NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

Auteur(s)	Moëssard, Paul (1845-1940)
Titre	L'optique photographique
Adresse	Paris : Gauthier-Villars et fils, 1898
Collation	1 vol. (156 p.) : ill. ; 26 cm
Nombre de vues	162
Cote	CNAM-BIB 8 Ke 487
Sujet(s)	Optique photographique
Thématique(s)	Technologies de l'information et de la communication
Typologie	Ouvrage
Langue	Français
Date de mise en ligne	03/10/2014
Date de génération du PDF	06/02/2026
Recherche plein texte	Disponible
Notice complète	https://www.sudoc.fr/023668938
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?8KE487

L'OPTIQUE PHOTOGRAPHIQUE.

5915 B. — PARIS, IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
55, Quai des Grands-Augustins.

ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR DE LA PHOTOGRAPHIE
(COURS PROFESSÉ A LA SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHOTOGRAPHIE.)

L'OPTIQUE PHOTOGRAPHIQUE

PAR

P. MOËSSARD,

LIEUTENANT-COLONEL DU GÉNIE,
ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES,
ÉDITEURS DE LA BIBLIOTHÈQUE PHOTOGRAPHIQUE,
55, Quai des Grands-Augustins.

1898

L'OPTIQUE PHOTOGRAPHIQUE.

INTRODUCTION.

L'Optique photographique est renfermée presque tout entière dans l'étude de l'*objectif photographique*.

L'objectif est, de tous les appareils qui composent le matériel opératoire de la Photographie, le plus important et le plus délicat; c'est lui qui crée l'image, destinée à s'imprimer sur la couche sensible; il lui communique, sans rémission possible, ses qualités et ses défauts, qui se retrouveront ensuite dans toutes les reproductions dont cette première épreuve, ce *phototype,* sera l'origine.

Au point de vue théorique, les conditions spéciales et rigoureuses, imposées à l'objectif photographique, font de sa construction un des problèmes les plus ardus et les plus compliqués qu'aient à résoudre les opticiens.

Cet objectif doit, en effet, produire une *image réelle,* 1° *bien plane,* 2° *embrassant un champ considérable,* qui peut aller jusqu'à 90° d'ouverture, 3° d'une *netteté aussi grande* et *aussi constante que possible,* d'une extrémité à l'autre du champ focal, dans toutes les parties de ce champ et pour des objets situés à des distances très différentes de l'appareil, 4° d'une *clarté* telle, qu'une pose excessivement courte suffise pour produire l'impression désirée, 5° rigoureusement *achromatique,* et enfin 6° exempte de toute *déformation*.

Or, cet objectif reçoit les rayons lumineux, que lui envoient, en nombre infini, et dans toutes les directions, les objets éclairés, en face desquels il est placé; ces rayons le traversent en se brisant plusieurs fois et en se décomposant, à chaque brisure, en une infinité de rayons élémentaires, correspondant aux diverses régions du spectre solaire. Ce sont ces rayons dont il s'agit, à leur sortie de l'appareil, d'étudier le groupement et de régler la condensation de façon à satisfaire le mieux possible aux multiples conditions qui viennent d'être énoncées.

La théorie des lentilles a été établie par d'illustres savants, tels que Clairaut, Euler, d'Alembert, Lagrange, Herschell, Gauss, qui a fait entrer en ligne de compte l'épaisseur de la lentille, Listing, Bravais, Littrow, Bohnenberger, etc.

En ce qui concerne les objectifs photographiques, les méthodes de calcul, employées pour les lunettes, ont été étendues, perfectionnées et introduites enfin dans le domaine de la pratique, grâce aux travaux remarquables de MM. Martin, Steinheil, Dallmeyer, Rudolph, Wallon, etc.

Tous ces travaux ont servi de base à l'Étude qui va suivre.

CHAPITRE I.

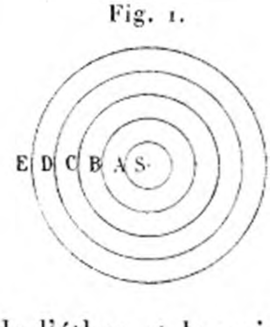
NATURE DE LA LUMIÈRE.

Qu'est-ce qu'un rayon lumineux? Qu'est-ce que la lumière elle-même? On l'ignore. Pour expliquer de façon plausible les phénomènes optiques dont nous sommes les témoins, on a dû édifier de toutes pièces des théories hypothétiques : l'une, celle de l'*émission,* a été abandonnée lors de la découverte des interférences, auxquelles elle ne pouvait s'appliquer, l'autre, celle des *ondulations,* imaginée par Fresnel, s'est pliée jusqu'ici à tous les progrès de l'Optique et elle a conquis droit de cité en Photographie depuis la belle application qu'en a faite M. Lippmann, à la reproduction directe des couleurs.

Théorie des ondulations. — Cette théorie suppose l'existence d'un fluide impondérable et parfaitement élastique nommé *éther,* qui serait réparti uniformément dans tout l'Univers et dont les vibrations engendreraient l'impression lumineuse.

Toute source de lumière S (*fig.* 1) est considérée comme un

Fig. 1.



centre d'ébranlement de l'éther et le point de départ d'une série indéfinie de vibrations ou *ondes,* qui se propagent en tous sens avec une vitesse considérable (300000^{km} à la seconde environ). L'onde entière λ se compose de deux moitiés égales $\frac{\lambda}{2}$, l'une correspondant à une vibration simple dans un sens, et l'autre à une vibration simple en sens contraire. Si, autour du point lumineux S, on décrit des sphères concentriques, de rayons croissant en progression arithmétique de raison $\frac{\lambda}{2}$, la *fig.* 1 représentera l'état des ondes à un moment donné, l'intervalle AB étant égal à $\frac{\lambda}{2}$ et l'intervalle AC à λ; entre les sphères A et B, la vibration s'exerce en un sens; elle s'exerce en sens opposé entre les sphères B et C, de nouveau dans le sens primitif entre C et D, et ainsi de suite.

Cette *longueur d'onde* AC est du reste très petite, elle égale en moyenne $0^{mm},0005$ ou $0^{\mu},5$, μ étant l'unité dite *micron*, qui vaut un millième de millimètre. Cette onde AC varie avec la couleur, elle est plus grande, par exemple, pour le rouge, $0^{\mu},7$, que pour le violet, $0^{\mu},39$; elle varie aussi avec les milieux traversés par l'onde. Enfin, V étant la vitesse de propagation et t la durée d'une onde, on a

$$\lambda = Vt,$$

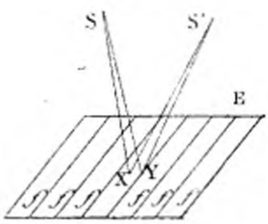
d'où

$$t = \frac{\lambda}{V} = \frac{0^{\mu},5}{300000^{km}}, \qquad t = \frac{5^s}{3.10^{15}},$$

ce qui veut dire qu'en une seconde, il y a $\frac{3}{5}\,10^{15}$ ou 600 trillions de vibrations lumineuses moyennes. Les demi-ondes, telles que SA, BC, DE, à vibration identique, sont dites *concordantes;* au contraire, SA et AB, SA et CD, AB et BC sont *discordantes*.

Interférences. — Quand un écran E (*fig.* 2) n'est éclairé que par deux sources lumineuses très voisines S et S', *ayant la même origine,* par conséquent identiques et produisant simultanément des ondes simples de même longueur, les deux séries de vibrations, qui arrivent en un point X, s'ajoutent ou se retranchent, selon qu'elles sont concordantes ou discordantes, et donnent lieu en ce point à un ébranlement lumineux qui est maximum ou nul suivant que la différence de marche SX — S'X est égale à un nombre pair ou à un nombre impair de demi-longueurs d'onde. L'écran n'est donc pas éclairé uniformément, mais il présente des *franges* rectilignes,

Fig. 2.



parallèles, *fff*, alternativement obscures et brillantes, et telles que X et Y étant pris au milieu de deux franges voisines, la différence

$$(SX - S'X) - (SY - S'Y) = \frac{\lambda}{2}$$

ou une demi-longueur d'onde.

C'est le phénomène des *interférences*.

Si les sources S et S' fournissent de la lumière blanche, les franges des diverses couleurs simples se superposent en s'étageant et donnent naissance à des bandes irisées.

Propagation rectiligne de la lumière. — Pour expliquer le mode de propagation de la lumière, on a recours au *principe d'Huyghens*.

Soit une surface d'onde AB (*fig.* 3), provenant d'une source lumineuse quelconque S. L'action vibratoire exercée par S sur un

Fig. 3.

point quelconque situé au delà de AB se transmet intégralement par l'intermédiaire de AB.

Cette action peut donc être considérée comme la résultante des actions exercées sur ce point par les vibrations propres des divers éléments de la surface AB.

Quel sera donc l'effet produit sur un point P par les mouvements qui se produisent sur la *courbe* AB, méridienne de la surface d'onde considérée (*fig.* 4)?

Je joins SP, et de P comme centre je décris des circonférences de rayons égaux successivement à

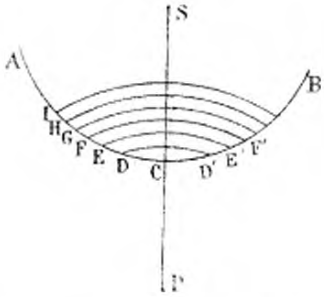
$$PC + \frac{\lambda}{2}, \qquad PC + \frac{2\lambda}{2}, \qquad PC + \frac{3\lambda}{2}, \qquad \ldots;$$

λ étant la longueur d'onde de la lumière considérée.

L'éclairement en P est la résultante des éclairements envoyés par les arcs de cercle DD', DE, D'E', EF, etc. Ne nous occupons d'abord que de la moitié CA de la courbe AB.

Le calcul montre que les longueurs CD, DE, etc., sont toujours très petites, puisque, pour une onde de très grand rayon, SC, on

Fig. 4.



en compte jusqu'à 4000 dans un arc CX de 1^{cm} à partir de C; de plus, ces longueurs diminuent très rapidement quand on s'éloigne du point C, jusqu'à devenir bien vite négligeables en face du premier arc CD.

Soient m l'ébranlement transmis en P par le premier arc CD, m' celui transmis par DE, m'' par EF, etc., la somme de ces ébranlements, qui sont sensiblement dans la même direction, sera égale à

$$m - m' + m'' - m''' + \ldots;$$

m', m'', m''' décroissant très rapidement, on peut dire que cette résultante est comprise entre m et $m - m'$, et que la portion efficace de l'onde est renfermée entre C et E, c'est-à-dire sur un très petit espace.

Pour passer de cette onde plane à l'onde sphérique, il suffit de supposer que la figure tourne autour de PS, comme axe de révolution. L'effet produit sur le point P sera le même pour toutes les positions de la courbe méridienne, et l'effet total de l'onde sphérique sera de même nature que l'effet de l'onde circulaire.

Il est donc permis de dire que la lumière se propage en *ligne droite* de S à P, non sous la forme d'une ligne mathématique sans épaisseur, mais, au contraire, sous l'apparence d'une sorte de *barreau* très délié, mais de diamètre EE' mensurable; ce barreau même n'a pas de contours bien arrêtés, il est entouré d'une pénombre rachetant la différence d'éclairement de son axe SP et de l'espace environnant.

Ainsi, dès le début, nous voyons se révéler le caractère approximatif des théories optiques, caractère qui ne fera que s'accentuer par la suite.

Onde efficace. — En ce qui concerne les rayons solaires arrivant à la surface de la Terre, le diamètre EE' de la portion efficace de la surface d'onde et par conséquent le diamètre d'un rayon lumineux est égal à environ $0^{mm},06$. Il est donc très certain, dès à présent, que la concentration focale de rayons pareils ne pourra jamais produire un foyer de diamètre inférieur à $0^{mm},06$; c'est une *limite* absolue *de netteté* des images.

On démontre que, au foyer d'une lentille supposée parfaite, l'image d'un point lumineux se présente sous la forme d'une tache lumineuse, entourée d'une série de franges circulaires alternativement brillantes et obscures, dont l'éclat moyen est très faible par rapport à celui de la tache. Les dimensions de la tache et des franges diminuent quand l'ouverture efficace de la lentille augmente, et elles tendent alors vers la limite de $0^{mm},06$. Si cette ouverture efficace est au contraire par trop réduite, la tache acquiert un diamètre notable; c'est ainsi que si l'on diaphragme à l'excès, les images des étoiles fixes deviennent des disques lumineux de diamètre appréciable, entourés d'une couronne dont la forme et la grandeur dépendent du diaphragme.

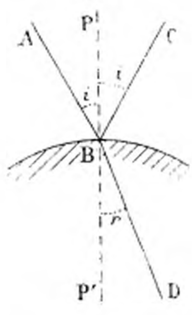
CHAPITRE II.

LOIS DE LA RÉFRACTION.

En vertu de ce qui précède et sous le bénéfice des réserves exprimées ci-dessus, nous représenterons dorénavant les rayons lumineux par des droites, pour étudier les lois de leur propagation dans des milieux différents.

Réflexion et réfraction. — Quand un rayon *homogène* AB (*fig.* 5) passe d'un milieu dans un autre de densité différente, il se divise en un rayon *réfléchi* BC, faisant avec la normale un angle

Fig. 5.

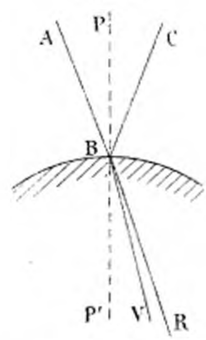


de réflexion égal à l'angle d'incidence, et en un rayon *réfracté* DB, tel que le rapport $\frac{\sin i}{\sin r} = n$ soit constant pour deux mêmes milieux. Les trois rayons AB, BC, BD et la normale PP' sont dans le même plan.

Ce rapport n est l'*indice de réfraction* du second milieu par rapport au premier; sa valeur moyenne pour le passage de l'air dans le verre est de $\frac{3}{2}$. Le calcul et l'expérience montrent que cet indice est égal au rapport des vitesses de propagation de la lumière dans le premier et dans le second milieu, et qu'il est plus grand que 1, quand le second milieu est le plus dense. La vitesse de propagation varie donc en sens inverse de la densité.

Dispersion. — Si le rayon incident AB n'est pas *homogène* (*fig*. 6), si c'est un rayon de lumière blanche, par exemple, le

Fig. 6.



rayon réfléchi n'est pas modifié, mais le rayon réfracté s'écarte en forme d'éventail plan, formé de rayons colorés se succédant dans l'ordre du spectre solaire, le violet étant le plus rapproché, le rouge le plus éloigné de la normale, quand le second milieu est le plus dense. Cela prouve que la vitesse de propagation des rayons varie relativement d'autant plus, d'un milieu à un autre, que la longueur d'onde est plus petite.

La *dispersion* est la différence des indices de réfraction des rayons extrêmes, $n' - n''$. Le *pouvoir dispersif* d'une substance transparente est le rapport de la dispersion à la différence entre l'indice de réfraction moyen et l'unité :

$$\frac{n' - n''}{n - 1}.$$

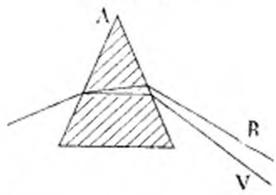
Un rayon blanc qui traverse un prisme (*fig*. 7) se transforme en un faisceau coloré qui, reçu sur un écran blanc, forme le *spectre solaire*, dont les sept teintes principales se succèdent dans l'ordre suivant, par réfrangibilité décroissante :

Violet, indigo, bleu, vert, jaune, orange, rouge.

Le spectre présente des *raies* transversales brillantes ou obscures, découvertes par Fraunhofer, et qui, étant invariables de position, servent à définir nettement les diverses régions du spectre.

Ainsi, pour permettre la comparaison directe des pouvoirs dispersifs, on est convenu de prendre, pour les rayons extrêmes, les

Fig. 7.



indices de réfraction des raies H et B, situées l'une dans le rouge, l'autre dans le violet, et pour le rayon moyen, l'indice de la raie E située dans le vert :

$$\text{Pouvoir dispersif} = \frac{n_H - n_B}{n_E - 1}.$$

Le pouvoir dispersif augmente, en général, avec la densité d'un verre ; pourtant on fabrique actuellement des verres, dits *anormaux*, dans lesquels cette progression se trouve renversée, le plus dense ayant un pouvoir dispersif moindre.

CHAPITRE III.

THÉORIE DES LENTILLES.

L'ancienne théorie des lentilles supposées sans épaisseur est abandonnée aujourd'hui; nous ne nous occuperons que de la théorie des lentilles épaisses due à Gauss et développée depuis par Bravais, Listing, Martin, etc.

Notation et conventions de signes. — Nous supposerons toujours que les rayons lumineux marchent de *gauche à droite*. Les lettres sans accent s'appliqueront aux points, aux objets ou aux longueurs d'*incidence* (points nodaux, sommets, centres, foyers principaux ou secondaires, etc.). Les mêmes lettres accentuées désigneront les mêmes objets d'*émergence*.

Toutes les longueurs comptées de *gauche à droite*, à partir de leur point d'origine fixe, seront *positives* et affectées du signe $+$; comptées en sens inverse, elles seront *négatives* et précédées du signe $-$. La *convexité* et la *concavité* des surfaces s'entendra toujours par rapport à l'incidence. Les rayons de courbure des surfaces *convexes* sont *positifs*, ceux des surfaces *concaves* sont *négatifs;* les indices 1, 2, 3, etc., désignent les objets s'appliquant à la première, à la deuxième, à la troisième face ou à la première, deuxième ou troisième lentille, de la gauche à la droite.

LENTILLE SIMPLE.

Une lentille simple est une masse de verre terminée par deux coupoles sphériques montées sur le même axe.

En un point quelconque A (*fig.* 8) de la face d'incidence tombent des rayons lumineux en nombre infini, les uns situés dans le plan du tableau, les autres, et c'est le plus grand nombre, en dehors de ce plan; ils fournissent une infinité de rayons réfractés situés dans tous les plans qu'on peut supposer menés par la normale CA. Tous ces rayons réfractés rencontrent ensuite la seconde

Fig. 8.

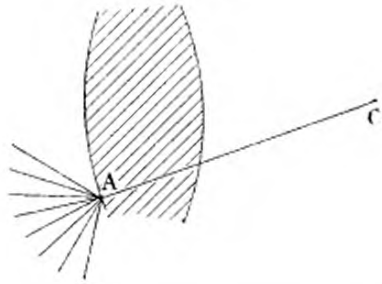
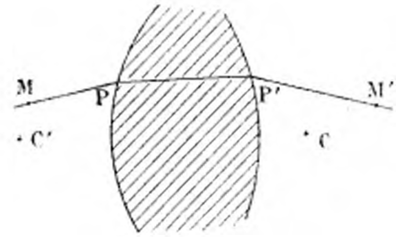


Fig. 9.



face de la lentille en des points différents, et, après une nouvelle brisure, donnent autant de rayons émergents.

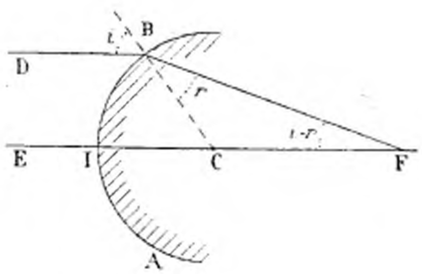
Pour fixer les lois de l'action d'une lentille, Gauss a pris un quelconque de ces rayons incidents, MP (*fig.* 9), défini par les procédés de la Géométrie analytique à trois dimensions, et il a suivi la marche de ce rayon dans la lentille, pour en déduire la position dans l'espace du rayon émergent correspondant, P'M'. Cela fait, il a considéré en particulier un point quelconque M du rayon incident, et il a constaté qu'à ce point correspondait toujours sur le rayon émergent un autre point M', dont les coordonnées étaient indépendantes de la direction et du trajet MPP'M' du rayon incident; ce point M' est donc le même pour tous les rayons passant par M, c'est l'*image*, le *foyer conjugué* de M. Or, M, M' et les centres de courbure C et C' sont situés dans le même plan. Il en résulte qu'il est légitime, comme on le fait d'habitude, d'étudier les propriétés des lentilles, en se bornant à suivre la marche des rayons situés dans une section méridienne passant par l'axe CC'.

Prenons d'abord une seule surface sphérique sur laquelle tombe un faisceau cylindrique ou conique de rayons lumineux.

Réfraction par une surface sphérique.

Premier cas : **Surface convexe convergente.** — Soit un faisceau de rayons parallèles à DB (*fig.* 10). Le rayon EI passant par le

Fig. 10.



centre C, traversera la surface sans déviation; un rayon DB se réfractera suivant BF, et F sera le *foyer* d'émergence.

Or

$$\sin i = n \sin r \qquad \text{ou} \qquad i = nr$$

et

$$\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{CB}} = \frac{\sin r}{\sin(i-r)} = \frac{r}{i-r} = \frac{1}{n-1},$$

en supposant i assez petit pour que son carré soit négligeable [1].

---

[1] Les quantités négligées sont bien du deuxième ordre. En effet, la différence entre la valeur vraie de CF et sa valeur approchée est égale à

$$\mathrm{R}\left[\frac{r}{i-r} - \frac{\sin r}{\sin(i-r)}\right] = \mathrm{R}\,\frac{rn\cos r - r\cos i - i + r}{(i-r)(n\cos r - \cos i)}$$

ou, en remplaçant $\cos i$ par $1 - \frac{i^2}{2}$ et $\cos r$ par $1 - \frac{r^2}{2}$,

$$\mathrm{R}\,\frac{rn\left(1 - \frac{r^2}{2}\right) - i\left(1 - \frac{ri}{2}\right)}{(i-r)\left[n - 1 - \frac{1}{2}(nr^2 - i^2)\right]}$$

et enfin, en faisant $i = nr$,

$$\mathrm{R}\,\frac{r^2 n}{2(n-1)\left(1 + \frac{nr^2}{2}\right)} = \mathrm{R}\,\frac{r^2 n}{2(n-1)}\left(1 - \frac{nr^2}{2} + \dots\right) = \mathrm{R}\,\frac{r^2 n}{2(n-1)},$$

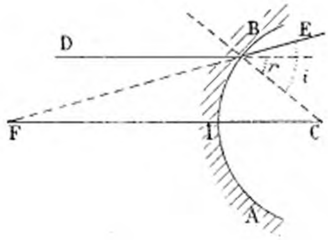
du deuxième ordre en r.

Donc

$$CF = \frac{R}{n - 1}.$$

Deuxième cas : **Surface convexe divergente**. — On trouverait

Fig. 11.



de même (*fig.* 11), en changeant n en $\frac{1}{n}$,

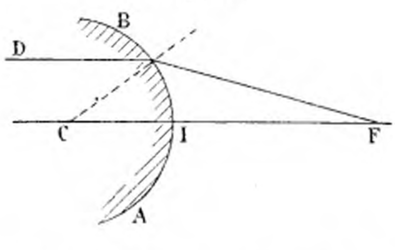
$$CF = \frac{-Rn}{n - 1}.$$

Donc

$$IF = -\frac{Rn}{n-1} + R = -\frac{R}{n-1}.$$

Troisième cas : **Surface concave convergente**. — En changeant, conformément à nos conventions, le signe de R dans la formule précédente (*fig.* 12), on trouve :

Fig. 12.



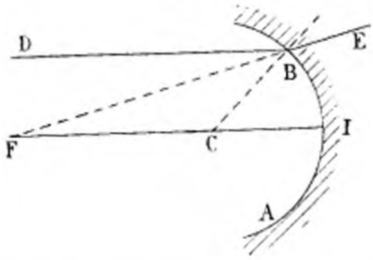
$$CF = \frac{Rn}{n - 1} \qquad \text{et} \qquad IF = \frac{R}{n - 1}.$$

Quatrième cas : **Surface concave divergente**. — En changeant

n en $\frac{1}{n}$, nous avons (*fig.* 13)

$$CF = -\frac{R}{n-1}.$$

Fig. 13.



Donc, dans tous les cas, selon que le foyer est situé ou non du même côté que le centre de courbure, la valeur absolue $\frac{R}{n-1}$ de la distance focale se compte à partir de ce centre C ou à partir du sommet I.

Foyers principaux. — En combinant ces résultats deux à deux, on a, dans chaque cas, deux foyers principaux, l'un, F, d'incidence, l'autre, F', d'émergence.

Premier cas : **Surface convexe convergente.** $R > 0$ (*fig.* 14),

$$CF' = \frac{R}{n-1}, \qquad CF = -\frac{Rn}{n-1}, \qquad IF = -\frac{R}{n-1}.$$

Fig. 14.

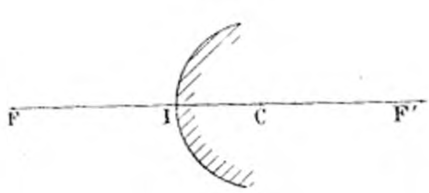
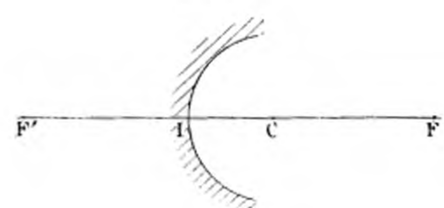


Fig. 15.

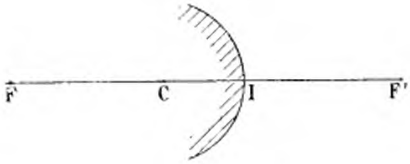


Deuxième cas : **Surface convexe divergente.** $R > 0$ (*fig.* 15),

$$CF' = -\frac{Rn}{n-1}, \qquad CF = \frac{R}{n-1}, \qquad IF' = -\frac{R}{n-1}.$$

TROISIÈME CAS : **Surface concave convergente.** $R < 0$ (*fig.* 16).

Fig. 16.

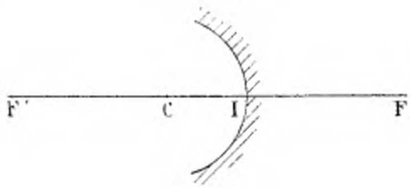


$$CF' = \frac{Rn}{n-1}, \qquad CF = -\frac{R}{n-1}, \qquad IF' = \frac{R}{n-1}.$$

QUATRIÈME CAS : **Surface concave divergente.** $R < 0$ (*fig.* 17),

$$CF' = -\frac{R}{n-1}, \qquad CF = \frac{Rn}{n-1}, \qquad IF = \frac{R}{n-1}.$$

Fig. 17.



On voit que, pour chaque surface, on a deux distances focales égales et de signe contraire : l'une, CF ou CF′, comptée à partir du centre de courbure, l'autre, IF ou IF′, comptée à partir du sommet de la surface et du côté opposé au centre. En appelant F cette distance focale, on a, dans tous les cas :

$$F = \pm\frac{R}{n-1}.$$

Si l'on adopte dès à présent une notation plus commode, en remplaçant F par son inverse $\frac{1}{f}$, et R par son inverse $\frac{1}{r}$, on a

$$f = \pm(n-1)r.$$

f est le *pouvoir* de la surface considéré; il mesure directement son action sur les rayons incidents. r est la *courbure* de cette surface.

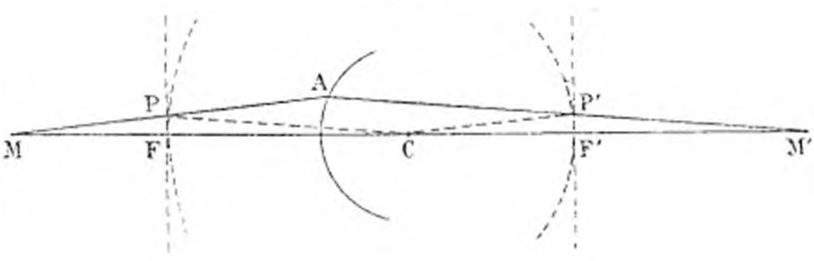
Le *pouvoir* est, par conséquent, proportionnel à la *courbure*.

Condition de réalité du foyer. — Le foyer est *réel* ou *virtuel*, selon qu'il est situé ou non, par rapport à la surface de réfraction, dans la zône qui lui correspond; ainsi le foyer d'émergence est *réel* s'il est du côté de l'émergence, et *virtuel* s'il est du côté de l'incidence.

Cette loi est générale et s'applique à un système optique quelconque; *un foyer est* RÉEL *quand il est, par rapport à la dernière surface réfringente, dans la zône qui lui correspond.*

Sphères focales. Plans focaux. — Dans tous ces cas, la position de F ou de F′ ne change pas quand on suppose que la droite FF′ tourne dans le plan de la figure autour du centre C. Dans ce mouvement, F et F′ décrivent des circonférences ayant C pour centre. Les sphères qu'engendrent ces circonférences sont les lieux des foyers des rayons incidents parallèles; on peut les appeler les

Fig. 18.



sphères focales principales (*fig.* 18). Comme ces sphères ont de grands rayons, on les confond, *au voisinage de l'axe* FF′, avec deux plans perpendiculaires à FF′, qui sont les *plans focaux principaux* d'incidence et d'émergence.

Foyers conjugués. — Cherchons le foyer conjugué d'un point M. Ce foyer se trouvera sur MC, qui n'est pas dévié, et sur le rayon réfracté d'un rayon incident quelconque MA. Par P pris dans la sphère focale, ou, par approximation, dans le plan focal d'incidence, menons le rayon PC; AM′, le réfracté de PA sera parallèle à PC.

M' ainsi déterminé est le *foyer conjugué* de M. CP' est de même parallèle à MA, et l'on a, par les triangles semblables :

$$\frac{FM}{F'C} = \frac{FP}{F'P'} = \frac{FC}{F'M'},$$

$$FM.F'M' = CF \times CF',$$

ou, suivant nos conventions de signes,

$$(-D)D' = F(F+R) = R^2 \frac{n}{(n-1)^2}.$$

Dans cette *formule*, établie par *Newton*, D et D' désignent les distances des deux *foyers conjugués* au foyer principal de même espèce, et F la distance focale principale de la surface convergente.

En employant la notation dont il a été ci-dessus question, et remplaçant $\frac{1}{F}$ par le *pouvoir* f, $\frac{1}{R}$ par la *courbure* r, $\frac{1}{D}$ et $\frac{1}{D'}$ par la *proximité* des foyers conjugués d et d', cette formule devient

$$n(-d)d' = r^2(n-1)^2$$

ou

$$-ndd' = f^2.$$

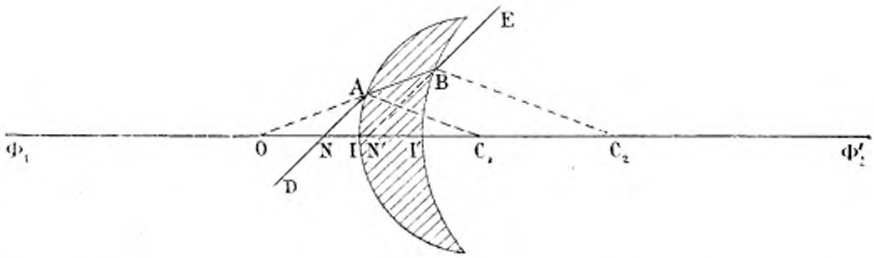
Réfraction par une lentille.

Considérons maintenant une lentille quelconque. Les rayons, parallèles à l'axe, qui tombent sur sa première face, donnent naissance à un foyer principal d'émergence Φ'. Ce point Φ', considéré comme source de lumière, aura, par rapport à la seconde face, un foyer conjugué F', qui sera dès lors le *foyer principal d'émergence* de la lentille. Tous les points de la sphère focale principale d'émergence de la première face fourniront de même, par rapport à la seconde face, des foyers conjugués dont l'ensemble engendrera la *surface focale principale* de la lentille, surface courbe, mais assimilable, sur une petite étendue autour de l'axe, à son plan tangent perpendiculaire à l'axe.

Le même raisonnement montre que tous les rayons émanés d'un point convergeront, après avoir traversé la lentille, en un autre point, qui sera le *foyer conjugué* du premier.

Centre optique et points nodaux (*fig.* 19). — Par les centres des deux faces C_1 et C_2, je mène deux parallèles C_1A et C_2B, et je joins AB; puis, considérant AB comme un rayon lumineux qui traverse la lentille, je construis les rayons incident DA et émergent BE correspondants, qui seront évidemment parallèles, à cause de

Fig. 19.



l'égalité des angles de AB avec C_1A et C_2B, ce qui entraîne celle des angles de AD et BE avec ces mêmes rayons C_1A et C_2B.

Le point O, sur le prolongement de BA, est le *centre optique*.

Les points N et N' sont les *points nodaux*.

On a

$$\frac{C_1O}{C_2O} = \frac{C_1A}{C_2B} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Le centre optique est donc *absolument fixe,* quelle que soit la direction DA du rayon d'incidence.

D'autre part,

$$\frac{ON}{ON'} = \frac{OA}{OB} = \frac{R_1}{R_2},$$

donc le rapport $\frac{ON}{ON'}$ est absolument fixe aussi.

Cherchons la position de O, N et N' par rapport aux autres éléments de la lentille.

Remplaçons, dans la première équation, OC_1 et OC_2 par leur valeur

$$OC_1 = C_1I + IO$$

et

$$OC_2 = C_2I' + II' + IO,$$

d'où

$$\frac{C_1I + IO}{C_2I' + II' + IO} = \frac{R_1}{R_2},$$

d'où l'on tire

$$IO = -e\frac{R_1}{R_2 - R_1};$$

de même

$$I'O = -e\frac{R_2}{R_2 - R_1},$$

en mettant le signe —, parce que, d'après les conventions de signes adoptées, IO et I'O sont négatifs; e est l'épaisseur II' du verre.

Quant à N et N', ce sont les foyers conjugués de O par rapport à chaque face de la lentille, ils sont donc *fixes,* mais seulement dans la limite admise ci-dessus, c'est-à-dire tant que l'angle d'incidence du rayon DA est assez petit, pour que son carré soit négligeable. Dans ces conditions, nous pouvons appliquer la formule de Newton, qui donnera en désignant par Φ_1 et Φ'_1 les foyers principaux d'incidence et d'émergence de la première face, et par φ_1 la distance focale principale de cette face; N étant le foyer d'incidence,

$$N\Phi_1 \times O\Phi'_1 = \varphi_1(\varphi_1 + R_1),$$

ou

$$(\varphi_1 - IN)(\varphi_1 + R_1 + IO) = \varphi_1(\varphi_1 + R_1),$$

d'où

$$IN = \varphi_1\frac{IO}{\varphi_1 + R_1 + IO};$$

et, en remplaçant IO et φ_1 par leurs valeurs absolues,

$$(-IO) = \frac{eR_1}{R_2 - R_1} \qquad \text{et} \qquad \varphi_1 = \frac{R_1}{n-1},$$

on a

$$IN = -\frac{eR_1}{n(R_2 - R_1 + e) - e},$$

en mettant le signe en évidence.

De même,

$$I'N' = -\frac{eR_2}{n(R_2 - R_1 + e) - e}.$$

On peut écrire plus simplement ces formules :

$$IN = -\frac{eR_1}{nc-e}$$

et

$$I'N' = -\frac{eR_2}{nc-e};$$

en appelant c la distance des centres de courbure C_1C_2 :

$$c = R_2 - R_1 + e.$$

Le *centre optique* est donc le point *absolument fixe*, par où passe ou se prolonge le trajet intérieur de tout rayon lumineux qui émerge parallèlement à son incidence.

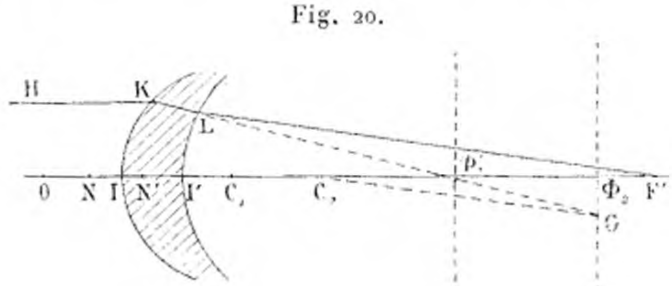
Les *points nodaux* sont les points *sensiblement fixes* (pour de faibles incidences) par où passent ou se prolongent les rayons incidents et émergents correspondants parallèles.

Autrement dit, tout rayon incident DA, passant par le point nodal d'incidence N, engendre un rayon émergent parallèle BE passant par le point nodal d'émergence.

Ces deux rayons DA et BE sont des *axes secondaires conjugués* ou des *rayons axiaux*.

Foyer principal. — Un rayon incident parallèle à l'axe, HK (*fig.* 20), donne un premier rayon réfracté KL dirigé sur Φ'_1 et,

Fig. 20.



en L, un second rayon émergent parallèle à C_2G. Ce rayon LF' coupe l'axe au *foyer principal d'émergence* F'.

On a

$$N'F' = C_2F' + C_2N' = C_2F' + C_2I' + I'N'.$$

Or

$$\frac{C_2F'}{C_2\Phi'_1} = \frac{LG}{\Phi'_1 G} = \frac{I'\Phi_2}{\Phi'_1\Phi_2},$$

en supposant l'arc I'L confondu avec sa tangente en I'.

Si l'on remplace ces quantités par leur valeur, on a

$$C_2F' = \frac{R_2 n(\varphi_1 - c)}{R_2 - R_1 + c(n-1)} = \frac{R_2 n(\varphi_1 - c)}{nc - e}.$$

Donc

$$N'F' = \frac{R_2 n(\varphi_1 - c)}{nc - e} + R_2 + \frac{eR_2}{nc - e} = \frac{nR_1R_2}{(n-1)(nc-e)},$$

expression très simple de la *distance focale principale d'émergence* de la lentille.

Cette distance se compte à partir du point nodal d'émergence. Elle est positive ou négative et le foyer est réel ou virtuel, selon que nc est $>$ ou $< e$ (*voir* p. 17).

On trouve de même, pour le foyer d'incidence,

$$NF = -\frac{nR_1R_2}{(n-1)(nc-e)}.$$

Les deux distances focales principales sont toujours de signe contraire. Elles sont égales quand les deux faces de la lentille sont plongées dans le même milieu.

On a, dans ce cas, en désignant par F cette distance :

$$\pm F = \frac{n}{n-1}\,\frac{R_1R_2}{nc-e}.$$

En remplaçant c par sa valeur, en fonction de l'épaisseur e,

$$c = R_2 + e - R_1,$$

$$F = \frac{n}{n-1}\,\frac{R_1R_2}{e(n-1) + (R_2 - R_1)n}.$$

Et, en faisant $e = 0$, on a la formule de la distance focale des *lentilles minces* :

$$F = \frac{R_1R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)},$$

que l'on écrit le plus souvent en la renversant

$$\frac{1}{F} = (n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right).$$

Si l'on fait le changement de variables dont il a été question plus haut, qu'on remplace $\frac{1}{F}$ par le *pouvoir* f, $\frac{1}{R_1}$ et $\frac{1}{R_2}$ par les *courbures* r_1 et r_2, la formule du *pouvoir principal* devient, pour les lentilles *minces*,

$$f = (n - 1)(r_1 - r_2),$$

et pour les lentilles *épaisses*,

$$f = \frac{n - 1}{n}\left[(n - 1)er_1r_2 + (r_1 - r_2)n\right].$$

Position variable du centre optique, des points nodaux et des points focaux. — Soit par le calcul, soit par la construction géométrique indiquée ci-dessus, il est aisé de se rendre compte de la position qu'occupent le centre optique et les points nodaux d'une lentille de forme quelconque.

Il est intéressant aussi de rechercher dans quel cas ces trois points sont *réels* ou *virtuels;* réels, si les rayons lumineux qui les déterminent, par intersection avec l'axe principal, y passent effectivement, virtuels, s'ils n'y passent que par leur prolongement.

Puisqu'il ne peut y avoir qu'un seul croisement *réel* des rayons axiaux avec l'axe principal, un seul de ces trois points peut être réel, sauf le cas où l'un des deux autres se confond avec celui-là, ou bien où tous trois sont en coïncidence.

Le *centre optique* n'est *réel* que lorsqu'il est situé *dans l'intérieur* de la lentille, c'est-à-dire quand IO est positif et moindre que e (*fig.* 10). Or (p. 20)

$$IO = -e\frac{R_1}{R_2 - R_1}.$$

Les conditions de réalité seront donc

$$e > -e\frac{R_1}{R_2 - R_1} > 0,$$

ou

$$1 > -\frac{R_1}{R_2 - R_1} > 0.$$

Si R_1 est négatif, cela entraîne R_2 positif.

Si R_1 est positif, cela entraîne R_2 négatif.

Donc, pour que le *centre optique* soit *réel*, il faut que les deux rayons de courbure de la lentille soient de *signes contraires*.

Un point nodal est *réel* quand il se trouve, au contraire, *en dehors* de la lentille et dans la zône qui lui correspond, c'est-à-dire du côté de l'incidence, pour le point nodal d'incidence; du côté de l'émergence, pour l'autre; c'est la même condition que pour la réalité des foyers (p. 17).

Cette condition s'énonce pour le point nodal d'incidence (*fig.* 20):

$$IN < 0$$

ou

$$-\frac{eR_1}{nc - e} < 0,$$

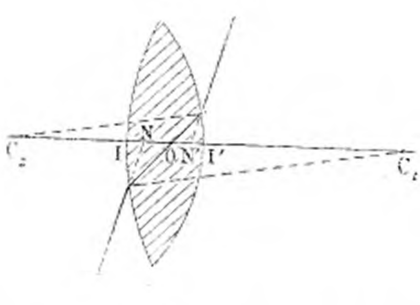
qui, pour $R_1 > 0$, entraîne $nc > e$ ou $c > \frac{e}{n}$,

et, pour $R_1 < 0$, entraîne $nc < e$ ou $c < \frac{e}{n}$.

Prenons les diverses formes de lentille.

Lentille biconvexe, $R_1 > 0$, $R_2 < 0$. Le centre optique est tou-

Fig. 21.



jours *réel;* au milieu de l'épaisseur, si les courbures sont égales;

plus près de la face la plus courbe, dans le cas contraire (*fig.* 21) :

$$\frac{OI}{OI'} = \frac{R_1}{(-R_2)}.$$

Les deux points nodaux sont à l'intérieur de la lentille de part et d'autre du centre optique, et par conséquent *virtuels*.

De plus

$$\frac{ON}{ON'} = \frac{R_1}{(-R_2)},$$

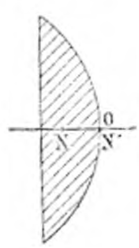
formule exacte et générale, et

$$\frac{IN}{I'N'} = \frac{R_1}{(-R_2)},$$

pour les faibles incidences seulement.

Lentille plan-convexe, $R_1 = \infty$, $R_2 < 0$ (*fig.* 22). — Le centre optique est *réel* et situé au sommet de la face courbe, en coïnci-

Fig. 22.



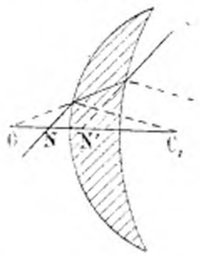
dence avec le point nodal d'émergence également *réel*. Le point nodal d'incidence, placé dans le verre, est virtuel.

Si la face courbe est d'incidence, c'est le point nodal d'incidence qui est réel.

Ménisque convergent à rayons positifs, R_1 et $R_2 > 0$, $nc - e > 0$, ou $R_2 > R_1 - e\frac{n-1}{n}$ (*fig.* 23). Le centre optique est en dehors de la lentille, du côté de l'incidence, et *virtuel*.

Les points nodaux sont à droite du centre optique, le point nodal d'incidence est toujours en dehors de la lentille et *réel*,

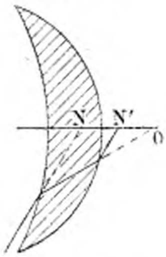
Fig. 23.



l'autre est *virtuel*, tantôt en dehors, tantôt à l'intérieur de la lentille.

Ménisque convergent à rayons négatifs, R_1 et $R_2 < 0$ (*fig.* 24). L'inverse du précédent; c'est le point nodal d'émergence qui

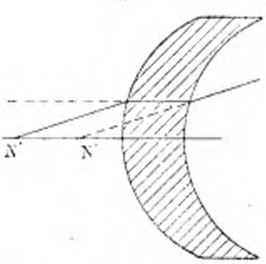
Fig. 24.



devient *réel*. Les deux autres points sont virtuels.

Pour $R_2 = R_1$ (*fig.* 25), le centre optique est à l'infini, les

Fig. 25.



points nodaux s'éloignent de la lentille qui reste convergente.

Elle ne devient *divergente* que lorsque, R_2 diminuant toujours :

$$nc - e = 0,$$

ou

$$n(R_2 - R_1 + e) - e = 0,$$

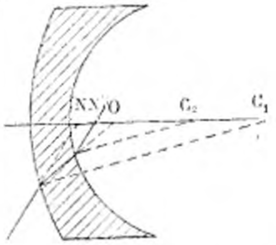
d'où

$$R_2 = R_1 - e\,\frac{n-1}{n}.$$

Alors le centre optique, toujours virtuel, est à droite. N, N', F et F' sont à l'infini.

Ménisque divergent (*fig.* 26). R_2 et $R_1 > 0$ et $nc - e < 0$ ou $R_2 < R_1 - e\,\frac{n-1}{n}$. — Les trois points sont du côté de la face

Fig. 26.



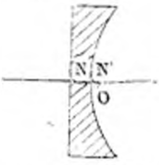
la plus courbe, le centre optique toujours virtuel, les deux points nodaux plus près de la lentille; l'un des deux, le plus rapproché du centre optique, est réel : c'est le point nodal d'émergence si les rayons de courbure sont positifs, d'incidence s'ils sont négatifs.

On a toujours

$$\frac{ON}{ON'} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Lentille plan-concave (*fig.* 27). R_1 est infini. Le centre optique

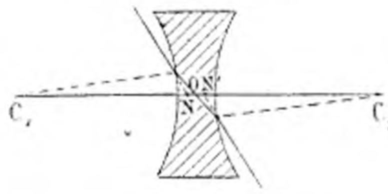
Fig. 27.



devient réel et se confond avec le point nodal d'émergence, réel aussi, au sommet de la face courbe.

Lentille biconcave (*fig.* 28). — Le centre optique est réel et les

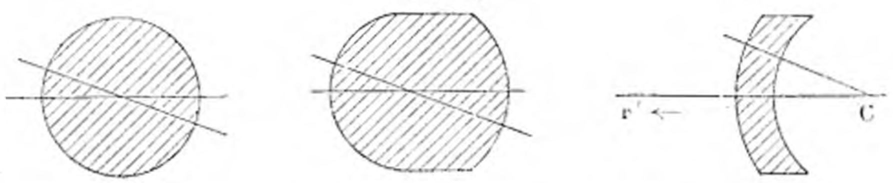
Fig. 28.



deux points nodaux sont virtuels et de part et d'autre de ce centre.

Cas particulier : **Lentilles à faces concentriques** (*fig.* 29). — Si les deux centres de courbure coïncident, le centre optique et les points nodaux sont réels et coïncident aussi avec ce centre

Fig. 29.



unique. Les deux premières dispositions sont convergentes, la dernière est divergente car le foyer est alors

$$CF' = -\frac{nR_1R_2}{(n-1)e} = -\frac{n}{n-1}\frac{R_1}{R_1-R_2}R_2,$$

négatif et plus grand que R_2 en valeur absolue. Donc F', foyer d'émergence, est dans la zône d'incidence et par conséquent virtuel (*voir* p. 17).

En dehors de ce cas, les *points nodaux* sont toujours distincts.

Si l'on concevait des lentilles convergentes plus épaisses encore que la lentille concentrique convergente, c'est-à-dire où la position des centres fût intervertie, C_1 étant à gauche de C_2, les point nodaux seraient croisés aussi.

Mais, dans tous les autres cas, ils sont toujours disposés, le point nodal d'incidence à gauche de l'autre, c'est-à-dire du côté de l'incidence. Leur écartement NN' est toujours moindre que e, l'épaisseur de la lentille.

Enfin, les *foyers principaux* sont toujours de part et d'autre et à égale distance de leurs points nodaux; dans les systèmes convergents, le foyer d'incidence est du côté du point nodal d'incidence; c'est le contraire dans les lentilles divergentes, où les deux foyers sont toujours virtuels.

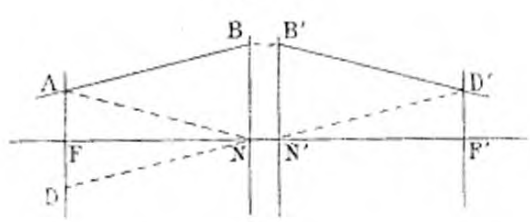
Nous verrons plus loin que cette conception des points nodaux et focaux se peut généraliser et appliquer à tout système optique; leur position relative peut varier alors dans des limites beaucoup plus étendues que celles qui viennent d'être indiquées.

Ajoutons que de même que la *surface focale* correspondant à une seule réfraction sur une coupole sphérique est, en réalité, sphérique elle-même, la *surface focale,* lieu des points focaux d'une lentille simple, est courbe aussi, et que la substitution, dans ce qui va suivre, d'un *plan focal* tangent, à cette surface, n'a que la valeur d'une solution approchée. Nous reviendrons sur ce sujet à propos des aberrations.

Détermination d'un rayon émergent. — La connaissance des points nodaux et des surfaces focales ou, par approximation, des plans focaux principaux d'une lentille, permet de construire aisément le rayon émergent, qui correspond à un rayon incident quelconque.

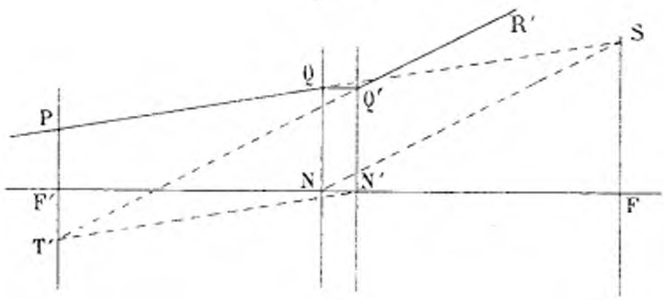
Soit AB un rayon incident (*fig.* 30). Il peut être supposé faire partie d'un faisceau de rayons incidents parallèles, et alors son

Fig. 30.



rayon émergent passera par D' intersection avec le plan focal d'émergence de l'axe secondaire N'D', parallèle à AB, et qui est lui-même l'émergent ou le conjugué de l'axe DN. De plus, ce même rayon émergent de AB pouvant être considéré comme faisant partie du faisceau de rayons parallèles émergents, qui proviendrait du faisceau conique incident issu du point focal A, sera parallèle à l'axe AN de ce faisceau. On le construira donc en menant D'B', parallèle à AN. On voit de suite que, par raison de symétrie, NB et N'B' sont égaux et que BB' est parallèle à l'axe principal. Supposons maintenant que la lentille soit divergente, la construction est analogue (*fig.* 31). L'émergent de PQ s'obtiendra en menant

Fig. 31.

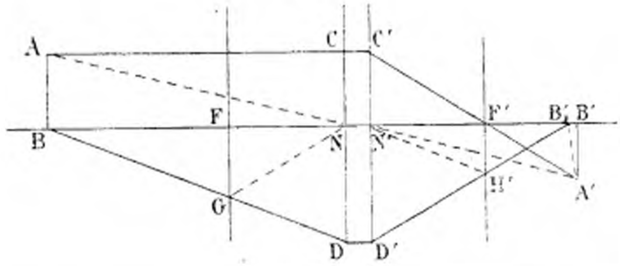


QQ' parallèle à NN', cherchant l'intersection S de PQ avec le plan focal d'incidence, joignant SN et menant Q'R' parallèle à NS. Comme vérification, Q'R' prolongé perce le plan focal d'émergence en T', tel, que T'N' est parallèle à PQ.

Bien entendu, ce tracé PQQ'R' n'est pas la trajectoire réelle du rayon; mais, quel que soit le chemin intermédiaire qu'il a parcouru, le rayon incident PQ devient finalement le rayon émergent Q'R'.

Formules des foyers conjugués et du grossissement (*fig.* 32). — Soit un objet AB placé en avant d'une lentille convergente. Le

Fig. 32.



point B formera son image en un point B'_1, obtenu en menant BD quelconque, D'D parallèle à l'axe et $D'B'_1$ parallèle à GN.

Le point A formera son image en A', intersection de N'A', axe secondaire conjugué de AN', avec C'F', rayon émergent de la parallèle AC à l'axe principal.

Or on a, d'une part, pour le point B', par les triangles semblables

$$\frac{BF}{FN} = \frac{BG}{GD} = \frac{BN}{N'B'_1} = \frac{D'H'}{H'B'_1} = \frac{N'F'}{F'B'_1},$$

d'où

$$BF \times F'B'_1 = FN \times N'F' = F^2,$$

en désignant par F la distance focale principale; d'autre part, pour le point A', en abaissant la perpendiculaire A'B' sur l'axe,

$$(1)\qquad \frac{AB}{A'B'} = \frac{BN}{N'B'} = \frac{BG}{GD} = \frac{BF}{FN},$$

et aussi

$$(2)\qquad \frac{AB}{A'B'} = \frac{C'N'}{A'B'} = \frac{N'F'}{F'B'},$$

d'où

$$\frac{BF}{FN} = \frac{N'F'}{F'B'},$$

ou

$$BF \times F'B' = FN \times N'F' = F^2.$$

D'où résulte d'abord que B'_1 et B' coïncident, et que l'image de AB, perpendiculaire à l'axe principal, est A'B', située de même, mais renversée.

En appelant D et D' les distances BF et F'B' qui séparent des foyers principaux l'objet et son image, ou les deux foyers conjugués B et B', et observant les conventions de signe, on a

$$(3)\qquad (-D)D' = F^2 \quad \text{(formule de Newton)}.$$

Ce qui montre que D et D' sont toujours de signe contraire et, par conséquent, disposés en sens contraire par rapport aux foyers principaux correspondants.

La même relation subsiste entre les *proximités* $d = \frac{1}{D}$ et $d' = \frac{1}{D'}$ des foyers conjugués, et le pouvoir f de la lentille.

$$(-d)d' = f^2.$$

En appelant O et I les dimensions linéaires respectives de l'objet et de son image, les formules (1) et (3) deviennent :

$$(4) \qquad \frac{O}{I} = \frac{NB}{N'B'} = \frac{(-D+F)}{D'+F} = \frac{F}{D'} = \frac{(-D)}{F} = \frac{d'}{f} = \frac{f}{(-d)},$$

formule du grossissement, qui donne de cinq manières différentes le rapport de grandeur d'un sujet à son image.

Si l'on désigne par P et P' les *distances* BN et B'N', comptées sur l'axe principal, de chaque point nodal à l'objet et à son image, on a

$$-P = -D + F \qquad \text{et} \qquad P' = D' + F,$$

et en substituant dans la formule de Newton

$$-(F+P)(P'-F) = F^2,$$
$$-FP' - PP' + PF = 0$$

ou

$$\frac{1}{P'} + \frac{1}{(-P)} = \frac{1}{F} \quad \text{(formule classique)},$$

qu'on peut écrire, en remplaçant P et P' par les *proximités* $p = \frac{1}{P}$ et $p' = \frac{1}{P'}$,

$$p' + (-p) = f.$$

Discussion des formules des foyers conjugués et du grossissement (*fig.* 33). — L'objet étant à l'infini, l'image est au foyer F' et infiniment petite.

Quand l'objet se rapproche dans la direction indiquée par la

Fig. 33.

flèche, l'image marche dans la même direction, moins rapidement d'abord, puisque $D' = \frac{F^2}{-D}$; en même temps elle grandit.

Si l'on veut que l'image soit à l'échelle de $\frac{1}{m}$, on pose

$$I = \frac{O}{m};$$

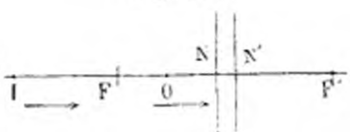
alors $(-D) = mF$ et $D' = \frac{F}{m}$.

Il suffira donc de placer l'objet en avant de F, à une distance égale à m fois la distance focale principale.

Quand $(-D) = F$, objet et image sont à la même distance F des foyers et de mêmes dimensions.

L'objet continuant son mouvement, l'image s'éloigne vers la droite de plus en plus rapidement, en amplifiant proportionnellement à son éloignement du point F, et elle est rejetée à l'infini quand l'objet arrive en F.

Fig. 34.

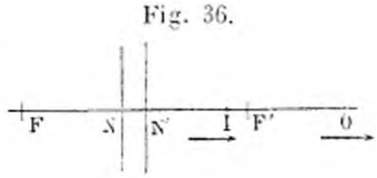


Puis D change de signe (*fig.* 34), et D' devient négatif. L'image est virtuelle et toujours plus grande que l'objet, puisque $\frac{O}{I} = \frac{D}{F} = \frac{OF}{NF}$.

Fig. 35.

Elle arrive en N' quand l'objet est en N (*fig.* 35), car alors D et D sont égaux à $\pm$ F; objet et image sont de même grandeur.

Fig. 36.



Si O dépasse N (*fig.* 36), c'est l'objet qui est imaginaire, tandis que l'image, passant au delà de N', redevient réelle.

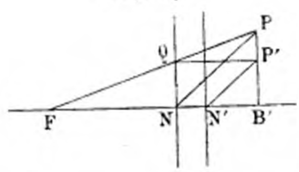
L'objet allant de N à $+\infty$, l'image marche beaucoup plus lentement de N' à F', en diminuant toujours.

Plans de Bravais. — Dans ce mouvement combiné de l'objet et de l'image, on voit que O et I se confondent une première fois entre F et N, une seconde fois entre N' et F'.

Ces points de confusion et les plans perpendiculaires à l'axe qu'ils déterminent et pour lesquels l'image et l'objet se superposent, l'une réelle et l'autre virtuel, ou inversement, se nomment *points* et *plans de Bravais* (*fig.* 37).

Soit B'P', un de ces plans; je construis le foyer conjugué de P',

Fig. 37.



en menant l'axe P'N', NP parallèle, puis P'Q parallèle à l'axe, QP' est l'émergent de FQ; FQ, prolongé, donne P qui, par hypothèse, est sur B'P'. On a

$$\frac{N'B'}{NB'} = \frac{B'P'}{B'P} = \frac{NQ}{B'P} = \frac{NF}{B'F}.$$

Et, en appelant b la distance N'B', et e l'épaisseur NN',

$$\frac{b}{b+e} = \frac{F}{F+e+b},$$

$$b^2 + eb - eF = 0,$$

$$b = -\frac{e}{2} \pm \sqrt{\frac{e^2}{4} + eF}.$$

Les deux solutions me donnent deux points B et B', tels que $BN = B'N'$.

Dans ces plans, le rapport de l'objet à l'image est de

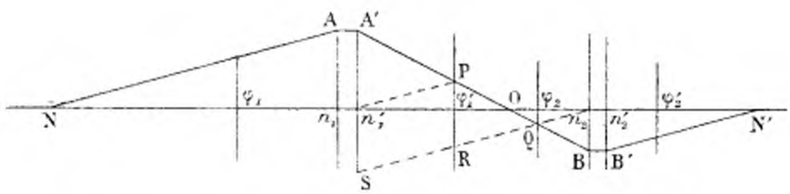
$$\frac{PB'}{P'B'} = \frac{b+e}{b}.$$

LENTILLE COMPOSÉE : THÉORIE DE LA LENTILLE ÉQUIVALENTE.

Soit maintenant un système formé de deux lentilles simples centrées, c'est-à-dire montées sur le même axe, et à une distance quelconque l'une de l'autre. On peut toujours imaginer une lentille unique, qui produirait sur les rayons lumineux les mêmes effets que ce système. Cette lentille imaginaire est dite *lentille équivalente*.

Prenons, par exemple, deux lentilles convergentes représentées par leurs plans focaux et leurs plans principaux (¹) (*fig.* 38); par

Fig. 38.



n'_1 et par n_2 je mène deux parallèles quelconques n'_1P, n_2Q, je joins PQ et je prolonge jusqu'en B et A', je mène A'A et BB', et AN, B'N' parallèles à n'_1P. NAA'BB'N' représente le trajet d'un rayon qui, après avoir traversé les deux lentilles, sort parallèle à sa première direction.

On a, par les triangles semblables :

$$\frac{n'_2 N'}{n'_1 n_2} = \frac{n'_2 B'}{n'_1 S} = \frac{n_2 B}{n'_1 S} = \frac{n_2 B}{PR} = \frac{n_2 \varphi_2}{\varphi'_1 \varphi_2},$$

d'où

$$n'_2 N' = \frac{E\varphi_2}{E - \varphi_1 - \varphi_2},$$

en appelant E l'épaisseur comptée entre les points nodaux intérieurs n'_1 et n_2.

(¹) On appelle *principaux* les plans qui coupent perpendiculairement l'axe, aux points nodaux, ces plans sont tels qu'un rayon incident et le rayon émergent correspondant les percent à la même distance de l'axe.

Donc le point N′ est fixe, tant que φ_1 et φ_2 sont constants, c'est-à-dire pour des incidences faibles.

On trouverait de même, en observant toujours la même convention pour les signes,

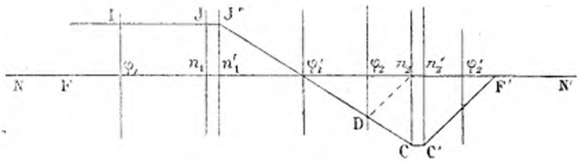
$$n_1 \mathrm{N} = -\frac{\mathrm{E}\varphi_1}{\mathrm{E}-\varphi_1-\varphi_2}.$$

Ces points N et N′ sont les *points nodaux* de la lentille équivalente.

De même $\frac{\mathrm{O}n'_1}{\mathrm{O}n_2} = \frac{\mathrm{Q}n_2}{\mathrm{P}n'_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$. Le point O, fixe dans les mêmes conditions que N et N′, est le *centre optique*.

Cherchons la distance focale principale de la lentille équivalente (*fig.* 39). Je construis la marche d'un rayon incident parallèle à l'axe, IJJ′φ'_1DCC′F′. Le rayon émergent vient couper l'axe en F′, la distance focale cherchée, ici négative,

Fig. 39.



$$\mathrm{N'F'} = -(n'_2\mathrm{N'} - n'_2\mathrm{F'});$$

or

$$\frac{n'_2\mathrm{F'}}{n_2\varphi'_1} = \frac{\mathrm{CD}}{\mathrm{D}\varphi'_1} = \frac{n_2\varphi_2}{\varphi'_1\varphi_2},$$

d'où

$$n'_2\mathrm{F'} = \frac{(\mathrm{E}-\varphi_1)\varphi_2}{\mathrm{E}-\varphi_1-\varphi_2}$$

et

$$\mathrm{N'F'} \quad \text{ou} \quad \mathrm{F} = -\frac{\varphi_1\varphi_2}{\mathrm{E}-\varphi_1-\varphi_2}.$$

On trouvera de même

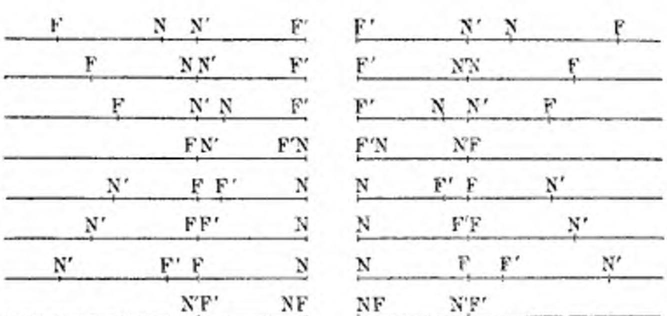
$$\mathrm{NF} = \frac{\varphi_1\varphi_2}{\mathrm{E}-\varphi_1-\varphi_2} = -\mathrm{F}.$$

Cette conception de la *lentille équivalente* présente le plus grand intérêt. Elle peut s'appliquer, de proche en proche, à trois, quatre lentilles, etc., à un système optique quelconque centré. Les formules fondamentales de la lentille simple : $(-D)D' = F^2$ et $\frac{O}{I} = \frac{(-D')}{F} = \frac{F}{D}$ sont applicables à la lentille équivalente.

Le centre optique, les points nodaux et les foyers, qui la définissent, et que nous appellerons ses *points caractéristiques*, peuvent occuper, les uns par rapport aux autres, toutes les positions possibles, être réunis, intervertis, rapprochés ou éloignés, réels ou virtuels séparément. Dans tous les cas, des points nodaux et du centre optique, l'un au moins est réel, et les distances focales sont égales et de signe contraire.

La discussion approfondie de toutes les combinaisons que peuvent ainsi former ces quatre points et dont nous donnons ci-dessous le Tableau (*fig.* 40), pour intéressante et instructive

Fig. 40



qu'elle soit, puisqu'elle embrasse toute la possibilité des appareils d'optique, ne saurait trouver place ici. Nous ne nous occuperons que de celles de ces combinaisons qui offrent un intérêt photographique, c'est-à-dire qui fournissent une image réelle. La condition de réalité de l'image résulte de la position du foyer F' par rapport à la dernière surface réfringente du système (*voir* p. 17).

Objectif composé. — Considérons d'abord l'assemblage de deux lentilles convergentes. Pour que l'image soit réelle, il faut et il suffit que le foyer F' soit à droite de la deuxième lentille, c'est-à-dire (*fig.* 39) que $n'_2 F' = \frac{(E - \varphi_1)\varphi_2}{E - \varphi_1 - \varphi_2}$ soit positif, ce qui exige qu'on ait à la fois :

$$E > \varphi_1 \quad \text{et} \quad E > \varphi_1 + \varphi_2$$

ou

$$E < \varphi_1 \quad \text{et} \quad E < \varphi_1 + \varphi_2.$$

Les premières conditions sont satisfaites si $E > \varphi_1 + \varphi_2$; les secondes se réduisent de même à $E < \varphi_1$.

$E > \varphi_1 + \varphi_2$ n'offre guère d'application photographique, il donne des appareils d'une longueur exagérée et dépourvus de champ. On l'a proposé pour des objectifs téléphotographiques à long foyer; c'est la disposition des *fig.* 38 et 39; elle fournit des images réelles redressées, puisque le point nodal N' est au delà du foyer F'.

Nous ne retenons donc que la deuxième condition, $E < \varphi_1$, c'est-à-dire, l'*écartement* des lentilles moindre que la distance focale de la lentille d'incidence.

Alors, en mettant les signes en évidence, on a :

$$F = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - E},$$

$$n'_2 N' = -\frac{E\varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - E}, \qquad n_1 N = \frac{E\varphi_1}{\varphi_1 + \varphi_2 - E},$$

$$n'_2 F' = \frac{(\varphi_1 - E)\varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - E} \quad \text{et} \quad n_1 F = \frac{(\varphi_2 - E)\varphi_1}{\varphi_1 + \varphi_2 - E}.$$

Discussion. — Tout d'abord, en ce qui concerne les points nodaux, il faudrait, pour qu'ils fussent réels (*voir* p. 24), que $n'_2 N'$ fût positif et $n_1 N$ négatif; or $n'_2 N'$ est toujours négatif, $n_1 N$ toujours positif, donc les deux points nodaux sont toujours virtuels.

Au contraire, le *centre optique* est toujours *réel* et situé, entre les points nodaux intérieurs des lentilles composantes, à des distances proportionnelles aux foyers de ces lentilles.

E croissant de o à φ_1, F croît de $\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2}$ à φ_1.

Donc, si l'on fait varier l'écartement des lentilles entre o et φ_1, F acquerra toutes les valeurs comprises entre $\frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_1+\varphi_2}$ et φ_1, sans pouvoir franchir ces deux limites;

n'_2N' est négatif et croît en valeur absolue de o à φ_1, ses variations sont plus grandes que celles de F;

n_1N est positif et croît de o à $\frac{\varphi_1^2}{\varphi_2}$;

n'_2F', positif, décroît de $\frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_1+\varphi_2}$ à zéro, et n_1F, négatif, croît de $-\frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_1+\varphi_2}$ à $-\frac{(\varphi_2-\varphi_1)\varphi_1}{\varphi_2}$; et, si $\varphi_1>\varphi_2$, n_1F est égal à o pour $E=\varphi_2$, et devient ensuite positif.

Voyons quelles dispositions différentes affectent les quatre points caractéristiques de la lentille équivalente, quand E varie de o à φ_1.

Nous supposons $\varphi_1 \geqq \varphi_2$.

Fig. 41.

Pour $E=o$ (*fig.* 41),

$$F=\frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_1+\varphi_2},$$

$$n_1N=o, \qquad n'_2N'=o.$$

E croissant (*fig.* 42), n'_2N' est négatif et croît en valeur absolue.

Fig. 42.

F est positif et croît aussi, mais moins vite.

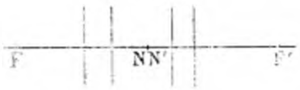
Les points N' et F' marchent vers la gauche, la distance N'F' augmente; N et F marchent vers la droite.

N et N' se confondent quand on a (*fig.* 43)

$$E=-\frac{e_1+e_2}{2}+\sqrt{\frac{(e_1+e_2)^2}{4}+(\varphi_1+\varphi_2)(e_1+e_2)}.$$

en appelant e_1 et e_2 l'écartement des points nodaux de chaque composante. A ce moment, les plans de Bravais des deux lentilles

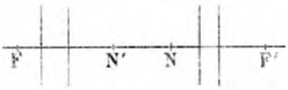
Fig. 43.



coïncident. La lentille équivalente ainsi réalisée possède les propriétés d'une lentille sans épaisseur. Cette disposition, souvent pratiquée, présente certains avantages sur lesquels nous reviendrons.

E continuant à croître, N et N' sont intervertis (*fig.* 44) et, pour

Fig. 44.



$E = \varphi_2$, on a

$$F = \varphi_2,$$

$$n'_2 N' = -\frac{\varphi_2^2}{\varphi_1}, \qquad n_1 N = \varphi_2.$$

Le foyer d'émergence F' reste *réel,* alors que le foyer d'incidence F devient *virtuel,* ce qu'indiquait du reste la valeur nulle de $n_1 F$. Cet effet subsiste tant que E est compris entre φ_2 et φ_1; l'objectif ne donne d'images réelles que d'un côté.

Puis N atteint et dépasse successivement n_2, n'_2 et F' et, enfin,

Fig. 45.

pour $E = \varphi_1$ (*fig.* 45),

$$F = \varphi_1,$$

$$n'_2 N' = -\varphi_1, \qquad n_1 N = \frac{\varphi_1^2}{\varphi_2}.$$

Les deux foyers sont alors virtuels.

Il est évident que pour étudier la marche de la combinaison dite *symétrique*, formée de deux lentilles identiques, il suffirait de faire $\varphi_1 = \varphi_2$, dans les formules et dans les calculs qui précèdent.

Téléobjectif. — Étudions de la même façon la combinaison d'une lentille convergente et d'une lentille divergente. Il nous suffira, en supposant que c'est la lentille de droite qui devient divergente, de changer dans nos formules le signe de φ_2.

Alors la condition pour que le foyer principal d'émergence soit réel a pour expression :

$$n'_2 F' = -\frac{(\varphi_1 - E)\varphi_2}{\varphi_1 - \varphi_2 - E} > 0.$$

Pour y satisfaire, il faut qu'on ait, à la fois, ou bien

$$E > \varphi_1 \qquad \text{et} \qquad E < \varphi_1 - \varphi_2,$$

ou bien

$$E < \varphi_1 \qquad \text{et} \qquad E > \varphi_1 - \varphi_2.$$

Les deux premières inégalités sont incompatibles. Il reste donc seulement

$$\varphi_1 - \varphi_2 < E < \varphi_1.$$

Les caractéristiques de cette combinaison deviennent alors, en mettant les signes en évidence,

$$F = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{E - \varphi_1 + \varphi_2},$$

$$n'_2 N' = -\frac{E\varphi_2}{E - \varphi_1 + \varphi_2}, \qquad n_1 N = -\frac{E\varphi_1}{E - \varphi_1 + \varphi_2},$$

$$n'_2 F' = \frac{(\varphi_1 - E)\varphi_2}{E - \varphi_1 + \varphi_2}, \qquad n_1 F = -\frac{(\varphi_2 + E)\varphi_1}{E - \varphi_1 + \varphi_2}.$$

Discussion. — Si les lentilles se touchent, $E = 0$, on a

$$F = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{-\varphi_1 + \varphi_2},$$

$$n'_2 N' = 0, \qquad n_1 N = 0.$$

C'est la *lentille achromatique* qui, pour être convergente, c'est-à-dire pour que F soit positif, exige que φ_1 soit $< \varphi_2$, c'est-à-dire que le pouvoir de la lentille convergente soit supérieur au pouvoir de la divergente.

Cette valeur de F sera dans ce cas un maximum.

Mais supposons, au contraire, $\varphi_1 > \varphi_2$.

Pour E compris entre o et $\varphi_1 - \varphi_2$, les quatre points sont disposés comme au neuvième cas de la *fig.* 40, la lentille divergente se trouvant entre F′ et N′. Le point nodal d'émergence N′ seul est réel, les trois autres points et le centre optique lui-même sont virtuels. L'image, dans les deux sens, est virtuelle et redressée, puisque le point nodal est entre le foyer et l'œil; elle paraît plus grande dans le sens direct, que dans le sens inverse, à cause de l'éloignement plus grand du point F à l'œil. Cette combinaison n'est autre que la *lunette de Galilée*.

Pour $E = \varphi_1 - \varphi_2$, F, N et N′ s'éloignent à l'infini positif et F′ à l'infini négatif. Puis ces quatre points se disposent comme au premier cas de la *fig.* 40, la lentille divergente encore entre N′ et F′; les deux foyers sont réels, les images renversées.

Lorsque E *croît* de $\varphi_1 - \varphi_2$ à φ_1, la distance focale F *décroît* de ∞ à φ_1.

Cette combinaison permet donc de donner au système toutes les valeurs focales supérieures à φ_1, ce qu'on ne peut réaliser avec la combinaison précédente.

Dans ces conditions, le point nodal d'émergence N′ est toujours *virtuel*, tandis que le point nodal d'incidence N est toujours *réel*. Le centre optique est virtuel.

n'_2N', négatif, croît de $-\infty$ à $-\varphi_1$.

n_1N, négatif, croît de $-\infty$ à $-\dfrac{\varphi_1^2}{\varphi_2}$.

n'_2F', positif, décroît de ∞ à o.

n_1F, négatif, croît de $-\infty$ à $-\dfrac{(\varphi_1+\varphi_2)\varphi_1}{\varphi_2}$.

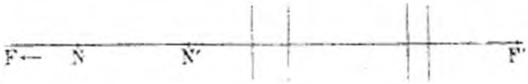
Pour E dépassant très peu $\varphi_1 - \varphi_2$, F′ est vers $+\infty$, N′N et F vers $-\infty$ (*fig.* 46).

Fig. 46.

E augmentant, les quatre points se rapprochent de la lentille.

Soit $E = \varphi_2$, on a $F = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{2\varphi_2 - \varphi_1}$ d'autant plus grand que $2\varphi_2$ est

Fig. 47.



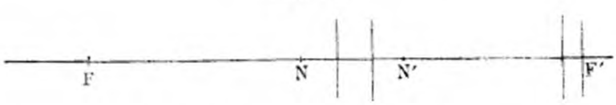
plus près de φ_1 (*fig.* 47).

$$n'_2 N' = -\frac{\varphi_2^2}{2\varphi_2 - \varphi_1}, \qquad n_1 N = -\frac{\varphi_1 \varphi_2}{2\varphi_2 - \varphi_1},$$
$$n'_2 F' = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)\varphi_2}{2\varphi_2 - \varphi_1}, \qquad n_1 F = -\frac{2\varphi_1 \varphi_2}{2\varphi_2 - \varphi_1}.$$

Enfin pour $E = \varphi_1$ (*fig.* 48),

$$F = \varphi_1,$$
$$n'_2 N' = -\varphi_1, \qquad n_1 N = -\frac{\varphi_1^2}{\varphi_2},$$
$$n'_2 F' = 0, \qquad n_1 F = -\frac{(\varphi_1 + \varphi_2)\varphi_1}{\varphi_2}.$$

Fig. 48.



Le foyer de droite devient *virtuel*, celui de gauche reste *réel*.

Pour mieux étudier les conditions de l'image de gauche restée réelle, renversons la combinaison et supposons maintenant que la lentille d'incidence, celle de gauche, soit *divergente*, et celle de droite, *convergente*.

Les formules deviennent, en intervertissant les signes de φ_1 et de φ_2,

$$F = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{E + \varphi_1 - \varphi_2},$$
$$n'_2 N' = \frac{E\varphi_2}{E + \varphi_1 - \varphi_2}, \qquad n_1 N = \frac{E\varphi_1}{E + \varphi_1 - \varphi_2},$$
$$n'_2 F' = \frac{(E + \varphi_1)\varphi_2}{E + \varphi_1 - \varphi_2}, \qquad n_1 F = \frac{(E - \varphi_2)\varphi_1}{E + \varphi_1 - \varphi_2}.$$

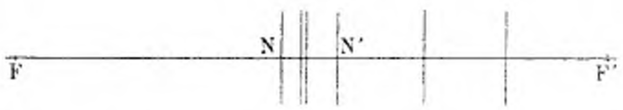
Maintenant c'est le point nodal d'émergence N' qui devient réel, comme étant dans la zône d'émergence, tandis que N est virtuel.

La condition de réalité du foyer d'émergence est

$$E + \varphi_1 - \varphi_2 > 0, \quad \text{ou} \quad E > \varphi_2 - \varphi_1.$$

En supposant $\varphi_1 > \varphi_2$, cette condition sera satisfaite pour toute valeur positive de E, puisque $\varphi_2 - \varphi_1$ est négatif.

Fig. 49.



Si $E = 0$ (*fig.* 49),

$$F = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

$$n'_2 N' = 0, \qquad n_1 N = 0.$$

F peut être rendu aussi grand que l'on veut, en prenant φ_1 presque égal à φ_2.

E croissant, F *diminue*, jusqu'à devenir nul, quand E est infini. $n'_2 N'$ augmente de 0 à φ_2, $n_1 N$, aussi toujours positif, croît de 0 à φ_1.

Résumé. — Il y a donc trois façons de combiner les lentilles deux à deux, pour produire un objectif photographique.

La *première combinaison* (deux lentilles convergentes) donne des foyers *courts;* elle permet de faire varier la distance focale entre des limites restreintes, $\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2}$ et φ_1. Pour *allonger* le foyer, il faut *écarter* les lentilles. A un moment donné, l'un des foyers devient virtuel, l'autre restant réel.

La *deuxième combinaison* (lentille d'incidence convergente, l'autre divergente et de pouvoir plus considérable) convient pour les *grandes* distances focales; elle permet de faire varier le foyer entre φ_1 et l'infini. Pour *allonger* le foyer, il faut *rapprocher* les lentilles, ce qui est avantageux; d'autant plus que, le point nodal étant rejeté vers la gauche, la distance entre le foyer principal et l'objectif est moindre que la distance focale, ce qui permet l'emploi de chambres de dimensions restreintes.

Enfin la *troisième combinaison* (lentille d'incidence divergente, l'autre convergente et de plus fort pouvoir) donne toujours, quel que soit l'écartement des lentilles, un foyer *réel* dont la longueur, *augmentant* aussi quand les lentilles se *rapprochent*, ne varie qu'entre o et $\frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 - \varphi_2}$, valeur limite qu'on peut rendre, du reste, aussi grande qu'on le désire en choisissant φ_2 et φ_1 presque égaux. Cette combinaison offre donc une grande latitude dans les deux sens, mais elle présente cet inconvénient que, le point nodal d'émergence étant à droite, le plan focal est toujours à une distance de la lentille d'émergence plus grande que la distance focale, ce qui allonge le tirage et la longueur de la chambre noire. De plus, le caractère divergent de la lentille d'incidence a pour effet de diminuer notablement le *champ*.

CHAPITRE IV.

ÉTUDE DES ABERRATIONS.

Les formules qui précèdent ne constitueraient la représentation vraie et complète des phénomènes optiques dont les lentilles sont le théâtre, que si les faits restaient enfermés dans les hypothèses auxquelles nous avons dû successivement faire appel pour simplifier la théorie et en fixer les grandes lignes.

Rentrant dans la réalité, nous allons abandonner successivement chacune de ces hypothèses, ce qui va faire surgir des éléments de corrections à introduire dans les calculs et dans les théories. Ces corrections portent le nom d'*aberrations;* nous allons en étudier les causes et les conséquences, et nous verrons ensuite comment on peut, dans la construction des objectifs, en annuler l'influence, ou tout au moins rendre cette influence négligeable dans la pratique.

Les hypothèses dont nous nous sommes servi dans ce qui précède sont au nombre de quatre.

Première hypothèse. — Nous avons supposé que le rayon lumineux était une ligne mathématique, alors qu'en réalité c'est un cylindre de diamètre très petit, mais mensurable. Il en résulte une *aberration de netteté,* l'image d'un point à l'infini (étoile fixe) ne pouvant pas être traduite par un cercle de rayon moindre que $0^{cm},06$. Cette limite est très inférieure à la limite des grandeurs perceptibles à simple vue; elle ne gêne donc pas dans les travaux photographiques ordinaires. Mais elle peut avoir quelque influence, quand on recherche une extrême précision. Il faut retenir aussi qu'une diminution exagérée du diaphragme a pour résultat d'augmenter le rayon de ce cercle de netteté limite.

A cette aberration, il ne saurait y avoir de remède, puisqu'elle prend sa source dans la constitution même du rayon lumineux.

On ne la cite ici que pour mémoire.

Deuxième hypothèse. — Le *plan focal principal* ne peut être considéré comme le lieu géométrique des foyers des faisceaux incidents composés de rayons parallèles, que si l'on suppose les faisceaux incidents extrêmes *peu inclinés sur l'axe principal* de la lentille. Si cette inclinaison et, par suite, le champ de la lentille augmentent, il se produit deux aberrations de nature différente : l'une, que j'appellerai *aberration de champ,* qui a pour résultat de remplacer ce plan focal par une *surface focale principale,* jouissant des mêmes propriétés optiques, mais beaucoup plus difficile à définir géométriquement, l'autre, l'*aberration nodale,* provenant de ce que la position des points nodaux varie avec l'inclinaison des rayons, d'où résultent certaines déformations de perspective dans l'image.

Ces deux *aberrations, de champ* et *nodale,* ne figurent pas dans les Ouvrages classiques sur l'Optique, elles sont négligeables dans les lunettes, mais elles prennent une certaine importance en Photographie, où l'on recherche des champs très étendus.

Troisième hypothèse. — Chaque faisceau incident a été considéré comme suffisamment étroit et suffisamment rapproché de l'axe, pour que l'angle d'*incidence* maximum des rayons dont il est formé soit petit et négligeable à la deuxième puissance ; dans ces conditions, ce faisceau converge en un point derrière la lentille.

Si nous renonçons à cette hypothèse, nous avons à compter avec l'*aberration de sphéricité,* dont les conséquences varient suivant le cas.

Si le faisceau incident est *large* et couvre une notable étendue de la face incidente de la lentille, le point focal est remplacé par une *caustique,* l'objectif cesse d'être *aplanétique*. L'image fournie n'est plus nette.

Si le faisceau incident reste *étroit,* mais s'il est trop *distant* de l'axe ou trop *oblique*, et que par conséquent il rencontre la lentille sous des incidences trop *grandes*, il y a *astigmatisme :* le point focal est remplacé par deux *lignes focales* séparées. Cette fois encore, l'image n'est pas nette.

A l'astigmatisme se rattache une autre aberration, dénommée *courbure du champ focal* et différente de l'aberration de champ citée ci-dessus.

Quatrième hypothèse. — Nous n'avons traité que des rayons homogènes qui ne subissaient, à chaque passage d'un milieu dans un autre, que des changements de direction et pas de dispersion.

L'introduction de la dispersion donne lieu aux *aberrations de réfrangibilité* ou *aberrations chromatiques,* qui proviennent de ce que les rayons de colorations diverses ont des indices de réfraction différents pour une même substance transparente.

En somme, abstraction faite de l'aberration de netteté, il y a six sortes d'aberrations :

1° *Aberration de champ;*
2° *Aberration nodale;*
3° *Aberration d'aplanétisme;*
4° *Astigmatisme;*
5° *Courbure du champ focal;*
et 6° *Aberration chromatique.*

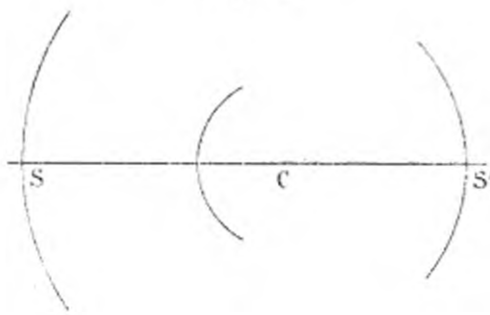
1° ABERRATION DE CHAMP :

Surface focale principale absolue.

Nous appelons *surface focale absolue* le lieu géométrique des foyers que donnent des faisceaux incidents très étroits, formés de rayons parallèles à peu près normaux à la face d'incidence de la lentille. Cette surface focale ne dépend que de la lentille; tandis que nous trouverons ci-après d'autres catégories de surfaces focales principales, dans la constitution desquelles interviennent des éléments autres que les verres eux-mêmes, tels que les diaphragmes.

Quelle est la forme de la surface focale principale absolue d'une lentille quelconque? Nous avons vu qu'à ne considérer qu'une des faces de la lentille, les surfaces focales sont deux sphères centrées en C (*fig.* 50) et de rayons égaux à $f = \frac{R}{n-1}$ pour la surface

Fig. 50.



située du côté du centre de courbure C, et à $f - R = \frac{Rn}{n-1}$ pour l'autre.

Dès le début, nous remarquerons que ces deux surfaces ne sont pas égales; le même fait se retrouve dans une lentille ou dans une combinaison de lentilles; il n'est donc pas indifférent, au point de vue de la Photographie, qui recherche des surfaces focales aussi planes que possible, d'employer indistinctement un objectif dans un sens ou dans l'autre.

Passons à la lentille. Le problème se pose très simplement :

Considérons la surface focale d'émergence de la première face, comme le point de départ des rayons qui traversent la seconde face; le lieu des foyers obtenus sera la *surface focale principale absolue* de la lentille.

Prenons, par exemple, un *ménisque convergent* (*fig.* 51) : $S'_1 S'_1$ est la surface focale d'émergence de la face d'incidence. S_2 et S'_2 sont les surfaces focales d'incidence et d'émergence de la seconde face.

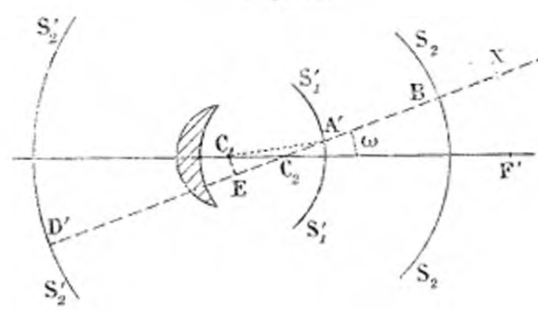
Un point A' de la surface S'_1 aura son foyer en X, tel que

$$A'B \times D'X = C_2B \times C_2D',$$

d'après la formule de Newton, applicable dans ce cas, parce que les rayons voisins de D'A' rencontrent les deux faces sous des incidences presque normales.

Appelons φ_2 et φ'_2 les valeurs absolues des distances focales principales C_2S_2 et $C_2S'_2$ de la seconde face, désignons par ρ le rayon

Fig. 51.



vecteur C_2X et par σ la distance C_2A'. La formule précédente devient

$$(\varphi_2 - \sigma)(\varphi'_2 + \rho) = \varphi_2\varphi'_2,$$

d'où

$$(1)\qquad \rho = \varphi'_2\,\frac{\sigma}{\varphi_2 - \sigma}.$$

Du reste, le triangle C_1C_2A' donne

$$(2)\qquad \sigma = C_2A' = EA' - EC_2 = \sqrt{\varphi_1'^2 - c^2\sin^2\omega} - c\cos\omega,$$

en désignant par c la longueur C_1C_2.

Ces deux équations (1) et (2) définissent la courbe focale; en éliminant σ et transformant en coordonnées rectilignes, on trouve une courbe du quatrième degré.

Cherchons seulement la forme générale de cette courbe.

Pour $\omega = 0$, on a

$$\sigma = \varphi'_1 - c$$

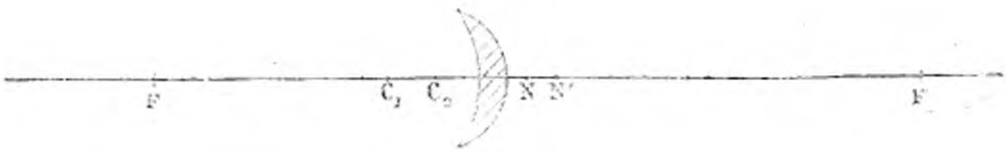
et

$$\rho = \varphi'_2\,\frac{\varphi'_1 - c}{\varphi_2 - \varphi'_1 + c} = C_2F'.$$

Soit F' le point correspondant, foyer principal de la lentille. Si ω augmente, σ augmente ainsi que ρ. La courbe sera donc plus aplatie qu'un cercle tracé du point C_2 comme centre avec C_2F' pour rayon.

Si le ménisque est disposé en sens inverse (*fig.* 52), les formules (1) et (2) deviennent

Fig. 52.



$$\rho = \varphi_2' \frac{\sigma}{\sigma - \varphi_2}$$

et

$$\sigma = \sqrt{\varphi_1'^2 - c^2 \sin^2 \omega} + c \cos \omega;$$

pour $\omega = 0$, on a le foyer principal

$$C_2F' = \varphi_2' \frac{c + \varphi_1}{c + \varphi_1' - \varphi_2}.$$

Le point F' est situé au delà du foyer principal de la deuxième face.

ω augmentant, σ diminue et ρ croît. Comme dans le cas précédent, la courbe du quatrième degré est plus aplatie qu'un cercle de centre C_2.

Des deux surfaces focales, toutes deux plus aplaties qu'un cercle ayant pour centre C_2 ou C_1 et pour rayon C_2F' ou C_1F, il est probable que la plus proche d'un plan sera celle qui correspond à C_2F', puisque C_2F' est plus grand que C_1F, en raison de la position des points nodaux et puisque $N'F' = NF$.

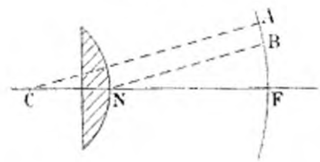
C'est une raison pour employer de préférence le ménisque convergent avec sa concavité tournée vers l'objet.

La détermination analytique de la courbe focale est encore facile dans les cas particuliers suivants :

1° *Lentille plan-convexe* (*fig.* 53) *à face d'incidence plane.* — Tous les faisceaux de rayons parallèles incidents changent de direction en traversant la première face, mais ils restent parallèles entre eux ; ils iront donc converger sur la surface focale d'émergence de la seconde face, c'est-à-dire sur la sphère de centre C et de rayon $\frac{Rn}{n-1}\cdot$

Seulement, les rayons incidents parallèles à CA formeront leur

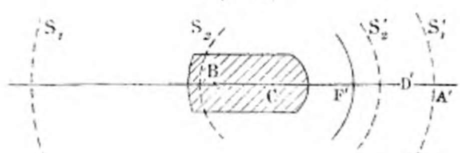
Fig. 53.



foyer en B, sur la parallèle NB, menée par le point nodal. La courbure relative de cette surface aura donc diminué en fait, puisque NB est plus grand que NF.

2° *Lentille sphérique, ou à deux faces concentriques.* — Dans cette sorte de lentille (*fig.* 54), la surface focale est une sphère,

Fig. 54.



par raison de symétrie par rapport au centre commun C.

La formule de Newton s'applique encore dans ce cas et l'on a

$$BA' \times D'F' = \varphi_2\varphi'_2,$$

ou

$$(\varphi_2 + \varphi'_1)(\varphi'_2 - \rho) = \varphi_2\varphi'_2,$$

d'où le rayon de la sphère

$$\rho = \frac{\varphi'_1\varphi'_2}{\varphi'_1 + \varphi_2}\cdot$$

ρ est moindre que φ'_1 et que φ'_2.

Pour une lentille quelconque, dans laquelle les deux centres de courbure sont éloignés l'un de l'autre, l'angle d'incidence, sur la seconde face, des rayons ayant traversé normalement la première, n'est plus assez petit pour que son carré devienne négligeable; la formule de Newton ne peut donc servir, et l'étude analytique de la surface focale résultante devient très compliquée.

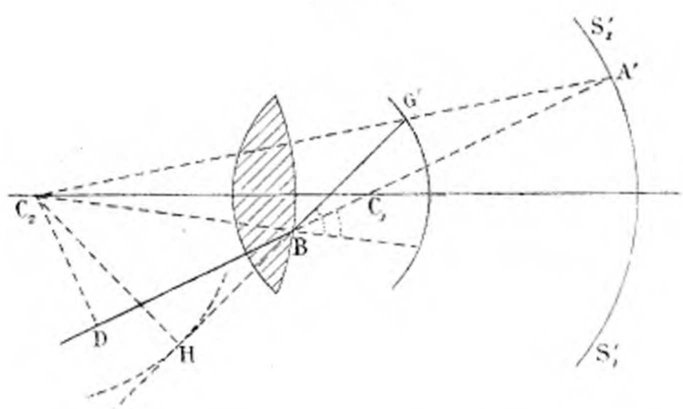
Construction graphique de la surface focale absolue. — Le mieux est, pour se rendre compte de la forme de cette surface, d'employer les procédés graphiques et de construire par points le lieu des foyers des rayons qui rencontrent *normalement* la première face.

Cette construction se peut faire ainsi :

De C_1 comme centre (*fig.* 55), avec un rayon égal à $\frac{R}{n-1}$, on trace un cercle $S'_1 S'_1$.

D'un point quelconque A' de cette surface on mène $A'C_1$, dont le prolongement DB représente le rayon incident; on joint $A'C_2$;

Fig. 55.



c'est sur cette ligne que se trouvera le point cherché, G', à sa rencontre avec la droite BG', représentant le rayon réfracté de DB.

Pour construire BG', on abaisse du centre C_2 la perpendiculaire C_2D sur le rayon incident, puis du point C_2 comme centre, avec un rayon égal à $C_2D \times n$, on décrit une circonférence à laquelle on mène de B une tangente, qui est le rayon réfracté; en effet,

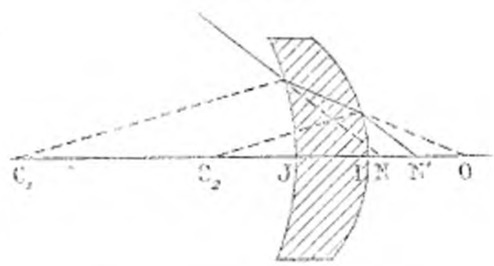
$$\frac{\sin C_2BH}{\sin C_2BD} = \frac{C_2H}{C_2D} = n.$$

Si, au lieu de ne considérer que les rayons à incidence normale, on prenait des rayons obliques à la première face, on trouverait un point différent du point G'; cela tient aux aberrations de sphéricité dont nous aborderons plus loin l'étude.

2° ABERRATION NODALE.

Rappelons la construction qui nous a servi à déterminer les points nodaux. On mène, par C_1 et par C_2 (*fig.* 56), deux paral-

Fig. 56.



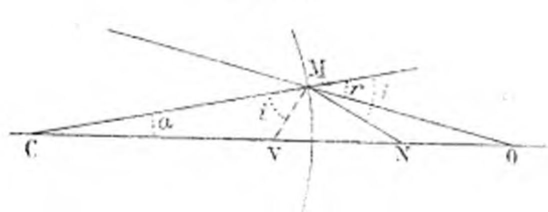
lèles quelconques, on joint leurs points de rencontre avec les faces 1 et 2, cette droite prolongée donne le *centre optique* O. Le rayon incident et le rayon émergent parallèle, correspondant à cette même droite, déterminent les *points nodaux* N et N'.

Le centre optique O est fixe et l'on a *exactement*

$$\frac{OI}{OJ} = \frac{OC_2 - R_2}{OC_1 - R_1} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Les points N et N' sont les foyers conjugués de O par rapport aux deux faces.

Fig. 57.



Pour étudier les variations de position d'un de ces points, N par exemple, il nous suffit de considérer la face réfringente, le centre optique O et le centre de courbure C (*fig.* 57).

Soient R le rayon de courbure CM, a la distance CO, α l'angle d'un rayon quelconque CM avec l'axe principal. La position de N résulte de la construction des deux lignes OM et MN, telles que

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Soit $\mathrm{CN} = x$.

On a

$$\frac{\mathrm{OM}}{\sin\alpha} = \frac{\mathrm{CO}}{\sin r} = \frac{a}{\sin r} \qquad \text{et} \qquad \frac{\mathrm{MN}}{\sin\alpha} = \frac{\mathrm{CN}}{\sin i} = \frac{x}{\sin i},$$

d'où

$$\frac{\mathrm{OM}}{\mathrm{MN}} = \frac{a}{x}\,\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{an}{x}.$$

Or

$$\mathrm{OM} = \sqrt{\mathrm{R}^2 + a^2 - 2a\mathrm{R}\cos\alpha},$$
$$\mathrm{MN} = \sqrt{\mathrm{R}^2 + x^2 - 2\mathrm{R}x\cos\alpha}.$$

Donc

$$\frac{\mathrm{R}^2 + a^2 - 2a\mathrm{R}\cos\alpha}{\mathrm{R}^2 + x^2 - 2\mathrm{R}x\cos\alpha} = \frac{a^2n^2}{x^2};$$

d'où

$$x^2[\mathrm{R}^2 - a^2(n^2-1) - 2a\mathrm{R}\cos\alpha] + 2a^2n^2\mathrm{R}x\cos\alpha - a^2n^2\mathrm{R}^2 = 0$$

et

$$x = an\mathrm{R}\,\frac{an\cos\alpha \pm \sqrt{a^2n^2\cos^2\alpha - 2\mathrm{R}a\cos\alpha + \mathrm{R}^2 - a^2(n^2-1)}}{\mathrm{R}^2 + a^2 - a^2n^2 - 2a\mathrm{R}\cos\alpha},$$

ou, après avoir multiplié haut et bas par

$$an\cos\alpha \mp \sqrt{a^2n^2\cos^2\alpha - 2\mathrm{R}a\cos\alpha + \mathrm{R}^2 - a^2(n^2-1)},$$

$$x = \frac{an\mathrm{R}}{an\cos\alpha \pm \sqrt{a^2n^2\cos^2\alpha - 2a\mathrm{R}\cos\alpha - a^2(n^2-1) + \mathrm{R}^2}},$$

que l'on peut écrire aussi

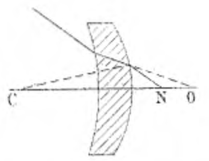
$$(3) \qquad x = \frac{an\mathrm{R}}{an\cos\alpha \pm \sqrt{(a\cos\alpha - \mathrm{R})^2 - a^2(n^2-1)\sin^2\alpha}}.$$

La seconde solution correspond au point parasite V.

Il y a deux cas à considérer, selon que O est à droite ou à gauche de la surface réfringente, c'est-à-dire selon que a est plus grand ou moindre que le rayon de courbure R.

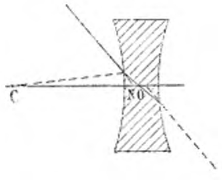
Premier cas. $a > \mathrm{R}$. O est à droite de la face réfringente. La lentille est un *ménisque convergent* (*fig.* 58) ou une *lentille bi-*

Fig. 58.



concave (*fig.* 59). La discussion est exactement la même pour ces deux formes, seulement, dans le ménisque, O est virtuel et N réel,

Fig. 59.



et la surface réfringente considérée est la face d'émergence; c'est tout le contraire dans la lentille biconcave.

La plus grande valeur de x, CN (*fig.* 57), nous intéresse seule, nous prendrons donc le signe — au radical :

$$(4)\quad x = \frac{an\mathrm{R}}{an\cos\alpha - \sqrt{a^2n^2\cos^2\alpha - 2a\mathrm{R}\cos\alpha - a^2(n^2-1) + \mathrm{R}^2}}.$$

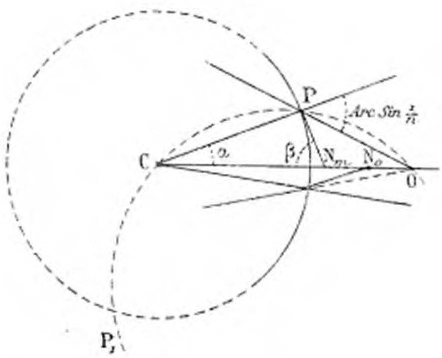
La condition de réalité du radical est

$$\cos\alpha > \frac{\mathrm{R} + \sqrt{(a^2n^2-\mathrm{R}^2)(n^2-1)}}{an^2}.$$

La limite inférieure de $\cos\alpha$ est réelle si $a^2 n^2 > R^2$ ou $a > \frac{R}{n}$, ce qui est toujours vrai, puisque, par hypothèse, on a $a > R$ et $n > 1$.

Cette valeur minima de $\cos\alpha$ (*fig.* 60) correspond au point P, tel que PN_m soit tangent au cercle ; dans ce cas, l'angle r a pour sinus $\frac{1}{n}$, et le point P est l'intersection avec le cercle du segment capable

Fig. 60.



de supplément de l'angle $\arcsin\frac{1}{n}$ construit sur CO. Le signe — du radical de $\cos\alpha$ correspondrait à l'autre point d'intersection P_1 :

Nous aurons donc, pour ce point P,

$$\cos\alpha = \frac{R + \sqrt{(a^2 n^2 - R^2)(n^2 - 1)}}{a n^2}$$

et

$$CN_m = \frac{R}{\cos\alpha} = \frac{a n^2 R}{R + \sqrt{(a^2 n^2 - R^2)(n^2 - 1)}}.$$

D'autre part, pour $\alpha = 0$, nous tirons de la formule (3) :

$$CN_o = \frac{a n R}{a n - (a - R)} = \frac{a n R}{a(n-1) + R},$$

d'où l'aberration nodale

$$N_m N_o = CN_o - CN_m.$$

Pour avoir une idée de la valeur de cette aberration, faisons une application numérique.

Supposons $R = 1$, $n = \frac{3}{2}$ et donnons à a des valeurs successives croissant de dixième en dixième.

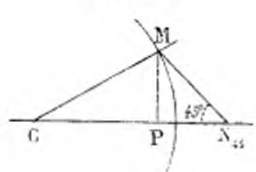
Les résultats sont les suivants :

$$CN_o = \frac{3a}{a+2}, \qquad CN_m = \frac{9a}{4 + \sqrt{5(9a^2 - 4)}}.$$

$a = CO$. Du centre de courbure au centre optique.	CN_o.	CN_m.	ABERRATION $N_m N_o$.	DEMI-ANGLE de champ β, $\sin\beta = \cos\alpha$.
1,1	$\frac{33}{31} = 1{,}06$	$\frac{99}{98} = 1{,}010$	0,05	81° 55′
1,2	$\frac{9}{8} = 1{,}12$	$\frac{54}{53} = 1{,}018$	0,102	79° 12′
1,3	$\frac{13}{11} = 1{,}18$	$\frac{39}{38} = 1{,}026$	0,154	77° 4′
1,4	$\frac{21}{17} = 1{,}23$	$\frac{63}{61} = 1{,}032$	0,198	75° 41′
1,5	$\frac{9}{7} = 1{,}28$	$\frac{27}{26} = 1{,}038$	0,242	74° 26′
1,6	$\frac{4}{3} = 1{,}33$	$\frac{144}{137} = 1{,}05$	0,28	72° 15′
1,7	$\frac{51}{37} = 1{,}37$	$\frac{17}{16} = 1{,}062$	0,308	70° 19′
1,8	$\frac{27}{19} = 1{,}42$	$\frac{81}{76} = 1{,}065$	0,355	69° 48′
1,9	$\frac{19}{13} = 1{,}46$	$\frac{57}{53} = 1{,}075$	0,385	68° 28′
2	$\frac{3}{2} = 1{,}5$	$\frac{90}{83} = 1{,}084$	0,416	67° 17′

Pour faciliter et rendre plus pratique la comparaison, on peut

Fig. 61.



chercher quelle est la valeur de CN pour un champ constant de 90° d'ouverture.

On a alors (*fig.* 61)

$$CN_{45^\circ} = x = CP + PN = R(\cos\alpha + \sin\alpha).$$

On pourrait éliminer α entre cette équation et l'équation (3), on trouverait une équation du sixième degré en x.

Il est plus simple de conserver ces deux équations,

$$x = \frac{an\mathrm{R}}{an\cos\alpha - \sqrt{(a\cos\alpha - \mathrm{R})^2 - a^2(n^2-1)\sin^2\alpha}}$$

et

$$x = \mathrm{R}(\cos\alpha + \sin\alpha),$$

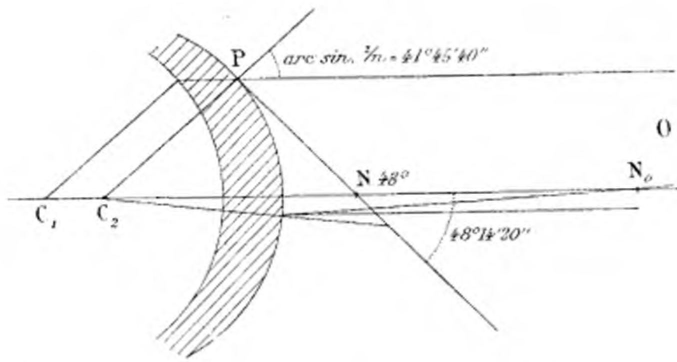
et de chercher, par tâtonnements, les valeurs de α qui rendent les deux valeurs égales. Cela nous permettra de dresser le Tableau suivant, dans lequel $\mathrm{R} = 1$ et $n = \frac{3}{2}$.

a = CO. Du centre de courbure au centre optique.	CN$_O$.	CN$_{45°}$.	DEMI-CHAMP.	cos α.	ABERRATION N$_{45}$N$_O$.
1,1	1,06	1,04	45°	0,999	0,02
1,2	1,12	1,07	45°	0,995	0,05
1,3	1,18	1,11	45°	0,9875	0,07
1,4	1,23	1,15	45°	0,9825	0,08
1,5	1,28	1,18	45°	0,975	0,1
1,6	1,33	1,20	45°	0,9675	0,13
1,7	1,37	1,22	45°	0,9625	0,15
1,8	1,42	1,24	45°	0,955	0,18
1,9	1,46	1,25	45°	0,9475	0,21
2	1,5	1,26	45°	0,94	0,24
3	1,8	1,34	45°	0,885	0,46
4	2	1,36	45°	0,855	0,64
5	2,14	1,38	45°	0,834	0,76
etc	»	»	»	»	»
∞	3	1,40	48°	0,746	1,6

On voit que l'aberration nodale, qui croît avec a, est d'autant moindre que le centre optique est plus près de la lentille, c'est-à-dire que le rapport $\frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1}$ diminue, ou que R_1 augmente par rapport à R_2; quand R_1 est égal à l'infini, la lentille devient *plan-convexe,* alors le centre optique est au sommet de la lentille, ainsi que le point nodal; l'aberration nodale est *nulle.*

Quand R_1 diminue, l'épaisseur restant à peu près constante, l'aberration nodale va en croissant, en même temps que le centre optique s'éloigne de la lentille et, à la limite, quand $R_1 = R_2$

Fig. 62.

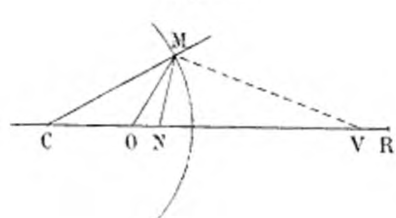


(*fig.* 62), le centre optique est à l'infini et l'aberration $N_o N_{48}$ devient égale au rayon de courbure R_1 multiplié par 1,6.

Ces chiffres démontrent l'inconvénient que présente l'emploi de ménisques trop creusés.

Deuxième cas. — Soit maintenant : $a < R$ ou le centre O à gauche de la face réfringente considérée ; c'est le cas du *ménisque divergent* ou de la *lentille biconvexe;* dans le premier, le centre optique est virtuel, le point nodal réel, et la face considérée est la face d'incidence ; au contraire, on a le centre optique réel, le point nodal virtuel et la face d'émergence dans la lentille biconvexe. Du reste, les conclusions sont identiques (*fig.* 63).

Fig. 63.



Les équations (3) et (4) sont les mêmes ; seulement, la solution parasite V étant cette fois la plus grande, il faut prendre dans x

le radical avec le signe + :

$$x = \frac{an\mathrm{R}}{an\cos\alpha + \sqrt{a^2n^2\cos^2\alpha - 2\mathrm{R}a\cos\alpha - a^2(n^2-1) + \mathrm{R}^2}}$$

ou

$$x = \frac{an\mathrm{R}}{an\cos\alpha + \sqrt{(a\cos\alpha - \mathrm{R})^2 - a^2(n^2-1)\sin^2\alpha}}.$$

Comme dans le premier cas,

$$x_0 = \mathrm{CN}_0 = \frac{an\mathrm{R}}{a(n-1)+\mathrm{R}}.$$

En ce qui concerne la position extrême de N, la notion du rayon tangent, qui nous a servi dans le premier cas, conserve sa valeur analytique, mais, en pratique, elle n'est plus admissible, puisqu'elle comporterait l'existence de rayons incidents tels que AB (*fig.* 64), qui dépasseraient la perpendiculaire à l'axe.

Fig. 64.

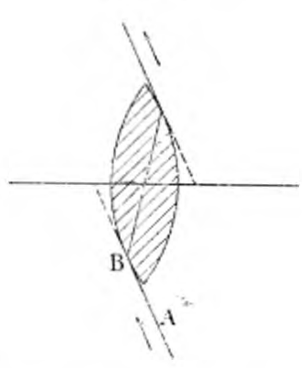
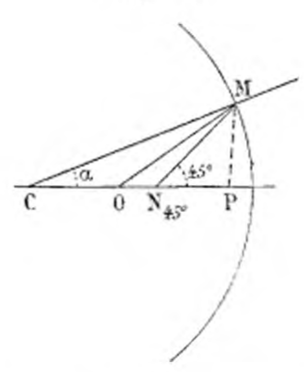


Fig. 65.



Calculons, comme dans le cas précédent, la valeur de α quand l'angle MNP = 45° (*fig.* 65), ce qui correspond au champ total de 90°.

Ici

$$\mathrm{CN}_{45°} = \mathrm{CP} - \mathrm{PN}_{45°} = \mathrm{R}(\cos\alpha - \sin\alpha).$$

En calculant encore par tâtonnements les valeurs de $\mathrm{CN}_{45°}$, nous aurons les éléments du Tableau suivant qui, complété par la reproduction des chiffres ci-dessus, donne l'*aberration nodale d'émer-*

gence pour toutes les lentilles convergentes et pour un champ total de 90° (1).

a = CO. Du centre de courbure au centre optique.	CN_o.	$CN_{45°}$	cos α.	ABERRATION $N_o N_{45°}$.	OBSERVATIONS.
0,1	0,142	0,146	0,78	0,004	Le rayon de courbure de la face d'émergence est pris pour unité. Le point C est le centre de courbure de cette face d'émergence.
0,2	0,272	0,282	0,85	0,010	
0,3	0,391	0,405	0,88	0,014	
0,4	0,5	0,519	0,92	0,019	
0,5	0,6	0,622	0,95	0,022	
0,6	0,69	0,717	0,97	0,027	*Lentille biconvexe.*
0,7	0,77	0,80	0,985	0,03	
0,8	0,856	0,880	0,996	0,024	
0,9	0,93	0,945	0,999	0,015	
1,0	1	1	1	0	*Lentille plan-convexe à face d'incidence plane.*
1,1	1,06	1,04	0,999	− 0,02	*Ménisque convergent à face d'incidence concave.*
1,2	1,12	1,07	0,995	− 0,05	
1,3	1,18	1,11	0,9875	− 0,07	
1,4	1,23	1,15	0,9825	− 0,08	
1,5	1,28	1,18	0,975	− 0,1	
1,6	1,33	1,20	0,9672	− 0,13	
1,7	1,37	1,22	0,9625	− 0,15	
1,8	1,42	1,24	0,955	− 0,18	
1,9	1,46	1,25	0,9475	− 0,21	
2	1,5	1,26	0,94	− 0,24	
3	1,8	1,34	0,885	− 0,46	
4	2	1,36	0,855	− 0,64	
5	2,14	1,38	0,834	− 0,76	
»	»	»	»	»	
»	»	»	»	»	
»	»	»	»	»	
»	»	»	»	»	
∞	3	1,40	0,746	− 1,6	Dans ce dernier cas seulement, le demi-angle de champ est de 48°.

On rappelle que a, CN_o, CN_{45} et l'aberration sont évalués en fonction du rayon de courbure. On voit de suite que l'aberration

(1) Pour embrasser la généralité des cas, au point de vue analytique, ce Tableau devrait aussi donner le chiffre de l'aberration pour les valeurs négatives de a. On n'a pris ici que la partie d'application pratique.

nodale d'émergence, nulle pour les lentilles à face d'incidence plane, est moindre pour les lentilles biconvexes que pour les ménisques convergents; elle est du reste, dans ces deux cas, de signe contraire.

Le même Tableau donne l'*aberration nodale d'incidence* des lentilles *divergentes*. Il suffit d'en appliquer respectivement les chiffres au ménisque divergent à face d'incidence concave, à la lentille plan-concave à face d'émergence plane et à la lentille biconcave. Le rayon pris pour unité et le centre C sont alors ceux de la face d'incidence.

Quant au point nodal d'*incidence* des lentilles *convergentes* ou au point nodal d'*émergence* des lentilles *divergentes*, leur aberration se représente par les mêmes nombres, mais rapportés au rayon et au centre de courbure d'incidence.

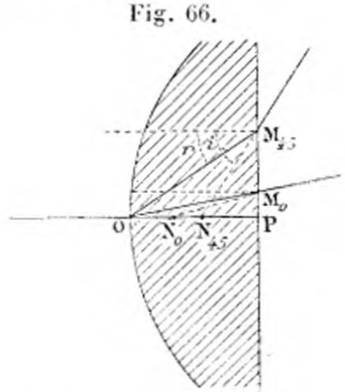
De plus :

1° Dans la lentille biconvexe ou biconcave, le déplacement des deux points nodaux se fait en sens contraire l'un de l'autre;

2° Dans les ménisques, les deux points nodaux marchent dans le même sens;

3° Dans la lentille à la face d'émergence plane (*fig.* 66), en

Fig. 66.



appelant e l'épaisseur OP; soient O le centre optique et N le point nodal de la face plane, on a

$$ON = OP - NP = e - MN\cos i$$

et

$$MN = OM\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{OM}{n} = \frac{e}{n\cos r} = \frac{e}{n\sqrt{1-\sin^2 r}} = \frac{e}{\sqrt{n^2-\sin^2 i}},$$

donc

$$ON = e\left(1 - \frac{\cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}\right).$$

Pour $i = 0$, on a

$$x_0 = e\left(1 - \frac{1}{n}\right),$$

et pour $i = 45°$

$$x_{45} = e\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2n^2 - 1}}\right).$$

En supposant $n = \frac{3}{2}$, nous trouvons

$$x_0 = \frac{e}{3} = 0,33e \qquad \text{et} \qquad x_{45} = \frac{6e}{13} = 0,46e.$$

L'aberration est donc de $0,13e$ et a pour effet d'augmenter l'écart ON des points nodaux. Que la lentille soit divergente ou convergente, l'aberration est la même.

Dans tous les cas, les deux points nodaux d'une lentille simple, qui correspondent à une même direction incidente, se maintiennent toujours à une distance respective moindre que l'épaisseur de la lentille.

Quant au *sens* de l'aberration nodale, on peut dire, d'une façon générale, qu'à mesure que l'angle des rayons lumineux avec l'axe *augmente*, les points nodaux *s'éloignent* du centre optique.

Conséquences de l'aberration nodale : Distorsion nodale. — Soient deux points A et B (*fig.* 67) dont les perspectives exactes, fournies par deux points nodaux fixes, N_0 et N', seraient a et b_0. Cherchons quel sera l'effet de l'aberration nodale sur la position relative des images de A et de B.

Lentille plan-convexe. — Supposons la face plane tournée vers l'objet, le point nodal d'incidence seul sera variable, le rayon vecteur de B deviendra BN_1 et son parallèle $N'b_1$ donnera l'image de B en b_1. Or

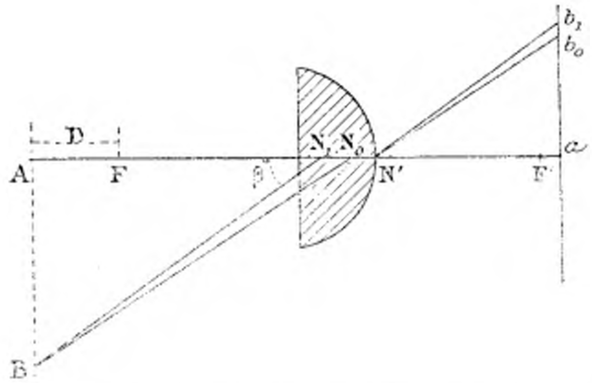
$$b_1 b_0 = ab_1 - ab_0 = aN'.AB\left(\frac{1}{AN_1} - \frac{1}{AN_0}\right) = \frac{aN'.AB.N_0N_1}{AN_0.AN_1},$$

que l'on peut écrire

$$b_1 b_0 = N_0 N_1 \cdot \frac{aN'}{AN_0} \cdot \frac{AB}{AN_1} = u\,\frac{F}{D} \times \operatorname{tang}\beta,$$

en désignant par D la distance qui sépare A du foyer principal

Fig. 67.

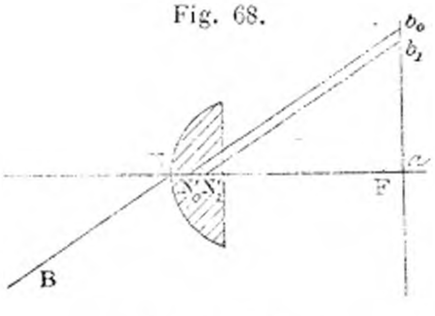


d'incidence, par F la distance focale et par u l'aberration nodale, et en appliquant la formule de Newton.

On voit que ce déplacement $b_1 b_0$ est proportionnel à l'aberration, à la distance focale et à la tangente de l'angle β et qu'il varie en raison inverse de l'éloignement de l'objet. Comme u augmente déjà avec cet angle β, il y a deux raisons pour que le déplacement $b_0 b_1$, qui éloigne un point du centre de l'image a, croisse avec la distance ab_0 qui le sépare de ce centre. Il en résulte une déformation de même ordre que la distorsion en *croissant,* dont nous aurons occasion de parler plus loin, à propos du diaphragme.

Si nous retournons la lentille (*fig.* 68), l'effet est différent, le

Fig. 68.



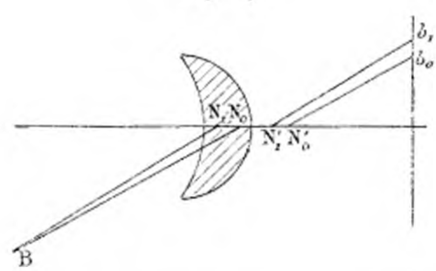
rayon axial $N'_0 b_0$ se transporte parallèlement en $N'_1 b_1$, le déplacement $b_0 b_1$ se fait en sens inverse; on a l'effet de la distorsion en *barillet*,

$$b_0 b_1 = u \operatorname{tang} \beta.$$

C'est le seul cas où l'effet de l'aberration nodale soit indépendant de l'éloignement D de l'objet.

Ménisque convergent. — Dans ce cas, les deux points nodaux se déplacent dans le même sens et les effets s'ajoutent; si la con-

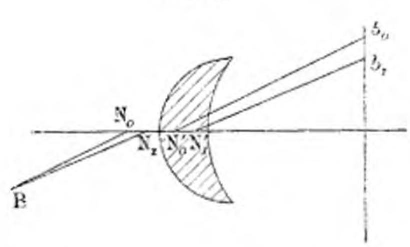
Fig. 69.



cavité est tournée vers l'objet (*fig.* 69), le déplacement total $b_0 b_1$ amène une déformation en *croissant*.

Dans l'autre sens (*fig.* 70), on trouvera de même une distorsion en *barillet*.

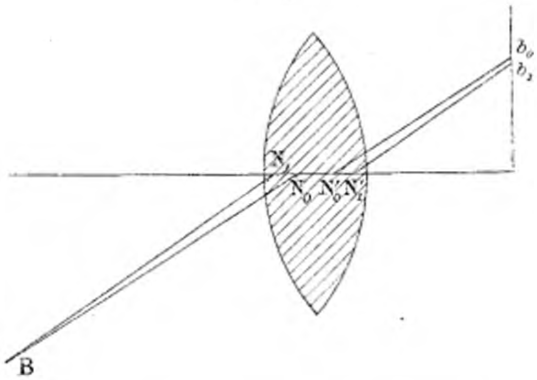
Fig. 70.



Le ménisque divergent produit les mêmes effets en sens contraire, il déforme en *barillet* quand sa concavité est tournée vers l'objet.

Lentille biconvexe (*fig.* 71). — Dans ce cas, les effets de déformation provenant des points nodaux se contrarient. On pourra donc avoir la distorsion en *barillet*, en *croissant* ou sensiblement négligeable, selon les rapports qui existent entre les rayons de courbure, d'incidence et d'émergence, la distance de l'objet et la

Fig. 71.



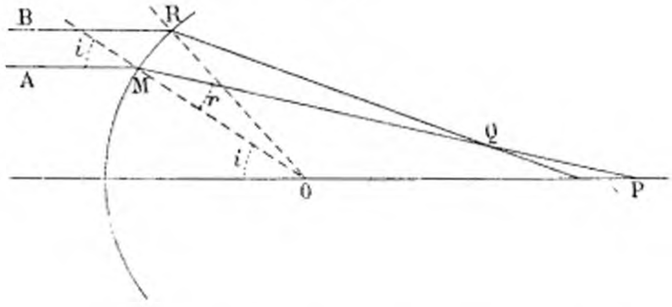
longueur de foyer. C'est, en somme, la forme biconvexe ou biconcave qui convient le mieux pour combattre l'aberration nodale.

3° ABERRATION D'APLANÉTISME.

Un système réfringent est dit *aplanétique*, suivant un axe, quand les rayons incidents parallèles à cet axe vont tous converger, à l'émergence, en un seul et même point focal.

Prenons une surface sphérique réfringente, sur laquelle tombe un faisceau de rayons parallèles. Soit AM (*fig.* 72) un de ces

Fig. 72.



rayons d'angle d'incidence égal à i; il se réfracte suivant MP, tel que

$$\sin i = n \sin r.$$

On a

$$\frac{OP}{\sin r} = \frac{OM}{\sin(i-r)} = \frac{R}{\sin(i-r)},$$

donc

$$OP = R\,\frac{\sin r}{\sin i \cos r - \cos i \sin r} = \frac{R}{n\cos r - \cos i}.$$

La distance OP du foyer au centre dépend donc des angles r et i, et il y a autant de foyers P que de rayons d'incidence différente. Il n'y a pas *aplanétisme*.

Quand i augmente, le dénominateur $n\cos r - \cos i$ augmente aussi, et OP diminue; le foyer des rayons *centraux* est donc plus éloigné que le foyer des rayons *marginaux*.

Si l'on fait le calcul, en donnant à i des valeurs différentes, en prenant $n = \frac{3}{2}$ et le rayon R pour unité, on trouve :

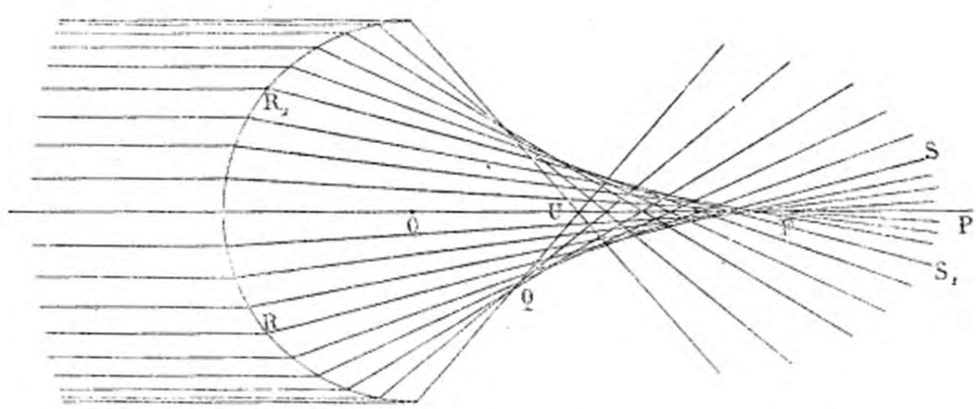
Angle d'incidence i.	Distance focale OP.
1′	2 (valeur limite).
1°	1,9983
10°	1,9794
20°	1,9343
30°	1,8238
40°	1,6968
45°	1,6239
50°	1,5457
60°	1,3796
70°	1,2089
80°	1,0440
90°	0,8944

Deux rayons infiniment voisins AM et BR (*fig.* 72), après réfraction, se coupent en un point Q. L'ensemble des points tels que Q ou la *courbe enveloppe* des divers rayons réfractés présente donc une certaine accumulation de rayons lumineux; cette courbe porte le nom de *caustique*.

Surface caustique. — En construisant, à l'aide des chiffres portés au Tableau ci-dessus, les rayons réfractés correspondant à des incidences croissant de 10° en 10°, on a (*fig.* 73) une représentation complète de la caustique.

Elle se compose de deux arcs symétriques formant un point de

Fig. 73.



rebroussement en F, foyer des rayons centraux. En F, ou près de F, passent le plus grand nombre des rayons réfractés, aussi c'est ce point F que l'on prend pour *foyer principal* de la lentille.

Si l'on fait tourner la figure autour de l'axe de révolution PO, la caustique engendre la *surface caustique*. On peut remarquer de plus que chaque rayon réfracté tel que RS engendre un cône de révolution, dont le sommet est sur l'axe. Donc, il y aura aussi accumulation de lumière sur cet axe, et la surface caustique *complète,* lieu des points de concours des rayons réfractés correspondant à un faisceau incident parallèle à l'axe, se compose : d'une part, de la partie de cet axe comprise entre les foyers F et U des rayons centraux et des rayons marginaux et, d'autre part, de la surface de révolution engendrée par la caustique entre ce même point F et le point Q situé sur le rayon marginal.

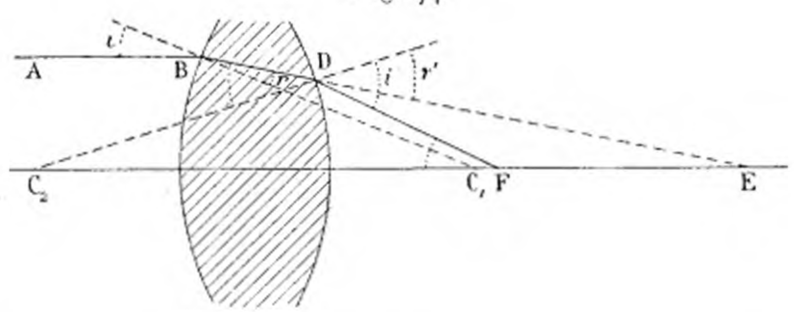
Quand une surface réfringente est *aplanétique,* sa caustique se réduit à un seul point, qui est le point de rebroussement. Certaines surfaces, ayant pour méridiennes une parabole ou des ovales de Descartes, selon que le point lumineux est situé à l'infini ou à distance finie, jouissent de cette propriété, mais chacune seulement pour un faisceau incident déterminé.

La surface sphérique, la seule qu'on puisse employer pratiquement pour les lentilles, n'est jamais aplanétique.

Tout point lumineux engendrera de même une surface caustique de révolution, dont la forme varie avec la position du point.

Passons à la lentille. Cherchons le foyer des rayons parallèles à l'axe, tombant sous l'angle d'incidence i (*fig.* 74). Après la pre-

Fig. 74.



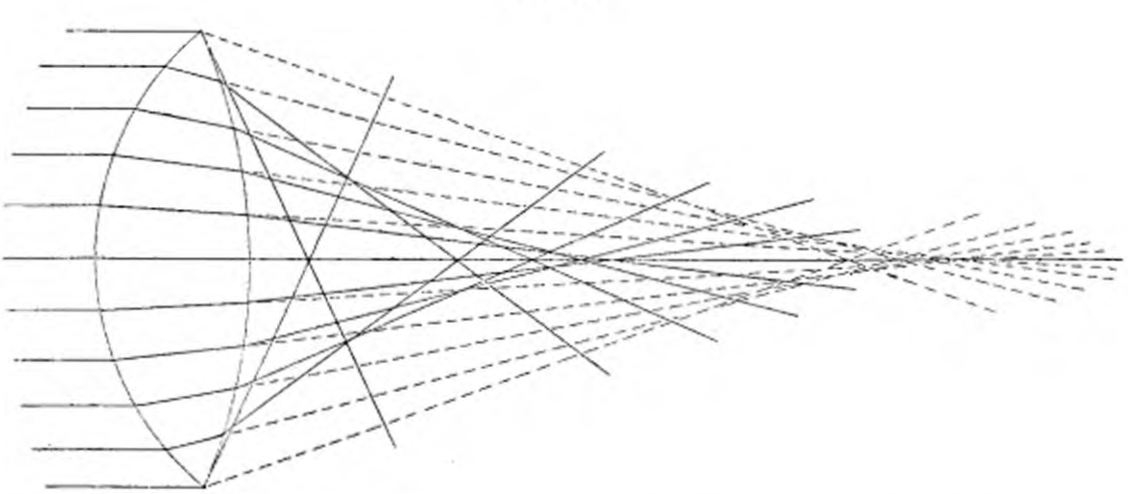
mière réfraction, ils prennent la direction BE et, après la seconde, la direction DF. L'angle DFC_2 est la somme des déviations subies par le rayon lumineux, il est donc égal à $(i - r + i' - r')$ et l'on a

$$C_2F = \frac{R_2 \sin i'}{\sin(i - r + i' - r')},$$

en appelant R_2 le rayon de la seconde face.

Quand i' augmente, $i - r$ et $i' - r'$ augmentent aussi, mais

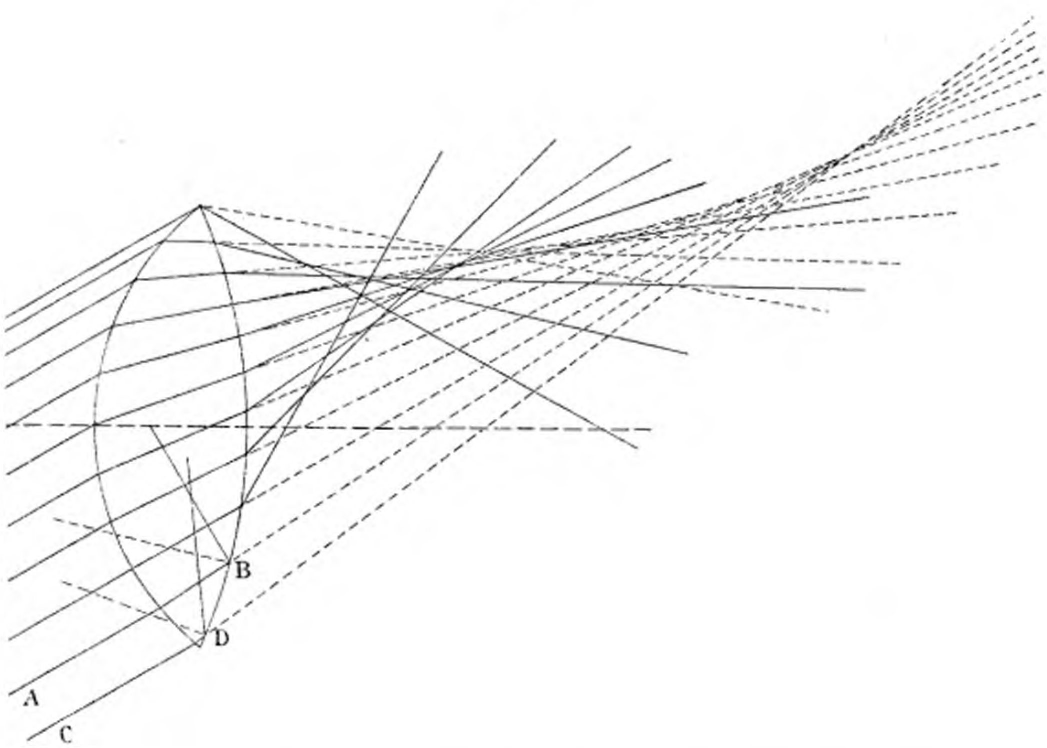
Fig. 75.



plus rapidement que i'; il en résulte que C_2F diminue; donc le foyer des rayons centraux est toujours plus éloigné de la lentille que le foyer des rayons marginaux. La *caustique principale,* provenant de rayons incidents parallèles à l'axe, affecte la même forme que ci-dessus, et la *surface caustique principale* est de révolution autour de l'axe principal (*fig.* 75).

Pour un faisceau oblique, la caustique (*fig.* 76) est plus irrégulière, mais bien nette encore. La *fig.* 76 montre qu'un certain

Fig. 76.



nombre de rayons, tels que AB, CD, rencontrant la face d'émergence sous un angle supérieur à $\arcsin\frac{1}{n}$, ne peuvent émerger et subissent en B et D la réflexion totale.

Aberration longitudinale. — On appelle *aberration longitudinale* la distance qui sépare sur l'axe principal le point de concours des rayons marginaux de celui des rayons centraux. Dans une lentille supposée *sans épaisseur,* cette aberration a pour valeur, en désignant par R_1 et par R_2 les rayons de courbure, par F le foyer et par o le diamètre d'ouverture utile de la lentille,

$$a = \frac{o^2 F}{8}\left[\frac{n^2}{R_2^2} + \frac{1 - 2n(n-1)}{R_1 R_2} + \frac{2 - n(2-n)}{R_1^2}\right].$$

Aberration latérale. — Le rayon du cercle lumineux formé autour du foyer F des rayons centraux s'appelle *aberration latérale;* sa valeur est de

$$b = \frac{o^3}{16}\left[\frac{n^2}{R_2^2} - \frac{1 - 2n(n-1)}{R_1 R_2} + \frac{2 - n(2-n)}{R_1^2}\right].$$

L'aberration longitudinale est donc proportionnelle au carré du diamètre de l'ouverture ou à la surface même de cette ouverture. L'aberration latérale varie comme le cube de ce même diamètre. Dans ces formules apparaît, pour la première fois, le rôle du diaphragme.

Les rayons obliques engendrent des caustiques, présentant une certaine analogie de forme avec celles que nous venons d'étudier. Mais ce ne sont plus des surfaces de révolution et elles s'allongent d'autant plus que l'obliquité est plus grande.

Une *lentille* simple à faces sphériques n'est *jamais aplanétique.*

Le calcul montre qu'il faudrait, pour cela, employer des matières dont l'indice de réfraction fût inférieur à $\frac{1}{4}$. Il est facile de s'assurer, dans la pratique, de ce défaut d'aplanétisme en observant les images variées que forment les rayons solaires, transmis par la lentille, et reçus sur un écran blanc qu'on éloigne progressivement du verre. A une certaine distance, le rond lumineux formé, d'abord d'aspect uniforme, présente un maximum d'éclat sur les bords; à mesure qu'on s'éloigne, ce rond diminue de diamètre, et sa circonférence devient de plus en plus brillante; cette circonférence représente une section de la nappe de la caustique. Puis le maximum d'éclat se partage entre le centre et la circonférence; les rôles changent ensuite et l'on observe au centre un cercle très brillant entouré d'une auréole moins éclairée; c'est qu'alors on approche de la pointe de la caustique; l'auréole extérieure est produite par les rayons qui rencontrent l'écran au delà de leur point de tangence. L'écran continuant à s'éloigner, le point central brillant diminue de diamètre pendant que l'auréole qui représente l'aberration latérale s'élargit; enfin, ce point, foyer des rayons centraux, disparaît dans un cercle uniformément éclairé, dont les dimensions augmentent rapidement.

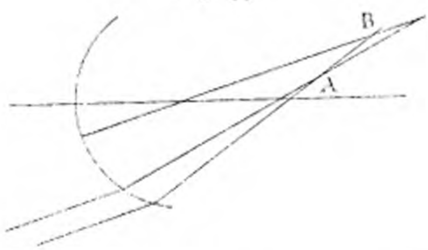
Avec une combinaison parfaitement aplanétique, l'effet est différent. Le cercle lumineux, en diminuant de diamètre et augmentant d'éclat, reste toujours *uniformément* éclairé, il diminue jusqu'à se réduire à un point très brillant et non auréolé, qui ensuite augmente de diamètre en diminuant d'éclat, par une marche inverse à la première partie de l'expérience.

4° ASTIGMATISME.

L'astigmatisme est aussi une conséquence de l'aberration de sphéricité.

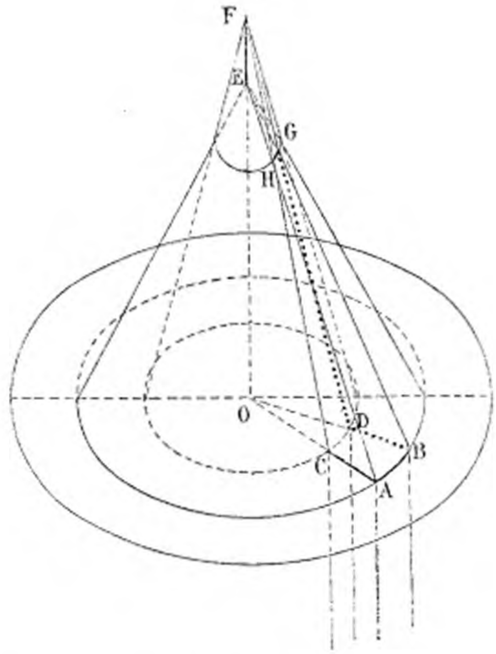
Lignes focales d'astigmatisme. — Supposons une seule surface réfringente et considérons un *étroit* faisceau de rayons parallèles

Fig. 77.



(*fig.* 77) tombant loin de l'axe de même direction. Si le faisceau couvrait toute la surface, il donnerait naissance à une caustique entière. Le faisceau délié que nous considérons n'emprunte que deux éléments de cette caustique; l'un en A, composé d'une petite étendue de la surface courbe, et l'autre en B, fait d'une portion de l'axe. Le foyer du faisceau est donc représenté par deux éléments rectilignes dont on peut concevoir la formation et la position de la façon suivante (*fig.* 78). Soient ABCD la section du faisceau étroit considéré, OF l'axe parallèle à ce faisceau. Sur la surface ABCD, nous pouvons imaginer deux séries de lignes différentes : les unes, AB, CD, sont des arcs de cercle tracés de O comme centre; les faisceaux coniques, réfractés le long de chacun de ces arcs, vont converger sur l'axe en F et en E, et leur ensemble engendre une petite longueur EF de cet axe. Une autre série de lignes, AC, BD, est formée par l'intersection avec la surface réfringente de plans méridiens passant par l'axe. Les rayons réfractés situés dans chacun de ces plans se rencontrent en un point G, H

Fig. 78.



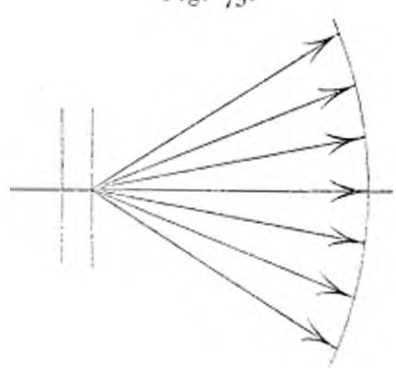
de la courbe caustique située dans le même plan méridien; chaque méridien donne de même un point, et l'ensemble de ces points engendre un élément de ligne GH, de direction perpendiculaire à EF. Sturm a démontré qu'en effet, dans ces conditions, le foyer du faisceau ABCD se composait de deux éléments rectilignes perpendiculaires et situés dans deux plans différents. Ces éléments sont les *lignes focales,* qui ne peuvent tenir lieu de foyer que si elles sont assez rapprochées pour paraître confondues en une sorte de croix très petite, assimilable à un point.

Le *théorème de Sturm* est général : un faisceau *étroit,* conique ou cylindrique, de rayons lumineux, tombant dans une direction quelconque en une place quelconque d'une lentille, donnera toujours naissance à deux *lignes focales d'astigmatisme;* et ces deux lignes sont des éléments des deux parties de la surface caustique, que donnerait le faisceau entier, tombant sur la surface totale de la lentille.

Surfaces focales d'astigmatisme. — Si nous considérons la *totalité* des faisceaux parallèles incidents suivant toutes les directions possibles (*fig.* 79), chacun d'eux donnera naissance à une caustique d'émergence.

L'ensemble enchevêtré de ces caustiques constituera une zône, limitée à la surface qu'engendrent les pointes de ces caustiques,

Fig. 79.



surface qui n'est autre que la surface *focale principale absolue*. L'image ne sera nette sur cette surface, que si l'*aberration latérale* est en chaque point assez faible, pour que les rayons voisins n'empiètent les uns sur les autres, que dans des limites telles, que la netteté apparente n'en souffre pas.

Si maintenant nous diminuons par un *diaphragme* le cylindre d'admission des rayons incidents, chaque faisceau *étroit*, correspondant à un angle d'incidence donné, fournira deux éléments focaux rectilignes, perpendiculaires et d'autant plus écartés l'un de l'autre, que l'astigmatisme sera plus prononcé.

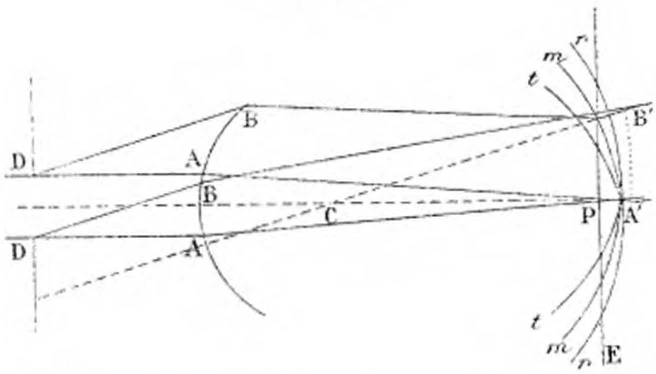
Supposons une seule surface réfringente et un diaphragme DD (*fig.* 80). Le faisceau DA, à incidence presque normale, ira former un foyer en A′, à la pointe de la caustique.

Un faisceau oblique DB fournira deux lignes d'astigmatisme *r* et *t*, faisant partie de la caustique d'axe CB′ et de pointe B′, telle que CB′ = CA′.

Les deux lignes focales r et t seront toujours plus près de C que le point B'; elles engendreront chacune une *surface focale d'astigmatisme,* plus courbe que la sphère A'B' et que nous désignerons par les deux lettres r et t.

La surface r fournira des images à *netteté rayonnante,* c'est-à-dire que, dans ces images, les lignes dirigées vers le point A' seront plus nettes que les autres; et la surface t fournira des images

Fig. 80.



à *netteté tournante,* dans lesquelles le maximum de netteté sera pour les éléments de lignes perpendiculaires aux premières, c'est-à-dire dirigées suivant des circonférences ayant le point A' pour centre.

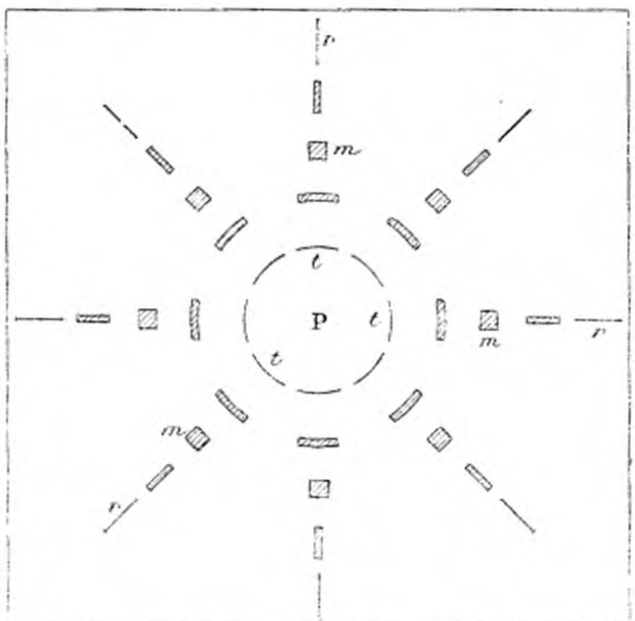
Plaçons un écran dépoli en E, un peu en avant du foyer A', et soit P l'intersection, avec cet écran, de l'axe principal (*fig.* 81).

La surface t coupera l'écran suivant une zône circulaire t, assez voisine de P et dans laquelle on observera une prédominance rotative des éléments de lignes tangentielles, c'est-à-dire des horizontales au-dessus et au-dessous de P, des verticales à droite et à gauche de ce point, et des perpendiculaires aux rayons intermédiaires.

L'écran coupera l'autre surface r, suivant une zône concentrique de plus grand rayon, sur laquelle on observera une prédominance radiante des verticales au-dessus et au-dessous de C, des horizontales à droite et à gauche, et des obliques ailleurs. De t à r, la netteté tangentielle ira en diminuant, alors que la netteté rayonnante augmentera; sur une zône circulaire intermédiaire m, les nettetés seront égales et un point sera figuré par deux éléments rectilignes en croix; si ces éléments sont assez courts et assez étroits, ils forment un petit carré, de netteté moyenne et suffisante dans tous les sens.

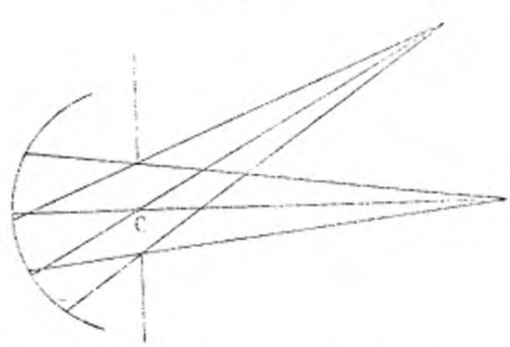
On se rendrait compte, de la même façon, des variations de

Fig. 81.



netteté observées, en un point donné de l'écran, quand on déplace lentement cet écran parallèlement à lui-même, dans le sens de l'axe. L'image d'un même objet éloigné de l'axe se transforme à

Fig. 82.



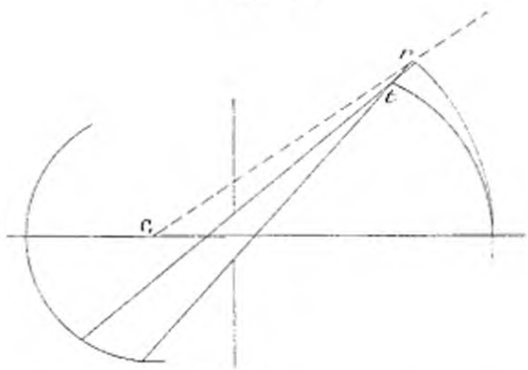
vue d'œil, et s'étire dans un sens ou dans l'autre en passant d'une surface d'astigmatisme à l'autre.

La surface t engendrée par des tangentes aux cercles de révolution n'a pas d'épaisseur, la surface r engendrée par des obliques à ces cercles en a une. Cette épaisseur augmente avec le diamètre du diaphragme et avec l'obliquité des rayons.

Si l'on rapproche le diaphragme du centre de courbure C, les éléments t et r se rapprochent tous deux de B′ (*fig.* 80), avec lequel ils se confondent quand le diaphragme est au centre C (*fig.* 82). *Il n'y a plus alors d'astigmatisme;* les trois surfaces focales t, m et r, et la surface focale absolue n'en font plus qu'une seule.

Si le diaphragme est à droite du centre C (*fig.* 83), les deux

Fig. 83.



surfaces d'astigmatisme reparaissent; seulement maintenant chaque élément t est à l'intérieur de l'angle que fait l'axe secondaire Cr avec l'axe principal.

Avec une lentille, l'étude théorique des phénomènes précédents est beaucoup plus difficile et ne peut être traitée d'une façon générale. Mais l'expérience et le calcul de cas particuliers montrent que le phénomène présente une grande analogie avec ce qui précède.

5° COURBURE DU CHAMP FOCAL.

Surface focale d'astigmatisme moyenne. — Dans la pratique, on prend, comme surface focale principale usuelle, la surface moyenne entre les surfaces t et r, celle qui passe par tous les points m de netteté générale maxima (*fig.* 81). C'est la forme de cette surface que l'on détermine pour mesurer la *courbure du champ* de l'objectif considéré.

Les surfaces d'astigmatisme *m*, *t* et *r* diffèrent toujours de la surface focale absolue et sont situées du côté de celle-ci, où s'étendent les caustiques de réfraction, c'est-à-dire, pour les lentilles simples, dans la concavité de la surface focale absolue.

Ces quatre surfaces ont une partie commune plus ou moins étendue, aux environs du foyer principal A'. La surface focale absolue est, en fait, la limite vers laquelle tendent les surfaces *t*, *r* et *m*, quand l'astigmatisme est complètement corrigé.

On voit qu'il y a une étroite relation entre l'*astigmatisme* et la *courbure du champ*, qu'il ne faut pas confondre avec l'*aberration de champ*, définie ci-dessus et qui ne s'applique qu'à la surface focale absolue.

C'est en raison de cette relation que, dans les essais d'objectifs, on déduit de l'astigmatisme la courbure du champ.

Il ne s'ensuit pas cependant que la correction de l'une de ces aberrations amène la disparition de la seconde. Détruire l'astigmatisme, en effet, c'est amener, sur un champ suffisamment étendu, la confusion des surfaces *t* et *r*, par conséquent *m*. Mais cette surface focale unique, dénuée d'astigmatisme, reste plus ou moins bombée; et il faut corriger à part la courbure du champ.

On voit aussi, par ce qui précède, quelle est l'influence de la grandeur et de la position du diaphragme sur l'astigmatisme et sur la courbure du champ.

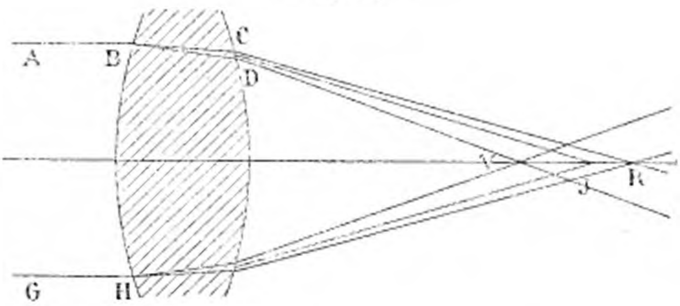
6° ABERRATION CHROMATIQUE OU DE RÉFRANGIBILITÉ.

Abandonnons l'hypothèse des rayons lumineux simples et considérons ce qui se passe quand un faisceau de lumière blanche tombe sur une lentille. Chaque rayon AB (*fig.* 84) est décomposé en une infinité de rayons colorés, étagés suivant leur réfrangibilité croissante, entre CR et DV. Un rayon GH, symétrique du premier, est décomposé de même, et l'ensemble des rayons situés à même distance de l'axe fournit une série de foyers principaux différents, disposés sur l'axe entre R et V.

Tous les rayons qui traversent la lentille sont ainsi décomposés en rayons simples qui obéissent, dans leur trajectoire, aux lois énoncées ci-dessus. Il y aura donc, pour chaque direction incidente, autant de *caustiques*, et, pour un faisceau étroit, autant de *doubles lignes focales d'astigmatisme que de rayons simples.*

Dans une lunette, l'œil, placé sur le prolongement de l'axe VR, reçoit, en même temps, des rayons de toutes les couleurs, l'aspect de l'image n'est donc que peu modifié par cette aberration, qui ne

Fig. 84.



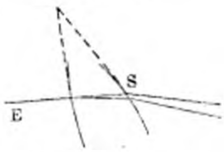
produit qu'une légère bordure irisée sur les contours fortement accusés des objets. Pour achromatiser l'appareil, on peut se contenter alors de réduire le plus possible la longueur VR, en réunissant, par exemple, le foyer violet et le foyer rouge.

En Photographie, l'aberration chromatique a le grave inconvénient de créer un *foyer chimique,* il importe donc de la corriger plus complètement et, comme nous l'allons voir, d'autre façon que dans les lunettes.

Foyer chimique. — Le *foyer chimique* provient de ce que la mise au point *optique* d'une lentille est différente de la mise au point *photographique* ou *chimique*. Cela résulte de ce que le maximum d'éclat dans le spectre ne coïncide pas avec le maximum d'effet chimique, le premier se trouvant vers le jaune en J, le second vers le violet en V (*fig.* 84). En observant l'image, on mettra naturellement au point en J; et le *foyer chimique* étant plus près de la lentille, en V, l'image développée sur la plaque sera floue.

Une lentille simple ne peut jamais être achromatique, car, de quelque façon qu'un rayon la traverse, les éléments de surface E et S, à l'entrée et à la sortie, forment toujours un angle (*fig.* 85)

Fig. 85.



et agissent sur le rayon à la façon d'un prisme simple, dont la dispersion n'est jamais nulle.

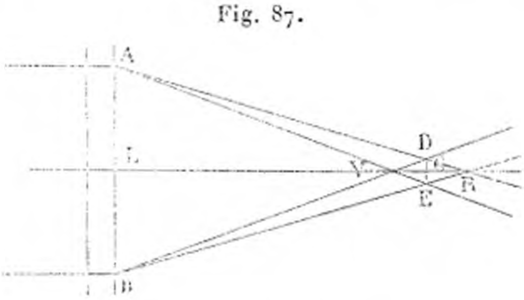
Seuls, les rayons passant par les points nodaux, c'est-à-dire les axes secondaires, traversent des éléments de surfaces parallèles et

Fig. 86.

sortent sans dispersion, ou du moins forment à la sortie un faisceau dispersif très petit de rayons parallèles (*fig.* 86).

Cercle d'aberration chromatique. — Soient les rayons de réfrangibilité extrême AV et AR (*fig.* 87). Les cônes correspondants

Fig. 87.



se coupent suivant un cercle DE, que l'on appelle le *cercle d'aberration chromatique*. Soient a le diamètre DE de ce cercle et o le diamètre AB de la lentille. On a

$$\frac{a}{o} = \frac{GV}{VL}$$

et, d'autre part,

$$\frac{a}{o} = \frac{\mathrm{GR}}{\mathrm{RL}},$$

d'où

$$\frac{a}{o} = \frac{\mathrm{GV} + \mathrm{GR}}{\mathrm{VL} + \mathrm{RL}} = \frac{\mathrm{VR}}{\mathrm{RL} + \mathrm{VL}} = \frac{\mathrm{F}_r - \mathrm{F}_v}{\mathrm{F}_r + \mathrm{F}_v};$$

donc

$$a = o\,\frac{\mathrm{F}_r - \mathrm{F}_v}{2\,\mathrm{F}_m},$$

en appelant F_m le foyer moyen : $\dfrac{\mathrm{F}_r + \mathrm{F}_v}{2}$.

Or, les valeurs des foyers sont, en fonction des rayons de courbure de la lentille, supposée sans épaisseur (*voir* p. 23),

$$\frac{1}{\mathrm{F}_r} = (n_r - 1)\left(\frac{1}{\mathrm{R}_1} - \frac{1}{\mathrm{R}_2}\right),$$

$$\frac{1}{\mathrm{F}_v} = (n_v - 1)\left(\frac{1}{\mathrm{R}_1} - \frac{1}{\mathrm{R}_2}\right)$$

et

$$\frac{1}{\mathrm{F}_m} = (n_m - 1)\left(\frac{1}{\mathrm{R}_1} - \frac{1}{\mathrm{R}_2}\right);$$

d'où

$$a = o\,\frac{(n_r - 1) - (n_v - 1)}{2(n_m - 1)}$$

et, enfin,

$$a = \frac{o}{2}\,\frac{n_r - n_v}{(n_m - 1)}.$$

On voit apparaître dans cette formule le *pouvoir dispersif* $\dfrac{n_r - n_v}{n_m - 1}$; a est indépendant de la distance focale et de la forme même des surfaces réfringentes; il est proportionnel au diamètre de l'ouverture utile et au pouvoir dispersif.

Tout ce qui vient d'être dit relativement aux aberrations et que, le plus souvent, pour la commodité des figures et la clarté des démonstrations, nous avons appliqué à une seule surface convergente, s'applique de même aux lentilles; avec cette seule différence que, dans le cas d'une lentille, ce sont les *points nodaux* qui jouent, à eux deux, le rôle du *centre de courbure* d'une surface isolée, que c'est par ces points que passent les rayons sans déviation, axes des caustiques, que c'est autour de ces points que se groupent les rayons centraux.

Les lentilles divergentes ont des propriétés identiques à celles des lentilles convergentes, seulement leurs foyers sont virtuels et leurs aberrations sont, à égalité de courbures, égales et de signe contraire à celle d'une lentille convergente faite de la même matière.

CHAPITRE V.

CORRECTION DES ABERRATIONS.

Quand nous aborderons la construction des objectifs, nous verrons comment on doit diriger le calcul pour annuler, ou du moins pour atténuer l'effet des aberrations. Pour le moment, nous nous bornerons à démontrer la possibilité et à saisir le mécanisme de ces corrections.

Les aberrations à corriger sont au nombre de six, savoir :

1° L'*aberration de champ* ou courbure de la surface focale absolue ;

2° L'*aberration nodale*, causée par le déplacement des points nodaux ;

3° L'*aberration sphérique* des rayons parallèles à l'axe, ou *aberration d'aplanétisme*, que mesure l'aberration longitudinale ;

4° L'*aberration sphérique* des rayons obliques, ou *astigmatisme*, qui produit les surfaces focales d'astigmatisme ;

5° La *courbure du champ focal*, ou courbure de la surface moyenne d'astigmatisme ;

6° L'*aberration chromatique*, qui se mesure par le cercle d'aberration chromatique.

La lentille simple présente toujours ces six aberrations. Pour les combattre, il faut combiner ensemble un certain nombre de lentilles simples, constituant l'objectif.

On distingue l'*objectif simple*, formé de deux ou plusieurs lentilles collées ensemble et étroitement unies, et l'*objectif composé*, dont les éléments, en nombre variable, forment deux ou plusieurs groupes, séparés par intervalles vides.

1° OBJECTIF SIMPLE.

Lentille double : Combinaison normale. — Considérons d'abord les aberrations d'*aplanétisme* n° 3 et d'*achromatisme* n° 6. Elles sont égales et de sens contraire dans deux lentilles de même pouvoir focal [1] et de même verre, l'une convergente, l'autre divergente; donc ces deux lentilles associées n'auraient plus d'aberrations, mais leurs pouvoirs focaux se détruiraient presque complètement, car la lentille résultante aurait ses courbures égales et de même signe.

En revanche, si nous combinons deux lentilles de *substances différentes*, il sera possible de conserver à l'ensemble un effet convergent, tout en faisant disparaître les aberrations n° 3 et n° 6. En effet, le *pouvoir focal* croît avec les courbures [2]; l'*aberration longitudinale* croît avec l'indice de réfraction et l'*aberration chromatique* est proportionnelle au pouvoir dispersif. Pour que notre lentille double soit *convergente*, il faut que le *pouvoir convergent* soit plus grand que le *pouvoir divergent*. Nous donnerons donc de plus faibles courbures à la lentille divergente; mais, pour que ses aberrations soient égales à celles de l'élément convergent, nous la ferons d'un verre à indice et à pouvoir dispersif plus considérable. C'est, en effet, ce qui caractérise la combinaison dite *normale* dans laquelle l'élément convergent, en *crown-glass* ou verre léger, a de plus fortes courbures que l'élément divergent en *flint-glass* ou verre lourd, plus réfringent et plus dispersif.

L'aplanétisme et l'achromatisme seraient parfaits, si, dans les verres employés, le pouvoir dispersif était proportionnel à l'indice de réfraction moyen, car il suffirait alors de réunir les foyers de deux couleurs quelconques, pour que tous les autres vinssent aussi

---

(1) On rappelle que le *pouvoir focal* d'une lentille est l'inverse de la distance focale, $\frac{1}{F}$; le pouvoir mesure et définit de façon commode, dans les calculs et dans les explications, l'action exercée par la lentille sur les rayons lumineux.

(2) La *courbure* est de même l'inverse du rayon de courbure $\frac{1}{R}$.

coïncider. C'est ce qui a lieu, paraît-il, dans certains systèmes dits *apochromatiques,* malheureusement composés de verres trop délicats pour l'emploi photographique.

Mais, dans les verres ordinaires, où cette proportionnalité n'existe pas, on ne peut, avec deux lentilles, réunir que deux couleurs; l'achromatisme n'est pas parfait.

De plus, pour assurer la prépondérance de pouvoir de l'élément convergent, dont l'indice de réfraction est le plus faible, il faut lui donner des courbures assez fortes, ce qui a le double inconvénient, d'une part, de rétrécir l'ouverture de la lentille ou d'augmenter son épaisseur, et, d'autre part, d'accroître considérablement les aberrations 4 et 5, l'*astigmatisme* et la *courbure du champ.*

Lentille triple. — En formant l'objectif de deux verres convergents en crown séparés par un verre divergent en flint, on peut réunir trois couleurs, ce qui donne un achromatisme presque parfait; et, comme les courbures des verres convergents n'ont plus besoin d'être si fortes, puisque leurs effets s'ajoutent, on a plus d'ouverture ou moins d'épaisseur, moins d'astigmatisme et un champ plus plat.

Combinaison anormale. — Mais toute combinaison normale est impuissante à corriger complètement l'astigmatisme et la courbure du champ. Petzval a démontré, en effet, que, pour détruire ces deux aberrations, il faut, au contraire, que l'élément convergent ait un indice *plus grand* que le divergent. Ce dernier devant d'ailleurs toujours avoir un plus fort pouvoir dispersif pour assurer l'achromatisme, on arrive ainsi à la combinaison dite *anormale,* dans laquelle le divergent a un *plus grand* pouvoir dispersif et un indice *moindre* que le convergent. On conçoit alors qu'on puisse prendre un accouplement *normal,* construit de façon à corriger un peu trop l'aberration n° 3 et exactement l'aberration n° 6 pour deux couleurs, en laissant subsister les aberrations 4 et 5, et y adjoindre un second élément convergent, formant avec le divergent une combinaison *anormale,* c'est-à-dire de plus grand indice et de moindre dispersion que lui et calculé de façon à corriger l'aberration n° 6 pour une troisième couleur, à faire disparaître l'excès de la correction de l'aberration n° 3 et à détruire les aberrations 4 et 5.

Ces verres à caractère anormal, dans lesquels l'indice et la dispersion varient en sens inverse, se fabriquent couramment aujourd'hui à Iéna et à Paris.

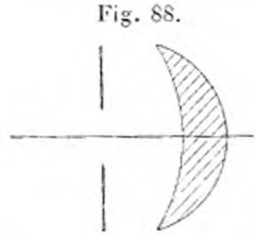
Quant aux *aberrations de champ* n° 1 et *nodale* n° 2, qui présentent moins de gravité, on conçoit aisément qu'en assemblant deux lentilles d'espèce différente et d'aberrations à peu près égales et de signe contraire, on arrive à les corriger, ou tout au moins à en rendre les effets négligeables.

PROPRIÉTÉS DU DIAPHRAGME.

Dans toutes les corrections, le *diaphragme* joue un grand rôle, sur lequel il est nécessaire d'insister.

Nous avons vu que, pour une surface réfringente, l'*aberration longitudinale* était proportionnelle à la section droite des faisceaux lumineux, et que l'*astigmatisme* disparaissait par l'emploi d'un diaphragme étroit, placé au centre de courbure. Il est donc intéressant, dans tout système composé, de grouper, autant que possible, les centres de courbure des diverses faces, et de mettre un diaphragme à l'endroit de ce groupement. C'est pour cela qu'on préfère donner à l'objectif simple la forme d'un ménisque conver-

Fig. 88.



gent (*fig.* 88), composé souvent aussi de ménisques normaux et anormaux, et muni d'un diaphragme placé du côté de la face creuse. En diminuant assez l'ouverture de ce diaphragme, on atténuera considérablement les aberrations de sphéricité n^{os} 3 et 4.

Ce même diaphragme agira aussi sur l'aberration n° 5 en permettant d'accroître, autant qu'on le voudra, la *profondeur du foyer* et le *volume focal,* ou zône de *netteté* pratique de l'objectif.

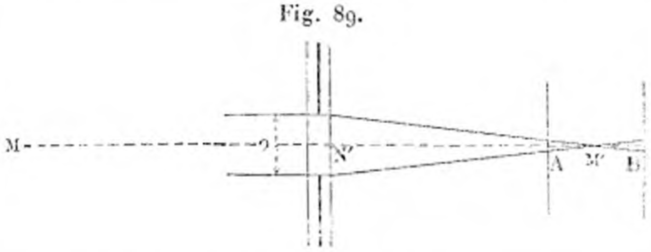
Netteté. — L'expression *netteté* n'a rien d'absolu au point de vue photographique, où l'on ne se préoccupe que de la *netteté apparente* ou *pratique.* On dit que la netteté est de $\frac{1}{n}$ de millimètre, quand l'image d'un point mathématique a réellement $\frac{1}{n}$ de millimètre de diamètre, ou encore, ce qui est d'un contrôle plus facile, quand les images de deux traits noirs parallèles de même épaisseur et séparés par un espace blanc égal à cette épaisseur, sont encore distinctes, alors que la formule des lentilles indique que leur épaisseur et leur écartement théoriques sont justement égaux à $\frac{1}{n}$ de millimètre.

En pratique, on s'arrête à la netteté de $\frac{1}{10}$ de millimètre, mais cette valeur est arbitraire; il est certain qu'il faut la restreindre pour des images destinées à recevoir plus tard un fort agrandissement, et qu'on peut l'augmenter, au contraire, et aller jusqu'à $\frac{2}{10}$ ou même jusqu'à $\frac{1}{4}$ de millimètre pour les images ordinaires.

Profondeur de foyer. — Cette définition de la netteté nous amène à la conception de la *profondeur de foyer.*

Soient une lentille diaphragmée (*fig.* 89) et M' le foyer conjugué

Fig. 89.



d'un point M, situé à une distance $(-d)$ [1] du foyer d'incidence.

J'appelle ε la limite de netteté, o le diamètre du faisceau lumineux à hauteur du point nodal d'émergence N', f la distance focale principale, et d' la distance de M' au foyer d'émergence.

On a

$$(-d)d' = f^2.$$

(1) d étant négatif, $-d$ représente la *valeur absolue* de la distance considérée.

Si en A et en B le diamètre du faisceau réfracté est égal à ε, *l'image de tous les objets situés à même distance que* M *sera pratiquement nette entre* A *et* B, et l'on pourra déplacer l'écran de A à B, sans que l'image, formée sur cet écran, cesse d'être acceptable. AB est la profondeur de foyer p.

Or

$$AM' = \frac{M'N'.\varepsilon}{o} = \frac{(d'+f)\varepsilon}{o}, \qquad BM' = AM',$$

d'où

$$p = AB = 2\frac{(d'+f)\varepsilon}{o} \quad \text{ou} \quad 2f\frac{(d-f)\varepsilon}{do},$$

quantité totalement *indépendante* de la forme et de la nature de la lentille, mais proportionnelle à la longueur focale $f+d'$.

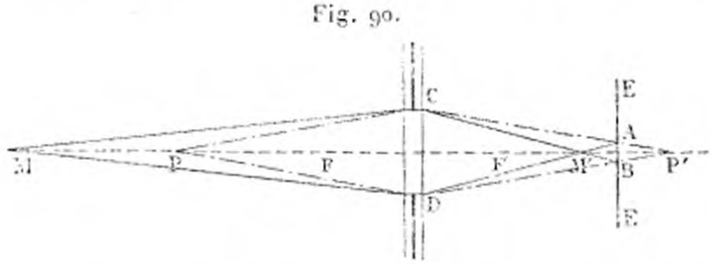
Pour les objets à l'infini,

$$P = \frac{2f\varepsilon}{o}.$$

Profondeur de champ. — Si, au contraire, on fixe l'écran à une distance d' du foyer, la *profondeur de champ* est la largeur de la zône embrassant tous les objets dont l'image sera pratiquement nette sur cet écran.

Sur l'écran EE (*fig.* 90), à une distance d' du foyer d'émer-

Fig. 90.



gence F', je prends AB $= \varepsilon$, et je joins A et B aux deux bords de l'ouverture utile CD. Tous les objets compris entre les foyers conjugués de P' et de M', c'est-à-dire entre P et M, seront sensiblement au point sur l'écran.

La *profondeur de champ*,

$$PM = MF - PF = \frac{f^2}{M'F'} - \frac{f^2}{P'F'}.$$

Or

$$P'F' = d' + \frac{\varepsilon(d'+f)}{o-\varepsilon} = \frac{d'o+f\varepsilon}{o-\varepsilon}$$

et

$$M'F' = d' - \frac{\varepsilon(d'+f)}{o+\varepsilon} = \frac{d'o-f\varepsilon}{o+\varepsilon},$$

donc

$$PM = f^2\left(\frac{o+\varepsilon}{d'o-f\varepsilon} - \frac{o-\varepsilon}{d'o+f\varepsilon}\right) = \frac{2f^2\varepsilon o(f+d')}{d'^2o^2-f^2\varepsilon^2},$$

ou, en négligeant, au dénominateur, le terme en ε^2 très petit,

$$PM = \frac{2f^2\varepsilon(f+d')}{d'^2 o} = 2(f+d')\frac{\varepsilon}{o}\frac{f^2}{d'^2}.$$

Pour $f = 15^{cm}$, $\varepsilon = 0^{mm},1$, $o = 2^{cm}$ et $d' = 1^{cm}$,

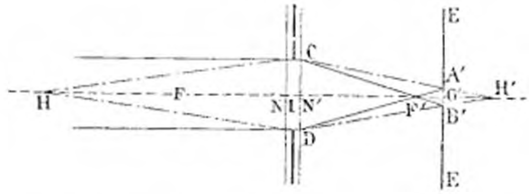
on a

$$PF = 2^m,25 \quad \text{et} \quad PM = 36^{cm}.$$

Distance hyperfocale. — La *distance hyperfocale* est l'éloignement minimum à partir duquel, jusqu'à l'infini, les objets sont sensiblement au point sur un même écran.

Je joins (*fig.* 91) le foyer F′ aux deux bords de l'ouverture utile

Fig. 91.



de la lentille C, D, et je place l'écran EE en un point tel que l'on ait A′B′ = ε. Si je joins alors A′C et B′D, cela me détermine le point H′, dont le foyer conjugué est H; tous les objets situés entre H et l'infini seront au point; HN est la *distance hyperfocale*.

$$HN = HF + FN = \frac{f^2}{H'F'} + f.$$

$$H'F' = H'G' + G'F';$$

or

$$\frac{H'G'}{\varepsilon} = \frac{(H'G' + G'F') + f}{o} \qquad \text{et} \qquad \frac{G'F'}{\varepsilon} = \frac{f}{o},$$

d'où l'on tire

$$G'F' = f\frac{\varepsilon}{o}, \qquad H'G' = \frac{f\varepsilon(o+\varepsilon)}{o(o-\varepsilon)}$$

et

$$H'F' = H'G' + G'F' = \frac{2f\varepsilon}{o-\varepsilon},$$

et enfin

$$HN = \frac{f(o-\varepsilon)}{2\varepsilon} + f = \frac{f(o+\varepsilon)}{2\varepsilon} = \frac{f}{2}\frac{o}{\varepsilon} + \frac{f}{2},$$

ou, en négligeant $\frac{f}{2}$, très petit, en général, par rapport à l'autre terme,

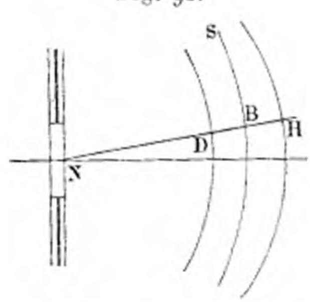
$$HN = \frac{f}{2}\frac{o}{\varepsilon}.$$

Si $\varepsilon = 0^{mm},1$ et $o = 2^{cm}$, on voit que

$$HN = 100f.$$

Volume focal. — Soit S une surface focale principale d'astigmatisme moyenne, lieu du maximum de netteté des images de points éloignés (*fig.* 92). Sur l'axe principal et sur chaque axe secondaire

Fig. 92.



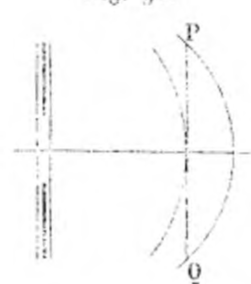
tel que NB, il y a une profondeur de foyer DH, s'étendant également de part et d'autre de B. Le lieu des points D et celui des points H sont deux nouvelles surfaces focales limites, entre lesquelles la netteté des images est suffisante. Ces deux surfaces déterminent et enferment le *volume focal principal*.

A chaque distance des objets, correspond un volume focal déterminé, qui jouit de la propriété que, sur un écran de forme quelconque contenu dans ce volume, tous les objets situés à la distance choisie sont sensiblement au point.

Si l'on détermine les volumes focaux correspondant à deux distances K et L, et que ces volumes se coupent, la partie commune contiendra les images de netteté suffisante de tous les objets dont l'éloignement est compris entre K et L. La *profondeur de champ* s'entend alors de la distance de deux points tels, que leurs volumes focaux aient une surface de séparation commune. De même, la *distance hyperfocale* s'entend du point dont le volume focal a sa surface intérieure commune avec la surface extérieure du volume focal principal.

L'épaisseur du volume focal augmente, comme la profondeur de foyer, quand le diamètre *o* du faisceau émergent ou du diaphragme diminue. Si je mène un plan PQ perpendiculaire à l'axe (*fig.* 93)

Fig. 93.



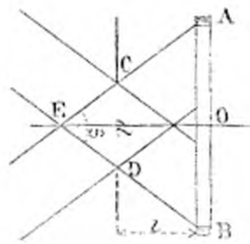
et tangent à la face creuse du volume focal, la portion PQ, pour laquelle la mise au point est suffisante, sera d'autant plus étendue que le volume focal sera plus épais, ou que le diaphragme sera plus petit.

On voit donc que le diaphragme combat l'aberration n° 5, la *courbure du champ,* de deux façons : d'abord par sa *position,* en atténuant l'astigmatisme et rejetant les lignes focales plus près de la pointe de la caustique, ce qui diminue la courbure de la surface focale moyenne; et en second lieu, par son *étroitesse,* en augmentant la profondeur de foyer et par suite le diamètre PQ de l'image nette reçue sur un plan; cette quantité PQ s'appelle le *champ plan de netteté* de la lentille.

Champ. — Le diaphragme a encore pour résultat d'étendre le *champ de visibilité* d'un objectif.

Soient $AB = o$ le diamètre utile de l'objectif (*fig.* 94), $CD = d$

Fig. 94.



le diaphragme, l la distance du diaphragme à l'objectif. Joignons AC et BD; l'angle AEB représente le *champ de visibilité* ω de l'objectif; tous les faisceaux lumineux, limités par le diaphragme, et dont les directions sont comprises entre AE et BE, tomberont en entier sur la lentille.

Or

$$\operatorname{tang}\frac{AEB}{2} = \operatorname{tang}\frac{\omega}{2} = \frac{\frac{o}{2}}{EO} = \frac{o(o-d)}{2o.l} = \frac{o-d}{2l}.$$

Donc le *champ* augmente quand d et l diminuent.

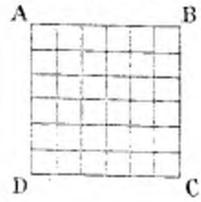
C'est une raison pour ne pas trop éloigner le diaphragme de la lentille.

A côté de tous ces avantages, au point de vue de la netteté, de la profondeur et de l'étendue de l'image, le diaphragme présente aussi des inconvénients : tels la *distorsion* et la *diminution d'éclat*.

Distorsion. — Si l'on prend pour modèle une figure comme ABCD (*fig.* 95) faite de carrés rectilignes, et qu'on en étudie l'image formée par une lentille diaphragmée, on remarque que les lignes cessent d'être droites et que leur courbure s'accentue avec leur éloignement du centre. C'est ce phénomène que l'on désigne sous le nom de *distorsion*.

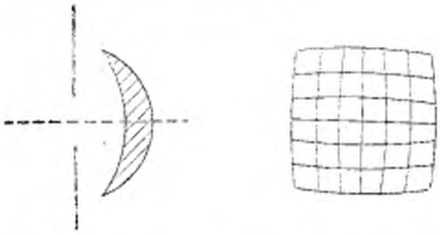
Si le diaphragme est placé en avant de la lentille, les lignes de

Fig. 95.



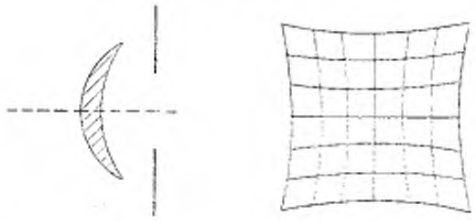
l'image sont concaves pour le centre de l'écran; on a la distorsion en *barillet* (*fig.* 96).

Fig. 96.



Avec la disposition inverse, c'est-à-dire si le diaphragme est entre la lentille et l'image, la courbure change de sens, on a la distorsion en *croissant* (*fig.* 97).

Fig. 97.

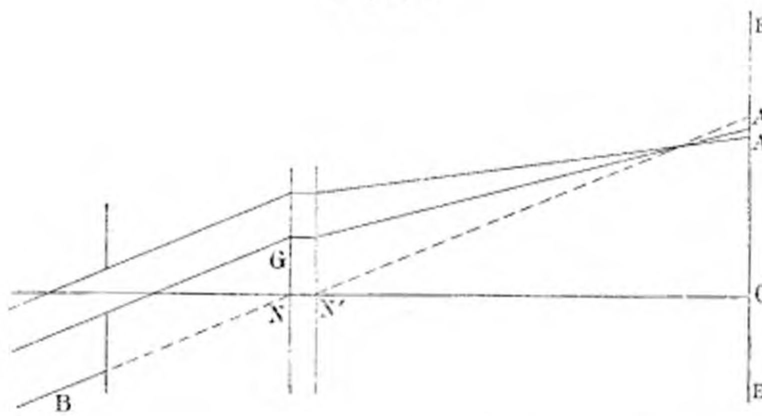


Les effets de distorsion sont d'autant plus sensibles que le diaphragme est plus éloigné de la lentille, et que l'objet en est plus rapproché.

La distorsion est la conséquence de l'aberration de sphéricité; elle nous fournit la preuve que, dans les lentilles, comme dans le cas d'une seule surface réfringente, les rayons *marginaux* d'un faisceau coupent l'axe secondaire correspondant plus près de la lentille que les rayons *centraux*.

Soit, en effet, l'écran en EE (*fig.* 98), supposé tangent à la courbe interne du volume focal. Un faisceau incident parallèle à BN devrait former son image en A, sur la parallèle N'A; mais le diaphragme placé en avant ne laisse passer que des rayons marginaux

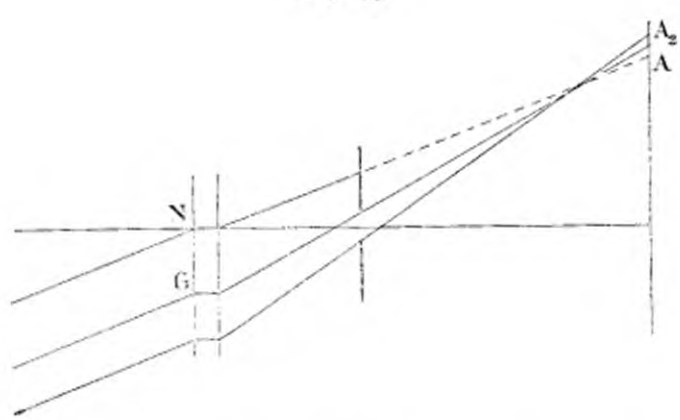
Fig. 98.



supérieurs qui vont rencontrer l'écran en A_1, plus près du milieu O de l'écran. Les points de cette image sont donc d'autant plus déplacés vers le centre O, que le rayon OA est plus grand; ce qui explique la courbure en *barillet*.

Au contraire, le diaphragme placé en arrière de l'objectif (*fig.* 99) ne laisse passer que les rayons marginaux inférieurs qui

Fig. 99.



tombent sur l'écran en A_2. L'écart AA_2 augmente avec l'inclinaison de faisceau. D'où la distorsion en *croissant*.

Le déplacement AA_1, AA_2, croît avec l'obliquité du faisceau incident BN et avec la distance NG qui le sépare du centre de la lentille. C'est ce qui explique pourquoi la distorsion s'accentue avec la proximité de l'objet et avec l'éloignement du diaphragme.

Nous avons vu plus haut que la distorsion nodale produisait aussi des effets de barillet ou de croissant, suivant le cas. Les déformations qui en résultent sont toujours moins graves que celles qu'entraîne la distorsion par le diaphragme. Encore est-il bon, cependant, de s'en préoccuper, et, pour utiliser au mieux un objectif, de disposer les choses de façon que les deux causes agissent en sens contraire, afin de diminuer l'erreur de perspective résultante.

On trouvera, par exemple, que le ménisque convergent, à face d'incidence concave, distordant en croissant, il est avantageux de l'armer d'un diaphragme à l'avant, qui déforme en barillet. Ce dispositif, auquel nous avons déjà reconnu plusieurs avantages, convient donc très bien aussi contre la distorsion. Aussi est-il employé généralement pour les objectifs simples.

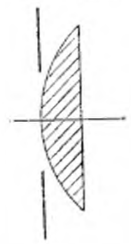
La distorsion présente de graves inconvénients quand on veut copier exactement, à une échelle déterminée, un modèle, une carte, etc., elle fausse la perspective, détruit l'exactitude et déplace les lignes architecturales.

Place du diaphragme. — En se reportant à ce qui a été dit à la page 95, on voit que, pour supprimer la distorsion, il faudrait que le diaphragme fût placé de façon à ne laisser passer que les

Fig. 100.

rayons voisins des points nodaux; si l'un de ces points est réel, c'est là que devra être mis le diaphragme, exerçant ainsi son action sur les rayons incidents ou sur les rayons émergents, selon que ce point nodal réel est d'incidence ou d'émergence. La meilleure position, à ce point de vue, serait donc, dans un ménisque, du côté convexe (*fig.* 100), dans une lentille plan-convexe, sur la face convexe même (*fig.* 101). Ces deux solutions sont rarement em-

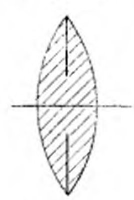
Fig. 101.



ployées à cause des aberrations d'autre espèce qu'elles amènent.

Dans une lentille biconvexe, les deux points sont virtuels, mais le centre optique est réel; c'est là qu'il faudrait mettre le diaphragme (*fig.* 102), entre les deux points nodaux, au milieu, si

Fig. 102.



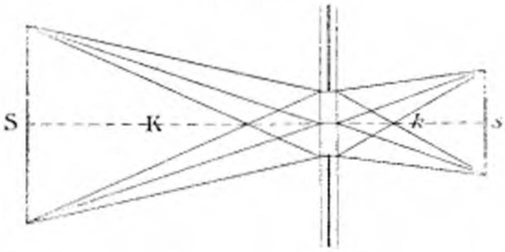
les courbures sont égales, plus près du point nodal situé du côté de la plus forte courbure dans le cas contraire. Cette disposition, peu pratique dans une lentille simple, trouvera son application dans les objectifs composés.

Clarté. — Le Congrès de Photographie a défini la *clarté* d'un objectif par le rapport entre l'éclat de l'image qu'il donne d'un objet à l'infini sur l'axe principal, et celui que donnerait, du même objet, un objectif pris pour type; on ne tient pas compte des pertes de lumière produites à l'entrée ou dans la traversée de l'objectif.

Or, E étant l'éclat intrinsèque d'un plan lumineux de surface S, vertical et perpendiculaire à l'axe principal de la lentille, un écran parallèle à ce plan et à l'*unité de distance* recevra, sur l'*unité* *de surface*, une clarté égale à ES. Un autre écran quelconque, parallèle au premier, sera éclairé proportionnellement à sa surface, et en raison inverse du carré de sa distance au plan lumineux.

Supposons le diaphragme placé à l'objectif (*fig.* 103); soit o

Fig. 103.



son diamètre, il recevra une clarté représentée par

$$\mathrm{ES}\cdot\frac{\pi o^2}{4}\cdot\frac{1}{\mathrm{K}^2},$$

en appelant K la distance du plan lumineux au diaphragme.

Cette clarté, traversant le diaphragme, se répartit sur l'image de surface s formée sur un écran parallèle au plan lumineux, et à une distance k de l'objectif; elle y produira un éclat

$$e = \frac{\mathrm{ES}\pi o^2}{4\mathrm{K}^2}\,\frac{1}{s},$$

et comme $\frac{\mathrm{S}}{s} = \frac{\mathrm{K}^2}{k^2}$,

$$e = \mathrm{E}\,\frac{\pi o^2}{4k^2}.$$

Et pour un objet situé à l'infini,

$$e = \mathrm{E}\,\frac{\pi o^2}{4\mathrm{F}^2}.$$

Cette expression n'est plus tout à fait exacte si le diaphragme est au delà de la lentille (*fig.* 104); la clarté se répartissant alors sur un cercle de l'objectif de diamètre O, tel que

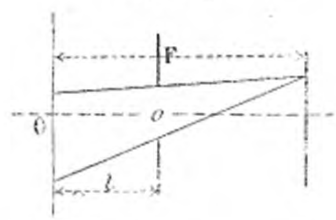
$$\frac{\mathrm{O}}{o} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{F}-l},$$

l'éclat intrinsèque de l'image sera, en remplaçant o par cette valeur de O,

$$e = \mathrm{E}\,\frac{\pi o^2 \mathrm{F}^2}{4\mathrm{F}^2(\mathrm{F}-l)^2} = \mathrm{E}\,\frac{\pi o^2}{4(\mathrm{F}-l)^2}.$$

Ceci montre qu'il y a un avantage, au point de vue de l'éclat, à mettre le diaphragme au delà de la lentille; mais il faut remarquer

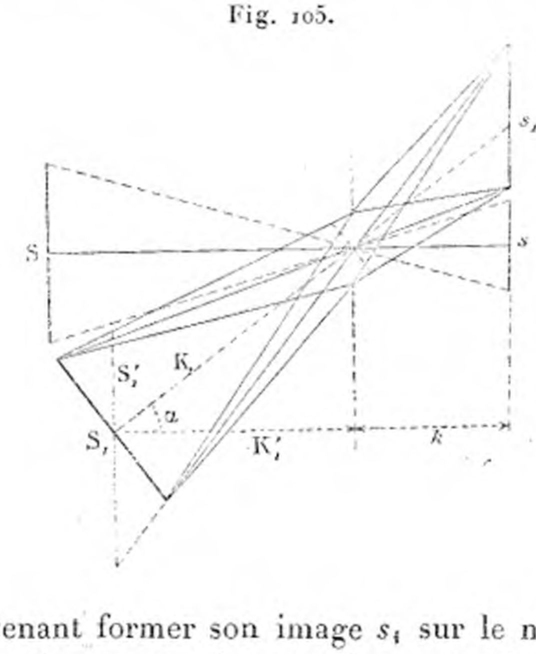
Fig. 104.



que, dans ce cas, il faudra diminuer son ouverture pour obtenir une correction équivalente des aberrations, de sorte qu'en somme les deux solutions se valent.

Considérons maintenant un plan oblique S_1, de même surface que S (*fig.* 105), d'éclat intrinsèque E_1, situé à une distance K_1 de

Fig. 105.



l'objectif, et venant former son image s_1 sur le même plan focal que S. K_1 étant beaucoup plus grand que ne l'indique la figure, les rayons lumineux envoyés par S_1 et traversant le diaphragme forment sensiblement un cylindre dont la section droite est de $\frac{\pi o^2 \cos\alpha}{4}$; la clarté transmise sera donc égale à

$$E_1 S_1 \frac{\pi o^2 \cos\alpha}{4} \frac{1}{K_1^2},$$

et e_1, l'éclat intrinsèque de l'image s_1, aura pour valeur :

$$e_1 = E_1 \frac{S_1}{s_1} \frac{\pi o^2 \cos\alpha}{4} \frac{1}{K_1^2}.$$

Or, en appelant S'_1 la section cylindrique perpendiculaire à l'axe principal Ss, et K'_1 sa distance au plan principal de la lentille, on a

$$\frac{S_1}{S'_1} = \cos\alpha$$

et

$$\frac{S'_1}{s_1} = \frac{K_1'^2}{k^2} = \frac{K_1^2 \cos^2\alpha}{k^2}.$$

En multipliant membre à membre, il vient

$$\frac{S_1}{s_1} = \frac{K_1^2 \cos^3\alpha}{k^2};$$

d'où, en substituant, on a, en somme :

$$e_1 = E_1 \frac{\pi o^2 \cos^4\alpha}{4k^2},$$

d'où

$$e_1 = e \cos^4\alpha \frac{E_1}{E}.$$

Ceci nous montre que l'éclat e_1 de l'image s_1 est indépendant de la distance K_1, et qu'à égalité d'éclat de l'objet, c'est-à-dire si $E_1 = E$, il varie comme $\cos^4\alpha$.

e_1 est à peu près égal à e quand α est petit, mais il diminue ensuite rapidement quand α augmente, ainsi que le montre le Tableau suivant :

ANGLE DE CHAMP.	α Demi-angle de champ.	r Rayon correspondant.	$\cos^4 \alpha$.	e_1 Éclat de l'image sur la circonférence r.
0°..................	0°	0	0	e
10°..................	5°	0,09 f	0,98	0,98 e
20°..................	10°	0,18 f	0,94	0,94 e
30°..................	15°	0,27 f	0,87	0,87 e
40°..................	20°	0,36 f	0,77	0,77 e
50°..................	25°	0,47 f	0,67	0,67 e
60°..................	30°	0,58 f	0,56	0,56 e
65°..................	32° 30'	0,64 f	0,50	0,50 e
70°..................	35°	0,70 f	0,45	0,45 e
80°..................	40°	0,84 f	0,34	0,34 e
90°..................	45°	f	0,25	0,25 e

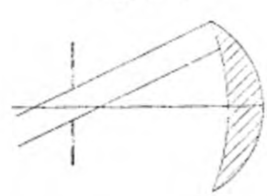
e représentant l'éclat de l'image au centre de la plaque, et e_1 son éclat sur une circonférence tracée de ce centre avec le rayon r; r dépend du champ et de la distance focale principale f:

$$r = f \operatorname{tang} \alpha.$$

C'est la valeur de tang α qui figure en chiffres dans la troisième colonne.

Donc, pour un champ total de 40°, à une distance du centre de la plaque égale aux 0,27, un peu plus du quart, du foyer, la diminution d'éclat sur les bords est déjà de plus de $\frac{1}{5}$; pour un champ de 65°, sur un rayon de 0,64 ou des $\frac{2}{3}$ environ du foyer, cette diminu-

Fig. 106.

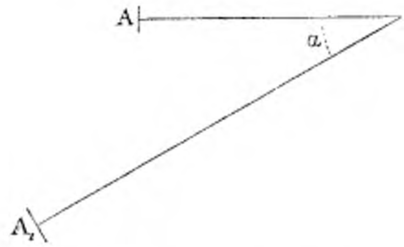


tion est de moitié; elle est des $\frac{3}{4}$ pour un champ de 90°, sur un rayon égal au foyer.

En revanche, nous pouvons faire remarquer que les rayons obliques (*fig.* 106), tombant plus près des bords des lentilles, traversent une épaisseur de verre moins grande que les rayons centraux.

Il n'en reste pas moins une diminution considérable d'éclat qu'il faudra compenser dans la pratique en plaçant sur les bords de l'image les objets les plus lumineux. Ainsi, soient deux objets A et A_1 (*fig.* 107); pour que leurs images aient même clarté,

Fig. 107.



il faudra que les éclats intrinsèques de ces images soient égaux, c'est-à-dire que

$$e_1 = e \qquad \text{ou} \qquad e = e \cos^4 \alpha \frac{E_1}{E},$$

d'où

$$\frac{E_1}{E} = \frac{1}{\cos^4 \alpha},$$

ou que l'éclat intrinsèque propre de A_1 et celui de A soient dans le rapport de $\frac{1}{\cos^4 \alpha}$.

La diminution rapide de la clarté de l'image quand on s'éloigne du centre nous amène à cette conclusion, qu'il n'y a pas intérêt à trop accroître le champ des objectifs.

Clarté au centre. — La *clarté au centre* pour des objets infiniment éloignés, la seule dont on s'occupe d'ordinaire,

$$e = \frac{E\pi}{4} \frac{o^2}{F^2},$$

est proportionnelle au carré du diamètre du diaphragme et en raison inverse du carré du foyer; autrement dit, la *clarté* d'un objectif est proportionnelle au carré du rapport du diamètre du diaphragme à la distance focale principale.

C'est, en général, par le rapport inverse que l'on désigne le diaphragme; un objectif diaphragmé à $\frac{F}{5}$, cela veut dire que le diamètre du diaphragme est égal au $\frac{1}{5}$ de la distance focale. Le même objectif, diaphragmé à $\frac{F}{10}$, formera une image dont la clarté sera quatre fois moindre que celle donnée par le diaphragme $\frac{F}{5}$.

Clarté normale. — Le Congrès international de Photographie a fixé comme *unité de clarté* ou comme *clarté normale* d'un objectif donné, l'éclat intrinsèque de l'image obtenue avec le *diaphragme,* dit *normal,* d'ouverture utile égale à $\frac{F}{10}$, abstraction faite de la composition de cet objectif et des autres causes qui peuvent influer sur l'éclat de l'image en son centre.

Or cette clarté *normale* a pour expression :

$$C = \frac{E\pi}{4}\,\frac{F^2}{100\,F^2} = \frac{E\pi}{4 \times 100}.$$

Avec un autre diaphragme $\frac{F}{n}$, l'éclat intrinsèque de l'image sera

$$C' = \frac{E\pi F^2}{4n^2F^2} = \frac{E\pi}{4n^2}.$$

Et la clarté, pour ce diaphragme, sera le rapport :

$$\frac{C'}{C} = \frac{\dfrac{E\pi}{4n^2}}{\dfrac{E\pi}{4 \times 100}} = \frac{100}{n^2},$$

ce qui permet de déterminer C′, si l'on connaît C.

Temps de pose. — Le *temps de pose,* T avec le diaphragme normal $\frac{F}{10}$, T′ avec un autre diaphragme $\frac{F}{n}$, est l'inverse de la clarté ; on a donc

$$\frac{T'}{T} = \frac{n^2}{100}.$$

Or, par décision du Congrès, tout diaphragme doit être marqué d'un numéro d'ordre p, représentant l'inverse du rapport de sa surface à celle du diaphragme normal :

$$p = \frac{\frac{\pi F^2}{100}}{\frac{\pi F^2}{n^2}} = \frac{n^2}{100} = \frac{T'}{T}.$$

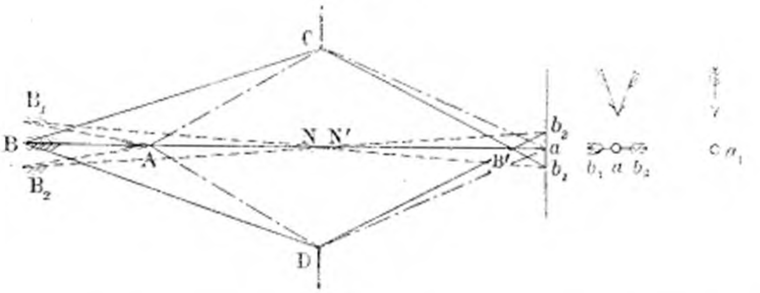
On voit que p indique justement le coefficient par lequel il faut, pour avoir le temps de pose avec le diaphragme $\frac{F}{n}$, multiplier la durée correspondant à l'emploi du diaphragme normal.

Pour pouvoir comparer exactement, à ce point de vue, deux objectifs différents, il faudrait tenir compte des éléments d'absorption ou de perte de lumière tenant à la constitution même de l'appareil, c'est-à-dire de la limpidité et de l'épaisseur des verres, et des réflexions intérieures dont nous parlerons plus tard.

Il faut encore faire remarquer que, aux termes de la décision du Congrès, dire qu'un objectif est diaphragmé à $\frac{F}{n}$, cela ne signifie pas que le diaphragme a $\frac{F}{n}$ pour diamètre, mais, plus exactement, « que le cône des rayons réfractés, provenant d'un faisceau incident parallèle à l'axe, a pour angle, au sommet, celui d'un triangle isocèle, dont la base serait $\frac{1}{n}$ de la hauteur, ou encore que la section droite de ce même cône d'émergence par le plan principal d'émergence est un cercle de diamètre égal à $\frac{F}{n}$. »

Déformations produites par un trop grand diaphragme. — Soit une flèche AB placée sur l'axe principal d'une lentille (*fig.* 108). Régulièrement, elle devrait avoir pour perspective un simple point a, foyer conjugué de A, et ne montrer sur l'image que sa pointe, a_1. Mais, soient CD l'ouverture de la lentille et B' le foyer conjugué de B; un rayon marginal, tel que BC, émergera suivant CB' et viendra former en b_1, sur l'écran, une image de B. Tous les points de la partie supérieure du bois de la flèche, compris entre A et B, formeront de même, entre a et b_1, leur image d'autant plus nette que B sera plus près de A. De l'autre côté, le rayon BD for-

Fig. 108.



mera une seconde image, b_2, de B, et une seconde portion de ligne $b_2\,a$, composée des images de plus en plus nettes des points de la moitié inférieure de la flèche compris entre B et A. On verra donc à la fois, sur la plaque, la pointe et les deux côtés de la flèche $b_1 a b_2$.

Si nous supposons que AB soit un objet à deux faces planes, tel qu'un livre, par exemple, au lieu de ne paraître sur l'image que par son dos ou par sa tranche, il figurera ou bien sous l'apparence fausse d'un livre ouvert, ou sous l'aspect absurde d'un livre à dos volumineux. Et si le volume, posé sur une table, a sa tranche supérieure au niveau du centre de l'objectif, cette tranche paraîtra aussi sur l'image. L'angle de déformation apparente B_1AB_2 est d'autant plus ouvert que A est plus rapproché de l'objectif et que CD est plus grand.

Ce genre de déformation, dite souvent *stéréoscopique,* parce qu'elle résulte d'une sorte de vision binoculaire, s'observe fréquemment dans les portraits, pour lesquels on fait usage d'objectifs à grand diaphragme et à court foyer; si l'on rapproche trop le modèle, sa tête semble s'élargir, ses oreilles se détachent et s'avancent, la ressemblance est faussée.

C'est une cause de déformation dont il importe de tenir compte dans l'emploi du diaphragme.

Résumé. — Si nous résumons les conditions imposées au diaphragme, nous les trouverons quelque peu contradictoires.

Il faut qu'il soit *petit* pour assurer l'aplanétisme suivant l'axe, faciliter la mise au point sur une surface plane en augmentant la profondeur de foyer, et augmenter le champ; il doit être *grand* pour accroître la *clarté* de l'image. Mais il ne le faut pas trop grand, pour ne pas créer l'effet stéréoscopique.

D'autre part, il faut, avec un ménisque convergent, placer le diaphragme du côté creux, et assez loin de la lentille, pour diminuer l'astigmatisme; il faut le rapprocher, au contraire, pour augmenter le champ; enfin, il faut le transporter du côté convexe pour combattre la distorsion.

Dans la pratique, on se tire d'affaire avec un compromis, qui atténue à la fois toutes les aberrations sans en supprimer complètement aucune.

2° OBJECTIF COMPOSÉ.

L'objectif simple n'est jamais exempt d'une distorsion dont le sens varie avec la position du diaphragme. Pour rétablir l'exactitude perspective de l'image, on a eu l'idée d'associer deux objectifs simples, en plaçant le diaphragme dans l'intervalle qui les sépare; de cette façon, en effet, l'influence du diaphragme se partage en deux résultats contraires qui se détruisent.

Distance focale principale. — Ce dispositif a encore l'avantage, comme nous l'avons vu en traitant des systèmes de lentilles, de permettre de diminuer le foyer de la combinaison résultante, avec des lentilles composantes de courbure assez peu accentuée, ce qui atténue les aberrations. En effet, en nous reportant à la formule de deux lentilles convergentes, nous voyons que la distance focale de la lentille équivalente est :

$$F = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{\varphi_1 + \varphi_2 - E},$$

F est toujours plus petit que φ_1 et que φ_2, quand E lui-même est moindre que φ_1 et que φ_2. F diminue avec E et il atteint son minimum $\frac{\varphi_1\varphi_2}{\varphi_1+\varphi_2}$ quand E est nul.

Si, par exemple, $\varphi_1 = \varphi_2$,

$$F = \frac{\varphi^2}{2\varphi - E},$$

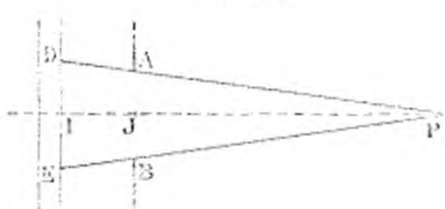
ce qui pour $E = 0$ se réduit à $\frac{\varphi}{2}$. La distance focale minimum de l'objectif composé de deux éléments égaux est donc la moitié de la distance focale de ces éléments. Le maximum est d'ailleurs $F = \varphi$, quand E lui-même est égal à φ.

Clarté. Ouverture efficace. — La clarté a toujours pour expression, au centre de l'image,

$$e = \frac{E\pi o'^2}{4F^2}.$$

Ici o' n'est plus le diamètre du diaphragme, mais le diamètre de l'*ouverture efficace* de l'objectif. Soient $AB = o$ le diamètre du diaphragme (*fig.* 109), ED la lentille équivalente de la combi-

Fig. 109.



naison d'incidence, P le foyer conjugué, par rapport à cette lentille, d'un point de l'objet situé sur l'axe principal ; joignant PA, PB, et prolongeant jusqu'à la lentille, nous aurons en DE, sur le plan principal d'émergence, l'*ouverture efficace* cherchée de diamètre o'.

Or

$$o' = DE = \frac{AB.PI}{PJ} = \frac{op}{p-l},$$

en appelant p la distance focale conjuguée PI, et l la distance IJ du diaphragme au plan principal.

Donc

$$e = \frac{E\pi}{4F^2}\frac{o^2p^2}{(p-l)^2}, \qquad \frac{1}{e} = \frac{4F^2}{E\pi o^2}\left(1-\frac{l}{p}\right)^2.$$

Si l'on suppose le sujet à une distance infinie, c'est-à-dire $p = f_1$, l'expression devient :

$$\frac{1}{e} = \frac{4F^2}{E\pi o^2}\left(1-\frac{l}{f_1}\right)^2.$$

$\frac{1}{e}$ représente la *durée de pose,* qui augmente avec F, p et f_1, et diminue quand o et l augmentent.

Donc il faut d'autant *plus* de pose que :

1°, l'objectif, et,

2°, la partie de l'objectif située en avant du diaphragme, sont de plus long foyer,

3°, l'objet est plus rapproché,

4°, le diaphragme est plus étroit et,

5°, plus rapproché de la lentille d'incidence.

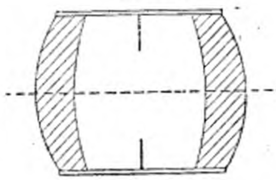
Tout ce qui a été dit ci-dessus, relativement à la clarté normale, au numérotage des diaphragmes et au calcul du temps de pose, s'applique aussi à l'objectif composé.

Emplacement du diaphragme. — Le diaphragme doit laisser passer tous les rayons axiaux qui se croisent réellement ou virtuellement au centre optique, il faut donc le placer au point de croisement *réel* de ces rayons. Or, nous avons vu que des trois points de croisement (points nodaux et centre optique) il y en avait un de réel; si l'objectif est formé de deux systèmes convergents, ce point réel est le *centre optique,* situé entre les deux lentilles proportionnellement à leurs distances focales. Le diaphragme sera donc au centre optique de la lentille équivalente de l'objectif complet.

L'objectif composé est dit *double, triple,* etc., selon le nombre de groupes distincts de lentilles qu'il comporte.

Objectif double symétrique. — La combinaison double la plus simple et la plus anciennement employée, est celle de deux lentilles composées, achromatiques et aplanétiques égales, formant

Fig. 110.



deux ménisques convergents disposés face à face, avec le diaphragme au milieu (*fig.* 110).

Dans l'objectif symétrique, il n'y a pas de distorsion; chaque moitié étant séparément achromatique et aplanétique, l'ensemble jouit des mêmes propriétés. Les éléments de la lentille équivalente sont fournis par les formules (p. 38)

$$n_1 N = \frac{E\varphi}{2\varphi - E}, \qquad n'_2 N' = -\frac{E\varphi}{2\varphi - E}$$

et

$$F = \frac{\varphi^2}{2\varphi - E},$$

dans lesquelles n_1, n'_1, n_2, n'_2 et φ représentent les points nodaux et la distance focale des deux composantes, N et N', et F ceux de l'objectif entier, E l'écart $n'_1 n_2$ entre les points nodaux composants intérieurs. Par hypothèse, E est inférieur à φ; les signes sont donc en évidence.

N et N' coïncident si $n_1 N + (-n'_2 N') - 2e = E$, en appelant e l'épaisseur de chaque lentille composante. Ce qui donne :

$$\frac{2E\varphi}{2\varphi - E} - 2e - E = 0,$$

ou

$$E^2 + 2eE - 4e\varphi = 0,$$

d'où

$$E = -e + \sqrt{e^2 + 4e\varphi}.$$

Alors l'objectif jouit des propriétés de la *lentille sans épaisseur*.

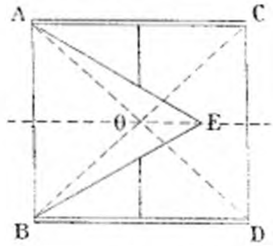
Dans l'objectif symétrique, l'astigmatisme subsiste et aussi la courbure du champ. Mais cet astigmatisme est peu important, si l'écart des lentilles est réglé de façon que les rayons rencontrent les diverses surfaces sous des incidences presque normales.

Les *points nodaux* sont tous deux virtuels, mais le *centre optique* est réel et exactement situé au milieu des deux lentilles; c'est là que sera le diaphragme.

Par raison de symétrie, les deux lentilles ont même ouverture.

Si les points nodaux coïncident avec le centre optique en O [lentille sans épaisseur (*fig.* 111)], le *champ* total de visibilité

Fig. 111.



est limité par les droites AD et BC qui rasent les bords de la monture. Mais c'est seulement dans l'angle AEB que l'ouverture efficace du diaphragme sera toute utilisée. De EA à OA, l'éclat diminuera deplus en plus vite, puisqu'à l'influence du facteur $\cos^4\alpha$ vient s'ajouter l'arrêt par la monture d'une partie de plus en plus considérable des rayons que laisserait passer le diaphragme. Cet angle AEB diminue quand le diaphragme augmente. Donc, plus le

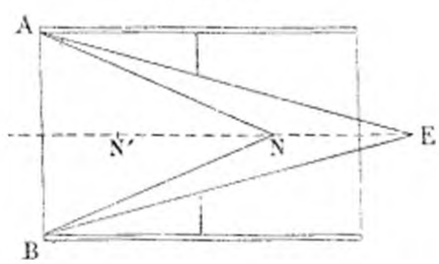
Fig. 112.

diaphragme est étroit, plus le champ d'éclat à peu près constant s'étend; il y a donc avantage à diminuer le diaphragme quand on veut avoir un champ étendu.

Si les lentilles composantes sont plus près l'une de l'autre que dans le cas précédent, les points nodaux se rapprochent chacun de la lentille de même espèce et le champ augmente (*fig.* 112); mais, pour conserver aux rayons lumineux leur incidence proche de la normale, il faut augmenter les courbures, et par conséquent les aberrations, ce qui force à diminuer le diaphragme. On aura donc à la fois plus de champ, moins de foyer et moins de clarté. C'est la disposition dite *grand angulaire*.

Si les lentilles sont plus écartées que dans le cas de la *fig.* 111 (*fig.* 113), les points nodaux se rapprochent chacun de la lentille d'autre espèce, et le champ AEB diminue rapidement. Mais les courbures sont plus faibles, le diaphragme plus large. On a moins de champ, plus de foyer et plus de clarté. C'est l'objectif dit *rapide*.

Fig. 113.



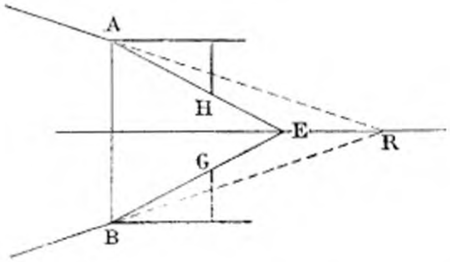
Dans l'objectif symétrique, chacune des lentilles, étant corrigée pour son compte, peut être employée seule et forme alors, avec le diaphragme du système, un objectif simple, de foyer double à peu près de celui de l'objectif composé.

Remarque. — En réalité, le champ vrai de l'objectif n'est pas mesuré par l'angle AEB, comme nous l'avons supposé, pour simplifier, dans ce qui précède (*fig.* 114), mais bien par l'angle ARB, que font les rayons incidents qui, après avoir traversé la lentille d'avant, deviennent AE et BE.

E et R sont foyers conjugués, l'un réel, l'autre virtuel; le *champ vrai* sera égal au *champ théorique* quand E et R coïncideront.

c'est-à-dire quand E sera placé au plan de Bravais de la lentille d'incidence; le champ vrai sera plus grand ou moindre que l'autre,

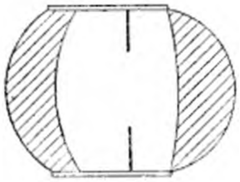
Fig. 114.



selon que le point E tombera en deçà ou au delà de ce plan de Bravais.

Objectif double dissymétrique (*fig.* 115). — Cet objectif est formé de deux lentilles composées différentes et se corrigeant l'une

Fig. 115.



l'autre. Ces lentilles ne sauraient être employées séparément. Mais ensemble, grâce à la quantité d'éléments variables dont on dispose, elles donnent une correction beaucoup plus complète des aberrations que le système précédent.

Emplacement du diaphragme. — Ici encore, c'est le *centre optique* qui est réel et se trouve placé entre les deux lentilles à des distances de leurs points nodaux internes proportionnelles à leurs distances focales. C'est cette même position qu'occupera le diaphragme.

Prenons comme exemple d'objectifs dissymétriques les *anastigmats* de Zeiss. Le professeur Rudolph a démontré, par le calcul et par l'expérience, que la combinaison symétrique à caractère normal était impropre à faire disparaître à la fois l'astigmatisme et la courbure du champ; si, avec un certain écartement des lentilles, la surface focale est sensiblement plane, l'astigmatisme est très prononcé; si l'on écarte davantage les lentilles, l'astigmatisme diminue, mais la courbure de la surface augmente; si l'on rapproche les lentilles, l'astigmatisme augmente et la surface focale se courbe en sens contraire.

D'autre part, si l'on associe deux combinaisons anormales, on arrive à aplanir la surface focale et à détruire en même temps l'astigmatisme, mais l'aplanétisme ne peut être réalisé.

Le Dr Rudolph a eu l'idée d'associer une combinaison normale, avec une combinaison anormale, toutes deux séparément achromatiques, dans chacune l'élément divergent ayant le plus grand pouvoir dispersif. Mais la lentille normale est construite de façon à corriger un peu trop l'aplanétisme, en conservant l'astigmatisme et la courbure du champ, et la lentille anormale, grâce à la supériorité de l'indice de réfraction de l'élément convergent, sert à détruire l'astigmatisme et la courbure du champ, en même temps que son défaut d'aplanétisme annule l'excès de correction de la même aberration, apporté par la première lentille. La création de ces objectifs a été un événement dans l'histoire de la Photographie.

Les *objectifs à portraits,* formule Petzval, sont aussi de la forme dissymétrique; ils sont construits de façon à donner le *plus de clarté possible,* avec un parfait aplanétisme suivant l'axe et une surface focale assez plane; mais les autres aberrations et la distorsion ne sont pas corrigées.

Citons encore comme objectifs dissymétriques :

Les *objectifs téléphotographiques,* formés de deux éléments convergents très écartés et donnant des images droites et à très grande distance focale ;

Les *téléobjectifs,* formés d'un élément convergent et d'un élément divergent. Ils sont construits pour donner de grandes distances focales, sans exiger une monture trop longue ni un tirage exagéré ; nous en avons discuté les principes à propos de la lentille équivalente. Les corrections se font aisément d'un élément par l'autre.

Dans les téléobjectifs, c'est le point nodal d'incidence qui est réel; c'est là que devra être placé le diaphragme, à une distance de la lentille antérieure, déterminée par la formule de la lentille équivalente (*voir* p. 41) :

$$n_1 N = -\frac{E\varphi_1}{E-\varphi_1+\varphi_2}.$$

Objectif triple. — Étant donné un objectif double, formé de deux lentilles convergentes achromatiques, à corrections incomplètes ou nulles, on intercale un élément achromatique divergent, chargé seulement d'une ou de plusieurs de ces corrections. Ce dispositif, connu sous le nom de *triplet,* est abandonné aujourd'hui.

Objectifs multiples. — En principe, plus on augmente le nombre de lentilles entrant dans une combinaison, et plus on a de moyens à sa disposition pour faire disparaître les aberrations; mais aussi plus on complique la construction, plus on éteint les rayons lumineux, tant à cause des épaisseurs de verre croissantes, qu'à cause des réflexions intérieures multipliées, et plus aussi on accumule les *résidus de corrections,* qui en s'additionnant, arrivent à créer des aberrations nouvelles, à mesure que les anciennes disparaissent.

Tache centrale. — C'est à des réflexions intérieures qu'est due l'existence de la *tache centrale,* que produisent souvent les objectifs d'ancienne construction et qui n'est autre qu'une image réelle du diaphragme, produite par double réflexion sur les faces internes des lentilles, et par réfraction à travers la lentille d'émergence. Pour faire disparaître cette tache centrale, il a suffi, quand la cause en eut été découverte par Dallmeyer, de modifier les courbures de façon que cette image devînt virtuelle.

CHAPITRE VI.

CALCUL D'UN OBJECTIF.

Pour calculer un objectif, on commence, en s'inspirant des considérations qui précèdent, par fixer la composition de l'appareil, le nombre et la nature des lentilles composées et des lentilles simples à employer.

Les formules de la *lentille équivalente* servent ensuite à établir une série de relations approchées entre les distances focales, les indices de réfraction, les rayons de courbure et les écartements des lentilles composantes, d'après la distance focale et les propriétés générales que doit avoir la combinaison cherchée.

Ce premier travail montre dans quelles conditions générales le problème est possible et permet d'en arrêter les grandes lignes.

Pour le calcul définitif, on emploie successivement deux méthodes différentes :

La première dite *méthode directe* ou mieux *méthode algébrique* ou *approchée,* due à Clairaut, et perfectionnée par Euler, d'Alembert, Lagrange, Herschell, Martin, etc., fournit des formules algébriques établissant, pour des lentilles supposées *sans épaisseur,* les valeurs des rayons de courbure, en fonction des indices de réfraction, des longueurs focales et de certaines conditions déterminées d'aplanétisme, d'achromatisme ou autres.

Cette méthode algébrique ne peut suffire, en raison du caractère approximatif des formules et parce qu'elle laisse dans le vague l'épaisseur et l'écartement des lentilles. Mais on peut se servir des données qu'elle fournit, pour construire graphiquement le profil des lentilles et, sachant l'ouverture qu'on veut donner à l'objectif, déduire de ce tracé des épaisseurs et des écartements approchés.

Ce premier travail est assez précis, pour qu'il soit ensuite loisible de procéder empiriquement sur la matière même, en construisant sur ces données un grand nombre de lentilles à peu près identiques et en les essayant successivement, deux à deux, quatre à quatre, etc., jusqu'à ce que, au prix de légères retouches, le résultat de la combinaison soit jugé acceptable.

Mais il est préférable et plus exact de faire ces tâtonnements par le calcul, et pour cela d'employer la *méthode indirecte* ou *trigonométrique* ou *exacte,* indiquée par Gauss, inventée par Klugel (1778) et perfectionnée par Bohnenberger, Littrow, etc. On part des éléments des lentilles, tels qu'ils viennent d'être déterminés par le calcul approché, et l'on calcule trigonométriquement le trajet des rayons qui traversent le système. Si la réunion des rayons marginaux et centraux de diverses couleurs ne se fait pas bien sur l'axe et hors de l'axe, on fait des approximations successives, jusqu'à ce que les résultats numériques soient satisfaisants, et il n'y a plus ensuite qu'à construire un appareil reproduisant exactement les résultats vérifiés par le calcul.

Le travail est long et minutieux, mais il ne présente pas de difficultés particulières et peut s'appliquer à tous les cas possibles.

Nous allons, sans entrer dans des détails par trop abstraits et d'un caractère peu pratique, montrer comment les calculs peuvent être conduits dans l'une et l'autre méthode.

MÉTHODE DIRECTE, ALGÉBRIQUE OU APPROCHÉE.

Prenons pour exemple le calcul d'une lentille double convergente, de *distance focale* donnée, *aplanétique* et *achromatique* suivant l'axe.

Nous pouvons établir trois équations de condition :

1° L'équation de *convergence,* fixant la valeur de la distance focale ;

2° L'équation d'*aplanétisme,* exprimant la coïncidence des foyers des rayons marginaux et des rayons centraux, issus d'un même point pris sur l'axe ;

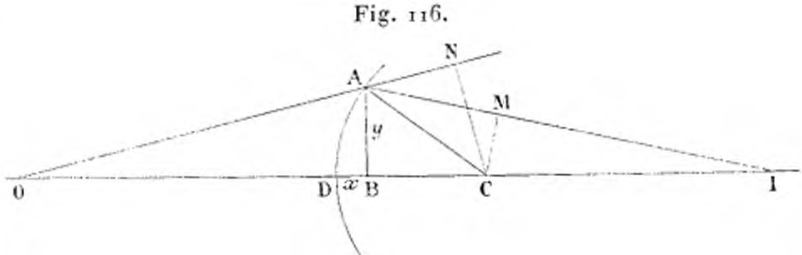
3° L'équation d'*achromatisme,* satisfaite quand les foyers des rayons centraux de deux couleurs différentes se confondent sur l'axe.

Conditions de Clairaut, de d'Alembert, de Prazmowski. — Il y a quatre inconnues, les quatre rayons de courbure, le problème est donc indéterminé et l'on peut ajouter une condition à celles qui précèdent; la condition supplémentaire généralement admise dans le cas présent est celle de *Clairaut:* les deux rayons de courbure des deux faces internes des lentilles sont égaux, le flint et le crown s'appliquent exactement l'un sur l'autre, le contact parfait est assuré par l'interposition d'une couche mince de baume de Canada, ce qui diminue d'une unité le nombre des surfaces de séparation et par conséquent les pertes de lumière et les chances de halo qu'amènent les réflexions intérieures.

Pour les lentilles d'un grand diamètre, la condition de Clairaut est pratiquement inapplicable; on peut la remplacer par d'autres conditions formulées par *d'Alembert* et qui présentent, suivant le cas, un certain intérêt, telle que celle d'assurer l'aplanétisme des rayons obliques; la *condition de Prazmowski,* à laquelle on a souvent recours, quand le nombre des lentilles simples augmente, consiste à donner aux rayons lumineux, qui traversent le système, le minimum de déviation, ce qui assure une grande stabilité aux corrections.

1° Équation de convergence. — *Cas d'une surface réfringente.* — Considérons la première surface (*fig.* 116). Soient D la dis-

Fig. 116.



tance DO, F la distance DI du sommet D à l'objet et à son image, R le rayon de courbure et n l'indice. D'après la notation d'Herschell, nous prenons pour variables les inverses de ces quantités, et nous appelons $d = \frac{1}{D}$ la *proximité* du point considéré, $m = \frac{1}{n}$ l'*inverse de l'indice*, $f = \frac{1}{F}$ le *pouvoir*, $r = \frac{1}{R}$ la *courbure*. Nous conservons les conventions de signes déjà établies, d'où il résulte que les courbures sont positives pour les surfaces convexes vers l'incidence, et négatives pour les autres. Les accents s'appliquent encore aux points et surfaces d'émergence de chaque lentille, et les indices 1 et 2 différencient les parties de la première et de la deuxième lentille [1]

Soient OA un rayon incident, AI le rayon réfracté. Abaissons les perpendiculaires CN et CM sur ces rayons.

Appelons y la demi-corde AB et x la flèche BD.

Les triangles semblables OCN, OAB et ICM, IAB donnent :

$$\frac{CO}{OA} = \frac{CN}{AB} \quad \text{et} \quad \frac{CI}{IA} = \frac{CM}{AB},$$

d'où

$$\frac{CO}{CI} = \frac{CN}{CM} \cdot \frac{OA}{IA}, \tag{1}$$

or

$$\frac{CN}{CM} = \frac{\sin CAN}{\sin CAM} = n = \frac{1}{m}, \qquad CO = -D + R = -\frac{1}{d} + \frac{1}{r} = \frac{d-r}{dr}$$

et

$$CI = F - R = \frac{r-f}{fr}.$$

On sait du reste que

$$y^2 = (2R - x)x = 2Rx - x^2,$$

ou, en négligeant x^2, puisque x est du second ordre par rapport à y,

$$y^2 = 2Rx = \frac{2x}{r};$$

[1] Toutes ces notations et conventions, et l'exposé des méthodes directe et indirecte sont empruntés aux travaux de M. Martin, revus et publiés par M. Wallon dans le *Bulletin de la Société française de Photographie*, 1893, page 473, et 1892, page 349.

du reste,

$$\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BO}^2 = y^2 + (-D + x)^2 = y^2 - 2Dx + (-D)^2$$
$$= y^2\left(1 - \frac{D}{R}\right) + (-D)^2 = y^2\,\frac{d-r}{d} + \left(-\frac{1}{d}\right)^2,$$

d'où

$$OA = \left[\left(-\frac{1}{d}\right)^2 + y^2\,\frac{d-r}{d}\right]^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{d} - \frac{y^2}{2}(d-r),$$

en développant par la formule de Taylor et négligeant y^4, comme nous avons négligé x^2.

De même

$$IA = [y^2 + (F - x)^2]^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{f} + \frac{y^2}{2}(f - r).$$

Remplaçons toutes ces quantités par leur valeur dans l'équation (1) :

$$\frac{(d-r)}{(r-f)}\,\frac{f}{d} = \frac{1}{m}\cdot\frac{-\frac{1}{d} - \frac{y^2}{2}(d-r)}{\frac{1}{f} + \frac{y^2}{2}(f-r)} = \frac{1}{m}\cdot\frac{f}{d}\,\frac{-1 - d(d-r)\frac{y^2}{2}}{1 + f(f-r)\frac{y^2}{2}},$$

d'où l'on tire, en développant et supprimant les puissances supérieures à y^2 :

$$(2)\qquad r - f = m(r-d)\left\{1 + [f(f-r) + d(r-d)]\,\frac{y^2}{2}\right\},$$

$$(3)\quad f = r(1-m) + dm - (r-d)\,m\,[f(f-r) + d(r-d)]\,\frac{y^2}{2}.$$

Le terme en y^2 de cette équation représente l'*aberration longitudinale de sphéricité :* pour éliminer l'inconnue f dans ce terme, procédons par voie d'approximation successive, en remplaçant $f\,(f-r)$ par sa valeur tirée de (2) et de (3), et en négligeant les termes en y^2, puisque ce produit doit être multiplié lui-même par $\frac{y^2}{2}$,

$$f(f-r) = m(d-r)\,r(1-m) + dm^2(d-r)$$
$$= mr(d-r) + m^2(d-r)^2.$$

En reportant dans le second membre de la formule (3), il vient :

$$\begin{aligned} f &= r(1-m) + dm \\ &\quad - (r-d)^2 m [mr(d-r) + m^2(d-r)^2 + d(r-d)] \frac{y^2}{2}, \\ &= r(1-m) + dm - (r-d)^2 m [-mr + d + m^2(r-d)] \frac{y^2}{2}, \end{aligned}$$

$$(4) \quad f = r(1-m) + dm + (r-d)^2 m(1-m)[mr - d(1+m)] \frac{y^2}{2}.$$

Cas d'une lentille. — Prenons une seconde surface de courbure r', formant avec la première surface une lentille *sans épaisseur*, et soit $n' = \frac{1}{m'}$ l'indice de réfraction par rapport au troisième milieu.

En négligeant l'aberration de sphéricité pour la première surface, c'est-à-dire en ne prenant que les rayons centraux et supprimant les termes en y^2, on a

$$f = r(1-m) + dm.$$

La seconde surface donnera de même, pour la proximité du foyer F',

$$f' = r'(1-m') + d'm',$$

et comme $d' = f$,

$$(5) \qquad f' = r'(1-m') + fm',$$

$$f' = r'(1-m') + m'[r(1-m) + dm)]$$

$$(6) \qquad f' = (1-m')r' + m'(1-m)r + dmm'.$$

Si le rayon incident primitif est parallèle à l'axe, $d = 0$, et le pouvoir principal l de la lentille a pour expression :

$$l = (1-m')r' + m'(1-m)r.$$

Dans le cas présent, la lentille est plongée dans un milieu homogène, et, par conséquent,

$$m' = \frac{1}{m} = n \qquad \text{et} \qquad mm' = 1,$$

on retombe alors sur les formules connues :

$$f' = (n-1)(r-r') + d \tag{7}$$

et

$$l = (n-1)(r-r'). \tag{8}$$

Cas de plusieurs lentilles. — Pour une succession de lentilles centrées, on aura donc :

$$\left\{\begin{array}{l} f'_1 = (n_1-1)(r_1-r'_1) + d_1 = l_1 + d_1, \\ f'_2 = (n_2-1)(r_2-r'_2) + d_2 = l_2 + d_2, \\ f'_3 = (n_3-1)(r_3-r'_3) + d_3 = l_3 + d_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f'_p = (n_p-1)(r_p-r'_p) + d_p = l_p + d_p. \end{array}\right. \tag{9}$$

On admet que ces lentilles se touchent et ont toutes une épaisseur nulle, ce qui entraîne :

$$f'_1 = d_2, \qquad f'_2 = d_3, \qquad \dots, \qquad f'_{(p-1)} = d_p.$$

En ajoutant membre à membre les équations (9), on a, pour p lentilles,

$$f'_p = l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_p + d_1,$$

et pour le pouvoir principal de ce système, en faisant $d_1 = 0$,

$$\varphi = l_1 + l_2 + l_3 + \dots. \tag{10}$$

C'est l'*équation de convergence*. En l'appliquant à deux lentilles seulement, elle s'écrit :

$$\varphi = (n_1-1)(r_1-r'_1) + (n_2-1)(r_2-r'_2). \tag{A}$$

2° Équation d'aplanétisme. — L'aberration longitudinale pour une surface réfringente est, d'après la formule (4), en négligeant les puissances de y supérieures à y^2,

$$\delta f = (r-d)^2 m(1-m)[mr - d(1+m)] \frac{y^2}{2}. \tag{11}$$

Après réfraction par une deuxième surface, le foyer des rayons marginaux différera du foyer des rayons centraux, pour deux raisons; d'abord parce que le premier foyer marginal diffère du premier foyer central de δf : l'équation (5) nous montre en effet qu'en remplaçant f par $f+\delta f$, nous aurons une première différence de foyer égale à $m'\delta f$; en second lieu, les rayons partant du point $f+\delta f$ donnent lieu à une nouvelle aberration qui s'ajoutera à la première et qui sera, en faisant dans (11) $d=f+\delta f$,

$$\delta f'=(r'-f-\delta f)^2 m'(1-m')\,[m'r'-(f+\delta f)\,(1+m')]\,\frac{y^2}{2};$$

la variation totale sera

$$\Delta f'=m'\delta f+\delta f'.$$

Dans le calcul de $\delta f'$ on peut négliger δf en présence de f et écrire :

$$\delta f'=(r'-f)^2 m'(1-m')[m'r'-f(1+m')]\,\frac{y_2}{2},$$

et comme $f=r(1-m)+dm$, on aura, en effectuant les calculs et faisant $mm'=1$ et $m'=n$,

$$\delta f'=n\,(1-n)\,\frac{y^2}{2}\,(r'-r)\left\{\begin{aligned}&n\,(r'-r)^2\\&+(r'-r)\left[2r+\frac{r}{n}-d\left(2+\frac{n+1}{n}\right)\right]\\&+\frac{r^2}{n}\left(1+\frac{2}{n}\right)-d\left(\frac{2r}{n}+2\,\frac{n+2}{n^2}\,r\right)\\&+d^2\left(\frac{1}{n}+2\,\frac{n+1}{n^2}\right)\end{aligned}\right.$$

$$-\frac{y^2}{2}\,\frac{n-1}{n}\,(r-d)^2\left(\frac{r}{n}-\frac{n+1}{n}\,d\right)$$

et

$$\Delta f'=n(1-n)\,\frac{y^2}{2}\,(r'-r)\left\{\begin{aligned}&n\,(r'-r)^2\\&+(r'-r)\left[2r+\frac{r}{n}-d\left(2+\frac{n+1}{n}\right)\right]\\&+\frac{r^2}{n}\left(1+\frac{2}{n}\right)-d\left(\frac{2}{n}\,r+2\,\frac{n+2}{n^2}\,r\right)\\&+d^2\left(\frac{1}{n}+2\,\frac{n+1}{n^2}\right).\end{aligned}\right.$$

Or

$$l = (n-1)(r-r'),$$

d'où, après avoir développé le deuxième membre, ordonné par rapport à r et r' et simplifié,

$$\Delta f' = n^2 l \frac{y^2}{2} \left\{ \begin{array}{l} r^2\left(1-\frac{2}{n}+\frac{2}{n^3}\right)+rr'\left(-2+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^3}\right)+r'^2 \\ -d\left[r\left(-\frac{3}{n}+\frac{3}{n^2}+\frac{4}{n^3}\right)+r'\left(\frac{3}{n}+\frac{1}{n^2}\right)\right] \\ +d^2\left(\frac{3}{n^2}+\frac{2}{n^3}\right); \end{array} \right.$$

en faisant $d=0$ dans cette formule, nous trouvons l'expression que nous avons donnée page 72, pour l'aberration longitudinale d'une lentille.

Écrivons cette valeur sous la forme :

$$\Delta f' = n^2 l \frac{y^2}{2}(S - Td + Vd^2).$$

Pour un nombre quelconque de lentilles infiniment voisines l'aberration totale serait :

$$\Delta\varphi' = \frac{y^2}{2}[n_1^2 l_1(S_1 - T_1 d_1 + V_1 d_1^2) + n_2^2 l_2(S_2 - T_2 d_2 + V_2 d_2^2) + \ldots,$$

avec

$$\begin{aligned} d_2 &= l_1 + d_1, \\ d_3 &= l_2 + d_2 = l_2 + l_1 + d_1, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ d_p &= l_p + d_{p-1} = l_p + l_{p-1} + \ldots + l_1 + d_1. \end{aligned}$$

Pour deux lentilles, ces équations se réduisent à

$$\Delta\varphi' = \frac{y^2}{2}[n_1^2 l_1(S_1 - T_1 d_1 + V_1 d_1^2) + n_2^2 l_2(S_2 - T_2 d_2 + V_2 d_2^2)],$$

avec

$$d_2 = l_1 + d_1,$$

et, pour les rayons parallèles à l'axe, $d_1 = 0$, $d_2 = l_1$,

$$\Delta\varphi' = \frac{y^2}{2}[n_1^2 l_1 S_1 + n_2^2 l_2(S_2 - T_2 l_1 + V_2 l_1^2)].$$

Remplaçant S_1, S_2, T_2, V_2 par leurs valeurs, développant et ordonnant,

$$
(\mathrm{B})\qquad \left\{
\begin{aligned}
\Delta\varphi' = \frac{y^2}{2}\Bigg[& \frac{n_1+2}{n_1}\, l_1 r_1^2 + \frac{n_2+2}{n_2}\, l_2 r_2^2 - \frac{2n_1+1}{n_1-1}\, l_1^2 r_1 \\
& - \left(\frac{2n_2+1}{n_2-1}\, l_2^2 + \frac{4n_2+4}{n_2}\, l_1 l_2\right) r_2 + \frac{n_1^2}{(n_1-1)^2}\, l_1^3 \\
& + \frac{3n_2+2}{n_2}\, l_1^2 l_2 + \frac{n_2^2}{(n_2-1)^2}\, l_2^3 + \frac{3n_2+1}{n_2-1}\, l_2^2 l_1 \Bigg]
\end{aligned}
\right\} = 0.
$$

Pour que l'aberration longitudinale soit *nulle,* c'est-à-dire pour que la lentille double soit aplanétique sur l'axe principal, on égale à zéro la quantité entre crochets du deuxième membre. C'est l'*équation d'aplanétisme.*

3° **Équation d'achromatisme.** — On achromatise d'ordinaire, en Photographie, par la réunion des foyers principaux de la raie D du sodium (jaune) et de la raie G de l'indium (violet).

Soient n_1, n_2, l_1, l_2 et φ les indices et les pouvoirs relatifs à la raie D; pour la raie G, ces quantités seront $n_1+\delta n_1$, $n_2+\delta n_2$, $\ldots$, $\varphi+\delta\varphi$.

Or l'équation de convergence (A) donne :

$$\varphi = (n_1-1)(r_1-r'_1) + (n_2-1)(r_2-r'_2)$$

et

$$d\varphi = \delta n_1(r_1-r'_1) + \delta n_2(r_2+r'_2).$$

En égalant le deuxième membre à zéro, on a l'équation demandée.

Introduisons l_1 et l_2, à l'aide de la formule (8), il vient :

$$(12)\qquad 0 = \delta n_1 \frac{l_1}{n_1-1} + \delta n_2 \frac{l_2}{n_2-1};$$

le pouvoir dispersif de chaque verre a pour valeur, par définition :

$$\pi_1 = \frac{\delta n_1}{n_1 + \dfrac{\delta n_1}{2} - 1} \qquad \text{et} \qquad \pi_2 = \frac{\delta n_2}{n_2 + \dfrac{\delta n_2}{2} - 1},$$

ou, en négligeant $\frac{\delta n_1}{2}$ et $\frac{\delta n_2}{2}$ au dénominateur,

$$\pi_1 = \frac{\delta n_1}{n_1 - 1} \qquad \text{et} \qquad \pi_2 = \frac{\delta n_2}{n_2 - 1}$$

En substituant dans l'équation précédente (12) :

$$0 = \pi_1 l_1 + \pi_2 l_2$$

et, soit $\omega = \frac{\pi_1}{\pi_2}$ le rapport des pouvoirs dispersifs, on a en somme :

$$\text{(C)} \qquad 0 = l_1 \omega + l_2.$$

C'est l'*équation d'achromatisme*.

Valeur des courbures. — Les trois équations (A), (B) et (C), jointes à celle-ci,

$$\text{(D)} \qquad r'_1 = r_2,$$

qui exprime la condition de Clairaut (p. 117), permettent de déterminer les courbures des lentilles. Il suffit de les résoudre par rapport à r_1, r'_1, r_2 et r'_2.

Pour faciliter le calcul, il est plus simple de prendre pour unité l_1, le pouvoir de la première lentille. Alors l'équation (C) se réduit à

$$\text{(C')} \qquad 0 = \omega + l_2$$

et l'équation (B) devient, en supposant qu'on veuille l'*aplanétisme* parfait, c'est-à-dire l'aberration longitudinale nulle,

$$\text{(B')} \left\{ \begin{aligned} & \frac{n_1+2}{n_1} r_1^2 - \frac{2n_1+1}{n_1-1} r_1 - \frac{n_2+2}{n_2} \omega r_2^2 \\ & - \left(\frac{2n_2+1}{n_2-1} \omega^2 - \frac{4n_2+4}{n_2} \omega \right) r_2 \\ & + \frac{n_1^2}{(n_1-1)^2} - \frac{3n_2+2}{n_2} \omega - \frac{n_2^2}{(n_2-1)^2} \omega^3 + \frac{3n_2+1}{n_2-1} \omega^2 = 0. \end{aligned} \right.$$

Éliminons de cette équation les inconnues autres que r_2.

Les formules (8), (D) et (C') nous donnent :

$$l_1 = (n_1 - 1)(r_1 - r'_1) = 1, \qquad l_2 = (n_2 - 1)(r_2 - r'_2) = -\omega,$$
$$r'_1 = r_2,$$

d'où

$$r_1 = r'_1 + \frac{1}{n_1 - 1} = r_2 + \frac{1}{n_1 - 1}$$

et

$$r'_2 = r_2 + \frac{\omega}{n_2 - 1}.$$

Substituons cette valeur de r_1 dans l'équation (B'), et posons :

$$\alpha_1 = \frac{1}{n_1 - 1}, \qquad A_1 = \frac{n_1 + 2}{n_1}, \qquad B_1 = \frac{2n_1 + 1}{n_1 - 1},$$

$$E_1 = \frac{n_1^2}{(n_1 - 1)^2}, \qquad G_1 = \frac{4n_1 + 4}{n_1}, \qquad J_1 = \frac{3n_1 + 1}{n_1 - 1},$$

et

$$L_1 = \frac{3n_1 + 2}{n_1},$$

α_2, A_2, B_2, etc., représentant les mêmes coefficients pour la seconde lentille.

Et posons encore :

$$C = A_2\omega, \qquad D = G_2\omega - B_2\omega^2, \qquad F = L_2\omega - J_2\omega^2 + E_2\omega^3,$$

on a, en définitive :

$$(A_1 - C)r_2^2 + (D + 2A_1\alpha_1 - B_1)r_2 + A_1\alpha_1^2 - B_1\alpha_1 + E_1 - F = 0,$$

d'où l'on tire

$$r_2 = \frac{\left\{\begin{array}{l} -(D + 2A_1\alpha_1 - B_1) \\ \pm\sqrt{(D + 2A_1\alpha_1 - B_1)^2 - 4(A_1 - C)(A_1\alpha_1^2 - B_1\alpha_1 + E_1 - F)} \end{array}\right.}{2(A_1 - C)},$$

et, en posant

$$a = A_1 - C,$$

$$b = D + 2A_1\alpha_1 - B_1$$

et

$$c = \frac{A_1\alpha_1^2 - B_1\alpha_1 + E_1 - F}{2(A_1 - C)},$$

on a enfin :

$$r_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Résumé. — En tenant compte de toutes les notations adoptées, voici donc les valeurs des quatre courbures d'un système double, convergent, aplanétique et achromatique pour les rayons parallèles à l'axe.

$$r_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

$$r_1 = r_2 + \alpha_1,$$

$$r'_1 = r_2,$$

$$r'_2 = r_2 + \omega\alpha_2.$$

De l'hypothèse admise : $l_1 = +1$, il résulte implicitement que la lentille convergente, en crown ou verre léger, est placée en avant, vers l'incidence.

L'objectif ainsi calculé a pour pouvoir principal [formules (10) et (C')] :

$$\varphi = l_1 + l_2 = 1 - \omega.$$

Les rayons de courbure et la longueur focale sont les inverses de r_1, r_2 et r'_2 et de φ.

M. Martin a calculé et réuni, sous forme de Tables, les valeurs numériques de tous les coefficients, A, B, C, etc. et de leurs logarithmes, en fonction des indices [1].

Marche du calcul. — Étant donnés les deux verres à employer, on mesure leurs indices n_1 et n_2, et $n_1 + \delta n_1$ et $n_2 + \delta n_2$. On en déduit les pouvoirs dispersifs π_1 et π_2, le rapport ω de ces pouvoirs dispersifs et $\varphi = 1 - \omega$ le pouvoir focal de la combinaison, en fonction du pouvoir de la lentille convergente, pris pour unité.

On calcule successivement, soit avec les Tables de logarithmes ordinaires, soit avec les Tables de logarithmes de sommes et de

---

[1] Ces Tables sont insérées dans le *Bulletin de la Société française de Photographie*, année 1893, p. 525. Elles font partie d'un important et très complet Mémoire de M. Martin, publié par les soins et avec la collaboration de M. Wallon, et qui a pour titre : *Méthode directe pour la détermination des courbures des objectifs de Photographie*. C'est à ce Mémoire que nous avons emprunté tous les calculs relatifs aux objectifs, en conservant scrupuleusement les notations adoptées par les auteurs. Les personnes désireuses de suivre en détail l'établissement et la discussion des formules, ou celles qui voudraient en faire l'application à la recherche d'un système optique inédit, trouveront dans ce travail, sous une forme pratique, tous les renseignements nécessaires.

différences de Gauss, soit encore et mieux à l'aide des Tables spéciales de M. Martin, la valeur des coefficients A_1, B_1, C_1, α_1, A_2, B_2, etc., et enfin a, b et c, d'où l'on tire la valeur de la courbure r_2, et ensuite celle des deux autres courbures et du pouvoir de la lentille.

Il y a deux solutions, selon le signe que l'on donne au radical de r_2. On étudie ces deux solutions et l'on prend celle qui convient le mieux au but proposé.

Lentille retournée. — Si nous voulons mettre le flint en avant, nous trouverons d'autres courbures, car les aberrations sont différentes, quoique le pouvoir ne change pas. C'est l_2 que l'on prend alors pour unité, et les formules deviennent :

$$r_2 = \frac{\left\{\begin{array}{l} B_2 - G_2\omega + (B_1 - 2A_1\alpha_1)\omega^2 \\ \pm\sqrt{\begin{array}{r}[B_2 - G_2\omega + (B_1 - 2A_1\alpha_1)\omega^2]^2 - 4(A_2 - A_1\omega) \\ {}[(B_1\alpha_1 - A_1\alpha_1^2 - E_1)\omega^3 + L_2\omega^2 - J_2\omega + E_2)]\end{array}}\end{array}\right.}{2(A_2 - A_1\omega)},$$

$$r_1 = r_2 - \omega\alpha_1,$$

$$r'_1 = r_2,$$

$$r'_2 = r_2 - \alpha_2$$

et $\quad \varphi = 1 - \omega.$

Lentille divergente. — Pour passer à la lentille divergente de même foyer, il suffit de changer tous les signes des courbures.

Lentille triple. — Le calcul se fait de même. Seulement, nous réunirons trois couleurs, d'indices n_1, $n_1 + \delta n_1$, $n_1 + \delta' n_1$, etc., ce qui nous donnera deux équations d'achromatisme,

$$l_2 = -l_1\omega$$

et

$$l_3 = l_1\omega';$$

les signes indiquent que la première et la troisième lentille sont convergentes et l'intermédiaire divergente.

L'équation d'aplanétisme a la forme

$$r_2 = \frac{-Y \pm \sqrt{Y^2 - 4XZ}}{2X},$$

qui, avec

$$r_1 = r_2 + \alpha_1,$$
$$r'_1 = r_2, \qquad \text{(condition de Clairaut)}$$
$$r'_2 = r_2 + \omega\alpha_2,$$
$$r_3 = r'_2, \qquad \text{(id.)}$$
$$r'_3 = r'_2 - \omega'\alpha_3,$$

détermine les six courbures.

Ici,

$$X = A_1 - A_2\omega + A_3\omega',$$
$$Y = 2A_1\alpha_1 + 2A_3\alpha_2\omega\omega' - B_1 - B_2\omega^2 - B_3\omega'^2 + G_2\omega - G_2\omega'(1-\omega),$$
$$Z = A_1\alpha_1^2 + A_3\alpha_2^2\omega^2\omega' - B_1\alpha_1 - B_3\alpha_2\omega\omega'^2 + E_1 - E_2\omega^3 + E_3\omega'^3$$
$$- G_3\alpha_2\omega\omega'(1-\omega) + J_2\omega^2 + J_3\omega'^2(1-\omega) - L_2\omega + L_3\omega'(1-\omega)^2,$$
$$\omega = \frac{\pi'_1\pi_3 - \pi_1\pi'_3}{\pi_3\pi'_2 - \pi'_3\pi_2}$$

et

$$\omega' = \frac{\pi'_1\pi_2 - \pi_1\pi'_2}{\pi_3\pi'_2 - \pi'_3\pi_2}.$$

π_1, π_2, π_3 sont les pouvoirs dispersifs de la première à la deuxième couleur.

π'_1, π'_2, π'_3 sont les pouvoirs dispersifs de la première à la troisième couleur.

Les autres notations ont la même signification qu'aux cas précédents.

Le pouvoir principal

$$\varphi = 1 - \omega + \omega'$$

et le système est convergent si $\omega - \omega' < 1$.

Les trois raies sur lesquelles on achromatise sont alors D, F et γ de l'hydrogène.

Condition de Prazmowski. — On peut aussi, au lieu d'achromatiser une troisième couleur, prendre une autre condition, celle de Prazmowski, je suppose.

Cette condition est que les rayons traversent la combinaison tout entière sous le minimum de déviation; elle est satisfaite quand le produit des cosinus des angles d'incidence est égal au produit des cosinus des angles de réfraction (¹) :

$$\cos i_1 \cos i'_1 \cos i_2 \cos i'_2 \ldots = \cos r_1 \cos r'_1 \cos r_2 \cos r'_2 \ldots.$$

Sans entrer dans le détail du calcul, que l'on peut trouver dans le Mémoire de M. Martin, nous nous bornerons à donner les formules auxquelles on arrive pour une lentille double et pour une lentille triple, quand on remplace l'équation ou l'une des équations données par la condition de Clairaut, par l'équation que fournit la condition de Prazmowski appliquée aux rayons centraux incidents parallèles à l'axe.

Lentille double, aplanétique, achromatisée pour deux couleurs et satisfaisant à la condition de Prazmowski.

$$r_2 = \frac{\left\{\begin{array}{l} -(D + 2A_1\beta\gamma - B_1\beta) \\ \pm\sqrt{(D+2A_1\beta\gamma - B_1\beta)^2 - 4(A_1\beta^2 - C)(A_1\gamma^2 - B_1\gamma + E_1 - F)} \end{array}\right.}{2(A_1\beta^2 - C)},$$

$$r_1 = \beta r_2 + \gamma,$$

$$r'_1 = r_1 - \alpha_1,$$

$$r'_2 = r_2 + \omega\alpha_2$$

avec

$$\varphi = 1 - \omega.$$

Dans ces formules :

$$\beta = \frac{G_2}{G_1}\omega, \qquad \gamma = \frac{P_1 + P_2\omega^2 - G_2\omega}{G_1} \qquad \text{et} \qquad P = \frac{2n+2}{n-1}.$$

Le reste de la notation comme ci-dessus.

Lentille triple, aplanétique, achromatisée pour trois couleurs et satisfaisant à la condition de Prazmowski (rayons parallèles).

$$r_2 = \frac{-Y' \pm\sqrt{Y'^2 - 4X'Z'}}{2X'},$$

$$r_1 = r_2 + \alpha_1,$$

$$r'_1 = r_2, \qquad \text{(condition de Clairaut)},$$

$$r'_2 = r_2 + \omega\alpha_2,$$

$$r_3 = \beta' r_2 + \gamma',$$

$$r'_3 = r_3 - \omega'\alpha_3,$$

(¹) Voir *Traité de la Lumière*, par HERSCHELL ; éq. (i), § 216.

avec

$$\varphi = 1 - \omega + \omega'$$

Dans ces formules :

$$X' = A_1 - A_2\omega + A_3\omega',$$

$$Y' = 2A_1\alpha_1 - B_1 + 2A_3\omega'\beta'\gamma' - B_2\omega^2 - B_3\omega'^2\beta' + G_2\omega - G_3\omega'(\omega - 1)\beta',$$

$$Z' = E_1 - B_1\alpha_1 + A_1\alpha_1^2 - L_2\omega + A_3\omega'\gamma'^2 + J_2\omega^2 - B_3\gamma'\omega'^2 - G_3\omega'(\omega-1)\gamma' - E_2\omega^3 - E_3\omega'^3 + L_3\omega'(\omega-1)^2 - J_3\omega'^2(\omega-1),$$

$$\beta' = \frac{G_2\omega - G_1}{G_3\omega'}$$

et

$$\gamma' = \frac{P_1 + P_2\omega^2 + P_3\omega'^2 - G_2\omega - G_3\omega'(\omega - 1)}{G_3\omega'}.$$

Dans un objectif double, où l'on dispose d'un plus grand nombre de variables, on peut conserver la condition de Clairaut, pour toutes les lentilles accolées, tout en admettant la condition de Prazmowski pour l'ensemble. Dans l'objectif symétrique à points nodaux coïncidants, cette dernière condition se trouve réalisée par la construction même de l'appareil.

MÉTHODE INDIRECTE, TRIGONOMÉTRIQUE OU EXACTE.

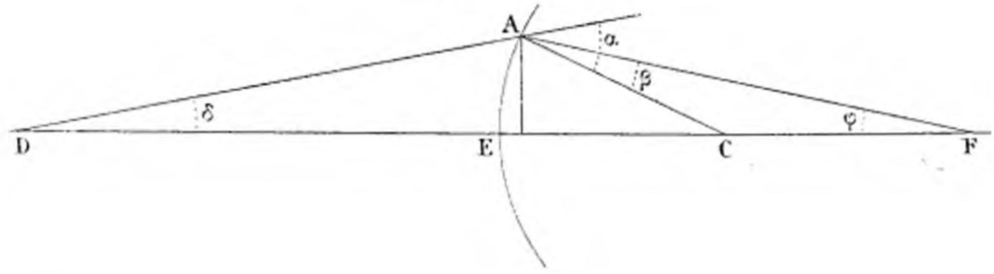
Les calculs qui précèdent ne peuvent donner qu'une valeur approchée des courbures, puisque nous avons négligé certains éléments importants, tels que l'épaisseur des verres, et limité l'ouverture des lentilles, en négligeant les puissances supérieures à y^2.

Il est donc indispensable de vérifier et de préciser les résultats fournis par cette première méthode; cette vérification consiste à suivre, dans leur trajet à travers l'objectif, deux rayons centraux jaune et violet, et deux rayons marginaux colorés de même et à s'assurer qu'à l'émergence, tous quatre se coupent au même point (1).

(1) Les développements qui suivent sont empruntés à un Mémoire de M. Mar-

Soit la première surface réfringente (*fig.* 117).

Fig. 117.



Nous aurons, comme précédemment :

$$DE = D = \frac{1}{d}, \quad \text{en valeur absolue,}$$

$$EF = F = \frac{1}{f}, \qquad (\text{id.})$$

$$EC = R = \frac{1}{r}, \qquad (\text{id.})$$

$$n = \frac{1}{m}.$$

$(-d)$ et f sont les *proximités conjuguées*, r la *courbure* et n l'*indice de réfraction*.

Les triangles DAF et CAF nous donnent, pour les *rayons centraux*, en confondant les angles avec leurs sinus,

$$(1) \qquad f = r(1 - m) - dm.$$

Pour les *rayons marginaux*, nous aurons

$$\sin\alpha = \frac{y}{R} = ry$$

tin, publié par les soins de M. Wallon dans le *Bulletin de la Société française de Photographie*, année 1892, p. 349, sous le titre : *Détermination des courbures de l'objectif grand angulaire pour vues, présenté au Concours de la Société française de Photographie.*

et

$$\frac{CD}{CA} = \frac{\sin\alpha}{\sin\delta}$$

ou

(2) $$\sin\alpha = \left(1 + \frac{r}{d}\right)\sin\delta,$$

(3) $$m\sin\alpha = \sin\beta,$$

(4) $$\varphi = \alpha - \beta - \delta,$$

et, enfin,

$$EF = R + CF = R\left(1 + \frac{\sin\beta}{\sin\varphi}\right)$$

ou

(5) $$f = \frac{r}{1 + \frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$$

La formule (1) donne la *proximité focale* d'un rayon central d'indice de réfraction $\frac{1}{m}$.

Les formules (2), (3), (4), (5) qui renferment une inconnue f et trois variables à éliminer, α, β et φ, donnent de même la *proximité focale* d'un rayon incident, faisant avec l'axe l'angle δ.

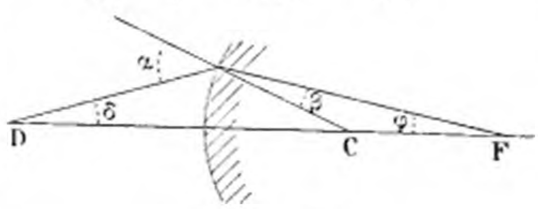
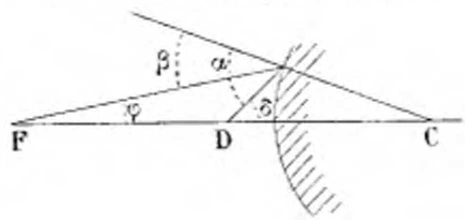
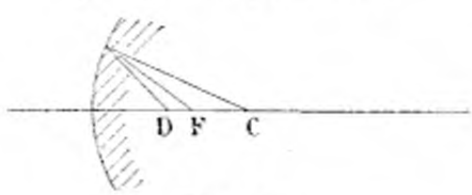
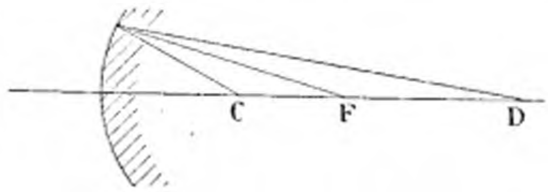
Ces formules suffiraient, avec les conventions de signes ordinaires, pour permettre de calculer, de proche en proche, les foyers successifs fournis par chaque surface de séparation.

Mais, comme le calcul se fait par logarithmes, on ne peut avoir affaire à des quantités négatives et il faut disposer ces formules de façon à opérer toujours sur les valeurs absolues des quantités qui y figurent. Il est donc inutile d'introduire les conventions de signes qui nous ont déjà servi. Mais il faut faire varier les signes des termes de la formule, selon la disposition des points en présence.

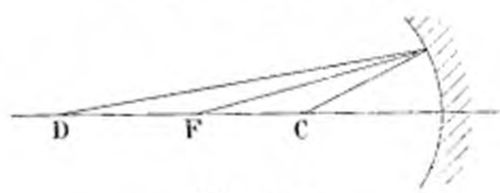
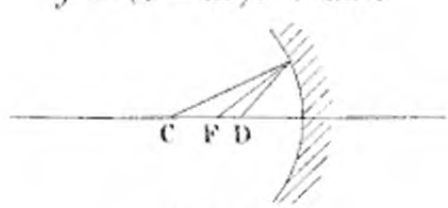
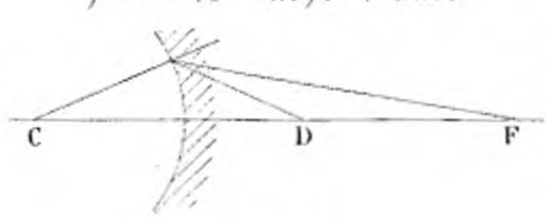
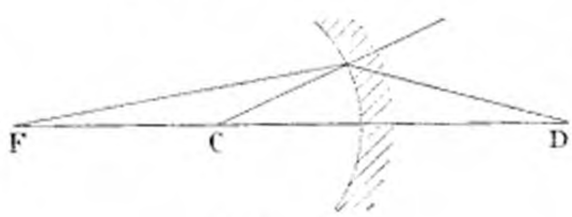
Or, la question se peut présenter de seize manières différentes, selon que la surface réfringente est convexe ou concave, convergente ou divergente, que D est réel ou virtuel, et à droite ou à gauche du foyer principal et du centre de courbure.

Voici le Tableau de ces seize cas, auquel il faudra toujours se reporter à chaque réfraction nouvelle.

1° *Surface convexe convergente.*

POSITION du point lumineux.		RAYONS CENTRAUX.	RAYONS MARGINAUX.
D réel.	A gauche du foyer principal.	$f=(1-m)r-dm.$  Fig. 118	$\sin\alpha=\left(1+\frac{r}{d}\right)\sin\delta,$ $m\sin\alpha=\sin\beta,$ $\varphi=\alpha-\beta-\delta,$ $f=\frac{r}{1+\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$
	A droite du foyer principal.	$f=-(1-m)r+dm.$  Fig. 119.	$\sin\alpha=\left(1+\frac{r}{d}\right)\sin\delta,$ $m\sin\alpha=\sin\beta,$ $\varphi=-\alpha+\beta+\delta,$ $f=\frac{r}{-1+\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$
D virtuel.	A gauche du centre.	$f=(1-m)r+dm.$  Fig. 120.	$\sin\alpha=\left(1-\frac{r}{d}\right)\sin\delta,$ $m\sin\alpha=\sin\beta,$ $\varphi=-\alpha+\beta+\delta,$ $f=\frac{r}{1-\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$
	A droite du centre.	$f=(1-m)r+dm.$  Fig. 121.	$\sin\alpha=\left(\frac{r}{d}-1\right)\sin\delta,$ $m\sin\alpha=\sin\beta,$ $\varphi=\alpha-\beta+\delta,$ $f=\frac{r}{1+\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$

2° *Surface concave divergente.*

POSITION du point lumineux.		RAYONS CENTRAUX.	RAYONS MARGINAUX.
D réel.	A gauche du centre.	$f = (1 - m) r + dm.$  Fig. 122.	$\sin\alpha = \left(\frac{r}{d} - 1\right)\sin\delta,$ $m\sin\alpha = \sin\beta,$ $\varphi = \alpha - \beta + \delta,$ $f = \frac{r}{1 + \frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$
	A droite du centre.	$f = (1 - m) r + dm.$  Fig. 123.	$\sin\alpha = \left(1 - \frac{r}{d}\right)\sin\delta,$ $m \sin\alpha = \sin\beta,$ $\varphi = -\alpha + \beta + \delta,$ $f = \frac{r}{1 - \frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$
D virtuel.	A gauche du foyer.	$f = -(1 - m) r + dm.$  Fig. 124.	$\sin\alpha = \left(1 + \frac{r}{d}\right)\sin\delta,$ $m \sin\alpha = \sin\beta,$ $\varphi = -\alpha + \beta + \delta,$ $f = \frac{r}{-1 + \frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$
	A droite du foyer.	$f = (1 - m) r - dm.$  Fig. 125.	$\sin\alpha = \left(1 + \frac{r}{d}\right)\sin\delta,$ $m \sin\alpha = \sin\beta,$ $\varphi = \alpha - \beta - \delta.$ $f = \frac{r}{1 + \frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$

3° *Surface convexe divergente.*

<table>
<tr><th colspan="2">POSITION du point lumineux.</th><th>RAYONS CENTRAUX.</th><th>RAYONS MARGINAUX.</th></tr>
<tr><td colspan="2">D réel.</td><td>$f = (n-1)r + dn.$

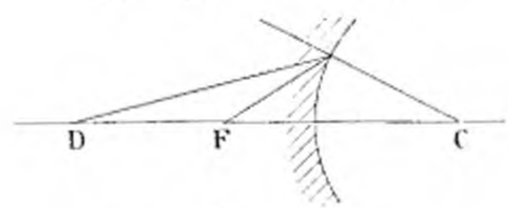



Fig. 126.</td><td>$\sin\alpha = \left(1+\frac{r}{d}\right)\sin\delta,$
$n\sin\alpha = \sin\beta,$
$\varphi = -\alpha + \beta + \delta,$
$f = \frac{r}{1+\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">D virtuel.</td><td>A gauche du centre.</td><td>$f = -(n-1)r + dn.$

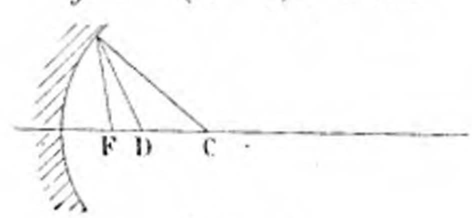



Fig. 127.</td><td>$\sin\alpha = \left(1-\frac{r}{d}\right)\sin\delta,$
$n\sin\alpha = \sin\beta,$
$\varphi = -\alpha + \beta + \delta,$
$f = \frac{r}{1-\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$</td></tr>
<tr><td>A droite du centre et à gauche du foyer.</td><td>$f = -(n-1)r + dn.$

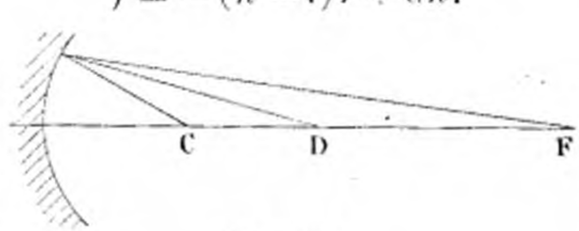



Fig. 128.</td><td>$\sin\alpha = \left(\frac{r}{d}-1\right)\sin\delta,$
$n\sin\alpha = \sin\beta,$
$\varphi = \alpha - \beta + \delta,$
$f = \frac{r}{1+\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$</td></tr>
<tr><td>A droite du foyer.</td><td>$f = (n-1)r - dn.$

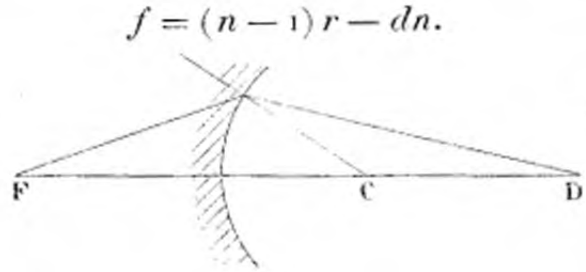
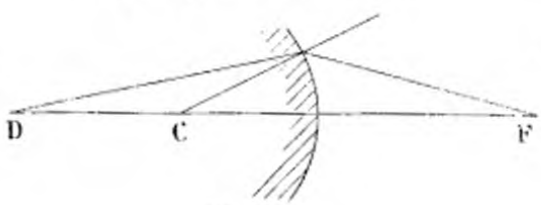
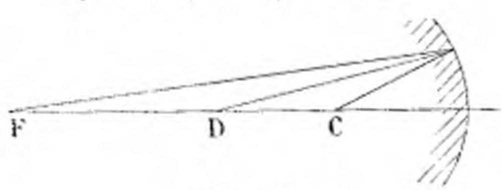
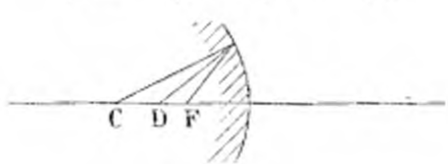
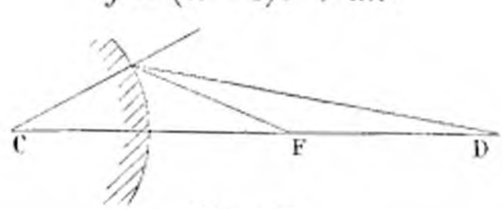



Fig. 129.</td><td>$\sin\alpha = \left(\frac{r}{d}-1\right)\sin\delta,$
$n\sin\alpha = \sin\beta,$
$\varphi = -\alpha + \beta - \delta,$
$f = \frac{r}{\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}-1}.$</td></tr>
</table>

4° *Surface concave convergente.*

POSITION du point lumineux.		RAYONS CENTRAUX.	RAYONS MARGINAUX.
D réel.	A gauche du foyer.	$f=(n-1)r-dn.$  Fig. 130.	$\sin\alpha=\left(\frac{r}{d}-1\right)\sin\delta,$ $n\sin\alpha=\sin\beta,$ $\varphi=-\alpha+\beta-\delta,$ $f=\frac{r}{\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}-1}.$
	A droite du foyer et à gauche du centre.	$f=-(n-1)r+dn.$  Fig. 131.	$\sin\alpha=\left(\frac{r}{d}-1\right)\sin\delta,$ $n\sin\alpha=\sin\beta,$ $\varphi=\alpha-\beta+\delta,$ $f=\frac{r}{1+\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}}.$
	A droite du centre.	$f=-(n-1)r+dn.$  Fig. 132.	$\sin\alpha=\left(1-\frac{r}{d}\right)\sin\delta,$ $n\sin\alpha=\sin\beta,$ $\varphi=-\alpha+\beta+\delta,$ $f=\frac{r}{\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}-1}.$
D virtuel.		$f=(n-1)r+dn.$  Fig. 133.	$\sin\alpha=\left(1+\frac{r}{d}\right)\sin\delta,$ $n\sin\alpha=\sin\beta,$ $\varphi=-\alpha+\beta+\delta,$ $f=\frac{r}{\frac{\sin\beta}{\sin\varphi}-1}.$

Marche du calcul. — Après avoir obtenu, par la méthode directe, les valeurs approchées des rayons de courbure, on construit graphiquement un profil de ces lentilles, en leur donnant l'ouverture voulue; on en déduit une valeur approchée des épaisseurs et des écartements. On se reportera aussi par la suite à cette épure, pour savoir quel est celui, des seize cas du Tableau précédent, auquel on a successivement affaire.

On suppose d'abord deux rayons *centraux*, jaune et violet; on en suit la marche, et l'on modifie les courbures jusqu'à ce que les rayons émergents viennent couper l'axe au même point.

On prend ensuite deux rayons *marginaux*, l'un jaune et l'autre violet, parallèles à l'axe; on devra trouver sensiblement pour eux le même foyer que pour les rayons centraux. S'il en est autrement, on fait varier le rapport des deux courbures du verre lourd, sans changer leur différence, de façon à diminuer les aberrations sans modifier le foyer, et l'on calcule à nouveau, par tâtonnements, la courbure du verre léger, à l'aide de la formule des rayons centraux. On recommence alors pour les rayons marginaux, et ainsi de suite, jusqu'à ce que la coïncidence des foyers soit suffisante. On fait ensuite les mêmes calculs pour une couleur intermédiaire, bleue ou indigo, pour se faire une idée des aberrations restantes.

Enfin, on calcule le produit des cosinus d'incidence, $\cos\alpha_1 \cos\alpha'_1 \cos\alpha_2$, ..., et celui des cosinus de réfraction, $\cos\beta_1 \cos\beta'_1 \cos\beta_2$, ... et l'on fait varier l'écartement jusqu'à ce que ces produits soient égaux (condition de Prazmowski).

Pour procéder à ces calculs, on commence par déterminer les logarithmes des données et des coefficients divers des formules. On suit ensuite concurremment les rayons jaunes et violets, d'une surface à l'autre sur l'épure et sur le Tableau qui précède, en employant les formules relatives à chaque cas particulier, ajoutant ou retranchant, chaque fois qu'il est nécessaire, l'épaisseur des lentilles ou l'écartement des sommets des surfaces successives.

Tous ces calculs se font aisément à l'aide des Tables de logarithmes d'addition et de soustraction de Gauss.

Points nodaux. Distance focale principale. — Il ne reste plus qu'à s'assurer que les points nodaux sont les mêmes pour le jaune et pour le violet, et à calculer la *distance focale principale* de la lentille équivalente du système considéré; puisque la quantité f, qui entre dans les formules précédentes, ne représente pas le *pouvoir*, mais la *proximité* ou l'inverse de la distance de chaque foyer successif à la dernière surface réfringente. Soient AB le

Fig. 134.

rayon incident et BC le rayon émergent définitif prolongés tous deux jusqu'à leur rencontre en B (*fig.* 134). On a

$$BC = \frac{y}{\sin\varphi},$$

facile à calculer.

Si l'objectif est *aplanétique*, c'est-à-dire si tous les rayons émergents correspondant aux valeurs diverses de y viennent passer en C, on démontre que le lieu de B est une sphère de centre C. Le point nodal d'émergence sera sur cette sphère ; donc la *distance focale principale* sera, pour le rayon considéré, égale à BC. On vérifiera si cette distance est la même pour les autres couleurs. En étudiant la marche des rayons en sens inverse, on trouvera de même le point nodal d'incidence.

On peut comparer ensuite ce résultat avec la position des points nodaux, telle qu'elle résulte de la théorie des lentilles équivalentes exposée plus haut.

Enfin, on prend un faisceau oblique et l'on étudie de même la marche de l'axe secondaire, celle de deux rayons extrêmes situés dans le plan déterminé par l'axe principal et l'axe secondaire et celle d'un troisième rayon extrême situé à 90° des premiers. On fait le calcul pour une seule couleur. En général, si les corrections sont bonnes sur l'axe principal, les aberrations seront négligeables sur le faisceau oblique; s'il y a lieu, cependant, on modifiera un peu les courbures, et l'on recommencera ensuite les calculs pour les rayons parallèles à l'axe, jusqu'à ce que tout soit en concordance satisfaisante.

Une fois l'objectif construit sur ces données numériques, il y aura encore quelques retouches locales à faire, mais de peu d'importance, et qui constituent le tour de main du fabricant.

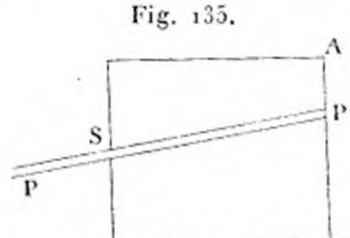
CHAPITRE VII.

NOMENCLATURE DES OBJECTIFS.

PETITE OUVERTURE SANS OBJECTIF.

La manière la plus simple de créer une image pouvant être photographiée, consiste à percer un petit trou, qu'on désigne parfois sous le nom de *sténopé,* dans la face antérieure de la chambre

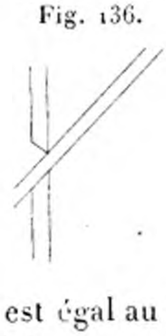
Fig. 135.



noire. L'image de tous les objets situés en avant vient se peindre sur la paroi plane ou courbe AB (*fig.* 135), quelle qu'elle soit.

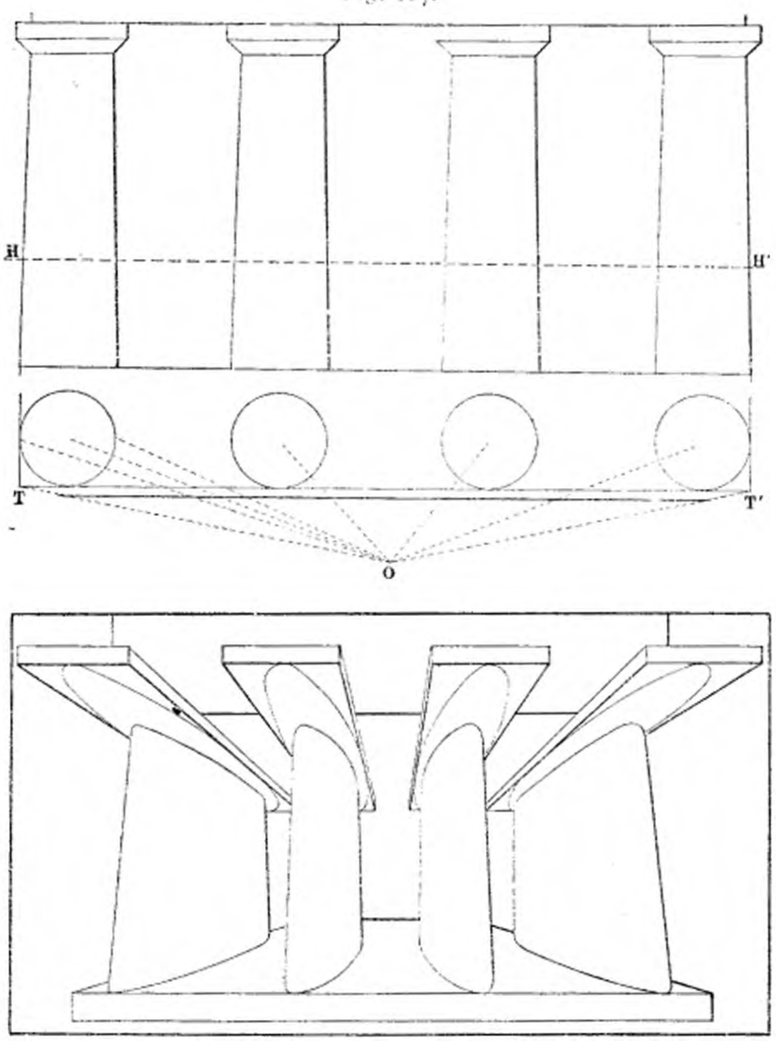
Dans ce cas, la profondeur de foyer et la profondeur de champ sont infinies; l'image est toujours au point; le rapport de réduc-

Fig. 136.



tion des objets représentés est égal au rapport des distances de S à l'image et à l'objet : $\frac{O}{I} = \frac{PS}{P'S}$. Le champ est considérable ; si le trou est percé en mince paroi (*fig.* 136), ce champ peut aller jusqu'à 150° ou 160°. Mais il n'y a pas intérêt à dépasser 90°, car le faisceau perd, dans ces conditions (*voir* p. 101), les $\frac{3}{4}$ de son éclat; de plus, à angle trop ouvert, la perspective plane donne des images déformées et choquantes. Tel l'aspect offert par une colon-

Fig. 137.



nade (*fig.* 137) prise d'un point de vue O, placé très près du tableau.

L'emploi du petit trou, à côté de quelques avantages, présente deux gros inconvénients. Le premier, c'est de donner très peu de clarté. L'éclat intrinsèque de l'image au centre est, en effet, de

$$e = \mathrm{E}\frac{\mathrm{D}^2}{\mathrm{K}^2},$$

D désignant le diamètre de l'ouverture et K sa distance au plan de l'image.

D ne peut être que très petit, car c'est de D que dépend la netteté relative de l'image. Cette image est formée, en effet, de faisceaux cylindriques qui s'appuient sur les bords du trou, et la netteté en un point quelconque sera toujours inférieure à D. Il faut donc, pour avoir une impression nette, diminuer D, mais alors on diminue la clarté; de plus, au-dessous d'une certaine limite, il y a diffraction des rayons lumineux et l'image disparaît.

Enfin, il y a une certaine relation à observer entre D et K; à une certaine distance de la paroi antérieure, en effet, l'image disparaît, les rayons qui devraient la produire se fondent, pour ainsi dire, s'évanouissent dans l'espace, et l'on n'a plus d'image.

M. le capitaine Colson a trouvé (*Bulletin de la Société française de Photographie,* année 1888) que, à chaque valeur de K, correspond une valeur de D pour laquelle la netteté de l'image passe par un maximum.

La relation empirique qui existe entre ces deux quantités et qui détermine par conséquent le *foyer* correspondant à une ouverture donnée est la suivante :

$$\mathrm{D}^2 = 0,00081\,\mathrm{K},$$

ou, plus généralement, en faisant intervenir la distance P de l'objet à photographier,

$$\mathrm{K} = \frac{\mathrm{D}^2}{0,00081 - \frac{\mathrm{D}^2}{\mathrm{P}}},$$

qui permet de résoudre tous les problèmes relatifs à l'emploi d'une petite ouverture.

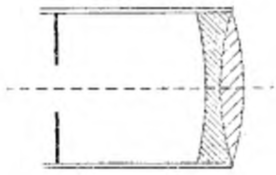
OBJECTIFS SIMPLES (1).

L'objectif simple a l'avantage de donner des images *brillantes*, parce qu'il y a peu d'absorption de lumière, en raison de la faible épaisseur de verre à traverser par les rayons, et peu de réflexions internes, à cause du petit nombre de surfaces de séparation. Les inconvénients de son emploi proviennent du rôle considérable dévolu au diaphragme, et de l'obligation qui s'impose d'en réduire le diamètre pour augmenter la profondeur de foyer et le champ, et combattre l'astigmatisme et les aberrations suivant l'axe. La clarté est donc faible, le champ restreint et la distorsion inévitable.

L'objectif simple se compose toujours de deux, trois ou quatre lentilles collées ensemble, ou très rapprochées, et d'un diaphragme placé en dehors, du côté de l'incidence.

Lentille double. — Cet objectif comporte une lentille achromatique, formée d'une combinaison normale; les verres composants

Fig. 138.



ont tantôt la forme biconvexe et biconcave (*fig.* 138), tantôt la

Fig. 139.

forme de ménisque (*fig.* 139); l'ensemble forme toujours un mé-

(1) La plupart des renseignements relatifs aux objectifs sont empruntés à l'excellent Ouvrage de M. Wallon : *Traité élémentaire de l'objectif photographique*. Grand in-8; 1891 (Paris, Gauthier-Villars et fils).

nisque convergent, tournant sa concavité vers l'objet. Le diamètre de la lentille est égal à environ le $\frac{1}{5}$ de la distance focale.

Le diaphragme est placé en avant, à une distance égale au diamètre de la lentille.

Avec un diaphragme de diamètre $\frac{F}{30}$, le champ de netteté ne dépasse pas 36°.

La distorsion est sensible, parce que le diaphragme est loin du point nodal d'émergence de la lentille.

L'introduction du caractère anormal a donné naissance à de nouveaux objectifs simples.

Tel est le *Plan anastigmat* de M. Zenger (*fig.* 140), formé d'une

Fig. 140.

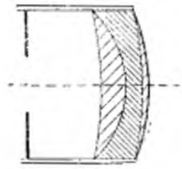
lentille plan-convexe en crown lourd à faible pouvoir dispersif, et d'une lentille plan-concave de même rayon, en crown léger d'un pouvoir dispersif supérieur, quoique faible encore. L'astigmatisme est corrigé, et l'aberration sphérique suivant l'axe n'a que peu d'importance, à cause de la petitesse du diaphragme $\frac{F}{20}$.

Lentille triple. — Il existe trois combinaisons différentes, dues à Dallmeyer; toutes trois composées de trois ménisques, l'un divergent en flint et les deux autres convergents en crown formant avec le premier deux combinaisons normales.

Dans l'*objectif simple grand angulaire* (*fig.* 141), les quatre courbures sont fortes; le diamètre de la lentille est d'environ le $\frac{1}{10}$ de la distance focale; le diaphragme est situé en avant, à une longueur égale seulement au rayon de la lentille, d'où résulte que la distorsion est moindre que dans le cas précédent, et que le champ, plus considérable, peut aller jusqu'à 92°.

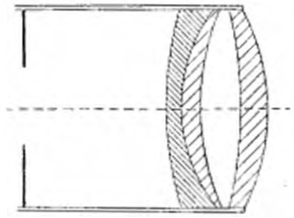
L'objectif grand angulaire pour vues, ou simplement *Landscape,* ne diffère du précédent qu'en ce que les courbures sont moindres, le champ moins étendu, la distance focale et la clarté plus grandes.

Fig. 141.



Enfin, dans le troisième type, dit *rectiligne pour vues* (*fig.* 142), deux des lentilles, dont la divergente, sont assemblées

Fig. 142.



et collées en un ménisque de convexité tournée vers l'objet; la seconde lentille convergente, également sous forme de ménisque, est séparée des deux autres par une lame d'air et tournée en sens contraire. On supprime ainsi presque complètement la distorsion.

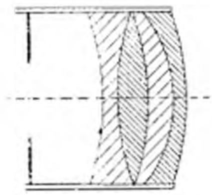
M. Wallon a calculé (voir *Bulletin de la Société française de Photographie,* année 1894) un objectif formé d'une lentille triple-normale-anormale, corrigée à la fois au point de vue de l'aplanétisme et de l'astigmatisme. Cette lentille n'a pas été construite, faute de verres convenables.

Chacune des lentilles triples du *Doppel Anastigmat* de Goerz, dont il est question plus loin, est aussi une combinaison normale-anormale, corrigée et pouvant servir seule.

Lentille quadruple. — *Zeiss* a construit les *lentilles anastigmatiques,* formées de quatre lentilles collées (*fig.* 143), une paire normale et une paire anormale, et donnant avec le diaphragme $\frac{F}{12,5}$ un champ de 50° environ.

A l'objectif simple se rattachent encore deux expressions parfois employées en Optique photographique : la *lentille croisée* est une lentille biconvexe dont les courbures sont calculées de façon que

Fig. 143.



l'aberration longitudinale de sphéricité soit minimum. Pour un indice de réfraction égal à $\frac{3}{2}$, ses deux rayons sont dans le rapport de $\frac{1}{6}$, la face d'incidence étant la plus courbe; l'objectif *pourvu* est formé d'un crown biconvexe et d'un flint biconcave, calculés de façon à rendre l'astigmatisme minimum.

OBJECTIFS DOUBLES.

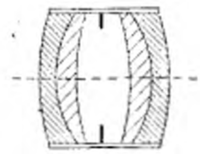
Les objectifs doubles comprennent les *objectifs symétriques* et les objectifs *dissymétriques*.

OBJECTIFS SYMÉTRIQUES.

Ces objectifs sont formés généralement de deux lentilles doubles, rendues séparément aplanétiques suivant l'axe et achromatiques. Si ces lentilles sont à fortes courbures et rapprochées, on a les objectifs *grand angle* ou *grands angulaires,* à court foyer et à champ étendu, mais peu lumineux ; si les lentilles sont à faibles courbures et assez écartées, on a les objectifs *rapides,* très lumineux, à long foyer et à champ restreint. Dans quelques combinaisons de ce dernier genre, les deux surfaces extérieures (*Globe Lens*), ou les deux surfaces intérieures, ou les deux surfaces de séparation (*objectif hémisphérique*) font partie d'une même sphère, afin d'égaliser les incidences et émergences des rayons normaux; ces trois dispositions sont presque complètement abandonnées aujourd'hui.

Grands angulaires (*fig.* 144). — Les principaux objectifs symé-

Fig. 144.



triques grand angle, sont :

l'*Aplanat grand angulaire* de Steinheil, diaphragmé à $\frac{f}{20}$ et dont le champ atteint 80°;

le *Symétrique à grand angle* de Ross, diaphragmé à $\frac{f}{16}$, et de champ 65°;

l'*Euryscope* de Voigländer;

les *Grands angulaires* de M. Martin, dont le calcul complet est inséré au *Bulletin de la Société française de Photographie*, année 1892;

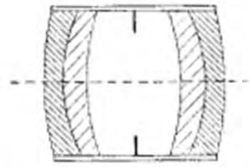
les *Panoramiques* de Prazmowski;

le *Pantoscope* de Busch, qui, diaphragmé à $\frac{f}{50}$, atteint 100° de champ;

le *Périgraphique* de Berthiot, beaucoup plus lumineux avec le même champ.

Rapides (*fig.* 145). — Parmi les objectifs symétriques rapides, nous citerons :

Fig. 145.



le *Rectilinéaire rapide* de Dallmeyer, diaphragmé à $\frac{f}{7}$ et d'un champ de 40°;

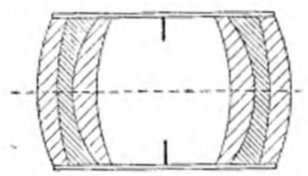
l'*Aplanat* de Steinheil;

les *Aplanétiques rapides et extra-rapides* de Berthiot, de Français, d'Hermagis, de Darlot, de Prazmowski, etc.;

les *Rectilinéaires rapides à portraits* de Dallmeyer, d'Hermagis, qui sont diaphragmés à $\frac{F}{3,5}$;

le *Doppel Anastigmat* (*fig.* 146) de Goerz, combinaison symé-

Fig. 146.



trique, formée de deux lentilles triples, à caractère normal-anormal, corrigées séparément au point de vue de l'aplanétisme et de l'astigmatisme; diaphragmé à $\frac{F}{7,7}$, il a un champ de 72°;

l'*Anastigmat symétrique* de Fleury Hermagis.

Dans les *Trousses anastigmatiques* de Zeiss, on peut combiner deux lentilles anastigmatiques à quatre verres pour en faire un objectif symétrique, de distance focale moitié moindre environ.

L'*Objectif antispectroscopique* de Roussel, et le *Double anastigmat* de Turillon, sont à six verres, formant deux combinaisons, chacune normale-anormale.

Le *nouvel Eurygraphe extra-rapide* de Lacour comporte aussi six verres, mais dans chaque groupe de trois, les pouvoirs dispersifs et les indices varient dans le même sens, les indices assez rapidement, les pouvoirs dispersifs très lentement. L'astigmatisme est cependant fort bien corrigé.

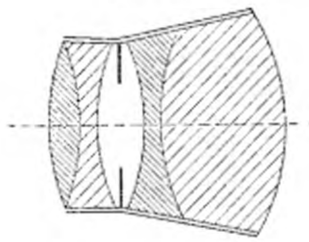
OBJECTIFS DISSYMÉTRIQUES.

Les objectifs doubles dissymétriques, formés de deux lentilles doubles, qui se corrigent mutuellement, se divisent aussi en grands angulaires et en rapides.

Grands angulaires. — Parmi les grands angulaires, on remarque :

l'*Antiplanat* (*fig.* 147) de Steinheil, qui comprend un ménisque, formé d'une lentille biconvexe et d'une biconcave, et un second ménisque convergent double, de même genre, mais de grande épaisseur et de longue distance focale, placé très près du premier.

Fig. 147.



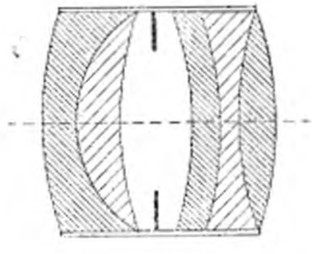
Cet objectif est rapide, bien corrigé, mais son champ, qui embrasse un angle de 65°, est très courbe;

le *Rectilinéaire grand angle* de Dallmeyer, formé de deux ménisques convergents dissemblables.

Rapides. — Dans la catégorie des objectifs doubles dissymétriques rapides se rangent :

l'*Anastigmat* de Zeiss (*fig.* 148), formé d'une combinaison

Fig. 148.



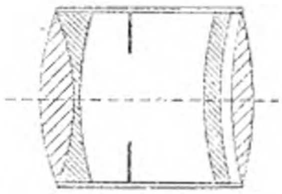
antérieure normale faite de deux ménisques, et d'une combinaison anormale de trois verres : un ménisque convergent en crown, un flint biconcave et un crown biconvexe; les deux crowns, différents, ont un plus fort indice de réfraction et un moindre pouvoir dispersif que le flint médian. Les anastigmats se divisent en plusieurs séries, les séries I $\left(\frac{F}{4,5}\right)$, II $\left(\frac{F}{6,3}\right)$, II'_a $\left(\frac{F}{8}\right)$, III $\left(\frac{F}{6,3}\right)$, celle-ci abandonnée aujourd'hui, et III^a $\left(\frac{F}{9}\right)$ d'objectifs *rapides* à cinq verres; les *grands angulaires* formant les séries IV $\left(\frac{F}{12,5}\right)$ et V $\left(\frac{F}{18}\right)$, qui n'ont que quatre verres. Par ordre de qualité décroissante, on peut les classer ainsi : séries V, III^a, II^a, IV et I;

les *Trousses d'objectifs* anastigmatiques de Zeiss, faites de lentilles anastigmatiques combinées de diverses manières;

l'*Eurygraphe extra-rapide* de Berthiot à quatre verres, formé d'une combinaison anormale et d'une combinaison fortement normale, et qui, diaphragmé à $\frac{F}{5,7}$, donne un champ de 50°;

les *Objectifs à portraits* (*fig.* 149) Petzval, encore très employés.

Fig. 149.



Ils se composent, à l'avant, d'un ménisque, formé d'une lentille biconcave en flint et d'une biconvexe en crown collées ensemble, et, à l'arrière, d'un ménisque divergent en flint et d'une lentille biconvexe en crown, séparés par une couche d'air. On peut diaphragmer à $\frac{F}{3,3}$ (série B) et même à $\frac{F}{2,5}$ (série C de Dallmeyer). Le premier ménisque est achromatique et sensiblement aplanétique sur l'axe, le second groupe de verres assure l'aplanétisme, diminue l'astigmatisme et aplanit la surface focale en allongeant la distance focale des faisceaux obliques, c'est le rôle du flint divergent.

OBJECTIFS TRIPLES.

Ces objectifs sont presque complètement abandonnés aujourd'hui. Le plus connu est le *Triplet* de Dallmeyer, formé de deux combinaisons convergentes séparées par une divergente.

TÉLÉOBJECTIFS.

Pour la Photographie à grande distance, on emploie trois sortes d'appareils :

1° des *objectifs à très long foyer*, c'est le procédé des astronomes; tel l'objectif du grand Équatorial de Paris, à l'aide duquel on obtient directement des photographies de la Lune, d'un diamètre de 18^{cm} environ; il a 18^{m} de longueur focale environ;

2° *deux combinaisons convergentes très espacées*, disposées comme nous l'avons dit en parlant de la lentille équivalente, ce qui donne un appareil très long et fort peu de champ, tels les objectifs de Lacombe, du colonel Fribourg, etc.;

3° enfin, ce qui est préférable, la combinaison, calquée sur la lunette de Galilée, d'un *verre convergent* et d'un *verre divergent*. Nous en avons étudié les propriétés à propos de la lentille équivalente.

A ce dernier type se rattachent les téléobjectifs de Miethe, de Dallmeyer, de Clément et Gilmer, formés d'un objectif convergent et d'un verre divergent, les deux systèmes étant corrigés chacun pour son compte.

Ce dernier appareil a été construit sur les calculs de M. le capitaine Houdaille. Il permet de grossir dix fois l'image que donnerait l'objectif convergent employé seul.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE IV.

CHAPITRE V.

CHAPITRE VI.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

5915 B. — Paris, Imprimerie Gauthier-Villars et fils, 55, quai des Grands-Augustins.