

Titre : Théorie des moteurs à gaz

Auteur : Moreau, George

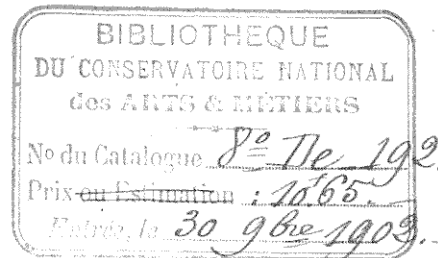
Mots-clés : Moteurs à gaz\*France\*1870-1914

Description : 1 vol. (224-[12] p.) ; 25 cm

Adresse : Paris : Ch. Béranger, 1902

Cote de l'exemplaire : CNAM-BIB 8 De 192

URL permanente : <http://cnum.cnam.fr/redir?8DE192>



THÉORIE  
DES  
MOTEURS A GAZ



8<sup>e</sup> De 192

THÉORIE  
DES  
**MOTEURS A GAZ**

CONFÉRENCES  
*FAITES A L'AUTOMOBILE CLUB DE FRANCE*

PAR  
**GEORGE MOREAU**

Ancien élève de l'École Polytechnique et de l'École Nationale  
des Mines de Paris.

---

PARIS  
LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER, ÉDITEUR  
SUCCESSEUR DE BAUDRY ET C<sup>ie</sup>  
15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15  
MAISON A LIÈGE, 21, RUE DE LA RÉGENCE

1902

Tous droits réservés.





## AVERTISSEMENT

---

Au commencement de l'année 1902 je fis, sur la *Théorie des Moteurs à gaz*, une série de conférences qui eurent lieu dans les locaux de l'Automobile Club de France.

Le programme, que j'avais soumis à notre président le baron Van Zuylen de Nyevelt, eut immédiatement sa chaude approbation, et, grâce à son bon vouloir, toutes les difficultés d'organisation s'aplanirent comme par enchantement. Qu'il me soit permis de lui témoigner ici ma reconnaissance et de lui adresser mes plus vifs remerciements.

A nos réunions furent admis non seulement les membres de l'A. C. F., mais aussi les ingénieurs civils et les élèves des grandes écoles de Paris qui en firent la demande. Des auditeurs vinrent de l'École des Mines, de l'École des Ponts et Chaussées, de l'École du génie maritime, de l'École centrale, de l'École supérieure d'électricité et de l'École de Physique et de Chimie.

Malheureusement, pour diverses raisons, je ne pus donner à ces conférences tout le développement qu'elles comportaient, et, en les publiant aujourd'hui, j'ai dû compléter certaines parties que j'avais été forcé d'écourter.

J'ai néanmoins conservé autant que possible l'ordre primitivement suivi et je livre ce travail à la publicité, espérant que beaucoup de lacunes existantes pourront être bientôt comblées et que de nouvelles recherches me permettront d'améliorer ces études.

Paris, 1<sup>er</sup> octobre 1902.

G. MOREAU.



## TABLE DES MATIÈRES

### CHAPITRE PREMIER

#### INTRODUCTION

	Pages
Utilité de la théorie . . . . .	7
Généralités sur les moteurs à gaz . . . . .	8
Classification des moteurs . . . . .	9
Plan de cet ouvrage . . . . .	11

### CHAPITRE II

#### THERMODYNAMIQUE

##### I. — *Principes généraux.*

Equivalent mécanique de la chaleur . . . . .	12
Variation de l'énergie . . . . .	12
Chaleur absorbée ou dégagée dans une transformation élémentaire . . . . .	15
Représentation du travail extérieur . . . . .	16
Cycles fermés . . . . .	18
Energie interne . . . . .	19

##### II. — *Cas des gaz parfaits.*

Définition des gaz parfaits . . . . .	19
Propriétés des gaz parfaits . . . . .	20
Equation caractéristique des gaz parfaits . . . . .	22
Relation entre les éléments des gaz parfaits . . . . .	24
Courbes figuratives . . . . .	28
Travail correspondant à la détente . . . . .	28
Cycle de Carnot . . . . .	33
Coefficient économique . . . . .	35
Cycles réversibles quelconques . . . . .	36
Cycles non réversibles . . . . .	38
Entropie . . . . .	39
Fonction caractéristique . . . . .	43
Ecoulement des gaz . . . . .	44
Du régime de vaporisation . . . . .	46
Mélange de gaz parfaits . . . . .	50

Phénomènes de dissociation . . . . .	53
Dissociation d'après M. Gibbs . . . . .	57

## CHAPITRE III

## VARIATIONS DES ÉLÉMENTS SUPPOSÉS FIXES

Impossibilité d'opérer sur des gaz parfaits . . . . .	62
Coefficient de dilatation . . . . .	63
Valeurs du coefficient de dilatation . . . . .	64
Chaleur spécifique . . . . .	65
Éléments divers des gaz . . . . .	66
Equation des gaz . . . . .	67
Point critique . . . . .	70
Echelle thermométrique . . . . .	71
Formule de M. Vermand . . . . .	78
Influence des variations du coefficient de dilatation . . . . .	80
Forme particulière de la courbe adiabatique . . . . .	82

## CHAPITRE IV

## THÉORIE DES MOTEURS A GAZ

Généralités . . . . .	84
Rendement générique . . . . .	85

I. — *Moteurs à deux temps.*

Du moteur à deux temps . . . . .	86
Espace nuisible . . . . .	87
Evaluation du travail . . . . .	87
Evaluation des éléments . . . . .	89
Détente complète . . . . .	90
Rendement générique . . . . .	90
Influence de la pression d'admission . . . . .	91
Représentation entropique . . . . .	92
Représentation du travail . . . . .	94
Travail économique . . . . .	94
Maximum de puissance . . . . .	94

II. — *Moteurs à quatre temps.*

Le moteur à quatre temps . . . . .	95
Régime théorique des moteurs à quatre temps . . . . .	96
Calcul des températures . . . . .	100
Représentation entropique . . . . .	102
Rendement générique . . . . .	104
Représentation linéaire du travail . . . . .	104
Moteurs à temps multiples . . . . .	106

## TABLE DES MATIÈRES

5

Moteurs à dépression . . . . .	106
Effet de la compression . . . . .	109
Moteurs à quatre temps sans chambre de compression . . . . .	111
Moteurs Compound . . . . .	112

### III. — *Moteurs à combustion.*

Cycle des moteurs à combustion. . . . .	117
Éléments du cycle. . . . .	117
Évaluation du travail . . . . .	119
Représentation entropique. . . . .	120

### IV. — *Moteurs atmosphériques.*

Principe du moteur atmosphérique. . . . .	120
Phase de détente . . . . .	121
Phase de retour . . . . .	122

### V. — *Moteurs rotatifs.*

Moteurs rotatifs . . . . .	123
Turbo-moteurs. . . . .	125

## CHAPITRE V

### CORRECTIONS À APPORTER AUX CYCLES THÉORIQUES

Écarts entre le régime réel et le régime théorique. . . . .	126
De la chambre de compression. . . . .	127
De l'influence des parois. . . . .	138
Périodes d'admission et d'exhaustion. . . . .	139
La détonation n'est point instantanée . . . . .	141
Régime de l'explosion . . . . .	142
Régime de propagation de l'explosion. . . . .	144
Importance d'une bonne explosion. . . . .	149
Représentation graphique de la phase d'explosion. . . . .	151
Représentation graphique de l'échappement . . . . .	152
Forme du cylindre. . . . .	153
Théorie de M. Jules Deschamps . . . . .	157
Variation du rendement d'après M. Deschamps . . . . .	161
Insuffisance de la théorie pure. . . . .	163

## CHAPITRE VI

### EXAMEN PRATIQUE DU RÉGIME DES MOTEURS

#### I. — *Combustibles.*

Divers combustibles utilisés. . . . .	165
Gaz d'éclairage . . . . .	165

Gaz pauvres . . . . .	169
Gaz des hauts fourneaux . . . . .	173
Température de combustion . . . . .	174
Pétrole . . . . .	179
Emploi des pétroles . . . . .	182
Alcool . . . . .	182
Acétylène . . . . .	184
Matières auxiliaires . . . . .	186
Régime de la détonation . . . . .	187

## II. — *Conditions de marche.*

Conclusions à tirer des calculs établis . . . . .	189
De la vitesse du piston . . . . .	190
Pression à l'échappement . . . . .	191
Influence des parois . . . . .	192
Avances des phases . . . . .	193
Combustion . . . . .	193
Des régénérateurs . . . . .	199
Représentation des cycles . . . . .	199
Pertes totales dans les moteurs à gaz . . . . .	202

## III. — *De l'inertie des pièces en mouvement.*

Effet exercé sur le piston par les pièces oscillantes . . . . .	203
Variations de l'effort sur le bouton de manivelle, dues à l'action des pièces oscillantes . . . . .	208
Des trépidations . . . . .	211
Variations de la vitesse . . . . .	214
Diagramme d'un moteur . . . . .	215

## IV. — *De l'établissement des moteurs.*

Calcul des moteurs . . . . .	216
Puissance des moteurs . . . . .	222
Conclusion . . . . .	223

# THÉORIE DES MOTEURS A GAZ

---

## CHAPITRE PREMIER

### INTRODUCTION

#### SOMMAIRE

Utilité de la théorie. — Généralités sur les moteurs à gaz. — Classification des moteurs. — Plan de cet ouvrage.

**Utilité de la théorie.** — En entamant la théorie des moteurs à gaz, nous nous proposons de nous limiter strictement à cette question, sans entreprendre l'examen des machines actuelles, ce qui exigerait des développements et des descriptions considérables. Notre but est d'analyser les phénomènes qui, sous une forme quelconque, déterminent, altèrent ou accompagnent le fonctionnement d'un moteur, abstraction faite de la forme des organes et des dispositifs adoptés.

Les éléments, dont la variété et le groupement donnent naissance à des types différents, sont en somme peu nombreux et nous avons l'intention de les passer en revue après avoir rappelé un certain nombre de données nécessaires à la compréhension des développements qui vont suivre.

Sans aucun doute, certaines personnes se demanderont quelle est l'utilité de toutes ces considérations théoriques et pourquoi l'on s'amuse à suivre sur le papier la marche d'un engin dont on saisit quelquefois difficilement les causes d'irrégularité lorsqu'il fonctionne. Ces mêmes esprits nieront peut-être l'intérêt qui s'attache aux calculs et déclareront uniquement satisfaisants les tâtonnements de l'expérimentation ou les modifications nécessaires qu'ils font subir aux organes en service.

A ces gens, nous répondrons que la théorie n'est point exclusive, mais qu'elle est fort importante, qu'elle fournit non pas des résultats absolus, mais des indications, qu'elle ouvre certains chemins, qu'elle ferme certaines voies, bref, qu'elle limite le temps des essais et le champ des expériences en montrant de quel côté il faut se diriger et quelles routes conduisent à des impasses.

Qu'on ne nous objecte pas qu'il y a parfois désaccord entre la pra-



tique et la théorie. Cela ne peut pas arriver, à moins que la théorie ne soit inexacte ou la pratique insuffisante. Nous admettons du reste qu'il y a une certaine difficulté à échafauder des théories bien faites et qu'il faut se défier de certains *a priori* sans bases suffisamment solides. Mais alors il y a défaut de raisonnement, ou bien on n'a pas envisagé toutes les faces du problème.

Ce qui doit être bien compris c'est que l'*étude théorique* et la *pratique* rationnelle doivent se porter un mutuel secours, celle-ci guidant celle-là, et que les conclusions de la première, si elles sont étayées par les données de la seconde, ne doivent jamais être en désaccord avec les résultats de l'expérience.

**Généralités sur les moteurs à gaz.** — Les moteurs à gaz<sup>®</sup> rentrent dans la grande classe des moteurs thermiques, dans lesquels la chaleur est transformée en travail, mais ils présentent une particularité caractéristique qui permet de les considérer à part.

Dans la machine à vapeur, dans la machine à air chaud, le calorique est emprunté à une source extérieure : la chaudière ou le foyer. Ce foyer peut même se placer à l'intérieur des organes de marche ; mais, même dans ce cas, la chaleur est cédée au gaz par une source indépendante. Dans les moteurs à gaz, le calorique provient d'une transformation du gaz, soit que cette modification soit brusque et résulte d'une *détonation*, soit que, plus lente, elle naisse d'une *combustion*.

Le calorique n'est point puisé à une source indépendante mais est dégagé par le gaz lui-même, chimiquement modifié.

Le mot *explosion* apporte à l'esprit une certaine idée d'instantanéité en opposition avec la notion de *combustion*. Nous verrons que cette instantanéité n'existe pas et que la durée de la détonation est parfaitement appréciable. Ce qui distingue les moteurs à explosion des *moteurs à combustion* c'est que, dans ces derniers, la transformation des produits a lieu au fur et à mesure de leur introduction ou de leur mélange dans l'enceinte où ils doivent agir, tandis que, pour les premiers, elle est provoquée à un certain moment de l'évolution d'un mélange préalablement formé.

Les moteurs qui nous occupent ont pour principe actif, pour source de vie, un mélange tonnant composé d'un *comburant* qui est presque toujours l'air atmosphérique et d'un *combustible* qui est tantôt le gaz d'éclairage, l'hydrogène, l'oxyde de carbone, l'acétylène, etc., tantôt de la vapeur d'alcool ou d'un carbure d'hydrogène tel que l'essence de pétrole.

Si, dans la pratique, il existe une différence entre les moteurs à gaz et les moteurs à liquides combustibles par suite de la nécessité qu'im-

posent l'alimentation et le réglage des admissions, dans la théorie il n'y a point lieu d'établir une démarcation entre ces deux types. Qu'il s'agisse d'un gaz ou d'une vapeur, l'analyse des phénomènes nous montrera que le mode d'action est le même. Nous verrons que l'introduction d'un hydrocarbure à l'état gazeux ou pulvérulent n'infirme en rien la théorie et ne provoque que de simples perturbations.

Le gaz, ou la vapeur, se mélange avec l'air, plus ou moins bien du reste, et fournit à la machine l'énergie dont elle a besoin sous forme de chaleur dont on détermine le dégagement au moyen d'un allumage.

En vertu d'influences que nous examinerons, de nouvelles combinaisons chimiques se produisent et une forte quantité de calorique est dégagée. Une partie de cette énergie est perdue par conductibilité ou rayonnement, mais une autre partie est consacrée à élever la température des gaz transformés qui acquièrent une haute tension et se détendent en engendrant du travail.

En général, cette évolution a lieu sous un piston mais rien ne s'oppose à ce que les produits tonnants soient utilisés dans une machine du type rotatif, question de rendement à part.

L'alimentation se fait avec le gaz d'éclairage, les gaz des hauts fourneaux, le gaz d'eau, et les gaz pauvres produits dans des gazogènes. Plus exceptionnellement on utilise l'hydrogène, l'acétylène, etc. Dans la série liquide, on emploie principalement les carbures désignés sous le nom de *pétroles*, puis l'alcool et d'autres combustibles dont nous mentionnons simplement l'existence.

**Classification des moteurs.** — La classification des moteurs peut être établie de vingt façons différentes et nous en avons déjà dit assez pour montrer qu'on peut les subdiviser en moteurs à gaz, moteurs à pétrole ou à essence, moteurs à alcool, etc.

De même on pourrait considérer les machines à simple effet comme distinctes des machines à double effet, séparer le type alternatif du type rotatif, ou créer des groupes différents suivant la valeur de la pression réalisée. Tous ces classements sont sans utilité directe bien qu'ils puissent présenter un certain intérêt et nous chercherons dans une autre voie les distinctions à établir.

En étudiant la marche des organes et en suivant les évolutions du mélange nous relevons quelques différences capitales qui conduisent à la répartition suivante :

**1° Moteurs à deux temps.** L'admission du mélange actif a lieu pendant une partie de la course. L'explosion se produit et la détente détermine la marche en avant du piston jusqu'à fond de course. A ce moment, on provoque l'exhaustion et le piston revient en arrière, expulsant les

produits brûlés. Lorsque le piston commence la marche *avant* suivante, l'admission se produit à nouveau et les mêmes phénomènes se succèdent. Le cycle est donc complet après deux oscillations du piston. Le moteur est dit à *deux temps*.

2° *Moteurs à quatre temps*. — Sauf les modifications que nous verrons plus tard, ce type comporte :

Une première course *avant* durant laquelle se fait l'admission,

Une première course *arrière* durant laquelle le mélange est comprimé,

Une explosion,

Une deuxième course *avant* durant laquelle la détente des gaz pousse le piston,

Une chute de pression,

Une deuxième course *arrière* durant laquelle les produits brûlés sont expulsés.

Après *quatre temps* (ou oscillations), le moteur est prêt à recommencer son cycle.

3° *Moteurs à temps multiples*. — Ces moteurs ne constituent pas, à proprement parler, un type particulier, car ils peuvent se ramener assez facilement aux cas précédents. Toutefois ils sont intéressants à mentionner.

Certains inventeurs, prenant le moteur dit à quatre temps, ont, après la quatrième phase et durant une troisième course *avant*, admis de l'air pur sous le piston, pour l'expulser lors du retour en *arrière*, c'est-à-dire pendant un sixième temps. Nous-même, nous avons proposé le type à six temps suivant :

Première course *avant* : admission.

Première course *arrière* : compression.

Deuxième course *avant* : l'allumage n'ayant pas lieu, le mélange se détend en restituant le travail absorbé pendant le deuxième temps.

Deuxième course *arrière* : deuxième compression.

Troisième course *avant* : explosion et détente.

Troisième course *arrière* : expulsion des produits brûlés.

Durant le troisième et le quatrième temps, les gaz se mélangent plus intimement et s'échauffent aux dépens du cylindre, dont le refroidissement est mieux assuré que dans le cas ordinaire. Plus tard, nous verrons que ce sont là de bonnes conditions de marche.

4° *Moteurs Compound*. — Ces machines comportent un cylindre additionnel (ou plusieurs) dans lequel vont travailler les gaz qui s'échappent du cylindre d'explosion, avec une température encore élevée. Les applications du compoundage sont actuellement assez restreintes. Cependant des tentatives ont été faites et quelques résultats satisfaisants ont été obtenus.

5° *Moteurs à combustion*. — Dans les engins de ce type, les gaz tonnants sont transformés au fur et à mesure de leur introduction dans l'enceinte où ils doivent agir.

6° *Moteurs atmosphériques*. — Dans ce cas, l'énergie des gaz est employée à agrandir la capacité de l'enceinte close, généralement en soulevant un piston dont le mouvement, pour un instant, devient indépendant du mécanisme ; puis un certain vide se fait dans cette enceinte et le piston, solidaire à nouveau des organes de marche, se déplace sous l'influence de la pression atmosphérique qui devient la cause réelle du mouvement.

7° *Moteurs rotatifs*. — Il suffit de mentionner cette classe dont la définition est connue et dont les dispositifs sont aujourd'hui familiers.

Les mélanges tonnants peuvent être, ou bien aspirés à la pression atmosphérique, ou bien préalablement comprimés.

Quant aux organes de distribution, ce sont des tiroirs, des soupapes ou des robinets, disposés suivant les besoins et permettant la succession des phases que nous venons d'énumérer.

**Plan de cet ouvrage.** — Avant d'aborder l'étude de ces moteurs, nous croyons devoir rappeler quelques principes de la thermodynamique et quelques théories physiques. Nous ne ferons point à nos lecteurs l'injure de vouloir leur enseigner des éléments qui leur sont déjà connus, mais nous croyons, avant d'entamer une tâche ardue, que quelques-uns d'entre eux seront bien aises de se rafraîchir un peu la mémoire, sans être obligés d'aller compulser d'autres volumes pour légitimer certaines formules déjà un peu oubliées. Nous croyons d'autant plus devoir suivre cette voie que nous mentionnerons quelques théories importantes relativement récentes.

Ensuite nous examinerons quel degré de confiance on peut avoir dans les formules établies pour des cas particuliers et nous chercherons les corrections à apporter aux équations primitives.

Ces préliminaires établis, nous examinerons comment fonctionne un moteur à gaz, d'abord en imaginant un cas idéal, facile à concevoir et à suivre, puis ensuite en étudiant les perturbations de régime dues soit à la nature des gaz, soit aux conditions du fonctionnement.

Nous devons effleurer la question des combustibles, ce qui nous conduira à envisager différentes applications des moteurs à gaz.

Enfin nous tâcherons de présenter quelques conclusions pratiques tirées des prémices que nous aurons développées.

## CHAPITRE II

### THERMODYNAMIQUE

#### SOMMAIRE

- I. PRINCIPES GÉNÉRAUX. — Équivalent mécanique de la chaleur. — Variation de l'énergie. — Chaleur absorbée ou dégagée dans une transformation élémentaire. — Représentation du travail extérieur. — Cycles fermés. — Énergie interne.
- II. CAS DES GAZ PARFAITS. — Définition des gaz parfaits. — Propriétés des gaz parfaits. — Équation caractéristique des gaz parfaits. — Relations entre les éléments des gaz parfaits. — Courbes figuratives. — Travail correspondant à la détente. — Cycle de Carnot. — Coefficient économique. — Cycles réversibles quelconques. — Cycles non réversibles. — Entropie. — Fonction caractéristique. — Écoulement des gaz. — Du régime de vaporisation. — Mélange de gaz parfaits. — Phénomènes de dissociation. — Dissociation d'après M. Gibbs.

#### I. — PRINCIPES GÉNÉRAUX

**Équivalent mécanique de la chaleur.** — La chaleur peut se transformer en travail et, inversement, le travail peut produire de la chaleur. Des expérimentateurs l'ont prouvé et ont déterminé la relation qui existe entre ces deux éléments.

Rappelons que la calorie est la quantité de chaleur nécessaire pour porter 1 kilogramme d'eau de 0° à 1° centigrade et que le kilogrammètre est le travail nécessaire pour élever un kilogramme à la hauteur de 1 mètre.

Évaluons, dans une transformation thermique, le travail  $\tau$  en kilogrammètres, et la chaleur  $Q$  correspondante en calories. Le rapport  $\frac{\tau}{Q}$  a une valeur constante que l'on appelle l'équivalent mécanique de la chaleur et que l'on désigne ordinairement par  $E$ .

Les expériences entreprises par Joule, Hirn, Violle, Fabre et Silberman, Rowland, Weber, Lenz, Bosscha, etc., montrent que la valeur de  $E$  est voisine de 424, c'est-à-dire qu'il faut 424 kilogrammètres pour produire une calorie.

**Variation de l'énergie.** — La physique nous enseigne que les corps sont formés d'éléments infiniment petits, atomes simples ou molécules complexes, animés de mouvements de vibration, de rotation et de translation, et exerçant entre eux des actions répulsives ou attractives.

Ces particules en vibration ou en rotation possèdent une énergie actuelle que nous appelons  $I$ , pour un corps considéré.

Nous désignerons par  $F$  la somme des efforts intermoléculaires.

Fournissons à ce corps une petite quantité de chaleur  $dQ$ .

Le travail correspondant sera  $EdQ$  et il sera employé :

1° A faire varier l'énergie moléculaire d'une quantité  $dI$  ;

2° A produire une variation  $dF$  dans l'ensemble des forces intermoléculaires ;

3° A engendrer un travail extérieur  $d\mathcal{E}$ .

Par suite on aura :

$$EdQ = dI + dF + d\mathcal{E}.$$

La distinction entre  $I$  et  $F$  échappe à nos investigations, tandis qu'au contraire on peut définir la somme  $I + F$ , énergie interne que l'on représente par  $U$ .

Comme

$$U = I + F$$

on a :

$$dU = dI + dF$$

et par suite :

$$EdQ = dU + d\mathcal{E}.$$

L'état physique d'un corps déterminé est défini lorsque l'on connaît son volume, sa pression et sa température. Entre ces trois éléments il existe une relation  $F(P, V, t) = 0$  dans laquelle  $P$  désigne la pression,  $V$  le volume et  $t$  la température thermométrique. La fonction  $F = 0$  est du reste inconnue dans la plupart des cas.

Dans le cas général, posons :

$$(1) \quad F(P, V, t) = 0.$$

En différentiant il vient :

$$(2) \quad \frac{\partial F}{\partial P} dP + \frac{\partial F}{\partial V} dV + \frac{\partial F}{\partial t} dt = 0$$

Supposons  $dP = 0$ , c'est-à-dire admettons que le changement d'état physique ait lieu à pression constante. L'équation différentielle précédente se réduit à :

$$\frac{\partial F}{\partial V} dV + \frac{\partial F}{\partial t} dt = 0$$

ce qui donne :

$$\frac{dV}{dt} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial V}}.$$

$\frac{dV}{dt}$  représente le rapport de la variation du volume  $V$  à celle de la température  $t$ . Il est évident que les variations de volume, relatives à l'unité de volume, seront  $V$  fois moindres, c'est-à-dire  $\frac{dV}{V}$ . Le rapport correspondant sera donc  $\frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$  et ne sera autre chose que le coefficient de dilatation sous pression constante que l'on désigne généralement par  $\alpha$ .

Donc :

$$\alpha = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$$

et par suite :

$$\alpha = -\frac{1}{V} \frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial V}}$$

Supposons maintenant que, dans l'équation (2),  $dV$  soit nul.

Le coefficient de dilatation à volume constant est la limite vers laquelle tend le rapport  $\frac{1}{P} \frac{dP}{dt}$ . La variation de pression étant  $dP$ , la variation correspondant à l'unité de pression est  $\frac{dP}{P}$ . La variation de température est représentée par  $dt$  comme dans le cas précédent. De l'équation (2) on tire  $\frac{dP}{dt}$ .

Si l'on pose :

$$\beta = \frac{1}{P} \frac{dP}{dt}$$

on obtient :

$$\beta = -\frac{1}{P} \frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial P}}$$

On établira également le coefficient de compressibilité  $\mu$  en faisant  $dt=0$ . Mais comme  $dV$  et  $dP$  sont de sens contraires, on pose :

$$\mu = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}$$

On tire finalement :

$$\mu = \frac{1}{V} \frac{\frac{\partial F}{\partial P}}{\frac{\partial F}{\partial V}}$$

Ces trois coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\mu$  sont liés par la relation :

$$(2) \quad \frac{\partial F}{\partial P} dP + \frac{\partial F}{\partial V} dV + \frac{\partial F}{\partial t} dt = 0$$

Ils ne sont pas arbitraires, puisque la connaissance de deux d'entre eux entraîne celle du troisième.

**Chaleur absorbée ou dégagée dans une transformation élémentaire.**

— Un corps étant défini par la relation

$$(1) \quad F(P, V, t) = 0$$

considérons l'unité de poids.

Aux variations  $dV$ ,  $dP$ ,  $dt$  correspondra une variation de chaleur que nous désignerons par  $dQ$ .

Envisageons une transformation à volume constant, ce qui revient à prendre  $t$  et  $P$  pour variables indépendantes, et faisons varier successivement  $t$  et  $P$ .

Maintenons d'abord la pression constante et augmentons la température de  $dt$ .

On développe une quantité de chaleur  $Cdt$ ,  $C$  étant la *chaleur spécifique vraie sous pression constante*. La température est devenue  $t+dt$ . Augmentons maintenant la pression de  $dP$  et désignons par  $h$  la *chaleur latente de compression à température constante*, nous aurons une variation  $hdP$  analogue à  $Cdt$ .

On pourra écrire :

$$dQ = Cdt + hdP.$$

En prenant  $t$  et  $V$  pour variables indépendantes, c'est-à-dire en provoquant une transformation à pression constante on aurait de même :

$$dQ = cdt + ldV.$$

en posant :

$c$  = *chaleur spécifique du corps à volume constant*.

$l$  = *chaleur latente de dilatation à température constante*.

De même, en faisant varier  $P$  et  $V$ , à température constante, et en désignant par  $k$  et  $\lambda$  des coefficients analogues aux précédents, on obtient :

$$dQ = kdP + \lambda dV.$$

En égalant les deux premières valeurs trouvées pour  $dQ$ , il vient :

$$Cdt + hdP = cdt + ldV$$

Si nous remarquons que l'on a identiquement :

$$dV = \frac{dV}{dt} dt + \frac{dV}{dP} dP$$

il vient en substituant :

$$Cdt + hdP = cdt + l \frac{dV}{dt} dt + l \frac{dV}{dP} dP.$$



En identifiant les coefficients de  $dt$  et  $dP$ , nous trouvons :

$$C = c + l \frac{dV}{dt}.$$

$$h = l \frac{dV}{dP}.$$

En égalant les deux dernières valeurs plus haut trouvées pour  $dQ$ , au lieu de traiter les deux premières, on arrive, en suivant une marche analogue, aux relations :

$$\lambda = l + c \frac{dt}{dV}$$

$$k = c \frac{dt}{dP}$$

Or, nous avons déjà posé :

$$\alpha = \frac{1}{V} \frac{dV}{dt}.$$

$$\beta = \frac{1}{P} \frac{dP}{dt}.$$

$$\mu = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}.$$

En substituant dans les relations précédentes les valeurs de  $\frac{dV}{dt}$ ,  $\frac{dP}{dt}$ ,  $\frac{dV}{dP}$ , ainsi définies, on obtiendra :

$$C = c + l\alpha V$$

$$h = -l\mu V$$

$$\lambda = l + \frac{c}{\alpha V}$$

$$k = \frac{c}{\beta P}.$$

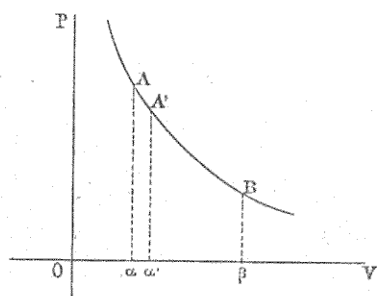


Fig. 1.

**Représentation du travail extérieur.** — En admettant que l'état d'un corps était défini par la relation  $F(P, V, t) = 0$  nous avons implicitement admis que cette fonction  $F$  était rapportée à trois axes coordonnés.

Considérons un point appartenant au corps et projeté en A (fig. 1) sur le plan des  $P, V$ , les axes  $OP$  et  $OV$  étant rectangulaires.

Les changements d'état physique du corps entraînent le déplacement du point considéré dont la projection A tracera une courbe AB qui dépendra des variations de  $P$  et de  $V$ . Ce mode de représentation est dû à Clapeyron.

Si l'on suppose un gaz contenu dans un cylindre de volume variable, de section égale à l'unité, et fermé par un piston mobile exerçant sur le gaz une pression  $P$ , en faisant varier le volume de  $dV$ , le travail extérieur élémentaire  $d\mathcal{C}$  sera évidemment  $PdV$ , car le piston se sera soulevé de  $dV$ .

$$(3) \quad d\mathcal{C} = PdV$$

Cette expression est du reste générale.

Considérons (fig. 2) un corps  $M$  à la pression  $P$  sous le volume  $V$ , limité par une surface en  $ABD$ . Une variation infiniment petite de l'état du corps amènera la surface en  $A'B'D'$ ; la différence entre les deux volumes, c'est-à-dire le volume compris entre les deux surfaces sera la variation  $dV$ .

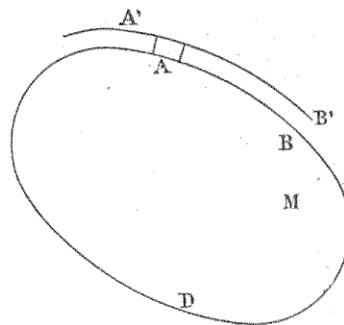


Fig. 2.

Au point  $A$  prenons un élément de surface  $\omega$  et appelons  $\varepsilon$  la distance en  $A$  entre les surfaces  $AB$  et  $A'B'$ . La pression exercée sur  $\omega$  est  $\omega P$ . Quand l'élément  $\omega$  passe de la surface  $AB$  à la surface  $A'B'$ , il parcourt un chemin  $\varepsilon$ , donc le travail engendré est  $P\varepsilon\omega$  et, pour tout le corps,

$$d\mathcal{C} = \Sigma \varepsilon \omega P$$

et comme  $P$  est le même pour toute la surface,

$$d\mathcal{C} = P \Sigma \varepsilon \omega$$

Puisque le terme  $\varepsilon\omega$  représente le volume limité entre les deux surfaces et ayant  $\omega$  pour base,  $\Sigma \varepsilon \omega$  représente le volume compris entre les deux surfaces, c'est-à-dire  $dV$ . Par suite :

$$d\mathcal{C} = PdV$$

expression réellement générale.

Dans la figure 1, pour le point  $A$  :

$$\begin{aligned} V &= 0\alpha \\ P &= \alpha A \end{aligned}$$

Une variation infiniment petite amène  $A$  en  $A'$ . Par suite :

$$\alpha\alpha' = dV$$

L'aire élémentaire  $\alpha AA'$  a pour valeur, à un infiniment petit du second ordre près, le produit  $\alpha\alpha' \times \alpha A$ , c'est-à-dire  $PdV$ . Par suite pour une variation finie de  $A$  en  $B$  on aura :

$$\mathcal{C} = \int PdV = \text{aire } \alpha AB\beta.$$

Remarquons que l'on a identiquement :

$$PdV = P \left( \frac{\partial V}{\partial P} dP + \frac{\partial V}{\partial t} dt \right)$$

Cette expression est fonction de deux variables indépendantes  $P$  et  $t$  et n'est pas une différentielle exacte. L'intégration ne sera possible que si l'on connaît une nouvelle relation entre  $P$  et  $V$ , c'est-à-dire la courbe de transformation.

**Cycles fermés.** — Lorsque, après des variations successives, le point considéré  $A$  revient à son point de départ, la courbe, tracée sur le plan

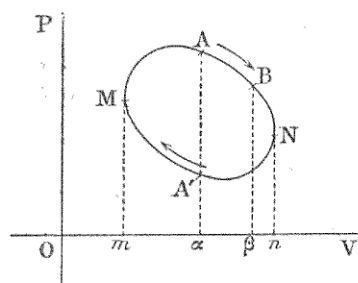


Fig. 3.

des  $P, V$ , est fermée et l'on dit que le corps parcourt un *cycle fermé*. Après une série de transformations, il revient à son état initial, car  $P$  et  $V$ , reprenant la même valeur, la température retombe ou remonte à sa valeur initiale, en vertu de la relation  $F(P, V, t) = 0$  qui donne  $t$  lorsque  $P$  et  $V$  sont connus.

Considérons la figure 3. Le point  $A$  parcourt la courbe suivant le sens des flèches entre les positions extrêmes  $M$  et  $N$ . Quand  $A$  va de  $M$  en  $N$ ,  $\alpha$  va de  $m$  en  $n$ ,  $dV$  est positif; le travail l'est également. Quand  $A$  revient de  $N$  en  $M$ ,  $\alpha$  voyage de  $n$  en  $m$ ,  $dV$  est négatif; le travail l'est aussi. On a donc :

$$\text{travail positif} = \text{aire } mMANn$$

$$\text{travail négatif} = \text{aire } mMA'Nn$$

donc

$$\mathcal{C} = \text{travail positif} + \text{travail négatif} = \text{aire } MANA'M$$

L'aire interceptée par la ligne fermée représente le travail total.

Nous avons vu que

$$dQ = cdt + ldV$$

expression qui dépend des variables  $t$  et  $V$ . Comme nous ne supposons aucune relation entre  $c$  et  $t$ , la fonction  $cdt + ldV$  n'est pas intégrable; mais elle le deviendra si le phénomène de transformation peut être défini au moyen d'une relation nouvelle.

Un cycle est dit *réversible* quand, sans absurdité, on peut le supposer parcouru soit dans le sens direct, soit dans le sens rétrograde.

**Energie interne.** — Nous avons vu que l'on avait :

$$(4) \quad EdQ = dU + d\mathfrak{E}.$$

$dU$  représente la variation de l'énergie interne.

Pour un cycle fermé, le corps revient à son état initial.

Donc :

$$\int dU = 0$$

et il reste

$$EdQ = d\mathfrak{E}$$

ou bien

$$\mathfrak{E} = EQ.$$

Cette expression traduit le principe de l'équivalence mécanique de la chaleur.

La fonction  $U$ , représentant l'énergie interne, se désigne parfois sous le nom d'*énergie potentielle*.

Nous avons établi plus haut les relations suivantes :

$$EdQ = dU + d\mathfrak{E}$$

$$dQ = cdt + l dV$$

$$d\mathfrak{E} = PdV.$$

Il en résulte :

$$dU = EdQ - d\mathfrak{E} = E(cdt + l dV) - PdV$$

ou

$$(5) \quad dU = Ecdt + (El - P) dV.$$

Le premier terme de cette expression représente le travail équivalent à la quantité de chaleur employée à faire varier le corps de  $dt$  sous volume constant ; le second figure le travail de dilatation, déduction faite du travail extérieur ; c'est le *travail interne*.

## § 2. — CAS DES GAZ PARFAITS

**Définition des gaz parfaits.** — Dans les théories que nous venons d'exposer, nous n'avons rien supposé relativement aux propriétés des corps et nous nous proposons d'appliquer les données précédentes au travail des gaz. Dès à présent, remarquons que nous comprenons, sous le nom de gaz, les vapeurs qui, aux températures considérées, se comporteront de la même façon. Nous verrons ultérieurement quelles seront les corrections à introduire de ce chef.

C'est au moyen de procédés expérimentaux que les physiciens ont étudié les gaz ; c'est au moyen d'hypothèses plus ou moins complètes, plus ou moins rationnelles, que l'on a essayé d'expliquer les phénomènes naturels. Il en résulte que les chiffres observés ou calculés présentent avec la vérité certaines divergences résultant, soit d'extrapolations trop considérables, soit d'erreurs d'observations, soit enfin d'insuffisances de la théorie.

Les formules établies pour représenter la marche des variations des gaz ne sont vraies, ou tout au moins ne sont suffisamment rigoureuses, qu'entre certaines limites qu'il ne faut pas dépasser. Au delà de ces limites, apparaissent des écarts susceptibles de s'accroître et il ne faut accepter les résultats des extrapolations que sous toutes réserves.

Quoi qu'il en soit, on est convenu d'admettre l'hypothèse des gaz parfaits, c'est-à-dire de fluides dont la constitution serait telle qu'ils se comporteraient rigoureusement suivant les lois établies par expérience. Grâce à cette hypothèse, il est possible d'obtenir des formules précises, qui sont d'autant plus intéressantes que, dans la pratique, et dans la limite ordinaire des champs d'expérience, les fluides usuels se comportent assez bien d'après les lois admises.

**Propriétés des gaz parfaits.** — Si  $P, V, t$  définissent l'état d'un gaz à un moment quelconque,  $P_0, V_0, t_0$  désigneront la valeur de ces éléments au moment initial. Ceci dit, rappelons quelques lois expérimentales importantes :

**1° Loi de Mariotte.** Pour une même température, le produit de la pression pour le volume est constant.

$$(6) \quad PV = P_0V_0$$

**2° Loi de Gay-Lussac.** Le coefficient de dilatation  $\alpha$  est le même pour tous les gaz,  $\alpha$  étant la quantité dont s'accroît l'unité de volume pour une variation de température de 1°, à pression constante.

$$(7) \quad V = V_0(1 + \alpha t)$$

Supposons que nous partions de l'état  $P_0V_0, 0^\circ$ . Faisons varier le gaz à température constante. Il prend la pression  $P$  et le volume  $V'$  et d'après la loi de Mariotte :

$$P_0V_0 = PV'$$

A pression constante, augmentons la température de  $t^\circ$ . Le volume deviendra  $V$  et, d'après la loi de Gay-Lussac :

$$V = V'(1 + \alpha t)$$

D'où en éliminant  $V'$  entre ces deux équations :

$$(8) \quad PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t)$$

Cette relation constitue l'équation caractéristique des gaz parfaits.

3° *Loi de Delaroche et Bérard*. — La chaleur spécifique de l'unité de volume est la même pour tous les gaz.

Si  $c$  désigne la chaleur spécifique rapportée à l'unité de poids et  $V$  le volume de l'unité de poids :

$$\frac{c}{V} = \text{constante.}$$

Remarquons que l'unité de volume ne doit pas être confondue avec l'unité de poids.

Les densités des gaz simples sont proportionnelles à leurs poids atomiques. On peut donc dire aussi que ces gaz ont une même capacité moléculaire.

4° *Loi de Dulong et Petit*. — Si  $\varpi$  désigne le poids atomique d'un corps, sa densité sera  $A\varpi$ ,  $A$  étant une constante. Le volume  $V$  de l'unité de poids est évidemment égal à  $\frac{1}{A\varpi}$ . Or la loi de Delaroche et Bérard

donne  $\frac{c}{V} = \text{constante}$  c'est-à-dire  $\frac{c}{\frac{1}{A\varpi}} = \text{constante}$  ou  $c\varpi = \text{constante}$ .

tante.

Le produit de la chaleur spécifique par le poids atomique est un nombre constant.

5° Pour un gaz donné, la chaleur spécifique  $C$ , sous pression constante, est la même, quelles que soient la température et la pression.

On doit avoir simultanément

$$\begin{aligned} dQ &= C dt \\ dP &= 0 \end{aligned}$$

6° *Loi de Dulong*. — Des volumes égaux de tous les gaz, pris à la même température et à la même pression, dégagent ou absorbent une même quantité de chaleur pour conserver leur température primitive, quand on les comprime ou qu'on les dilate d'une même fraction de leur volume.

$\frac{dQ}{V}$  étant la quantité de chaleur dégagée par l'unité de volume et  $\frac{dV}{V}$  étant la variation de la même unité, on a, d'après l'énoncé ci-

dessus :

$$\frac{\frac{dQ}{V}}{\frac{dV}{V}} = \frac{dQ}{dV} = l$$

$l$  est la chaleur latente de dilatation ou de compression.

Toutes ces lois, comme on le sait, ne sont qu'approximatives et ne rendent qu'un compte insuffisant de la réalité des phénomènes. Toutefois, dans l'hypothèse des *gaz parfaits*, ces lois sont supposées exactes.

**Equation caractéristique des gaz parfaits.** — Nous avons établi que l'équation caractéristique des gaz, remplaçant la formule générale  $F(P, V, t) = 0$ , était :

$$PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t)$$

Le coefficient  $\alpha$  est le même pour tous les *gaz parfaits* et a pour valeur  $\frac{1}{273}$  dans l'échelle centigrade.

Si nous posons

$$T = \frac{1}{\alpha} + t = 273 + t,$$

nous appellerons  $T$  la *température absolue*.

La relation précédente peut s'écrire

$$PV = \alpha P_0 V_0 \left( \frac{1}{\alpha} + t \right)$$

c'est-à-dire,

$$PV = \alpha P_0 V_0 T$$

Manifestement pour  $t = -273^\circ$  la valeur de  $T$  est nulle et, d'après cette équation, il faut  $PV = 0$ , ce qui implique un volume nul, sous pression constante, proposition manifestement absurde puisque la matière ne se peut détruire.

Laissons de côté cette anomalie sur laquelle nous nous proposons de revenir et tenons-nous-en aux températures entre lesquelles la loi est rationnelle.

Si nous supposons  $V_0$  égal à l'unité,  $V$  sera le volume occupé à  $T^\circ$ , sous la pression  $P$ , par la masse considérée, et notre relation devient :

$$PV = \alpha P_0 T$$

puisque  $V_0 = 1$ .

La valeur de  $\alpha$  étant la même pour tous les gaz et  $P_0$  désignant la pression atmosphérique de 10 333 kilogrammes par mètre carré, ou de 1 033,3 grammes par centimètre carré, on voit que  $\alpha P_0$  est une constante.

On a l'habitude de considérer la molécule-gramme d'un gaz et, dans ce cas,  $V$  est le volume moléculaire.

D'une façon générale on a

$$(9) \quad PV = RT$$

$R$  étant une constante qu'on appelle la *caractéristique des gaz*.

Cette équation à trois variables,  $P$ ,  $V$  et  $T$ , est celle d'un paraboloïde hyperbolique, dont la surface définit les variations du gaz.

Si  $T$  est constant, c'est-à-dire *s'il y a régime isothermique*, on a  $PV = \text{constante}$ .

C'est la traduction de la loi de Mariotte et la courbe d'intersection du paraboloïde par le plan  $T = \text{constante}$ , projetée sur le plan des  $PV$ , est une hyperbole équilatère.

Tant que  $T$  est  $>$  que 0, le produit  $PV$  est  $> 0$ , c'est-à-dire que  $P$  et  $V$  sont de même signe. La courbe est contenue dans les angles 1 et 3.

Si  $T$  devient négatif,  $PV$  est  $< 0$ , donc  $P$  et  $V$  sont de signes contraires ; la courbe est comprise dans les angles 2 et 4.

Si  $T = 0$ , il faut  $PV = 0$ , ce qui entraîne  $P = 0$  ou  $V = 0$ . La courbe se réduit à deux droites qui sont les axes de coordonnées.

Dans une variation à volume constant,  $V = \text{constante} = V_1$ . La relation devient :

$$P = \frac{R}{V_1} T$$

équation d'une droite projetée sur le plan des  $T, P$ .

Si  $V$  pouvait devenir  $-V_1$ , on aurait :

$$P = -\frac{R}{V_1} T$$

La tangente de l'angle fait par la droite avec l'axe des  $T$  est  $+\frac{R}{V_1}$  dans le premier cas et  $-\frac{R}{V_1}$  dans le second. Ces deux droites seraient donc également inclinées sur l'axe des  $T$ .

Si l'on provoquait une variation à pression constante, on arriverait évidemment à un résultat absolument analogue.

Supposons maintenant que l'évolution du gaz soit définie par une relation de forme  $PV^k = \text{constante} = A$ .

La courbe définissant la marche du phénomène sera représentée par les deux équations :

$$(10) \quad \begin{aligned} PV &= RT \\ PV^k &= A \end{aligned}$$



Elle sera l'intersection du paraboloïde hyperbolique avec le cylindre  $PV^K = A$ .

La projection de cette courbe sur le plan des  $P V$  est évidemment  $PV^K = A$ .

Pour obtenir la projection sur le plan des  $V T$ , nous éliminerons  $P$  et nous aurons :

$$V^{K-1} = \frac{A}{RT}$$

c'est-à-dire :

$$(11) \quad TV^{K-1} = \frac{A}{R} = \text{constante}$$

Sur le plan des  $P T$ , nous aurons, en éliminant  $V$  :

$$(12) \quad T = \frac{A^{\frac{1}{K}}}{R} P^{\frac{K-1}{K}}$$

c'est-à-dire  $T = P^{\frac{K-1}{K}} \times \text{constante}$ .

On peut également imaginer une variation linéaire telle que  $P = AV$ ; mais cette variation peut s'écrire  $PV^{-1} = A$ , et elle rentre dans le cas précédent en y faisant  $K = -1$ .

Dans ce cas, le paraboloïde  $PV = RT$  se réduit à  $AV^2 = RT$ , équation d'un cylindre parabolique. L'étude de ce cas particulier ne présente aucune difficulté.

**Relations entre les éléments des gaz parfaits.** — Le rapport des chaleurs spécifiques des gaz, sous pression constante et à volume constant,  $\frac{C}{c}$ , se désigne par  $\gamma$  et il est numériquement voisin de 1,40.

Dans le cas général avec  $F(V, P, t) = 0$ , nous avons établi qu'on a :

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} C = c + l \frac{dV}{dt} \\ h = l \frac{dV}{dP} \\ \lambda = l + c \frac{dt}{dV} \\ k = c \frac{dt}{dP} \end{array} \right.$$

Notre relation générale étant pour les gaz parfaits :

$$PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t) = \alpha P_0 V_0 \left( \frac{1}{\alpha} + t \right) = RT$$

on a visiblement en différentiant :

$$PdV + VdP = Rdt = RdT.$$

Quand nous avons défini  $l$ , nous avons supposé  $dP = 0$ . Dans ce cas, l'équation différentielle se réduit à

$$PdV = Rdt$$

ce qui fournit

$$\frac{dV}{dt} = \frac{R}{P} \quad \text{et} \quad \frac{dt}{dV} = \frac{P}{R}$$

De même, quand  $t$  est constant,  $dt = 0$  et l'équation différentielle, réduite à

$$PdV + VdP = 0$$

donne :

$$\frac{dV}{dP} = -\frac{V}{P}$$

La variation à volume constant entraîne  $dV = 0$  et, de l'équation réduite,

$$VdP = Rdt$$

on tire :

$$\frac{dt}{dP} = \frac{V}{R}$$

les équations (13) deviennent donc :

$$C = c + l \frac{R}{P}$$

$$h = -l \frac{V}{P}$$

$$\lambda = l + c \frac{P}{R}$$

$$k = c \frac{V}{R}$$

Ce qui donne en fin de compte :

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} l = \frac{P}{R} (C - c) \\ h = -\frac{V}{R} (C - c) \\ \lambda = \frac{PC}{R} \\ k = c \frac{V}{R} \end{array} \right.$$

Voyons comment on peut exprimer la variation calorifique dans le cas d'un gaz parfait.

Nous savons que

$$dQ = cdt + ldV$$

ce qu'on peut écrire identiquement :

$$dQ = c \left( \frac{dt}{dV} dV + \frac{dt}{dP} dP \right) + ldV$$

Remplaçons  $\frac{dt}{dV}$ ,  $\frac{dt}{dP}$  et  $l$  par les valeurs que nous venons de trouver. Il vient :

$$dQ = \frac{1}{R} (cVdP + CPdV).$$

Dans la parenthèse ajoutons et retranchons  $cPdV$ . Nous écrirons :

$$dQ = \frac{1}{R} (cVdP + cPdV - cPdV + CPdV)$$

ou encore :

$$dQ = \frac{1}{R} cd(VP) + \frac{1}{R} (C - c) PdV$$

mais

$$PV = RT$$

et

$$\frac{1}{R} d(PV) = dT$$

donc :

$$(13) \quad dQ = cdT + \frac{1}{R} (C - c) PdV$$

Nous aurons plus tard à utiliser cette expression que l'on peut d'ailleurs mettre sous une autre forme.

Prenons un gaz parfait de poids égal à l'unité, sous le volume  $V$  et la pression  $P$ .

Chauffons-le à volume constant d'une quantité  $dT$  en lui fournissant la chaleur  $cdT$ .

La pression augmente. Détendons-le, sans qu'il cède ou emprunte de chaleur, jusqu'au volume correspondant à la pression  $P$ , à la température  $T + dT$ . Enfin, à pression constante,  $P$ , refroidissons-le de  $dT$ .

Il se dégage une chaleur  $CdT$  et le gaz est revenu à son état primitif car  $T$  et  $P$  ayant repris leurs valeurs initiales il en est de même de  $V$  qui est lié à  $P$  et  $T$  par la relation fondamentale.

Le travail extérieur accompli est  $PdV$ . On aura donc :

$$Ec dT - EC dT = -PdV$$

car la chaleur absorbée et la chaleur dégagée  $cdT$  et  $CdT$  équivalent à  $Ec dT$  et  $ECdT$ .

D'autre part  $PV = RT$  fournit l'équation différentielle

$$PdV + VdP = RdT$$

et, quand  $dP = 0$ , ce qui est le cas, puisque le travail a lieu à pression constante,  $PdV = RdT$ . Donc notre relation devient :

$$E(C - c) dT = PdV = RdT$$

c'est-à-dire :

$$(16) \quad E(C - c) = R$$

ou

$$\frac{C - c}{R} = \frac{1}{E}$$

Les formules (14) deviennent, en substituant :

$$(17) \quad \left\{ \begin{array}{l} l = \frac{P}{E} \\ h = -\frac{V}{E} \\ \lambda = \frac{C}{R} P \\ k = \frac{c}{R} V \end{array} \right.$$

Reprenons la formule (15)

$$dQ = cdT + \frac{1}{R} (C - c) PdV$$

elle devient en vertu de (16)

$$(18) \quad dQ = cdT + \frac{1}{E} PdV$$

Nous avons encore établi :

$$(5) \quad dU = Ecdt + (El - P) dV$$

Comme d'après (17)  $l = \frac{P}{E}$ ,

on trouve :

$$dU = Ecdt$$

Dans les limites où  $c$  est indépendant de la température, on peut intégrer et on trouve :

$$(19) \quad U - U_1 = Ec(t - t_1) = Ec(T - T_1)$$

en désignant par  $T_1$  et  $U_1$  la température et l'énergie à l'instant initial considéré.

Donc, dans les limites admises, la variation de l'énergie interne est proportionnelle à l'écart des températures.

Lorsque la température reste constante (mode isotherme) l'énergie interne reste constante.

**Courbes figuratives.** — Nous avons déjà vu qu'il était possible de figurer par une courbe plane (fig. 1 et 3) la marche du phénomène que nous étudions. Dans le cas d'un gaz, la fonction  $F(P, V, t) = 0$  est connue; c'est  $PV = RT$ , en ayant soin de remarquer que  $dt = dT$ .

Parmi les nombreuses variations thermiques, deux sont particulièrement intéressantes.

Dans l'une, la pression et le volume sont modifiés à température constante; c'est le *mode isotherme*.

Dans l'autre, la transformation s'effectue sans perte ni gain de chaleur; c'est le *mode adiabatique*.

Quand la transformation a lieu suivant des lignes qui, entre les mêmes températures, fournissent ou absorbent des quantités égales de chaleur, ces lignes sont dites *isodiabatiques*.

**Travail correspondant à la détente.** — Nous avons vu (fig. 1) que, lorsque le point A décrit une courbe figurative dans le plan des  $PV$ , le travail extérieur correspondant est donné par l'égalité :

$$d\mathcal{E} = PdV.$$

Dans le *mode isotherme*, la relation

$$PV = RT$$

se réduit à :

$$PV = \text{constante} = P_0V_0$$

et la courbe est une hyperbole équilatère.

En différentiant on obtient

$$PdV = -VdP$$

mais de

$$PV = P_0V_0$$

on tire

$$V = \frac{P_0V_0}{P}$$

par suite :

$$d\mathcal{E} = -VdP = -P_0V_0 \frac{dP}{P}$$

et en intégrant entre les limites  $P_0$  et  $P$  :

$$(20) \quad \bar{\epsilon} = V_0 P_0 \mathcal{L} \frac{P_0}{P}$$

Le signe  $\mathcal{L}$  désigne le logarithme népérien.

Comme nous avons

$$PV = P_0 V_0$$

c'est-à-dire

$$\frac{P_0}{P} = \frac{V}{V_0}$$

il s'ensuit que l'on a également :

$$(21) \quad \bar{\epsilon} = V_0 P_0 \mathcal{L} \frac{V}{V_0}$$

Quand  $V > V_0$  il y a détente ;  $\frac{V}{V_0}$  est  $> 1$  et  $\bar{\epsilon}$  est positif.

En cas de compression  $\frac{V}{V_0} < 1$  et  $\bar{\epsilon}$  est  $< 0$ .

Quant à la quantité de chaleur équivalente,  $Q$ , on sait qu'elle est égale à  $\frac{1}{E} \bar{\epsilon}$ .

c'est à dire

$$Q = \frac{1}{E} P_0 V_0 \mathcal{L} \frac{P_0}{P} = \frac{1}{E} P_0 V_0 \mathcal{L} \frac{V}{V_0}$$

*Dans le mode adiabatique*, il n'y a ni perte ni gain de chaleur pendant la transformation. On doit donc avoir :

$$dQ = 0$$

Mais nous avons établi que :

$$dQ = \frac{1}{R} (cVdP + CPdV)$$

Si

$$dQ = 0,$$

il faut :

$$cVdP + CPdV = 0$$

Ou en posant  $\frac{C}{c} = \gamma$  et divisant par  $cPV$  :

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0.$$

Intégrons entre  $P_0 V_0$  et  $P V$ ; il vient :

$$\mathcal{L} \frac{P}{P_0} + \gamma \mathcal{L} \frac{V}{V_0} = 0$$

ou, en remarquant que

$$\mathfrak{L} \frac{V}{V_0} = - \mathfrak{L} \frac{V_0}{V},$$

et faisant passer le deuxième terme dans le second membre :

$$\mathfrak{L} \frac{P}{P_0} = \gamma \mathfrak{L} \frac{V_0}{V} = \mathfrak{L} \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma$$

Passons des logarithmes aux nombres et nous obtiendrons :

$$\frac{P}{P_0} = \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma$$

ou encore :

$$(22) \quad PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma = \text{constante.}$$

équation connue sous le nom de formule de Poisson.

Cette courbe, comparée à l'isotherme qui passe par le même point, la coupe en ce point.

Au-dessus du point, elle est à droite de l'hyperbole équilatère et passe à sa gauche au-dessous dudit point car  $\gamma$  est plus grand que l'unité.

Deux courbes adiabatiques ne peuvent se rencontrer. En effet les équations sont  $PV^\gamma = K$  et  $PV^\gamma = K'$  et  $K$  est différent de  $K'$  puisqu'on suppose les courbes distinctes. S'il existait un point commun, pour ce point,  $P$  et  $V$  auraient la même valeur et par suite  $K$  devrait être égal à  $K'$  ce qui est contre l'hypothèse.

Remarquons que

$$PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma \text{ peut s'écrire : } \frac{P}{P_0} = \left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma$$

mais on a

$$PV = RT \text{ qui donne } P = \frac{RT}{V}$$

et

$$P_0 V_0 = RT_0 \text{ qui donne } P_0 = \frac{RT_0}{V_0}$$

Il en résulte :

$$\left( \frac{V_0}{V} \right)^\gamma = \frac{P}{P_0} = \frac{T}{T_0} \cdot \frac{V_0}{V}$$

ou bien :

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1}$$

ce qui signifie :

$$(23) \quad TV^{\gamma-1} = \text{constante}$$

En éliminant  $V$  et  $V_0$  entre les équations primitives, on aurait de même

$$(24) \quad \frac{T}{T_0} = \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left( \frac{P_0}{P} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

ou :  $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{constante}$ , ou encore  $\frac{T}{P^{\frac{1}{1-\gamma}}} = \text{constante}$ .

Si l'on veut bien se reporter à l'étude que nous avons faite (p. 23) du paraboloïde hyperbolique, représenté par l'équation  $PV = RT$ , on verra l'interprétation des résultats que nous venons de trouver.

Nous avons alors supposé une variation de forme  $PV^{\gamma} = \text{constante}$ . Il suffit de donner à  $K$  la valeur  $\gamma$  et à la constante la valeur  $P_0 V_0^{\gamma}$ .

Quant aux relations ci-dessus  $TV^{\gamma-1} = \text{constante}$  et  $TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{constante}$ , elles se confondent réellement avec les équations (11) et (12). Elles représentent les projections sur les plans des  $T V$  et des  $T P$  de la courbe traçant sur le paraboloïde hyperbolique la marche du phénomène. Elles permettent de plus d'évaluer  $V$  et  $P$  en fonction de  $T$  ou inversement.

Voyons maintenant comment on peut calculer le travail correspondant à une évolution de  $V_0 P_0$  à  $VP$ .

On a toujours :

$$d\mathfrak{C} = PdV \text{ et par suite : } \mathfrak{C} = \int_{V_0 P_0}^{VP} PdV$$

La relation :

$$PV^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma}$$

donne :

$$P = \frac{P_0 V_0^{\gamma}}{V^{\gamma}} \text{ ou } P = P_0 V_0^{\gamma} V^{-\gamma}$$

Par suite :

$$\mathfrak{C} = \int_{V_0 P_0}^{VP} P_0 V_0^{\gamma} V^{-\gamma} dV = P_0 V_0^{\gamma} \int_{P_0 V_0}^{PV} V^{-\gamma} dV$$



Or l'intégrale indéfinie de  $V^{-\gamma} dV$  est  $\frac{1}{1-\gamma} V^{1-\gamma}$ .

Par suite :

$$(25) \quad \mathfrak{E} = \frac{P_0 V_0^\gamma}{1-\gamma} \left( V^{1-\gamma} - V_0^{1-\gamma} \right)$$

ou encore :

$$\mathfrak{E} = \frac{P_0 V_0}{1-\gamma} \left( \frac{V^{1-\gamma}}{V_0^{1-\gamma}} - 1 \right)$$

Mais nous avons vu que

$$\left( \frac{V_0}{V} \right)^{\gamma-1} = \frac{T}{T_0}$$

ce qui peut s'écrire :

$$\left( \frac{V}{V_0} \right)^{1-\gamma} = \frac{T}{T_0}$$

Par suite, l'expression du travail devient, en substituant :

$$\mathfrak{E} = \frac{P_0 V_0}{1-\gamma} \left( \frac{T}{T_0} - 1 \right)$$

Mais

$$P_0 V_0 = RT_0$$

et on obtient, en remplaçant  $P_0 V_0$  :

$$(26) \quad \mathfrak{E} = \frac{R}{1-\gamma} (T - T_0)$$

Lorsqu'il y a détente,  $T$  est moindre que  $T_0$  ; par suite  $T - T_0 < 0$  ; mais de même  $1 - \gamma < 0$  ; donc  $\mathfrak{E}$  est positif.

En cas de compression,  $T - T_0$  est positif ;  $1 - \gamma$  reste négatif et le travail devient négatif.

La compression nécessite un travail qu'elle absorbe. La détente produit au contraire un travail extérieur.

Si nous nous rappelons que

$$(16) \quad R = E (C - c)$$

nous pouvons encore écrire

$$\mathfrak{E} = \frac{E (C - c)}{1-\gamma} (T - T_0)$$

En remplaçant  $\gamma$  par sa valeur  $\frac{C}{c}$  on a identiquement :

$$(27) \quad \begin{cases} \mathfrak{E} = -Ec (T - T_0) = Ec (T_0 - T) \\ \mathfrak{E} = Ec (t_0 - t) \end{cases}$$

car

$$T - T_0 = t - t_0.$$

L'expression est positive quand il y a détente, car alors  $t_0 > t_1$ .

**Cycle de Carnot.** — Un cycle de Carnot (fig. 4) est composé de deux isothermes AB et DC à des températures  $t_1$  et  $t_2$  ou  $T_1$  et  $T_2$  et de deux adiabatiques AD et BC.

Supposons que le gaz parte de la position figurative A. Il se détendra isothermiquement de A en B, puis adiabatiquement de B en C. Ensuite ce gaz est comprimé, isothermiquement de C en D, puis adiabatiquement de D en A.

De A en B le gaz emprunte de la chaleur puisqu'il se détend et que l'on maintient sa température  $t_1$ . De C en D il en cède : on absorbe la chaleur dégagée par la compression, pour maintenir la température  $t_2$ .

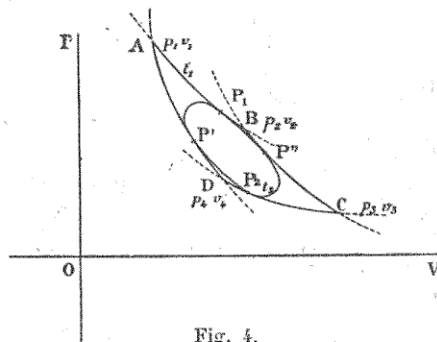


Fig. 4.

$P_1, V_1$	seront la pression et le volume en A à la température $t_1$ ou $T_1$
$P_2, V_2$	— — — B — — $t_1$ ou $T_1$
$P_3, V_3$	— — — C — — $t_2$ ou $T_2$
$P_4, V_4$	— — — D — — $t_2$ ou $T_2$

Or on a :

Pour l'isotherme AB :

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Pour l'adiabatique BC :

$$P_2 V_2^\gamma = P_3 V_3^\gamma$$

Pour l'isotherme CD :

$$P_3 V_3 = P_4 V_4$$

Pour l'adiabatique DA :

$$P_4 V_4^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

En multipliant ces quatre équations membre à membre, et divisant par les facteurs communs, il vient :

$$V_1 V_3 = V_2 V_4$$

En multipliant à nouveau membre à membre ces quatre équations, après avoir élevé la première et la troisième à la puissance  $\gamma$ , on trouve

de même :

$$P_1 P_3 = P_2 P_4 \text{ ou } \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_4}{P_3}.$$

Le travail correspondant à la détente AB a pour expression :

$$\mathfrak{E}_1 = P_1 V_1 \mathfrak{L} \frac{P_1}{P_2}$$

mais

$$P_1 V_1 = RT_1$$

donc

$$\mathfrak{E}_1 = RT_1 \mathfrak{L} \frac{P_1}{P_2}.$$

La quantité de chaleur empruntée à la source  $T_1$  sera  $\frac{1}{E} \mathfrak{E}_1$ .  
ou

$$Q_1 = \frac{1}{E} RT_1 \mathfrak{L} \frac{P_1}{P_2}.$$

De B en C le gaz se refroidit de  $T_1$  à  $T_2$ , sans perte ni gain de chaleur.  
Le travail extérieur est donc :

$$\mathfrak{E}_2 = \frac{R}{4-\gamma} (T_2 - T_1)$$

De C en D, il y a compression isothermique, donc :

$$\mathfrak{E}_3 = RT_2 \mathfrak{L} \frac{P_3}{P_4}$$

$$Q_3 = \frac{1}{E} RT_2 \mathfrak{L} \frac{P_3}{P_4}$$

remarquons que :

$$\mathfrak{L} \frac{P_3}{P_4} = - \mathfrak{L} \frac{P_4}{P_3}$$

par suite :

$$\mathfrak{E}_3 = - RT_2 \mathfrak{L} \frac{P_4}{P_3}$$

$$Q_3 = - \frac{1}{E} RT_2 \mathfrak{L} \frac{P_4}{P_3}$$

De D en A la compression est adiabatique. Par suite :

$$\mathfrak{E}_4 = \frac{R}{4-\gamma} (T_1 - T_2)$$

Le travail total a pour expression :

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 + \mathfrak{E}_3 + \mathfrak{E}_4$$

Mais visiblement

$$\mathcal{Q}_2 = -\mathcal{Q}_3$$

et il reste

$$\mathcal{Q} = \mathcal{Q}_1 + \mathcal{Q}_3$$

c'est-à-dire

$$\mathcal{Q} = RT_1 \mathcal{L} \frac{P_1}{P_2} - RT_2 \mathcal{L} \frac{P_1}{P_3}$$

Or nous venons de démontrer que

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{P_3} \text{ donc } \mathcal{L} \frac{P_1}{P_2} = \mathcal{L} \frac{P_1}{P_3}$$

Par suite :

$$\mathcal{Q} = R (T_1 - T_2) \mathcal{L} \frac{P_1}{P_2}$$

**Coefficient économique.** — On appelle, avec Verdet, *coefficient économique*, la quantité  $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$  qui représente le rapport de la chaleur utilisée à la chaleur totale dégagée.

Cette expression peut encore s'écrire  $1 - \frac{Q_2}{Q_1}$  et  $\frac{Q_2}{Q_1}$  a reçu le nom de *coefficient de perte*. C'est le rapport de la chaleur absorbée à la chaleur dégagée.

En formant la quantité  $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ , d'après les valeurs plus haut trouvées, on écrit :

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{1}{E} RT_1 \mathcal{L} \frac{P_1}{P_2} - \frac{1}{E} RT_2 \mathcal{L} \frac{P_1}{P_3}}{\frac{1}{E} RT_1 \mathcal{L} \frac{P_1}{P_2}}$$

mais  $\frac{P_1}{P_2} = \frac{P_1}{P_3}$ . Donc cette expression se réduit à :

$$(28) \quad \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ou encore :

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

et enfin :

$$(29) \quad \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

Cette relation caractérise le coefficient de perte.

**Cycles réversibles quelconques.** — Un cycle réversible quelconque (fig. 5) peut être décomposé, d'une infinité de manières, en deux cycles réversibles.

Choisissons deux points A et C que nous joignons par une ligne AEC qui ne doit remplir d'autre condition que celle de provoquer des transformations réversibles. Si le corps parcourt le cycle CBAEC puis CEADC,

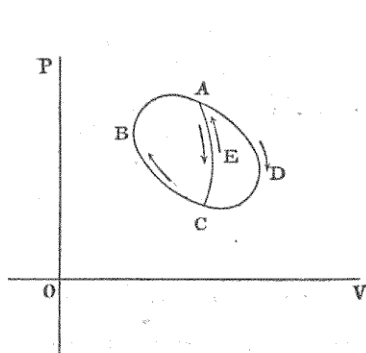


Fig. 5.

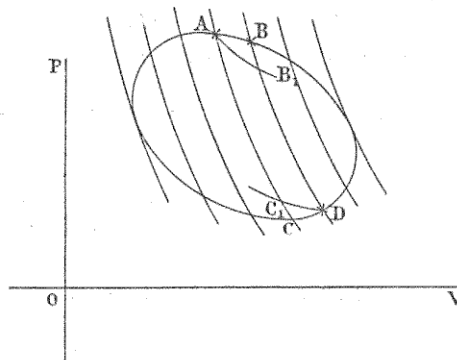


Fig. 6.

il aura parcouru la ligne AC en suivant deux transformations exactement inverses ; ce sera donc comme s'il ne l'avait pas parcourue. Comme A et C sont quelconques, cette division est possible d'une infinité de manières.

Prenons (fig. 6) un corps parcourant un cycle quelconque réversible. Divisons ce cycle par une série d'adiabatiques telles que CA, BD... Puis, par les points d'intersection A et D, menons les isothermes AB<sub>1</sub>, DC<sub>1</sub>... On remplace le cycle primitif par une série de cycles de Carnot tels que AC<sub>1</sub>DB<sub>1</sub> et une série d'aires élémentaires ABB<sub>1</sub>.

Pour un cycle AC<sub>1</sub>DB<sub>1</sub> appelons  $dQ_1$  la quantité de chaleur fournie suivant l'isotherme supérieure et  $dQ_2$  la quantité de chaleur restituée suivant l'isotherme inférieure. On a :

$$\frac{dQ_1 - dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ou

$$\frac{dQ_1}{T_1} - \frac{dQ_2}{T_2} = 0$$

Pour l'ensemble des cycles analogues à AC<sub>1</sub>DB<sub>1</sub> on aura :

$$\int \left( \frac{dQ_1}{T_1} - \frac{dQ_2}{T_2} \right) = 0$$

ou, considérant les éléments  $\frac{-dQ_2}{T_2}$  avec leur signe,

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

Il est à remarquer que sous le signe  $\int$ , on peut comprendre ce qui se passe aussi le long des adiabatiques, dans les cycles élémentaires  $AC_1DB_1$ , puisque  $dQ$  est nul pour ces éléments, et par suite

$$\int \frac{dQ}{T}$$

représente la somme des quotients analogues le long de tous les éléments de tous les cycles élémentaires.

Pour un des petits cycles  $ABB_1$ , la quantité  $E (dQ' - dQ_1) = \text{aire } ABA_1$  est un infiniment petit du second ordre, négligeable devant la valeur correspondant au cycle de Carnot élémentaire que nous venons de considérer. Si nous supposons que le réseau des adiabatiques se resserre de plus en plus, il est évident que la somme des cycles  $AB_1DC_1$  tendra vers le cycle considéré, et, à la limite, on aura encore  $\int \frac{dQ}{T} = 0$ .

*Le cycle Carnot a un coefficient économique plus grand que tout cycle fonctionnant entre les mêmes températures et les mêmes adiabatiques.*

Prenons (fig. 4) un cycle fermé  $P'P_1P''P_2$  et circonscrivons les isothermes  $AB$  et  $DC$  correspondant aux températures  $T_1$  et  $T_2$ , tangentes en  $P_1$  et en  $P_2$ . Agissons de même pour les adiabatiques extrêmes  $AD$  et  $BC$  tangentes en  $P'$  et  $P''$ . On a créé un cycle de Carnot  $ABCD$  fonctionnant entre les mêmes températures et les mêmes adiabatiques.

Si l'on décompose le cycle, comme dans le cas précédent, par une infinité d'adiabatiques intermédiaires, voyons ce qui se passe de  $P'$  en  $P''$ . Pour chaque élément de la courbe  $P'P_1P''P_2$  la quantité de chaleur  $dQ$  empruntée à la source le sera à la température  $T$ . Or on a manifestement  $T < T_1$  ou  $\frac{1}{T} > \frac{1}{T_1}$  et par suite  $\frac{dQ}{T} > \frac{dQ}{T_1}$ , et ajoutant toutes ces inégalités de  $P'$  en  $P''$  :

$$\int_{P'}^{P''} \frac{dQ}{T} > \int_{P'}^{P''} \frac{dQ}{T_1}$$

Mais comme  $T_1$  est constant, le second membre est :

$$\frac{1}{T_1} \int dQ = \frac{Q_1}{T_1}$$

donc :

$$\int_{P'}^{P''} \frac{dQ}{T} > \frac{Q_1}{T_1}$$

De  $P''$  en  $P'$  on voit que  $T > T_2$ . On a de même :

$$\int'' \frac{dQ}{T} < \frac{Q_2}{T_2},$$

ou, en ajoutant ces inégalités membre à membre, *en tenant compte de leur sens* :

$$\int' \frac{dQ}{T} - \int'' \frac{dQ}{T} > \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$$

Mais le premier membre c'est tout simplement  $\int \frac{dQ}{T}$  qui est nul pour un cycle fermé.

donc :

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} < 0$$

ou :

$$\frac{Q_1}{Q_2} < \frac{T_1}{T_2} \text{ ou } \frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1} \text{ ou } 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

ou enfin :

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Donc le coefficient économique du cycle considéré,  $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ , est moindre que le coefficient économique du cycle de Carnot circonscrit, représenté par  $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$ .

Toutefois ce rendement peut être égalé dans des cycles réversibles où les échanges de chaleur ont lieu à température constante, c'est-à-dire suivant des isothermes, et dans lesquels les passages intermédiaires ont lieu suivant deux *isodiabatiques*, c'est-à-dire suivant deux lignes telles que la quantité de chaleur, absorbée suivant l'une d'elles et employée à la transformation, soit restituée suivant l'autre.

Nous citerons deux cycles connus et répondant à ces données : le premier est celui de Stirling (fig. 7), qui se compose de deux isothermes BC et AD. Les deux isodiabatiques sont des droites parallèles à l'axe des pressions, représentant un travail à volume constant.

Dans le cycle d'Ericsson les deux isothermes sont BC et AD. Les isodiabatiques sont des droites AB et DC parallèles à l'axe des V; les gaz travaillent donc à pression constante (fig. 8).

**Cycles non réversibles.** — Il serait intéressant de considérer les cycles non réversibles, car le cas se présente dans l'étude des moteurs à gaz. La transformation, que produit la détonation ou la combustion, met les gaz sous une deuxième forme chimique différente de la première et les produits évacués ne sont pas identiques aux éléments introduits.

Nous n'insisterons pas outre mesure sur les cycles irréversibles. On démontre que, pour ces évolutions, la quantité  $\int \frac{dQ}{T}$  est généralement plus petite que 0, mais la démonstration de cette inégalité n'est pas

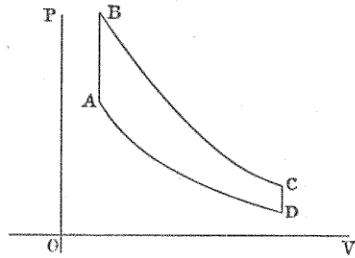


Fig. 7.

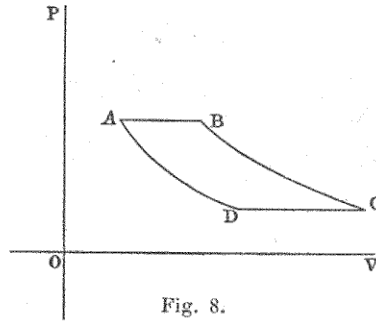


Fig. 8.

absolument rigoureuse et M. Lippman estime que certains phénomènes irréversibles entraînent  $\int \frac{dQ}{T} > 0$ . Nous laissons la discussion du problème à la Thermodynamique, car son examen nous entraînerait beaucoup trop loin.

**Entropie.** — Clausius a désigné la fonction  $\int \frac{dQ}{T}$  par la lettre  $s$  et l'a appelée *entropie*.

$$s = \int \frac{dQ}{T}$$

Pour tout cycle fermé réversible,  $\int \frac{dQ}{T} = 0$  et  $\frac{dQ}{T}$  est une différentielle exacte.

Pour une adiabatique, il est visible que  $ds = 0$ , puisque  $dQ = 0$ .

Pour une isotherme  $dT = 0$  et  $T = \text{constante}$ .

Voyons à trouver la valeur de l'entropie.

Nous savons que

$$dQ = \frac{1}{R} c V dP + \frac{1}{R} c P dV$$

et que

$$RT = PV$$

Divisons la première équation par la seconde, membre à membre. On obtient :

$$\frac{dQ}{T} = c \frac{dP}{P} + c \frac{dV}{V}.$$



Intégrons entre la position  $P_a V_a$  et la position présente  $PV$ , en désignant par  $s_a$  et  $s$  les valeurs correspondantes de l'entropie.

$$s - s_a = \int_{T_a}^T \frac{dQ}{T} = c \int_{P_a}^P \frac{P}{P_a} + C \int_{V_a}^V \frac{V}{V_a} = \int_{P_a}^P \frac{P^c V^c}{P_a^c V_a^c}$$

On peut écrire identiquement :

$$(30) \quad s - s_a = \int_{P_a}^P \frac{P^c V^c}{P_a^c V_a^c} = \int_{P_a}^P \frac{P^c V^c V^{C-c}}{P_a^c V_a^c V_a^{C-c}}$$

ou encore :

$$s - s_a = \int_{P_a}^P \frac{P^c V^c}{P_a^c V_a^c} = c \int_{P_a}^P \frac{P V^{\frac{C}{c}}}{P_a V_a^{\frac{C}{c}}} = c \int_{P_a}^P \frac{P V^{\gamma}}{P_a V_a^{\gamma}}$$

car  $\frac{C}{c} = \gamma$ .

Dans le régime isotherme,  $PV = P_a V_a$  et l'équation (30) se réduit à

$$s - s_a = \int_{P_a}^P \left( \frac{V}{V_a} \right)^{C-c} \quad s - s_a = (C-c) \int_{P_a}^P \left( \frac{V}{V_a} \right)$$

Comme

$$\frac{P}{P_a} = \frac{V_a}{V}$$

on a de même :

$$s - s_a = (C-c) \int_{P_a}^P \frac{P_a}{P}$$

Dans le cas adiabatique :

$$PV^{\gamma} = P_a V_a^{\gamma}$$

Par suite

$$\int_{P_a}^P \frac{P V^{\gamma}}{P_a V_a^{\gamma}} = 0, \text{ car } \frac{P V^{\gamma}}{P_a V_a^{\gamma}} = 1$$

et on a  $s = s_a$ ; dans ce cas l'entropie est constante.

Supposons maintenant que la loi de variation soit représentée par l'équation :

$$P V^K = P_a V_a^K$$

Nous venons de voir que

$$s - s_a = c \int_{P_a}^P \frac{P V^{\gamma}}{P_a V_a^{\gamma}}$$

Mais

$$\frac{P}{P_a} = \left( \frac{V_a}{V} \right)^K$$

Donc :

$$s - s_a = c \ln \left( \frac{V_a}{V} \right)^K \left( \frac{V}{V_a} \right)^\gamma = c \ln \left( \frac{V_a}{V} \right)^{K-\gamma} = c (K - \gamma) \ln \frac{V_a}{V}.$$

En étudiant le paraboloïde hyperbolique  $PV = RT$ , nous avons trouvé :

$$(11) \quad TV^{K-1} = T_a V_a^{K-1}$$

Donc :

$$\frac{V_a}{V} = \left( \frac{T}{T_a} \right)^{\frac{1}{K-1}}$$

Notre expression devient, en substituant :

$$s - s_a = c (K - \gamma) \ln \left( \frac{T}{T_a} \right)^{\frac{1}{K-1}}$$

c'est-à-dire :

$$(31) \quad s - s_a = c \frac{K - \gamma}{K - 1} \ln \frac{T}{T_a}.$$

Suivons maintenant les variations du régime en faisant varier  $K$ .

1° Si  $K = \gamma$  le régime est adiabatique. Le deuxième membre de la relation (31) est nul et  $s = s_a$ . L'entropie est constante, ce que nous avons déjà vu.

2° Si  $K > \gamma$ ,  $s - s_a$  est positif tant que  $T > T_a$ . Donc, l'entropie augmente avec la température et diminue avec elle.

3° Si  $K$  est très grand,  $\frac{K-\gamma}{K-1}$  est voisin de l'unité et la relation (31) se réduit à  $s - s_a = c \ln \frac{T}{T_a}$ . Comme nous avons  $PV^K = P_a V_a^K$ , c'est-à-dire  $P^{\frac{1}{K}} V = P_a^{\frac{1}{K}} V_a$ , si  $K$  est très grand,  $\frac{1}{K}$  est voisin de zéro et  $P^{\frac{1}{K}}$  est voisin de l'unité. Donc, la relation différera peu de  $V = V_a$ .

Pour une variation à volume constant,  $s - s_a = c \ln \frac{T}{T_a}$ .

4° Si  $K = 1$ , le régime est isotherme ;  $\frac{K-\gamma}{K-1}$  devient infini. Comme  $T = T_a$ , on arrive à :  $\ln \frac{T}{T_a} = 0$  ; il y a indétermination. Nous avons vu que dans ce cas :

$$s - s_a = (C - c) \ln \frac{V}{V_a} = (C - c) \ln \frac{P_a}{P}.$$

Si  $K = 0$ ,  $V^K$  se réduit à l'unité et l'équation  $PV^K = P_a V_a^K$  se réduit à  $P = P_a$ . La variation a lieu à pression constante. L'équation (31) devient :

$$s - s_a = c_v \int \frac{T}{T_a} = C \int \frac{T}{T_a}.$$

M. Belpaire a proposé de représenter un cycle en choisissant deux axes rectangulaires de coordonnées et prenant les entropies pour abscisses et les températures absolues pour ordonnées.

Dans ce mode de représentation, les adiabatiques ont pour équation  $s = \text{constante}$  ; ce sont des droites parallèles à l'axe des  $T$ .

Les isothermes sont exprimées par la notation  $T = \text{constante}$  ; ce sont donc des parallèles à l'axe des entropies.

Le cycle de Carnot, composé d'isothermes et d'adiabatiques, sera figuré par un rectangle.

Il est intéressant de savoir à quel régime correspondra une variation linéaire dans le mode entropique de représentation. C'est ce que nous allons chercher.

Il faut évidemment :

$$T = M \int \frac{dQ}{T}$$

$\int \frac{dQ}{T}$  étant l'abscisse,  $T$  l'ordonnée et  $M$  une constante. Cette relation représente une droite.

En différentiant, on a :

$$dT = M \frac{dQ}{T}$$

mais on sait que :

$$\frac{dQ}{T} = c_v \frac{dP}{P} + c_p \frac{dV}{V}$$

Donc on doit avoir :

$$dT = M c_v \frac{dP}{P} + M c_p \frac{dV}{V}$$

et, en intégrant entre les mêmes limites que précédemment :

$$T - T_a = M c_v \int \frac{P}{P_a} + M c_p \int \frac{V}{V_a} = M c_v \left( \int \frac{P}{P_a} + \frac{c_p}{c_v} \int \frac{V}{V_a} \right)$$

$$T - T_a = M c_v \left( \int \frac{P}{P_a} + \gamma \int \frac{V}{V_a} \right)$$

$$T - T_a = M c_v \left( \int \frac{P}{P_a} + \int \left( \frac{V}{V_a} \right)^\gamma \right)$$

ou enfin :

$$\frac{1}{Mc} (T - T_a) = \mathcal{L} \frac{PV}{P_a V_a}.$$

Passons des logarithmes aux nombres et nous aurons :

$$PV = P_a V_a e^{\frac{T - T_a}{Mc}}$$

Comme

$$PV = RT \quad \text{et} \quad P_a V_a = RT_a$$

on voit que l'on a :

$$TV^{1-\gamma} = T_a V_a^{1-\gamma} e^{\frac{T - T_a}{Mc}}$$

Cette relation, jointe à l'équation  $PV = RT$ , définit, dans le système des PV, le régime qui, dans le mode entropique, serait représenté par une droite, inclinée sur les axes.

**Fonction caractéristique.** — On a posé :

$$\frac{dQ}{T} = dS \quad \text{ou} \quad dQ = TdS$$

On sait que :

$$dQ = \frac{1}{E} (dU + PdV)$$

Donc :

$$\frac{1}{E} (dU + PdV) = TdS.$$

ajoutons  $Sdt = SdT$  aux deux membres de cette équation. On obtient :

$$\frac{1}{E} (dU + PdV) + Sdt = SdT + SdT = d(TS)$$

ou encore :

$$Sdt + \frac{1}{E} PdV = d(TS) - \frac{1}{E} dU = d\left(TS - \frac{U}{E}\right)$$

Le second membre de cette équation étant une différentielle exacte, le premier l'est aussi.

Posons :

$$\mathcal{H} = TS - \frac{U}{E}$$

et nous avons :

$$d\mathcal{H} = Sdt + \frac{1}{E} PdV$$

M. Massieu a appelé  $\mathcal{H}$  la *fonction caractéristique*.

Comme le second membre doit être une différentielle exacte, il faut avoir :

$$s = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial T} \text{ et } \frac{P}{E} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial V}.$$

Visiblement, l'énergie interne a pour expression :

$$U = E (TS - \mathcal{H})$$

On peut écrire :

$$U - ETS = -E\mathcal{H}.$$

M. Duhem a désigné cette quantité  $-E\mathcal{H}$  ou  $U - ETS$  sous le nom de *potentiel thermodynamique à pression constante*.

La quantité analogue  $-E\mathcal{H}_1$  (dans laquelle  $\mathcal{H}_1 = \mathcal{H} + \frac{1}{E} PV$ ) a reçu le nom de *potentiel thermodynamique à volume constant*.

Ces notions sont suffisantes pour ce que nous comptons exposer et nous nous arrêtons dans cette voie, quelque intéressante qu'elle soit à parcourir.

**Écoulement des gaz.** — En développant le sujet qui nous occupe, nous aurons à considérer les mouvements des gaz à travers un orifice de dimensions restreintes. Aussi nous rappellerons quelques données à cet égard.

Comme il s'agit d'un cas très connu de la mécanique, nous n'entreprendrons pas la démonstration de formules établies dans tous les traités relatifs à la question.

Considérons un écoulement en mince paroi.

Désignons par  $w$  la vitesse d'écoulement.

$g$  l'intensité de la pesanteur.

$P_1$  et  $P_2$  les pressions de chaque côté de l'orifice, en supposant  $P_1 > P_2$ .

$V_1$  et  $V_2$  les volumes dont le poids est l'unité, sous les pressions  $P_1$  et  $P_2$ .

$\varpi_1$  et  $\varpi_2$  les poids de l'unité de volume sous les pressions  $P_1$  et  $P_2$ .

On établit que :

$$(32) \quad \frac{w^2}{2g} = \frac{P_1}{\varpi_1} - \frac{P_2}{\varpi_2} + \int_{V_2}^{V_1} PdV$$

Mais

$$\frac{1}{\varpi_1} = V_1 \quad \text{et} \quad \frac{1}{\varpi_2} = V_2$$

On peut écrire :

$$(33) \quad \frac{w^2}{2g} = P_1 V_1 - P_2 V_2 + \int_{V_2}^{V_1} P dV$$

Comme on a :

$$RT_1 = P_1 V_1 \quad \text{et} \quad RT_2 = P_2 V_2$$

on a aussi :

$$(34) \quad \frac{w^2}{2g} = R(T_1 - T_2) + \int_{V_2}^{V_1} P dV$$

Si la densité est constante le volume est constant,  $dV = 0$  et il reste :  
 $\frac{w^2}{2g} = \frac{1}{\varpi} (P_1 - P_2)$ , car  $\varpi_1 = \varpi_2$ . Il résulte de là que :

1° A pressions effectives égales, les débits des deux gaz seront, toutes choses égales d'ailleurs, en raison inverse de la racine carrée des densités ;

2° A densités égales, les débits seront en raison directe de la racine carrée des pressions effectives.

La pression effective est celle qui provoque l'écoulement, c'est-à-dire la différence  $P_1 - P_2$ .

*Ecoulement isotherme.* — Considérons

$$(34) \quad \frac{w^2}{2g} = R(T_1 - T_2) + \int_{V_2}^{V_1} P dV$$

Dans ce cas,  $T_1 = T_2$ . La relation (34) se réduit à :

$$\frac{w^2}{2g} = \int_{V_2}^{V_1} P dV$$

mais  $PV = RT$  et  $T$  est constant.

Donc :

$$P = \frac{RT}{V}$$

Il en résulte :

$$(35) \quad \frac{w^2}{2g} = RT \int_{V_2}^{V_1} \frac{dV}{V}$$

$$\frac{w^2}{2g} = RT \mathfrak{L} \frac{V_1}{V_2} = RT \mathfrak{L} \frac{P_2}{P_1}$$

car

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

*Ecoulement adiabatique.* — Reprenons :

$$(34) \quad \frac{w^2}{2g} = R (T_1 - T_2) + \int_{V_2}^{V_1} P dV$$

Nous avons vu (27) que

$$\int_{V_2}^V P dV = \mathfrak{E} = Ec (T_1 - T_2)$$

donc :

$$\frac{w^2}{2g} = (R + Ec) (T_1 - T_2)$$

mais on sait que

$$(46) \quad E (C - c) = R$$

Nous en concluons :

$$(36) \quad \frac{w^2}{2g} = EC (T_1 - T_2)$$

**Du régime de vaporisation.** — Le mélange tonnant qui agit dans les moteurs a souvent comme principe actif une vapeur; d'autres fois on injecte dans le cylindre des liquides qui s'y vaporisent; si bien qu'il peut être intéressant de connaître le régime de vaporisation.

Posons  $L$  = chaleur latente de vaporisation.

$u$  = volume de l'unité de poids de liquide.

$w$  = volume de l'unité de poids de la vapeur sous une pression égale à sa tension maxima  $P$  à la température  $T$ .

On sait que

$$(4) \quad dU = EdQ - d\mathfrak{E}$$

et que

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Considérons l'unité de masse d'un liquide à vaporiser et offrons-lui le volume  $V$  ; la masse  $x$  qui passe à l'état de vapeur est déterminée par la température  $t$  et la tension maxima  $P$ . Ces deux éléments sont liés par une relation que les physiciens établissent

$$f(P, t) = 0$$

Quant au volume  $V$  il est la somme du volume  $wx$  occupé par la vapeur et du volume  $u(1-x)$  occupé par le liquide :

$$V = u(1-x) + wx.$$

Les quantités  $V$  et  $x$  servent également à caractériser le phénomène.

Pour une variation de température  $dt$ , il se produira une variation  $dx$  nécessitant une chaleur  $Ldx$  ; puis il faudra chauffer la masse  $1-x$  de liquide et la masse  $x$  de vapeur pour élever leur température de  $dt$ . Posons :

$m$  = chaleur spécifique du liquide à  $t^\circ$  ;

$m'$  = quantité de chaleur à fournir à l'unité de poids de vapeur pour élever sa température de  $dt$  en la maintenant saturée, la pression croissant de  $dP$ .

On aura donc :

$$dQ = [m(1-x) + m'x] dt + Ldx$$

Quant à  $d\mathcal{E}$  nous savons que

$$d\mathcal{E} = PdV = P \frac{\partial V}{\partial t} dt + P \frac{\partial V}{\partial x} dx$$

Reprenons

$$V = u(1-x) + wx$$

Remarquons que  $u$  et  $w$  ne sont fonctions que de la température et non du poids  $x$  de vapeur déjà formée. On tire de là :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = (1-x) \frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial w}{\partial t}$$

et

$$\frac{\partial V}{\partial x} = w - u$$

Par suite, en remplaçant dans la valeur de  $d\mathcal{E}$  :

$$d\mathcal{E} = P \left[ (1-x) \frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial w}{\partial t} \right] dt + P(w-u) dx$$

Remplaçons  $dQ$  et  $d\mathcal{E}$ , dans l'expression (4), par la valeur que nous



venons de trouver et nous aurons :

$$dU = \left\{ E \left[ m(1-x) + m'x \right] - P \left[ (1-x) \frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial w}{\partial t} \right] \right\} dt + \left[ EL - P(w-u) \right] dx$$

De même :

$$dS = \frac{m(1-x) + m'x}{T} dt + \frac{L}{T} dx.$$

Les premiers membres étant des différentielles exactes, les seconds aussi.

Or on sait que lorsque l'on a :

$$\begin{aligned} dU &= A dt + B dx \\ dS &= A' dt + B' dx \end{aligned}$$

les conditions d'intégration sont :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial x} &= \frac{\partial B}{\partial t} \\ \frac{\partial A'}{\partial x} &= \frac{\partial B'}{\partial t} \end{aligned}$$

En appliquant ces règles aux expressions établies, on trouve, après simplification :

$$\begin{aligned} E \left( \frac{dL}{dt} + m - m' \right) &= (w - u) \frac{dP}{dt} \\ m' - m &= \frac{dL}{dt} - \frac{L}{T} \end{aligned}$$

En éliminant  $\frac{dL}{dt}$  entre ces deux dernières équations, on trouve :

$$(37) \quad L = \frac{T}{E} (w - u) \frac{dP}{dt}$$

Pour la vapeur d'eau, la fonction  $f(P, t) = 0$  a été établie par Regnault.

La valeur de  $m'$  est négative et décroît en valeur absolue quand la température s'élève.

Pour la benzine,  $m'$ , négatif à basse température, diminue en valeur absolue quand la température augmente; puis, si celle-ci continue à s'élever,  $m'$  s'annule, devient positif et paraît croître constamment.

Pour l'éther  $m'$  est positif et croissant avec  $T$ .

Il semble que, pour tous les corps susceptibles de se vaporiser,  $m'$  ait des valeurs négatives correspondant au bas de l'échelle thermométrique.

Quand le thermomètre s'élève  $m'$  diminue en valeur absolue, s'annule, puis prend des valeurs positives et croissantes.

La température à laquelle  $m'$  s'annule a reçu le nom de *température d'inversion*.

M. Dupré, à l'aide des formules précédentes, a trouvé :

Corps.	Température d'inversion.
Chloroforme. . . . .	124°
Benzine. . . . .	118°
Chlorure de carbone. . . . .	127°
Acétone. . . . .	200°
Alcool. . . . .	133°
Eau (extrapolation exagérée). . . . .	520°
Ether — — — — —	116°

« Considérons, pour simplifier, une vapeur assimilable à un gaz parfait. Quand son volume diminue d'une fraction égale à  $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$  ou  $\frac{1}{T}$ , « une quantité de chaleur  $C - c$  devient disponible. Pour une compression  $\frac{1}{P} \frac{dP}{dt}$ , la chaleur dégagée par la compression sera :

$$(C - c) \frac{T}{P} \frac{dP}{dt}.$$

« Pour une même vapeur, le produit  $\frac{T}{P} \frac{dP}{dt}$  diminue quand la température s'élève, comme on peut le voir par les tables de Zeuner. Donc « la chaleur de compression diminue et  $m'$  augmente; il se rapproche de « zéro s'il est négatif (eau), s'en éloigne s'il est positif (éther)....

« Quand  $m'$  est négatif pour une vapeur, on fournit, en la comprimant, plus de chaleur qu'il n'est nécessaire pour la maintenir saturée, « c'est-à-dire pour élever sa température au point où la force élastique « maximum serait égale à la nouvelle pression. Une telle vapeur se « trouve donc surchauffée quand on la comprime; inversement, elle « devra se saturer et en partie se condenser par la détente. Quand, au « contraire,  $m'$  est positif, la compression dégage trop peu de chaleur « pour maintenir la vapeur saturée; elle se condense en partie par la « compression, et non par la détente.

« C'est ce que M. Hirn a constaté par des expériences directes. En « obligeant la vapeur d'eau à se détendre dans un cylindre fermé par des « glaces de verre, il a vu un nuage abondant se produire dès qu'on augmentait l'espace affecté à la vapeur. Il a vérifié aussi que de la vapeur, « parfaitement transparente sous la pression de cinq atmosphères, « devient complètement opaque dès qu'on ouvre un robinet de décharge « qui permet à la vapeur de se détendre rapidement en refoulant l'air « atmosphérique. M. Hirn a constaté sur la vapeur d'éther le phénomène « inverse. Elle se condense en partie quand on la comprime rapidement.

« Plus récemment, M. Cazin a répété en les perfectionnant les expériences de M. Hirn, et il a pu constater directement pour divers liquides l'existence d'une température d'inversion au-dessus de laquelle un brouillard se produit toujours par la compression, tandis qu'il ne s'en produit pas au-dessous. »

JAMIN. *Physique.*

**Mélange de gaz parfaits.** — La question du mélange des gaz a été traitée de main de maître par MM. Poincaré et Gibbs et nous renvoyons à leurs travaux les lecteurs désireux d'approfondir le problème. Nous nous bornerons à soulever un coin du voile en nous limitant à ce qui est nécessaire à l'étude que nous poursuivons.

Le mélange de gaz qui existe sous le piston est loin de se comporter comme un mélange de gaz parfaits, mais les écarts entre la réalité et le cas idéal sont d'autant plus faibles que la température est plus élevée et la pression moindre.

Nous admettrons avec M. Gibbs : 1° que l'énergie interne d'un mélange gazeux est égale à la somme des énergies de ses éléments, et 2° que l'entropie du mélange est égale à la somme des entropies des éléments.

La première hypothèse ne soulève pas de difficultés. Mais pour la seconde, il en est autrement. Le bien fondé de cette proposition a été discuté mais nous laisserons de côté les arguments mis en avant. Nous admettrons la supposition de M. Gibbs parce que les conséquences que l'on en tire sont d'accord avec les résultats de l'expérience.

Pour l'unité de masse d'un gaz parfait :

$$dU = Ecdt = EcdT.$$

Si  $c$  est constant on peut écrire :

$$(38) \quad U = E(cT + a)$$

$a$  étant une constante, inconnue du reste *a priori*.

On a démontré que

$$dS = c \frac{dT}{T} + (C - c) \frac{dV}{V}$$

Comme

$$C - c = \frac{R}{E}$$

on a :

$$dS = c \frac{dT}{T} + \frac{R}{E} \frac{dV}{V}$$

En intégrant on a :

$$s - s_0 = c \mathcal{L} \frac{T}{T_0} + \frac{R}{E} \mathcal{L} \frac{V}{V_0}$$

Posons :

$$A = s_0 - c \mathcal{L} T_0 - \frac{R}{E} \mathcal{L} V_0$$

on pourra écrire :

$$(39) \quad s = A + c \mathcal{L} T + \frac{R}{E} \mathcal{L} V$$

Rappelons que  $V$  est le volume de l'unité de masse sous la pression  $P$  et à la température  $T$ .

Considérons maintenant trois gaz  $G_1$   $G_2$   $G_3$ , d'énergies internes  $U_1$   $U_2$   $U_3$ , et d'entropies  $s_1$   $s_2$   $s_3$ , rapportées à l'unité de masse et au volume du mélange. Désignons par  $m_1$   $m_2$   $m_3$  les masses gazeuses en présence.

$$M = m_1 + m_2 + m_3.$$

D'après l'hypothèse de M. Gibbs on écrira :

$$MU = (m_1 + m_2 + m_3) U = m_1 U_1 + m_2 U_2 + m_3 U_3$$

En remplaçant  $U_1$   $U_2$   $U_3$  par la forme donnée par l'équation (38) on obtiendra :

$$(40) \quad MU = \left[ (m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3) T + m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 \right] E$$

$c_1$   $c_2$   $c_3$  désignent les chaleurs spécifiques de chaque gaz et  $a_1$   $a_2$   $a_3$  représentent, pour chaque élément, la valeur de la quantité  $a$  figurant dans la relation (38).

La deuxième hypothèse donne :

$$MS = (m_1 + m_2 + m_3) s = m_1 s_1 + m_2 s_2 + m_3 s_3$$

Donnons à  $s_1$   $s_2$   $s_3$  la forme indiquée par l'équation (39) et nous aurons :

$$(41) \quad MS = m_1 A_1 + m_2 A_2 + m_3 A_3 + (m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3) \mathcal{L} T + \frac{1}{E} \left( m_1 R_1 \mathcal{L} \frac{V}{m_1} + m_2 R_2 \mathcal{L} \frac{V}{m_2} + m_3 R_3 \mathcal{L} \frac{V}{m_3} \right)$$

$A_1$   $A_2$   $A_3$  sont les valeurs que prend la constante  $A$  de l'équation (39) pour chacun des gaz  $G_1$   $G_2$   $G_3$  dont  $R_1$   $R_2$   $R_3$  représentent les caractéristiques.

Quant au volume  $V$  de l'équation (39) il se rapporte à l'unité de masse. Donc pour un gaz de masse  $m$  occupant le volume  $V$ , il est évident que le volume de l'unité de masse sera  $\frac{V}{m}$ . Voilà pourquoi nous écrirons  $\mathfrak{L} \frac{V}{m_1}$ ,  $\mathfrak{L} \frac{V}{m_2}$ ,  $\mathfrak{L} \frac{V}{m_3}$  (au lieu de  $\mathfrak{L}V$ ) pour chacun des trois éléments, que nous prenons sous leurs pressions et à leurs températures respectives.

Appelons  $\delta_1$   $\delta_2$   $\delta_3$  les densités des gaz  $G_1$   $G_2$   $G_3$  sous la pression normale  $P_0$  et à  $0^\circ$ ;  $P_1$   $P_2$   $P_3$  seront les pressions de chacun de ces gaz sous le volume  $V$  total du mélange.

Le volume  $V$  du premier gaz ramené à la pression  $P_0$  et à  $0^\circ$  est  $\frac{VP_1}{\alpha TP_0}$  et visiblement on a :

$$m_1 = \frac{\delta_1 VP_1}{\alpha TP_0}$$

De même :

$$m_2 = \delta_2 \frac{VP_2}{\alpha TP_0}$$

$$m_3 = \delta_3 \frac{VP_3}{\alpha TP_0}$$

D'une façon générale  $R = \alpha P_0 V_0$  et  $V_0 \delta = 1$  puisque l'on considère l'unité de masse.

Donc :  $V_0 = \frac{1}{\delta}$  et  $R = \frac{\alpha P_0}{\delta}$  ou  $R\delta = \alpha P_0$ .

$\delta$  étant la densité à  $0^\circ$  sous la pression  $P_0$ .

Comme la relation  $m_1 = \frac{\delta_1 VP_1}{\alpha TP_0}$  peut s'écrire  $\frac{V}{m_1} = \frac{\alpha TP_0}{P_1 \delta_1}$  et que  $\alpha P_0 = R_1 \delta_1$ ,

on conclut :  $\frac{V}{m_1} = \frac{R_1 T}{P_1}$ .

De même :

$$\frac{V}{m_2} = \frac{R_2 T}{P_2} \quad \text{et} \quad \frac{V}{m_3} = \frac{R_3 T}{P_3}.$$

D'après la loi de Dulong et Petit, le produit de la chaleur spécifique par la densité est une constante :

$$c\delta = K$$

D'après l'équation (40) on écrit, en substituant pour  $m_1$   $m_2$  et  $m_3$  les valeurs que nous venons d'établir :

$$\begin{aligned} MU = E \left[ \frac{\delta_1 VP_1}{\alpha TP_0} c_1 + \frac{\delta_2 VP_2}{\alpha TP_0} c_2 + \frac{\delta_3 VP_3}{\alpha TP_0} c_3 \right] T + \\ E \left[ \frac{\delta_1 VP_1}{\alpha TP_0} a_1 + \frac{\delta_2 VP_2}{\alpha TP_0} a_2 + \frac{\delta_3 VP_3}{\alpha TP_0} a_3 \right] \end{aligned}$$

comme

$$c_1\delta_1 = c_2\delta_2 = c_3\delta_3 = K$$

on a :

$$(42) \quad MU = \frac{EV}{\alpha P_0 T} \left[ K (P_1 + P_2 + P_3) T + a_1\delta_1 P_1 + a_2\delta_2 P_2 + a_3\delta_3 P_3 \right]$$

En remplaçant, dans l'équation (41),  $m_1, m_2, m_3, \frac{V}{m_1}, \frac{V}{m_2}, \frac{V}{m_3}$ , par les valeurs trouvées, cette relation devient, après simplification :

$$(43) \quad MS = \frac{V}{\alpha T P_0} \left\{ A_1\delta_1 P_1 + A_2\delta_2 P_2 + A_3\delta_3 P_3 + K (P_1 + P_2 + P_3) \mathcal{L}T + \frac{1}{E} \alpha P_0 \left[ P_1 \mathcal{L} \frac{R_1 T}{P_1} + P_2 \mathcal{L} \frac{R_2 T}{P_2} + P_3 \mathcal{L} \frac{R_3 T}{P_3} \right] \right\}$$

**Phénomènes de dissociation.** — La dissociation, qui est la résolution d'un composé en ses éléments constitutifs, est un phénomène inverse de celui de la combinaison et les quantités de calorique mises en jeu dans les deux cas, mais de sens contraire, sont rigoureusement équivalentes, toutes choses égales d'ailleurs.

Nous distinguerons entre la dissociation à volume constant et la dissociation sous pression constante, en renvoyant aux traités de physique pour la description des phénomènes.

Rappelons seulement que la combinaison peut avoir lieu avec contraction, ce qui entraîne une dissociation avec expansion.

**1° Dissociation à pression constante.** — Soit un gaz dont la position initiale sera définie par les valeurs  $T_1, V_1, P_1$  et désignons par  $T_D$  la température de dissociation sous la pression  $P_1$ .

Echauffons notre gaz de  $T_1$  à  $T_D$  sous la pression constante  $P_1$ .

D'une façon générale

$$dQ = \frac{1}{R} (cVdP + CPdV)$$

Puisque  $P$  est constant et égal à  $P_1$ , on a :  $dP = 0$  et notre équation se réduit à :

$$dQ = \frac{CP_1}{R} dV$$

ou en intégrant :

$$Q = \frac{CP_1}{R} (V - V_1)$$

en appelant  $V$  le volume pris par le gaz.

Mais la relation générale donne :

$$P_1 V = RT_D \quad \text{et} \quad P_1 V_1 = RT_1$$

On tire de là :

$$\frac{P_1 (V - V_1)}{R} = T_D - T_1$$

et par suite :

$$Q = C (T_D - T_1)$$

ce que nous aurions pu écrire *a priori*.

Quand au volume  $V_1$  il est devenu :

$$V = \frac{RT_D}{P_1}$$

Mais

$$\frac{R}{P_1} = \frac{V_1}{T_1}$$

On en conclut :

$$V = V_1 \frac{T_D}{T_1}$$

Supposons maintenant que le volume  $V$  augmente de  $mV$ , c'est-à-dire devienne  $(m+1)V$  lorsque la dissociation se produit.

Désignons par  $L'_D$  la chaleur latente de dissociation.

Le travail d'expansion est  $mP_1V$  ou  $mP_1V_1 \frac{T_D}{T_1}$ .

Comme  $P_1V_1 = RT_1$ , ce travail a finalement pour expression  $mRT_D$ .

La chaleur sensible de dissociation sera donc égale à la chaleur dégagée, moins la quantité correspondant au travail produit. Soit  $L_D$  cette chaleur sensible.

$$L_D = L'_D - \frac{1}{E} mRT_D$$

Nous avons dit que la chaleur employée à réchauffer le gaz de  $T_1$  à  $T_D$  avait pour valeur  $C (T_D - T_1)$ . Si cette chaleur est empruntée à celle fournie par la dissociation,  $L_D$ , il restera disponible une quantité  $L_D - C (T_D - T_1)$  et, si cette chaleur disponible est employée à chauffer le gaz, celui-ci prendra une température  $T'$ . Appelons  $C'$  la chaleur spécifique sous pression constante du gaz transformé; la chaleur employée pour le porter de  $T_D$  à  $T'$  sera  $C' (T' - T_D)$  toujours à la pression  $P_1$ . Donc on devra avoir :

$$(44) \quad L_D - C (T_D - T_1) = C' (T' - T_D)$$

Il va sans dire que nous supposons une évolution absolument adiabatique.

L'expression (44) peut aussi s'écrire

$$(44 \text{ bis}) \quad L_D = C'T' - CT_1 - (C' - C) T_D$$

Ce raisonnement implique la constance de  $C$  et de  $C'$ .

2° *Dissociation à volume constant.* — Nous partirons de la même position initiale  $P_1 V_1 T_1$  et nous procéderons de la même façon.

Nous commencerons par échauffer le gaz de  $T_1$  à  $T_D$  sous pression constante, puis nous le dissocierons toujours sous pression constante et nous aurons la relation :

$$(44) \quad L_D - C (T_D - T_1) = C' (T' - T_D)$$

Nous avons vu que le volume primitif  $V_1$  devient  $V_1 \frac{T_D}{T_1}$  quand la température passe de  $T_1$  à  $T_D$ . La dissociation porte ce volume à  $(m+1) V_1 \frac{T_D}{T_1}$  et l'échauffement de  $T_D$  à  $T'$  sous pression constante, donne le volume final :  $(m+1) V_1 \frac{T_D}{T_1} \frac{T'}{T_D} = (m+1) V_1 \frac{T'}{T_1}$ .

Comprimons ce volume pour le ramener au volume primitif  $V_1$ . Quelle sera la température finale  $T''$  ?

Nous savons que les températures absolues sont en raison inverse des puissances  $\gamma - 1$  des volumes correspondants, durant une compression adiabatique (équation 23), et c'est le cas que nous supposons. On aura donc :

$$\frac{T''}{T'} = \left( \frac{(m+1) V_1 \frac{T'}{T_1}}{V_1} \right)^{\gamma-1} \quad \text{ou} \quad T'' = T' (m+1)^{\gamma-1} \left( \frac{T'}{T_1} \right)^{\gamma-1}$$

Lorsque cette recompression est effectuée, toute l'évolution s'étant produite dans le mode adiabatique, les choses en sont au point où elles se trouveraient après une détonation à volume constant.

Si, entre cette dernière relation qu'on peut écrire :

$$T'' = \left( \frac{m+1}{T_1} \right)^{\gamma-1} T'^{\gamma}$$

ou :

$$T' = T''^{\frac{1}{\gamma}} \left( \frac{T_1}{m+1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

et l'équation (44), on élimine  $T'$ , on arrive à la formule :

$$(45) \quad L_D - C (T_D - T_1) = C' \left[ T''^{\frac{1}{\gamma}} \left( \frac{T_1}{m+1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_D \right]$$

dans laquelle  $T_D$  et  $L_D$  désignent la température et la chaleur latente de dissociation sous la pression initiale du gaz.

Il est assez difficile de comparer *à priori* les chaleurs latentes de



dissociation à volume constant et sous pression constante. Les quantités  $P_1$  et  $T_D$  sont liées par une relation qu'il appartient aux physiciens d'établir et rien ne prouve que  $L_D$  soit une constante.

Toutefois comme nous envisageons des *gaz parfaits*, nous admettons :

1° Que  $L_D$  est une constante ;

2° Que  $c$  et  $C$  coefficients des chaleurs spécifiques des gaz, sont les mêmes pour les gaz primitifs et pour les produits dissociés.

Dans ce cas, les relations (44) et (45) deviennent

$$(46) \quad L_D = C(T' - T_1)$$

et

$$(47) \quad L_D = C \left[ T''^{\frac{1}{\gamma}} \left( \frac{T_1}{m+1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - T_1 \right]$$

Si nous appelons  $\Lambda_D$  la chaleur latente de dissociation à volume constant correspondante, elle sera employée à porter les gaz de la température  $T_1$  à la température  $T''$ . On aura donc :

$$(48) \quad \Lambda_D = c(T'' - T_1)$$

d'où l'on tire :

$$T'' = \frac{1}{c} \Lambda_D + T_1$$

Si nous portons cette valeur de  $T''$  dans l'équation (47), nous obtenons :

$$(48) \quad \frac{1}{C} L_D + T_1 = \left( \frac{1}{c} \Lambda_D + T_1 \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left( \frac{T_1}{m+1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

relation qui lie les deux chaleurs latentes de dissociation.

Comme nous l'avons dit, la pression et la température de dissociation sont liées par une relation  $f(P, T_D) = 0$ . Dans certains cas, l'augmentation de pression peut limiter le phénomène de dissociation. Cela peut arriver notamment lorsqu'une partie de la chaleur dégagée est dissipée d'une façon quelconque, c'est-à-dire lorsque la transformation cesse d'être adiabatique. Sous le piston des moteurs, *avec un mélange bien fait*, cette limitation de la dissociation ne doit pas se présenter. Toutefois, cette possibilité ne doit pas être perdue de vue et peut-être trouverait-on là l'explication de certaines combustions incomplètes qui se produisent avec un appareil mal réglé ou dans certaines conditions particulières.

D'une façon générale, en dissociant un gaz pris à  $P_1 V_1 T_1$ , et en supposant la chaleur dégagée intégralement employée à l'échauffement du

gaz et du gaz transformé, on sait calculer la température finale théorique des produits définitifs.

La combinaison étant le phénomène inverse de la dissociation, nous n'aurons, pour en suivre l'évolution, qu'à adopter une marche exactement inverse de la précédente, en remplaçant l'expansion par une contraction et, étant donnée la température de départ, nous saurons évaluer la température finale.

Dans un mélange de gaz susceptibles de se dissocier, on pourra suivre chacun d'eux séparément et trouver les températures  $T'$  et  $T''$  auxquelles arrive chacun d'eux. La température finale  $T'''$  résultera du mélange des deux groupes de produits à  $T'$  et à  $T''$ .

Si les produits libérés sont susceptibles de se recombiner en absorbant de la chaleur, ils partiront de la température  $T'''$ . On aura un produit aboutissant à la température  $T'_2$ , un autre à la température  $T''_2$ ... et la température finale  $T_2$  résultera du mélange de ces gaz.

La présence d'un gaz inerte ne trouble point la marche ci-dessus indiquée; il suffit de le faire intervenir à la fin de chaque transformation avec sa température propre pour calculer définitivement la température établie.

En se basant sur ce que nous venons de dire, et en supposant bien entendu une évolution adiabatique, on pourra toujours, lorsque l'on fera détoner un mélange donné dont on connaîtra le volume, la pression et la température, calculer sa température sous pression constante ou à volume constant, soit qu'il y ait dissociation pure et simple, soit qu'il y ait recombinaison. Le troisième élément se tire de la relation générale  $PV = RT$ .

**Dissociation d'après M. Gibbs.** — Nous avons déjà établi les formules suivantes :

$$(42) \quad MU = \frac{EV}{\alpha P_0 T} \left[ K (P_1 + P_2 + P_3) T + a_1 \delta_1 P_1 + a_2 \delta_2 P_2 + a_3 \delta_3 P_3 \right]$$

$$(43) \quad MS = \frac{V}{\alpha P_0 T} \left\{ A_1 \delta_1 P_1 + A_2 \delta_2 P_2 + A_3 \delta_3 P_3 + K (P_1 + P_2 + P_3) \mathcal{L}T + \frac{1}{E} \alpha P_0 \left( P_1 \mathcal{L} \frac{R_1 T}{P_1} + P_2 \mathcal{L} \frac{R_2 T}{P_2} + P_3 \mathcal{L} \frac{R_3 T}{P_3} \right) \right\}.$$

Ces formules sont relatives à l'énergie et à l'entropie d'un mélange de trois gaz  $G_1 G_2 G_3$  occupant le même volume  $V$  sous les pressions respectives  $P_1 P_2 P_3$  à la température  $T$ .

Les densités à  $0^\circ$  sous la pression  $P_0$  sont  $\delta_1 \delta_2$  et  $\delta_3$ .

$K, a_1, a_2, a_3, A_1, A_2, A_3$  sont des constantes ;

$R_1, R_2, R_3$ , sont les caractéristiques des gaz ;

$M, U$  et  $S$  représentent la masse, l'énergie interne et l'entropie totales.

$\alpha$  est le coefficient de dilatation, chaque gaz présentant la masse  $m_1, m_2, m_3$ .

Supposons que la masse totale soit en équilibre à une température  $T$  et imaginons une transformation virtuelle élémentaire à volume constant et à température constante. Les pressions  $P_1, P_2$  et  $P_3$  augmenteront de quantités infiniment petites  $dP_1, dP_2, dP_3$ . De même les masses  $m_1, m_2, m_3$  varieront de  $dm_1, dm_2, dm_3$ .

Nous ferons maintenant une hypothèse : c'est que  $\mu$  volumes de  $G_1$  résultent de la combinaison de  $\beta$  volumes de  $G_2$  et de  $\xi$  volumes de  $G_3$ . Appelons  $w$  le volume total de gaz  $G_1$  s'unissant à  $w'$ , volume total correspondant de  $G_2$ . On doit avoir

$$\frac{w}{w'} = \frac{\mu}{\beta}$$

Mais on a :

$$m_1 = w\delta_1$$

et

$$m_2 = w'\delta_2$$

d'où en substituant

$$\frac{\frac{m_1}{\delta_1}}{\frac{m_2}{\delta_2}} = \frac{\mu}{\beta} \quad \text{ou} \quad \frac{m_1}{\mu\delta_1} = \frac{m_2}{\beta\delta_2}$$

Par analogie :

$$\frac{m_1}{\mu\delta_1} = \frac{m_2}{\beta\delta_2} = \frac{m_3}{\xi\delta_3}$$

Les variations de  $m_1$  sont de sens contraire par rapport à celles de  $m_2$  et  $m_3$ . Donc :

$$a) \quad \frac{dm_1}{\mu\delta_1} = -\frac{dm_2}{\beta\delta_2} = -\frac{dm_3}{\xi\delta_3}$$

Nous avons également établi les relations :

$$b) \quad m_1 = \frac{\delta_1 VP_1}{\alpha P_0 T}, \quad m_2 = \frac{\delta_2 VP_2}{\alpha P_0 T}, \quad m_3 = \frac{\delta_3 VP_3}{\alpha P_0 T}$$

Comme  $V$  et  $T$  restent constants, on en tire  $dm_1, dm_2, dm_3$  en fonction de  $dP_1, dP_2, dP_3$ .

En substituant les valeurs ainsi trouvées, les équations (a) deviennent

$$c) \quad \frac{dP_1}{\mu} = -\frac{dP_2}{\beta} = -\frac{dP_3}{\xi}$$

Différentions les équations (42) et (43) et portons-y les valeurs de  $dP_2$  et  $dP_3$  tirées des équations (c) ; on trouve :

$$(49) \quad MdU = -\frac{EV}{\mu\alpha P_0 T} \left[ K(\mu - \beta - \xi)T + a_1\delta_1\mu - a_2\delta_2\beta - a_3\delta_3\xi \right] dP_1$$

$$(50) \quad MdS = \frac{V}{\mu\alpha P_0 T} \left[ A_1\delta_1\mu - A_2\delta_2\beta - A_3\delta_3\xi + K(\mu - \beta - \xi) \mathcal{L} T + \frac{1}{E} \alpha P_0 \left( \mu \mathcal{L} \frac{R_1 T}{P_1} - \beta \mathcal{L} \frac{R_2 T}{P_2} - \xi \mathcal{L} \frac{R_3 T}{P_3} - \mu + \beta + \xi \right) \right] dP_1$$

S'il n'y a pas condensation,  $\mu = \beta + \xi$  et les formules se simplifient.

*Chaleur de combinaison.* — Si nous appelons  $L$  la chaleur de dissociation par unité de masse, la masse de  $G_1$  croissant de  $dm_1$ , la chaleur latente correspondante est  $Ldm_1$ .

Comme nous avons supposé une variation virtuelle élémentaire à *volume constant*, il n'y a pas de travail externe.

Que devient la formule

$$EdQ = dU + d\mathfrak{E}?$$

Ici

$$d\mathfrak{E} = 0 \quad \text{et} \quad dQ = Ldm_1.$$

Donc, en faisant entrer en ligne de compte la notion de la masse, on a :

$$(51) \quad Ldm_1 = \frac{M}{E} dU.$$

Or  $\frac{MdU}{E}$  est donné par l'équation (49). On a donc :

$$Ldm_1 = \frac{V}{\mu\alpha P_0 T} \left[ K(\mu - \beta - \xi)T + a_1\delta_1\mu - a_2\delta_2\beta - a_3\delta_3\xi \right] dP_1$$

mais la première des équations (b) donne :

$$dm_1 = \frac{\delta_1 V}{\alpha P_0 T} dP_1$$

et, en remplaçant  $dm_1$  par sa valeur, on trouve :

$$L\delta_1 = K \frac{(\mu - \beta - \xi)}{\mu} T + \frac{a_1\delta_1\mu - a_2\delta_2\beta - a_3\delta_3\xi}{\mu}$$

équation de forme

$$(52) \quad L\delta_1 = K_1 T + K_2$$

$K_1$  et  $K_2$  étant des constantes.

S'il n'y a pas condensation,  $\mu - \beta - \xi = 0$  et l'équation (52) se réduit à  $L\delta_1 = K_2$ , c'est-à-dire que  $L$  est une constante.

*Relation entre les pressions.* — Reprenons l'équation

$$(51) \quad Ldm_1 = \frac{MdU}{E}.$$

Une transformation élémentaire ayant lieu à partir d'une position d'équilibre est réversible par définition.

Divisons par T cette expression (51) On a :

$$\frac{L}{T} dm_1 = \frac{M}{T} \frac{dU}{E}$$

Mais

$$Ldm_1 = MdQ$$

et

$$\frac{Ldm_1}{T} = \frac{MdQ}{T} = MdS$$

Par suite :

$$(d) \quad \frac{1}{T} \frac{MdU}{E} = MdS.$$

Remplaçons  $\frac{MdU}{E}$  et  $MdS$  par les valeurs que fournissent les équations (49) et (50).

L'équation (d) pourra s'écrire :

$$(53) \quad \mu \mathfrak{L} \frac{R_1 T}{P_1} - \beta \mathfrak{L} \frac{R_2 T}{P_2} - \xi \mathfrak{L} \frac{R_3 T}{P_3} = \frac{E}{\alpha P_0} \left[ K(\mu - \beta - \xi)(1 - \mathfrak{L}T) \right. \\ \left. - (A_1 \delta_1 \mu - A_2 \delta_2 \beta - A_3 \delta_3 \xi) + \frac{a_1 \delta_1 \mu - a_2 \delta_2 \beta - a_3 \delta_3 \xi}{T} \right]$$

Les seules variables sont  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  et le deuxième membre est une constante. De plus :

$$\mu \mathfrak{L} \frac{R_1 T}{P_1} = \mathfrak{L} \left( \frac{R_1 T}{P_1} \right)^\mu$$

et une différence de logarithmes équivaut au logarithme d'un quotient. Par suite (53) peut s'écrire :

$$\mathfrak{L} \frac{\left( \frac{R_1 T}{P_1} \right)^\mu}{\left( \frac{R_2 T}{P_2} \right)^\beta \left( \frac{R_3 T}{P_3} \right)^\xi} = \text{constante.}$$

Passons des logarithmes aux nombres et remarquons que  $R_1 T$ ,  $R_2 T$  et  $R_3 T$  sont des constantes ; on aura donc, en prenant l'inverse de la quantité sans le signe  $\mathfrak{L}$  :

$$(54) \quad \frac{P_1^\mu}{P_2^\beta P_3^\xi} = \text{constante.}$$

La constante est indépendante du volume mais est fonction de  $T$  et des caractéristiques des gaz.

Pour les gaz sans condensation,  $\mu - \beta - \xi = 0$ , ce qui simplifie les formules.

Si

$$\mu = 2 \quad \beta = 1 \quad \text{et} \quad \xi = 1$$

on a :

$$\frac{P_1}{P_2 P_3} = \text{constante.}$$

*Présence d'un gaz inerte dans le mélange.* — La présence d'un gaz inerte, dans le mélange, n'ajoute à l'expression de l'énergie interne et à celle de l'entropie que des termes constants qui disparaissent lors de la différentiation.

Les formules (52) et (54) subsistent. Donc les lois de la dissociation ne sont point affectées.

## CHAPITRE III

### VARIATIONS DES ÉLÉMENTS SUPPOSÉS FIXES

#### SOMMAIRE

Impossibilité d'opérer sur des gaz parfaits. — Coefficient de dilatation. — Valeurs du coefficient de dilatation. — Chaleur spécifique. — Éléments divers des gaz. — Equation des gaz. — Point critique. — Echelle thermométrique. — Formule de M. Vermand. — Influence des variations du coefficient de dilatation. — Forme particulière de la courbe adiabatique.

**Impossibilité d'opérer sur des gaz parfaits.** — Les formules que nous avons établies dans le chapitre précédent supposent des gaz parfaits. L'hypothèse de pareils fluides est commode pour montrer les diverses phases du problème physique, mais cette conception doit être corrigée, faute de quoi on arriverait à une notion erronée des faits que nous voulons analyser.

Les lois de Mariotte, Gay-Lussac, Dulong et Petit, etc., ne sont qu'approximatives. Pendant un certain temps on a cru que les inexactitudes constatées provenaient d'erreurs d'observation, mais on s'est bien vite aperçu qu'il y avait une autre explication à donner.

Des séries d'expériences ont prouvé que tous les gaz sont liquéfiables et qu'il est un moment où le liquide qui se volatilise passe par l'état de vapeur. Si le point d'ébullition, sous la pression normale bien entendu, est très bas sur l'échelle thermométrique, les fluides émis se comporteront comme des *vapeurs* à des températures très basses, tandis qu'ils deviendront des gaz au-dessus de 0°. Au fur et à mesure que remonte la température d'ébullition, il faut chercher plus haut sur l'échelle thermométrique, le moment où les vapeurs émises prennent les propriétés des gaz.

Au-dessus du point d'ébullition, et jusqu'à une température difficile à déterminer, les vapeurs ont une allure capricieuse. Cette *zone thermométrique* commence nettement au point d'ébullition tandis que son autre extrémité est plus difficile à préciser. Au delà, on est en présence de véritables gaz.

La longueur de cette zone n'est point constante pour tous les corps et une étude approfondie, dans chaque cas particulier, peut seule permettre d'en mesurer l'étendue.

**Coefficient de dilatation.** — Nous avons admis que le coefficient de dilatation  $\alpha$  est une constante. C'est une inexactitude, pour ne point dire plus.

En écrivant  $PV = P_0V_0(1 + \alpha t)$  nous avons écrit une absurdité que nous n'avons pu excuser qu'en disant que nous n'envisagerions les gaz qu'à des températures élevées.

En effet, supposons une variation à pression constante,  $P = P_0$  et l'équation se réduit à :

$$V = V_0(1 + \alpha t)$$

Or, pour  $t = -\frac{1}{\alpha}$  c'est-à-dire pour  $-273^\circ$ , le binôme  $1 + \alpha t$  s'annule; par suite à  $-273^\circ$  on a :  $V = 0$ , proposition manifestement absurde car, d'après cela, il suffirait de refroidir suffisamment un gaz pour le faire disparaître.

Si l'on suppose  $\alpha$  fonction linéaire de la température et si nous posons  $\alpha = \alpha' + \beta t$  on aura :

$$V = V_0 \left[ 1 + (\alpha' + \beta t)t \right] = V_0(1 + \alpha't + \beta t^2)$$

Pour

$$t = 0 \quad V = V_0$$

et pour  $t = -\frac{\alpha'}{\beta}$  on a encore  $V_0$ .

Cette expression implique des variations irrégulières.

Si  $t$  grandit à partir de  $0^\circ$ , on voit que  $V$  croît régulièrement à partir de  $V_0$ .

Quand  $t$  baisse au-dessous de  $0^\circ$ , le facteur  $t$  est négatif et  $\alpha' + \beta t$  est d'abord positif car  $\beta t$  commence par être infiniment petit, donc le produit  $(\alpha' + \beta t)t$  est négatif et  $V$  décroît.

Supposons que  $t'$  représente la valeur absolue de  $t$ ; puisque  $t$  est négatif, le facteur  $\alpha' + \beta t$  devient  $\alpha' - \beta t'$ . Tant que l'on aura  $\alpha' - \beta t' > 0$  c'est-à-dire  $t' < \frac{\alpha'}{\beta}$  le facteur  $\alpha' + \beta t$  sera positif et  $V$  continuera à rester au-dessous de  $V_0$ . Pour  $t = -\frac{\alpha'}{\beta}$ , le volume  $V$  sera redevenu égal à  $V_0$ .  $V$  a donc passé par un minimum correspondant au minimum de la quantité  $1 + (\alpha' + \beta t)t$ . Il est facile de voir que ce minimum correspond à  $t = -\frac{\alpha'}{2\beta}$ .

Au-dessous de  $-\frac{\alpha'}{\beta}$  la valeur de  $t$  reste négative, mais le facteur  $\alpha' + \beta t$  devient négatif. Le produit  $(\alpha' + \beta t)t$  est positif et à partir de  $-\frac{\alpha'}{\beta}$  le volume  $V$  qui croît depuis la température  $-\frac{\alpha'}{2\beta}$  devient plus grand que  $V_0$  et croît régulièrement. Donc, en refroidissant, le gaz



augmente de volume, conséquence qui montre l'insuffisance de la relation proposée.

La formule  $\alpha = \alpha' + \beta t$  n'est admissible qu'entre certaines limites de température.

En réalité, en prenant  $V = MV_0$ , on voit que la quantité  $M$  doit croître et décroître indéfiniment avec  $t$ .

En posant  $M = e^{\beta t}$  on a une solution satisfaisante de la question, car  $e^{\beta t}$  croît indéfiniment avec  $t$ , devient égal à l'unité pour  $t=0$ , et décroît avec  $t$  négatif, augmentant indéfiniment en valeur absolue.

Pour déterminer la relation entre  $\alpha$  et  $\beta$  posons :  $M = 1 + \alpha t = e^{\beta t}$ .

Pour  $t=1$ ,  $1 + \alpha = e^{\beta}$  d'où l'on tire  $\beta = \mathcal{L}(1 + \alpha)$ .

C'est aux physiciens qu'il appartient de dire si la relation  $V = V_0 e^{\beta t}$  rend suffisamment compte du phénomène. Dans ce cas, la relation générale  $PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t)$  doit être remplacée par l'équation :

$$(55) \quad PV = P_0 V_0 e^{\beta t}.$$

Il est évident que, si pour une valeur de  $t$  on a :

$$1 + \alpha t = \alpha T = e^{\beta t}$$

on en conclut :

$$(56) \quad T = \frac{1}{\alpha} e^{\beta t}.$$

**Valeurs du coefficient de dilatation.** — En opérant entre  $0^\circ$  et  $100^\circ$ , Regnault a trouvé que la dilatation de divers gaz avait les valeurs suivantes :

NOMS DES GAZ	VALEUR DE 100 $\alpha$	
	Volume constant.	Pression constante.
Hydrogène . . . . .	0,3667	0,3661
Air. . . . .	0,3663	0,3670
Azote. . . . .	0,3668	»
Oxyde de carbone. . . . .	0,3667	0,3669
Acide carbonique. . . . .	0,3668	0,3710
Protoxyde d'azote. . . . .	0,3676	0,3719
Acide sulfureux. . . . .	0,3845	0,3903
Cyanogène. . . . .	0,3829	0,3877

Les coefficients de dilatation ne sont donc pas les mêmes pour tous les gaz et, de plus, ils ont des valeurs différentes à volume constant ou sous pression constante.

Cet élément varie pour un même gaz, suivant la pression supportée. Ainsi, pour l'air, Regnault a trouvé qu'en prenant 0° pour température initiale, si la pression passe de 110 à 3653 millimètres de mercure, la valeur de  $\alpha$ , à volume constant, entre 0° et 100°, va de 0,0036482 à 0,0037091.

A pression constante, le même savant a obtenu :

Pour l'hydrogène. . .	{ à 760 mm	$\alpha = 0,0036613$
	{ à 2545	0,0036616
Pour l'air. . . . .	{ à 760 mm	0,0036706
	{ à 2523	0,0036944
	{ à 2620	0,0036944
Acide carbonique. .	{ à 760 mm	$\alpha = 0,0037099$
	{ à 2520	0,0038455

Le coefficient de dilatation varie dans le même sens que la pression.

**Chaleur spécifique.** — Une série de remarquables expériences, dues à MM. Mallard et Le Chatelier, Berthelot et Vieille, ont permis de relever à de hautes températures les variations de  $c$ , chaleur spécifique sous volume constant. Voici comment MM. Mallard et Le Chatelier ont formulé le résumé de leurs travaux.

Les chaleurs spécifiques moléculaires des gaz parfaits qui sont égales entre elles aux températures ordinaires le sont encore aux températures élevées.

Ces chaleurs spécifiques augmentent avec la température.

Les chaleurs spécifiques des gaz facilement liquéfiables augmentent, avec la température, plus rapidement que celles des gaz parfaits.

Ces expérimentateurs ont posé

$$c = a + bt$$

$a$  et  $b$  étant des coefficients numériques et  $t$  la température.

Voici quelques valeurs de ces coefficients.

GAZ	$a$	$b$
Oxygène. . . . .	4,8	0,0006
Hydrogène. . . . .	4,8	0,0006
Azote. . . . .	4,8	0,0006
Acide carbonique. . . . .	6,26	0,00367
Air. . . . .	4,8	0,0006
Vapeur d'eau. . . . .	5,61	0,00328

Il est à remarquer que la forme linéaire  $c = a + bt$  n'est pas absolu-

ment rationnelle, car elle implique  $c=0$  par  $t=-\frac{a}{b}$ . Il est vrai qu'avec les coefficients ci-dessus, cela n'arriverait que pour  $-1700^\circ$  pour l'acide carbonique et  $-8000^\circ$  pour l'air, l'azote, l'oxygène et l'hydrogène.

Si l'on désigne par  $c_0$  la chaleur spécifique à  $0^\circ$ , on pourrait poser :

$$c = c_0 e^{\mu t}$$

$\mu$  étant une constante et  $t$  la température.

Comme

$$E(C - c) = R$$

on en tire :

$$C = c_0 e^{\mu t} + \frac{R}{E}.$$

Du reste toutes ces formules ont le défaut d'impliquer des extrapolations exagérées.

On détermine un champ d'expérience dans lequel ont lieu les observations, mais rien ne prouve que la formule adoptée représente exactement ce qui se passe au delà du champ examiné. Tout ce que l'on peut dire, c'est que certaines expressions sont meilleures que d'autres sans cependant être pour cela parfaites.

**Éléments divers des gaz.** — Sous le nom de gaz parfaits, on a imaginé une fiction ingénieuse, mais il doit être bien entendu que le régime de chaque gaz s'écarte inégalement du régime idéal. Les irrégularités de l'un ne déterminent pas rigoureusement les écarts de l'autre, et tout élément, constant dans le type parfait, doit être supposé variable dans la réalité sans qu'il soit possible de fixer d'une manière générale ces apparentes divagations.

On peut même aller plus loin et dire que les variations analogues de deux gaz ne sont jamais mathématiquement identiques et que si, entre certaines limites, elles semblent coïncider, ce n'est que parce que leurs différences échappent à nos moyens d'investigation.

Cependant il ne faut pas se défier outre mesure des formules établies, car elles expliquent suffisamment les faits, surtout si l'on en use avec discernement.

Au point de vue très spécial qui nous occupe, nous attachons une importance particulière aux phénomènes de dissociation et nous devons regretter vivement que cette étude ne soit pas plus avancée. Certes, les difficultés d'observation sont grandes, et la nécessité d'opérer à des températures élevées entraîne des dépenses importantes ; aussi nous comprenons fort bien l'hésitation qu'éprouvent les expéri-

mentateurs à s'engager dans cette voie. Nous souhaitons cependant que bientôt des données nouvelles viennent combler les lacunes existantes, car l'étude complète des phénomènes de dissociation ferait faire un grand pas à la théorie des moteurs à gaz.

**Equations des gaz.** — Les théories ayant cours aujourd'hui, relativement à la constitution des gaz, supposent ces corps comme constitués par des particules animées de mouvements de vibration, de rotation et de translation, se déplaçant les unes par rapport aux autres dans toutes les directions.

Les particules étant supposées irréductibles, leur volume ne peut changer, aussi les variations de volume des gaz doivent-elles être rapportées à l'espace existant entre les molécules. Si nous appelons  $V$  l'espace occupé par le gaz et  $v$  le volume total des molécules ou *covolume*, nos théorèmes s'appliqueront à la quantité  $V - v$ .

Quant à la pression, elle comportera, outre la pression extérieure, ce que l'on a appelé la *pression intérieure* qui doit tendre vers zéro quand le volume croît indéfiniment.

**Formule de M. Van der Waals.** — M. Van der Waals a été amené à représenter la pression intérieure par  $\frac{c}{V^2}$  et il propose la relation :

$$\left(P + \frac{c}{V^2}\right) (V - v) = RT$$

$c$  est une constante et  $R$  conserve la signification que nous lui avons donnée.

La liquéfaction se produisant pour une température  $T_1$  le volume devient  $V_1$  et l'on a :

$$\left(P + \frac{c}{V_1^2}\right) (V_1 - v) = RT_1$$

en supposant  $P$  constante.

Pour  $T = 0$  on a  $V = v$ , ce qui veut dire qu'à  $-273^\circ$  toute contraction cesse. Cette hypothèse est loin d'être rationnelle.

Dans le cas caractérisé par  $PV = RT$ , la matière n'existe plus à  $-273^\circ$  ; avec la formule de Van der Waals elle perd la faculté de diminuer de volume, ce qui veut dire qu'elle ne peut plus céder de calorique. En effet, puisque  $V$  est devenu  $v$ , les molécules ne doivent plus laisser entre elles aucun intervalle. Elles n'ont donc plus la faculté de se mouvoir et d'autre part elles doivent avoir des formes leur permettant de se grouper sans laisser entre elles le moindre vide, faute de quoi  $V$  différerait de  $v$ .

Remarquons que les valeurs négatives de  $T$  ne sont pas admissibles.

En effet,  $P + \frac{c}{V^2}$  reste positif ; par suite,  $V - v$  devrait être négatif, ce qui est impossible sans destruction de matière.

Pour que la relation de Van der Waals soit réellement rationnelle, il faut qu'à  $-273^\circ$  les molécules puissent s'emboîter de telle façon qu'elles se juxtaposent sans laisser de vide entre elles. Cela implique une forme absolument déterminée et cette hypothèse ne comporte qu'un petit nombre de formes.

*Formule de Clausius.* — Clausius a établi la relation :

$$\left[ P + \frac{c}{T(V+\beta)^2} \right] (V-v) = RT.$$

Pour  $T=0$ , il faut évidemment que  $V=v$ , c'est-à-dire que le volume se réduise au covolume. Par conséquent, nous pouvons faire à cette formule l'objection faite à la relation établie par M. Van der Waals.

*Formule de M. Sarrau.* — M. Sarrau recommande l'équation :

$$\left( P + \frac{c}{(V+\beta)^2 e^T} \right) (V-v) = RT.$$

Pour  $T=0$ , il faut encore  $V=v$ . Donc, mêmes objections que dans les deux cas précédents.

*Formule rationnelle.* — Nous croyons préférable d'adopter l'expression suivante :

$$\left[ P + f(V, t) \right] (V-v) = Me^{Bt}.$$

Nous avons vu plus haut que le binôme de dilatation  $1 + \alpha t$  peut se remplacer par le facteur  $e^{Bt}$  dans lequel  $e$  est la base des logarithmes népériens. Quant à  $M$ , c'est la valeur que prend le premier nombre de l'équation pour  $t=0$ ,  $V=V_0$  et  $P=P_0$ . La fonction  $f(V, t)$  doit tendre vers zéro quand  $V$  et  $t$  tendent vers l'infini et vers une certaine limite, quand  $t$  tend vers  $-\infty$ . Quant à  $V$  il doit tendre vers le covolume. Nous posons :

$$f(V, t) = \frac{A}{(V+\mu)^2}.$$

Nous remarquerons que  $A$  et  $\mu$  doivent être des constantes et que  $f(V, t)$  est seulement fonction de  $V$ . Lorsque  $V$  diminue  $\frac{A}{(V+\mu)^2}$  augmente ; ce terme représente la pression intérieure.

La relation fondamentale devient donc

$$(56) \quad \left[ P + \frac{A}{(V+\mu)^2} \right] (V-v) = Me^{Bt}.$$

Il est visible :

1° Que pour  $t = +\infty$ ,  $V$  est infiniment grand et que la pression intérieure est nulle.

2° Que pour  $t = 0$ ,  $M$  représente bien la valeur que prend le premier membre pour

$$P = P_0 \text{ et } V = V_0$$

3° Que pour  $t = -\infty$ , le deuxième membre est nul et que  $V = v$ ; dans ce cas la pression intérieure devient  $\frac{A}{(v+\mu)^2}$  valeur finie puisque l'énergie interne du gaz est une quantité finie et que le covolume n'est pas nul. Du reste, comme nous l'avons dit plus haut, la température  $-\infty$  correspond à la disparition complète des espaces intermoléculaires et, par suite de l'emboîtement des particules les unes avec les autres, à un changement d'état dont nous n'avons aucune notion. Du reste, la conception de cette transformation n'est pas choquante, *puisqu'elle est rejetée à l'infini*.

*Valeur du covolume.* — On a évalué le covolume en se servant des expériences d'Andrews sur la compression de l'acide carbonique. En prenant pour unité de pression la pression atmosphérique et pour unité de volume le volume du gaz à  $0^\circ \text{C}$ , sous l'unité de pression, on trouve :

1° Avec la formule Van der Waals :

$$\begin{aligned} R &= 0,003686 \\ v &= 0,0023 \\ c &= 0,00874 \end{aligned}$$

2° Avec la formule de Clausius :

$$\begin{aligned} R &= 0,003688 \\ v &= 0,000843 \\ c &= 2,0935 \\ \beta &= 0,000977. \end{aligned}$$

La formule Van der Waals estime le covolume aux  $\frac{23}{10\,000}$  du volume initial, tandis que celle de Clausius le réduit aux  $\frac{8,5}{10\,000}$  (cas de l'acide carbonique). Le rapport des deux évaluations est à peu près de 3 à 1.

En se servant des expériences de M. Amagat sur la compressibilité des gaz, M. Sarrau a trouvé avec la formule de Clausius :

Pour le covolume de l'hydrogène. . . . .	0,000887
— l'azote. . . . .	0,001359
— l'oxygène. . . . .	0,000890
— l'acide carbonique. . . . .	0,000866
— l'éthylène. . . . .	0,000967

Toutes ces évaluations manquent encore un peu de précision. Mais on est sur une route nouvelle et un jour viendra où nous serrerons de plus près la vérité.

**Point critique.** — La notion du point critique remonte aux expériences d'Andrews qui a étudié la compression de l'acide carbonique.

Dans une série d'observations faites à la température de  $13^{\circ},1$ , il a observé que le volume diminue quand la pression augmente, mais qu'à 48,90 atmosphères le gaz se liquéfie, donnant un liquide d'abord très compressible, mais dont la compressibilité diminue quand la pression augmente.

A  $21^{\circ},5$  la liquéfaction n'a lieu qu'à 64 atmosphères.

Au delà de  $31^{\circ}$  le phénomène est indécis et à  $48^{\circ}$  il a complètement disparu ; seulement la courbe (en P V) obtenue indique une contraction plus grande que celle prévue par la loi de Mariotte.

Si l'on avait étudié l'acide carbonique au-dessus de  $100^{\circ}$ , on l'aurait qualifié de *gaz permanent*, désignation du reste sans valeur depuis que tous les gaz ont été liquéfiés.

La liquéfaction est possible au-dessous d'une certaine température et impossible au-dessus. Cette température est dite *température critique*. Nous avons vu que :

$$(37) \quad L = \frac{T}{E} (w - u) \frac{dP}{dt}$$

L = chaleur latente de vaporisation.

T = température absolue.

E = équivalent mécanique de la chaleur.

w = volume de l'unité de poids de vapeur à la tension maxima P.

u = — du liquide, t étant la température observée.

$\frac{dP}{dt}$  croît rapidement avec la température et w — u varie en sens inverse.

Pour que L = 0, il faut w = u. Alors la vaporisation n'est plus accompagnée d'aucun changement de volume. On arrive à la température critique.

Clausius a montré qu'à ce moment la tangente à la courbe

$$\left[ P + \frac{c}{T(V+\beta)^2} \right] (V - v) = RT$$

est horizontale. Il faut donc avoir :

$$\frac{dP}{dV} = 0 \text{ et } \frac{d^2P}{dV^2} = 0.$$

Ces trois expressions permettront de calculer  $P_c$ ,  $V_c$  et  $T_c$ , pression, volume et température au point critique. On sait du reste que

$$T_c = \frac{1}{\alpha} + t_c.$$

Il ne faut user de ces formules qu'avec ménagement, car elles supposent des extrapolations bien hardies pour le petit nombre d'observations recueillies. M. Sarrau a trouvé :

GAZ	$t_c$	$P_c$ EN ATMOS- PHÈRES	$V_c$
Hydrogène . . . . .	— 174°	99	0,001801
Azote . . . . .	— 123°	42	0,004603
Oxygène . . . . .	— 105°	49	0,004042
Acide carbonique . . . . .	+ 32°	77	0,004496
Ethylène . . . . .	+ 1°,5	43	0,006739

Le tableau suivant est relatif au point critique de quelques corps.

CORPS	TEMPÉRATURE CRITIQUE	PRESSION CRITIQUE en atmosphères
Acide carbonique . . . . .	32°	77
Acétylène . . . . .	37°	68
Ammoniaque . . . . .	130°	115
Ether . . . . .	190°	37
Alcool méthylique . . . . .	233°	73
Acétone . . . . .	233°	52
Alcool . . . . .	235°	67
Benzine . . . . .	290°	60

**Echelle thermométrique.** — L'évaluation des températures au moyen de l'échelle thermométrique, telle qu'elle est ordinairement définie, ne constitue qu'un moyen commode de comparer entre eux l'état thermique des différents corps.

M. Lucas, ingénieur en chef des ponts et chaussées, a analysé le phénomène, et a proposé une solution de la question.

Pour que deux intervalles de température soient égaux, d'après lui, il faut et il suffit qu'ils donnent naissance à des coefficients économiques égaux dans l'évolution d'un corps suivant un cycle de Carnot.

Cette proposition a été légitimée par M. Lucas.

La définition suppose que le coefficient économique  $\frac{Q-Q'}{Q}$  n'est



fonction que de la différence  $t - t'$  des températures.  $\frac{Q - Q'}{Q} = F(t - t')$ .

Considérons un gaz défini par  $P, V, t$  et qui, à  $0^\circ$ , a le volume  $V_0$  et la pression  $P_0$ . Soit  $U$  l'énergie interne et  $m$  le coefficient de détente; on a :

$$(m - 1) U = PV = P_0 V_0 \varphi(t)$$

$\varphi$  est une fonction inconnue de  $t$ , assujettie à devenir égale à l'unité à la température de la glace fondante.

Faisons évoluer le gaz suivant un cycle de Carnot,  $V_1 V_2 V_3 V_4$  étant les volumes successifs aux quatre sommets. On a établi que :

$$Q = \frac{1}{E} \int_{V_1}^{V_2} P dV = AP_0 V_0 \varphi(t) \mathcal{L} \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q' = \frac{1}{E} \int_{V_3}^{V_4} P dV = AP_0 V_0 \varphi(t') \mathcal{L} \frac{V_4}{V_3}$$

On sait que :

$$V_1 V_3 = V_2 V_4 \text{ donc } \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}.$$

par suite :

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{\varphi(t)}{\varphi(t')}$$

et aussi :

$$\frac{Q - Q'}{Q} = 1 - \frac{\varphi(t')}{\varphi(t)} = F(t - t')$$

puisque :

$$\frac{Q - Q'}{Q} = F(t - t')$$

Le rapport  $\frac{\varphi(t')}{\varphi(t)}$  ne doit dépendre que de  $t - t'$ , quelles que soient les températures.

Cette condition détermine  $\varphi$ . En conservant la température de la glace fondante pour le zéro de l'échelle, on a :

$$\varphi(t) = e^{\beta t}$$

$e$  étant la base des logarithmes népériens et  $\beta$  un paramètre numérique.

On en déduit :

$$\frac{Q - Q'}{Q} = \frac{e^{\beta t} - e^{\beta t'}}{e^{\beta t}} = 1 - \frac{1}{e^{\beta(t - t')}}$$

et le coefficient de perte :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{1}{e^{\beta(t - t')}} = \frac{e^{\beta t'}}{e^{\beta t}}$$

Si  $\theta$  est la température observée avec le thermomètre ordinaire, on voit que :

$$T = \frac{1}{\alpha} + \theta \quad T' = \frac{1}{\alpha} + \theta'$$

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{T'}{T} = \frac{1 + \alpha\theta'}{1 + \alpha\theta}$$

et par suite :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{e^{\beta t'}}{e^{\beta t}} = \frac{T'}{T} = \frac{1 + \alpha\theta'}{1 + \alpha\theta}.$$

Comme  $t$  et  $\theta$  sont nuls tous deux à la température de la glace fondante, on a :

$$e^{\beta t} = 1 + \alpha\theta = \alpha T$$

ou en logarithmes vulgaires :

$$t = \frac{\log(1 + \alpha\theta)}{\beta \log e} = \frac{\log \alpha T}{\beta \log e}.$$

Pour déterminer  $\beta$ , on rendra l'échelle centigrade, en appelant 100 la température de l'eau bouillante, ce qui entraîne :

$$e^{100\beta} = 1 + 100\alpha$$

$$\beta = \frac{\log(1 + 100\alpha)}{100 \log e}$$

Or on a :

$$\beta = 0,00313$$

$$\beta \log e = 0,001355362.$$

d'où l'on conclut :

$$t = \frac{\log(1 + \alpha\theta)}{0,001355362}.$$

Voici un tableau de corrélation entre les températures  $t$  et  $\theta$ .

Echelle de M. Lucas. (1)	Echelle centigrade Celsius. (2)
— $\infty$	— 273°
— 422,65	— 200
— 146,16	— 100
— 50,76	— 40
— 11,95	— 10
0°	0°
+ 11,53	+ 10
+ 53,90	+ 50
+ 100	+ 100
+ 175,38	+ 200
+ 493,33	+ 1.000

Quant à la formule

$$PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t)$$

elle devient :

$$PV = P_0 V_0 e^{\beta t}.$$

L'équation pourra s'écrire,  $M$  étant un coefficient convenablement choisi :

$$PV = Me^{\beta t}.$$

Pour une courbe isotherme  $t$  est constant, donc  $Me^{\beta t}$  est une constante, et on a toujours l'hyperbole :

$$PV = \text{constante}.$$

Pour une courbe adiabatique dont l'équation différentielle reste :

$$cVdP + CPdV = 0$$

on a toujours :

$$PV^\gamma = P_1 V_1^\gamma$$

Mais avec

$$PV = Me^{\beta t} \quad \text{et} \quad P_1 V_1 = Me^{\beta t_1}$$

on aura les relations :

$$\left(\frac{V_1}{V}\right)^{\gamma-1} = \frac{e^{\beta t}}{e^{\beta t_1}}$$

et

$$\left(\frac{P}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{e^{\beta t}}{e^{\beta t_1}}$$

Dans le cycle de Carnot où le travail  $P_1 V_1 \propto \frac{P_1}{P_2}$  correspond à  $Q_1 = \frac{1}{E} RT \propto \frac{P_1}{P_2}$  on aura la relation  $Q_1 = \frac{1}{E} Me^{\beta t_1} \propto \frac{P_1}{P_2}$ .

De même  $Q_2$  deviendra

$$\frac{1}{E} Me^{\beta t_2} \propto \frac{P_2}{P_3}.$$

Nous avons vu que  $\frac{e^{\beta t_1} - e^{\beta t_2}}{e^{\beta t_1}}$  représentait le coefficient économique et  $\frac{e^{\beta t_2}}{e^{\beta t_1}}$  le coefficient de perte.

Reprenons

$$(13) \quad \begin{cases} G = c + l \frac{dV}{dt} \\ h = l \frac{dV}{dP} \\ \lambda = l + c \frac{dt}{dV} \\ k = c \frac{dt}{dP} \end{cases}$$

avec

$$PV = Me^{\beta t}$$

dont la différentielle donne :

$$PdV + VdP = \beta Me^{\beta t} dt = \beta PVdt$$

En égalant à zéro successivement  $dP$ ,  $dV$  et  $dt$ , c'est-à-dire en supposant des variations à pression constante, à volume constant et à température constante, on tire les valeurs des dérivées partielles :

$$\frac{dV}{dt} = \beta V$$

$$\frac{dt}{dV} = \frac{1}{\beta V}$$

$$\frac{dV}{dP} = -\frac{V}{P}$$

et enfin :

$$\frac{dP}{dt} = \beta P \text{ avec } \frac{dt}{dP} = \frac{1}{\beta P}$$

Par suite on a :

$$C = c + l\beta V$$

$$h = -l \frac{V}{P}$$

$$\gamma = l + \frac{c}{\beta V}$$

$$k = \frac{c}{\beta P}$$

d'où l'on tire :

$$l = \frac{C - c}{\beta V}$$

$$h = -\frac{C - c}{\beta P}$$

$$\lambda = \frac{C}{\beta V}$$

$$k = \frac{c}{\beta P}$$

La fonction

$$dQ = cdt + ldV$$

qu'on peut écrire :

$$dQ = c \left( \frac{dt}{dV} dV + \frac{dt}{dP} dP \right) + ldV$$

devient :

$$dQ = \frac{1}{\beta} \left( \frac{cdP}{P} + \frac{CdV}{V} \right)$$

L'entropie sera :

$$\int \frac{dQ}{t} = s$$

et on aura :

$$\int_{t_1}^t \frac{dQ}{t} = \frac{c}{\beta} \int_{p_1}^p \frac{dp}{p} + \frac{C}{\beta} \int_{V_1}^V \frac{dV}{V}$$

c'est-à-dire

$$s - s_1 = \frac{c}{\beta} \mathcal{L} \frac{p}{p_1} + \frac{C}{\beta} \mathcal{L} \frac{V}{V_1}.$$

expression qui ne diffère du cas ordinaire que par le coefficient  $\frac{1}{\beta}$ .

La nouvelle conception du problème des températures n'introduit aucune perturbation dans l'étude que nous avons faite. Elle n'en altère pas la signification, mais en modifie légèrement les coefficients.

Il est à remarquer que la forme de l'équation à laquelle arrive M. Lucas est analogue à celle que l'on établit directement en remplaçant le binôme de dilatation par une exponentielle.

Dans les deux cas on arrive à

$$(57) \quad PV = P_0 V_0 e^{\beta t}$$

Seulement la valeur de  $t$  n'est pas définie de la même façon dans les deux cas et les aperçus de M. Lucas sont infiniment plus rationnels que les règles empiriques ordinairement admises dans la définition du problème des températures.

Si nous considérons l'équation (57) comme représentant une surface rapportée à trois axes rectangulaires de coordonnées  $P, V, t$  on pourra procéder à l'étude de cette surface comme nous l'avons fait dans le cas défini par  $PV = RT$ .

Pour  $t = t_1$  constant, l'équation (57) donne  $PV = \text{constante}$ . Donc la courbe décrite par le point sur la surface se projette en  $PV$  suivant une hyperbole.

Si la variation a lieu à pression constante, la relation (57) est de forme  $V = Ae^{\beta t}$ . La projection sur le plan des  $Vt$  est une courbe de forme bien connue. Si  $V$  est le volume à  $t^0$  et  $V'$  le volume à  $-t^0$  comme on a  $V = Ae^{\beta t}$  et  $V' = Ae^{-\beta t}$ , il en résulte  $VV' = A^2$ . Donc pour deux températures  $t$  et  $-t$ , dans une variation à pression constante, le produit des volumes correspondants est constant.

A volume constant, on aurait à faire les mêmes remarques en appliquant aux pressions ce que nous venons de dire des volumes.

*Régime adiabatique.* — On a dans ce cas :

$$PV = Me^{\beta t} \text{ et } PV^{\gamma} = K$$

on tire de là :

$$\frac{K}{V^{\gamma-1}} = Me^{\beta t}$$

Pour la valeur négative, égale en valeur absolue à  $t$ , on a pour le volume  $V'$  la relation :

$$\frac{K}{(V')^{\gamma-1}} = Me^{-\beta t}$$

En multipliant l'une par l'autre ces deux dernières relations on trouve

$$VV' = \left(\frac{K}{M}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}$$

C'est-à-dire que, pour des températures de signes contraires mais égales en valeur absolue, le produit des volumes du gaz est une constante.

Si au lieu de tirer  $V$  des équations primitives on tire  $P$ , on a :

$$P^{\gamma-1} = \frac{M^{\gamma}}{K} e^{\gamma\beta t}$$

Pour  $-t$  on obtient :

$$(P')^{\gamma-1} = \frac{M^{\gamma}}{K} e^{-\gamma\beta t}$$

Par suite

$$PP' = \left(\frac{M^{\gamma}}{K}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

*Variation linéaire.* — Supposons que la variation soit caractérisée par la relation :

$$P = mV$$

L'équation fondamentale devient

$$mV^2 = Me^{\beta t}$$

Pour  $-t$  on a

$$m(V')^2 = Me^{-\beta t}$$

Par suite

$$VV' = \frac{M}{m}$$

On voit que pour les points  $-t$  et  $+t$  le produit des volumes correspondants est une constante.

Même relation pour les pressions.

**Formule de M. Vermand.** — M. Vermand (*les Moteurs à gaz et à pétrole*, p. 36) a tenu compte des variations de la chaleur spécifique de la façon suivante.

Appelons  $C$  et  $c$  les coefficients de chaleur spécifique des gaz à pression constante et à volume constant.

MM. Mallard et Le Chatelier ont montré que  $c$  peut s'exprimer, en fonction de la température, d'une manière suffisamment correcte, par la relation  $c = a_1 + b_1 t$ , dans laquelle  $a_1$  et  $b_1$  sont des nombres convenablement choisis, et  $t$  représentent la température.

Reprenons les formules :

$$E(G - c) = R \quad \text{ou} \quad C = c + \frac{R}{E},$$

$$PV = RT \quad \text{et} \quad dQ = cVdP + CPdV,$$

$dQ$  représente la variation infiniment petite de chaleur pour une variation infiniment petite du régime. Dans l'évolution adiabatique,  $dQ = 0$ .

Donc

$$cVdP + CPdV = 0,$$

et, remplaçant  $C$  par sa valeur :

$$(m) \quad c(VdP + PdV) + \frac{R}{E}PdV = 0;$$

mais :

$$VdP + PdV = d(VP),$$

donc :

$$(m') \quad cd(VP) + \frac{R}{E}PdV = 0.$$

Remarquons que l'on a :

$$t = T - \frac{1}{\alpha},$$

$t$  étant la température thermométrique et  $T$  la température absolue.

Or

$$c = a_1 + b_1 t,$$

Par suite on a :

$$c = a_1 + b_1 \left( T - \frac{1}{\alpha} \right) = a_1 - \frac{b_1}{\alpha} + b_1 T = a_1 + \frac{b_1}{\alpha} + \frac{b_1}{R} RT,$$

donc  $c$  est de forme  $c = a + bRT$ ,  $a$  et  $b$  étant des coefficients calculés.

Mais  $PV = RT$ ; et nous écrivons :  $c = a + bPV$ .

L'équation  $(m')$  devient, en remplaçant  $c$  par sa valeur :

$$(a + bPV)d(PV) + \frac{R}{E}PdV = 0.$$

M. Vermand pose  $P = \varphi(t)$ , en prenant  $t$  pour variable indépendante ; par suite :

$$V = \frac{RT}{\varphi(t)}, \quad dP = \frac{d\varphi}{dt} dt,$$

et :

$$dV = \frac{R\varphi(t) - RT \frac{d\varphi}{dt}}{\varphi(t)^2} dt.$$

En substituant dans (m), on trouve :

$$(a + bRT) \left[ \frac{RT}{\varphi(t)} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{R\varphi(t) - RT \frac{d\varphi}{dt}}{\varphi(t)} \right] dt + \frac{R}{E} \frac{R\varphi(t) - RT \frac{d\varphi}{dt}}{\varphi(t)} \cdot dt = 0.$$

d'où, en simplifiant :

$$(a + bRT)dt + \frac{R}{E} dt - \frac{RT}{E} \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{dt}{\varphi(t)} = 0,$$

et :

$$\frac{1}{\varphi(t)} \frac{d\varphi}{dt} dt = \frac{Ea + R}{R} \frac{dt}{T} + EbdT.$$

Intégrons en remarquant que  $dt = dT$ , et désignons par l'indice 0 ce qui se rapporte au moment initial, on trouve :

$$\int \frac{\varphi(t)}{\varphi(t_0)} = \frac{Ea + R}{R} \int \frac{T}{T_0} + Eb(T - T_0).$$

Or :

$$\varphi(t) = P.$$

Donc :

$$\int \frac{P}{P_0} = \frac{Ea + R}{R} \int \frac{T}{T_0} + Eb(T - T_0).$$

On peut encore écrire :

$$\int \frac{P}{P_0} \left( \frac{T_0}{T} \right)^{\frac{Ea + R}{R}} = Eb(T - T_0).$$

Passant aux nombres, on écrit en remplaçant  $T$  par  $\frac{PV}{R}$  :

$$\frac{P}{P_0} \left( \frac{V_0 P_0}{VP} \right)^{\frac{Ea + R}{R}} = e^{Eb(T - T_0)},$$

ou identiquement :

$$\frac{P_0}{P} \left( \frac{V_0}{V} \right)^{\frac{Ea + R}{Ea}} = e^{\frac{b}{a} R(T - T_0)}.$$



Remarquons que :

$$\frac{C}{c} = \frac{a + bt + \frac{R}{E}}{a + bt} = \frac{Ea + R + Ebt}{Ea + Ebt}.$$

Or, pour  $t = 0$ , on a :

$$\frac{C}{c} = \frac{Ea + R}{Ea} = \gamma.$$

Dans ce cas,  $T = T_0$ , et la relation ci-dessus devient :

$$PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$$

Prenant un gaz à  $2\,000^\circ$  et le laissant se détendre adiabatiquement depuis 10 atmosphères jusqu'à la pression atmosphérique, M. Vermand trouve que la température finale est de  $1\,026^\circ$ . Inversement, prenant un gaz à  $2\,000^\circ$ , l'auteur de la méthode précédente cherche quelle doit être la détente pour arriver à  $1\,026^\circ$ . Il trouve  $\frac{P}{P_0} = 16,6$ , alors qu'avec la formule ordinaire on trouve  $\frac{P}{P_0} = 10$ . On voit donc à quels mécomptes on arriverait si l'on s'en tenait aux formules anciennes.

**Influence des variations du coefficient de dilatation.** — Le coefficient de dilatation  $\alpha$  ne reste pas constant. Lorsque l'on pose :  $PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t)$ , il ne faut pas oublier que  $\alpha$  est fonction de  $t$ . Si  $\alpha$  est fonction linéaire de  $t$ , on peut écrire :

$$PV = P_0 V_0 (1 + \alpha t + \beta t^2),$$

relation qui représente la fonction générale  $F(P, V, t) = 0$  de la thermodynamique.

Conservons les notations précédentes.

Nous savons que :

$$dQ = cdt + \frac{1}{E} PdV.$$

Dans le cas adiabatique :

$$dQ = 0,$$

donc :

$$cdt + \frac{1}{E} PdV = 0$$

Mais on sait que :

$$c = a + bt.$$

On peut écrire par conséquent :

$$(A) \quad (a + bt)dt + \frac{1}{E} PdV = 0.$$

Comme

$$P = \frac{V_0 P_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)}{V},$$

on obtient en substituant dans (A) :

$$\frac{a + bt}{1 + \alpha t + \beta t^2} dt = - \frac{1}{E} P_0 V_0 \frac{dV}{V},$$

d'où, en intégrant entre  $t_1$  et  $t$ , et appelant  $V_1$  le volume à  $t_1$  :

$$\int_{t_1}^t \frac{a + bt}{1 + \alpha t + \beta t^2} dt = \mathcal{L} \left( \frac{V_1}{V} \right)^{\frac{P_0 V_0}{E}}.$$

Or  $\frac{a + bt}{1 + \alpha t + \beta t^2}$  peut se mettre sous la forme :

$$\frac{M}{t - r} + \frac{M'}{t - r'}.$$

expression dans laquelle  $r$  et  $r'$  représentent les racines de l'équation  $t^2 + \frac{\alpha}{\beta} t + \frac{1}{\beta} = 0$  et  $M$  et  $M'$  des expressions convenablement choisies et fonctions de  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ .

Donc :

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^t \frac{a + bt}{1 + \alpha t + \beta t^2} dt &= \int_{t_1}^t \frac{M dt}{t - r} + \int_{t_1}^t \frac{M' dt}{t - r'} \\ &= \mathcal{L} \left( \frac{t - r}{t_1 - r} \right)^M + \mathcal{L} \left( \frac{t - r'}{t_1 - r'} \right)^{M'} = \mathcal{L} \left( \frac{t - r}{t_1 - r} \right)^M \left( \frac{t - r'}{t_1 - r'} \right)^{M'}. \end{aligned}$$

Par suite :

$$\mathcal{L} \left( \frac{V_1}{V} \right)^{\frac{V_0 P_0}{E}} = \mathcal{L} \left( \frac{t - r}{t_1 - r} \right)^M \left( \frac{t - r'}{t_1 - r'} \right)^{M'},$$

et, passant des logarithmes aux nombres :

$$\left( \frac{V_1}{V} \right)^{\frac{V_0 P_0}{E}} = \left( \frac{t - r}{t_1 - r} \right)^M \left( \frac{t - r'}{t_1 - r'} \right)^{M'},$$

ce qu'on peut écrire sous la forme :

$$V_1 \frac{V_0 P_0}{E} (t_1 - r)^M (t_1 - r')^{M'} = V \frac{V_0 P_0}{E} (t - r)^M (t - r')^{M'} ;$$

telle est l'équation de la courbe adiabatique, dans le cas considéré.

Il serait possible d'aller plus loin en remplaçant  $r$ ,  $r'$ ,  $M$  et  $M'$  par leurs valeurs, bien faciles à trouver.

Mais cela nous entraînerait trop loin et nous arrêterons ici ces considérations.

**Forme particulière de la courbe adiabatique.** — Nous avons vu que l'on pouvait, *au moins entre certaines limites*, mettre l'équation générale des gaz sous la forme :

$$(a) \quad PV = P_0 V_0 e^{\beta t}$$

Supposons que l'on puisse représenter les variations de la chaleur spécifique par la formule :

$$(b) \quad c = c_0 e^{\alpha t}$$

Le régime adiabatique est caractérisé par

$$dQ = c dt + \frac{1}{E} P dV = 0$$

Or, de l'équation (a) on tire

$$P = \frac{P_0 V_0}{V} e^{\beta t}$$

et (b) donne  $c$ .

Donc :

$$c_0 e^{\alpha t} dt = - \frac{P_0 V_0}{E} e^{\beta t} \frac{dV}{V}$$

Divisons par  $e^{\beta t}$ , il vient :

$$c_0 e^{(\alpha - \beta)t} dt = - \frac{P_0 V_0}{E} \frac{dV}{V}$$

Nous pouvons intégrer et nous le ferons entre les positions  $P_1$ ,  $V_1$ ,  $t_1$  et  $P$ ,  $V$ ,  $t$ ,

Nous aurons :

$$(d) \quad \frac{c_0}{\alpha - \beta} \left[ e^{(\alpha - \beta)t} - e^{(\alpha - \beta)t_1} \right] = \frac{P_0 V_0}{E} \left[ \frac{V_1}{V} \right]$$

Mais on a d'après (a) :

$$e^{\beta t} = \frac{PV}{P_0 V_0}$$

c'est-à-dire

$$e^t = \left( \frac{PV}{P_0 V_0} \right)^{\frac{1}{\beta}}$$

et par suite

$$e^{(\mu-\beta)t} = \left( \frac{PV}{P_0 V_0} \right)^{\frac{\mu-\beta}{\beta}}$$

En remplaçant  $e^{(\mu-\beta)t}$  par sa valeur dans la relation (d), on obtient :

$$\frac{c_0}{\mu-\beta} \left[ \left( \frac{PV}{P_0 V_0} \right)^{\frac{\mu-\beta}{\beta}} - \left( \frac{P_1 V_1}{P_0 V_0} \right)^{\frac{\mu-\beta}{\beta}} \right] = \mathcal{L} \left( \frac{V_1}{V} \right)^{\frac{P_0 V_0}{E}}$$

Si l'on prend pour point de départ  $P_0, V_0$ , il faut remplacer  $P_1$  et  $V_1$  par  $P_0$  et  $V_0$  et l'on obtient :

$$(60) \quad \frac{c_0}{\mu-\beta} \left[ \left( \frac{PV}{P_0 V_0} \right)^{\frac{\mu-\beta}{\beta}} - 1 \right] = \mathcal{L} \left( \frac{V_0}{V} \right)^{\frac{P_0 V_0}{E}}$$

Telle est l'équation de la courbe adiabatique avec les hypothèses faites et les notations adoptées.

## CHAPITRE IV

### THÉORIE DES MOTEURS A GAZ

#### SOMMAIRE

Généralités. — Rendement générique.

- I. MOTEURS A DEUX TEMPS. — Du moteur à deux temps. — Espace nuisible. — Évaluation du travail. — Évaluation des éléments. — Détente complète. — Rendement générique. — Influence de la pression d'admission. — Représentation entropique. — Représentation du travail. — Travail économique. — Maximum de puissance.
- II. MOTEURS A QUATRE TEMPS. — Le moteur à quatre temps. — Régime théorique des moteurs à quatre temps. — Calcul des températures. — Représentation entropique. — Rendement générique. — Représentation linéaire du travail. — Moteurs à temps multiples. — Moteurs à dépression. — Effet de la compression. — Moteurs à quatre temps sans chambre de compression. — Moteur Compound.
- III. MOTEURS A COMBUSTION. — Cycle des moteurs à combustion. — Éléments du cycle. — Évaluation du travail. — Représentation entropique.
- IV. MOTEURS ATMOSPHÉRIQUES. — Principe du moteur atmosphérique. — Phase de détente. — Phase de retour.
- V. MOTEURS ROTATIFS. — Moteurs rotatifs. — Turbo-moteurs.

**Généralités.** — Nous allons voir maintenant à appliquer les formules que nous avons établies. Nous savons, du reste, comment les choses se passent.

Un gaz (ou une vapeur) combustible, mélangé avec de l'air, est admis dans une enceinte variable, soit à la pression atmosphérique, soit à l'état comprimé, quelquefois dans le but d'y subir une compression. Ce mélange déflagre, soit au fur et à mesure de son introduction, soit à un moment de son évolution ; sa température s'élève et son volume subit une augmentation considérable. Le piston se déplace sous l'influence de la force élastique engendrée, puis les produits sont éliminés pour qu'une nouvelle phase puisse se produire.

Il est évident, d'après la nature même des phénomènes, que le cycle parcouru n'est pas réversible. La modification chimique qui se produit dans le cylindre crée une difficulté pour l'application des calculs relatifs aux cycles fermés que nous avons examinés. Les conditions physiques des gaz, avant et après leur transformation, ne sont plus les mêmes, les caractéristiques, les chaleurs spécifiques, etc., prennent de nouvelles valeurs. Il y a modification de l'état moléculaire et les variations de l'énergie « sensible » en subissent le contre-coup. Par conséquent, nos formules ne peuvent s'appliquer rigoureusement

Elles ont besoin de modifications. Quelques explications que l'on ait tenté de fournir pour assimiler la transformation des gaz sous le piston à l'évolution d'un mélange de gaz parfaits, on n'a pu réussir à légitimer les procédés, trop commodes, récemment encore en usage. Il faut bien le dire, traiter les gaz sous le piston comme des gaz parfaits constitue une erreur grossière, si l'on se borne à l'analyse pure et simple du phénomène par les méthodes que nous avons indiquées.

En vain, on dira que cette méthode approximative rend assez bien compte de la réalité des faits. Cela n'est point exact. Et tout d'abord, qu'est-ce que la réalité des faits ? Comment la constate-t-on ? On l'enregistre au moyen d'instruments imparfaits. On se sert de diagrammes dont le tracé est extrêmement difficile, et malgré les *corrections* qu'on fait subir à ces diagrammes, nous tenons pour insuffisants la majorité d'entre eux.

Il convient de bien se rappeler ceci :

Le cycle parcouru par les gaz évoluant sous le piston d'une machine à gaz n'est pas réversible.

L'application des formules de la thermodynamique à l'étude de la marche de ces moteurs ne permet point d'élucider suffisamment la question.

Mais la comparaison des résultats ainsi obtenus pour deux moteurs de types différents est intéressante, car elle donne déjà une idée approximative des régimes relatifs.

Enfin, l'emploi des équations théoriques permet de poser un premier jalon, d'obtenir une vue d'ensemble et, en examinant chaque perturbation en détail, on arrive par des déviations successives, à tracer la route plus complexe, mais plus exacte qu'il convient de suivre.

C'est la marche que nous adopterons.

Dans ce chapitre, nous admettrons des hypothèses constituant un cas idéal. Nous supposerons :

- 1° Que nous avons affaire à des gaz parfaits ;
- 2° Que les parois de l'enceinte sont sans influence sur la marche des phénomènes, qu'elles n'absorbent ni ne cèdent de chaleur ;
- 3° Que le phénomène d'explosion est absolument instantané.

Ces hypothèses sont parfaitement irréalisables, mais, en les adoptant, nous obtiendrons une esquisse que nous perfectionnerons plus tard.

**Rendement générique.** — Le *rendement générique* a été défini par M. Aimé Witz et il constitue un facteur intéressant.

Le cycle du moteur à gaz est déterminé par la nature même de son fonctionnement. Il comporte un travail utile maximum qui est représenté par l'aire du diagramme en P, V et qui dépend de la nature de la machine aussi bien que de la composition des gaz introduits.

Si nous désignons par  $\rho$  le coefficient économique de ce cycle et par  $r$  le coefficient économique du cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes limites de température, le rapport  $\frac{\rho}{r}$  est le rendement générique. Il caractérise le cycle adopté par rapport au cycle de Carnot et en détermine, pour ainsi dire, la qualité.

### I. — MOTEURS A DEUX TEMPS

**Du moteur à deux temps.** — Pour étudier le moteur à deux temps, nous supposons un cylindre de section égale à l'unité, étant bien

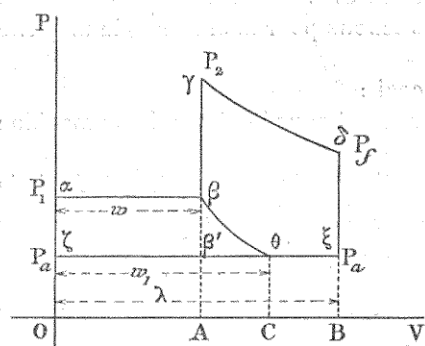


Fig. 9.

entendu que pour un cylindre de section quelconque, on retrouverait les mêmes formules à un produit constant près. Cette hypothèse aura l'avantage de faciliter l'écriture et de permettre de représenter le volume sous le piston par la portion accomplie de la course.

Rappelons que, dans une semblable machine, l'admission a lieu à une pression  $P_1$  pendant une partie de la course

dont nous désignerons la valeur par  $w$ . Nous représenterons (fig. 9) la marche du phénomène en traçant le diagramme en  $PV$ . Le piston décrit la longueur  $OA$  que nous désignons par  $w$  et la pression étant constante, la ligne d'admission est figurée en  $\alpha\beta$ .

Lorsque le piston est en  $A$ , nous supposons une explosion absolument instantanée. Donc brusquement, la pression passant de  $P_1$  à  $P_2$ , le diagramme monte de  $\beta$  en  $\gamma$ , à volume constant, c'est-à-dire suivant une ligne droite.

Le piston continuant sa course de  $A$  en  $B$ , il y a détente adiabatique (c'est notre hypothèse) et nous désignerons par  $\lambda$  la course  $OB$ . Appelons  $P_f$  la pression, quand le piston arrive à fond de course.

A ce moment, ouvrons l'exhaustion et admettons un échappement instantané.  $P_f$  devient  $P_a$ .

Lorsque le piston revient en arrière, il y a expulsion suivant la ligne  $\xi\zeta$ .

Si  $P_1 = P_a$  les lignes  $\alpha\beta$  et  $\xi\zeta$  se confondent ;  $\beta$  vient en  $\beta'$  et le travail est représenté par l'aire  $\beta'\gamma\delta\xi\beta'$ .

Si  $P_1 > P_a$  c'est qu'il y a compression préalable. Dans ce cas, le tra-

vail développé sous le piston est représenté par la surface  $\alpha\beta\gamma\delta\zeta\zeta z$ . Mais il ne faut pas oublier que, dans un organe additionnel, il a fallu produire la compression d'un volume  $w_1$  de mélange à la pression  $P_a$  pour le comprimer au volume  $w$  sous la pression  $P_1$ . Le diagramme correspondant à ce terme est figuré en  $\zeta\theta\beta z$  où  $\zeta\theta$  représente l'admission  $w_1$  à la pression  $P_a$ ,  $\theta\beta$  la compression adiabatique et  $\beta z$  l'expulsion du volume  $w$  à la pression  $P_1$ ; le travail correspondant (négatif du reste) est représenté en valeur absolue par l'aire  $\alpha\beta\theta\zeta z$ .

Par suite, le travail total utilisable est représenté par l'aire réduite  $\theta\beta\gamma\delta\zeta\theta$ .

Nous appellerons  $T_a$  la température d'admission dans le compresseur à la pression  $P_a$ . Les valeurs  $T_1T_2$  et  $T_f$  correspondront aux pressions  $P_1P_2$  et  $P_f$ .  $T_e$  sera la température des gaz sous la pression  $P_a$  lorsque l'échappement brusque prendra fin; c'est donc à cette température que les gaz seront expulsés lors du retour en arrière du piston.

**Espace nuisible.** — S'il existait un espace nuisible, de volume  $u$ , il serait rempli de gaz à la température  $T_e$ . Appelons  $T_i$  la température d'admission des gaz sortant du compresseur,  $v$  le volume engendré à un instant quelconque par le piston, durant l'admission, et  $T$  la température des gaz *supposés mélangés* sous le piston.

Ecrivons qu'à  $0^\circ$  le volume total est égal à la somme du volume des gaz remplissant  $u$ , ramené à zéro, et du volume des gaz admis  $v$ , ramené à zéro (la pression étant constante):

$$\frac{u}{\alpha T_e} + \frac{v}{\alpha T_i} = \frac{u+v}{\alpha T}$$

Si  $v = w$ , c'est-à-dire à la fin de l'admission,  $T$  prendra la valeur  $T_1$  et on aura :

$$(61) \quad \frac{u}{T_e} + \frac{w}{T_i} = \frac{u+w}{T_1}$$

équation qui donnera  $T_1$  en fonction de  $T_i$ , de  $T_e$ , de  $u$  et de  $w$ .

Or  $u$  et  $w$  sont des données de la machine.  $T_i$  résulte de la compression adiabatique des gaz passant de  $P_a$  à  $P_1$ . On sait que  $P_a$  est la pression atmosphérique et  $P_1$  résulte du choix que fait le constructeur.

Donc la seule inconnue est  $T_e$ .

Pour ne pas faire double emploi, nous réservons l'analyse de cette question pour le cas du moteur à quatre temps dans lequel elle prend bien plus d'importance. Nous supposerons ici un moteur à deux temps sans espace nuisible.

**Evaluation du travail.** — Etant donné un certain poids de gaz de



volume  $V$ , si nous désignons par  $v$  le volume de l'unité de poids sous la même pression, nous avons.

$$Pv = RT$$

Multiplions par  $n$  les deux membres de cette relation

$$Pnv = nRT$$

Si  $nv = V$ , nous poserons  $nR = R'$  et nous aurons :

$$PV = R'T$$

Notre relation générale est bien toujours de forme  $PV = R'T$ .

De même on a toujours :

$$PV^\gamma = P_0 V_0^\gamma$$

car étant établi que

$$Pv^\gamma = P_0 v_0^\gamma$$

où  $v$  et  $v_0$  se rapportent à l'unité de poids, il suffit de multiplier les deux membres par  $n$  pour montrer l'identité.

Nous supposons un moteur à compression préalable et évaluons l'aire  $\theta\beta\gamma\delta\xi\theta$  représentant le travail.

Tout d'abord nous prenons un volume  $w_1$  à la pression  $P_a$  pour le comprimer sous le volume  $w$  à la pression choisie  $P_1$  et cela adiabatiquement. On a donc :

$$P_a w_1^\gamma = P_1 w^\gamma$$

$w$  est également une donnée de la machine.

Par suite

$$w_1 = w \left( \frac{P_1}{P_a} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Visiblement :

$$\mathcal{E} = \text{aire } \theta\beta\gamma\delta\xi\theta = \text{aire } A\gamma\delta B - \text{aire } c\theta\xi B - \text{aire } A\beta\theta C.$$

L'aire  $A\gamma\delta B$  correspond au travail de détente adiabatique de  $P_2$  à  $P_f$  et si nous appelons  $R'$  la caractéristique des gaz transformés :

$$\mathcal{E}_1 = \frac{R'}{1-\gamma} (T_f - T_2)$$

L'aire  $C\theta\xi B$  correspond au travail résistant d'expulsion à pression constante  $P_a$  qui a pour valeur absolue :

$$\mathcal{E}_2 = (\lambda - w_1) P_a$$

L'aire  $A\beta\theta C$  correspond au travail de compression de  $P_a$  à  $P_1$ . Nous

appellerons  $R$  la caractéristique des gaz sous la première forme.

$$\mathfrak{C}_3 = \frac{R}{1-\gamma} (T_a - T_1)$$

Par suite on a :

$$(62) \quad \mathfrak{C} = \frac{R'}{1-\gamma} (T_f - T_2) - \frac{R}{1-\gamma} (T_a - T_1) - (\lambda - w_1)P_a$$

S'il n'y a pas compression préalable,

$$\begin{aligned} w_1 &= w \\ P_a &= P_1 \\ T_a &= T_1 \end{aligned}$$

Notre équation se réduit à :

$$\mathfrak{C}' = \frac{R'}{1-\gamma} (T_f - T_2) - (\lambda - w)P_a.$$

**Evaluation des éléments.** — Nous venons de voir comment on calculait  $w_1$  et nous avons appris à trouver  $T_1$  puisqu'il s'agit d'une compression adiabatique.

$$\frac{T_1}{T_a} = \left( \frac{P_1}{P_a} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Quant à  $P_2$  et à  $T_2$  il suffit de se reporter à ce que nous avons dit à propos de la dissociation et de la recombinaison. Nous avons appris à calculer la température développée par l'explosion d'un mélange tonnant à *volume constant*. Du moins nous avons indiqué la marche à suivre qui relève du domaine de la physique. Donc  $T_2$  doit être connu.  $P_2$  l'est également. En effet on a  $P_1 w = RT_1$  et  $P_2 w = RT_2$ , c'est-à-dire  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{R'}{R} \frac{T_2}{T_1}$ . Il est évident que  $R$  et  $R'$  sont des données et résultent de l'étude du mélange employé. Donc  $P_2$  devient connu.

Cherchons maintenant  $P_f$  et  $T_f$  qui résultent d'une détente adiabatique, du volume  $w$  au volume  $\lambda$ .

On sait que :

$$\begin{aligned} P_f \lambda &= RT_f \\ P_2 w^\gamma &= P_f \lambda^\gamma \end{aligned}$$

Ces deux équations déterminent  $P_f$  et  $T_f$ .

Que sera la température  $T_e$  ?

Pour la trouver, désignons par  $x$  le volume total que prennent les gaz renfermés sous le piston, au volume  $\lambda$  et sous la pression  $P_f$ , quand ils se détendent adiabatiquement jusqu'à la pression  $P_a$ . On aurait :

$$\begin{aligned} P_a x^\gamma &= P_f \lambda^\gamma \\ P_a x &= RT_e \end{aligned}$$

En éliminant  $x$  entre ces deux équations, on obtient  $T_e$ .

**Détente complète.** — Pour que la détente soit complète, il faut que la longueur de détente  $\lambda - w$  soit telle que  $P_f$  puisse prendre la valeur  $P_a$ . Comme on a :

$$P_2 w^\gamma = P_f \lambda^\gamma$$

il faut avoir :

$$P_2 w^\gamma = P_a \lambda^\gamma$$

formule qui fournit le rapport.

$$\frac{w}{\lambda} = \left( \frac{P_a}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}.$$

La température que nous avons désignée par  $T_e$  se confondra, dans ce cas, avec  $T_f$ .

**Rendement générique.** — Dans ce cas, voici comment M. Witz établit le rendement générique.

L'explosion porte la température de  $T_1$  à  $T_2$  à volume constant. Donc la quantité de chaleur dégagée est égale à :

$$c (T_2 - T_1)$$

Nous avons vu que cette évaluation n'était exacte qu'autant que les caractéristiques du gaz avant et après l'explosion pouvaient être confondues.

Il convient aussi de se reporter à l'hypothèse elle-même. On suppose en réalité qu'il n'y a pas modification chimique des gaz, mais qu'ils sont simplement échauffés d'une manière brusque. Il en résulte que les gaz portés de  $T_2$  à  $T_f$  à la fin de la détente adiabatique le sont encore adiabatiquement de  $T_f$  à  $T_e$  par l'échappement, et qu'on peut concevoir un refroidissement à pression constante de  $T_e$  à  $T_a$ .

Puisque, pour une adiabatique,  $dQ=0$ , la chaleur emportée par les gaz l'est suivant une ligne de pression constante et a pour valeur :

$$C (T_e - T_a)$$

Par suite :

$$\rho = \frac{c (T_2 - T_1) - C (T_e - T_a)}{c (T_2 - T_1)}$$

Pour le cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes limites,  $T_2$  et  $T_a$ , le coefficient économique serait :

$$r = \frac{T_2 - T_a}{T_2}$$

le rendement générique a donc pour expression :

$$\rho' = \frac{\rho}{r} = \frac{c(T_2 - T_1) - C(T_c - T_a)}{c(T_2 - T_1)} \cdot \frac{T_2}{T_2 - T_a}$$

ou encore :

$$\rho' = \left(1 - \gamma \frac{T_c - T_a}{T_2 - T_1}\right) \frac{T_2}{T_2 - T_a}$$

S'il n'y a pas compression préalable  $T_1 = T_a$ , et on obtient :

$$\rho' = \left(1 - \gamma \frac{T_c - T_a}{T_2 - T_a}\right) \frac{T_2}{T_2 - T_a}$$

Pour de plus amples développements, voir le premier volume de l'ouvrage de M. Witz.

**Influence de la pression d'admission.** — En confondant R et R', l'équation du travail (62) peut s'écrire :

$$\mathfrak{C} = \frac{R}{\gamma - 1} \left[ T_2 - T_1 - (T_f - T_a) \right] - \lambda P_a + w_1 P_a$$

Il ne faut pas oublier que

$$\frac{T_1}{T_a} = \left( \frac{w_1}{w} \right)^{\gamma - 1}$$

et

$$\frac{T_2}{T_f} = \left( \frac{\lambda}{w} \right)^{\gamma - 1}$$

De plus, d'après ce que nous avons exposé,  $T_2 - T_1$  est une constante que nous désignons par  $T'$  :

$$T_2 - T_1 = T'$$

En effet, nous avons vu cela pour l'unité de poids ; or, cette proposition est vraie, pour une masse quelconque du même mélange, car si un poids  $p$  dégage  $p$  fois plus de calories que l'unité de poids, il faut échauffer un poids  $p$  fois plus grand.

Des relations plus haut rappelées on tire :

$$T_1 = \left( \frac{w_1}{w} \right)^{\gamma - 1} T_a$$

et

$$T_2 = T_f \left( \frac{\lambda}{w} \right)^{\gamma - 1}$$

comme

$$T' = T_2 - T_1$$

on a :

$$T' = T_f \left( \frac{\lambda}{w} \right)^{\gamma-1} - T_a \left( \frac{w_1}{w} \right)^{\gamma-1}$$

d'où :

$$T_f = T' \left( \frac{w}{\lambda} \right)^{\gamma-1} + T_a \left( \frac{w_1}{\lambda} \right)^{\gamma-1}$$

Portons ceci dans la valeur de  $\mathfrak{e}$  et nous aurons :

$$\mathfrak{e} = \frac{R}{\gamma-1} (T_2 - T_1) + \frac{RT_a}{\gamma-1} - \lambda P_a + w_1 P_a - \frac{R}{\gamma-1} T_a \left( \frac{w_1}{w} \right)^{\gamma-1} - \frac{R}{\gamma-1} T' \left( \frac{w}{\lambda} \right)^{\gamma-1}$$

$T' = T_2 - T_1$  est une constante; de même  $P_a$  et  $T_a$ . Ensuite  $w$  et  $\lambda$  sont des données de la machine. La compression préalable affecte donc seulement les termes :

$$w_1 P_a - \frac{R}{\gamma-1} T_a \left( \frac{w_1}{\lambda} \right)^{\gamma-1}$$

Ces termes peuvent se grouper ainsi :

$$w_1 \left[ P_a - \frac{R}{\gamma-1} T_a \frac{w_1^{\gamma-2}}{\lambda^{\gamma-1}} \right]$$

ou encore :

$$w_1 \left[ P_a - \frac{R}{\gamma-1} \left( \frac{T_a}{\lambda^{\gamma-1} w_1^{2-\gamma}} \right) \right]$$

Quand  $w_1$  augmente, le facteur  $\frac{1}{w_1^{2-\gamma}}$  diminue, car  $2 - \gamma$  est positif; donc le terme soustractif :

$$\frac{R}{\gamma-1} \left( \frac{T_a}{\lambda^{\gamma-1} w_1^{2-\gamma}} \right)$$

diminue en valeur absolue et la quantité entre crochets augmente.

Si  $w$  reste fixe et que  $w_1$  augmente, c'est que la compression prend une valeur plus grande.

Dans ces conditions, le travail augmente, ce qui prouve qu'il y a intérêt à produire une compression préalable aussi forte que possible.

**Représentation entropique.** — Nous avons déjà défini la représentation entropique. On prend deux axes de coordonnées OS et OT (fig. 10),

perpendiculaires l'un à l'autre, et on représente les variations du gaz en prenant les entropies pour abscisses et les températures absolues pour ordonnées.

Pour obtenir le diagramme entropique, nous nous reporterons à la figure 9.

Pendant l'admission dans le compresseur, la pression est fixe et égale à  $P_a$ , pression atmosphérique. Il y a simplement déplacement du

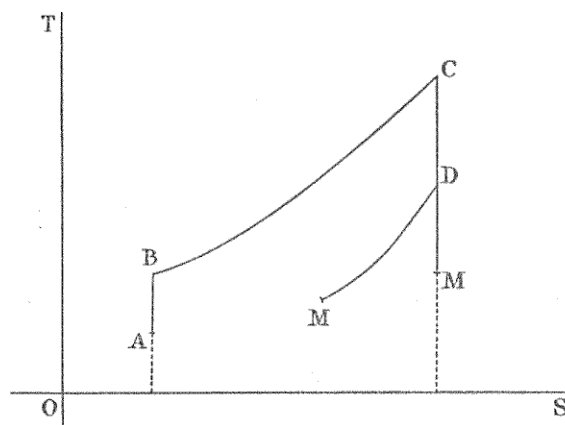


Fig. 10.

gaz dans l'espace et  $T_a$  reste invariable. Puisque  $P_a$  et  $T_a$  ne changent pas, d'après la relation  $PV = RT$ , il s'agit bien d'un volume constant qui est  $w_1$ .

Donc l'entropie ne change pas.

Si nous désignons par  $s_a$  l'entropie du gaz, le point A défini par  $s_a$  et  $T_a$  reste fixe pendant toute l'admission.

La compression *adiabatique*,  $\theta_2$ , de la figure 9 ne modifie pas l'entropie.

Pour cette phase on a  $s = \text{constante} = s_a$  et  $T_a$  passe à la valeur  $T_1$ . Cette variation est donc représentée par la droite AB et  $w_1$  devient  $w$ .

Durant l'exhaustion hors du compresseur et l'admission dans le cylindre, il y a variation à pression et température constantes  $P_1$  et  $T_1$ , du moins nous supposons cette perfection réalisée. L'entropie reste toujours  $s_a$ . Le point B, caractérisé par  $s_a$  et  $T_1$  reste fixe pendant cette période.

L'explosion ayant lieu,  $w$  ne change pas;  $P_1$  devient  $P_2$  et  $T_1$  passe à  $T_2$ .

L'entropie prend une valeur  $s_2$  que nous avons appris à calculer. De plus nous savons que

$$s - s_a = c_p \frac{T}{T_1}$$

La période d'explosion est donc représentée par une courbe logarithmique BC, et en C l'entropie est  $s_2$  et la température  $T_2$ .

La détente adiabatique fournit la droite CD. En D,  $s = s_2$  et  $T = T_f$ . L'expansion amène les gaz de la température  $T_f$  à la température  $T_e$  et la pression tombe de  $P_f$  à  $P_a$ . Si la détente est adiabatique, l'entropie ne change pas. Mais si la détente est quelconque on aura une courbe DM et le point M ne coïncidera nullement avec le point A, car nous avons vu que la température d'expulsion  $T_e$  est supérieure à  $T_a$  et l'entropie ne repasse nullement pas la valeur  $s_a$ , car il ne faut pas oublier qu'en raison de la transformation subie par les gaz, le cycle n'est pas réversible.

**Représentation du travail.** — Si l'on veut avoir une représentation du travail accompli à un moment déterminé, il est facile de le faire en se servant du diagramme en P V. On prend alors les volumes pour abscisses, et le travail accompli pour ordonnée.

Ce mode de représentation étant des plus simples, nous ne voulons pas faire double emploi avec ce que nous dirons à propos du moteur à quatre temps. Aussi réservons-nous cette question pour ce moment et le lecteur voudra bien appliquer lui-même la méthode au cas présent, application qui ne comporte aucune difficulté.

**Travail économique.** — Il est évident que le travail sera d'autant plus avantageux que la pression d'exhaustion sera moindre, c'est-à-dire que l'on aura mieux utilisé la force expansive des gaz.

Pour arriver à ce résultat, il faut avoir  $P_f = P_a$ , c'est-à-dire  $P_2 w = P_a \lambda$ . Comme  $P_2$  est fonction de  $P_1$ , en remplaçant  $P_1$  par sa valeur on aura une relation entre  $P_1$ ,  $P_a$ ,  $w$  et  $\lambda$ , et comme  $P_1$  et  $P_a$  sont des constantes, du moins pour une marche déterminée, il en résulte que  $\frac{w}{\lambda}$  est déterminé.

**Maximum de puissance.** — Les problèmes abordés dans la construction des moteurs à gaz comportent des solutions différentes suivant le but poursuivi. C'est ainsi qu'on peut être conduit, non pas à rechercher une marche économique, mais à produire, avec un appareil donné, le maximum de puissance. Donnons-nous la course du piston,  $\lambda$ . Quelle valeur doit avoir  $w$  pour un mélange tonnant déterminé ?

Posons  $w = \mu \lambda$  et  $P_2 = n P_1$ . Un calcul donnera  $n$ , variable avec le mélange et avec la valeur de  $P_1$ , mais nous supposons ces deux éléments constants, c'est-à-dire le régime déterminé.

Le travail correspondant à l'admission  $\mu \lambda$ , sous la pression  $P_1$ , est  $\mu \lambda P_1$ .

L'explosion étant instantanée, la détente adiabatique conduit les gaz du volume  $\lambda\mu$  au volume  $\lambda$  et la formule générale donnant :

$$\bar{\epsilon} = \frac{P_0 V_0^\gamma}{1-\gamma} \left( V_0^{1-\gamma} - V^{1-\gamma} \right)$$

on a pour la valeur du second membre :

$$\frac{n P_1 (\mu\lambda)^\gamma}{1-\gamma} \left[ (\mu\lambda)^{1-\gamma} - \lambda^{1-\gamma} \right]$$

car  $P_0$  c'est ici  $n P_1$ , le volume  $V_0$  est  $\mu\lambda$  et  $V$  doit être remplacé par  $\lambda$ .

Lors du retour du piston en arrière à la pression  $P_a$ , le travail a pour valeur  $-\lambda P_a$ .

Par conséquent :

$$\bar{\epsilon} = \mu\lambda P_1 + \frac{n P_1 (\mu\lambda)^\gamma}{1-\gamma} \left[ (\mu\lambda)^{1-\gamma} - \lambda^{1-\gamma} \right] - \lambda P_a$$

ou

$$\bar{\epsilon} = \mu\lambda P_1 + \frac{n P_1 \mu\lambda}{1-\gamma} - \frac{n P_1 \lambda \mu^\gamma}{1-\gamma} - \lambda P_a$$

Si l'explosion avait lieu au début de l'admission, celle-ci serait nulle et il n'y aurait point de travail. Si elle avait lieu à fin de course, elle serait inutile. Avec une admission à la pression atmosphérique ( $P_1 = P$ ) durant toute la course, le travail serait encore nul.

Pour trouver le maximum, il suffit d'annuler  $\frac{d\bar{\epsilon}}{d\mu}$ , c'est-à-dire d'écrire :

$$\lambda P_1 + \frac{n P_1 \lambda}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} n P_1 \lambda \mu^{\gamma-1} = 0$$

On tire de là :

$$\mu^{\gamma-1} = \frac{n+1-\gamma}{n\gamma}$$

On aura toujours  $n+1-\gamma < n\gamma$ , car on a  $n+1 < (n+1)\gamma$  puisque  $\gamma$  est plus grand que l'unité.

Si par exemple  $n=8$  et  $\gamma=1,40$ , on trouve pour  $\mu$  une valeur voisine de 0,31.

L'admission doit donc avoir lieu pendant un tiers de la course pour obtenir l'effet maximum.

Avec d'autres valeurs de  $n$ , la valeur de  $\mu$  serait différente.

## II. — MOTEURS A QUATRE TEMPS

**Le moteur à quatre temps.** — Un moteur à quatre temps comporte les périodes suivantes :



1° Lors de la première marche en avant du piston, le mélange est aspiré ;

2° Lors de la deuxième oscillation du piston (première marche arrière), le mélange est comprimé dans la chambre de détonation ; à la fin de cette phase, l'explosion a lieu ;

3° Durant la troisième période (deuxième marche avant), les gaz poussent le piston en se détendant ;

4° Il y a expulsion des produits de la combustion durant le quatrième temps (deuxième marche arrière), et l'appareil est prêt à recommencer son évolution.

Nous supposerons d'abord un cas théorique, comportant une détonation absolument instantanée, et nous admettrons que la durée des phases coïncide exactement avec celle des oscillations du piston. Cette hypothèse est insuffisante pour permettre de se rendre compte de ce qui se passe dans la pratique ; mais nous verrons, plus tard, quelles modifications la théorie doit subir, pour représenter la réalité des faits.

Quant au mélange tonnant, il sera quelconque, mais défini. Il suffit de savoir que l'explosion de ce mélange, à volume constant, dans des conditions déterminées, augmente la pression, dans un rapport qu'il appartient à l'expérimentation d'établir.

**Régime théorique des moteurs à quatre temps.** — Nous prendrons les notations suivantes :

$P_1$ , pression initiale à laquelle est aspiré le mélange ;

$P_2$ , pression à laquelle ledit mélange est comprimé dans la chambre de détonation ;

$P_3$ , pression après l'explosion qui a lieu à volume constant puisque nous la supposons absolument instantanée ;

$P_f$ , pression à la fin de la détente ;

$\lambda$ , course du piston dont la section sera égale à l'unité ;

$\mu\lambda$ , longueur qu'aurait la chambre de détonation si elle était cylindrique et de même diamètre que le cylindre ;

$\gamma$ , rapport des chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant ;

$V$ , volume de la masse de gaz sous la pression  $P$  ;

$n$ , rapport des pressions après et avant l'explosion.

Nous avons vu que, pour un poids de mélange tonnant de composition déterminée, faisant explosion, à volume constant, un nombre fixe de calories est dégagé. En supposant que les caractéristiques des gaz soient les mêmes avant et après l'explosion (ce serait le cas pour des gaz parfaits) et que  $c$  soit une constante, on a trouvé :

$$Q = c (T_3 - T_2)$$

et, comme  $Q$  est constant,  $T_3 - T_2$  est une constante que nous appelons  $T'$ .

D'autre part pour un volume constant :

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2}$$

ou

$$\frac{T_3 - T_2}{T_2} = \frac{P_3 - P_2}{P_2}$$

Pour le volume  $V_2$ , on a :

$$P_2 V_2 = RT_2$$

et par suite :

$$\frac{T_3 - T_2}{P_2 V_2} = \frac{P_3 - P_2}{P_2 R}$$

ou

$$P_3 - P_2 = \frac{R}{V_2} (T_3 - T_2) = \frac{R}{V_2} T'.$$

Or,  $R$  et  $T'$  sont des constantes. Quant à  $V_2$  c'est le volume de la chambre d'explosion qui ne varie pas ; donc :

$$P_3 - P_2 = P' = \text{constante.}$$

En divisant par  $P_2$  on a :

$$\frac{P_3}{P_2} - 1 = \frac{P'}{P_2}$$

et comme  $\frac{P_3}{P_2}$  a été désigné par  $n$  on voit que

$$n = 1 + \frac{P'}{P_2}$$

Par suite  $n$  diminue quand  $P_2$  augmente, c'est-à-dire lorsque la compression devient plus grande.

$Q$  est une constante déterminée par la nature des variations *des gaz parfaits* mis en présence.

Nous admettons que la détente et la compression seront adiabatiques.

Pour représenter la marche du phénomène, nous prendrons deux axes rectangulaires  $OP$ ,  $OV$  (fig. 11).

Sur l'axe  $OV$ , nous placerons, à partir du point  $O$ , les diverses positions du piston, qui oscillera entre  $O$  et  $\lambda$ . Les ordonnées seront les pressions.

L'aspiration aura lieu *théoriquement* suivant la ligne  $P_1 P_1$ .

La compression se fera *adiabatiquement* suivant la courbe  $P_1 P_2$ .

L'explosion aura lieu *instantanément* suivant  $P_2P_3$ .

La détente, *adiabatique*, sera représentée par  $P_3P_f$ .

L'échappement est figuré par  $P_fP_1$  et est *instantané*.

Enfin, l'expulsion correspondant à  $P_1P_1$ .

Pour une position  $x$  du piston, la pression sera  $P$  et le gaz sous le

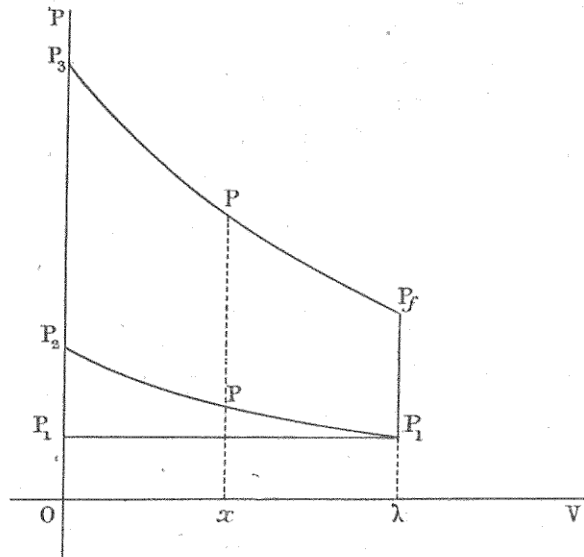


Fig. 11.

piston occupera le volume de la chambre de détonation plus l'espace engendré par le piston, c'est-à-dire  $\mu\lambda + x$ . Donc la courbe  $P_1P_2$  a pour équation

$$(\mu\lambda + \lambda)^{\gamma}P_1 = (\mu\lambda + x)^{\gamma}P$$

et en appliquant la formule pour la fin de la course arrière :

$$(\mu\lambda + \lambda)^{\gamma}P_1 = (\mu\lambda)^{\gamma}P_2 = (\mu\lambda + x)^{\gamma}P.$$

Quant au travail correspondant, sa valeur absolue a pour expression, durant le deuxième temps :

$$\frac{\mu^{\gamma}\lambda}{\gamma-1} P_2 \left[ \mu^{1-\gamma} - (\mu+1)^{1-\gamma} \right].$$

Le terme entre crochets est positif.

En évaluant le travail correspondant à la troisième phase suivant la

formule connue nous obtenons :

$$\frac{\mu^\gamma \lambda}{\gamma - 1} P_3 \left[ \mu^{1-\gamma} - (\mu + 1)^{1-\gamma} \right].$$

Quant au travail total, il est représenté par l'aire  $P_1 P_2 P_3 P_f$  (fig. 11) et a pour expression la différence des termes que nous venons d'écrire.

$$\mathfrak{C} = \frac{\mu^\gamma \lambda}{\gamma - 1} \left[ \mu^{1-\gamma} - (\mu + 1)^{1-\gamma} \right] (P_3 - P_2).$$

Mais

$$P_3 - P_2 = P'.$$

Donc en mettant  $\mu^{1-\gamma}$  en facteur :

$$\mathfrak{C} = \frac{\mu \lambda}{\gamma - 1} P' \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right)^{1-\gamma} \right]$$

ou encore

$$\mathfrak{C} = \frac{\mu \lambda}{\gamma - 1} P' \left[ 1 - \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma-1} \right]$$

Ceci peut encore s'écrire sous une autre forme.

En effet nous avons :

$$P' = P_3 - P_2$$

et

$$P_3 - P_2 = (T_3 - T_2) \frac{P_2}{T_2}$$

Mais

$$P_2 \mu \lambda = R T_2$$

donc

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{R}{\mu \lambda}$$

L'expression du travail peut, par conséquent, s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathfrak{C} &= \frac{R}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma-1} \right] (T_3 - T_2) \\ &= \frac{R}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma-1} \right] T'. \end{aligned}$$

Cette expression sera maxima en même temps que

$$1 - \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma-1}$$

c'est-à-dire quand  $\frac{\mu}{\mu+1}$  sera le plus petit possible. Or, la valeur de ce facteur décroît avec celle de  $\mu$ . Comme on ne peut avoir  $\mu = 0$ , on voit qu'il y a intérêt à diminuer  $\mu$  autant que faire se pourra, c'est-à-dire à avoir la plus forte compression possible.

**Calcul des températures.** — Nous prendrons des notations analogues à celles que nous avons adoptées en étudiant le moteur à deux temps.

Lorsque le régime est établi, les gaz, remplissant la chambre d'explosion à la fin du quatrième temps, doivent avoir une température  $T_e$ .

Le mélange de ces gaz avec ceux qui sont admis à une température que nous désignerons par  $T_i$  prendra la température  $T_1$ .

A la fin de la détente, la température sous le piston,  $T_f$ , tombe à  $T_e$  par suite de l'échappement qui ramène les gaz de la pression  $P_f$  à la pression  $P_1$ .

$T_3$  et  $T_2$  correspondront à  $P_3 P_2$ .

Les gaz résiduels de volume  $\mu\lambda$  et de température  $T_e$  se mélangent aux gaz admis de volume  $\lambda$  et de température  $T_i$ . Cette hypothèse est admissible dans le cas de *gaz parfaits*. On a un mélange  $(\mu+1)\lambda$  à température  $T_1$ . Comme dans le cas du moteur à deux temps :

$$\frac{\mu\lambda}{\alpha T_e} + \frac{\lambda}{\alpha T_i} = \frac{(\mu+1)\lambda}{\alpha T_1}$$

d'où l'on tire

$$T_1 = \frac{\mu+1}{\frac{\mu}{T_e} + \frac{1}{T_i}}$$

Durant le deuxième temps,  $T_1$  devient  $T_2$ . On sait que :

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

Donc, comme  $V_1 = (\mu+1)\lambda$  et  $V_2 = \mu\lambda$  on tire :

$$T_2 = \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\gamma-1} T_1$$

Nous avons posé  $P_3 = nP_2$  et trouvé :

$$n = 1 + \frac{P'}{P_2}$$

$n$  est absolument déterminé pour un régime donné.

Or on a :

$$P_2 (\mu\lambda)^{\gamma} = \left[ (\mu+1)\lambda \right]^{\gamma} P_1$$

d'où

$$P_2 = \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\gamma} P_1$$

donc :

$$P_3 = n \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\gamma} P_1$$

Comme, à volume constant,

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2}$$

il en résulte :

$$T_3 = n T_2$$

Remplaçons  $T_2$  par sa valeur plus haut trouvée, il vient :

$$T_3 = n \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\gamma-1} T_1$$

En appliquant la relation

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

à la phase de détente, on a :

$$\frac{T_f}{T_3} = \left( \frac{\mu \lambda}{(\mu+1)\lambda} \right)^{\gamma-1}$$

c'est-à-dire :

$$T_f = \left( \frac{\mu}{\mu+1} \right)^{\gamma-1} T_3$$

En remplaçant  $T_3$  par sa valeur, on obtient :

$$T_f = n T_1$$

L'équation générale donne pour les points  $P_3$  et  $P_f$  de la figure 11 :

$$P_3 \mu \lambda = R T_3 \quad P_f (\mu+1) \lambda = R T_f$$

En remplaçant  $P_3$  par sa valeur en fonction de  $P_1$ , puis  $T_3$  et  $T_f$  par leurs valeurs en fonction de  $T_1$  et en divisant membre à membre ces deux dernières relations on trouve :

$$P_f = n P_1$$

Il est à remarquer que :

$$\frac{T_f}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = n$$

Donc :

$$\frac{T_f - T_1}{T_1} = \frac{T_3 - T_2}{T_2}$$

mais

$$T_3 - T_2 = T'$$

et

$$T_f - T_1 = T' \frac{T_1}{T_2}.$$

On a trouvé :

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma - 1}$$

ce qui donne

$$T_f - T_1 = T' \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma - 1}.$$

Donc, pour une machine donnée et un régime établi,  $T_f - T_1$  est aussi une constante.

Lorsque la détente est terminée, le gaz se détend brusquement jusqu'à la pression  $P_1$  et la température  $T_e$ . Appelons  $\lambda x$  le volume qu'il prendrait en se détendant adiabatiquement. On aurait :

$$P_1 (\lambda x)^\gamma = P_f \left[ (\mu + 1) \lambda \right]^\gamma$$

ou comme

$$P_f = n P_1$$

$$x^\gamma = n (\mu + 1)^\gamma.$$

On écrit aussi l'équation relative aux volumes et aux températures :

$$T_e (\lambda x)^{\gamma - 1} = T_f \left[ (\mu + 1) \lambda \right]^{\gamma - 1}$$

Comme  $T_f = n T_1$ , ceci devient :

$$T_e x^{\gamma - 1} = n T_1 (\mu + 1)^{\gamma - 1}.$$

En éliminant  $x$  entre ces relations, on trouve :

$$T_e = T_1 n^{\frac{1}{\gamma}}$$

Mais nous avons établi que :

$$T_1 = \frac{1 + \mu}{\frac{\mu}{T_e} + \frac{1}{T}}$$

et substituant dans la relation qui donne  $T_e$ , on écrit :

$$T_e = \frac{(\mu + 1) n^{\frac{1}{\gamma}}}{\frac{\mu}{T_e} + \frac{1}{T_i}}$$

D'où l'on tire :

$$T_e = \mu T_i \left[ \left( 1 + \frac{1}{\mu} \right) n^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$$

Or  $T_i$  est une donnée, puisque c'est la température des gaz admis. Le coefficient  $\mu$  dépend de la construction;  $n$  résulte de l'expérimentation ou du calcul et est une caractéristique du mélange employé. On peut donc successivement calculer  $T_e$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_f$ .

**Représentation entropique.** — Si nous considérons le volume de gaz évoluant sous le piston, nous voyons qu'il se compose de deux

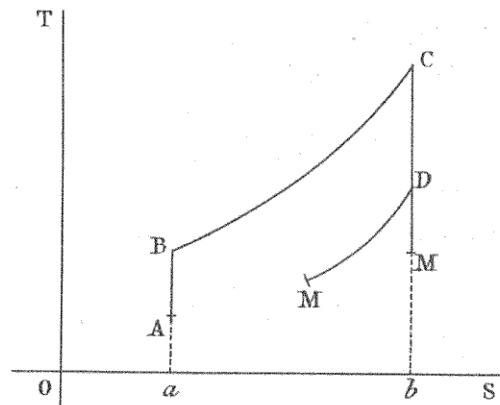


Fig. 12.

masses gazeuses, l'une résiduelle, l'autre fraîche. Si nous admettons avec Gibbs que l'entropie du mélange est égale à la somme des entropies des éléments, l'entropie totale ne change pas puisqu'aucune cause extérieure ne fait varier le volume ni la pression. En effet, tout se passe à la pression  $P_1$  et il n'y a qu'un déplacement de la masse gazeuse dans l'espace lorsqu'elle est aspirée par le piston.

Quant à la température moyenne, elle reste également constante d'après la relation :

$$\frac{\mu}{T_e} + \frac{1}{T_i} = \frac{\mu + 1}{T}$$

*lorsque l'on considère la masse totale.*



Bien que la température change progressivement sous le piston, celle-ci est telle que, si l'on mélangeait le volume sous le piston au volume restant à admettre, on retrouverait  $T_1$ .

Donc, dans ce cas idéal, cette phase est représentée par le point A de la figure 12 dans laquelle les axes coordonnés sont ceux des entropies et des températures absolues.

La compression est représentée par AB, comme dans le cas du moteur à deux temps, puisque l'entropie est constante pendant cette évolution supposée adiabatique.

De même, l'explosion fournit la courbe logarithmique BC et la détente adiabatique la droite CD.

La dernière variation fournit la courbe DM et le point M ne coïncide pas avec le point A, car le cycle est irréversible et ni l'entropie ni la température ne reprennent leurs valeurs initiales.

Le point M sera sur CD si l'échappement est adiabatique et à gauche de cette droite si le régime est quelconque.

**Rendement générique.** — Il se trouve absolument de la même façon que pour le moteur à deux temps

$$\rho = \frac{c(T_3 - T_2) - C(T_e - T_1)}{c(T_3 - T_2)}$$

pour le cycle considéré.

Pour le cycle de Carnot correspondant on trouve

$$r = \frac{T_3 - T_1}{T_3}$$

Par suite :

$$\frac{\rho}{r} = \left(1 - \gamma \frac{T_e - T_1}{T_3 - T_2}\right) \frac{T_3}{T_3 - T_1}$$

Pour plus de détails sur cette question, nous renvoyons au *Traité théorique et pratique des moteurs à gaz et à pétrole* de M. Aimé Witz.

**Représentation linéaire du travail.** — En parlant du moteur à deux temps nous avons laissé de côté ce mode de représentation linéaire du travail, et nous l'avons réservé pour ce moment.

Nous prenons (fig. 13) le diagramme théorique ABCDEBA et nous portons suivant des parallèles à l'axe des P, qui devient l'axe des  $\mathfrak{E}$ , le travail total accompli.

Le piston se déplaçant (1<sup>er</sup> temps) de  $a$  vers  $b$ , pour une position  $x$ , on a :

$$\mathfrak{E} = x P_1$$

ce qui représente l'équation d'une droite  $aG$  si l'on prend momentanément le point  $a$  comme origine.

Durant le deuxième temps, le piston vient de  $b$  en  $a$  et comprime les gaz, ce qui produit un travail négatif. Menons  $gG$  passant par  $G$  et parallèle à l'axe des  $V$  et à partir de  $Gg$ , mais dans le sens négatif, prenons, en ordonnées, les valeurs de  $\mathfrak{C}$  comme si le point  $G$  était devenu l'origine. On obtiendra une courbe  $GK$ .

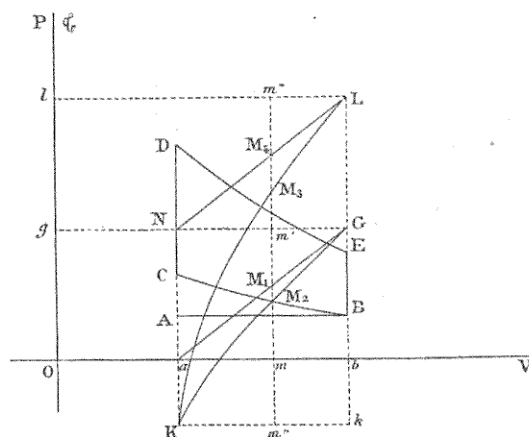


Fig. 13.

Menons de même  $Kk$  et prenons  $Kk$  et  $KD$  pour axes. Pendant la détente, on aura un travail positif,  $\tau = f(x)$  et nous obtiendrons la courbe  $KL$ .

Enfin, menons Ll et prenons les axes Ll et LB. Le travail, négatif, à la pression  $P_1$ , sera représenté par la droite LN.

Supposons le piston passant à la position  $m$ . Au premier passage, le travail effectué est  $mM_1$ .

Au retour, il est  $mM_2$ , c'est-à-dire  $m'm - m'M_2 = \text{travail total du premier temps} - \text{travail négatif déjà effectué}$ .

Il existe un point  $\alpha$  pour lequel ces deux quantités sont égales. Pour les points entre  $\alpha$  et  $a$  le travail négatif dépasse, en valeur absolue, le travail positif.

Au deuxième passage positif en  $m$ ,  $\tau$  est devenu  $mM_3$ . On peut écrire :  $mM_3 = mm' - m'm'' + m''M_3 =$  travail positif de  $a$  en  $b$  + travail négatif de  $b$  en  $a$  + travail effectué de  $a$  en  $m$  depuis l'origine de la troisième phase.

On verrait de même qu'au retour  $\mathfrak{C} = mM_4$ .

A remarquer qu'au début de la troisième phase le travail total est négatif. Ce n'est que pour un point  $\beta$  que le travail total s'annule pour devenir positif au delà.

— Donc quand, durant le deuxième temps, le piston va de  $\alpha$  en  $a$  et revient de  $a$  en  $\beta$ , durant le troisième temps, le travail total accompli est négatif. Pendant la durée de l'oscillation de  $\alpha$  à  $\beta$  le moteur a un régime négatif.

**Moteurs à temps multiples.** — Nous avons vu, au début de ce travail, qu'il existe des moteurs à six temps et que certains constructeurs ont fait suivre l'expulsion des gaz brûlés d'une aspiration d'air (5<sup>e</sup> temps) qui s'échappe ensuite (6<sup>e</sup> temps) dans le but de purifier l'espace sous le piston ou simplement pour le rafraîchir.

Dans le cas théorique qui nous occupe, nous supposons les parois sans influence. Donc les diagrammes ne seraient pas dérangés puisque la cinquième et la sixième phase seraient représentées par la même ligne de pression constante, parcourue en sens inverse.

Si au lieu de cela on admet le régime suivant :

- 1<sup>er</sup> temps, admission.
- 2<sup>e</sup> — compression.
- 3<sup>e</sup> — simple détente des produits comprimés.
- 4<sup>e</sup> — recompression.
- 5<sup>e</sup> — explosion et détente.
- 6<sup>e</sup> — exhaustion.

on voit que la troisième phase reproduira en sens inverse la phase n<sup>o</sup> 2 et que la quatrième phase provoquera le même tracé dans le sens direct.

Encore une fois, les diagrammes ne changent pas, en supposant des évolutions adiabatiques.

Il est donc clair que les moteurs à six temps ne sont en réalité qu'un cas particulier des moteurs à quatre temps.

Dans la pratique, il y a échange de calorique entre les parois et les gaz et c'est pour cela que ces moteurs peuvent, dans certains cas particuliers, présenter quelques avantages.

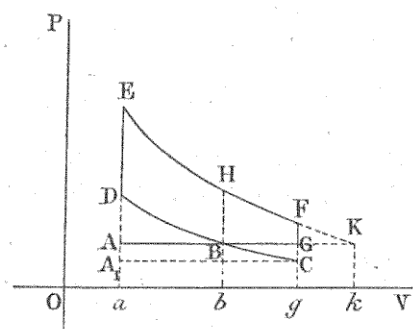


Fig. 14.

avant que le piston ne soit à bout de course on crée un *moteur à dépression*.

Supposons que l'admission cesse pour la position  $b$  du piston (fig. 14).

**Moteurs à dépression.** — Lorsque, dans un moteur à quatre temps, aspirant un mélange tonnant, on coupe l'admission

De A en B le travail a lieu à pression constante. De B en C il y a détente adiabatique et la pression initiale  $P_1$  devient  $P_m$ . Au retour, on aura une compression adiabatique CB qui se prolonge en D où la pression devient  $P_2$ . A ce moment, la détonation à volume constant engendre la pression  $P_3$  qui en F devient  $P_f$ , à la suite de la détente adiabatique. FG représente l'échappement brusque et GA l'expulsion à la pression  $P$ .

$T_1$   $T_2$   $T_3$   $T_f$  et  $T_e$  conserveront les mêmes significations que dans le cas précédent.  $T_m$  désignera la température en C, pour la pression  $P_m$ .

Posons  $AB = w\lambda$ . La chambre de détonation sera  $\mu\lambda$ , la course étant  $\lambda$ .

Pour le chemin BC, on a :

$$P_1 \left[ (\mu + w) \lambda \right]^\gamma = P_m (\mu \lambda + \lambda)^\gamma$$

$$P_1 (\mu + w) \lambda = RT_1$$

et

$$P_m (\mu + 1) \lambda = RT_m$$

c'est-à-dire :

$$P_m = P_1 \left( \frac{\mu + w}{\mu + 1} \right)^\gamma \quad \text{et} \quad T_m = T_1 \left( \frac{\mu + w}{\mu + 1} \right)^{\gamma - 1}$$

On obtient de même :

$$P_2 = P_1 \left( \frac{\mu + w}{\mu} \right)^\gamma \quad \text{et} \quad T_2 = T_1 \left( \frac{\mu + w}{\mu} \right)^{\gamma - 1}$$

ainsi que :

$$P_3 = nP_2 = nP_1 \left( \frac{\mu + w}{\mu} \right)^\gamma \quad T_3 = nT_2 = nT_1 \left( \frac{\mu + w}{\mu} \right)^{\gamma - 1}$$

$$P_f = nP_m = nP_1 \left( \frac{\mu + w}{\mu + 1} \right)^\gamma \quad T_f = nT_m = nT_1 \left( \frac{\mu + w}{\mu + 1} \right)^{\gamma - 1}$$

Le travail est représenté par l'aire BDEFGB, c'est-à-dire :

$$\text{aire } aEFg - \text{aire } aDBb - \text{aire } bBGg.$$

En utilisant la formule générale du travail adiabatique :

$$(26) \quad \mathfrak{C} = \frac{R}{\gamma - 1} (T - T_0)$$

nous trouvons :

$$\mathfrak{C} = \frac{R}{\gamma - 1} (T_3 - T_f) - \frac{R}{\gamma - 1} (T_2 - T_1) - \lambda (1 - w) P_1.$$

Remplaçons  $T_3$ ,  $T_2$ ,  $T_f$  par leurs valeurs et nous aurons :

$$\mathfrak{E} = \frac{R}{\gamma-1} n T_1 \left[ \left( \frac{\mu+w}{\mu} \right)^{\gamma-1} - \left( \frac{\mu+w}{\mu+1} \right)^{\gamma-1} \right] - \frac{R}{\gamma-1} T_1 \left[ \left( \frac{\mu+w}{\mu} \right)^{\gamma-1} - \frac{\lambda}{\lambda+(1-w)} P_1 \right]$$

Quand l'admission est totale,  $w = 1$ , et l'on a :

$$\mathfrak{E}' = \frac{R}{\gamma-1} (n' - 1) T_1 \left[ \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\gamma-1} - 1 \right]$$

et ici  $n'$  est différent de  $n$ , car le gaz sous le piston résulte d'un mélange constant de gaz inertes  $\mu\lambda$  avec des volumes différents  $w\lambda$  et  $\lambda$  de produits actifs.

Il est à remarquer que, dans le cas de l'admission totale, la pression d'expulsion initiale  $P_f$  a pour valeur  $n' P_1$ .

Dans le cas d'une admission partielle, cette valeur devient :

$$n P_1 \left( \frac{\mu+w}{\mu+1} \right)^{\gamma}$$

Or  $n' > n$ , car une partie de la chaleur dégagée dans l'explosion doit être employée à échauffer les gaz inertes refroidis par la détente. De plus :

$$\frac{\mu+w}{\mu+1} < 1 \text{ car } w < 1.$$

Donc :

$$n' P_1 > n P_1 \left( \frac{\mu+w}{\mu+1} \right)^{\gamma}$$

Les gaz sont expulsés à une pression plus faible dans le cas de l'admission réduite.

De même,

$$P_3 = n P_1 \left( \frac{\mu+w}{\mu} \right)^{\gamma}$$

est moindre que

$$n P_1 \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\gamma}$$

valeur de  $P_3$  pour l'admission totale.

Les deux expressions du travail  $\mathfrak{E}$  et  $\mathfrak{E}'$  sont donc faciles à comparer et  $\mathfrak{E}'$  est supérieur à  $\mathfrak{E}$ .

Mais ce qu'il importe de savoir, c'est non pas la valeur respective de  $\mathfrak{E}$  et de  $\mathfrak{E}'$ , mais la valeur  $\mathfrak{E}''$  du travail développé pour un poids de gaz égal à celui que l'on introduit dans le régime engendrant  $\mathfrak{E}$ .

Cette étude est assez délicate si l'on veut tenir compte des variations de  $n$  et nous ne croyons pas devoir insister outre mesure sur ce sujet. Remarquons seulement que l'on abaisse la valeur de  $P_f$ , ce qui constitue une bonne condition de marche; mais on diminue la valeur de  $P_3$ , tout en restreignant la consommation par cylindrée.

Menons maintenant la droite  $A_1C$ , correspondant à la pression  $P_m$ . Si l'on considère le cycle à pleine admission totale  $A_1CDEFGA_1$ , on voit que  $\mathcal{C}$  a pour valeur l'aire  $CDEFC$  qui dépasse l'aire  $GBCDEG$  de la surface  $CBG$ .

L'admission  $AB$  à la pression  $P_1$  et l'admission  $A_1C$  à la pression  $P_m$ , les températures étant  $T_1$  et  $T_m$ , mettent en jeu les mêmes quantités de gaz et le second cycle est plus avantageux que le premier. Cela implique nécessairement la relation adiabatique

$$\frac{T_1}{T_m} = \left( \frac{P_1}{P_m} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

**Effet de la compression.** — Nous avons vu qu'au moment de la détonation, la pression  $P_2$  devenant  $P_3$  et la température passant de  $T_2$  à  $T_3$ , on avait:

$$\frac{P_3 - P_2}{P_2} = \frac{T_3 - T_2}{T_2} \text{ avec } T_3 - T_2 = T'$$

On peut donc écrire :

$$\frac{P_3}{P_2} = 1 + \frac{T'}{T_2}$$

mais on a aussi la relation générale  $P_2 \mu \lambda = RT_2$  d'où  $T_2 = \frac{P_2 \mu \lambda}{R}$  ce qui permet d'écrire :

$$\frac{P_3}{P_2} = 1 + \frac{T'}{P_2} \frac{R}{\mu \lambda}.$$

Mais nous avons établi que  $P_2 = P_1 \frac{(\mu+1)^\gamma}{\mu}$  et substituant dans l'expression ci-dessus, nous obtenons :

$$\frac{P_3}{P_2} = 1 + \frac{TR}{P_1 \lambda} \frac{\mu^{\gamma-1}}{(\mu+1)^\gamma}.$$

Que devient le rapport  $\frac{\mu^{\gamma-1}}{(\mu+1)^\gamma}$  quand  $\mu$  diminue?  $\mu+1$  est plus grand que l'unité et  $\mu$  lui est inférieur. Ce rapport diminue avec  $\mu$ .

En effet le numérateur de la dérivée est :

$$(\gamma-1) \mu^{\gamma-2} (\mu+1)^\gamma - \gamma \mu^{\gamma-1} (\mu+1)^{\gamma-1}$$

qu'on écrit :

$$(\mu + 1)^{\gamma-1} \mu^{\gamma-2} (\gamma - 1 - \mu).$$

Or,  $\mu + 1$  et  $\mu$  sont positifs et de même  $\gamma - 1 - \mu$  dans la pratique, car nous considérons une compression un peu forte, et déjà  $\gamma - 1$  est à peu près égal à 0,40. Donc, ce facteur est positif. Par suite  $\frac{\mu^{\gamma-1}}{(\mu+1)^{\gamma}}$  croît avec  $\mu$  et diminue avec lui.

En résumé  $\frac{P_3}{P_2}$  diminue quand  $\mu$  diminue. Nous avons désigné  $\frac{P_3}{P_2}$  par  $n$ .

Mais malgré la diminution de  $n$ , l'énergie disponible augmente, car  $P_3$  et  $P_2$  varient en sens contraire de  $n$ .

En effet,

$$P_2 = P_1 \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma}$$

et  $\frac{\mu + 1}{\mu}$  augmente quand  $\mu$  décroît.

D'autre part,

$$P_3 = P_2 \left[ 1 + \frac{TR}{P_1 \lambda} \frac{\mu^{\gamma-1}}{(\mu+1)^{\gamma}} \right].$$

Remplaçons  $P_2$  par sa valeur, on aura :

$$P_3 = \frac{P_1 (\mu + 1)^{\gamma}}{\mu^{\gamma}} \left[ 1 + \frac{TR}{P_1 \lambda} \frac{\mu^{\gamma-1}}{(\mu+1)^{\gamma}} \right] = \frac{P_1 (\mu + 1)^{\gamma}}{\mu^{\gamma}} + \frac{TR}{\mu \lambda} = P_2 + \frac{TR}{\mu \lambda}$$

Or,  $\frac{TR}{\mu \lambda}$  est une constante et, comme  $P_2$  augmente,  $P_3$  varie dans le même sens.

Nous avons encore vu que

$$\frac{P_f}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = n.$$

Donc, quand la compression augmente, ce qui fait décroître la valeur de  $n$ , le rapport  $\frac{P_f}{P_1}$  diminue lui aussi, c'est-à-dire que la valeur de  $P_f$  décroît. Cela veut dire qu'une forte compression, en déterminant un abaissement de valeur de  $P_f$ , permet d'abaisser la pression initiale d'échappement. C'est là, du reste, un des principaux avantages du moteur à quatre temps. Si  $P_2$  est faible,  $P_f$  est relativement élevé. Si  $P_2$  augmente,  $P_f$  diminue.

Si la marche avec forte compression est avantageuse, cette forte compression donne une valeur élevée à  $T_3$  et de là naissent des inconvénients qui en limitent pratiquement la valeur.

**Moteurs à quatre temps sans chambre de compression.** — Tout ce que nous venons de dire des moteurs à quatre temps implique l'existence d'une chambre de compression que nous avons désignée par  $\mu\lambda$ .

Il est possible de concevoir la suppression de cet espace.

Considérons (fig. 15) le piston moteur se déplaçant dans le cylindre C et supposons qu'il s'agisse d'un moteur à quatre temps.

A côté est accolé un cylindre C' de même section que le premier, et dans lequel peut se mouvoir un piston P'.

P' est commandé par une came portée sur un axe, lié à l'arbre moteur par un engrenage tel qu'il tourne deux fois moins vite. Le profil de la came permettra les déplacements dont nous allons parler.

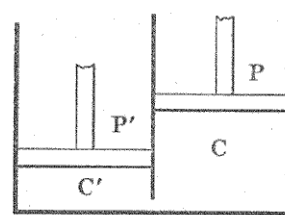


Fig. 15.

Au début P et P' sont tous deux à fond de course en bas.

P monte et aspire le mélange. P' reste en place maintenu par la came. P redescend comprimant le gaz jusqu'à une position P<sub>1</sub> limitant la compression. P continue son mouvement; P' commandé par la came se soulève jusqu'à ce que P soit à fond de course. Le gaz comprimé sous P passe sous P'. P recommence à monter, P' descend et il vient à fond de course quand P est revenu à la position P<sub>1</sub>. Alors se produit l'explosion. P' reste immobile tandis que P finit sa course et revient en arrière, expulsant les gaz, pour se retrouver prêt à recommencer. *Il va sans dire que l'explosion peut se produire antérieurement* au moment que nous avons indiqué et que nous n'avons choisi

que pour plus de clarté dans l'explication.

Si la came qui commande P' a un profil variable et progressif convenablement établi, on peut, en la déplaçant le long de l'axe, faire varier les oscillations de P' par rapport à celles de P, c'est-à-dire *faire varier le degré de compression*.

On peut appliquer ce système aux moteurs à six temps, en profilant convenablement la came qui commande P' et en prenant

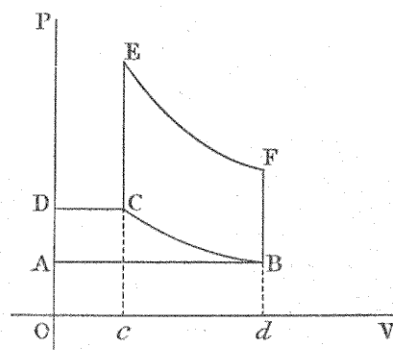


Fig. 16.

la précaution de relier par des engrenages de rapport 1/3 les arbres qui commandent les deux pistons.

Nous nous en tiendrons au moteur à quatre temps.



Le diagramme est représenté par la figure 16. L'aspiration du mélange à la pression atmosphérique a lieu suivant AB. A cette phase succède une recompression BC qu'il est facile de calculer si on pose  $Oc = w$  et  $Od = \lambda$ .

De C en D et de D en C le travail a lieu à pression constante, si la came qui conduit le piston auxiliaire a un profil permettant de réaliser ce desideratum.

En C a lieu l'explosion, et la détente se fait suivant EF tandis que l'échappement est représenté par FB et l'exhaustion par BA.

En réalité, nous nous trouvons en présence d'un cycle tout à fait analogue à celui du moteur à deux temps, avec compression préalable, pour lequel la longueur de l'admission  $w_1$  à la pression atmosphérique serait devenue égale à  $\lambda$ . Le cas est trop simple pour que nous y insistions.

**Moteurs Compound.** — Dans ce qui précède, nous avons vu que, lorsque le piston arrive à fond de course du troisième temps, l'échappement commence à la pression  $P_f$  pour finir à la pression  $P_1$ . Un poids de fluide, souvent notable, est expulsé sans produire de travail utile. Aussi a-t-on fréquemment proposé d'envoyer ces gaz dans un cylindre auxiliaire de façon à utiliser complètement l'énergie disponible.

Examinons un peu les conditions générales du problème.

Dans le cas où le cylindre d'explosion décharge dans une chambre intermédiaire les gaz résiduels, ce réservoir alimente le cylindre de détente. Si les dimensions de ce cylindre sont telles qu'on y puisse considérer la pression comme constante, la marche du premier cylindre n'est point altérée, à cette différence près que la pression d'expulsion  $P_i$  devient  $P_r$ , pression dans le réservoir. La marche du deuxième cylindre est alors des plus simples puisqu'elle comprend une admission à  $P_r$ , une détente adiabatique jusqu'à  $P_1$ , puis une expulsion à cette dernière pression.

La présence d'un réservoir intermédiaire, excellente avec des machines à vapeur pour lesquelles la température d'évolution est relativement basse, peut devenir nuisible, avec des gaz excessivement chauds, par suite des refroidissements auxquels ils sont exposés. Aussi, il y a intérêt à éviter ce trait d'union et à faire communiquer directement les cylindres d'expulsion et de détente.

Si le cylindre de détente est alimenté par deux petits cylindres dont les manivelles sont calées sous le même angle, les explosions auront lieu à un tour de distance. Le cylindre de détente, dont le piston aura des mouvements synchrones de ceux des petits pistons, pourra être alimenté à chaque tour, tantôt par l'un, tantôt par l'autre des petits cylindres. Il serait dans ce cas à simple effet.

Avec un seul petit cylindre, il sera bon, pour éviter la marche à vide, que le piston de détente conduise un axe faisant sa rotation en deux fois plus de temps que celui du petit piston. Le cylindre de détente recevra les gaz pendant une fraction de sa course dont la durée sera égale à une oscillation simple du petit piston. Puis la détente et l'expulsion se feront, sous le grand piston, pendant les trois autres phases du petit piston.

Avec un seul petit piston conduisant un moteur à six temps, le piston de détente devra aller plus lentement encore. Le rapport des rotations des axes devra tomber à  $1/3$ . Avec deux petits cylindres d'explosion et un de détente ce rapport sera  $2/3$ .

Bref, ces combinaisons peuvent varier :

1° Suivant le nombre des cylindres d'explosion ;

2° Suivant que le ou les cylindres de détente sont à double ou à simple effet.

Remarquons que l'introduction dans le cylindre de détente se fera à la pression  $P_f$  qui devient la pression d'exhaustion dans le premier cylindre.

Il est commode d'avoir des pistons de courses égales, et, prenant la section du petit cylindre pour unité, de donner au cylindre de détente une section  $\sigma$  telle qu'au bout du temps d'une demi-rotation de l'arbre du petit cylindre le gaz ait passé dans le détendeur à la pression  $P_f$ .

Si l'on fait communiquer directement le cylindre d'explosion avec celui de détente, il faut éviter que la chambre d'explosion  $\mu\lambda$  reste remplie de gaz résiduels à une pression supérieure à  $P_1$  au moment où l'on ferme la communication entre les deux cylindres. En effet si, à ce moment, la pression  $P$  dans la chambre de compression était plus grande que  $P_1$ , il faudrait, quand commence le cycle suivant, que  $P$  retombât à  $P_1$  pour que l'admission se produisît. Cela comporterait une augmentation du volume sous le piston et, par suite, un déplacement linéaire de celui-ci. La conséquence serait que l'admission serait raccourcie précisément de cette quantité dont le piston se serait déplacé. Par suite, on diminuerait, de ce chef, la puissance de l'engin.

Pour que la pression finale dans  $\mu\lambda$  soit seulement de  $P_1$  il faut qu'au moment où l'on ferme la communication entre les deux cylindres, le piston compound soit à bout de course et que le gaz remplissant son cylindre et la chambre  $\mu\lambda$  soit à la pression  $P_1$ . En appelant  $\lambda L$  le volume du cylindre compound, il faut que l'on ait :

$$P_1 (\mu\lambda + \lambda L)^\gamma = (\mu\lambda + \lambda)^\gamma P_f$$

ou

$$P_1 (\mu + L)^\gamma = (\mu + 1)^\gamma P_f$$

puisque la détente est adiabatique.

D'autre part, les mouvements doivent être synchrones et il est bon d'alimenter le cylindre de détente au moyen de deux cylindres d'explosion que l'on mettra alternativement en communication avec lui.

Quels sont les avantages du *compoundage* dans les moteurs à gaz ?

En examinant les conditions générales de marche, nous avons vu que l'emploi du moteur à quatre temps est avantageux avec une forte compression, ce qui diminue  $P_f$  à la fin du troisième temps.

Cette compression, qui engendre  $P_2$ , provoque l'augmentation de  $P_3$  à la fin de l'explosion, lorsque le rapport  $\frac{P_3}{P_2}$  diminue. Par suite  $T_3$  augmente. Il en résulte, dans la pratique, un échange de calorique plus considérable avec les parois, car les gaz sont à une température plus élevée. La température des parois étant maintenue constante, cet échange de calorique est fonction de l'écart de la température des gaz et de celle des parois.

Il y a donc là une cause nouvelle pour altérer  $P_f$  et  $T_f$ .

L'adjonction d'un cylindre compound est avantageuse lorsque la pression  $P_f$  reste assez élevée. Les conditions *théoriques* comportant l'adjonction d'un cylindre de détente au cylindre d'explosion à quatre temps seraient donc les suivantes :

1° Utiliser complètement les gaz résiduels en arrivant à abaisser la pression finale dans la chambre de compression jusqu'à la pression limite ;

2° Diminuer la compression durant le deuxième temps pour ne pas abaisser  $P_f$  et restreindre la perte par les parois par suite de la moindre valeur de  $T_3$ .

Remarquons que ces conditions sont purement théoriques, car si le compoundage promet un rendement meilleur, il ne le réalise pas nécessairement, par suite des difficultés qui en entourent le fonctionnement.

Dans les machines *sans chambres de compression* on est débarrassé des perturbations résultant de la présence de ces espaces et l'on a une facilité plus grande pour établir et supprimer les communications entre les cylindres dont le synchronisme n'est plus nécessaire.

Pour suivre le diagramme en  $P V$  correspondant, considérons la figure 17. Nous y traçons l'admission AB du petit cylindre, la compression BC, l'explosion FD, puis la détente adiabatique DE. Les pressions  $P_1 P_2 P_3 P_f$  ont les mêmes significations que dans le cas général.  $T_1 T_2 T_3 T_f$  sont les températures correspondantes.

Au point E, au lieu de laisser l'échappement se faire brusquement, on produit l'expulsion à  $P_f$  et le travail est représenté par :

$$\text{aire FDEF} - \text{aire ABCA}$$

Provoquons dans le cylindre de détente l'admission FE à la prés-

sion  $P_f$  égale à l'exhaustion  $ET$ , puis détendons adiabatiquement de  $E$  en  $G$  à la pression  $P_1$ . La température deviendra  $T_e$ , puisque  $T_e$  a été

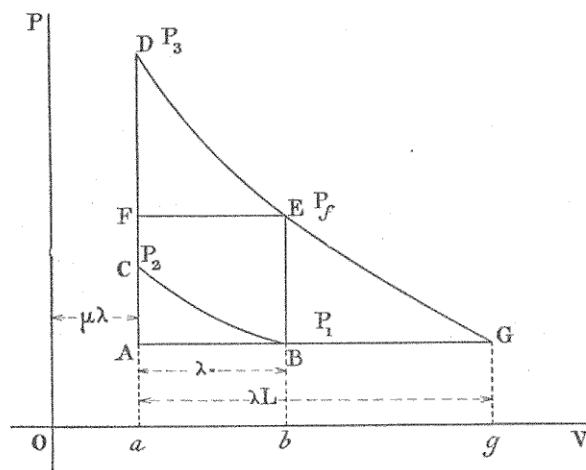


Fig. 17.

précisément définie : la température que prennent les gaz à  $T_f$  sous  $P_f$  quand la pression devient adiabatiquement  $P_1$ . L'expulsion a lieu à  $P_1$  suivant  $GA$ .

Le travail est représenté par

$$\text{aire AFEGA} = \text{aire ACBA} + \text{aire BCFEGB}.$$

Le travail total est égal à la somme des aires correspondant à chaque cylindre. Donc :

$$\mathfrak{C} = \text{aire FDEF} + \text{aire BCFEGB} - \text{aire BCDGB}$$

Les valeurs de  $P_2P_3P_f$ , de  $T_2T_3T_fT_e$  ont déjà été calculées.

$$P_2 = \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma} P_1 \quad T_2 = \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma - 1} T_1$$

$$P_3 = nP_2 = n \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma} P_1 \quad T_3 = nT_2 = n \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma - 1} T_1$$

$$P_f = nP_1 \quad T_f = nT_1$$

$$\mu + L = (\mu + 1) n^{\frac{1}{\gamma}} \quad T_e = T_1 n^{\frac{1}{\gamma}}$$

en posant :

$$\lambda L = AG$$

Le travail  $\mathfrak{E}'$  dans le petit cylindre a pour expression, *dans le cas ordinaire* :

$$\mathfrak{E}' = \frac{R}{\gamma-1} (n-1) T_1 \left[ \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

et correspond à l'aire BCDEB.

En y ajoutant le compoundage, on augmente le travail de l'aire BEGB et la courbe EG est une adiabatique. En désignant par  $\mathfrak{E}''$  le travail caractérisé par cette aire, on a :

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}'' &= \frac{R}{\gamma-1} (T_f - T_e) - \lambda (L-1) P_1 \\ \mathfrak{E}'' &= \frac{R}{\gamma-1} T_1 \left( n - n^{\frac{1}{\gamma}} \right) - \lambda (L-1) P_1 \\ &= \frac{nR}{\gamma-1} T_1 \left[ 1 - \left( \frac{1}{n} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] - \lambda (L-1) P_1 \end{aligned}$$

Le travail total

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}' + \mathfrak{E}''.$$

Or, nous savons que lorsque  $\mu$  diminue, la compression augmente et que  $\mathfrak{E}'$  augmente en même temps que  $n$  diminue.

D'autre part,  $T_e$  diminue en même temps que  $n$ , puisque  $T_e = T_1 n^{\frac{1}{\gamma}}$  et  $L$  est une fonction de  $\mu$  assez facile à établir.

En effet :

$$\begin{aligned} L &= (\mu+1) n^{\frac{1}{\gamma}} - \mu \\ n &= \frac{P_3}{P_2} = 1 + \frac{TVR}{P_1 \lambda} \frac{\mu^{\gamma} - 1}{(\mu+1)^{\gamma}} \end{aligned}$$

comme nous l'avons établi plus haut.  $T$  est une constante et  $R$  la caractéristique des gaz.

On a donc tous les éléments pour suivre les variations de  $\mathfrak{E}''$ .

Il est évident que l'aire BEG est d'autant plus faible que BE, c'est-à-dire  $P_f$ , est moindre. Il y a là une simple étude de fonction qui n'a point pour nous d'intérêt immédiat.

Si l'on voulait introduire une représentation entropique, on verrait qu'il ne s'agit que de variations adiabatiques, à volume constant (explosion) et à pression constante (expulsion et admission), par suite le diagramme aurait des formes connues. Bien entendu le cycle n'est point fermé, puisqu'il n'est pas réversible.

## III. — MOTEURS A COMBUSTION

**Cycle des moteurs à combustion.** — Dans le moteur à explosion, le mélange tonnant est introduit sous le piston et sa transformation brusque est provoquée à un moment quelconque. L'explosion a été supposée *instantanée*, c'est-à-dire qu'elle a dû se produire avant que le piston n'ait eu le temps de se déplacer. Elle a donc eu lieu à volume constant.

Dans le moteur à combustion, il en est tout autrement. Au fur et à mesure que les gaz sont introduits sous le piston, ils sont brûlés, de telle façon que la pression reste constante. Le cycle correspond au diagramme de la figure 18.

L'aspiration des gaz a lieu dans un cylindre à part, à la pression  $P_1$ , suivant AB. Le mélange admis est comprimé adiabatiquement suivant BC et expulsé suivant CD, à la pression  $P_2$ .

Les gaz comprimés sont admis dans le cylindre d'explosion à la pression  $P_2$  et leur combustion a lieu sous cette même pression. L'admission, évidemment égale à l'exhaustion du compresseur, est représentée par DC. La combustion produit une augmentation de volume qui fournit le point E sur la ligne de pression  $P_2$ .

A partir de ce moment, la combustion est complète et il y a détente adiabatique EF; puis, le piston étant à fond de course, la pression en F, qui est  $P_2$ , tombe à  $P_1$  dès qu'on ouvre l'échappement, et l'expulsion a lieu suivant GA à la pression  $P_1$ .

A titre de desideratum, il est convenable de régler la marche de la machine de façon que F coïncide avec G ou en diffère de très peu.

**Eléments du cycle.** — En supposant aux cylindres des sections égales à l'unité, nous prendrons les notations suivantes :

AG, course du piston =  $\lambda$ ;

AB, longueur de l'admission dans le compresseur =  $w_1$ ;

DC, longueur de l'admission dans le cylindre de combustion =  $w$ ;

DE =  $l$ .

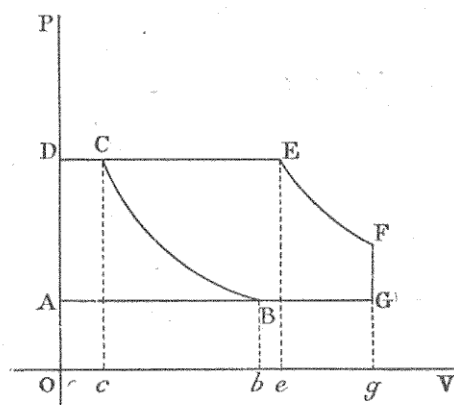


Fig. 18.

Nous avons défini les pressions  $P_1 P_2 P_f$ . Nous désignerons par  $T_1 T_2$  et  $T_f$  les températures correspondantes.

Voyons à évaluer les éléments inconnus, en remarquant que  $P_1$  et  $P_2$  sont des données,  $P_1$  étant généralement la pression atmosphérique.

La compression des gaz de la pression  $P_1$  à la pression  $P_2$  comporte :

$$P_1 w_1^\gamma = P_2 w^\gamma$$

et

$$T_1 w_1^{\gamma-1} = T_2 w^{\gamma-1}$$

ce qui donne :

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{w_1}{w} \right)^\gamma$$

et

$$T_2 = T_1 \left( \frac{w_1}{w} \right)^{\gamma-1} = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Lorsque nous avons étudié la dissociation sous pression constante, nous avons montré comment calculer la température finale d'un mélange se dissociant et absorbant entièrement la chaleur développée par cette transformation.

Il est évident que, partant de cette donnée, on peut calculer la température finale que prendraient les gaz, si certains éléments d'entre eux se recombinaient sous pression constante et, de plus, il est facile de tenir compte de la présence de gaz inertes. Il y a là un problème de physique, bien modeste, sur lequel il est inutile d'insister. Bref, l'observation permet de calculer la température  $T_3 = T_2 + T'$  à la fin de la combustion et  $T'$  est une donnée qui dépend de la nature du mélange introduit.

$$T_3 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + T'$$

La relation générale des gaz fournit les relations :

$$P_2 w = RT_2$$

$$P_2 l = RT_3 = R(T_2 + T') = R \left[ T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + T' \right]$$

c'est-à-dire :

$$\frac{l}{w} = \frac{T_3}{T_2}$$

en supposant (*nous avons affaire à des gaz parfaits*) que la caractéristique du gaz reste la même avant et après la transformation.

A partir de E on a une détente adiabatique, c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} P_2 l^\gamma &= P_f \lambda^\gamma \\ T_2 l^{\gamma-1} &= T_f \lambda^{\gamma-1}. \end{aligned}$$

En G la température a pour valeur  $T_e$  et on sait que :

$$\frac{T_e}{T_f} = \left( \frac{P_1}{P_f} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Si l'on veut que F et G coïncident, il faut évidemment  $P_1 = P_f$  et alors  $T_e = T_f$ . La relation

$$P_2 l^\gamma = P_f \lambda^\gamma$$

devient :

$$P_2 l^\gamma = P_1 \lambda^\gamma$$

ou

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\lambda}{l} \right)^\gamma$$

Mais on a déjà trouvé :

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{w_1}{w} \right)^\gamma$$

Il faut donc avoir :

$$\frac{w_1}{w} = \frac{\lambda}{l}.$$

**Evaluation du travail.** — Si nous nous reportons au diagramme de la figure 18, nous voyons que le travail développé dans le cylindre de combustion est représenté par l'aire ADEFGA et que le travail de combustion est figuré par la surface ABCDA. Donc  $\mathfrak{C}$ , le travail, est égal à la différence de ces deux aires :

$$\mathfrak{C} = \text{BCEFGB} = cCEe + eEFg - gGBb - bBCc$$

Or l'aire  $cCEe$  représente le travail suivant CE, c'est-à-dire  $P_1(l-w)$ . L'aire  $eEFg$  correspond au travail adiabatique suivant EF, c'est-à-dire à  $\frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_f)$ ; de même on a pour  $gGBb$  le terme  $(\lambda - w_1)P_1$  et pour  $bBCc$  le facteur  $\frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_1)$ . On en conclut :

$$\mathfrak{C} = \frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_f) + P_1(l-w) - \frac{R}{\gamma-1}(T_2 - T_1) - (\lambda - w_1)P_1.$$

Cette expression s'étudie exactement comme celles que nous avons établies pour les moteurs à explosion et il est facile d'en déduire le rôle joué par la compression.



**Représentation entropique.** — La représentation entropique est facile à établir. En effet le cycle de combustion ne comporte que des évolutions adiabatiques ou des variations à pression constante.

L'admission AB, l'expulsion CD, l'admission DC et l'exhaustion GA ont lieu à pression et à température constantes. Donc elles ont lieu à entropie constante. Par suite ces termes sont représentés par des points dans le diagramme entropique.

Pour les adiabatiques, on a une droite parallèle à l'axe des températures puisque, durant ces variations, l'entropie ne change pas.

Pour la transformation CE, la pression reste la même, mais le volume et la température varient. Il s'ensuit une modification de l'entropie, ce qui a lieu suivant une courbe logarithmique.

Il en résulte donc un diagramme facile à construire tout comme dans le cas des moteurs à explosion. Il ne faut pas oublier que, le cycle n'étant pas réversible, le diagramme entropique n'est point fermé.

Nous n'avons rien de nouveau à ajouter sur le rendement générique du cycle qui s'établirait comme dans les cas précédents. Remarquons seulement que la chaleur dégagée l'est à pression constante et a pour expression  $C(T_3 - T_2)$  ou  $CT'$ .

#### IV. — MOTEURS ATMOSPHÉRIQUES

**Principe du moteur atmosphérique.** — Le moteur dit atmosphérique constitue un cas très particulier des moteurs à gaz. Ici la force motrice n'est plus empruntée directement à l'agent explosif, mais celui-ci intervient pour créer un régime tel qu'une dépression se produise sous le piston qui est ramené à son point de départ par la pression ambiante.

Voici comment on réalise ce cycle (fig. 49).

Dans le cylindre on introduit un mélange de gaz tonnants à une pression qui est généralement la pression atmosphérique  $P_a$ . Nous représentons par AB la longueur de cette admission.

A ce moment la détonation a lieu, *instantanément et à volume constant*, et la pression monte de B en C devenant  $P_2$ .

Le piston, dans la marche avant, est rendu libre de toute liaison avec le mécanisme. On produit à cet effet une sorte de déclenchement qui le rend indépendant. Sous l'influence de la détente des gaz, il est lancé comme un projectile, se déplace dans la direction OV et la pression diminue sous le piston.

En vertu de la vitesse acquise, le piston dépasse le point *d* pour lequel, en D, la pression est égale à la pression atmosphérique et il vient jusqu'en *e*, point pour lequel la pression est  $eE = P_f$  et on a  $P_f < P_a$ .

A partir de ce moment le piston, au moyen d'un embrayage *ad hoc*, est rendu solidaire du mécanisme.

Les gaz sous le piston se refroidissent, soit par rayonnement, soit au contact d'un réfrigérant, et la pression atmosphérique ramène le piston en arrière, c'est-à-dire dans la direction VO.

A la fin de ce retour, il y a compression de F en G, puis expulsion de G en A.

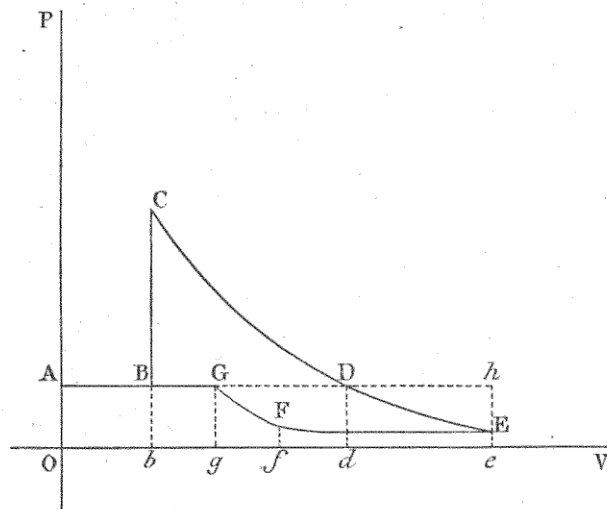


Fig. 19.

Puis le cycle recommence et le piston redevient libre pendant sa course avant pour mener à nouveau le mécanisme durant son retour en arrière.

La machine atmosphérique a été fort en vogue à un moment déterminé et le dispositif comportait un cylindre vertical. Aujourd'hui la faveur dont jouissait cette machine a fort diminué et nous n'en parlerons qu'assez brièvement.

**Phase de détente.** — Si l'on se reporte à la figure 19, en supposant un cylindre vertical, nous voyons que, sous l'influence de l'explosion, le piston se déplace vers la droite de la figure (tout en se mouvant verticalement car notre mode de représentation est purement conventionnel). Il convient de diviser son mouvement en deux périodes, l'une de  $b$  en  $d$ , l'autre de  $d$  en  $e$ ,  $D$  étant le point où la courbe de détente coupe la ligne de pression atmosphérique  $AD$ . Durant la première période la pression sous le piston est supérieure à la pression atmosphérique  $P_a$ .

Si l'on tient compte du poids du piston, le point  $D$  sera celui où la

pression atmosphérique, augmentée de celle due au poids du piston, fait équilibre à la pression du gaz. Soit  $P'_a$  cette valeur. Jusqu'à ce moment, le piston s'est mu en vertu de l'impulsion due à l'énergie du gaz.

Pendant un temps infiniment petit  $d\theta$  on peut admettre que les gaz tendent à s'écouler avec une vitesse définie par  $\frac{w^2}{2g} = EC(T - T'_a)$ .

$T$  désigne la température actuelle des gaz et  $T'_a$  la température qu'ils prendraient à la pression  $P'_a$ .

Mais, d'autre part, le piston est animé d'une vitesse  $W$ , et cette vitesse subit une accélération tant que la cause motrice existe. Il est vrai que cette cause diminue d'intensité et que l'accélération n'étant pas constante, la vitesse  $W$ , tout en augmentant, n'augmente pas uniformément. C'est là du reste un problème de balistique fort connu.

Quand le piston arrive en  $d$ , les rôles sont intervertis. La pression intérieure devient moindre que  $P'_a$  et l'ensemble des résistances (pression atmosphérique, poids du piston et aussi frottements) prédomine.

Néanmoins, le piston, en vertu de la vitesse acquise, monte jusqu'en  $e$ , en créant une dépression au-dessous de lui.

Durant la première période  $bd$ , les gaz sous le piston ont développé le travail représenté par l'aire  $bCDd$ ; la pression atmosphérique, résistante, correspond au travail  $bBDd$ . Donc l'aire  $BCDB$  représente le travail (frottements à part) nécessité par l'élévation du piston.

De même durant la deuxième période  $de$  on a :

Travail positif des gaz = aire  $dDEe$ ;

Travail négatif de l'atmosphère = aire  $dDhe$ .

Donc l'aire  $DheD$  représente le travail négatif du piston.

Théoriquement et abstraction faite de tout frottement, les aires  $BCBD$  et  $DhED$  devraient être égales, et par suite  $de$  serait assez grand par rapport à  $bd$ . Hâtons-nous de dire que, dans la pratique, il est bien loin d'en être ainsi.

**Phase de retour.** — Lorsque le piston revient en arrière, on le rend solidaire du mécanisme dont il provoque le mouvement. Par suite, ce deuxième temps a une durée notablement plus grande que celle du premier.

Cette phase motrice est assez obscure.

Les gaz achèvent de se refroidir, non plus adiabatiquement mais par contact ou rayonnement. Leur régime est varié et est approximativement représenté (fig. 49) par la courbe  $EFG$ . Il importe d'ouvrir l'exhaustion dès que la pression sous le piston a atteint la valeur  $P'_a$ . Ce régime de retour n'est ni adiabatique ni isotherme, mais il est facile de voir que le travail produit est la différence des aires comprises entre l'axe des abscisses et la ligne de pression  $P'_a$ , d'une part, et la courbe  $EFG$  d'autre part.

Du reste nous nous bornons à mentionner les difficultés que comporte ce cas pour lequel mieux vaut l'observation que la théorie.

## V. — MOTEURS ROTATIFS

**Moteurs rotatifs.** — Les formules de la thermodynamique n'impliquent point une forme spéciale du récipient; aussi sont-elles générales. Le système de représentation seul peut gagner à être changé avec le type dont nous allons parler.

Les moteurs rotatifs proprement dits sont constitués par un piston se déplaçant circulairement autour d'un axe, dans une capacité aménagée à cet effet, capacité dont le contour est généralement engendré par une ligne plane, dont le plan contient l'axe de révolution, et tournant autour de cet axe. Si de grands progrès ont été réalisés dans l'exécution des moteurs à cylindre, la construction des moteurs rotatifs à gaz est encore dans l'enfance. Aussi serons-nous assez bref à ce sujet.

Le cas intéressant est celui qui comporte :

- 1° Une admission avec ou sans compression préalable ;
- 2° Une explosion suivie de détente ;
- 3° Un échappement suivi d'une exhaustion.

C'est le cas de la machine à cylindre, à deux temps, et le seul que nous examinerons.

Prenons la figure 20. Soit OA la position du piston à l'origine; ce piston tourne autour de O. Admettons qu'il se déplace de OA en OB et que l'admission cesse pour la position OB. Alors a lieu l'explosion, suivie de détente adiabatique, et ici deux cas peuvent se présenter :

Ou bien la détente s'arrête en OC, à une pression supérieure à la pression atmosphérique;

Ou bien elle va jusqu'en un point OD où elle atteint la pression atmosphérique.

Dans le premier cas, l'expulsion se fait de C en A, dans le sens des aiguilles d'une montre; dans le second elle a lieu de D en A.

Il faut bien faire attention que notre figure, toute théorique, n'implique rien au sujet de la forme de la cavité ni du mécanisme de commande. Les espaces se ferment et s'ouvrent par un système quel-

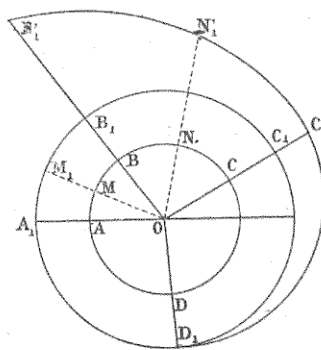


Fig. 20.

conque. Nous matérialisons seulement la position des phases, sans nous inquiéter de leur mode de production.

Soit  $\omega$  la vitesse angulaire, et  $\theta$  le temps, compté à partir de OA.

A un instant quelconque, l'angle décrit sera  $\omega\theta$ . le volume engendré sera fonction de  $\frac{\omega\theta\overline{OA}^2}{2}$ , c'est-à-dire de  $\frac{1}{2}\omega\theta r^2$  en posant  $OA = r$ .

Si  $OA = r$  est le rayon du centre de gravité de l'aire génératrice de surface  $\sigma$ , le volume engendré sera  $V = \frac{1}{2}\sigma\omega r^2\theta$ . Dans toutes nos formules on devra remplacer  $V$  par  $\frac{1}{2}\sigma\omega r^2\theta$  et la variable sera  $\theta$ . Donc aucune de nos conclusions ne changera.

Les variations de pression sont faciles à suivre.

De A en B on a la pression  $P_1$ . Si  $AM = \omega\theta$  et si on prend  $OM_1 = \sigma P_1$  on voit que le point M décrit un arc de cercle de  $A_1$  à  $B_1$ .

Dans la période de détente  $PV^\gamma = P_0V_0^\gamma$

ce qui nous donne :

$$P \left( \frac{1}{2} \sigma \omega r^2 \theta \right)^\gamma = P_1 \left( \frac{1}{2} \sigma \omega r^2 \theta_1 \right)^\gamma$$

et, en divisant par

$$\left( \frac{1}{2} \sigma \omega r^2 \right)^\gamma$$

il nous reste :

$$P \theta^\gamma = P_0 \theta_0^\gamma$$

Il est à remarquer que si la loi de détente était  $PV^K = P_0V_0^K$  on aurait aussi  $P\theta^K = P_0\theta_0^K$ .

On a donc  $P = (P_0\theta_0^\gamma)\theta^{-\gamma}$  dans le cas adiabatique.

$P$  décroît régulièrement quand  $\theta$  augmente.

En  $B_1$ , au moment de l'explosion, la pression passe de  $P_1$  à  $P_2$ ; le volume reste  $\frac{1}{2}\sigma\omega r^2\theta_1$ . Il est facile de calculer  $P_2$  en fonction de  $P_1$  ainsi que  $T_2$  en fonction de  $T_1$ .

De  $B'_1$  à  $C'_1$  il y a détente. En  $C'_1$  la température  $T_f$  correspond à la pression  $P_f$  et le volume est  $\frac{1}{2}\sigma\omega r^2\theta_f$ .

$\theta_f$  est une donnée de la machine et nous savons calculer  $P_f$  et  $T_f$ .

La formule

$$PV = RT \quad \text{devient} \quad \frac{1}{2}\sigma\omega r^2\theta P = RT$$

ou

$$P\theta = R'T \quad \text{en posant} \quad \frac{2R}{\sigma\omega r^2} = R'$$

En  $C'_1$  la pression redevient égale à  $P_1$  et de  $C'_1$  on passe en  $C_1$ .

A partir de ce moment l'expulsion a lieu à pression constante et est figurée par l'arc  $C_1A_1$ .

Pour un point  $N_1$  on a  $P_2\theta_1^\gamma = P\theta^\gamma$ .

Si  $P$  peut prendre la valeur  $P_1$ , c'est-à-dire si  $N'_1$  peut venir en  $D_1$ , on aura :

$$P_2\theta_1^\gamma = P\theta^\gamma$$

ou

$$\theta = \theta_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Soit  $\theta'$  le temps qu'il faut pour accomplir une révolution. Cette condition sera possible si la valeur ainsi trouvée  $\theta$  est inférieure à  $\theta'$ .

On devra avoir :

$$\theta_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} < \theta'.$$

Si l'autre face du piston est en contact avec l'atmosphère, son travail sera figuré par le cercle  $OA_1$ .

Le travail extérieur développé par le gaz est  $\int PdV$ .

$$dV = \frac{1}{2} \omega \pi r^2 d\theta$$

et

$$PdV = \frac{1}{2} \omega \pi r^2 P d\theta.$$

Donc :

$$\int PdV = \frac{1}{2} \omega \pi r^2 \int P d\theta,$$

expression de même forme que celles que nous avons déjà trouvées.

**Turbo-moteurs.** — Nous ne mentionnons ici cette classe de moteurs que pour mémoire. Malgré le succès de la turbine de Laval comme machine à vapeur, nous ne croyons pas qu'on ait encore obtenu des résultats bien sérieux en appliquant les explosions à la marche d'appareils basés sur le même principe ou un principe analogue.

Il est entendu que nous parlons de *moteurs à explosion*.

Si, au moyen de détonations successives, on alimentait un réservoir de gaz à température et à pression très élevées, et si on actionnait une turbine de Laval ou un turbo-moteur au moyen de ces gaz, on rentre-rait dans le cas de la machine actionnée par la vapeur. Le réservoir servirait en quelque sorte de chaudière, et le fonctionnement de l'engin serait assuré dans les mêmes conditions.

Mais ce moteur emprunterait son énergie à un gaz ayant déjà détoné, et ne serait pas un véritable *moteur à explosion* puisque la détonation aurait lieu à l'extérieur du mécanisme.

## CHAPITRE V

### CORRECTIONS A APPORTER AUX CYCLES THÉORIQUES

#### SOMMAIRE

Écarts entre le régime réel et le régime théorique. — De la chambre de compression. — De l'influence des parois. — Périodes d'admission et d'exhaustion. — La détonation n'est point instantanée. — Régime de l'explosion. — Régime de propagation de l'explosion. — Importance d'une bonne explosion. — Représentation graphique de la phase d'explosion. — Représentation graphique de l'échappement. — Forme du cylindre. — Théorie de M. Jules Deschamps. — Variation du rendement d'après M. Deschamps. — Insuffisance de la théorie pure.

**Écarts entre le régime réel et le régime théorique.** — Dans tout ce qui précède, nous avons supposé un cas idéal, impossible à réaliser, mais permettant, par sa simplicité même, de suivre la succession des phénomènes que nous devons maintenant analyser de plus près.

Pour caractériser notre marche idéale, nous avons supposé :

- 1° Des gaz parfaits,
- 2° Une explosion instantanée,
- 3° Une chute de pression également instantanée à la fin de la détente utile,
- 4° Des évolutions adiabatiques.

Or aucune de ces hypothèses n'est vérifiée dans la pratique.

Tout d'abord on n'a point affaire à des gaz parfaits. Nous avons vu :  
1° que les équations simples telles que  $PV = RT$  devaient être remplacées par les formules plus complètes de Clausius, Van der Waals, Sarrau ou par d'autres;

2° que les coefficients de dilatation et que les chaleurs spécifiques des gaz ne sont point des constantes.

Nous avons même calculé la forme de la courbe adiabatique en tenant compte des variations des coefficients jusqu'alors supposés fixes.

Cette étude, du reste toute théorique, puisque les irrégularités de marche apportent de nouvelles perturbations, a été jointe aux questions de thermodynamique et nous y renvoyons le lecteur.

Envisageant plus étroitement le côté pratique de la question, nous devons mettre en relief quelques facteurs dont l'importance est capitale.

Nous n'avons tenu compte qu'assez sommairement de l'influence de la chambre de compression dans le régime d'admission.

Nous n'avons même pas mentionné les variations de pression pouvant tenir à l'étranglement des orifices : dépression pendant l'aspiration, compression durant l'expulsion.

En même temps que nous supposons des marches adiabatiques nous supposons que la détonation coïncidait avec la fin d'un temps et était instantanée.

Or cela n'arrive pas.

La présence de la chambre d'explosion a une influence sur le régime.

Les parois du cylindre absorbent et cèdent de la chaleur suivant les cas.

La section des orifices d'admission et d'exhaustion n'est pas sans influence sur la marche du moteur dont la *vitesse* doit entrer en ligne de compte.

La détonation n'est point instantanée.

Il y a avance à l'explosion (ou à l'allumage), et aussi à l'échappement.

Nous allons examiner successivement l'importance de ces divers facteurs de façon à compléter l'esquisse qui nous a servi de point de départ.

**De la chambre de compression.** — Nous avons déjà vu quelle était l'influence de cette chambre de compression sur la température *initiale*, c'est-à-dire sur la température à la fin du premier temps. Nous conserverons les mêmes notations :  $\mu\lambda$  sera la chambre de compression supposée cylindrique et de même diamètre que le cylindre qu'elle prolonge, la section étant égale à l'unité. Le cylindre, de longueur  $\lambda$ , aura par suite le volume  $\lambda$ .

Les produits admis, de volume  $\lambda$  à la température  $T_i$ , se mélangent aux gaz résiduels, de volume  $\mu\lambda$  à la température  $T_e$ , pour donner le volume  $\lambda(\mu + 1)$  à la température  $T_1$ .

Cela suppose un mélange intime et pour ainsi dire instantané des gaz, ce qui est loin d'être exact.

Serrons de plus près l'analyse du phénomène, d'après une méthode que nous avons publiée dans les *Annales des Mines* (t. XX, 1901).

Après chaque période, c'est-à-dire au moment qui suit l'expulsion des gaz, si le régime est régulier, *et nous devons le supposer, faute de quoi tout calcul serait illusoire*, nous retrouvons une situation identique : la chambre de compression est remplie de gaz brûlés, volume toujours le même, toujours à la même température et à la même pression.

Imaginons que, pendant l'admission, on puisse isoler ces gaz rési-



duels de ceux qu'on introduit. Les premiers seront à la température  $T_e$ , les seconds à la température  $T_1$ .

Lorsque la compression se produit, admettons que ces deux masses se compriment isolément et sans se mélanger.

Prenons (fig. 21), sur l'axe des volumes, une longueur  $OA = \lambda$  course du piston, et soit  $M$ , une position quelconque telle que  $OM = x$ . Prenons  $OB = \mu\lambda$ , longueur qu'aurait la chambre d'explosion, si elle était

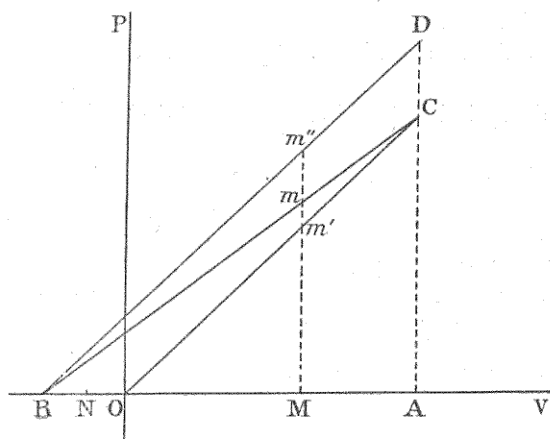


Fig. 21.

cylindrique et de diamètre égal à celui du cylindre. Soit  $P$  la pression pour la position du piston considérée.

Désignons par  $N$  un point tellement choisi que  $BN$  représente le volume des gaz résiduels comprimés; par suite  $NM$  sera celui des gaz tonnants. On a donc :

$$P(BN)^{\gamma} = P_1(BO)^{\gamma}$$

$$P(MN)^{\gamma} = P_1(OA)^{\gamma}$$

ou, en divisant et extrayant les racines  $\gamma$  :

$$\frac{BN}{MN} = \frac{BO}{AO} = \frac{\mu\lambda}{\lambda} = \mu.$$

Le rapport des volumes occupés par les deux masses gazeuses reste constant.

Prenons (fig. 21)  $AC = OA$ , puis  $AD = AB$ , et menons les lignes  $OC$ ,  $BD$  et  $BC$ .

La parallèle à l'axe des pressions, menée en  $M$ , coupe ces droites en  $m'$ ,  $m$  et  $m''$ .

Dans les triangles semblables  $Bmm''$  et  $BCD$ , on a :

$$\frac{mm''}{CD} = \frac{Bm}{CB}.$$

Dans les triangles semblables,  $BmM$  et  $BAC$ , on a :

$$\frac{Bm}{BC} = \frac{Mm}{CA};$$

par suite :

$$\frac{mm''}{CD} = \frac{Mm}{CA} \quad \text{ou} \quad \frac{mm''}{Mm} = \frac{CD}{CA} = \mu$$

puisque :

$$AC = \lambda \quad \text{et} \quad AD = (\mu + 1) \lambda.$$

D'après la construction  $OA = AC$ , donc  $Mm' = OM$ .

De même  $Mm'' = MB$ . Par suite :  $Mm = MN$ .

Les volumes des deux masses gazeuses, pour une position  $M$  du piston, s'obtiendront en construisant les droites  $BD$ ,  $OC$  et  $BC$ , et en menant en  $M$  la perpendiculaire à  $OV$ .

Ce sont les longueurs  $Mm$  et  $mm''$ .

Le volume des gaz tonnants est égal à :

$$Mm' + m'm = Mm.$$

Or :

$$Mm' = x \quad \text{et} \quad m'm'' = CD = BO = \mu\lambda,$$

On voit que :

$$mm' = m'm'' - mm''$$

et

$$mm'' = \mu (mM) = \mu (Mm' + mm').$$

Donc :

$$mm' = \mu\lambda - \mu (x + mm');$$

d'où :

$$mm' = \frac{\mu(\lambda - x)}{\mu + 1}.$$

Par suite :

$$Mm = Mm' + mm' = x + \frac{\mu(\lambda - x)}{\mu + 1} = \frac{x + \mu\lambda}{\mu + 1}.$$

Pour  $x = \lambda$ , cette expression prend pour valeur  $\lambda$ .

Pour  $x = 0$ , elle devient  $\lambda \frac{\mu}{\mu + 1}$ .

Lorsque la compression est terminée, les gaz tonnants ont la pression  $P_2$  et la température  $T_2$ . Les gaz résiduels ont la pression  $P_2$  et la température  $T'_2$ .

Théorie des moteurs à gaz.

Supposons qu'instantanément, sans changer de volume, la masse tonnante déflagre.

La température devient  $T_3$  et la pression  $P_3$ , puis cette masse se détend, refoulant les gaz résiduels. La pression commune devient  $P'_3$ . La première masse gazeuse prend une température  $T'_3$  et la deuxième une température  $T''_3$ .

Que sont devenus les volumes ?

A la pression  $P_2$ , les deux tranches gazeuses étaient refoulées dans la chambre de détonation occupant des volumes toujours dans le rapport  $\mu$ .

$$\text{Volume des gaz tonnants} = \frac{\lambda\mu}{1+\mu}$$

$$\text{Volume des gaz résiduels} = \lambda\mu - \frac{\lambda\mu}{1+\mu} = \mu \frac{\lambda\mu}{1+\mu}$$

Quand l'explosion a lieu, la pression est multipliée par  $n$ .

Donc  $P_3 = nP_2$  et nous savons calculer  $n$  pour un régime donné.

Puis les gaz tonnants se détendent de  $nP_2$  à  $P'_3$ , comprimant les gaz résiduels de  $P_2$  à  $P'_3$ .

Soit  $y$  le volume occupé, à ce moment, par les gaz qui viennent de détoner. Les gaz résiduels comprimés, par suite de l'expansion des précédents, occuperont l'espace  $\mu\lambda - y$ . On aura donc :

$$P_2 \left( \mu \frac{\lambda\mu}{\mu+1} \right)^\gamma = P'_3 (\mu\lambda - y)^\gamma$$

$$P_3 \left( \frac{\lambda\mu}{\mu+1} \right)^\gamma = P'_3{}^\gamma;$$

d'où, en divisant membre à membre :

$$\frac{P_2}{P_3} \mu^\gamma = \left( \frac{\mu\lambda - y}{y} \right)^\gamma$$

et comme :

$$P_3 = nP_2 \quad \mu = \frac{\mu\lambda - y}{y} n^{\frac{1}{\gamma}} \quad \text{ou} \quad \mu n^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{\mu\lambda - y}{y};$$

c'est-à-dire que les volumes occupés ne sont plus dans le rapport  $\mu$ , mais dans le rapport  $\mu n^{\frac{1}{\gamma}}$  ou  $\frac{\mu}{n^{\frac{1}{\gamma}}}$  plus petit que  $\mu$  puisque  $n$  est plus grand que l'unité.

Lors du mouvement en avant du piston, la détente a lieu et les volumes des deux masses initiales restent dans le rapport  $\mu n^{\frac{1}{\gamma}}$ .

On pourrait trouver ces volumes à chaque instant (fig. 21), en construisant les trois droites OC, BD et BC, telles que  $AC=OA$  et que  $OB=CD=OA \times \mu n^{\frac{1}{\gamma}}$  car  $OA=\lambda$ .

A la fin de la course, au moment où l'exhaustion commence, les gaz résiduels occupent l'espace  $\lambda \mu n^{\frac{1}{\gamma}}$ . L'échappement leur permet de reprendre leur volume primitif et leur température initiale, car nous supposons toujours expressément un régime adiabatique.

En résumé, on a :

*Travail résistant* = compression du mélange tonnant et des gaz résiduels de  $P_1$  à  $P_2$ .

*Travail moteur* = détente des gaz de  $P'_3$  à  $P_f$ .

Il est à remarquer que les gaz résiduels ne restituent pas intégralement le travail absorbé par leur compression totale. On les comprime mécaniquement de  $P_1$  à  $P_2$  et, durant ce temps, le rapport de leur volume à celui du mélange tonnant est  $\mu$ . Après la détonation, une partie de l'énergie développée est utilisée pour les comprimer de  $P_2$  à  $P'_3$ .

S'ils restituaient l'énergie employée, ils devraient se détendre de façon à revenir à leur volume primitif lorsque le troisième temps se termine.

Mais, après la compression due à l'expansion qui suit la détonation, le rapport de leur volume à celui de l'autre masse est  $\mu n^{\frac{1}{\gamma}}$  et, à la fin de la détente, ils occupent le volume  $\mu \lambda n^{\frac{1}{\gamma}} \frac{1+\mu}{1+\mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$  sous la pression  $P_f$ . Ils ne reprennent leur volume primitif que *parce qu'il y a échappement*.

Voyons maintenant à évaluer les éléments que nous nous sommes borné à dénommer.

Au début de la période, la pression est  $P_1$ . Les gaz tonnants sont à la température  $T_1$ , tandis que les gaz résiduels sont à la température  $T_e$ . Les premiers ont pour volume  $\lambda$ , les seconds occupent l'espace  $\mu \lambda$ .

La compression ramène ces volumes respectivement à :

$$\frac{\lambda \mu}{\mu + 1} \quad \text{et} \quad \mu \frac{\lambda \mu}{\mu + 1}$$

La pression est  $P_2$ , telle que :

$$P_1 \lambda^\gamma = P_2 \left( \frac{\lambda \mu}{\mu + 1} \right)^\gamma$$

Donc :

$$P_2 = \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^\gamma P_1 \quad \text{ou} \quad \frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^\gamma$$

Quant à la température  $T_2$ , elle résulte des relations :

$$P_1 \lambda = RT_1$$

$$P_2 \frac{\lambda \mu}{\mu + 1} = RT_2;$$

d'où l'on tire :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \frac{\mu}{\mu + 1}$$

En remplaçant  $\frac{P_2}{P_1}$  par sa valeur, il vient :

$$T_2 = T_1 \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma-1}.$$

En appelant  $T_2$  la température prise par les gaz résiduels, on aurait de même :

$$T_2 = T_c \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma-1}.$$

Après la détonation :

$$P_3 = n P_2 = n \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma} P_1.$$

Quant à  $T_3$ , puisque le volume est constant :

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} = n.$$

Donc :

$$T_3 = n T_2 = n \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma-1} T_1.$$

Cherchons maintenant  $P'_3$ .

Après l'expansion des gaz qui viennent de détoner, les masses gazeuses sont dans le rapport  $\frac{1}{\mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$ , et la somme de leurs volumes est  $\mu \lambda$ , c'est-à-dire que les produits de la détonation occupent le volume  $\frac{\mu \lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$  tandis que les gaz résiduels sont comprimés dans  $\frac{\mu^2 \lambda n^{\frac{1}{\gamma}}}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$ .

Or les gaz occupant le volume  $\frac{\mu \lambda}{\mu + 1}$  se détendent jusqu'au volume  $\frac{\mu \lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$  et la pression passe de  $P_2$  à  $P'_3$ .

Donc :

$$P_3 \left( \frac{\mu\lambda}{\mu+1} \right)^\gamma = P'_3 \left( \frac{\mu\lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)$$

Par suite en se rappelant que :

$$P_2 = \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^\gamma P_1 \quad \text{et que } \frac{P_2}{n} = P_2.$$

on a :

$$\begin{aligned} P'_3 &= P_3 \left( \frac{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}{1 + \mu} \right) = \frac{1}{n} P_3 \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu + 1} \right)^\gamma \\ &= P_2 \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu + 1} \right)^\gamma = P_1 \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right)^\gamma \end{aligned}$$

On trouvera aussi :

$$\frac{T'_3}{T_3} = \left( \frac{\frac{\mu\lambda}{\mu+1}}{\frac{\mu\lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}} \right)^{\gamma-1} = n^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu + 1} \right)^{\gamma-1}$$

Or :

$$T_3 = n \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\gamma-1} T_1$$

Il en résulte, en substituant :

$$T'_3 = n^{\frac{1}{\gamma}} \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right)^{\gamma-1} T_1$$

Quant à  $T''_3$  on le déduira de  $T'_2$  en remarquant que le volume passe de  $\mu \frac{\lambda\mu}{\mu+1}$  à  $\mu n^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\mu\lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$ .

On écrira :

$$\frac{T''_3}{T'_2} = \left( \frac{\mu \frac{\lambda\mu}{\mu+1}}{\mu n^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\mu\lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu + 1} \right)^{\gamma-1}$$

mais :

$$T'_2 = T_e \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^{\gamma-1}$$

et définitivement on trouve :

$$T'_3 = T_c \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right)^{\gamma-1}$$

Enfin la détente a lieu et, à fond de course, les volumes des deux masses gazeuses sont toujours dans le rapport  $\mu n^{\frac{1}{\gamma}}$ , le volume total étant  $\lambda(\mu + 1)$ .

Les gaz récemment brûlés occupent donc le volume  $\frac{\lambda(\mu + 1)}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$  et les

autres ont le volume  $\mu n^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\lambda(\mu + 1)}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$ .

La première masse passe du volume  $\frac{\mu\lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$  au volume  $\frac{\lambda(\mu + 1)}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$  en prenant la température  $T_f$  et la pression  $P_f$ .

On a donc :

$$P'_3 \left( \frac{\mu\lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{\gamma} = P_f \left( \frac{\lambda(\mu + 1)}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{\gamma} \quad \text{ou} \quad P_f = P'_3 \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma}$$

et en remplaçant  $P'_3$  par sa valeur trouvée plus haut :

$$P_f = P_1 \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu + 1} \right)^{\gamma}$$

On a aussi :

$$\frac{T_f}{T'_3} = \left( \frac{\frac{\mu\lambda}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}}{\frac{\lambda(\mu + 1)}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma-1}$$

Si nous remplaçons  $T'_3$  par son expression en fonction de  $T_1$ , nous trouvons :

$$T_f = n^{\frac{1}{\gamma}} T_1 \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu + 1} \right)^{\gamma-1}$$

Quant à la température  $T_f$  des gaz résiduels, elle résulte de l'éga-

lité :

$$\frac{T_f}{T_3} = \left( \frac{\frac{\mu\lambda}{\mu n^{\frac{1}{\gamma}}}}{\frac{\lambda(1+\mu)}{1+\mu n^{\frac{1}{\gamma}}}} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{\mu}{\mu+1} \right)^{\gamma-1}$$

Or :

$$T_3 = T_e \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right)^{\gamma-1}$$

Donc :

$$T_f = T_e \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu+1} \right)^{\gamma-1}$$

L'exhaustion se produit et nous la supposons instantanée. Les gaz résiduels se détendent jusqu'au volume  $\lambda\mu$ , reprenant la température et la pression initiales, tandis que les gaz brûlés s'échappent partiellement. Leur expulsion est complétée par le retour du piston en arrière.

Venons-en maintenant à l'expression du travail.

Si l'on veut évaluer l'aire comprise entre l'axe des V et la courbe que l'on obtient en prenant les volumes pour abscisses et les pressions pour ordonnées, on sait qu'on arrive à l'expression  $\int P dV$  entre les limites considérées.

Si l'équation de la courbe est  $PV^\gamma = P_1V_1^\gamma$ , pour des points  $a$  et  $b$ , le travail correspondant sera figuré par l'expression :

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{1-\gamma} P_1V_1^\gamma \left[ V^{1-\gamma} \right]_a^b$$

Pour les gaz tonnants, partant du volume  $\lambda$  et de la pression  $P_1$  pour aboutir au volume  $\frac{\mu\lambda}{\mu+1}$ , à la fin de la compression, on trouve pour le travail de compression correspondant :

$$\mathfrak{E}'_c = \frac{P_1\lambda^\gamma}{1-\gamma} \left[ \left( \frac{\mu\lambda}{\mu+1} \right)^{1-\gamma} - \lambda^{1-\gamma} \right] = \frac{P_1\lambda}{1-\gamma} \left[ \left( \frac{\mu}{\mu+1} \right)^{1-\gamma} - 1 \right]$$

Pour les gaz résiduels qui passent de  $\mu\lambda$  à  $\mu \frac{\mu\lambda}{\mu+1}$ , on aura de même :

$$\mathfrak{E}''_c = \frac{\mu P_1\lambda}{1-\gamma} \left[ \left( \frac{\mu}{\mu+1} \right)^{1-\gamma} - 1 \right]$$



Par suite :

$$\mathfrak{E}_c = \mathfrak{E}'_c + \mathfrak{E}''_c = \frac{\mu+1}{1-\gamma} \lambda P_1 \left[ \left( \frac{\mu}{\mu+1} \right)^{1-\gamma} - 1 \right].$$

On peut encore écrire :

$$\mathfrak{E}_c = P_1 \lambda \frac{(\mu+1)^\gamma}{1-\gamma} \left[ \mu^{1-\gamma} - (\mu+1)^{1-\gamma} \right].$$

On arriverait au même résultat en évaluant  $\mathfrak{E}_c$  pour la masse totale passant du volume  $(\mu+1)\lambda$  au volume  $\mu\lambda$ .

Pour la détente, on part du volume  $\mu\lambda$  et de la pression :

$$P_3 = P_1 \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right)^\gamma,$$

pour aboutir au volume  $(\mu+1)\lambda$ .

Donc pour le travail de détente, on a :

$$\mathfrak{E}_d = \frac{(\mu\lambda)^\gamma}{1-\gamma} \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right)^\gamma P_1 \left[ -\lambda^{1-\gamma} (\mu+1)^{1-\gamma} + (\mu\lambda)^{1-\gamma} \right].$$

ou en simplifiant :

$$\mathfrak{E}_d = \frac{\lambda P_1}{1-\gamma} \left( \mu + n^{\frac{1}{\gamma}} \right)^\gamma \left[ \mu^{1-\gamma} - (\mu+1)^{1-\gamma} \right].$$

Comme le travail total  $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_d - \mathfrak{E}_c$  on voit que :

$$\mathfrak{E} = \frac{P_1 \lambda}{1-\gamma} \left[ \mu^{1-\gamma} - (\mu+1)^{1-\gamma} \right] \left[ \left( \mu + n^{\frac{1}{\gamma}} \right)^\gamma - (\mu+1)^\gamma \right].$$

Nous avons déjà établi que, lorsqu'on supposait un gaz homogène remplissant le cylindre et la chambre de détonation, il y avait intérêt à réduire le volume de cette dernière, c'est-à-dire à produire une compression plus forte. Du reste, la diminution de ce volume restreint la proportion de gaz résiduels et, par suite, le travail de compression, dû à l'expansion des gaz après leur explosion, c'est-à-dire le travail employé pour faire passer ces résidus de  $P_2$  à  $P_3$  en les amenant du

volume  $\mu \frac{\mu\lambda}{\mu+1}$  au volume  $\mu \frac{n^{\frac{1}{\gamma}} \lambda \mu}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}}$ .

Comme  $P_2 = P_1 \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^\gamma$ , ce travail a pour expression :

$$\mathfrak{C}' = \left( \frac{\mu+1}{\mu} \right)^\gamma \frac{P_1}{1-\gamma} \left( \mu \frac{\lambda\mu}{\mu+1} \right) \left[ \left( \frac{\mu n^{-\frac{1}{\gamma}} \lambda \mu}{1 + \mu n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{1-\gamma} - \left( \mu \frac{\lambda\mu}{\mu+1} \right)^{1-\gamma} \right]$$

ou en simplifiant :

$$\mathfrak{C}' = \frac{\mu\lambda}{1-\gamma} P_1 \left[ \left( \frac{\mu}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{1-\gamma} - \left( \frac{\mu}{1+\mu} \right)^{1-\gamma} \right].$$

Le terme entre crochets est négatif, car  $\mu+1$  est moindre que  $\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}$  ; mais le dénominateur  $1-\gamma$  est également négatif, ce qui rend  $\mathfrak{C}'$  positif.

Le travail de compression des gaz résiduels est produit :

1° Par le travail négatif du piston ;

2° Par l'expansion des gaz actifs, consécutive de la détonation.

Ce travail n'est pas intégralement restitué. S'il l'était, au moment où s'ouvre l'échappement, ces résidus auraient repris le volume  $\mu\lambda$  et la pression initiale. Or, lorsque le piston arrive à fond de course, la pres-

sion est  $P_r = P_1 \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu+1} \right)^\gamma$  ; le volume occupé est  $\mu \frac{\lambda(\mu+1)}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}$ .

C'est durant l'échappement, que nous supposons instantané, que cette masse gazeuse reprend le volume  $\mu\lambda$ . Donc l'énergie disponible au moment où commencera l'échappement est perdue, et elle correspond à la détente du gaz passant de  $\mu \frac{\lambda(\mu+1)}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}$  à  $\mu\lambda$ .

Elle a pour expression en valeur absolue :

$$\mathfrak{C}_p = \frac{1}{1-\gamma} P_1 \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu+1} \right)^\gamma \left[ \frac{\mu\lambda(\mu+1)}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}} \right]^\gamma \left[ (\mu\lambda)^{1-\gamma} - \left( \frac{\mu\lambda(\mu+1)}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{1-\gamma} \right],$$

d'où en simplifiant :

$$\mathfrak{C}_p = \frac{1}{1-\gamma} P_1 \mu \lambda \left[ 1 - \left( \frac{\mu+1}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{1-\gamma} \right] = \frac{1}{\gamma-1} P_1 \mu \lambda \left[ \left( \frac{\mu+1}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{1-\gamma} - 1 \right],$$

ou encore :

$$\mathfrak{C}_p = \frac{1}{\gamma-1} P_1 \mu \lambda \left[ \left( \frac{\mu+1}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{\gamma-1} - 1 \right].$$

Le terme entre crochets est positif, car  $\gamma - 1$  est positif, et  $n^{\frac{1}{\gamma}}$  est plus grand que l'unité. On a ainsi la valeur absolue de  $\mathfrak{C}_p$ .

Nous avons vu plus haut que le travail de compression des gaz résiduels, dû à l'expansion des gaz venant de détoner, est :

$$\mathfrak{C}' = \frac{\mu \lambda P_1}{1 - \gamma} \left[ \left( \frac{\mu}{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^{1 - \gamma} - \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{1 - \gamma} \right]$$

ce qu'on peut écrire :

$$\mathfrak{C}' = \frac{\mu \lambda P_1}{1 - \gamma} \left[ \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu} \right)^{\gamma - 1} - \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

ou en mettant  $\left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma - 1}$  en facteur :

$$\mathfrak{C}' = \frac{\mu \lambda P_1}{1 - \gamma} \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{\mu + n^{\frac{1}{\gamma}}}{\mu + 1} \right)^{\gamma - 1} - 1 \right]$$

En comparant cette expression avec la valeur de  $\mathfrak{C}_p$ , que nous venons de trouver, nous voyons que l'on a :

$$\frac{\text{Valeur absolue de } \mathfrak{C}_p}{\text{Valeur absolue de } \mathfrak{C}'} = \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma - 1}$$

Donc la valeur absolue de  $\mathfrak{C}'$  est plus grande que la valeur absolue de  $\mathfrak{C}_p$ .

Ce rapport dépend de  $\frac{\mu}{\mu + 1}$ , expression dont la valeur croît avec  $\mu$ . Il y a donc intérêt à restreindre les dimensions de la chambre de compression par rapport à celles du cylindre.

**De l'influence des parois.** — Lorsque l'on examine un moteur à gaz en fonctionnement, on est immédiatement frappé de la chaleur intense qui s'échappe au travers des parois du cylindre, et il est plus qu'évident que le régime s'éloigne notablement du mode adiabatique.

Peut-on établir théoriquement ce régime ? Le problème est bien difficile.

Les diverses parties du cylindre ne sont point à la même température, et le volume sous le piston est à chaque instant variable. Toutefois, en ménageant une circulation d'eau autour du cylindre *on peut supposer que les parois sont maintenues par cette eau à une température constante T*.

Newton a supposé que la perte de calorique était proportionnelle au temps, à l'écart des températures et à la surface de contact.

Pour un cylindre dont le piston conduit un axe animé d'une vitesse angulaire constante, le volume  $V$  est facile à exprimer en fonction du temps  $\theta$ ; on obtient une expression trigonométrique. On a donc  $V = f(\theta)$ . De même la surface correspondante qui est celle d'un cylindre variable augmentée d'un terme fixe (chambre de compression et fond du piston) aura pour valeur une autre fonction du temps:  $\varphi(\theta)$ .

En appelant  $T$  la température actuelle des gaz on devra avoir :

$$dQ = M (T - T') \varphi'(\theta) d\theta$$

$M$  étant une constante,  $(T - T')$  l'écart de température,  $\varphi'(\theta)$  la surface traversée par le calorique pendant le temps infiniment petit  $d\theta$ .

$dQ$  qui représente la chaleur perdue a du reste pour expression  $\frac{1}{R} (cVdP + CPdV)$  ou  $c dT + \frac{1}{E} PdV$ .

Nous nous bornons seulement à signaler cette formule comme intéressante, car des expériences de Dulong et Petit ont montré qu'elle était insuffisante pour représenter la réalité des faits.

**Périodes d'admission et d'exhaustion.** — Nous avons supposé que durant les périodes d'aspiration du mélange tonnant et d'expulsion des produits brûlés, la pression ne variait pas sous le piston. Or il n'en est pas rigoureusement ainsi, même en supposant l'instantanéité du phénomène d'échappement, à la fin du troisième temps.

Suivons attentivement la marche des faits.

A la fin du troisième temps l'échappement a lieu. Admettons que sa durée soit infiniment petite; la pression tombe de  $P_f$  à  $P_1$ . A partir de ce moment, le piston revient en arrière et chasse devant lui les gaz brûlés qui s'échappent par l'orifice ouvert à cet effet. En appelant  $\Sigma$  la surface du piston, et  $v$  sa vitesse, et en désignant par  $\sigma$  la section de l'orifice ouvert quand la soupape se soulève, la vitesse  $w$  des gaz à travers l'ouverture sera donnée par la relation  $\sigma w = \Sigma v$ , ou  $w = v \frac{\Sigma}{\sigma}$ . La vitesse d'échappement des gaz devrait être proportionnelle à celle du piston. Mais il n'en est pas ainsi. Le piston produit une légère compression qui est fonction de sa vitesse, laquelle passe par un maximum qui a lieu pour le milieu de la course.

Sur le diagramme (fig. 22) la courbe des pressions, au lieu d'être une droite  $A'B'$ , sera une courbe  $A'MB''$  restant au-dessous de  $A'B'$  et présentant une concavité vers l'axe des  $V$ . Cette courbe différera d'autant moins de  $A'B'$  que l'orifice d'exhaustion sera de section plus considérable.

A la fin du quatrième temps, la pression est représentée par  $OB''$ . A ce moment, on ferme l'exhaustion et on ouvre l'admission. Évidem-

ment, on pourrait s'alimenter à un réservoir de pression déterminée, supérieure à  $OB''$ ; mais souvent le cylindre reçoit les gaz, par aspiration, d'un carburateur (cas des voitures automobiles). Dans ces conditions, la pression d'admission est inférieure à  $OB''$ , et l'admission ne commence réellement que lorsque le piston, se déplaçant en avant, détermine l'aspiration à travers le carburateur.

Soit  $C$  la position du piston à ce moment (fig. 22). Il y aura eu détente

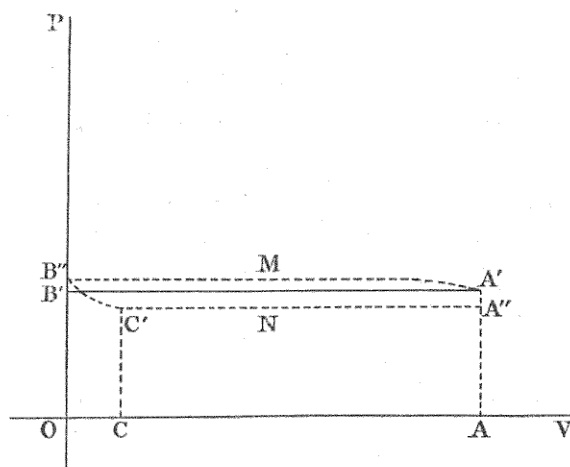


Fig. 22.

de  $B''$  en  $C'$ , et l'admission aura lieu de  $C'$  en  $A''$ , à une pression inférieure à  $OB'$  et figurée par la ligne  $C'NA''$ . Cette courbe présentera un minimum et tournera sa convexité vers l'axe de  $V$ , car la dépression créée sera variable et fonction de la vitesse du piston.

On voit quel intérêt il y a à avoir de larges orifices. De plus, si l'exhaustion est trop étroite, on augmentera la valeur de  $OB''$  et, par suite, celle de  $OC$ , c'est-à-dire que l'on raccourcira l'admission.

Si la valeur de l'orifice d'admission est trop faible, c'est sur la valeur de  $CC'$  que l'on influe. Le tracé  $C'NA''$  peut descendre notablement au-dessous de  $A'B'$  et par suite  $AA''$ , c'est-à-dire  $P_1$ , peut diminuer, ce qui constitue une circonstance défavorable. Hâtons-nous de dire que nous n'avons pas la prétention d'étudier des engins défectueux, mais seulement des machines bien construites. Dans ce cas, les tracés  $A'MB''$  et  $B''NA''$  diffèrent peu de  $A'B'$ .

L'aire  $A'MB''NA''A'$  représente le travail résistant additionnel provenant de l'étranglement des orifices.

Signalons en passant un détail intéressant :

La levée de la soupape d'exhaustion (nous supposons ce mode de

conduite) a lieu, dans l'hypothèse du cas actuel, à la fin du troisième temps. L'effort nécessaire pour la soulever est fonction de la pression  $P_f$  et de la section de l'organe. Donc une soupape mal calculée peut, ou bien provoquer une contre-pression sous le piston, si elle ouvre trop peu l'exhaustion, ou demander une force relativement considérable pour sa mise en mouvement, si son diamètre est trop grand. Quoique ce point n'ait rien à voir avec le *régime* de la machine, nous le mentionnons chemin faisant.

**La détonation n'est point instantanée.** — Venons-en maintenant à une grosse question, celle de la durée de la détonation.

Nous avons jusqu'à présent admis la concordance des *phases* et des *temps* ; mais nous devons préciser la question.

Tout d'abord définissons les expressions dont nous nous servons.

Les *temps* sont les oscillations du piston. Dans le fonctionnement du moteur qui nous occupe, il y en a quatre : deux *avant*, deux *arrière*.

Les *phases* sont les termes du régime des gaz. Elles comprennent : l'*admission*, la *compression*, l'*explosion*, la *détente*, l'*échappement* et l'*expulsion*. Il y en a donc six.

Le premier *temps* coïncide assez bien avec l'*admission* et le quatrième avec l'*expulsion*. Mais le deuxième et le troisième ne présentent pas les mêmes concordances.

L'*explosion* n'est point instantanée. Quelque soudaine qu'elle paraisse, sa durée est en rapport avec celle d'une oscillation du piston. Sa vitesse de propagation dans un milieu tonnant n'est pas extrêmement rapide et, d'après quelques expériences, elle se compterait souvent en décimètres et rarement en mètres à la seconde.

Nous allons voir combien est complexe ce régime, et, pour montrer l'importance de cette question, nous allons faire les hypothèses suivantes :

1° Prenons un moteur tournant à 1 200 tours par minute et ayant 10 centimètres de course de piston ;

2° La détonation aura lieu au début du troisième temps ;

3° Dans le mélange gazeux utilisé, la vitesse de propagation de la déflagration, sous pression constante, sera de 2 mètres par seconde.

Le moteur faisant 1 200 tours, le piston subira 2 400 oscillations par minute ou 40 par seconde. Chaque oscillation étant de 10 centimètres, la vitesse moyenne du piston sera de 4 mètres par seconde.

Le troisième temps durera  $1/40$  de seconde et le piston se déplacera de 10 centimètres. Or, dans les conditions ordinaires de l'expérimentation, la vitesse de propagation de l'explosion étant de 2 mètres par seconde, la déflagration n'aura progressé que de 5 centimètres en  $1/40$

de seconde. *Si ces chiffres étaient applicables au régime sous le piston, les gaz ne seraient qu'à moitié brûlés.*

Évidemment nos hypothèses constituent un cas défavorable et, pour parer à l'inconvénient signalé, on provoque l'explosion avant la fin du deuxième temps, c'est-à-dire pendant le retour en arrière du piston comprimant le mélange tonnant. Le piston continue sa marche en arrière pendant que les gaz détonent et augmentent de pression. Pendant le troisième temps (marche avant du piston) l'explosion se termine et la détente a lieu.

Les observations que nous venons de faire s'appliquent à l'échappement qu'il y a intérêt à ouvrir un tout petit peu avant la fin du troisième temps. Pendant le quatrième temps, cet échappement se complète.

Nous pouvons dresser le tableau de concordance suivant :

1 <sup>er</sup> temps.	{ Dépression initiale ; Admission ; Fin de l'admission ;	{ 1 <sup>re</sup> phase.
2 <sup>e</sup> temps.	{ Compression ; Avance à l'explosion ; Explosion ;	{ 2 <sup>e</sup> phase. 3 <sup>e</sup> phase.
3 <sup>e</sup> temps.	{ Détente ; Avance à l'échappement ;	{ 4 <sup>e</sup> phase. 5 <sup>e</sup> phase.
4 <sup>e</sup> temps.	{ Échappement ; Expulsion ;	{ 6 <sup>e</sup> phase.

Il y a intérêt à donner un léger retard à la fermeture de l'admission et une légère avance à l'ouverture de l'échappement. Les mouvements des gaz ne sont point instantanés, et ces deux modifications ont pour but de parer :

La première, à la dépression qui peut naître sous le piston, lors de la première marche avant ; la deuxième, à la contre-pression susceptible de se produire au début du quatrième temps.

Disons bien vite qu'une avance exagérée à l'échappement nuirait à la marche de l'appareil en raccourcissant la détente et en augmentant par suite la consommation.

**Régime de l'explosion.** — Il est intéressant d'analyser les progrès de l'explosion, puisque nous venons de nous rendre compte que la durée de ce phénomène est comparable à celle d'une oscillation du piston. Cette phase débute avant la fin du deuxième temps, c'est-à-dire avant que le piston ne soit revenu à fond de course. Pendant cette période, le volume des gaz va donc en diminuant, tandis que la combinaison des produits tonnants continue à se produire. Ces deux causes tendent à augmenter la pression et agissent dans le même sens.

Lorsque le deuxième temps est terminé, le troisième commence ; la

déflagration des gaz se poursuit, d'où tendance à augmenter la pression ; le volume croît, puisque le piston est lancé en avant, et cet effet tend à diminuer la pression.

On voit combien le phénomène est complexe.

D'autre part, les gaz sous le piston ne sont point homogènes, même en supposant constant le mélange introduit.

Au moment de l'admission, le mélange tonnant pénètre sous le piston avec une certaine vitesse, jaillissant pour ainsi dire au milieu des gaz résiduels avec lesquels il se mélange plus ou moins bien et plutôt mal que bien. Lors du retour en arrière, le piston, tout en produisant la compression, ne détermine pas un *brassage* bien intense. Il en résulte qu'au moment où l'on provoque l'explosion, si le regard pouvait pénétrer dans le cylindre, et s'il était capable de distinguer le mélange tonnant des résidus, il percevrait une distribution irrégulière, un peu semblable à celle de certains brouillards qui roulent des volutes présentant des opacités inégales. Les gaz frais et les gaz résiduels se pénètrent l'un l'autre, mélangés sur certains points, en contact seulement sur certains autres, et la température de ces diverses zones est extrêmement variable, puisqu'elle résulte du mélange irrégulier de deux masses inégalement chargées de calorique. Il est donc bien difficile de prévoir comment se propagera l'explosion.

Lorsque, au laboratoire, on étudie la combinaison brusque d'un mélange tonnant, on ne se trouve point dans des conditions identiques à celles que l'on constate sous le piston d'une machine motrice.

De plus, comme la propagation de l'explosion dans un mélange explosif est encore insuffisamment étudiée, il est difficile de présenter une analyse exacte des faits.

Il y a là un point qui sort de notre cadre, et nous renvoyons, à cet égard, à l'expérimentation.

Tout ce que nous pouvons dire est ceci : dans un régime varié comme celui que nous constatons sous le piston, la vitesse de propagation de l'explosion sera irrégulière. Mais comment variera cette vitesse ? Nous avouons que nous ne le savons guère et nous souhaitons vivement que des expériences viennent nous fixer sur ce point délicat.

Avec un mélange homogène, quel sera le régime durant l'explosion, *en supposant la pression constante* ? Si la déflagration, partant d'un point, se propageait bien régulièrement autour d'elle, sans mélange des produits brûlés avec les gaz actifs, on aurait une marche régulière et la vitesse serait fonction de la nature du mélange.

En expérimentant à diverses pressions, mais en maintenant la pression constante pour chaque expérience, on trouverait des vitesses différentes variables avec la pression.

Supposons un mélange à une pression  $p$  et provoquons l'explosion :



en un point. Une molécule d'un des gaz se combinera avec  $n$  molécules de l'autre gaz en développant une certaine quantité de chaleur qui, dans un temps  $\theta$ , atteindra les molécules voisines situées à la distance  $\delta$ , et en déterminera la combinaison. La vitesse de propagation sera connue quand on connaîtra  $\theta$ .

Si nous envisageons une pression  $P > p$ , l'explosion débutera de la même façon ; mais les molécules seront distantes de  $\delta' < \delta$  et seront atteintes en un temps  $\theta' < \theta$ . Ces molécules, étant situées à une distance plus petite du foyer initial, en recevront une action plus intense. La vitesse de propagation peut donc devenir fonction de la pression.

Sans entrer dans des considérations qui sont du domaine de la physique, nous renvoyons aux remarquables travaux de MM. Mallard et Le Chatelier et, nous bornant au cas des moteurs, nous essaierons de nous rendre compte du phénomène, en admettant que la propagation soit fonction du temps et de la pression.

**Régime de propagation de l'explosion.** — Jusqu'à présent dans les calculs que nous avons présentés, la notion du temps n'est point intervenue. L'explosion *instantanée* était supposée indépendante de la *durée*, tandis que les relations  $PV^\gamma = \text{constante}$  et  $PV = RT$  déterminaient deux des inconnues  $P$ ,  $V$  et  $T$  en fonction de la troisième.

Dès que l'on introduit la notion de la propagation de l'explosion, il n'en va plus ainsi, car, même en supposant le système immobile et résistant à l'effort développé, la transformation des gaz s'effectuerait tout de même sous le piston.

Nous conserverons les notations jusqu'ici admises et nous appellerons  $\theta$  le temps actuel. Nous supposerons une machine en régime, c'est-à-dire conduisant un arbre de vitesse angulaire uniforme et nous désignerons cet élément par  $\omega$ .

Si l'on jette les yeux sur la figure 23, dans laquelle  $OA = \lambda$  est la course du piston et  $CM$  représente la position de la manivelle, il est visible que, si l'origine des temps est en  $O$ , le déplacement du piston depuis ce moment sera :

$$Om = \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta)$$

Nous admettons que la rotation ait lieu dans le sens des aiguilles d'une montre et nous compterons le temps *zéro* lorsque  $M$  passera en  $O$ .

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  désigneront les temps à la fin de la première, de la deuxième, de la troisième et de la quatrième oscillation du piston ;  $\theta_1$  sera l'époque au début de l'explosion.

Quant à la chambre de compression, nous continuerons à désigner son volume par  $\mu\lambda$ .

Soit  $m$  une position du piston pendant la propagation de l'explosion.  $P$  désignera la pression à ce moment,  $w$  sera la vitesse de propagation de l'explosion dans le mélange tonnant considéré, *sous la pression  $un$*  et nous supposons que les gaz détonent en brûlant régulièrement par tranches successives. La vitesse de propagation à la pression  $P$  sera de forme  $MwP^m$ , du moins c'est une hypothèse qui, si elle n'a pas la consécration de l'observation directe, paraît rendre un compte assez exact des faits. Du reste nous ne préjugeons en rien de la valeur de l'exposant  $m$  qui peut être plus grand ou plus petit que l'unité.

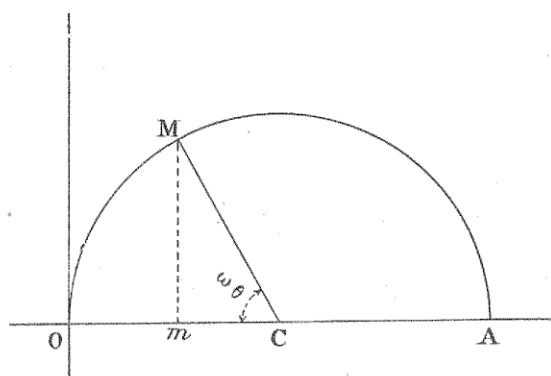


Fig. 23.

Pendant un temps infiniment petit  $d\theta$ , la propagation est  $MwP^m d\theta$  et le volume brûlé est aussi  $MwP^m d\theta$ , puisque nous supposons toujours la section du cylindre égale à l'unité.

Cette tranche qui, avant sa combustion, était à la pression  $P$ , est portée à la pression  $nP$ , sous le même volume, et nous savons que le rapport  $n$  varie avec  $P$  et diminue lorsque  $P$  augmente. Puis cette tranche se détend, en comprimant les gaz brûlés et ceux non encore brûlés, de la pression  $P$  à la pression  $P + \Delta P$ .

Tout d'abord le volume  $MwP^m d\theta$  passe au volume  $x$ , c'est-à-dire qu'on a :

$$(P + \Delta P)x^\gamma = nP (MwP^m d\theta)^\gamma$$

d'où l'on tire :

$$x = \left( \frac{nP}{P + \Delta P} \right)^{\frac{1}{\gamma}} MwP^m d\theta$$

Ensuite les gaz qui occupaient le volume existant sous le piston moins le volume  $MwP^m d\theta$  augmentent de pression en prenant le volume  $y$ .

$$(P + \Delta P) y^\gamma = P \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) - MwP^m d\theta \right]^\gamma$$

d'où :

$$y = \left( \frac{P}{P + \Delta P} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) - MwP^m d\theta \right]$$

Or  $x + y$  = volume sous le piston, c'est-à-dire :

$$(a) \quad \left( \frac{nP}{P + \Delta P} \right)^{\frac{1}{\gamma}} MwP^m d\theta + \left( \frac{P}{P + \Delta P} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) - MwP^m d\theta \right] \\ = \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta)$$

Enfin pendant le temps  $d\theta$  le volume sous le piston varie de  $dOm$

Or

$$Om = \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta)$$

donc

$$dOm = \frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta . d\theta$$

Cette variation modifie la pression  $P + \Delta P$  qui devient  $P + dP$  ; et l'on a :

$$(P + \Delta P) \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) \right]^{\gamma} = \\ (P + dP) \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) + \frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta . d\theta \right]^{\gamma}$$

on en déduit :

$$(b) \quad \left( \frac{P + \Delta P}{P + dP} \right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{\mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) + \frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta . d\theta}{\mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta)}$$

Multiplions membre à membre les équations (a) et (b), il vient :

$$\left( \frac{nP}{P + dP} \right)^{\frac{1}{\gamma}} MwP^m d\theta + \left( \frac{P}{P + dP} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) - MwP^m d\theta \right] \\ = \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) + \frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta . d\theta.$$

ce qu'on peut écrire :

$$(c) \quad MwP^{\frac{1}{\gamma}} \left( n^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) P^m d\theta + P^{\frac{1}{\gamma}} \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) \right] \\ = (P + dP)^{\frac{1}{\gamma}} \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) + \frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta . d\theta \right]$$

Développons le facteur  $(P + dP)^{\frac{1}{\gamma}}$  en négligeant les infiniment petits du deuxième degré, on trouve :

$$P^{\frac{1}{\gamma}} + \frac{1}{\gamma} P^{\frac{1}{\gamma}-1} dP.$$

Remplaçons  $(P + dP)^{\frac{1}{\gamma}}$  par cette valeur dans l'expression (c) ; on a :

$$\begin{aligned} Mw P^{\frac{1}{\gamma}} \left( n^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) P^m d\theta + P^{\frac{1}{\gamma}} \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) \right] \\ = \left( P^{\frac{1}{\gamma}} + \frac{1}{\gamma} P^{\frac{1}{\gamma}-1} dP \right) \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) + \frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta d\theta \right] \end{aligned}$$

En négligeant les termes infiniment petits du deuxième ordre, nous trouvons :

$$\begin{aligned} Mw P^{\frac{1}{\gamma}} \left( n^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) P^m d\theta = P^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta d\theta + \\ \frac{1}{\gamma} P^{\frac{1}{\gamma}-1} \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) \right] dP \end{aligned}$$

Divisons enfin par  $P^{\frac{1}{\gamma}}$  et nous obtenons :

$$\begin{aligned} (d) \quad Mw \left( n^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) P^m d\theta = \frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta d\theta + \\ \frac{1}{\gamma} \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) \right] \frac{dP}{P}. \end{aligned}$$

Telle est la relation qui relie  $P$  et  $\theta$ .

Mais il ne faut pas oublier que  $n$  et  $P$  varient en sens contraire, c'est-à-dire que  $n$  diminue quand  $P$  augmente et que  $m$  a une valeur qui peut être inférieure à l'unité.

Or, dans la pratique, il n'y a point de variation adiabatique, puisqu'il y a échange de calorique avec les parois, les facteurs  $n^{\frac{1}{\gamma}}$  et  $P^m$  variant en sens inverse et il n'y a aucune absurdité à supposer un régime pour lequel  $\left( n^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) \times P^m$  serait constant. En désignant par  $B$  le coefficient  $Mw \left( n^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right) P^m$  on peut écrire (d) de la façon suivante

$$(d) \quad \frac{dP}{P} = \gamma \frac{B d\theta}{\mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta)} - \gamma \frac{\frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta d\theta}{\mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta)}$$

Remarquons que le numérateur du dernier terme est la différentielle du dénominateur.

Intégrons depuis le début de l'explosion (époque  $\theta_1'$  et pression  $P_1'$ ) et nous aurons :

$$\mathcal{L} \frac{P}{P_1'} = B\gamma \int_{\theta_1'}^{\theta} \frac{d\theta}{\mu\lambda + \frac{\lambda}{2}(1 - \cos \omega\theta)} - \gamma \mathcal{L} \frac{\mu\lambda + \frac{\lambda}{2}(1 - \cos \omega\theta)}{\mu\lambda + \frac{\lambda}{2}(1 - \cos \omega\theta_1')}$$

Or

$$\mu\lambda + \frac{\lambda}{2}(1 - \cos \omega\theta) = V \quad \text{et} \quad \mu\lambda + \frac{\lambda}{2}(1 - \cos \omega\theta_1') = V_1'$$

Il est évident que la position pour laquelle commence l'allumage, est une donnée de la machine, c'est-à-dire que l'angle OCM correspondant (fig. 23) est connu; or  $OCM = \omega\theta_1'$ ; donc  $\omega$  étant une donnée,  $\theta_1'$  est connu et par suite le volume  $V_1'$ . On peut donc en déduire  $P_1'$ .

Notre équation devient donc :

$$(r) \quad \mathcal{L} \frac{P \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2}(1 - \cos \omega\theta) \right]^\gamma}{P_1' (V_1')^\gamma} = B\gamma \int_{\theta_1'}^{\theta} \frac{d\theta}{\mu\lambda + \frac{\lambda}{2}(1 - \cos \omega\theta)}$$

$$= \frac{B\gamma}{\lambda} \int_{\theta_1'}^{\theta} \frac{d\theta}{\mu + \frac{1 - \cos \omega\theta}{2}}$$

Pour trouver l'intégrale du dernier terme il suffit de poser  $\text{tg} \frac{\omega\theta}{2} = x$ .

On a par suite :

$$\cos \omega\theta = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

$$d(\omega\theta) = \omega d\theta = \frac{2dx}{1 + x^2}$$

En remplaçant  $\cos \omega\theta$  et  $d\theta$  par leurs valeurs sous le signe  $\int$ , on trouve :

$$\frac{\frac{2}{\omega} dx}{\mu + (\mu + 1) x^2}$$

qu'on peut écrire identiquement :

$$\frac{2\omega}{\mu} \frac{dx}{1 + \left( \sqrt{\frac{\mu+1}{\mu}} \right)^2 x^2}$$

Or ceci est la différentielle de

$$\frac{2}{\mu\omega} \sqrt{\frac{\mu}{\mu+1}} \operatorname{arc\,tg} \left( \sqrt{\frac{\mu+1}{\mu}} \right) x$$

et comme  $x = \operatorname{tg} \frac{\omega\theta}{2}$ , cette expression peut s'écrire :

$$\frac{2}{\mu\omega} \sqrt{\frac{\mu}{\mu+1}} \operatorname{arc\,tg} \left[ \sqrt{\frac{\mu+1}{\mu}} \operatorname{tg} \frac{\omega\theta}{2} \right]$$

Par suite l'équation (f) devient définitivement :

$$(g) \quad \frac{P \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) \right]^\gamma}{P'_1 (V'_1)^\gamma} = \frac{2B\gamma}{\lambda\mu\omega} \sqrt{\frac{\mu}{\mu+1}} \left[ \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{\mu+1}{\mu}} \operatorname{tg} \frac{\omega\theta}{2} - \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{\mu+1}{\mu}} \operatorname{tg} \frac{\omega\theta_1'}{2} \right]$$

Si dans l'expression ci-dessus on donne à  $\theta$  la valeur  $\theta_2$  en remarquant que  $1 - \cos \omega\theta_2 = 0$  puisque c'est la fin de la deuxième phase, on trouve la valeur de  $P$  que nous appellerons  $P'_2$ .

Pour les temps au delà de  $\theta_2$ , on doit remplacer  $\theta_1'$  par  $\theta_2$  et  $P'_1$  par  $P'_2$ .

Quant à  $V'_1$  il devient  $\mu\lambda$  qu'on peut désigner par  $V'_2$ , si l'on veut :

L'équation (g) prend la forme :

$$(g') \quad \frac{P \left[ \mu\lambda + \frac{\lambda}{2} (1 - \cos \omega\theta) \right]^\gamma}{P'_2 (V'_2)^\gamma} = \frac{2B\gamma}{\lambda\mu\omega} \sqrt{\frac{\mu}{\mu+1}} \left[ \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{\mu+1}{\mu}} \operatorname{tg} \frac{\omega\theta}{2} - \operatorname{arc\,tg} \sqrt{\frac{\mu+1}{\mu}} \operatorname{tg} \frac{\omega\theta_2}{2} \right]$$

L'équation est de forme générale pourvu que le produit  $PV$ , en dénominateur sous le signe logarithme, indique le *début de la phase dans l'oscillation considérée*.

**Importance d'une bonne explosion.** — Dans les cas défavorables, la combustion d'un mauvais mélange reste incomplète. C'est un fait d'expérience que, parfois, certains gaz résiduels, recueillis à la sortie des cylindres, lors de l'expulsion, sont encore susceptibles de détoner.

Dans de telles circonstances, il est évident que l'utilisation a été des plus mauvaises, et ce défaut se manifeste principalement dans les moteurs à mouvements ultra-rapides.

Lorsque l'allumage a lieu au fond de la chambre de détonation, *supposée cylindrique et prolongeant le cylindre moteur*, la déflagration se propage sous la forme d'une onde.

Si l'allumage a lieu sur plusieurs points convenablement répartis, l'onde générale sera l'enveloppe des ondes nées sur chaque point primitif et elle pourra être confondue avec un plan pourvu que nous soyons dans un milieu homogène.

Avec un point d'allumage unique, on devrait supposer cette onde sphérique au début, et ce n'est qu'au bout d'un certain temps qu'on pourrait confondre avec un plan l'élément sphérique, de rayon sans cesse croissant se déplaçant dans le cylindre. Mais, en imaginant plusieurs points d'allumage convenablement répartis, si l'allumage a lieu au même moment sur tous les points, et si le milieu est homogène, on pourra très vite confondre cette enveloppe avec un plan.

Comme nous l'avons vu, la phase de détonation comporte deux périodes, l'une de compression due à l'action du piston et à l'expansion du gaz, l'autre complexe, dans un espace sans cesse grandissant, par suite du déplacement positif du piston. Dans la formule générale on devra toujours spécifier le sens considéré et les limites adoptées.

Au début de l'explosion, c'est-à-dire vers la fin du deuxième temps, le piston revient vers la gauche. Par suite, l'onde se rapprochera de la face interne du piston, et l'épaisseur de la tranche gazeuse à brûler diminuera.

Après son arrivée à fond de course, le piston retourne vers la droite. Le mouvement du moteur tend à augmenter l'épaisseur de la tranche restant à transformer; mais cet effet est contre-balancé par la compression subie sous l'influence de l'expansion des gaz à chaque instant brûlés. Il importe de savoir dans quel rapport agissent, l'une vis-à-vis de l'autre, ces forces antagonistes.

Prenons comme plus haut une machine tournant à raison de 1200 tours à la minute, c'est-à-dire faisant 40 oscillations par seconde, et supposons que la course soit de 0 m. 12. La vitesse moyenne du piston sera de 4 m. 80 à la seconde; mais tantôt cette vitesse s'annulera aux extrémités de la course, tantôt elle passera par un maximum qui, en négligeant l'obliquité de la bielle, sera, à la vitesse moyenne, comme  $\pi$  est à 2. Donc la vitesse réelle du piston variera entre 0 et 7 m. 54.

Or beaucoup de mélanges brûlent avec des vitesses infiniment moindres et, bien qu'on ne devine qu'obscurément ce qui se passe sous le piston, il est permis d'affirmer, qu'à certains moments et avec de mauvais mélanges, un pareil piston va plus vite que l'onde explosive.

Il est vrai que, durant la fin du troisième temps, la vitesse du piston diminue et que l'onde regagne le terrain perdu. Mais l'expérience est là pour nous apprendre que trop souvent les gaz sont mal brûlés et nous croyons devoir insister sur ce point capital : *Proportionner la vitesse du piston à la nature du mélange employé.*

**Représentation graphique de la phase d'explosion.** — Prenons deux axes rectangulaires  $OP$  et  $OV$ . Les volumes seront les abscisses et les pressions les ordonnées (fig. 24). Dans le cas théorique, l'aspiration (1<sup>er</sup> temps) est représentée par  $AB$ , la compression par  $BC$  (2<sup>e</sup> temps), l'explosion par  $CD$ , la détente (3<sup>e</sup> temps) par  $DE$ , l'échappement par  $EB$  et l'expulsion (4<sup>e</sup> temps) par  $BA$ . Le piston oscille de  $O$  en  $b$  et de  $b$  en  $O$ .

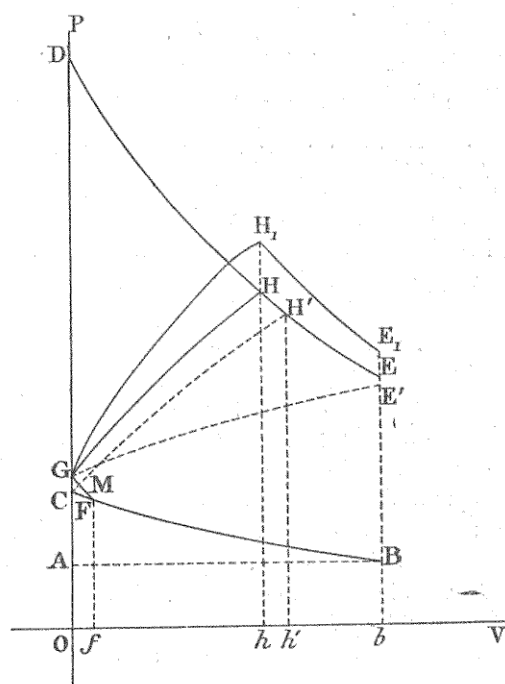


Fig. 24.

Si le commencement de la détonation a lieu pour une position  $f$  du piston, la pression sera figurée par la courbe  $FG$ , tandis que le piston se rendra de  $f$  en  $O$ .

A partir de ce moment, le piston revient à droite de  $O$  en  $h$ , position pour laquelle nous supposons la déflagration terminée. La pression variera comme la courbe  $GH$ .

A partir de cette époque la détente se fera suivant  $HE$ .

L'aire théorique  $BCDE$ , représentant le travail, est diminuée des surfaces  $CGF$  et  $GDH$ .

Le point  $H$  n'est point nécessairement sur la courbe  $DE$ .

Dans le cas adiabatique on peut faire la remarque suivante :



Lorsque la détonation commence, le piston est en  $f$  (fig. 24); les gaz occupent le volume  $\mu\lambda + Of$ . A la fin de la détonation,  $Oh$  étant l'abscisse du point H, les gaz occupent le volume  $\mu\lambda + Oh$ . Pour l'abscisse  $Oh$  appelons K le point de la courbe DE.

Dans le cas idéal, les gaz évoluent suivant FCDK.

Dans le cas considéré, ils évoluent suivant FGH.

Or, dans les deux cas, le travail extérieur est le même; c'est celui du piston conduisant un système matériel donné, et nous supposons les résistances égales, d'où identité de marche.

Quant aux variations d'énergie interne elles ne sont dues qu'au dégagement de chaleur, c'est-à-dire à la combustion d'un même poids de gaz.

Par suite les points K et H doivent coïncider sur la courbe DE.

Hâtons-nous de dire que ce raisonnement est spécieux :

1° Rien ne prouve qu'en raison des variations de pression produites sous le piston, le calorique dégagé soit le même dans les deux cas.

2° Au point de vue pratique, il importe de mettre en relief un facteur important : la cession de calorique qui est d'autant plus grande que la valeur de T augmente. Or, lorsque l'évolution a lieu suivant FGH les températures sont moindres que pour la transformation FCDH.

Il résulte de là que, pour le volume  $\mu\lambda + Oh$ , l'énergie interne du gaz doit être supérieure dans le premier cas puisque la perte a dû être moindre et la courbe partant de G doit aboutir en un point  $H_1$  situé au-dessus de H, lorsque la déflagration est terminée.

A partir de ce moment, la détente *adiabatique* se fait suivant  $H_1 E_1$ .

S'il n'y a pas *avance à l'allumage*, le point F coïncide avec C et le point  $H_1$  est rejeté vers la droite, ce qui est désavantageux.

Il va sans dire qu'une trop forte avance à l'allumage serait également néfaste car elle donnerait de l'importance au travail négatif supplémentaire représenté par l'aire FCG.

Enfin, des mélanges mal faits pourraient donner des courbes d'explosion telles que  $GE'$  (fig. 24). Cela rentre dans le cas que nous avons examiné un peu plus haut.

**Représentation graphique de l'échappement.** — En produisant une avance à l'échappement, on a pour but de remédier à l'effet désastreux que l'on déterminerait si le retour en arrière du piston était gêné par une contre-pression. L'échappement est fonction de la pression et du temps, c'est-à-dire des arcs décrits par le bouton de manivelle, et les projections (déplacements du piston) en sont d'autant moindres que ces arcs sont plus voisins des fonds de course.

L'échappement brusque se termine après le début du quatrième temps et on provoque dans le diagramme quelques modifications.

Soit ABCDE le diagramme théorique (fig. 25). Vers la fin du troisième temps, pour une position  $i$  du piston, on ouvre l'échappement. Le piston se rend de  $i$  en  $b$ ; la pression est figurée par la courbe IK. Quand le piston revient de  $b$  en  $l$ , l'échappement continue et s'achève. La pression varie comme la courbe KL.

S'il n'y a pas avance à l'échappement, celui-ci commence quand le piston est en  $b$  et la variation de pression est figurée par la courbe EL.

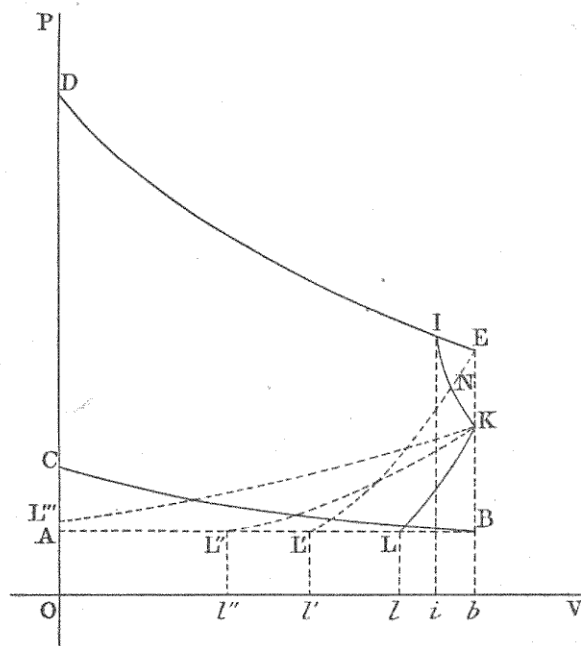


Fig. 25.

Dans le premier cas, l'aire théorique, figurant le travail, est réduite de  $IEK + BLK$ . Dans le second, cette réduction est égale à  $BEL'$  et devient plus considérable. Avec des orifices trop petits, la courbe  $KL$  pourrait devenir  $KL''$  ou même  $KL'''$  ce qui entraînerait une marche absolument défectueuse.

**Forme du cylindre.** — Nous savons maintenant combien la relation  $PV^{\gamma} = \text{constante}$  est insuffisante et nous avons vu qu'il faut lui substituer une courbe autrement définie. Les parois de l'enceinte où a lieu l'explosion échangent du calorique avec les fluides et la transformation des gaz est soumise à bien des irrégularités.

Soit (fig. 26) ABCD le cylindre et EF le piston dans une position quelconque. A ce moment, pendant un temps très court,  $d\theta$ , il y a cession (ou emprunt) de chaleur aux parois par la couche en contact avec elles. Dans cette zone EB  $eb'bb''aa'AaFf$ , la pression P devient P', par suite d'un abaissement (ou d'une élévation) de la température, résultant d'un échange de calorique entre les gaz et la paroi. Puis la masse  $a'b'ef$  se détend (ou se comprime) de P à P'', comprimant (ou comprimée par) la partie enveloppante dont la pression passe de P' à P''. Puis, quand le piston va de EF en EF', la pression, qui n'est plus P mais

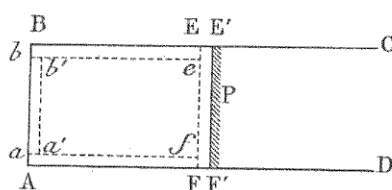


Fig. 26.

P'', peut être supposée obéir à la loi adiabatique pendant un temps infiniment petit, à la suite duquel l'échange de calorique recommence à nouveau.

Il est clair que cette perturbation sera fonction du temps pendant lequel elle peut s'exercer et que son intensité dépendra des forces mises en jeu, c'est-à-dire de la température maxima susceptible d'être réalisée au moment de l'explosion.

Pour ne pas entrer dans des considérations mathématiques trop développées, nous nous bornerons aux conditions du *cas théorique* caractérisé par la formule  $PV^\gamma = \text{Const.}$ , par l'instantanéité de l'explosion et la coïncidence des phases et des oscillations.

Rappelons que  $T_1$  est la température initiale et  $T_3$  celle de la fin de l'explosion. Nous avons vu que

$$T_3 = n \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma-1} T_1,$$

$n$  est tel que  $P_3 = nP_2$  et  $\mu$  = longueur de la chambre de détonation supposée cylindrique, de section égale à celle du cylindre, et exprimée en fonction de la longueur du cylindre.

Donc l'intensité des phénomènes d'échange de calorique, pour un mélange donné, sera fonction de  $\mu$  (puisque'elle dépend de  $T_3$ ), c'est-à-dire de la compression.

D'autre part, les quantités échangées dépendront du temps pendant lequel cet échange pourra avoir lieu, c'est-à-dire, pour un parallèle donné sur le cylindre, du temps qui s'écoulera depuis le moment où il

sera *découvert* par le piston allant vers la droite jusqu'au moment où il sera *recouvert* par le piston revenant en arrière.

Soit ABCD le cylindre (fig. 27) et EF une position du piston pour le temps  $\theta$ . Sur AB comme diamètre, décrivons un cercle de centre O. La position de la manivelle sera figurée par OM. Appelons  $\omega$  la vitesse

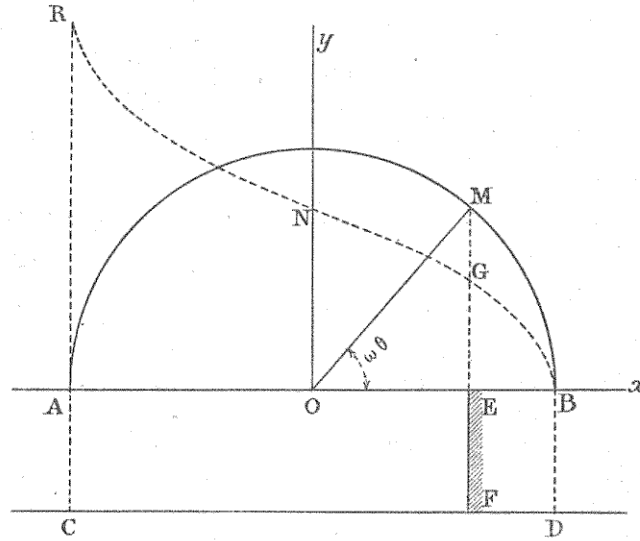


Fig. 27.

angulaire supposée uniforme. L'angle AOM a pour valeur  $\omega\theta$ . Prenons Ox et Oy pour axes. L'origine des temps coïncidera avec le départ du piston de la position B.

$$OE = x = \frac{\lambda}{2} \cos \omega\theta,$$

la vitesse du piston est  $\frac{dx}{d\theta} = -\frac{\lambda\omega}{2} \sin \omega\theta$ .

Cette vitesse, nulle au début, passe par un maximum, en valeur absolue, pour  $\omega\theta = \frac{\pi}{2}$  et s'annule de nouveau pour  $\omega\theta = \pi$ .

Le parallèle EF sera en contact avec les gaz contenus en AEFC pendant le temps que le piston mettra à aller de EF en BD et à revenir de BD en EF; or ces deux temps sont égaux.

Nous désignons par  $\theta$  le temps employé par le piston pour aller de EF en BD.

$$x = \frac{\lambda}{2} \cos \omega\theta,$$

d'où :

$$\cos \omega\theta = \frac{2x}{\lambda}.$$

et :

$$\theta = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{2x}{\lambda}.$$

Tel est le temps nécessaire pour venir de BD en EF.

Pour aller de EF en BD et revenir en EF, il faut un temps double, soit  $2\theta$ . Donc les échanges de calorique entre les parois et les gaz dépendront de  $2\theta$ , c'est-à-dire de  $\frac{1}{\omega} \arccos \frac{2x}{\lambda}$ .

En construisant une courbe d'ordonnées proportionnelles à  $\theta$ , on a BGNR, dont les tangentes, pour les positions A et B du piston, sont parallèles à Oy. Le temps pendant lequel le méridien EF sera découvert sera proportionnel à EG.

On peut se demander quelle forme il faut donner au cylindre pour une admission donnée, c'est-à-dire quel rapport il faut adopter entre le diamètre et la course.

En principe, il y a intérêt à diminuer la surface de la paroi rayonnante. Supposons toujours que la chambre de détonation soit cylindrique et de même diamètre que le cylindre. Soient  $\mu\lambda$  sa longueur et  $2\rho$  son diamètre, qui est aussi celui du cylindre.

Le fond de la chambre a une surface  $\pi\rho^2$  égale à celle du piston. Les parois de la chambre ont pour surface  $2\pi\rho\mu\lambda$  et celles du cylindre  $2\pi\rho\lambda$ .

La surface totale rayonnante est :

$$2\pi\rho^2 + 2\pi\rho\mu\lambda + 2\pi\rho\lambda.$$

Pour une admission constante, égale au volume du cylindre, on aura :  $\pi\rho^2\lambda = C = \text{constante}$ .

Par suite :

$$\lambda = \frac{C}{\pi\rho^2}.$$

En substituant dans l'expression de la surface totale, on a :

$$2\pi\rho^2 + \frac{2C(\mu + 1)}{\rho},$$

expression qu'il faut rendre minima.

Pour trouver la valeur de  $\rho$  satisfaisant à cette exigence, nous écrirons que la différentielle de cette expression est nulle. On trouve :

$$2\rho = \frac{C}{\pi\rho^2} (\mu + 1),$$

mais comme :

$$\frac{C}{\pi\rho^2} = \lambda$$

on a la relation :

$$2\rho = \lambda (1 + \mu).$$

Comme  $\mu$  est égal au rapport des volumes de la chambre de détonation et du cylindre, nous l'appellerons l'indice de compression et nous pouvons dire que, *dans un cylindre moteur à régime d'explosion, la surface rayonnante sera minima quand le rapport du diamètre à la course sera égal à l'indice de compression augmenté d'une unité.*

Dans le cas d'une chambre de forme irrégulière, cet énoncé devient défectueux.

**Théorie de M. Jules Deschamps.** — Les études relatives à la marche des moteurs à gaz sont évidemment insuffisantes. Elles permettent d'exposer les faits, de les analyser même, mais il reste une certaine difficulté dans l'interprétation exacte des phénomènes.

M. Jules Deschamps a étudié la question dans la *Revue de Mécanique* et nous relaterons ses idées, en le suivant pas à pas dans l'exposé qu'il en a fait, au moins dans les parties capitales.

Il considère une cylindrée de gaz de masse  $m$  qu'il introduit dans le cylindre à la température  $T_a$  et sous la pression  $P$ .

Par suite de l'action des parois, cette masse se modifie, à pression constante, et prend finalement le volume  $V$  du cylindre. Traçons le diagramme en  $P, V$ , et nous aurons en  $ab$  la représentation de cette modification.

Ensuite, l'admission étant fermée, les gaz évoluent sous le piston. Il y a compression, explosion et détente jusqu'au moment où on ouvre l'expulsion. Nous figurons cette évolution en  $bcd$ , sans faire aucune hypothèse sur la nature de la courbe obtenue (fig. 28).

A partir de ce moment nous avons à considérer les gaz transformés.

Supposons qu'au moment où on ouvre l'admission, on fasse communiquer le cylindre avec une enceinte extensible (telle qu'une poche de caoutchouc inaltérable au contact des gaz) destinée en quelque sorte à isoler les gaz sans modifier leur pression ni leur température. Il y a d'abord échappement et cet échappement sera adiabatique. La courbe  $ef$  le représente (fig. 28). Nous admettons, bien entendu, que les parois de l'enceinte ne puissent ni céder, ni recevoir, ni transporter de chaleur. Pendant cette détente adiabatique, la pression dans l'enceinte additionnelle variera suivant la loi de détente adiabatique, le volume de gaz étant celui du cylindre plus celui de l'enceinte. On détend ainsi jusqu'à la pression  $P$  qui reste constante à partir de ce moment.

Quand le piston refoule les gaz, il y a cession de chaleur aux parois du cylindre. Donc, de ce chef, diminution de volume et cette variation est représentée en  $fg$ . A ce moment, les gaz sont réunis dans l'enceinte

additionnelle hors du cylindre, et on les y laisse reposer un temps tel que la température devienne partout identique. Il en résulte une légère variation de volume figurée en  $gh$ . Soit  $T_h$  la température à ce moment. Réchauffons jusqu'à la température de dissociation  $T_D$  sous la pression  $P$ . La transformation correspond à  $hi$ .

Admettons qu'on puisse, à  $T_D$  et sous la pression  $P$ , transformer les gaz pour les dissocier, les recombiner et les ramener à leur état primitif. Appelons  $L_{DP}$  la chaleur latente nécessaire pour produire, cette

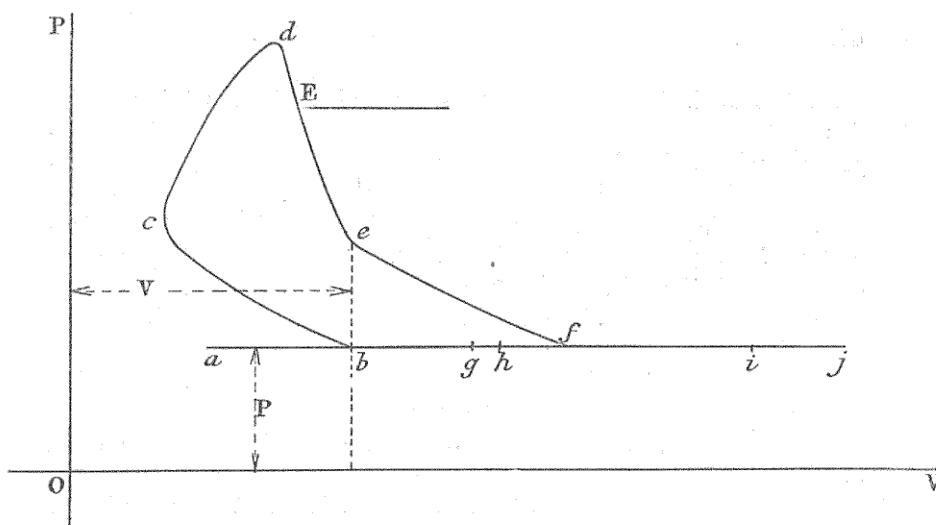


Fig. 28.

transformation, pour l'unité de poids. Pour la masse  $m$  de gaz, il faudra évidemment  $mL_{DP}$ . Le volume subit une nouvelle modification  $ij$  (fig. 28).

Enfin, refroidissons les gaz, revenus à leur état primitif, de  $T_D$  à  $T_a$ . Il est évident qu'on reviendra, sur la figure 28, au point  $a$ .

Le cycle est fermé, puisque l'état initial et l'état final sont identiques.

Quelques objections pourront être faites, mais elles sont faciles à écarter. Nous ne les envisagerons pas, ce qui nous entraînerait un peu loin, et nous renvoyons le lecteur curieux d'approfondir le problème à ce que nous avons dit plus haut au sujet de la dissociation des gaz et des variations de l'énergie interne et de l'entropie. De plus, M. Deschamps a traité la question dans la *Revue de Mécanique*, en même temps que les travaux de MM. Poincaré et Gibbs l'ont assez complètement élucidée.

Nous prendrons avec M. Deschamps les notations suivantes :

$\bar{\epsilon}$ , travail développé sous le piston, représenté par l'aire *bedeb* (fig. 28).

$\tau$ , travail représenté par l'aire *befb* et développé dans l'enceinte additionnelle.

Q, chaleur absorbée par les parois du cylindre.

C<sub>1</sub>, chaleur spécifique des gaz, sous pression constante, avant la combustion.

C<sub>2</sub>, chaleur spécifique des gaz, sous pression constante, après la combustion.

Appliquons au cycle total l'équation de Mayer. La somme du travail fourni, évaluée en calories, et des chaleurs dégagées est nulle.

Il est évident que  $\frac{1}{E}\bar{\epsilon} + \frac{1}{E}\tau + Q$  représente la chaleur absorbée par les parois et par le travail, E étant l'équivalent mécanique de la chaleur.

L'explosion n'est qu'une transformation de l'énergie interne. Il n'y a donc aucun échange de calorique avec l'extérieur à ce moment. De même, pour la variation *gh*.

La variation *hi* est évidemment :

$$-m \int_{T_h}^{T_D} C_2 dT$$

La transformation *ij* comporte l'absorption :

$$-m L_{DP}$$

Enfin, le refroidissement (sous la forme primitive) de *j* en *a* nécessite :

$$-m \int_{T_D}^{T_a} C_1 dT$$

Par suite, on a :

$$\frac{1}{E}\bar{\epsilon} + \frac{1}{E}\tau + Q - m \int_{T_h}^{T_D} C_2 dT - m L_{DP} - m \int_{T_D}^{T_a} C_1 dT = 0.$$

Remarquons que

$$\begin{aligned} -m \int_{T_h}^{T_D} C_2 dT - m \int_{T_D}^{T_a} C_1 dT &= -m \int_{T_h}^{T_D} C_2 dT + m \int_{T_a}^{T_h} C_2 dT \\ &= -m \int_{T_a}^{T_h} C_2 dT - m \int_{T_D}^{T_a} C_1 dT = -m \int_{T_a}^{T_D} C_2 dT + m \int_{T_a}^{T_D} C_1 dT + m \int_{T_a}^{T_h} C_2 dT \end{aligned}$$



Ou enfin :

$$-m \int_{T_h}^{T_0} C_2 dT - m \int_{T_0}^{T_a} C_1 dT = -m \int_{T_a}^{T_0} (C_2 - C_1) dT + m \int_{T_a}^{T_h} C_2 dT.$$

Mais

$$\int_{T_a}^{T_0} (C_2 - C_1) dT$$

est une quantité connue quand on se donne P et  $T_a$ . Nous l'appellerons N et l'équation générale deviendra :

$$\frac{1}{E} \mathfrak{C} + \frac{1}{E} \tau + Q - m L_{DP} - mN + m \int_{T_a}^{T_h} C_2 dT = 0$$

Le travail  $\mathfrak{C}$  dépend donc d'une quantité positive  $mL_{DP} + mN$  comprenant la chaleur latente de combustion et un terme dépendant uniquement de la nature des gaz et des conditions de l'expérience, et d'une quantité négative dans laquelle entrent la perte aux parois, le travail disponible dans les gaz évacués et la chaleur disponible encore renfermée dans ces gaz après leur expulsion et leur complète détente.

Cette équation peut prendre une autre forme. Désignons par  $L_{AP}$  la chaleur latente de combustion du mélange tonnant, à la pression P et à la température  $T_a$ . On a évidemment :

$$\frac{1}{E} \mathfrak{C} + \frac{1}{E} T + Q - m L_{AP} + m \int_{T_a}^{T_h} C_2 dT = 0$$

Pour étudier le rendement d'un moteur, M. Deschamps compare la quantité  $\frac{1}{E} \mathfrak{C}$  avec la chaleur latente du combustible employé. Il désigne par  $\Lambda_{AP}$  la quantité de chaleur qui serait mise en liberté à la pression P et à la température  $T_a$  par l'unité de masse du combustible, *si la combustion était complète*, c'est-à-dire si la transformation engendrait les composés les plus exothermiques.

$\Lambda_{AP}$  diffère de  $L_{AP}$ , car cette dernière quantité se réfère à la transformation réellement effectuée, tandis que la première correspond à la transformation la plus avantageuse.

En divisant la précédente équation par  $\Lambda_{AP}$  on a donc l'expression

du rendement :

$$\frac{1}{E} \frac{\tau}{m \Lambda_{AP}} = \frac{L_{AP}}{\Lambda_{AP}} - \frac{\frac{1}{E} \tau + Q + m \int_{T_a}^{T_h} C_2 dT}{m \Lambda_{AP}}$$

le premier terme du second membre sera d'autant plus voisin de l'unité que la combustion sera plus complète.

Pour la discussion de cette expression, nous renvoyons au mémoire original de M. Deschamps.

**Variations du rendement, d'après M. Deschamps.** — Supposons d'abord un moteur sans perte ni gain de chaleur aux parois et dans

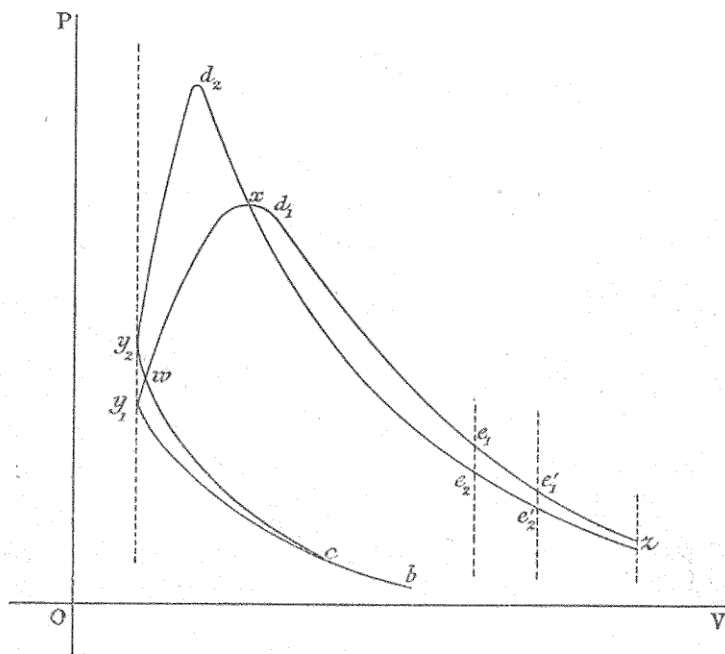


Fig. 29.

lequel tous les éléments de marche restent constants. Modifions avec M. Deschamps un de ces éléments, l'avance à l'allumage.

Les diagrammes de la figure 29 montrent ce qui se passe. Ils ont la partie commune *bc*. L'un est *bcy<sub>1</sub>d<sub>1</sub>e<sub>1</sub>*, l'autre *bcy<sub>2</sub>d<sub>2</sub>e<sub>2</sub>*. Les courbes de détente seront supposées des adiabatiques une fois la combustion terminée.

Envisageons un point  $z$ , situé assez loin pour que la différence des ordonnées soit infiniment petite, ce qui implique un prolongement suffisant de la course du piston.

Puisqu'il n'y a pas échange de calorique avec les parois, le travail extérieur, représenté par les deux diagrammes, sera le même et la différence des surfaces comprises entre les courbes est nulle.

En effet, en  $c$  les deux gaz sont dans le même état. En  $z$ , si  $z$  va à l'infini, l'identité existera à nouveau. Dans ces deux transformations semblables, la somme des chaleurs perdues et du travail fourni est la même. Les chaleurs perdues étant nulles, le travail doit être le même dans chaque cas.

Sans que  $z$  aille à l'infini, il peut être suffisamment loin pour que les différences soient négligeables.

M. J. Deschamps en conclut :

I. — *Dans deux diagrammes correspondant à un même moteur, relatifs au même mélange gazeux, introduit à la même pression et à la même température, mais brûlé dans des conditions différentes, les courbes superposées des diagrammes se rencontrent toujours.*

II. — *Lorsque la combustion est terminée, les courbes de détente des deux diagrammes ne peuvent plus se rencontrer.*

III. — *Au delà d'une détente suffisante pour que la combustion soit terminée, le travail effectué est d'autant plus grand que la pression à l'échappement est plus petite.*

IV. — *Plus la détente est grande, moins la différence entre le travail de ces deux diagrammes est grande, et, quand la détente est poussée suffisamment loin, les conditions de la combustion sont indifférentes au point de vue du rendement.*

Si l'on veut tenir compte de la perte aux parois, on se trouve en présence d'une pénurie de données à laquelle on ne peut guère suppléer pour le moment. Le régime est insuffisamment observé et l'analyse est complètement désarmée, réduite qu'elle est à formuler des *a priori*, dont il faut du reste bien souvent se défier.

Néanmoins M. Deschamps a pu présenter les lois suivantes :

I. — *Quand, dans un moteur, on considérera deux diagrammes obtenus avec le même mélange gazeux, et qui différeront parce que le mode de combustion sera modifié, les autres conditions, notamment celles relatives au refroidissement des parois, restant constantes, ainsi que l'état initial des gaz, les courbes de ces deux diagrammes superposés se couperont nécessairement, s'ils sont suffisamment prolongés pour que la combustion soit complète.*

II. — *Lorsque, dans un moteur fonctionnant dans des conditions identiques, deux mélanges gazeux de même composition, ayant brûlé d'une*

*façon différente, ont fourni deux diagrammes, les courbes de détente naturelle de ces deux diagrammes, c'est-à-dire celles qui prolongent le diagramme lorsque la combustion est terminée, ne peuvent se rencontrer.*

III. — *Il n'est pas exact de dire que, plus la combustion est faite rapidement, se rapprochant de la combustion à volume constant, meilleur est le rendement. Ce sera d'autant moins exact que l'influence des parois sera plus grande.*

IV. — *Quand la détente est poussée suffisamment loin, dans un moteur, les conditions de la combustion n'importent au rendement qu'autant qu'elles réduisent les pertes aux parois.*

Pour la discussion de ces propositions et l'établissement de leur légitimité, nous renvoyons à la *Revue de mécanique* et à la brochure de M. Jules Deschamps : *Les Grands Moteurs à gaz*, à la fin de laquelle se trouve sa *Théorie des Moteurs à gaz*.

Remarquons seulement qu'on ne doit établir aucune confusion entre le *rendement* et la *puissance*, non plus qu'entre les moteurs à longue détente du type fixe, utilisant parfois des gaz pauvres, et les engins à grande vitesse, alimentés avec des hydrocarbures, et que l'on affecte pour les transports automobiles.

**Insuffisance de la théorie pure.**— Si l'on voulait s'en tenir à des considérations purement mathématiques pour établir le plan d'un moteur à gaz, on s'exposerait à de graves mécomptes.

Nous nous heurtons en général à deux sortes de causes d'erreur. La première est l'insuffisance des observations et des expérimentations, l'autre est la divergence qui existe entre la réalité des faits et la conséquence des hypothèses admises.

Pour faire face à l'insuffisance des données physiques, il n'y a qu'à procéder à des études plus approfondies, soit que des expériences soient entreprises par des laboratoires déjà existants, soit que des personnalités ou des associations, intéressées au développement de l'industrie des moteurs à gaz, entreprennent des recherches de tous points désirables. Cette double tendance existe et nous ne pouvons que nous en féliciter. Aussi espérons-nous beaucoup des efforts qui sont tentés en ce moment et qui, nous l'espérons, seront couronnés de succès.

Quant au second facteur, la subordination trop complète de la pratique à la théorie, il est susceptible, lui aussi, d'engendrer des perturbations. L'analyse est une arme délicate, qu'il faut manier avec précaution pour ne pas manquer le but, faute de quoi on s'expose aux railleries de l'assistance.

Terminant ici ces considérations générales nous verrons dans le chapitre suivant à en tirer quelques conclusions pratiques que nous comparerons aux résultats de l'expérience.

## CHAPITRE VI

### EXAMEN PRATIQUE DU RÉGIME DES MOTEURS

#### SOMMAIRE

- I. COMBUSTIBLES. — Divers combustibles utilisés. — Gaz d'éclairage. — Gaz pauvres. — Gaz des hauts fourneaux. — Température de combustion. — Pétrole. — Emploi des pétroles. — Alcool. — Acétylène. — Matières auxiliaires. — Régime de la détonation.
- II. CONDITIONS DE MARCHÉ. — Conclusions à tirer des calculs établis. — De la vitesse du piston. — Pression à l'échappement. — Influence des parois. — Avances des phases. — Combustion. — Des régénérateurs. — Représentation des cycles. — Pertes totales dans les moteurs à gaz.
- III. DE L'INERTIE DES PIÈCES EN MOUVEMENT. — Effort exercé sur le piston par les pièces oscillantes. — Variations de l'effort sur le bouton de manivelle, dues à l'action des pièces oscillantes. — Des trépidations. — Variations de la vitesse. — Diagramme d'un moteur.
- IV. DE L'ÉTABLISSEMENT DES MOTEURS. — Calcul des moteurs. — Puissance des moteurs. — Conclusion.

L'examen mathématique auquel nous venons de nous livrer nous a déjà permis de tirer quelques conclusions qui nous montrent dans quelle voie doivent être cherchées les solutions les plus avantageuses. En partant des principes posés par la physique et des résultats que nous avons constatés, nous allons observer directement la marche des moteurs dans le but de voir quels sont les liens qui relient la théorie à la pratique et dans quels cas celle-là est limitée par celle-ci.

Nous avons tout d'abord à envisager la *question des combustibles*, mais nous ne le ferons que très rapidement car cette étude sortirait un peu de notre cadre. En effet le combustible, et par conséquent son mode d'action, font partie des données sur lesquelles on se base pour établir la théorie d'un moteur. Nous ne dirons donc dans ce chapitre que ce qu'il est utile de connaître ou d'envisager en vue des applications aux machines à gaz.

Ensuite nous aborderons l'examen des conditions de marche, c'est-à-dire que nous aurons à associer la théorie et la pratique pour déterminer les lignes de fonctionnement les plus avantageuses.

Enfin nous terminerons en indiquant comment peut s'établir un moteur et quels sont les essais auxquels il convient de le soumettre.

## § I. — COMBUSTIBLES

**Divers combustibles utilisés.** — Il y a lieu, dans la plupart des cas, d'établir une distinction entre l'alimentation des machines fixes et celle des moteurs destinés à la propulsion d'un véhicule. Nous n'avons pas à nous en préoccuper pour le moment puisque nous examinerons successivement les différents combustibles en recherchant leurs propriétés et leur valeur absolue, sans nous inquiéter pour le moment de la façon de les employer.

Dans un centre industriel ou dans une ville, on pourra demander au *gaz d'éclairage* l'énergie dont on a besoin. Dans d'autres cas, on aura recours soit au gaz d'eau, soit à des gaz pauvres que l'on fabriquera soi-même en installant des gazogènes convenables pour distiller de la houille, du bois, des matières organiques... Une usine sidérurgique empruntera sa force motrice aux gaz des hauts fourneaux, et, dans certains pays privilégiés (Chine, Caucase, Pensylvanie) les émanations du sol pourront parfois fournir un combustible presque gratuit.

Enfin on s'adressera aux pétroles, à l'alcool, à l'acétylène, aux gaz comprimés, etc., pour leur emprunter le calorique nécessaire à la mise en marche du mécanisme.

Lorsque nous parlons de gaz comprimés nous ne parlons, bien entendu, que de *gaz combustibles*, puisque nous n'envisageons que les moteurs à explosion. Il est donc entendu que nous n'avons pas à considérer l'acide carbonique liquide, non plus que tout autre gaz inerte sous quelque forme que ce soit.

De même nous n'avons point à nous inquiéter du dispositif des organes, soit qu'il s'agisse de machines fixes dotées d'une répartition commode du mécanisme, soit qu'on vise des moteurs destinés aux voitures automobiles, et auxquels l'espace est parcimonieusement mesuré.

**Gaz d'éclairage.** — Le gaz d'éclairage, qui provient de la distillation de la houille, est un mélange de divers éléments dont les proportions varient constamment et dépendent du combustible, de la charge, de la température, de la pression, etc. De plus, les diverses phases de la distillation ne sont point identiques, si bien que la constance absolue du mélange est tout à fait illusoire.

Toutefois le gaz oscille autour d'une composition moyenne et voici une analyse se rapportant à une prise d'essai faite à Paris :

	Volumes.	En poids.
Hydrogène. . . . .	50,1	8,8
Oxyde de carbone . . . . .	6,3	15,6
Azote . . . . .	2,7	6,7
Gaz des marais . . . . .	33,1	47,3
Éthylène. . . . .	5,8	14,4
Acide carbonique . . . . .	1,5	5,8
Oxygène. . . . .	0,5	1,4
	<hr/> 100,0	<hr/> 100,0

On trouve encore, dans le gaz d'éclairage, de la vapeur d'eau, de l'acétylène, de l'azote, de l'acide sulfhydrique, etc.

Il peut y avoir intérêt à connaître la composition d'un gaz avant de l'admettre dans un moteur. La réalisation de ce desideratum conduit à des recherches fort délicates, mais voici un procédé assez simple pour arriver à une connaissance approximative et suffisante du mélange.

L'oxygène est absorbé par un pyrogallate alcalin, l'oxyde de carbone par le chlorure cuivreux acide. Une dissolution de brome dans le bromure de potassium s'empare de l'éthylène, mais les vapeurs de brome devront être absorbées au moyen de l'hydrate de soude. Le gaz des marais a pour réactif la paraffine.

Dans tous les cas, il faut agiter le gaz mis au contact des diverses dissolutions.

L'absorption est complète alors en dix ou vingt minutes pour l'oxygène, l'oxyde de carbone et l'éthylène, mais pour le gaz des marais, au bout de vingt minutes, même en agitant, l'huile de paraffine n'en a guère pris que les deux tiers.

Le gaz traité par ces divers dissolvants ne contient plus, comme éléments principaux, que de l'hydrogène et du gaz des marais résiduels. On traite à l'eudiomètre, et on mesure directement la quantité de vapeur d'eau fournie. En absorbant l'acide carbonique par l'hydrate de soude, on connaît le poids de carbone et par suite la proportion résiduelle de gaz des marais ; on en déduit l'hydrogène libre (par différence).

Cette méthode laisse à désirer comme exactitude, mais elle a le mérite d'être assez rapide.

La densité du gaz d'éclairage est dans beaucoup de cas d'environ 0,4. Avec les *cannel-coals* la densité atteint et dépasse parfois 0,6, ce qui est assez facile à comprendre puisque la proportion d'hydrogène diminue.

*Pouvoir calorifique.* — Au point de vue qui nous occupe, l'intensité du pouvoir calorifique est des plus importantes et nous renvoyons aux travaux de MM. Fabre et Silbermann, Mahler, Witz et autres pour les détails relatifs à cette question.

En principe, on fait détoner un poids de gaz connu, mélangé à un poids d'air déterminé, dans une *bombe*, qui est placée dans une quantité d'eau que l'on évalue, puis on mesure l'élévation de température du liquide. Dans ces conditions, et *en dehors de toute influence extérieure*, l'élévation de température est due au calorique dégagé dans l'explosion.

On peut encore, suivant les principes que nous avons établis dans l'étude de la dissociation, et par suite de la combinaison (phénomène inverse), calculer la température développée. Nous renvoyons à ce que nous avons dit à cet égard p. 57.

Des expériences directes ont été faites par MM. Grashof, Ayrton et Perry, Slaby, Richard, Dugald Clerk, Mahler, Witz, etc., et l'on peut admettre que le mètre cube de gaz d'éclairage dégage de 5 200 à 5 500 calories.

Quant à la chaleur émise par 1 kilogramme de gaz, elle est fonction de la densité et peut osciller entre 10 500 et 12 000 calories.

Siemens a proposé de fractionner la distillation de la houille pour obtenir un gaz d'éclairage et un gaz de chauffage, croyant que la présence de l'hydrogène contribuait à l'élévation de température. Cette idée était erronée, car, si 1 kilogramme d'hydrogène dégage une grosse quantité de chaleur, il ne faut pas oublier que l'unité de volume de ce gaz est bien légère. Aussi a-t-on constaté, ce qu'il est facile de calculer *a priori*, qu'à volume égal, un carbure riche dégage plus de calorique que l'hydrogène, bien qu'à poids égal il en soit autrement.

M. Aguitton a très sérieusement étudié cette question, en relevant, d'une part, l'intensité lumineuse  $I$ , et, de l'autre, la chaleur  $Q$  dégagée dans l'explosion. M. Aguitton, en traitant des gaz pour lesquels  $I$  a varié de 5 à 15 a montré qu'on pouvait lier ces deux éléments par la formule

$$Q = 2,280 + 352,6 I$$

Il n'y a donc pas avantage à fractionner la distillation, car le gaz le moins intéressant pour l'éclairage est également le moins favorisé pour la combustion. Théoriquement il serait meilleur de n'utiliser que les parties les plus riches, mais industriellement cette solution est inadmissible, car le prix de revient deviendrait beaucoup trop élevé.

Il y a intérêt à mélanger les gaz du début, plus riches en carbures, et les gaz de la fin, plus chargés en hydrogène. Remarquons en passant l'influence de l'épuration. M. Witz a constaté qu'un gaz, donnant avant l'épuration 5 535 calories, n'en donnait plus, après, que 5 292.

*Air nécessaire à la combustion.* — Nous supposons qu'il s'agisse d'un gaz de composition moyenne, analogue à celui dont nous avons donné plus haut les éléments, car il est bien entendu que la quantité



d'air nécessaire à la combustion varie avec le combustible lui-même. Du reste, les phénomènes restant les mêmes, il n'y a qu'à faire varier les chiffres ci-dessous qui devraient être déterminés rigoureusement pour chaque cas particulier.

Un gaz moyen ne détone pas si la proportion d'air est inférieure à 3,7 fois son volume.

D'autre part, si le volume d'air est supérieur à 13 fois celui du gaz, l'étincelle électrique est sans action sur ce mélange. Un dard de chalumeau en provoquera cependant l'explosion, mais ce mode d'inflammation lui-même devient impuissant si le rapport des volumes de l'air et du gaz dépasse le chiffre 16.

La meilleure combustion correspond à 1 volume de gaz pour 6 à 6  $\frac{1}{3}$  volumes d'air.

Au sujet de la proportion d'air nécessaire, voici ce que dit M. Witz :

« Le pouvoir calorifique le plus élevé que j'aie pu constater correspond à un volume d'oxygène égal à un volume et quart du gaz : dans ce cas, l'analyse des produits témoigne d'une combustion complète. Ce volume d'oxygène équivaut à 5,95 volumes d'air. La plupart de nos déterminations ont été faites sur un mélange de 6 volumes d'air : la chaleur dégagée dans ces conditions est moindre de 3 p. 100 qu'avec l'oxygène pur employé comme comburant ; cette différence tient à ce que la combustion des mélanges tonnants très dilués dans les gaz inertes est toujours incomplète... Avec 2 volumes d'air, la perte de ce chef atteindrait au moins 10 p. 100. »

Remarquons que si l'on utilise l'électricité pour produire l'ignition du mélange, le chiffre cité plus haut n'a rien d'absolu, car il est évidemment fonction de la nature et de la température de l'étincelle employée.

Ces données supposent la pression atmosphérique.

Les résultats varient avec :

- 1° La composition du gaz ;
- 2° La pression ;
- 3° Le mode d'allumage ;
- 4° La température.

M. Roszkowski a montré qu'un mélange ne détonant plus à 15°, quand on avait 1 volume de gaz et 12,25 d'air, détonait encore à 300°, quand on prenait 1 volume de gaz et 13,10 d'air.

L'admission d'une trop grande quantité d'air gêne la combustion et plus la proportion d'air augmente, plus le phénomène est incomplet.

M. Witz a trouvé les résultats suivants :

MÉLANGE TONNANT		COMBUSTION INCOMPLÈTE
Gaz.	Air.	
1 vol. 4 1	6 vol. 9,4 11,6	0 7 p. 100 12 p. 100

Il y a donc là un facteur important dont il faudra tenir compte dans la conduite des moteurs à gaz.

**Gaz pauvres.** — La distillation du bois, la combustion incomplète du carbone, la réaction de la vapeur d'eau sur des charbons incandescents fournissent des produits gazeux susceptibles de former avec l'air des mélanges tonnants.

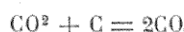
En injectant de la vapeur d'eau dans un foyer où brûle de la houille maigre ou de l'anthracite, on provoque la naissance d'un mélange tenant de l'hydrogène, de l'acide carbonique et de l'oxyde de carbone. Les réactions sont indiquées par les formules suivantes :



La vapeur d'eau est susceptible de réagir sur l'oxyde de carbone pour fournir de l'hydrogène et de l'acide carbonique.



De plus, le carbone peut lui-même décomposer l'acide carbonique pour donner de l'oxyde de carbone.



Il est donc possible de viser un mélange uniquement composé d'hydrogène et d'oxyde de carbone.

Avec 36 kilogrammes de vapeur d'eau et 24 kilogrammes de charbon on devrait avoir 4 kilogrammes d'H et 56 kilogrammes de CO, c'est-à-dire volumes égaux des deux gaz, présentant un volume de 89 mètres cubes à 0° C. sous la pression atmosphérique.

Le mètre cube de ce produit dégagerait 3 200 calories. En réalité, on a toujours un peu d'air entraîné et, par suite, un peu d'azote et un peu d'acide carbonique. Le mètre cube ne dégage que de 2 400 à 2 800 calories.

Les nombreux appareils destinés à produire les gaz pauvres sont connus sous le nom de gazogènes.

Avec l'appareil Strong, M. Moore a produit un gaz à l'eau dont voici les principales caractéristiques :

Hydrogène . . . . .	100	{ 53 volumes.
Oxyde de carbone. . . . .		{ 35 —
Carbures. . . . .		{ 4 —
Gaz inertes (CO <sup>2</sup> et Az) . . . . .		{ 8 —
Densité. . . . .		0,54 —
Pouvoir calorifique par mètre cube. . . . .		2 500 calories.
1 vol. de ce gaz nécessitait pour sa combustion		2 vol. d'air.

Un gazogène Dowson, alimenté avec de l'anthracite du pays de Galles, fournissait un mélange tenant :

Hydrogène. . . . .	18,73	} 44,42
Oxyde de carbone . . . . .	25,07	
Carbures . . . . .	0,62	
Azote . . . . .	48,98	} 53,58
Acide carbonique . . . . .	6,57	
Oxygène. . . . .	0,03	

Ce gaz avait une densité de 0,833 et dégageait, à la combustion, 1 432 calories par mètre cube.

M. Witz assigne les limites suivantes à ces mélanges :

Hydrogène, moins que . . . . .	25 p. 100 du volume dégagé;
Oxyde de carbone . . . . .	18 à 25.
Volume total des gaz combustibles, moins que. . . . .	48 p. 100.
Capacité calorifique . . . . .	1 350 à 1 500 calories.
Consommation d'anthracite par mètre cube produit . . . . .	250 grammes.
Coût du mètre cube de gaz dans de bonnes conditions. . . . .	de 1 à 2 centimes.
Capacité minima des appareils avantageux, par heure. . . . .	25 mètres cubes.

Si l'on pouvait insuffler à travers un feu de coke une quantité bien dosée d'air, on obtiendrait un mélange tenant :

34,3 volumes d'oxyde de carbone.  
65,7 d'azote.

Ce mélange, pesant 1 kg. 251 au mètre cube, dégagerait en brûlant 824 calories, et développerait une température de 1915°.

Cette réaction n'est jamais complète; il reste de l'acide carbonique, et la présence de la vapeur d'eau entraîne celle de l'hydrogène.

Lorsqu'on emploie de la houille, il y a distillation et production de carbures riches tels que le gaz des marais et l'éthylène.

L'influence de la température à laquelle a lieu la combustion est considérable. Ledebur a montré qu'en faisant passer un courant d'acide carbonique sur du charbon de bois, au-dessous de 700° la quantité d'acide carbonique est plus forte que celle d'oxyde de carbone, bien qu'elle diminue quand la température s'élève. Au-dessus de 1100° on obtient de l'oxyde de carbone presque pur.

Akermann s'est livré à des expériences, qui, tout en donnant des chiffres différents, lui ont permis de conclure dans le même sens. *L'allure chaude favorise la production de l'oxyde de carbone.*

Bunte a montré que la présence de la vapeur d'eau tend à refroidir le gazogène, et, par suite, à favoriser la production de l'acide carbonique.

Toutefois les gaz produits, variant en proportions, le mélange semble avoir son maximum de puissance pour une injection de 660 grammes de vapeur d'eau par kilogramme de carbone brûlé. Ces chiffres ne sont pas absolus ; ils résultent d'expériences, et, par suite, de cas particuliers ; mais on peut dire qu'il y a intérêt à employer le poids convenable de vapeur d'eau, tout en marchant à allure chaude, ce que l'on obtiendra facilement en utilisant les chaleurs perdues pour surchauffer les produits insufflés ou injectés.

Des carbones poreux et des charges perméables favorisent la production de l'oxyde de carbone, et, pour agir dans le même sens, il ne faut pas trop activer le courant d'air, de façon à prolonger le contact du comburant avec le combustible.

Voici d'après Grüner un tableau relatif à divers gaz pauvres :

PRODUITS BRULÉS	Az.	CO <sup>2</sup>	CO	H	POUVOIR calorifique par m <sup>3</sup> .
Charbon de bois.	64,9	0,8	31,1	0,2	1 120 calories.
Bois . . . . .	55,2	11,6	34,5	0,7	1 156 —
Coke . . . . .	64,8	1,3	33,8	0,1	1 131 —

Voici encore un relevé intéressant se rapportant à un gazogène Siemens, à un gazogène Lencauchez et à un gazogène Dowson :

	GAZ SIEMENS	GAZ LENCAUCHEZ	GAZ DOWSON
	Houille à 32 p. 100 de produits volatils.	Anthracite à 12 p. 100 de produits volatils.	Anthracite anglais.
Hydrogène . . . . .	16,85	20	18,4
Oxyde de carbone . . . . .	22,75	21	26,8
Gaz des marais . . . . .	2,05	3,50	»
Ethylène . . . . .	»	0,50	»
Oxygène . . . . .	»	0,50	»
Acide carbonique . . . . .	4,55	5	7,2
Azote . . . . .	53,80	49,50	47
Pouvoir calorifique par m <sup>3</sup> .	4 303 cal.	4 519	4 346

Avec l'appareil Riché, on a eu, en distillant du bois, un mélange défini par le tableau ci-après :

COMPOSITION	EN VOLUMES	EN POIDS
Oxyde de carbone	29,00	33,40
Hydrogène	44,20	4,80
Gaz des marais	14,47	10,80
Acide carbonique	21,33	51,00
Azote et oxygène	traces	
Poids du mètre cube	0,824	
Pouvoir calorifique du mètre cube	2 956 calories.	

Nous répéterons ici ce que nous avons déjà dit pour la distillation du gaz de houille. La composition du mélange n'est pas constante ; elle varie avec les phases de chaque période, et est fonction d'un grand nombre d'éléments ; mais elle oscille autour d'une valeur moyenne.

Un fait à noter est que la puissance du moteur est fonction de l'énergie qu'on lui fournit. *Pour maintenir une force donnée, il faudra consommer d'autant plus de gaz que celui-ci sera plus pauvre. L'enrichissement est donc avantageux.* Partant de ce principe, M. Rose Hastings a mélangé au charbon maigre des substances susceptibles de donner, par distillation et décomposition, des hydrocarbures qui enrichissent les gaz pauvres.

Avec

505 kg. de charbon ordinaire,  
75 — de coke,  
305 litres d'huile lourde,

on a obtenu 1 000 mètres cubes de gaz ainsi composé :

Hydrogène . . . . .	44,67	} 100
Oxyde de carbone . . . . .	13,33	
Gaz des marais . . . . .	14,50	
Hydrocarbures. . . . .	5,30	
Azote et oxygène . . . . .	20,18	

Le pouvoir calorifique de ce gaz était de 4 197 calories par mètre cube.

**Gaz des hauts fourneaux.** — Depuis longtemps déjà, les gaz qui s'échappent des hauts fourneaux dans lesquels on traite le minerai de fer, sont utilisés au chauffage des chaudières et au réchauffage de l'air destiné à l'insufflation. Tout récemment on vient de s'apercevoir que les procédés employés ne constituaient pas une solution avantageuse de la question et qu'il vaut mieux utiliser les émanations gazeuses, issues de ces hauts fourneaux, comme gaz pauvres, c'est-à-dire s'en servir pour alimenter des moteurs à gaz.

M. Hubert a montré que la composition en poids d'un pareil gaz était :

Azote . . . . .	30,12
Acide carbonique . . . . .	13,95
Oxyde de carbone . . . . .	27,90
Hydrogène et carbures. . . . .	1,02
Vapeur d'eau . . . . .	7,01

Un kilogramme d'un tel gaz dégage 820 calories au moment de sa combustion, et la densité est à peine supérieure à celle de l'air. Par suite, 1 mètre cube produirait 1 060 calories.

Dans d'autres cas, on arrive à des chiffres moindres, mais en moyenne on peut admettre 1 000 calories pour la combustion d'un mètre cube.

M. Hubert a estimé que par tonne de fonte produite on dégageait plus de 5 000 kilogrammes de ces gaz, c'est-à-dire plus de 4 000 mètres cubes.

Si l'on paye volontiers 15 centimes pour un mètre cube de gaz dégageant 5 000 calories, la valeur approximative du mètre cube dégageant 1 000 calories devrait être 3 centimes. Or, par tonne de fonte, 4 000 mètres cubes à 3 centimes représentent une valeur de 120 francs!

Malheureusement, les usines métallurgiques n'ont pas sous la main la demande nécessaire pour distribuer de la force motrice, et ces gaz, bons pour les moteurs, ne valent rien pour l'éclairage, au moins pour l'éclairage direct; aussi les évaluations ci-dessus restent platoniques et les grandes usines telles que celles de Cockerill à Seraing se bor-

nent-elles à utiliser pour leur propre usage cette énergie jusqu'à ce jour perdue.

Certes, la question de savoir si ces gaz peuvent actionner des machines destinées à produire l'électricité et par suite l'éclairage, ou provoquer, dans le même but, l'incandescence de substances *ad hoc* est une question des plus intéressantes. Mais nous ne pouvons nous en occuper ici, car nous poursuivons un tout autre but.

M. Witz a essayé des gaz de hauts fourneaux provenant de chez Cockerill et il a trouvé de 950 à 1 020 calories par unité. D'autres gaz, prélevés aux collecteurs des chaudières, ont fourni de 1 030 à 1 080 calories.

En Belgique, MM. Bailly et Kraft, en Angleterre M. Thwaite, en Allemagne M. von Oechelhäuser semblent être les promoteurs de l'idée. Quelques installations ont été faites. Les gaz sortant du gueulard sont épurés avant d'être admis dans les gazomètres et de travailler dans les cylindres.

A Wishaw, près de Glasgow, la machine, mue par les gaz des hauts fourneaux, actionnait une dynamo et servait à l'éclairage. On a prétendu que le cheval électrique correspondait à une consommation de moins de 600 grammes de combustible dans le haut fourneau ! Ce résultat a besoin de vérification.

A Seraing, en 1898, on a mis en route un moteur de 150 chevaux alimenté au moyen des gaz échappés du gueulard.

A Hørde, en Westphalie, des essais analogues ont été couronnés de succès. Toutefois il ne faut pas oublier que les gaz entraînent beaucoup de poussière et M. Lürmann, d'Osnabrück, a évalué que, pour alimenter journellement un moteur de 100 chevaux, on y introduisait en même temps 29 kilogrammes de poussières occupant un volume de plus de 100 litres.

Un autre ennui provient de l'irrégularité de composition des gaz.

Heureusement les problèmes qui se posent ne sont pas insolubles. A l'Exposition de Paris, en 1900, la Société Cockerill a exposé un moteur de plusieurs centaines de chevaux et son exemple a été suivi par d'autres grands établissements métallurgiques.

**Température de combustion.** — Lorsque l'on connaît le nombre de calories dégagées par la combustion d'un mélange, il est facile de trouver la *température de détonation*, c'est-à-dire la température que prendrait la totalité des produits formés, si l'intégralité des calories développées était employée à leur échauffement.

Pour cela, il faut connaître les chaleurs spécifiques des divers gaz entrant dans les résidus. En cas de combustion complète, on obtient

de l'acide carbonique, de l'azote et de la vapeur d'eau qui ne se condense pas aux températures auxquelles on arrive.

MM. Mallard et Le Chatelier ont donné les chaleurs spécifiques à volume constant,  $c$ , pour des températures de 2000°. Ils trouvent :

$c = 0,677$	pour l'unité de poids de vapeur d'eau
0,308	— d'acide carbonique
0,215	— d'azote

Soient  $p$ ,  $p'$  et  $p''$  les poids de vapeur d'eau, d'acide carbonique et d'azote résiduels, et  $N$  le nombre des calories dégagées. Il est évident que la température est :

$$t = \frac{N}{0,677 p + 0,308 p' + 0,215 p''}$$

On trouve ainsi qu'avec un mélange comportant la quantité d'air strictement nécessaire à la transformation du gaz, la température finale serait de 2064° C, c'est-à-dire de 2337° absolus.

La contraction dans ce cas est de 6 p. 100.

Connaissant la température, on calcule la pression des gaz d'après la formule :

$$\frac{P}{p} = \frac{T}{t}$$

dans laquelle  $P$  représente la pression finale,

$p$  la pression initiale,

$T$  la température absolue finale,

$t$  la température absolue initiale.

En admettant  $t = 273^\circ$ , c'est-à-dire 0° C., en posant  $\frac{P}{p} = n$  nombre d'atmosphères, partant de la pression de 760 mm. de mercure, on trouve alors  $n = 8,6$ .

A pression constante, M. Witz donne :

$$\begin{aligned} T &= 1\ 869^\circ \text{ absolus} \\ n &= 6,8 \text{ atmosphères.} \end{aligned}$$

Un mélange de 1 de gaz avec 10 volumes d'air donne :

A VOLUME CONSTANT	A PRESSION CONSTANTE
$T = 1\ 787^\circ \text{ absolus}$	$T = 1\ 432^\circ \text{ absolus}$
$n = 6,5 \text{ atmosphères}$	$n = 5,3 \text{ atmosphères}$

Les valeurs de  $c$ , pour une température finale de 1 500° ou environ, sont inférieures à celles du cas précédent :

$c = 0,59$	pour la vapeur d'eau
0,29	l'acide carbonique
0,20	l'azote

et la contraction est de 4 p. 100.

Ces données sont intéressantes, puisque le mélange des moteurs



à explosion comporte, pour 1 volume de gaz, 6 à 10 volumes d'air.

Dans ce qui précède on peut négliger la contraction qui ne dépasse guère 5 p. 100 en moyenne. Nous n'avons pas tenu compte non plus de la combustion incomplète.

Si cette combustion incomplète est de  $a$  p. 100, le poids  $\pi$  de gaz produit ne détonera pas tout entier, mais seulement  $\pi(100 - a)$ . Par conséquent le nombre de calories dégagées sera proportionnel à  $\pi(100 - a)$  et c'est ce nombre qui représentera la valeur de  $N$ . Cette chaleur dégagée échauffera :

1° La vapeur d'eau, l'acide carbonique et l'azote correspondant à la combustion de  $\pi(100 - a)$  de gaz ;

2°  $\pi a$  de gaz échappant à la combustion ;

3°  $a$  p. 100 de l'air introduit et qui ne s'est pas combiné au poids  $\pi a$  de gaz ;

4° L'air diluant s'il y en a.

Nous avons déjà mentionné l'influence de la compression. Nous la retrouvons ici.

Pour un même volume, si la pression est  $x$  atmosphères, le poids de mélange accumulé est  $x$  fois plus fort, donc le nombre de calories dégagées sera  $Nx$ .

Les poids résiduels  $pp'p''$  deviennent  $px, p'x, p''x$ .

La température finale reste la même.

Dans la formule qui donne  $n$  rapport des pressions, avant et après l'explosion

$$n = \frac{P}{p} = \frac{T}{t}$$

il est évident que  $p = x$  ; donc dans ce cas  $P$  devient  $P' = Nx$ .

C'est-à-dire que le rapport des pressions a toujours pour valeur le rapport  $\frac{T}{t}$ .

Dans un moteur à gaz, appelons :

$\pi$ , le poids de gaz introduit ;

$\Pi$ , le poids d'air nécessaire à sa combustion ;

$\Pi'$ , l'excès d'air introduit ;

$a$ , le coefficient de combustion incomplète ;

$\varpi$ , le poids des gaz résiduels non expulsés et remplissant la chambre de détonation quand commence l'admission.

On voit que le gaz détone, moins une proportion  $a\pi$ , et que l'air non utilisé se monte à  $a\Pi + \Pi'$ .

Le nombre de calories  $N$  dégagées par la combustion de  $(100 - a)\pi$  de gaz doit donc porter à la température  $T$  :

1° La vapeur d'eau, l'acide carbonique et l'azote provenant de la détonation :

2° Le poids  $a\Pi + \Pi'$  d'air,  
 3° le poids  $a\pi$  de gaz non brûlés,  
 et élèvera de  $\tau$  à  $T$  le poids  $\pi$  des gaz résiduels du cylindre, en appelant  $\tau$  la température d'expulsion, facile à calculer, puisque c'est celle de la détente finale. Ceci implique le mélange intime des produits sous le piston. On aura :

$$\begin{aligned}
 u &= \text{volume de la chambre d'explosion} \\
 v &= \text{— du cylindre} \\
 Pu^K &= P'(u+v)^K \\
 Pu &= mRT \\
 P'(u+v) &= mR\tau
 \end{aligned}$$

$m$  étant une constante.

On peut obtenir  $\tau$  en fonction de  $T$  :

$$\tau = T \left( \frac{u}{u+v} \right)^{K-1}$$

On se rappelle que  $K$  est le coefficient convenant à la détente du gaz, et qu'il est égal à  $\gamma$  dans le cas adiabatique.

En appelant  $c$ ,  $c'$  et  $c''$  la chaleur spécifique de la vapeur d'eau, de l'acide carbonique et de l'azote, résultats de la détonation,

$p$ ,  $p'$ ,  $p''$ , les poids de ces éléments,

$c_1$  et  $c_2$ , les chaleurs spécifiques du gaz et de l'air,

$c_r$ ,  $c'_r$ ,  $c''_r$ , celles de la vapeur d'eau, de l'acide carbonique et de l'azote entre  $\tau$  et  $T$ ,

on voit que :

1° On peut négliger la proportion d'air et de gaz provenant de combustion incomplète et existant à l'état résiduel dans l'espace  $u$  ;

2° Connaissant leur température  $\tau$  on peut calculer leur poids  $p_r$ ,  $p'_r$ , et  $p''_r$ , en admettant qu'ils remplissent l'espace  $u$  à la pression atmosphérique et dans la proportion des produits de l'explosion.

Dans ces conditions, on aura :

$$\begin{aligned}
 T(p c + p' c' + p'' c'') + T \left[ c_2(a\Pi + \Pi') + c_1 \pi a \right] \\
 + (T - \tau)(p_r c_r + p'_r c'_r + p''_r c''_r) = N
 \end{aligned}$$

et remplaçant  $\tau$  par sa valeur :

$$T \left( \frac{u}{u+v} \right)^{K-1}$$

on aura, pour la valeur de  $T$  :

$$\frac{N}{p c + p' c' + p'' c'' + c_1 \pi a + c_2(a\Pi + \Pi') + \left[ 1 - \left( \frac{u}{u+v} \right)^{K-1} \right] (p_r c_r + p'_r c'_r + p''_r c''_r)}$$

formule très suffisamment approchée.

Dans la pratique, les pressions observées ne concordent pas avec les pressions calculées; il s'en faut notablement.

Voici quelques chiffres d'après M. Witz.

Dans une expérience faite sur une bombe, Dugald Clerk releva  $n' = 7,5$  au lieu de  $n = 8,6$  pour le cas du mélange théorique.

M. Tresca, avec un moteur Lenoir, obtint  $n' = 4,87$  au lieu de  $n = 6,5$ .

Un moteur Dugald Clerk, à compression préalable, donna  $n' = 16$  au lieu de  $n = 19,5$ .

Un moteur Otto permit d'observer  $n = 12$  au lieu de  $n = 15$ .

Nous résumons ces observations ainsi :

EXPÉRIENCES	$n$	$n'$	RAPPORT $\frac{n'}{n}$
Bombe d'expérience . . . . .	8,6	7,5	0,87
Moteur Lenoir . . . . .	6,5	4,87	0,75
— Dugald Clerk . . . . .	19,5	16	0,87
— Otto . . . . .	15	12	0,80

Autrefois on calculait la température  $T$  et la pression  $n$  en supposant la chaleur spécifique constante. On arrivait à des résultats absolument en désaccord avec l'expérience. En tenant compte des travaux de MM. Mallard et Le Chatelier, on voit que le *rendement d'observation*  $\frac{n'}{n}$  est assez rationnel.

Toutefois, il ne faut pas oublier que dans la première partie de cet ouvrage nous avons montré avec MM. Vermand et Lucas, que les formules de la thermodynamique doivent avoir une autre forme. De plus, nous avons insisté sur les perturbations que peut produire la variation du coefficient de dilatation. Il y a là un facteur qui n'est pas négligeable, puisque la variation du coefficient de dilatation  $\alpha$  entraîne une formule autre que  $PV = RT$ .

Malheureusement nous n'avons pas de données (du moins nous n'en connaissons pas) sur la variation de  $\alpha$  à de hautes températures, et tout ce que l'on peut dire c'est que le rapport  $\frac{n'}{n}$  des pressions observées et calculées serait certainement différent s'il était possible de se servir d'expressions dans lesquelles on tiendrait compte des dilatations vraies, au lieu d'employer un coefficient pour lequel l'extrapolation, ordinairement usitée, est certainement exagérée.

Les observations que nous venons de présenter sont générales, mais les chiffres fournis ne s'appliquent qu'à un gaz d'éclairage de composition moyenne. Les résultats numériques varient donc avec chaque gaz; de là, la nécessité d'essayer le combustible dont on dispose.

« La carburation permet aussi d'augmenter la puissance calorifique d'un gaz donné : en le faisant barboter dans une gazoline de densité 0,68 bouillant à 54°, j'ai pu l'enrichir de 77 p. 100. Dix volumes d'air sont alors nécessaires pour opérer une combustion complète. Ces procédés de combustion sont susceptibles d'application. » (A. Witz.)

La houille n'est pas le seul corps capable de fournir par distillation des gaz combustibles. Beaucoup de substances sont dans ce cas. On a même proposé le goudron que l'on obtient comme sous-produit dans la fabrication du gaz d'éclairage.

D'après certaines expériences, faites en Angleterre, une tonne de goudron fournirait environ 450 mètres cubes de gaz riche, et un peu plus de 500 kilogrammes de coke. Il y a donc là une source d'énergie sérieuse pour les moteurs à gaz.

**Pétrole.** — L'utilisation du pétrole pour l'alimentation des moteurs à explosion a pris aujourd'hui un grand développement. Cela tient à ce que ce liquide, au moyen duquel on carbure l'air pour former un mélange tonnant, possède un grand pouvoir calorifique sous un petit volume. De plus, il est facile à manier et, aujourd'hui, on est assuré de le trouver partout ou tout au moins dans des localités assez peu distantes les unes des autres pour qu'on puisse se borner à emporter un approvisionnement toujours peu considérable.

*Propriétés physiques.* — Le pétrole est un produit naturel que l'on trouve en abondance dans le sein de la terre. Les gîtes en sont nombreux et beaucoup sont exploitables, bien qu'aucun ne puisse rivaliser avec ceux du Caucase et des Etats-Unis. Nous renvoyons à l'ouvrage de M. H. Deutsch le lecteur curieux d'être édifié à cet égard.

Les huiles de pétrole naturelles ont des aspects fort divers. Tantôt elles sont fluides, tantôt denses et sirupeuses. La couleur, parfois brune, est souvent jaune ou verdâtre. On les soumet à un traitement (voy. H. Deutsch) dont la base est une distillation fractionnée qui a pour but de recueillir, en les condensant, les produits qui passent à diverses températures.

Suivant les degrés auxquels on opère, on recueille les éthers de pétrole, les essences de pétrole, les huiles lampantes, les huiles lourdes et enfin les résidus.

Les éthers de pétrole passent à la distillation au-dessous de 65° ou 70°;

Les essences de pétrole passent à la distillation entre 70 et 150°;

Les huiles lampantes passent à la distillation entre 150 et 250°;

Les huiles lourdes de pétrole passent à la distillation au-dessus de 250°.

Ces divisions sont purement arbitraires.

Les densités ont à peu près les valeurs suivantes :

Ethers de pétrole. . . . .	0,590 à 0,660
Essences (gazoline, ligroïne, etc.) . . . . .	0,660 à 0,740
Huiles lampantes. . . . .	0,740 à 0,850
Huiles lourdes . . . . .	0,850 à 0,910

A volatilité égale, la densité est un peu plus forte pour les produits du Caucase que pour ceux de Pensylvanie.

L'indice de réfraction varie comme la densité, c'est-à-dire en sens inverse du degré de volatilité; il oscille entre 1,470 et 1,480.

Soumis à l'action du froid, ces divers produits résistent d'autant mieux que leur volatilité est plus grande. Un bon pétrole, convenablement rectifié, ne doit pas se congeler au-dessus de  $-15^{\circ}$ .

Le coefficient de dilatation varie en sens inverse de la densité.

La viscosité est variable.

La chaleur spécifique est voisine de 0,50.

La première étude intéressante faite sur les pétroles est due à Henri Sainte-Claire Deville.

Si comme lieux de production nous n'avons signalé que le Caucase et la Pensylvanie, il ne faut pas croire que ce soit là qu'on rencontre les seuls gîtes pétrolifères. Dans le reste des Etats-Unis, dans l'Amérique du Sud, au Pérou particulièrement, en Italie, en Galicie, à Java, en Perse, en Chine, etc., etc., on a déjà entamé un grand nombre d'exploitations dont quelques-unes sont devenues très importantes.

*Pouvoir calorifique.* — Voici quelques chiffres relatifs au pouvoir calorifique, d'après Sainte-Claire Deville, Deutsch, Robinson, etc.

Densités.		Calories par kg.
0,872	Pétrole lourd de Virginie . . . . .	40 102
0,886	— — de Pensylvanie . . . . .	40 680
0,938	Pétrole russe . . . . .	40 750
0,928	— de Bakou . . . . .	40 760
0,938	— de Bakou . . . . .	41 200
0,884	— russe. . . . .	42 650

*Composition.* — Les pétroles ne sont que de simples mélanges dans lesquels on rencontre :

Des hydrocarbures saturés ou *paraffinés* de la série forménique de formules  $C^n H^{2n+2}$ ;

Des hydrocarbures de la série éthylénique (famille des oléfines)  $C^n H^{2n}$ .

Des hydrocarbures appartenant à la série acétylénique  $C^n H^{2n-2}$ ;

Des hydrocarbures aromatiques  $C^n H^{2n-6}$ .

Les types de ces quatre séries sont : le *gaz des marais*  $CH_4$ , l'*éthylène*  $C^2H^4$ , l'*acétylène*  $C^2H^2$  et la *benzine*  $C^6H^6$ .

La composition moyenne des pétroles est en somme assez constante comme on peut s'en rendre compte par les chiffres suivants :

		DENSITÉ à 15°.	CARBONE	HYDROGÈNE	OXYGÈNE	POUVOIR calorifique
1	Pétrole améri- cain . . . .	0,7955	85,41	14,24	0,65	4 0151
2	Id.	0,8231	84,23	15,44	0,30	4 1040
3	Id.	0,7971	84,54	14,08	1,38	1 1767
4	Pétrole russe.	0,8257	83,52	13,98	0,50	4 0878

La combustion du n° 2 exigeait 15,117 kilogrammes ou 11 690 litres d'air.

A titre de renseignement, nous indiquons ce que la distillation fractionnée a donné pour le type n° 1 du précédent tableau.

Il a passé	p. 100	de 15°	à 150°
8,8		150°	175°
40,2		175°	200°
9,0		200°	225°
40,0		225°	250°
40,2		250°	275°
11,8		275°	300°
25,0		, au-dessus de . . . . . 300°	

Suivant nature et provenance :

Les essences de pétrole forment de.	5 à 20 p. 100 du volume total.
Les huiles lampantes de . . . . .	7 à 45 — —

le reste est constitué par les huiles lourdes et les résidus.

Un pétrole lampant rectifié ne doit pas s'enflammer à 35° quand on passe rapidement une petite flamme à sa surface. Quelquefois les pétroles sont falsifiés au moyen d'addition d'essences légères et d'huiles lourdes en proportions telles que la densité ne soit pas altérée.

« La température à laquelle une huile émet des vapeurs inflammables s'appelle *point d'éclair* ou d'*inflammabilité*; la température à laquelle il faut porter une huile pour qu'elle continue à brûler, après avoir été allumée, s'appelle *point d'ignition* (burning point). Dans le premier cas, les portions volatilisées s'enflamment et l'action s'arrête là; dans le second, l'inflammation se communique à l'huile qui continue à brûler à la surface. » (H. Deutsch.)

Nous ne pouvons pas dire grand'chose de la tension des vapeurs de pétrole, car la question est encore obscure.

A 15° une huile de densité 0,812 a une tension de vapeur de	0 mm. d'eau.
— — — 0,780 — —	45 —
— — — 0,736 — —	123 —
— — — 0,680 — —	1 183 —
— — — 0,650 — —	2 110 —

A la température d'ébullition la tension de vapeur est d'une atmosphère.

**Emploi des pétroles.** — Plus la gazéification est facile et mieux le pétrole semble approprié à la marche des moteurs. Toutefois il ne faut pas en arriver à un degré de volatilité tel que la manipulation du liquide devienne dangereuse. C'est pour cela que l'on écarte les éthers de pétrole et qu'on se borne aux essences.

Le pétrole lampant, de densité 0,8 ou environ, donne un bon rendement, mais jusqu'à ce jour on a éprouvé quelques difficultés à l'employer. La locomotion automobile se sert principalement d'essences de densités voisines de 0,700. Il est absolument regrettable qu'aucune étude complète n'ait été faite sur les tensions de vapeur de pétrole. Regnault a montré pour la vapeur d'eau combien la voie de ces études était fructueuse et intéressante et nous souhaitons ardemment qu'un savant, ayant à sa disposition un laboratoire convenablement outillé, se livre à des recherches dont les résultats intéresseraient grandement l'avenir de toute une industrie.

**Alcool.** — On a utilisé la vapeur d'alcool pour alimenter les moteurs à explosion. Bien qu'au début on ait éprouvé quelques difficultés dans cet ordre d'idées, on a pourtant réussi d'une manière satisfaisante.

Des subsides, fournis par la Société d'Agriculture de Meaux, ont permis de procéder à des expériences comparatives dont les résultats se trouvent consignés dans le livre de M. Witz. C'est à M. Ringelmann que l'on est redevable de ces expériences car c'est sur son initiative qu'elles ont eu lieu.

Voici les éléments relatifs à l'alcool, comparés à ceux d'une essence :

	Gazoline.	Alcool dénaturé.
Composition . . . { Carbone . . . . .	84,3	41,5
Hydrogène . . . . .	15,7	13,0
Oxygène . . . . .	0	45,5
Densité à 15° . . . . .	0,708	0,834
Température d'ébullition sous 767 mm et demi de mercure. . . . .	88°	78°,5
Pouvoir calorifique par kg en calories. . . . .	11 360	6 522
Mètres cubes d'air nécessaires pour brûler 1 kg. . . . .	11,782	5,698

	Gazoline.	Alcool dénaturé.
Poids relatifs des consommations par cylindrée. . . . .	100	207
Quantités de chaleur correspondantes. . . . .	100	119

Avec un moteur Brouhot à quatre temps, on a obtenu :

	Gazoline.	Alcool.
Consommations par che- val-heure effectif. . . . .		
{ A vide. . . . .	1 040 gr.	2 267 gr.
{ A demi-charge. . . . .	950	1 767
{ A plein . . . . .	892	1 396

Avec un moteur Bentz à deux temps, les résultats ont été :

	Gazoline.	Alcool.
Consommations. . . . .		
{ A vide. . . . .	328 gr.	771 gr.
{ A demi-charge . . . . .	619	1 097
{ A plein . . . . .	407	763

On voit qu'il faut environ deux fois plus d'alcool que de gazoline, pour arriver au même résultat. Mais il faut en outre que le moteur et son régime soient appropriés au combustible et au mélange employés.

En comptant l'alcool dénaturé à 1 fr. le litre, le pétrole à 30 cent. le kg. et l'essence à 50 cent., M. Witz donne les éléments suivants :

	CONSOMMATION par cheval heure.	PRIX du cheval-heure.
Pétrole lampant . . . . .	438 gr.	0,16 fr.
Gazoline à 0 fr. 50 le litre. . . . .	0,565 lit. ou 400 gr.	0,28 —
Alcool dénaturé à 1 fr. le litre. . . . .	0,906 — 756 —	0,90 —

En comptant l'alcool à 30 fr. l'hectolitre et le pétrole à 56 cent. le litre, M. Lévy, de Douai, montre que pour une dépense de 1 fr. on obtient :

Avec l'alcool . . . . .	8 1/2 chevaux.
— l'essence de pétrole . . . . .	13,60 —

En résumé, chez nous, en France, l'emploi de l'alcool pur est beaucoup plus coûteux.

En Allemagne, on a fait des essais et les résultats ont été bien meilleurs. Prenant un moteur Otto d'environ 5 chevaux, on l'a alimenté avec de l'alcool à 90° dégageant 6000 calories par kilogramme, en chiffres ronds. La consommation par cheval indiqué n'aurait été que de 540 gr., chiffre bien inférieur à celui trouvé par M. Ringelmann. Un autre essai a donné 620 gr. et un troisième 380 gr. Dans les conditions les plus favorables, le cheval effectif correspondrait à une con-



somation de 533 gr. d'alcool à l'heure, et, au prix de ce produit en Allemagne, le coût du cheval-heure serait légèrement inférieur à 15 centimes. Mais n'oublions pas qu'il s'agit d'expériences faites avec de l'alcool que l'on paie 20 fr. l'hectolitre.

En France, dans les conditions de fabrication où nous nous trouvons, il est bien difficile, pour le moment du moins, d'obtenir de semblables résultats.

Tout récemment des concours ont eu lieu et des résultats contradictoires ont été obtenus. On a employé tantôt de l'alcool pur, tantôt de l'alcool carburé et les chiffres fournis ont été contestés. Il y a là un *point d'application* distinct de la théorie qui nous occupe. Ce serait sortir du cadre tracé que d'en entreprendre la discussion.

Remarquons seulement qu'à *poids égal l'essence dégage deux fois plus de calories que l'alcool*. Cela ne veut pas dire que l'alcool ne puisse pas rendre de services, surtout comme dissolvant et par suite comme véhicule de corps aujourd'hui inutilisables que l'on pourrait ainsi introduire dans les appareils à explosion.

**Acétylène.** — L'acétylène, resté longtemps une curiosité de laboratoire, est mieux connu depuis qu'il est facile de l'obtenir au moyen de la réaction du carbure de calcium sur l'eau. C'est un gaz qui, pur, a une odeur éthérée assez agréable, particularité peu connue du public qui est persuadé que ce produit possède une odeur nauséabonde.

Disons de suite que cette odeur est due à la présence d'impuretés telles que l'hydrogène sulfuré et l'hydrogène phosphoré qu'accompagnent le gaz ammoniac, l'oxyde de carbone, l'azote, etc.

La densité est 0,91 ; donc un litre de ce gaz à 0° C. et sous la pression 760 mm. de mercure pèse 1 169 gr., et 855 litres pèsent 1 kg.

A 0° la liquéfaction se produit sous la pression de 27 kg. Sous la pression ordinaire ce gaz se liquéfie à — 85°. Le liquide formé a une densité de 0,451.

La température critique est + 37° pour 70 atmosphères.

Sous la cloche eudiométrique, en présence de l'oxygène, il donne de la vapeur d'eau et de l'acide carbonique sous l'influence de l'étincelle électrique. La température produite, en cas de combustion complète, sans excès de gaz, est de 4 000° environ.

Un mélange d'air et d'acétylène devient tonnant dès qu'on a 0,75 vol. d'air pour 1 vol. d'acétylène. Il cesse de l'être si l'on prend 20 vol. d'air pour 1 vol d'acétylène. Le mélange le plus tonnant correspond à 1 vol. d'acétylène et 12 vol. d'air.

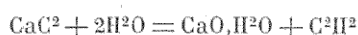
D'après M. Le Chatelier, la vitesse de propagation de la flamme est la suivante :

Mélanges en volumes.	Vitesse de propagation par seconde.
2,9 p. 100 d'air	0,48 m
8 —	5,00
10 —	6,00

Il en résulte une puissance considérable au moment des explosions.

Ce gaz, qui est *endothermique* (formé avec absorption de chaleur), dégage en brûlant 14 340 calories par mètre cube et 12 200 par kilogramme.

On le prépare en faisant réagir le carbure de calcium sur l'eau. L'acétylène se dégage en même temps qu'il se forme de l'hydrate de chaux.



Théoriquement 1 kg. de carbure réagissant sur 562 gr. d'eau produit 340 lit. de gaz. Pratiquement on en compte 300.

L'emploi de l'acétylène sous pression est dangereux dès qu'on dépasse 20 atmosphères. Quant à l'acétylène liquide, il constitue un explosif de tout premier ordre.

On a diminué les risques, en dissolvant ce gaz dans l'acétone qui, sous une pression de 12 kg., peut en absorber 300 vol. Sous la pression ordinaire, à 15°, l'absorption n'est que de 25 vol. environ, c'est-à-dire douze fois moindre.

A 15° le gaz se liquéfie sous 24 atmosphères. Une augmentation de 22° seulement fait passer la pression à 70 atmosphères. La pression triple ou environ.

On a essayé d'utiliser l'acétylène dans les moteurs à explosion, mais son pouvoir brisant est un obstacle sérieux à son usage. Il faut doser rigoureusement le mélange sous peine de voir le mécanisme bien vite hors de service.

M. Cuinat s'est livré à une série d'expériences avec un moteur de 6 chevaux et a trouvé que l'on consommait environ trois fois moins d'acétylène que de gaz pour arriver au même résultat. D'après M. Ravel, cette proportion serait trop forte et on devrait employer 2 vol. de gaz de ville au lieu d'un d'acétylène.

Quoi qu'il en soit, le gaz d'éclairage coûte à Paris 30 centimes le mètre cube. En admettant les données favorables de M. Cuinat, il faudrait que l'acétylène coûtât 90 centimes le mètre cube pour qu'il y eût équilibre. Or, actuellement il faut compter tout près de 1,50 fr. pour le prix de revient de ce gaz dont l'emploi, par suite, n'est pas avantageux.

Au point de vue locomotion automobile, la question de dépense, du moins pour le touriste, est un peu secondaire. Examinons la question d'approvisionnement.

Pour emporter 1 mc. d'acétylène en dissolution acétonique sous 12 kg.

de pression il faudrait (1 litre d'acétone absorbant 300 litres d'acétylène) 3,333 lit. d'acétone, c'est-à-dire environ 3 kg. avec le récipient (densité de l'acétone 0,792).

Pour dégager 1 mc. d'acétylène, il faut 3,333 kg. de carbure de calcium. Quant à l'eau, nous la figurons pour mémoire, car on la trouve partout.

Donc l'approvisionnement serait plus lourd dans le second cas que dans le premier.

Toutefois avec la dissolution acétonique :

1° Il faudrait conserver et transporter le liquide épuisé ;

2° L'approvisionnement serait difficile ;

3° Le prix de revient serait élevé.

Enfin, un mètre cube d'acétylène dégage 14 340 calories à la détonation, c'est-à-dire autant que 1,400 kg. d'essence de pétrole (approximativement).

Donc en tout état de cause l'approvisionnement au pétrole sera beaucoup plus léger que l'approvisionnement nécessaire pour dégager l'acétylène.

Quant au gaz liquéfié, nous n'en parlons pas, en raison des dangers qu'entraîne sa manipulation.

Donc, même au point de vue commodité, en dehors de la question de prix, il y a intérêt à utiliser le pétrole plutôt que l'acétylène.

**Matières auxiliaires.** — Chemin faisant, dans ce qui précède, nous avons vu germer *l'idée de carburation*. Son application consiste à mélanger à une matière volatile une autre substance moins volatile, mais plus riche en carbure et susceptible de développer, à poids égal, un plus grand nombre de calories, lors de sa combustion.

Ici, nous croyons devoir faire quelques remarques.

Lorsque l'on mélange des liquides inégalement volatils ou lorsque l'on emploie une essence mal rectifiée on se trouve dans le même cas, car on a une substance formée de corps de volatilités différentes. Supposons ces matières introduites dans le carburateur. Que va-t-il se passer ?

Deux cas sont à distinguer :

1° Si l'on emploie l'alimentation par pulvérisation, la composition sera fonction de l'homogénéité du mélange liquide et par suite sa constance sera généralement facile à réaliser.

2° Si l'on procède par évaporation, le liquide placé dans le *carburateur* ne restera pas constant. Les liquides mélangés auront des tensions de vapeur absolument différentes. Les plus volatils s'évaporeront plus rapidement que les autres et il se produira une concentration des corps les plus fixes.

Cela ne veut pas dire que la *carburation* soit illusoire. Loin de là, les liquides mélangés fourniront des vapeurs mélangées, mais la proportion de ces dernières ne sera pas la même que celle des liquides primitifs. Cette proportion dépendra de la valeur relative des tensions mesurées à la température de l'alimentation, de la vitesse de passage de l'air à carburer, et de la richesse des mélanges.

Ici, nous ferons deux hypothèses :

A. *Le liquide le plus volatil est celui qui dégage le plus de calories.* Dans ce cas, l'emploi d'un corps moins volatil dégageant moins de calories est absolument contre-indiqué.

B. *Le liquide riche est le moins volatil.* Dans ce cas, c'est le liquide le moins calorifique qui tend à disparaître en entraînant une moindre proportion de son auxiliaire. Au fur et à mesure que cette concentration se produira il peut arriver que la volatilisation se fasse moins bien.

L'expérience, d'accord avec la théorie, montre que, quelles que soient les proportions initiales du mélange, toutes choses égales d'ailleurs, il faut un poids déterminé du liquide le plus volatil pour vaporiser un poids déterminé du second, et ces poids dépendent des tensions maxima des vapeurs à la température de l'expérience.

Il en résulte que si l'on dissout dans un liquide un corps solide, celui-ci se concentre sans agir dans le moteur, sauf bien entendu l'effet produit par des quantités minimales dues à un entraînement mécanique.

On a cherché à introduire dans le cylindre des gaz liquéfiés tels que le protoxyde d'azote. Cet emploi n'a rien de choquant au point de vue théorique. Malheureusement nous ne connaissons aucune application pratique de cette idée et nous n'en pouvons rien dire. Nous concevons pourtant que l'introduction, sous le piston, d'un corps (protoxyde d'azote ou autre) susceptible de déflagrer, puisse provoquer un meilleur rendement. Quoi qu'il en soit, abstenons nous de toute appréciation et bornons-nous à mentionner un fait intéressant.

**Régime de la détonation.** — L'étude expérimentale du régime de la détonation relève de la physique. Pourtant il convient d'en dire quelques-mots. MM. Berthelot et Vieille, Mallard et Le Chatelier, Dugald Clerk, Witz, Grover, Slaby, etc., se sont occupés de la question et le lecteur trouvera des renseignements intéressants dans leurs ouvrages et leurs mémoires.

Nous savons déjà que la combustion peut s'opérer soit à volume constant, soit sous pression constante, soit dans la plupart des cas en vertu d'un régime mixte. De plus, la vitesse de propagation de l'onde explosive varie avec la température et la pression. Nous ren-

voyons à ce que nous avons dit plus haut au sujet de la durée de la combustion, dans les moteurs, et particulièrement au *Traité des moteurs à gaz et à pétrole*, de M. Witz, ainsi qu'à nos *Moteurs à explosion*, pages 390 et suivantes.

La vitesse de propagation de l'onde explosive (MM. Berthelot et Vieille) varie de quelques décimètres à plusieurs mètres par seconde.

Avec des mélanges d'air et de gaz d'éclairage, MM. Mallard et Le Chatelier ont trouvé les résultats suivants :

MÉLANGE		VITESSE DE PROPAGATION en mètres à la seconde.
AIR	GAZ	
90 vol. 83 —	40 vol. 17 —	0,44 1,25

Un mélange de 30 p. 100 d'hydrogène et de 70 p. 100 d'air a donné aux mêmes expérimentateurs des vitesses variables avec la température.

A 15° . . . . .	328 m.
A 10° . . . . .	433 m.

Les corps sont dits *endothermiques* lorsqu'ils se forment avec absorption de chaleur, et *exothermiques* lorsqu'il se dégage du calorique au moment de leur naissance, et, de deux corps, le plus exothermique est celui qui dégage en se formant la plus grande quantité de chaleur.

Le principe utilisé dans les moteurs à gaz est le suivant :

*Lorsqu'un mélange de gaz, composé d'éléments susceptibles de former entre eux plusieurs combinaisons, est soumis à des conditions convenables de température et de pression, ce sont les corps les plus exothermiques qui tendent à se former.*

Dans la plupart des cas correspondant à la marche des moteurs à gaz, les composés finaux doivent être la vapeur d'eau et l'acide carbonique, abstraction faite des gaz inertes, des produits en excès, et bien entendu des transformations incomplètes. Au point de vue pratique, que se passe-t-il sous le piston ? Avouons franchement que nous ne sommes pas absolument fixés à cet égard. Les observations sont difficiles et, jusqu'à ce jour, les expériences ont été insuffisantes.

Se produit-il seulement un échange des éléments en présence ? Ou bien, au moment où la température passe par son maximum, y a-t-il dissociation des gaz ?

On a soutenu le pour et le contre. Les uns ont prétendu que la haute

température provoquait une dissociation. Les autres ont affirmé que l'augmentation de pression empêchait le phénomène de se produire.

Pourtant MM. Mallard et Le Chatelier ont montré que la dissociation de l'acide carbonique est encore faible vers 2000°; tandis que celle de la vapeur d'eau ne commence qu'à des températures encore plus élevées.

La théorie de la dissociation avait été inaugurée par M. Dugald Clerk pour rendre compte des divergences que l'on trouvait entre les chiffres de l'observation directe, relatifs à la température et à la pression d'un mélange, après l'explosion, et ceux que fournissait le calcul direct. Il est vrai qu'au moment où M. Dugald Clerk présentait ses explications, MM. Mallard et Le Chatelier n'avaient pas montré que la chaleur spécifique des gaz augmentait avec la température; cet élément était supposé constant. Aujourd'hui, en refaisant les calculs, avec des valeurs convenables pour  $c$ , on ne trouve plus d'écarts inquiétants entre les données de la théorie et les résultats de la pratique.

## § 2. — CONDITIONS DE MARCHÉ

**Conclusions à tirer des calculs établis.** — Voyons maintenant à tirer des conclusions des formules que nous avons établies.

Si nous nous reportons à l'expression qui exprime la valeur du travail produit par une cylindrée, nous avons :

$$\mathfrak{C} = \frac{R}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{\mu}{\mu + 1} \right)^{\gamma - 1} \right] T'$$

$R$  = caractéristique des gaz.

$\mu$  = indice de compression ou rapport du volume de la chambre de compression au volume du cylindre.

$\gamma$  = rapport des chaleurs spécifiques des gaz sous pression constante et à volume constant.

$T'$  = augmentation constante de température subie, pour un régime défini, par la même masse gazeuse du fait de l'explosion.

Que faut-il conclure de là ?

Tout d'abord que le rapport  $\frac{\mu}{\mu + 1}$  doit être aussi petit que possible, c'est-à-dire que  $\mu$  doit être fort petit. Cela revient à dire qu'il faut une forte compression. Cette conclusion théorique est, du reste, parfaitement d'accord avec les données de la pratique. *Le rendement est d'autant meilleur que la compression est plus grande*, sauf les restrictions que nous apporterons un peu plus tard.

Si nous nous rappelons que  $T_2$  et  $T_3$  représentent les températures

avant et après l'explosion, il est facile de voir que, si  $T'$  est constant pour une masse gazeuse donnée, les températures absolues seront  $T_2$  et  $T_2 + T'$ . Or,  $T_2 = T_1 \left( \frac{\mu + 1}{\mu} \right)^{\gamma - 1}$  comme nous l'avons établi, et, plus  $\mu$  est petit, plus la valeur de  $T_2$  est grande.

L'avantage d'une compression assez forte implique donc l'augmentation de la température absolue à laquelle évoluera le cycle.

Ici, ouvrons une parenthèse, car il y a une certaine contradiction dans ce qui précède. Lorsque l'on fait varier  $\mu$ , la cylindrée  $\lambda$  restant la même, il est évident que la quantité de chaleur dégagée correspond toujours au volume  $\lambda$ , tandis que les produits à échauffer comprennent les gaz actifs de volume constant, plus les gaz résiduels de volume  $\mu\lambda$ , variable lorsque  $\mu$  varie. En toute rigueur il conviendrait de tenir compte de cette variation de  $\mu$ , mais nous ne croyons pas devoir nous étendre sur ce sujet qui n'a qu'un intérêt spéculatif.

Disons en outre que s'il y a intérêt à diminuer  $\mu$  et à augmenter la compression, il y a une limite à cette tendance, car lorsqu'un gaz tonnant est brusquement comprimé, il s'échauffe et déflagre dès que sa température a atteint une certaine limite, variable avec la composition du mélange.

Si, dans quelques engins, ce mode d'*auto-allumage* a été employé, dans la plupart des cas on redoute ce phénomène et la valeur de  $\mu$  doit cadrer avec la nature du gaz et les dispositifs adoptés.

**De la vitesse du piston.** — Donc, nous voyons qu'il y a intérêt à employer de fortes compressions, ce qui entraîne un cycle évoluant à température élevée.

Mais toute médaille a son revers. Dans tous nos calculs nous avons supposé des transformations adiabatiques, ce qui est impossible à réaliser, et nous avons montré, à un moment déterminé, que la perte aux parois dépendait de l'écart des températures et du temps. Pour que le cycle puisse fonctionner convenablement à haute température, il faut diminuer l'un de ces facteurs. Or, l'expérience montre que le mécanisme, pour être entretenu en bon état, doit être maintenu à une température qu'il ne faut pas dépasser. Généralement, on établit cette limite en entourant le cylindre et la culasse d'une circulation d'eau, et c'est la vitesse de cette circulation qui permet de régler, au moins entre certaines limites, la température des parois.

On s'efforce aussi de diminuer le temps pendant lequel la chaleur peut être cédée aux parois, c'est-à-dire la durée de la phase active, en augmentant la vitesse du piston.

Supposons en effet un régime établi, comportant  $N$  détonations par minute et une circulation d'eau faisant passer dans le même temps  $P$  kilogrammes pour maintenir les parois à  $t^\circ$ .

Dans un moteur à quatre temps on aura  $4N$  oscillations du piston. Si la vitesse de celui-ci augmente de  $n$  oscillations, il fera  $4N + n$  à la minute et on aura  $N + \frac{n}{4}$  explosions durant cette unité de temps.

Il y aura excès de calorique dégagé par suite de ces  $\frac{n}{4}$  explosions supplémentaires. Il est évident que, pour maintenir la température des parois à  $t^\circ$ , il faudra une plus grande quantité d'eau de circulation. En appelant  $P'$  le poids requis, on devra avoir ;

$$\frac{P'}{P} = \frac{N + \frac{n}{4}}{N} = \frac{4N + n}{4N} = 1 + \frac{n}{4N}$$

c'est-à-dire que le poids d'eau à fournir devra être augmenté de  $\frac{n}{4N} P$ .

En réalité, chaque cylindrée produit un travail constant. En augmentant la vitesse du piston, *dans les conditions où nous nous plaçons*, on n'améliore pas le rendement de la machine, on augmente seulement son travail.

S'il est rationnel d'augmenter la vitesse du piston dans le but de diminuer les pertes causées par les cessions de calorique, il faut bien se garder de dépasser la mesure. Nous avons vu que la vitesse du piston doit être réglée d'après la vitesse de propagation de l'onde explosive. Or, avec une machine ultra rapide, on risquerait d'ouvrir l'échappement avant que la combustion ne soit devenue complète. Ce serait là une condition déplorable et, pour guérir un défaut, il faut bien se garder de tomber dans un excès.

**Pression à l'échappement.** — Lorsqu'on ouvre l'échappement, les gaz ont une pression que nous avons désignée par  $P_f$ . Il est évident que le rendement sera d'autant meilleur que  $P_f$  sera moindre.

On arrive à diminuer  $P_f$  en augmentant la compression comme nous l'avons démontré précédemment.

Quelques constructeurs, notamment MM. Atkinson, Charon, Lecomte, etc., se sont préoccupés de diminuer la valeur de  $P_f$  pour améliorer le rendement. Les uns ont coupé l'admission avant la fin de course, les autres ont expulsé partiellement les gaz admis. Ces moteurs sont au fond du même type et on en suivra facilement les phases en se reportant à ce que nous avons dit pages 106 et suivantes.

Signalons, en passant, l'ingénieux dispositif Atkinson, malheureusement compliqué, qui conduit le piston de façon à lui faire décrire un cycle complet correspondant aux quatre temps, mais donnant aux oscillations *un* et *quatre* des longueurs inégales, ce qui permet d'allonger la détente correspondant à la phase active.



**Influence des parois.**— S'il était possible de laisser les parois prendre une température très élevée, la perte de calorique, cédé par les gaz, serait moins considérable. Mais il importe de veiller au bon état du mécanisme et l'expérience a montré qu'il fallait le maintenir à une température que l'observation a déterminée. A cet effet, on emploie une circulation d'eau ou, dans le cas de petits moteurs, on dispose sur le cylindre des ailettes qui facilitent le rayonnement et la chaleur en excès se dissipe dans l'atmosphère.

Lorsque l'on admet des gaz frais sous le piston, ils se réchauffent aux dépens des parois et cette action calorifique se continue pendant la deuxième phase. Pendant cette première période, l'action des parois est bienfaisante.

C'est pour accentuer ce phénomène qui fournit de la chaleur aux gaz et rafraîchit les parois que nous avons proposé un moteur à six temps comprenant :

- 1<sup>re</sup> oscillation : admission ;
- 2<sup>o</sup> — compression ;
- 3<sup>o</sup> — détente pure et simple ;
- 4<sup>o</sup> — compression ;
- 5<sup>o</sup> — explosion et détente ;
- 6<sup>o</sup> — expulsion.

Pendant les quatre premiers temps il y a réchauffement des gaz aux dépens des parois, sans compter que le mélange se complète et que le brassage devient plus effectif, ce qui a l'avantage de présenter, au moment de l'explosion, un mélange plus homogène et plus apte à recevoir une propagation régulière de la détonation.

Dans le cas ordinaire, pendant la combustion et pendant la détente, la température des gaz est supérieure à celle des parois. Il y a donc cession de calorique et, en raison des hautes températures atteintes, cette quantité est considérable. Elle se perd par rayonnement ou est emportée par l'eau de circulation.

Si l'on cherche à établir le diagramme en PV, on voit que les courbes correspondant à la déflagration et à la détente ne sont point du genre simple. Nous avons établi quelques équations qui le prouvent surabondamment. On est fort loin de la courbe  $PV^{\gamma} = \text{Constante}$ .

On a bien cherché à la remplacer par une courbe  $PV^K = \text{Constante}$ , par amour pour la simplicité, mais cette idée, fort arbitraire, ne représente nullement la vérité. On s'est basé sur le tracé fourni par les indicateurs, et, dans la plupart des cas, les indicateurs fonctionnent mal.

Faute de mieux nous admettons la relation  $PV^K = \text{constante}$  à la condition qu'on ne l'applique à la courbe de compression et à celle de détente qu'en fractionnant le tracé en plusieurs tronçons dont chacun correspondra à une valeur différente de K.

**Avances des phases.** — Nous ne croyons pas avoir à revenir sur ce que nous avons dit à ce sujet. Nous avons suffisamment montré l'importance qu'il y a à provoquer l'*avance à l'allumage* ainsi que l'*avance à l'échappement*. Les données de l'expérience sont bien d'accord avec nos conclusions théoriques. Dans beaucoup de cas, on augmente le rendement du moteur, en provoquant une avance à l'allumage. On augmente aussi la surface des diagrammes représentant le travail.

Il va sans dire qu'il ne faut pas dépasser la mesure et provoquer la déflagration au début de la deuxième phase. Il y a là une question de réglage et de tâtonnement sur laquelle la théorie ne peut fournir que de vagues indications, car ce n'est que dans un cas très particulier que nous avons pu déterminer la courbe en P V correspondant à la période d'explosion.

Tout cela n'est point en désaccord avec les travaux de M. Deschamps établissant que le mode de transformation de masses identiques de gaz, sous un même piston, est indifférent, *pourvu que les détente soient suffisamment prolongées*. Dans un moteur à gaz, la détente n'atteint point une valeur suffisante pour que le mode de transformation soit sans effet et voilà pourquoi l'advance à l'allumage est susceptible de jouer un rôle, *d'autant plus que le régime est loin d'être adiabatique*.

**Combustion.** — Jusqu'à présent nous avons supposé des mélanges homogènes. Or, dans la pratique, les gaz introduits ne sont qu'imparfaitement mélangés, soit qu'ils proviennent d'un mélange de gaz d'éclairage et d'air, soit qu'ils résultent d'un entraînement de vapeur de pétrole par le fluide atmosphérique. De plus, ils se rencontrent dans le cylindre avec des gaz résiduels qu'ils pénètrent plus ou moins bien.

En réalité, si l'on pouvait distinguer les gaz sous le piston, si ces fluides avaient des couleurs et si l'œil pouvait pénétrer dans ce laboratoire, on percevrait des traînées inégales et irrégulières, des pénétrations incomplètes, des stratifications ébauchées et des franges mal réparties qui rappelleraient les volutes informes d'un brouillard pénétré par un jet d'air desséché.

Dans ces conditions, la compression modifie la distribution des plages hétérogènes sans en assurer le mélange et, sur chaque point, des compositions variables offrent à la propagation de l'onde explosive des chemins inégalement résistants. Il en résulte que la détonation se propage par à-coups, avec des vitesses inégales, modifiées encore par les conditions de température et de pression.

Certains inventeurs ont cherché à tirer parti de cette diffusion difficile en adoptant des dispositifs spéciaux, mais la description de ces procé-

dés rentrerait dans le domaine des monographies, et nous renvoyons les esprits curieux aux ouvrages descriptifs.

C'est au moyen d'observations directes qu'on peut jeter un peu de jour sur cette question encore obscure.

Nous signalons particulièrement les recherches de M. Witz qui a consigné ses résultats dans son remarquable ouvrage sur les moteurs à gaz et à pétrole, auquel nous emprunterons les tableaux qui vont suivre.

On conçoit que les conditions dans lesquelles se produit l'explosion viennent en altérer la marche et qu'on doit tenir compte :

- 1° De la nature du mélange;
- 2° De sa température;
- 3° De son degré de compression.

Enfin, le régime de la phase n'est pas sans influence sur le résultat obtenu. Comme la durée de l'explosion est comparable à celle du déplacement du piston, si la combustion commence avant que celui-ci ne soit à fond de course, le phénomène commencera pendant une période de compression, tandis qu'il s'achèvera dans un espace devenant de plus en plus grand. Si l'ignition se produisait au point mort on n'aurait à considérer que cette seconde période.

M. Aimé Witz a, dans une série d'expériences très étudiées, montré que la vitesse de déflagration est fonction de la vitesse du piston.

Avec un mélange de 1 volume d'oxyde de carbone et 2,675 volumes d'air qu'il fait détoner dans une machine à gaz il trouve :

Durée de l'explosion.	Vitesse du piston à la seconde.
0,17 seconde	4,5 mètres
0,12 »	2,15 »
0,11 »	2,35 »
0,08 »	3,25 »
0,05 »	5,20 »
0,045 »	5,60 »

La course était de 254 millimètres dans le premier cas, de 258 dans les autres; cela correspond donc au tableau.

Durée de l'explosion.	Vitesse du piston.	Nombre de tours par seconde.	Durée d'une oscillation double.
0,17 sec.	1,5 m.	2,90	0,3 sec.
0,12 »	2,15 »	4,16	0,24 »
0,11 »	2,35 »	4,55	0,21 »
0,08 »	3,25 »	6,30	0,16 »
0,05 »	5,20 »	10,07	0,10 »
0,045 »	5,60 »	10,85	0,09 »

Il est à remarquer que, dans tous les cas, la durée de l'explosion est la moitié de la durée d'une révolution de l'arbre moteur, c'est-à-dire qu'elle est à peu près égale à la durée d'une course.

Il est bien évident que nous considérons les vitesses du piston comme des *vitesses moyennes* puisque, si l'axe moteur est animé d'une vitesse de rotation uniforme, *les oscillations du piston sont pendulaires*.

Une autre expérience de M. A. Witz a porté sur un mélange de 1 volume de gaz d'éclairage et 6,33 volumes d'air. Les résultats ont été les suivants :

Durée de l'explosion.	Course.	Vitesse du piston.	Révolutions par seconde.	Durée d'une révolution.
0,13 sec.	259 mm.	1,7 m.	3,26	0,30
0,09 »	— »	2,9 »	5,50	0,48
0,06 »	— »	4,3 »	8,25	0,42
0,06 »	280 »	4,8 »	8,56	0,418

Nous trouvons, ici encore, la même durée relative constante de l'explosion par rapport à la durée d'une phase de l'organe moteur.

A côté de la constatation de durée qui avait bien son intérêt, M. Witz a pu formuler deux lois très intéressantes :

1° L'utilisation croît avec la vitesse de détente ;

2° La combustion des mélanges tonnants est d'autant plus rapide que la vitesse de détente est plus grande.

Nous croyons intéressant de remarquer en passant que la vitesse plus grande du piston détermine une compression plus rapide, et par suite qu'il y a là tendance à élever la température du mélange comprimé.

Cette question de la température des gaz au moment de l'explosion est capitale.

Elle peut comporter deux parties bien distinctes :

1° L'échauffement a lieu avant l'introduction dans le cylindre ;

2° L'échauffement est postérieur à l'introduction.

Dans le premier cas, le poids introduit (volume du cylindre) est fonction de la densité et par suite de la température. On admet donc, en poids, moins de gaz chaud que de gaz froid. Malgré cette perte à l'admission, M. Witz a constaté que la détonation se produisait bien plus rapidement. M. Petréano est arrivé à des conclusions semblables.

Les deux expérimentateurs ont trouvé, dans ce cas, que la corne du diagramme diminue d'autant moins que les gaz admis sont plus chauds.

Dans le second cas, le poids admis est le même, puisque l'introduction a lieu à la même température. M. Grover a montré que, dans un moteur à quatre temps, où les gaz admis sont dilués dans le résidu de combustion remplissant l'espace nuisible, l'explosion était plus rapide que dans un moteur à six temps comportant un balayage par l'air, le mélange tonnant étant dans ce cas additionné d'un volume d'air qui remplace un égal volume de produits résiduels.

Pour nous il n'est pas douteux qu'au contact des produits résiduels,

à haute température, les gaz n'empruntent du calorique, ce qu'ils ne pouvaient faire au contact de l'air de lavage. Nous retrouvons ici encore l'influence de la température.

M. Meyer, en expérimentant la vapeur de pétrole mélangée d'air, a trouvé que, dans un moteur de 12 chevaux faisant environ 180 tours par minute, c'est-à-dire 3 tours à la seconde, la vitesse de déflagration a varié de 30 à 40 millièmes de seconde.

Avec un moteur de 2 chevaux, tournant à 230 ou 240 tours (4 tours à la seconde), la durée de l'explosion a oscillé entre 15 et 30 millièmes de seconde. Dans cette série d'expériences, la durée de l'explosion semble avoir été le  $\frac{1}{10}$  de la durée d'une révolution. Le phénomène aurait donc été cinq fois plus rapide que dans les expériences de M. Aimé Witz.

Sous le piston, la détonation aura lieu :

1° Si le mélange est susceptible de se transformer en un de ses points par simple élévation de température;

2° Si la température produite par les actions chimiques qui agissent, est suffisamment élevée pour permettre la combinaison de la couche immédiatement en contact.

Enfin rappelons la conclusion à laquelle nous sommes précédemment arrivés :

*Multiplier les points d'allumage, ce qui diminuera la durée de la déflagration et de plus restreindra les ratés.*

L'influence des gaz remplissant l'espace nuisible est également à considérer. Par leur présence, ils élèvent la température du mélange comprimé, mais plus tard ils s'échauffent aux dépens de la chaleur dégagée dans l'explosion. Au point de vue thermique ils valent donc mieux que l'air froid admis de l'extérieur dans le but de balayer les produits résiduels. M. Grover a pu constater que la détonation était plus rapide dans le premier cas.

Nous empruntons la figure 30 à l'ouvrage de M. Witz. Elle représente trois courbes obtenues en prenant les temps pour abscisses et les pressions pour ordonnées.

La courbe A se rapporte à un mélange de 1 vol. de gaz et 15 vol. d'air.

Les courbes B et C s'appliquent à des mélanges obtenus en remplaçant 18 à 20 p. 100 de l'air précédent par des gaz brûlés.

Les gaz, devenus inertes, agissent en apportant du calorique, ce qui facilite la détonation.

MM. Salanson et Dubuchy, après des études fort sérieuses, ont formulé les règles suivantes :

1° *On doit employer dans les moteurs à gaz des mélanges au dosage le plus faible possible; il n'y a de limite à cet égard que la limite même d'inflammabilité du mélange;*

2° On doit chercher à avoir une pression initiale au cylindre la plus faible possible, à la température la plus basse possible.

3° Une stratification bien comprise permet d'abaisser le dosage moyen; on arrive au même résultat par l'emploi de détonateurs plus actifs pour l'inflammation.

Ces règles visent, non pas le moyen d'obtenir l'effet maximum, mais le meilleur rendement avec un moteur donné. Elles montrent que, pour ne pas élever la température du cylindre, il faut réduire la température finale de l'explosion, dans le but de diminuer la chute thermique des fluides actifs. Théoriquement ce serait la même chose de laisser mon-

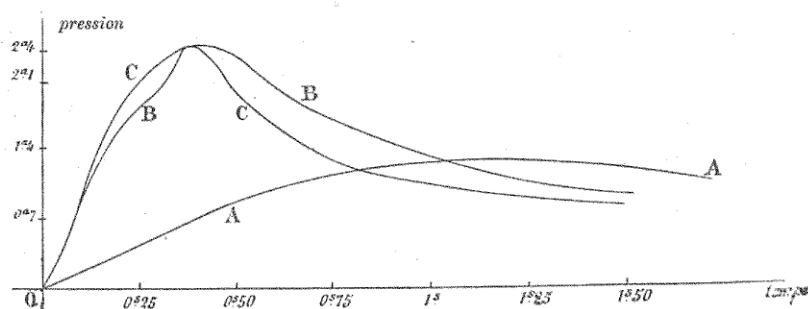


Fig. 30.

ter la température des gaz en élevant celle de l'enceinte; mais ce deuxième procédé cadre mal avec les exigences d'entretien du mécanisme.

La troisième loi vise les mélanges hétérogènes. Un mélange moyen pourrait ne pas détoner, mais il déflagrera néanmoins si le détonateur frappe un point sensible à son action et la détonation se propagera d'elle-même une fois commencée.

Terminons ce qui est relatif à l'allumage par deux tableaux que nous empruntons à l'ouvrage de M. A. Witz et qui parlent d'eux-mêmes :

Mélange de 1 volume de gaz d'éclairage avec 9,4 volumes d'air.

DURÉE de l'explosion.	COURS du piston.	VITESSE du piston.	TRAVAIL théorique.	TRAVAIL indiqué au diagramme.	UTILISATION
s.	mm.	m.	kgm.	kgm.	p. 100.
0,48	122	0,25	4,46	5,3	1,2
0,47	127	0,27	»	5,3	1,2
0,40	»	0,32	»	7,0	1,5
0,39	132	0,34	»	6,6	1,4
0,31	140	0,45	»	7,8	1,7
0,23	147	0,64	»	10,8	2,4

Mélange de 1 volume de gaz d'éclairage et de 6,35 volumes d'air.

DURÉE de l'explosion.	COURSE du piston.	VITESSE du piston.	TRAVAIL théorique.	TRAVAIL relevé au diagramme.	UTILISATION
s.	mm.	m.	kgm.	kgm.	p. 100.
0,15	259	1,7	633	17,6	2,7
0,09	»	2,9	»	40,1	6,2
0,06	»	4,3	»	50,5	7,9
0,06	280	4,8	»	50,7	9,3

On voit très nettement que l'*utilisation* augmente avec la vitesse du piston, c'est-à-dire en raison inverse du temps de contact des gaz chauds avec la paroi.

De tout ce qui précède on peut conclure que la combustion n'est pas toujours complète sous le piston. L'observation du reste le prouve péremptoirement et ce défaut se manifeste principalement dans les moteurs à marche très rapide.

*La combustion est parfois si mauvaise qu'on peut recueillir les gaz expulsés et les faire détoner à nouveau.*

Naturellement cela n'arrive que dans les machines mal réglées et mal conduites, mais le fait est tellement important qu'il y a un certain intérêt à le signaler.

Dans la plupart des cas, surtout pour les machines fixes, il n'y a qu'une portion assez faible des gaz qui échappent à la combustion.

Pour compléter la combustion, l'école *dilutionniste* désire maintenir des gaz résiduels provenant de l'explosion précédente.

D'autres affirment qu'il faut expulser les gaz résiduels par une chasse d'air faite à propos, et M. Dowson prétend :

- 1° Qu'on active la détonation;
- 2° Qu'on en augmente la puissance;
- 3° Qu'on évite les allumages prématurés et les ratés;
- 4° Que les gaz résiduels dilatent l'admission dont on réduit ainsi le poids.

D'autre part ; M. Grover affirme :

- 1° Que l'excès d'air diminue la pression finale ;
- 2° Que la présence des gaz chauds résiduels diminue la durée de l'explosion et augmente la pression finale.

Malgré les divergences d'opinion qui se sont produites, un point

paraît hors de doute, c'est l'avantage qui existe à produire une forte compression. Toutefois on est limité dans ce sens, car un mélange s'enflammera de lui-même dès qu'il arrivera à une certaine température et à une certaine pression. Certains moteurs sont même basés sur ce principe ; l'allumage s'y produit par simple compression.

Des modifications de température et de composition de mélange peuvent déterminer ce phénomène avant l'époque désirée. Il y a alors *allumage prématuré* et par suite défaut de fonctionnement. Cet écueil se rencontre surtout avec des mélanges riches.

Au contraire, avec des mélanges trop pauvres on est exposé à avoir des allumages difficiles, des combustions incomplètes et même des ratés.

**Des régénérateurs.** — Sir William Siemens a préconisé l'emploi des régénérateurs. Cette idée consiste à évacuer les gaz brûlés à travers une série d'appareils auxquels ils cèdent leur calorique, puis, lorsque ces appareils sont échauffés, à y admettre les gaz d'alimentation qui leur empruntent le calorique perdu par les gaz résiduels.

La méthode est séduisante, mais dans la pratique elle ne rend pas ce qu'elle permet d'espérer. Les températures développées sous le piston sont plus élevées, et, par suite, les pertes aux parois plus considérables. En outre, la construction des régénérateurs est des plus délicates et nous ne croyons pas qu'aucun type satisfaisant ait encore fonctionné.

**Représentation des cycles.** — Pour les moteurs à gaz on relève les diagrammes de la même façon que pour les machines à vapeur. On se sert de l'indicateur de Watt, de celui de M. Marcel Desprez ou de l'appareil de MM. Carpentier et Hospitalier.

En ce qui nous concerne, nous croyons peu à l'exactitude des diagrammes obtenus avec les *indicateurs*. Cependant nous pensons que ces appareils fournissent des tracés utiles surtout si on les compare entre eux.

Les figures 31, 32 et 33 montrent des diagrammes relevés avec des indicateurs.

Les causes perturbatrices sont nombreuses, et il est difficile de les mesurer ou même de les évaluer. Avec des machines faisant 1 200 tours par minute, c'est-à-dire 40 oscillations à la seconde, on peut se demander quelle est la valeur des tracés obtenus, et nous croyons qu'il faut des instruments bien sensibles pour obtenir des résultats satisfaisants. Nous ne nions pas, de parti pris, la valeur des diagrammes relevés, nous les croyons seulement *très difficiles* à obtenir exacts, et



nous recommandons de ne se fier qu'à ceux dont l'exactitude pourra être reconnue.

Si l'on cherche simplement à remplacer la courbe  $PV^{\gamma} = \text{Constante}$

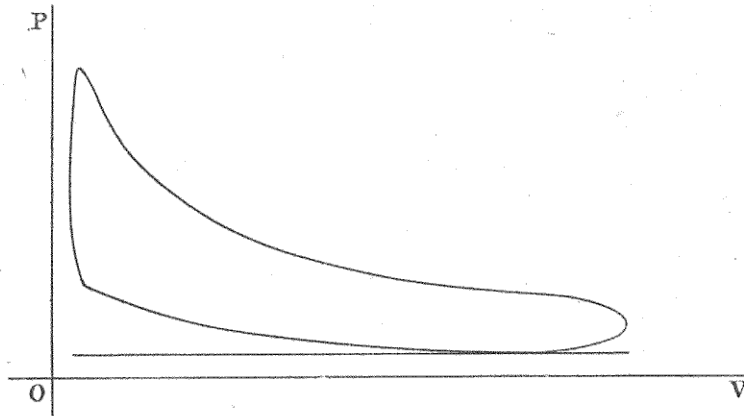


Fig. 31.

par une courbe simple  $PV^K = \text{Constante}$  dans laquelle  $K$  est un coefficient convenablement choisi, on représentera moins mal le phénomène.

La succession des phases déterminant un échauffement des parois

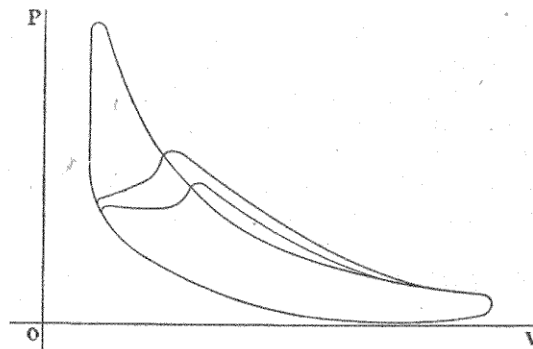


Fig. 32.

par suite de cession de chaleur de la part des gaz, on peut admettre en principe ceci :

1° Durant l'explosion et la détente, les gaz cèdent de la chaleur (jusqu'à une détente limite) ;

2° Durant l'admission et la compression, les gaz se réchauffent aux dépens des parois.

Dans le premier cas, la courbe vraie doit rester au-dessous de la courbe adiabatique, tandis que, dans le tracé de compression, elle doit la dominer.

Suivant le mode de combinaison du mélange, suivant la température

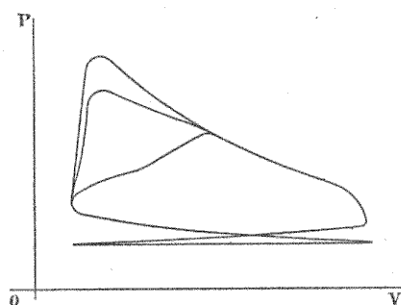


Fig. 33.

maxima atteinte, suivant la nature des parois, les échanges calorifiques ne seront pas constants durant des temps égaux ou des déplacements égaux du piston.

Citons quelques chiffres relatifs à des moteurs Otto, Clerk, Kœrting, etc.

MM. Ayrton et Perry ont trouvé :  $K = 1,47$ .

MM. Kidwell et Keller :  $K = 1,4385$ .

M. Witz :  $K = 1,55$ ,  $K = 1,517$ ,  $K = 1,586$ .

M. Schœttler a même relevé :  $K = 2,600$ .

Par contre, on a constaté des valeurs :  $K = 1,33$  et  $K = 1,080$ .

M. Slaby, professeur à l'école industrielle de Berlin, a mesuré :

$K = 1,61$ pour un moteur tournant à 100 tours			
1,33 et 1,59	—	—	163 —
1,54	—	—	156 —
1,52	—	—	174 —

Pour la compression, il a obtenu :

$K = 1,290$ pour un moteur tournant à 100 tours			
1,289	—	—	150 —
1,287	—	—	200 —

MM. Kidwell et Keller ont trouvé  $K = 1,53$  pour la compression.

Voici un tableau de quelques valeurs de  $K$  :

MOTEURS	VALEURS DE K	
	Détente.	Compression.
Atkinson. . . . .	1,305	1,399
Griffin. . . . .	1,373	1,245
Griffin. . . . .	1,350	1,262
Atkinson. . . . .	1,264	1,205
Crossley. . . . .	1,435	1,380
Ayrton et Perry. . . . .	1,479	1,301
Capper. . . . .	1,374	1,302

**Pertes totales dans les moteurs à gaz.** — Après l'analyse que nous venons de faire, nous voyons que la chaleur fournie par les gaz après l'explosion, peut se diviser en trois parties :

- 1° Le calorique transformé en travail ;
- 2° Le calorique évacué avec les gaz qui sortent du cylindre ;
- 3° Le calorique absorbé par les parois.

Voici quelques résultats relatifs aux moteurs Otto.

	D'APRÈS MM. Thurston et Cartwright.	D'APRÈS MM. Brooks et Stewart.	D'APRÈS MM. Kidwell et Keller.
Chaleur emportée par l'eau de circulation. . . . .	46,90	52,00	50,46
Perte par rayonnement. . .	10,76	15,50	27,93
Perte à l'échappement. . . .	23,55	15,50	
Frottements. . . . .	4,10		
Travail de la pompe. . . . .	0,42		22,91
Utilisation nette. . . . .	14,27		
Utilisation en travail indiqué.		17,00	
	100,00	100,00	100,00

M. Witz a trouvé pour un moteur Simplex :

Perte par l'eau de circulation. . . . .	44,4
Perte à l'échappement, etc. . . . .	37,7
Utilisation nette. . . . .	20,9
	100,0

M. Miller, opérant sur une machine du type Clerk, a trouvé :

Perte par l'eau de circulation. . . . .	49,9
Perte à l'échappement. . . . .	30,3
Utilisation nette. . . . .	19,6
	<hr/> 100,0

Avec un moteur Robey, M. Norris a relevé les chiffres suivants :

Perte par l'eau de circulation. . . . .	44
Perte à l'échappement. . . . .	33
Utilisation nette. . . . .	21
	<hr/> 100

Comme on le voit, il reste bien des perfectionnements à introduire dans la marche des moteurs à gaz. Les pertes sont encore considérables, et bien que le problème soit difficile on est en droit d'espérer des améliorations.

On trouvera dans l'ouvrage de M. Witz (*Traité des Moteurs à gaz*) tous les renseignements relatifs aux méthodes employées pour l'étude des éléments ci-dessus mentionnés.

### § 3. — DE L'INERTIE DES PIÈCES EN MOUVEMENT

**Effort exercé sur le piston par les pièces oscillantes.** — Lorsque nous avons examiné comment variait l'effort exercé par les gaz sur le piston, nous avons implicitement admis une marche régulière et nous avons supposé des organes absolument rigides et dépourvus de masse. Nous savons qu'il n'en peut être ainsi et nous allons chercher à nous rendre compte de l'importance des perturbations dues à l'inertie des pièces oscillantes.

La figure 34 nous montre le piston articulé par sa tige, en A, avec la bielle AM et conduisant la manivelle MO. Nous poserons :

- P, masse du piston et de sa tige ;
- B, masse de la bielle ;
- $b$ , son centre de gravité ;
- L, sa longueur ;
- $\delta$ , la longueur  $bA$  ;
- $\theta$ , l'angle MAO ;
- R, la longueur de la manivelle ;
- $\mu$ , sa masse ;
- $m$ , son centre de gravité ;
- $a$ , la distance  $mO$  ;
- $\omega$ , l'angle MOM<sub>0</sub>.

Le piston et sa tige sont animés d'un mouvement rectiligne. Quelle est la vitesse du point A ?

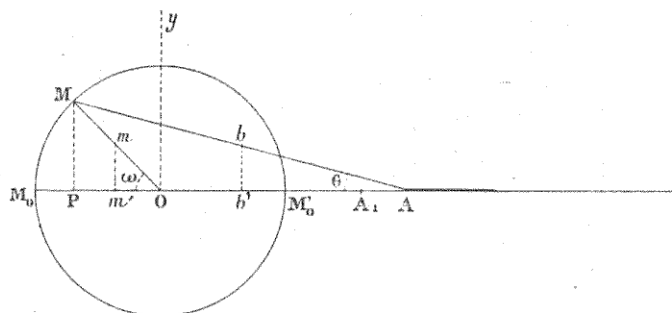


Fig. 34.

Nous voyons que si  $A_1$  représente la position initiale de A :

$$A_1 M_0 = MA \quad \text{et} \quad A_1 A = AP + M_0 P - A_1 M_0.$$

Or :

$$AP = MA \cos \theta = L \cos \theta$$

$$A_1 M_0 = L$$

$$M_0 P = R(1 - \cos \omega)$$

Donc :

$$A_1 A = R(1 - \cos \omega) - L(1 - \cos \theta)$$

et dans  $\widehat{MOA}$

$$\sin \theta = \frac{R}{L} \sin \omega.$$

Enfin posons :  $\omega = \alpha t$ ,  $\alpha$  étant la vitesse angulaire et  $t$  le temps.

$A_1 A$  a pour valeur :

$$A_1 A = R(1 - \cos \omega) - L \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \omega} \right).$$

En tenant compte de la faible valeur de  $\frac{R}{L} \sin \omega$ , en développant

$$\left( 1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \omega \right)^{\frac{1}{2}}$$

et se bornant aux deux premiers termes, on a :

$$A_1 A = R(1 - \cos \omega) - \frac{R^2}{2L^2} \sin^2 \omega$$

Appelons  $v_a$  et  $u_a$  la vitesse et l'accélération du point A, on aura :

$$v_a = \frac{d.A_1A}{dt} = \alpha R \left[ \sin \omega - \frac{R}{2L} \sin (2\omega) \right]$$

$$u_a = \frac{dv_a}{dt} = \alpha^2 R \left[ \cos \omega - \frac{R}{L} \cos (2\omega) \right]$$

P étant la masse du piston, la pression  $F_a$  exercée sur les gaz par l'attirail du piston sera :

$$F_a = \alpha^2 R P \left[ \cos \omega - \frac{R}{L} \cos (2\omega) \right].$$

Pour ce qui est de la bielle, remarquons que, comme approximation, nous pouvons nous borner à considérer son influence comme celle d'un mobile idéal qui aurait les mêmes mouvements que le centre de gravité auquel serait attribuée la masse totale B.

Soit  $b'$  (fig. 34) la projection du point  $b$  sur OA.

$$Ob' = Pb' - OP = (L - \delta) \cos \theta - R \cos \omega.$$

Mais

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \omega}$$

et par approximation :

$$\cos \theta = 1 - \frac{R^2}{2L^2} \sin^2 \omega.$$

Donc :

$$Ob' = (L - \delta) \left( 1 - \frac{R^2}{2L^2} \sin^2 \omega \right) - R \cos \omega.$$

Désignons par  $v_{b'}$  et  $u_{b'}$  la vitesse et l'accélération de  $b'$  suivant OA, on aura :

$$v_{b'} = \alpha R \sin \omega - \alpha (L - \delta) \frac{R^2}{2L^2} \sin (2\omega)$$

$$u_{b'} = \alpha^2 R \cos \omega - \alpha^2 \left( L - \delta \right) \frac{L^2}{R^2} \cos (2\omega) = \alpha^2 R \left[ \cos \omega - \left( L - \delta \right) \frac{R}{L^2} \cos (2\omega) \right]$$

Et la pression, dirigée suivant OA, sera :

$$F_{b'} = \alpha^2 R B \left[ \cos \omega - \left( L - \delta \right) \frac{R}{L^2} \cos (2\omega) \right].$$

La manivelle OM a son centre de gravité en  $m$  à une distance  $a$  de O.

Dans la figure 34 on voit que :

$$Om' = a \cos \omega \text{ et que } M_0m' = R - a \cos \omega.$$

Donc :

$$v_{m'} = + \alpha a \sin \omega$$

$$u_{m'} = + \alpha_2 a \cos \omega.$$

La pression suivant OA sera :

$$F_{m'} = - \alpha^2 a p \cos \omega.$$

Si nous appelons  $F_x$  la somme  $F_a + F_{b'} + F_{m'}$  on voit qu'il vient :

$$F_x = \alpha^2 \left\{ \left[ R(P+B) + \mu a \right] \cos \omega - \frac{R^2}{L} \left[ \frac{B(L-\delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \right\}.$$

Expression de forme  $F_x = A \cos \omega - C \cos 2\omega$ .

Si l'on négligeait l'obliquité de la bielle l'expression se réduirait à

$$F_x = \alpha^2 \left[ R(P+B) + \mu a \right] \cos \omega.$$

Il est à remarquer que  $(L-\delta)$  étant positif, l'influence de l'obliquité de la bielle vient diminuer la valeur de  $F_x$ .

Il serait facile de construire la courbe

$$F_x = A \cos \omega - C \cos 2\omega;$$

mais il nous suffira de montrer à quels résultats on doit arriver, et, pour raison de simplicité, nous nous en tiendrons à la valeur  $F'_x = A \cos \omega$  qui correspond au cas de la bielle infinie.

Si l'on construit une courbe en prenant

$$x = R(1 - \cos \omega), \quad y = A \cos \omega,$$

en éliminant  $\cos \omega$ , on a

$$y = \frac{A}{R} (R - x)$$

équation d'une droite coupant l'axe des  $x$  au point  $x = R$  et ayant, pour  $x = 0$  et  $x = 2R$ , des ordonnées égales et de signes contraires.

Ceci établi, prenons le cycle d'un moteur à quatre temps (fig. 35) ABCDEBA. Puis construisons la droite ci-dessus définie, dans le système  $O'xy'$ . Suivant la valeur de  $A$  et de  $R$  elle affectera l'une des trois positions  $ab$ ,  $a'b'$ ,  $a''b''$ . On voit donc qu'avec des pièces très lourdes (cas  $a''b''$ ),  $F'_x$ , positif dans le premier quadrant, aide à la marche du piston. Dans le second quadrant,  $F'_x$  est négatif et la retarde.

Lors du retour du piston, la ligne des valeurs de  $F'_x$  revient de  $b''$  en  $a''$ . A partir du point  $a''$ ,  $F'_x$  est plus grand que la pression dans le cylindre. Donc cet effort s'oppose à la compression.

Reprenons :

$$F_x = A \cos \omega - C \cos (2\omega) = A \cos \omega - C (2 \cos^2 \omega - 1).$$

Posons :

$$\begin{aligned} y &= A \cos \omega - 2C \cos^2 \omega + C \\ x &= R (1 - \cos \omega). \end{aligned}$$

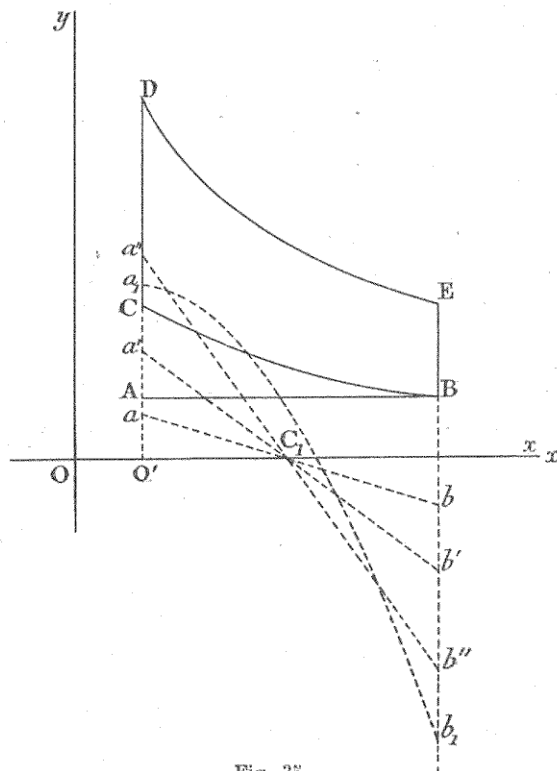


Fig. 35.

Éliminons  $\cos \omega$  entre ces deux équations, il vient :

$$y = A \frac{(R-x)}{R} - 2C \frac{(R-x)^2}{R^2} + C$$

équation d'une parabole.

Pour

$$\begin{aligned} x &= 0 & y &= A - C \\ x &= 2R & y &= -A - C \end{aligned}$$

On aura  $y = 0$  lorsque l'on aura :

$$\frac{A(R-x)}{R} - 2C \frac{(R-x)^2}{R^2} + C = 0$$



ou

$$2C(R-x)^2 - AR(R-x) - CR^2 = 0.$$

On voit que l'on a pour  $R-x$  des racines de signes contraires.

Si, dans le premier membre de l'équation, on substitue  $-\infty$ , ce premier membre est positif. Si on fait  $x=R$ , il est négatif; si on fait  $x=2R$  il est positif. Donc l'une des valeurs de  $x$  est plus petite que  $R$ , et l'autre est comprise entre  $R$  et  $2R$ . Si l'on substitue  $x=0$ , le premier membre se réduit à  $R^2(C-A)$  ce qui est négatif, car  $C < A$ .

Donc la deuxième racine de  $x$  est négative.

Il y a encore lieu de se demander où se trouve le maximum de  $y$ . Il sera donné par l'équation :

$$-4C(R-x) + AR = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{R(4C-A)}{4C}.$$

La courbe est représentée en  $a_1c_1b_1$  sur la figure 35.

**Variations de l'effort sur le bouton de manivelle, dues à l'action des pièces oscillantes.** — Nous avons déjà établi la valeur de  $F_x$  suivant OB (fig. 34).

Cherchons  $F_y$  suivant la perpendiculaire en O à OA. Il est évident que le piston ne donne aucune composante suivant cette direction. Nous n'avons donc qu'à considérer la bielle et la manivelle.

Si nous nous reportons à la figure 34, nous voyons que :

$$\begin{aligned} b'b &= \delta \sin \theta = \delta \frac{R}{L} \sin \omega \\ v_b &= \frac{d(bb')}{dt} = \alpha \delta \frac{R}{L} \cos \omega \\ u_b &= \frac{dv_b}{dt} = -\alpha^2 \delta \frac{R}{L} \sin \omega \end{aligned}$$

Et, par suite, la force dirigée suivant  $Oy$ , d'après nos notations que nous conservons, est :

$$F_b = -\alpha^2 \delta \frac{R}{L} B \sin \omega$$

Pour ce qui est de la manivelle :

$$\begin{aligned} m'm &= a \sin \omega \\ v_m &= \alpha a \cos \omega \\ u_m &= -\alpha^2 a \sin \omega \\ F_m &= -\alpha^2 a \mu \sin \omega \end{aligned}$$

Par suite :

$$F_y = F_a + \dots = -\alpha^2 \left( \frac{\partial RB}{L} + a\mu \right) \sin \omega.$$

On se rappelle que

$$F_a = \alpha^2 \left\{ \left[ R (P + B) + \mu a \right] \cos \omega - \frac{R^2}{L} \left[ \frac{B (L - \delta)}{L} + P \right] \cos \omega \right\}.$$

Ces composantes donnent suivant OM une composante normale N, et suivant la perpendiculaire à OM une composante tangentielle T.

$$N = F_y \sin \omega - F_x \cos \omega$$

$$N = -\alpha^2 \frac{\delta RB}{L} \sin^2 \omega - \alpha^2 a \mu \sin^2 \omega - \alpha^2 R (P + B) \cos^2 \omega - \alpha^2 \mu a \cos^2 \omega \\ + \frac{R^2}{L} \alpha^2 \left[ \frac{B (L - \delta)}{L} + P \right] \cos \omega \cos 2\omega$$

$$N = -\alpha^2 R \left\{ \frac{\delta B}{L} \sin^2 \omega + (P + B) \cos^2 \omega \right\} - \alpha^2 a \mu \\ + \alpha^2 R \frac{R}{L} \left[ \frac{B (L - \delta)}{L} + P \right] \cos \omega \cos 2\omega$$

De même :

$$T = F_y \cos \omega + F_x \sin \omega$$

Le terme en  $a\mu$  disparaît en ajoutant. On a :

$$T = -\frac{\alpha^2 \delta RB}{L} \sin \omega \cos \omega - \alpha^2 R (P + B) \cos \omega \sin \omega \\ - \frac{\alpha^2 R^2}{L} \left[ \frac{B (L - \delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \sin \omega \\ T = -\frac{\alpha^2 R}{2} \left[ \frac{\delta B}{L} + (P + B) \right] \sin 2\omega - \alpha^2 R \frac{R}{L} \left[ \frac{B (L - \delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \sin \omega.$$

Dans le cas où on néglige l'obliquité de la bielle, il reste des expressions de forme :

$$N' = A \sin^2 \omega + C \cos^2 \omega$$

$$T' = \frac{A + C}{2} \sin 2\omega$$

Si l'on construit la courbe :

$$\rho = A \sin^2 \omega + C \cos^2 \omega = (A - C) \sin^2 \omega + C,$$

on voit que pour  $\omega = 0$  et  $\omega = \frac{\pi}{2}$ ,  $\rho = C$ .

Pour  $\omega = \frac{\pi}{2}$ , on trouve :  $\rho = A$

L'équation dérivée est  $(A - C) \sin 2\omega = 0$ , ce qui s'annule pour

$\omega = \frac{\pi}{2}$  et  $\omega = \pi$ . Donc ces valeurs correspondent aux maxima et minima.

L'effort normal, dû à l'inertie des pièces oscillantes, sera maximum pour  $\omega = 0$  et  $\omega = \pi$ , et minimum pour  $\omega = \frac{\pi}{2}$ .

Quant à l'effort tangentiel dû à la même cause, il a pour expression :

$$T' = \frac{A + C}{2} \sin 2\omega$$

Il est nul pour  $\omega = 0$ , croît jusqu'à  $\omega = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$ , s'annule à nouveau pour  $\omega = \frac{\pi}{2}$ , puis devient négatif pour passer par un minimum pour  $\omega = \frac{3\pi}{4}$ , et s'annule pour  $\omega = \pi$ .

Il est à remarquer que  $T'$  s'annule pour  $\omega = \frac{\pi}{2}$ ; cela tient à ce que jusque-là la vitesse du point A (fig. 34) est inférieure à celle de M, tandis qu'au delà elle lui est supérieure. Donc pour  $\omega = \frac{\pi}{2}$  ces deux vitesses sont égales, et par suite la réaction  $T'$ , *due uniquement à l'inertie des pièces*, abstraction faite de la pression des gaz, cesse de s'exercer.

Si nous reprenons les expressions :

$$F_x = \alpha^2 \left\{ \left[ R (P + B) + \mu a \right] \cos \omega - \frac{R^2}{L} \left[ B \frac{(L - \delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \right\}$$

$$F_y = - \alpha^2 \left( \frac{\partial RB}{L} + \mu a \right) \sin \omega$$

qui ont la signification plus haut établie, si nous considérons un second piston, agissant sur le même arbre, conduisant une manivelle calée à  $180^\circ$  de la première, et si nous appelons  $F'_x$   $F'_y$  les fonctions analogues relatives à ce deuxième piston, nous passerons de  $F_x$  à  $F'_x$  et de  $F_y$  à  $F'_y$  en changeant  $\omega$  en  $\omega + \pi$ . Comme

$$\begin{aligned} \sin (\omega + \pi) &= - \sin \omega \\ \cos (\omega + \pi) &= - \cos \omega \\ \cos 2 (\omega + \pi) &= \cos 2\omega. \end{aligned}$$

il vient :

$$F'_x = - \alpha^2 \left\{ \left[ R (P + B) + \mu a \right] \cos \omega + \frac{R^2}{L} \left[ B \frac{(L - \delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \right\}$$

$$F'_y = + \alpha^2 \left( \frac{\partial RB}{L} + \mu a \right) \sin \omega$$

Par suite on a :

$$\begin{aligned} F_x + F'_x &= -\frac{2R^2}{L} \left[ \frac{B(L-\delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \\ F_y + F'_y &= 0 \end{aligned}$$

Dans le cas où l'on peut négliger l'obliquité de la bielle (cela revient à faire  $L$  infini) le rapport  $\frac{L-\delta}{L}$  tend vers l'unité, et  $\frac{R^2}{L}$  s'annule.

On a donc à la fois :

$$\begin{aligned} F_x + F'_x &= 0 \\ F_y + F'_y &= 0 \end{aligned}$$

**Des trépidations.** — Nous dirons un mot des trépidations qui peuvent se produire, notamment dans le cas d'un moteur conduisant une voiture automobile.

Supposons un cylindre unique placé dans le plan méridien de la voiture.

$$\begin{aligned} F_x &= \alpha^2 \left\{ \left[ R(P+B) + \mu a \right] \cos \omega - \frac{R}{L} \left[ \frac{B(L-\delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \right\} \\ F_y &= -\alpha^2 \left( \delta \frac{RB}{L} + \mu a \right) \sin \omega \end{aligned}$$

M. Farman a très justement dit dans son livre *les Automobiles* : « Il « résulte de l'action des masses en mouvement que l'arbre moteur sera « tantôt soulevé, tantôt appuyé sur son palier, et qu'une pression tangentielle sur la tête de bielle aura pour effet, tantôt d'accélérer le « mouvement, tantôt de s'y opposer. »

Négligeons l'obliquité de la bielle, ce qui revient à faire  $L$  infini, et remarquons que  $\delta = \frac{L}{2}$  par approximation, ce qui sera d'autant plus vrai que la bielle sera plus longue. Il nous restera :

$$\begin{aligned} F_x &= \alpha^2 \left[ R(P+B) + \mu a \right] \cos \omega = A \cos \omega \\ F_y &= \alpha^2 \left( \frac{1}{2} RB + \mu a \right) \sin \omega = C \sin \omega \end{aligned}$$

Nous représenterons les valeurs de  $F_x$  et de  $F_y$  en ordonnées pour chaque position du piston, c'est-à-dire pour chaque position du bouton de manivelle, puisque nous négligeons l'obliquité.

Pour  $F_x$  on aura

$$x = R(1 - \cos \omega) \quad y = A \cos \omega$$

et éliminant  $\cos \omega$  :

$$y = \frac{A}{R} (R - x)$$

équation d'une droite que nous connaissons déjà.

Pour  $F_y$  on aura :

$$x = R(1 - \cos \omega) \quad y = C \sin \omega \quad \text{ou} \quad y^2 = C^2 - C^2 \cos^2 \omega$$

éliminons  $\cos \omega$  ; on a :

$$y^2 = C^2 - C^2 \frac{(R - x)^2}{R^2}$$

Transportons l'origine vers la droite d'une longueur  $R$  ; le nouvel  $x$  aura pour valeur  $R - x$  de l'ancien système, et l'équation deviendra :

$$y^2 = C^2 - C^2 \frac{x^2}{R^2}$$

c'est-à-dire

$$\frac{y^2}{C^2} + \frac{x^2}{R^2} = 1$$

équation d'une ellipse dont les demi-axes sont  $R$  et  $C$ .

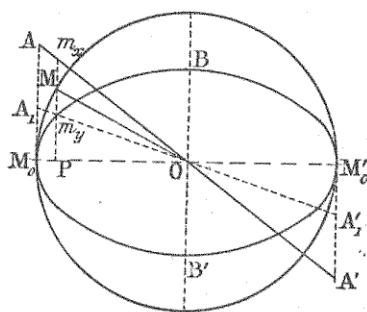


Fig. 36.

Nous représentons (fig. 36) ces variations.  $AA'$  est la courbe de  $F_x$ . L'ellipse  $M_0 B M'_0 B'$  est celle de  $F_y$ . Pour une position  $M$  du bouton de manivelle on aura :

$$F_x = P m_x \quad F_y = P m_y.$$

Si l'on veut tenir compte de l'obliquité de la bielle, on voit que l'on aura :

$$F_x = A \cos \omega + D \cos 2\omega$$

$$F_y = C_1 \sin \omega$$

Il n'y aura donc rien de changé pour l'ellipse représentant les variations de  $F_y$ , sauf la valeur du petit axe qui sera  $C_1$  au lieu de  $C$ , en tenant compte de la valeur exacte de la position du centre de gravité.

Pour  $F_x$  on aura :

$$\begin{aligned}x &= R (1 - \cos \omega) \\y &= A \cos \omega + D (2 \cos^2 \omega - 1)\end{aligned}$$

En éliminant  $\cos \omega$  il vient :

$$y = A \frac{(R-x)}{R} + 2D \frac{(R-x)^2}{R^2} - D$$

En transportant l'origine au centre on aurait :

$$y = \frac{Ax}{R} + \frac{2Dx^2}{R^2} - D$$

équation d'une parabole qui remplace la droite  $AA'$  de la figure 36.

Si maintenant nous examinons les tendances au mouvement autour de trois axes rectangulaires passant par  $G$  centre de gravité du véhicule, on voit que :

1° Autour de l'axe vertical il n'y aura pas tendance au mouvement ;

2° Autour de l'axe longitudinal, on n'aura rien non plus, puisque, comme le précédent, il est contenu dans le plan  $F_x$  et  $F_y$  ;

3° Autour de l'axe transversal il y aura tendance au mouvement.

Ce cas particulier rentre dans le cas général.

Si le cylindre *unique* n'est pas placé dans le plan méridien, non seulement il y aura tendance au mouvement autour de l'axe transversal, mais  $F_x$  tendra à produire un déplacement autour de l'axe vertical passant par  $G$ , et  $F_y$  sera une cause de rotation autour de l'axe longitudinal.

Avec deux cylindres calés à  $180^\circ$ , bien que la somme  $F_x + F'_x$  soit nulle en négligeant l'obliquité de la bielle, il est facile de voir que, pour des moteurs symétriquement placés par rapport au plan méridien, les accélérations des pistons en mouvement déterminent un couple qui *tend* à produire une rotation autour de l'axe vertical passant par le point  $G$ .

Il en sera de même des composantes  $F_y$  et  $F'_y$  qui jouent un rôle analogue par rapport à l'axe longitudinal.

Du reste nous renvoyons à la discussion développée plus haut.

Nous en avons assez dit pour montrer quelle influence ces actions peuvent acquérir.

« Ces variations d'efforts créeront des chocs s'il y a le moindre jeu dans les articulations du moteur et tendront, par conséquent, à augmenter le jeu de ce dernier. » (Farman.)

« Au point de vue des secousses imprimées à la voiture, l'augmentation brusque de pression due à l'explosion du gaz, a une importance bien plus considérable. Elle a lieu, nous le savons, au commencement de la course, et aura donc pour effet d'allonger le bâti qui supporte le moteur, en communiquant un choc à la voiture. L'élasticité ramènera de suite ce bâti à son écartement normal, mais, tous les deux tours, le même choc se produira. » (Farman, *Les Automobiles*.)

**Variations de la vitesse.** — La figure 37, empruntée à l'ouvrage de M. Witz, montre un résultat intéressant. Elle se rapporte aux variations des vitesses par rapport au temps. Sur une même feuille de

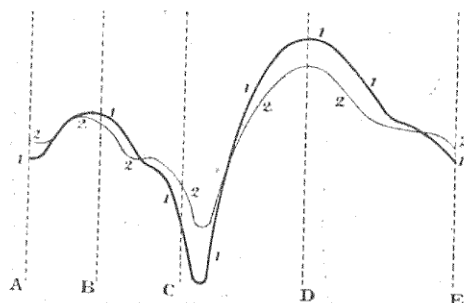


Fig. 37.

papier enduit de noir de fumée on enregistre les temps au moyen du diapason, puis on constate la vitesse en se servant du manchon du régulateur auquel on fixe le style destiné à produire le tracé.

Si la vitesse était uniforme, le manchon ne bougerait pas, mais les variations de vitesse l'entraînent suivant la verticale et il trace une courbe sur la feuille de papier qui se déroule devant lui.

La courbe n° 1 (fig. 37) représente les variations de vitesse d'une machine Atkinson munie de volant et la courbe n° 2 les variations du même engin avec un volant plus lourd. Le volant le plus lourd est le plus efficace.

Les lignes ABCDE marquent les limites des phases.

L'aspiration a lieu de A en B ;

La compression de B en C ;

L'explosion et la détente de C en D ;

La décharge de D en E.

La même question a été étudiée par M. Ranson qui a trouvé la loi suivante :

$\Sigma$  = surface du piston ;

$\omega$  = vitesse angulaire du moteur ;

$M$  = masse réduite du volant.

La variation de vitesse est en raison inverse du terme  $\frac{M\omega^2}{\Sigma}$ .

D'après M. Ranson, les courbes de vitesse, presque parallèles aux courbes des moments moteurs, présentent un maximum faible vers la fin de l'aspiration et un maximum plus considérable vers la phase d'explosion.

Lorsqu'un raté se produit, la phase suivante est caractérisée par une valeur plus grande de la pression.

Une augmentation de vitesse réduit la pression moyenne.

L'effort à vaincre diminuant brusquement, le régulateur n'agit pas instantanément et cette action ne peut se manifester qu'au bout de quelques tours.

Pour les développements complémentaires, nous renvoyons à l'ouvrage de M. A. Witz, à celui de M. G. Richard et à nos *Moteurs à explosion*.

**Diagramme d'un moteur.** — Il est intéressant de représenter au moyen d'un diagramme la marche des moteurs. Nous choisissons, à titre d'exemple, un moteur à quatre temps dont la soupape d'admission s'ouvre par suite de la dépression créée par le piston dans sa marche en avant, et se referme dès que commence la marche en arrière.

La came d'exhaustion est calée sur un arbre tournant deux fois moins vite que celui du piston.

Nous représentons (fig. 38) les déplacements du piston.  $\omega\omega'$  sera l'axe des  $\omega$ . Sur un axe perpendiculaire  $AO$  décrivons un cercle avec  $AO = 2R$  comme diamètre, puis un cercle égal  $OA'$  en prenant  $OA' = OA$  et dans son prolongement. De plus, de  $O$  comme centre, décrivons un cercle avec  $Om$  comme rayon.

Supposons que le piston se déplace à partir de  $O$  suivant  $OA$ , aille en  $A$  et revienne en  $O$ . Ensuite nous le ferons se déplacer de  $O$  en  $A'$  et de  $A'$  en  $O$ . Il aura ainsi accompli quatre oscillations répondant aux quatre temps du cycle. Le chemin idéal correspondant du bouton de manivelle aura été  $OMAM'O M''A'M''O$ .

De  $O$  en  $A$  il y a admission.

De  $A$  en  $B$  s'exécute la compression.

En  $B$  a lieu l'explosion qui se continue de  $B$  en  $O$  et de  $O$  en  $C$ .

De  $C$  en  $D$  a lieu la détente.

De  $D$  en  $O$ , en passant par  $M''$ , se produit l'expulsion.

Durant ce parcours de deux circonférences complètes, le point  $m$  du rayon  $OM$  a décrit une fois la circonférence des points  $C$ . Donc, sur cette circonférence, le point  $m$  a un mouvement égal à celui d'un des points de l'axe de la came d'exhaustion. Si l'exhaustion correspond à  $DA'M''O$ , la came la provoquant commencera en  $C_6$  pour finir en  $C_1$ .



Dans le cas où nous nous sommes placé, l'exhaustion ne doit pas cesser avant le retour au point O. En effet, si cela avait lieu, il y aurait recompression et quand le piston se déplacerait de O vers A il faudrait

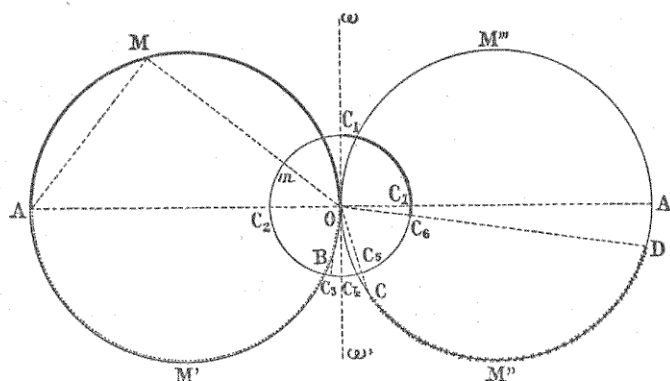


Fig. 38.

que la pression s'abaissât de façon à provoquer le mouvement de la soupape d'admission. On raccourcirait donc l'admission et on diminuerait la compression AM'B. Ces conditions seraient défavorables.

Voir nos *Moteurs à explosion*, pp. 207 et suivantes.

#### § 4. — DE L'ÉTABLISSEMENT DES MOTEURS

**Calcul des moteurs.** — Lorsque l'on doit construire un moteur répondant à un programme défini, il y a lieu d'en calculer les éléments principaux. Si l'on doit établir une machine à vapeur, le problème est facilement soluble, grâce aux données recueillies et aux formules en usage ; mais avec un moteur à explosion, il en est tout autrement.

Tout d'abord, la question étant posée, et les résistances à vaincre étant évaluées, on doit se fixer le régime, c'est-à-dire choisir entre les divers types existants.

Nous avons fait remarquer dans nos *Moteurs à explosion*, que ce choix n'a en réalité que peu de chose à voir avec le problème de construction. Il est déterminé par des considérations relatives au service que l'on compte exiger de la machine.

L'expérience a montré que tel ou tel type convenait mieux que tel ou tel autre pour un travail visé, et les *calculs d'établissement* ne peuvent être faits que lorsqu'on a procédé à cette sélection.

Tout d'abord le *combustible est de nature variable*.

La composition du gaz d'éclairage varie fort notablement et le pétrole employé par les « chauffeurs » n'est point de composition constante. L'alcool qui jouit actuellement d'une certaine faveur et l'acétylène que des raisons d'économie portent à écarter, du moins jusqu'à présent, resteraient plus identiques.

De plus, la *proportion d'air et de gaz ou de vapeur n'est point constante*. Cela résulte de la nature des appareils employés, lesquels ne fournissent pas un dosage rigoureux, et dont le fonctionnement est soumis à l'action d'agents variables ou intermittents.

Le fait est assez évident par lui-même, mais nous présenterons quelques observations sur la pression, la température et la vitesse d'aspiration.

Nous demandons la permission de résumer ici quelques idées que nous avons déjà formulées.

Il ne faut pas oublier que l'aspiration est fonction du volume du cylindre, lequel est une constante pour une machine déterminée. L'admission, fonction de ce volume, sera donc en raison inverse de la densité des produits introduits.

Or, comme l'énergie développée est proportionnelle au poids de mélange introduit (pour un mélange défini), il en résulte que la puissance du moteur diminuera avec la pression atmosphérique. Donc, un moteur fonctionnant à Paris et à Mexico (où l'altitude dépasse 2 000 mètres) ne produira pas le même travail avec le même mélange, car les admissions, égales en volumes, seraient loin d'être comparables en poids, pour une même température.

De plus, avec un carburateur, l'élévation de l'échelle thermométrique favorise la vaporisation de l'essence, tandis que le froid tend à l'enrayer, à moins qu'on ne remédie à cet inconvénient.

Remarquons, à ce propos, que l'évaporation d'une masse de pétrole, en produisant le refroidissement, tend à diminuer progressivement la tension de vapeur.

Enfin, il y a lieu de tenir compte d'un facteur que l'on a souvent négligé, nous voulons parler de la vitesse avec laquelle se forme le mélange.

Le phénomène de vaporisation n'est pas absolument instantané et, bien que l'admission soit intermittente, il n'en est pas moins vrai que, dans des conditions égales de température et de pression, avec un appareil maintenu identique à lui-même, l'air carburé ne conservera pas le même degré de saturation si l'on fait varier le débit en agissant sur la vitesse d'aspiration.

Il y a lieu d'envisager également les irrégularités pouvant provenir des allumages défectueux ou intempestifs, des combustions incomplètes, etc., etc.

Bref, et *très grosso modo* on peut dire que sur 100 unités calorifiques développées, on peut avoir :

Pertes par influence des parois . . . . .	50 p. 100	} 80 p. 100
— par les gaz éliminés . . . . .	30 p. 100	
Utilisation (cas très favorable) . . . . .	20 p. 100	

Ces proportions ne constituent qu'une approximation, car elles varient avec le degré de carburation, c'est-à-dire suivant la richesse du mélange, avec le travail demandé au moteur, avec les dispositifs adoptés, etc., etc.

Nous rappelons ici que les conditions suivant lesquelles fonctionne le cycle des moteurs à gaz sont contradictoires.

Il faudrait :

1° Éviter le refroidissement de l'enceinte où ont lieu la détonation et la détente ;

2° Introduire le plus grand poids possible de gaz pour obtenir le maximum de travail, abstraction faite du rendement ;

3° Maintenir le mélange au point de saturation le plus avantageux ;

4° Diminuer toutes les causes pouvant produire l'altération du cycle.

En sens inverse, on est limité par l'imperfection des dispositifs et la nécessité de maintenir le mécanisme en bon état, d'où obligation de refroidir le cylindre pour en éviter l'oxydation au contact de l'air. L'augmentation démesurée de la température des parois entraînerait, outre des grippements, une grande diminution de la résistance du métal.

Autre contradiction :

Le cylindre doit présenter pour un volume donné, le minimum de surface. Pour profiter du travail de détente, il faudrait allonger la course, ce qui entraînerait des modifications dans l'admission.

Bref, pour toutes ces causes, le *calcul proprement dit des moteurs à explosion n'existe pas*.

Les premières machines ont été construites sans calculs préalables et, depuis, on a presque toujours procédé par imitation ; les modifications ne sont venues que successivement.

Toutefois nous ne conseillons pas l'abandon de la théorie et son remplacement par l'empirisme. Au contraire, il y a lieu de creuser le problème pour arriver à une solution.

On devra, pour établir un moteur, faire entrer en ligne de compte les éléments suivants :

1° La nature du mélange à admettre (composition moyenne) ;

2° Le volume du cylindre ;

3° La compression à obtenir, laquelle est fonction du rapport du volume de la chambre de détonation au volume du cylindre (*indice de compression*) ;

4° Un rendement moyen qu'on supposera de 15 p. 100, le rendement dans le cylindre pouvant atteindre 20 p. 100 et la différence ayant pour but de tenir compte des résistances passives.

Voici comment on peut utiliser les données précédentes pour arriver à calculer un moteur.

Nous prenons par exemple un moteur devant conduire un véhicule automobile et nous posons :

A, coefficient numérique et résultant d'expériences ;

f, coefficient de frottement des fusées ;

r, diamètre des fusées, supposé égal pour les deux essieux ;

Q, poids total du véhicule ;

R et R', rayons des roues ;

i, angle de la route avec le plan horizontal ;

S, surface du véhicule, projetée sur un plan vertical perpendiculaire au plan médian ;

$\varepsilon$ , coefficient variable avec chaque voiture, mais voisin de 1,40 ;

V, vitesse en mètres par seconde ;

X, la résistance totale.

$$X = \frac{2(A + fr)Q}{R + R'} + 0,0625 \varepsilon S V^2 \pm Q \sin i.$$

La valeur de X comprend : le travail résistant développé pendant la traction, la résistance au roulement, la résistance due au frottement des essieux, la résistance de l'air, la résistance due aux pentes (positive sur une rampe, négative sur une descente).

Si nous appelons  $V_1$  la vitesse maxima en palier, la valeur de X devient :

$$X_1 = \frac{2(A + fr)Q}{R + R'} + 0,0625 \varepsilon S V_1^2$$

car alors  $i = 0$ .

Pour une rampe  $i$ , appelons  $V_i$  la vitesse, et X la valeur que prendra X, ou aura :

$$X_i = \frac{2(A + fr)Q}{R + R'} + 0,0625 \varepsilon S V_i^2 \pm Q \sin i.$$

Posons encore :

$\delta$ , diamètre du cylindre ;

$\lambda$ , course du piston ;

n, nombre de révolutions par minute ;

N, puissance du moteur en chevaux.

M. Hospitalier donne :

$$N = (\text{de } 3,49 \text{ à } 4,36) n \lambda \delta^2$$

M. Ringelman propose :

$$N = 3,37 \, n \lambda \delta^2$$

D'après M. Witz :

$$N = 2,8 \, n \lambda \delta^2$$

MM. Vigreux, Milandre et Bouquet adoptent :

$$N = 3,22 \, n \lambda \delta^2$$

Nous-même, nous proposons :

$$N = \frac{40}{3} \, n \lambda \delta^2.$$

En résumé, le constructeur dispose de plusieurs éléments qui sont les suivants :

Le diamètre du cylindre ;

La course du piston ;

Le nombre de révolutions par minute.

De plus, il se fixe une vitesse maxima à réaliser en palier, ce qui implique une rampe maxima sur laquelle la voiture ne démarrerait pas.

La vitesse à obtenir en palier  $V_1$  dépend uniquement du choix du constructeur ; il en résulte une valeur de  $X_1$ , lorsqu'on s'est fixé le diamètre des roues, celui des fusées, etc., etc. Il est du reste à remarquer que l'on tourne dans un cercle vicieux, car pour calculer  $X_1$ , on cherche des éléments définitifs, alors que le moteur n'est pas encore établi. Il n'y a pas à cela du reste de notable inconvénient pour un type déjà connu et expérimenté.

D'autre part,  $n$  résulte du choix du type, l'expérience ayant indiqué que tel ou tel système fonctionne d'une façon satisfaisante pour un nombre donné de révolutions à la minute.

Mais cette valeur de  $n$  oscille entre des limites assez larges.

Le piston parcourant deux fois sa course par révolution, sa vitesse sera  $\frac{2n\lambda}{60}$  par seconde et on sait que cette vitesse doit avoir une valeur donnée ou plutôt une valeur comprise entre des limites données. En général cette vitesse est avantageuse entre 2 m. 50 et 3 mètres.

Si donc  $X_1$  est donné ainsi que  $V_1$ , le travail durant une seconde sera

$$V_1 X_1 = \frac{2(A+fr)Q}{R+R} V_1 + 0,0625 \varepsilon V_1^3 S.$$

Avec un rendement de 75 p. 100; il faut  $N = \frac{4}{3} V_1 X_1$ .

D'autre part, le nombre de révolutions du moteur étant de  $\frac{n}{60}$  par

seconde, comme il n'y a qu'une phase motrice sur quatre, c'est-à-dire par deux révolutions, le moteur aura  $\frac{n}{120}$  phases motrices.

Nous venons de voir que  $N = \frac{4}{3} V_1 X_1$  c'est-à-dire qu'il faut par seconde fournir  $75 \times \frac{4}{3} V_1 X_1$  ou  $100 V_1 X_1$  kilogrammètres, donc chaque phase motrice devra fournir :

$$\frac{120}{n} \times 100 V_1 X_1 = \frac{12\,000}{n} V_1 X_1 \text{ kilogrammètres}$$

ou encore si l'on préfère  $75 N \times \frac{120}{n} = 9\,000 \frac{N}{n}$ .

Sachant qu'une calorie produit 425 kilogrammètres, il faudra donc produire  $\frac{9\,000}{425} \frac{N}{n}$  calories utiles.

Or nous savons que le rendement utile du cycle n'est que de 20 p. 100 ; par suite il en faudra cinq fois plus ou :

$$\frac{45\,000}{425} \frac{N}{n}$$

Si l'on se fixe le combustible à employer, il faudra un poids  $\varpi$  de cette substance et ce poids  $\varpi$  nécessitera un poids  $p$  d'air pour en déterminer la combustion complète.

Avec l'essence de pétrole on sait que ce poids  $\varpi$ , réduit en vapeur, occupera un volume déterminé à la température moyenne de 15° et sous la tension  $\tau$ . Soit  $V'$ , ce volume ; le gaz à introduire comportera donc un volume  $x$  résultant du mélange d'un poids  $\varpi$  de vapeur de pétrole à la tension  $\tau$  et d'un poids d'air  $p$  à la pression atmosphérique  $P_a$ , présentant un volume  $V''$ . La pression finale devant être  $P_a$ , on aura donc, en appliquant la formule sur le mélange des gaz et des vapeurs, dans la limite d'exactitude de la loi de Mariotte :

$$xP_a = V'\tau + V''P_a$$

d'où la valeur de  $x$ , volume de l'admission.

Nous avons supposé un moteur à quatre temps, mais on agirait pour un moteur à deux temps d'une manière tout à fait analogue.

En résumé, et en procédant par analogie, dès qu'on choisit un type de véhicule et de moteur, on connaît à très peu près  $Q$ ,  $S$ ,  $R$ ,  $R'$ ,  $\epsilon$ ,  $A$ ,  $f$  et  $r$ . Puis, on se donne  $V_1$  ;  $n$  est fixé par la nature du moteur et des expériences antérieures, mais avec une certaine élasticité ; de même  $\lambda$  qui dépend, d'après  $V_1$  et  $n$ , de la vitesse à donner au piston.

Or, il est évident qu'on doit avoir, dans le cas d'une admission se produisant pendant un temps complet :

$$\pi \delta^2 \lambda = x P_a$$

ce qui détermine  $\delta$ .

M. Witz posant :

$P_m$ , pression moyenne,

$K$ , rendement organique,

$\sigma$ , surface du piston,

$\lambda$ , course du piston,

$n$ , nombre de tours par minute,

obtient la formule :

$$N = n P_m \frac{K \sigma \lambda}{9\,000}$$

M. Ringelman, tenant compte du pouvoir calorifique du pétrole, appelle  $W$  le volume engendré et, désignant par  $n$  le nombre de tours par minute, écrit :

$$N = 0,0043 \, n W.$$

**Puissance des moteurs.** — Considérons toujours un moteur à quatre temps. On introduit à la pression  $P_1$  et à la température  $T_1$  un mélange que l'on comprime à  $P_2$  et  $T_2$ ; l'explosion porte ces éléments à  $P_3$  et  $T_3$ , puis il y a détente jusqu'à  $P_f$  et  $T_f$ .

Il y a donc :

Détente de  $P_3$  à  $P_f$ ;

Chute de pression de  $P_f$  à  $P_1$ ;

Compression de  $P_1$  à  $P_2$ ;

Augmentation de pression de  $P_2$  à  $P_3$ ;

Le cycle de Carnot correspondant fonctionnerait ici entre  $T_3$  et  $T_1$ ;

Dans le cas du moteur, la détente n'a pas lieu de  $T_3$  à  $T_1$ , mais seulement de  $T_3$  à  $T_f$ ;

De même la compression, au lieu d'aller de  $T_1$  à  $T_3$ , s'arrête à  $T_2$ .

De plus, les variations isothermiques font place à des variations sous volume constant.

Enfin, les évolutions ne sont pas adiabatiques, mais ont lieu suivant une loi  $PV^K = \text{constante}$ ,  $P$  étant la pression,  $V$  le volume,  $K$  un coefficient différent de  $\gamma$ .

Si  $\mathfrak{C}_c$  est le travail théorique du cycle de Carnot, appelons  $\alpha$  un coefficient plus petit que l'unité. Le travail maximum disponible sera  $\mathfrak{C}_m = \alpha \mathfrak{C}_c$ .

Mais cette valeur  $\mathfrak{C}$  est impossible à atteindre, puisqu'elle correspond au cas théorique, et le travail réellement disponible ou *indiqué* ne pourra être que  $\mathfrak{C}_i < \mathfrak{C}_m$ .

$\bar{\epsilon}_i$  dépend de la valeur de  $K$  qui variera suivant les circonstances du régime de détonation, de la température, des avances ou retards des phases, etc., etc. Bref,  $\bar{\epsilon}_i$  représente la somme d'énergie réellement développée sous le piston.

Quant au travail utile, il sera  $\bar{\epsilon}_u < \bar{\epsilon}_i$ . Sa différence  $\bar{\epsilon}_i - \bar{\epsilon}_u$  est absorbée par les *résistances intérieures* et comporte deux parties ; l'une fixe et l'autre fonction de  $\bar{\epsilon}_i$ .

L'expression  $\frac{\bar{\epsilon}_c}{\bar{\epsilon}_m}$  caractérise le mode d'utilisation, c'est-à-dire définit le cycle par rapport à celui de Carnot.

Le rapport  $\frac{\bar{\epsilon}_i}{\bar{\epsilon}_c}$  dépend des conditions de marche, et  $\frac{\bar{\epsilon}_u}{\bar{\epsilon}_i}$  est fonction du mécanisme.

Pour apprécier la marche d'un moteur, il faut, outre la connaissance de ses dimensions, posséder les éléments suivants :

1. Nature du combustible employé ;
2. Quantités consommées ;
3. Énergie développée ;
4. Travail indiqué  $\bar{\epsilon}_i$  ;
5. Travail utile  $\bar{\epsilon}_u$  ;
6. Pertes par refroidissement ;
7. Pertes à l'échappement.

Le travail utile se mesure soit au frein de Prony, soit de toute autre façon.

Avec un frein de Prony, si  $L$  est le bras de levier,  $p$  le poids indiqué par une balance sur laquelle repose l'extrémité du levier à l'état de repos, et  $P$  le poids maintenant l'équilibre lorsque l'arbre est en marche, on a :

$$\bar{\epsilon}_u = (P + p) 2\pi L n.$$

$n$  étant le nombre de tours *par seconde*.

Avec un frein à corde.

$r$  = rayon de la poulie.

$\rho$  = rayon de la corde.

$P$  = poids tenseur de la corde.

$p$  = tension du dynamomètre.

$n$  = nombre de tours *par minute*.

$$\text{Puissance en chevaux} = \frac{2\pi(r+\rho)n}{60 \times 75} (P - p).$$

**Conclusion.** — Nous voici arrivés au bout de l'étude que nous nous étions proposée, car les essais de moteurs sur lesquels on pourrait s'arrêter un instant sont du domaine de la mécanique appliquée. Ils comportent des procédés de tous les jours, qui n'offrent rien de particulier, et sur lesquels nous ne pensons pas devoir insister.



Nous croyons avoir exposé assez complètement la théorie des moteurs à gaz et plusieurs fois nous avons dû constater l'insuffisance des explications fournies ou des formules établies. Pendant longtemps on a pris un point de départ erroné et c'est à peine si, aujourd'hui, on consent à l'admettre. Nous croyons très sincèrement que la plupart des questions soulevées ne peuvent pas être traitées mathématiquement, au moins d'une façon pratiquement utile, d'une part, parce que la plupart des hypothèses faites sont insuffisantes, et, d'autre part, parce que l'observation et l'expérimentation n'ont pas encore réuni un nombre suffisant de données permettant de formuler des lois sur lesquelles on puisse étayer une théorie réellement satisfaisante.

Quoi qu'il en soit, nous avons exposé l'ensemble du problème, tel qu'il est conçu aujourd'hui. Chemin faisant, nous avons fait ressortir des difficultés et montré parfois des contradictions. Nous avons même proposé quelques formules nouvelles que nous croyons intéressantes et utiles, et nous réclamons des expériences nombreuses et soignées pour permettre de reprendre à nouveau une analyse qui a besoin d'être perfectionnée.

CATALOGUE DE LIVRES  
SUR  
**LA MÉCANIQUE, LES MACHINES  
ET L'ÉLECTRICITÉ**

PUBLIÉS PAR  
**LA LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER**

Successeur de **BAUDRY et C<sup>ie</sup>**

15, RUE DES SAINTS-PÈRES, A PARIS

21, RUE DE LA RÉGENCE, A LIÈGE

---

*Le Catalogue complet est envoyé franco sur demande.*

---

**Portefeuille des machines.**

Portefeuille économique des machines, de l'outillage et du matériel, relatifs à la construction, à l'industrie, aux chemins de fer, aux routes, aux mines, à la navigation, à l'électricité, etc.; contenant un choix des objets les plus intéressants des expositions industrielles, fondé par **OPPERMANN**. 12 livraisons par an formant un beau volume de 50 à 60 planches, et 200 colonnes de texte. Abonnements : Paris, 15 fr. — Départements et Belgique, 18 fr. — Union postale. 20 fr. Prix de l'année parue, reliée. . . . . 20 fr.

**Mécanique générale.**

Mécanique générale. Systèmes des lignes. Centres de gravité. Moments d'inertie. Etude générale des mouvements d'un point. Détermination du mouvement d'un point. Systèmes invariables à l'état de mouvement. Mouvements simultanés et relatifs. Lois générales du mouvement des systèmes. Lois physiques du mouvement. Théorèmes généraux de la mécanique. Forces vives. Travail. Equilibre. Machines simples. Mécanismes. Cours professé à l'Ecole centrale des Arts et Manufactures, par **A. FLAMANT**, ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'Ecole nationale des Ponts et Chaussées et à l'Ecole centrale. 1 volume grand in-8°, avec 203 gravures dans le texte. . . . . 20 fr.

**Mécanique élémentaire.**

Cours de mécanique élémentaire à l'usage des écoles industrielles, comprenant : Notions préliminaires; cinématique; statique; résistance des mouvements; forces centrales; dynamique; moments d'inertie; résistance des matériaux; générateurs à vapeur; moteurs à vapeur; moteurs hydrauliques; par **PH. MOUTAN**, ingénieur, professeur de mécanique à l'Ecole industrielle de Seraing. 1 fort volume in-8° de 1124 pages, contenant 1067 figures dans le texte. Relié. 48 fr.

**Mécanique appliquée.**

Cours élémentaire de mécanique appliquée, à l'usage des écoles primaires supérieures, des écoles professionnelles, des écoles d'apprentissage, des écoles industrielles, des cours techniques et des ouvriers, par **BOCQUET**, ingénieur, directeur de l'Ecole Diderot. 4<sup>e</sup> édition. 1 volume in-12, avec 69 figures dans le texte. Relié . . . . . 5 fr

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 15, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

#### Éléments de machines.

Les éléments de machines, leur calcul et leur construction, élasticité et résistance des matériaux, procédés d'assemblage des parties de machines, éléments de machines pour la transmission du mouvement de rotation d'un arbre à un autre, autres éléments de machines pour le mouvement de rotation, éléments de machines pour le mouvement rectiligne, éléments de machines pour la transformation du mouvement rectiligne en mouvement de rotation et réciproquement, éléments des machines destinées à recevoir et à transporter les fluides, par C. BACH, professeur à l'Ecole royale technique de Stuttgart, traduit de l'allemand, par DESMAREST. 1 volume grand in-8° jésus, contenant près de 600 figures et 3 planches, et 1 album de 54 planches doubles. . . . . 40 fr.

#### Travail manuel.

Notions sur les machines et travail manuel du fer et du bois, à l'usage des écoles primaires supérieures, des écoles d'apprentissage, des écoles professionnelles, des écoles industrielles et des candidats aux écoles d'arts et métiers et à l'Ecole des apprentis mécaniciens de la marine à Brest, par HENRI LYONNET, professeur à l'Ecole supérieure municipale J.-B. Say. 1 volume in-12, avec 90 figures dans le texte. . . . . 2 fr.

#### Chauffage industriel.

Le chauffage industriel et les fours à gaz. Utilisation de la chaleur et récupération, par EMILIO DAMOUR, ingénieur civil des mines, chef des travaux chimiques à l'Ecole nationale supérieure des mines. 1 volume in-8°, avec 27 figures dans le texte, relié . . . . . 7 fr. 50

#### Théorie mécanique de la chaleur et de l'électricité.

Théorie mécanique de la chaleur et de l'électricité, par CLAUSIUS. 2<sup>e</sup> édition refondue et complétée, traduite sur la 3<sup>e</sup> édition de l'original allemand, par F. FOLIE et E. RONKAR, chargés de cours à l'Université de Liège, 2 volumes in-8°, avec figures dans le texte. Relié . . . . . 20 fr.

#### Air comprimé.

Traité élémentaire de l'air comprimé, par JOSEPH COSTA, ingénieur civil, ancien élève de l'Ecole polytechnique. 1 volume grand in-8°, avec 20 figures dans le texte. . . . . 5 fr.

#### Installation de chaudières à vapeur.

Installations modernes de chaudières à vapeur, leurs dispositions et leur emploi. Chaudières à grand volume d'eau, chaudières multitubulaires, chaudières sans maçonnerie, règlements relatifs à l'autorisation, à l'épreuve et à l'inspection des chaudières à vapeur. Manuel et formulaire à l'usage des industriels, des étudiants et des ingénieurs, par E. REINERT, ingénieur à la Société badoise, traduit par L. DESMAREST, ingénieur civil. 1 volume grand in-8° contenant 150 figures dans le texte. Relié. . . . . 12 fr. 50

#### Traité des chaudières à vapeur.

Traité des chaudières à vapeur. Etude sur la vaporisation dans les appareils industriels. Ebullition à l'air libre. Ebullition en vase clos. Soulèvements et entraînements d'eau. Transmission de la chaleur. Puissance de vaporisation des surfaces de chauffe. Températures des surfaces de chauffe. Absorption de la chaleur par l'eau. Circulation de l'eau. Appareils produisant la circulation de l'eau. Généralités et classification des chaudières. Chaudières à foyer intérieur. Chaudières à foyer extérieur. Chaudières multitubulaires et leur fonctionnement. Chaudières multitubulaires de torpilleurs. Chaudières à émulsion de vapeur. Accidents et explosions. Effets dynamiques des explosions. Combustion, par CHARLES BELLENS, ingénieur. 1 volume grand in-8° avec 215 figures dans le texte . . . . . 20 fr.

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 15, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

#### **Chaudières marines.**

Traité pratique des chaudières marines; description, entretien, conduite. Principaux types de chaudières. Chaudières de torpilleurs. Chauffage mixte. Éjecteurs, conduite des feux et des chaudières. Alimentation pendant la marche. Extractions. Extinction des feux. Chaudières Belleville, Dutemple, Petit et Godard. Procédé Dubourdin, à l'usage des mécaniciens de la marine militaire, de la marine de commerce et de l'industrie, par J.-B. GIRARD, mécanicien inspecteur de la marine, ancien professeur à l'École des mécaniciens de Toulon. 1 volume in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte et 20 planches. Relié . . . . . 12 fr. 50

#### **Défauts des chaudières.**

Défauts des chaudières de locomotives et des locomobiles. Caractères des défauts, leurs causes, conséquences à craindre, mesures préventives et remèdes à employer. — Travail publié par l'Association des ingénieurs et architectes autrichiens, M. l'ingénieur en chef WEHRENNENIG rapporteur; traduit de l'allemand par EDM. FRANCKEN, ingénieur honoraire des mines, attaché à l'administration des chemins de fer de l'État belge et CARL VON HAHN, docteur en droit, ingénieur électricien. 1 volume in-4° avec de nombreuses figures dans le texte . . . . . 5 fr.

#### **Épreuves des chaudières à vapeur.**

Notes sur les épreuves des chaudières à vapeur, suivie de la loi du 21 juillet 1856 concernant les contraventions aux règlements sur les appareils et bateaux à vapeur et la loi du 18 juillet 1892 fixant les nouvelles taxes d'épreuves des appareils à vapeur et leur mode de perception, par H. MATHIEU, contrôleur des mines. 1 brochure grand in-8°. . . . . 1 fr. 50

#### **Manuel du chauffeur-mécanicien.**

Manuel du chauffeur-mécanicien et du propriétaire d'appareils à vapeur, par HENRI MATHIEU, contrôleur des mines, inspecteur des appareils à vapeur de la Seine, professeur au syndicat général des chauffeurs-mécaniciens. 2<sup>e</sup> édition. 1 volume grand in-8°, avec 720 figures dans le texte. Relié . . . . . 25 fr.

#### **L'A B C du chauffeur.**

L'A B C du chauffeur, par HENRI MATHIEU, contrôleur des mines, officier de l'Instruction publique, avec une introduction par C. WALCKENAER, ingénieur des mines. 1 volume format 0<sup>m</sup>,15 × 0<sup>m</sup>,10, avec 66 figures dans le texte. Relié. 3 fr.

#### **Catéchisme des chauffeurs.**

Catéchisme des chauffeurs et des conducteurs de machines, dirigé sous les auspices de l'Association des ingénieurs sortis de l'école de Liège, par BEER, DEVAUX, DESCHAMPS et STÉVART. 3<sup>e</sup> édition, revue et augmentée. 1 volume in-8°. Relié. . . . . 1 fr. 50

#### **Machines marines.**

Traité pratique des machines marines motrices, des machines auxiliaires, des machines à pétrole et à gaz. Description, montage, régulation, conduite, réparations. Rédigé conformément aux programmes et à l'usage des mécaniciens de la marine militaire et à ceux de la marine du commerce. Avec les planches des nouveaux types de machines motrices et auxiliaires et des machines à pétrole et à gaz, par J.-B. GIRARD, mécanicien-inspecteur de la marine, ancien professeur à l'École des mécaniciens de Toulon. 2 vol. in-8°, contenant 800 figures dans le texte et 33 planches hors texte. Reliés . . . . . 30 fr.

#### **Construction des machines à vapeur.**

Traité pratique de la construction des machines à vapeur fixes et marines. Résumé des connaissances actuellement acquises sur les machines à vapeur.

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 15, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

considérations relatives au type de machine et aux proportions à adopter, détermination des dimensions et des proportions des principaux organes, étude et construction de ces organes, par MAURICE DEMOULIN, ingénieur des arts et manufactures. 1 volume grand in-8°, avec 483 figures dans le texte. Relié. . . . 20 fr.

#### La machine à vapeur.

La machine à vapeur. Traité général contenant la théorie du travail de la vapeur, l'examen des mécanismes de distribution et de régularisation, la description des principaux types d'appareils, l'étude de la condensation et de la production de la vapeur, par EDOUARD SAUVAGE, professeur à l'Ecole nationale supérieure des mines. 2 volumes grand in-8° jésus, avec 1 036 figures dans le texte. Relié . . . . . 60 fr.

#### Traité de la machine à vapeur.

Traité de la machine à vapeur. Description des principaux types et théorie : étude, construction, conduite et applications, par ROBERT H. THURSTON, directeur du « Sibley College » Cornell University, ancien président de « l'American Society of Mechanical Engineers », traduit de l'anglais et annoté par MAURICE DEMOULIN. 2 volumes grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte. Relié . . . . . 60 fr.

#### Essais de machines et chaudières à vapeur.

Manuel pratique des essais des machines et chaudières à vapeur, par ROBERT H. THURSTON, directeur du « Sibley College » Cornell University, ancien président de « l'American Society of Mechanical Engineers », ancien ingénieur de la marine aux Etats-Unis, traduit de l'anglais par AUGUSTE ROUSSEL, ancien élève de l'Ecole polytechnique et de l'Ecole nationale supérieure des mines. 1 volume grand in-8° avec de nombreuses figures dans le texte. Relié. . . . . 25 fr.

#### Essai des moteurs (Guide pour l').

Guide pour l'essai des moteurs. Ouvrage contenant tout ce qui a rapport aux indicateurs, l'analyse des diagrammes, le travail indiqué, les freins de Prony ordinaires et automatiques, les dynamomètres de transmission, les essais de vaporisation, les proportions des générateurs et des cheminées, etc., par J. BUCHETTI, ingénieur E. C. Paris. A. M. Aix, ex-constructeur, ex-professeur suppléant à l'Ecole centrale. 3<sup>e</sup> édition, 1 volume in-8°, avec 178 figures dont 28 planches. Relié. . . . . 15 fr.

#### Les machines à vapeur actuelles.

Les machines à vapeur actuelles, par J. BUCHETTI, ingénieur E. C. Paris.  
1<sup>re</sup> partie : Calculs des machines, texte in-4° avec 127 figures et 2 pl. } 40 fr.  
2<sup>e</sup> partie : Distributions, texte in-4° et atlas de 18 planches }  
3<sup>e</sup> partie : Construction, texte in-4° avec 181 figures et atlas de 50 pl. } 50 fr.  
Les 3 parties prises ensemble . . . . . 75 fr.  
SUPPLÉMENT A L'OUVRAGE CI-DESSUS : Machines simples, compound, à triple expansion, à vitesse normale, à grande vitesse. 4 vol. in-4° et 1 atlas in-folio de 20 planches . . . . . 30 fr.

#### Machines à vapeur.

Traité théorique et pratique des machines à vapeur au point de vue de la distribution. — Méthode générale des gabarits, permettant d'établir des épures approchées ou exactes de tous les types de machines. — Etude méthodique des principales distributions au double point de vue de leur fonctionnement et de leur construction, par COSTE et MANIQUET. 2<sup>e</sup> édition. 1 volume grand in-8° contenant 53 figures intercalées dans le texte et 1 atlas grand in-4° de 46 planches de dessins exactement réduits à l'échelle et cotés . . . . . 25 fr.

#### Indicateur des machines.

L'indicateur du travail et du fonctionnement des machines à piston à vapeur, à eau, à gaz, etc., et son diagramme, par VON PICHLER, traduit par R. SEGUELA,

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 45, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

ancien élève de l'Ecole polytechnique, inspecteur au chemin de fer du Nord.  
1 volume in-8°, avec 46 figures dans le texte . . . . . 5 fr.

**Locomotives.**

Traité pratique de la machine locomotive comprenant les principes généraux relatifs à l'étude et à la construction des locomotives, la description des types les plus répandus, l'étude de la combustion, de la production et de l'utilisation de la vapeur, du rendement, des conditions de fabrication et de réception des matériaux, des proportions et du mode de construction des organes, par MAURICE DEMOULIN, ingénieur des arts et manufactures. Ouvrage précédé d'une introduction par EDOUARD SAUVAGE, professeur à l'Ecole supérieure des mines. 4 volumes grand in-8°, avec 973 figures et planches dans le texte et 6 planches hors texte. Relié. . . . . 450 fr.

**Locomotives.**

La machine-locomotive. Manuel pratique donnant la description des organes et du fonctionnement de la locomotive, à l'usage des mécaniciens et des chauffeurs, par EDOUARD SAUVAGE, ingénieur en chef adjoint du Matériel et de la Traction de la Compagnie de l'Est. 3<sup>e</sup> édition. 1 volume in-8° avec 324 figures dans le texte. Relié. . . . . 5 fr.

**Moteurs à explosion.**

Les moteurs à explosion. Étude à l'usage des constructeurs et conducteurs d'automobiles, comprenant : des éléments de thermodynamique, et de résistance des matériaux, l'établissement des moteurs et de leurs cycles, les principes de construction des pièces de machines, l'analyse des perturbations dues soit à la nature des phénomènes, soit à l'emploi des organes, l'examen des propriétés des combustibles employés et du régime de la détonation, l'exposé des principes devant servir de bases à la comparaison des voitures automobiles et particulièrement aux courses, etc., etc., par GEORGE MOREAU, ancien élève de l'Ecole polytechnique et de l'Ecole nationale des mines de Paris. 1 volume grand in-8° avec 104 figures dans le texte. Relié. . . . . 20 fr.

**Voitures automobiles.**

Manuel théorique et pratique de l'automobile sur route : 1<sup>o</sup> agents de la locomotion automobile ; 2<sup>o</sup> éléments des voitures automobiles, chaudières, moteurs à vapeur, carburateurs, moteurs à pétrole, accumulateurs, moteurs électriques. Vapeur, Pétrole, Electricité. Transmissions. Le véhicule, essieux, roues, bandages, ressorts, châssis, caisse, freins, graissage ; 3<sup>o</sup> voitures, omnibus, camions, tracteurs, voitures légères, avant-train, moteurs, tricycles, quadricycles, voitures, voitures de livraisons. Divers types de voitures. Compte rendu des principales courses et concours, par GÉRARD LAVERGNE, ancien élève de l'Ecole polytechnique, ingénieur civil des mines. 1 volume grand in-8° contenant 329 figures dans le texte. Relié . . . . . 17 fr. 50

**Moteurs à gaz et à pétrole.**

N. B. — Les études suivantes ont paru dans le *Portefeuille des Machines* et se vendent avec la livraison qui les renferme au prix de 2 fr. la livraison.

Moteur à gaz et à air dilaté, système Langen et Otto, avec 2 planches. Livraisons d'avril et mai 1876. . . . . 4 fr.

Moteur à gaz, système de Bisschop, avec 1 planche. Livraison de mars 1879 . . . . . 2 fr.

Moteurs à gaz, de 6 chevaux, système Otto, avec 1 planche. Livraison de juillet 1880 . . . . . 2 fr.

Moteurs à gaz Otto, de 8 chevaux, à 2 cylindres, avec 2 planches. Livraison, de février 1884 . . . . . 2 fr.

Moteur à gaz de 2 chevaux, système Koerting-Lieckfeld, avec 1 planche. Livraison de novembre 1886 . . . . . 2 fr.

Moteur de 2 chevaux, à air carburé, système Lenoir, avec 1 planche. Livraison de mars 1888. . . . . 2 fr.

Moteur à gaz « Simplex », système Delamare-Deboutteville et Malandin, avec 1 planche. Livraison de novembre 1890 . . . . . 2 fr.

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 45, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

Moteur à gaz, système Benz, avec 1 planche. Livraison de janvier 1891.	2 fr.
Moteur à gaz, à détente complète variable par le régulateur, système L. Charon, avec 1 planche. Livraison de décembre 1891 . . . . .	2 fr.
Note sur le moteur à gaz système Crossley. Livraison de septembre 1892. . . . .	2 fr.
Moteur à pétrole, système Diedrichs, avec 1 planche. Livraison d'octobre 1892 . . . . .	2 fr.
Moteur à gaz « Simplex » monocylindrique, de 320 chevaux, installé aux moulins de Pantin. Livraison de janvier 1895. . . . .	2 fr.
Moteur à pétrole, système Gerhard et Oehmé, avec 1 planche. Livraison de décembre 1895 . . . . .	2 fr.
Moteurs à pétrole pour canots, de 12 chevaux effectifs, système Forest, avec 1 planche. Livraison de mai 1896 . . . . .	2 fr.
Moteur à gaz, système Guinat, avec 1 planche. Livraison de juin 1896. . . . .	2 fr.
Moteur pour canot fonctionnant à la vapeur de pétrole, avec chaudière chauffée au pétrole, système Essh, avec une planche. Livraison de janvier 1897 . . . . .	2 fr.
Moteur à essence de pétrole, système Daimler, avec 1 planche. Livraison de juin 1897. . . . .	2 fr.
Moteur à pétrole de 3 chevaux, système Millot frères, avec 2 planches. Livraison d'août 1897. . . . .	2 fr.
Moteur mixte, à gaz ou à pétrole de 3 chevaux, système Roser-Mazurier, avec 1 planche. Livraison de janvier 1898. . . . .	2 fr.
Moteur à pétrole à quatre cylindres de Eldin et Lagier, avec 2 planches. Livraison de février 1901 . . . . .	2 fr.
Moteur à pétrole, de 3 chevaux, de Millot frères, avec 2 planches. Livraison d'avril 1901. . . . .	2 fr.

**Gazogènes.**

Les gazogènes continus et discontinus, et la manière de s'en servir, par G. VELLEMAN, ingénieur civil des mines. 1 volume in-8°, accompagné d'un plan d'usine pour la fabrication du coke. . . . . 4 fr.

**Gazogènes.**

Gazogène autoréducteur à double combustion de la Compagnie du gaz H. Riché, permettant d'utiliser les combustibles de toute nature, par GUSTAVE BRIAND, ancien élève de l'Ecole polytechnique.  
1 brochure in-8°. . . . . 1 fr. | franco par la poste . . . . . 1 fr. 10

**Gazogènes.**

Les gazogènes Riché et leurs applications, avec 3 planches. Ce mémoire a paru dans la livraison de juillet 1900 du *Portefeuille des Machines*. Prix de la livraison. . . . . 2 fr.

**Traité des machines-outils.**

Traité des machines-outils. Tours, alésoirs, raboteuses, mortaiseuses, étaux-limeurs, rainneuses, fraiseuses, machines à tailler les roues, meules, taraudeuses, machines à vis, machines spéciales, machines combinées, petit outillage, par GUSTAVE RICHARD, ingénieur civil des mines, membre honoraire du Conseil et agent général de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale. 2 volumes grand in-4°, avec plus de 6 000 figures dans le texte. Relié . . . . . 150 fr.

**Engrenages.**

Les études suivantes ont paru dans le *Portefeuille des Machines*, et se vendent avec la livraison qui les renferme, au prix de 2 fr. la livraison.  
Engrenages d'angle et hélicoïdaux. Livraison d'octobre et novembre 1897. . . . . 4 fr.

**Rivets.**

Machines à fabriquer les rivets, par POULOT et FONTAINE. 1 brochure grand in-8°, avec figures . . . . . 2 fr.

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 15, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

#### Filetage.

\* Traité pratique de filetage à l'usage de tous les mécaniciens, par CADY. 4<sup>e</sup> édition, revue, corrigée et augmentée d'un chapitre pour les tours anglais, de méthodes pour faire les cônes automatiquement, du filetage à l'aiguille, d'une méthode pour faire les outils à fileter, etc. 1 volume in-12, avec 4 planches. . . . . 2 fr.

#### Hydraulique.

Mécanique appliquée. Hydraulique. Hydrostatique. Généralités sur le mouvement des liquides. Circonstances accidentelles du mouvement. Tuyaux de conduite. Canaux découverts. Cours d'eau naturels. Mouvements non permanents. Mouvements ondulatoires. Fluides élastiques. Résistance des fluides. Documents et renseignements concernant les irrigations. Abaque pour le calcul des distributions d'eau. Tables numériques, par A. FLAMANT, ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'École centrale des arts et manufactures et à l'École nationale des ponts et chaussées. 2<sup>e</sup> édition *considérablement augmentée*, 1 volume grand in-8<sup>e</sup>, avec 137 figures dans le texte . . . . . 25 fr.

#### Moteurs hydrauliques actuels.

Les moteurs hydrauliques actuels (Roues et turbines). Traité théorique et pratique, par J. BUCHETTI, ingénieur E. C. Paris. A. M. Aix, ex-constructeur, ex-professeur suppléant à l'École centrale. 2<sup>e</sup> édition. 1<sup>re</sup> Partie : Calculs et conditions d'établissement. 1 volume in-4<sup>e</sup>, avec 140 figures dans le texte. 2<sup>e</sup> Partie : Construction. 1 volume in-4<sup>e</sup>, avec 95 figures dans le texte et 1 atlas in-folio de 40 planches. . . . . 60 fr.

#### Les turbines actuelles.

Les turbines actuelles et à l'Exposition universelle de 1900, par J. BUCHETTI, ingénieur E. C. Paris. 1 volume de texte avec 68 figures et l'atlas de 30 planches . . . . . 46 fr.

#### Élévation des eaux.

Traité de l'élévation des eaux. Calculs et renseignements pratiques. Pompes à main. — Emploi des moteurs à vent et à eau. — Pompes centrifuges. — Emploi des moteurs à vapeur, à gaz, électriques. — Pompes d'alimentation. — Appareils hydrauliques. — Ascenseurs. — Emploi de l'air et des gaz comprimés. — Pulsomètres. — Injecteurs. — Ejecteurs. — Béliers hydrauliques, par P. BERNOT, ingénieur des arts et manufactures. 1 volume grand in-8<sup>e</sup>, avec 350 figures dans le texte. Relié . . . . . 18 fr.

#### Pompes centrifuges et rotatives.

Les pompes centrifuges et rotatives. Théorie pratique, construction, installation, par J. BUCHETTI, ingénieur E. C. Paris. A. M. Aix, ex-constructeur, ex-professeur suppléant à l'École centrale. 1 volume in-8<sup>e</sup>, avec 35 figures dans le texte et 10 grandes planches. . . . . 15 fr.

#### Traité d'électricité et de magnétisme.

Traité d'électricité et de magnétisme. Système d'unités absolues. Electrostatique. Electrocinétiq. Magnétisme. Electromagnétisme. Application de l'Electromagnétisme. Instruments de mesure électrique. Méthodes générales de mesure électrique. Méthodes de mesures spéciales aux lignes électriques. Détermination des unités électriques. Détermination de l'ohm. Cours professé à l'École supérieure de télégraphie, par A. VASCHY, ingénieur des télégraphes, examinateur d'entrée à l'École polytechnique. 2 volumes grand in-8<sup>e</sup>, avec figures dans le texte . . . . . 25 fr.

#### Théorie de l'électricité.

Théorie de l'électricité. Exposé des phénomènes électriques et magnétiques fondé uniquement sur l'expérience et le raisonnement, par A. VASCHY, ingénieur



CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 45, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

des télégraphes, examinateur d'admission à l'Ecole polytechnique. 4 volume grand in-8°, avec 74 figures dans le texte. Relié . . . . . 20 fr.

#### Traité pratique d'électricité.

Traité pratique d'électricité à l'usage des ingénieurs et constructeurs. Théorie mécanique du magnétisme et de l'électricité, mesures électriques, piles, accumulateurs et machines électrostatiques, machines dynamo-électriques, génératrices, transport, distribution et transformation de l'énergie électrique, utilisation de l'énergie électrique, par Félix Lucas, ingénieur en chef des ponts et chaussées, administrateur des chemins de fer de l'Etat. 1 volume grand in-8°, avec 278 figures dans le texte. . . . . 15 fr.

#### Électricité industrielle.

Traité d'électricité industrielle, théorique et pratique, par Marcel Deprez, membre de l'Institut, professeur d'électricité industrielle au Conservatoire national des arts et métiers, professeur suppléant au Collège de France. 2 volumes grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte, paraissant en 4 fascicules. Prix de souscription à l'ouvrage complet . . . . . 48 fr.  
Chaque fascicule se vend séparément . . . . . 12 fr.

#### Manuel pratique de l'électricien.

Manuel pratique de l'électricien. Guide pour le montage et l'entretien des installations électriques. Production de l'électricité. Transformation des courants électriques. Eclairage électrique. Transmission électrique de l'énergie. Sonneries électriques. Signaux. Téléphones. Inflammation de torpilles et des mines. Galvanoplastie, par E. CADIAT, 4<sup>e</sup> édition. 1 volume in-12, avec 243 figures dans le texte. Relié . . . . . 7 fr. 50

#### Électricité industrielle.

Traité pratique d'électricité industrielle. Unités et mesures ; piles et machines électriques ; éclairage électrique ; transmission électrique de l'énergie ; galvanoplastie et électro-métallurgie ; téléphonie, par E. CADIAT et L. DUBOST. 6<sup>e</sup> édition. 1 volume grand in-8°, avec 291 gravures dans le texte. Relié . . . . . 16 fr. 50

#### Aide-mémoire de poche de l'électricien.

Aide-mémoire de poche de l'électricien. Unités. Machines électriques. Machines à courants continus et à courants alternatifs. Self-induction. Capacités. Transformateurs. Conducteurs d'énergie. Canalisations électriques. Moteurs électriques. Eclairage électrique. Distribution de l'énergie. Traction électrique. Electro-métallurgie. Sonneries. Téléphones. Prescriptions administratives ; guide pratique à l'usage des ingénieurs, monteurs, amateurs électriciens, etc., par Ph. PICARD et A. DAVID, ingénieurs des arts et manufactures, 2<sup>e</sup> édition par A. DAVID. 1 petit volume, format oblong de 0<sup>m</sup>,125 × 0<sup>m</sup>,08. Relié en maroquin, tranches dorées . . . . . 6 fr. 50

#### Canalisations électriques.

Les canalisations électriques, 4<sup>re</sup> partie. Fonctionnement et calcul des canalisations à courant continu, par TEICHMÜLLER, directeur de l'Institut Electro-technique de Karlsruhe, traduit de l'allemand avec autorisation de l'auteur par P. BRECHL, licencié es sciences physiques, ingénieur électricien. 1 volume grand in-8° . . . . . 15 fr.

#### Canalisations électriques.

Essais et vérifications des canalisations électriques en fabrication, à la pose et en exploitation, par G. CHARPENTIER, ingénieur-électricien à la Société alsacienne de construction mécanique de Belfort. 1 volume grand in-8°, avec 265 figures dans le texte . . . . . 15 fr.

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 15, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

#### Contrôle des réseaux électriques

Nouvelle méthode générale de contrôle de l'isolement et de recherche des défauts sur les réseaux électriques pendant le service, par P. CHARPENTIER, ingénieur électricien. 1 brochure in-8°, avec figures dans le texte. . . . . 2 fr. 50

#### L'électricité dans l'industrie.

L'électricité dans l'industrie. Rapport présenté à l'Association des anciens élèves des écoles supérieures de commerce et d'industrie de Rouen, par RAOUL LEMOINE, ingénieur. 1 volume in-8° avec gravures dans le texte. . . . . 6 fr.

#### L'année électrique.

L'année électrique, électrothérapie et radiographique. Revue annuelle des progrès électriques. Electro-chimie, éclairage, chauffage électrique, télégraphie, téléphonie, télégraphie et téléphonie sans fil, traction électrique. L'électricité à la guerre, etc., électrothérapie, radiographie, par FOVEAU DE COURMELLES, médecin électricien, lauréat de l'Académie de médecine. 1 volume in-18, 1900-1901. Chaque année. . . . . 3 fr. 50

#### Électrolyse.

Électrolyse; renseignements pratiques sur le nickelage, le cuivrage, la dorure, l'argenture, l'affinage des métaux et le traitement des minerais au moyen de l'électricité, par HIPPOLYTE FONTAINE. 2<sup>e</sup> édition. 1 volume grand in-8°, avec gravures dans le texte. Relié. . . . . 15 fr.

#### Électro-chimie.

Traité théorique et pratique d'électro-chimie. Constantes chimiques, mécaniques et électriques. Systèmes électrolytiques. Lois générales de l'électrolyse. Théorie de l'électrolyse. Traitement électrolytique des composés chimiques. Électrolyse appliquée à la chimie organique. Réaction chimique de l'étincelle et de l'effluve électriques, par ADOLPHE MINET, directeur du journal *l'Electro-chimie*. 1 volume in-8°, contenant 206 figures dans le texte. Relié. . . . . 18 fr.

#### Électro-métallurgie.

Traité théorique et pratique d'électro-métallurgie. Galvanoplastie, analyses électrolytiques, électro-métallurgie par voie humide, méthodes électrolytiques, calcul des conducteurs, chauffage électrique, l'arc voltaïque et charbons électriques, travail électrique des métaux, les fours électriques; électro-métallurgie par voie sèche, méthodes électrolytiques et électro-thermiques, électro-thermie, par ADOLPHE MINET, officier de l'instruction publique, fondateur de l'usine d'aluminium de *Saint-Michel-de-Maurienne*, directeur du journal *l'Electro-chimie*. 1 volume grand in-8°, contenant 205 figures dans le texte. Relié. 20 fr.

#### Machines dynamo.

Les machines dynamo-électriques à courant continu et à courants alternatifs par GISEBERT KAPP traduit de l'allemand par P. LECLER, ingénieur des arts et manufactures. 1 volume in-8°, avec 200 figures dans le texte. Relié. . . . . 16 fr.

#### Machines dynamo-électriques.

Des enroulements et de la construction des induits des machines dynamo-électriques à courants continus. Enroulements fermés, en anneau, en tambour, ouverts. Exécution des enroulements, construction des induits, par E. ARNOLD, professeur supérieur et directeur de l'institut électro-technique, à l'école supérieure technique grand-ducale de Carlsruhe. Traduit de l'allemand par BOY DE LA TOUR, ingénieur, chef du service électrique aux ateliers de la compagnie de Fives-Lille à Givors. 1 volume in-8°, avec 418 figures dans le texte et 12 planches. Relié. . . . . 20 fr.

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 45, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

**Machines dynamo-électriques.**

Traité théorique et pratique des machines dynamo-électriques, par R.-V. PICOU, ingénieur des arts et manufactures. 1 volume grand in-8°, avec 198 figures dans le texte. . . . . 42 fr. 50

**Machines dynamo-électriques.**

Traité théorique et pratique des machines dynamo-électriques. Eléments. Principes. Théorie. Induits. Enroulements des induits. Dynamo à courant continu. Dynamos diverses. Alternateurs. Moteurs asynchrones. Transformateurs. Moteurs dynamo. Transmission de l'énergie. Régulateurs. Epreuves de machines. Conduite des dynamos, par SYLVANUS P. THOMPSON, traduit par E. BOISTEL. 3<sup>e</sup> édition. 1 volume grand in-8°, avec figures dans le texte. Relié. . . . . 30 fr.

**Machines dynamo-électriques.**

La machine dynamo-électrique, par FRÉLICH, traduit de l'allemand par E. BOISTEL. 1 volume grand in-8°, avec 62 figures dans le texte. . . . . 40 fr.

**Moteurs asynchrones polyphasés.**

Méthode pratique pour calculer les moteurs asynchrones polyphasés. Champ tournant, forces électromotrices induites par le champ tournant, coupe électromagnétique, actions magnétisantes des enroulements, résistance des bagues du court-circuit des induits en cage d'écureuil, diagramme de fonctionnement des moteurs polyphasés. Applications pratiques : par BOY DE LA TOUR, ingénieur. 1 volume in-8°, contenant 70 figures dans le texte. . . . . 42 fr. 50

**Constructions électro-mécaniques.**

Constructions électro-mécaniques : recueil d'exemples de construction et de calculs de machines dynamos et appareils électriques industriels, par GISEBERT KAPP, traduit de l'allemand par A.-O. DUBSKY et P. GIRAULT, ingénieurs électriciens. 1 volume in-4°, avec 54 figures dans le texte et 25 planches. Relié. . . . . 30 fr.

**Éclairage électrique.**

Installations d'éclairage électrique. Manuel pratique. Unités, mesures, compteurs industriels, machines dynamos, accumulateurs, transformateurs, lampes électriques, canalisation, conducteurs aériens, conducteurs souterrains. Appareils auxiliaires, systèmes de distribution, coût des installations. Lois et règlements, par L. PIAZZOLI, ingénieur civil. Traduit de l'italien, par G. CUCCIOLO et E. A. della SANTA, ingénieurs. 1 volume in-8°, contenant 264 figures dans le texte et 90 tableaux. Relié. . . . . 46 fr.

**Eclairage électrique.**

Manuel pratique d'éclairage électrique pour installations particulières, maisons d'habitation, usines, salles de réunion, etc., par EMILE CAHEN, ingénieur des ateliers de construction des manufactures de l'Etat. 2<sup>e</sup> édition. 1 volume in-12, avec de nombreuses figures dans le texte. Prix, relié. . . . . 7 fr. 50

**Eclairage à Paris.**

L'éclairage à Paris. Etude technique des divers modes d'éclairage employés à Paris sur la voie publique, dans les promenades et jardins, dans les monuments, les gares, les théâtres, les grands magasins, etc., et dans les maisons particulières. — Gaz, électricité, pétrole, huile, etc., usines et stations centrales, canalisations et appareils d'éclairage; organisation administrative et commerciale, rapports des compagnies avec la ville; traités et conventions; calcul de l'éclairage des voies publiques; prix de revient, par HENRI MARÉCHAL, ingénieur des ponts et chaussées et du service municipal de la ville de Paris. 1 volume grand in-8°, avec 221 figures dans le texte. Relié. . . . . 20 fr.

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 45, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

**Courants polyphasés.**

Courants polyphasés et alerno-moteurs. Théorie, construction, mode de fonctionnement et qualités des générateurs et des moteurs à courants alternatifs et polyphasés, transformateurs polyphasés et mesure de la puissance dans les systèmes polyphasés, par SYLVANUS P. THOMPSON, directeur du collège technique de Finsbury, à Londres, traduction par E. BOISTEL, ingénieur-expert près le tribunal de la Seine. 2<sup>e</sup> édition. 1 volume in-8°, contenant 360 figures dans le texte. 12 planches hors texte et en couleurs. Relié. . . . . 25 fr.

**Courants alternatifs.**

Éléments du calcul et de la mesure des courants alternatifs, par OMER DE BAST, ingénieur, répétiteur à l'Institut électrotechnique Montefiore, professeur à l'école industrielle de Liège. 1 volume in-8°, contenant 75 figures dans le texte. Relié . . . . . 7 fr. 50

**Courants alternatifs d'électricité.**

Les courants alternatifs d'électricité, par T. H. BLAKESLEY, professeur au Royal Naval Collège de Greenwich, traduit de la 3<sup>e</sup> édition anglaise et augmenté d'un appendice, par W. C. RECHNIEWSKI, 1 volume in-12, avec figures dans le texte. Relié . . . . . 7 fr. 50

**Transformateurs.**

Les transformateurs à courants alternatifs simples et polyphasés. Théorie, construction, applications, par GISEBERT KAPP, traduit de l'allemand par A. O. DUBSKY et G. CHENET, ingénieurs électriciens. 1 volume in-8°, avec 132 figures dans le texte. Relié . . . . . 12 fr.

**Courant électrique différentiel.**

Le courant électrique différentiel, par EMILE MANGON. 1 brochure grand in-8°, avec figures dans le texte . . . . . 2 fr. 50

**Problèmes sur l'électricité.**

Problèmes sur l'électricité. Recueil gradué comprenant toutes les parties de la science électrique, par le Dr ROBERT WEBER, professeur à l'Académie de Neuchâtel. 3<sup>e</sup> édition. 1 volume in-12, avec figures dans le texte. . . . . 6 fr.

**Accumulateur au plomb.**

La théorie de l'accumulateur au plomb, par le Dr FR. DOLEZALEK, traduit de l'allemand par CH. LIAGRE. 1 volume in-8°, avec 40 figures dans le texte. . . 8 fr.

**Accumulateur voltaïque.**

Traité élémentaire de l'accumulateur voltaïque, par EMILE REYNIER. 1 volume grand in-8°, avec 62 gravures dans le texte et un portrait de M. G. Planté. . 6 fr.

**Téléphone.**

Le Téléphone. Théorie. Induction. Transmetteurs à charbons. Téléphones spéciaux. Lignes téléphoniques. Appareils auxiliaires. Stations terminales. Stations intermédiaires. Bureaux centraux français et étrangers. Tableaux commutateurs. Stations téléphoniques publiques. Téléphones multiplex. Application du téléphone au service de la télégraphie. Télégraphie militaire. Applications diverses, par WILLIAM-HENRI PREECE, électricien en chef du *British Post-Office*, et JULIUS MAIER, docteur ès sciences physiques. 1 volume grand in-8°, avec 290 gravures dans le texte . . . . . 15 fr.

CH. BÉRANGER, ÉDITEUR, 45, RUE DES SAINTS-PÈRES, PARIS

**Télégraphie électrique.**

Traité de télégraphie électrique. — Production du courant électrique. — Organes de réception. — Premiers appareils. — Appareil Morse. — Appareils accessoires. — Installation des postes. — Propriétés électriques des lignes. — Lois de la propagation du courant. — Essais électriques, recherches des dérangements. — Appareils de translation, de décharge et de compensation. — Description des principaux appareils et des différents systèmes de transmission. — Etablissement des lignes aériennes, souterraines et sous-marines, par H. THOMAS, ingénieur des télégraphes. 1 volume grand in-8°, avec 702 figures dans le texte. Relié . . . . . 25 fr.

**Télégraphie sous-marine.**

Traité de télégraphie sous-marine. — Historique. — Composition et fabrication des câbles télégraphiques. — Immersion et réparation des câbles sous-marins. — Essais électriques. — Recherche des défauts. — Transmission des signaux. — Exploitation des lignes sous-marines, par WUNSCHENDORFF, ingénieur des télégraphes. 1 volume grand in-8°, avec 469 gravures dans le texte. 40 fr.

**Télégraphie pneumatique.**

Télégraphie pneumatique. Installation de la Bourse de Paris, avec 2 planches. Ce mémoire a paru dans la livraison d'avril 1877 du *Portefeuille des Machines*. Prix de la livraison. . . . . 2 fr.

**Tirage des mines par l'électricité.**

Le tirage des mines par l'électricité, par PAUL-F. CHALON, ingénieur des arts et manufactures. 1 volume in-18 jésus, avec 90 figures dans le texte. Prix, relié. 7 fr. 50

**Electricité médicale.**

Traité théorique et pratique d'électricité médicale. — Précis d'électricité. — Appareils et instruments électro-médicaux. — Application thérapeutique, par FÉLIX LUCAS et ANDRÉ LUCAS, 1 volume in-18 jésus, avec 120 figures dans le texte. Relié. . . . . 40 fr.

---

ÉVREUX, IMPRIMERIE DE CHARLES HERISSEY