résistance d'un conducteur est proportionnelle à sa longueur l , à un coefficient ρ dit de résistivité, et inversement proportionnelle à la section S. Ceci résulte d'expériences faites sur des conducteurs de sections, de longueurs et de nature différentes. On a donc $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$.

Dans les tables usuelles, cette résistivité (ρ) est donnée en microohms-centimètres, c'est-à-dire correspond à la résistance en microohms d'un cube de la substance ayant un centimètre de côté. C'est un coefficient de volume-résistivité.

De cette valeur de ρ , on peut déduire facilement la *résistance par kilomètre* (r) en ohms, d'un fil dont la section (S) est exprimée en millimètres carrés.

Nous avons en effet : $r = \rho \cdot \frac{l}{S} \cdot 10^{-6}$
lorsque l et S sont exprimés en centimètres.

Dans le cas examiné $l' = 1.000 \times 100 = 10^5$ centimètres.

$$S' = S \times 10^{-2} \text{ centimètres carrés.}$$

On a donc :

$$r = \rho \cdot 10^{-6} \times \frac{40^5}{S \times 10^{-2}} = \frac{40 \cdot \rho}{S}$$

La résistance kilométrique d'un fil plein en ohms est donc égale au quotient de dix fois le coefficient de résistivité par la section en millimètre carré.

Variation de la résistance avec la température. — La résistance varie avec la température suivant une loi analogue aux lois de dilatations.

$$\text{On a : } R_t = R_{t_0} [1 + \alpha_{t_0}(t - t_0)]$$

R_t étant la résistance à t° , R_{t_0} la résistance à la température initiale t_0 , α_{t_0} le coefficient de température pour la température t_0 .

Ce coefficient varie avec le métal employé et avec la température initiale choisie.

Ainsi pour le cuivre étalon ayant une résistivité $\rho = 1,593$ à 0° ,

$$\text{on a : } \alpha_0 = 0,00428 \quad \alpha_{15} = 0,00402 \quad \alpha_{20} = 0,00394$$

Pour le bronze télégraphique commercial ayant une conductibilité de 98 0/0 c'est-à-dire un coefficient de résistivité $\rho' = 1,64$

$$\text{on a : } \alpha_0 = 0,00418 \quad \alpha_{15} = 0,00394 \quad \alpha_{20} = 0,00386.$$

Pour les lignes électriques on adopte en général un coefficient de température moyen α . Le tableau A donne les valeurs de ρ et de α pour les métaux et alliages, employés dans les lignes de transport ou de distribution.

Tableau A

Métaux et alliages	ρ Résistivité à 0° en microohms-cent.	α Coefficient moyen de température	Densité
Aluminium commercial	2,9	0,00402	2,68
Bronze télégr. commercial	4,65 à 4,75	0,00389	8,9
Cuivre étalon	4,593	0,00402	8,89
Acier (fils)	9,9 à 15,8	0,00390	7,8
Fer (fils)	40 à 44	0,00420	7,8

Formules pour les avant-projets. — Pour l'étude des lignes électriques, on prendra la valeur de la résistivité du métal employé à 15° C.

Si la température du cuivre varie, dans le courant d'une année de — 10 à + 40 ; la variation maxima de température, en plus ou en moins, sera de 25°.

La valeur maxima de la variation relative de la résistance sera de $25 \times \alpha$ soit environ 10 0/0 en plus ou en moins. Si nous calculons une ligne électrique pour une perte relative de puissance de 5 0/0 à 15°, nous voyons que la perte relative réelle pourra varier, suivant la température, de 4,5 à 5,5 0/0.

Conducteurs en fils. — Pour le bronze commercial, on peut adopter pour les avant-projets la valeur $\rho_{15} = 1,74$ microhm-centimètre. Par suite la résistance kilométrique d'un fil de bronze commercial de section S (en millimètres carrés) sera $(r_c)_{15} = \frac{47,4}{S}$

Pour l'aluminium on aurait $(r_a)_{15} = \frac{30}{S}$.

Pour le fer $(r_f)_{15} = \frac{430}{S}$; mais cette dernière formule est rarement applicable, dans le cas de courants alternatifs, par suite de l'effet Kelvin.

Conducteurs câbles. — Ces formules ne concernent que les conducteurs pleins.

La résistance kilométrique d'un fil câblé est, en effet, plus grande que celle du conducteur plein, ayant comme section la somme des sections des torons. En effet, si le câble a une longueur d'un kilomètre, les torons élémentaires ont plus d'un kilomètre de longueur.

La résistance kilométrique du câble sera $r_{câble} = K \times r_p$.

r_p désignant la résistance kilométrique du fil plein de section équivalente. La valeur de K varie de 1,01 à 1,04.

On a quelquefois à calculer le diamètre du câble connaissant le diamètre d'un toron. On a $D = 3d$ ou $D = 5d$ ou $D = 7d$ selon qu'il s'agit de câbles à 7 torons ou à 19 torons ou 37 torons. En effet dans le premier cas 6 torons sont rangés autour d'un toron central, dans le second cas, il y a trois couches circulaires comprenant 1, 6 et 12 torons; dans le troisième cas, il y a quatre couches circulaires de 1, 6, 12, 18 torons. Quelquefois le toron central est en chanvre; ceci se présente surtout avec les câbles à 7 torons; naturellement il n'y a plus alors que 6 torons métalliques.

Le diamètre du conducteur plein équivalent comme section

s'obtient par l'équation $\frac{\pi D_p^2}{4} = 19\pi \frac{d^2}{4}$ pour un câble à 19 torons métalliques. On en déduit $D_p = d\sqrt{19} = \frac{D}{3}\sqrt{19} = D \times 0,871$.

Pour un câble à 7 torons métalliques on aurait de même $D_p = \frac{D}{3}\sqrt{7} = D \times 0,881$.

Enfin pour un câble à 37 torons métalliques $D_p = \frac{D}{7}\sqrt{37} = 0,87.D$

En pratique on peut admettre que le diamètre D d'un câble est égal au diamètre du fil plein équivalent D_p multiplié par 1,13.

Tableau des résistances. — Nous donnons ci-dessous un tableau donnant la section, le poids par kilomètre, et, la résistance kilométrique des fils de bronze commercial.

Les résistances données sont les résistances à 15° calculées par la formule $(r_c)_{15} = \frac{47,4}{S}$.

Diamètre en millimètres	Sections en millimètres carrés	Poids par kilomètre en kilogrammes	Résistance kilométrique en ohms à 15°C $(R_c)_{15} = \frac{47,4}{S}$
4,0	42,57	111,84	4,385
4,2	43,85	123,30	4,256
4,4	45,21	135,33	4,145
4,6	46,62	147,91	4,047
4,8	48,10	161,05	0,961
5,0	49,63	174,75	0,886
5,5	23,76	211,40	0,732
6,0	28,27	251,64	0,615
6,5	33,48	293,40	0,524
7,0	38,48	342,51	0,4325
7,5	44,18	393,20	0,3940
8,0	50,26	447,36	0,3463
8,5	56,73	505,04	0,3066
9,0	63,62	566,29	0,2735
9,5	70,88	630,90	0,2455
10,0	78,54	699,00	0,2245

II. — Corrections de la résistance ohmique. Résistance effective

Dans les lignes aériennes parcourues par un courant alternatif, il se produit des pertes d'énergie additionnelles par suite de l'effet Kelvin ou *Skin Effect*, lorsque les câbles de la ligne sont de très gros diamètres. Dans les câbles armés, les pertes additionnelles

peuvent être dues au *Skin Effect*, aux courants de Foucault dans le plomb et dans l'armature, à l'hystérésis magnétique.

Effet Kelvin ou Skin Effect.— Considérons un conducteur cylindrique de gros diamètre si on trace sur le papier les lignes de force de ce conducteur, pour une valeur instantanée du courant, puis pour une valeur instantanée plus petite ; en comparant les tracés successifs, on voit que les lignes de force semblent se rapprocher progressivement de l'axe du conducteur, lorsque la valeur instantanée du courant décroît, viennent mourir pour ainsi dire sur l'axe lorsque le courant s'annule ; et au contraire s'écartent de l'axe pour des valeurs croissantes du courant. Tout se passe comme si ces lignes étaient animées d'un véritable mouvement de pulsation, ayant la fréquence du courant.

Il en résulte que la self-induction des cylindres élémentaires constituant le conducteur, va en augmentant depuis la surface du conducteur jusqu'à l'axe ; car les lignes de force, qui pour I maximum, sont à l'intérieur du conducteur, ne coupent, dans leur mouvement, que les cylindres élémentaires qu'elles entourent. Un cylindre élémentaire de rayon ρ et d'épaisseur $d\rho$ est, donc coupé par un nombre de lignes de force d'autant plus petit que ρ est plus voisin de R . La densité de courant sera donc plus considérable dans le voisinage de la surface, qu'au centre du conducteur.

Nous verrons plus loin théoriquement, pour les câbles cylindriques, qu'il est possible de tenir compte de ce phénomène par une augmentation de la résistance et de l'inductance.

Avec des câbles de diamètres tels que l'effet Kelvin est important, la résistance kilométrique pour le courant alternatif ne sera plus r , mais αr . α varie avec la fréquence.

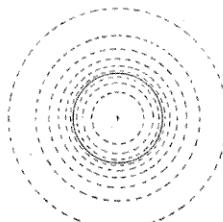


Fig. 42.

Diamètre du conducteur en millimètres	Valeur de α pour des fréquences de :			
	25	33	40	50
25	1,020	1,038	1,052	1,080
19	1,007	1,014	1,016	1,028
12,5	1,002	1,005	1,006	1,007
11,5		1,003	1,005	1,005
10,5		1,004	1,002	1,002

La table précédente (d'après Foster) donne la valeur de α pour

des fréquences usuelles, dans le cas de conducteurs cylindriques de diamètres inférieurs à 25 millimètres, constitués par un métal non magnétique. Ces valeurs sont calculées d'après les formules de Maxwell.

Pour des conducteurs, non magnétiques, de formes irrégulières, l'expérience seule donne la valeur du facteur α .

Conducteurs en fer. — L'effet Kelvin devient très important. La résistance de rails alimentés par du courant à 50 périodes est près de huit fois plus forte que la résistance de ces rails, mesurée en courant continu. Le courant alternatif passe presque tout entier dans une très faible épaisseur du métal à la surface du conducteur. La résistance, pour un courant alternatif à n périodes est sensiblement égale à la résistance ohmique ordinaire d'une couche extérieure du conducteur ayant une épaisseur, en millimètres

$$\delta = 58 \times \sqrt{\frac{\rho}{\mu \times n}},$$

ρ étant la résistivité en microhms-centimètres et μ la perméabilité.

Cette formule approchée donne un minimum de δ , les quantités ρ et μ varient sensiblement suivant la nature du métal adopté.

Si nous prenons $\rho = 1,6$, $\mu = 500$ pour $n = 50$ on a $\delta_{50} = 1 \text{ m. } 46$ et pour $n = 25$ $\delta_{25} = 2 \text{ mm. } 08$.

Câbles armés. — 1° Câbles armés comprenant plusieurs conducteurs parcourus par des courants dont la somme des valeurs instantanées est nulle.

Dans un rapport présenté au Congrès international d'électricité de Turin, le docteur Ing Lichtenstein a donné les résultats d'expériences faites par la Société Siemens et Schückert, en vue de déterminer les pertes d'énergie, additionnelles dans les câbles à haute tension alimentés par du courant alternatif monophasé ou triphasé, les pertes additionnelles sont dues à l'effet Kelvin, aux courants de Foucault dans le plomb et l'armature, à l'hystérésis magnétique de l'armature.

Ces expériences furent faites sur des câbles de courte longueur, de façon à éliminer les effets de capacité. On mesura la tension, le courant et la puissance consommée dans le câble.*

La résistance effective définie par le rapport : $\frac{\text{puissance consommée}}{(\text{courant})^2}$ fut trouvée constante et indépendante du courant.

En expérimentant sur un câble triphasé de 3×310 millimètres carrés dont les conducteurs étaient en forme de secteurs, et qui était alimentée par du courant triphasé à 50 cycles, sous le voltage

de 720 volts ; on trouva que le rapport de la résistance effective du câble à la résistance en courant continu était égal à :

1,185 pour le câble muni d'une enveloppe en plomb et d'une armature en feuillard.

1,106 pour le câble muni seulement d'une enveloppe en plomb.

1,08 pour le câble sans armature, ni plomb.

On en conclut que l'effet Kelvin augmente la résistance de 8 0/0, que les courants de Foucault dans le plomb l'augmentent de 2,6 0/0 et que l'hystérésis et les courants de Foucault dans l'armature l'augmentent de 8 0/0.

Cette augmentation totale de résistance dépend de la fréquence, et, un certain nombre d'expériences semblent démontrer que cette augmentation est proportionnelle au carré de la fréquence.

Si les conducteurs métalliques constituant les câbles sont de diamètres moyens, l'augmentation de résistance due à l'effet Kelvin disparaîtra, et, les augmentations dues aux courants de Foucault et à l'hystérésis magnétique diminueront sensiblement.

M. Whitehead trouvait, en effet, pour des câbles armés constitués avec des conducteurs de petit diamètre, une augmentation de la résistance à 60 cycles de 6 0/0 (Proceedings, juin 1909).

Câbles armés à un seul conducteur. — Il n'y a plus dans ce cas de compensation des champs magnétiques.

Le rapport de la résistance effective à la résistance mesurée en courant continu fut trouvée égale à 1,6 à 25 cycles et à 2 à 60 cycles. Dans ce cas la résistance effective n'était pas complètement indépendante de la valeur du courant ; elle augmentait lorsque le courant augmentait.

En substituant à l'armature en fer, une armature en fils de cuivre, le rapport de la résistance efficace à la résistance en courant continu devient voisin de l'unité, si les conducteurs du câble ne sont pas sujets à l'effet Kelvin.

On s'occupe actuellement de ces câbles armés à un seul conducteur, car ils permettent de prolonger jusqu'au centre d'une ville une ligne aérienne triphasée à 50.000 ou 60.000 volts. En employant trois câbles séparés, même avec armature en fer, on aurait une solution qui serait acceptable, si la distance n'est pas trop grande. Les chemins de fer de Dessau-Bitterfeld ont utilisé ce procédé, en employant toutefois des câbles asphaltés.

CHAPITRE VII

CALCUL DES LIGNES EN TENANT COMPTE SEULEMENT DE LA RÉSISTANCE

I. Calculs. — **1^e CIRCUIT FICTIF.** — Dans la portion A_1B_1 du circuit récepteur monté en étoile d'une ligne triphasée à charges équilibrées, circule le courant de ligne I décalé de φ par rapport à la tension simple U . La tension entre fils est $E = U\sqrt{3}$. La puissance distribuée est $3.U.I.\cos\varphi = EI\sqrt{3}\cos\varphi$.

Dans la partie B_1B_1' (non marquée) du circuit récepteur monté en triangle circule un courant J décalé de φ par rapport à la tension composée. Le courant de la ligne est $I = J\sqrt{3}$. La puissance transmise est $3E.J.\cos\varphi = EI\sqrt{3}\cos\varphi$. Enfin le décalage du courant de ligne par rapport à la tension simple U est encore égal à φ (1).

Ces remarques nous montrent que pour l'étude d'une ligne triphasée à charges équilibrées nous pourrons toujours substituer à la ligne triphasée, trois lignes monophasées telles que $A_0B_0A_1B_1$ trans-

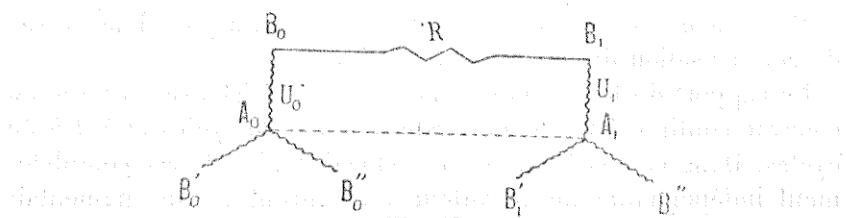


Fig. 43.

portant chacune le tiers de la puissance, fonctionnant sous la tension simple, ayant le facteur de puissance fixé, et composée chacune d'un fil de ligne, et, du fil neutre, retour commun par lequel ne passe aucun courant. En effet, de ce qui précède, on déduit que les pertes relatives de puissance et de voltage d'une ligne triphasée équilibrée ainsi que le courant de ligne, sont indépendants du montage des stations productrices et réceptrices ; or, en supposant les stations montées en étoile l'équivalence précédente est évidente. On peut généraliser et appliquer une décomposition analogue aux lignes monophasées et à n phases.

(1) Quelques-unes des propriétés ci-dessus énoncées sont utilisées également dans les applications du circuit fictif non énergétique, employé page 402, dans l'étude des chutes de tension des lignes à inductances dissymétriques.

Désignons par P , E , I , la puissance en watts, la valeur efficace de la tension entre fils en volts (tension composée) et la valeur efficace du courant en ampères au poste d'arrivée. — Par P_0E_0I les mêmes données au départ de la ligne — par U_0 et U les valeurs efficaces des tensions simples; enfin par φ_0 et φ les décalages entre le courant et les tensions simples U_0 et U .

Nous appellerons $u_0u'u''_0$ les valeurs instantanées des tensions simples qui sont appliquées à l'origine en A_0B_0 , $A_0B'_0$, $A_0B''_0$; par $uu'u''$ les valeurs instantanées du courant dans les fils 1,2,3. On sait que si le système est équilibré on a :

$$\begin{aligned} u &= U\sqrt{2} \sin \omega t & i_1 &= I\sqrt{2} \sin (\omega t - \varphi) \\ u' &= U\sqrt{2} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) & i_2 &= I\sqrt{2} \sin \left(\omega t - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \\ u'' &= U\sqrt{2} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) & i_3 &= I\sqrt{2} \sin \left(\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

Appelons V la différence $E_0 - E$; v , la différence $U_0 - U$, e le rapport entre cette chute de tension V , et la tension entre fils à l'arrivée;

et p le rapport entre la perte de puissance et la puissance à l'arrivée.

2^e DIAGRAMMES. — Chute de voltage. — Dans le circuit A_0B_0AB nous avons en désignant par R la résistance d'un fil de ligne en ohms, l'équation géométrique :

$$\overline{U}_0 = \overline{RI} + \overline{U}$$

provenant de l'équation algébrique :

$$u_0 = Ri + u$$

qui relie les valeurs instantanées du courant et des tensions simples.

Le diagramme des tensions simples est représenté par la figure 14.

\overline{OM} représente en direction et en phase la tension simple dont la valeur efficace est U ; MM_0 la chute de tension en ligne; OM_0 la tension simple à l'origine.

Dans le triangle OCM_0 , on a : $\overline{OM}_0^2 = \overline{OC}^2 + \overline{CM}_0^2$, c'est-à-dire $U_0^2 = (U + RI \cos \varphi)^2 + (RI \sin \varphi)^2$.

Posant $U_0 - U = v$, il vient :

$$(a) \quad v^2 + 2Uv - (2U \cdot RI \cos \varphi + R^2I^2) = 0$$

D'où :

$$(1) \quad v = U_0 - U = U \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2RI}{U} \cos \varphi + \frac{R^2 P}{U^2}} \right].$$

Formule approchée. — L'équation (a) peut se mettre sous la forme $v = RI \cos \varphi + \frac{R^2 P}{2U} - \frac{v^2}{2U}$.

Prenons pour v la valeur $v' = RI \cos \varphi$. L'erreur absolue faite sur v et sur U_0 est $\frac{R^2 P - v^2}{2U}$. Remplaçant v par la quantité plus

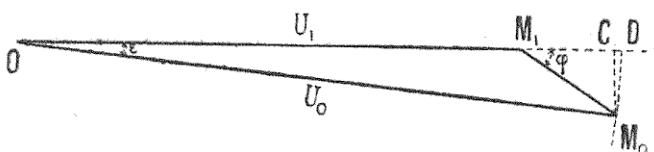


Fig. 44.

petite $v' = RI \cos \varphi$; on a comme limite supérieure de l'erreur :

$$\frac{R^2 P \sin^2 \varphi}{2U}.$$

Les erreurs relatives faites sur U_0 et sur v sont donc de l'ordre de $\frac{R^2 P \sin^2 \varphi}{2U^2} = K$, et de $\frac{RI \sin^2 \varphi}{2U \cos \varphi} = K'$.

Pour $\cos \varphi = 0,80$ et $\frac{RI}{U} = \frac{6}{100}$ (ce sont là des valeurs défavorables) on a :

$$K = \frac{0,65}{1000} \quad \text{et} \quad K' = \frac{0,68}{100}.$$

On se sert toujours dans la pratique de cette formule approchée :

$$(1') \quad v = U_0 - U = RI \cos \varphi.$$

Cette expression est équivalente à l'expression $v = RI_w$, I_w étant le courant watté en phase avec la tension simple U .

Le courant watté $I_w = \frac{P_n}{U}$, P_n étant la puissance débitée par le circuit considéré à l'arrivée; on a donc, sensiblement :

$$U_0 - U = \frac{P_n}{U} \times R,$$

quantité indépendante de $\cos \varphi$.

Donc, dans les lignes à faible inductance, la chute de tension ne dépend pas du décalage. — Si nous nous reportons à la définition de la régulation de la ligne, nous voyons que cette régulation, pour une puissance débitée donnée, est toujours égale à la chute relative de tension, dans les lignes où la résistance seule intervient.

Décalage relatif des tensions au départ et à l'arrivée. — Ce décalage est toujours très faible, et, le décalage du courant a peu d'importance.

En désignant par ε le décalage de U_0 par rapport à U :

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varphi} = \frac{RI}{U_0} = \text{au maximum } 10\,0/0,$$

si $\cos \varphi = 0,80$ $\sin \varphi = 0,58$ on en déduit $\sin \varepsilon = 0,058$
d'où $\varepsilon = 3^\circ$ environ.

La valeur maxima de ε pour $\cos \varphi = 0$ nous donnerait $\sin \varepsilon = 0,1$
d'où $\varepsilon = 6^\circ$.

Puissance délivrée. Perte de puissance. — La puissance délivrée à l'extrémité de notre circuit est :

$$(2) \quad P_n = UI \cos \varphi.$$

La perte de puissance est :

$$(3) \quad w = RI^2 \text{ ou bien } w = R \times \frac{P_n^2}{U^2 \cos^2 \varphi}.$$

La perte de puissance est donc inversement proportionnelle au carré du facteur de puissance.

3^e FORMULES GÉNÉRALES POUR LES LIGNES TRIPHASEES, MONOPHASÉES, ETC.
— Les démonstrations que nous venons de faire sont générales ; elles s'appliquent aux réseaux monophasés, triphasés, etc.

Lignes triphasées. — Dans le cas de courant triphasé, nous avons en passant à la tension composée, et, à la puissance débitée totale :

$$E = U\sqrt{3} \text{ et comme il y a trois circuits } P = 3P_n. \quad W = 3RI^2.$$

Ceci nous donne les équations suivantes qui permettent de calculer les lignes triphasées, en tenant compte, de la résistance seule :

$$(1) \quad P = E.I.\sqrt{3} \cos \varphi$$

$$(2') \quad V = E_0 - E = R.I.\sqrt{3} \cos \varphi \quad (\text{équation approchée})$$

$$(2) \quad V = E_0 - E = E \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2RI\sqrt{3}\cos\varphi + 3R^2I^2}{E}} \right)$$

$$(3) \quad W = 2RI^2$$

$$(4) \quad R = \frac{40 \cdot \rho \cdot l}{S}$$

S étant la section en millimètres carrés.

l la longueur de la ligne en kilomètres.

R la résistance d'un fil de ligne.

ρ la résistivité en microhms-centimètres. $\rho_{15} = 1,74$ pour le bronze commercial.

Lignes monophasées. — Nous avons alors :

$$E = 2U \quad P = 2P_n \quad W = 2RI^2$$

Les équations pour le calcul des lignes monophasées sont donc :

$$(1) \quad P = EI \cos \varphi \quad (3) \quad W = 2RI^2$$

$$(2') \quad V = 2RI \cos \varphi \quad (4) \quad R = \frac{40 \cdot \rho \cdot l}{S}$$

Lignes à n phases. — Nous aurions pour un courant à n phases :

$$E = 2U \sin \frac{\pi}{n} \quad P = nP_n \quad W = nRI^2$$

4° CALCULS DE LIGNE PAR LES RÈGLES D'ÉCONOMIE OU DE BON SERVICE.

— *Economie.* — Supposons que nous donnions dans une ligne triphasée la puissance P en watts, le voltage E et le décalage φ à l'arrivée, ainsi que la perte relative de puissance $p = \frac{w}{P}$ par rapport (1) à la puissance à l'arrivée ; la longueur l de la ligne en kilomètres et ρ sa résistivité à 15°.

Les inconnues S , I , P_0 , E_0 et $e = \frac{E_0 - E}{E}$ sont données par les équations :

$$(1) \quad S = \frac{l \cdot P \cdot 40 \cdot \rho}{p \cdot E^2 \cos^2 \varphi} \quad (3') \quad V = E_0 - E = pE \cos^2 \varphi$$

$$(2) \quad I = \frac{P}{E \sqrt{3} \cos \varphi} \quad (4) \quad P_0 = P(1 + p)$$

$$(5') \quad e = \frac{E_0 - E}{E} = p \cos^2 \varphi$$

Les équations dont le numéro porte un accent indique des résultats approchés.

Pour des courants monophasés ou diphasés, nous aurions des formules de mêmes formes :

$$(1) \quad S = \frac{t \cdot P}{E^2} \times K \quad (2) \quad I = \frac{P}{E} \times T \quad (3') \quad V = pEM.$$

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de K, T et M. Cette valeur de M est une valeur approchée.

Nature du courant	Valeurs de T	Valeurs de K	Valeurs (app.) de M
Monophasé . . .	$\frac{4}{\cos \varphi}$	$\frac{2 \times 10 \cdot \rho}{\cos^2 \varphi}$	
Triphasé	$\frac{4}{\sqrt{3} \cos \varphi}$		$\cos_2 \varphi$
Diphasé. . . .	$\frac{4}{2 \cos \varphi}$	$\frac{10 \cdot \rho}{\cos^2 \varphi}$	

b) Les données peuvent être différentes. Si dans une ligne triphasée on donne P_0 , E_0 et $\cos \varphi_0$ et la perte relative de puissance p_0 par rapport à la puissance au départ P_0 . — on a :

$$(1)_b \quad S = \frac{t \cdot P_0 \cdot 10 \cdot \rho}{p_0 E_0^2 \cos^2 \varphi_0}, \quad \text{etc.}$$

c) Si l'on donne $P_0 E$ et $\cos \varphi$ et la perte de puissance p_0 par rapport à la puissance au départ, on a :

$$(1)_c \quad S = \frac{t \cdot P_0 (1 - p_0)^2 \cdot 10 \cdot \rho}{p_0 E^2 \cos^2 \varphi}.$$

Ces formules (1), (1)_b, (1)_c nous ont servi dans l'étude des lignes de transport, elles sont valables pour les lignes où l'inductance n'est pas négligeable, comme nous le verrons plus loin.

d) Si les données sont E_0 , P , $\cos \varphi$ et la perte de puissance p par rapport à la puissance à l'arrivée, on a :

$$(1') \quad S = \frac{t \cdot P \cdot (4 + p \cos^2 \varphi)^2 \cdot 10 \cdot \rho}{p E_0^2 \cos^2 \varphi}.$$

(4) On rapporte, en général, la perte relative aux données, c'est-à-dire aux quantités connues. Il est d'ailleurs facile de déduire la perte relative par rapport à la puissance au départ : $p_0 = \frac{p}{P_0}$. On a, en effet, $p_0 = \frac{p}{4 + p}$.

C'est une formule approchée, qui n'est pas applicable aux lignes où l'inductance n'est pas négligeable. Comme il s'agit de réseaux secondaires dans son application, on lui substitue la formule :

$$S = \frac{I.P.40.\rho}{\rho E'^2 \cos^2 \varphi}.$$

E' étant le voltage moyen de la distribution secondaire. Cette quantité E' diffère en effet dans les réseaux secondaires de 2 0/0 à 3 0/0 de la valeur de E .

Nous reverrons plus loin cette quantité.

Bon Service. — Proposons-nous de calculer la section d'une ligne triphasée par la règle de « Bon Service », c'est-à-dire en fixant une perte relative de voltage donnée $e = \frac{E_0 - E}{E}$. — On donne la longueur de la ligne en kilomètres, la puissance P (en watts) à distribuer à l'arrivée, sous un voltage E , avec un facteur de puissance, $\cos \varphi$.

On tire des formules précédentes :

$$(1) \quad S_e = \frac{I.P.40.\rho}{eE^2} \quad I = \frac{P}{E\sqrt{3} \cos \varphi}.$$

Cette formule donnant S_e est peu appliquée ; on préfère lui substituer la formule (1) :

$$(2) \quad S_e = \frac{I.P.40.\rho}{eE^2 \cos \varphi}$$

ce qui revient à prendre pour e la valeur $\frac{RI}{E}$ au lieu de $\frac{E_0 - E}{E}$.

On augmente ainsi la régularité de marche et on tient compte dans une certaine mesure des erreurs faites en supposant que le circuit a une inductance absolument négligeable ; l'emploi possible de la formule se trouve ainsi un peu étendue. On diminue, d'autre part, l'influence du facteur de puissance et la différence entre les sections S_p et S_e calculées avec une même perte relative de puissance ou de chute de voltage. Au point de vue pratique, en calculant S_e par la formule (2), on est sûr que, lorsque la ligne débitera un courant I , la perte de voltage relative à l'arrivée $\frac{E_0 - E}{E}$ sera au plus égale à e , perte relative fixée, et cela quel que soit le décalage. Si le voltage est fixé dans un poste, la simple

(1) Cette modification de formule a été préconisée par d'excellents auteurs : Herzog et Feldmann, en particulier.

lecture des ampèremètres permet de s'assurer que le voltage de la clientèle est bon.

Nous adopterons donc les deux formules suivantes :

1^o Pour le calcul par la règle d'économie exigeant une perte de puissance relative $p = \frac{P_a - P}{P}$ donnée, $S_p = \frac{l \cdot P \cdot 40 \cdot \rho}{\rho E^2 \cos^2 \varphi}$.

l en kilomètres, P en watts, E en volts, $\rho = 1,75$ pour le cuivre, $p = 0,03$ ou $0,1$ suivant que la perte relative consentie est 3 0/0 ou 10 0/0.

2^o Pour le calcul par la règle de bon service exigeant une perte de voltage relative $e = \frac{E_0 - E}{E}$ donnée : $S_e = \frac{l \cdot P \cdot 40 \cdot \rho}{e E^2 \cos \varphi}$.

En dehors du facteur de puissance $\cos \varphi$ qui fait toujours partie des données, les formules S_p et S_e contiennent cinq quantités : S , l , P , E , p ou e . On peut choisir une quelconque de ces quantités comme inconnue et supposer les quatre autres quantités connues, ce qui nous donne dix problèmes dont les solutions et les énoncés sont évidents.

Bon Service (deuxième exemple). — On demande de calculer la ligne par la règle de bon service, le voltage au départ étant fixé. Nous nous donnerons la perte de voltage consentie par rapport au voltage au départ, $e_0 = \frac{E_0 - E}{E_0}$. Les autres données seront E_0 , P , $\cos \varphi$.

On obtient sans difficulté : $S'_e = \frac{40 \cdot \rho \cdot l \cdot P}{e_0(1 - e_0) E_0^2}$.

On remplace en général cette formule par la formule pratique :

$$S'_e = \frac{40 \cdot \rho \cdot l \cdot P}{e_0(1 - e_0) E_0^2 \cos \varphi}$$

ou encore : $S_e = \frac{40 \cdot \rho \cdot l \cdot P}{e_0 E'^2 \cos \varphi}$

L'introduction de $\cos \varphi$ a été justifiée précédemment. La valeur de $(1 - e_0)$ étant voisine dans les réseaux secondaires de 0,96 à 0,97, on confond souvent E_0 et E avec une valeur moyenne E' qui sert dans tous les calculs courants, sauf le cas où des précisions spéciales, sont nécessaires.

Réseaux complexes avec branchements multiples. — Les réseaux de distribution de force sont beaucoup moins complexes que les réseaux de distribution de lumière ; mais ils se caractérisent par une variation considérable du facteur de puissance le long du réseau ; bien que la phase de la tension simple reste presque constante.

Lorsque l'inductance du réseau lui-même est négligeable, la décomposition des courants en courants wattés et déwattés est une méthode (¹) commode pour étudier les tensions, les courants et les décalages aux divers points du réseau.

**5^e ÉTUDE DES RÉSEAUX SECONDAIRES PAR LA DÉCOMPOSITION
EN COURANTS WATTÉS ET DÉWATTÉS**

Les réseaux secondaires ont, en général, d'assez faibles chutes de tension. Nous en avons conclu, page 84, que les vecteurs de tension aux divers points de réseaux, sans inductance, seraient tous contenus dans un angle très faible de 3 à 4° d'ouverture. Nous avons vu également que la chute de tension ne dépendait presque exclusivement que du courant watté.

Exemple numérique. — Considérons un exemple numérique pour fixer les idées. Soit une ligne de distribution ABCD, dont nous ne figurons que le fil 1, le fil neutre étant supposé, en dessous.

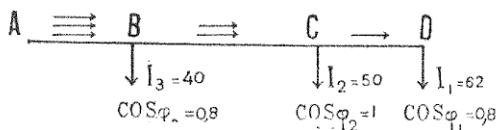


Fig. 45.

Supposons $AB = CD = 3$ kilomètres. $BC = 6$ kilomètres.

Les sections sont les suivantes :

$$S_{AB} = 102 \text{ m. q.} \quad S_{BC} = 102 \text{ m. q.} \quad S_{CD} = 51 \text{ m. q.}$$

Si nous adoptons pour la résistivité à 15° $\rho_{15} = 1,7$, nous avons les résistances :

$$R_{AB} = \frac{3 \times 17}{102} = 0^{\circ} 5 \quad R_{BC} = \frac{6 \times 17}{102} = 1^{\circ} \quad R_{CD} = 1^{\circ}.$$

Supposons, pour simplifier, que les courants pris en D, C, B soient fixes ainsi que les décalages, et égaux à :

$I_1 = 62^{\text{A}}$. Le décalage de la tension simple au point D est $\varphi_1 = 36^{\circ} 52'$. Donc $\cos \varphi_1 = 0,8$.

(1) Cette méthode a été préconisée, en premier lieu, par Dolivo Dobrowolsky. Nous exposons cette question en nous inspirant des idées émises par MM. Herzog et Feldmann, dans des articles parus en 1899 dans l'*Elektrotechnische Zeitschrift*.

$$I_2 = 50^A \cos \varphi_2 = 1.$$

$$I_1 = 40^A \cos \varphi_3 = 0,80.$$

Traçons, de proche en proche, les diagrammes de tension et de courant (fig. 16).

En D, la tension est \overline{OD} . Supposons $OD = 6.000$ volts.

Le vecteur du courant sera $O'd$ faisant avec la droite $O'D'$ parallèle à OD un angle de $36^{\circ}53 = \varphi_1$.

La tension en C sera représentée par le vecteur \overline{OC} déterminé par l'équation géométrique $\overline{OC} = \overline{OD} + \overline{DC}$. Le vecteur \overline{DC} étant parallèle à la droite $O'd$ et égal à $I_1 R_{CD} = 62$ volts. Par suite, le vecteur \overline{OC} fait avec la direction \overline{OD} un angle extrêmement faible, et la différence de longueur entre les deux vecteurs \overline{OD} et \overline{OC} est égal au produit de la résistance (1 ohm) par la composante wattée de I_1 , $O'm = 50^A$ environ. Donc $OD - OC = 50$ volts.

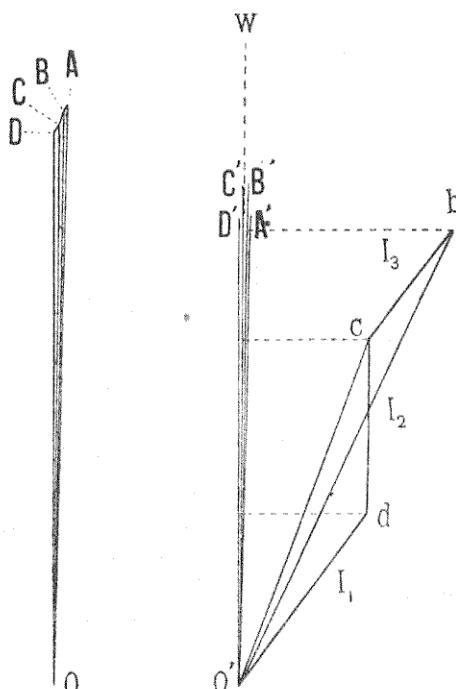


Fig. 16.

Le courant dans le secteur BC se composera du courant I_1 augmenté géométriquement du courant I_2 débité en C, comme le facteur de puissance ($\cos \varphi_2$) est égal à l'unité, le courant $I_2 = \overline{cd}$ est en phase avec le vecteur de la tension en C. Il est donc parallèle à la droite $O'C'$, qui a été menée parallèle à OC.

La résultante $\overline{O'd} + \overline{dc} = \overline{O'c} = I'$.

La tension de B est égale à OB le vecteur \overline{OB} étant déterminé par l'équation géométrique $\overline{OB} = \overline{OC} + \overline{CB}$. Le vecteur \overline{CB} est parallèle à la droite $O'c$ et égal à $I' \times R_{cb}$. On verrait de même que le courant dans l'élément AB est $O'b$ provenant de la composition géométrique de I' et de I_3 . Le courant I_3 faisant avec OB' parallèle à OB un angle $\varphi_s = 36^{\circ}53'$, puisque $\cos \varphi_s = 0,80$.

La tension en A sera $\overline{OA} = \overline{OB} + \overline{BA}$. Le vecteur \overline{BA} étant parallèle à la direction $O'b$ et égal en grandeur au produit $O'b \times R_{ba}$.

La confusion presque absolue des directions des vecteurs de tension simple montre qu'il est possible de confondre sans erreur appréciable cette direction avec une direction moyenne $O'w$.

D'autre part la projection d'un vecteur quelconque tel que $O'b$ sur Ow est égale à la projection des composants qui sont $\overline{O'd} + \overline{dc} + \overline{cb}$.

De ces diverses remarques, nous pouvons conclure les règles très simples de calcul des réseaux secondaires de distribution par courants alternatifs, dans le cas où il est possible de négliger l'inductance et la capacité de ces réseaux.

1^o Décomposer à chaque déviation le courant demandé en courant watté et déwatté.

2^o Etudier la propagation des courants wattés dans une épure spéciale comme s'il s'agissait de courant continu : les chutes de tension obtenues sont les chutes de tension réelles.

3^o Etudier dans une autre épure la marche des courants déwattés sans s'occuper des chutes de tension.

4^o La recompilation au point A du courant watté total passant en ce point dans l'épure des courants wattés et du courant déwatté total passant au même point A de l'épure des courants déwattés donnera le courant réel en ce point.

Cette méthode permet d'autre part d'étudier la production des courants déwattés et par suite leur suppression par l'emploi de moteurs synchrones surexcités convenablement placés.

Exemple numérique. — Etudions le réseau très simple suivant :

Du poste de transformation A partent deux lignes triphasées de 68 millimètres carrés et de 6 kilomètres de longueur.

Elles sont réunies par une ligne EC de 3 kilomètres et de 51 millimètres carrés de section. Ce petit réseau dessert des clients placés en BCDEF. Les puissances demandées en ces divers points sont indiquées ci-dessous. La tension simple aux bornes du tableau du poste de transformation A est supposée égale à 6.300 volts.

$AB = 4$ kilomètres. Le débit de B est de 300 kilowatts avec un facteur de puissance $\cos \varphi_1 = 0,9$.

$BC = 2$ kilomètres. Débit en C = 610 kilowatts $\cos \varphi_2 = 0,8$.

$CD = 1$ km. 5. Débit en D = 610 kilowatts (la figure 17 porte 600 par erreur)

Le moteur placé chez ce client est un moteur synchrone qui peut être surexcité et donner un décalage en avant $\cos \varphi_3 = 0,80$ (décalage en avant).

$DE = 1$ km. 5. Débit en E = 900 kilowatts $\cos \varphi_4 = 0,75$.

$EF = 4$ kilomètres. Débit en F = 300 kilowatts $\cos \varphi_5 = 0,90$ en avant.

Le récepteur en F est par exemple un moteur synchrone légèrement surexcité.

Comme les chutes de tension dans le réseau sont faibles, les tensions simples aux points A, B, C, D, E, F seront peu différentes de la *tension moyenne* du réseau : (6.300 volts -- 3 0/0 de 6.300), c'est-à-dire 6.000 volts, environ.

Les courants wattés et déwattés aux points de branchement se calculent alors facilement. On a, en effet, au point B :

$$6.000 \times I_1 \times 0,90 = \frac{300.000}{3} \quad \text{d'où : } I_1 = 18^A,6.$$

On a d'ailleurs : $(I_1)_w = I_1 \cos \varphi_1 \quad (I_1)_d = I_1 \sin \varphi_1$.

On tire de là : $(I_1)_w = 16^A7 \quad (I_1)_d = 8,1$.

De même, en opérant, avec la règle à calcul, on a :

En C	$I_2 = 42^A,5$	$(I_2)_w = 34^A$	$(I_2)_d = 25^A$
En D	$I_3 = 42,5$	$(I_3)_w = 34$	$(I_3)_d = - (25)$
En E	$I_4 = 66,7$	$(I_4)_w = 50$	$(I_4)_d = 44$
En F	$I_5 = 18,6$	$(I_5)_w = 16,7$	$(I_5)_d = - (8,1)$

Les résistances des lignes sont les suivantes :

$$AB = \frac{47}{68} \times 4 = 1^{\circ}. \quad CD = \frac{47}{51} \times 1,5 = 0^{\circ}5.$$

$$BC = \frac{47}{68} \times 2 = 0^{\circ}5 \quad DE = 0^{\circ}5 \quad EF = 1^{\circ} \quad FA = 0^{\circ}5.$$

Courants wattés. — Si nous appliquons le procédé des coupures

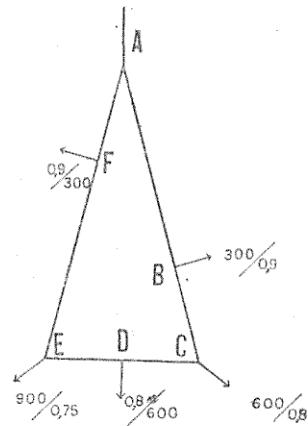


Fig. 47.

nous aurons l'équation suivante qui exprime que la chute de tension est la même suivant le parcours ABCD₃ et AFED₄,

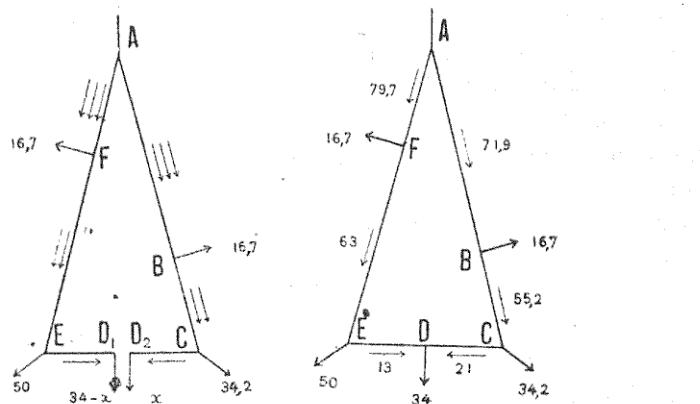


Fig. 18.

$$(16,7 + 34 + x)1 + (34 + x)0,5 + x \times 0,5 = \\ = (16,7 + 50 + 34 - x)0,50 + (50 + 34 - x)1 + (34 - x)0,5.$$

D'où : $x = 21^{\wedge}$.

On en déduit l'épure des courants wattés (fig. 18). Opérant de même avec les courants déwattés mais en faisant la coupure en E.

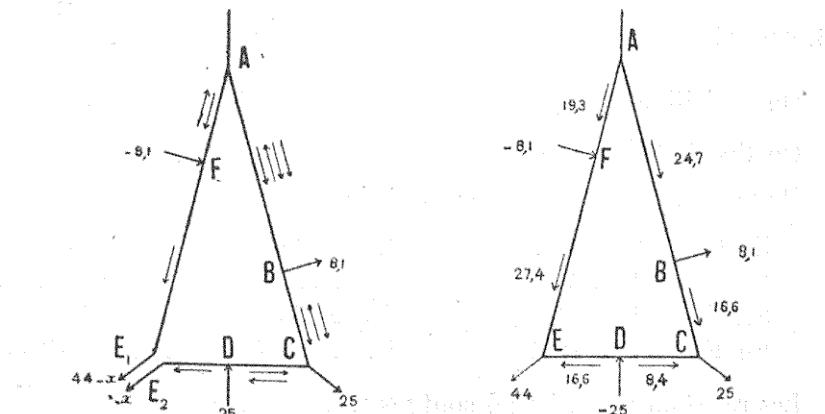


Fig. 19.

On a l'équation :

$$(8,1 + 25 - 25 + x)1 + (25 - 25 + x)0,5 + (x - 25) \times 0,5 + \\ + x \times 0,5 = (44 - x - 8,1)0,5 + (44 - x)1.$$

D'où :

$$x = 16,6.$$

Ce qui permet de tracer le parcours des courants déwattés. Si nous formons la résultante en chaque point des courants wattés et déwattés nous aurons les intensités et le décalage, en chaque point du réseau. Ce sont ces intensités qu'il y a lieu de considérer pour la règle d'échauffement.

Le résultat de la combinaison donne les courants vrais et les facteurs de puissance dans chaque partie du circuit :

Entre A et B	76 ^A	$\cos \varphi_{AB} = 0,946$
B et C	57 ^A ,7	$\cos \varphi_{BC} = 0,936$
C et D	22 ^A ,5	$\cos \varphi_{CD} = 0,93$ décalage en avant.
D et E	21 ^A	$\cos \varphi_{DE} = 0,62$
E et F	68 ^A ,7	$\cos \varphi_{EF} = 0,917$
F et A	82 ^A	$\cos \varphi_{FA} = 0,97$

Pour le calcul de la chute de tension, on peut ne s'occuper que des courants wattés ; de A à D, la chute de tension est :

$$(71,9 \times 1^{\circ} + 55,2 \times 0^{\circ}5 + 21 \times 0^{\circ}5)$$

soit 110 volts.

$$e = \frac{110}{6.000} = 20/0 \text{ environ} \quad E_0 - E = 110\sqrt{3}.$$

Si la chute de tension était plus forte, on recommencera le calcul en affectant aux différents points de dérivation la tension simple 6.300 volts diminuée des chutes de tension correspondantes à ces divers points.

On obtiendrait ainsi le diagramme des courants, des tensions et décalages en chaque point de la distribution.

Il est évident, dans le cas actuel, que si nous n'espérons pas de nouveaux clients sur le réseau considéré, nous pourrons diminuer certaines sections.

II. — Mesures

1^o MESURE DE LA RÉSISTANCE EN COURANT CONTINU SUR UNE LIGNE CONSTRUISTE. — La résistance en courant continu étant une donnée d'ordre expérimental, la mesure de la résistance d'un fil de ligne, ne constitue pas la vérification d'une théorie : c'est plutôt la vérification de la longueur de la ligne, mesurée par les piquetages de la ligne aérienne, ou par les attachements des foulées en cas de lignes souterraines.

Cette donnée de la résistance d'un fil de ligne est utile en exploitation, pour la recherche des défauts de la ligne. La mesure de la résistance d'une ligne aérienne doit se faire, de préférence, en employant un courant assez notable, et en effectuant les

mesures avec des ampèremètres et voltmètres industriels étalonnés. Les appareils précis et délicats de laboratoire employant des courants très faibles peuvent donner des résultats erronés, en cas d'induction extérieure, même légère.

La mesure s'effectue en envoyant du courant continu, sous un voltage donné, dans la ligne mise en

court-circuit à son extrémité, et en mesurant le courant qui circule dans la ligne.

Le montage des appareils est évidemment celui de fig. 20 :

Exemple numérique. — Une ligne à 50.000 volts triphasée comportait trois câbles de 63 millimètres carrés de section, en bronze commercial. La longueur de la ligne mesurée par les états de piquetage avait été trouvée égale à 36 kil. 4, en tenant compte de l'influence de la flèche, sur la longueur du fil. Le constructeur donnait pour le métal un coefficient de résistivité $\rho = 1,64 \text{ microohms-centimètres à } 0^\circ$ et pour le câble un coefficient de câblage $K = 1,033$. Ces données furent vérifiées au laboratoire.

La mesure fut faite à une température de 12° C. mesurée par un thermomètre appliqué par une ligature métallique contre le fil. Le voltmètre donnait entre fils un voltage $V = 108$. L'ampèremètre $I = 5 \text{ a. 36.}$

La résistance d'un fil de ligne est donc : $\frac{54}{3,36} = 10''1.$

La résistance à 12° d'un kilomètre de fil se calcule d'ailleurs par la formule :

$$r_{12} = \frac{40 \times 1,64}{63} \times 1,033 \times (1 + 0,00389 \times 12) = 0''2815.$$

La longueur du fil de ligne est donc :

$$\frac{40,4}{0,2815} = 35 \text{ kil. 9.}$$

Résistance effective en courant alternatif. — Nous verrons que les constantes effectives peuvent, théoriquement, se déduire exactement, des mesures de la puissance, de la tension et du

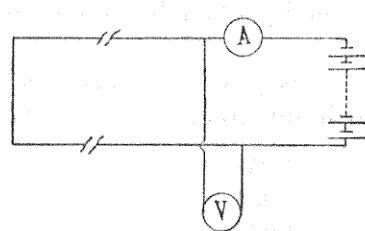


Fig. 20.

courant, faites au départ, sur la ligne à vide, et sur la ligne mise en court-circuit, à l'arrivée. L'une de ces mesures : la mesure de la puissance consommée par la ligne à vide est fort délicate.

Il faut, en effet, exécuter ces mesures avec des tensions telles que la tension de la ligne à vide à l'arrivée, soit voisine de la tension fixée à l'arrivée, et que le courant de court-circuit à l'arrivée, soit voisin du courant de pleine charge ; car on n'est pas absolument sûr que les constantes effectives sont rigoureusement indépendantes de la tension et du courant.

Cette difficulté fait que s'il s'agit de déterminer simplement la *résistance effective*, on se contente, comme nous l'avons indiqué, de mesurer la puissance, la tension et le courant au départ d'une *courte longueur de ligne* mise en court-circuit à l'arrivée.

2^e PROPRIÉTÉS DE LA RÉSISTANCE. — La résistance occasionne une perte de puissance et une chute de voltage.

La résistance est inversement proportionnelle à la section.

On peut donc, *théoriquement*, réduire la résistance d'une ligne de longueur donnée, autant qu'on le veut.

On ne peut réduire la résistance au courant continu d'une ligne de longueur donnée qu'en agissant sur la section. Cette réduction est donc toujours onéreuse.

La résistance (au courant continu) ne dépend pas de la fréquence.

La température a une influence importante sur la valeur de la résistance.

En ce qui concerne la résistance effective, ce que nous avons dit dans les pages précédentes, montre ses propriétés particulières.

CHAPITRE VIII

INDUCTANCE

I. — Formules générales

1^o VALEUR DE L'INDUCTANCE D'UN CONDUCTEUR DONNÉ FAISANT PARTIE D'UN SYSTÈME DONNÉ. — Nous verrons que, dans les circuits composés par les lignes électriques et les appareils d'alimentation et de réception ; les actions de self-induction et d'inductions mutuelles des lignes, peuvent se combiner en une action unique de self-induction apparente.

La force électromotrice d'induction est égale à $\omega L_s I_{eff}$, en appelant ω la pulsation : $\omega = 2\pi n$, n étant la fréquence ; L_s est le coefficient de self-induction apparente du circuit ; I_{eff} le courant qui parcourt le circuit.

Par analogie avec la résistance R , dont le produit par l'intensité donne la chute de tension ohmique ; nous appellerons inductance le produit de la pulsation ω par le coefficient de self-induction apparente (¹).

Nous allons rechercher l'inductance par unité de longueur.

Comme les circuits polyphasés sont assez complexes, nous parlerons dans ce chapitre de force électromotrice d'induction créée dans l'unité de longueur d'un *conducteur*, de la self-induction de l'unité de longueur d'un *conducteur*, de la mutuelle induction de deux *conducteurs*. Il ne faut pas oublier que ces appellations sont purement mathématiques et n'ont pas plus de réalité physique que l'action d'un élément de courant sur un autre élément de courant. La recomposition du circuit donnera, en sommant les

(1) Les Américains appellent inductance le coefficient L_s . L'inductance est alors exprimée en henrys. Avec notre définition, généralement adoptée en France, l'inductance est exprimée en ohms.

actions élémentaires, un résultat exact ; il suffit pour s'en convaincre de se reporter à l'origine des lois d'actions élémentaires ; mais il ne faut pas oublier que la réalité physique est l'inductance de circuits ; la self-induction d'un *circuit*, la mutuelle induction de deux *circuits*.

Recherche de l'inductance dans les circuits polyphasés. — Les transmissions d'énergie constituent des systèmes de courants dont la somme algébrique est constamment nulle.

Considérons n conducteurs parallèles parcourus par des courants sinusoïdaux dont les valeurs instantanées sont :

$$i_1, i_2, \dots, i_p, \dots, i_n$$

exprimées en unités C.G.S. électromagnétiques.

A chaque instant $\Sigma_i^n (i_p) = 0$.

Cherchons la force électromotrice d'induction créée, dans le conducteur p , par le passage du courant variable qui le traverse, et par la circulation des courants variables voisins.

En construisant les lignes de force, pour diverses valeurs instantanées du courant qui les produit, nous avons vu que, tout se passait, comme si les lignes de force d'un conducteur, parcouru par un courant alternatif, étaient animées d'un mouvement de pulsation de la fréquence du courant. Ces lignes de force venaient se confondre avec l'axe du conducteur lorsque le courant s'annulait, et, occupaient leurs positions respectives les plus éloignées de l'axe, lorsque le courant passait par son maximum.

Cette remarque nous ramène au cas bien connu de la détermination de la direction et de la valeur instantanée de la force électromotrice induite dans un conducteur coupé par des lignes de force : cette valeur instantanée est égale au nombre de lignes de force coupées dans l'unité de temps.

Nous adopterons comme direction positive pour les courants, la direction du transport, nous donnerons par cela même un signe aux lignes de force et aux flux de force.

Tous les conducteurs étant parallèles, les lignes de force de tous leurs champs sont perpendiculaires à leur direction commune. En appliquant la règle de Fleming, on voit que la force électromotrice induite par la variation des n courants se réduit à une composante parallèle aux conducteurs, dont la valeur instantanée, proportionnelle à la longueur commune des conducteurs, est pour le conducteur p par exemple, par unité de longueur $e_p = -\frac{dN}{dt}$, N étant le nombre de lignes de force dont la varia-

tion intéresse les diverses parties de l'unité de longueur du conducteur p .

Détermination de la valeur de la force électromotrice d'induction par unité de longueur (1). — Divisons le conducteur p en conducteurs filiformes élémentaires, soit p_α l'un de ces conducteurs situé à une distance α de l'axe du conducteur principal p .

Cherchons le nombre de lignes de force ou le flux de force dont la variation intéresse le conducteur p_α .

Effets de self-induction. — Les lignes de force dues au courant i_p sont de deux sortes, les unes sont extérieures au conducteur p , les autres intérieures.

a) *Lignes de force extérieures.* — Toutes les lignes de force placées à l'extérieur du cercle de rayon r viendront dans leur absorption dans l'axe couper tous les conducteurs élémentaires constituant le conducteur p .

Comptons les lignes de force pour une valeur quelconque de courant. Dans le cylindre ayant une longueur égale à l'unité comprise entre les cercles de rayon ρ et $\rho + d\rho$, le champ magnétique est uniforme et son intensité égale à $\mathcal{H} = \frac{2i}{\rho}$. L'induction est, en désignant par μ la perméabilité du milieu externe :

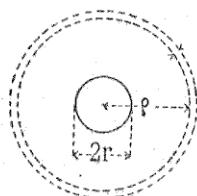


Fig. 21.

$$\mathcal{B} = \mu \mathcal{H} = \frac{2\mu i_p}{\rho} \text{ et le nombre de lignes de force :}$$

$$d\mathcal{N}_1 = 2\mu i_p \frac{d\rho}{\rho}.$$

Le total du nombre de lignes de force pouvant venir couper le conducteur p_α est le même pour tous les conducteurs élémentaires constituant le conducteur p et est égal à :

$$\mathcal{N}_1 = \int_r^\infty 2\mu i_p \frac{d\rho}{\rho}.$$

b) *Lignes de force intérieures.* — Calculons comme précédemment le nombre de lignes de force compris entre les cylindres de longueur unité, de rayons ρ et $\rho + d\rho$. Le courant qui passe dans le conducteur cylindrique annulaire, compris entre les rayons ρ et r , n'a aucun effet magnétique sur un point situé à l'intérieur de ce conducteur.

(1) La première démonstration a été publiée dans l'*Eclairage électrique*, (octobre 1894), par M. Blondel. La plupart des traités d'Electrotechnique donnent, pour cette proposition fondamentale, des variantes de la démonstration de M. Blondel, basées tantôt sur la notion du potentiel-vecteur, tantôt sur le mouvement des lignes de force. Cette dernière idée a été suggérée, je crois, par un article de M. Sartori (*Elettricista*, mars 1900).

Le nombre de lignes de force entre les cylindres ρ et $\rho + d\rho$, est donc :

$$d\mathcal{N} = 2\mu' i_p \frac{d\rho}{\rho}.$$

μ' étant la perméabilité du métal constituant les conducteurs.

i_p étant le courant qui passe à l'intérieur du cercle du rayon ρ . On peut, si le conducteur est de diamètre moyen et la fréquence peu élevée, supposer une répartition uniforme du courant, on a alors :

$$i_p = i_p \times \frac{\rho^2}{r^2} \text{ et } d\mathcal{N} = 2 \times \mu' \times i_p \times \frac{\rho}{r^2} d\rho,$$

Nous remarquerons, d'autre part, que les lignes de force intérieures ne couperont pas toutes, tous les conducteurs élémentaires.

Ainsi, les seules lignes de force qui couperont le conducteur p_α sont celles comprises entre les rayons α et r , et par suite nous n'aurons à considérer, (en ce qui concerne la self-induction) pour ce conducteur élémentaire que le nombre de lignes de force,

$$(\mathcal{N}_s)_\alpha = \mathcal{N}_1 + \int_\alpha^r 2\mu' i_p \frac{\rho}{r^2} d\rho = \mathcal{N}_1 + \mu' i_p - \mu' \frac{\alpha^2}{r^2} i_p.$$

Cette valeur convient à tous les conducteurs élémentaires situés à une distance α de l'axe, c'est-à-dire compris entre les cylindres de rayon α et $\alpha + d\alpha$.

La valeur moyenne de (\mathcal{N}_s) pour le conducteur p tout entier est

$$\frac{1}{\pi r^2} \int_0^r (\mathcal{N}_s)_\alpha \times 2\pi\alpha d\alpha = \mathcal{N}_1 + \mu' i_p - \frac{\mu' i_p}{r^2} \int_0^r \frac{2\pi\alpha^3 d\alpha}{\pi r^2}.$$

D'où : (\mathcal{N}_s) moyen = $\mathcal{N}_1 + \frac{\mu' i_p}{2}$.

Induction mutuelle. — Considérons un conducteur q situé à une distance du conducteur p égale à $d_{p,q}$.

Lorsque les lignes de force produites par le courant i_q viennent se confondre avec l'axe du conducteur q , celles qui entourent le conducteur p sont les seules à couper ce conducteur.

Ce nombre de lignes de force peut être considéré comme identique pour tous les conducteurs élémentaires p_α constituant le conducteur p .

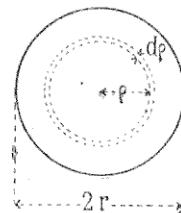


Fig. 22.

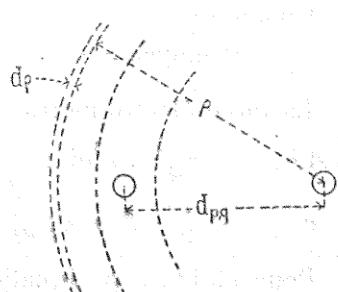


Fig. 23.

On verrait comme précédemment que :

$$\mathcal{N}_q = \int_{d_{pq}}^{\infty} 2\mu i_q \frac{dp}{p}.$$

L'effet total des conducteurs extérieurs sera :

$$\mathcal{N}_e = \sum_i^{n(\text{sauf } p)} \int_{d_{p,q}}^{\infty} 2\mu i_q \frac{dp}{p}.$$

Nombre moyen total des lignes de force intéressant le conducteur p.

— Ce nombre moyen est :

$$\mathcal{N}_e + \mathcal{N}_s \text{ moyen} = \frac{\mu' i_p}{2} + \int_r^{\infty} 2\mu i_p \frac{dp}{p} + \sum_i^{n(\text{sauf } p)} \int_{d_{p,q}}^{\infty} 2\mu i_q \frac{dp}{p},$$

mais on a :

$$\int_A^{\infty} 2\mu i_K \frac{dp}{p} = \int_A^D 2\mu i_K \frac{dp}{p} + \int_D^{\infty} 2\mu i_K \frac{dp}{p},$$

si D est plus grand que A. Désignons par D une longueur un peu plus grande que la plus grande des distances d_{pq} qui séparent les conducteurs, et appliquons la décomposition précédente à tous les termes de l'équation donnant le nombre de lignes de force total.

Nous avons :

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_e + \mathcal{N}_s \text{ moyen} &= \frac{\mu' i_p}{2} + \int_D^{\infty} 2\mu (i_1 + i_2 + \dots + i_p + \dots + i_n) \frac{dp}{p} + \\ &+ 2\mu (i_1 + i_2 + \dots + i_n) \log D - \sum_i^{n(\text{sauf } p)} 2\mu i_q \log d_{pq} - 2\mu \log r. \end{aligned}$$

Le deuxième terme $\int_D^{\infty} 2\mu (i_1 + i_2 + \dots + i_n) \frac{dp}{p}$ représente le flux de force depuis la distance D à ∞ du courant $(i_1 + i_2 + \dots + i_n)$ nul par hypothèse. Ce terme est donc nul. Il en est de même du troisième terme, puisque $(i_1 + i_2 + \dots + i_n) = 0$ et que D a une valeur finie.

On a donc :

$$\mathcal{N} \text{ moyen} = \frac{\mu' i_p}{2} - 2\mu \log r - \sum_i^{n(\text{sauf } p)} 2\mu i_q \log d_{pq}.$$

La force électro-motrice d'induction si nous faisons $\mu' = \mu = 1$, est $e_p = -\frac{d\mathcal{N}}{dt}$. D'où :

$$e_p = -\left(\frac{1}{2} - 2 \log r\right) \frac{di_p}{dt} + 2 \log d_{p,1} \frac{di_1}{dt} + \dots + 2 \log d_{p,n} \frac{di_n}{dt}.$$

Pour établir cette équation, nous avons supposé que $i_1 + i_2 + \dots + i_n = o$ que les conducteurs avaient des dimensions assez petites pour que l'on puisse admettre une répartition uniforme du courant dans leur masse, qu'ils étaient cylindriques, et que $\mu' = \mu = 1$.

2° FORMULES GÉNÉRALES DES COEFFICIENTS DE SELF-INDUCTION ET D'INDUCTION MUTUELLE. — Si nous comparons l'équation précédente avec la relation connue :

$$e_p = -\mathcal{L}_p \frac{di_p}{dt} - \mathfrak{M}_{p,1} \frac{di_1}{dt} \dots \mathfrak{M}_{p,n} \frac{di_n}{dt},$$

on voit que le coefficient de self-induction du conducteur p par unité de longueur ; peut être pour le calcul de e_p , égalé à :

$$\mathcal{L}_p = \left(\frac{1}{2} - 2 \log r \right) \text{ et pour une longueur } l : l \left(\frac{1}{2} - 2 \log r \right).$$

On voit de même que le coefficient d'induction mutuelle entre les conducteurs p et q par unité de longueur peut être égalé à :

$$\mathfrak{M}_{pq} = -2 \log d_{pq} \text{ et pour une longueur } l : -2l \log d_{pq}.$$

Ces coefficients sont exprimés en unités C. G. S., électro-magnétiques : toutes les longueurs sont exprimées en centimètres. Si nous voulons exprimer en henrys ces coefficients, c'est-à-dire passer aux unités pratiques, il faudra multiplier \mathcal{L}_p et \mathfrak{M}_{pq} par 10^9 ; r , d et l étant toujours exprimés en centimètres.

En général, on exprime l en kilomètre et on a pour les coefficients *kilométriques* de self-induction et d'induction mutuelle :

$$(1) \quad \mathcal{L}_p = 10^{-4} \left(\frac{1}{2} - 2 \log r \right) = 10^{-4} \left(\frac{1}{2} - 4,606 \log r \right).$$

$$(2) \quad \mathfrak{M}_{pq} = -2 \cdot 10^{-4} \log d_{pq} = -10^{-4} 4,606 \log d_{pq}.$$

\mathcal{L}_p et \mathfrak{M}_{pq} étant exprimés en henrys, r et d en centimètres.

Coefficients de self-induction et d'induction mutuelle dans le cas de conducteurs avec âme en chanvre. — Soit r' le rayon de l'âme en chanvre. Avec des fils ainsi composés, nous aurions eu pour la valeur moyenne du nombre de lignes de force provenant du courant qui parcourt le conducteur 1 :

$$\mathfrak{N}_1 + \mu' i_p = \frac{\mu' i_p}{r'^2} \int_{r'}^r \frac{2\pi \alpha^3 d\alpha}{\pi r^2 - \pi r'^2}.$$

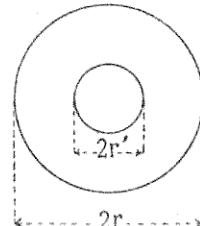


Fig. 24.

(1) Le système pratique est électromagnétique ; mais les unités de longueur, de masse et de temps sont, dans ce système, respectivement :

10^9 centimètres c'est-à-dire la longueur du quadrant terrestre.

10^{-11} de la masse du gramme.

Et enfin la seconde qui est la seule unité qui ne soit pas changée.

Les valeurs des unités électriques pratiques en unités électromagnétiques sont les suivantes :

1 ohm vaut 10^9 unités électromagnétiques C. G. S. de résistance.

1 volt vaut 10^8 unités électromagnétiques C. G. S. de force électromotrice.

1 ampère vaut 10^{-4} unités électromagnétiques C. G. S. d'intensité.

1 henry vaut 10^9 unités électromagnétiques C. G. S. de coefficient d'induction.

$$= \mathfrak{N}_t + \mu' i_p - \frac{\mu' i_p}{2r^2} \left(\frac{r^4 - r'^4}{r^2 - r'^2} \right)$$

Par suite, dans ce cas, les coefficients de self-induction et d'induction mutuelle kilométriques seront, si $\mu' = \mu = 1$:

$$(3) \quad \mathcal{L}_p = 10^{-4} \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{r'^2}{r^2} \right) - 2 \log r \right].$$

$$(4) \quad \mathfrak{M}_{p,q} = -2 \times 10^{-4} \log d_{p,q}.$$

II. — Étude de l'effet de l'induction dans les circuits alternatifs

1° CIRCUIT FICTIF. — Dans la pratique, les n fils précédents se subdiviseront en un certain nombre de systèmes complets marchant en parallèle ou non ; ainsi, dans un transport triphasé, n sera multiple de 3, on aura $n = 3n'$.

Chacun des n' systèmes peut être étudié séparément en tenant compte naturellement de l'effet d'induction des $(n' - 1)$ autres lignes triphasées.

Nous considérerons presque toujours, dans l'étude d'une ligne triphasée, le circuit A_0B_0AB constitué (comme nous l'avons indiqué page 80) par de hautes résistances A_0B_0, AB , un fil de ligne B_0B et un conducteur neutre fictif A_0A .

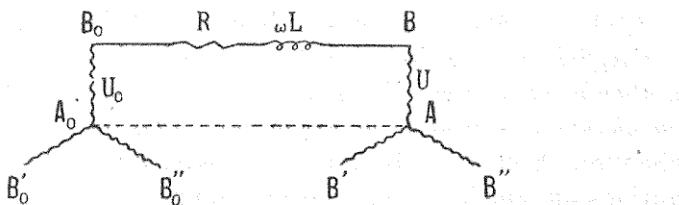


Fig. 25.

Pour que nous ayons le droit de considérer ce circuit, il faut que les conducteurs ajoutés n'apportent ni courant nouveau appréciable, ni force électromotrice nouvelle appréciable. En choisissant les résistances AB, A_0B_0 , on pourra réduire autant qu'on voudra le courant qu'elles consomment. Nous supposerons toujours les charges égales.

Le conducteur neutre est parcouru par un courant négligeable ou bien nul. La force électromotrice de self-induction est donc nulle. L'induction mutuelle des n fils constituant la ligne multiple

(4) Nous désignerons les logarithmes népériens par le signe \log ; les logarithmes vulgaires par le signe \log_v .

donne naissance dans ce conducteur neutre à une force électromotrice e_n . En appelant d_q la distance du conducteur q au conducteur neutre, on a :

$$e_n = \Sigma_1^n 2 \times 10^{-4} \times (\log d_q) \frac{di_q}{dt}.$$

Si toutes les distances d_q étaient égales à d , on aurait :

$$e_n = \Sigma e_n = 2 \times 10^{-4} (\log d) \Sigma_1^n \frac{di_q}{dt} = 0.$$

Il suffit donc pour que e_n soit négligeable de supposer le conducteur neutre placé à une distance telle du système de fil que toutes les distances d_q puissent être considérées comme égales.

Il suffit, en général, de supposer ce fil neutre à une vingtaine de mètres de la ligne multiple. Ce fil neutre sera appelé conducteur neutre d'inductance nulle.

La force électromotrice d'induction dans le circuit A_0B_0AB se réduit, dans ces conditions, à celle développée sur le fil AB.

Nous désignerons comme précédemment par $u_0 u'_0 u''_0$ les valeurs instantanées des tensions simples qui sont appliquées à l'origine en A_0B_0 , $A'_0B'_0$, $A''_0B''_0$; par $uu'u''$ les valeurs instantanées pour les tensions simples à l'arrivée; par i_1, i_2, i_3 les valeurs instantanées du courant dans les fils 1, 2, 3.

2^o COEFFICIENT APPARENT DE SELF-INDUCTION DANS LES LIGNES A SIMPLE CIRCUIT. — *Lignes monophasées.* — Considérons une ligne monophasée unique et dans cette ligne le circuit A_0B_0BA . désignons par :

l , la longueur de la ligne en kilomètres.

r , le rayon d'un des fils en centimètres.

d , la distance des fils en centimètres.

R , la résistance totale d'un fil de ligne.

\mathcal{L} , le coefficient de self-induction d'un fil de ligne évalué par kilomètres en unités pratiques.

\mathcal{M} , le coefficient d'induction mutuelle par kilomètre en unités pratiques.

Dans le circuit A_0B_0AB en désignant par $u_0 u'_0, uu', i_1 i_2$ les valeurs instantanées de la tension et du courant, nous avons, d'après la loi de Kirchoff, l'équation algébrique :

$$u_0 = R i_1 + l \mathcal{L} \frac{di_1}{dt} + l \mathcal{M}_{12} \frac{di_2}{dt} + u.$$

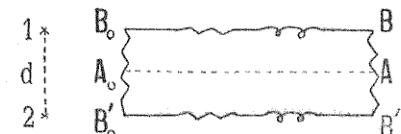


Fig. 26.

Dans le circuit $A_0B'_0B'A$ on aurait de même :

$$u'_0 = Ri_2 + l\mathcal{L} \frac{di_2}{dt} + l\mathfrak{M}_{21} \frac{di_1}{dt} + u'.$$

D'ailleurs, $i_1 + i_2 = 0$, et par suite $\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = 0$.

On a donc : $u_0 = Ri_1 + l(\mathcal{L} - \mathfrak{M}_{12}) \frac{di_1}{dt} + u$.

On peut donc considérer que l'effet combiné de la self-induction du fil (1) et de l'induction mutuelle du fil (2) se combinent de façon à donner une sorte de self-induction apparente.

En posant $L_s = \mathcal{L} - \mathfrak{M}_{12}$, nous aurons un coefficient de self-induction apparente. Il suffira de multiplier par ce coefficient la variation du courant dans l'unité de temps ($\frac{di_1}{dt}$) pour obtenir la chute de tension inductive par unité de longueur.

Remplaçant \mathcal{L} et \mathfrak{M}_{12} par leurs valeurs, il vient, pour un seul fil :

$$L_s = 10^{-4} \left(0,5 + 4,605 \text{ lov} \frac{d}{r} \right).$$

Ligne triphasée unique et symétrique. — Dans le circuit A_0B_0A, B , composé du fil de ligne (n° 1) et du conducteur neutre fictif (fig. 25), nous avons l'équation algébrique :

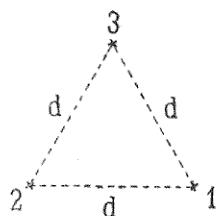


Fig. 27.

$$u_0 = Ri_1 + l\mathcal{L} \frac{di_1}{dt} + l\mathfrak{M}_{12} \frac{di_2}{dt} + l\mathfrak{M}_{13} \frac{di_3}{dt} + u.$$

$$\text{On a d'ailleurs : } \mathfrak{M}_{12} = \mathfrak{M}_{13} = -\frac{4,605}{40^4} \text{ lov } d,$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt} = 0.$$

$$\text{Par suite : } u_0 = Ri_1 + l(\mathcal{L} - \mathfrak{M}_{12}) \frac{di_1}{dt} + u.$$

Comme précédemment, la self-induction et l'induction mutuelle se combinent de façon à donner une sorte de self-induction apparente.

Ce coefficient de self-induction apparente sera par unité de longueur : $L_s = 10^{-4} \left(0,5 + 4,605 \text{ lov} \frac{d}{r} \right)$ pour un fil.

Etude géométrique. — Nous avons l'équation algébrique :

$$(1) \quad u_0 = Ri_1 + l\mathcal{L} \frac{di_1}{dt} + l\mathfrak{M}_{12} \frac{di_2}{dt} + l\mathfrak{M}_{13} \frac{di_3}{dt} + u$$

Nous rappelons que la dérivée d'une grandeur sinusoïdale est autre grandeur sinusoïdale, dont la valeur efficace est égale à la

valeur efficace de la grandeur dérivée, multipliée par $\omega = 2\pi n$. n étant la fréquence. La phase de la nouvelle quantité est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur la phase de la quantité primitive.

En représentant par des vecteurs les grandeurs dérivées, nous voyons que l'équation algébrique (1) pourra se traduire par l'équation géométrique (2) ; entre les valeurs efficaces par exemple :

$$(2) \quad (\overline{U}_0) = (\overline{R}I_1)_{-\varphi} + (\overline{\omega I \cdot \mathcal{L} \cdot I_1})_{\alpha} + (\overline{\omega I \cdot \mathfrak{M}_{12} I_2})_{\beta} + (\overline{\omega I \cdot \mathfrak{M}_{13} I_3})_{\gamma} + \overline{U}.$$

on a d'ailleurs :

$$\mathcal{L} = \left(\frac{1}{2} - 4,605 \text{ lov. } r \right) 10^{-4} \quad \alpha = -\varphi + \frac{\pi}{2}.$$

$$\mathfrak{M}_{12} = -(4,605 \text{ lov. } d) 10^{-4} \quad \beta = \frac{2\pi}{3} - \varphi + \frac{\pi}{2}.$$

$$\mathfrak{M}_{13} = -(4,605 \text{ lov. } d) 10^{-4} \quad \gamma = \frac{4\pi}{3} - \varphi + \frac{\pi}{2}.$$

Le diagramme des tensions est donc $+ OMABCM_0 - AB$ est perpendiculaire à I_1 : il avance de $\frac{\pi}{2} - BC$ et CM_0 sont perpendiculaires aux vecteurs I_2 et I_3 , mais retardent de $\frac{\pi}{2}$ à cause du signe négatif des valeurs de \mathfrak{M}_{12} et \mathfrak{M}_{13} (1).

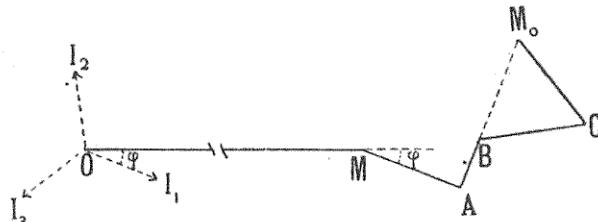


Fig. 28.

D'ailleurs, le réseau étant supposé équilibré, on a : $I_1 = I_2 = I_3$.

Le triangle BCM_0 est alors équilatéral, M_0 tombe sur la perpendiculaire AB à AM , et on a :

$$BM_0 = \omega l \times 4,605 \text{ lov. } d \times 10^{-4} \times I_{eff}.$$

Par suite :

$$AM_0 = AB + BM_0 = \omega \cdot l \cdot I_{eff} \left(\frac{1}{2} + 4,605 \text{ lov. } \frac{d}{r} \right) 10^{-4}.$$

(1) $\pm (\overline{A})_{\pm \alpha}$ indique un vecteur qui doit être porté sur une direction faisant un angle $\pm \alpha$ avec l'origine, si le vecteur est précédé du signe $+$; un angle $(-\alpha)$ s'il est précédé du signe $-$. Le sens positif de rotation est inverse du sens de rotation des aiguilles d'une montre.

3^e INFLUENCE DE LA DISSYMETRIE DANS LES LIGNES A SIMPLE CIRCUIT. — Les lignes dissymétriques à simple circuit se rencontrent assez fréquemment, dans les pays, où les lignes ne sont pas construites sous le régime de l'utilité publique. On construit alors, très souvent, les lignes, le long des routes, et, afin d'éviter de surplomber les terres des propriétaires riverains de la route, on place les fils dans un même plan vertical, du côté de la route.

Ligne triphasée. — Supposons les trois fils placés dans un même plan vertical.

Si nous considérons le fil (1) fig. 29 ; le vecteur de la tension simple au départ OM'_0 , nous sera donné par le diagramme $OMABC M'_0$.

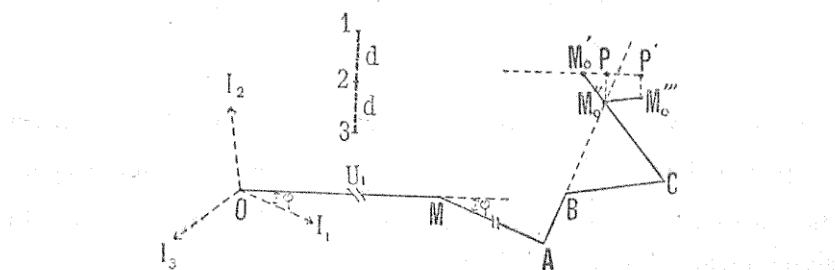


Fig. 29.

On a d'ailleurs en supposant les charges égales dans les trois fils, les longueurs de vecteurs suivantes :

$$AB = l \cdot 10^{-4} \cdot \omega \cdot I_{eff} \left(\frac{4}{2} - 2 \log r \right);$$

$$BC = l \cdot 10^{-4} \cdot \omega \cdot I_{eff} \cdot 2 \log d;$$

$$CM'_0 = l \cdot 10^{-4} \cdot \omega \cdot I_{eff} \cdot 2 \log 2d.$$

Si nous voulons avoir, en grandeur et en direction, les vecteurs de la tension simple au départ de l'usine, nous construirons des diagrammes analogues, en nous servant des vecteurs U_2 et U_3 ; mais comme il est intéressant de rapprocher ces tensions simples au départ, nous ferons tourner le vecteur de la tension simple au départ du fil (2) de l'angle $-\frac{2\pi}{3}$ et le vecteur de la tension simple au départ du fil (3) de l'angle $-\frac{4\pi}{3}$.

Nous avons en OM''_0 et OM'''_0 ces vecteurs après rotation. Avec la disposition actuelle, M''_0 tombe sur la verticale Ay à MA , et, M'''_0 est symétrique de M'_0 par rapport à cette verticale.

Nous voyons donc que la dissymétrie donne des *voltages inégaux*

sur chaque phase, et, de plus que les tensions simples ne font plus entre elles des angles égaux.

Répercussion sur le service. — Examinons la répercussion sur les moteurs de la clientèle.

Les différences de voltage, existent d'après nos diagrammes à l'usine, et par suite nous voyons que pour obtenir un voltage égal, à l'arrivée, sur les trois phases, pour un même débit, nous serions obligé, si cela était pratique et possible, d'adopter des réglages différents pour chaque phase. Comme le réglage est commun pour les trois phases, nous voyons que la dissymétrie de la ligne produira, finalement, des tensions légèrement inégales, et, inégalement décalées à l'arrivée, au poste de transformation.

Les moteurs synchrones et asynchrones, fonctionnant sur un réseau, ou les inégalités de voltage, entre fils, sont importantes, présenteraient un échauffement anormal, si on les faisait marcher à pleine charge. Si, comme il est raisonnable, on limite leur charge de façon, à ce que le courant maximum circulant, dans une phase quelconque, ne dépasse pas le courant de pleine charge, en marche normale, à voltages équilibrés, l'expérience⁽¹⁾ montre que la puissance des moteurs *asynchrones* est réduite approximativement de :

2 0/0 si le rapport des différences de voltages entre phases au voltage normal est de 1 0/0 (le voltage maximum étant égal au voltage normal).

5 0/0 si ce rapport est de 2 0/0 ;

10 0/0 si ce rapport est de 3 0/0 ;

50 0/0 si ce rapport est de 15 0/0.

Pour les moteurs synchrones on constate des réductions de puissance analogues, et, une influence très sérieuse du décalage relatif des phases.

Comme les inégalités de voltage entre phases, peuvent résulter d'autre part, d'inégalités de charges, sur les trois phases ; il est prudent de limiter assez strictement les effets de la dissymétrie de la ligne.

On peut fixer la différence maxima, entre les voltages entre fils à $\frac{1}{100}$ E.

Evaluation approchée de la différence maxima de voltages entre fils. — L'évaluation exacte de cette différence conduit à une formule algébrique assez compliquée, comme nous le verrons plus

⁽¹⁾ *Proceedings*, juin 1909, Charters et Hillebrand.

loin ; mais il s'agit ici d'obtenir l'ordre de grandeur de cette inégalité de voltages.

Etant donné l'éloignement du point O (OM est environ dix fois plus grand que les vecteurs $M'M'_0$, etc.) on peut admettre que l'arc de cercle tracé, de O comme centre avec OM''_0 comme rayon se confond avec la perpendiculaire M''_0P abaissée sur OM'_0 , et d'autre part, que OM'_0 est sensiblement parallèle à OM (fig. 29). L'erreur relative ainsi faite, sur la valeur de $OM''_0 - OM'_0$ ne dépasse guère, 6 à 7 % dans les conditions pratiques.

On a donc sensiblement :

$$OM''_0 - OM'_0 = M'_0 P = M'_0 M''_0 \sin(60^\circ - \varphi) = \alpha$$

$$\text{et : } OM''_0 - OM''_0 = PP' = M'_0 M''_0 \sin(60^\circ + \varphi) = \beta.$$

$$\begin{aligned} \text{D'ailleurs } M'_0 M''_0 &= l \cdot 10^{-4} \cdot \omega \cdot I_{eff} \cdot 4,605 \cdot (\text{lov. } 2d - \text{lov. } d) = \\ &= l \cdot 10^{-4} \cdot \omega \cdot I_{eff} \cdot 4,605 \text{ lov. } 2. \end{aligned}$$

Les tensions simples au départ des fils 1, 2, 3 sont $A - \alpha$, A et $A + \beta$. En composant ces tensions simples nous voyons que la plus grande différence de voltages entre fils est sensiblement :

$$\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \cos 60^\circ = \alpha^2 + \beta^2 + \alpha\beta.$$

Finalement en posant :

$$\gamma = \sqrt{\sin^2(60^\circ - \varphi) + \sin^2(60^\circ + \varphi) + \sin(60^\circ - \varphi) \sin(60^\circ + \varphi)}$$

on voit que la différence maxima de voltages entre fils est :

$$\gamma \propto M'_0 M''_0$$

$$\text{Pour } \varphi = 0 \text{ on a } \gamma = \sin 60^\circ \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

$$\text{Pour } \varphi = 36^\circ \cos \varphi = 0,8 \text{ le radical} = \sqrt{1,56} = 1,25.$$

$$\begin{aligned} \text{On peut donc admettre la condition } 1,5 \times M'_0 M''_0 &< \frac{4}{100} E, \\ \text{ou : } 1,5 \times l \times 10^{-4} \times \omega \cdot I_{eff} \times 4,605 \text{ lov. } 2 &< \frac{4}{100} E. \end{aligned}$$

Tension simple moyenne. — La tension simple moyenne s'obtiendrait en joignant le point O, au centre de gravité du triangle $M'_0 M''_0 M''_0$, c'est-à-dire au point M_0 situé sur Ay , au delà de M'_0 , à une distance égale à $M''_0 M'_0 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \omega \cdot l \cdot 10^{-4} \cdot I_{eff} \cdot 0,46$.

On pourrait donc prendre pour ces lignes le coefficient de self-induction apparente :

$$L'_s = \left(0,96 + 4,605 \text{ lov. } \frac{d}{r} \right) 10^{-4}.$$

Comme cette valeur L'_s diffère assez peu du résultat trouvé avec

la formule $L_s = \left(0,5 + 4,605 \log \frac{d}{r} \right) 10^{-4}$, on se contente souvent d'appliquer cette dernière formule.

Exemple numérique. — Cherchons la différence de voltage maxima dans une ligne, ainsi disposée, ayant un kilomètre de longueur et transportant 100 ampères. Le cyclage étant de 25

$$\begin{aligned} \text{on a : } & 1,5 \times l \cdot 10^{-4} \cdot \omega \cdot I_{\text{eff}} \cdot 4,605 \cdot \log 2 = \\ & = 1,5 \times 1 \times 10^{-4} \times 157 \times 100 \times 4,605 \times 0,301 = 3 \text{ v. 26.} \end{aligned}$$

Avec un cyclage de 50 nous aurions des différences de voltages de 6 v. 5 par 100 ampères-kilomètres.

Ces différences sont proportionnelles au nombre d'ampères-kilomètres.

Moyen d'annuler les différences de voltages. Rotation de fils. — Si on est obligé de maintenir la construction dissymétrique de la ligne, on peut annuler ces différences de voltages, en utilisant le procédé des rotations de fils. En effet, si on divise une ligne triphasée, en *un nombre multiple de trois* de sections égales ; si on fait occuper au fil 1, successivement, les positions supérieure, centrale, inférieure, et, si on agit de même pour les autres fils ; les voltages s'égaliseront. L'égalisation n'est pas absolument complète, parce que dans leurs sections différentes, les courants, les tensions et les phases diffèrent légèrement ; mais il est pratiquement réalisé pour les lignes de transport de force de moyenne longueur (40 à 50 kilomètres) même avec trois divisions seulement. Si la ligne est plus longue on divisera la ligne en six ou neuf parties si les formules précédentes indiquent des différences de voltages importantes.

Nous supposons qu'il n'y a pas de branchements importants en cours de route.

Calcul algébrique exact de la valeur de la tension simple. — Supposons qu'il n'y ait pas de rotations de fils. Le diagramme des tensions simples sera celui que nous avons indiqué. La position du point M_0 se détermine facilement algébriquement, car les projections sur Ax et Ay de AM_0 sont (fig. 30) :

$$x' = l \cdot 10^{-4} \cdot \omega \cdot I_{\text{eff}} \cdot (2 \log d - 2 \log 2d) \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$y' = l \times 10^{-4} \times \omega \times I_{\text{eff}} \left[\frac{4}{2} - 2 \log r + (2 \log d + 2 \log 2d) \frac{1}{2} \right]$$

En effet $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

La valeur de OM'_0 se déduit sans difficulté,

$$(OM'_0)^2 = (U_1 \cos \varphi + I_1 R + x')^2 + (y' - U_1 \sin \varphi)^2.$$

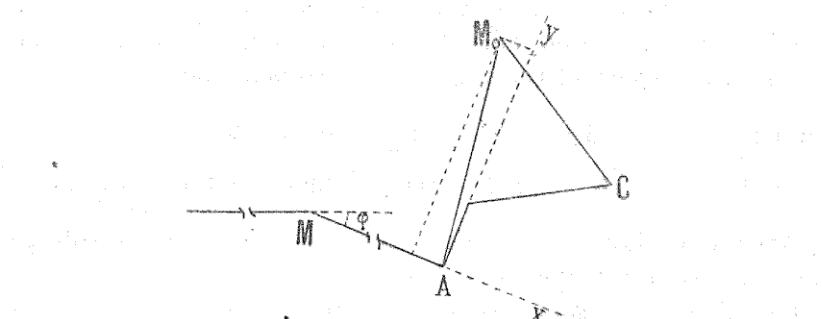


Fig. 30.

Nous avons examiné le cas de dissymétrie le plus fréquent, il est facile de généraliser, en supposant les distances entre fils égales à $d_1 d_2 d_3$.

III. — Induction dans les lignes multiples

1^o LIGNES MARCHANT EN PARALLÈLE. — Considérons une ligne à 6 fils,

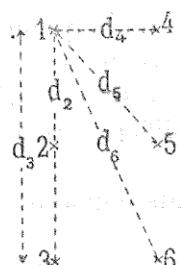


Fig. 31.

Supposons qu'elle soit construite en plaçant les trois fils de la ligne (1) d'un côté du pylône et les trois fils de l'autre ligne de l'autre côté.

Soient $d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6$ les distances entre le fil (1) et les fils 2, 3, 4, 5, 6. Supposons que les lignes soient alimentées, en parallèle, par les mêmes machines, et que les courants des deux lignes soient en phase (1 et 4, 2 et 5, 3 et 6). Nous aurons pour déterminer la tension simple au départ du fil 1 l'équation algébrique :

$$(1) \quad u_0 = RI_1 + l \frac{di_1}{dt} + l \mathfrak{R}_{12} \frac{di_2}{dt} + l \mathfrak{R}_{13} \frac{di_3}{dt} + l \mathfrak{R}_{14} \frac{di_4}{dt} + l \mathfrak{R}_{15} \frac{di_5}{dt} + l \mathfrak{R}_{16} \frac{di_6}{dt} + u.$$

Comme nous l'avons vu page 103 l'équation algébrique (1) pourra se traduire par l'équation géométrique (2).

$$(2) \quad \overline{U}_0 = \overline{(RI_1)}_\varphi + [\omega \cdot l \cdot \mathfrak{R} \cdot I_1]_\alpha + [\omega \cdot l \cdot \mathfrak{R}_{1-2} I_2]_\beta + [\omega \cdot l \cdot \mathfrak{R}_{1-3} I_3]_\gamma + \\ + [\omega \cdot l \cdot \mathfrak{R}_{1-4} I_4]_\alpha' + [\omega \cdot l \cdot \mathfrak{R}_{1-5} I_5]_\beta' + [\omega \cdot l \cdot \mathfrak{R}_{1-6} I_6]_\gamma' + \overline{U}.$$

On a d'ailleurs :

$$\mathcal{L} = 10^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2} (-2 \log r) \right) \quad \Im \mathcal{N}_{14} = -10^{-4} \times 2 \log d_4$$

$$\Im \mathcal{N}_{12} = -10^{-4} \times 2 \log d_2 \quad \Im \mathcal{N}_{15} = -10^{-4} \times 2 \log d_5$$

$$\Im \mathcal{N}_{13} = -10^{-4} \times 2 \log d_3 \quad \Im \mathcal{N}_{16} = -10^{-4} \times 2 \log d_6$$

et d'autre part :

$$\alpha = \alpha' = -\varphi + \frac{\pi}{2}$$

$$\beta = \beta' = \frac{2\pi}{3} - \varphi + \frac{\pi}{2}$$

$$\gamma = \gamma' = \frac{4\pi}{3} - \varphi + \frac{\pi}{2}$$

Supposant toujours les courants égaux :

$I_1 = I_2 = I_3 = I_4 = I_5 = I_6 = I$. On a le diagramme de la figure 32 avec les longueurs de vecteurs suivantes :

$$AB = \frac{I \omega I}{10^4} \left(\frac{1}{2} - 2 \log r \right).$$

Ce vecteur est en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur le vecteur du courant I_1 .

$$BC = \frac{I \omega I}{10^4} \times 2 \log d_2 = K \times 2 \log d_2$$

Ce vecteur est en retard de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à I_2 à cause du signe négatif de la valeur de $\Im \mathcal{N}_{12}$.

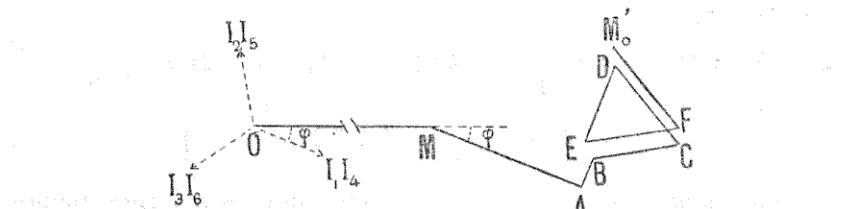


Fig. 32.

De même les longueurs des autres vecteurs sont :

$$CD = K \times 2 \log d_3$$

$$DE = K \times 2 \log d_4$$

$$EF = K \times 2 \log d_5$$

$$FM' = K \times 2 \log d_6$$

Si les deux lignes alimentaient des réseaux à facteur de puissance différents $\cos \varphi$ et $\cos \varphi'$, les vecteurs DE, EF, FM' ne seraient plus parallèles, respectivement aux vecteurs AB, BC, CD; mais feraienit avec ces vecteurs un angle $\varphi - \varphi'$.

2^o CALCUL DU VECTEUR DONNANT LA CHUTE DE TENSION INDUCTIVE DANS LE CAS DE LIGNES MULTIPLES MARCHANT EN PARALLÈLES ET AYANT DES CHARGES ET DES DÉCALAGES ÉGAUX. — *Formules générales. Lignes triphasées.* — Il est facile de voir que l'on peut tracer immédiatement le vecteur AM'_0 , donnant en direction et en grandeur, la chute de tension inductive. En effet, les projections sur l'axe Ax (confondu avec la direction du vecteur des chutes ohmiques) et sur l'axe perpendiculaire Ay sont connues ; car les vecteurs successifs font avec Ax des angles de 30° et avec Ay des angles de 60° , à l'exception des vecteurs tels que AB et DE qui sont parallèles à Ay (fig. 30 et 32).

Cela est vrai quel que soit le nombre de lignes. Si l'y a n lignes triphasées nous aurons le diagramme ABCD augmenté de ($n - 1$) triangles fermés ou non, tels que $DEFM'_0$ (fig. 32).

Considérons pour généraliser n lignes dont les conducteurs sont :

$$x_1, y_1, z_1 \quad x_2, y_2, z_2 \quad x_n, y_n, z_n$$

Les projections du vecteur de chute de tension inductive concernant le conducteur x_q sont, en désignant par $d_{x_q y_p}$ la distance entre les conducteurs x_q et y_p :

1^o sur Ax

$$(1) \quad X' = 10^{-4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot I \cdot \omega \cdot I_{eff} \left[\Sigma_i^n 2 \log d_{x_q y_p} - \Sigma_i^n 2 \log d_{x_q z_p} \right]$$

2^o Sur Ay

$$(2) \quad Y' = 10^{-4} \cdot I \cdot \omega \cdot I_{eff} \left[\left(\frac{1}{2} - 2 \log r \right) - \Sigma_i^n (\text{sauf } q) 2 \log d_{x_q x_p} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \Sigma_i^n 2 \log d_{x_q y_p} + \frac{1}{2} \Sigma_i^n 2 \log d_{x_q z_p} \right]$$

Lignes monophasées. — Si nous considérons n lignes monophasées, les vecteurs étant tous parallèles à Ay , on a :

$$AM'_0 = 10^{-4} I \cdot \omega \cdot I_{eff} \left[\left(\frac{1}{2} - 2 \log r \right) - \Sigma_i^n (\text{sauf } q) 2 \log d_{x_q x_p} + \right. \\ \left. + \Sigma_i^n 2 \log d_{x_q y_p} \right]$$

3^o EFFET DE LA DISSYMETRIE DANS LES LIGNES MULTIPLES MARCHANT EN PARALLELE. ÉTUDE DE DIVERSES DISPOSITIONS DE FILS. — La symétrie est difficile à obtenir dans les lignes multiples. Dans le cas d'une ligne à six fils, il faudrait, en effet, que les fils soient de diamètres égaux, disposés aux sommets d'un hexagone régulier.

Les courants et les phases devraient être égaux.

La disposition des fils aux sommets d'un polygone régulier n'est pas commode à réaliser lorsqu'il y a six fils, et, cela devient tout à fait impossible lorsqu'il y a un plus grand nombre de fils.

La dissymétrie est donc la règle.

Nous avons évidemment les mêmes inconvénients que dans une ligne simple, c'est-à-dire inégalités des voltages entre fils, inégalités des angles des tensions simples. Nous verrons plus loin qu'il y a une autre difficulté, lorsque les lignes ne marchent pas en parallèle.

La tension simple moyenne est tantôt plus grande, tantôt plus petite que celle d'une ligne simple symétrique.

On peut étudier ces tensions moyennes et les différences de voltages, en utilisant les formules générales du paragraphe précédent. On a pour la tension simple du fil x_q dans une ligne triphasée : $U_0^2 = (U_1 \cos \varphi + I_1 R + X')^2 + (-U_1 \sin \varphi + Y')^2$.

L'emploi de ces formules est avantageux, lorsqu'il y a plus de deux lignes triphasées. Lorsqu'il n'y a que deux lignes triphasées les diagrammes permettent une étude exacte des tensions moyennes plus facile. On peut également étudier, par ce moyen, avec une approximation suffisante, les différences maxima de voltages entre fils.

Etude de diverses dispositions de lignes à six fils.

a) Lignes triphasées situées dans des plans verticaux parallèles.

Nous considérerons tout d'abord le cas de deux lignes triphasées dissymétriques placées dans deux plans verticaux parallèles.

La figure 31 nous donne la disposition des fils.

Nous supposerons que l'on ait, en posant $d_2 = D$:

$$d_3 = 2D \quad d_4 = D \quad d_5 = D\sqrt{2} \quad d_6 = D\sqrt{3}$$

c'est-à-dire que la distance des deux lignes égale les distances entre le fil 2 et les fils 1 et 3.

La figure 32 donne le diagramme de tension simple du fil 1. Si nous réunissons ensemble les vecteurs de même phase nous obtenons le diagramme de la figure 33 : ABECFDM'.

Contrairement, dans le cas particulier que nous étudions, les diagrammes pour les trois fils, et, rapprochant les tensions simples au départ en faisant tourner le vecteur (de la tension simple au départ), du fil 2 de l'angle $-\frac{2\pi}{3}$, et, celui du fil 3, de l'angle $-\frac{4\pi}{3}$, nous avons en OM'' et OM''' ces vecteurs après rotation.

En supposant les charges égales et les décalages égaux,

M''_0 tombe sur la perpendiculaire Ay à AM et M'''_0 est symétrique de M'_0 , par rapport à Ay .

On a, dans ce cas :

$$M'_0 M''_0 = \frac{2 \cdot l \cdot \omega}{40^4} \cdot I_{eff} [\log. 2D + \log. D\sqrt{5} - \log. D - \log. D\sqrt{2}]$$

$$M'_0 M''_0 = \frac{4,605}{40^4} l \cdot \omega \cdot I \times 0,5.$$

En raisonnant, comme nous l'avons fait pour la ligne triphasée simple nous verrions que les différences maxima de voltage sont

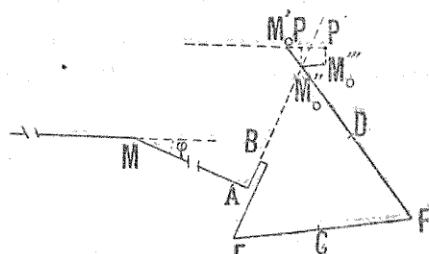


Fig. 33.

de l'ordre de $1,5 \times M'_0 M''_0$. Par conséquent, nous pourrons maintenir, à la rigueur, la ligne sans rotation, si l'inégalité suivante est satisfaite :

$$\frac{4,605}{40^4} \times l \cdot \omega I \times 0,5 \times 1,5 < \frac{4}{100} E.$$

Comparant la valeur de $M'_0 M''_0$ à celle trouvée pour la ligne simple, dissymétrique, nous constatons qu'avec la disposition ci-dessus, la présence de la deuxième ligne augmente la différence de voltages des $\frac{2}{5}$ environ.

Exemple numérique. — Cherchons par 100 ampères et par kilomètre, la différence maxima de voltage d'une ligne double ainsi construite, marchant à 25 cycles. On a :

$$M'_0 M''_0 \times 1,5 = \frac{4,605}{40^4} \times 1 \times 137 \times 100 \times 0,5 \times 1,5 = 5,42.$$

à 50 cycles nous aurions 10^v,84.

Supposons une ligne de 120 kilomètres, transportant 100 ampères à 50.000 volts, à 25 cycles. Nous aurions :

$$M'_0 M''_0 \times 1,5 = 120 \times 5,42 = 650 \text{ volts}$$

soit 1,3 0/0 du voltage entré fils.

A 50 cycles les différences de voltages seraient de l'ordre de 2,6 0/0.

Tension simple moyenne. — Inductance moyenne. — La tension simple moyenne s'obtiendrait en joignant le point O au point M_0 , centre de gravité du triangle $M'_0M''_0M'''_0$ (Le point M_0 n'est pas marqué).

Supposons toujours les charges égales et décalages égaux :

La chute de tension due à la force contre-électromotrice de self-induction apparente, moyenne, serait :

$$AM_0 = AM''_0 + M''_0M_0 = AM''_0 + \frac{1}{3}M'_0M''_0.$$

D'ailleurs :

$$AM''_0 = AB - BE + EC - CF.$$

On a donc :

$$AM''_0 = \frac{l \cdot \omega I}{10^4} \left(\frac{1}{2} + 2,303 \times \log 2 + 4,605 \log \frac{D}{r} \right)$$

$$\text{et } \frac{1}{3}M'_0M''_0 = \frac{4,605}{10^4} \times l \cdot \omega I \times \frac{0,5}{3}.$$

Le coefficient de self-induction apparent moyen, à adopter pour cette ligne transportant des courants égaux sur chaque fil, serait donc :

$$\begin{aligned} L_s &= 10^{-4} \left[\frac{1}{2} + 2,303 (\log 2 + 0,33) + 4,605 \log \frac{D}{r} \right] = \\ &= 10^{-4} \left(1,95 + 4,605 \log \frac{D}{r} \right). \end{aligned}$$

Ce coefficient est sensiblement plus fort que celui de la ligne simple. La chute de voltage moyenne est donc plus grande sur des lignes ainsi disposées.

b) *Disposition des fils suivant un hexagone régulier.* — Si les fils de même phase sont disposés aux extrémités d'un même diamètre, dans un ordre convenable, les voltages sont égaux dans les trois phases, si les charges sont égales.

La disposition de la figure 34 est quelquefois adoptée. On a :

$$d_2 = D \quad d_3 = D\sqrt{3} \quad d_4 = 2D$$

$$d_5 = D\sqrt{3} \quad d_6 = D.$$

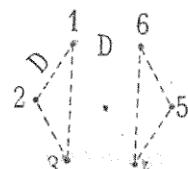


Fig. 34.

En nous reportant au diagramme de la figure 33, nous avons :

$$M'_0M''_0 = \frac{\omega I l}{40^4} (\log d_2 + \log d_5 - \log d_3 - \log d_6) = 0$$

en vertu des égalités précédentes. On verrait de même que $M''_0 M'''_0$ est nul. Ceci démontre l'égalité des tensions simples.

La valeur de l'inductance est :

$$\frac{AM_0}{I} = \frac{\omega}{10^4} \left(\frac{1}{2} - 2 \log r - 2 \log 2D + 2 \log D + 2 \log D \sqrt{3} \right).$$

Le coefficient de self-induction apparent à prendre pour cette ligne est donc :

$$\begin{aligned} L_s &= 10^{-4} \left[\left(\frac{1}{2} - 4,605 \log \frac{2}{\sqrt{3}} \right) + 4,605 \log \frac{D}{r} \right] = \\ &= 10^{-4} \left(0,212 + 4,605 \log \frac{D}{r} \right). \end{aligned}$$

La tension simple moyenne est un peu plus faible que celle d'une ligne simple même symétrique.

On peut encore disposer les fils dans l'ordre suivant : 1 6 2 4 3 5.

Les fils de même phase sont encore aux extrémités d'un même diamètre et les lignes simples 1, 2, 3 — 4, 5, 6 sont symétriques. Les tensions simples sont encore égales. Cette disposition est peu employée, car ce mélange de lignes est fort gênant pour les branchements en cours d'exploitation.

c) *Disposition avec deux lignes triphasées symétriques.* — La disposition représentée par la figure 35 est très souvent employée ; les différences de voltages sont assez faibles, et la tension moyenne reste inférieure à la tension simple d'une ligne simple symétrique ; en supposant toujours les lignes également chargées.

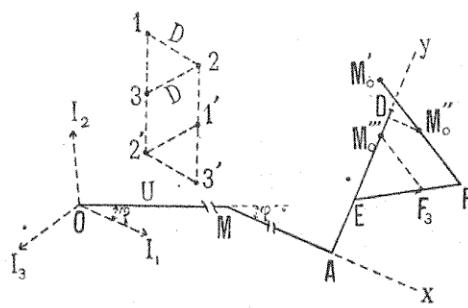


Fig. 35.

Inductance moyenne. — La figure 35 donne en OMADEFM'_0 le diagramme de la tension simple du fil 1.

AD est la chute de tension due à la self-induction apparente de la ligne 1 2 3, supposée seule.

$$AD = \frac{\omega \cdot l \cdot 1}{10^4} \left(\frac{1}{2} + 4,605 \log \frac{D}{r} \right).$$

L'action de la ligne 1'2'3' sur le fil 1 se traduit par les vecteurs DE, EF, FM'_0.

$$DE = 4,605 \frac{\omega II}{10^4} \text{ lov}(11') = 4,605 \frac{\omega II}{10^4} \text{ lov } D \sqrt{3}.$$

$$EF = 4,605 \frac{\omega II}{10^4} \text{ lov}(12') = 4,605 \frac{\omega II}{10^4} \text{ lov } 2D.$$

$$FM'_0 = 4,605 \frac{\omega II}{10^4} \text{ lov}(13') = 4,605 \frac{\omega II}{10^4} \text{ lov } D \sqrt{7}.$$

Ramenant comme précédemment les vecteurs de tension simple des fils 2 et 3 par des rotations de $-\frac{2\pi}{3}$ et $-\frac{4\pi}{3}$ nous aurions les grandeurs de ces vecteurs en OM''_0 OM'''_0. Les vecteurs composant sont :

Pour le fil 2 :

$$DE_2 = DE \quad EF_2 = EF \quad \text{et} \quad FM''_0 = 4,605 \frac{\omega II}{10^4} \text{ lov } D,$$

Pour le fil 3 :

$$DE_3 = DE \quad EF_3 = 4,605 \frac{\omega II}{10^4} \text{ lov } D = F_3 M'''_0.$$

Les valeurs des vecteurs permettent de trouver facilement la valeur moyenne de la chute de tension. On constate que la chute de tension moyenne due à la self-induction apparente n'est pas tout à fait confondue avec Ay. Pour simplifier on prend généralement comme valeur moyenne AM_0. — M_0 étant le pied de la perpendiculaire abaissée de M''_0 sur Ay. L'erreur est très faible.

Comme AM_0 est la projection de AM''_0 sur Ay, on a :

$$AM_0 = AD - DE + \frac{1}{2}(EF + FM''_0)$$

$$= AD - \frac{2,303 \cdot \omega \cdot II}{10^4} (2 \text{ lov } D \sqrt{3} - \text{lov } D - \text{lov } 2D).$$

Le coefficient de self-induction apparente serait pour cette disposition :

$$\begin{aligned} L_s &= 10^{-4} \left[\left(\frac{1}{2} - 2,303 \text{ lov } \frac{3}{2} \right) + 4,605 \text{ lov } \frac{D}{r} \right] = \\ &= 10^{-4} \left(0,094 + 4,605 \text{ lov } \frac{D}{r} \right). \end{aligned}$$

Differences maxima de voltage. — Par un raisonnement analogue à ceux faits précédemment, nous trouvons que la différence maxima de voltage est de l'ordre de $\frac{4,605}{10^4} \cdot \omega \cdot I \cdot I > 0,32$.

A 25 cycles pour 100 ampères-kilomètres nous trouvons 2 v. 3.

A 50 cycles nous aurions 4 v. 6.

Les inégalités de tension sont beaucoup plus faibles que dans le

premier cas étudié. La chute de tension moyenne est également sensiblement inférieure.

Il nous reste à comparer des différents types de lignes doubles dans le cas où les lignes simples composantes ne marchent pas en parallèle, et surtout lorsque les cyclages sont différents.

4^e EFFET DE L'INDUCTION MUTUELLE LORSQUE LES LIGNES NE MARCHENT PAS EN PARALLÈLE. — L'effet d'induction de la ligne 4, 5, 6 sur le fil (1) est représenté par le vecteur DM'_0 . La tension au départ, au lieu d'être OD , sera OM'_0 . Si les deux lignes sont à des cyclages différents (N et n), le vecteur DM'_0 ne sera plus fixe, mais tournera avec une vitesse ($\Omega - \omega$). La tension simple au départ variera de $OD + DM'_0$ à $OD - DM'_0$.

Plus exactement, la tension simple instantanée, au départ est égale à la somme des projections sur une perpendiculaire à l'axe origine OM , de deux vecteurs, de vitesses de rotation Ω et ω dif-

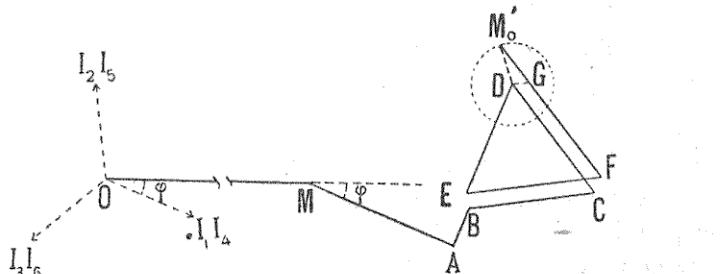


Fig. 36.

férentes. Nos diagrammes étant construits, avec les valeurs efficaces, nous avons :

$$u_0 = OD \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\Omega t + \alpha) + DM'_0 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \beta).$$

Nous aurons un battement de voltage de faible fréquence, dont l'amplitude sera de l'ordre de DM'_0 , lorsque les valeurs maxima de ces sinusoïdes coïncideront approximativement.

Cet effet, très désagréable pour l'éclairage, se produira surtout avec des lignes à cyclages différents ; mais peut se produire avec des lignes au même cyclage nominatif, lorsque les vitesses des machines alimentant séparément les deux lignes, diffèrent légèrement. Nous avons appelé ω la pulsation de la ligne 4, 5, 6.

Evaluons $M'_0 D$. Le triangle DGM'_0 nous donne :

$$M'_0 D = \frac{4,605 \times \omega l_{eff}}{40^4} \sqrt{\text{lov}^2 \frac{d_5}{d_4} + \text{lov}^2 \frac{d_6}{d_4} - \text{lov} \frac{d_5}{d_4} \times \text{lov} \frac{d_6}{d_4}}.$$

On voit que ce sont les distances relatives des fils qui interviennent.

On examinerait de même l'action sur le fil 2 et sur le fil 3. Il est toutefois préférable d'examiner l'action de la ligne 4,5,6 sur les boucles composées par les fils 1 et 2 — 2 et 3 — 3 et 1.

Soit v_1, v_2, v_3 les forces contre-électromotrices instantanées créées dans les fils 1, 2, 3 par la ligne 4, 5, 6.

Première disposition de fils. — Lignes triphasées situées dans des plans verticaux parallèles (fig. 31).

On a, en supposant comme précédemment, $d_2 = D$, $d_3 = 2D$, $d_4 = D$, $d_5 = D\sqrt{2}$, $d_6 = D\sqrt{5}$, les équations algébriques suivantes entre les valeurs instantanées :

$$\begin{aligned}v_1 &= + \frac{2 \times l \times 2,303}{40^4} \left(\text{lov } D \cdot \frac{di_4}{dt} + \text{lov } D \sqrt{2} \cdot \frac{di_5}{dt} + \text{lov } D \sqrt{5} \cdot \frac{di_6}{dt} \right). \\v_2 &= + \frac{2 \times l \times 2,303}{40^4} \left(\text{lov } D \sqrt{2} \cdot \frac{di_4}{dt} + \text{lov } D \cdot \frac{di_5}{dt} + \text{lov } D \sqrt{2} \cdot \frac{di_6}{dt} \right). \\v_3 &= + \frac{2l \times 2,303}{40^4} \left(\text{lov } D \sqrt{5} \cdot \frac{di_4}{dt} + \text{lov } D \sqrt{2} \cdot \frac{di_5}{dt} + \text{lov } D \cdot \frac{di_6}{dt} \right).\end{aligned}$$

D'ailleurs v_{12} force contre-électromotrice créée dans la boucle 1,2 — $v_1 - v_2$.

$$\text{Donc } v_{12} = + \frac{2l \times 2,303}{40^4} \left(\frac{di_6}{dt} \cdot \text{lov. } 2 + \frac{di_5}{dt} \cdot \text{lov. } \sqrt{5} \right)$$

en tenant compte de l'égalité $\frac{di_4}{dt} + \frac{di_5}{dt} + \frac{di_6}{dt} = 0$.

Nous tirerons de là les valeurs efficaces :

$$V_{12} = \frac{2 \cdot \omega \cdot l \times 2,303}{40^4} \times I \sqrt{(\text{lov } 2)^2 + (\text{lov } \sqrt{5})^2} = \text{lov } 2 \times \text{lov } \sqrt{5}.$$

De même nous avons :

$$V_{23} = \frac{2 \cdot \omega \cdot l \times 2,303}{40^4} \times I \sqrt{(\text{lov } 2)^2 + (\text{lov } \sqrt{5})^2} = \text{lov } 2 \times \text{lov } \sqrt{5},$$

$$V_{31} = \frac{2 \cdot \omega \cdot l \times 2,303}{40^4} I \cdot \sqrt{3} \text{ lov. } \sqrt{5}.$$

En supposant $I_4 = I_5 = I_6 = I$.

Exemple numérique. — Si nous prenons une ligne double, à 25 cycles, triphasée de 1 kilomètre de longueur, la ligne 4,5,6 portant 100 ampères, nous avons pour l'effet d'induction mutuelle sur les boucles 1,2 — 2,3 — 31 les valeurs suivantes :

$$V_{12} = \frac{2 \times 457 \times 4 \times 2,303}{40^4} \times 100 \times 0,327 = 2 \text{ v. } 37,$$

$$V_{23} = 2 \text{ v. } 37, V_{31} = 4 \text{ v. } 38,$$

à 50 cycles nous aurions 4 v. 74 — 4 v. 74 et 8 v. 76.

Prenons une ligne de 100 kilomètres à 50.000 volts et 50 cycles, composée de deux lignes triphasées, disposées comme ci-dessus, et portant chacune 100 ampères. L'effet d'induction mutuelle de la seconde ligne sur la phase 3,1 atteint 876 volts. Lorsque les lignes ne marcheront pas en parallèle, une légère différence de vitesse des machines pourra donner des variations de voltage périodique de ± 876 volts, c'est-à-dire $\pm 1,8\%$ du voltage. L'éclairage des lampes à incandescence pourrait être très désagréable.

Autres dispositions de fils. — Si nous prenons la disposition en hexagone régulier (type à lignes séparées) (fig. 34), nous avons par 100 ampères-kilomètres à 50 cycles :

$$V_{12} = 3 \text{ v}, 77, \quad V_{23} = 3 \text{ v}, 77, \quad V_{31} = 7 \text{ v}, 52.$$

Pour le type de lignes doubles à lignes symétriques superposées (fig. 35), nous trouvons ; à 50 cycles :

$$V_{12} = 2 \text{ v}, 24, \quad V_{23} = 3 \text{ v}, 09 \quad \text{et} \quad V_{31} = 1 \text{ v}, 45.$$

Influence de l'écartement des lignes. — Si on double la distance entre les deux plans verticaux contenant chacune des lignes, dans le premier exemple, les valeurs de V_{12} , V_{23} , V_{31} sont réduites de plus de moitié. Ce procédé de réduction de l'induction mutuelle est fort coûteux et l'effet d'induction n'est pas annulé.

Limite à imposer à la valeur de l'inductance mutuelle lorsque les lignes ne marchent pas en parallèle. — L'action de l'inductance mutuelle pouvant devenir très gênante lorsque les lignes sont alimentées par des machines différentes ne marchant pas en parallèle, il y a intérêt à réduire autant que possible cette valeur de l'inductance mutuelle. Toutes les fois que l'une des valeurs V_{12} , V_{23} , V_{31} dépassera $\frac{4}{200} E$, il faudra recourir au procédé des rotations de fils.

5° EMPLOI DES ROTATIONS DE FIL POUR REMÉDIER AUX EFFETS DE L'INDUCTION MUTUELLE ET DE LA DISSYMMÉTRIE. — Nous supposerons qu'il n'y a que deux lignes triphasées.

a) *Les lignes ne marchent pas en parallèle.* — Il nous faut réduire la force contre-électromotrice d'induction mutuelle des deux lignes autant qu'il est possible.

Il est évident que si nous voulons annuler l'effet d'induction de la seconde ligne sur la première, et réciproquement, il faudra faire tourner les deux lignes. Cette double rotation doit être faite de façon à faire occuper à un fil toutes les positions possibles par

rapport aux deux fils de la ligne à laquelle il appartient, et par rapport aux trois fils de la ligne voisine. On doit donc faire ces rotations de la façon indiquée par la figure 37. Nous supposons qu'il n'y a pas de branchements à débits importants en cours de route ; sinon il faudrait traiter la partie de ligne comprise entre deux branchements comme une ligne complète.

Malgré cette précaution, l'effet d'annulation n'est pas rigoureusement exact, parce que le long de la ligne, les tensions, les phases et les courants varient. Avec les fréquences utilisées dans les transports de force, cette variation est, en général, assez lente pour qu'il soit possible de considérer que sur 30 ou 40 kilomètres, elle n'est pas très appréciable.

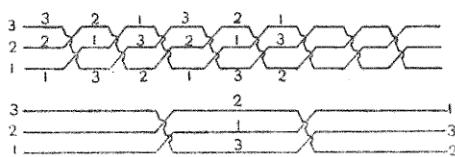


Fig. 37.

Par conséquent si nous avons une ligne de transport de force, double triphasée de 40 à 50 kilomètres on divisera la première ligne en trois parties et la deuxième en neuf parties et les rotations se ferait comme l'indique la figure 37.

Si la ligne a une longueur plus grande, nous la diviserons en deux ou plusieurs parties, et, traiterons chacune de ces divisions comme il a été indiqué plus haut.

Si nous voulons annuler d'autre part, l'effet d'induction sur la ligne téléphonique, qui accompagne souvent les transports de force, il faudra faire tourner aussi la ligne téléphonique ; mais ces rotations devront être très fréquentes, car la fréquence élevée des courants téléphoniques produit, le long de la ligne, comme nous le verrons plus loin, une variation assez rapide des tensions, phases et courants. On fait généralement tourner la ligne téléphonique d'un demi-tour tous les poteaux.

Ces rotations ne sont pas très coûteuses, et, elles augmentent fort peu le coût d'une ligne longue et importante.

L'augmentation du prix de revient pour une ligne de dix à vingt kilomètres n'est pas négligeable. Si les deux lignes constituantes

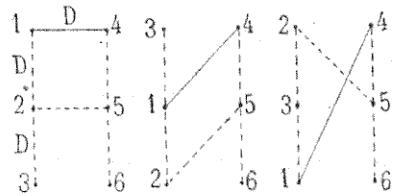


Fig. 38.

sont assez chargées, et, ne marchent pas en parallèle, l'effet de balancement de voltage pourra malgré la courte longueur de la ligne être appréciable. Dans ce cas, il est bon d'étudier le résultat de la rotation d'une seule ligne. Ce résultat n'est pas toujours favorable. Dans le cas de deux lignes triphasées situées dans deux plans verticaux, cette rotation unique diminue beaucoup l'effet d'induction mutuelle.

La force contre-électromotrice instantanée d'induction mutuelle de la ligne 4,5,6 sur le fil 1 est, en effet, dans ce cas, d'après la figure 38 :

$$v_1 = + \frac{2l \times 2,303}{10^4} \left[\frac{4}{3} (\text{lovD} + \text{lov.D}\sqrt{2} + \text{lovD}\sqrt{3}) \left(\frac{di_4}{dt} + \frac{di_6}{dt} \right) + \frac{4}{3} (\text{lov D} + 2\text{lov. D}\sqrt{2}) \frac{di_5}{dt} \right].$$

$$\text{ou : } v_1 = - \frac{2l \times 2,303}{10^4} \times \frac{4}{3} \text{lov.} \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{di_5}{dt}.$$

Cette équation nous indique la direction de la force d'induction mutuelle, et, sa valeur efficace,

$$V_1 = \frac{2 \cdot \omega \cdot l \cdot 1 \times 2,303}{10^4} \times \frac{4}{3} \text{lov.} \sqrt{\frac{5}{2}}.$$

Par 100 ampères-kilomètres à 50 cycles $V_1 = 0,939$.

Ces valeurs de U étant égales pour les trois fils et faisant des angles de 120° entre elles, la valeur de la force électromotrice d'induction mutuelle de la ligne 4,5,6 sur la boucle 1,2 sera $U_1\sqrt{3} = 1\text{v.}66$, au lieu de $8\text{v.}73$ lorsqu'il n'y avait aucune rotation de ligne.

L'étude se fait très simplement, en étudiant l'action de la ligne qui ne tourne pas sur les fils de la ligne qui tourne, il n'est pas nécessaire de considérer les boucles.

Avec certaines dispositions de fils cette rotation unique, qui égale toujours les inductions mutuelles, ne diminue pas la valeur maxima de cette induction ; quelquefois même, elle l'augmente.

b) *Les lignes marchent en parallèle.* — Nous avons à égaliser les voltages, et, à diminuer si possible la chute de tension.

Il est évident qu'il n'y a aucune rotation de fils à effectuer si les deux lignes ont des charges égales et sont disposées sur un hexagone régulier, tandis que précédemment, les rotations étaient nécessaires même avec cette disposition.

Très souvent il n'y aura aucune rotation à effectuer pour les

lignes de moyennes longueurs disposées, suivant la troisième disposition étudiée.

En somme, un grand nombre de lignes doubles, marchant en parallèle sont construites sans aucune rotation. Si des lignes téléphoniques sont placées en dessous de telles lignes de transport, on fera tourner la ligne téléphonique, comme il a été dit. Malgré cela, l'induction sur cette ligne sera forte ; il sera bon d'employer pour améliorer le service téléphonique des appareils spéciaux, par exemple des transformateurs de téléphone, dont le centre du primaire est mis à la terre, par l'intermédiaire d'une self.

Les chiffres que nous avons indiqués pour les différences de voltage permettent de se rendre compte, très rapidement, lorsqu'une disposition de fils a été imposée par une raison quelconque, de la nécessité plus ou moins grande d'effectuer des rotations de lignes. Il faut toujours comparer les différences de voltage au voltage de la ligne.

Les rotations, lorsqu'elles sont nécessaires sont faites par le procédé indiqué par la figure 37, c'est-à-dire qu'il y a une ou deux rotations complètes sur une ligne, et trois fois plus sur l'autre.

Avec des rotations ainsi effectuées, l'égalité de voltage est obtenue, et la chute de voltage est égale à la chute de voltage d'une ligne simple symétrique, si les deux lignes composantes sont symétriques ou à la chute de voltage moyenne d'une ligne simple dissymétrique si les lignes composantes sont dissymétriques.

Lignes multiples à 9 ou 12 fils. — Pour ces lignes le système de rotation des fils est peu pratique, le meilleur moyen d'égaliser les voltages est de diminuer la distance entre les fils d'une même ligne, et, d'augmenter la distance entre les lignes, de façon à obtenir sensiblement un rapport de 1 à 2 entre ces deux distances. On peut également employer ce procédé pour les lignes de distribution présentant de nombreux branchements.

IV. — Calculs pratiques

1^o CALCUL DU COEFFICIENT DE SELF-INDUCTION APPARENTE L_s . — *Lignes monophasées ou triphasées simples.* — On a dans le cas d'une ligne monophasée ou triphasée simple symétrique,

$$L_s = 10^{-4} \left(0,5 + 4,605 \log \frac{D}{r} \right).$$

Pour les triphasés simples dissymétriques la formule devrait

être modifiée, comme nous l'avons indiqué, mais on se sert en général de la même formule.

Lignes triphasées doubles. — S'il y a rotation des fils, d'après le procédé de la figure 37, la formule précédente est encore applicable.

S'il n'y a pas de rotations de fils, la valeur de L_s a été indiquée pour trois dispositions de fils et dépend naturellement de la disposition qu'on adopte.

La troisième disposition composée de lignes triphasées symétriques superposées étant la plus fréquente, nous donnerons, à la fin du présent ouvrage, des courbes permettant de calculer facilement l'inductance moyenne de ces lignes. Le coefficient moyen de self-induction apparente était, dans ce cas :

$$L'_s = \left(0,094 + 4,605 \text{ lov.} \frac{D}{r} \right) 10^{-4}$$

2^e REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE L'INDUCTANCE DE LA LINIE. — L'inductance de la ligne est égale au produit du coefficient de self-induction apparent par $\omega = 2\pi n$, n étant la fréquence.

Pour les lignes monophasées ou triphasées symétriques simples ou doubles, avec rotation de fils complète, on a :

$$2\pi n L_s = 2\pi n \cdot 10^{-4} (0,5 + 4,605 \text{ lov.} D - 4,605 \text{ lov.} r).$$

$$\text{Posons : } Y = 2\pi n \cdot 10^{-4} (0,5 + 4,605 \text{ lov.} D).$$

$$Z = -2\pi n \cdot 10^{-4} \times 4,605 \text{ lov.} r.$$

$$\text{Nous avons : } 2\pi n L_s = Y + Z.$$

Pour les lignes à six fils composées de deux lignes triphasées symétriques superposées, comme il est indiqué figure 35, on aurait :

$$2\pi n L'_s = 2\pi n \cdot 10^{-4} (0,094 + 4,605 \text{ lov.} D - 4,605 \text{ lov.} r).$$

$$\text{Posant : } Y' = 2\pi n \cdot 10^{-4} (0,094 + 4,605 \text{ lov.} D).$$

$$\text{Nous aurons : } 2\pi n L'_s = Y' + Z.$$

Z ayant la même valeur que précédemment.

M. l'Ingénieur Semenza (dans un travail publié dans l'*Aide-mémoire de l'Ingénieur de Colombo*) a représenté par des courbes les fonctions $Y = f_1(D)$, $Y' = f_2(D)$... et $Z = f(r)$.

Nous avons reproduit ces courbes, à la fin du présent ouvrage, avec l'autorisation de l'auteur.

La figure de gauche représente en traits pleins les courbes $Y = f_1(D)$ et en pointillé les courbes $Y' = f_2(D)$.

Pour chaque fréquence usuelle, on a une courbe spéciale désignée par le nombre de cycles.

Les distances entre fils exprimées en centimètres sont portées en abscisses, les valeurs Y et Y' en ordonnées. Les fréquences employées sont les fréquences usuelles : 15, 25, 30, 42, 50.

La figure de droite représente la courbe : $Z = f(r)$.

On a porté en abscisses le diamètre ($2r$), en ordonnées Z .

Usage. — Supposons que l'on cherche la chute de tension inductive pour une ligne de 11 kilomètres de longueur parcourue par un courant à 50 cycles de 100 ampères. Le diamètre des fils est de 6 millimètres. Leur distance 60 centimètres. La ligne est triphasée simple. En désignant par e la chute de tension inductive.

On a : $e = (Y + Z) 100^A \times 11$.

D'ailleurs, si nous prenons dans la première figure la courbe $n = 50$ et cherchons la valeur de Y pour $D = 60$ centimètres, on lit $Y = 0,273$.

Dans la deuxième figure, on trouve, à l'intersection de la courbe $n = 50$, et de la verticale $2r = 6$ millimètres : $Z = 0,075$.

Donc, $Y + Z = 0,348$.

$e = 0,348 \times 1.100 = 382$ v. 8.

Les calculs sont fort simples et très rapides.

La somme $Y + Z$ nous donne l'inductance kilométrique, en ohms.

3^e TABLES DE SELF-INDUCTION ET DE MUTUELLE INDUCTION. — Le coefficient de self-induction apparent est donné comme nous l'avons vu, par la formule :

$$(1) \quad L_s = \mathcal{L} - \mathfrak{M}.$$

On a d'ailleurs :

$\mathcal{L} = (0,05 - 0,4605 \text{ lov. } r)$ millihenrys par kilomètre. r est exprimé en centimètres.

ou bien $\mathcal{L} = (0,649 - 0,4605 \text{ lov. } d)$ millihenrys par kilomètres. $d = 2r$ est exprimé dans cette formule en millimètres.

$\mathfrak{M} = -0,4605 \text{ lov. } D$ millihenrys par kilomètre. D est exprimé dans cette formule en centimètres.

Les deux tables ci-dessous ont été calculées d'après les formules précédentes.

Cherchons la chute de tension inductive pour une ligne de 11 kilomètres à 50 cycles :

Diamètres en millimètres	\mathcal{L} en millihenrys	Coefficient de mutuelle induction	
		D en centimètres	\mathfrak{M} en millihenrys
4	0,3749	50	- 0,7823
4,5	0,3483	55	- 0,8014
5	0,3273	60	- 0,8188
5,5	0,3082	65	- 0,8348
6	0,2908	70	- 0,8496
6,5	0,2748	75	- 0,8635
7	0,2600	80	- 0,8764
7,5	0,2461	85	- 0,8885
8	0,2333	90	- 0,8999
8,5	0,2211	95	- 0,9107
9	0,2097	100	- 0,9210
10	0,1887	130	- 1,0021
11	0,1696	200	- 1,0396
12	0,1522		
14	0,1214		
20	0,0500		

$$I = 100 \text{ ampères}$$

$$2r = 6 \text{ millimètres}$$

$$D = 60 \text{ centimètres.}$$

Nous avons :

$$\mathcal{L}_s = 0,2908 \quad \mathfrak{M}_{60} = - 0,8188 \text{ et } L_s = 1,1096 \text{ millihenrys.}$$

La force contre-électromotrice de self-induction apparente est :

$$e = 10^{-3} \times 2 \times 3,14 \times 30 \times 1,110 \times 10 \times 100 \times 11 = 382 \text{ v.}$$

4^e IMPÉDANCE. IMPÉDANCE DIRIGÉE. — Nous avons vu que le diagramme des tensions d'une ligne de transport de force, dont l'inductance n'était pas négligeable, était représenté par la figure 18 résultant de l'équation géométrique :

$$\bar{U}_0 = \bar{U} + (RI)_{-\varphi} + (I\omega L_s I)_{-\varphi + \frac{\pi}{2}}$$

ou bien : $\overline{OM}_0 = \overline{OM} + \overline{MA} + \overline{AM}_0 = \overline{OM} + \overline{MM}_0$.

Cette dernière expression nous montre que le vecteur de la tension à l'origine peut être considéré comme la résultante des vecteurs de la tension à l'arrivée, de la chute de tension ohmique $bI = RI$ en phase avec le courant; et enfin de la chute de tension,

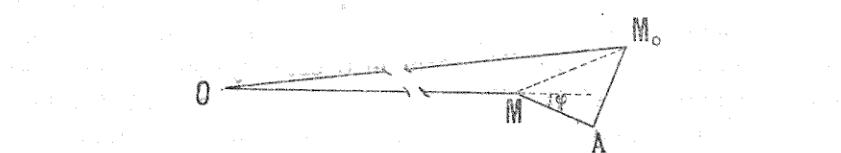


Fig. 39.

due à la réactance $l\omega L_s I$, en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur la phase du courant, ou bien, comme la résultante des vecteurs de la tension à l'arrivée et de la chute de tension due à l'impédance $\overline{IZI} = \overline{ZI}$. Cette chute de tension étant représentée par le vecteur \overline{ZI} en avance de phase de θ par rapport à la phase du courant. On a d'ailleurs :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{l\omega L_s}{b r} = \frac{\omega L_s}{r} \quad \text{et} \quad Z = l \sqrt{r^2 + \omega^2 L_s^2}.$$

Dans ces conditions, pour une ligne donnée, l'impédance est caractérisée par une longueur Z et un angle. Cette grandeur ainsi



Fig. 40.

déterminée peut être appelée *l'impédance dirigée*. La grandeur dirigée Z_θ n'est pas un vecteur; mais \overline{ZI} est un vecteur qui se déduit du vecteur I en multipliant sa longueur par Z et en augmentant son angle de phase de θ .

La considération de l'impédance dirigée simplifie souvent les calculs ou les diagrammes.

Cette considération revient à définir la position du point M_0 , à l'aide de coordonnées polaires (\overline{ZI}, θ) . La considération de la résistance et de l'inductance définit cette position par des coordonnées rectangulaires RI et $l\omega L_s I$.

Dans une exploitation donnée, la fréquence est déterminée, ainsi que le voltage de la distribution. Ce voltage détermine l'écartement adopté pour les fils. Lorsque la fréquence et l'écartement

des fils sont donnés, chaque fil de ligne a une impédance dirigée qui lui est propre.

Diagramme des impédances dirigées. — Ce diagramme des impédances est en somme la relation géométrique qui relie l'impédance à la section. Ce diagramme polaire est très facile à construire rapidement. Les coordonnées du point A sont en effet r et ωL_s . La résistance nous est donnée par la table de la page 76 et ωL_s par les courbes de la planche I ou par le calcul. On remarquera que le terme dû à l'écartement D est toujours le même, et que le calcul se réduit à l'addition à ce terme constant des termes dus au diamètre ($2r$) du fil. Si nous prenons $n = 50$ et $D = 0,70$. Nous avons la figure 41. Les coordonnées du point A correspondant au diamètre 3 millimètres, sont : $OA' = 0,886$ et $AA' = 0,283 + 0,086 = 0,369$.

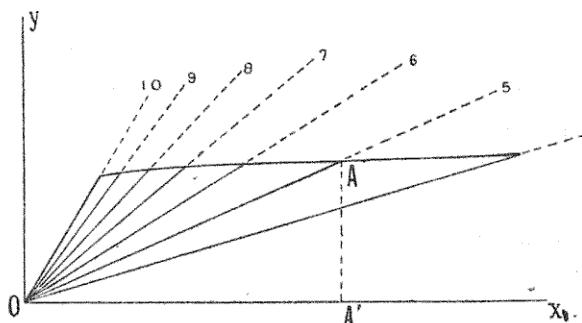


Fig. 41.

Dès qu'on a obtenu les points A pour des fils dont les diamètres diffèrent d'un millimètre ; on peut tracer la courbe des points A. Les points intermédiaires pour des diamètres différents de $1/10$ de millimètre s'obtiendront en se servant simplement des résistances, sans calcul nouveau de l'inductance.

Ce diagramme est souvent utile pour la résolution géométrique de divers problèmes de transport de force.

V. Cas spéciaux

1^e CAS DES CONDUCTEURS DE GROS DIAMÈTRES. — Dans le cas de conducteurs de gros diamètres, il est impossible d'admettre la densité uniforme du courant dans le conducteur. Les formules que nous avons établies pour la valeur de la force électromotrice d'induction dans le conducteur sont donc inexactes.

Nous avons vu, d'autre part, que le conducteur étant mal utilisé,

la résistance ohmique qui doit entrer dans le calcul de l'échauffement du conducteur n'est plus la résistance ohmique que présente le conducteur à un courant continu par exemple.

Maxwell détermina la force électromotrice E nécessaire pour faire passer un courant variable I dans un conducteur de grand rayon a . Il supposait ce conducteur de longueur très grande par rapport au rayon, et, en outre, assez éloigné des autres parties du circuit pour que l'induction due à celle-ci fut sensiblement uniforme dans toute sa section.

Il trouva :

$$\frac{E}{l} = RI + L_s \frac{dI}{dt} - R \left[\frac{\alpha^2}{42} \frac{d^2I}{dt^2} - \frac{\alpha^3}{48} \frac{d^3I}{dt^3} + \frac{\alpha^4}{180} \frac{d^4I}{dt^4} - \frac{43}{8.640} \frac{d^5I}{dt^5} + \dots \right].$$

α étant égal à $\frac{\mu_1}{R}$.

μ_1 désignant la perméabilité du métal constituant le fil.

R la résistance du conducteur en unités C.G.S. électromagnétiques, par centimètre.

L_s le coefficient de self-induction et d'induction mutuelle combiné en unités C.G.S. électromagnétiques, par centimètre.

l la longueur du conducteur en centimètres.

Supposons que $I = I_0 \sin \omega t$, on a :

$$\begin{array}{ll} \frac{dI}{dt} = \omega I_0 \cos \omega t & \left| \quad \frac{d^2I}{dt^2} = -\omega^2 I_0 \sin \omega t = -\omega^2 I \right. \\ \frac{d^3I}{dt^3} = -\omega^3 I_0 \cos \omega t = -\omega^3 \frac{dI}{dt} & \left| \quad \frac{d^4I}{dt^4} = +\omega^4 I_0 \sin \omega t = \omega^4 I, \text{ etc.} \right. \end{array}$$

d'où :

$$\frac{E}{l} = IR \left(1 + \frac{\alpha^2 \omega^2}{42} - \frac{\alpha^4 \omega^4}{180} + \dots \right) + L_s \frac{dI}{dt} \left(1 - \frac{R}{L_s} \frac{\alpha^3 \omega^2}{48} + \dots \right).$$

Tout se passe comme si la résistance par unité de long. était :

$$R' = R \left(1 + \frac{\alpha^2 \omega^2}{42} - \frac{\alpha^4 \omega^4}{180} + \dots \right) = R \left(1 + \frac{\mu_1^2 \omega^2}{42 R^2} - \frac{\mu_1^4 \omega^4}{180 R^4} + \dots \right)$$

et le coefficient de self-induction et de mutuelle induction combinées, par unité de longueur :

$$L'_s = L_s \left(1 - \frac{R}{L_s} \frac{\alpha^3 \omega^2}{48} + \dots \right) = L_s \left[1 - \mu_1 \left(\frac{\mu_1^2 \omega^2}{48 R^2 \times L_s} - \dots \right) \right].$$

Ces séries sont rapidement convergentes. R et L_s sont exprimés en unités électromagnétiques par centimètre.

Pour que R' et L'_s ne diffèrent pas sensiblement de R et de L_s ,

c'est-à-dire pour que nous puissions appliquer les formules ordinaires, il faut que les valeurs de :

$$\frac{\alpha^2 \omega^2}{42} = \frac{1}{42} \left(\frac{\mu_1 \omega}{R} \right)^2 \quad \frac{R}{L_s} \frac{\alpha^3 \omega^3}{48} = \frac{\mu_1}{48 L_s} \left(\frac{\mu_1 \omega}{R} \right)^2.$$

soient négligeables.

Exemple. — Considérons un conducteur de cuivre de 340 m^2 faisant partie d'une ligne triphasée à 50 cycles, dont les conducteurs de rayon $a = 12,5$ sont à 3 mètres de distance.

$$\omega = 2 \times 3,14 \times 50 = 314 \quad R = \frac{47}{340} \times \frac{10^9}{10^8} = 300.$$

$$\mu_1 = 1.$$

$$L_s = 0,001147 \times \frac{10^9}{10^8} = 11,47.$$

R et L_s sont ainsi exprimés en unités C.G.S. électromagnétiques par centimètre de longueur, et par suite peuvent être introduits dans les formules précédentes. On a :

$$\frac{1}{42} \frac{\omega^2}{R^2} = 0,033. \quad \frac{1}{48L} \frac{\omega^3}{R^2} = 0,0007.$$

Ces deux valeurs représentent approximativement les erreurs relatives faites sur R' et L'_s , en prenant comme valeurs approchées R et L_s .

Nous voyons qu'il est inutile de corriger le coefficient de self-induction et qu'il sera bon de calculer R' .

Lorsque $\frac{1}{42} \frac{\omega^2}{R^2}$ est plus petit que 0,1, en se contente en général d'écrire, si $\mu = 1$:

$$r' = r \left(1 + \frac{1}{42} \frac{\omega^2}{r^2 \times 10^8} \right).$$

r et r' étant alors exprimés en ohms par kilomètre.

Les conducteurs de fer ou d'acier sont peu employés dans les transports de force ; leur emploi se limite en somme :

à de petites lignes de villages en fil de 60/10 portant des puissances insignifiantes ;

à des traversées de grands fleuves.

Dans ce dernier cas, il sera nécessaire de recourir au calcul approché de R' et de L' .

Dans le cas de lignes en cuivre ou aluminium, ce phénomène est rarement très gênant pour les lignes de transport de force ; il n'en est pas de même pour les lignes de distribution à bas voltage (210 ou 440 volts), aériennes ou souterraines en câbles armés.

Pour pallier aux inconvénients de l'effet Kelvin, on a proposé, dans les postes, l'emploi de conducteurs tubulaires, et pour l'extérieur (lignes aériennes ou câbles souterrain), l'emploi de conducteurs câblés dont les torons passeraient constamment de l'intérieur à l'extérieur et réciproquement.

La division de gros conducteurs en conducteurs de diamètres plus faibles est évidemment très efficace, mais on est, en général, rapidement limité de ce côté.

2^o COEFFICIENTS DE SELF-INDUCTION ET DE MUTUELLE INDUCTION D'UN FIL UNIQUE. — Lorsque nous avons déterminé les coefficients de self-induction et de mutuelle induction, nous avons annulé les termes qui avaient en facteur ($i_1 + i_2 + \dots + i_n$).

Nous avons donc modifié dans une certaine mesure les coefficients de self-induction et de mutuelle induction ; mais nous n'avons pas modifié la force contre-électromotrice d'induction qui nous intéresse particulièrement, presque uniquement.

Les expressions $\mathcal{L} = l \left(\frac{1}{2} - 2 \log r \right)$ et $\mathcal{M} = -2/l \log d_{p,q}$ nous conduiront toujours à des résultats pratiques exacts, tant que :

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = 0.$$

On peut toutefois calculer la self-induction d'une ligne unifilaire en partant de l'énergie potentielle.

En effet, $W = \frac{1}{2} \mathcal{L} I^2$ représente l'énergie potentielle du circuit.

Si on fait $I = 1$, on a $\mathcal{L} = 2W$.

La self-induction est le double de l'énergie développée par le conducteur, lorsque le courant varie de l'unité à zéro.

Si on emploie le coefficient de self-induction correspondant à cette définition, il importe d'employer également le coefficient de mutuelle induction de Neumann :

$$\mathcal{M}' = \iint \frac{ds ds' \cos \alpha}{r}$$

ds et ds' étant deux éléments de courant situés à une distance r l'un de l'autre, et l'angle de leurs directions étant α .

Ces théories appliquées aux lignes polyphasées conduisent à adopter les coefficients de self-induction et d'induction mutuelle, suivants ; (par unité de longueur) :

$$\mathcal{M}' = 2 \left(\log \frac{2}{d_{p,q}} - 1 \right) \quad \text{et} \quad \mathcal{L} = 2 \left(\log \frac{2}{r} - 0,75 \right).$$

On a d'ailleurs :

$$L_s = \mathcal{L} - \mathfrak{M}' = \left(0,50 + 2 \log \frac{d_{p,q}}{r} \right) = \mathcal{L} - \mathfrak{M}.$$

L'emploi des coefficients \mathcal{L}' et \mathfrak{M}' apporte donc, en somme, une complication inutile.

Ces coefficients sont quelquefois employés dans les ouvrages techniques étrangers.

3° INDUCTANCE DANS LES CABLES ARMÉS. — Lorsque le câble armé est constitué par des câbles unitaires séparés, dont aucun n'enveloppe les autres, les formules donnant la self-induction apparente d'un conducteur sont les mêmes que celles employées dans le cas des lignes aériennes.

La formule applicable dans ce cas est donc :

$$L_s = \left(0,5 + 4,605 \log \frac{D}{r} \right) 10^{-4}.$$

Il est important de remarquer que D est la distance entre les *axes* des conducteurs ; il est facile de s'en rendre compte, en faisant la moyenne des forces contre-électromotrices d'induction mutuelle, induites par le conducteur 2, par exemple, dans les conducteurs filiformes, élémentaires, constituant le conducteur 1.

Considérons un câble triphasé armé à 10.000 volts.

Le diamètre de chaque conducteur est de 11 mm. et la distance entre les *axes des conducteurs* est de 20 mm.

On a : $L_s = \mathcal{L} - \mathfrak{M}$

avec : $\mathcal{L} = 0,649 - 0,4605 \log d$, d étant le diamètre exprimé en millimètres.

Ici : $\mathcal{L} = 0,649 - 0,4605 \log 11 = 0,169$ millihenrys.

$\mathfrak{M} = -0,4605 \log D$, D étant exprimé en centimètres.

Ici : $\mathfrak{M} = -0,4605 \log 2 = -0,1386$ millihenrys.

D'où : $L_s = 0,3076$ millihenrys par kilomètre.

Dans le cas d'une ligne aérienne de même diamètre, mais dont les fils seraient situés à 1 mètre de distance, nous aurions un coefficient de self-induction apparente $L'_s = 1,09$ millihenrys par kil. Le coefficient de self-induction apparente de la ligne souterraine est à peine le tiers du coefficient de la ligne aérienne.

L'effet Kelvin et les courants de Foucault dans le plomb et dans l'armature peuvent modifier légèrement la valeur de l'inductance des câbles armés. Lorsque les conducteurs sont circulaires on peut

prévoir la valeur de la correction due à l'effet Kelvin. L'effet des courants de Foucault et l'effet Kelvin, pour les conducteurs de forme quelconque, ne peuvent guère être déterminés que par l'expérience. Nous verrons à propos des mesures sur des lignes construites que ces effets ne sont pas très importants lorsqu'il s'agit de câbles triphasés.

Notes et remarques. — 1^o Nous avons supposé dans l'étude des lignes triphasées dissymétriques que les courants étaient décalés de 120° , ceci n'est pas rigoureusement exact, mais l'erreur est très faible.

2^o Tous les diagrammes ont été construits, en donnant comme longueur, à chaque vecteur, sa valeur efficace : par conséquent, lorsque les diagrammes tournent avec la vitesse ω , les projections sur l'axe origine, doivent être multipliées par $\sqrt{2}$ pour pouvoir donner les valeurs instantanées des grandeurs alternatives sinusoïdales considérées.

3^o Le circuit fictif que nous avons utilisé, a simplement pour but de décomposer la ligne triphasée en trois lignes monophasées portant chacune le tiers de la charge, et, marchant à un voltage égal à la tension simple.

On peut également appliquer la loi de Kirchoff entre les points neutres A et A' supposés au même potentiel.

On peut aussi considérer la surface enveloppe de potentiel zéro, etc.

CHAPITRE IX

CALCUL DES LIGNES DE TRANSPORT ET DE DISTRIBUTION EN TENANT COMPTE DE L'INDUCTANCE

I. — Etudes algébriques

1^e DIAGRAMMES ET FORMULES GÉNÉRALES. — Considérons une ligne dont la section des fils est donnée, ainsi que leur écartement. Connaissant la puissance délivrée, à l'arrivée sous un voltage donné, avec un facteur de puissance fixé, nous nous proposons de déterminer :

La perte relative de puissance par rapport à la puissance à l'arrivée : p .

La chute relative de voltage par rapport au voltage à l'arrivée : e .

Nous désignerons comme précédemment par :

P_0 la puissance en *watts* au départ de l'usine.

P la puissance en *watts* à l'arrivée.

E_0 la tension efficace entre fils en volts au départ de l'usine.

E la tension efficace entre fils en volts à l'arrivée.

U_0 et U les tensions simples dans les mêmes conditions.

I la valeur efficace du courant en ampères.

$\cos \varphi_0$ et $\cos \varphi$ les facteurs de puissance au départ et à l'arrivée.

R la résistance d'un fil de ligne.

r la résistance kilométrique d'un fil de ligne.

ρ la résistivité du métal employé en microohms-centimètres.

Chute relative de voltage. — En considérant toujours le circuit fictif étudié au paragraphe II du chapitre précédent, nous avons :

$$u_0 = Ri + lL_s \frac{di}{dt} + u,$$

nous en déduisons l'équation géométrique :

$$(\bar{U}_0) = (\bar{U})_0 + (\bar{RI})_{-\varphi} + (\bar{\omega lL_s I})_{-\varphi} + \frac{\pi}{2}.$$

Cette équation géométrique est réalisée dans le diagramme de la figure 42.

Dans le triangle rectangle $Om_0 M_0$, on a :

$$(1) \quad \overline{O M_0}^2 = (OM + Mm_0)^2 + (m_0 M_0)^2.$$

$$\overline{U_0}^2 = [U + ZI \cos(\theta - \varphi)]^2 + Z^2 I^2 \sin^2(\theta - \varphi).$$

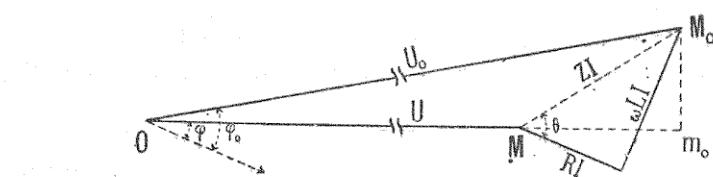


Fig. 42.

$$\text{Posons : } v = U_0 - U \quad \text{d'où} \quad U_0 = U + v$$

L'équation devient :

$$(2) \quad v^2 + 2Uv = 2UZI \cos(\theta - \varphi) + Z^2 I^2$$

On a d'ailleurs (voir le paragraphe suivant) :

$$(3) \quad p = \frac{RI^2}{UI \cos \varphi} = \frac{ZI \cos \theta}{U \cos \varphi}.$$

Remplaçant dans l'équation (2) ZI , par sa valeur en fonction de p tirée de (3).

$$\text{Il vient : } \frac{v^2}{2U} + v - pU \cos \varphi \left[\frac{\cos(\theta - \varphi)}{\cos \theta} + \frac{p \cos \varphi}{2 \cos^2 \theta} \right] = 0.$$

Cette équation permet de déterminer v ou $\frac{v}{U} = e$. On peut mettre le dernier terme sous une forme plus commode pour le calcul. En mettant $\operatorname{tg} \theta$ en évidence on a :

$$v^2 + 2Uv - 2pU^2 \cos \varphi \left[\left(1 + \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \theta \right) \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta \right] = 0.$$

Posons :

$$(4) \quad N = \cos \varphi \left[\left(1 + \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \theta \right) \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta \right].$$

L'équation devient : $v^2 + 2Uv - 2pU^2 N = 0$.

D'où : $v = U(-1 + \sqrt{1 + 2pN})$ ou $v = U(-1 - \sqrt{1 + 2pN})$
ou bien :

$$(5) \quad e = -1 + \sqrt{1 + 2pN}.$$

Comme l'extraction de la racine doit être faite avec une assez

grande exactitude, on préfère quelquefois calculer l'équation par approximations successives.

$$\text{On a : } v = pUN - \frac{v^2}{2U} \text{ négligeant } \frac{v^2}{2U} \text{ on a : } v' = p.U.N$$

Portant cette valeur dans le second membre de l'équation précédente, il vient : $v'' = p.U.N. - \frac{v'^2}{2U}$.

La valeur de v'' est en général suffisamment exacte.

Perte relative de puissance. — La puissance à l'arrivée $P_n = UI \cos \varphi$.

La perte de puissance est : $U_0 I \cos \varphi_0 - UI \cos \varphi = W$.

En projetant sur la direction du courant MA, les contours OMAM₀ et OMO, on a :

$$(6) \quad U \cos \varphi + RI = U_0 \cos \varphi_0.$$

$$\text{d'où : } W = U_0 I \cos \varphi_0 - UI \cos \varphi = RI^2.$$

La perte de puissance est donc la même que celle que nous avons trouvé pour le calcul des lignes où il n'était tenu compte que de la résistance. En effet, la force contre-électromotrice d'induction étant décalée de 90° par rapport au courant, ne produit aucun travail. On a donc :

$$(7) \quad p = \frac{RI^2}{UI \cos \varphi} \quad \text{ou bien} \quad \frac{3RI^2}{E.I. \sqrt{3} \cos \varphi}.$$

Facteur de puissance au départ. — L'équation (6) nous donne :

$$\cos \varphi_0 = \frac{U}{U_0} \cos \varphi + \frac{RI}{U_0}.$$

Remplaçant RI par sa valeur tirée de l'équation (7), on a :

$$(8) \quad \cos \varphi_0 = \frac{U}{U_0} [\cos \varphi + p \cos \varphi] = \cos \varphi \left(\frac{1+p}{1+e} \right).$$

2^e CALCUL D'UNE LIGNE DE TRANSPORT PAR LA RÈGLE D'ÉCONOMIE. — *Exemple numérique.* — Soit une ligne de transport de force de 60 kilomètres de longueur. A l'arrivée, elle distribue, à 25 cycles 5.000 kilowatts à 45.000 volts, avec un facteur de puissance $\cos \varphi = 0,80$. La distance entre fils est de 1 m. 50. On demande de calculer la section, de façon à ce que la perte relative de puissance par rapport à la puissance à l'arrivée, soit 10 0/0. On demande également de faire connaître la perte relative de tension. (Pour varier, nous emploierons les tensions composées).

Section. — Les équations donnant la section étant identiques à

celles trouvées dans le cas du calcul de lignes fait, en tenant compte de la résistance seule, nous avons :

$$S = \frac{I \cdot P \cdot 40 \cdot \varphi}{p \cdot E^2 \cos^2 \varphi} = \frac{60 \times 5\,000\,000 \times 47,4}{0,1 \times 45\,000^2 \times 0,8^2} = 40 \text{ m. q. 28.}$$

Nous chercherons dans les tables des constructeurs les fils de diamètres types.

Supposons que nous trouvions que les fils de 7 m. 5 de diamètre se rapprochent le plus de la section recherchée.

La résistance d'un fil de ligne sera :

$$R = 60 \times \frac{47,4}{44,2} = 23''64.$$

Courant. — On a :

$$I = \frac{P}{E \sqrt{3} \cos \varphi} = \frac{5\,000\,000}{45\,000 \times 1,73 \times 0,80} = 80^{\text{A}}.$$

La densité de courant sera $\frac{80}{44,2} = 1,81$. Elle est parfaitement admissible.

Perte de puissance relative. — La perte de puissance

$$w = 3RI^2 = 3 \times 23,64 \times 80^2 = 455\,000 \text{ } p = \frac{w}{P} = 0,091.$$

Cette perte relative diffère un peu de notre desideratum mais nous sommes obligés de nous conformer aux fils types (En réalité, nous pourrions, dans ce cas, trouver un type de fil plus rapproché).

Perte relative de voltage. — Nous avons : $e = -1 + \sqrt{1 + 2\rho N}$ avec $N = \cos \varphi \left[\left(1 + \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \theta \right) \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta \right]$.

On a d'ailleurs : $I \cdot \omega L_s = 0,196 \times 60 = 11,75$.

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega L_s}{r} = \frac{0,496}{0,394} = 0,496.$$

$$N = 0,80 \left[\left(1 + \frac{0,091}{2} + \frac{0,091}{2} (0,496)^2 \right) 0,80 + 0,60 \times 0,496 \right] = 0,915.$$

Donc :

$$e = -1 + \sqrt{1 + 2 \times 0,091 \times 0,915} = -1 + \sqrt{1,16653} = 0,0801.$$

La tension composée $E = 45\,000$ volts.

Donc : $E_0 - E = 45\,000 \times 0,08 = 3\,600$ volts.

$$E_0 = 48\,600 \text{ volts.}$$

On aurait pu calculer par approximations successives, les différences de voltage $V = E_0 - E$. On a en effet :

$$V' = pEN = 0,091 \times 45\,000 \times 0,915 = 3,740 \text{ volts.}$$

$$\frac{V'^2}{2E} = 155 \text{ volts. Donc : } V'' = V' - \frac{V'^2}{2E} = 3.585 \text{ volts.}$$

Si on s'arrête à cette approximation on aura :

$$E_0 = E + V'' = 48.585 \text{ volts.}$$

Facteur de puissance au départ. — On a :

$$\cos \varphi_0 = \frac{1+p}{1+e} \cos \varphi = \frac{1,094}{1,08} \times 0,80 = 0,808.$$

Variations dans les données. — Les données seront quelquefois légèrement modifiées.

Par exemple, on peut demander de calculer une ligne de transport par la règle d'Economie, connaissant E_0 , P_0 , $\cos \varphi_0$ et $p_0 = \frac{W}{P_0}$, c'est-à-dire la puissance, le voltage, le facteur de puissance au départ ; et, la perte de puissance par rapport à la puissance au départ. On alors des équations tout à fait analogues aux précédentes. Pour une ligne triphasée nous aurions :

$$(1) \quad E_0 I \sqrt{3} \cos \varphi_0 = P_0.$$

$$(2) \quad W = 3RI^2.$$

$$(3) \quad R = l \cdot \frac{40 \cdot \rho}{s}.$$

$$(4) \quad p_0 = \frac{W}{P_0}.$$

Nous tirons de là :

$$(5) \quad s = \frac{l \cdot P_0}{p_0 \cdot E_0^2} \times \frac{40 \cdot \rho}{\cos^2 \varphi_0}.$$

C'est la formule que nous avons employé dans la discussion sur la règle d'économie.

3^e CALCUL D'UNE LIGNE DE DISTRIBUTION PAR LA RÈGLE D'ÉCONOMIE. —

Le voltage au départ du poste de transformation est donné. Nous le désignerons par E_0 . Ici E_0 est de l'ordre de 5.000 à 15.000 volts. La puissance distribuée à l'arrivée P , le facteur de puissance $\cos \varphi$ à l'arrivée, et, la perte de puissance dans la ligne par rapport à la puissance à l'arrivée sont également donnés. On a :

$$(1) \quad EI \sqrt{3} \cos \varphi = P.$$

(1) Les valeurs de $\sin \varphi$ correspondant aux valeurs ordinaires du facteur de puissance sont indiquées page 145.

$$(2) \quad W = 3RI^2.$$

$$(3) \quad R = \frac{l \cdot 10 \cdot \rho}{s}.$$

$$(4) \quad p = \frac{W}{P}.$$

$$(5) \quad e = -1 + \sqrt{1 + 2pN}.$$

Avec :

$$(6) \quad N = \cos \varphi \left[\left(1 + \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \theta \right) \cos \varphi + \operatorname{tg} \theta \sin \varphi \right].$$

On ne peut solutionner ce problème que par tâtonnements ; mais ils sont peu nombreux, et la solution est trouvée très rapidement :

On admettra pour E une valeur E' égale à la moyenne du voltage dans la distribution secondaire. On en déduit :

$$s' = \frac{l \cdot P}{pE'^2} \times \frac{10 \cdot \rho}{\cos^2 \varphi}.$$

Les fils sont déterminés. L'équation (6) nous donne pour N une valeur N' .

On en déduit pour le voltage à l'arrivée une valeur

$$E'' = \frac{E_0}{\sqrt{1 + 2pN'}}.$$

Si cette valeur diffère très peu de E' , le problème est résolu. Sinon on déterminera une nouvelle section des fils

$$s'' = \frac{l \cdot P}{pE''^2} \times \frac{10 \cdot \rho}{\cos^2 \varphi}.$$

Cette deuxième approximation est toujours suffisante, et, la première l'est très souvent.

4^e FORMULES ALGÉBRIQUES APPROCHÉES. — En employant les tensions composées, et posant $V = E_0 - E$ on a d'après l'équation (5) des formules générales :

$$V = E \left[-1 + \sqrt{1 + 2pN} \right].$$

$$\text{En posant } N = \cos \varphi \left[\left(1 + \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \theta \right) \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta \right].$$

En développant le radical on voit que le terme $(-1 + \sqrt{1 + 2pN})$ contient p comme facteur commun. On est donc conduit à poser :

$$V = pEM \text{ avec : } M = \frac{1}{p} \left[-1 + \sqrt{1 + 2pN} \right].$$

Les formules de calcul de lignes monophasées, triphasées, diphasées sont alors :

$$(1) \quad S = \frac{l.P.}{pE^2} \times K.$$

$$(2) \quad I = \frac{P}{E} \times T.$$

$$(3) \quad V = p.E.M.$$

l, P, p, E, I, V ayant la signification qui a été indiquée au début de ce chapitre.

Ces équations sont tout à fait de mêmes formes que celles trouvées précédemment pour le calcul des lignes en tenant compte de la résistance seule. Les valeurs de K et T sont identiques. Les valeurs de M sont très différentes de celles indiquées précédemment : elles peuvent être calculées par la formule (1) ou mesurées géométriquement.

On se contente souvent de tables donnant des valeurs approchées de M .

Valeurs de T et K . — Nous donnons ci-dessous les valeurs numériques de T et de K pour $\cos\varphi = 0,95 - 0,90 - 0,85 - 0,80$ et $p = 1,74$.

Système	$\cos\varphi = 0,95$		$\cos\varphi = 0,90$		$\cos\varphi = 0,85$		$\cos\varphi = 0,80$	
	Valeurs de K	Valeurs de T						
	1,74	1,74	1,74	1,74	1,74	1,74	1,74	1,74
Monophasé . . .	38,56	4,052	42,96	4,411	48,47	4,476	54,36	4,250
Triphasé	49,28	0,607	21,48	0,644	24,08	0,679	27,48	0,722
Diphasé	49,28	0,526	21,48	0,555	24,08	0,588	27,48	0,625

Ces tables de T et de K ont été calculées en se servant des formules données dans le tableau de la page 85.

Valeurs de M . — Elles dépendent de θ , de φ et de p perte relative de puissance consentie. Cette perte relative est prise dans les

formules que nous employons par rapport à la puissance à l'arrivée. θ dépend du diamètre et de l'écartement des fils.

La formule donnant la valeur exacte de M est complexe, aussi, les tables de ces valeurs de M qui se trouvent dans les ouvrages techniques sont-elles basées sur des formules approchées. Quelquefois même l'approximation est insuffisante : ainsi la valeur

$$(1) \quad N = \cos \varphi \left[\left(1 + \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \theta \right) \cos \varphi + \sin \varphi \operatorname{tg} \theta \right]$$

a souvent été employée ; elle donne pour M une valeur sensiblement trop forte comme il est facile de le voir. En prenant la partie de N , indépendante de la perte de puissance relative, on a :

$$(2) \quad M' = \cos^2 \varphi [1 + \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \theta].$$

M. le Professeur Pender a montré qu'en prenant pour M la valeur donnée par l'équation 2, l'erreur relative faite sur M ne dépassait guère 2 à 3 0/0 dans les conditions ordinaires (Electrical World, 1905).

Ceci nous indique que la valeur vraie de M varie lentement avec p ; la variation avec l'écartement des fils est également assez lente.

Par conséquent, la table ci-dessous qui donne les valeurs exactes de M , pour une perte relative de puissance de 10 0/0 et pour des écartements de fils de 0,60 pourra être utilisée avec une approximation suffisante, lorsque les pertes relatives varieront de 5 à 15 0/0 et les écartements de fils de 0,50 à 0,70.

Valeurs de M

Diamètre des fils en millimètres	25 cycles			50 cycles		
	$\cos \varphi = 0,95$	0,85	0,80	$\cos \varphi = 0,95$	0,85	0,80
11	4,45	4,44	4,06	4,47	4,49	4,47
10	4,41	4,03	0,99	4,36	4,37	4,33
9	4,07	0,98	0,92	4,27	4,24	4,22
8	4,03	0,93	0,86	4,20	4,13	4,11
7	4,00	0,88	0,81	4,12	4,05	4,00
6	0,97	0,84	0,77	4,06	0,96	0,93
5	0,95	0,80	0,73	4,02	0,90	0,88
4	0,93	0,78	0,70	0,97	0,85	0,78

Exemple numérique. — On demande de calculer la section des fils permettant de transporter à 5 kilomètres une puissance de

1.000 kilowatts comptés à l'arrivée. Le voltage à l'arrivée entre fils est $E = 5.000$ volts. La perte de puissance relative consentie en fonction de la puissance à l'arrivée $p = 0,06$. On a d'autre part $\rho = 1,74$; $\cos \varphi = 0,80$; $f = 50$ cycles.

Nous avons :

$$s = \frac{P}{\rho E^2} \times K = \frac{5 \times 1.000.000}{0,06 \times 5.000^2} \times 27,18 = \frac{27,18}{0,3} = 90 \text{ m}^2 \text{ 60.}$$

Nous prendrons deux fils de 7 mm. 5 de diamètre dont la section totale sera $2 \times 44,18 = 88,36$.

D'autre part :

$$I = \frac{P}{E} \times T = \frac{1.000.000}{5.000} \times 0,722 = 200 \times 0,722 = 144,4.$$

Si nous désignons R la résistance d'un des fils de ligne par la perte de puissance est :

$$2 \times 3 \times \frac{\rho}{4} \times R = 3 \times 143 \times \frac{5 \times 0,394}{2} = 62.130 \text{ watts.}$$

La perte de puissance relative est donc 0,062.

La chute de voltage est :

$$V = pEM = 0,062 \times 5.000 \times 1,06 = 328 \text{ volts.}$$

$$E_0 = 5.328 \text{ volts.}$$

5° CALCUL D'UNE LIGNE DE TRANSPORT OU DE DISTRIBUTION PAR LA RÈGLE DE « BON SERVICE ». — Nous nous proposons de calculer une ligne de transport en donnant : la puissance P distribuée à l'arrivée, le facteur de puissance $\cos \varphi$ à l'arrivée, le voltage E à l'arrivée, et, en se fixant la perte relative de voltage par rapport à E.

La solution rigoureuse du problème est fort complexe, les équations montrent qu'il s'agit en somme de l'intersection d'un cercle et d'une courbe logarithmique.

La solution se trouve assez facilement, par tâtonnements, en essayant un fil de diamètre d , et, vérifiant la chute relative de tension qu'il donne lorsque la ligne distribue à l'arrivée une puissance P sous un voltage E, avec un facteur de puissance, $\cos \varphi$.

Toutefois les méthodes algébriques pures ne sont pas à recommander dans ce cas, car la section de la ligne est reliée, à la chute relative de tension par les formules complexes :

$$(1) \quad e = -1 + \sqrt{1 + 2\rho N}.$$

$$(2) \quad N = \cos \varphi \left[\left(1 + \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \operatorname{tg}^2 \theta \right) \cos \varphi + \operatorname{tg} \theta \sin \varphi \right].$$

$$(3) \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{l \cdot \omega \cdot L_s}{R}.$$

$$(4) \quad L_s = \left(0,05 + 0,4606 \operatorname{lov} \frac{D}{r} \right) \times 10^{-3}.$$

$$(5) \quad R = \frac{10 \cdot \rho \cdot l}{s}.$$

Le calcul d'une ligne de distribution se ferait de la même façon.

Le fait que le voltage au départ est fixé, n'apporte pas ici de difficultés spéciales; puisque la perte relative de voltage (e) est donnée, on a, pour déterminer E , la formule : $E = \frac{E_0}{1+e}$.

II. — Simplification de l'étude algébrique par l'utilisation d'un réseau de courbes

1° COURBES DE MM. PENDER ET THOMSON (1). — CALCUL DES LIGNES EN TENANT COMpte SEULEMENT DE LA RÉSISTANCE ET DE L'INDUCTANCE. — Les longueurs que présentent le calcul exact de la chute relative de tension d'une ligne présentant une inductance appréciable, lorsque la section est connue, et les difficultés des tâtonnements nécessaires pour solutionner algébriquement le problème inverse, ont conduit à chercher la simplification de ces études et de ces calculs, en se servant d'un réseau de courbes tracées à l'avance.

M. le professeur Pender et M. Thomson utilisent un réseau de courbes reliant (un peu indirectement) la chute relative de tension $e = \frac{U_0 - U}{U}$ à la chute relative due à l'impédance de la ligne $\beta = \frac{ZI}{U}$, (prise par rapport à la tension simple).

La tension simple au départ U_0 est donnée par l'équation :

$$U_0^2 = [U + ZI \cos(\theta - \varphi)]^2 + [Z^2 I^2 \sin^2(\theta - \varphi)].$$

Posant $e = \frac{U_0 - U}{U}$ et $\beta = \frac{ZI}{U}$ il vient :

$$(1) \quad e^2 - \beta^2 + 2e - 2\beta \cos(\theta - \varphi) = 0.$$

Ce ne sont pas ces hyperboles qui constituent le réseau, résolvons l'équation par rapport à e , on a :

$$(2) \quad e = -1 + \sqrt{1 + 2\beta \cos(\theta - \varphi) + \beta^2}.$$

(1) *Proceedings of the American Institute*, juillet 1911. Transmission lines by Harold Pender et H. F. Thomson.

MM. Pender et Thomson prennent comme abscisse : $x = \beta = \frac{ZI}{U}$ et comme ordonnées $y = 2\beta \cos(\theta - \varphi) + \beta^2$.

Pour chaque valeur de $(\theta - \varphi)$ nous aurons une parabole, l'angle intervenant par le cosinus, le signe de $(\theta - \varphi)$ n'a pas d'importance : $\theta - \varphi = +\alpha$ et $\theta - \varphi = -\alpha$ donnent la même courbe α .

Pratiquement il suffit de tracer les courbes α de 5 en 5 degrés.

Ce réseau de courbes a été reproduit avec l'autorisation des auteurs, à la fin du présent ouvrage. L'échelle placée à la gauche de l'abaque donne la valeur de $\sqrt{1+y} - 1$ c'est-à-dire la valeur de $e = \frac{U_0 - U}{U}$. Les divisions de cette échelle sont donc inégales.

Si y devient négatif, nous avons des augmentations relatives de tension. Les numéros des courbes nous montrent que cela ne peut avoir lieu que pour des valeurs négatives de φ .

Cet abaque permet de solutionner rapidement les divers problèmes de chute de tension. Nous verrons également qu'il facilite beaucoup le calcul approché des tensions et des courants, des lignes dont la capacitance n'est pas négligeable, à condition d'y joindre une échelle de correction des effets de capacité.

a) *Détermination de la chute relative de tension d'une ligne donnée.* — Soient E , P , $\cos \varphi$ le voltage, la puissance distribuée et le facteur de puissance à l'arrivée.

Nous chercherons l'ordre de la courbe α , c'est-à-dire la valeur $\alpha_1 = \theta_1 - \varphi_1$ la valeur de $\cos \varphi_1$, donne φ_1 et la relation $\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{l \cdot \omega \cdot L_s}{R}$ donne θ_1 .

Nous calculerons ensuite la valeur de l'abscisse $\beta_1 = \frac{ZI}{U} = \frac{IZ}{U}$ c'est-à-dire la chute relative de tension due à l'impédance de la ligne, par rapport à la tension simple.

La verticale élevée au point d'abscisse β_1 coupe la courbe $\alpha_1 = \theta_1 - \varphi_1$ en un point dont l'ordonnée donne la valeur de la chute relative de tension cherchée, grâce à l'échelle.

Tables pour la simplification de ces calculs. — Le calcul des lignes trigonométriques étant peu précis par la règle à calcul, nous donnons à la fin du présent volume une table, donnant les angles (calculés à une minute près) correspondants à des tangentes variant par centièmes de 0 à l'unité.

Si $\frac{l \cdot \omega \cdot L_s}{R} < 1$ ce tableau donne immédiatement ou par une très rapide interpolation la valeur de θ_1 .

Si $\frac{l \cdot \omega \cdot L_s}{R} > 1$ on calculera l'angle par la cotangente. On a en effet : $\cotg \theta_1 = \frac{R}{\omega \cdot L_s \times l} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \right)$.

On trouvera donc immédiatement l'angle θ_2 tel que $\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{R}{l \cdot \omega \cdot L_s}$ et on aura $\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \theta_2$.

Cette table contient également les sinus et cosinus des angles précédents.

La connaissance de ces lignes trigonométriques permet de calculer rapidement la valeur de $\beta_1 = \frac{ZI}{U}$ on a, en effet : $\beta_1 = \frac{RI}{U \cos \theta}$ sous cette forme on évite le calcul de $Z = \sqrt{l/r^2 + \omega^2 L_s^2}$.

Enfin le tableau ci-dessous donne les valeurs de φ correspondant aux facteurs de puissance usuels.

Table des valeurs de φ

Valeurs de $\cos \varphi$	Angles φ	$\sin \varphi$
1	0	0
0,95	48°42'	0,342
0,90	23°54'	0,436
0,85	31°47'	0,527
0,80	36°52'	0,600
0,75	44°23'	0,662
0,70	45°34'	0,714

Exemple numérique. — Proposons-nous de calculer la chute relative de tension d'une ligne triphasée à 30.000 volts, dont les fils de 8 millimètres de diamètre sont écartés d'un mètre. La longueur de la ligne est de 60 kilomètres. La puissance distribuée à l'arrivée est de 3.000 kilowatts avec un facteur de puissance $\cos \varphi = 0,95$ (courant en retard, φ sera positif), $n = 25$ cycles.

On a :

$$U = \frac{30.000}{\sqrt{3}} = 17.320 \quad I = \frac{P}{E \sqrt{3} \cos \varphi} = \frac{3.000.000}{30.000 \times 4,73 \times 0,95} = 60^A 8$$

$$r = 0,3463 \quad \omega L_s = 0,152 + 0,028 = 0,180 \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{0,480}{0,3463} = 0,520$$

$$\theta = 27^{\circ}29' \quad \varphi = 18^{\circ}12' \quad \alpha = 0 - \varphi = 9^{\circ}17' = 9^{\circ} \frac{3}{40}$$

$$\text{D'autre part : } \beta = \frac{ZI}{U} = \frac{RI}{U \cos \theta} = \frac{60 \times 0,3463 \times 60,8}{17,330 \times 0,887} = 0,0822$$

Comme les abscisses et ordonnées sont marquées en pour cent, nous prendrons l'abscisse 8,22. L'ordonnée du point d'intersection de la verticale passant par ce point avec la courbe $\alpha = 9^{\circ} \frac{3}{40}$ (courbe très voisine de la courbe $\alpha = 10^{\circ}$) a pour valeur 8,1. La perte relative de voltage est donc de 8,1 0/0 ou 0,081.

Si on avait un grand nombre de lignes ayant même écartement de fils à calculer, on pourrait abréger encore ces calculs, déjà très rapides, en établissant une fois pour toute un tableau des impédances dirigées, c'est-à-dire un tableau donnant les valeurs des impédances kilométriques des fils de 4 à 10 millimètres de diamètre, ainsi que les angles θ correspondants.

Dans ces conditions, le calcul devient très simple.

Nous donnons ci-après un tableau des impédances dirigées pour des fils distants de 70 centimètres et des cyclages de 25 et 50.

Tableaux des impédances dirigées
(Distance entre fils 70 centimètres)

Diamètre des fils en millimètres	25 cycles			50 cycles		
	Impédance kilométrique ζ	Angle θ	$\operatorname{tg} \theta$	Impédance kilométrique ζ	Angle θ	$\operatorname{tg} \theta$
4	4,398	7°53'	0,43832	4,4372	15°29'	0,27705
5	0,905	11°47'	0,20865	0,9600	22°39'	0,4473
6	0,6410	16°14'	0,29107	0,7124	30°12'	0,5821
7	0,4849	21°4'	0,3852	0,5742	37°37'	0,7704
8	0,3858	26°10'	0,4912	0,4834	44°29'	0,9824
9	0,3202	31°19'	0,6082	0,4308	50°33'	1,2163
10	0,2751	36°22'	0,7362	0,3943	55°49'	1,4725

Il y a lieu de remarquer que le réseau de courbes que nous reproduisons a été fait surtout pour le calcul des lignes de transport de force. Pour le calcul des lignes de distribution de force à très faibles chutes de tension, l'échelle adoptée pour ces courbes ne donne pas une grande précision dans les lectures des très faibles chutes relatives de tension.

L'échelle portant l'indication « Scale for Capacity Correction » ou échelle pour correction des effets de capacité, sert pour le calcul des lignes dont la capacité n'est pas négligeable.

Indiquons rapidement l'emploi du réseau de courbes, dans ce

cas, que nous traiterons en détail dans le second fascicule, en y joignant naturellement toutes les démonstrations nécessaires.

2^e USAGE DU RÉSEAU DE COURBES DE MM. PENDER ET THOMSON POUR LE CALCUL APPROCHÉ DES LIGNES DE TRANSPORT, EN TENANT COMpte DE LA CAPACITÉ. — Dans des articles que j'ai publiés dans *La lumière électrique*, en octobre et novembre 1909, en collaboration avec M. Blondel, il a été démontré que les vecteurs \mathcal{U}_x et \mathcal{J}_x de la tension simple et du courant en un point d'une ligne de transport située à une distance x de l'arrivée pouvaient être déterminés par les équations géométriques :

$$(1) \quad (\overline{\mathcal{U}}_x) = (\overline{U}_x) + (\overline{V}_x) \text{ rotation } - \varphi$$

$$(2) \quad (\overline{\mathcal{J}}_x) = (\overline{J}_x) + (\overline{I}_x) \text{ rotation } - \varphi$$

Les vecteurs composants U_x , V_x , J_x , I_x étant déterminés d'autre part d'après les séries géométriques suivantes :

$$(3) \quad \overline{U}_x = \overline{U}_1 + \left(\frac{z w}{4 \cdot 2} x^2 U_1 \right)_{\delta} + \left(\frac{z^2 w^2}{4!} x^4 U_1 \right)_{2\delta} + \dots$$

$$(4) \quad \overline{J}_x = (\overline{U}_1 w x)_{\theta'} + \left(\frac{z w^2}{3!} x^3 U_1 \right)_{\theta' + \delta} + \dots$$

$$(5) \quad \overline{V}_x = (\overline{I}_1 z x)_{\theta} + \left(I_1 \frac{z^2 w}{3!} x^3 \right)_{\theta + \delta} + \dots$$

$$(6) \quad \overline{I}_x = (\overline{I}_1) + \left(I_1 \frac{w z}{2} x^2 \right)_{\delta} + \dots$$

z et w étant l'impédance et l'admittance kilométrique :

$$z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L_s^2} \quad w = \sqrt{g^2 + \omega^2 C^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega L_s}{r} \quad \operatorname{tg} \theta' = \frac{\omega C}{g} \quad \delta = \theta + \theta'.$$

Il a de plus été démontré, dans les articles précités que si on s'arrête à un terme quelconque de ces séries, l'erreur absolue faite sur un quelconque des vecteurs U_x , J_x , V_x , I_x est au plus égal au premier terme négligé multiplié par $\sqrt{2}$.

L'erreur absolue sur \mathcal{U}_x par exemple ayant pour limite maxima la somme des limites maxima des erreurs des deux vecteurs U_x et V_x , nous voyons que si nous cherchons le courant et la tension au départ ($x = l$), les erreurs absolues maxima faites en prenant

seulement les deux premiers termes des séries 3 et 6 et le premier terme des séries 4 et 5 seront :

$$\varepsilon = \left(\frac{\varepsilon^2 w^2}{24} \cdot l^4 U_1 + I_1 \frac{\varepsilon^2 w}{6} l^3 \right) \sqrt{2} \text{ pour } \mathcal{U}_0,$$

$$\text{et } \varepsilon' = \left(\frac{\varepsilon w^2}{6} l^3 U_1 + I_1 \frac{\varepsilon^2 w^2}{24} l^4 \right) \sqrt{2} \text{ pour } \mathcal{J}_0$$

Les erreurs relatives maxima sont d'ailleurs $\frac{\varepsilon}{\mathcal{U}_0}$ et $\frac{\varepsilon'}{\mathcal{J}_0}$.

Ces erreurs relatives sont, en général, très faibles pour des lignes dont la longueur n'excède pas 325 kilomètres à 25 cycles et 180 kilomètres à 50 cycles.

La perditance g est, d'autre part, très faible. Si nous supposons $g = 0$, on a $\theta' = \frac{\pi}{2}$.

Si la longueur de la ligne est inférieure aux longueurs précitées, les vecteurs de la tension simple, au départ, \mathcal{U}_0 et du courant au départ \mathcal{J}_0 seront donnés par les équations géométriques relativement simples :

$$(7) \quad (\overline{\mathcal{U}}_0) = (\overline{U}_1)_0 + \left(\frac{\varepsilon \omega C}{2} l^2 U_1 \right)_{\frac{\pi}{2} + \theta} + (\overline{I}_1 z l)_{\theta - \varphi_1}$$

$$(8) \quad (\overline{\mathcal{J}}_0) = (\overline{I}_1)_{-\varphi_1} + \left(\frac{\varepsilon \omega C}{2} l^2 I_1 \right)_{\frac{\pi}{2} + \theta - \varphi_1} + (\overline{U}_1 \omega C l)_{\frac{\pi}{2}}$$

U_1 et I_1 désignant la tension simple et le courant à l'arrivée⁽¹⁾, φ_1 le décalage à l'arrivée. Les valeurs algébriques de \mathcal{U}_0 , \mathcal{J}_0 et $P_0 = \mathcal{U}_0 \mathcal{J}_0 \cos \varphi_0$ s'obtiennent très facilement en passant par les projections de \mathcal{U}_0 et \mathcal{J}_0 sur deux axes perpendiculaires OX et OY — OX étant confondu avec la direction de U_1 .

Si nous posons :

$$e' = \frac{\mathcal{U}_0 - U_1}{U_1} \quad i' = \frac{\mathcal{J}_0 - I_1}{I_1} \quad \text{et } p' = \frac{P_0 - P_1}{P_1} \quad \text{avec } P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1$$

on a, avec la même approximation :

$$(9) \quad e' = -1 + \sqrt{1 + 2\beta \cos(\theta - \varphi_1) + \beta^2 - \omega^2 C L_s l^2}$$

$$(10) \quad i' = -1 + \sqrt{1 + 2\gamma \cos(90^\circ + \varphi_1) + \gamma^2 - \omega^2 C L_s l^2}$$

(1) Les notations du calcul des lignes avec capacité diffèrent très légèrement de celles adoptées précédemment, par suite de l'obligation de désigner les tensions et courants à vide.

avec

$$\gamma = \omega \cdot C \cdot l \cdot \frac{U_1}{I_1}$$

$$(11) \quad p' = \frac{Rl^2}{P_1} - \omega \cdot C \cdot r \cdot l^2 \operatorname{tg} \varphi_1$$

$$(12) \quad \text{et } \cos \varphi_0 = \cos \varphi \frac{(1 + p')}{(1 + e')(1 + i')}$$

Les valeurs de e' et i' peuvent être déterminées très rapidement à l'aide du réseau de courbes.

Chute de tension relative $e' = \frac{U_0 - U_1}{U_1}$. — Pour obtenir e' il suffira de suivre la verticale du point situé sur OX d'abscisse $\beta = \frac{l^2 I_1}{U_1}$ jusqu'au point de rencontre de la courbe dont le numéro correspond à $\alpha = 0 - \varphi$, et de redescendre ensuite le long de cette verticale, sur une longueur égale à $\omega^2 C L_s l$, mesurée à l'échelle de correction de capacité.

L'ordonnée ainsi déterminée, mesurée suivant l'échelle des chutes relatives de tension donne la valeur de e' .

Ceci résulte de l'équation (9).

Courant au départ. — Pour obtenir la valeur de $i' = \frac{\beta_0 - I_1}{I_1}$ nous calculerons d'abord la valeur de $\gamma = \omega \cdot C \cdot l \cdot \frac{U_1}{I_1}$.

Elevant une verticale au point d'abscisse γ , nous suivrons cette verticale jusqu'au point d'intersection avec la courbe dont le numéro correspond à la valeur de $90^\circ + \varphi$; descendant à partir de ce point, le long de cette verticale sur une longueur égale à $\omega^2 C L_s l^2$, mesurée à l'échelle de correction de capacité, nous déterminons une ordonnée, qui, mesurée à l'échelle des chutes relatives de tension donne la valeur de i' en pour cent. On a d'ailleurs $\beta_0 = I_1 (1 + i')$.

Le calcul de $\cos \varphi_0$ et de p' n'offre aucune difficulté.

Exemple numérique. — Nous prendrons l'exemple numérique donné par MM. Pender et Thomson, en le traduisant en mesures métriques (d'où des nombres complexes). Cet exemple est *un cas limite d'emploi de la méthode*.

Les données étaient les suivantes :

Cyclage $n = 60$ $l = 160$ kil. 8.

Diamètre des fils $d = 11$ mm. 68.

Distance entre fils D = 183 centimètres.

Voltage entre fils $E_1 = 60.000$ $I_1 = 100^A$ $\cos \varphi_1 = 0,95$.

On en déduit :

$$U_1 = 34.640 \text{ v.} \quad r = 0^{\circ}166 \quad \omega L_s = 0^{\circ}452 \quad \omega C = 3,75 \times 10^{-6} \text{ mhos.}$$

$$\varphi = 18^\circ 12' \quad \operatorname{tg} \varphi = 0,328 \quad \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = \frac{r}{\omega L_s} = 0,3672 \quad \theta = 69^\circ 30', \\ \cos \theta = 0,344.$$

EFFECTUONS LE CALCUL DE LIGNE EN NÉGLIGEANT LA CAPACITÉ. — La perte relative de puissance est $p = \frac{Rl^2}{U_1 I_1 \cos \varphi} = 0,0813$, soit 8,13 0/0.

D'autre part :

$$\beta = \frac{LsI_1}{U_1} = \frac{lrI_1}{U_1 \cos \theta} = \frac{160,8 \times 0,466 \times 400}{34,640 \times 0,344} = 0,224, \text{ soit } 22,4 \text{ 0/0.}$$

$$\theta - \varphi = 51^\circ 38' \text{ ou } 51^\circ 6/10.$$

Suivant la verticale élevée au point d'abscisse 22,4 jusqu'à la rencontre de la courbe 51,6 nous trouvons $e = 15,4 \text{ 0/0.}$

$$\text{Enfin } \cos \varphi_0 = \cos \varphi \frac{1 + p}{1 + e} = 0,89.$$

EN Tenant COMPTE DE LA CAPACITÉ. Perte relative de puissance. — On a :

$$p' = \frac{Rl^2}{U_1 I_1 \cos \varphi} - \omega C.R.l^2 \operatorname{tg} \varphi = p - 3,75 \times 10^{-6} \times 0,166 \times \\ \times (160,8)^2 \times 0,328 = 0,076.$$

$$\text{Donc } p' = 7,6 \text{ 0/0.}$$

Perte relative de voltage. — La quantité soustractive :

$$\omega^2 C.L_s l^2 = 3,75 \times 10^{-6} \times 0,452 \times (160,8)^2 = 0,0438.$$

En suivant la verticale du point d'abscisse 22,4 jusqu'à la rencontre de la courbe 51,6 et descendant de 4 divisions 38 mesurées sur l'échelle de correction de capacité, on a $e' = 13,6 \text{ 0/0.}$

Courant au départ. — Nous avons $90^\circ + \varphi = 108^\circ 12' = 108^\circ 2/10.$

$$\gamma = \omega C.l \frac{U_1}{I_1} = 3,75 \times 10^{-6} \times 160,8 \times \frac{34,640}{400} = 0,209.$$

Partant du point d'abscisse 20,9, suivant la verticale jusqu'à la courbe 108,2 et redescendant de 4 divisions 38 mesurées sur l'échelle de correction de capacité, on a : $i' = -6,7 \text{ 0/0.}$

$$\text{Donc : } I_0 = I_1 (1 - 0,067) = 93^A 3.$$

Facteur de puissance au départ.

$$\cos \varphi_0 = \cos \varphi \frac{1 + p'}{(1 + e')(1 + i')} = 0,965.$$

Erreurs relatives. — L'erreur relative sur \mathcal{U}_0 est inférieure à :

$$\frac{\left(\frac{\varepsilon^2 w^2}{24} l^4 U_1 + I_1 \frac{\varepsilon^2 w}{6} l^3 \right) \sqrt{2}}{\mathcal{U}_0}$$

Effectuant le calcul on trouve trois millièmes environ. L'erreur relative faite sur β_0 est sensiblement de même ordre. Il s'agit naturellement des erreurs systématiques provenant des équations.

3^e CAS DES CANALISATIONS SECONDAIRES ET DES LIGNES DE TRANSPORT DE FAIBLES LONGUEURS. — Dans ce cas, on a souvent un grand nombre de lignes analogues (même écartement de fil) à calculer ; la nécessité d'un calcul rapide conduit à spécialiser davantage les courbes. D'autre part, ces lignes sont souvent déterminées par la chute relative de tension, et il est désirable de pouvoir trouver immédiatement le rayon du fil correspondant à une chute de tension.

Il ne saurait être question de donner une série de courbes, si nombreuses soient-elles, solutionnant le problème d'une façon générale ; mais dans certains cas, le problème peut être restreint, par exemple, par l'emploi d'une fréquence donnée, l'écartement de fil étant voisin de 60 centimètres.

Considérons l'équation donnant la perte relative de tension :

$$e^2 + 2e - 2 \frac{ZI}{U} \cos(\theta - \varphi) - \frac{Z^2 I^2}{U^2} = 0.$$

Remplaçons I par sa valeur en fonction de la puissance P_n par phase. On a $I = \frac{P_n}{U \cos \varphi}$ et Z par lz . L'équation précédente peut s'écrire :

$$z^2 \left(\frac{lP_n}{U^2} \right)^2 \frac{1}{\cos^2 \varphi} + 2z \left(\frac{lP_n}{U^2} \right) \frac{\cos(\theta - \varphi)}{\cos \varphi} - (e^2 + 2e) = 0.$$

Supposons que le cyclage soit de 50 et l'écartement de fils de 70 centimètres.

Donnons à e les valeurs 1 0/0, 2 0/0, ..., 15 0/0. Nous aurons pour chaque valeur prise pour e une courbe dont les abscisses seront $\frac{lP_n}{U^2}$ et les ordonnées z (impédance kilométrique). On peut porter sur l'échelle des ordonnées les diamètres.

Nous aurons ainsi quinze courbes pour chaque valeur de $\cos \varphi$. On établira seulement le réseau de courbes pour $\cos \varphi = 1, 0,90, 0,80, 0,70$. Ces courbes solutionnent presqu'immédiatement le problème indiqué.

Cette solution a été adoptée par MM. Pionchon et Heilmann dans leur intéressant *Traité pratique de calcul de lignes*.

Les réseaux de courbes publiées dans cet ouvrage s'appliquent seulement aux lignes à 50 cycles dont l'écartement est voisin de 0 m. 70.

III. — Etudes graphiques

1^o ETUDE DE L'EFFET DE LA VARIATION DE L'INTENSITÉ ET DU FACTEUR DE PUISSEANCE DANS UNE LIGNE DE TRANSPORT DONNÉE. — La connaissance de la section et de l'écartement des fils permet de calculer la résistance R et l'inductance $l \cdot \omega L_s$ des fils de la ligne de longueur l .

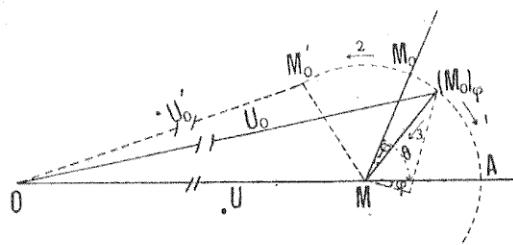


Fig. 43.

Le diagramme ayant été décrit plusieurs fois, nous n'insisterons pas sur la construction de U_0 connaissant U , φ , RI et $l \cdot \omega L_s I$. Pour l'étude de l'influence des variations de régime, l'idée d'impédance dirigée est plus commode que la considération des vecteurs de chute de tension ohmique et inductive. Nous remarquerons le vecteur ZI représenté par la droite $M(M_0)_\varphi$ fait avec MA l'angle $(\theta - \varphi)$. Si $\varphi = 0$ cette droite vient en MM_0 faisant avec MA l'angle θ . Si l'angle de décalage croît jusqu'à la valeur φ . Le vecteur ZI vient en $M(M_0)_\varphi$ et l'angle de ce vecteur et de la droite MM_0 est égal à φ .

Variation du facteur de puissance. — Nous n'avons donc à considérer que le mouvement de la droite $M(M_0)_\varphi$ par rapport à la droite MM_0 . Si nous supposons l'intensité constante le point $(M_0)_\varphi$ se déplacera sur un cercle de rayon $M(M_0)_\varphi = ZI$.

Si dans ces conditions le facteur de puissance part d'une valeur égale à l'unité et va en diminuant constamment, le point $(M_0)_\varphi$ se déplacera dans le sens de la flèche (1); la chute de voltage $(U_0 - U)$ augmentera jusqu'au moment où le point M_0 sera venu en A . A partir de ce moment la chute de tension diminuera. Le maximum de cette chute de tension est ZI .

Nous avons supposé le courant décalé en arrière de la tension simple; il peut être décalé en avant, par exemple si la ligne de

transport alimente de larges câbles, des moteurs synchromes surexcités, etc. Dans ce cas le point M_0 viendrait en M'_0 et se déplaçerait dans le sens de la flèche (2), si le décalage augmente.

Nous voyons que la chute de tension peut devenir nulle ou même négative c'est-à-dire que la tension au départ peut devenir plus petite que la tension à l'arrivée.

Variations de l'intensité. — Si l'intensité varie avec un même facteur de puissance, le point $(M_0)_\varphi$ se déplace sur le rayon $(M_0)_\varphi M$ dans le sens de la flèche (3) pour des intensités décroissantes.

Variations à puissance constante. — Si la puissance reste constante on voit que le point $(M_0)_\varphi$ se déplacera sur une perpendiculaire à la droite MM_0 .

Perte de puissance relative. — La perte de puissance relative

$$\text{est : } \frac{RI^2}{UI \cos \varphi} = \frac{RI}{U \cos \varphi} = \frac{MB}{OM}$$

$$\text{car } MB = \frac{RI}{\cos \varphi}.$$

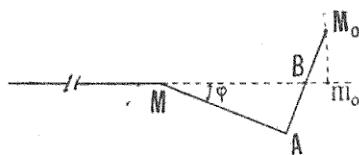


Fig. 44.

Si le point B est situé entre A et M_0 la perte relative de puissance sera plus faible que la perte relative de voltage, et inversement, en effet :

$$\frac{OM_0 - OM}{OM} = \frac{Mm_0}{OM}.$$

Le tableau des valeurs de (M) (situé page 141) nous indique l'effet produit, à ce sujet, par tel ou tel diamètre de fil. (Pour les cyclages de 25 et de 50).

2^e RAYON D'ACTION D'UNE LIGNE DONNÉE. — Pour une ligne donnée, cherchons la distance l à laquelle on peut recevoir, sous la tension simple U , avec un décalage φ , une puissance P_n par phase. La tension au départ étant U_0 . Ce problème peut se poser en particulier pour les câbles, unités dont il a été fait mention au paragraphe 4 du chapitre IV.

L'intensité de courant qui parcourt la ligne est $I = \frac{P_n}{U \cos \varphi}$.

La ligne étant donnée nous connaissons l'inductance et la résistance par kilomètre.

Portons $OM = U$ sur OX et traçons la droite MC , telle que $CMX = \theta$.

θ étant donné par la relation $\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega L_s}{r}$.

Le point M_0 extrémité du vecteur de la chute de voltage d'impédance, se trouve sur la droite MM_0 faisant avec MC , un angle φ ; et sur un cercle de centre O et de rayon U_0 .

La distance cherchée est : $l = \frac{MM_0}{z_1}$, z étant l'impédance kilométrique de la ligne.

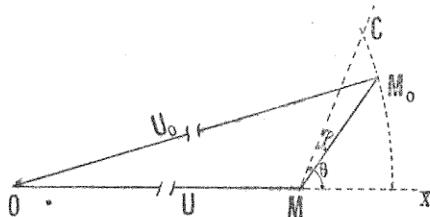


Fig. 45.

3^e DIAGRAMME POUR LE CALCUL RAPIDE DES LIGNES AVEC INDUCTION
(M. Ralph-Mershon, *American Electrician*, 1900).

On peut tracer un diagramme qui évite d'avoir à faire des constructions graphiques.

Supposons que sur du papier millimétré par exemple, nous traçons des cercles ayant leur centre O à la rencontre de deux traits forts, avec des rayons successifs de 10 centimètres, 10 cm. 1, 10 cm. 2.., 11 cm., 11 cm. 1, etc. Nous aurons la figure ci-dessous. Numérotions les cercles 0, 10, 20. Ce seront les cercles indiquant la chute relative de tension en pour cent, par rapport à la tension à l'arrivée.

Divisons le rayon horizontal OA du cercle de rayon minimum, en dix parties, numérotées à partir du centre, 0,1, 0,2, 0,3, 0,9. Ces divisions indiqueront les facteurs de puissance.

Supposons qu'on nous demande de calculer la perte de tension, en pour cent, par rapport à la tension à l'origine d'une ligne à 50 cycles de 10 kilomètres de longueur, débitant une puissance de 500 kilowatts à l'arrivée sous une tension entre fils à l'arrivée de 5.000 volts, avec un facteur de puissance $\cos \varphi = 0,80$. Le diamètre des fils est de 7 millimètres, leur distance 60 centimètres. Nous

calculerons d'abord les chutes relatives de tension, ohmiques et inductives, par rapport à la tension simple c'est-à-dire :

$$\frac{RI}{U} \text{ et } \frac{I \cdot \omega L_s}{U}.$$

On a : $U = \frac{E}{\sqrt{3}} = 2.886$

$$R = 0,452 \times 10 = 4,52 \quad I \cdot \omega L_s = 10(Y + Z) = 10(0,274 + 0,066) = 3,40$$

$$I = \frac{500.000}{5.000 \times 4,73 \times 0,80} = 72,5 \quad RI = 327 \text{ v.} \quad I \cdot \omega L_s = 246 \text{ v.}$$

d'où : $\frac{RI}{U} = 0,112 \quad \frac{I \cdot \omega L_s}{U} = 0,085.$

Prenons le diagramme que nous venons de préparer. Suivons la verticale du point indiqué facteur de puissance 0,8. Cette verticale coupe le cercle de plus petit rayon en un point M. Comptons à partir de ce point *horizontallement* 11,2 petites divisions⁽¹⁾, c'est-

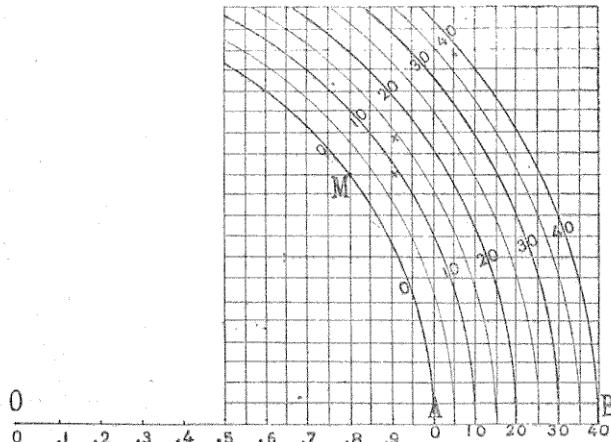


Fig. 46. — Chutes relatives de voltage

à dire les $\frac{41,2}{400}$ du rayon du cercle minimum ; puis *verticalement*, 8,5 divisions à partir de l'extrémité des 11,2 divisions précédentes. Nous tombons sur le cercle 14,1. La perte relative de tension $\frac{E_0 - E}{E}$ est 0,141.

(1) Le format du livre obligeant à adopter une figure à échelle réduite, les petites divisions n'ont été marquées que de 5 en 5. Les extrémités des vecteurs horizontaux et verticaux paraissent ainsi être obtenus avec peu d'approximation. En employant une échelle suffisante et traçant toutes les petites divisions prévues, cette impression disparaît.

Nous avons, en effet, construit le diagramme des tensions simples en divisant par U toutes les longueurs. En traçant la verticale au point 0,8, nous arrivons sur le cercle de rayon minimum en un point M, tel que le rayon OM fait avec l'horizontale, c'est-à-dire avec la direction des chutes ohmiques un angle φ correspondant à $\cos \varphi = 0,80$. Comme U est pris pour unité, la distance entre le cercle 14,1 et le cercle de rayon minimum est $\frac{U_0 - U}{U}$.

Perthes relatives de puissance. — Si nous traçons le rayon OM correspondant au facteur de puissance $\cos \varphi = 0,8$: l'intersection de ce rayon avec la verticale des chutes inductives tombe sur un cercle dont le numéro, indique en pour cent, la perte de puissance relative, par rapport à la puissance délivrée à l'arrivée. Toutefois le calcul de la perte relative de puissance est tellement simple qu'il n'y a pas lieu de se servir du diagramme.

Ce diagramme est très général, très facile à tracer, mais son emploi exige comme nous l'avons vu quelques calculs. Une fois le diagramme tracé, il n'y a plus qu'à suivre avec une épingle, par exemple, la verticale du facteur de puissance, l'horizontale de la chute ohmique relative, et enfin la verticale de la chute inductive pour tomber finalement sur le cercle indiquant le pourcentage de la chute relative de voltage. On prendra des divisions appropriées aux chutes de tension qu'on étudie ; le millimètre est évidemment une trop petite division.

On peut calculer à l'aide de ce diagramme, en opérant par tâtonnements, la section d'une ligne pour une perte de tension donnée. Les méthodes suivantes sont toutefois préférables.

4^e DÉTERMINATION GRAPHIQUE DE LA SECTION D'UNE LIGNE DE TRANSPORT PAR LA RÈGLE DE BON SERVICE. — Proposons-nous de déterminer la section d'une ligne de transport, lorsque la perte de tension relative est fixée $e = \frac{E_0 - E}{E}$. On connaît de plus la puissance P , la tension E et le facteur de puissance $\cos \varphi$ à l'arrivée.

Nous avons :

$$(1) \quad I = \frac{P}{E\sqrt{3} \cos \varphi} \quad U = \frac{E}{\sqrt{3}} \quad \frac{U_0 - U}{U} = e \quad \text{d'où } U_0 = U(1 + e)$$

La considération du diagramme des impédances dirigées, nous permet de solutionner, très rapidement, le problème de la recherche de la section de la ligne.

Construisons ce diagramme pour la fréquence et l'écartement de fils adoptés. Nous avons vu que les courbes d'inductance et le

tableau des résistances de fil permettent de construire ce diagramme très rapidement.

Prenons MX comme axe des courants ; MK, décalé de φ en avant, sera l'axe des voltages.

Supposons que nous ayons construit le diagramme des impédances à l'échelle de n millimètres par ohm ; prenons comme échelle

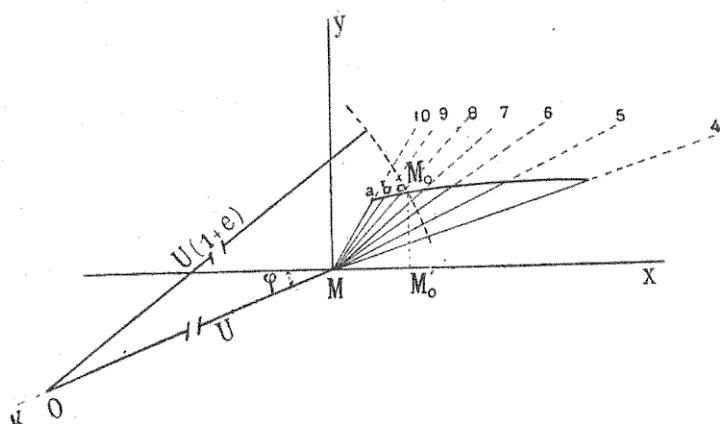


Fig. 47.

des volts $\frac{n}{l} I$. l étant la longueur de la ligne en kilomètres ; I , le courant en ampères déterminé par l'équation (1).

Nous voyons que M_a représente à l'échelle choisie pour les volts $z_{10} \cdot l \cdot I = Z_{10} I$, c'est-à-dire la chute de tension d'impédance dans un fil de 10 millimètres de diamètre de l kilomètres de longueur où circuleraient le courant I .

Portons sur MK, à l'échelle $\frac{n}{l}$ millimètres par volts, la tension simple U à l'arrivée.

OM_a est en somme le diagramme d'essai du fil de 10 millimètres de diamètre.

Omb serait le diagramme d'essai du fil de 9 millimètres.

La courbe a, b, c, \dots , est le lieu des extrémités des vecteurs MM_0 . Mais, d'autre part, ce point M_0 se trouve à une distance du point O égale à $U_0 = U(1+e)$.

Si donc nous traçons, de O comme centre, un cercle avec ce rayon, l'intersection de ce cercle avec la courbe a, b, c, \dots , donnera en M_0 l'extrémité du vecteur de chute d'impédance cherchée.

Le diamètre du fil serait compris entre 7 et 8 millimètres. Si nous projetons M_0 sur l'axe MX.— En M'_0 nous avons en MM'_0 la

résistance exacte du fil de ligne qui convient, MM' , est à l'échelle de n millimètres pour un ohm. La connaissance de la résistance nous détermine la section du fil.

Si nous avons divisé préalablement la courbe a, b, c, \dots nous lirons directement le diamètre.

Afin d'éviter de détériorer le diagramme des impédances, on peut construire sur un papier calque les deux axes MX, MY , la droite KM , et l'arc de cercle décrit de O comme centre avec $U(t+e)$ comme rayon. Si e varie, nous avons des cercles concentriques de rayons variables.

Exemple numérique. — Soit : $t = 100$ km., $P_n = 280$ K.w.s $U = 13.500$, $\cos\varphi = 0,8$, $D = 0,70$. On demande de calculer la ligne pour une perte de voltage de 10 % par rapport à la tension U . Le cyclage est de 50 cycles. Supposons que nous ayons le diagramme des impédances à l'échelle de 10 cm. pour un ohm.

$$\text{Nous avons : } I = \frac{280.000}{43.500 \times 0,8} = 26^A \quad /I = 2.600.$$

L'échelle des volts sera par volt : $\frac{10 \text{ cm.}}{2.600}$ ou par 1.000 volts :

$$\frac{10.000 \text{ cm.}}{2.600} = 3^{\text{cm.85.}}$$

Nous aurons : $OM = 52 \text{ cm.} = U$, et $U_0 = U(1,10) = 57 \text{ cm.2}$.

Ce cercle coupe la courbe des impédances très près du point représentant le fil dont le diamètre est 6 mill. 9.

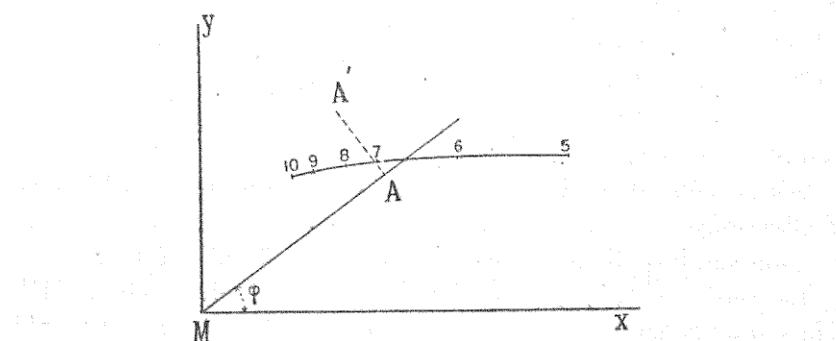


Fig. 48.

Dans le cas présent, on peut simplifier (1) la construction et éviter les rayons encombrants : OM et U_0 .

(1) Cette construction simplifiée a été indiquée par M. Herdt. *Lumière électrique*, 1909, 17 mars. C'était la première étude de ce genre.

Traçons en effet la droite MA faisant avec MX l'angle $\varphi = 36^{\circ}5$ $\cos\varphi = 0,80$, et portons sur cette droite $MA = U_0 - U$. Le cercle de centre O et de rayon U_0 passe sur A. Toutes les fois que A sera voisin de la courbe d'impédance, on peut remplacer ce cercle de grand rayon par la perpendiculaire AA' à MA.

Détermination de la section de plusieurs lignes. — S'il y avait un grand nombre de lignes à déterminer de cette façon, l'échelle choisie pour les impédances dirigées (échelle choisie d'ailleurs de façon à ce que, pour le premier essai, l'échelle $\frac{n}{l}$ soit acceptable pour les volts) pourra ne pas convenir, à tous les cas qui se présenteront; la chute de tension admise eU pourra varier.

On facilitera le travail de détermination des sections en construisant deux diagrammes.

L'un sera constitué en portant sur les droites Ma , Mb , Mc d'impédances dirigées, des longueurs $z'lI$, $z'l'I'$, $z'l''I''$, à une échelle de p millimètres par volts, échelle compatible avec les données.

Réunissant les points de même produit lI , on obtient une série de courbes que l'on peut désigner par le produit lI , des ampères kilomètres.

Le deuxième diagramme sera constitué sur papier calque par des séries de cercles concentriques de centre O et de rayon $U(1 + e)$. On donnera à (e) diverses valeurs.

Si nous superposons le diagramme sur papier calque, au diagramme des chutes d'impédance, en ayant soin de faire faire à la droite OM, un angle (φ) avec MX dans le sens positif, l'intersection de la courbe d'ampère-kilomètre convenant à la ligne, avec le cercle de chute de tension, convenant à la chute de tension admise, nous donnera le point M_0 cherché, et, par suite la section de la ligne. Dans la détermination des lignes de faibles fréquences (25 cycles) par la règle de Bon Service, on constatera, dans certains cas, qu'un faible facteur de puissance conduit à l'adoption de diamètres de fils plus faibles, qu'un bon facteur de puissance : il n'est pas prudent de profiter complètement de cette économie.

5^e DÉTERMINATION GRAPHIQUE DE LA SECTION D'UNE LIGNE DE DISTRIBUTION PAR LA RÈGLE DE BON SERVICE. — On se propose de calculer la ligne, en limitant toujours la perte de tension relative ; mais la tension au départ E_0 est fixé. On connaît de plus : P et $\cos\varphi$, puissance et facteur de puissance à l'arrivée. l la longueur de la ligne. Ainsi que la distance entre fils et la fréquence.

$$\text{On a : } e = \frac{E_0 - E}{E_0} \quad \text{d'où : } E = E_0(1 - e).$$

$$I = \frac{P}{E \cos \varphi \sqrt{3}} = \frac{P}{E_0(1 - e)\sqrt{3} \cos \varphi}.$$

La détermination de la section se fera comme dans le cas précédent, avec une très légère différence, tenant à ce que le voltage E_0 est fixé, et par suite la tension simple U_0 .

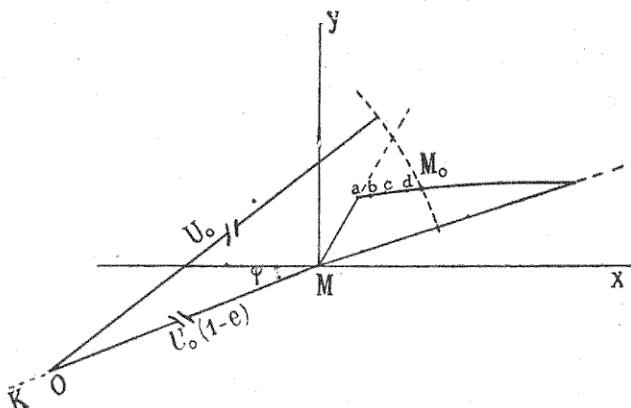


Fig. 49.

On portera sur la droite MK une longueur $MO = U = U_0(1 - e)$; et on tracera de O, comme centre, avec U_0 comme rayon, un arc de cercle, qui coupera la courbe a, b, c, \dots au point M_0 cherché. Si nous avons divers problèmes, avec diverses valeurs de la perte relative (e), nous voyons que les rayons des cercles sont tous égaux à U_0 ; mais que les distances MO de leurs centres respectifs au point M sont égales à $U = U_0(1 - e)$ c'est-à-dire sont variables avec la chute relative consentie.

Ce problème s'applique spécialement au cas des distributions secondaires; nous aurons donc besoin souvent de nous servir de cette méthode. Si les lignes de distributions à calculer sont nombreuses, l'emploi des diagrammes fixes et mobiles (sur papier calque) sera tout indiqué.

L'abaque fixe est le même que celui employé dans le cas précédent.

L'abaque (1) mobile sera constitué par des cercles de même rayon U_0 , mais de centres variables. On pourra ne conserver de

(1) L'emploi de ces abaques a été proposé dans *La Lumière électrique*, par M. Blondel, 4 septembre 1909. Ce journal a publié des abaques convenant à une fréquence de 50 cycles et à un écartement de fil de 60 centimètres.

ces abaques mobiles que la partie contenant les cercles. La figure 50 représente le schéma d'un abaque mobile construit pour une distribution de 250 volts. On voit que les cercles de même

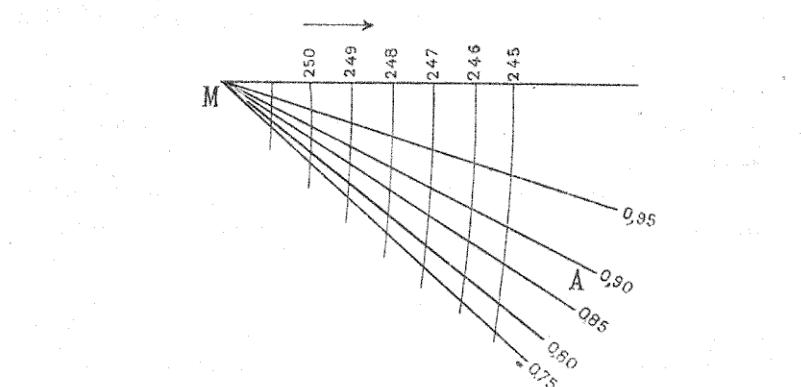


Fig. 50.

rayon, mais de centres différents, sont numérotés de façon à indiquer les voltages correspondants. Dans le cas dont nous nous occupons, ces voltages sont décroissants dans le sens de la flèche ; ce serait l'inverse dans le cas précédent.

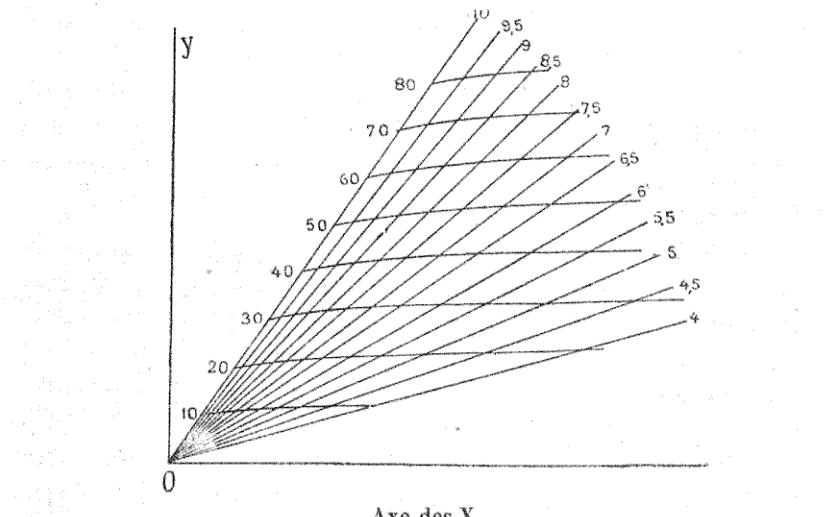


Fig. 51.

On a tracé sur cet abaque cinq droites faisant avec le prolongement de KM des angles correspondant aux diverses valeurs de $\cos \varphi$: 0,75, 0,80, 0,85, 0,90, 0,95.

Si $\cos \varphi = 0,80$, nous ferons coïncider la droite MA de l'abaque mobile avec l'axe des X de l'abaque fixe.

La figure 51 donne un schéma réduit d'un abaque fixe établi pour $D = 70$ centimètres et un nombre de périodes égal à 50. Les courbes d'ampères-kilomètres n'ont été tracées que de 10 en 10 à cause de la petitesse de l'échelle adoptée.

L'abaque complet est évidemment assez long à construire et on ne l'emploiera que s'il y a un grand nombre de lignes à calculer ; mais, dans ce cas, il rend de grands services.

Pour sa construction, il y a lieu de remarquer que si on a obtenu une courbe telle que la courbe 20, les autres s'en déduisent en portant sur les droites issues de O, des longueurs proportionnelles.

Si le nombre de lignes à calculer est faible on se contentera de la méthode utilisant le diagramme des impédances dirigées.

IV. — Mesure de l'inductance d'une ligne construite

Lignes aériennes. — Pour ces lignes, la résistance d'un fil de ligne, pour le courant alternatif est généralement égal à sa résistance pour le courant continu. Par suite en mesurant l'impédance de la ligne, nous obtiendrons sans difficulté l'inductance par la formule : $\omega L_s = \sqrt{z^2 - r^2}$.

La mesure de l'impédance s'effectue généralement en déterminant, au départ, le courant I_l et la tension simple V_l de la ligne mise en court-circuit à l'arrivée. Si la longueur l de la ligne est assez faible, on a : $z = \frac{V_l}{I_l}$.

En effet, si nous faisons $U_1 = 0$ dans les formules générales de la page 147, nous voyons que les vecteurs donnant I_l et V_l sont donnés par les séries géométriques :

$$\overline{(V_l)} = (\overline{I_1} z l)_{\theta} + \left(I_1 \frac{z^2 w}{6} l^3 \right)_{\theta} + \dots$$

$$\overline{(I_l)} = (\overline{I_1}) + \left(I_1 \frac{zw}{2} l^2 \right)_{\theta} + \dots$$

I_1 désignant le courant dans le court-circuit. Si $\frac{zw}{2} l^2$ est négligeable de l'ordre du millième par exemple, on aura :

$$\frac{V_l}{I_l} = zl = l\sqrt{r^2 + \omega^2 L_s^2}.$$

Comme r est donné par la formule ordinaire, ωL_s se déduit de ces mesures simples sans difficulté.

La disposition indiquée par la figure 52 pourra être adaptée pour l'étude d'une ligne dissymétrique.

Si la résistance du fil de ligne pour le courant alternatif est supposée différente de la résistance du même fil pour le courant continu (Effet Kelvin), on mesurera la puissance, la tension et le

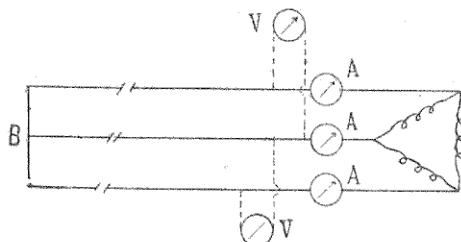


Fig. 52.

courant au départ. On aura : $P_l = 3.U_l.I_l \cos \varphi_l$, d'où $\cos \varphi_l$ et par suite φ_l . On a d'ailleurs en prenant le diagramme des tensions (fig. 42) et projetant le circuit OMAM₀ sur la direction AM₀ :

$$U_l \sin \varphi_l = \omega.l.L_s.I_l, \quad \text{d'où} \quad \omega.L_s = \frac{U_l \sin \varphi_l}{l.I_l}.$$

Cette formule ne présente pas une exactitude plus grande que la précédente ; mais la résistance est éliminée.

La valeur de l'inductance trouvée par de telles mesures, ne concorde pas toujours avec la valeur donnée par les formules simples que nous avons étudiées.

Dans les *lignes aériennes*, trois causes peuvent modifier cette valeur : 1^o la dissymétrie de la ligne ; 2^o l'effet Kelvin (*Skin Effect*) ; 3^o l'influence des harmoniques.

Nous avons déjà étudié les deux premières causes ; étudions rapidement la troisième.

Influence des harmoniques. — Généralement, la courbe du voltage donnée par les alternateurs n'est pas parfaitement sinusoïdale. Supposons que cette courbe ait pour équation :

$$(1) \quad e = A \sin \omega t + B \sin (3\omega t + \alpha).$$

La valeur efficace du voltage sera : $E_{eff} = \frac{4}{\sqrt{2}} \sqrt{A^2 + B^2}$.

Une courbe sinusoïdale équivalente comme valeur efficace aurait pour expression :

$$(2) \quad e' = \sqrt{A^2 + B^2} \sin (\omega t).$$

Supposons qu'on applique successivement le voltage e puis le voltage e' sur un circuit ayant une résistance R et un coefficient de self-induction L_s . On aura dans le premier cas (voltage e) :

$$i = \frac{A}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L_s^2}} \sin(\omega t - \varphi) + \frac{B}{\sqrt{R^2 + 9\omega^2 L_s^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi'),$$

avec : $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_s}{R}$ $\operatorname{tg} \varphi' = \frac{3\omega L_s}{R}$.

La valeur efficace de i serait :

$$I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{A^2}{R^2 + \omega^2 L_s^2} + \frac{B^2}{R^2 + 9\omega^2 L_s^2}}.$$

Appliquons le voltage e' la valeur efficace du courant devient :

$$I'_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{R^2 + \omega^2 L_s^2}}.$$

La valeur de I_{eff} est plus faible que celle de I'_{eff} . Donc dans une ligne de transport, la valeur $Z = \frac{V}{I}$ mesurée avec une force électromotrice non sinusoïdale donnera pour Z une valeur plus grande que la valeur théorique $Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L_s^2}$.

La valeur de Z donnée par la mesure est, d'ailleurs, celle qui intervient dans les phénomènes de la ligne de transport, si l'alternateur employé pour faire cette mesure, est bien celui qui alimente la ligne en temps normal.

On trouve assez souvent des valeurs de Z supérieures de 3 à 50% à la valeur théorique normale.

Exemple numérique. Ligne aérienne. — L'expérience a été faite sur la même ligne à 50.000 volts que nous avons étudié dans le chapitre de la résistance, à 50 cycles.

La ligne se composait de trois câbles de 63 millimètres carrés de section avec âme en chanvre. Le rayon extérieur $a = 0$ cm. 506. Le rayon de l'âme en chanvre $a' = 0$ cm. 234. La distance entre fils était de 1 m. 40. La longueur de la ligne de 35 kil. 9.

On a théoriquement :

$$L_s = \frac{1}{40^4} \left[4,605 \operatorname{lov} \frac{d}{a} + 0,50 \left(1 - \frac{a'^2}{a^2} \right) \right] = \\ = 0,001166 \text{ henrys par km.}$$

$$z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L_s^2} = 0,461 \text{ ohms par Km.}$$

Nous verrons que l'admittance kilométrique $w = \frac{3,08}{40^6}$.

$\frac{zw}{2} l^2 = 0,00183$. La formule $Z = \frac{V}{I}$ est donc admissible.

Où d'ailleurs : $Z = lz = 35,9 \times 0,461 = 16^{\circ}53$.

En donnant au voltage entre fils la valeur de 208 volts on trouva $I_1 = 6^{\circ}8$ sur les trois ampèremètres : la valeur de l'impédance mesurée est donc : $Z_m = \frac{E}{I_1 \sqrt{3}} = \frac{208}{6,8 \times 4,73} = 17^{\circ}65$.

Ici la différence relative est $\frac{Z_m - Z}{Z_m} = 6,5\% 0/0$.

Comme la ligne étudiée était symétrique, que les fils étaient de faibles diamètres, la seule cause modificatrice provenait des harmoniques. L'étude oscillographique confirma l'existence d'harmoniques avec des coefficients assez notables.

Lignes souterraines. Câbles armés. — La résistance de ces lignes pour le courant alternatif différant souvent de la résistance pour le courant continu on emploiera la seconde méthode de mesure, c'est-à-dire que l'on mesurera la puissance, la tension et le courant au départ de la ligne mise en court-circuit à l'arrivée.

On aura $\omega L_s = \frac{U_l \sin \varphi_l}{l I_l}$. Pour que la mesure donnant ωL_s offre une approximation suffisante, il est nécessaire, avec ces lignes où les effets de capacité sont très importants, que l soit assez petit.

En effet, $\frac{\omega w}{2} l^2$ prend rapidement une valeur assez grande.

Dans des essais faits sur une longueur de câble de 995 mètres seulement, par la Société Siemens et Schückert (1). M. Lichtenstein indique que pour un câble triphasé à 700 volts composé de trois conducteurs de 380 millimètres carrés, le coefficient de self-induction mesuré par la formule $L_s = \frac{U_l \sin \varphi_l}{\omega l I_l}$ fut trouvé égal à

$3,90 \times 10^{-4}$ henrys en employant une source de courant à 50 cycles, alors que le calcul donnait $3,63 \times 10^{-4}$. La correction qui devait être faite à l'inductance avait donc une valeur relative de 7,4 0/0. Le câble considéré est d'ailleurs de section très forte pour un câble triphasé.

Câbles armés à un seul conducteur (2). — Si l'armature est en fer, la valeur de l'inductance (ωL_s) peut atteindre pratiquement de 1,3 à 3,5 fois la valeur de l'inductance du même câble non armé. Ce facteur (1,3 à 3,5 augmente lorsque la distance au conducteur de retour décroît. La formule théorique serait d'ailleurs dans ce cas tout à fait différente de la formule précédente, et, elle permet de prévoir ces résultats.

(1) Lichtenstein, Congrès d'électricité de Turin, 1911.

(2) Whitehead, *Proceedings of the American Institute*, juin 1909.

2^e PROPRIÉTÉS DE L'INDUCTANCE. — L'inductance occasionne une chute de voltage qui se compose en quadrature avec la chute de voltage ohmique. Elle n'occasionne pas de pertes de puissance.

Les variations de température, et les effets atmosphériques n'ont pas d'effets appréciables sur la valeur de l'inductance d'une ligne.

Diminution de l'inductance ou de ses effets. — L'inductance d'une ligne est reliée au diamètre des fils par une formule logarithmique qui est telle que l'accroissement de la section diminue la valeur de l'inductance d'une façon peu sensible.

Ecartement des fils. — En écartant les fils on augmente la valeur de l'inductance, en les rapprochant on la diminue. Si D (distance entre les axes des fils) varie de 200 cm. à 1 cm. L'inductance variera dans le rapport de 4 à 1 pour des fils de moyenne section. Si la distance ne peut varier que de 200 cm. à 60 cm. l'inductance variera seulement dans le rapport de 1,2 à 1. L'inductance des lignes aériennes, quoique variable, n'a pas un champ de variation très considérable, lorsque la fréquence est fixée.

Pour une même fréquence, nous voyons que l'inductance d'une ligne aérienne sera trois ou quatre fois plus grande que l'inductance d'un câble armé triphasé ayant mêmes sections de fils.

Fréquence. — La diminution de la fréquence, diminue proportionnellement l'inductance : c'est le seul moyen vraiment efficace de la réduire.

Division de la ligne. — La division d'une ligne (triphasée, par exemple) en deux lignes triphasées dont les fils auraient une section égale à la moitié de la section des fils de la ligne simple, augmente légèrement la valeur de l'inductance, mais diminue de moitié la chute de voltage d'inductance, puisque le courant est réduit de moitié dans chaque ligne. La chute de tension n'est pas divisée par deux, car la chute ohmique n'est pas modifiée.

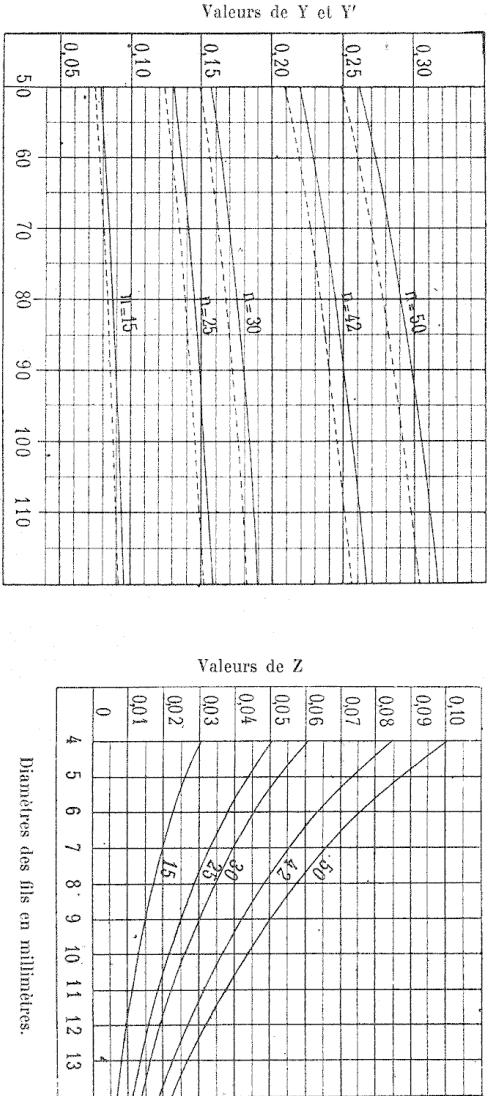
NOTE. — Dans l'abaque mobile de la figure 50, les cercles doivent, naturellement, être prolongés au-dessus de l'horizontale, ce prolongement constitue même la partie la plus utile.

Tables de calcul des lignes trigonométriques

Tangente θ	Angle θ	$\cos \theta$	$\sin \theta$	Tangente θ	Angle θ	$\cos \theta$	$\sin \theta$
0	0	1	0				
0,01	0°35'	0,9999	0,01	0,51	27°1'	0,8909	0,4542
0,02	1°9'	0,9998	0,02	0,52	27°29'	0,8871	0,4615
0,03	1°43'	0,9995	0,0299	0,53	27°55'	0,8836	0,4682
0,04	2°47'	0,9992	0,0399	0,54	28°22'	0,8799	0,4752
0,05	2°52'	0,9987	0,0499	0,55	28°49'	0,8762	0,4820
0,06	3°26'	0,9982	0,0598	0,56	29°15'	0,8725	0,4886
0,07	4°1'	0,9975	0,0698	0,57	29°41'	0,8688	0,4952
0,08	4°34'	0,9968	0,0797	0,58	30°7'	0,8650	0,5018
0,09	5°9'	0,9960	0,0897	0,59	30°32'	0,8613	0,5080
0,10	5°43'	0,995	0,0996	0,60	30°58'	0,8575	0,5143
0,11	6°17'	0,994	0,1095	0,61	31°23'	0,8537	0,5208
0,12	6°54'	0,9928	0,1193	0,62	31°48'	0,8499	0,5269
0,13	7°24'	0,9917	0,1288	0,63	32°13'	0,8460	0,5331
0,14	7°58'	0,9903	0,1386	0,64	32°37'	0,8423	0,5390
0,15	8°32'	0,9889	0,1484	0,65	33°1'	0,8385	0,5449
0,16	9°6'	0,9875	0,1582	0,66	33°23'	0,8347	0,5507
0,17	9°39'	0,9859	0,1676	0,67	33°49'	0,8308	0,5565
0,18	10°42'	0,9842	0,1771	0,68	34°13'	0,8269	0,5623
0,19	10°45'	0,9823	0,1863	0,69	34°36'	0,8231	0,5678
0,20	11°19'	0,9803	0,1966	0,70	34°59'	0,8193	0,5736
0,21	11°52'	0,9786	0,2037	0,71	35°22'	0,8155	0,5788
0,22	12°24'	0,9767	0,2147	0,72	35°45'	0,8116	0,5843
0,23	12°57'	0,9746	0,2244	0,73	36°8'	0,8076	0,5897
0,24	13°20'	0,9724	0,2334	0,74	36°30'	0,8039	0,5948
0,25	14°2'	0,9701	0,2425	0,75	36°52'	0,8	0,6
0,26	14°34'	0,9679	0,2515	0,76	37°14'	0,7962	0,6054
0,27	15°7'	0,9654	0,2605	0,77	37°36'	0,7923	0,6104
0,28	15°39'	0,9629	0,2697	0,78	37°57'	0,7886	0,6150
0,29	16°10'	0,9604	0,2784	0,79	38°19'	0,7846	0,6200
0,30	16°42'	0,9578	0,2878	0,80	38°40'	0,7808	0,6248
0,31	17°43'	0,9552	0,2960	0,81	39°	0,7771	0,6293
0,32	17°45'	0,9524	0,3049	0,82	39°21'	0,7733	0,6344
0,33	18°16'	0,9496	0,3134	0,83	39°42'	0,7694	0,6388
0,34	18°47'	0,9467	0,3220	0,84	40°2'	0,7657	0,6432
0,35	19°17'	0,9439	0,3302	0,85	40°22'	0,7619	0,6477
0,36	19°48'	0,9409	0,3387	0,86	40°42'	0,7581	0,6521
0,37	20°18'	0,9379	0,3469	0,87	41°1'	0,7545	0,6563
0,38	20°48'	0,9348	0,3551	0,88	41°21'	0,7507	0,6607
0,39	21°18'	0,9317	0,3633	0,89	41°40'	0,7470	0,6648
0,40	21°48'	0,9285	0,3714	0,90	41°59'	0,7433	0,6689
0,41	22°18'	0,9252	0,3795	0,91	42°18'	0,7396	0,6730
0,42	22°47'	0,9220	0,3872	0,92	42°37'	0,7359	0,6771
0,43	23°16'	0,9187	0,3950	0,93	42°55'	0,7324	0,6809
0,44	23°45'	0,9154	0,4028	0,94	43°14'	0,7286	0,6850
0,45	24°14'	0,9119	0,4104	0,95	43°32'	0,7250	0,6888
0,46	24°42'	0,9085	0,4179	0,96	43°50'	0,7213	0,6926
0,47	25°10'	0,9054	0,4252	0,97	44°8'	0,7177	0,6963
0,48	25°38'	0,9016	0,4326	0,98	44°25'	0,7443	0,6999
0,49	26°6'	0,8980	0,4399	0,99	44°43'	0,7496	0,7036
0,50	26°34'	0,8944	0,4472	4,00	45°	0,7074	0,7074

Abaque pour le calcul de l'inductance (ωL_s) d'un fil de ligne.

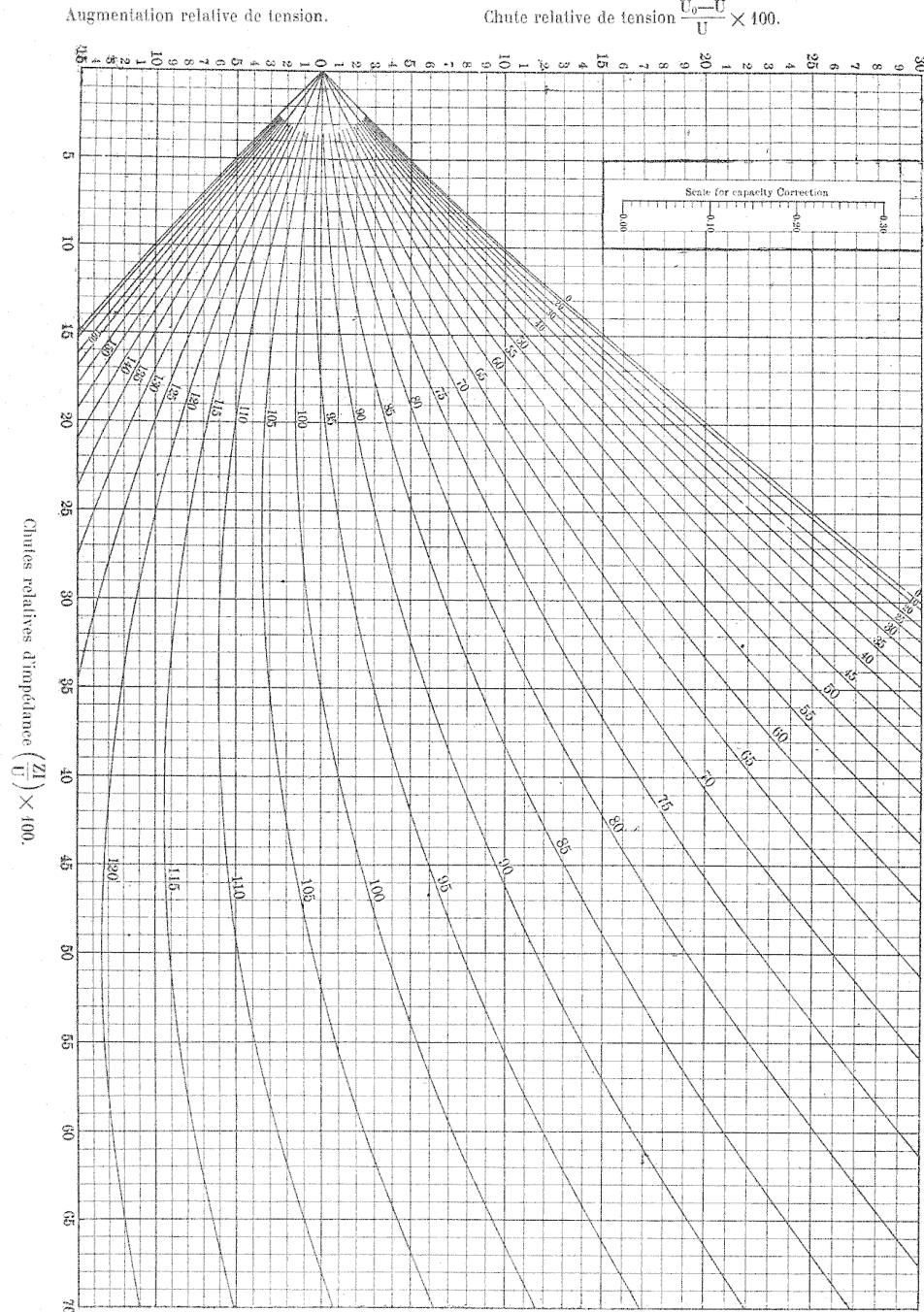
PLANCHE I



Dans la figure de gauche les courbes en traits pleins se rapportent à la valeur de Y et par suite aux fils d'une ligne monophasée ou triphasée symétrique, on a $\omega L_s = Y + Z$. (V. p. 124).
Les courbes en pointillés se rapportent à la valeur de Y' et par suite aux lignes triphasées à six fils, disposées comme il est indiqué dans la figure 35.

Abaque pour le calcul des chutes relatives de tension.

PLANCHE II



(Voir page 144)

(D'après M. Pender et Thomson).

TABLE DES MATIÈRES

	Pages
Préface.	1

CHAPITRE PREMIER

CONSIDÉRATIONS DÉTERMINANT LE CHOIX DE LA SECTION DES CONDUCTEURS.

I. — Règles de Sécurité, de Bon Service, et d'Economie	3
II. — Principes du calcul des distributions électriques	4

CHAPITRE II

ETUDE DÉTAILLÉE DE LA RÈGLE DE SÉCURITÉ.

I. — Fixation d'un diamètre inférieur pour les conducteurs.	6
II. — Echauffement et refroidissement des conducteurs	6
1 ^o Conducteurs aériens. Etude du refroidissement par rayonnement, conductibilité, convection	7
2 ^o Echauffement admissible	10
3 ^o Densités de courant admissibles pour les conducteurs, en cuivre ou en aluminium, nus, placés à l'air libre	10
4 ^o Densités de courant admissibles pour les conducteurs, en cuivre ou en aluminium, nus, en locaux fermés	12
5 ^o Echauffement des fils recouverts d'une enveloppe isolante	13
6 ^o Echauffement des câbles armés	14

CHAPITRE III

ETUDE DÉTAILLÉE DE LA RÈGLE DE BON SERVICE.

I. — Régularité de voltage	19
1 ^o Exigences de la clientèle, lampes, moteurs asynchrones, moteurs synchrone	19
2 ^o Description des moyens employés pour régler la tension dans un transport de force	20
3 ^o Régulation de la ligne de transport de force	22
4 ^o Régulation des lignes de distribution.	24
II. — Stabilité de marche en parallèle d'usines éloignées	25

CHAPITRE IV

ETUDE DÉTAILLÉE DE LA RÈGLE D'ÉCONOMIE.

I. — Etude économique des lignes de transport. Considérations générales.	27
II. — Etude de la détermination de la perte relative économique	29
1 ^o Etude du prix de revient du kilowatt-an.	29
2 ^o Décomposition des charges annuelles et Détermination des coefficients d'intérêt amortissement.	35
3 ^o Détermination graphique et algébrique de la perte relative économique	39
III. — Usines complètement hydrauliques	40
4 ^o Exemple numérique. Etude algébrique.	41
2 ^o Etude graphique.	42
3 ^o Influence du coût du poste de transformation	43
4 ^o Influence de la distance de transport	45
5 ^o Calcul économique d'une ligne de transport de force lorsque le prix de vente est connu.	47
IV. — Usines hydroélectriques incomplètement hydrauliques	49
1 ^o Étude économique dans le cas où l'usine à vapeur de secours est situé près de l'usine hydroélectrique	50
2 ^o L'usine à vapeur est située auprès du poste de transformation à l'arrivée.	52
V. — Etude économique des longues lignes de transport à très haut voltage, ou des lignes de transport en câbles armés	56
VI. — Etude économique des canalisations secondaires	58

CHAPITRE V

CALCUL DES LIGNES DE TRANSPORT OU DE DISTRIBUTION.

I. — Considérations générales	69
---	----

CHAPITRE VI

RÉSISTANCE.

I. — Valeur de la résistance d'un conducteur donné.	73
Tableau des résistivités et des coefficients de température	74
Tableau des résistances des fils (Bronze) de divers diamètres	76
II. — Correction de la résistance. Résistance effective	76

CHAPITRE VII

CALCUL DES LIGNES EN TENANT COMpte SEULEMENT DE LA RÉSISTANCE.

I. — Calculs.	80
1 ^o Circuit fictif.	80
2 ^o Diagrammes.	81

TABLE DES MATIÈRES

171

3 ^e Formules générales	83
4 ^e Calcul de la section d'une ligne en tenant compte des règles de Bon Service ou d'Economie	84
5 ^e Etude des réseaux secondaires par la décomposition des courants, en courants wattés et déwattés	88
II. — Mesures	93
1 ^e Mesure de la résistance sur une ligne construite	93
2 ^e Propriétés de la résistance d'une ligne	95

CHAPITRE VIII

INDUCTANCE.

I. — Formules générales	96
1 ^e Valeur de l'inductance d'un conducteur donné faisant partie d'un système donné	96
2 ^e Formules générales des coefficients de self-induction et d'induction mutuelle	101
II. — Etude de l'effet de l'induction dans les circuits alternatifs	102
1 ^e Circuit fictif	102
2 ^e Coefficient de self-induction apparente dans les lignes à simple circuit	103
3 ^e Influence de la dissymétrie dans les lignes à simple circuit. Différence maxima des voltages entre fils. Tension simple moyenne	106
III. — Induction dans les lignes multiples	110
1 ^e Lignes multiples marchant en parallèle	110
2 ^e Calcul du vecteur de la chute de tension inductive. Formules générales	112
3 ^e Effets de la dissymétrie dans les lignes multiples marchant en parallèle. Etudes de diverses dispositions de fils	112
4 ^e Effets de l'induction mutuelle lorsque les lignes ne marchent pas en parallèle	118
5 ^e Emploi des rotations de fils pour remédier aux effets de l'induction mutuelle et de la dissymétrie	120
IV. — Calculs pratiques	123
1 ^e Calcul du coefficient de self-induction apparente L_s	123
2 ^e Représentation graphique de l'inductance (ωL_s) de la ligne	124
3 ^e Tables de self-induction et de mutuelle induction	125
4 ^e Impédance. Impédance dirigée. Diagramme des impédances	126
V. — Cas spéciaux	128
1 ^e Cas des conducteurs de gros diamètres. Effet Kelvin	128
2 ^e Coefficient de self-induction et d'induction mutuelle d'un fil unique	131
3 ^e Inductance dans les câbles armés	132

CHAPITRE IX

CALCUL DES LIGNES DE TRANSPORT ET DE DISTRIBUTION EN TENANT COMPTE DE L'INDUCTANCE.

I. — Etudes algébriques	134
1 ^e Diagrammes et formules générales	134

2 ^e Calcul d'une ligne de transport par la règle d'Economie	136
3 ^e Calcul d'une ligne de distribution par la règle d'Economie	138
4 ^e Formules algébriques approchées	139
5 ^e Calcul d'une ligne de transport ou de distribution lorsque la chute relative de voltage est fixée	142
II. — Simplification de l'étude algébrique par l'utilisation d'un réseau de courbes	143
4 ^e Courbes de MM. Pender et Thomson. Calcul des lignes en tenant compte seulement de la résistance et de l'inductance	143
2 ^e Usage du réseau de courbes de MM. Pender et Thomson pour le calcul approché des lignes de transport en tenant compte de la capacité	147
3 ^e Cas des canalisations secondaires et des lignes de transport de faibles longueurs	151
III. — Etudes graphiques	152
1 ^e Etude de l'effet sur le voltage, de la variation de l'intensité ou du facteur de puissance, dans une ligne donnée	152
2 ^e Rayon d'action d'une ligne donnée	153
3 ^e Diagramme de M. Mershon pour le calcul des lignes en tenant compte de l'inductance	154
4 ^e Détermination graphique de la section d'une ligne de transport lorsque la perte relative de voltage est fixée	156
5 ^e Détermination graphique de la section d'une ligne de distribution lorsque la perte relative de voltage est fixée	159
IV. — Mesure de l'inductance sur une ligne construite	162
1 ^e Mesures	162
2 ^e Propriétés de l'inductance	166
Table de calcul des lignes trigonométriques	167
Abaque pour le calcul de l'inductance	PLANCHE I
Abaque pour le calcul des chutes relatives de tension	PLANCHE II

ERRATA ET REMARQUES



Page 20, vingtième ligne, \dot{a} : la puissance maxima et proportionnelle..., etc.
substituez : le couple-moteur maximum est proportionnel..., etc.

Page 78, troisième ligne, \dot{a} : constitué par un métal non magnétique, *substituez* : en cuivre. Le tableau de la page 77 ne s'applique donc qu'aux conducteurs en cuivre ou en bronze.

Page 86, Tableau : Valeurs de M : *au lieu de* : $\cos_2 \varphi$, *tire* : $\cos^2 \varphi$.

Page 100. Equations du nombre moyen de lignes de force, *au lieu de* : $2 \mu \cdot \log r$, *tire* : $2 \mu \cdot i_p \cdot \log r$.