

Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- Le Conservatoire numérique communément appelé le Cnum constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre (www.eclydre.fr).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - https://cnum.cnam.fr](https://cnum.cnam.fr))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

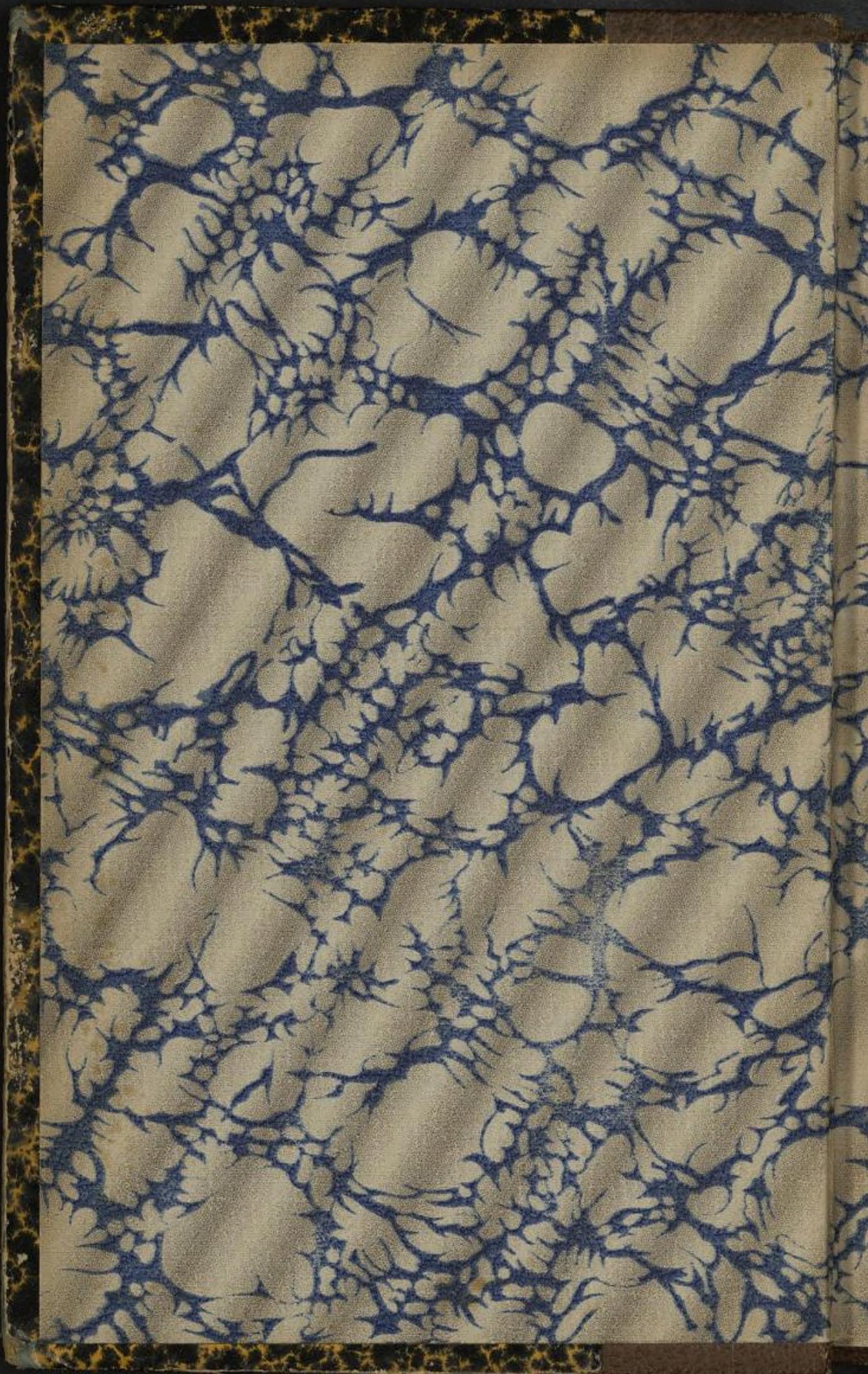
5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment possible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

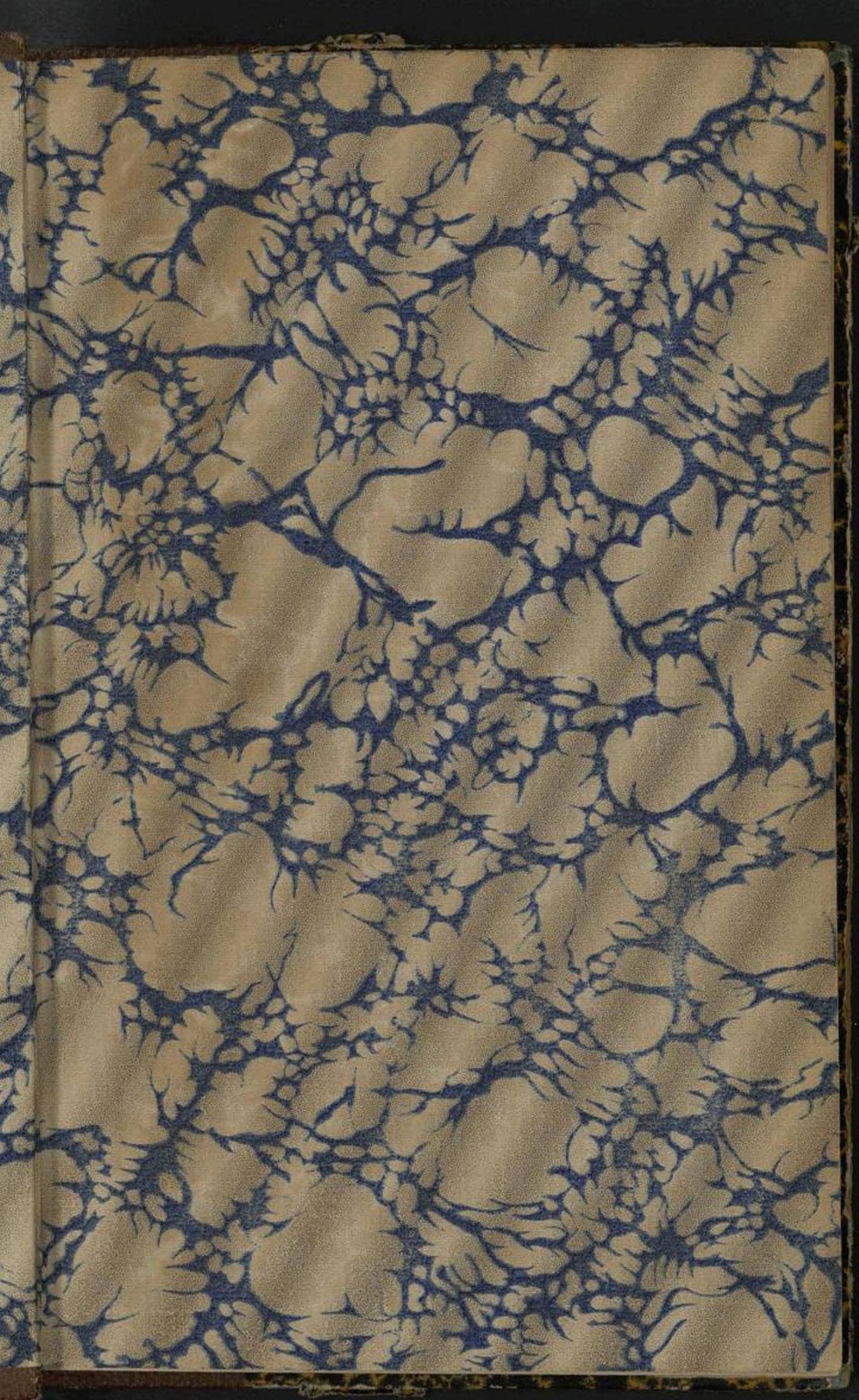
6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

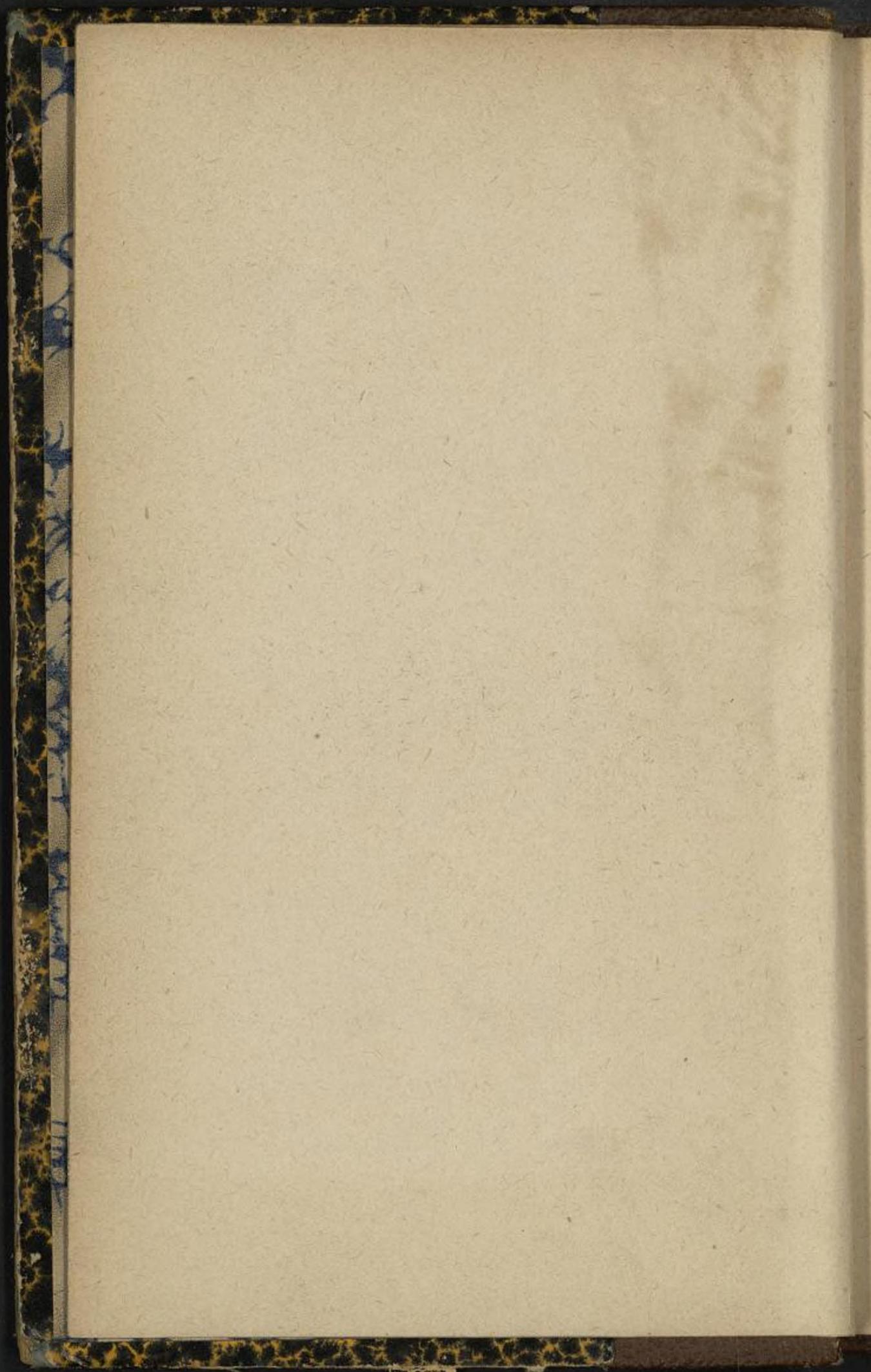
NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

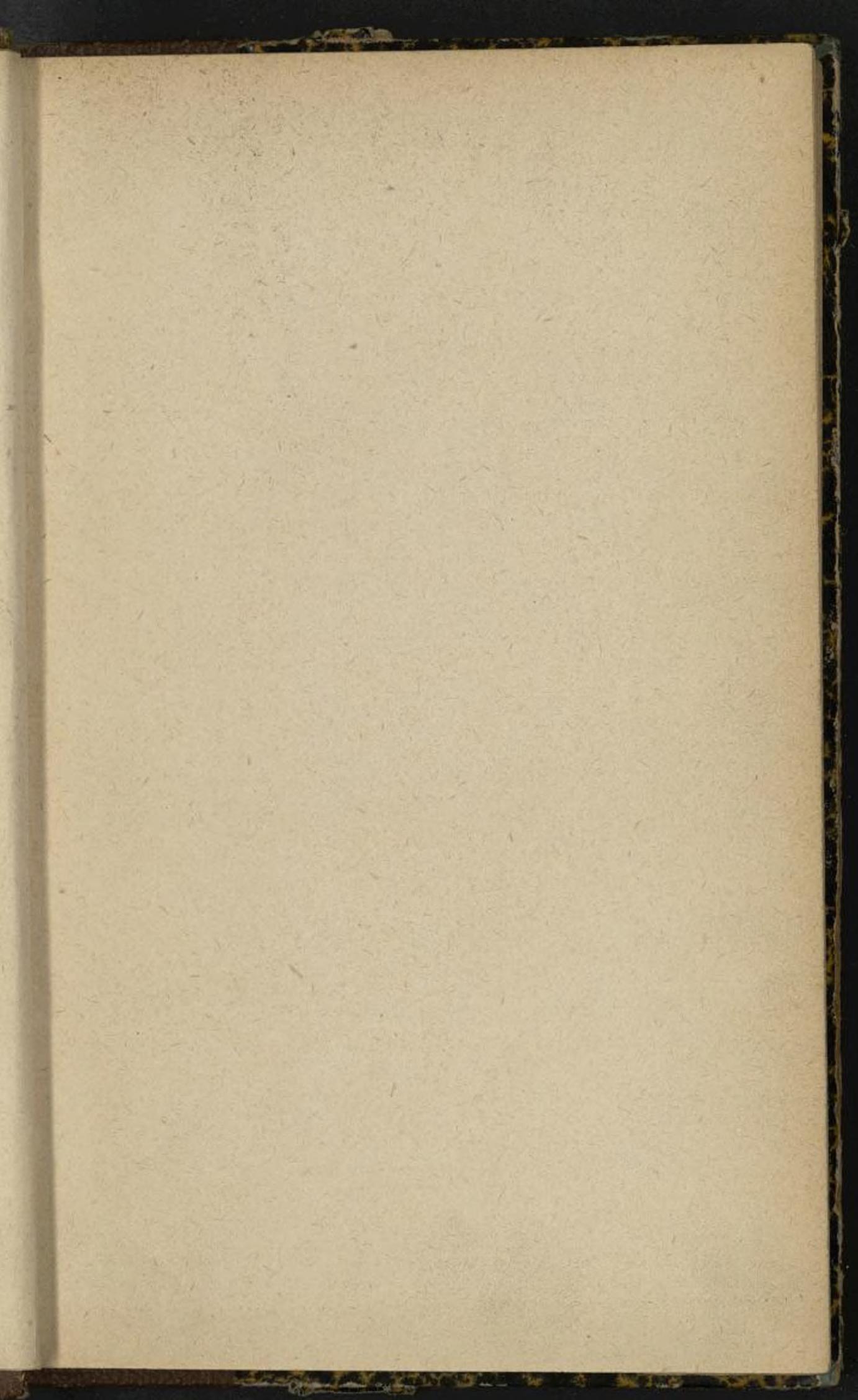
NOTICE DE LA GRANDE MONOGRAPHIE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Boulanger, Auguste
Auteur(s)	Boulanger, Auguste (1866-1923)
Titre	Leçons choisies de mécanique
Nombre de volumes	3
Cote	CNAM -BIB 8 Da 23 à 25
Sujet(s)	Mécanique
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?8DA23_24_25
LISTE DES VOLUMES	
VOLUME TÉLÉCHARGÉ	Leçons choisies de mécanique. [1]. Dynamique des solides tournants
	Leçons choisies de mécanique. [2]. Les principes de la mécanique des ressorts
	Leçons choisies de mécanique. [3]. Le choc des corps solides : théorie, expérimentation, utilisation

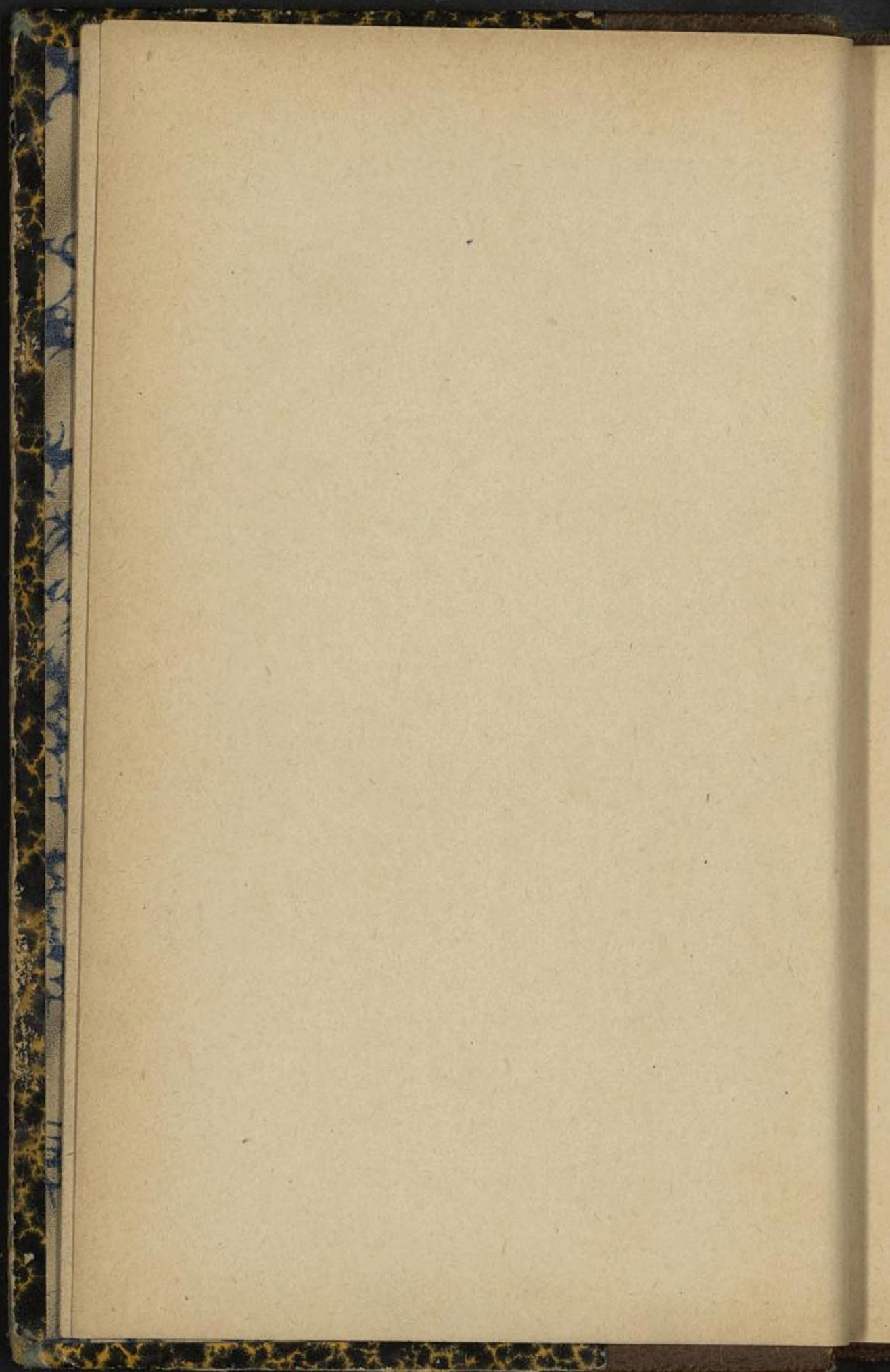
NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Auteur(s) volume	Boulanger, Auguste (1866-1923)
Titre	Leçons choisies de mécanique
Volume	Leçons choisies de mécanique. [1]. Dynamique des solides tournants : phénomènes gyroscopiques, théorie élémentaire et applications
Adresse	Paris : Gauthier-Villars et Cie, éditeurs libraires du Bureau des longitudes, de l'École polytechnique, 1926
Collation	1 vol. (VI-179 p.-VII p. de pl.) : ill. ; 22 cm
Nombre de vues	208
Cote	CNAM-BIB 8 Da 23
Sujet(s)	Dynamique des corps rigides Mouvement rotatoire (dynamique des corps rigides) Mécanique
Thématique(s)	Machines & instrumentation scientifique
Typologie	Ouvrage
Langue	Français
Date de mise en ligne	20/05/2021
Date de génération du PDF	06/02/2026
Recherche plein texte	Disponible
Notice complète	https://www.sudoc.fr/065239660
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?8DA23

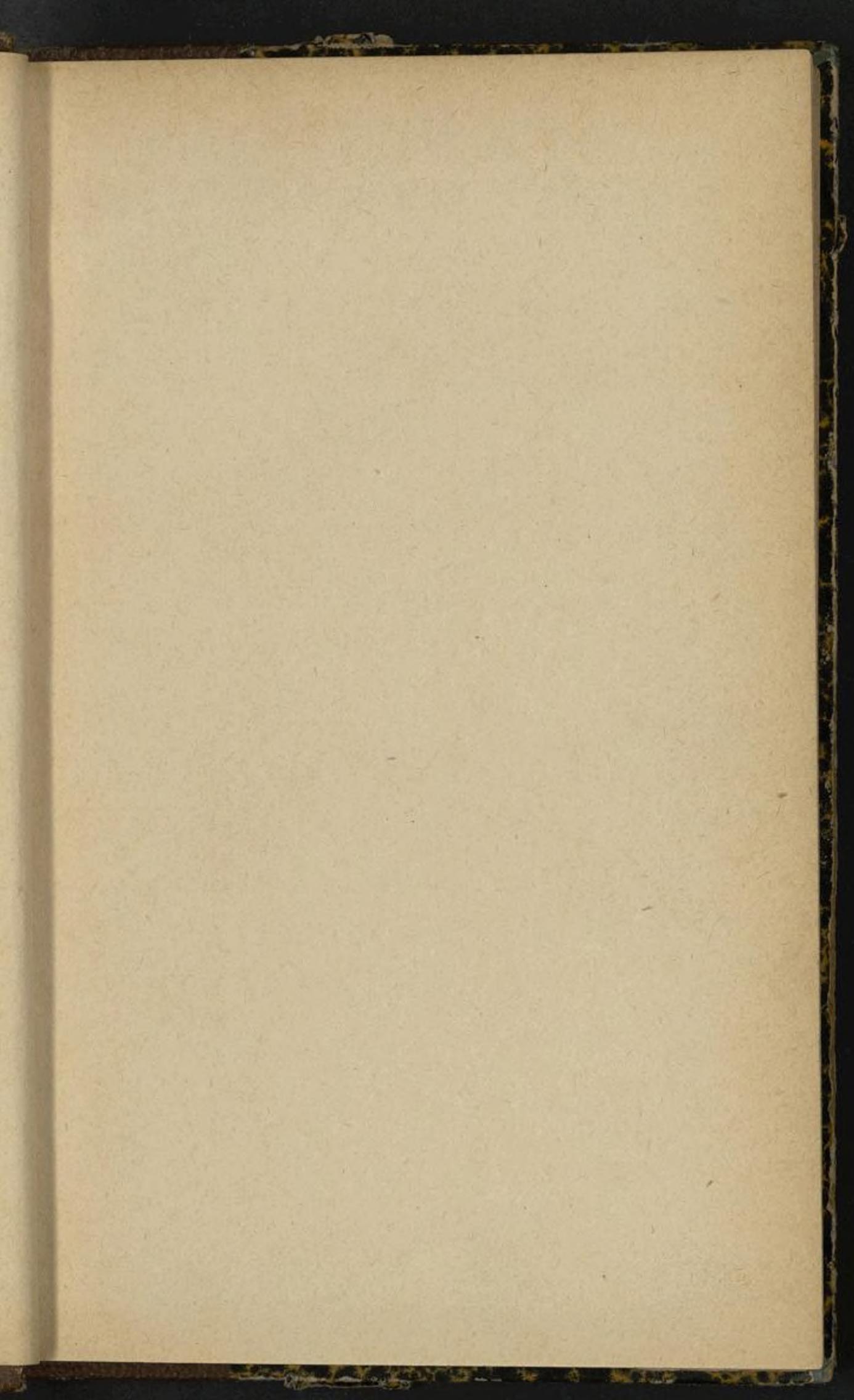


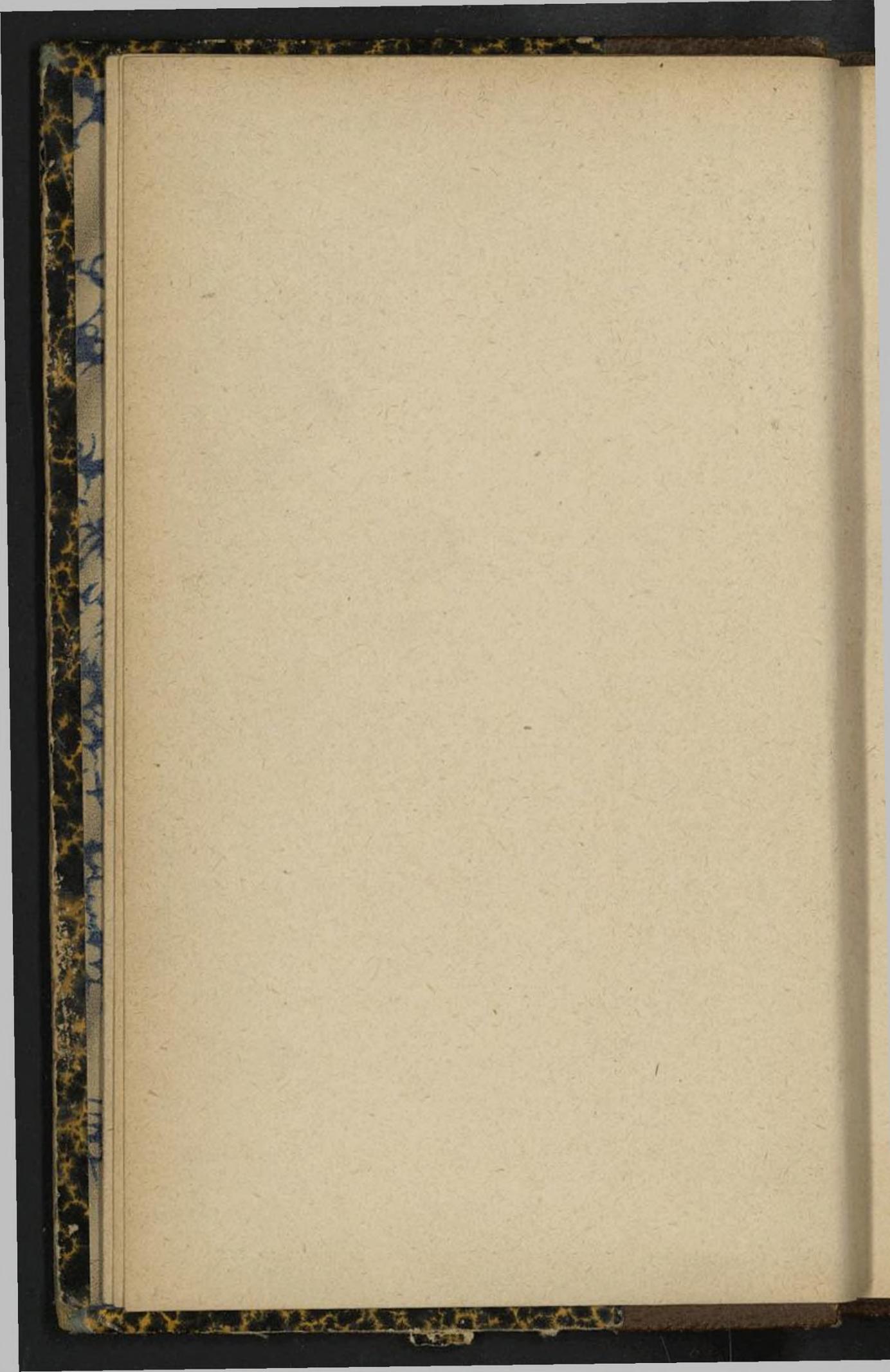


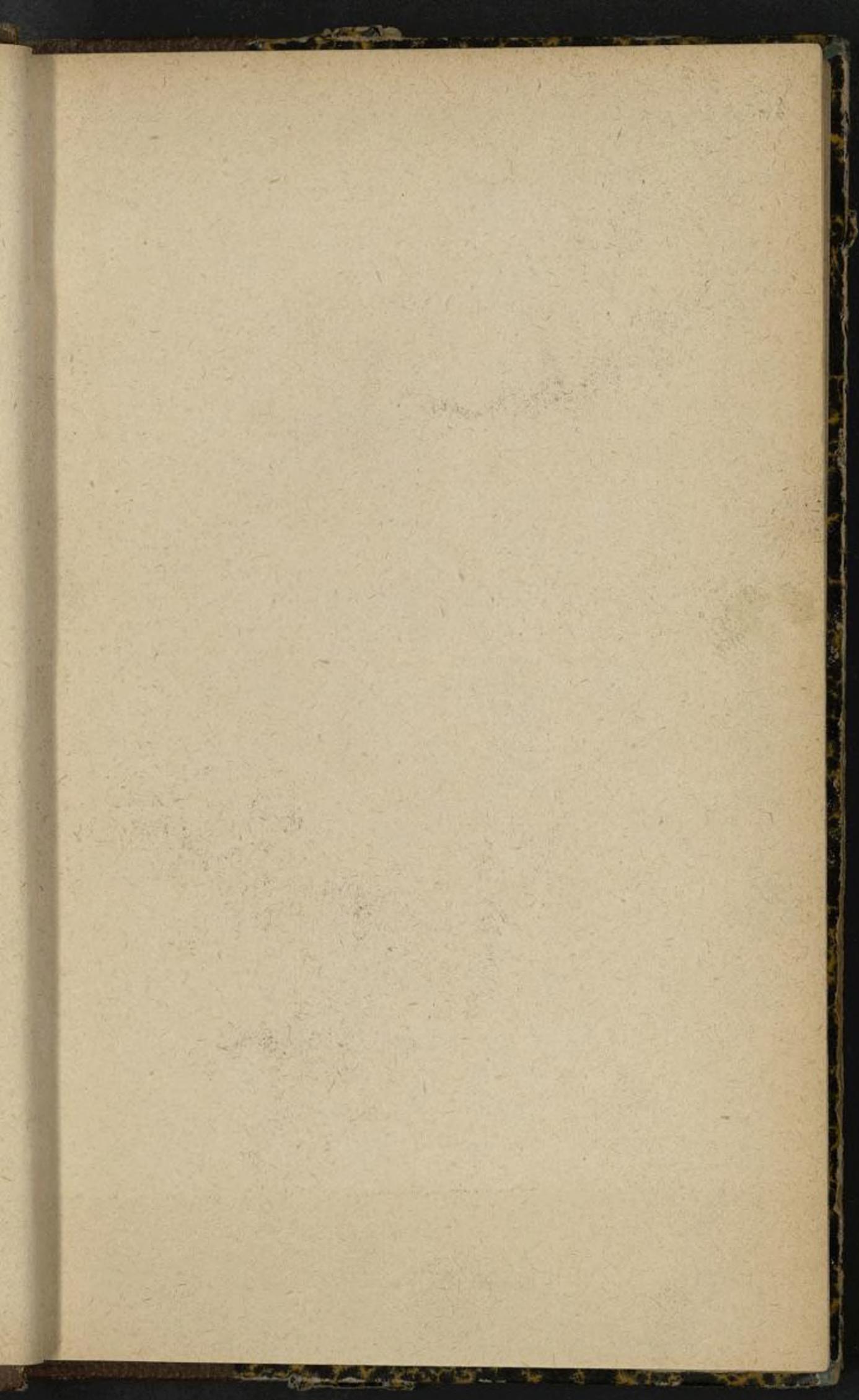


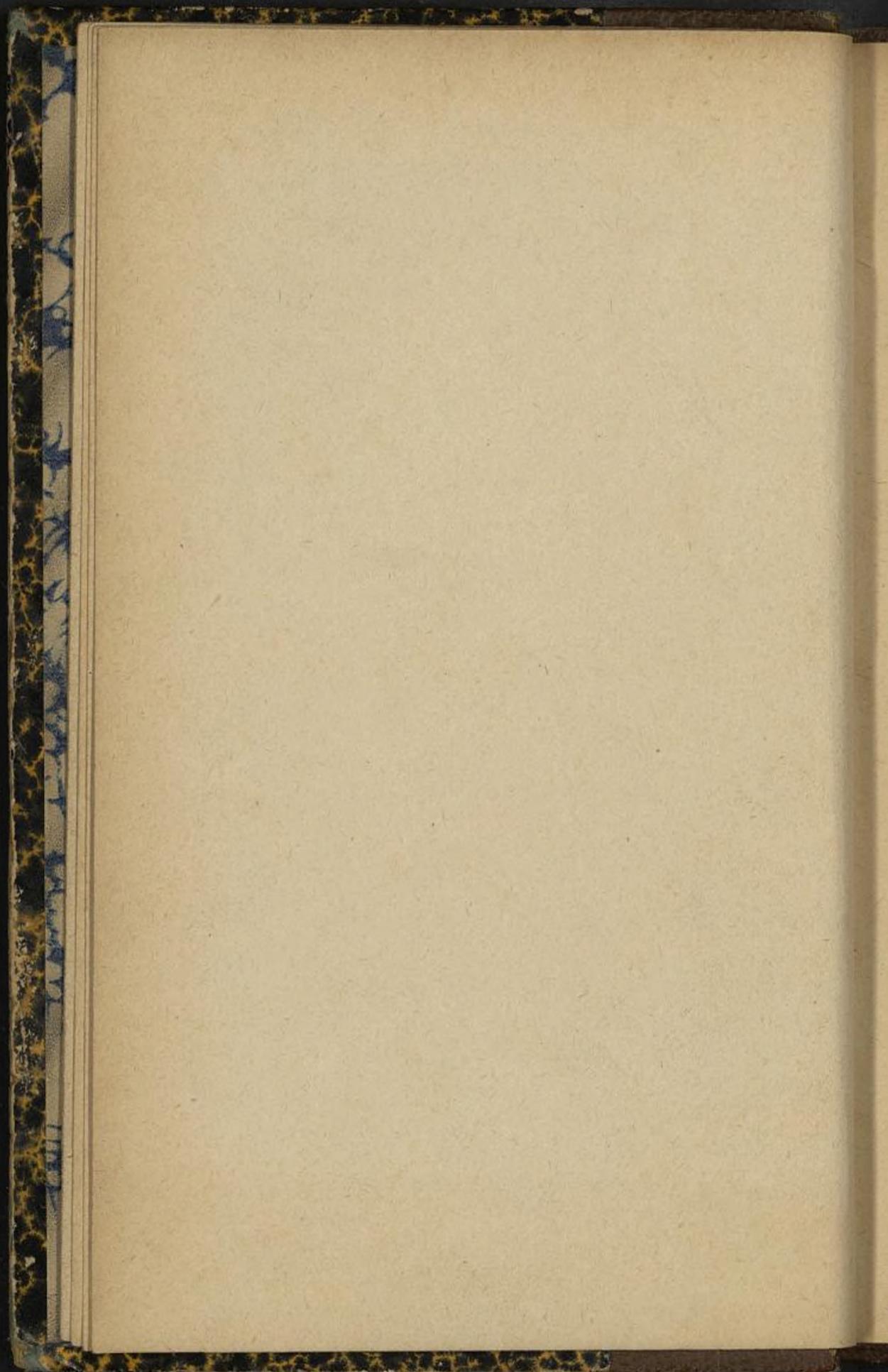












Bonmme des Éditeurs

DYNAMIQUE
DES SOLIDES TOURNANTS

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET C[°],

Quai des Grands-Augustins, 55.

76930-26

8° Da 23

LEÇONS CHOISIES DE MÉCANIQUE

*

DYNAMIQUE
DES SOLIDES TOURNANTS

PHÉNOMÈNES GYROSCOPIQUES
THÉORIE ÉLÉMENTAIRE ET APPLICATIONS

PAR

A. BOULANGER

Directeur des Études à l'École Polytechnique
Professeur au Conservatoire National des Arts et Métiers

AVEC DES NOTES PAR

Th. GOT

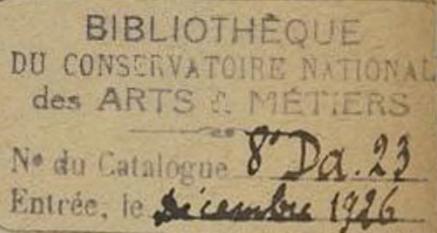
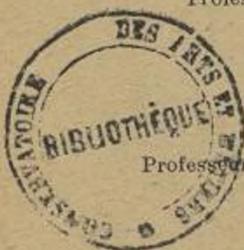
Ancien Ingénieur de la Marine
Professeur adjoint au Conservatoire National des Arts et Métiers.

PRÉFACE DE

G. KÖENIGS

Membre de l'Institut

Professeur à la Sorbonne et au Conservatoire National des Arts et Métiers.



PARIS

GAUTHIER-VILLARS ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
55, Quai des Grands-Augustins

1926

Tous droits de traduction, de reproduction et d'adaptation
réservés pour tous pays.

405
21612

PRÉFACE.

Les trois fascicules que publie ici la Maison Gauthier-Villars sont des extraits des Leçons professées par Boulanger au Conservatoire National des Arts et Métiers. La tâche des Professeurs du Conservatoire est particulièrement délicate et difficile. Ils ont à initier à une Science assez avancée de jeunes hommes que leur situation sociale a écartés de la formation première progressive réservée aux enfants des classes fortunées auxquelles la nécessité d'un travail salarié ne s'impose pas de bonne heure dans la vie. A ces jeunes esprits il ne manque pas uniquement un bagage de connaissances matérielles et concrètes, ce sont les habitudes d'esprit qui leur font le plus défaut et auxquelles ne peuvent suppléer que quelques sujets d'élite. Le Professeur doit donc, tout en exposant à ses élèves les faits nouveaux qui constituent la matière de son enseignement, donner à ses leçons une forme et un tour qui épargnent à ses auditeurs le passage par des raisonnements trop fins et trop subtils. L'appel à l'intuition et au bon sens éclairé doit être constant et une notion abstraite ne doit jamais être imposée d'autorité; on doit, bien au contraire, ne pas manquer de montrer les circonstances qui imposent sa conception.

Toutes les qualités nécessaires à cet enseignement, Boulanger les possédait excellemment. On en trouvera la preuve dans ces fascicules consacrés aux ressorts, au choc et à la Mécanique de l'inertie de rotation.

Cette dernière question demande une virtuosité spéciale. Pour être pleinement traitée, elle exige un appareil mathématique délicat où, je me plaît à le rappeler, s'est exercé avec une particulière distinction M. Beghin, Professeur à la Faculté des Sciences de Lille. On verra comment M. Boulanger a su mettre à la portée de ses auditeurs les faits les plus essentiels de cette belle théorie dont le champ d'applications, aussi vaste qu'utile, a été ouvert, pour la première fois, par Foucault.

On me permettra d'ajouter, pour terminer, que beaucoup de gens se trouvent dans l'état d'esprit des élèves du Conservatoire des Arts et Métiers, soit qu'ils soient éloignés de leurs premières années d'études, soit qu'ils aient été tardivement appelés aux choses de la Mécanique par le cours de la vie qui impose de plus en plus cette Science. Ils ont tous besoin d'un guide bienveillant et avisé pour les aider; ils le trouveront dans Boulanger.

G. KOENIGS,
de l'Académie des Sciences.

DYNAMIQUE DES SOLIDES TOURNANTS

PHÉNOMÈNES GYROSCOPIQUES

INTRODUCTION.

Les propriétés d'apparence paradoxale des solides tournant très rapidement sont d'observation bien ancienne. Mais alors qu'elles restèrent longtemps un simple objet de curiosité ou d'études mathématiques — faute surtout de moyens pratiques pour réaliser et conserver une vitesse de rotation suffisante — elles ont pris depuis une soixantaine d'années une importance toujours croissante.

C'est vers le milieu du siècle dernier que Foucault les utilisa dans une expérience célèbre pour mettre en évidence la rotation terrestre, et c'est à ce propos qu'il imagina le mot de *gyroscope*, c'est-à-dire appareil permettant de déceler une rotation.

Presque aussitôt la théorie de l'*effet gyroscopique* trouva dans l'explication qualitative et quantitative de la dérivation des projectiles de l'artillerie rayée une application très importante.

Enfin les progrès réalisés dans la construction des machines thermiques ou électriques ont permis, dans ces dernières années, de réaliser soit pour les moteurs, soit pour les outils, des vitesses de rotation de plus en plus grandes, pour réduire le poids ou l'encombrement. Tout mécanicien est dès lors obligé de tenir compte, soit dans la construction, soit dans la conduite et l'entretien de ces machines, des réactions spéciales provoquées, dans certaines conditions de fonctionnement, par les phénomènes appelés *gyroscopiques*.

En outre le champ des applications s'accroît de jour

en jour. Ces applications ne sont devenues possibles que quand on a pu atteindre et maintenir des vitesses de rotation de l'ordre de 10 000 à 20 000 tours par minute, soit plus de 150 à 300 tours par seconde. C'est un fait analogue à ce qui s'est passé pour la navigation aérienne, dont les principes sont assez anciens, mais qui a dû attendre pour se réaliser la construction d'un moteur approprié, à la fois puissant et léger. Aujourd'hui la toupie, sous le nom savant de *gyroscope* ou mieux *gyrostat*, régit le monde : elle guide la torpille dans son œuvre de destruction ; elle remplace, à bord des cuirassés, comme des sous-marins, la boussole d'antan ; elle stabilise automatiquement la marche de l'avion parmi les airs ; elle permet, dans l'Alaska, par exemple, à de petits trains d'exploitation minière de se promener à prix réduit sur un unique rail terrestre ; elle amortit même le roulis des navires et met ainsi « un frein à la fureur des flots ».

L'objet du présent travail est, d'une part, d'exposer toutes les lois des phénomènes gyrostatiques, sans entrer dans les développements mathématiques complexes nécessaires aux spécialistes ; mais sans omettre rien d'essentiel à l'explication ou même au calcul en première approximation des forces en jeu ou des mouvements ; d'autre part, de passer en revue quelques-unes des applications les plus importantes ou les plus récentes.

La question est d'abord abordée par l'observation et l'expérience, dans le premier Chapitre. Les deux Chapitres suivants sont consacrés à la théorie. Enfin le dernier Chapitre, le plus étendu, est consacré aux applications.

Un court appendice donne des indications complémentaires sur l'état actuel de la question de l'amortissement du roulis des navires et sur les perfectionnements apportés par MM. Béghin et Monfraix aux compas gyrostatiques.

CHAPITRE I.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE : LA TOUPIE ET SES APPLICATIONS.

1. Premières observations sur l'inertie et la stabilité dynamique. —
2. Toupies mises en marche à la main : toton, toupie de Maxwell; ovoïdes solides ou remplis de liquide. — 3. Mise en marche à la ficelle; précession de la toupie ordinaire; toupie suspendue; toupie de Flessel; inversion; effort sur l'axe; gyroscope des bazars; toupie araignée. — 4. Montage sur roulements à billes: appareil de Greenhill, en toupie, en pendule, en balance. Le principe de la tendance des axes de rotation au parallélisme. — 5. Mise en marche mécanique : par ressort de torsion; par engrenages; gyroscope de Foucault : *a*, libre; *b*, à plan directeur horizontal; *c*, à plan directeur vertical Est-Ouest. — 6. Mise en marche par fluide; collimateur Fleurialis.
7. Mise en marche électrique; appareil d'Andrew Gray : *a*, gyrostat libre; *b*, tendance au parallélisme; *c*, la précession; sa loi; effet gyroscopique; *d*, influence de l'accélération de la précession; *e*, effet d'une précession forcée; *f*, gyrostat sur patin; *g*, gyrostat suspendu; *h*, gyrostat sur bifilaire.

1. Premières observations sur l'inertie et la stabilité dynamique. — Un mouvement rapide de rotation modifie singulièrement les caractères que nous sommes habitués à reconnaître à la matière inerte.

Par exemple, il peut donner à des corps flexibles une grande *rigidité*. Un disque très mince en papier, animé d'une rotation rapide autour de son axe, prend une résistance comparable à celle de l'acier; il supporte sans flétrir le choc d'un coup de poing appliqué sur une de ses faces;

il résonne sous une vive percussion exercée par une baguette sur sa tranche. Une chaînette sans consistance, montée en anneau sur un mandrin, mise vivement en rotation par entraînement et amenée par glissement à s'échapper du mandrin, se comporte comme un cerceau solide qui roule, bondit et se laisse conduire au bâton. C'est d'ailleurs la grande vitesse du mouvement et non sa forme qui produit cette rigidité, car un jet d'eau s'échappant sous très grande pression d'une lance présente aussi la résistance d'une barre d'acier, et le fait est utilisé dans les mines. Ces faits, joints à d'autres, ont conduit Sir William Thomson, devenu Lord Kelvin, à des vues hardies sur la structure des solides, renouvelées des philosophes de l'antiquité, de Démocrite et de Lucrèce.

Dans un ordre d'idées différent, l'attitude des corps tournant à grande vitesse a introduit la notion de *stabilité dynamique*, manifestement contradictoire à celle de stabilité statique. Une toupie en rotation se tient debout sur sa pointe malgré la pesanteur, et elle offre, par le fait de sa forme de révolution, l'apparence d'un solide immobile : on dit qu'elle est en équilibre dynamique. Or dans l'équilibre statique d'un système matériel, le centre de gravité possède la position la plus basse qu'il puisse occuper, et voilà que dans l'équilibre dynamique d'une toupie qui dort, le centre de gravité s'est élevé le plus haut possible. Par une bizarrerie de langage, on dit d'une toupie qui se dresse en équilibre dynamique qu'elle dort ou qu'elle ronfle, tandis que l'homme ou l'animal dort couché dans une position d'équilibre statique.

La notion d'équilibre dynamique peut d'ailleurs se généraliser et s'étendre notamment au mouvement permanent de translation. Or, pour faciliter sa marche, l'homme prend l'attitude debout du bipède, ou il enfourche un cheval, une bicyclette, ou encore il monte sur des échasses : il

élève son centre de gravité. S'il a à déplacer un fardeau, il le placera sur les épaules ou sur la tête : tels les forts de la halle. Les jeunes filles de la campagne romaine gardent, durant de longs bavardages, leur cruche d'eau sur la tête grâce à un dandinement continu, sorte de mouvement oscillatoire permanent : elles prennent un état d'équilibre dynamique. Un paquetage de soldat placé bas sur le dos, s'il peut être toléré au repos, devient incommodé et fatigant durant la marche, et les reliefs qui s'enroulent sur la colonne Trajane montrent que les anciens Romains ne l'ignoraient pas.

La confusion des deux stabilités a produit autrefois de fâcheuses méprises dans les chemins de fer et dans la marine. Tandis que les anciennes diligences à l'impériale chargée de voyageurs et de bagages roulaient très librement avec une faible oscillation des ressorts, on a eu le tort, au début des chemins de fer, de construire des locomotives à chaudière placée très bas entre les roues, pour abaisser le centre de gravité : c'est sous l'influence de Rankine (1862) qu'on s'est affranchi de cette contrainte et qu'on a reporté la charge aussi haut que le permet l'agencement des diverses parties. Si les autobus parisiens ont renoncé à l'impériale, les motibus londoniens qui l'ont gardée et qui ont un centre de gravité élevé, n'en circulent pas moins aisément. Pour les navires, quand on a trop chargé la cale, on n'a pas accru la stabilité, mais on a seulement rendu la conduite plus difficile.

Ces questions de stabilité sont d'ailleurs très délicates, et nous ne faisons ici que les indiquer comme suggestion.

2. **Toupies mises en marche à la main.** — Revenons à la toupie. Une toupie est un solide de révolution dont l'axe se termine par une pointe métallique mousse; ce solide, mis en rotation rapide autour de son axe, reste

en contact par sa pointe avec un plan horizontal ou avec la surface concave d'un godet (¹).

La mise en rotation peut se faire de bien des manières : le premier moyen qui a été employé consiste à faire vivement rouler entre le pouce et l'index une tige prolongeant l'axe, comme on ferait d'un toton ; c'est ainsi que se met

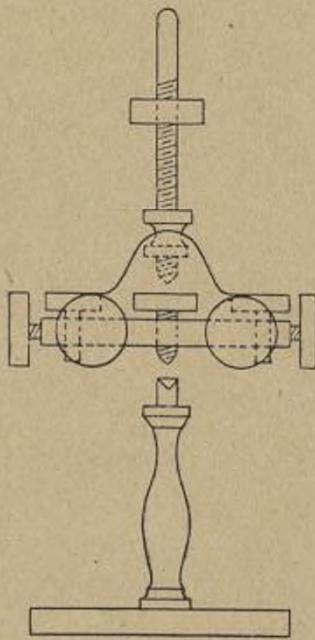


Fig. 1. — Toupie de Maxwell.

en marche la petite toupie de Maxwell (fig. 1), qui se prête à des expériences variées et qui, la pointe placée dans

(¹) A la vérité, on peut élargir quelque peu la définition et remplacer l'axe de révolution par un axe de symétrie, au moins ternaire, le corps étant dans l'un et l'autre cas homogène, et même par une droite passant par le centre de gravité et qui soit, pour ce centre, axe de révolution d'une surface dite *ellipsoïde d'inertie* du corps. Cette définition qui vaut pour les corps non homogènes sera éclaircie ultérieurement d'une manière concrète (*voir* Chap. III).

une coupelle d'agate, conserve un moment sa rotation; de même le sabot, toupie dont le haut est cylindrique et le bas conique, se met en train en saisissant sa tête entre les pouces et index des deux mains et en lui imprimant une impulsion de rotation par un rapide glissement d'un index par rapport au pouce opposé; les enfants entretiennent la rotation par fouettement à la lanière.

Nous pourrons encore faire ainsi tourner sur la table une boule de croquet dans le bois de laquelle un trou radial a été pratiqué et rempli de plomb : au repos, la boule touche la table par le plomb; la met-on en rotation rapide à partir de cette position, on voit la partie plombée s'élever de plus en plus, et, sous certaines conditions, elle viendra occuper le point le plus haut de la sphère; le centre de gravité tend à se placer le plus haut possible (*fig. 2*).

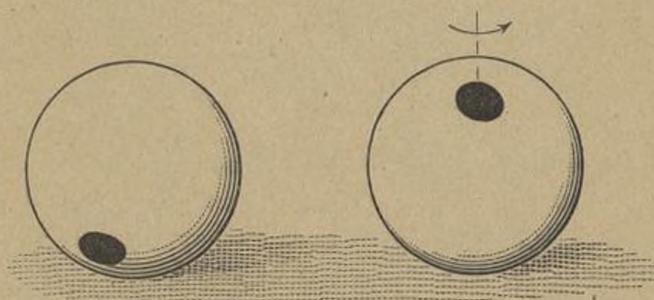
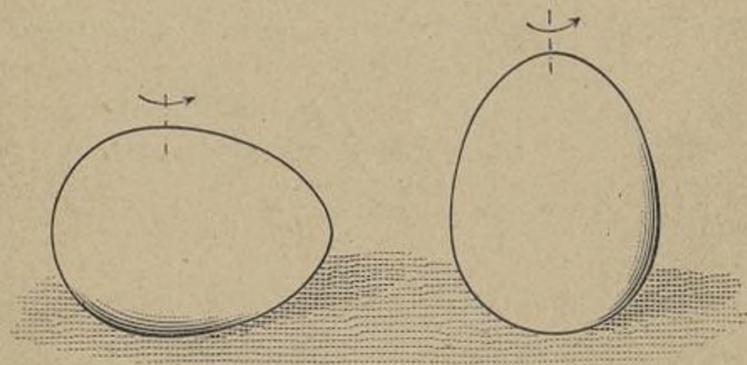


Fig. 2. — Boule plombée.

Nous ferons enfin tourner par le même moyen un œuf ou un corps taillé ou moulé en forme d'œuf, pour avoir l'occasion de quelques observations intéressantes (*fig. 3*). Placé sur la table, en équilibre, il présente son grand axe horizontal. Animons l'œuf d'une rotation rapide, à partir de cette position, autour de son diamètre vertical, le plus court qu'il possède. Deux cas peuvent se présenter. Supposons d'abord

que l'on ait affaire à un œuf cuit dur, à un œuf de Chine ou œuf creux en porcelaine, à un corps ovoïdal en bois, bref à un *œuf solide*. L'œuf aura alors bientôt une série de mouvements en apparence désordonnés, puis il se dresse vivement et son grand axe prend la direction verticale : son centre s'est élevé ainsi le plus possible, et la rotation persiste assez longtemps autour de ce grand axe. Le phénomène est d'ailleurs d'autant plus net que la surface de



Œuf cru.

Fig. 3.

Œuf dur.

la table est plus rugueuse. Les glands, à l'époque où ils abondent sur les chemins, se comportent de la même façon ; il arrive qu'ils glissent sous le pied, s'échappent et se mettent à rouler quelque peu pour en venir à se lever sur leur plus grand axe et à pirouetter sur lui en stationnant sur la route. Supposons maintenant que l'on expérimente avec un œuf cru, ou mollet, ou encore avec un œuf de Chine rempli d'eau et dont le trou a été bouché à la cire. Une fois mis en mouvement, l'œuf persistera dans sa rotation autour de son petit axe vertical; arrêté un instant par le doigt posé au sommet, il reprendra la même rotation lorsqu'on lèvera ce doigt; c'est que le doigt n'a immobilisé que la coquille : le liquide intérieur continue à se mouvoir et remet en mouvement la coquille dès que le doigt s'écarte.

Andrew Gray insinue que c'est parce que l'œuf de Christophe Colomb était cuit à la coque, que le célèbre navigateur n'a pas pu recourir au procédé de la rotation pour le faire tenir sur la pointe, à moins que ce n'ait été pour quelque autre raison. De même, on construit d'excellentes toupies creuses, formées seulement d'une mince enveloppe métallique; vides, elles marchent admirablement; vient-on à les remplir d'eau et à les fermer hermétiquement, ce qui les rend plus pesantes (et l'expérience montre qu'une toupie rigide tourne d'autant mieux qu'elle est plus lourde); on constate qu'elles s'abattent de suite sur la table pour pirouetter sur le flanc d'une manière incohérente.

A ces fins, nous ne considérerons dorénavant que des toupies solides, quitte à expliquer en temps voulu la différence d'attitude des toupies à noyau fluide.

3. Toupies mises en marche à la ficelle. — Un second moyen de mettre une toupie en rotation consiste à dérouler vivement une cordelette enroulée serrée sur sa surface cylindrique ou conique, lisse ou striée, aboutissant à la pointe; la toupie est lancée sur le sol, la pointe en bas : cette pointe décrit sur le sol, dans le sens de la rotation de la toupie, un cercle qui sera de rayon d'autant plus petit que l'axe rencontrera le sol en se rapprochant davantage de la verticale (fig. 4).

L'axe de la toupie décrit un cône de révolution autour de la verticale du centre de ce cercle; le mouvement qui l'anime est dit un *mouvement de précession*; on dit brièvement que l'*axe précessionne*, ou encore, suivant le terme mis en usage par l'ingénieur de la Marine Davaux, que l'*axe précesse*.

Une variante de la toupie-poire ou *porette* peut être l'occasion de quelques remarques.

Sur un petit pivot terminant l'axe à la tête de la toupie,

articulons un petit pont auquel nous attacherons un bout de ficelle motrice; tendons la ficelle vers la pointe et enroulons-la serrée à partir de la pointe, comme précédemment; lançons la toupie vers le sol; naturellement elle ne l'atteindra pas; elle reste suspendue par la tête, et, tout en tournant, elle se met à précesser autour de la ficelle tendue verticalement. Mais tandis que sur le sol la pointe décrivait son cercle

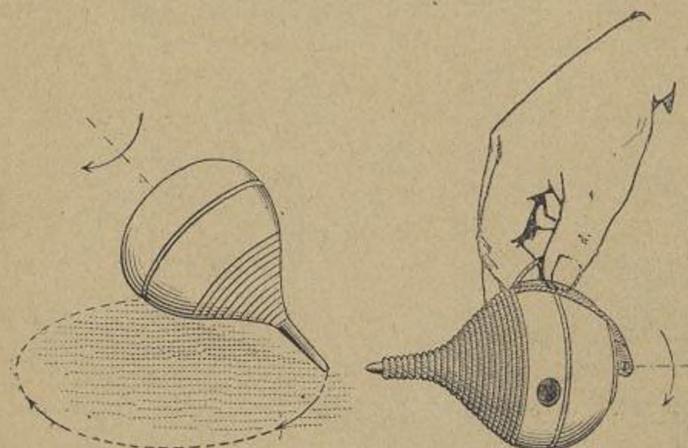


Fig. 4.

dans le sens même de la rotation de la toupie, elle le décrit maintenant dans le sens opposé. Abaissons la corde de manière que la pointe vienne à toucher le sol : aussitôt, sans la moindre secousse, le sens du mouvement de cette pointe est inversé, tandis que l'axe se rapproche de la verticale. Soulevons à nouveau la toupie : autre changement de sens, accompagné d'un accroissement d'inclinaison de l'axe sur la verticale (fig. 5).

C'est encore à la ficelle qu'on fait tourner la toupie araignée, la toupie de Fessel, la toupie gyroscopique des bazars; mais ce moyen n'est guère approprié à des expériences de cours : en outre de la perte de temps qu'entraîne l'enroulement soigné de la corde d'une toupie, on court des risques

d'enchevêtrement de la corde et d'insuccès. Si cependant on y tient, il est à conseiller d'employer une corde à violon de courte longueur, de manière qu'elle soit entièrement dégagée du fuseau quand le bras n'est encore déployé qu'à demi.

La toupie de Fessel (1853) n'est pas un jouet, mais un

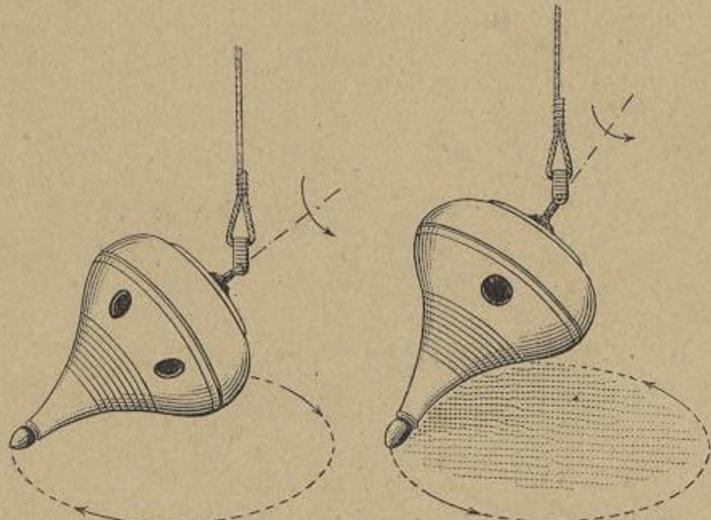


Fig. 5.

petit appareil de cabinet de physique; elle consiste en un tore assez lourd et en une tige qui lui est coaxiale, le tore et la tige étant réunis par une nappe conique, évidée ou non; la tige se termine à l'intérieur de cette nappe par une pointe destinée à s'appuyer dans un godet terminant un pied; sur la partie extérieure, on peut faire glisser à la main un manchon de manière à modifier la position du centre de gravité de l'ensemble : pour la position moyenne du manchon, ce centre est exactement à l'extrémité de la pointe et la toupie est dite équilibrée. La ficelle motrice s'enroule sur la tige, au delà du manchon, après qu'on en a introduit un bout dans un petit trou de la tige; on la tire vivement

après avoir appuyé suivant la direction de la tige avec un crochet portant une crapaudine et qu'on soulève aussitôt après (fig. 6).

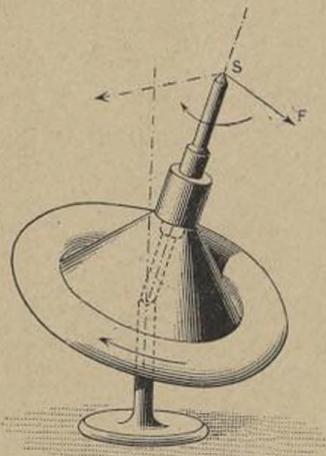


Fig. 6.

On peut faire avec cet instrument deux observations intéressantes et fondamentales :

a. L'axe de la toupie décrit un cône circulaire droit, ayant pour axe la verticale de la pointe; mais, pour un même sens de rotation de la toupie, le mouvement de précession de l'axe change de sens quand on fait passer le centre de gravité d'un côté à l'autre du point d'appui; cet axe garde une direction invariable si la toupie est équilibrée.

b. Si l'on exerce à l'extrémité S de l'axe soit une traction à l'aide d'une ficelle, soit une poussée à l'aide d'une baguette, le point S se déplace non pas dans la direction de la force appliquée, mais bien *dans une direction perpendiculaire à la force* et à l'axe de la toupie. Change-t-on le sens d'enroulement de la ficelle et répète-t-on l'expérience, le déplacement se produit dans le sens opposé.

Ce fait, connu sous le nom d'*effet gyroscopique*, est extrêmement curieux et aussi constamment appliqué : l'objet de tout ce qui va suivre est d'analyser ce phénomène et d'en montrer les applications.

On vend comme jouet savant sous le nom de *gyroscope* un appareil qui est une forme populaire de la toupie de Foucault. La pièce essentielle est un tore en plomb ou en bronze, muni d'un axe cylindrique en fer ou en acier (fig. 7).

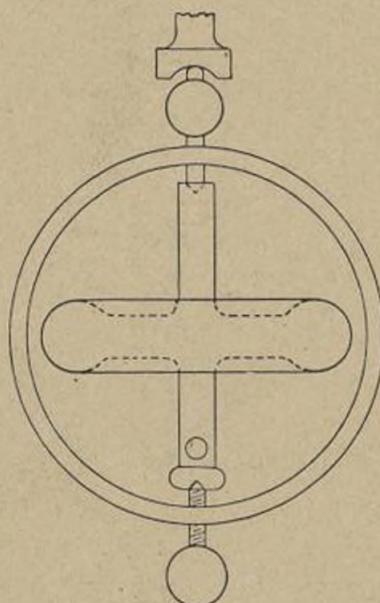


Fig. 7.

Les extrémités de l'axe, taillées en pointes très fines, reposent dans de petites crapaudines, fixées sur un anneau métallique, en deux points diamétralement opposés. Il est bon que cet anneau suspenseur soit en métal léger, par exemple en aluminium. Sur la tête de chaque crapaudine est fixée extérieurement, suivant l'axe du tore, un bouton sphérique, dont l'un porte une légère fente diamétrale. En enroulant une ficelle sur l'axe et en la déroulant

ensuite rapidement, tandis qu'on maintient l'anneau, on imprime au tore une rotation très énergique. Posons, aussitôt après, l'un des boutons dans la crevasse terminant une tige cylindrique portée par un trépied, et lâchons le tore sans lui donner d'impulsion, son axe étant horizontal ou à peu près. Le tore reste alors suspendu et son axe tourne autour du point d'appui, en conservant son incli-

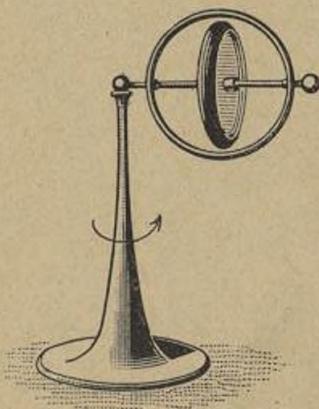


Fig. 8.

naison primitive sur la verticale (fig. 8.) On peut substituer au support un simple fil attaché à l'extrémité de l'axe du tore. Si, tenant ce fil d'une main, de l'autre on place l'axe du tore horizontalement, pour l'abandonner ensuite à lui-même, on voit aussitôt cet axe rester horizontal et tourner autour du fil vertical. Si l'on veut obtenir d'une manière élégante une inversion dans la rotation de l'axe, il faut attacher un fil à chaque extrémité de cet axe. On commence l'expérience d'une main, avec un seul fil *a* en laissant prendre librement le deuxième *b* (fig. 9), puis, lorsque le sens de rotation de l'axe *a* a été bien constaté, on saisit habilement au passage, avec l'autre main, ce deuxième fil que l'on relève de façon à soutenir le tore avec lui; au même instant, on abandonne entièrement

le premier fil et immédiatement la rotation de l'axe change de sens. On peut renouveler ces inversions aussi longtemps que la rotation du tore est suffisamment rapide. Faisons reposer le tore par le bouton à fente sur un fil horizontal fixé à un crochet et tendu à la main; en élevant et abais-
sant la main alternativement, d'une quantité presque insen-
sible, on fait courir le tore successivement en avant et en

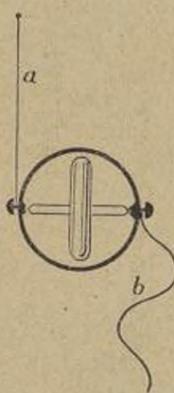


Fig. 9.

arrière; on le fait en quelque sorte danser aussi longtemps que sa rotation reste assez énergique.

Nous n'insisterons pas sur le maintien en équilibre de l'appareil, avec l'axe vertical sur le bout d'un doigt, ou, si l'un des boutons porte une légère creuseure, sur l'extrémité d'une baguette ou d'un pied de support renversé, suivant les positions marquées sur le croquis. Pour varier l'expérience, on a encore rendu l'anneau porte-crapaudines solidaire de la boîte cubique destinée à recevoir le jouet, en orientant l'axe du tore suivant une diagonale qu'on place verticalement, le sommet inférieur reposant sur le godet poli qu'offre en son centre le pied d'un verre renversé. Sur le même verre enfin, on peut enfin placer dans un plan vertical l'anneau suspenseur du tore, l'axe

de celui-ci étant horizontal : le verre intervient ici comme surface polie.

Un mot encore sur la toupie « araignée », petit disque pesant monté sur un axe *aimanté* et qu'on met aussi en mouvement à la ficelle. On approche de son pied sur la table une tige de fer sinuuse ; aussitôt la toupie se promène le long d'un côté de la tige, puis, arrivée à l'extrémité, elle

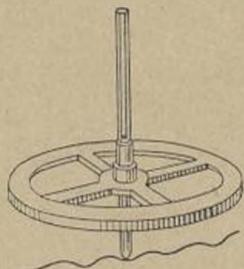


Fig. 10.

passe de l'autre côté et se met à rétrograder. Cela ne doit pas nous étonner : il s'exerce sur la pointe de la toupie une force magnétique d'attraction dirigée normalement à la tige guide, et d'après l'observation précédente, cette pointe doit se déplacer à angle droit, c'est-à-dire suivant la tige (fig. 10).

4. Montage sur billes. — L'extinction de la rotation est due au frottement de l'axe sur les crapaudines ; or les roulements à billes permettent de diminuer considérablement un tel frottement. Sir Georges Greenhill y a eu recours pour construire un appareil de grandes dimensions, qui peut cependant être animé à la main d'un mouvement de rotation assez rapide et qui se prête bien à des expériences d'amphithéâtre. Ce dispositif diffère par l'aspect de la toupie gyroscopique, mais au point de vue cinématique, il lui est strictement équivalent : la

triple fonction du cadre, qui est : *a.* de porter les guides de la rotation du tore; *b.* de fournir le moyen de saisir et de déplacer l'axe du tore; *c.* de porter le bouton pivot par lequel la toupie prend appui extérieurement, est remplie par un tube métallique, analogue à un canon de fusil, convenablement approprié (fig. 11). Sur cette tige, à laquelle

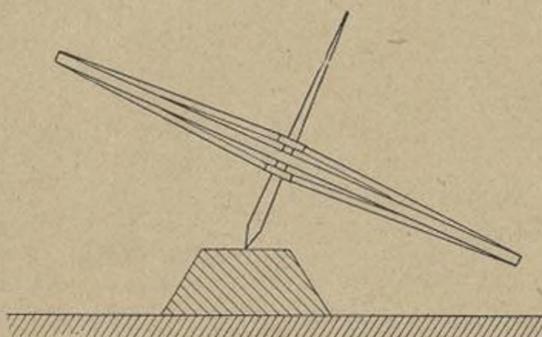


Fig. 11.

on a donné un peu de cône, on monte à force et l'on clavette le moyeu à billes d'une roue de bicyclette; une roue de $0^m,70$ de diamètre est déjà bien visible pour un amphithéâtre, mais une grande roue de bicycle de $1^m,20$ vaudrait mieux encore. La partie forte de la tige se termine en pointe et repose par là dans un petit godet poli surélevé. La roue mise en mouvement à la main, on a une toupie qui se prête à des observations à distance. Mais elle s'arrête dès que sa jante vient à toucher la table. Pour réaliser le mouvement avec une inclinaison plus forte de l'axe sur la verticale ascendante, on articule la tige de la roue avec une cheville clavetée dans une anse qui se visse sur l'axe d'un nouveau moyeu de bicyclette; celui-ci est monté verticalement sur un étrier en fer fixé lui-même sur la face inférieure d'une poutre horizontale; la poutre, assez forte pour absorber les vibrations, repose transversalement sur deux appuis

de niveau, tels que deux barreaux d'une échelle double (*fig. 12*). La roue peut ainsi tourner autour de la cheville horizontale d'articulation, et avec celle-ci, autour de l'axe vertical du moyeu. Tandis qu'elle pend verticalement, on la met en rotation, puis on l'écarte et on la

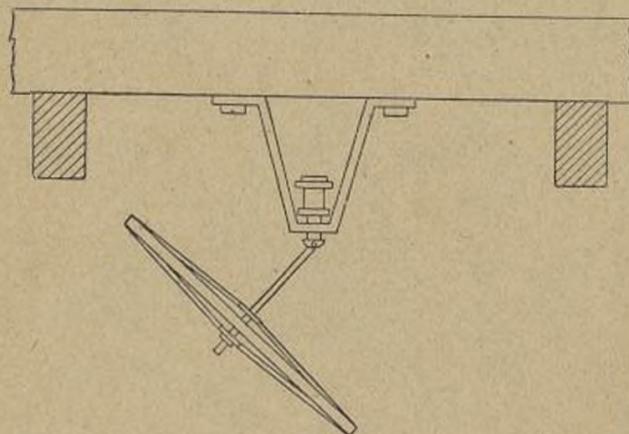


Fig. 12.

lance à volonté : la pointe prend des mouvements variés, tantôt ondulés, tantôt bouclés, tantôt à rebroussements.

Démontons l'articulation et saisissons à deux mains la tige de la roue; faisons imprimer par une autre personne une vive rotation à la roue, et essayons de la brandir : nous éprouverons une *sensation musculaire* spéciale et inoubliable, dite « *sensation de l'effet gyroscopique* » et témoignant de l'existence de la rotation. Si l'on tente d'amener la roue vers soi par le même geste qu'on ferait pour un corps au repos, on la sent se porter brusquement de côté, à droite ou à gauche suivant le sens de rotation de la roue, comme on le reconnaît en répétant l'expérience avec inversion de ce sens. Ce fouettement est d'autant plus violent que la rotation est plus énergique.

A un moindre degré, on peut aussi éprouver la sensation

musculaire des forces mises en jeu dans la toupie gyroscopique, en tenant dans la main, entre le pouce et l'index, l'anneau extérieur, et en tournant cet anneau dans son propre plan en avant et en arrière (*fig. 13*).

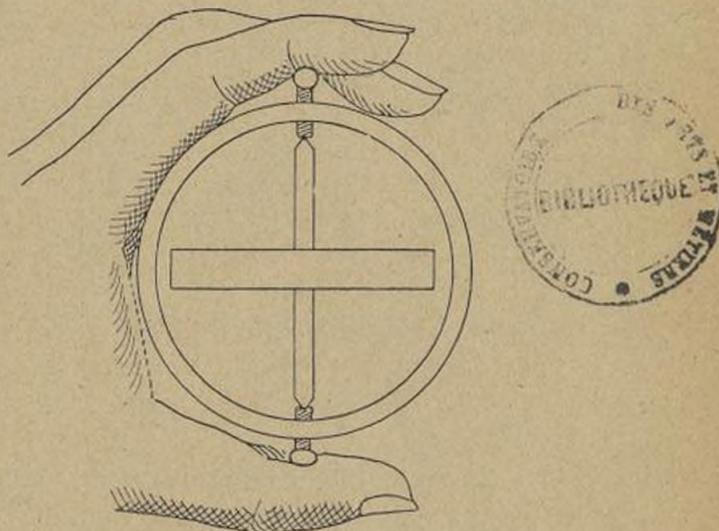


Fig. 13.

Reprenons l'appareil précédent et retournons-en la poutre sur la table; puis remplaçons la tige par une autre plus longue, dépassant la cheville de manière à recevoir un contrepoids mobile susceptible de faire équilibre au poids de la roue autour de cette cheville; enfin attachons au bout de la tige, au delà du contrepoids, un bout de ficelle que nous pourrons tirer dans telle direction que nous voudrons (*fig. 14*). Disposons la tige droit devant nous, la roue en avant et faisons tourner cette roue en poussant vivement de la main droite la jante vers le bas. Tirons alors la ficelle horizontalement vers notre { gauche } { droite } comme pour faire tourner le système autour de la verticale : nous verrons la roue et

son axe { se lever
s'abaisser }. Tirons au contraire vers le { bas
haut }, comme pour faire pivoter le système autour de la cheville horizontale : nous verrons la roue et son axe se porter vers la { droite
gauche }. Cessons toute traction, et l'axe paraîtra, à une trépidation près, rester en repos.

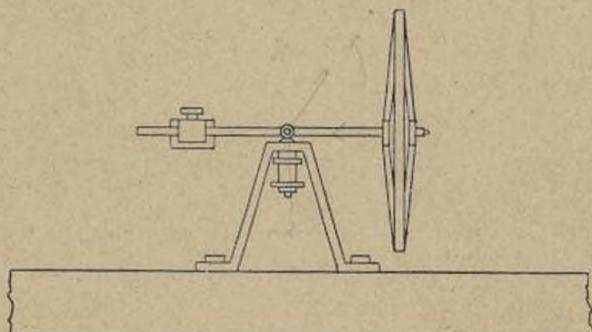


Fig. 14.

L'effet de la traction verticale peut se réaliser d'une manière permanente par un déplacement du contrepoids. Suivant que nous le rapprocherons ou l'éloignerons de nous, la roue et son axe prendront un mouvement régulier de précession vers la droite ou vers la gauche.

Il est loisible d'énoncer les mêmes observations sous une autre forme : si l'on sollicite l'axe de la roue à tourner autour de la verticale, il tend à se rapprocher de la verticale ; si on le sollicite à tourner autour d'une horizontale, il tend à se rapprocher de cette horizontale.

D'une manière plus générale et plus précise, nous serons ultérieurement conduits à formuler ce résultat, auquel Léon Foucault, qui l'a indiqué le premier en 1852 (*C. R. Acad. des sc. de Paris*, 1852, tome 35, p. 602), a donné le nom de *Principe de la tendance des axes de rotation au parallélisme* : « Si l'axe d'un tore en rotation est sollicité à tourner autour d'une droite, il tend à se placer parallèlement à cette

droite, de telle sorte que les deux rotations soient de même sens. »

5. Mise en marche mécanique. — Les procédés énumérés jusqu'ici exigent de l'habileté; aussi y a-t-il longtemps qu'on a imaginé des toupies à l'usage des enfants maladroits, et dans lesquelles la rotation est produite mécaniquement par la détente d'un ressort de torsion.

Par exemple une tige T traverse un ressort de torsion fixé inférieurement à la paroi d'un tube guide qui est disposé suivant l'axe de la toupie. On enfonce la tige dans le tube, écrasant le ressort qui, en se détordant, entraîne la gaine et met la toupie en rotation. La tige peut être soulevée sans modifier cette rotation; on l'enfonce à nouveau, et après avoir répété la chose cinq ou six fois, on a communiqué à la toupie une énergie suffisante pour qu'elle reste en mouvement un temps notable. Il existe un grand nombre

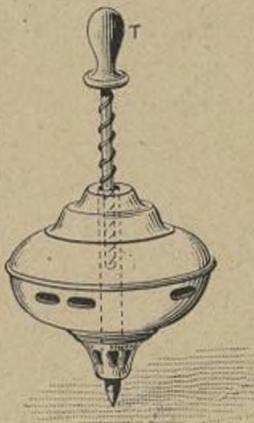


Fig. 15.

de variantes de ce système; mais nous n'insisterons pas sur des jouets dont nous n'aurions rien à retenir (*fig. 15*).

Ce procédé, comme tous les autres, ne donne d'ailleurs

qu'une vitesse très modérée de rotation : 5 à 10 tours par seconde; difficilement 25 avec les toupies gyroscopiques.

Ce n'est pas que le besoin de grandes vitesses permanentes ne se soit fait sentir dès longtemps. Déjà en 1750, Serson en a eu besoin pour réaliser, à l'aide de la toupie, un horizon artificiel destiné à remplacer l'horizon de la mer, et pour permettre ainsi de faire le point au sextant quand cet horizon est brumeux : il a échoué faute de savoir obtenir une vitesse de 60 à 80 tours par seconde, et son système n'a été appliqué qu'en 1886 par l'amiral Fleurais. Aujourd'hui on arrive dans les petites turbines à vapeur, De Laval par exemple, de 10 chevaux, à disque unique, à une vitesse de 400 tours par seconde.

C'est Léon Foucault qui le premier, vers 1850, a imprimé mécaniquement une grande vitesse de rotation à un appareil gyroscopique. Le gyroscope de Foucault avait pour objet de déceler le mouvement de rotation de la Terre sans le secours d'observations astronomiques. De là le mot de « gyroscope », qui étymologiquement signifie « appareil permettant de voir la rotation » (*γύρος*, tour, mouvement tournant; *σκοπέω*, regarder, observer). Ce terme a reçu depuis lors un sens plus général : il s'applique à tout solide de révolution animé, autour de son axe, d'une vitesse de rotation très grande en comparaison des autres rotations auxquelles le solide peut être appelé à participer par suite de ses liaisons. Les Anglais, choqués d'un tel emploi abusif d'un mot, ont adopté pour ce sens étendu le terme de *gyrostat* (*στάσις*, stabilité; *στατός*, stationnaire), créé vers 1875 par Sir William Thomson (devenu Lord Kelvin).

Le gyroscope de Foucault consiste en un tore en bronze dont l'axe est monté dans une double suspension à la Cardan, assurant la liberté de tous les mouvements du tore autour de son centre de gravité. D'une manière plus détaillée, partons de la toupie gyroscopique de la précédente leçon;

soient AA' son axe et BB' le diamètre de l'anneau suspenseur perpendiculaire à AA'; en B et B' disposons extérieurement, suivant ce diamètre, deux petits pivots. Faisons reposer ces pivots dans deux crapaudines fixées en des points diamétralement opposés d'un nouvel anneau métallique à travers lequel le premier anneau peut passer. Soit CC' le diamètre du second anneau perpendiculaire à BB'. Des tourillons extérieurs, placés en C et C', pénètrent dans des coussinets portés par un bâti fixe et permettent à l'anneau extérieur de pirouetter autour de la droite CC' qu'un trépied à vis calantes, solidaire du bâti, donne moyen de régler verticalement (*fig. 16*).

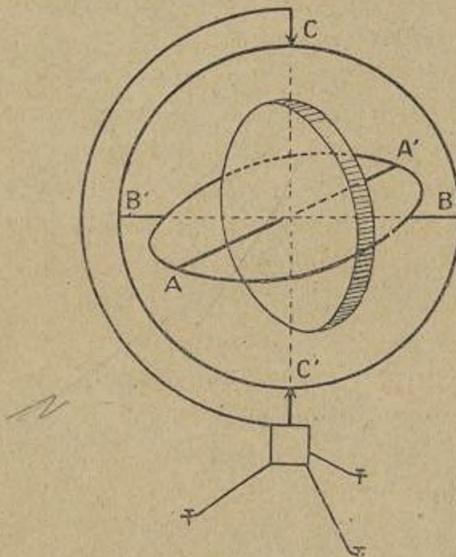


Fig. 16.

Les axes AA', BB', CC' se coupent rigoureusement au centre de gravité du tore; celui-ci peut donc recevoir tous les mouvements de rotation possibles autour de ces axes sans cesser d'être en équilibre indifférent; il se comporte donc comme un solide offrant un point fixe et soustrait à l'action de la pesanteur.

Pour imprimer au tore une rotation très rapide, Foucault séparait la toupie gyroscopique de son anneau extérieur, dit *chape*, et la portait sur un bâti où elle était maintenue par son anneau suspenseur et pouvait tourner autour de l'axe AA'. Cet axe se prolongeait au delà de l'anneau, et les prolongements étaient taillés en forme de petits pignons cylindriques. On faisait engrêner ces pignons avec un système de roues dentées, mis en mouvement à l'aide d'une manivelle. Une multiplication appropriée permettait de donner au tore la rotation voulue.

Cela fait, on débrayait, ou saisissait l'anneau suspenseur et l'on reportait vivement le système sur la chape où l'on emprisonnait ses tourillons B, B'. Cette partie de la manœuvre ne va pas sans quelque danger dans un amphithéâtre, car la toupie peut s'échapper des mains de l'opérateur et devenir alors un projectile extrêmement dangereux.

L'appareil est déjà assez coûteux par lui-même : celui de la Faculté des Sciences de Lille, offert par M. Baggio, maire de Carvin, a été payé 4500^{fr.}.

Quoi qu'il en soit, l'appareil mis en mouvement et en place gardera sa rotation pendant une dizaine de minutes.

Nous ferons avec le gyroscope trois constatations :

a. Si l'axe du tore est abandonné à lui-même sans vitesse initiale dans une position donnée, il garde une *direction invariable par rapport aux étoiles* : pointé vers une étoile fixe, il reste pointé vers cette étoile pendant toute la durée du mouvement. Mais s'il est vrai que la Terre se meut par rapport aux étoiles, l'axe doit se déplacer par rapport aux murs de la salle où l'on opère et qui sont solidaires de l'écorce terrestre. Aujourd'hui qu'on a le moyen de maintenir la rotation pendant de nombreuses heures, la vérification est facile : si l'axe est initialement horizontal et pointé vers l'Est, six heures après il sera orienté vers le Sud et

redressé, tandis que six nouvelles heures après, il sera dirigé vers l'Ouest et horizontal. Mais à l'époque de Foucault, l'observation était plus délicate parce que de moindre durée. Supposons cependant qu'à Paris le gyroscope ait été pointé vers le zénith; son axe en 5 minutes balaiera un angle qu'on peut calculer en admettant la rotation de la Terre, et qui est d'environ $50'$: le déplacement correspondant de l'extrémité de l'axe peut être parfaitement constaté, et même mesuré au microscope, de manière à fournir une vérification.

A l'aide du même appareil, Foucault a exécuté deux expériences célèbres, en obligeant, par la fixation de l'un des anneaux, l'axe du tore à se mouvoir dans un plan déterminé. Elles exigent que la droite CC' des tourillons fixes soit exactement verticale et que le diamètre BB' de l'anneau extérieur soit rigoureusement perpendiculaire à CC' de manière à ne pas sortir d'un plan horizontal.

b. Dans la première expérience, on amène le plan moyen de l'anneau intérieur à être bien horizontal et, à l'aide de goupilles appropriées, on rend cet anneau solidaire de l'anneau extérieur. Dès lors, l'axe AA' du tore est astreint à rester horizontal, tandis que le plan (CC', AA') se déplace autour de la verticale CC' .

Si le tore est mis en rotation et abandonné dans une position horizontale quelconque, on voit son axe exécuter une série d'oscillations de part et d'autre de la ligne nord-sud, c'est-à-dire de l'horizontale de la méridienne vraie ou géographique, ligne qu'on peut déterminer assez aisément en un lieu donné par des procédés expliqués en Cosmographie. Quand les résistances de frottement des pivots C, C' ont amorti ces oscillations, l'axe vient se placer dans cette méridienne.

Il y a analogie parfaite entre l'axe du gyroscope et l'aiguille aimantée de la boussole de déclinaison : l'axe se comporte par rapport à la méridienne géographique comme le fait l'aiguille par rapport à la méridienne magnétique.

Cette constatation faite expérimentalement (et elle se justifie théoriquement), on conçoit qu'enversément on puisse se servir de ce dispositif pour remplacer la boussole de déclinaison. Or, quand l'emploi du fer et de l'acier s'est généralisé dans la construction des navires, l'emploi de la boussole ou compas magnétique pour repérer la route suivie par un bâtiment a dû être abandonné : le gyroscope à plan directeur horizontal s'est trouvé tout indiqué pour le remplacement. Mais il a fallu bien des perfectionnements au dispositif de Foucault, qui n'a donné en 1852 de résultats que grâce à une habileté remarquable de cet éminent expérimentateur. Depuis 1908, tous les bâtiments de la Marine de guerre allemande sont munies du gyrocompas du Dr Anschütz ; l'Angleterre a adopté le même modèle, mais elle a eu l'heureuse inspiration, un an avant la guerre, de dénoncer ses contrats avec Anschütz — moyennant indemnité, cela s'entend — pour adopter le système américain de Sperry que les États-Unis ont adopté depuis 1912 ; la France n'a pas cru devoir encourager la construction du compas de l'enseigne de vaisseau P. Lemaire (1911), et a imité l'Angleterre⁽¹⁾. La description et l'étude de ces gyrocompas font partie du Chapitre IV consacré aux applications.

c. Dans la seconde expérience de Foucault, on rend l'anneau extérieur solidaire du bâti : on cheville les arti-

⁽¹⁾ Mais la Marine française poursuit actuellement la mise au point d'un compas dû à M. Béghin, et réalisant de sérieux progrès ; elle cessera donc bientôt d'être tributaire de l'Étranger (*voir l'Appendice*).

culations C, C'. Dès lors, l'axe AA' du tore est obligé de se mouvoir dans un plan vertical. On oriente le plan vertical moyen de l'anneau extérieur suivant la direction Est-Ouest; dans ces conditions l'axe AA' est mobile dans le plan du méridien géographique (cette orientation peut se faire à partir de l'expérience précédente). Le tore mis en rotation et abandonné dans ce plan, exécute une série d'oscillations qui s'amortissent, et l'axe prend une position d'équilibre dans laquelle il est pointé vers l'étoile polaire : sa direction est celle de l'axe de rotation de la Terre. L'angle λ qu'il fait avec l'horizon du lieu n'est autre que l'angle de la verticale de ce lieu avec le plan de l'équateur : c'est ce qu'on appelle la *latitude* (fig. 17).

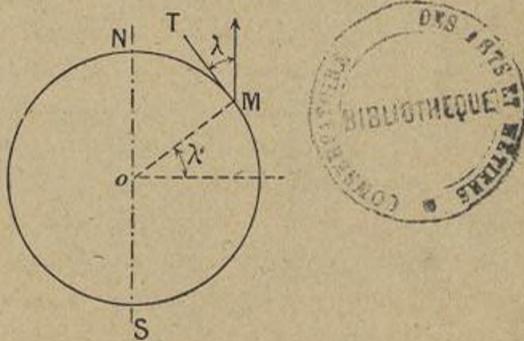


Fig. 17.

L'axe du tore se comporte maintenant comme l'aiguille d'une boussole d'inclinaison, mobile dans le plan de la méridienne magnétique; mais, au lieu de faire connaître l'inclinaison magnétique, il donne directement la latitude du lieu.

La théorie rendra compte de ce résultat expérimental, comme du précédent; elle permet aussi de discuter le degré de sensibilité du dispositif.

En fait, l'existence d'un couple directeur est une conséquence de la rotation de la Terre. Aussi Léon Foucault

a-t-il pu énoncer cette conclusion qu'on ne saurait trop admirer : « Sans le secours d'aucune observation astronomique, la rotation d'un corps à la surface de la Terre suffit à indiquer le plan du méridien et la latitude du lieu. »

6. Mise en marche par fluide. — Poursuivons l'énumération des moyens de mise en rotation. Le procédé de Foucault a l'inconvénient de ne pas donner un mouvement de longue durée; la résistance de l'air empêche le tore une fois lancé de conserver longtemps sa grande vitesse de rotation. L'Amiral Fleurais, en 1886, dans son « collimateur ou horizon gyroscopique », a atténué ce double inconvénient et a évité le déplacement d'un corps doué d'une grande vitesse. Sa toupie comprend un tore en cuivre de 175^g et repose par une fine pointe d'acier dans un petit godet sphérique : la mise en rotation est obtenue à l'aide d'un jet d'air comprimé agissant sur des ailettes portées par le pourtour du tore; dès qu'on a obtenu une vitesse suffisante (80 tours par seconde), la même pompe sert à enlever l'air du logement où est enfermée la toupie, et alors celle-ci tourne longtemps dans un vide à peu près complet. On a ainsi le temps de monter le dispositif sur le sextant et de faire une observation astronomique complète avant que la vitesse soit descendue au-dessous de 60 tours par seconde.

7. Mise en marche électrique. — Dès cette époque, il eût été possible de recourir à l'électricité pour réaliser un mouvement *continu* de rotation à vitesse notable. Il y avait en effet plus de dix ans que la réversibilité de la machine de Gramme était connue. Par là on veut dire que si, dans cette machine génératrice d'électricité préalablement débrayée, on fait passer un courant, l'anneau de Gramme

se met en mouvement, ainsi que l'arbre, et la machine devient motrice.

Ce n'est que près de vingt ans plus tard, lorsque l'on eut des moteurs à très grande vitesse, qu'on en tira parti pour la conduite des appareils gyroscopiques dont les applications devinrent bientôt très nombreuses. C'est en 1904 que le professeur A. Föppl, de Munich, a repris avec ce perfectionnement les expériences de Léon Foucault et a obtenu des résultats beaucoup plus précis; c'est la même année que le Dr Otto Schlick a appliqué l'électricité à l'entraînement d'un « colossal » gyrostat, élément essentiel de son amortisseur de roulis. Actuellement, on dispose dans les cours, comme appareils de démonstration, d'appareils à rotation entretenue électriquement, tel que celui⁽¹⁾ de James Gray, de Glasgow, construit par John Griffin, de Londres, et dont voici la description (fig. 18).

Le courant dont on dispose peut être continu ou alternatif triphasé. Supposons-le continu. L'artifice utilisé consiste à constituer le volant gyrostatique avec le rotor d'un moteur électrique continu et à grande vitesse : l'anneau de Gramme ordinaire convient très bien à cette fonction, car sa masse, comme celle du tore, est à grande distance de l'axe de rotation. Si l'on fait passer le courant dans les bobines qui font partie du volant et dans les bobines qui entourent le noyau de fer doux maintenu à poste fixe dans l'anneau, le volant se met à tourner avec une vitesse pouvant atteindre 100 tours par seconde : en même temps, d'imperceptibles vibrations des pivots et de l'enveloppe produisent un bourdonnement qui témoigne de la rotation engendrée.

Pour le reste, l'appareil est, cinématiquement parlant,

⁽¹⁾ Présenté en 1913 dans une conférence faite à la « Royal Institution of Great Britain » : *Gyrostat: and gyrostatic action.*

équivalent au gyroscope de Foucault, comme on va le montrer. L'anneau intérieur, qui sert à porter les crapaudines de l'axe AA' du tore et les pivots saillants de l'axe

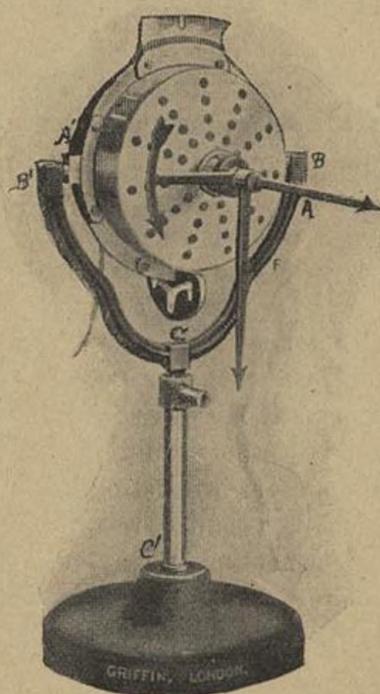


Fig. 18. — Gyrostat à moteur sur monture à fourche et piédestal.

horizontal BB', est remplacé par une cage ajourée (pour éviter l'élévation de température) qui présente les mêmes éléments d'accouplement.

Une des extrémités de l'axe AA' porte un canal par lequel pénètrent les fils du circuit électrique, fils assez souples et assez lâches pour qu'ils n'exercent aucun effort appréciable sur l'axe du gyroscope.

L'anneau vertical extérieur est remplacé par une fourche présentant dans ses dents deux crapaudines dont l'axe

commun sera disposé horizontalement et dans lesquelles s'engagent les tourbillons B, B' de la cage. Pour lui donner la possibilité de tourner autour d'une verticale rencontrant l'horizontale BB', la fourche est munie d'un manche cylindrique qui pénètre dans une gaine portée par un robuste piédestal et qui peut y pivoter à frottement extrêmement doux. Ce piédestal n'est autre que le bâti du gyroscope de Foucault.

Dans son ensemble, à la différence près de l'entretien du gyrostat, l'appareil ne diffère pas d'un appareil déjà ancien connu en Angleterre sous le nom de *dispositif de Wheatstone* (*Wheatstone's Compound*) et qui était mis en rotation à la ficelle. Toutefois la cage gyrostatique porte en plus deux patins, l'un situé dans le plan moyen de la cage et à arête parallèle à BB', l'autre situé dans le plan méridien perpendiculaire à BB' et à arête parallèle à AA'. Ces patins permettent de répéter des expériences indiquées autrefois par William Thomson et Peter Guthrie Tait (*Natural Philosophy*, § 345 et suiv.), mais qu'il était bien difficile de réaliser avant d'avoir une vitesse permanente de rotation d'une centaine de tours à la seconde.

Signalons encore un certain nombre d'expériences réalisables avec cet appareil, encore qu'un certain nombre d'entre elles ne soient pas essentiellement distinctes de celles déjà décrites.

a. **Gyrostat libre.** — L'axe AA' du gyroscope étant au repos dans une direction quelconque, faisons passer le courant : le gyrostat se met en mouvement. Emboignons le piédestal et, tout en maintenant vertical son axe CC', déplaçons le système; promenons-le dans la salle. Nous constaterons que l'axe de rotation AA' garde, où que nous allions, une direction invariable par rapport aux murs de la salle, ou du moins qu'il n'éprouve pas de

déplacement appréciable pendant la durée de notre expérience.

b. Tendance au parallélisme. — Immobilisons maintenant la fourche par rapport au piédestal, ce qui se fait au moyen d'une vis de serrage. Puis, à la main, tournons doucement le piédestal autour de son axe vertical CC'. Le gyrostat se placera bientôt avec l'axe AA' vertical. Cette position atteinte, si l'on continue la rotation du pied dans le même sens, rien de particulier ne se produit; l'axe reste vertical et le système présente un état stable. Mais si nous arrêtons le mouvement pour en renverser le sens, le gyrostat fait brusquement la culbute, pour rester de nouveau stable. Rendons à la fourche son sens initial de mouvement : nouvelle culbute suivie d'un état stable.

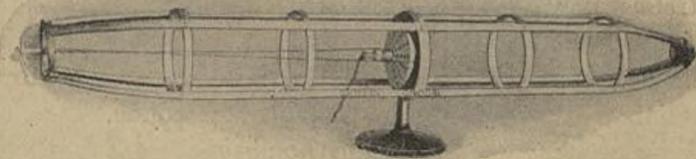


Fig. 19. — Gyrostat à moteur disposé pour montrer le principe de la direction des torpilles.

Si l'on examine les sens respectifs de rotation du gyrostat et du pied, voici ce que l'on constate : le gyrostat est stable, son axe étant vertical, aussi longtemps que la direction de rotation coïncide avec celle dans laquelle on fait mouvoir la fourche. Si l'on change cette dernière direction, le gyrostat fait la culbute afin que les deux directions coïncident. « *Tout se passe, dit Andrew Gray, comme si l'appareil avait une volonté propre et refusait de se laisser porter dans le sens opposé à la direction de la rotation.* »

C'est là une vérification très frappante du principe de la tendance des axes de rotation au parallélisme, principe dû à notre grand Léon Foucault.

c. **La précession. Effet gyroscopique.** — Libérons à nouveau la fourche en desserrant la vis de pression, disposons horizontalement l'axe AA' et mettons le gyrostat en route. Suspendons ensuite un poids au crochet dont est pourvue l'extrémité A' de l'axe (fig. 20). A l'état statique,

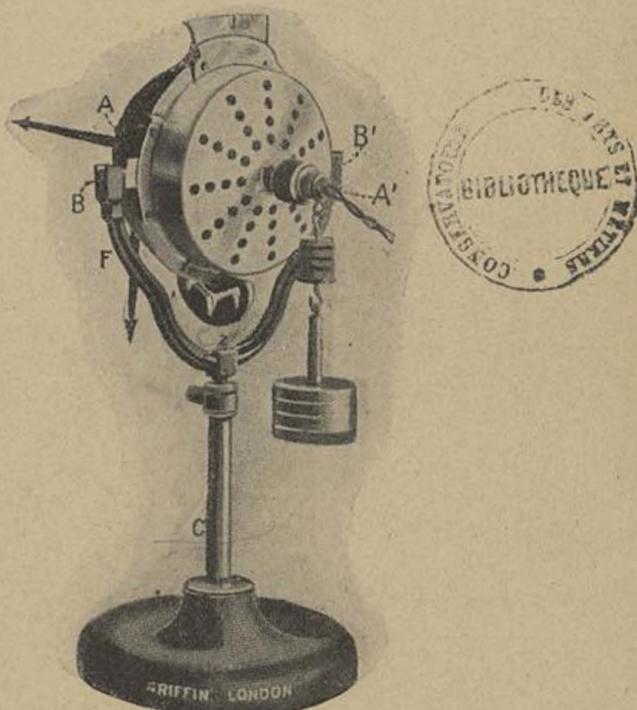


Fig. 20. — Gyrostat à moteur sur piédestal avec poids suspendu.

le gyrostat tournerait autour de BB'; à l'état dynamique, il *précesserait* autour de la verticale CC'. Il est intéressant d'examiner les lois de cette précession.

Nous pouvons agir sur la vitesse de rotation du gyrostat en faisant varier le courant moteur. Si le gyro ne tourne pas très vite, le mouvement de précession est rapide; si l'on augmente la vitesse du gyro, le mouvement de précession se ralentit. Les deux vitesses varient en sens inverse l'une de l'autre.

Nous pouvons d'autre part faire varier la grandeur du poids accroché ou la position de son point d'application sur l'axe AA': le produit du poids par la distance de sa ligne d'action à l'axe BB' s'appelle le *torque* ou *couple de rotation*. Pour une même vitesse de rotation du gyro, plus le torque est grand et plus le mouvement de précession est accentué.

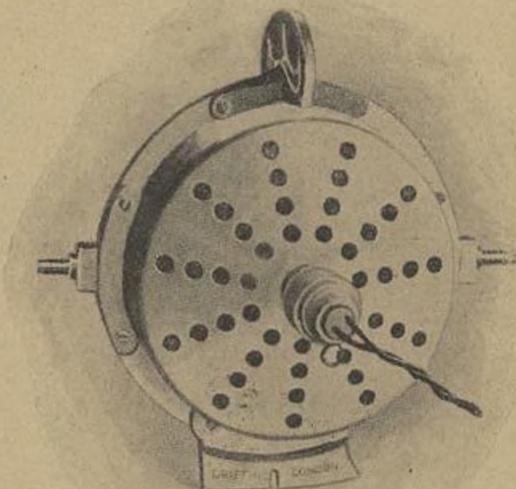


Fig. 21. — Gyrostat à moteur oscillant sur un patin.

Des mesures précises permettraient de formuler la *loi de précession*, loi absolument *fondamentale*. Soient C le torque ou couple de rotation appliqué au gyro : Ω la vitesse de rota-

tion du gyro (ou angle dont il tourne en une seconde); ω la vitesse de précession de son axe autour de la verticale; on a

$$\omega = \frac{C}{I\Omega},$$

I étant une certaine constante qu'on appelle le *moment d'inertie* du gyro par rapport à son axe et sur la signification de laquelle nous reviendrons. En langage ordinaire, on peut formuler l'énoncé suivant qui est général :

Un torque qui, à l'état statique, tendrait à dévier l'axe d'un gyrostat dans un plan déterminé (vertical dans le cas présent), fait en réalité tourner l'axe du gyrostat dans un plan perpendiculaire (ici horizontal) avec une

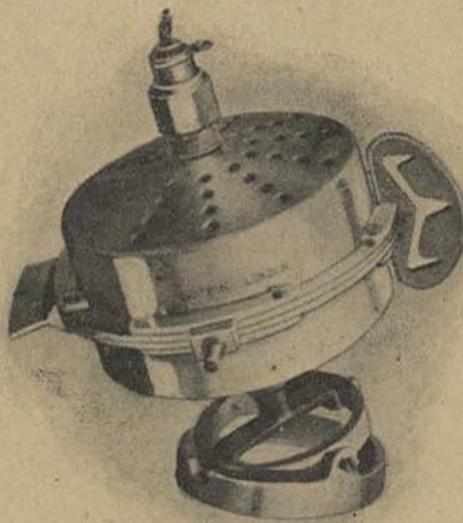


Fig. 22. — Gyrostat à moteur sur rotule.

vitesse de rotation proportionnelle à ce torque, et inversement proportionnelle à la vitesse de rotation du gyrostat.

d. Influence de l'accélération de la précession. — Tandis

que l'axe du gyro précessse, cherchons à accélérer son mouvement de précession, en poussant l'une des extrémités A ou A' dans le sens de son déplacement; de suite le gyro se mettra à tourner autour de l'axe BB', et l'extrémité chargée de l'axe s'élèvera contre la pesanteur. Essayons au contraire de ralentir la précession par une poussée en sens inverse : le gyro détournera autour de BB' et la même extrémité de l'axe s'abaissera suivant la pesanteur. Dans l'un et l'autre cas, un torque autour de CC' produira, conformément au principe général, une nouvelle espèce de précession autour de BB', laquelle se superposera à la précession primitive.

e. Effet d'une précession forcée. — Supposons main-

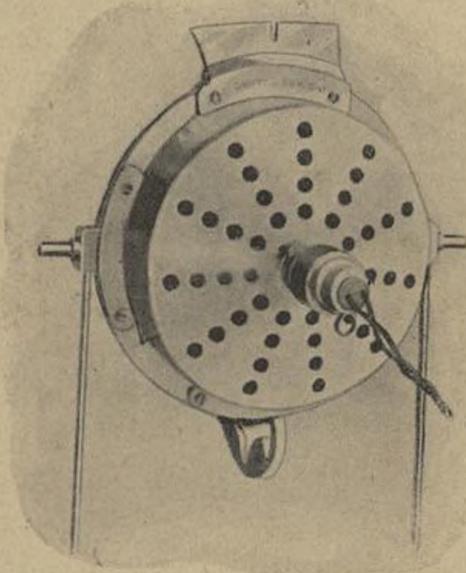


Fig. 23. — Gyrostat à moteur suspendu sur échasses.

tenant qu'on clavette la cage du gyrostat sur la fourche,

et qu'on serre la vis de pression fixant la fourche au piédestal. Saisissons ce pied et faisons-le tourner autour de

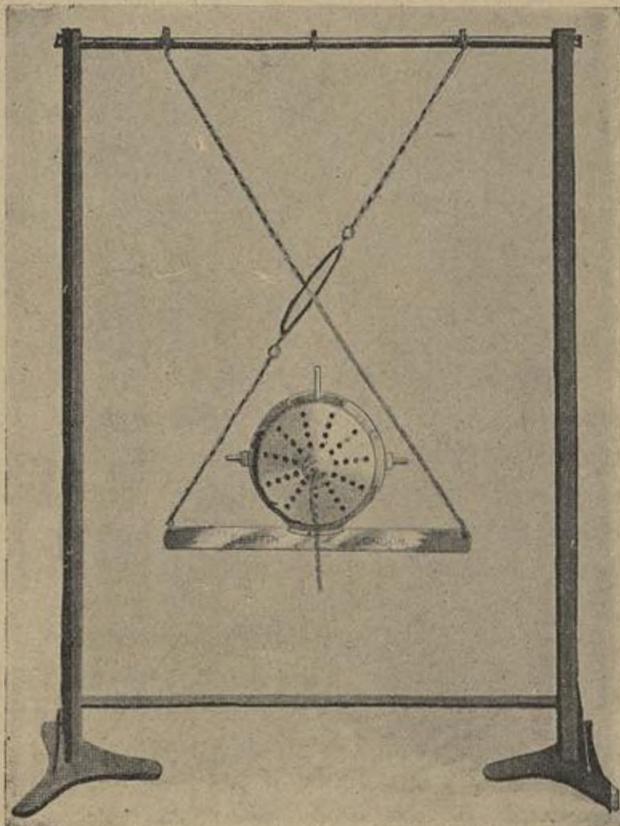


Fig. 24. — Gyrostat à moteur sur une suspension bifilaire en croix.

son axe CC' (ce déplacement est dit une *précession forcée*). Le gyro devrait précesser autour de BB', mais la liaison s'y oppose : alors le torque capable de produire cette rotation se trouve appliqué, en vertu de la liaison, à l'ensemble cage-fourche-pied, et le poignet qui tient le pied ressent brusquement un effort de basculement autour de BB'.

C'est là une loi générale, réciproque de celle énoncée tout à l'heure, et qui en découle en vertu du principe de l'égalité de l'action et de la réaction. Si un gyrostat est entraîné dans un mouvement qui comporte une rotation autour d'un axe perpendiculaire à son axe de figure, c'est-à-dire s'il est soumis à une précession forcée de vitesse donnée ω , il exercera à chaque instant sur ses appuis un torque de réaction égal et contraire au torque extérieur qui serait capable de produire la précession ω . La grandeur de ce couple ou torque de réaction gyrostatique est

$$C = I \Omega \omega.$$

Ainsi un gyrostat dévié de sa direction dans un plan donné exerce dans un plan normal un torque de réaction gyrostatique proportionnel à la vitesse du gyro et à la vitesse de la désorientation.

Le sens d'action de ce torque ou de la rotation qu'il tend à produire est conforme au principe de la tendance ou parallélisme des axes de rotation.

f. Gyrostat sur patin. — Nous indiquerons, pour terminer, quelques expériences intéressantes qu'on peut faire avec le gyrostat dégagé de sa fourche. Posons d'abord la cage par l'arête de son patin médian sur une table polie, l'axe du gyro étant incliné sur l'horizon; mettons le gyro en route et abandonnons le système. Le gyro se met à précesser et son arête pivote d'autant plus vite que l'inclinaison de l'axe est plus forte. Si l'on essaie d'accélérer la précession, le gyrostat se redresse; si l'on y fait obstacle, il s'abaisse et choit.

g. Gyrostat suspendu. — Pendons maintenant la cage par l'un des trois crans dont est muni son patin transversal (fig. 25), à une chaîne accrochée à un pivot à roulement sur billes.

Plaçons horizontalement l'axe du gyro, mettons en marche et abandonnons la cage. Cet axe reste sensiblement

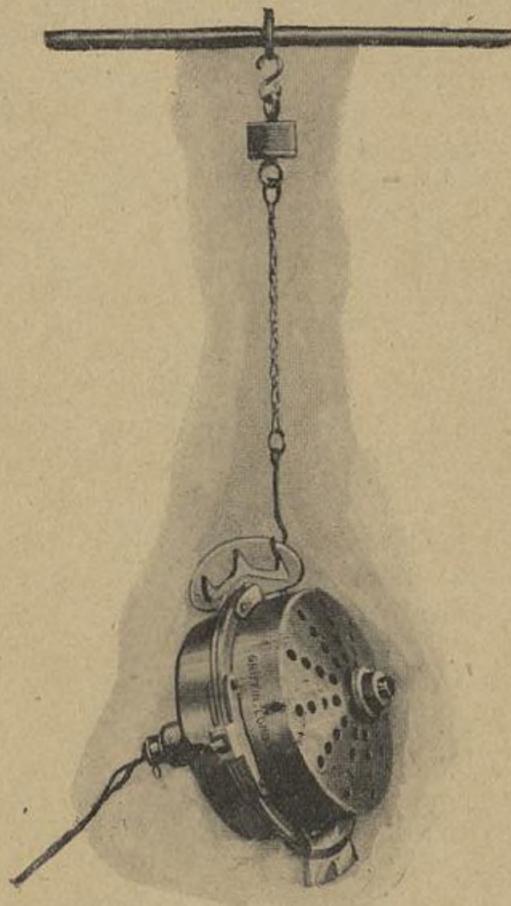


Fig. 25. — Gyrostat à moteur précessant au bout d'une chaîne.

horizontal, immobile pour le cran du milieu, précessant dans un sens ou dans l'autre pour les crans latéraux.

h. Gyrostat sur bifilaire. — Voici un dernier résultat dont on ne sait s'il est dû à Sir William Thomson ou à

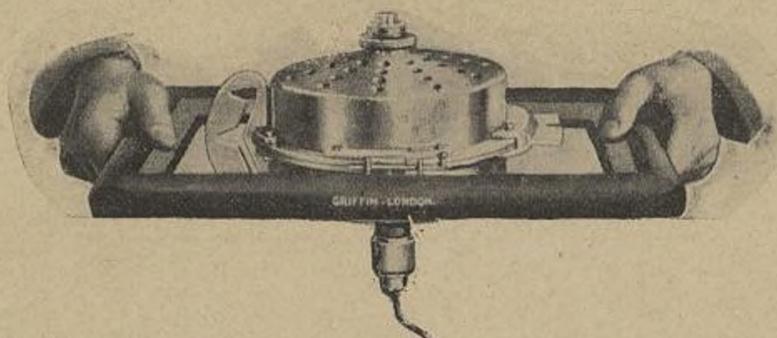


Fig. 26. — Gyrostat à moteur disposé pour la démonstration du principe des compas gyrostatiques.

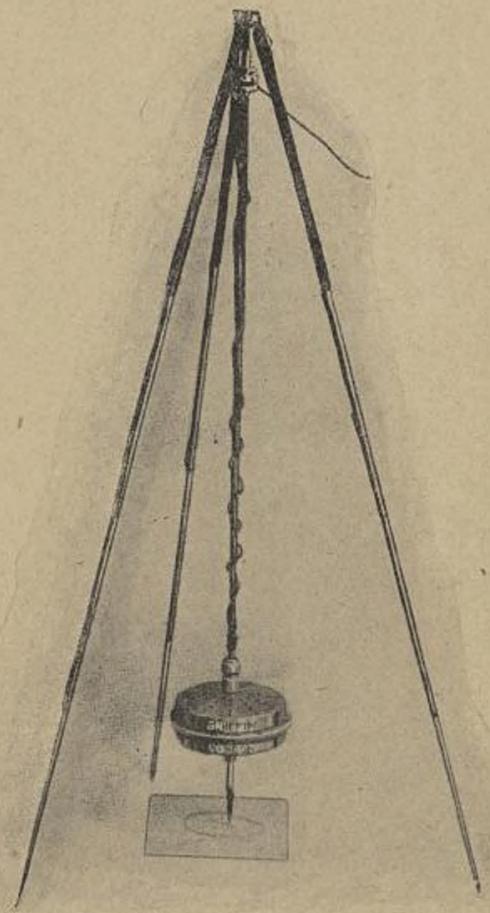


Fig. 27. — Gyrostat à moteur monté comme pendule.

son camarade de collège Blackburn, et dont l'explication est un peu plus cachée.

Fixons la cage, par son patin médian, sur une barre rigide horizontale dont les extrémités sont soutenues par une suspension bifilaire, c'est-à-dire par deux chaînettes égales accrochées sous une poutre horizontale. La suspension bifilaire est susceptible de deux dispositions : les chaînettes

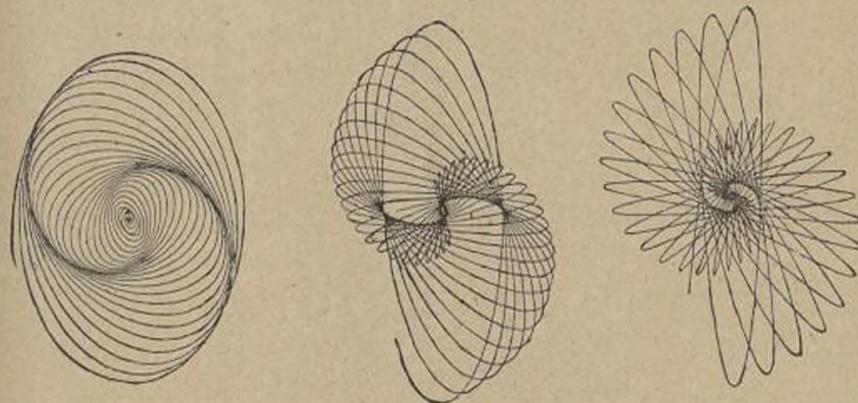


Fig. 28. — Quelques tracés obtenus avec le pendule gyrostatique.

sont parallèles ou croisées; dans ce dernier cas, l'une d'elles passe au travers d'un grand anneau dont l'autre est munie en son milieu. Pour chaque position d'équilibre de la suspension, le gyrostat peut être placé dans deux états d'équilibre. D'où quatre arrangements où les chaînes, l'axe de la barre d'attache et le plan moyen du gyro sont dans un même plan vertical, et à partir de chacune desquelles le gyro peut s'incliner autour de la barre et tourner autour de la verticale moyenne.

Vis-à-vis du mouvement d'inclinaison, les dispositions 1 et 3 (fig. 29) sont des équilibres stables sans rotation du gyro; les dispositions 2 et 4 sont rendues stables par rotation du volant. Vis-à-vis du mouvement azimutal, les dispositions 1 et 2 sont des équilibres stables sans rotation;

les dispositions 3 et 4 sont stables avec rotation. Ainsi la disposition 4, doublement instable sans rotation, devient

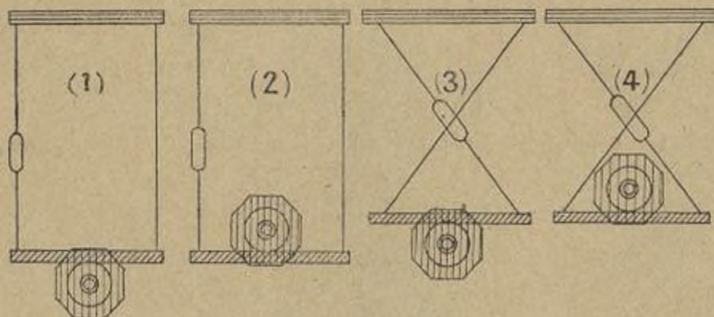


Fig. 29.

doublement stable par rotation : le passage du courant la maintient en un équilibre aisément, tandis qu'il laisse culbuter le gyro dans la position 2.

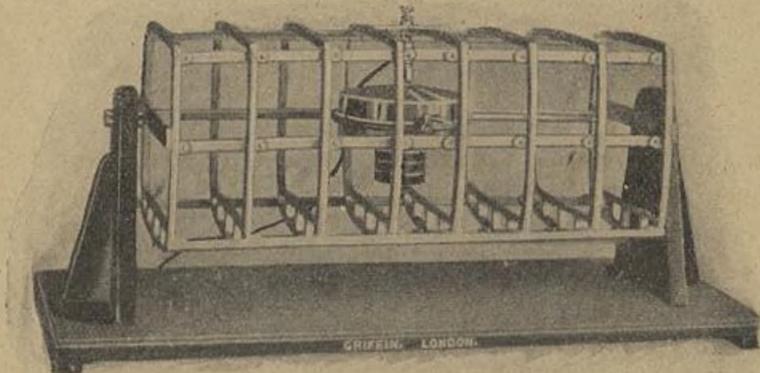


Fig. 30. — Gyrostat à moteur disposé en vue de la démonstration de la méthode de Schlick pour la suppression du roulis des navires.

C'est là un cas particulier d'un résultat général : « Le mouvement gyrostatique provoque la stabilité dans le cas où le système possède deux instabilités avant la rotation,

mais non pas dans celui où il en possède une seule; il stabilise un système possédant des libertés avant la rotation (toutes ces libertés étant instables), si le nombre des libertés est pair, mais non pas s'il est impair ».

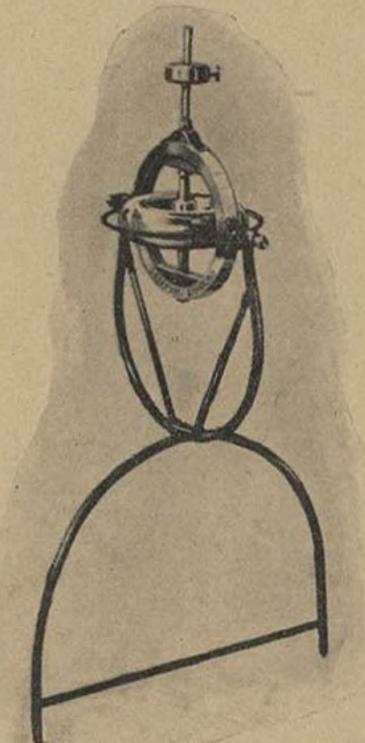


Fig. 31. — Nouvelle toupie monorail.

A. Gray explique ainsi cette expérience, d'après Sir William Thomson. Partons de l'état d'équilibre. Si le gyrostat vient à s'incliner, un torque de pesanteur s'introduit qui le fait précesser, et son axe tourne à peu près horizontalement; les chaînes dévient et la barre d'attache tend à s'écartier de plus en plus de sa position, à cause de l'instabilité azimutale. L'action de la barre accélère donc la précession

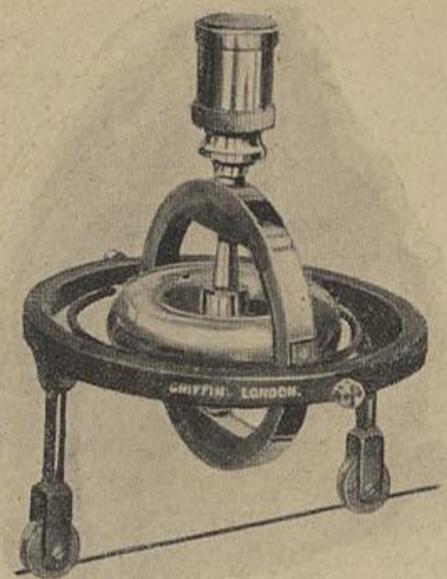


Fig. 32. — Toupie monorail sur fil de fer.

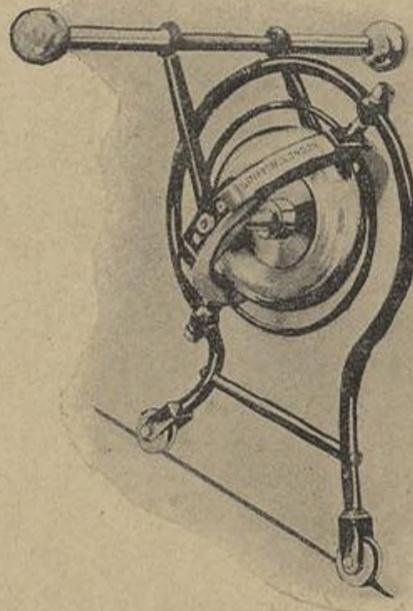


Fig. 33. — Gyrostat à balancier danseur de cordes.



Fig. 34. — Conduite gyrostatique d'une bicyclette.

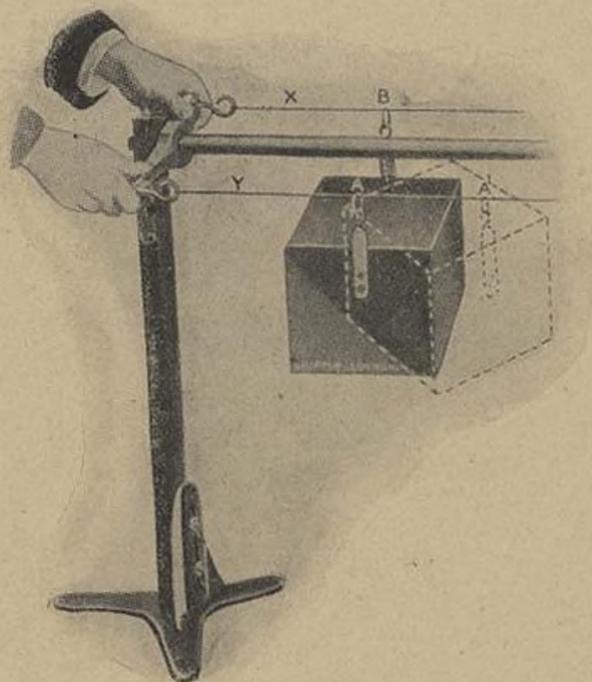


Fig. 35. — Gyrostat baladeur.

du gyrostat, et cette accélération de précession a pour

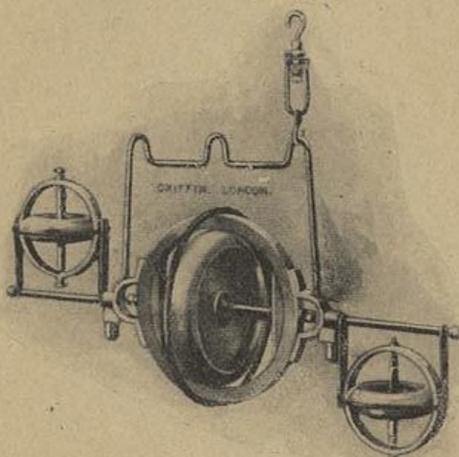


Fig. 36. — Toupie acrobatique.

effet, comme on l'a vu, de diminuer le déplacement initial

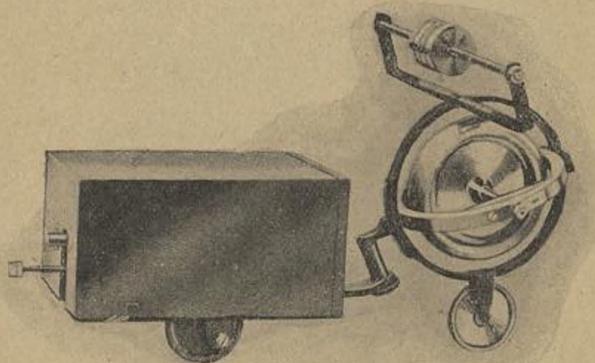


Fig. 37. — Chariot gyrostatique.

et de redresser le gyrostat. Il n'en irait pas de même avec la position 2 : la barre écartée d'une position d'équilibre

stable, tendra à y revenir et ralentira la précession; d'où un accroissement d'inclinaison du gyrostat qui alors finira par tomber. Si maintenant, à partir de l'état initial, c'est la barre qui vient à subir une déviation azimutale, il se produit un torque tendant à faire tourner l'axe du gyro horizontallement, et qui le fait précesser dans un plan vertical : de là production d'un torque de pesanteur tendant à accélérer ladite précession et par suite à diminuer la déviation azimutale. Cette diminution redresse le gyrostat, et ainsi le système tend à reprendre son état initial.

Cette explication donne un exemple d'un genre de raisonnement que nous emploierons souvent dans la suite.

CHAPITRE II.

THÉORIE DE LA ROTATION D'UN SOLIDE AUTOUR D'UN AXE FIXE.

8. Vitesse et accélération angulaires. Exemples : représentation. —
9. Relation entre un mouvement de rotation et les forces qui le produisent : *a*, couple ou torque; *b*, principe de l'inertie; *c*, proportionnalité de l'accélération angulaire au torque; *d*, expression du moment d'inertie d'un corps par rapport à un axe; *e*, moment cinétique d'un solide tournant; *f*, énergie cinétique d'un solide tournant; *g*, travail d'un torque dans un mouvement de rotation; *h*, théorème des forces vives ou de l'énergie; *i*, moments d'inertie usuels.

NOTE I : Mesure des moments d'inertie. — NOTE II : Rayon de gyration.

8. **Vitesse angulaire.** — Quand un solide tourne autour d'un axe fixe, chacun de ses points décrit une circonférence de cercle autour de cet axe dans un même temps, et le rayon d'un quelconque de ses points balaye un angle égal *u* entre deux instants arbitraires *t* et *t + h*.

L'unité de temps est la *seconde*, et l'unité d'angle est le *radian*, angle dont l'arc est égal au rayon.

Le rapport $\frac{u}{h}$ est la vitesse angulaire moyenne entre les instants *t* et *t + h*.

S'il est constant, la rotation est dite uniforme, et sa valeur, désignée par la lettre grecque ω , en est la *vitesse angulaire*.

Si le solide fait *n* tours à la minute, comme en un tour le rayon balaye 2π radians, on a pour $h = 60$ secondes, $u = 2n\pi$ radians, et par suite

$$\omega = \frac{2n\pi}{60} = \frac{n\pi}{30}.$$

Pour un mouvement de 360 tours à la minute, on a

$$\omega = 12\pi = 37,7.$$

Si le rapport $\frac{u}{h}$ n'est pas constant, sa limite, quand h tend vers zéro, est la vitesse angulaire à l'instant t :

$$\omega = \lim \frac{u}{h} \quad \text{pour } h = 0.$$

Un point situé à la distance r de l'axe décrit, entre les instants t et $t + h$, un arc de longueur ru , ou, si le mouvement est uniforme, $r\omega h$; cette longueur est proportionnelle à l'intervalle de temps h ; la *vitesse linéaire* du point, ou arc parcouru en une seconde, est

$$V = r\omega.$$

Pour une roue de $0^m,70$ tournant à 360 tours à la minute, on a la périphérie

$$V = 0^m,70 \times 37,7 = 26,39 \text{ m/s.}$$

Si le mouvement n'est pas uniforme, le chemin parcouru s'écrira $r\frac{u}{h}h$; sa valeur rapportée à l'unité de temps $r\frac{u}{h}$, tend vers ce qu'on appelle la vitesse linéaire du point à l'instant t , et l'on a encore la même relation.

Accélération angulaire. — Supposons que ω varie avec t ; construisons alors un graphique de ses variations en prenant t pour abscisse et ω comme ordonnée (fig. 38). Soit I le point de coordonnées (t, ω) . On appelle *accélération angulaire* à l'instant t la pente de la tangente à la courbe lieu du point I, par rapport à l'axe Ot .

Soient k la variation de ω quand t s'accroît de h ; I' le point de coordonnées $(t + h, \omega + k)$. La pente de la corde II' est $\frac{k}{h}$ et celle a de la tangente en I est la limite de ce rap-

port $\frac{k}{h}$ quand h tend vers zéro. (C'est donc la dérivée de la vitesse angulaire par rapport au temps.)

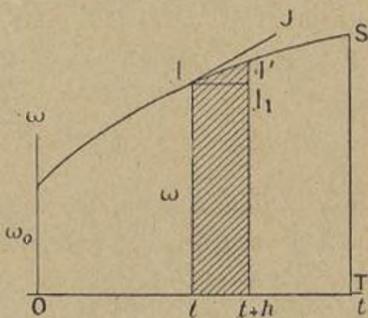


Fig. 38.

Le rectangle $I t, t+h, I_1$ a pour mesure $\omega.h$ ou $\frac{\omega}{u} u$; il est

sensiblement équivalent au trapèze curviligne $I t, t+h I'$, et la mesure précédente diffère extrêmement peu de u . Ainsi l'aire hachurée représente l'angle de rotation entre les instants t et $t+h$.

Par suite l'angle total de rotation entre les instants O et T sera l'aire limitée par la courbe, l'axe des temps et les ordonnées O et T.

Si l'accélération angulaire

$$a = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{k}{h} \quad \text{pour } h \rightarrow 0.$$

est constante, la courbe est une droite et le mouvement est dit *uniformément varié*.

La pente étant constante, si ω_0 est la vitesse angulaire à l'instant O et Ω à l'instant T, on a

$$a = \frac{\Omega - \omega_0}{T}.$$

D'autre part, l'angle φ de rotation entre ces deux instants

est

$$\varphi = \frac{\Omega + \omega_0}{2} T.$$

Multipliant membre à membre, on obtient

$$a\varphi = \frac{\Omega^2 - \omega_0^2}{2}.$$

Ainsi nous avons

$$\Omega = \omega_0 + aT, \quad \Omega^2 = \omega_0^2 + 2a\varphi,$$

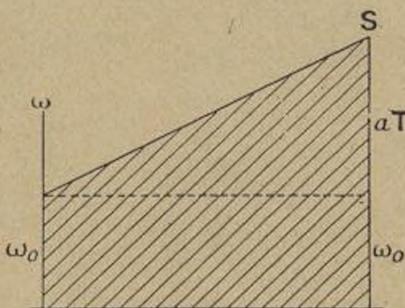


Fig. 39.

et, par suite,

$$\varphi = \omega_0 T + \frac{1}{2} a T^2.$$

Suivant que a est positif ou négatif, le mouvement est dit accéléré ou retardé.

Pour rappeler l'origine de l'accélération angulaire, on la désigne souvent par ω' (c'est l'une des notations en usage pour les dérivées).

Exercice. — Une roue tourne à 3000 tours par minute. Par freinage, on l'amène au repos en retardant uniformément sa vitesse, et cela en 50 secondes. Combien de tours aura-t-elle fait jusqu'à l'arrêt ?

$$\omega_0 = \frac{3000 \times 2\pi}{60} = 100\pi;$$

$$T = 50, \quad \Omega = 0, \quad 100\pi + 50a = 0, \quad a = -2\pi.$$

L'accélération négative sera, par seconde, d'un tour par seconde :

$$\omega_0^2 + 2\alpha\varphi = 0, \quad 10000\pi^2 - 4\pi\varphi = 0,$$

$$\varphi = 1250 \times 2\pi.$$

L'arrêt se fera après 1250 tours.

Représentation géométrique. -- Sur l'axe de rotation, on détermine un sens OA tel qu'un observateur, ayant les pieds en O et la tête en A, voie le mouvement de rotation s'effectuer de droite à gauche (fig. 40).

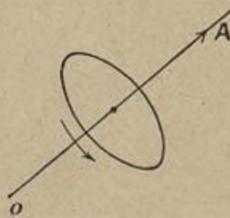


Fig. 40.

Sur la droite ainsi dirigée, on porte $OA = \omega$. Ce vecteur est dit *représentatif de la vitesse angulaire à l'instant t*.

Portons de même $OA' = \omega'$ dans le même sens ou en sens opposé suivant que ω' est positive ou négative, et nous aurons le *vecteur accélération angulaire*.

9. Relation entre un mouvement de rotation et les forces qui le produisent. — *a.* On appelle **torque** une force ou un système de forces capable de faire tourner un solide autour d'un axe (du latin, *torquo*, je tords); ce terme, introduit par les ingénieurs F. Cosserat et Davaux, est plus heureux que l'ancienne expression « couple de rotation » qui prêtait à confusion.

Deux torques sont dits égaux lorsque chacun peut être statiquement équilibré par un même torque.

L'expérience permet de vérifier avec la plus grande précision les deux résultats suivants :

1^o Un torque est égal à celui obtenu en projetant toutes ses forces sur un plan perpendiculaire à l'axe.

D'après cela, nous substituerons dorénavant à tout torque le torque projeté.

2^o On appelle *mesure* d'un tel torque la somme algébrique des produits obtenus en multipliant chaque force par la distance de sa ligne d'action à l'axe et en donnant au résultat le signe + ou — selon que, pour un observateur déterminé placé suivant l'axe, la force est dirigée de droite à gauche ou de gauche à droite. Cette définition est justifiée par ce fait :

Deux torques de même mesure sont statiquement égaux.

L'*unité usuelle* de torque est le *mètre-kilogramme*, défini par une force d'un kilogramme-poids à Paris, agissant à un mètre de l'axe.

b. **Principe de l'inertie.** — Quand un solide mobile autour d'un axe fixe dans le corps et dans l'espace est au repos ou est animé d'une vitesse angulaire constante, son état ne peut être modifié que par l'intervention d'un torque extérieur.

Ainsi une roue tournant d'un mouvement uniforme gardera sa vitesse tant qu'un torque à mesure non nulle (dû par exemple au frottement) n'agira sur lui.

Une force rencontrant l'axe ne fait que modifier les pressions exercées sur les appuis dont les réactions l'équilibreront; elle ne forme pas un torque.

A vrai dire, les pressions sur les appuis provoquent des forces de frottement ne rencontrant pas l'axe et constituent un torque; mais on arrive à diminuer ces frottements dans une proportion telle qu'on peut estimer qu'à la limite le principe serait rigoureusement vérifié.

c. Proportionnalité de l'accélération angulaire au torque qui la produit. — Si l'on applique à un corps donné mobile autour d'un axe fixe dans le solide et dans l'espace un torque de mesure C , on lui imprime une accélération angulaire ω' , et le rapport $\frac{C}{\omega'}$ est indépendant de la vitesse du corps; il ne dépend que de la structure du corps.

Le rapport constant

$$I = \frac{C}{\omega'}$$

est dit *inertie de rotation* du corps ou plus couramment *moment d'inertie* du corps.

Pour vérifier cette loi, on pourra exercer un effort par l'intermédiaire d'une corde enroulée sur une gorge cylindrique.

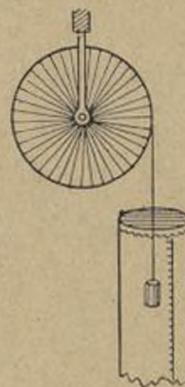


Fig. 41.

drique du corps, cet effort étant une traction évaluée par un dynamomètre, ou un poids pendu au bout libre de la corde. Par exemple on prendra une roue de vélo dont le moyeu, à roulement sur billes, sera amarré horizontalement sur une fourche fixe; ensuite on fera mouvoir le poids, muni d'un style, devant la surface enfumée d'un cylindre vertical tournant, muni d'une échelle graduée verticale, et sur lequel on enregistre une inscription chronographique (fig. 41). Le déplacement vertical du poids

est proportionnel au déplacement angulaire de la roue. Il suffira donc de déterminer l'accélération de ce mouvement rectiligne (comme on le fait avec l'appareil de J.-B. Morin pour l'étude de la pesanteur) pour avoir une quantité proportionnelle à l'accélération angulaire. L'emploi de la cinématographie permet d'ailleurs maintenant une précision beaucoup plus grande.

On sait bien, d'expérience journalière, que pour fermer rapidement une porte, on l'empoigne le plus loin possible de la ligne des gonds; que pour arrêter la rotation d'une roue par le frottement de la main, on l'applique à la périphérie et non pas près de l'axe : pour augmenter la valeur absolue de ω' , on cherche donc à accroître C . Mais, avec le dispositif précédent et avec d'autres analogues, on constate avec précision que :

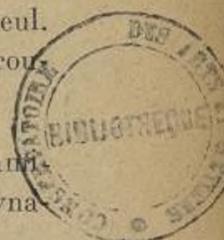
1^o Tant que le torque a la même valeur, l'accélération angulaire est constante, quelle que soit la vitesse de la roue au moment où le torque est appliqué;

2^o Un torque double, triple, ... produit une accélération double, triple, ...;

3^o Si plusieurs torques sont appliqués simultanément, l'effet de chacun d'eux est le même que s'il agissait seul. Il suffit de suspendre divers poids à des cordelettes s'enroulant sur des tambours portés par l'axe de rotation.

De là résulte aussi un moyen pour comparer dynamiquement deux torques et pour confronter la mesure dynamique et la mesure statique, du moins relativement.

En variante encore, la roue tournant avec une certaine vitesse, quelle qu'elle soit, un frein à action constante réduira sa vitesse angulaire d'une même fraction dans un même temps. L'action simultanée d'un second frein s'ajoutera à celle du premier; s'ils sont identiques, l'action totale sera double.



La précédente expérience permet de vérifier que, si un élément matériel est soumis à une force F qui lui imprime une accélération linéaire γ , on a

$$\frac{F}{\gamma} = \text{const.} = m,$$

m étant par définition la *masse* ou *coefficient d'inertie* de l'élément matériel.

Intercalons en effet sur la cordelette, au-dessus du poids, un léger ressort dont l'élongation graduée mesurera la tension T de la corde. Soient P le poids agissant, g l'accélération de la pesanteur ($9,81 \text{ m/sec}^2$), γ l'accélération linéaire du poids mesurée par inscription; on vérifie que

$$\frac{P - T}{\gamma} \doteq \frac{P}{g}.$$

Cette loi fondamentale, qui est à la base de la Dynamique, sera invoquée tout à l'heure.

d. Expression du moment d'inertie d'un corps. — La masse ou coefficient d'inertie d'un élément matériel mesure en quelque sorte la difficulté, pour une même force, d'en provoquer une variation de vitesse plus ou moins grande.

La comparaison des formules

$$\frac{F}{\gamma} = m \quad \text{et} \quad \frac{C}{\omega} = I$$

indique que I joue ici un rôle analogue à celui de m ; d'où le nom d'« inertie rotationnelle » parfois donné à I . Mais ce rôle est plus complexe : I dépend non seulement de la masse, mais de sa répartition par rapport à l'axe. En prenant en effet une roue dont certains rayons rainurés portent des masses déplaçables, on reconnaît que, pour une même

valeur de C , la valeur de ω' varie avec la position des masses mobiles, encore que leur déplacement n'altère pas la masse totale (fig. 42).

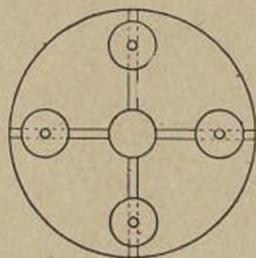


Fig. 42.

D'ailleurs la valeur de I dépend à coup sûr de la masse, car si l'on prend deux roues identiques en forme, mais de masses différentes, pour une même valeur de C , ω' est plus grand pour la roue légère que pour la roue lourde.

Configuration et matière interviennent ensemble.

Le moment d'inertie d'un ensemble est la somme des moments d'inertie de ses éléments constituants.

Soit en effet I le moment d'inertie d'une roue; adjoignons-lui des masses telles que les disques glissants de la dernière expérience; le moment d'inertie devient I_1 , et $I_1 - I$ mesure, si la proposition est vraie, le moment d'inertie des masses introduites. Or l'expérience montre que cette différence reste la même quelle que soit la roue employée, pourvu que les masses additionnelles restent les mêmes et soient placées à la même distance de l'axe. Donc l'adjonction de ces masses, dans des positions déterminées, introduit un élément propre et indépendant dans le moment d'inertie.

Cela étant imaginons que le corps tournant se réduise à un point matériel de masse m , situé à la distance r de l'axe, et soumis à une force F perpendiculaire au rayon du point et à l'axe. Alors

$$C = Fr,$$

et, par suite, l'accélération prise par le point est

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{C}{mr} = \frac{I\omega'}{mr},$$

I étant le produit d'inertie du point (fig. 43).

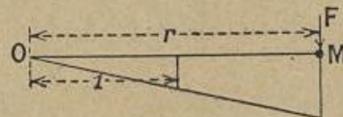


Fig. 43.

Prenons un point situé sur OM , à la distance r de O ; son déplacement sera égal à celui de M multiplié par $\frac{1}{r}$; les variations de ces déplacements dans le même temps resteront dans le rapport de 1 à r , et l'accélération de ce point sera par suite $\frac{\gamma}{r}$ ou $\frac{I\omega'}{mr^2}$. Or cette accélération est évidemment, d'après nos définitions, ω' . Donc

$$I = mr^2.$$

Ainsi le moment d'inertie d'un point matériel est le produit de sa masse par le carré de sa distance à l'axe.

Un solide peut être regardé comme un ensemble de points matériels de masses m_1, m_2, m_3, \dots situées à des distances respectives r_1, r_2, r_3, \dots de l'axe. D'après le principe d'addition établi tout à l'heure, nous aurons pour ce corps

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \Sigma (mr^2).$$

e. **Moment cinétique d'un solide tournant.** — Sur l'axe fixe de rotation portons un vecteur égal à $I\omega$ dans le sens même défini tout à l'heure pour ω ; ce vecteur $OP = I\omega$ est dit le *moment cinétique* du solide par rapport à l'axe.

Le torque appliqué se représente par un vecteur $OQ = C$ porté sur le même axe, dans le sens convenu (sens de ω)

ou sens opposé suivant que la mesure C est positive ou négative). La relation

$$I\omega' = C$$

se traduit ainsi : la vitesse de l'extrémité du moment cinétique coïncide avec le torque dont le vecteur représentatif est glissé de manière à avoir le point M pour origine.

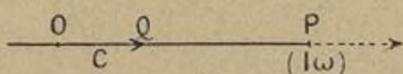


Fig. 44.

Nous observerons que, eu égard à la relation $V = \omega r$, on peut écrire

$$I\omega = \sum mr^2\omega = \sum mVr;$$

mV s'appelle la quantité de mouvement de la masse m ; donc le moment cinétique est la somme des produits obtenus en multipliant la quantité de mouvement de chaque élément matériel du corps par sa distance à l'axe.

f. **Énergie cinétique d'un solide tournant.** — Nous allons retrouver le moment d'inertie d'une tout autre manière.

Si, à un instant donné, un point de masse m a une vitesse V , on appelle *énergie cinétique* de ce point la quantité $\frac{1}{2}mV^2$.

Si l'on a un système matériel, le même vocable s'applique à la somme $\sum \frac{mV^2}{2}$.

Supposons que ce système forme un solide tournant; on a alors $V = r\omega$, ω étant le même pour tous les points. L'énergie cinétique s'écrit donc

$$\sum \frac{mr^2\omega^2}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{\omega^2}{2} \sum mr^2.$$

Ainsi on a

$$\text{Énergie cinétique} = \frac{1}{2} I\omega^2.$$

g. Travail effectué par un torque. — Remplaçons (*fig. 45*) le torque par un autre de même mesure C , formé d'une force

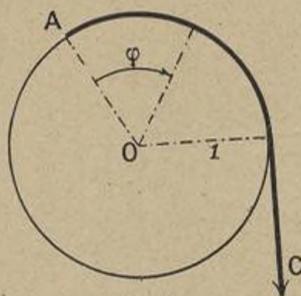


Fig. 45.

unique C dont la ligne d'action soit située à la distance r de l'axe. Nous pouvons supposer que cette force s'applique en un point A de la circonference de rayon r , point auquel est accrochée une corde. Supposons C constant. Si le corps tourne d'un angle φ , le point d'application A décrit un chemin de longueur φ , et à chaque instant ce point est tiré dans la direction de son déplacement. Le travail de la force, produit de sa mesure par le déplacement, est donc $C\varphi$. Ce travail est celui du torque proposé.

h. Théorème des forces vives ou de l'énergie. — Si C est constant, ω' l'est aussi, et la rotation est uniformément variée. Or, nous avons vu que si ω_0 est la vitesse à un certain instant, et Ω la vitesse après une rotation d'un angle φ , on a

$$\frac{\Omega^2 - \omega_0^2}{2} = \alpha\varphi = \omega'\varphi.$$

Remplaçons ω' par sa valeur $\frac{C}{r}$, et nous aurons

$$\frac{I\Omega^2}{2} - \frac{I\omega_0^2}{2} = C\varphi = \text{travail accompli.}$$

Ainsi

$$\begin{aligned} &\text{Énergie cinétique finale} - \text{énergie cinétique initiale} \\ &= \text{travail accompli.} \end{aligned}$$

C'est là un cas particulier d'un théorème général qui domine toute la mécanique, le théorème de l'énergie.

i. Moments d'inertie usuels. — Le calcul des moments d'inertie des corps homogènes de forme géométrique est un problème de mathématiques assez difficile quand on veut recourir à des artifices déguisant l'emploi du calcul intégral.

Pour des corps quelconques, il faut recourir à l'expérience et faire osciller le corps autour d'un axe parallèle à l'axe de rotation, placé horizontalement, ce corps n'étant soumis qu'à la pesanteur : on peut démontrer que la connaissance de la durée d'oscillation donne simplement le moment d'inertie cherché. Il existe d'ailleurs un dispositif connu sous le nom de *table d'oscillation* qui permet d'atteindre le même but.

Nous nous bornerons ici à énumérer quelques résultats suffisant dans la pratique courante.

1^o Disque circulaire ; moment par rapport à son axe,

$$\frac{1}{2} MR^2;$$

2^o Disque circulaire ; moment par rapport à un diamètre,

$$\frac{1}{4} MR^2;$$

3^o Cylindre circulaire creux ; moment par rapport à son axe,

$$\frac{1}{2} M(R^2 + r^2);$$

4^o Sphère ; moment par rapport à un diamètre,

$$\frac{2}{5} MR^2;$$

5^o Tige rectiligne ; moment par rapport à un axe perpen-



circulaire passant par l'extrémité,

$$\frac{1}{3} M l^2 (l \text{ longueur});$$

6° Tore; moment par rapport à son axe,

$$M \left(a^2 + \frac{3}{4} R^2 \right).$$

(R, rayon du cercle génératrice; a, distance de son centre à l'axe).

Dans tous ces exemples, M désigne la masse totale du corps.

NOTE I. — Mesures des moments d'inertie. — Une table oscillante consiste en un plateau circulaire léger de 25^{cm} à 30^{cm} de diamètre, qui pivote autour d'une aiguille verticale et qui est soumis à l'action d'un ressort spiral plat,

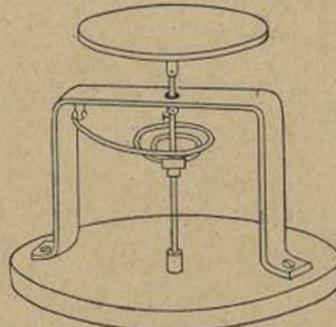


Fig. 46. — Table oscillante pour mesurer les moments d'inertie.

analogique à celui des balanciers de montres, fixé sur l'aiguille autour de laquelle il s'enroule un certain nombre de tours et sur le bâti. Sous l'influence de ce ressort, la table mise en rotation exécute une série d'oscillations isochrones dont la durée est

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{R}},$$

R étant une constante dépendant du ressort et I le moment d'inertie du plateau et de sa charge par rapport à l'axe de rotation. Soient T_0 , T_1 , T_2 les durées mesurées d'oscillation du système à vide, de moment I_0 ; du système chargé d'un objet de moment connu I_1 ; du système chargé d'un objet de moment d'inertie inconnu I_2 . On a

$$\frac{I_0}{T_0^2} = \frac{I_0 + I_1}{T_1^2} = \frac{I_0 + I_2}{T_2^2};$$

d'où l'on tire

$$I_2 = I_1 \frac{T_2^2 - T_0^2}{T_1^2 - T_0^2}.$$

NOTE II. — **Rayon de gyration.** — Si la masse d'un corps était tout entière répartie à la distance ρ de l'axe par rapport auquel on prend le moment d'inertie, on aurait

$$I = M\rho^2.$$

Si ρ est choisi de manière à ce qu'on ait ainsi le moment d'inertie d'un corps donné, ρ est dit le *rayon de gyration* de ce corps.

Par exemple, pour un tore, on a

$$\rho^2 = a^2 + \frac{3}{4}R^2.$$

La toupie présentée antérieurement comporte

$$a = 4^{\text{cm}}, \quad R = 0^{\text{cm}}, 4;$$

alors

$$\rho = \sqrt{16,12} = 4^{\text{cm}}, 015.$$

Si le poids est de 200g, comme $M = \frac{P}{g}$ avec $g = 981 \text{ cm/s}^2$, il vient

$$I = \frac{200}{981} \times 16,12 = 3,28.$$

— * —

CHAPITRE III.

THÉORIE DE LA ROTATION D'UN SOLIDE AUTOUR D'UN POINT FIXE.

10. Axes principaux d'inertie d'un solide. Définition. Propriétés. Squelette d'inertie. — 11. Composition des vitesses linéaires et des vitesses angulaires. Décomposition de la rotation instantanée d'un solide. — 12. Théorème du moment cinétique. — 13. Cas d'un solide ayant un point fixe. — 14. Précession d'un gyrostat à axe horizontal. — 15. Précession d'une toupie à axe incliné et à pointe immobile. Valeur approchée de la précession. — 16. Indépendance du mouvement de translation du centre de gravité et du mouvement de rotation autour du centre de gravité. — 17. Démonstration élémentaire de l'effet gyrostatique d'après Jouffret. — 18. Conclusion.

10. **Axes principaux et squelette d'inertie d'un solide.** — Nous allons donner quelques indications sommaires sur les moments d'inertie. Soient O un point fixe d'un solide; OD une droite par rapport à laquelle on prend le moment d'inertie I du solide. Si OD pivote autour de O , I en général change. Il est limité inférieurement et supérieurement; car il est positif, et si M est la masse totale du corps, R la distance à O du point qui en est le plus éloigné, on a $I < MR^2$.

Dès lors I admet une valeur maximum A et une valeur minimum C , correspondant à des axes Ox et Oz . On démontre que ces droites Ox et Oz sont rectangulaires. Soient Oy la perpendiculaire au plan xOz et B le moment d'inertie correspondant. Le trièdre trirectangle Ox, Oy, Oz est le trièdre des *axes principaux* du solide relatifs au point O .

Si le point O est le centre de gravité du corps, ces axes deviennent les *axes centraux d'inertie* (*fig. 47*).

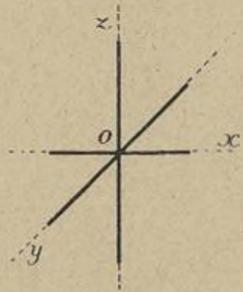


Fig. 47.

Plaçons suivant Ox , Oy , Oz trois barres homogènes qui aient respectivement leur milieu au point O.

On peut déterminer leurs longueurs et masses de manière que leur ensemble ait mêmes moments principaux d'inertie par rapport à O que le solide donné : il suffit que ces éléments l , l' , l'' , m , m' , m'' vérifient les relations :

$$\frac{2}{3}(m'l'^2 + m''l''^2) = \Lambda, \quad \frac{2}{3}(m''l'^2 + ml^2) = B, \quad \frac{2}{3}(ml^2 + m'l'^2) = C;$$

d'où

$$ml^2 = \frac{3}{4}(B + C - \Lambda),$$

$$m'l'^2 = \frac{3}{4}(C + \Lambda - B),$$

$$m''l''^2 = \frac{3}{4}(A + B - C).$$

Quand deux solides ont mêmes moments principaux d'inertie, ils ont même moment d'inertie par rapport à n'importe quelle droite issue de O. Ce système de trois barres est donc, à ce point de vue, équivalent au solide donné.

Si de plus il a la même masse,

$$m + m' + m'' = M,$$

et si les barres ont la même masse spécifique (par unité de longueur), ce qui le détermine d'une manière unique, il est dit le *squelette d'inertie* du système donné.

Nous ne ferons qu'affirmer cette proposition : Au point de vue dynamique, tout solide est strictement équivalent à son squelette d'inertie. Le corps lui-même n'intervient que pour les liaisons de contact où sa surface peut jouer un rôle et que pour les points d'application qu'il fournit aux forces extérieures.

Si, sur chaque droite OD , on porte une longueur $OP = \frac{1}{\sqrt{I}}$, le lieu du point P est l'ellipsoïde

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1,$$

appelé *ellipsoïde d'inertie* relatif au point O ; si $A = B$, on a un ellipsoïde de révolution allongé; si $B = C$, un ellipsoïde de révolution aplati.

Les axes principaux d'inertie ont une propriété importante. Si un solide présente un seul point fixe, s'il commence à tourner autour d'un axe principal d'inertie, sans être soumis à aucune force extérieure, il persiste à tourner indéfiniment autour de cet axe et conserve une vitesse invariable. Aussi appelle-t-on ces axes des *axes permanents de rotation*.

Les meules de moulins tournent ainsi autour d'un axe vertical, bien que n'ayant qu'un point de suspension.

Les axes principaux ne sont pas tous les trois stables. Un axe principal est stable si l'axe de rotation, placé à l'instant initial au voisinage de cet axe principal, demeure indéfiniment dans son voisinage; il est instable si l'axe de rotation tend à faire avec lui un angle de plus en plus grand. L'axe moyen présente ce dernier caractère.

Les axes centraux d'inertie sont appelés *axes naturels de rotation* parce qu'ils présentent une propriété analogue, mais relative au cas où le solide est lancé librement dans l'espace : un solide libre qui n'est soumis à aucune force et qui est lancé de manière à tourner, à l'instant initial, autour de l'un de ses axes centraux, continue à tourner autour du même axe, avec une vitesse constante.

On peut montrer par une expérience très frappante l'existence d'un axe stable de rotation correspondant au plus grand moment d'inertie. On suspend successivement divers corps à un fil dont la griffe d'attache est l'axe vertical d'une poulie qu'on peut faire tourner rapidement

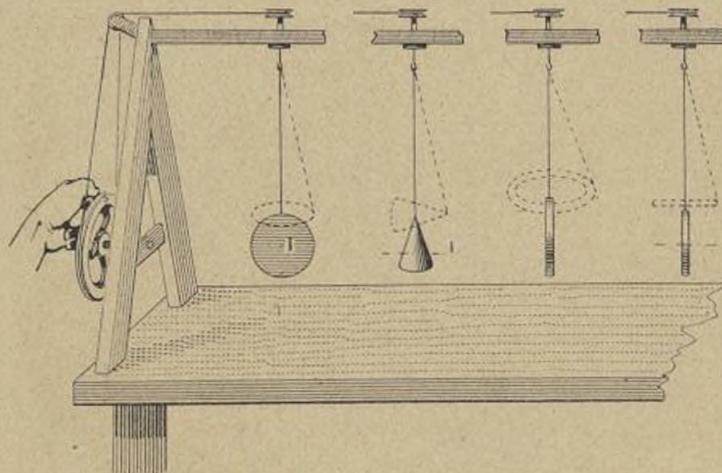


Fig. 48.

par un renvoi de ficelle. Le corps commence par tourner tranquillement autour de la verticale du point d'attache ; puis on aperçoit un léger tremblement qui s'accentue, devient très violent et finit par faire basculer le corps ; bientôt celui-ci prend un régime calme et se met à tourner avec stabilité autour de son axe de plus grande inertie. On a pris comme exemples un disque plat suspendu par

un point de son contour, un cône de révolution suspendu par son sommet, un bâton suspendu par un bout, un anneau solide ou même formé par une chaîne flexible et suspendu par un maillon (la rotation même donne alors de la rigidité au système).

Les axes principaux des solides tournant à grande vitesse, comme les organes des moteurs modernes à allure rapide, jouent un rôle fondamental dans le problème de l'équilibrage, qui vise à réduire les variations des réactions et par suite les vibrations des bâtis.

11. Composition des vitesses linéaires et des vitesses angulaires. — Nous allons maintenant rappeler quelques résultats simples et bien connus de cinématique.

Considérons (*fig. 49*) un point matériel décrivant une

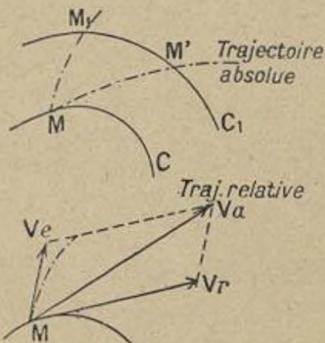


Fig. 49.

courbe C à partir d'une position M , tandis que cette courbe se déplace et même se déforme. Telle une perle enfilée sur un fil métallique mobile et déformable, ou une petite bille placée dans un tube étroit, élastique et mobile. Le mouvement du point sur le fil est dit *relatif*; le mouvement du fil est dit *d'entraînement*; le mouvement de la perle par rapport aux objets extérieurs est dit *absolu*. Chacun de ces mouve-

ments comporte, à partir de la position M, une vitesse portant le qualificatif correspondant : la vitesse du mobile sur C est la vitesse relative; la vitesse qu'aurait le mobile dans l'espace s'il était fixe sur C est la vitesse d'entraînement; la vitesse du mobile dans l'espace de référence est la vitesse absolue ou résultante.

On peut très aisément établir ce principe : La vitesse absolue est la diagonale du parallélogramme construit sur les vitesses relative et d'entraînement.

On peut généraliser ces considérations et envisager un mouvement résultant de trois mouvements simultanés : il suffirait de supposer par exemple que la figure précédente soit située sur une plaque et qu'au mouvement précédent se superpose une translation de la plaque. Alors la vitesse absolue est la diagonale du parallélépipède construit sur les trois vitesses composantes comme arêtes.

Les vitesses composantes peuvent provenir des liaisons les plus diverses. En voici un exemple qui pose le problème de la composition des rotations.

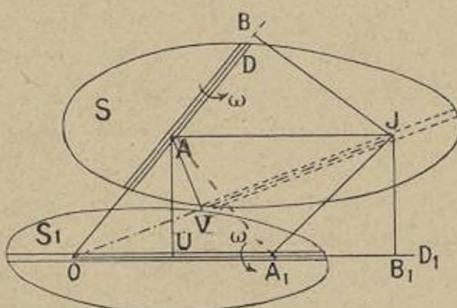


Fig. 50.

Un solide S donné (*fig. 50*) tourne autour d'un axe D; mais cet axe D, au lieu d'être fixe dans l'espace, est solidaire d'un autre corps S₁ qui lui-même tourne autour d'un

autre axe D_1 rencontrant D et qui alors est fixe dans l'espace.

Tout point de S tourne autour de D par rapport à S_1 , ce qui est son mouvement relatif, tandis qu'il est entraîné en rotation autour de D_1 . La question est de construire la vitesse du mouvement résultant.

La vitesse de rotation de S autour de D , par rapport à S_1 , est ω ; celle de S_1 , par rapport aux objets extérieurs, autour de D_1 , est ω_1 . Soient $OA = \omega$ et $OA_1 = \omega_1$ les vecteurs représentatifs de ces deux rotations; $OJ = \Omega$ la diagonale du parallélogramme construit sur OA et OA_1 . Je dis que :

Les vitesses des points de S dans le mouvement absolu ou résultant sont les mêmes que si, à cet instant, le solide S tournait autour de OJ avec une vitesse angulaire représentée par $OJ = \Omega$.

En effet considérons le point J comme appartenant au solide S . La rotation OA lui imprime une vitesse perpendiculaire au tableau, dirigée vers l'arrière, égale à $\omega.JB$, donc mesurée par l'aire du parallélogramme $OAJA_1$. En même temps, la rotation OA_1 l'entraîne en avant du tableau, avec une vitesse de mesure $\omega_1.JB_1$, représentée par l'aire du parallélogramme $OA_1 JA$, donc de même valeur que la précédente. Le point J , animé de ces deux vitesses égales et de sens opposés, une vitesse nulle.

Les points O et J du solide ayant une vitesse nulle, tous les points de S situés sur OJ ont une vitesse nulle — comme il serait aisément vérifiable directement — et la droite OJ est immobile au moins pendant un temps infiniment court, dans le solide et dans l'espace.

Considérons alors le point A comme appartenant à S ; sa vitesse est $\omega_1.AU$ d'une part et $\Omega.AV$ d'autre part, Ω étant la vitesse angulaire résultante.

Mais l'équivalence des triangles $OA_1 A$, OAJ (moitiés d'un parallélogramme) donne

$$\omega_1.AU = OJ.AV.$$

Donc

$$\Omega = OJ.$$

La diagonale OJ mesure donc la vitesse de rotation résultante.

On pourrait concevoir un solide animé de même de trois rotations simultanées autour d'axes concourants : un parallélépipède remplace alors le parallélogramme des vitesses angulaires.

L'ordre dans lequel on fait succéder les rotations est d'ailleurs indifférent pour le résultat.

Décomposition de la rotation instantanée d'un solide. — Il résulte de là qu'en inversement on peut regarder une rotation unique comme la résultante d'un certain nombre de rotations composantes. Si un solide est animé, autour d'un axe OD (fig. 51), d'une rotation représentée par un vec-

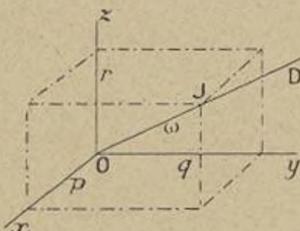


Fig. 51.

teur $OJ = \omega$, et si l'on projette orthogonalement le vecteur OJ sur trois axes rectangulaires Ox , Oy , Oz , suivant des vecteurs de mesures respectives p , q , r , la distribution des vitesses des points du solide est la même que si le solide était animé des trois rotations simultanées p , q , r autour des axes Ox , Oy , Oz .

Ce résultat a de l'importance en raison du fait suivant. Considérons un solide présentant un point fixe O . A un instant donné quelconque, il existe dans le solide une droite

de points à vitesse nulle, passant par O, dite *axe instantané de rotation du corps*, et la distribution des vitesses des points du solide est la même que si le solide tournait autour de cet axe avec une certaine vitesse angulaire.

Le segment $OJ = \omega$ est dit alors la *rotation instantanée* du solide.

Les directions de décomposition qu'on utilise alors le plus souvent sont les droites de l'espace fixe avec lesquelles coïncident, à l'instant considéré, les axes principaux d'inertie du système mobile.

12. Le théorème du moment cinétique. — Ce sont maintenant quelques principes de la Dynamique que nous allons rappeler.

Considérons (fig. 52) un système matériel en mouvement

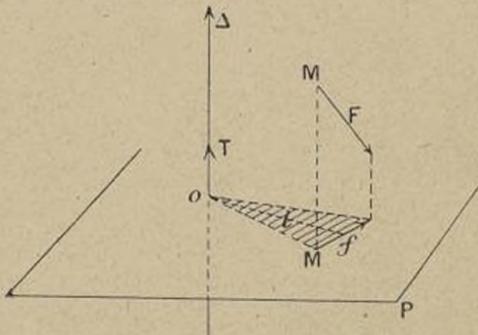


Fig. 52.

sous l'action de certaines forces; soit M un de ses points, de masse m , de vitesse V à l'instant t , soumis à une force F .

Soient Δ un axe orienté quelconque, P un plan perpendiculaire en O à cet axe.

Soient f la projection orthogonale de F sur P , l la perpendiculaire commune à F et à Δ . Le *torque* de la force F par rapport à l'axe Δ est un segment OT porté sur Δ , dans le

sens positif ou négatif suivant que f est orienté par rapport à $O\Delta$ vers la gauche ou vers la droite, et ayant pour grandeur fl . Il est représenté par le double de l'aire du triangle de sommet O et de base f .

Si l'on envisage un système de forces analogues, on appelle *torque total* le vecteur

$$O\mathcal{V} = \Sigma OT = \Sigma fl,$$

somme géométrique des vecteurs OT .

Évidemment deux forces égales et de sens opposés (¹), appliquées à deux points différents (telles les forces intérieures au système, d'après le principe de l'égalité de l'action et de la réaction), donnent des torques élémentaires qui se détruisent dans la somme.

On appelle *quantité de mouvement* du mobile M (fig. 53)

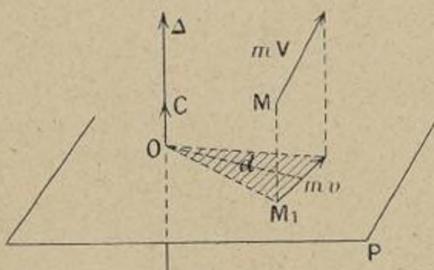


Fig. 53.

le vecteur de longueur mV , porté sur la tangente à la trajectoire du mobile, dans le sens du déplacement.

Soient mv sa projection sur le plan P , d sa distance à Δ . On appelle *moment cinétique* du mobile M par rapport à l'axe Δ l'expression analogue à la précédente construite avec mV au lieu de F :

$$OG = med.$$

(¹) Et de même ligne d'action.

Il est mesuré par le double de l'aire du triangle de sommet O et de base $m\dot{v}$.

Le moment cinétique total du système (MC_{Δ}) est par définition

$$OC = \Sigma OC = \Sigma m\dot{v}.$$

Ces définitions posées, le théorème du moment cinétique s'énonce ainsi :

La vitesse de l'extrémité C du moment cinétique total par rapport à Δ est égale au torque des forces extérieures appliquées, par rapport à Δ .

Pour le démontrer, rappelons ce qu'est l'effet d'une force. Si un mobile n'était soumis à aucune force, d'après le prin-

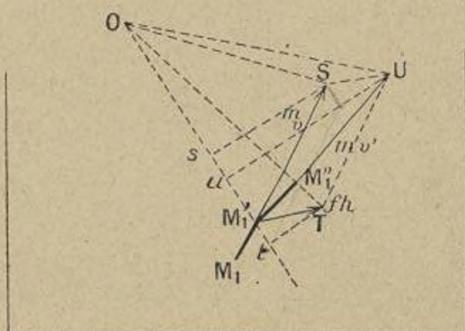


Fig. 54.

cipe de l'inertie, il décrirait une droite avec une vitesse constante : sa quantité de mouvement serait un vecteur constant qui glisserait sur lui-même. Ceci subsiste en projection sur le plan P , et nous pouvons aussi bien raisonner sur cette projection. La force f intervient comme modificateur de la quantité de mouvement.

Le mobile, de l'instant t à l'instant $t + h$, est passé de M_1 en M'_1 , ayant décrit le segment $M_1 M'_1 = v \cdot h$. A cet instant, sans force, sa quantité de mouvement serait $M'_1 S = m\dot{v}$.

Mais la force f vient, au bout de l'intervalle h , accroître géométriquement cette quantité de $M'_1 T = fh$, impulsion de la force f . La quantité de mouvement est donc maintenant $M'_1 U$, diagonale du parallélogramme construit sur $M'_1 S$ et $M'_1 T$. Si $M'_1 U = m\varphi'$, φ' sera la vitesse actuelle du mobile qui décrira, durant un nouvel intervalle h , un segment $M'_1 M''_1 = \varphi' h$, de $M'_1 U$.

D'après les définitions précédentes, on a pour ce mobile :
Moment cinétique final :

$$2 \text{ aire } OM'_1 U = OM'_1 \times U u,$$

Moment cinétique initial :

$$2 \text{ aire } OM'_1 S = OM'_1 \times S s,$$

Torque de la force F :

$$\frac{1}{h} 2 \text{ aire } OM'_1 T = \frac{1}{h} OM'_1 \cdot T t,$$

en appelant s, t, u les projections orthogonales de S, T, U sur OM'_1 . Or, d'après une propriété élémentaire du parallélogramme, on a

$$U u = S s + T t.$$

On a donc :

$$\begin{aligned} M^t \text{ cin. final} - M^t \text{ cin. initial} \\ = \text{variation } M^t \text{ cinétique} = OM'_1 \cdot T t = h \cdot \text{torque de } F. \end{aligned}$$

Ajoutons toutes les équations semblables fournies par les divers points du système. Nous aurons

$$\text{Variation de } OC = h \text{ torque total} = h O \mathcal{C}.$$

Or

$$\frac{\text{Variation de } OC}{h} = \text{vitesse de } C \text{ sur } \Delta.$$

Donc

$$\underline{\text{Vitesse de } C = \text{torque } O \mathcal{C}.} \quad \text{C. Q. F. D.}$$

Les forces intérieures ont d'ailleurs disparu dans l'expression du torque total.

Cela posé, considérons un système de trois axes fixes, rectangulaires deux à deux, Ox , Oy , Oz , et faisons jouer à chacun d'eux le rôle de Δ . Nous obtiendrons trois moments cinétiques $O\mathcal{C}'$, $O\mathcal{C}''$, $O\mathcal{C}'''$ et trois torques $O\mathfrak{T}'$, $O\mathfrak{T}''$, $O\mathfrak{T}'''$. On donne le nom de *moment cinétique* et de *torque relatifs au point O* aux vecteurs $O\mathcal{C}$ et $O\mathfrak{T}$, diagonales respectives des parallélépipèdes rectangles ayant pour arêtes les trois moments et les trois torques précédents. Le résultat établi pour la projection sur un axe entraîne cette proposition dans l'espace :

La vitesse de l'extrémité du moment cinétique total est équivalente au torque total appliqué au système.

Cet énoncé, souvent attribué à Henry Résal, est dû à *De Saint-Guilhem*.

Remarque I. — Les éléments totaux $O\mathcal{C}$ et $O\mathfrak{T}$ ont été construits à partir d'un trièdre déterminé. Nous allons montrer qu'ils restent les mêmes quel que soit ce trièdre, et qu'ils sont respectivement le *moment cinétique axial* et le *torque axial maximum*. Cela résultera de la propriété de *projectivité* suivante : *Le moment cinétique et le torque relatifs à une direction quelconque D s'obtiennent en projetant orthogonalement sur D les vecteurs $O\mathcal{C}$ et $O\mathfrak{T}$.*

Prenons par exemple $O\mathfrak{T}$. Le triangle (O, F) se projette sur les plans rectangulaires $y Oz$, $z Ox$, $x Oy$ suivant les triangles (O, f') , (O, f'') , (O, f''') et sur le plan P perpendiculaire à D suivant le triangle (O, f) . D'après un théorème fondamental de géométrie dans l'espace, la projection (O, f) de (O, F) sur le plan P est la somme des projections de (O, f') , (O, f'') , (O, f''') sur ce plan P. Si α , β , γ sont les angles de D avec Ox , Oy , Oz , ce sont aussi les angles de P avec $y Oz$, $z Ox$, $x Oy$. Alors on a

$$(O, f) = (O, f') \cos \alpha + (O, f'') \cos \beta + (O, f''') \cos \gamma$$

ou

$$\begin{aligned} \text{Torque rel. à } D &= O\mathcal{C}' \cos \alpha + O\mathcal{C}' \cos \beta + O\mathcal{C}''' \cos \gamma \\ &= \text{proj. } O\mathcal{C} \text{ sur } D, \end{aligned}$$

ce qui établit le théorème. La démonstration vaut d'ailleurs pour le moment cinétique. Établie pour un point, elle s'étend par addition à un système.

Remarque II. — Dans le cas particulier où le torque total $O\mathcal{C}$ est constamment nul, l'extrémité \mathcal{C} du moment cinétique total est fixe dans l'espace.

13. Cas d'un solide ayant un point fixe. — Soit un solide tournant autour d'un axe Ox avec la vitesse angulaire p (fig. 55). Quel est le moment cinétique corres-

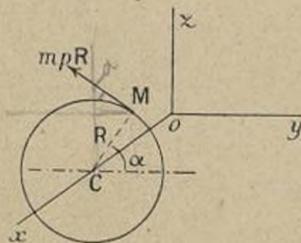


Fig. 55.

pondant à chacun des trois axes ?

Soient M un point du solide, R sa distance MC à Ox , α l'inclinaison de MC sur xOy . La quantité de mouvement de M est mpR , tangente au cercle dans le sens du mouvement; elle est normale à Ox dont elle est distante de R ; le moment cinétique par rapport à Ox est mpR^2 pour ce point, et $p \sum m R^2$ ou Ap pour l'ensemble, A étant le moment d'inertie par rapport à Ox .

Pour obtenir les moments cinétiques relatifs à Oy et à Oz , nous projetons la quantité de mouvement de M

sur zOx et xOy , ce qui donne $mpR\cos\alpha$ et $mpR\sin\alpha$, la distance de l'une ou l'autre de ces projections à l'axe étant OC . Par suite les moments cinétiques relatifs à Oy et à Oz sont

$$-p\Sigma mR\cos\alpha, OC \quad \text{et} \quad -p\Sigma mR\sin\alpha, OC.$$

Si (x, y, z) sont les coordonnées du point matériel M, ces expressions s'écrivent

$$\text{Posons} \quad -p\Sigma mxy \quad \text{et} \quad -p\Sigma mxz.$$

$$D = \Sigma myz, \quad E = \Sigma mzx, \quad F = \Sigma mxy.$$

La rotation p autour de Ox donne comme moments cinétiques relatifs aux axes

$$Ap, \quad -Fp, \quad -Ep.$$

Les rotations q et r autour de Oy et Oz donneraient de même

$$-Fq, \quad Bq, \quad -Dq,$$

$$-Er, \quad -Dr, \quad Cr.$$

Au total, nous aurons donc

$$OC' = Ap - Fq - Er,$$

.....

Si les plans de coordonnées sont des plans de symétrie du solide, les quantités D, E, F sont nulles, comme on le reconnaît en associant par couples des éléments symétriques; mais il suffit même que ces plans de coordonnées soient les plans de symétrie de l'ellipsoïde d'inertie. Alors on a simplement

$$OC' = Ap, \quad OC'' = Bq, \quad OC''' = Gr.$$

14. Précession d'un gyrostat à axe horizontal. — Considérons (fig. 56) une toupie gyroscopique appuyée

par une extrémité de son axe sur un support; cette toupie est abandonnée sans impulsion à l'action de la pesanteur,

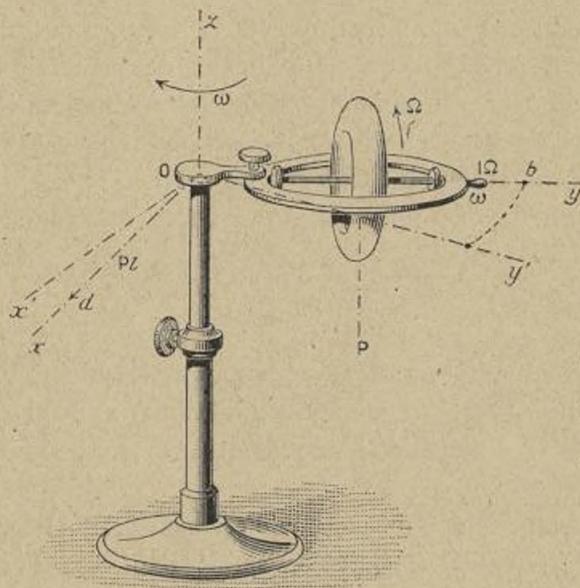


Fig. 56.

son axe étant horizontal, après qu'on lui a imprimé une vitesse de rotation Ω autour de cet axe (d'une manière générale, la vitesse angulaire n'est pas estimée par rapport à l'anneau suspenseur, mais par rapport à la droite fixe de l'espace avec laquelle l'axe de la toupie coïncide à l'instant considéré).

Nous admettons que l'anneau est assez léger pour que nous n'ayons à nous préoccuper que du mouvement du tore.

Soient O le point fixe; Oz la verticale ascendante; Oy la position initiale de l'axe du tore; Ox la perpendiculaire à yOz ; P le poids du tore; l la distance de son centre de gravité à O; I son moment d'inertie axial. A l'instant initial, Oy étant axe de révolution, le moment cinétique total OC est porté sur Oy et a pour mesure $I\Omega$. Le système

est soumis à un torque total $O\vec{\tau}$ porté par Ox et ayant pour mesure P_l . D'après le théorème des moments cinétiques, la vitesse du point C est parallèle et égale à $O\vec{\tau}$. Il en résulte, O étant fixe, que C va tourner autour de Oz . D'où la *naissance* d'un mouvement de précession autour de Oz dont nous désignerons la vitesse angulaire par ω .

Durant un intervalle de temps infiniment petit h , $O\vec{C}$ balaye un angle ωh , et le point C décrit un arc $O\vec{C} \times \omega h$, ou $I\Omega \omega h$. La vitesse de ce point est donc $I\Omega\omega$, et l'on a, d'après le théorème rappelé,

$$C = P_l = I\Omega\omega.$$

La démonstration est évidemment valable pour le cas général d'un tore de moment cinétique axial $I\Omega$ soumis à un torque C autour d'une droite Ox perpendiculaire à l'axe du tore.

Si le torque était nul, comme c'est le cas dans le gyroscope libre de Foucault, le point C serait fixe dans l'espace, et par suite l'axe du tore resterait pointé dans une direction invariable, conformément à ce qu'indique l'observation.

La précession, une fois engendrée, entraîne la formation d'un moment cinétique $I_1\omega$ autour de Oz (fig. 57). Le

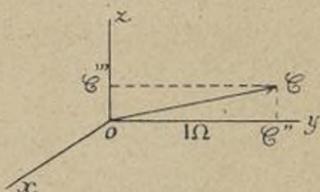


Fig. 57.

moment cinétique total $O\vec{C}$ est la résultante des vecteurs

$$O\vec{C}'' = I\Omega$$

et

$$O\vec{C}'' = I_1\omega$$

portés respectivement suivant Oy et Oz . On raisonnait comme précédemment sur le nouveau point C et la conclusion subsisterait. La précession persistera donc, conforme à la loi formulée.

15. Précession d'une toupie à axe incliné et à pointe immobile. — Considérons maintenant (fig. 58) une toupie

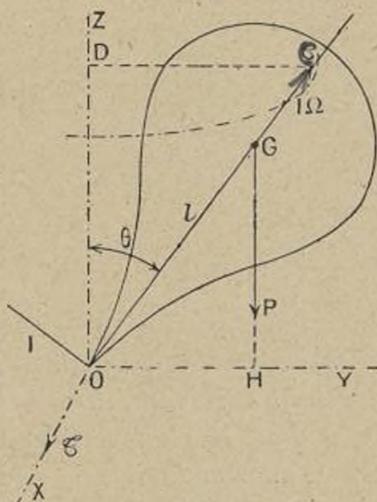


Fig. 58.

à pointe fixe touchant un plan très rugueux qui immobilise cette pointe. Au départ, le moment cinétique total OC est égal à $I\Omega$ et est porté suivant l'axe de la toupie. Le torque de pesanteur autour de OX est $O\mathfrak{C} = P \times OH$. Le point C se déplace parallèlement à OX ; d'où la création d'une rotation ω autour de OZ . Le théorème des moments cinétiques donne alors

$$C = P \cdot OH = \omega \cdot CD.$$

Or les triangles semblables $OC'D$, GOH donnent

$$\frac{OH}{l} = \frac{CD}{I\Omega}.$$

Donc

$$Pl = I\Omega\omega.$$

Mais aussitôt la précession engendrée, le raisonnement ne vaut plus. Si ω est la vitesse de précession et θ l'inclinaison de l'axe sur la verticale (fig. 59), la rotation ω se

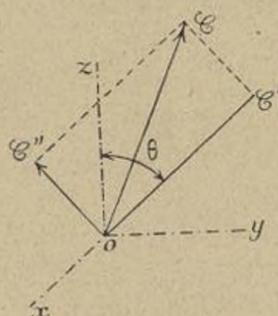


Fig. 59.

décompose en la rotation $\omega \cos \theta$ suivant l'axe de la toupie et en la rotation $\omega \sin \theta$ suivant la perpendiculaire à cet axe passant par O dans le plan vertical GOZ, droite par rapport à laquelle le moment d'inertie sera désigné par I_1 .

Le moment cinétique total OC est la résultante de

$$OC = I(\Omega + \omega \cos \theta)$$

et de

$$OC' = I_1 \omega \sin \theta.$$

La distance du nouveau point C à OZ est

$$OC' \sin \theta = CC' \text{ ou } OC'' \cos \theta$$

ou

$$I\Omega \sin \theta + (I - I_1) \omega \sin \theta \cos \theta.$$

La vitesse linéaire de C s'obtient en multipliant cette distance par ω . Le théorème des moments cinétiques donne donc

$$C = P.OH = Pl \sin \theta = I\Omega \omega \sin \theta + (I - I_1) \omega^2 \sin \theta \cos \theta$$

ou

$$(1) \quad Pl = I\Omega\omega + (I - I_1)\omega^2 \cos \theta.$$

Pour $\theta = 90^\circ$, on a

$$Pl = I\Omega\omega,$$



rigoureusement; de même si $I = I_1$, c'est-à-dire si l'ellipsoïde d'inertie relatif à O se réduit à une sphère, ce qui est exceptionnel.

Valeur approchée de la précession. — Si la vitesse propre Ω de la toupie est très grande comparativement à ω , le second terme est négligeable yis.-à-vis du premier, et l'on a encore approximativement

$$Pl = I\Omega\omega \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{Pl}{I\Omega},$$

vitesse de précession qui est indépendante de l'inclinaison θ .

Soit ρ le rayon de gyration de la toupie; alors

$$I = M\rho^2 = \frac{P}{g}\rho^2$$

et, par suite,

$$\omega = \frac{lg}{\Omega\rho^2},$$

si toutefois la masse de l'anneau suspenseur est négligeable.

Exemple. — Soit une petite toupie gyroscopique ordinaire tournant à 50 teurs par seconde; le tore pèse 175g, l'anneau 25g. On a

$$\rho = 3^{\text{cm}}, \quad l = 4^{\text{cm}}, \quad I = 1,6, \quad I_1 = 4,1.$$

L'équation (1) devient

$$800 = \omega \left\{ 1,6 \times 100\pi - 2,5\omega \cos \theta \right\}.$$

ou

$$1,6 = \omega \left\{ 1 - \frac{5\omega \cos \theta}{1000} \right\}.$$

Pour $\theta = 60^\circ$, le terme $\frac{5\omega \cos\theta}{1000}$ est environ $\frac{4}{1000}$; il est négligeable devant l'unité : ω est sensiblement égal à 1,6, ce qui correspond à peu près à 1 tour en quatre secondes.

16. Indépendance du mouvement de translation du centre de gravité et du mouvement de rotation autour du centre de gravité. — Les résultats établis tirent une importance spéciale du double fait suivant :

1^o Le centre de gravité d'un système matériel se meut comme un point libre où serait concentrée la masse entière du système et auquel seraient appliquées directement toutes les forces extérieures qui sollicitent le système et qui sont transportées équitablement à elles-mêmes en ce centre.

Ainsi le centre de gravité d'un solide pesant quelconque se déplaçant dans le vide décrit un arc de parabole dans un plan vertical.

Ce mouvement s'appelle la *translation du centre de gravité*.

2^o Le théorème des moments cinétiques, établi pour des axes fixes dans l'espace, est applicable à des axes de *directions fixes* et issus du centre de gravité du système, sans qu'on ait rien à changer aux forces extérieures qui sollicitent le système.

Par suite le mouvement du système par rapport à de tels axes s'étudie comme si le centre de gravité était fixe.

Ainsi un diabolo en rotation rapide étant lancé dans l'espace, son centre de gravité décrit, en négligeant la résistance de l'air, un arc de parabole, et, par rapport à ce point, il se comporte comme un gyroscope équilibré libre de Foucault : son axe garde une direction invariable.

Nous nous bornerons à énoncer ces principes et à signaler quelques expériences usuelles qui les illustrent.

1^o Considérons (*fig. 60*) un solide pesant suspendu librement à une corde et en équilibre; donnons-lui verticalement

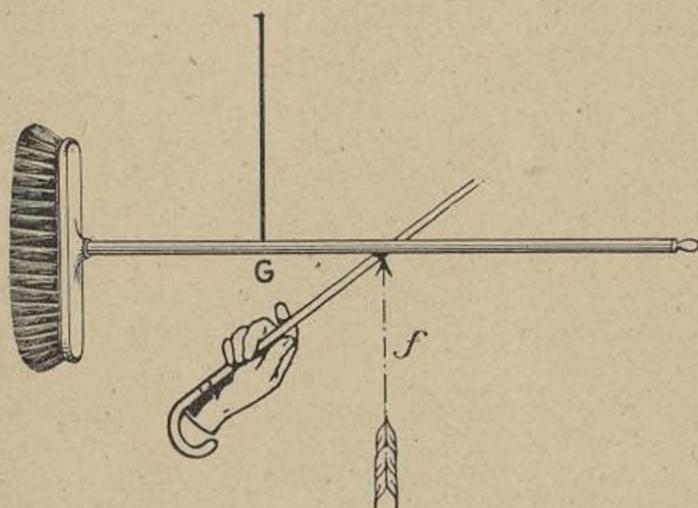


Fig. 60.

un coup fort et sec. Nous observons que le centre de gravité s'élève verticalement, tandis qu'en même temps le corps tourne autour de ce centre, sauf si la direction de la percussion passe exactement par le centre de gravité. L'observateur doit se placer de manière que la ficelle se projette suivant l'arête verticale d'un chambranle de porte : il constate ainsi que la trajectoire du centre de gravité ne s'écarte pas de cette ligne de projection. Il convient de prendre un corps à grand moment d'inertie autour de son centre de gravité, pour ralentir la rotation autour de ce point malgré l'excentricité de la percussion.

2^o Prenons une canne ordinaire sur laquelle nous marquons à la craie la position du centre de gravité. Maintenons-la suspendue assez lâchement entre les doigts d'une main et donnons-lui avec l'autre main un coup sec. Si le

coup est appliqué au centre de gravité, on voit la canne s'échapper de la main avec un mouvement de translation sans rotation. Si le coup est appliqué en tout autre point, la translation est accompagnée d'une rotation autour du centre mobile de gravité.

3^e Inclinons une chaise en arrière en appuyant sur le dossier et laissons-la retomber en avant. Non seulement la chaise revient en avant vers sa position initiale, mais encore elle avance en glissant sur le tapis. C'est que, dans le retour, le centre de gravité a pris une vitesse horizontale de translation, vitesse qu'il garde jusqu'à ce que le frottement du sol l'ait amortie, et cela indépendamment de la rotation autour de la droite des points d'appui arrière. Cette rotation s'arrête en effet sous l'action du torque des réactions verticales du plancher sur les deux pieds de devant, torque relatif à la droite précédente.

17. Démonstration élémentaire de l'effet gyrostatique d'après Jouffret (*Revue d'Artillerie*, 1874). — Considérons un anneau de rayon R animé autour de son axe de figure Ox d'une vitesse angulaire Ω . Supposons-le entraîné en même temps dans un mouvement de rotation de vitesse ω autour du diamètre AB ou Oz vertical dans le cas de la figure. En l'absence de forces extérieures, les réactions du système sur ses appuis se réduiront aux réactions d'inertie produites par chacune des masses élémentaires du système multipliée par l'accélération totale. Nous nous proposons de faire la réduction de ces forces d'inertie.

Soient un élément matériel M de l'anneau; m sa masse; $\alpha = \widehat{MOz}$; P la projection de M sur Oz .

Le point M est animé de deux vitesses : l'une ΩR tangente à l'anneau; l'autre ωMP perpendiculaire au plan de l'anneau.

Nous allons évaluer la variation de l'une et l'autre de ces vitesses.

Soit M' la position du point matériel au bout d'un temps h ,

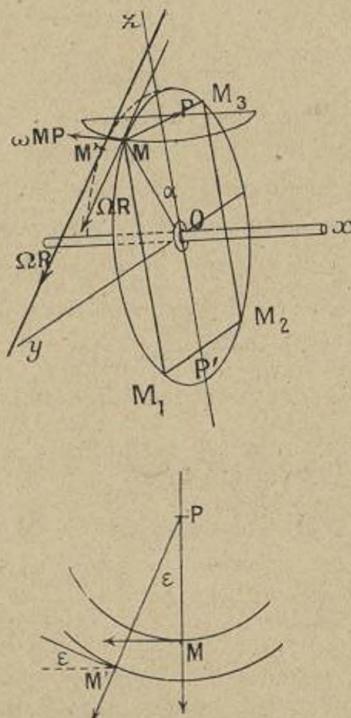


Fig. 61.

lorsque le disque a tourné d'un angle infiniment petit ε .

La seconde vitesse admet pour variation

$$\begin{aligned} \omega \cdot M'P' \cos \varepsilon - \omega \cdot MP, & \quad \text{suivant la normale au disque,} \\ \omega \cdot M'P' \sin \varepsilon, & \quad \text{suivant la direction PM.} \end{aligned}$$

Or

$$MP = R \sin \alpha; \quad M'P' = R \sin(\alpha + \Omega h); \quad \varepsilon = \omega h.$$

Donc on aura pour composantes correspondantes de

l'accélération :

$$\gamma_N = \omega R \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha + \Omega h) \cos \omega h - \sin \alpha}{h} = \omega \Omega R \cos \alpha,$$

$$\gamma_P = \omega R \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha + \Omega h) \sin \omega h}{h} = \omega^2 R \sin \alpha,$$

comme on le reconnaît en remplaçant $\cos \omega h$ par $1 + 2 \sin^2 \frac{\omega h}{2}$.

Passons à la première vitesse qui garde sa grandeur, mais change de direction. Cette vitesse ΩR a pour composantes $\Omega R \sin \alpha$ suivant la verticale descendante, $\Omega R \cos \alpha$ suivant PM. Elle admet par suite pour variations :

$$\Omega R \left| \sin(\alpha + \Omega h) - \sin \alpha \right| \quad \text{suivant la verticale,}$$

$$\Omega R \cos(\alpha + \Omega h) \sin \epsilon \quad \text{suivant la normale au disque,}$$

$$\Omega R \cos(\alpha + \Omega h) \cos \epsilon - \Omega R \cos \alpha \quad \text{suivant la direction PM.}$$

D'où pour les composantes correspondantes de l'accélération :

$$\gamma'_V = \Omega R \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha + \Omega h) - \sin \alpha}{h} = \Omega^2 R \cos \alpha,$$

$$\gamma'_N = \Omega R \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(\alpha + \Omega h) \sin \omega h}{h} = \Omega \omega R \cos \alpha,$$

$$\gamma'_P = \Omega R \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(\alpha + \Omega h) \cos \omega h - \cos \alpha}{h} = -\Omega^2 R \sin \alpha.$$

Par suite, au total, nous aurons comme composantes de l'accélération :

$$\Gamma_V = \Omega^2 R \cos \alpha,$$

$$\Gamma_N = 2\Omega \omega R \cos \alpha,$$

$$\Gamma_P = -(\Omega^2 + \omega^2) R \sin \alpha.$$

Si l'on associe au point M le point M_1 de l'anneau situé sur la même verticale, les valeurs de γ_V correspondantes sont égales et opposées; il en est de même des forces d'inertie $-m \gamma_V$ qui forment ainsi un système nul, en associant les points sur une même horizontale, on voit qu'il en est de même pour les forces $-m \gamma_P$.

Prenons maintenant les quatre points M , M_1 , M_2 , M_3 deux à deux symétriques par rapport aux diamètres vertical et horizontal de l'anneau. Les forces d'inertie $-m\gamma_N$ appliquées aux éléments de même masse placés en M et M_3 sont égales et parallèles et se composent en une seule appliquée au milieu P situé sur le diamètre vertical; leur résultante a pour mesure $-4m\Omega\omega R \cos\alpha$.

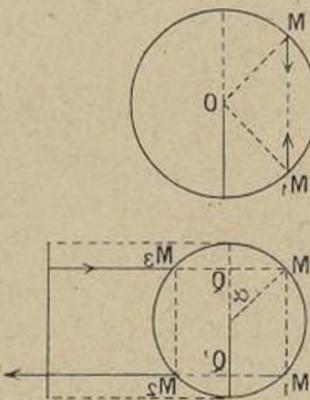


Fig. 62.

Les forces d'inertie fournies par M_1 et M_2 se composent en une force appliquée en P' , égale à la précédente et de sens opposé. L'ensemble de ces deux résultantes partielles forme un couple ou torque d'axe Oy ayant pour mesure :

$$4m\Omega\omega R \cos\alpha \times 2R \cos\alpha.$$

ou

$$4\Omega\omega R^2 m (1 + \cos 2\alpha).$$

Nous aurons le torque total en prenant la somme des valeurs précédentes quand α varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$. Il vient

$$C = 4\Omega\omega R^2 \sum m(1 + \cos 2\alpha).$$

Or

$$\sum m = \frac{M}{4} \quad (M, \text{masse totale de l'anneau});$$

$$\sum m \cos 2\alpha = 0,$$

comme on le reconnaît en associant des éléments de même masse symétrique par rapport à la droite $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Ainsi

$$C = 4\Omega\omega \frac{M}{4} R^2 = \Omega\omega I,$$

car MR^2 n'est autre que le moment d'inertie de l'anneau.

Si l'on avait eu, au lieu d'un anneau, un disque plein ou évidé, on aurait eu à sommer les expressions $\Omega\omega \cdot MR^2$ pour le disque en question, ce qui donne encore

$$C = I\Omega\omega.$$

Telle est la grandeur du torque de réaction gyrostatique dû à la précession forcée.

Si l'axe de rotation d'entraînement, au lieu d'être confondu avec un diamètre du disque, lui est parallèle, ce changement a pour seul effet de faire apparaître une réaction d'inertie appliquée au centre de gravité; mais rien n'est changé aux mouvements de rotation considérés.

Le disque, situé à une distance ωl de l'axe de rotation, aurait une translation de vitesse l , proportionnelle à l . D'où une accélération dirigée vers l'axe $\omega^2 l$, une force d'inertie $-\omega^2 m l$, et si l'on a un empilement de disques, $-\omega^2 M \cdot l$. Ainsi l'expression de C s'étend par le fait au cas d'un solide de révolution quelconque, par décomposition en une série de disques circulaires infiniment minces disposés parallèlement.

18. Conclusion. — Les aperçus théoriques que nous venons de présenter dans les Chapitres II et III, pour réduits qu'ils soient, suffiront à rendre compte, en raison du fonctionnement de mécanismes variés utilisés dans des applications à l'exposé desquelles est consacré le Chapitre suivant.

CHAPITRE IV.

EXEMPLES D'EFFETS GYROSCOPIQUES : MOUVEMENTS ET FORCES EN JEU.

19. Cerceau. — 20. Bicyclette et motocyclette. — 21. Diabolo et bilboquet. — 22. Virage des automobiles. — 23. Navires : effets gyroscopiques dus aux virages, au tangage, au roulis. — 24. Aéroplanes.

Les lois du phénomène de la précession d'un corps tournant vont nous permettre, dans le présent Chapitre, de rendre compte qualitativement des particularités que présentent le cerceau, la motocyclette, le diabolo, etc., et, d'autre part, d'estimer quantitativement les efforts perturbateurs engendrés par l'effet gyroscopique sur le châssis des automobiles, sur la charpente des aéroplanes, sur la coque des navires.

19. **Cerceau.** — Soit un cerceau d'enfant qui roule sur le sol dans un plan vertical en s'éloignant de nous et qui possède, de ce fait, un certain moment cinétique par rapport à l'axe perpendiculaire à son plan mené par le centre.

Vient-il à s'incliner légèrement à gauche, son poids créera un torque autour de la tangente au point de contact avec le sol, et ce torque fera précesser le cerceau autour d'un axe sensiblement vertical; au lieu de s'abattre, le cerceau pivotera vers la gauche, la trajectoire du point de contact s'incurvera vers la gauche.

Essaie-t-on, avec le bâton, de faire tourner le cerceau plus rapidement vers la gauche, c'est-à-dire d'accélérer la précession : aussitôt le cerceau se redresse.

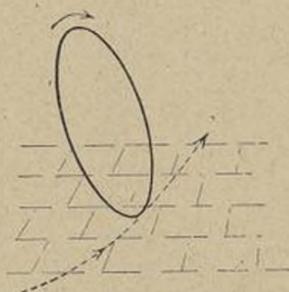


Fig. 63.

Prenons un cerceau léger et lançons-le dans un plan vertical; tandis qu'il est en l'air, frappons-le du doigt à l'extrémité d'un diamètre horizontal. Si le cerceau ne possède pas de rotation sur lui-même, il tournera autour d'un diamètre vertical.

Si on lui a imprimé, en le lançant, une rotation sur lui-même, il précessera autour d'un diamètre horizontal, conformément à la loi de Foucault.

20. Bicyclette et motocyclette. — Dans la bicyclette ordinaire, les jantes des roues sont si légères en comparaison du reste de la machine qu'elles ne sauraient exercer, par leur moment cinétique, une influence prépondérante sur le mouvement de l'ensemble. Toutefois on a pu se rendre compte, avec la roue détachée de Greenhill, que l'effet gyroscopique présenté par cette roue est sensible. L'effet en question entre en jeu quand le cavalier, se sentant tomber, à droite par exemple, tourne franchement son guidon à droite; le torque à axe vertical ainsi produit provoque une précession à axe horizontal, laquelle redresse la roue.

A vrai dire, la grosse part dans le phénomène revient à la quantité de mouvement linéaire, horizontale, due à la translation de la machine et du cavalier. Quand la roue avant est déviée par rapport à la roue arrière, la quantité de mouvement de l'ensemble arrière vient s'amortir partiellement sur la roue avant et lui imprime une impulsion dont une composante, dirigée dans le plan moyen de la roue, mène celle-ci suivant sa trajectoire, et dont l'autre composante, perpendiculaire au même plan, redresse la roue.

Une remarque en passant : si le frein était appliqué à la roue avant et non à la roue arrière, la machine aurait une plus grande tendance à déraper que si la quantité de mouvement de l'ensemble s'amortit sur une roue d'avant libre de poursuivre son chemin.

Une motocyclette comporte un lourd volant tournant rapidement dans le plan moyen de la machine et dans le même sens que les roues en marche directe. Dans tout virage, ce volant reçoit une précession forcée, laquelle engendre, du seul fait de ce volant, un torque de réaction gyroscopique autour de la droite des points de contact des roues avec le sol, torque qu'il faut équilibrer par un torque de pesanteur fourni par l'inclinaison du cavalier.

Ce cavalier se penchera donc plus au virage que si le volant ne tournait pas.

De là une chance plus grande de dérapage aux tournants qu'avec une bicyclette ordinaire.

Il ne faut pas d'ailleurs s'exagérer la chose, et rien ne vaut la mise en chiffres pour se former l'opinion.

Soit une motocyclette pesant, cavalier compris, 140kg , faisant à 32km à l'heure un virage de 8m de rayon. Son volant, pesant 15kg , est formé par un disque de $0^{\text{m}},12$ de rayon tournant à 1800 tours à la minute. Voyons à estimer la déviation latérale du centre de gravité *due au volant*.

(supplémentaire de celle due à la force centrifuge et à la rotation des roues).

On a

$$\Omega = \frac{1800\pi}{30} = 60\pi; \quad \omega = \frac{32000}{60 \times 60 \times 8} = \frac{10}{9},$$

$$I = \frac{1}{2} \times \frac{15}{9,81} \times 0,12^2 = \frac{15 \times 0,0072}{9,81},$$

$$I\Omega\omega = \frac{600\pi \times 15 \times 0,0072}{9 \times 0,81} = 2^{kgm}, 3.$$

La distance de la verticale du centre de gravité à la droite des points de contact sera, pour donner un torque de pesanteur équilibrant celui-là,

$$d = \frac{2,3}{140} = 0^{mm}, 017.$$

Ainsi le volant nécessitera une déviation supplémentaire de 17 mm.

21. Diabolo et bilboquet. — Le jeu de diabolo est d'ordinaire accompagné d'une notice contenant des conseils aux débutants : il nous sera aisément de justifier ces conseils.

Le diabolo est un solide de révolution constitué par deux cônes tronqués identiques réunis par leurs petites bases. A l'aide d'une corde mise en mouvement par deux baguettes, on lui imprime un mouvement de rotation assez rapide, sensiblement autour de son axe de figure disposé à peu près horizontalement, et, en même temps, on le lance en l'air.

Comme l'axe de figure est axe principal d'inertie, il conservera durant le jet une direction invariable quasi horizontale. Grâce à ce fait, on peut aisément rattraper le diabolo, à la descente, sur la corde.

Imaginons que la bobine soit mise en rotation comme l'indique le croquis, à l'aide de la main droite levant le

brin menant de la ficelle, et que la partie avant vienne à plonger. Pour ramener l'axe du diabolo à l'horizontalité, le joueur doit reculer la main droite pour exercer avec le brin menant une pression sur la partie montante de la toupie (fig. 64).

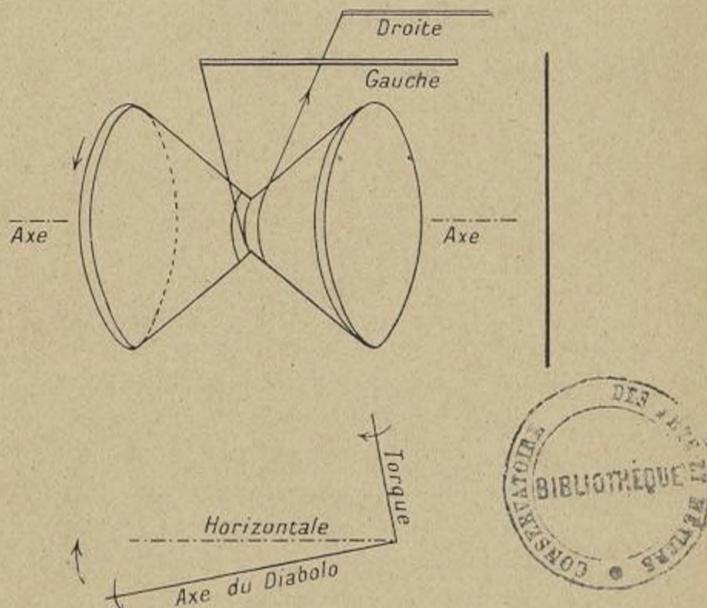


Fig. 64.

En effet il créera ainsi un torque autour d'un axe perpendiculaire à celui de la bobine, et comme ce dernier axe tend à se porter vers l'axe du torque (les deux axes ayant le même sens), la partie basse de la bobine s'élèvera, comme l'indique le croquis. On raisonnera de même si c'est la partie arrière qui plonge, ou si la bobine est mise en mouvement par la main gauche. On est ainsi conduit à formuler cette règle : Pour ramener l'axe à l'horizontalité, on doit tirer le brin menant de la corde sur la partie de la bobine qui se soulève.

Soit maintenant à changer l'orientation du diabolo, à le faire tourner à droite du joueur par exemple, la mise en rotation étant faite comme tantôt. Il faut maintenant créer un torque autour d'un axe horizontal perpendiculaire à l'axe du diabolo, dans le sens de la flèche (qui est le sens de la rotation de la bobine), comme le marque le croquis (fig. 65) : le joueur le créera en tirant la bobine légèrement

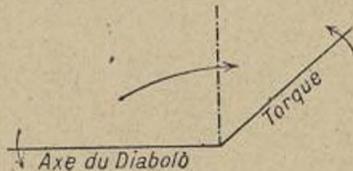


Fig. 65.

à lui par la traction sur les deux baguettes, ou, s'il ne veut pas déplacer la bobine, en changeant le point d'appui de la corde pour le rapprocher légèrement de son corps. Pour tirer ainsi à soi la bobine par le dessous, il convient d'ouvrir les deux brins d'un grand angle, faute de quoi on ne ferait qu'abaisser la partie la plus proche de soi (le brin menant sur la partie conique prenant avance sur le brin mené).

Si l'on entraîne le diabolo de la main gauche, en tirant sur la main droite, on fait plonger l'avant; en tirant sur les deux mains, on provoque une rotation vers la gauche; en tirant sur la main gauche quand l'arrière plonge, on accentue ce plongeon.

Revenons à la mise en rotation du diabolo; il est rare que les deux brins de la corde soient exactement dans un même plan et que ce plan soit perpendiculaire à l'axe de révolution; aussi la rotation qu'on veut produire autour de cet axe est-elle accompagnée d'un tremblement dû à une rotation variable autour d'un axe transverse. Ce tremblement disparaît si l'on persiste dans la mise en train. Cela tient à ce que l'axe de révolution est l'axe de moment

d'inertie minimum, avec lequel l'axe instantané de rotation tend à venir coïncider.

Si les axes principaux d'inertie de la bobine étaient égaux, le moment d'inertie serait le même par rapport à n'importe quel diamètre : la bobine n'aurait pas de tendance à tourner autour de son axe de figure qui vagabondierait dans l'espace d'une manière incohérente.

Une enveloppe conique pesante, également saillante de part et d'autre du sommet et ayant pour demi-angle au sommet $\text{arc tang } \sqrt{2}$, satisferait à cette condition; mais la réalisation matérielle d'une telle enveloppe est impraticable.

Toutefois l'addition de matière dans les angles AOB, A'OB' d'une part, AOB', A'OB d'autre part (fig. 66),

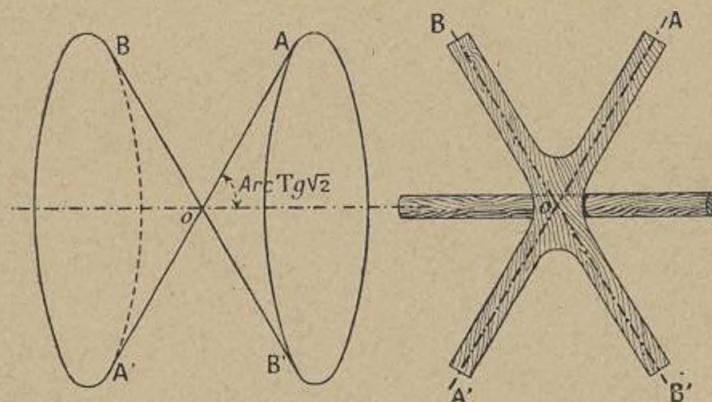


Fig. 66.

augmente respectivement le moment d'inertie par rapport à l'axe de révolution et par rapport à l'axe transverse : on conçoit qu'elle puisse maintenir l'égalité entre ces moments.

En novembre 1907, C.-V. Boys a présenté à la Société de Physique de Londres un diabolo ainsi formé.

Sa bobine était percée d'un trou axial tel que le moment

d'inertie par rapport à l'axe de révolution était plus grand que par rapport à l'axe transverse.

Elle se mettait facilement en marche et se montrait très stable. L'introduction d'une petite cheville dans le trou égalisait rigoureusement les moments d'inertie, et rendait impossible la mise en rotation permanente.

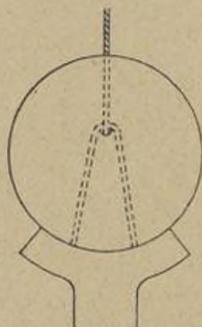


Fig. 66 bis.

Poussait-on la cheville au delà de sa position moyenne, de manière à décentrer le système : le diabolo recouvrait sa stabilité, mais le déplacement du centre de gravité entraînait une précession ; l'axe du diabolo restait horizontal, mais tournait dans le plan horizontal du centre.

D'après Boys, l'instabilité exige une égalisation précise des moments d'inertie : si l'on mesure ceux-ci par l'emploi d'un fil de torsion, avec un écart de périodes d'oscillations de $\frac{1}{35}$, il y a encore une stabilité aisée ; il faut que cet écart descende au-dessous de $\frac{1}{100}$ pour obtenir l'incohérence signalée.

Le jeu de bilboquet consiste à lancer une boule percée d'un trou diamétral et suspendue à une corde qui s'attache à l'extrémité du diamètre du trou, puis à rattraper à la volée cette boule sur une pointe présentant la forme con-

juguée du trou et à la poignée de laquelle est attachée la corde.

A cet effet, on commence par donner à la boule une certaine rotation de l'axe du trou, que prolonge la direction

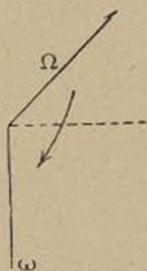


Fig. 67.

de la ficelle tendue. Puis on enlève, par une traction brusque exercée sur la corde, la boule dont l'axe de rotation ne se déplace pas d'une façon appréciable. L'orientation du trou étant connue, il est assez aisément de recevoir la boule sur la pointe.

22. Automobiles. — Une voiture automobile comporte d'ordinaire un arbre moteur disposé horizontalement; sur cet arbre est monté un volant qui tourne de gauche à droite pour un observateur regardant dans le sens de la marche en avant. Quand on effectue un virage, le volant subit une précession forcée autour de la verticale du centre du virage, et par suite il exerce un torque de réaction gyrostatique dans le plan vertical passant par l'axe de l'arbre moteur. Ce torque, transmis du volant à l'arbre et de l'arbre au châssis, a pour effet : 1^o d'exercer une flexion sur l'arbre; 2^o de décharger l'un des essieux et de surcharger l'autre.

Voyons à juger de l'importance de ce torque, en prenant

une voiture de modèle commercial usuelle pour laquelle le volant du moteur, en acier coulé, servant d'ailleurs de partie femelle de l'embrayage à cône, pèse 60 kg et a pour rayon de gyration 0^m,25. Supposons que le volant tourne à 1500 tours par minute et que l'auto fasse à 40 km à l'heure un virage de 40 m de rayon. On a

$$I = \frac{60}{9,81} \times 0,25^2 = 0,38; \quad \Omega = \frac{1500\pi}{30} = 50\pi;$$

$$\omega = \frac{40000}{60 \times 60 \times 40} = 0,28;$$

$$C = 0,38 \times 50\pi \times 0,28 = 16^{kgm},50;$$

Si la voiture vient à déraper, elle peut faire un « tête à queue » en une seconde; alors

$$\omega = \pi = 3,1416 = 0,28 \times 11,22.$$

Le torque précédent se trouve multiplié par 11,2 :

$$C' = 16,50 \times 11,22 = 185^{kgm}.$$

Avec un écart d'essieux de 1^m,85, l'un des essieux serait déchargé de 100 kg et l'autre surchargé d'autant. Mais c'est là un cas d'exception; dans l'exemple précédent, ce chiffre se réduirait à 9 kg.

Admettons que l'arbre ait 50 mm de diamètre; son module de flexion sera

$$\frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi R^3}{4} = 0^{m^3},0000975;$$

le torque de 185 km donnera alors une fatigue supplémentaire du métal, agissant dans des sens alternatifs en raison de la rotation de l'arbre sur lui-même et intervenant dans l'estimation de la fatigue totale conformément à la loi de

Wöhler, de

$$\frac{185}{0,0000975} = 1900\,000 \text{ kg/m}^2,$$

ou, si l'on rapporte la fatigue au millimètre carré, 1 kg,9.
L'arbre doit être prévu pour tolérer ce supplément de fatigue éventuellement.

23. Navires. — On s'est fortement intéressé à l'influence de l'effet gyroscopique sur les navires actionnés par des turbines à vapeur, lors de la perte du contre-torpilleur anglais le *Cobra* en 1901. Une série de lettres émanant d'ingénieurs et autres personnes parurent alors dans les journaux techniques, notamment dans *Engineering*, lettres plus ou moins instructives, mais dont la conclusion générale est correcte : l'effet gyroscopique ne peut produire de réactions capables de compromettre la sécurité d'un bâtiment.

L'axe d'une turbine propulsive est disposé suivant le sens longitudinal du navire; le roulis, ou déplacement angulaire autour d'une droite parallèle à cet axe, sera donc sans influence sur les masses tournantes, quelque grandes qu'elles soient. Au contraire, le tangage et le changement de cap ou virage produisent des précessions forcées de ces masses, lesquelles précessions font naître des réactions sur les supports et par suite sur la coque, et des efforts de flexion sur l'arbre de la turbine. Nous allons estimer les torques de réactions gyroscopiques correspondants, dans trois exemples pour lesquels nous donnerons des caractéristiques précises, à savoir le cas d'un grand transatlantique, celui d'un torpilleur de haute mer et celui d'un paquebot de la Manche.

Pour le *Carmania*, le poids total des rotors de turbines, au nombre de trois, est de 200 tonnes; chacun des arbres latéraux prenant $\frac{2}{5}$, l'arbre central $\frac{1}{5}$ du poids total; le

rayon de gyration commun est de $1^m,20$. Le moment d'inertie est donc, pour les arbres latéraux,

$$I = \frac{2}{5} \times \frac{200}{9,81} \times 1,2^2 = 11,74 \frac{\text{tonnes}}{\text{g}} \cdot \text{m}^2$$

et $5,87$ pour l'arbre central.

Les turbines tournent à 200 tours par minute; par suite

$$\Omega = \frac{200\pi}{30} = 20,96 \text{ rad/sec.}$$

Supposons qu'un changement de cap se fasse à raison de $\frac{3}{4}$ de degré à la seconde; cette évolution donnera comme vitesse de précession autour d'un axe vertical

$$\omega = \frac{3}{4} \times \frac{2\pi}{360} = 0,0132 \text{ rad/sec.}$$

Le torque de réaction correspondant à ce virage est de

$$C = I\Omega\omega = 3,25 \text{ mètres-tonne};$$

ce torque autour d'un axe horizontal perpendiculaire au plan médian longitudinal du bâtiment équivaut à celui que formeraient, sur deux paliers distants de 12^m , deux réactions de sens opposés valant chacune 270kg , ces réactions verticales restant constantes durant le virage. Les effets de telles réactions sur la coque du navire sont quasi imperceptibles.

Supposons maintenant que le même bâtiment soit soumis à un tangage, ou oscillation, balancement de l'avant à l'arrière, ayant pour période 6 secondes et pour amplitude totale, ou inclinaison de part et d'autre de l'horizontale, de 12° . Si $\varphi = \varphi_0 \sin Kt$ est l'expression de l'angle d'inclinaison horizontale, on a pour vitesse angulaire de ce mouvement de rotation $\omega = K\varphi_0 \cos Kt$, vitesse dont le maximum est $K\varphi_0$. A cause de la périodicité, si T est

la période, on a

$$KT = 2\pi; \quad \text{d'où } \omega = \frac{2\pi\varphi_0}{T};$$

et φ_0 est la plus grande valeur de φ en radians. Ici, on a

$$T = 6^{\circ}; \quad \varphi_0 = 6 \times \frac{2\pi}{360} = \frac{\pi}{30};$$

donc

$$\omega_m = \frac{2\pi^2}{6 \times 30} = 0,1032 \text{ rad/sec.}$$

Ainsi la vitesse angulaire maxima de tangage est environ 8 fois plus forte que celle de virage. Le torque correspondant sera

$$G_m = 26 \text{ mètres-tonne};$$

il tend à faire tourner l'arbre autour d'un axe vertical, exerçant sur les paliers des forces horizontales et alternatives : ces réactions de tangage sont inversées en effet deux fois durant chaque période. Ce sont des efforts notables, mais tout à fait incapables de provoquer la rupture de la coque, celle-ci fût-elle aussi légèrement construite que celle du *Cobra*. D'ailleurs les turbines du *Cobra* étaient très petites en regard de celles envisagées ici.

Si les deux turbines latérales, qui tournent en sens inverse sont seules à marcher, les torques appliqués à la coque sont équilibrés ; les effets gyroscopiques se compensent.

Mais il se produit des efforts intérieurs dans l'appareillage du bâti. Ceux-ci ne prendraient d'importance que dans le cas où leur période viendrait à coïncider avec une oscillation libre de la coque envisagée comme système élastique, cas qui ne paraît pas bien vraisemblable.

Pour un torpilleur de haute mer, le poids de chaque rotor est de 6 tonnes ; le rayon de gyration de 0^m,60 ; le nombre de tours par minute de 900. Le changement de cap

est à évolution plus rapide, à raison de 3° par seconde :

$$I = \frac{6}{9,81} \times 0,36 = 2,2 \frac{\text{tonnes}}{\text{g}} \cdot \text{m}^2 \text{ pour chaque rotor;}$$

$$\Omega = \frac{900\pi}{30} = 30\pi;$$

$$\omega = 2\pi \times \frac{3}{360} = \frac{\pi}{60} = 0,0523 \text{ rad/sec.}$$

Si les deux arbres tournaient dans le même sens, on aurait pour le virage :

$$C = 2 \times 2,2 \times 30\pi \times \frac{\pi}{60} = 2,175 \text{ mètres-tonne.}$$

Si le tangage avait la même amplitude et la même période que tout à l'heure, ω_m valant à peu près deux fois ω , le torque de réaction correspondant serait double de C. Le premier torque était à axe horizontal, le second est à axe vertical.

Pour un paquebot de la Manche, d'après C.-A. Parsons, le poids de chaque rotor est de 7 tonnes, le rayon de 0^m.55, la vitesse de 700 tours. L'évolution se fait comme pour le transatlantique, et l'on admet le même tangage maximum :

$$I = \frac{7}{9,81} \times 0,3025 = 0,216 \frac{\text{tonnes}}{\text{g}} \text{ m}^2,$$

$$\Omega = \frac{700\pi}{30} = 73,3;$$

$$\omega = 0,0132; \quad \omega_m = 0,1032.$$

Les torques de virage et de tangage sont :

$$C = 0,42 \text{ m/t}; \quad C_m = 3,36 \text{ m/t}.$$

Nous n'insisterons pas sur la question de concordance des vibrations, forcées et libres, de la coque; elle regarde l'architecture navale; mais on peut affirmer que cette concordance est d'une probabilité infiniment petite.

Dans les paquebots à roues à aubes, ces roues constituent deux volants calés sur un unique arbre transversal au navire;

leur vitesse angulaire est modérée, mais leur masse est considérable. Cette fois, le tangage ne crée pas de précession forcée, mais le roulis en donne une.

Exemple : poids de chaque roue, 50 tonnes; rayon de gyration, 2^m,50; vitesse de rotation, 50 tours à la minute; évolution à 3° par seconde; roulis à période de 5 secondes et d'amplitude de 15° (de part et d'autre de la verticale) :

$$I = 2 \times \frac{50}{9,81} \times 2,5^2 = 63,7 \frac{\text{tonnes}}{\text{g}} \cdot \text{m}^2$$

$$\Omega = \frac{50\pi}{30} = 5,24 \text{ rad/sec};$$

$$\omega = \frac{3 \times 2\pi}{360} = 0,0524 \text{ rad/sec};$$

$$\omega_m = \frac{2\pi}{5} \times \frac{15 \times 2\pi}{360} = \frac{\pi^2}{30} = 0,31 \text{ rad/sec};$$

$$C = 17,5 \text{ mètres-tonnes};$$

$$C_m = 10,4 \text{ mètres-tonnes}.$$

Le torque de virage est capable d'incliner le paquebot de 1°.

Le torque de roulis, qui agit fréquemment, produit dans l'arbre porte-roues des efforts de flexion de sens alternés et relativement considérables; son influence, en raison de la loi de Wöhler sur la répétition des efforts alternés, est sérieuse, et il ne semble pas qu'on en tienne assez compte, eu égard à la rapide détérioration de ces roues.

Exercice. — Dans le torpilleur *Tartar*, l'arbre propulseur est un cylindre de 0^m,10 de rayon, de masse de 12 tonnes, tournant à 750 tours par minute. Le bâtiment fait un virage de 600^m de rayon à la vitesse de 35 nœuds (¹). Calculer

(¹)Nœud = 0^m,5144 à la seconde;

» = 1 mille à l'heure;

» = 1852^m à l'heure;

(Décision ministérielle de 1906.)

le torque de réaction :

$$I = \frac{t}{2} \times \frac{12}{9,81} \times 0,01 = 0,00611;$$

$$\Omega = \frac{750\pi}{30} = 25\pi = 78,54 \text{ rad/sec};$$

$$\omega = \frac{0,5144 \times 35}{600} = 0,03 \text{ rad/sec};$$

$$C = 0,0154 \text{ m/t} = 15^{\text{kgm}},4.$$

24. Aéroplanes. — Dans les aéroplanes, les torques gyroscopiques provoqués par la précession forcée des masses tournantes — à savoir les hélices et les moteurs rotatifs tels que le Gnôme — jouent un rôle plus important que dans les navires, car : 1^o ces masses forment maintenant une partie notable de la masse totale; 2^o ces appareils n'ont pas une grande stabilité naturelle.

L'axe de l'appareil étant dirigé dans le sens de la marche, le roulis ne produit pas d'effet gyroscopique; le virage ou évolution autour d'un axe vertical provoque un torque autour d'un axe horizontal transversal à la machine, lequel, transmis par l'arbre aux paliers et par eux à la charpente, fait cabrer la machine ou la fait piquer du nez, suivant le sens du virage; le tangage, ou mouvement de montée ou de descente comportant une rotation autour d'un axe horizontal transversal à l'appareil, fait faire à la machine une embardée à droite ou à gauche.

Le torque gyroscopique de virage est le plus à redouter; l'aviateur doit en effet l'équilibrer graduellement par la manœuvre de ses gouvernails, s'il ne veut pas s'exposer à prendre un angle d'attaque négatif et à piquer vers le sol; or l'importance de ce torque est très variable avec la vitesse suivant laquelle on prend le virage.

Donnons un exemple. La partie tournante du moteur en avant du pilote est de 60^{kg}; son rayon de gyration est

de $0^m,30$; elle tourne à 1600 tours par minute, dans le sens des aiguilles d'une montre pour le pilote.

L'hélice, à trois ailes, pèse 8kg et a un rayon de gyration de $0^m,75$. A l'allure de 80km à l'heure, on prend vers la droite un virage de 100^m de rayon.

D'après le principe de Foucault, le torque gyroscopique tendra à faire plonger l'avion :

$$I = \frac{60 \times 0,3^2}{9,81} + \frac{8 \times 0,75^2}{9,81} = 0,550 + 0,460 = 1,010;$$

$$\Omega = \frac{160\pi}{3} = 167,5;$$

$$\omega = \frac{80\,000}{60 \times 60 \times 100} = 0,22\dots;$$

$$G = 37^{\text{kgm}}, 22.$$

Les pales d'hélices ne constituent pas un solide de révolution; elles équivalent à un tel solide dans le cas de plus de deux ailes. Dans le cas de deux ailes, le torque gyroscopique est plus complexe; il varie rapidement en grandeur et direction; sa partie principale agit comme le torque du moteur, mais varie deux fois par tour de 0 à $2I_1\Omega\omega$, I_1 étant le moment d'inertie de l'hélice.

Avec les appareils genre Wright à deux hélices tournant dans des sens inverses et bien synchronisées, les deux torques gyroscopiques se font équilibre pour les hélices, et celles-ci ne provoquent pas de tangage : il se produit cependant des efforts intérieurs agissant sur la carlingue du moteur.

Dans les exemples que nous avons envisagés, l'effet gyroscopique a joué plutôt un rôle nuisible dont, par méfiance, nous nous sommes appliqués à estimer l'importance. Au contraire, dans les applications ultérieures, ce même effet jouera un rôle utile qu'on s'ingéniera à exploiter.

CHAPITRE V.

APPLICATIONS DES GYROSTATS.

25. Automotrices monorails : *Brennan, Scherl, Schilowsky*. — 26. Automobile bicycle *Schilowsky*. — 27. Stabilisation de route des torpilles automobiles : *a.* torpilles *Whitehead Obry*; *b.* torpilles *Gazelowsky, Bliss*; *c.* torpilles *Howell*. — 28. Collimateur gyroscopique *Serson-Fleuriais*. — 29. Amortisseurs de roulis *Schlick et Sperry*. — 30. Gyrocompas : *a.* *Anschütz, Kaempfe*; *b.* *Sperry*. — 31. Stabilisation automatique des aéroplanes. — 32. Redressement de l'axe flexible des turbines à vapeur de *De Laval*. — 33. Notions sur la dérivation des projectiles rayés.

Les phénomènes gyroscopiques interviennent dans les applications industrielles les plus variées.

I. *Transports*. — Le gyroscope assure la marche en équilibre stable d'un lourd wagon circulant sur un rail terrestre unique.

Automotrices monorails : *Brennan, Schilowsky, Scherl*.

Il est utilisé de la même manière dans l'automobile gyroscopique à deux roues *Schilowsky*.

II. *Marine*. — *a.* Il est aussi l'élément essentiel de la stabilisation de marche des torpilles automobiles.

Torpilles : *Whitehead-Obry, Gazelowsky, Howell*.

b. Il fournit, pour faire le point en mer, un horizon artificiel.

Collimateur gyroscopique *Serson-Fleuriais*.

c. Il permet d'amortir le roulis des navires.

Amortisseurs de roulis : *Schlick, Sperry*.

d. Il se substitue à la boussole dans la conduite des bâtiments.

Gyrocompas : *Anschütz, Sperry.*

III. Aviation. — Il se prête à la stabilisation automatique de la marche des aéroplanes.

Stabilisateurs : *Maxim, Regnard, L'Hortet et Marguet. Lucas Girardville.*

IV. Turbines à vapeur. — L'utilisation de l'effet gyroscopique a permis de réaliser de très grandes vitesses de rotation.

Axe flexible des turbines de *De Laval.*

V. Balistique. — Enfin la considération du même effet a rendu compte du singulier et important phénomène de la dérivation des projectiles.

La complexité et l'importance de toutes ces applications ne nous permettra pas, vu le cadre limité de notre ouvrage, de les étudier complètement en détail : nous examinerons de près les plus caractéristiques et nous nous limiterons à des aperçus pour les autres.

25. Automotrices monorails. — C'est en 1905 que Louis Brennan a présenté des modèles réduits pour assurer la stabilité d'un wagon circulant sur un rail unique et ayant son centre de gravité *au-dessus* du niveau du rail. Il obtint des crédits pour des essais en grand, moyennant le droit pour le Gouvernement anglais d'exploiter le brevet pour des usages militaires.

Les avantages attendus du système proposé étaient : 1^o une stabilité et une sécurité permettant d'aborder de très grandes vitesses; 2^o la possibilité d'établir des voies très économiques et de simplifier les ouvrages d'art; 3^o l'entretien facile des voies par suppression du parallé-

lisme de deux files de rails. Son emploi paraissait indiqué pour les chemins de fer d'exploitation coloniale.

En mai 1907, L. Brennan présentait à la Royal Society de Londres le dispositif que nous allons décrire. C'est l'action gyrostatique qui est utilisée pour maintenir le wagon en équilibre. L'appareil, entièrement automatique, est à la fois le système nerveux qui décèle le besoin d'appliquer à la voiture un torque redresseur et le système musculaire ou mécanisme qui applique ce torque.

Dans le véhicule sont placés deux gyrostats dont les axes sont alignés transversalement au rail. Les rotors W et W', actionnés par des moteurs, tournent autour des axes AA, A' A' à la même vitesse, mais en sens inverses, comme l'indiquent les flèches. Ces rotors sont contenus respectivement dans deux carters où l'on a fait un vide à peu près complet pour diminuer les résistances, lesquels carters sont mobiles l'un autour d'un axe BB, l'autre autour d'un axe parallèle B' B' (fig. 68).

Les arbres BB, B' B' sont montés sur un cadre en double fourche, qui peut tourner d'un bloc autour d'un axe O porté par le véhicule et qui est parallèle au rail. Ces arbres sont reliés par un système de roues dentées B, B', situées au-dessus des carters, qui oblige les carters à prendre à l'occasion, en même temps, des précessions égales et de sens opposés : alors naturellement les axes des gyros cessent d'être en ligne droite. On observera que les torques gyroscopiques des deux carters sont de même sens, puisque les rotations propres s'effectuent, ainsi que les précessions, en sens contraires.

Quand la voiture se tient d'aplomb en équilibre, les plans moyens des gyrostats sont verticaux, leurs axes normaux au rail. Supposons alors qu'un torque soit appliqué à la voiture — produit par un coup de vent ou par le déplacement d'une partie de la charge — tendant à faire pencher

la voiture autour du rail, par exemple à droite dans le sens de la marche.

Par suite de leur grande vitesse de rotation, les axes des gyros garderont leurs directions, et la voiture tournera

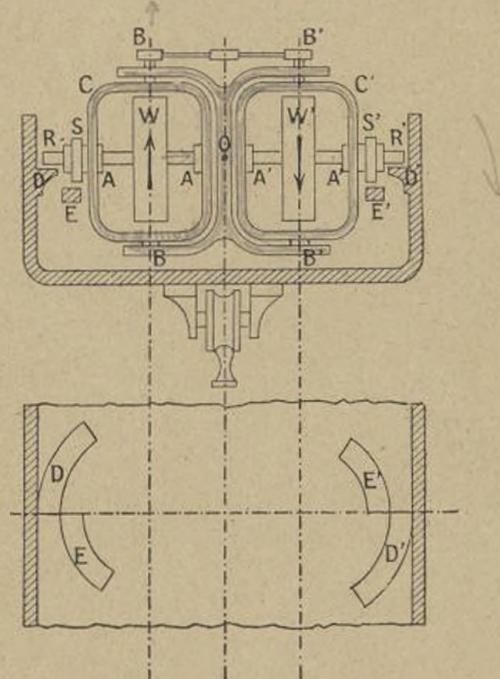


Fig. 68. — Monorail de Brennan.

relativement aux gyrostats. De ce fait, une console en arc de cercle D, fixée à la charpente du véhicule, vient prendre contact avec l'arbre tournant R du gyrostat de gauche. La pression provoque une précession autour de l'axe vertical BB. Cette précession est accélérée par le roulement de l'arbre R sur la console, conséquence du frottement entre les deux organes; ledit roulement se fait vers l'avant pour l'observateur, et il entraîne l'autre arbre R' dans un déplacement symétrique. Il en résulte un torque de réaction

gyrostatique autour d'une horizontale perpendiculaire à l'axe du gyro, appliqué par l'arbre à la console guide et de là au véhicule. Ce torque, dû à l'accélération forcée de la précession, est suffisant pour redresser la voiture et pour l'incliner en sens inverse.

Si le véhicule s'était incliné vers la gauche, les mêmes phénomènes se seraient passés, mais le torque redresseur eût été exercé par le bout d'arbre R' sur la console circulaire D' qui, à droite, vient vers l'observateur, tandis qu'à gauche D s'en éloigne.

On voit sur le croquis que la charpente de la voiture porte deux autres guides circulaires E, E', disposés pour venir éventuellement en contact avec des roulettes ou galets S, S' montées sur des manchons terminant les carters et qui tournent sur eux à frottement doux. Le guide E avance à gauche vers le spectateur, le guide E' à droite s'en éloigne.

Il est évident que, par suite de la précession des gyrostats provoquée par la pression du guide D sur l'extrémité R de l'arbre tournant, le galet S' a été amené au-dessus du guide E'. Par conséquent, lorsque la voiture a été portée vers la gauche en raison du torque de réaction gyrostatique, dont l'action cesse avec le contact de R et de D, la console E' s'est trouvée soulevée et est venue en contact avec le galet S'. Une précession de sens opposé à la précédente se produit, mais il n'y a plus maintenant d'accélération de cette précession; au contraire il y a un ralentissement, en raison du frottement du manchon de carter sur la douille du galet, mais ce ralentissement est minime. La précession que prennent les gyrostats sous la pression du guide E' sur le galet S' les ramène vers leur position moyenne, et le retardement produit un petit couple de réaction gyrostatique qui maintient le contact sans altérer sensiblement l'inclinaison des axes sur l'horizon, et amène

le système dans le plan médian, avec une vitesse atténuée.

Par inertie, la position moyenne est dépassée, et, quand E' défait devant S', l'extrémité R' de l'arbre de droite se met à rouler sur la console D'; les gyrostats prennent une précession accélérée vers l'observateur, d'où résulte un torque inclinant la voiture de gauche à droite. La voiture, en penchant en sens inverse, met le guide E en contact avec le galet S; les axes des gyros sont encore ramenés dans le plan médian, puis R vient presser sur D et roule sur lui comme tantôt; d'où un nouveau torque appliqué à la voiture et dirigé de droite à gauche, et ainsi de suite.

En somme, sous l'influence d'un torque perturbateur, le véhicule oscille de part et d'autre d'une position d'équilibre, position adaptée à ce torque s'il est permanent, et qu'il encadre sous des angles qui diminuent rapidement d'amplitude; l'amortissement de ces oscillations est vraiment merveilleux, d'autant que les déviations des gyrostats ne sont pas bien appréciables.

Quand la voiture roule en courbe, les deux gyrostats exercent des torques de réaction gyrostatique égaux et opposés, qui s'équilibrivent; aussi la voiture prend-elle le virage sans éprouver la résistance gênante que provoquerait un gyrostat unique.

Elle s'incline simplement de manière que la résultante du poids et de la réaction centrifuge passe par le rail, comme le ferait un véhicule ordinaire sur une voie ayant partout le devers théorique.

En 1909, L. Brennan, subventionné par le War Office et l'India Office, fit des essais en grand. Son nouveau matériel fut expérimenté en novembre 1909 à Gillingham (Kent) et en février 1910 à New Brompton. Après avoir modifié de diverses manières le mode de fonctionnement des gyrostats dans la voiture, l'inventeur s'est arrêté au dispositif suivant (*fig. 69*).

Le but était de produire un torque de réaction gyroscopique plus considérable, c'est-à-dire d'accélérer davantage la précession des gyrostats. Brennan y est arrivé en utilisant un servomoteur à air comprimé, dont le sens d'action est commandé par un organe sensible au sens de déplacement de l'équipage gyrostatique pivotant. Dans la figure de droite où G est la coupe d'un gyro, B son carter, A la coupe du châssis de la voiture, on voit que la pré-

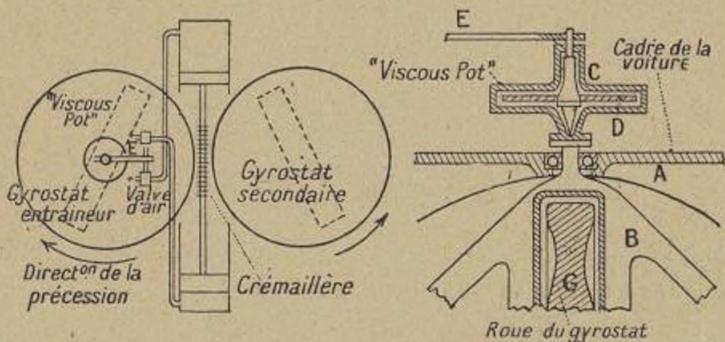


Fig. 69. — Dispositif redresseur de L. Brennan (1909).

cession de G entraîne la rotation d'un récipient extérieur C, appelé *Viscous Pot* parce qu'il est rempli d'un fluide visqueux; ce fluide entraîné par la précession entraîne lui-même un disque D coaxial à B, lequel disque D est solidaire d'un petit levier E. Au total, le déplacement de ce levier est proportionnel à $I \omega \Omega$, soit au torque perturbateur. La figure de gauche montre comment on amplifie le torque de réaction. Les carters contenant les gyrostats, munis de secteurs dentés, engrènent entre eux par l'intermédiaire d'une crémaillère mobile dans les deux sens et liée aux tiges de pistons actionnés à l'air comprimé. Si le gyrostat qui porte le « Viscous Pot » ou gyrostat entraîneur précessse comme l'indique la figure — la voiture penchant à droite — le levier E actionne la valve indiquée du côté de l'obser-

vateur, et par elle il pousse la crémaillère dans un sens accélérant la précession : il redresse ainsi le système. Le réglage de l'accélération dépend de la pression de l'air et du rapport des sections du cylindre et du tuyau qui y amène l'air. Si le système vient à dépasser la position médiane, un torque redresseur semblable est immédiatement appliqué de l'autre côté.

Une description détaillée du mécanisme est donnée dans *Engineering*, numéros du 21 novembre 1911 et suivants.

Voici les caractéristiques d'une automotrice de Brennan.

Poids à vide : 22 tonnes; chargement : 15 tonnes.

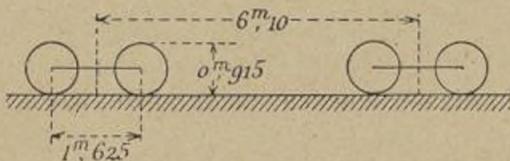


Fig. 70.

Dimensions : longueur 12^m; largeur 3^m,10; hauteur 4^m.

Gyrostats : diamètre 0^m,93; poids 750 kg; vitesse 3000 tours par minute; axes sur billes.

Commande par système pétrolo-électrique, à partir de deux moteurs à essence (l'un de 20, l'autre de 40 chevaux). Deux bogies (fig. 70) actionnés chacun par un moteur électrique attaquant les roues par l'intermédiaire de bielles. Voie Vignole de 31 kg,5.

Les gyros, tournant dans le vide, garderaient une vitesse suffisante même au bout de trois quarts d'heure d'interruption de courant; si cette vitesse tombait trop bas, deux supports seraient automatiquement libérés et mis en fonction de chaque côté du wagon.

Dans les essais, 43 voyageurs ont pu se masser d'un côté du véhicule sans aucun trouble; une pente de $\frac{1}{12}$ a été gravie sans peine, et l'on a passé d'une voie de 32^m de

rayon à la vitesse de 11 km,30 à l'heure, à une voie de courbure inverse de 10 m de rayon.

Vers la même époque, les Allemands Scherl et Frölich construisaient une voiturette monorail de même principe, aux deux points suivants près : 1^o les deux gyrostats, à rotations inverses, sont à axe vertical; leur principale précession se fait dans le plan longitudinal de symétrie de la voiture; 2^o le mécanisme de redressement, ou d'accélération de précession, est un appareil à pression d'huile.

Cette voiturette, essayée à la fin de 1909 au Tiergarten de Berlin et en janvier 1910 à Brooklyn, a les caractéristiques suivantes (*Scientist American*, 22 janvier 1910) :

Poids à vide : 2 t,5; charge : six personnes.

Dimensions : longueur 5 m,50; largeur 1 m,21; hauteur 1 m,07.

Gyrostats : diamètre 0 m,45; poids 57 kg; vitesse 8000 tours à la minute (vide).

Roues de 0 m,65 de diamètre, une seule motrice par boggie.

Les inventeurs Brennan et Scherl se sont mis d'accord pour l'exploitation en commun de leurs systèmes, Scherl ayant le droit d'exploitation aux États-Unis, en Allemagne et dans les colonies allemandes.

Le système monorail a été de suite appliqué industriellement. Dès la fin de 1910, le major Bellaine, de Seward (Alaska) a établi — en vue de l'exploitation des gisements houillers de Matameska, au nord de Seward — une voie monorail de 100 miles, soit 161 km, en service depuis 1912. A raison de deux voyages par jour à 32 km à l'heure avec deux voitures, le prix de revient total est de 25 000 francs par mile, soit sept fois moins cher qu'un chemin de fer à voie étroite équivalent.

Vers la même époque, l'ingénieur russe Schilowsky a imaginé un système de train monorail ne comportant qu'un seul gyrostat stabilisateur; un modèle réduit, construit par Basset-Lowke et C°, de Londres, a fonctionné avec

succès à l'Exposition de Londres de 1910 (cf. *Engineering*, 1910, I, p. 609).

Dans ce système, le gyroscope unique a son axe xx' disposé verticalement, et le volant est aussi libre, par

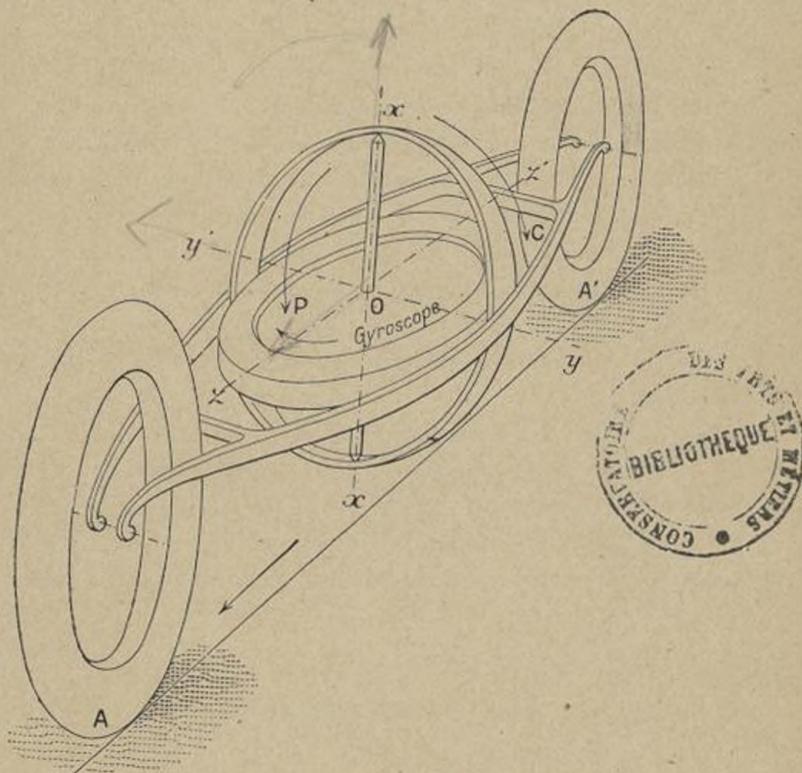


Fig. 71. — Schéma du dispositif stabilisateur Schilowsky.

l'intermédiaire de son cadre, de tourner autour d'un axe horizontal yy' , perpendiculaire au plan médian longitudinal de la voiture; les tourillons, qui portent cet axe s'engagent dans des coussinets solidaires du châssis (fig. 71).

Le volant et les autres masses mobiles avec lui autour de yy' sont disposés de manière que leur centre de gravité

soit *au-dessus* de cet axe de suspension. Considérons alors le véhicule tandis qu'il s'incline latéralement, à gauche, par exemple, dans le sens de la flèche C, sous l'influence d'une force perturbatrice quelconque; il entraîne l'équipage gyrostatique dont la rotation, autour de la droite AA' des points d'appui des roues, déclanche une précession du gyrostat dans le plan moyen longitudinal du wagon; cette précession forcée provoque, à son tour, un torque de réaction gyroscopique opposé au déversement du véhicule, neutralisant le torque perturbateur, mais n'arrêtant pas le mouvement de chavirement. Mais dès que la précession commence, le poids même des masses précessantes met en jeu un torque tendant à accélérer la précession; cette accélération fait naître un torque supplémentaire de réaction qui peut suffire à ramener la voiture à sa position normale.

Ce torque de redressement pouvant être insuffisant, M. Schilowsky introduit un dispositif supplémentaire pour accélérer davantage encore la précession, par l'action de deux lourds pendules placés respectivement de chaque côté de la voiture. Chacun de ces pendules oscille autour

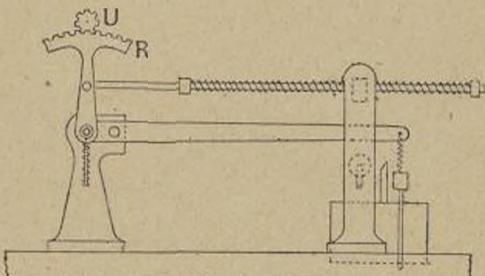


Fig. 72.

d'un axe parallèle au rail, mais il n'agit sur le gyroscope que durant la partie de son oscillation qui s'étend vers l'extérieur du véhicule.

Si la voiture penche à gauche, le pendule de gauche oblige un secteur denté R à embrayer avec un pignon U qui tourne déjà, lié qu'il est par d'autres roues dentées avec l'extrémité de l'axe du gyroscope. Comme le secteur denté R est calé et centré sur l'arbre yy' , la précession l'entraîne, le fait agir sur l'inclinaison de l'axe du gyro et dans un sens tel que cette précession se trouve accélérée. Quand le déplacement n'est que léger, l'accélération est réalisée par un simple frottement de contact entre le secteur et le pignon; une poussée sérieuse exige une emprise complète des dents.

Quand l'axe du gyro est incliné sur la verticale, tout virage de la voiture à gauche (direction opposée à celle de la rotation du volant), tend, d'après les lois de la précession, à accroître cette inclinaison, soit à accélérer encore plus la précession, tandis que le virage à droite produit l'effet opposé. Le secteur denté joue donc moins dans le premier cas que dans le second.

Tout le système stabilisateur est porté par une sorte de bogie ou de plate-forme intercalée entre deux véhicules dont l'un est moteur et l'autre traîné.

Le poids du gyrostat est compris entre $\frac{1}{15}$ et $\frac{1}{25}$ du poids total de la voiture, et les deux pendules ensemble font le $\frac{1}{3}$ du poids du gyrostat.

26. *Automobile bicycle*. — La *Wolseley tool and motor car Co* a construit vers 1914 une automobile à deux roues du système Schilowsky, faisant sur route le pendant du monorail qu'on vient de décrire.

Le gyroscope, mû électriquement, est constitué par un disque en acier forgé, de 1^m,016 de diamètre extérieur, muni d'une jante pesant 254kg, et tournant horizontalement à une vitesse de 1200 à 1500 tours par minute. Chacun des pendules pèse environ 50kg.

Un dispositif de sécurité, formé de deux bêquilles latérales, entre en action automatiquement et empêche la chute quand la vitesse du gyro s'abaissant à 1000 tours, n'assure plus l'équilibrage (une sonnerie avertit de la descente à 1150 tours). Ces bêquilles, munies de rouleaux caoutchoutés, permettent le roulement du véhicule.

Aux tournants raides, en vitesse, on actionne directement par une manette le mécanisme d'accélération de précession.

La majoration de prix sur une automobile à quatre roues de même importance est de 10 à 15 pour 100 (voir *The Engineer*, 13 janvier 1914; *Génie civil*, 14 juillet 1914).

27. Stabilisation de route des torpilles automobiles. — Une torpille automobile est un projectile explosif de grandes dimensions (de 5^m à 8^m,50 de longueur) destiné à se mouvoir sous l'eau, dans laquelle il décrit une trajectoire le menant à un objectif situé à une petite profondeur au-dessous de la surface libre (7 à 8^m). Ce projectile est lancé avec une faible vitesse (10 à 20^m par seconde) hors d'un tube placé horizontalement un peu au-dessus du niveau de l'eau, évitant ainsi le ricochet au contact de l'eau ou par un tube sous-marin. Son corps contient des appareils spéciaux de réglage et de propulsion, dont le jeu combiné assure automatiquement son immersion à la profondeur voulue et sa marche horizontale en avant avec une vitesse régulière dans les limites de la portée (de 600^m à une dizaine de kilomètres).

a. Torpilles Whitehead. — La première torpille automobile fut imaginée par un officier de la marine autrichienne, Luppis, dont l'idée fut mise en œuvre par Robert Whitehead, directeur des « Etablissements techniques de Fiume », vers 1866. La torpille Whitehead porte en elle-même, sous

forme d'air comprimé à la pression de 75 atmosphères, la force motrice nécessaire au fonctionnement d'un moteur Brotherhood à trois cylindres à simple effet, lequel moteur actionne un arbre longitudinal; celui-ci porte deux hélices propulsives de 0^m.35 de diamètre, tournant en sens contraire pour équilibrer les torques gyroscopiques.

Dès sa sortie du tube de lancement, la torpille doit gagner progressivement une immersion convenable pour laquelle elle a été préalablement réglée, et se maintenir à cette immersion jusqu'au bout de sa course. On obtient ce résultat à l'aide d'un gouvernail horizontal, manœuvré par un servomoteur qu'actionne le régulateur d'immersion : celui-ci est constitué par la combinaison d'un piston hydrostatique, dont le déplacement est proportionnel à l'enfoncement, et d'un lourd pendule dont l'action dépend de l'inclinaison de la torpille sur l'horizon. Le rôle du piston (amiral Cour-bebasse) est de rectifier la profondeur d'immersion; celui du pendule (R. Whitehead) est de rectifier l'horizontalité de la torpille. Piston et pendule agissent solidairement sur une tige de réglage de la distribution à tiroir du servomoteur à air comprimé, prennent alternativement la prépondérance et engendrent par leurs effets combinés une trajectoire ondulée de part et d'autre de la trajectoire horizontale réelle (*fig. 73*).

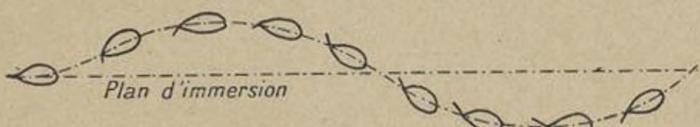


Fig. 73.

Nous n'examinerons pas le détail de ce dispositif qui n'intéresse pas notre sujet.

D'autre part, pour assurer l'efficacité de la torpille, il importe de l'empêcher de s'écartier du plan de tir, c'est-

à-dire du plan vertical défini par le point de lancement et le but à atteindre. Or, des causes diverses produisent inévitablement des déviations de ce genre : ainsi une mauvaise répartition du lestage amène la torpille à prendre de la bande et provoque de la part du gouvernail d'immersion une composante de réaction faisant virer la torpille vers bâbord ou tribord selon qu'elle donne de la bande sur bâbord ou tribord, c'est-à-dire qu'elle penche vers la gauche ou la droite. L'inégale action des hélices et d'autres causes tenant aux courants marins concourent au même effet. On corrige les écarts de direction ainsi provoqués à l'aide d'un gouvernail de direction, et actionné par le régulateur de direction ou régulateur de bande. Pendant assez longtemps, on n'employa pas de régulateur : le gouvernail vertical était fixé au départ dans une position telle qu'il s'opposait approximativement à l'action dérivatrice des courants marins dont on évaluait au jugé l'intensité et la direction dans la région d'évolution de la torpille. Mais depuis une trentaine d'années, les Établissements Whitehead emploient un régulateur automatique dû à l'ingénieur autrichien Obry et basé sur la propriété fondamentale du gyroscope. Le gouvernail vertical est actionné par renvoi de sonnette que commande un servomoteur à air comprimé (cet air vient du réservoir de la torpille, mais est détendu à la pression de 10 kg par centimètre carré); le régulateur gyroscopique agit sur la distribution par tiroir de ce servomoteur.

Gyroscope Obry. — Les indications suivantes, et qui correspondent aux torpilles actuelles, sont empruntées au brevet pris en 1898 par les Établissements Whitehead et comportant perfectionnement du brevet à eux vendu par l'ingénieur Obry.

L'appareil consiste essentiellement en un petit volant gyroscopique monté par une suspension à la Cardan sur

un axe parallèle à l'axe longitudinal de la torpille. Le poids de ce volant, axe compris, est de 795g; son rayon de gyration est de 0^m,032. Un dispositif qu'on va décrire permet de donner au tore une vitesse de rotation de 2400 tours par minute, lui emmagasinant une énergie de 2^{kgm},500 environ :

$$\left[\text{Énergie} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \frac{P}{g} r^2 \omega^2 \right. \\ \left. = \frac{0,795 \times \overline{0,032}^2 \times \overline{80\pi}^2}{2 \times 9,81} = \frac{0,795 \times \overline{8,042}^2}{19,62} = 2^{k\text{gm}},6 \right].$$

Les anneaux du Cardan permettent à l'axe du volant de prendre toutes les orientations par rapport au corps de la torpille; mais des verrous permettent de les immobiliser l'un horizontalement, l'autre verticalement, l'axe du tore ayant la direction de l'axe de la torpille et le tore devenant alors mobile autour d'un axe fixe.

C'est dans cette position qu'il est mis en rotation.

L'extrémité A de l'arbre du volant porte une denture conique avec laquelle engrène une denture conjuguée taillée sur le bord inférieur d'une sorte de cloche mobile autour de son axe vertical. L'appareil de lancement consiste en un puissant ressort à boudin vertical, travaillant à la torsion, solidement fixé à la cloche à laquelle il est coaxial. Le bandage de ce ressort est fait à l'aide d'une clef et maintenu par un déclic (fig. 74).

Quand la torpille traverse le tube de lancement, une gâchette en saillie sur sa surface supérieure heurte une gouille fixée au tube, et automatiquement le ressort de torsion est déclanché; il entraîne en se débandant une rotation rapide de la cloche, qui se transmet à l'arbre du gyroscope.

Le rebord de la cloche n'est d'ailleurs denté que sur les $\frac{3}{4}$ de sa périphérie; une fois que l'arbre arrive à la portion de la cloche dépourvue de denture, il peut ainsi tourner libre-

ment. Presque instantanément la rotation de la cloche est arrêtée par un mécanisme spécial : en même temps les anneaux du Cardan sont déverrouillés et le gyrostat devient libre de se mouvoir dans toutes les orientations.

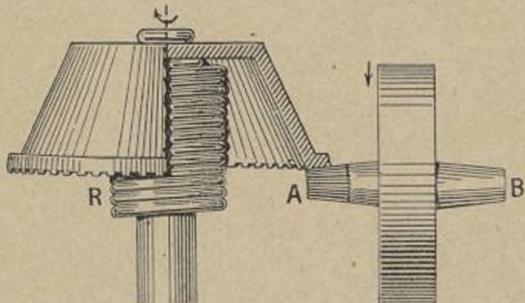


Fig. 74.

[Voici à ce sujet quelques indications numériques relatives à un appareil de ce type (¹) : Le diamètre moyen de la partie dentée est de 0^m,0095 pour l'extrémité de l'arbre, de 0^m,127 pour le rebord de la cloche (rapport $\frac{3}{40}$). D'après cela, la pression moyenne \mathcal{P} , entre les deux dentures, définie par

$$\mathcal{P} \times \frac{3}{4} \pi \times 0,127 = \text{énergie} = 2^{\text{kgm}},56,$$

est de 8^{kg},5. De plus, le volant abandonné à lui-même continuerait à tourner pendant 30 minutes, ce qui montre la petitesse du couple résistant moyen dû à l'air et aux frottements :

$$I\omega = Kt, \\ K = \frac{P}{g} \rho^2 \frac{\omega}{t} = \frac{0,795}{9,81} \times 0,001024 \times \frac{80\pi}{30 \times 60} = 0^{\text{kgm}},00001134.$$

(¹) Dans les torpilles modernes une turbine à air comprimé lance le gyrostat ou même entretient sa rotation.

Enfin le poids de la cloche est de 510g, et son rayon de gyration 0^m,051.]

Voyons à donner un aperçu de la manière dont se réalise la stabilité de route.

Le gyroscope est mis en mouvement avant l'entièvre libération de la torpille, son axe coincidant avec celui de la torpille qui a reçu du pointeur l'orientation voulue.

Ainsi, avant que la torpille entre dans l'eau, l'axe du gyrostat a reçu une direction déterminée dans l'espace, et il la conservera d'après une propriété fondamentale. Les déviations éventuelles du corps de la torpille ne feront que modifier la position de ce corps par rapport au gyrostat, c'est-à-dire par rapport au tore et à ses cercles de Cardan.

Or, le cercle extérieur, dont le plan est primitivement perpendiculaire à l'axe du tore et qui garde son orientation, porte un ergot susceptible de s'engager dans la fourche de

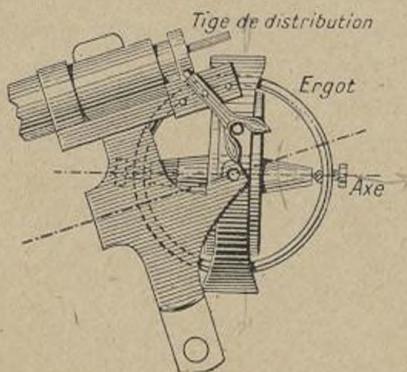


Fig. 75.

la tige de commande d'un tiroir du servomoteur (*fig. 75*). Ce tiroir est disposé dans une lanterne dont les lumières abouissent à l'avant et à l'arrière d'un cylindre où se meut un piston qui commande le gouvernail vertical de direction, et il permet de faire agir sur l'une ou l'autre face du piston

l'air comprimé du réservoir d'alimentation préalablement détendu. Si la torpille fait une embardée, elle entraîne la fourche qui vient pivoter sur l'ergot immobile, et l'air agit alors sur le piston de manière à faire produire par le gouvernail vertical une embardée correctrice; la distribution est telle que si l'embardée a lieu vers bâbord, le gouvernail oriente la torpille à tribord et inversement. Si le cap du but est dépassé, l'action sur la fourche changera de sens et une correction de sens opposé se produira.

La position moyenne où les deux lumières sont fermées est rarement tenue pendant un temps appréciable, en sorte que, si la torpille garde en moyenne la trajectoire voulue, c'est en l'enlaçant par une trajectoire en zigzags, dont les sinuosités n'offrent pas d'écart en largeur excédant 0^m,60 pour un parcours de 600^m.

Le mécanisme gyroscopique est en général réglé pour le tir direct : le centre de gravité du volant et de l'anneau intérieur est mis en coïncidence avec le point de rencontre des axes du Cardan. Mais on peut aussi le régler pour obtenir une trajectoire courbe allant atteindre un objet sur lequel n'a pas été fait le pointé : c'est le cas du tir sur but mobile à vitesse connue. Il suffit de créer un torque de pesanteur par déplacement du centre de gravité : alors la direction de l'axe du tore, au lieu de rester invariable, précèse lentement. Pour un torque de 1^{g-cm}, la vitesse angulaire de précession $\Omega = \frac{C}{I\omega}$ serait

$$\Omega = \frac{1}{8 \times 250} = 0,0005;$$

pour une durée de 40 secondes, la déviation sera de 0,02 radian ou 1°10', et cela correspond pour le pointage en direction à une avance de 0° 35' à peu près.

b. Gyroscope Kaselowsky. — Dans ce dispositif, on utilise

le même principe, mais le volant du gyroscope est transformé en une petite turbine mise en mouvement, pendant le lancement de la torpille, au moyen de l'air comprimé venant du réservoir alimentaire.

Gyroscope E.-W. Bliss. — La torpille Whitehead donne lieu à des calages de la valve du servomoteur. Le système Bliss réduit le fonctionnement de cette valve. Le dispositif de direction permet de faire osciller le gouvernail alternativement entre les positions extrêmes de bâbord et de tribord, en faisant suivre à la torpille un chemin sinueux. En cas de déviation exagérée par rapport à la route prescrite, le gyroscope prolonge l'action du gouvernail vers bâbord ou tribord, jusqu'à ce que la torpille soit ramenée dans sa direction initiale.

c. Torpille Howell. — La torpille imaginée par l'amiral John-Adams Howell, U. S. A., vers 1870, n'a pris sa forme définitive et remarquable de précision qu'en 1891.

C'est une torpille automobile dont la stabilité de route est aussi assurée par une combinaison mécanique utilisant l'effet gyroscopique.

La force motrice nécessaire à la propulsion est obtenue tout autrement que dans la Whitehead. Cette force, qui est en même temps la force de direction, est emmagasinée dans un lourd volant de 136 kg pour la torpille de 0^m,45 de diamètre, volant dont l'axe horizontal est disposé transversalement à la torpille et qui reçoit au départ un mouvement de rotation extrêmement rapide, 9600 tours à la minute (*fig. 76*).

Par l'énergie cinétique reçue, il peut fournir le travail nécessaire au fonctionnement de deux petites hélices propulsives. Pour réduire les pertes par frottement, les extrémités de l'arbre du volant moteur, disposé au centre de la torpille, s'engagent dans deux boîtes à rouleaux munies

chacune de huit rouleaux d'acier. La mise en route s'effectue au moyen d'un manchon qu'actionne une turbine disposée sur le côté du tube de lancement; la vitesse de 10 000 tours à la minute s'obtient en quelques secondes et se maintient jusqu'à l'instant du lancement.

Il est aisé de voir comment ce volant peut assurer la direction de la torpille dans le plan vertical de tir. Si une action extérieure vient à produire une déviation de la torpille vers bâbord ou tribord, de manière à l'écartier du plan

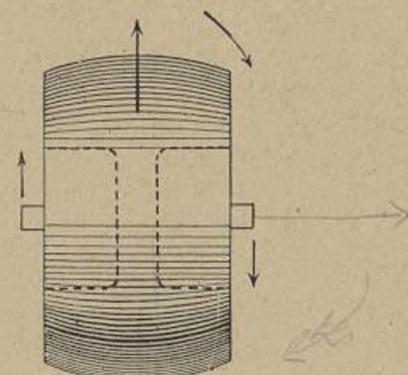


Fig. 76.

de tir, elle entraînera une précession du volant autour de l'axe de la torpille, c'est-à-dire qu'elle entraînera un torque de réaction gyroscopique tendant à faire basculer le volant autour de l'axe de la torpille; le mouvement de roulis engendré fait prendre de la bande à la torpille, et cette inclinaison latérale se corrige comme dans la Whitehead, à l'aide d'un pendule régulateur actionnant un gouvernail vertical; celui-ci provoque une embardée en sens inverse, laquelle provoque un torque de réaction des appuis sur le gyroscope, imprimant à la torpille une déviation opposée à la déviation initiale et ramenant la torpille cap sur le but.

La correction de direction est ainsi automatique, et les courants ne peuvent déplacer la torpille que par petits déplacements parallèles qui la maintiennent dans la direction du but.

Les avantages de la Howell, actuellement construite par la Société Hotchkiss, sur la Whitehead, sont : 1^o une meilleure utilisation de l'énergie motrice; 2^o la robustesse du dispositif de stabilisation de route; l'appareil Obry est un système d'horlogerie; 3^o l'invisibilité pendant la marche : l'échappement de l'air comprimé entraîne des bouillonnements bruyants.

28. Collimateur gyroscopique Serson-Fleuriais. — Le fait qu'une toupie tournante, dont la pointe repose sur une surface polie (plane ou concave) tend à dormir verticalement, permet d'obtenir en mer un horizon artificiel quand l'horizon naturel est invisible (durant les brumes par exemple). Cette idée fut appliquée par Serson dès le XVIII^e siècle. Chargé par l'Amirauté anglaise d'essayer à la mer son appareil, Serson périt en 1744 dans le naufrage du *Victory*. Son dispositif est décrit : 1^o dans les *Phil. Trans. London*, 1751-1752, t. 47, p. 352 (J. SHORT, *An account of an horizontal Top invented by Mr. Serson*); 2^o dans le *Gentleman's Magazine*, t. 24, 1754; 3^o dans le *Specimen theoriæ turbinum* de Segner, Halle, 1755. Un modèle, venant de la collection royale, est actuellement au musée de King's College à Londres. Il consiste en une large toupie dont la partie supérieure porte un miroir. Son principe a été repris en 1918 dans la toupie marine de Troughton : les difficultés de maniement ont fait obstacle à l'adoption de cet appareil.

C'est vers 1886 que l'amiral français G. Fleurais réalisa pratiquement l'application du gyroscope à la substitution d'un repère artificiel à l'horizon de la mer (*Revue maritime*

et coloniale, Paris, 1886, t. 91, p. 452; 1892, t. 112, p. 5) : la marine française a adopté son *gyroscope collimateur*, accessoire du sextant, disposé derrière le petit miroir et fournissant à l'endroit voulu un repère horizontal.

La toupie de l'appareil Fleurais comprend un tore en cuivre de 175^g et repose par une fine pointe d'acier dans un petit godet sphérique; son centre de gravité est à moins de 1mm au-dessous de la pointe. Sa mise en rotation est obtenue à l'aide d'un jet d'air comprimé agissant sur des ailettes portées par le pourtour du tore; quand on a atteint une vitesse suffisante (80 tours par seconde), la même pompe sert à enlever l'air du logement de la toupie et alors la toupie tourne longtemps dans le vide : on a le temps de la fixer sur le sextant et de faire une observation complète avant que la vitesse devienne trop faible (50 tours par seconde) (fig. 77).

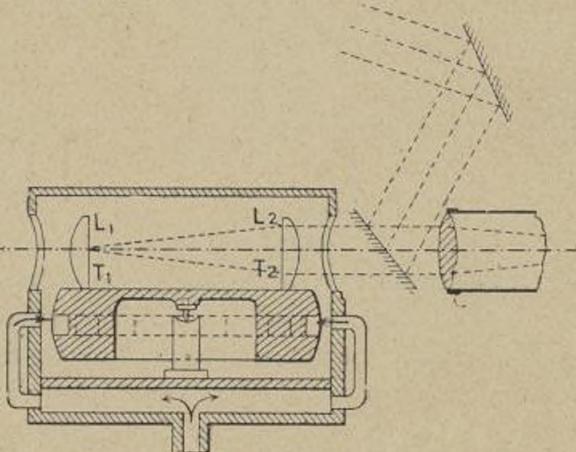


Fig. 77.

Sur la face supérieure de la toupie sont montées, aux extrémités d'un diamètre, deux lentilles plan-convexes L_1 et L_2 dont la face plane porte, gravée à la hauteur du centre optique, un fin trait noir de repère, normal à l'axe du gyro-

scope. La distance $T_1 T_2$ des centres optiques des deux lentilles est égale à leur distance principale; dans ces conditions, les rayons émanant du trait T_1 de la lentille L_1 sortiront de la lentille L_2 parallèlement à l'axe optique du système et pourront donner dans la lunette du sextant une image du repère qui sera au point en même temps que l'astre (considéré comme situé à l'infini) dont on cherche la hauteur. L'axe de la toupie restant vertical, en raison de la rotation rapide et de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine, l'observateur verra constamment un trait horizontal qui remplacera pour lui l'horizon de la mer.

L'horizon donné par le gyroscope n'est pas l'horizon vrai; il est incliné sur lui d'un petit angle E , qui dépend de la latitude λ du lieu et de la période T de la précession de la toupie tournant à grande vitesse, et cela du fait de

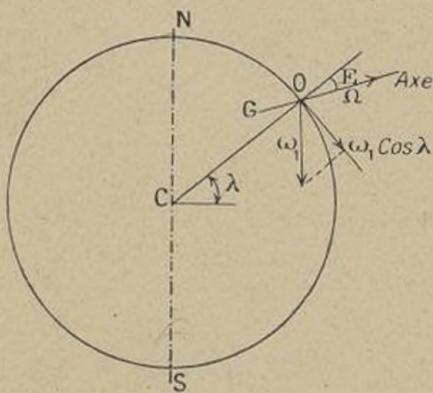


Fig. 78.

la rotation de la Terre. En effet, la rotation ω_1 de la Terre autour de l'axe Nord-Sud donne une composante $\omega_1 \cos \lambda$ suivant la trace horizontale du méridien (vers le Sud pour l'hémisphère boréal) (fig. 78). Cette composante entraînerait une précession dans le plan vertical Est-Ouest que l'on n'ob-

serve pas; c'est donc que le torque de réaction gyroscopique

$$I \Omega \omega_1 \cos \lambda,$$

qui en résulterait autour de l'horizontale Est-Ouest, est équilibré par un torque égal de pesanteur. Il en résulte que l'axe de la toupie doit se pencher vers le Sud dans le plan méridien (si toutefois Ω a le sens marqué par la flèche) d'un angle E tel que

$$I \Omega \omega_1 \cos \lambda = Ph \sin E.$$

D'autre part, la durée T de la précession horizontale de la toupie est indépendante, quand la rotation propre Ω de la toupie est très grande, de l'inclinaison de l'axe sur la verticale, et elle a pour mesure

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{I\Omega}{Ph}.$$

Enfin la vitesse de rotation de la Terre est approximativement

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{86400} \text{ rad/sec.}$$

Par suite,

$$\sin E = \frac{T}{86400} \cos \lambda.$$

La période T d'une révolution complète de l'axe de la toupie dans sa précession autour de la verticale se mesure en observant dans la lunette du sextant la montée et la descente de traits gravés sur la lentille L_2 et vus à travers la lentille opposée L_1 .

Dans l'appareil Fleuriaux, pour $\Omega = 80.2 \pi$ rad/sec, on a $T = 120$ secondes. Alors on obtient, E étant petit,

$$E = 4', 8 \cos \lambda.$$

Le dispositif le plus récent est le modèle *Ponthus et Therrode*, étudié avec indication d'une méthode de com-

pensation des écarts par *L. Favé* (*Revue maritime et coloniale*, Paris, 1910, t. 184, p. 5; voir aussi dans la même *Revue*, 1890, t. 105, p. 516, une Note de *A. Baule* sur la toupie de Fleurial).

29. Amortisseurs de roulis. — Le roulis est un mouvement oscillatoire d'un navire autour d'un axe allant de l'arrière à l'avant; il est créé par le passage périodique de la houle sous le navire, et est surtout très intense par les gros temps. Ce mouvement provoque chez les passagers des troubles physiologiques désagréables connus sous le nom de « mal de mer ». C'est pour augmenter le bien-être des voyageurs qu'on s'est donc proposé d'amortir le roulis des navires. Le problème n'est pas inabordable *a priori*; car les forces provoquant le roulis ne sont pas nécessairement « colossales » : 20 à 25 hommes courant avec la cadence voulue d'un côté à l'autre du pont d'un grand steamer peuvent engendrer un roulis très considérable.

L'accroissement du moment d'inertie du bâtiment, la diminution de la hauteur métacentrique accroissent la période des oscillations; l'emploi de quilles de roulis et de chambres à eau en restreignent l'amplitude : mais ce ne sont que des palliatifs.

En 1874, *Bessemer* (voir *Engineer*, May 1875) établit un salon pesant 200 tonnes suspendu à un arbre qui était fixé à la coque, d'arrière en avant; il comptait donner à cette cabine, au moyen de pistons hydrauliques, une oscillation exactement contraire à celle du roulis, la distribution de l'eau en pression sous les pistons étant réglée par un appareil gyrostatique. L'échec fut complet; la commande gyroscopique ne fonctionna pas : comme le fit observer Macfarlane Gray, l'installation en avait été faite dans l'ignorance de la théorie de l'effet gyroscopique.

En 1904, le *D^r Otto Schlick*, de Hambourg, dans une

*jet le tir
de bat-
teurs de
guerre!*

Communication théorique faite le 24 mars devant l'« Institution of Naval Architects » (*Trans.*, vol. 46, 1904), a indiqué le principe d'un amortisseur de roulis, dont *A. Föppl* donna en même temps une étude théorique. Le passage à l'exécution demanda quelque délai, mais dans l'été 1906, Schlick put expérimenter longuement et avec succès son appareil sur le *See-Bar*, ancien torpilleur de 1^{re} classe de la marine allemande, mis à sa disposition par le gouvernement. A la suite d'essais et d'études faites en Angleterre par Sir William White (¹), la première installation industrielle fut faite à Newcastle, au chantier « Neptune Works of Swan, Hunter and Wigham Richardson », sur le *R. M. S. Lochiel* (armateurs MM. David Mac Brayne, de Glasgow) lancé en octobre 1908.

Enfin, en 1915, l'Américain Sperry a transformé le système Schlick par l'application d'un principe qui lui avait réussi pour son gyrocompas, et a adapté son dispositif à un yacht de plaisance, le *Widgeon*, destiné à la navigation des grands lacs de l'Ohio, et connu comme fort rouleur (*Soc. of Naval Architects and Marine Engineers*, 1915; *Engineering*, 31 décembre 1915; *Génie civil*, 4 mars 1916).

Voici quelques chiffres permettant de juger de l'efficacité du système. Le *See Bar*, par un temps de bordées, s'inclinait de 25° du côté sous le vent et de 15° du côté d'où venait le vent : l'entrée en fonction du gyro réduisit l'angle total de roulis à 1°.

Le *Lochiel* roulait de 32° avec le gyro immobilisé et de 2° à 4° après déclanchement.

Le *Widgeon* faisait jusqu'à 25° de part et d'autre de la verticale, ou 50° au total; il ne fit plus que 8° une fois

(¹) Voir *Engineering*, 1907, I, p. 442. *Gyroscopic Steadyng Apparatus for Vessels*. — Historique intéressant.

le gyro en service, le navire faisant route par gros temps parallèlement aux lames. Les diagrammes enregistrés par un « trace-roulis » montrent nettement l'influence de l'amortisseur.

L'appareil Otto Schlick consiste en un gyrostat G dont l'axe xx' , dans sa position moyenne, est vertical; ce gyro est monté dans un cadre C tourillonné suivant l'axe yy'

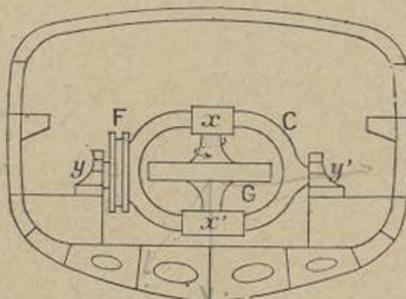


Fig. 79.

sur un bâti solidaire de la coque, de sorte que l'axe xx' peut osciller dans le plan longitudinal médian du navire. Le centre de gravité du système oscillant est disposé au-dessous de l'axe de suspension yy' , à une distance appropriée, en sorte que le système, avec le gyro au repos, est un pendule. Le roulis du navire fait naître un torque de réaction gyroscopique périodique, lequel entraîne la précession oscillante de l'axe xx' . Ce seul fait accroîtrait déjà considérablement la période d'oscillation du navire. Pour amortir l'amplitude de cette oscillation, Schlick monte sur l'arbre yy' un frein à bande ou un frein hydraulique F (généralement les deux à la fois, à moins qu'on emploie un frein électromagnétique), permettant d'exercer un freinage d'intensité variable. Ce frein restreint le balancement de l'axe xx' , balancement limité d'ailleurs par des butoirs à 45° de part et d'autre de la position moyenne.

Pour un navire de 6000 tonnes, Schlick prenait un volant de 10 tonnes et de 4^m de diamètre, tournant à environ 1800 tours à la minute, le centre de gravité étant à 1^m sous yy' ; pour le *See Bar*, de 60 tonnes, le volant pesait 500^{kg}, avait 1^m de diamètre et tournait à 1600 tours. L'agent moteur du gyro a d'abord été la vapeur : le volant, muni d'ailettes, tournait comme rotor d'une turbine d'action. Ultérieurement on a employé un électromoteur logé avec le volant dans un carter oscillant autour de yy' sur de robustes paliers solidement fixés à la coque.

En fait, l'étude du mouvement d'oscillation à deux variables (inclinaison transversale du navire et inclinaison longitudinale de l'axe du gyrostat) du système soumis à l'action d'une houle sinusoïdale de période donnée revient à l'intégration de deux équations différentielles du deuxième ordre.

A. Föppl (*Zeitschrift des Ver. Deutsch. Ing.*, 1904, t. 48, p. 478) a fait cette intégration et en a discuté les résultats d'une manière très complète. Mais cette étude, que nous ne pouvons exposer ici, a suivi et non précédé l'invention.

O. Schlick a indiqué lui-même un modèle d'étude qui vraisemblablement l'a guidé dans ses recherches et qui peut être réalisé avec un gyroscope de bazar (fig. 80).

Un pendule N peut osciller autour d'un axe O. Par-dessus cet axe, le pendule prend la forme d'une fourchette semi-circulaire. Un anneau C est suspendu sur les extrémités de deux vis pointeaux y, y' , de manière qu'il puisse tourner autour d'un axe horizontal passant par le centre de la fourchette. Dans l'anneau, chargé d'un lest de manière à retourner à la position verticale si on l'en écarte, une tige verticale portant le volant G est montée sur crapaudines.

Si le pendule est mis en mouvement sans que le volant soit en rotation, il oscille avec une certaine période. Si ensuite on fait tourner le volant après avoir rendu le cadre aussi

libre que possible, avec le moindre frottement, on trouve pour le pendule une période d'oscillation considérablement accrue. Le volant en même temps oscille dans son cadre, avec un décalage d'un quart de période : quand le pendule

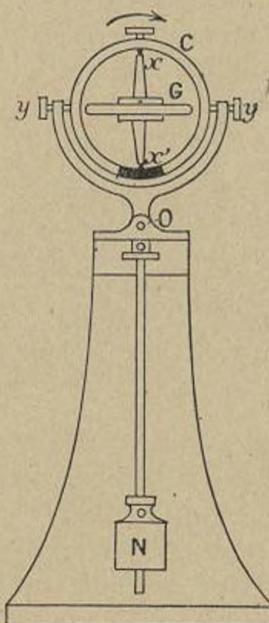


Fig. 80.

passe par la position verticale, l'axe du volant présente sa plus grande inclinaison, et quand le pendule est à l'extrême de sa course, l'axe du volant se trouve à sa position moyenne. Mais l'amplitude ou étendue des oscillations du pendule n'est pas influencée par le mouvement du tore. On conçoit qu'il en soit ainsi, puisqu'il n'y a pas dans l'appareil de perte d'énergie, la période seulement étant influencée par la variation survenant dans la masse oscillante.

Serrons maintenant les vis y , y' à proportion convenable pour qu'elles agissent comme un frein sur le mouvement du cadre C. Mettons à nouveau en route dans les mêmes

conditions le tore et le pendule. Le pendule oscillera encore avec une période très grande; mais le décalage des deux mouvements oscillants deviendra moindre, et surtout la déviation maximale atteinte par le pendule et l'axe du gyro se trouvera considérablement réduite à chacune des oscillations successives. Le repos sera presque atteint après deux oscillations complètes. Il y a *amortissement*.

C'est le mécanisme qui a été appliqué en grand. Déjà, sans freinage, il eût été intéressant car : 1^o la force de roulis des vagues est partiellement équilibrée par la réaction gyrostatique transmise au bâti; 2^o le mouvement de roulis rendu plus lent devient moins désagréable; 3^o la modification de la période d'oscillation peut indirectement éteindre le roulis en détruisant la concordance ou *synchronisation* de la période du navire avec celle des vagues (car un violent roulis est souvent l'effet accumulé d'une série d'ondes apportant chacune leur part au roulis existant). Le freinage complète heureusement la solution; mais l'énergie absorbée est transformée en chaleur et la construction des tourillons est difficile : ces tourillons vont à supporter 30^{kg} par centimètre carré avec une vitesse circonférentielle de 20^m à la seconde, ce qui exige un graissage forcé et une réfrigération des paliers tout à fait inaccoutumés. A part cela, la machinerie n'occupe qu'un petit espace et, conduite électriquement, exige peu d'attention.

Les marins ont craint que les lames se brisassent plus facilement sur un navire stabilisé que sur un navire libre de prendre le mouvement de la mer. Il n'en a rien été : la tendance au brisement est moindre, il y a seulement un *soulèvement vertical* du bâtiment.

Dans le *stabilisateur gyroscopique de Sperry*, le mouvement de précession d'un gyrostat principal est provoqué, non par le gyrostat lui-même, mais artificiellement par une source extérieure d'énergie.

Monté sur un yacht de 165 tonnes, le volant, de 0^m,915 de diamètre et de 0^m,25 de largeur à la jante, pèse 975 kg et tourne à 2750 tours à la minute; sa rotation est entretenue par un moteur électrique. Il est monté comme le gyro de Schlick. Un autre moteur, monté sur le bâti, lui communique par l'intermédiaire d'une vis sans fin, d'un pignon et d'un secteur denté, un mouvement de précession forcée dans le plan longitudinal du bâtiment.

Un petit gyroscope auxiliaire très sensible a pour fonction, quand le navire roule, de fermer, dans un sens ou dans l'autre suivant la phase du roulis, le circuit électrique d'un relais au moyen duquel le courant est lancé dans le moteur de précession. Il est disposé dans une cabine sur le pont de la même manière que le grand gyro de Schlick.

La précession forcée ainsi créée est variée suivant la loi de formation du torque redresseur et d'amortissement des oscillations de roulis (¹).

30. **Gyrocompas.** — La généralisation de l'emploi du fer et de l'acier dans la construction des navires a rendu insuffisantes les méthodes dites de compensation employées pour soustraire le compas magnétique à l'influence des masses métalliques en mouvement dans son voisinage. La multiplicité des canalisations électriques à bord apporte d'ailleurs sa part de perturbations. Le remplacement de la boussole traditionnelle s'est ainsi imposé, notamment pour les compas de blockhaus et de sous-marins. Le gyroscope à plan directeur horizontal de Foucault était tout indiqué : l'adaptation exigeait seulement de réaliser à la mer le plan directeur.

Dès 1884, Ed. Dubois s'y essaya, mais il ne réussit pas

(¹) Voir dans la Note I de l'Appendice des renseignements complémentaires sur cette question.

à exécuter son « gyroscope marin » (*C.R.*, 1884, t. 98, p. 227).

a. *Compas Anschütz-Kaempfe*. — En 1900, le Dr Anschütz-Kaempfe reprit la question, mais il n'aboutit pas davantage à suspendre un gyroscope de manière que son centre de gravité coïncide exactement avec son point de suspension : les expériences faites en 1904 à bord de l'*Undine* montrèrent l'insuffisance d'un dispositif compliqué. En 1906, il eut l'idée, pour accroître la stabilité du système, de placer le centre de gravité plus bas que le centre de suspension : c'était changer les conditions du problème et le compliquer théoriquement. Ce fait de soumettre l'appareil à l'action de la pesanteur a conduit à un résultat satisfaisant : en 1908, des expériences faites pendant quatre semaines sur le *Deutschland* décidèrent la Marine allemande à adopter le « compas Anschütz », et tous les navires de guerre en furent bientôt pourvus. Le prix du nouvel instrument était pourtant élevé : 50 000^{fr} environ, y compris toutes installations accessoires, du moins pour les marines étrangères.

La figure suivante, qui va nous servir à la description de cet appareil, est une coupe schématique verticale faite par l'axe du gyrostat (fig. 81).

L'élément essentiel est un gyrostat G enfermé dans une enveloppe C qui porte les coussinets x , x' de l'arbre du gyro. Cette enveloppe est soutenue par un flotteur F dont elle est rendue solidaire par un tube B. Le flotteur F consiste en un tore creux d'acier, réuni à B par une nappe en forme de dôme, et immergé dans du mercure M que contient une cuve circulaire J, également d'acier, suspendue à la Cardan. Le système rigide gyro-flotteur porte la rose R qui en suit les mouvements : la ligne Nord-Sud de la rose est exactement superposée à l'axe du gyro. L'immersion de F peut être légèrement modifiée, et le centrage du système est assuré par une cheville St qui traverse en son

centre la glace supérieure G_1 et lui est fixée, et dont la partie inférieure terminée en pointe plonge dans un petit godet de mercure disposé au haut du flotteur. A travers

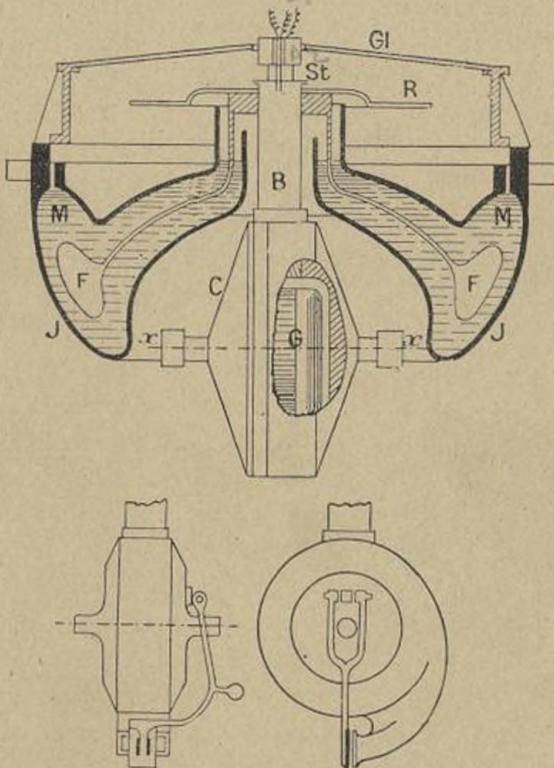


Fig. 81.

la glace G_1 on voit autour de la rose R les divisions et la ligne de foi : un petit niveau monté sur la rose permet l'observation en cas d'inclinaison de l'axe du gyro. Enfin l'anneau extérieur du Cardan de suspension est protégé par des butoirs à ressorts portés par l'habitacle contre les chocs résultant d'oscillations trop fortes.

Le gyrostat, dont le volant pèse environ 6 kg, est mis en rotation à la vitesse constante de 333 tours par seconde

(20 000 tours par minute) par un moteur asynchrone triphasé qui lui donne sa vitesse de régime en 20 minutes.

Les courants de deux des phases arrivent au gyroscope par l'intermédiaire de deux contacts au mercure concentriques, l'un par la cheville, l'autre par une arrivée de courant concentrique à la cheville; le passage du courant de la troisième phase se fait par la cuve, le flotteur et le mercure (¹). Le carter C porte le stator sur lequel est fait l'enroulement, le rotor est encastré dans le volant du gyrostat; l'axe xx' est établi comme l'arbre flexible d'une turbine de De Laval, en sorte que le centre de gravité du gyro reste sur l'axe de rotation, une fois dépassée la vitesse critique.

Ce dispositif possède la même propriété que le gyroscope de Foucault : *la rotation terrestre tend à ramener l'axe du gyrostat dans le plan méridien du lieu, la même extrémité de l'axe s'orientant constamment vers le Nord.*

Voici une démonstration de ce fait, en ce qui concerne le gyroscope de Foucault.

Le gyroscope est monté de telle manière que son axe peut tourner autour du centre de gravité O sans sortir d'un plan horizontal où nous prendrons pour lignes de référence la trace du méridien vers le Nord et la trace du parallèle vers l'Ouest, droites auxquelles nous adjoindrons la verticale dirigée vers le zénith (*fig. 82*).

Soient λ la latitude du lieu et φ l'angle azimutal de l'axe OJ du gyro, dirigé comme vecteur rotation, avec la droite Sud-Nord. La rotation terrestre est représentable par un vecteur OA dirigé vers l'Étoile Polaire, donc situé dans le plan méridien. Cette rotation équivaut à deux autres, $\omega \sin \lambda$ suivant la verticale, $\omega \cos \lambda$ suivant la droite Sud-Nord.

(¹) Ceci exige qu'on isole tout le compas de l'habitacle, en appropriant les axes du Cardan et les ressorts butoirs.

La première de ces rotations est sans effet, car le torque de réaction gyrostatique qu'elle fait naître est à tout instant équilibré par les liaisons qui maintiennent l'axe du gyroscope dans le plan horizontal.

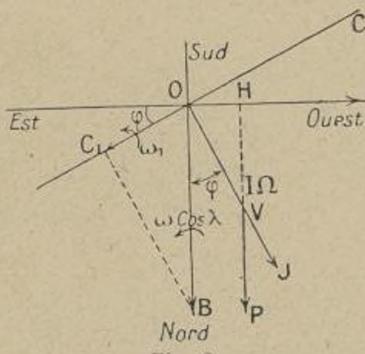
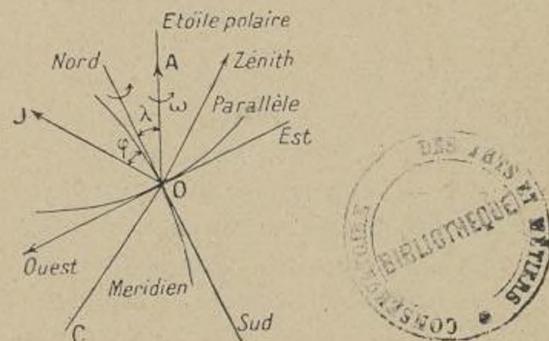


Fig. 82.

La deuxième de ces rotations admet une composante suivant l'axe OJ du gyro, et qui est négligeable comme influence vis-à-vis de la rotation propre Ω du volant, et une autre composante $\omega_1 = \omega \cos \lambda \sin \varphi = OC_1$ suivant la perpendiculaire OC_1 à OJ. Sa connaissance permet d'estimer le torque qui tend à faire mouvoir l'armature du gyro dans le plan qu'elle balaie. En effet, eu égard à la grande valeur de Ω , le moment cinétique total du système est

sensiblement $OJ = I\Omega$. Seule la rotation ω_1 donne au point J une vitesse parallèle à l'axe de rotation d'entraînement, c'est-à-dire à la verticale du centre O; et cette vitesse qui mesure le torque est

$$C = OJ \cdot \omega_1 = I\Omega \omega_1.$$

Ainsi la précession forcée due à la rotation terrestre provoque ce torque exercé sur les appuis du gyro, et inversement ces appuis exercent sur le gyro un torque égal et opposé, $-I\Omega\omega_1$ autour de la verticale ascendante.

Prenons alors sur OJ un point V tel que $OV = l$, et appliquons à ce point considéré comme appartenant au gyrostat une force égale à son poids et parallèle à la droite Sud-Nord. Le torque de cette force autour de la verticale est $-P \times OH$, ou, en observant que les triangles semblables OHV, OC₁B donnent

$$\frac{OH}{\omega_1} = \frac{OV \text{ ou } l}{\omega \cos \lambda}, \quad -\omega_1 \frac{Pl}{\omega \cos \lambda}.$$

Cette expression coïncidera avec $-I\Omega\omega_1$ si l'on fait

$$l = \frac{\omega \cos \lambda I \Omega}{Pg} = \frac{\varrho^2 \Omega \omega \cos \lambda}{g},$$

ϱ étant le rayon de gyration du volant.

Par suite l'équipage se déplacera autour de la verticale comme s'il était rigide et soumis à cette seule force constante en grandeur et direction; c'est-à-dire qu'il se mouvrira autour de cette verticale comme si cet axe était disposé horizontalement et que le corps fût pesant, son centre de gravité étant V et la pesanteur ayant la direction Sud-Nord. Son mouvement consistera en oscillations isochrones de l'axe OVJ de part et d'autre de la droite Sud-Nord, de durée connue d'après la théorie du pendule; si r_1 est le rayon de gyration du système par rapport à la verticale,

on a

$$T = 2\pi \frac{\rho_1}{\rho \sqrt{\Omega \omega \cos \lambda}}.$$

Lorsque les résistances passives auront amorti ces oscillations, l'axe indiquera la direction du méridien, la pointe J étant dirigée vers le Nord.

D'ailleurs, si l'on n'eût voulu que la position d'équilibre, il eût suffit de faire $C = 0$, ce qui aurait donné $\sin \varphi = 0$ ou $\varphi = 0$.

Pour l'appareil d'Anschütz-Kaempfe, les choses sont un peu plus compliquées, le système flottant, composé du gyroscope et du flotteur se comportant comme un véritable pendule sphérique, dépendant de deux paramètres : à savoir l'angle φ que fait avec le plan méridien le plan vertical passant par l'axe du gyro, et l'angle θ que fait l'axe du gyro avec le plan horizontal. Exprimons les conditions d'équilibre pour la position figurée (fig. 83).

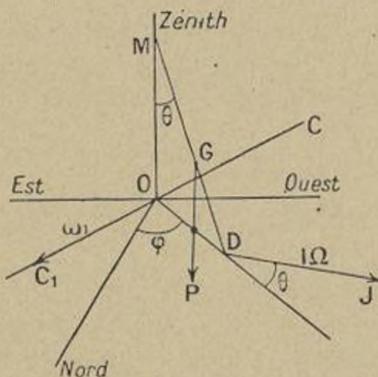


Fig. 83.

La vitesse du point J est nulle. Cette fois, la composante verticale $\omega \sin \lambda$ de la rotation terrestre engendre un torque de réaction gyroscopique porté sur OC_1 , égal à $-I \Omega \omega \sin \lambda$, puisque l'axe du gyro est libre. De plus la pesanteur intro-

duit un torque extérieur porté aussi sur OC_1 et égal à $-Pa \sin \theta$, en appelant P le poids du système formé par le flotteur et l'équipage gyrostatique, et a la distance de son centre de gravité G au point fictif de suspension ou métacentre du flotteur. Les deux conditions d'équilibre seront

$$I\Omega\omega \sin \lambda + Pa \sin \theta = 0,$$

$$I\Omega\omega \cos \lambda \sin \varphi = 0.$$

On retrouve la même orientation azimutale d'équilibre $\varphi = 0$, ce qui justifie notre assertion. Mais l'axe du gyrostat n'est pas horizontal; il fait avec l'horizon un angle θ_0 défini par

$$\sin \theta_0 = - \frac{I\Omega\omega \sin \lambda}{Pa},$$

et qui peut être rendu extrêmement petit en rendant Pa suffisamment grand.

Pour fixer le plus vite possible cette position d'équilibre, il fallait amortir rapidement les oscillations, ce à quoi contribue déjà le frottement du flotteur sur le mercure. Voici le dispositif employé par Antschütz, mais qui a été récemment modifié pour les compas principaux et conservé pour les compas secondaires.

Le gyrostat enfermé dans son carter forme un ventilateur centrifuge, il aspire l'air par deux ouvertures latérales et le refoule par une buse horizontale, perpendiculaire à l'axe du gyro, au bas du carter. Devant l'ouverture rectangulaire de la buse pend une palette tenue par un bras qui s'articule librement sur le carter; la palette divise l'orifice en deux ouvertures latérales s et t , qui sont égales lorsque l'axe du gyroscope est horizontal. Si l'appareil s'incline, le bras gardant sa direction, l'ouverture s par exemple s'agrandit tandis que l'autre t se rétrécit.

La différence des réactions des jets d'air sortant par s

et t donne naissance à un torque autour de la verticale du métacentre. Ce torque communique à l'axe du gyro un mouvement de précession qui tendra à le rendre horizontal, et agit de manière à amortir les oscillations du système.

On peut étudier les oscillations amorties du gyrocompas, en introduisant le couple précédent, proportionnel à l'inclinaison de l'axe. Cette étude conduit en particulier au résultat suivant : dans la position d'équilibre, l'angle azimutal de l'axe du gyrocompas n'est pas nul, il a une valeur φ_0 petite; c'est que dans cette position θ_0 n'est pas nul, la palette ne donne pas des ouvertures s et t égales, un torque en résulte que doit équilibrer un torque directeur dû à la rotation terrestre.

θ_0 , nul à l'équateur, vaut sensiblement $2^{\circ},2$ à la latitude de 60° . Un petit contrepoids permet de rendre à θ_0 une valeur nulle par une correction de compensation à refaire dès que la latitude a changé notablement.

Les indications du gyrocompas doivent subir des corrections : 1° en raison de la variation de vitesse du bâtiment (la correction n'atteint jamais 2° pour la vitesse économique de 10 noeuds, vitesse de route normale des escadres); 2° en raison des mouvements de roulis et tangage (des barèmes ou abaques aident à la correction).

Le gyrocompas Anschütz fut bientôt adopté systématiquement par la marine anglaise, et sporadiquement par les autres marines. En France, au début de 1911, l'enseigne de vaisseau *P. Lemaire* a établi un gyrocompas construit par M. Doignon, qui évite d'utiliser la réaction de l'air, qui emploie un système amortisseur élastique d'effet considérable et qui présente une grande précision (*Revue maritime*, septembre-octobre 1911) : l'appareil fut essayé à l'Observatoire du Parc Montsouris, puis en mer. Le Ministère de la Marine renonça à la poursuite des essais

lors de l'apparition en 1912 du gyrocompas américain d'*Elmer A. Sperry*.

b. *Compas Sperry*. — Le gyrocompas Sperry, décrit sans détails dans le Mémoire *Gyroscope for Marine purposes*, lu devant l'« American Society of Naval Architects and Marine Engineers » et inséré dans *Engineering*, vol. 91, 1911, p. 427, a fait l'objet d'une analyse presque complète dans le même *Engineering*, vol. 93, 1912, I, p. 722 (31 mai 1912).

La Marine de guerre américaine adopta bientôt le *Sperry compass* après essais sur le *Worden*; en 1914, l'Angleterre annula ses contrats avec Anschütz et fit de même; la France suivit.

La caractéristique du Sperry consiste en ce que le gyroscope sert seulement comme agent directif de l'instrument et n'intervient en rien dans la conduite mécanique de la rose : il agit sur des contacts électriques qui transmettent son mouvement à la rose par l'intermédiaire d'un servomoteur électrique.

L'instrument comprend trois parties (*Pl. II et III*).

1^o Le *compas proprement dit* : il est formé par un volant gyrostatique, rotor d'un moteur triphasé, tournant à 8600 tours par minute dans un carter où l'on a fait le vide ; le carter peut osciller autour d'un axe diamétral horizontal dont les coussinets appartiennent à un anneau-support vertical; cet anneau est suspendu par son point le plus haut à un fil sans torsion.

2^o Le *phantom*, cadre extérieur dans lequel l'anneau-support peut effectuer une oscillation limitée autour d'un diamètre vertical, guidé qu'il est par deux collets.

L'anneau support et le phantom sont reliés par un dispositif à ressorts qu'on décrira; le phantom porte à la partie supérieure la rose horizontale, et des connexions électriques



entre le compas et le phantom font suivre à la rose le mouvement azimutal de l'axe du gyrostat (c'est en raison de cet asservissement qui fait suivre à la rose le mouvement de l'axe du gyro que cette partie de l'appareil a reçu le nom de « fantôme »).

3^e Le *cadran*, comprenant une carcasse ou boîte montée de manière à osciller librement dans l'habitacle, par une suspension à la Cardan; cette carcasse fournit en son sommet le point d'attache du fil sans torsion qui supporte le compas; elle porte sur son pourtour un anneau-cadran que traverse la rose concentrique, suivant le dispositif employé dans les compas magnétiques.

Le phantom ne peut prendre par rapport au cadran qu'une rotation autour de la verticale du point de suspension (lequel joue le rôle du métacentre du compas Anschütz).

Dans le cadran est monté un petit moteur électrique à axe vertical, actionné par des contacts à trolley fixés à l'anneau-support et agissant sur des contacts fixes de l'anneau du phantom. Le moteur porte à sa partie supérieure un petit pignon qui engrène avec une roue dentée portée par le phantom, coaxiale à la rose. Les connexions électriques sont telles que tout mouvement azimutal de l'axe du gyro, c'est-à-dire de l'anneau-support, agit sur le moteur, lequel déplace alors le phantom jusqu'à ce qu'il atteigne le même azimut que l'anneau-support, ou encore jusqu'à ce que la ligne de foi de la rose atteigne l'azimut de l'axe du gyrostat.

Le même servomoteur fournit l'énergie nécessaire à la commande de la rose, à la commande du dispositif de transmission des indications de la rose à des compas répéteurs, à l'intervention d'un correcteur automatique qu'on décrira tout à l'heure et à la résistance de frottement d'anneaux glissants amenant le courant au gyrostat.

De la sorte le gyrostat n'a qu'à fournir un torque directeur qui est 290 fois celui d'une aiguille aimantée à flotteur de 25 cm de longueur.

Examinons maintenant la connexion élastique qui constitue le système amortisseur. Le carter est relié à l'anneau du phantom par deux ressorts de traction dirigés, suivant une génératrice de la surface cylindrique du carter, au voisinage de la génératrice la plus haute, mais sans coïncidence avec elle : une extrémité de chaque ressort est fixée au carter, l'autre au phantom. Cette connexion permet d'appliquer au carter une force variable excentrée, donnant un torque par rapport à la verticale et à l'horizontale médiane du centre du carter (fig. 84).

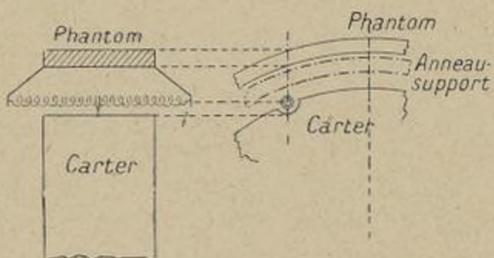


Fig. 84.

Le torque total maintient l'axe du gyrostat sensiblement horizontal — la position réelle dépendant de la latitude, comme pour le compas Anschütz — et l'amène à osciller en azimut de la quantité juste nécessaire pour garder le méridien.

Le gyrocompas monté sur un navire comporte trois corrections pour donner le Nord vrai. Ces corrections, relatives à la vitesse du bâtiment, à sa direction de route et à la latitude, sont faites automatiquement en réglant à la main de petits boutons molettés, montés sur l'enveloppe du cadran, mobiles en regard de graduations en

nœuds et en angles. La liaison, assez complexe entre ces boutons et le phantom et sa connexion élastique, n'est pas encore du domaine public.

Avec ce système, un seul compas suffit pour indiquer l'orientation exacte du navire aux divers points où il y a intérêt à la connaître, notamment aux services de canonnage.

Tels sont les avantages des compas gyrostatiques, ils ont toutefois l'inconvénient d'être difficilement utilisables pour les hautes latitudes; inconvénient que présentent d'ailleurs, quoiqu'à un degré moindre, les compas magnétiques.

Il en existe actuellement de nombreux modèles qui offrent peu de ressemblance : deux Anschütz, trois Sperry, un Brown; le type qui sera adopté dans la Marine française diffère d'eux tous ⁽¹⁾.

L'Anschütz (voir *Pl. I*) tourne à 20 000 t:m; le tore est le rotor d'un moteur triphasé à 333 périodes par seconde; il demande 40 à 50 minutes de mise en régime normal.

Le Sperry monogyro tourne à 8600 t:m : rotor d'un moteur à champ tournant fonctionnant à 90 volts (le courant continu du bord à 120 volts est transformé en triphasé à 90 volts). Le couple directeur est de 200 000 dynes-centimètres à l'équateur et de 159 000 à la latitude de 40°.

Pour l'Anschütz, l'amortissement se faisait par résistance d'air dans le premier modèle, et d'huile dans le modèle 1912 (durée : 1 heure 30 minutes).

Pour le Sperry (voir *Pl. II et III*), il se fait par l'action d'une masse pesante, provoquée électriquement (durée : 3 ou 4 heures).

Le monogyro Sperry se trouve sur tous nos cuirassés et sur quelques croiseurs (*Jeanne-d'Arc*, *Pothuau*). Le double gyro essayé sur l'*Aventurier* a été estimé défectueux par la Commission d'essais. Le Sperry, modifié à

⁽¹⁾ Voir à la fin du volume la Note sur le compas Béghin-Monfraix.

Slough, a été essayé sur le sous-marin *Bellone*; l'amortissement s'y fait par déplacement de mercure.

L'emploi de trois gyroscopes (Anschütz, 1912), dont les axes font des angles de 120° , a pour objet de remédier aux effets du roulis et du tangage, en s'opposant à un synchronisme possible; il donne aussi au compas une grande inertie dans toutes les directions.

Schéma du Anschütz, modèle 1912 (*Pl. IV*) :

E, habitacle percé de fenêtres pour permettre la lecture de la rose;

a, tourillons de l'habitacle dans la suspension à la Cardan (non figurée);

C, cuve à mercure;

F, flotteur;

B, bras du flotteur supportant un gyroscope;

B', bras du flotteur supportant un gyroscope à 120° du premier, placés en arrière et en avant de la figure;

P, pointe servant à maintenir le flotteur au milieu de l'habitacle et à envoyer le courant aux gyroscopes;

G₁, un des gyroscopes;

A, auge contenant l'huile d'amortissement;

R, rose.

Essais comparatifs faits dans l'été 1920 sur le sous-marin Hermione. — a. Anschütz. Suspension parfaite. Sensibilité aux variations de vitesse. Le cap est déterminé d'une façon continue.

b. Sperry. Modification de l'Observatoire de Slough. Excellent, avec fort amortissement, par beau temps. Médiocre par mauvais temps et dans les virements et routes en lacets où le tore s'incline.

Ni l'un ni l'autre ne donnent le cap à $\frac{1}{5}$ de degré près.

31. **Stabilisation automatique des aéroplanes.** — La stabilisation automatique consiste à faire réaliser mécaniquement la commande des organes stabilisateurs par les agents perturbateurs eux-mêmes. Elle se fait par quatre systèmes.

1^o *Système anémométrique.* — Il n'assure que la stabilité longitudinale. Il utilise l'équilibre d'une petite plaque frontale sous l'action du vent relatif et d'un ressort arrière; les déplacements de la plaque mesurent les variations du vent relatif [appareils *Orlando*; *Doutre* (1911)].

2^o *Système à niveau.* — Il assure les stabilités longitudinale et latérale. Il utilise la tendance d'une nappe de mercure à rester horizontale; les déplacements relatifs de l'équipage provoquent des contacts électriques de puissance variable, actionnant les équilibreurs par l'intermédiaire de servomoteurs.

3^o *Système pendulaire.* — Il utilise l'inertie de la matière, et exige une masse pendulaire assez grande : les Moreau prenaient la nacelle elle-même.

4^o *Système gyroscopique.* — Il utilise l'invariabilité de direction de l'axe d'un gyrostat libre, comme le fait la torpille marine. C'est le système qui a été essayé le premier, avant même qu'on ait réussi à voler, par *Sir Hiram Maxim* en 1889 sur un appareil construit à Baldwyn's Park. Comme Maxim comptait utiliser un moteur à vapeur, son gyrostat, enfermé dans un carter, était mis en mouvement par un jet de vapeur entrant par les tourbillons et s'échappant par une série d'orifices placés tangentiellement. Ce gyro et ses attaches étaient suspendus à un long tube transversal; le lancement était fait autour d'un axe vertical. Le tube

était en réalité un cylindre à vapeur, muni d'un piston dont la tige dépassait le cylindre à ses deux extrémités. Les commandes des gouvernails horizontaux d'arrière et d'avant étaient fixées aux deux bouts de cette tige, et la vapeur arrivait par un tiroir équilibré. Si l'équipage se cabre ou plonge en entraînant le cylindre et le tiroir, tandis que le gyrostat reste vertical, le support de ce gyrostat tourne sur son guide, et, par une connexion à articulations, modifie l'admission de la vapeur dans le cylindre, poussant le piston dans la direction qui convient pour ramener l'équipage à sa position normale. Pendant que les gouvernails entrent en action, un mécanisme spécial ramène automatiquement le tiroir à sa position moyenne; ces gouvernails suppriment ainsi d'eux-mêmes la force qui les a mis en action, faute de quoi ils continueraient à tourner. Les essais furent interrompus par un accident qui mit en pitoyable état une machine fort coûteuse (¹).

En 1910, M. Regnard, président de la Société de Navigation aérienne, reprit la même idée et construisit un appareil dans lequel le gyrostat n'a qu'à produire des contacts électriques pour provoquer le déclenchement des organes stabilisateurs. Cet appareil a été présenté, en modèle de démonstration, à l'Académie des Sciences par M. P. Carpentier le 29 mars 1910.

Le gyrostat comprend un lourd volant auquel est accolé l'induit annulaire d'une petite dynamo; l'inducteur fixe l'enveloppe. Le système est installé en un point convenable de la charpente de l'aéroplane, par l'intermédiaire d'une suspension à la Cardan qui lui laisse une indépendance complète en direction par rapport aux supports. Le lancement est fait à 10 000 t:m avec l'axe vertical dans la

(¹) Sir Hiram S. MAXIM, *Le vol naturel et le vol artificiel* (trad. Espitalier; Dunod, 1909); p. 124-133 et p. 197-202.

position d'équilibre ou droite de l'aéroplane. Cet axe, qui reste vertical, se termine par un bouton. Suivant que l'aéroplane pique du nez ou se cabre, suivant qu'il s'incline à droite ou à gauche, il provoque l'appui du bouton sur l'un ou l'autre de quatre contacts formés de deux lames conductrices superposées, fermant ainsi l'un ou l'autre de quatre circuits utilisables pour la commande des palettes du gouvernail de profondeur (soit pour les relever, soit pour les abaisser), ou pour la commande des ailerons de redressement placés aux extrémités des ailes. Chaque commande est réalisée par un câble souple mené par un piston en fer doux plongé dans un solénoïde AA' (fig. 85).

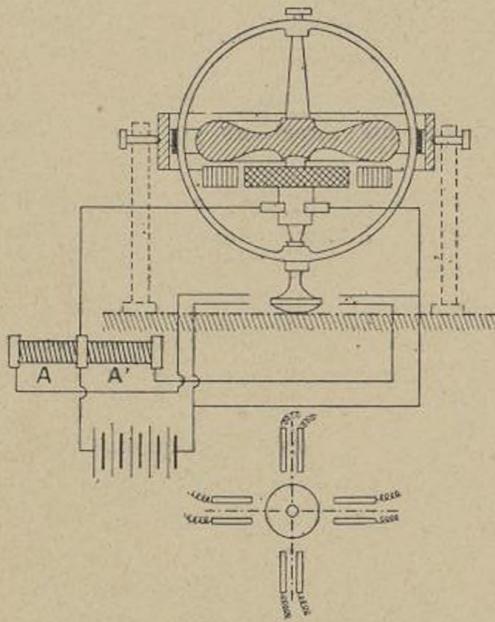


Fig. 85.

« Ce gyroscope, dit M. Carpentier, suppléant par le fait l'aviateur, donne à l'aéroplane une sorte d'*instinct artificiel*,

tout à fait comparable à celui qui gouverne les réflexes du cerveau chez l'oiseau et chez l'insecte. »

Mais cet instinct serait perverti si le gyroscope était mal centré et précessait autour de la verticale.

Observons que les organes de stabilisation peuvent entrer en jeu soit isolément, soit *simultanément*; et que des dispositifs de réglage permettent de faire varier les limites de leur intervention, c'est-à-dire la sensibilité du système.

Durant la même année 1910, les Établissements militaires d'aviation de Chalais-Meudon et de Vincennes, avec le commandant Lucas Girardville et le capitaine Conade, ont procédé à de nombreuses expériences sur la stabilisation gyroscopique.

Les gyroscopes employés, de la Maison Breguet, pesaient 5 kg,800, pouvaient tourner à 10 000 tours et étaient utilisés à 6000. Ils intervenaient, non par leur inertie, mais comme agents directeurs de gouvernail de stabilisation.

Les gyroscopes étaient enfermés dans un carter susceptible d'osciller librement autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de rotation. Si cet axe de tourbillonnement est dirigé par exemple dans le sens de la marche de l'aéroplane, et si l'appareil tend à s'incliner en profondeur, soit pour se cabrer, soit pour piquer vers le sol, le gyroscope se met à précesser autour de l'axe de tourbillonnement. C'est ce mouvement de précession qu'on transmet au gouvernail de profondeur par des liaisons convenables. Si pour l'autre gyroscope l'axe de tourbillonnement est transversal à la marche, l'action se fait sentir sur les ailerons latéraux.

L'énergie nécessaire au fonctionnement des gyroscopes est fournie par une hélice auxiliaire de petit diamètre, exposée directement au vent de l'hélice propulsive.

Les gouvernails se sont toujours montrés efficaces, notam-

ment dans les dérangements provoqués par des modifications de répartition de la charge.

En Allemagne, Stuart Bruce a transporté aux machines volantes le système à action directe de Schlick.

Citons, pour terminer, un ingénieux stabilisateur construit en 1914 par MM. Marguet et L'Hortet, et basé sur la propriété du sélénium d'être mauvais conducteur de l'électricité dans l'obscurité et de devenir d'autant meilleur conducteur qu'il est éclairé par une source de lumière de plus grande intensité. L'axe du gyro porte deux petites lampes électriques envoyant des faisceaux lumineux en des points variables d'une enveloppe sphérique de transparence croissante de deux pôles opposés au grand cercle correspondant. Extérieurement à cette enveloppe est disposée une mince pellicule de sélénium que couvre un réseau de fils conducteurs, formant rhéostat. La commande électrique des organes de stabilisation est ainsi proportionnée au déplacement de l'axe du gyro, soit à l'action perturbatrice.

L'appareil est trop délicat pour sa fonction réelle, mais il est très curieux.

32. Établissement de l'arbre des turbines à vapeur De Laval. — Les turbines à vapeur de la Société De Laval, construites par la Maison Breguet, tournent à très grande vitesse; si les turbines à disques multiples ne font que 1500 à 3000 tours à la minute, les turbines à un seul disque font 8000 tours pour 300 chevaux, 12000 pour 100 chevaux, 24000 pour 10 chevaux.

Avec de telles vitesses, tout défaut d'équilibrage du disque tournant, si petit que fût ce défaut, entraînerait des efforts transversaux considérables sur l'arbre.

Il serait aisément vérifier qu'une masse additionnelle de 1^g, placée à la périphérie d'un disque de 16^{cm} de diamètre

(12 chevaux) tournant à 24 000 t : m est sollicitée par une force centrifuge de 50^{kg} :

$$\left[F = m \omega^2 r = \frac{0,001}{9,81} \times \left(\frac{24\,000\pi}{30} \right)^2 \times 0^{m,08} = 50^{kg} \right].$$

Or, quelque soignés que soient la construction et le réglage, on ne saurait obtenir que le centre de gravité du disque soit rigoureusement sur l'axe géométrique de l'arbre et que son plan de symétrie soit perpendiculaire à cet axe. Par suite, avec un arbre rigide ordinaire, on aurait eu sur les coussinets des efforts énormes, de sens variables, entraînant des échauffements des paliers ou des ruptures d'arbre.

L'ingénieur De Laval imagina de recourir à l'effet gyrostatique et prit un arbre flexible n'ayant que la section nécessaire pour transmettre par torsion le torque moteur (30^{mm} de diamètre pour la turbine de 300 chevaux, 5^{mm} pour celle de 10 chevaux); il fixe sur cet arbre le disque en un point choisi convenablement. Soumis à l'action d'une masse excentrée, l'arbre tend à fléchir sans doute, mais le disque a une tendance à tourner autour de son axe prin-

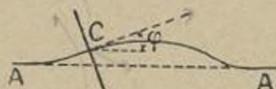


Fig. 86

cipal d'inertie : il tend à se mettre perpendiculaire à l'axe et à redresser cet axe. D'une manière plus précise, la flexion de l'arbre imprime au disque une précession forcée à laquelle correspond un torque de réaction gyroscopique redressant l'arbre; ou encore la force centrifuge imprime à un point de l'axe géométrique une force perpendiculaire au méridien, laquelle entraîne le déplacement de cet axe dans le méridien, le ramenant sur l'axe de l'arbre, suivant la règle de Foucault (*fig. 86*).

« La flexibilité de l'arbre a l'inconvénient de permettre au centre de gravité des écarts variables par rapport à l'axe, et l'on constate que, pour certaines valeurs de la vitesse, l'appareil tend à prendre une allure désordonnée. Il y a lieu de se proposer d'étudier théoriquement les déformations de l'axe. » M. Föppl, puis plus profondément M. Léon Lecornu, ont traité ce problème : la solution met en évidence l'existence d'une *vitesse critique* pour laquelle l'écart du centre de gravité tend constamment à augmenter, vitesse qui ne sera réalisée que par un concours exceptionnel de circonstances. Pour l'éviter, la roue doit n'être pas placée à égale distance des supports.

Enfin pour assurer la liberté de flexion de l'arbre, on fait pénétrer son bout opposé au pignon dans un coussinet à rotule.

33. Déivation des projectiles. — Les premiers projectiles de l'artillerie ont été sphériques; la résistance considérable qu'éprouvent les boulets sphériques en traversant l'air limite leur portée. Pour faciliter la pénétration dans l'atmosphère, on a empiriquement été conduit à donner aux projectiles une forme de révolution oblongue, offrant à l'avant une proue ogivale.

Avec un canon à âme lisse, le projectile sort de la bouche à feu sans rotation sensible; le centre de gravité décrit une courbe, mais l'axe de l'obus ne conserve pas une direction invariable, ainsi qu'il adviendrait dans le vide : il présente des mouvements incohérents. De ce fait, la répartition des poussées de l'air sur la surface du projectile change constamment, modifiant incessamment la force totale appliquée au centre de gravité dont le mouvement devient inétudiabil. Pour régulariser le mouvement de l'obus autour de son centre de gravité, on a donné à cet obus une rapide rotation autour de son axe : à cet effet, des rayures

hélicoïdales, à pas variable, graduellement décroissant, sont pratiquées dans l'âme du canon, et l'obus, sous la poussée des gaz de la déflagration de la charge, est guidé sur ces rainures par un ceinturage en cuivre qui s'imprègne en elle. L'obus sort donc doué d'une vitesse considérable autour de son axe de révolution qui est aussi axe principal d'inertie. On pourrait s'attendre à ce qu'il présentât une stabilité pareille à celle d'un gyrostat et à ce que l'axe conservât une direction invariable dans l'espace. Ce serait, à vrai dire, un résultat fâcheux, car l'axe de l'obus ferait un angle toujours croissant avec la trajectoire, et l'on aurait bientôt perdu le bénéfice de la forme ogivale (fig. 87).

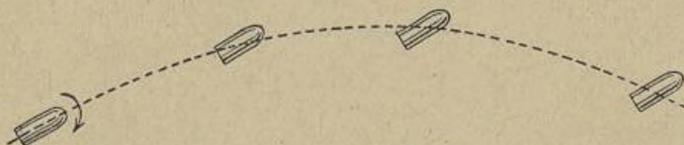


Fig. 87.

En fait, le phénomène se présente autrement : les empreintes laissées par des projectiles sur des panneaux placés au point de chute montrent que l'obus tombe la pointe en avant, son axe formant alors un angle assez faible avec la tangente à la trajectoire du centre de gravité.

D'autre part, le frottement de l'air produit par la rotation de l'obus est minime, en sorte que le système des forces appliquées à l'obus par l'air ambiant est symétrique par rapport au plan de tir, plan vertical passant par la vitesse initiale. La trajectoire du centre de gravité devrait donc, semble-t-il, être située dans ce plan de tir. En fait, on constate que l'obus s'écarte du plan de tir dans un sens parfaitement déterminé par celui de la rotation de l'obus. C'est ce phénomène qu'on appelle la *dérivation*.

La dérivation est de même sens que la rotation du pro-

jectile. Les artilleurs entendent ainsi cette règle : si pour le pointeur le culot de l'obus tourne comme les aiguilles d'une montre, on dit que l'obus tourne à droite, et alors la dérivation porte le projectile à droite du plan de tir; dans le cas contraire, la dérivation est à gauche.

La dérivation est toujours très petite par rapport à la portée : ainsi, pour le canon de 75, à 4000^m, la dérivation est de 12^m, et cet écart, vu de la pièce, sous-tend un angle de 9'.

L'explication théorique détaillée est très ardue; on va seulement donner un aperçu sommaire de la manière dont les choses se passent.

Dans la première partie de sa course, l'axe de l'obus décrit à tout instant un élément de cône dont l'axe est la tangente à la trajectoire à cet instant; vers le milieu de la course, l'axe de l'obus se couche sur la tangente à la trajectoire; la direction de la trajectoire est déviée à droite du plan de tir; dans la dernière partie de sa course, le projectile peut reprendre le mouvement hélicoïdal initial.

Ces quatre faits sont produits par trois forces : *a.* la résistance de l'air due au mouvement de translation du projectile; *b.* la résistance de l'air due à son mouvement de rotation; *c.* la pesanteur.

Premier point. — Le premier effet est produit par la force *a* (fig. 88).

Soit à un instant donné G le centre de gravité de l'obus, dont la vitesse V est portée par la tangente GX à la trajectoire de ce point; l'axe GP de l'obus fait avec GX un angle α . Si l'on néglige pour le moment le mouvement de rotation, quelle que soit la direction du déplacement de G, la résistance de l'air due à la translation est déterminée par la direction du déplacement de G par rapport à GP; elle équivaut à une force R située dans le plan PGX,

qui est plan de symétrie de l'obus, non nécessairement vertical.

Cette force R , inclinée d'un angle β sur OX , intervient : 1^o dans le mouvement de G , par la composante $T = R \cos \beta$

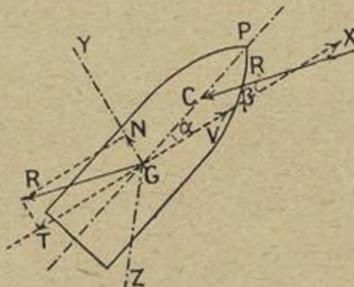


Fig. 88.

tangente à la trajectoire dans le sens XG et qui ralentit la vitesse V ; puis par la composante $N = R \sin \beta$ normale à la trajectoire, qui modifie la courbure de la trajectoire (c'est-à-dire la direction de GX), ce sur quoi on reviendra au deuxième point; 2^o dans le mouvement de l'obus autour de G , par le torque d'axe GZ perpendiculaire au plan PGX , $R a \sin(\alpha + \beta)$, si $GC = a$. Ce torque va produire un effet de précession, c'est-à-dire que l'axe GP de l'obus en rotation va tourner autour d'un axe perpendiculaire à GP et à GZ et commencer à décrire un élément de cône autour de GX .

Deuxième point. — L'axe du projectile se penche vers la trajectoire. Dans le croquis ci-contre, on a représenté approximativement les positions relatives de X et de P durant une période entière de cette précession, en regardant le centre de gravité G comme fixe et situé du côté de l'observateur (fig. 89).

Le changement de courbure signalé tout à l'heure se traduit ainsi : GX se dirige vers GP , diminuant l'angle α . Par

suite X décrit une spirale dont le rayon de courbure décroît continuellement, tandis que GP décrit, dans chacune des

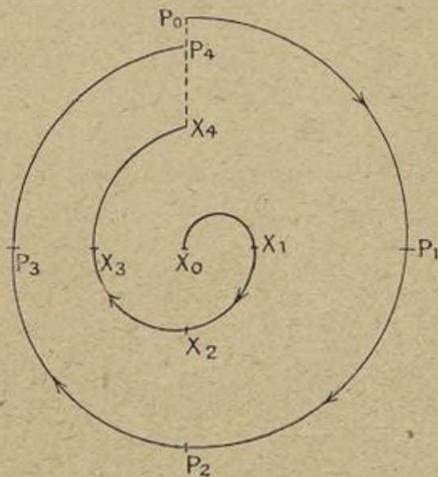


Fig. 89.

positions successives, autour de la position correspondante de GX , un élément de cône dont l'angle au sommet diminue.

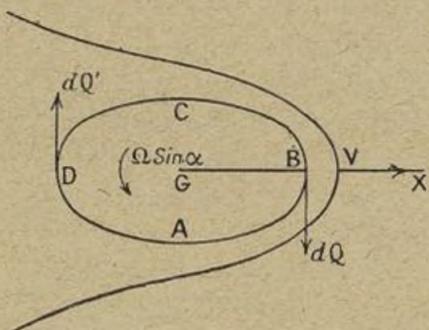


Fig. 90.

Ce résultat est renforcé par la force b , c'est-à-dire par le torque de frottement de l'air dû à la rotation propre du projectile. Car si $ABCD$ représente la section elliptique

de l'obus par le plan XGZ, l'effet du mouvement dans la direction GX est de comprimer l'air en B et de produire une traînée de remous en D. La rotation $\Omega \sin \alpha$ a bien pour effet de reporter de B vers A la zone d'air comprimé, mais la vitesse de G étant très grande vis-à-vis des vitesses linéaires des points de la périphérie, la tendance au déplacement de la poupe est insensible : la partie la plus dense du matelas d'air reste en B, et la résistance totale est bien approximativement dans le plan PGX comme nous l'avons admis. De plus, en chaque point de la périphérie, il y a des forces telles que dQ , dQ' tendant à retarder la rotation de l'obus, celles vers B étant plus grandes que celles vers D, tandis que de part et d'autre de BD, aux points symétriques ces forces sont égales. Le système de ces forces pour toute la surface du projectile équivaut à une force $Q - Q'$ appliquée en G, et à un torque tournant à droite autour d'un axe issu de G, situé dans le plan PGX du côté de X par rapport à OP, mais non perpendiculaire à OX, parce que les sections vers la base du projectile ne sont pas elliptiques. Ce torque, d'après la loi de précession, amène l'axe GP à se coucher sur GX, en sorte que GP peut éventuellement devenir tangent à la trajectoire (fig. 90).

La force $Q - Q'$, perpendiculaire à GX, modifie légèrement l'effet de $R \sin \beta$ sur la courbure de la trajectoire ; mais elle est minime vis-à-vis de celle-ci, en raison de la grandeur de la vitesse de translation vis-à-vis de celle de rotation.

Troisième point : Déivation à droite. — Revenons au mouvement conique du premier point, dont la nature montre nettement la raison de la déivation de la trajectoire vers la droite.

En effet, la pression de l'air $R \sin (\alpha + \beta)$ agit toujours sur GP du côté X de l'obus ; il est donc clair que, de P_0

à P_2 , la vitesse de dérivation à droite augmente, qu'elle devient maximum en P_2 et qu'elle diminue de P_2 à P_4 .

Toutefois, comme α diminue et par suite aussi β , il s'ensuit que $R \sin(\alpha + \beta)$ diminue (ce que montre la figure par la réduction des distances $P_1 X_1, P_2 X_2, \dots$), et ainsi les forces qui détruisent la vitesse maximum de dérivation au delà de la position P_2 sont moindres que celles qui l'ont amenée à prendre cette valeur en P_2 ; par suite le gain en vitesse de dérivation à droite de P_0 à P_2 est toujours plus grand que la perte de P_2 à P_4 , et ainsi la vitesse de dérivation ne s'annule pas jusqu'à la position P_4 , après laquelle elle augmente comme précédemment.

En conséquence, la dérivation est constamment dirigée vers la droite, en même temps que le projectile décrit dans l'espace une sorte de mouvement hélicoïdal.

Dans tout ce qui précède, on suppose que l'obus sort de l'âme avec le plan PGX vertical. Si pour une raison quelconque il n'en est pas ainsi — par exemple à cause d'une poussée irrégulière des gaz sur le culot de l'obus au départ, ou d'un recul de l'affût dans une direction perpendiculaire à GP — et si le projectile est dévié par une action gyroscopique avant de s'être vraiment mis en route, alors la dérivation initiale est quelque peu modifiée. Si le plan PGX est initialement à droite du plan vertical passant par GX, par rapport au pointeur, on voit, en tournant sur la figure autour de X_0 vers la droite, que les forces engendrant la dérivation à droite (imagées par les distances $P_1 X_1, \dots$) peuvent l'emporter plus que précédemment sur les forces tendant à la diminuer, tandis que si le plan PGX est à gauche du même plan vertical, ce serait l'inverse; sous des conditions initiales particulièrement désavantageuses de la nature indiquée, il se pourrait que le projectile dérivât à gauche tandis qu'en même temps l'axe décrirait son mouvement de précession vers la droite.

Quatrième point. — Le mouvement hélicoïdal du début peut être repris.

Ce qui précède montre que le mouvement de l'obus correspond en partie à celui d'une toupie qui, cette fois grâce au frottement superficiel, se redresse jusqu'à ce que son axe coïncide avec l'axe du cône qu'il décrivait d'abord. Toutefois, dès que la rotation propre de l'obus tombe au-dessous d'une certaine valeur, le mouvement perd sa stabilité comme dans le cas de la toupie. Si la vitesse de rotation se réduisait très fortement, on pourrait concevoir que le projectile culbutât (comme lorsqu'une toupie s'affale sur le sol) et terminât sa course le culot en avant, en sorte que la dérivation pour la dernière partie de la trajectoire fut à gauche. Dans ce cas, cependant, le mouvement serait extrêmement instable en raison de la petitesse toujours décroissante de la rotation propre.

Effet de la pesanteur. — Comme le poids de l'obus peut à tout instant être décomposé suivant GX et suivant la perpendiculaire, on voit que l'effet de la pesanteur est : 1^o de modifier la vitesse de translation; 2^o de donner à la direction de la trajectoire en chaque point une courbure vers le bas.

De ce dernier résultat il suit que, si GP est au-dessus de GX, la pesanteur tend à augmenter l'angle α , et inversement. Mais cet effet est négligeable tant que la vitesse de translation est grande.

Nous nous bornons à ces aperçus, en les complétant par quelques chiffres qui permettront de juger de l'ordre de grandeur des éléments envisagés.

Pour l'obus explosif du canon français de 75^{mm}, obus dont le poids est de 5^{kg},315, la vitesse initiale est $V_0 = 550^m$ par seconde. Les rayures s'achèvent sous une inclinaison de 7° sur les génératrices, et $\tan 7^\circ = 0,12278$.

Le pas linéaire au départ est

$$\frac{\pi \times 0^m,075}{0,12278} = 1^m,919,$$

Le nombre de tours à la seconde est donc

$$n = \frac{550}{1,919} = 286,$$

et la vitesse angulaire correspondante est

$$\Omega_0 = 2\pi \times 286 \quad \text{ou} \quad 2\pi \times \frac{550 \times 0,12278}{\pi \times 0,075} = 1800 \text{ rad/sec.}$$

Un mot d'historique pour terminer. Il semble que Léonard ait songé à fabriquer des armes rayées; mais ce qui est certain, c'est que le physicien anglais Benjamin Robins, vers 1750, proposa d'utiliser les rayures pour régulariser le mouvement de rotation des projectiles. Il convient de citer de lui cette phrase prophétique : « La nation chez laquelle on parviendra à bien comprendre la nature et l'avantage des canons rayés, où l'on aura la facilité de les construire, où les armées en feront usage et sauront les manier avec habileté, cette nation, dis-je, acquerra sur les autres une supériorité, quant à l'artillerie, égale à celle que pourraient lui donner toutes les inventions qu'on a faites jusqu'à présent pour perfectionner les armes quelconques » (*Nouveaux progrès d'Artillerie*, par Benjamin Robins, trad. Lombard).

Le système des rayures ne fut appliqué qu'en 1826 à la carabine de Delvigne, lieutenant aux chasseurs de la garde, puis en 1844 à la carabine du colonel Thouvenin. En ce qui concerne les bouches à feu, le capitaine Treuille de Beaulieu adressa en 1842 au Comité de l'Artillerie un projet de matériel rayé : on dit qu'il ne lui en fut même pas accusé réception; ce fut un officier piémontais Cavalli

qui, en 1847, raya le premier des canons de gros calibre et leur fit tirer des projectiles oblongs, faisant passer la portée de 3000^m à 4200^m. Enfin, en 1858, sur l'ordre de Napoléon III, le matériel projeté et étudié par Treuille de Beaulieu fut adopté.

Ces indications montrent qu'il y a intérêt à cultiver l'histoire des Sciences où l'on trouve mainte idée encore inexploitée, et que la patience est nécessaire aux inventeurs.

APPENDICE

Par M. Th. Got

Professeur adjoint de Mécanique
au Conservatoire des Arts et Métiers.

NOTE I. — *Vues récentes sur l'application du gyroscope à l'amortissement du roulis des navires.*

On trouvera une étude mathématique, succincte, mais précise, des stabilisateurs gyroscopiques, dans une Communication faite par M. Battestini, ingénieur principal du Génie maritime, à l'Association Technique Maritime au cours de la session de juin 1924 (1).

Nous nous contenterons ici d'emprunter à cette Note quelques considérations sur les avantages de ces appareils et sur les sujétions qui en ont jusqu'à maintenant limité l'emploi.

C'est le coût élevé de l'installation qui s'est opposé à son adoption générale sur les paquebots malgré l'accroissement de bien-être qui en résulte pour les passagers. Mais sur les vaisseaux de guerre la stabilisation au roulis présente aujourd'hui des avantages d'ordre militaire beaucoup plus importants qu'une amélioration de l'habitabilité : ce sont d'abord la meilleure conservation de la vitesse par gros temps et l'amélioration de la justesse et de la rapidité

(1) *Le Stabilisateur gyrostatique. Sa détermination*, par F. BATTESTINI, ingénieur du Génie maritime.

du tir de l'artillerie : ce dernier avantage est primordial dans la guerre navale moderne où la distance de combat va toujours croissant ; enfin la stabilisation est indispensable pour les navires porte-avions. Aussi peut-on prévoir, dans les Marines militaires, des applications de plus en plus nombreuses de dispositifs stabilisateurs Sperry ou analogues. Des essais sont notamment en cours en Angleterre et en Italie, sur des torpilleurs d'escadre ou des croiseurs, au Japon sur un croiseur de 10 000 tonnes, aux États-Unis aussi très probablement.

Il faut actuellement compter, pour le poids de l'installation, sur le chiffre considérable de 3 pour 100 du déplacement ; mais la sujexion de l'encombrement de l'appareil et de la machinerie est encore plus gênante que son poids, comme on peut le voir par les chiffres du tableau suivant :

Dimensions (en mètres) des compartiments nécessaires.

	Navires de		
	2500 tonnes.	10 000 tonnes.	20 000 tonnes.
Longueur.....	4	7,50	8
Largeur.....	3,50	6	12
Hauteur.....	3,50	6	7

Quant au prix, il est, comme on l'a dit, très élevé.

En attendant les perfectionnements qui naîtront certainement de la multiplicité des applications en cours ou à venir, une solution qui ne peut assurer une stabilisation aussi parfaite, mais qui peut néanmoins procurer un amortissement très rapide du roulis, est celle des citernes à lest liquide, soit isolées, soit en communication avec la mer. Ce système, spécialement étudié depuis 1910 par le Dr Frahm, pourrait être grandement amélioré, comme l'a indiqué M. Bernier, ingénieur principal H. C. du Génie maritime (¹) ,

(¹) *Sur les amortisseurs de roulis à lest liquide*, par M. BERNIER,

par l'adjonction de soupapes de remplissage et de vidange, commandées par un servomoteur électrique, actionné par un gyrostat témoin de roulis, suivant le même principe que le moteur de précession du gyrostat principal dans le système stabilisateur Sperry.

NOTE II. — *Sur le compas isogyrostatique
de MM. Béghin et Monfraix* (¹).

Ce compas a été étudié de manière à posséder les qualités des derniers modèles de compas Anschütz et Sperry sans en avoir les défauts.

Dans l'Anschütz à trois gyros, la stabilité transversale est encore insuffisante, la période d'oscillation étant de l'ordre d'une minute seulement, d'autre part les déviations dites *balistiques* sont importantes. Ces déviations se produisent à la suite de changements rapides de vitesse ou de route du bâtiment, et sont particulièrement gênantes sur les navires de guerre appelés à exécuter de nombreuses évolutions.

Les Sperry — soit à un seul gyro, même avec le perfectionnement Harrison Rawlings (effectué à la Commission de Slough), soit à deux gyros — présentent des déviations balistiques du même ordre que l'Anschütz et sont encore plus sensibles au roulis.

M. Béghin, professeur de mécanique à la Faculté des Sciences de Lille, a montré dans une étude approfondie (*Annales hydrographiques de 1922*) le rôle de la stabilité

ingénieur principal H. C. de la Marine. Note présentée à l'Association technique maritime en juin 1924.

(¹) Voir la description et la théorie détaillée dans le *Mémorial de l'Artillerie*, année 1924.

transversale et de l'amortissement des oscillations horizontales dans la défense contre les perturbations dues aux accélérations (changements rapides de vitesse ou de cap, roulis, etc.).

Ayant reconnu que la cause principale des déviations balistiques était le dispositif d'amortissement des oscillations du compas dans sa recherche du méridien, il a réalisé, en collaboration avec M. Monfraix, ingénieur principal de l'Artillerie navale, une disposition qui permet la suppression de l'amortissement pendant les évolutions, ce qui réduit considérablement l'importance des déviations balistiques.

Ce compas possède en outre une stabilité remarquable dans toutes les directions et un amortissement très énergique. Il réalise par conséquent un progrès incontestable.

Nous nous contenterons d'en donner la description — que nous empruntons à la Note citée plus haut de MM. Béghin et Monfrain — et d'indiquer les caractéristiques principales de son fonctionnement. Nous n'en aborderons pas la théorie : elle nécessiterait un exposé de l'étude mathématique des systèmes asservis faite par M. Béghin, dans sa Thèse de doctorat⁽¹⁾, qui sortirait du cadre du présent Ouvrage.

DESCRIPTION⁽²⁾. — « Un anneau de Cardan U_0 est mobile autour d'un axe horizontal $P_0 Q_0$ parallèle à l'axe longitudinal du bâtiment. Un croisillon U (4) est mobile par rapport à U_0 autour de l'axe horizontal PQ (2, 3) perpendiculaire à $P_0 Q_0$. Un support U_1 (6) est mobile par rapport à U autour de l'axe vertical MN (5). Les axes $P_0 Q_0$, PQ , MN

⁽¹⁾ Voir le *Traité de Mécanique rationnelle*, de M. P. APPELL, t. II, Chap. XXIV, § 7, dans la 4^e édition (Gauthier-Villars, 1924).

⁽²⁾ Les lettres se rapportent au schéma (fig. 91) et les chiffres entre parenthèses aux planches détaillées V, VI et VII.

concourent au point fixe O de la Cardan. Ce support U_1 porte trois gyrostats G_1 (12), G_2 (28), G_3 (29), à axes horizontaux. Le gyro G_1 établi au sud du compas est le *gyro directeur*; les gyrostats G_2 et G_3 sont uniquement stabilisateurs.

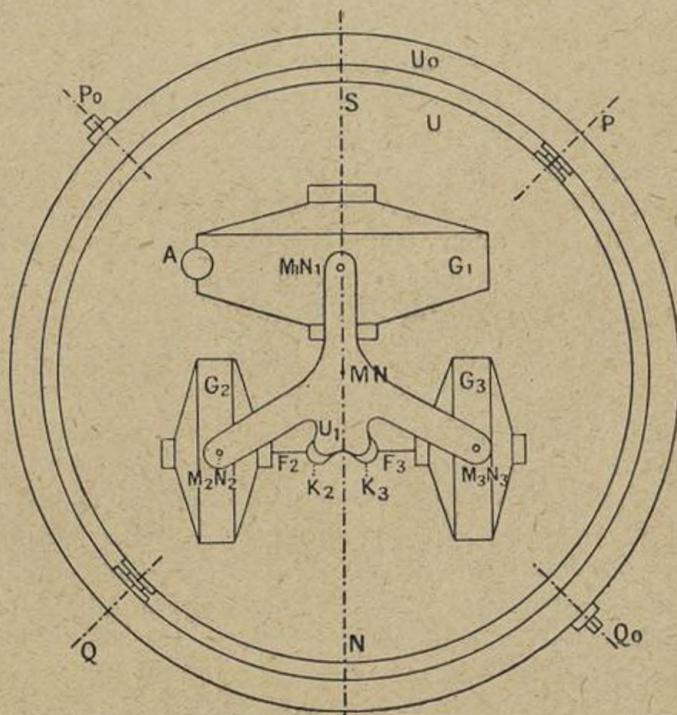


Fig. 91.

» Le carter de chacun de ces gyrostats peut tourner par rapport à U_1 autour d'un axe vertical : G_1 autour de $M_1 N_1$ (13), G_2 autour de $M_2 N_2$ (10), G_3 autour de $M_3 N_3$ (11). G_1 est suspendu à U_1 par un faisceau de fils sans torsion; G_2 et G_3 par des faisceaux de fils à faible torsion.

» Le trolley 16 permet d'asservir le support U_1 au gyrodirecteur à l'aide du petit moteur auxiliaire 18 et des engre-

nages 19, 20. De cette manière, le support U_1 suit constamment le gyro-directeur G_1 dans tous ses déplacements, sans réagir sur lui, prenant seulement appui sur le croisillon U par l'intermédiaire du moteur d'asservissement.

» L'amortissement de la recherche du méridien est obtenu à l'aide d'une surcharge A (21), portée par la partie Est du gyro G_1 . Cette surcharge est mobile et l'on peut à volonté la soulever à l'aide d'un électro (24) solidaire du châssis et l'appliquer sur place à ce dernier. Dans cette manœuvre qui supprime à volonté l'amortissement, le centre de gravité du système $U_1 G_1 G_2 G_3 A$ ne quitte pas l'axe vertical MN .

» Les gyros stabilisateurs G_2 et G_3 tournent en sens contraires. Dans la position d'équilibre apparent du compas, leurs axes sont orientés de l'Est à l'Ouest; chacun d'eux est rappelé vers cette position, d'une part par la torsion des fils de suspension; d'autre part et surtout par l'action d'un fil F_2 ou F_3 (30) tendu par un contrepoids K_2 ou K_3 (31).

» L'amortissement des oscillations transversales du compas est réalisé par le déplacement d'une palette percée de trous (33) dans une boîte (34) remplie d'un liquide visqueux; la palette est fixée au carter de l'un des gyros stabilisateurs; la boîte est solidaire du support U_1 . »

DONNÉES PRINCIPALES. — Vitesse angulaire des gyros : 170 tours environ par seconde.

Moment cinétique du gyro-directeur : 3×10^6 . (Unités : gramme force, centimètre, seconde.)

Moment cinétique de chaque gyro stabilisateur : $0,6 \times 10^6$.

Produit du poids du système $U U_1 G_1 G_2 G_3 A$ par la distance du centre de gravité au point fixe O : 9×10^4 .

Produit du poids de la surcharge A par la distance de son centre de gravité à l'axe $M_1 N_1$: $0,24 \times 10^4$.

CARACTÉRISTIQUES PRINCIPALES DU FONCTIONNEMENT. —
Période des oscillations horizontales dans la recherche du méridien :

Avec amortissement.....	89 ^m ,5
Sans amortissement.....	85 (1)

Coefficient d'amortissement : il est mesuré par la valeur 2,15 du décrément logarithmique (c'est-à-dire logarithme népérien du rapport de deux amplitudes consécutives de même sens), de telle sorte que les oscillations consécutives de même sens forment une progression géométrique décroissante de raison $\frac{1}{8,6}$ environ.

Période des oscillations dans la recherche de la stabilisation horizontale : 10,6 minutes.

Coefficient d'amortissement de ces oscillations : le décrément logarithmique est 2,37, de sorte que la décroissance des amplitudes est encore plus rapide que pour la recherche du méridien.

Ordre de grandeur des déviations balistiques : pour une variation de vitesse de 30 noeuds en une minute (variation uniforme et sans changement de direction), le cap étant supposé SW-NE — condition la plus défavorable — la déviation balistique ne dépasse pas 7',3 en azimut; si la variation précédente mettait cinq minutes à se produire (soit la moitié de la période de stabilisation), la déviation n'atteindrait que 6'.

(1) Cette période serait celle $\left(2\pi \sqrt{\frac{R}{g}} \right)$ d'un pendule simple de longueur égale au rayon terrestre dans un champ constant égal à g . On démontre que cette période est la plus favorable pour l'atténuation des déviations balistiques [voir MARTIENSSSEN, *Die Theorie des Kreiselkompasses* (*Zeitschrift für Instrumentenkunde*, Berlin, 1912)].

Ordre de grandeur des déviations dues au roulis : Un roulis d'une période de six secondes et de 1^m,50 de demi-amplitude horizontale pour le compas donne, dans le cap le plus défavorable, une déviation maxima en azimut de 15' et une inclinaison de 1'; ces chiffres seraient à réduire de moitié pour un roulis de même amplitude mais de période double.

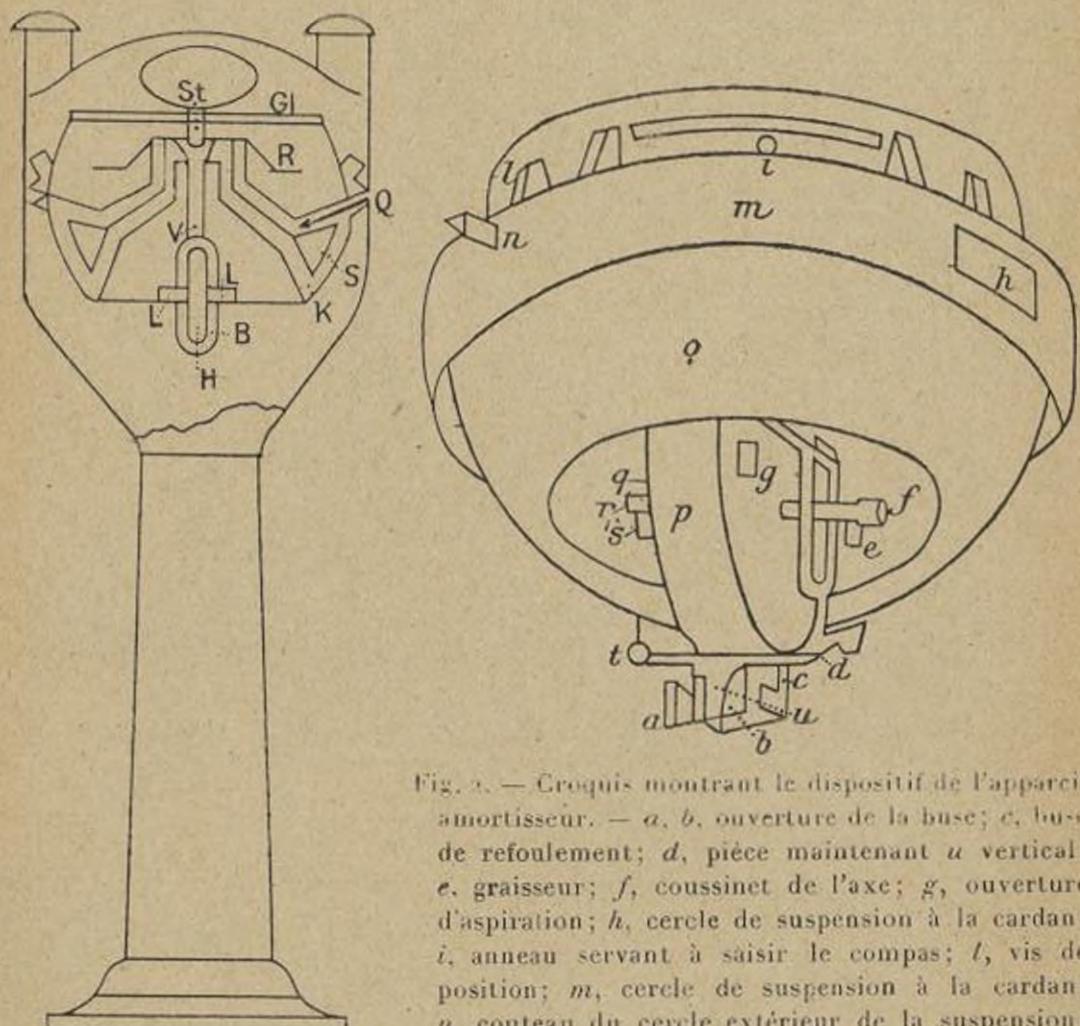
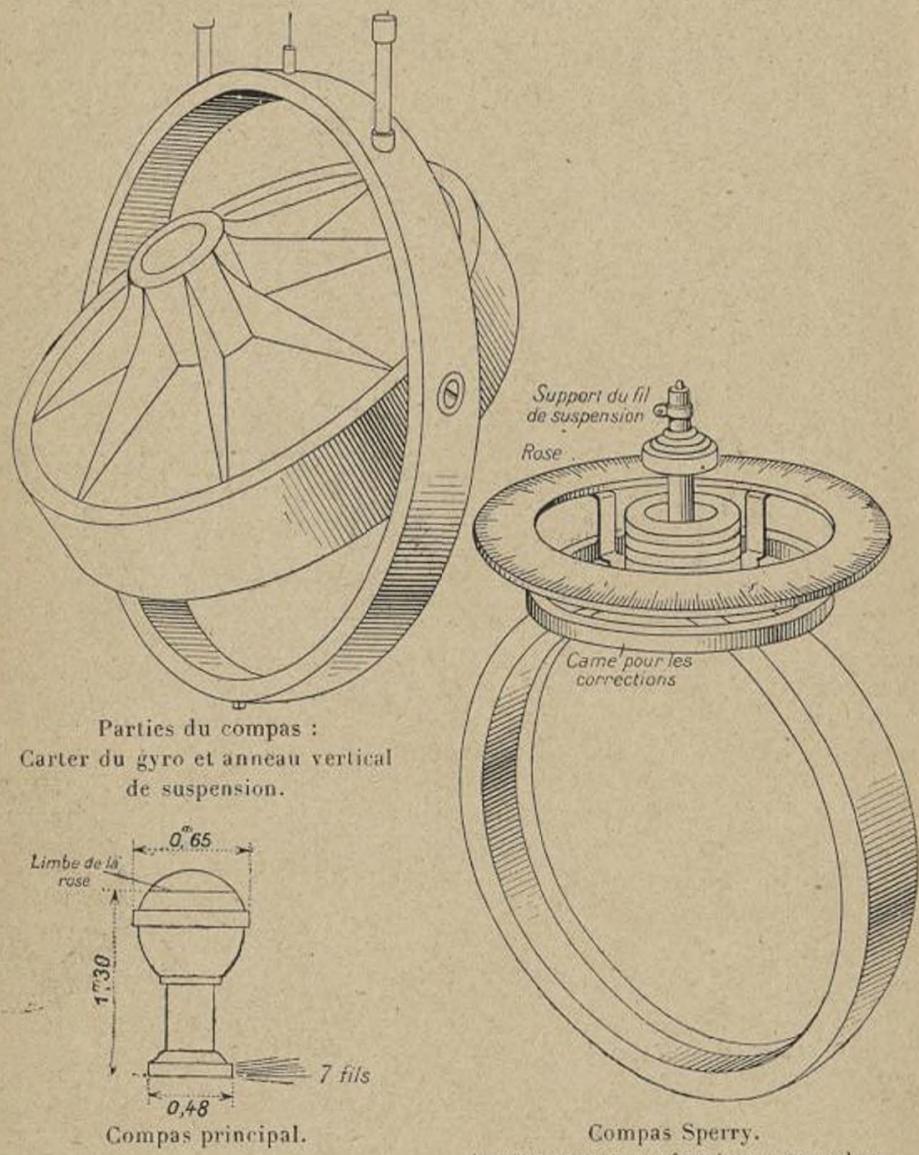


Fig. 1. — Coupe du compas Anschütz. — H, gyroscope; L, L, axe du gyroscope; B, calotte; S, flotteur; Q, mercure; R, rose; K, cuve suspendue à la cardan; St, cheville; Gl, glace.

Fig. 2. — Croquis montrant le dispositif de l'appareil amortisseur. — a, b, ouverture de la buse; c, buse de refoulement; d, pièce maintenant u vertical; e, graisseur; f, coussinet de l'axe; g, ouverture d'aspiration; h, cercle de suspension à la cardan; i, anneau servant à saisir le compas; l, vis de position; m, cercle de suspension à la cardan; n, couteau du cercle extérieur de la suspension; p, boîte renfermant le gyroscope; q, ouverture d'aspiration; r, coussinet de l'axe; s, graisseur; t, contrepoids; o, cuve à mercure.





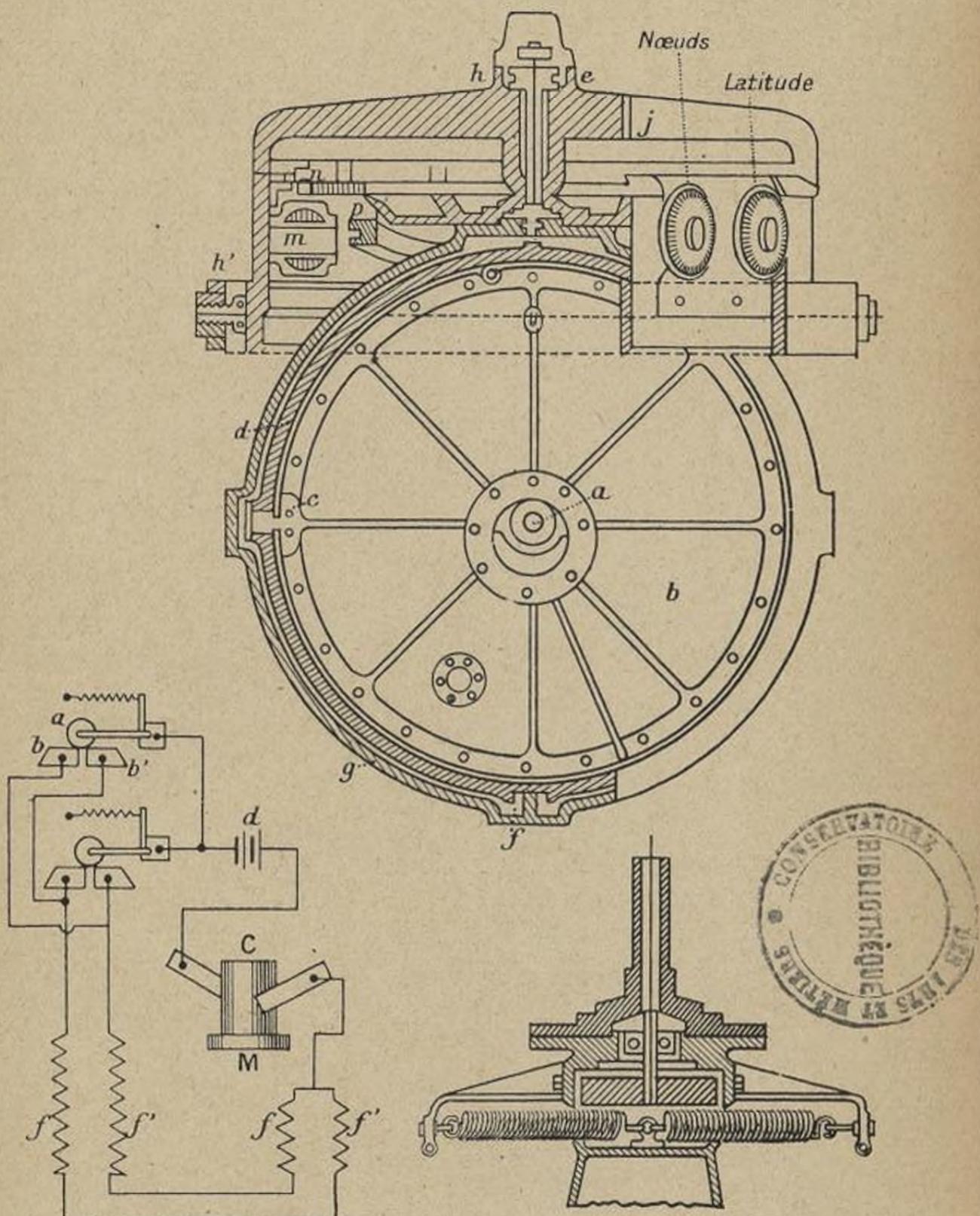
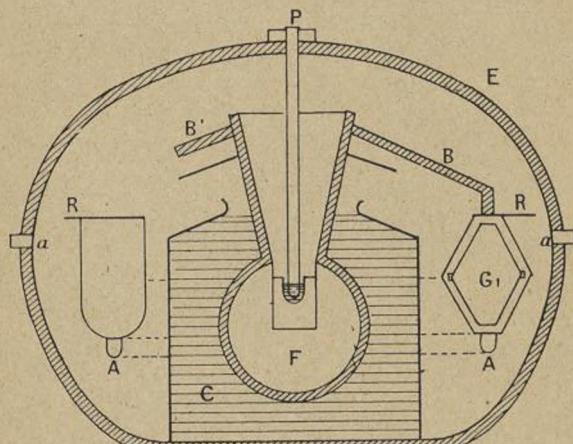
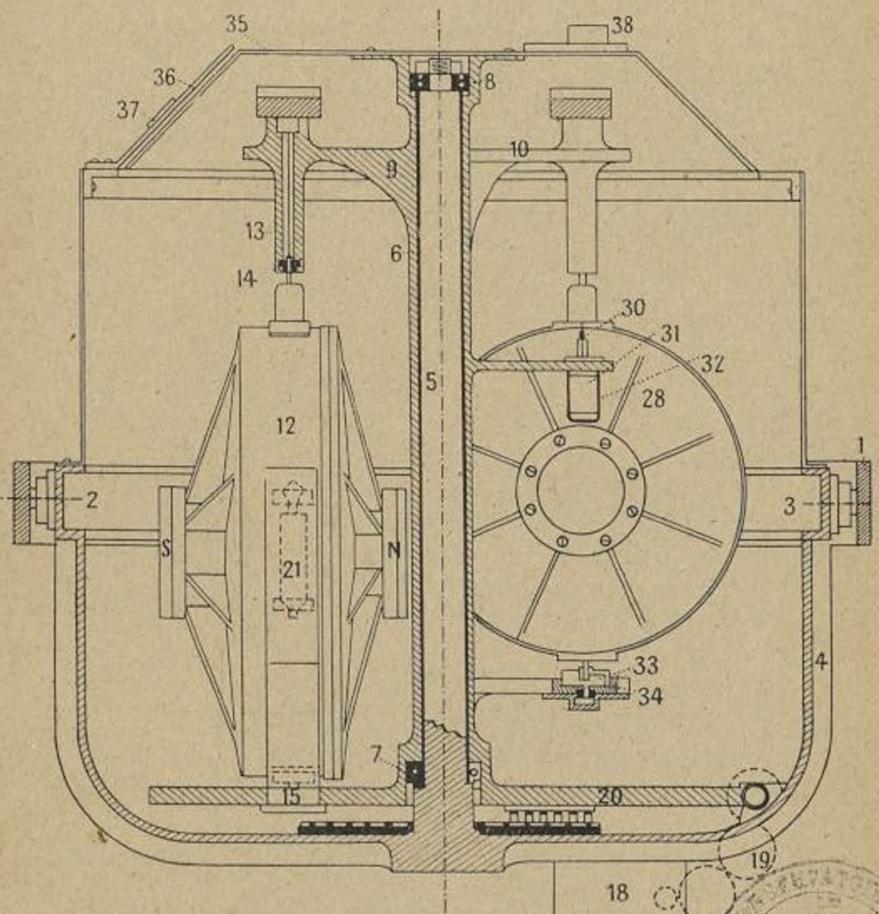


Schéma de l'asservissement.

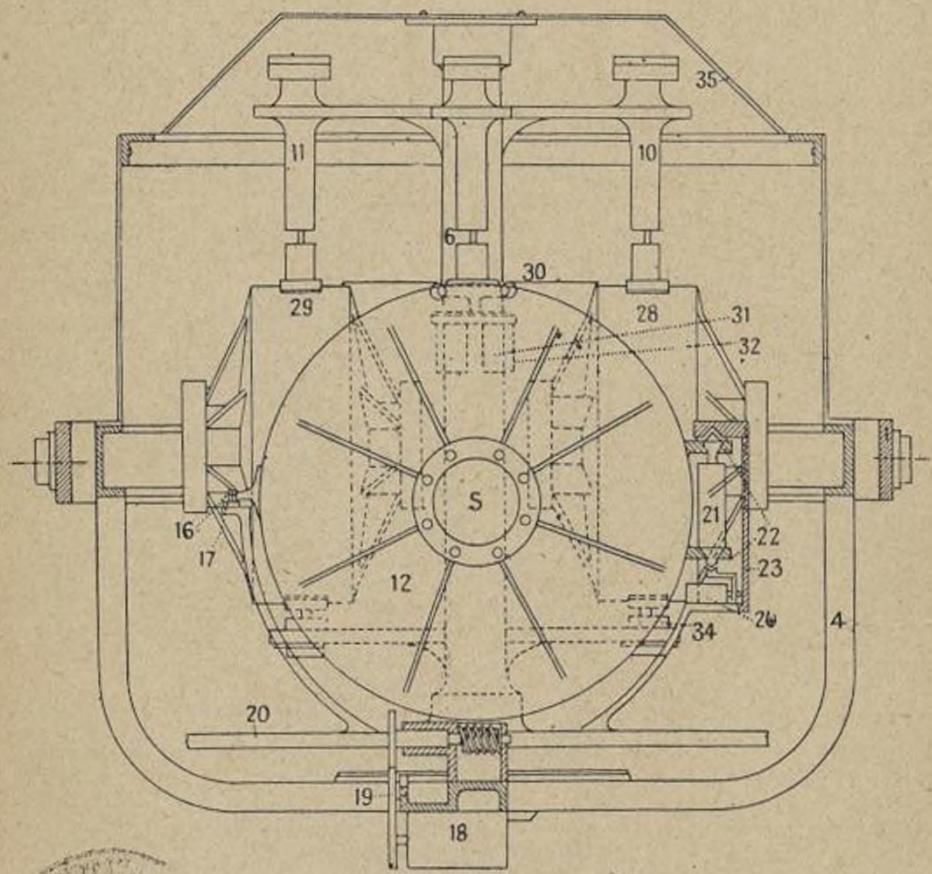
Détail de la connexion élastique
pour l'amortissement.
Compas Sperry.

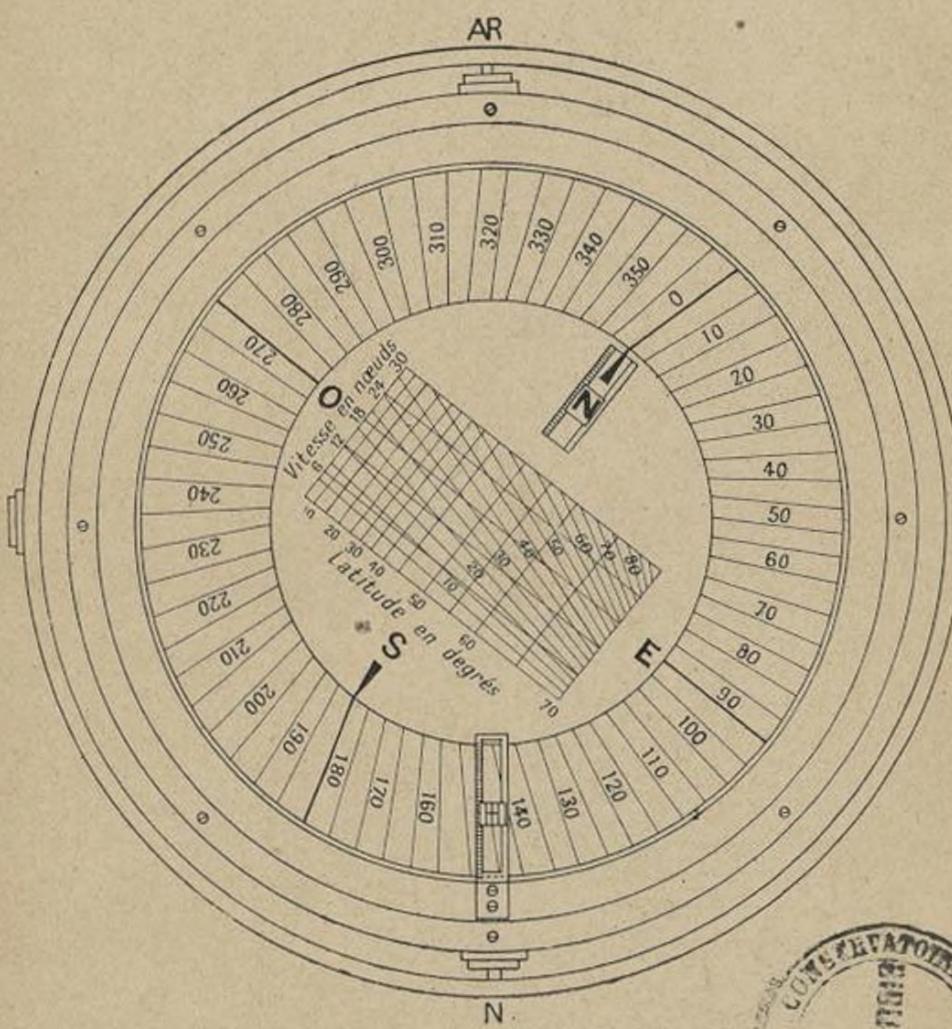


Appareil Anschütz (modèle 1912).



Compas Béghin et Monfrais.





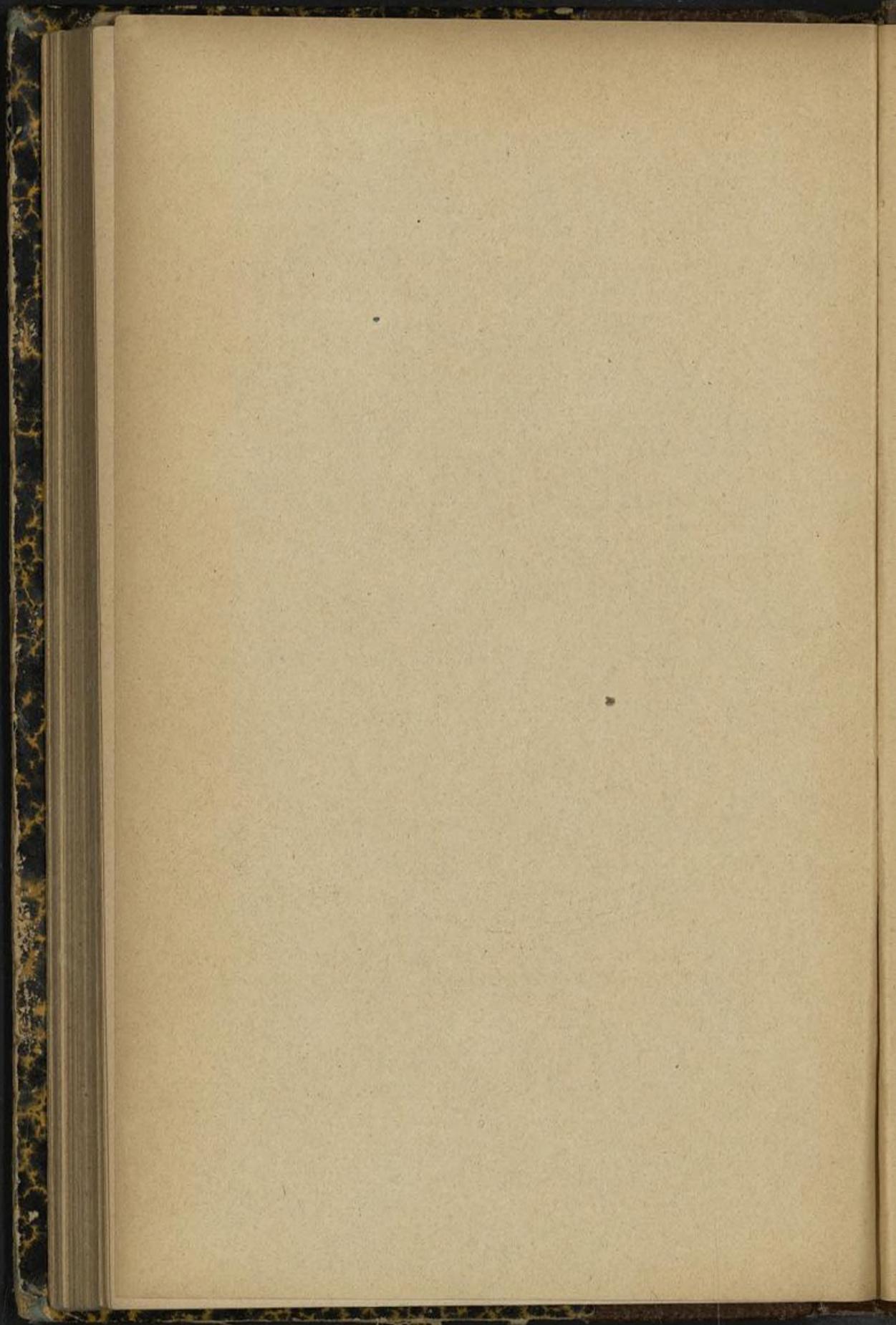


TABLE DES MATIÈRES

DU TOME PREMIER

	Pages
PRÉFACE.....	v
INTRODUCTION.....	I

CHAPITRE I.

Étude expérimentale : La toupie et ses applications.

1. Premières observations sur l'inertie et la stabilité dynamique	3
2. Toupies mises en marche à la main : toton, toupie de Maxwell; ovoïdes solides ou remplis de liquide.....	5
3. Mise en marche à la ficelle : précession de la toupie ordinaire; toupie suspendue; toupie de Flessel; inversion; effort sur l'axe; gyroscope des bazars; toupie araignée.....	9
4. Montage sur roulements à billes : appareil de Greenhill, en toupie, en pendule, en balance. Le principe de la tendance des axes de rotation au parallélisme.....	16
5. Mise en marche mécanique : par ressort de torsion; par engrenages, gyroscope de Foucault : <i>a</i> , libre; <i>b</i> , à plan directeur horizontal; <i>c</i> , à plan directeur vertical Est-Ouest.....	21
6. Mise en marche par fluide; collimateur Fleurialis.....	28
7. Mise en marche électrique; appareil d'Andrew Gray : <i>a</i> , gyrostat libre; <i>b</i> , tendance au parallélisme; <i>c</i> , la précession; sa loi; effet gyroscopique; <i>d</i> , influence de l'accélération de la précession; <i>e</i> , effet d'une précession forcée; <i>f</i> , gyrostat sur patin; <i>g</i> , gyrostat suspendu; <i>h</i> , gyrostat sur bifilaire	28

CHAPITRE II.

Théorie de la rotation d'un solide autour d'un axe fixe.

	Pages.
8 Vitesse et accélération angulaires. Exemples : représentation	48
9. Relation entre un mouvement de rotation et les forces qui le produisent : <i>a</i> , couple ou torque; <i>b</i> , principe de l'inertie; <i>c</i> , proportionnalité de l'accélération angulaire au torque; <i>d</i> , expression du moment d'inertie d'un corps par rapport à un axe; <i>e</i> , moment cinétique d'un solide tournant; <i>f</i> , énergie cinétique d'un solide tournant; <i>g</i> , travail d'un torque dans un mouvement de rotation; <i>h</i> , théorème des forces vives ou de l'énergie; <i>i</i> , moments d'inertie usuels	52
NOTE I : Mesure des moments d'inertie	62
NOTE II : Rayon de gyration	63

CHAPITRE III.

Théorie de la rotation d'un solide autour d'un point fixe.

10. Axes principaux d'inertie d'un solide : Définition. Propriétés. Squelette d'inertie.....	64
11. Composition des vitesses linéaires et des vitesses angulaires : Décomposition de la rotation instantanée d'un solide.....	68
12. Théorème du moment cinétique.....	72
13. Cas d'un solide ayant un point fixe.....	77
14. Précession d'un gyrostat à axe horizontal.....	78
15. Précession d'une toupie à axe incliné et à pointe immobile : Valeur approchée de la précession.....	81
16. Indépendance du mouvement de translation du centre de gravité et du mouvement de rotation autour du centre de gravité	84
17. Démonstration élémentaire de l'effet gyrostatique d'après Jouffret.....	86
18. Conclusion	90

CHAPITRE IV.

Exemples d'effets gyroscopiques : Mouvements et force en jeu.

	Pages.
19. Cerceau	91
20. Bicyclette et motocyclette.....	92
21. Diabolo et bilboquet.....	94
22. Virage des automobiles.....	99
23. Navires : effets gyroscopiques dus aux virages, au tangage, au roulis.....	101
24. Aéroplanes	106

CHAPITRE V.

Applications des gyrostats.

25. Automotrices monorails : <i>Brennan, Scherl, Schilowsky</i>	109
26. Automobile bicycle <i>Schilowsky</i>	119
27. Stabilisation de route des torpilles automobiles : <i>a</i> , torpilles <i>Whitehead Obry</i> ; <i>b</i> , torpilles <i>Gazelowsky Bliss</i> ; <i>c</i> , tor- pilles <i>Howell</i>	120
28. Collimateur gyroscopique <i>Serson-Fleuriaux</i>	129
29. Amortisseurs de roulis <i>Schlick et Sperry</i>	133
30. Gyrocompas : <i>a</i> , <i>Anschütz, Kaempfe</i> ; <i>b</i> , <i>Sperry</i>	139
31. Stabilisation automatique des aéroplanes.....	153
32. Redressement de l'axe flexible des turbines à vapeur de <i>De Laval</i>	157
33. Notions sur la dérivation des projectiles rayés.....	159

APPENDICE.

NOTE I : Vues récentes sur l'application du gyroscope à l'amor-
tissement du roulis des navires.....

169

NOTE II : Sur le compas isogyrostatique de MM. Béghin et
Monfraix.....

171





