Titre général : Photographie. Traité nouveau théorique et pratique des procédés et manipulations sur papier sec, humide et sur verre au collodion, à l'albumine
Auteur : Le Gray, Gustave (1820-1884)
Titre du volume : De la distance focale des systèmes optiques convergents

Mots-clés : Photographie ; Optique
Description : 1 vol. (71 p.) ; 24 cm
Adresse : Paris : Librairie Centrale des Sciences, 1855
Cote de l'exemplaire : 8 Ke 94.2

URL permanente : http://cnum.cnam.fr/redir?8KE94.2

DE LA DISTANCE FOCALE

DES

SYSTÈMES OPTIQUES CONVERGENTS.

PARIS. — TYPOGRAPHIE DE HENRI PLON,
IMPRIMEUR DE L'EMPEREUR,
8, RUE GARANCIÈRE.

DE LA DISTANCE FOCALE

DES

SYSTÈMES OPTIQUES CONVERGENTS.

APPLICATIONS AUX PROBLÈMES

DE LA PHOTOGRAPHIE

PAR SECRETAN,

OPTICIEN DE SA MAJESTÉ L'EMPEREUR.

PARIS.
LIBRAIRIE CENTRALE DES SCIENCES,
Rue de Seine, 13.

1855

PRÉFACE.

Les immenses progrès de la Photographie, sa rapide propagation dans toutes les classes de la société, ont contribué à créer une langue photographique dont malheureusement plusieurs termes ne sont pas bien compris de ceux qui les emploient. Cela n'a rien qui doive surprendre ; cet art, qui touche à la science par ses côtés les plus importants, réclame dans ses adeptes quelques connaissances préliminaires que tous ne possèdent pas. Bien plus, certains mots sont mal définis ou ne caractérisent point la chose qu'ils représentent. De là, indécision de la part des artistes, mécomptes sur l'efficacité de leurs procédés, débats entre ceux qui construisent les appareils et les personnes qui en font usage.

De tous les termes usités en photographie, l'un de ceux qu'on emploie le plus souvent, qui domine dans l'opération principale, et sur lequel cependant on est le moins d'accord, est à coup sûr celui de *foyer* de l'objectif. Le mémoire qu'on va lire a pour objet essentiel d'expliquer ce qu'il faut entendre par là. On y définit d'une manière nouvelle, et à notre sens plus avantageuse, la distance focale d'une lentille ou d'un système de plusieurs lentilles assemblées sur un même axe. Nous proposons en outre un instrument qui permettra de déterminer avec facilité cette distance focale pour un appareil photographique quelconque.

Dans notre exposé, nous aurons à rappeler quelques notions très-simples d'optique, et à indiquer diverses propriétés relatives aux lentilles. Parmi elles il en est de peu connues, quelques-unes même n'ont pas été signalées; celles-ci offrent quelque intérêt, et les autres sont le fondement de ce que nous appelons *distance focale absolue* d'un système optique. Nous faisons voir l'avantage qui résulte de l'emploi de cette distance focale absolue comme caractéristique des effets d'un appareil.

Lorsque les vérités auxquelles nous en appelons sont peu répandues ou même n'ont pas été démontrées, nous renvoyons cette démonstration à une seconde partie du mémoire, où nous avons placé tout ce qui est géométrie ou analyse. Cette seconde partie ne suppose au reste pour être entendue que des connaissances mathématiques fort élémentaires.

L'usage des objectifs en photographie offre un champ tout nouveau aux recherches d'optique instrumentale. Grâce à l'invention de Daguerre, cette partie de la science est presque entièrement à refaire.

En effet, dans le jeu d'un objectif de daguerréotype, il n'est plus permis de supposer, comme l'ont fait jusqu'ici tous les géomètres qui ont traité de l'optique, que les rayons de lumière font à leur entrée dans l'appareil de petits angles avec l'axe des lentilles. Cette supposition, légitime pour les télescopes réflecteurs ou réfracteurs et les microscopes, ne l'est pas pour les instruments en question. Ce n'est plus à une fort petite partie de la surface focale que l'on s'intéresse, mais, au contraire, à une portion considérable de celle-ci. Enfin, un élément important, négligé jusqu'à ce jour par tous les auteurs, à notre connaissance du moins, est la déformation des images que l'on pourrait appeler *aberration de forme.* Il y aura donc lieu dorénavant, pour ceux qui voudront être complets en optique instrumentale, de faire connaître les causes et d'indiquer les moyens de destruction, dans un système objectif simple ou composé, non-seulement des aberrations sphériques et chromatiques, comme on l'a fait jusqu'à présent, mais encore de l'aberration de forme, plus importante que les autres en photographie.

Si ce petit opuscule reçoit du public un accueil bienveillant, nous serons encouragé à lui présenter par la suite le résultat de nos recherches théoriques et pratiques sur ce point difficile, qui aura du moins l'intérêt de la nouveauté.

Dans le but d'être utile à ceux qui s'occupent de photographie, en même temps que nous décrivons l'instrument nouveau que nous appelons *focabsolumètre*, nous donnons la solution de plusieurs problèmes sur les relations qui lient entre elles ces quatre choses : *grandeur de l'image*, *distance de l'objet*, *distance du verre dépoli à l'objectif*, et *distance focale absolue de celui-ci.*

Paris, ce 20 octobre 1855.

SECRETAN.

PREMIÈRE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

DÉFINITIONS ET NOTIONS ÉLÉMENTAIRES.

§ 1. Lorsqu'un objet lumineux se trouve dans un espace parfaitement libre en tout sens, il est vu par l'observateur, placé où l'on voudra, qui dirige vers lui son regard.

L'agent qui produit cette manifestation de l'objet a reçu le nom de lumière. Nous n'avons pas à examiner ici la nature de cet agent; nous dirons seulement qu'il opère dans toutes les directions à partir de l'objet lumineux; que sa marche est rectiligne, et que, malgré son énorme vitesse, il y a succession et durée dans cette marche. Si donc on appelle rayon de lumière une des directions rectilignes quelconque que suit cet agent, on pourra dire qu'un rayon part de l'objet, qu'il arrive dans l'appareil, le traverse, puis enfin pénètre dans l'œil. Ces expressions *partir, arriver, traverser,* qui supposent toutes une transmission successive, seront légitimes.

Si l'objet lumineux que l'on considère a des dimensions réelles ou apparentes infiniment petites, on l'appelle *point lumineux*.

L'ensemble d'un nombre quelconque de rayons partant en même temps du même point s'appelle *pinceau de lumière*. Ils forment un cône plus ou moins large dont le sommet est le point lumineux lui-même. Dans le cas actuel où le point est à la fois cause et origine de lumière, attendu que les rayons qui composent le pinceau vont en s'écartant toujours plus les uns des autres, on dit que le pinceau est *divergent*.

Nous allons voir bientôt que le passage d'un rayon dans un nouveau milieu transparent peut changer la direction de ce rayon ; dès lors, on conçoit la possibilité que tous ceux d'un même pinceau cessent de s'écarter les uns des autres après leur entrée dans ce second milieu, ou, en d'autres termes, qu'ils deviennent parallèles entre eux. Dans cette nouvelle phase de mouvement, l'ensemble de ces mêmes rayons s'appellera *faisceau* lumineux. Enfin, si le changement de direction rectiligne imprimé à ces mêmes rayons par le second milieu est allé jusqu'à tendre à les réunir de nouveau vers un point placé au delà, ils formeront ce qu'on appelle un *pinceau convergent*. Quand les rayons composants auront atteint puis dépassé ce point de concours, il est clair qu'ils formeront de nouveau un *pinceau divergent*.

Si l'on appelle pinceau *naturel* celui qui, émanant du point lumineux, n'a pas cessé de se mouvoir dans le milieu primitif, on verra qu'un pinceau *naturel* est toujours divergent.

Lorsque le point lumineux est à une très-grande distance de l'appareil qui reçoit le pinceau que l'on considère, il est clair que, si l'on mesure l'écart des rayons composants d'abord près de l'appareil, puis ensuite assez loin de lui, on trouvera fort peu de différence. Dans ce cas, l'ensemble des rayons peut donc être appelé indifféremment *pinceau* ou *faisceau*.

Enfin, l'on considère quelquefois, non pas un rayon isolé, mais bien un certain nombre de rayons infiniment rapprochés les uns des autres, formant un ensemble assez considérable pour donner à l'œil la sensation du point lumineux dont ils émanent, mais assez étroit cependant pour que ce que l'on dit de la marche d'un des rayons composants puisse s'appliquer sans erreur sensible à tous les autres : un pareil ensemble de rayons s'appelle *filet* lumineux. Le filet de lumière n'est donc autre chose qu'un pinceau ou un faisceau très-délié.

§ 2. Ces définitions données, voyons quelle est la marche d'un rayon isolé. Tant qu'il ne quitte pas le milieu primitif, sa direction reste la même et sa vitesse ne varie point. Lorsqu'il passe d'un premier milieu dans un second, transparent aussi, mais de nature différente, il n'en est plus de même. Si la surface de séparation des deux milieux est plane et que le rayon arrive perpendiculairement à cette surface, ce rayon, que l'on nomme *incident*, continue sa route sans déviation dans le second milieu; sa vitesse seulement est changée, mais elle reste encore uniforme tant qu'il n'en sort pas.

Lorsque le rayon incident forme un angle avec la perpendiculaire élevée sur la surface de séparation au point où il pénètre celle-ci, angle que nous nommerons angle d'*incidence,* alors dès le passage dans le second milieu, non-seulement la vitesse du rayon varie, mais sa direction n'est plus la même; si donc on appelle angle de *réfraction* celui que le rayon brisé ou *réfracté* fait avec le prolongement de la perpendiculaire déjà mentionnée, l'angle de *réfraction* n'est pas égal à l'angle d'*incidence*. Une circonstance remarquable a cependant toujours lieu : savoir, que le rayon *incident*, la perpendiculaire à la surface de séparation et le rayon *réfracté* sont dans un même plan. Une figure facilitera l'intelligence de ce qui précède et servira à fixer ces notions dans l'esprit du lecteur.

Fig. 1. Supposons deux milieux transparents, séparés par une surface plane horizontale, représentée par la ligne A B

(fig. 1.). Que l'espace au-dessus de AB soit le milieu primitif ou antérieur, et l'espace au-dessous de cette ligne le milieu postérieur. Soit IM le rayon *incident*, M le point où ce rayon perce la surface de séparation, NM la perpendiculaire à la surface AB, MP le prolongement de cette perpendiculaire dans le milieu postérieur, IMN sera l'angle d'incidence. Arrivé en M et pénétrant dans le second milieu, le rayon IM change sa direction, et au lieu de continuer sa route suivant MT, prolongement de IM, il suit la nouvelle direction MR, faisant avec MP l'angle de réfraction RMP, différent de IMN. Si, comme dans la figure, l'angle de réfraction est plus petit que celui d'incidence, le milieu postérieur est dit *plus réfringent* que le premier. Si c'est le contraire qui arrive, le milieu postérieur est dit *moins réfringent.*

A cette occasion nous énoncerons un principe que l'on regarde comme évident, et qui joue un rôle important dans plusieurs démonstrations. Ce principe est celui-ci : *Lorsqu'un rayon a traversé successivement plusieurs milieux différents, avec les vitesses et les directions que ces milieux lui ont imprimées, si à un point quelconque de son trajet on suppose qu'il revienne en arrière avec sa vitesse actuelle, il repassera par les mêmes chemins et avec les mêmes vitesses que celles qu'il a eues dans sa marche progressive.* C'est ainsi que, lorsqu'on lance une pomme en l'air verticalement, on voit sa vitesse ascendante diminuer de plus en plus, devenir nulle, rester telle pendant un instant infiniment court, devenir descendante, s'accélérer toujours davantage, reprendre des vitesses égales, mais de sens contraire, lorsqu'elle arrive aux mêmes hauteurs que dans la phase d'ascension, et retomber enfin dans la main qui l'a lancée, avec une vitesse de retour égale à celle de départ.

En appliquant le principe ci-dessus au cas représenté par la figure 1, nous en conclurons que si dans cette figure RM était le rayon incident, MI serait le rayon réfracté. Les angles d'incidence et de réfraction auraient échangé leurs dénominations entre eux, mais leurs valeurs seraient restées les mêmes.

§ 3. La loi qui lie l'angle d'incidence à l'angle de réfraction est très-simple. Si du point M comme centre et prenant pour rayon une longueur quelconque MN = MP, on décrit les deux arcs NI et PR, puis que des points I et R on abaisse sur les rayons respectifs MN et MP les perpendiculaires IK et RL, ces dernières droites sont appelées les *sinus* des angles d'incidence et de réfraction. La loi en question peut être alors énoncée ainsi : *Lorsqu'un rayon de lumière passe d'un premier milieu dans un autre, les sinus des angles d'incidence et de réfraction sont dans un rapport constant.* Le rapport du premier sinus au second est appelé l'*indice* de réfraction du second milieu par rapport au premier. Pour le rayon qui passe de l'air dans le verre de Saint-Gobain, par exemple, cet indice est à fort peu près $1\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$. Il résulte de là que si on suppose IK divisé en trois parties égales, IR contiendra à fort peu près deux de ces mêmes parties. Dès lors, il est aisé de déterminer la direction du rayon réfracté, lorsqu'on connaît celle du rayon incident et l'indice de réfraction du second milieu par rapport au premier.

Soit, en effet (fig. 1), la ligne AB représentant, comme ci-dessus, la surface plane de séparation des deux milieux, et IM le rayon incident; on tracera la perpendiculaire NP à AB; puis, d'un rayon arbitraire MN = MP, on décrira les deux arcs de cercle IN et PR; du point I on abaissera IK perpendiculaire sur PN. Puis, prenant sur MB une longueur MH telle que l'on ait la proportion IK est à MH comme l'indice de réfraction du second milieu est à l'unité, par le point H on conduira HR parallèle à NP; et par le point R, où elle coupera l'arc PR, on mènera MR, qui sera le rayon réfracté. En effet, en abaissant RL perpendiculaire sur NP, on aura LR sinus de l'angle de réfraction égal à MH, d'où la proportion qui lie les sinus d'incidence et de réfraction sera satisfaite.

§ 4. Lorsque les deux milieux seront séparés par une surface courbe, on supposera celle-ci remplacée par le plan qui la touche au point d'incidence du rayon lumineux; ce plan jouera le rôle de la surface plane AB (fig. 1) dans la construction indiquée, qui dès lors restera la même que pour le cas précédent. Dans les calculs ordinaires de l'optique, on ne considère que les surfaces planes ou sphériques : ce sont d'ailleurs, avec les surfaces cylindriques, les seules que l'on sache actuellement exécuter d'une manière précise.

§ 5. Quoique cela ne soit pas nécessaire pour le but que nous nous proposons dans ce mémoire, nous devons cependant exposer en peu de mots les phénomènes que présente un *faisceau* lumineux, si étroit qu'on le voudra, qui traverse obliquement la surface de séparation de deux milieux différents.

Le faisceau incident arrivé à la surface de séparation se divise en deux faisceaux partiels qui ne se comportent pas de même. Le premier de ces faisceaux composants ne pénètre pas dans le second milieu, mais rebondit pour ainsi dire sur la surface de séparation, retraverse le milieu primitif en restant toujours dans le plan du rayon incident et de la perpendiculaire et faisant avec cette dernière un angle de *réflexion* égal à l'angle d'incidence. Ce phénomène constitue ce qu'on appelle la *réflexion* de la lumière, et le faisceau infiniment mince ou rayon ainsi renvoyé par la surface s'appelle rayon *réfléchi*.

Le second faisceau partiel pénètre dans le milieu postérieur, mais les rayons qui le composent ne suivent plus, comme avant leur passage, des directions parallèles; dès lors ils s'écartent les uns des autres comme si pour chacun d'eux l'indice de réfraction du milieu postérieur avait une valeur différente; en outre, et cela est bien digne de remarque, quoique le faisceau incident fût sans aucune coloration, chacun des éléments maintenant séparés présente une couleur différente des autres. Les choses se passent, en un mot, comme si chaque faisceau incident, très-étroit de lumière blanche, était en réalité composé d'une infinité d'éléments de couleurs diverses, et que l'action du second milieu eût pour effet de séparer et d'éparpiller ceux-ci. Ce phénomène se nomme *dispersion* de la lumière.

Quoique la réflexion et la dispersion de la lumière constituent avec la réfraction les points fondamentaux de l'optique, nous n'aurons pas à nous occuper des deux premiers dans ce qui va suivre.

Nous ne nous attacherons donc qu'aux rayons qui traversent effectivement les différents milieux placés sur leur trajet, et nous regarderons les faisceaux ou filets lumineux incidents comme étant homogènes et indécomposables par l'action des milieux successifs qu'ils traversent. Cela reviendra à les regarder comme des lignes mathématiques indivisibles et sans dimensions autres que leur longueur.

CHAPITRE II.

DES LENTILLES ET DE LEURS PRINCIPALES PROPRIÉTÉS.

---

§ 6. On appelle lentille tout milieu transparent terminé dans deux directions opposées par des surfaces courbes ou par une surface plane et une surface courbe. Ainsi que nous l'avons annoncé, nous ne considérerons que le cas où ces surfaces, qu'on nomme *faces* de la lentille, sont des portions de sphère. On appelle axe de la lentille la droite idéale qui joint les centres des deux sphères dont les faces font partie.

L'épaisseur de la lentille est la partie de l'axe de la lentille qui est interceptée entre ses deux faces.

Les surfaces d'une lentille peuvent être toutes deux convexes au dehors (fig. 2), ou toutes deux concaves (fig. 3), ou l'une convexe et l'autre concave (fig. 4 et 5). Le cas d'une face plane est le même que celui d'une face sphérique de rayon infiniment grand.

Lorsque les deux sphères dont les faces d'une lentille font partie se coupent entre elles, cette intersection, qui n'est autre chose qu'un cercle, forme ce qu'on appelle le bord de la lentille (fig. 2 et 4). Dans ce cas, le bord de la lentille est tranchant sur tout son contour. Il est évident qu'alors l'axe de la lentille traverse ses deux faces par leur centre, et l'on dit que la lentille est *centrée*. Si les sphères en question ne se coupent pas, quoique considérées dans toute leur étendue, ce qui arrive lorsqu'elles sont extérieures ou intérieures l'une par rapport à l'autre, alors, comme dans les figures 3 et 5, elles n'enferment plus un espace déterminé.

Pour circonscrire dans ce cas l'étendue de la lentille, on la suppose contenue dans un cylindre à base circulaire dont l'axe coïnciderait avec celui de la lentille même. Son bord KKLL (fig. 3 et 5) est alors la partie de sa surface commune au cylindre. Si les deux axes en question n'en font réellement qu'un, ce bord aura partout la même largeur, et la lentille sera dite *centrée* exactement. Ce caractère pourra donc servir à reconnaître s'il en est ainsi.

Dans tout ce qui va suivre, on admettra que cette condition est remplie pour chaque lentille, et si on en considère plusieurs formant un assemblage optique, on regardera tous leurs axes comme confondus en un seul.

Tout plan passant par l'axe d'une lentille ou par l'axe commun de plusieurs lentilles, coupera celles-ci suivant leurs profils. Nous nommerons plan *principal* l'un quelconque de ces plans.

Un rayon de lumière contenu d'abord dans un plan principal y reste pendant tout son trajet au travers du système de lentilles que l'on considère, car il n'y a pas de raison pour qu'il s'en écarte d'un côté plutôt que de l'autre.

§ 7. Dans toute lentille il y a un point de l'axe qui jouit d'une propriété remarquable. Pour la faire connaître, imaginons (fig. 2, 3, 4, 5) que O soit ce point, et que dans ces quatre figures KL ou KKLL représente une lentille. Si, par le point O, que nous apprendrons à déterminer plus tard, ou même une droite quelconque *st*, qui traverse la lentille, nous appellerons *transversale* la partie MN de cette droite interceptée par elle. La propriété en question pourra dès lors être énoncée ainsi : *Tout rayon de lumière qui traverse une lentille suivant une transversale a ses directions d'entrée et de sortie parallèles entre elles.*

Ainsi, dans les figures ci-dessus, NR, rayon émergent, est parallèle à MI, rayon incident.

Le point O, origine de toutes les transversales telles que MN, s'appelle *centre optique* de la lentille.

Si la lentille est biconvexe, comme dans la figure 2, le point O est un des points de l'épaisseur AB; si les courbures KAL et KBL sont supposées en outre égales, le point O sera le milieu de AB; généralement le point O sera d'autant plus rapproché de l'extrémité A par exemple que le rayon de l'arc opposé KBL sera plus grand. Quand cet arc aura un rayon infiniment grand, c'est-à-dire lorsqu'il sera devenu une ligne droite, le point O se confondra avec le point A. Si l'arc KBL devient concave, comme figure 4, le point O passe à la gauche de A; enfin, dans ce deruier cas, la courbure concave de KBL devenant égale à la courbure convexe KAL, le point O, toujours à gauche de A, s'en trouvera alors éloigné à l'infini.

Lorsque les deux faces KAL et KBL sont concaves (fig. 3), le point O est l'un des points de AB; si les courbures sont égales, il en est le milieu. Si le rayon de KAL, par exemple, va en augmentant, le point O se rapproche de B; quand la face KAL est plane, il se confond avec B; enfin si la face KAL devient convexe (fig. 5), le point O passe à la droite de B, et s'en éloigne à l'infini à mesure que la courbure de cette même face KAL approche d'être égale à celle de KBL.

Nous verrons dans la seconde partie par quel calcul on déterminera la position exacte du centre optique.

§ 8. Soit fig. 6, KALB, une lentille biconvexe, et O son centre optique. Par ce point menons autant de transversales MN, M'N', M''N'', etc., qu'on voudra; construisons pour chacune d'elles les rayons incidents et émergents qui lui correspondent; on aura alors IM, I'M', I''M'', etc., respectivement parallèles à NR, N'R', N''R'', etc. Prolongeons tous ces rayons incidents et émergents jusqu'à leur rencontre avec l'axe de la lentille, et l'on verra, ainsi que nous le démontrerons dans la seconde partie, que les premiers se couperont tous sur l'axe au point P et les seconds au point P'. Ces deux points remarquables P et P' s'appellent *centres conjugués* de la lentille. On peut donc énoncer leur propriété ainsi qu'il suit : *Tout rayon de lumière dirigé vers l'un d'eux sort de la lentille comme s'il partait de l'autre, et sa direction de sortie est parallèle à celle d'entrée.*

Pour distinguer ces deux points l'un de l'autre, nous appellerons le premier P, vers lequel convergent les rayons incidents, le *centre d'arrivée*, et le point P', à partir duquel divergent les rayons émergents, le *centre de départ.*

Il est essentiel de remarquer que la propriété ci-dessus des centres conjugués n'est vraie en toute rigueur que pour les rayons incidents qui font de très-petits angles avec l'axe de la lentille.

C'est ainsi que l'isochronisme des oscillations du pendule n'a lieu que pour de très-petites amplitudes de ces oscillations.

Dans la figure 6 par exemple, le rayon IM fait un angle IPA avec l'axe beaucoup trop grand pour passer précisément au point P; mais nous avons dû lui donner cette inclinaison exagérée, afin de laisser distinctes toutes les lignes de la figure.

On démontre encore que non-seulement une lentille, mais encore un système quelconque de lentilles assemblées sur le même axe, a toujours nécessairement deux centres conjugués jouissant de la propriété indiquée ci-dessus. Cette démonstration a également lieu sous la condition que les rayons de lumière font de très-petits angles avec l'axe.

§ 9. Si par un point lumineux H (fig. 7) on mène au centre P d'arrivée d'une lentille un rayon HP, et qu'on construise le

2.

rayon émergent P'R, la ligne brisée HMNR, trajet du rayon, s'appellera l'*axe* du pinceau lumineux SGHAT, émané de H.

Nous verrons aussi plus tard que, si l'on suppose la lentille infiniment mince, ou, ce qui revient au même, que si on regarde comme nulle son épaisseur AB, les points P et P' sont confondus en un seul; la ligne brisée HMNR, c'est-à-dire l'axe du pinceau, devient alors une ligne droite. C'est le seul rayon du pinceau qui conserve sa direction primitive après le trajet dans la lentille.

Considérons maintenant la marche des autres rayons composants. Pour cela, examinons d'abord ce qui se passe lorsqu'un pinceau de lumière tombe sur une surface sphérique séparant deux milieux transparents d'inégale réfringence. Joignons par une droite le sommet du pinceau avec le centre de la surface. Le rayon suivant cette droite traversera les deux milieux sans déviation aucune et sera l'axe du pinceau. Supposons de plus que tous les autres rayons composants fassent de très-petits angles avec cet axe, ou, en d'autres termes, que le pinceau soit fort étroit et dirigé dans son ensemble à peu près perpendiculairement à la surface. On démontre que dans ce cas les rayons du pinceau forment, après leur passage, un nouveau pinceau de lumière, qui sera divergent ou convergent, suivant les circonstances. *Donc tous les rayons lumineux formant un pinceau divergent ou convergent, et qui passent d'un milieu dans un autre, prennent de nouvelles directions qui se coupent toutes au même point.*

Il suit de là que la même chose aura lieu encore après le passage du pinceau au travers d'une lentille, seulement il y aura eu deux réfractions, l'une à l'entrée en passant de l'air dans le verre, l'autre à la sortie en repassant du verre dans l'air. Le pinceau incident aura été modifié par conséquent deux fois.

Remarquons que cela suppose que ce pinceau incident était à l'origine fort étroit et très-peu incliné sur l'axe de la lentille; cette condition est en effet de rigueur pour que dans les deux transformations qu'il subit, les rayons qui le composent continuent à faire de petits angles avec son propre axe.

Le point où concourent les rayons du pinceau qui sort de la lentille se nomme le *foyer* du point lumineux. Si le pinceau émergent converge vers le foyer, les rayons passent à ce foyer, s'y concentrent, et le foyer est dit *réel*. Si, au contraire, le pinceau émergent diverge à partir du foyer, comme s'il en venait, le foyer est dit alors *virtuel*.

Le point lumineux et son foyer portent le nom de foyers *réciproques*, chacun de ces points pouvant, en vertu du principe énoncé au paragraphe 2, être pris à son tour, l'un pour le point lumineux et l'autre pour son foyer.

Toute lentille qui accroît la convergence d'un pinceau de lumière, ou qui diminue la divergence d'un pinceau divergent, est dite elle-même convergente; les lentilles de verre à bords tranchants sont dans ce cas (fig. 2 et 4).

Une lentille qui produit l'effet inverse s'appelle divergente. Telles sont les lentilles de verre dont les bords ne sont pas tranchants (fig. 3 et 5).

§ 10. Soit une lentille convergente KL (fig. 8), C et C' les centres de ses faces KAL et KBL. La droite M*m* qui passe par les points C et C' sera l'axe de la lentille; soit N un point lumineux hors de cet axe; de ce point menons une droite au centre C de la face KAL; nous appellerons cette droite le rayon central du pinceau émané de N relatif à la face KAL. Ce rayon pénétrera dans la lentille suivant DG sans être dévié, et puisque tous ceux du pinceau incident doivent concourir encore après le passage, ce point de concours ou le sommet du nouveau pinceau se trouvera quelque part sur NC, au point *n* par exemple. En considérant un autre rayon NA du pinceau incident, ce nouveau rayon arrivera également au même point *n* et aura ainsi traversé la lentille suivant AH. Si par le sommet n du pinceau transformé et le centre C′ de la face postérieure KBL de la lentille nous menons une droite nC′, cette droite sera, relativement à KBL, le rayon central du pinceau transformé DnA ; l'effet de la seconde surface sur ce pinceau ne pourra être, comme tout à l'heure, que de transporter son sommet n sur un autre point de nC′, en n' par exemple ; alors le rayon Dn prendra au sortir de la lentille la direction Gn' et le rayon An la direction Hn'. Le nouveau pinceau transformé sera Gn'H, dont le sommet n' sera le foyer de N.

Nous donnerons dans la seconde partie la règle par laquelle on détermine la position de n par rapport à N et à la face KAL, règle qui donne aussi, avec les modifications convenables, la position de n' par rapport à n et à la face KBL.

Considérons maintenant un second point lumineux M, placé cette fois sur l'axe Mm de la lentille AK. Faisons pour ce point les constructions qui viennent d'être indiquées pour N, et nous trouverons ainsi pour foyer de M un point m' placé sur l'axe de la lentille. Tout aura lieu comme précédemment, à part que Mm aura servi de rayon central commun au pinceau incident DMA et à ses deux transformés DmA et Fm'B.

Si le point M pris sur l'axe de la lentille est supposé éloigné du centre C de la face antérieure de la même quantité que le point N l'est lui-même, c'est-à-dire si l'on a MC égal à NC, on aura aussi Cm égal à Cn ; car les points m et n seront déterminés par la même règle appliquée dans des circonstances identiques. Si, de plus, les deux rayons centraux NCn et MCm des pinceaux incidents font un très-petit angle NCM entre eux, les deux angles CC′n et C′nC seront plus petits encore, puisque la somme des deux derniers est égale au premier ; on pourra donc supposer sans erreur sensible que la ligne C′n est égale à C′c, plus Cn, c'est-à-dire à C′m ; dès lors les points m et n étant à fort peu près à la même distance de C′, il en sera de même des deux foyers m' et n'; de là enfin il résulte que, si l'on a ND égal à MA, on aura aussi à très-peu près Bm' égal à Tn'; autrement, si les deux points lumineux sont à égale distance de la face antérieure de la lentille, leurs foyers seront aussi sensiblement à égale distance de sa face postérieure.

Dans ce même cas des rayons centraux très-peu inclinés entre eux et des points M et N également éloignés de KAL, on pourra regarder l'arc MN comme une petite ligne droite perpendiculaire sur l'axe Mm de la lentille, et la même chose aura lieu également pour le petit arc $m'n'$.

§ 11. On voit par ce qui précède que si la petite droite NM est un objet lumineux, chacun de ses points aura son foyer sur la petite ligne $n'm'$, qui sera ainsi l'image de NM. Les foyers qui composent $n'm'$ étant réels, il y aura concentration de lumière dans chacun d'eux; leur ensemble produira donc l'effet d'un nouvel objet qu'un œil placé au delà, à une distance convenable, pourrait examiner avec tous ces détails, soit sous le rapport des couleurs, soit pour les proportions. Quant à la grandeur absolue de cette image, nous verrons bientôt de quelles conditions elle dépend. Lorsqu'au lieu de la regarder à la vue simple on la voit au moyen d'une loupe, elle paraît alors considérablement agrandie; si MN est un objet éloigné et que l'amplification aille seulement jusqu'à le faire paraître aussi grand que si on le voyait de près, on le jugera seulement *rapproché*, et l'on obtiendra l'effet produit par une longue-vue; si au contraire MN est un petit objet placé près de la lentille, et que l'amplification le fasse paraître beaucoup plus grand qu'on ne peut le voir directement en le tenant le plus près possible de l'œil, alors il semblera énormément *grossi*, et l'on aura l'effet du microscope.

Enfin, lorsqu'on placera en $m'n'$ une glace dépolie perpendiculairement à l'axe de la lentille, l'image $m'n'$ se peindra sur ce verre au moyen des rayons de toutes couleurs qui, arrivant en même temps à leurs foyers et sur la glace, divergeront dès lors vers l'œil d'une manière diffuse, comme lorsqu'ils partent d'un objet réel qui rayonne dans tous les sens. Ce sera le cas réalisé par la chambre obscure des photographistes. Il est important de remarquer que l'image $m'n'$ est renversée par rapport à l'objet MN; le point N au-dessus de l'axe a son image n' au-dessous, et si l'objet avait des points au-dessus du plan de la figure, leur foyer ou image serait au-dessous.

§ 12. Après avoir expliqué la formation de l'image réelle que donne une lentille convergente, voyons ce que devient cette image pour différentes distances et dimensions de l'objet lui-même.

Pour cela supposons comme précédemment que MN (fig. 9) soit une petite ligne droite perpendiculaire à l'axe de la lentille, et jouant le rôle de l'objet lumineux; d'après ce que nous venons de voir, l'image de cet objet sera la petit eligne $m'n'$ aussi perpendiculaire à l'axe et placée à une certaine distance Bm' derrière la lentille. Joignons le point N au centre P d'arrivée et le point n' au centre P′ de départ. D'après le § 8, ces deux lignes NP et n'P′ seront parallèles, et leur ensemble formera avec RR′ l'axe du pinceau émané de N.

Les deux triangles NMP et $n'm'$P′ seront semblables, en sorte que si l'on connaissait le rapport de NM à MP, on aurait celui de $n'm'$ à m'P′, égal au premier; il ne manquerait donc plus que d'avoir la grandeur absolue de m'P′ pour connaître enfin celle de l'image $n'm'$. Or on est toujours censé donner la grandeur MN de l'objet ainsi que sa distance MA à la lentille; ajoutant à cette dernière la petite ligne AP, que nous déterminerons dans la seconde partie, on aura MP. Cherchons maintenant m'P′.

Pour cela supposons que les points M et N, tout en restant sur une même perpendiculaire MN à l'axe de la lentille, s'éloignent toujours davantage de celle-ci, en demeurant toutefois sur les axes respectifs NP et MP des pinceaux émanés de N et M, alors en considérant que la divergence de ces pinceaux devient toujours moindre, et que l'effet de la lentille, qui est de changer cette divergence en convergence, reste toujours le même, on comprendra qu'après le passage dans le verre ces pinceaux convergeront de plus en plus, de telle sorte que les points n' et m', toujours placés sur $n'P'$ et $m'P'$ et sur une perpendiculaire $n'm'$ à l'axe de la lentille, se rapprocheront aussi sans cesse de celle-ci.

Lorsque les points N et M seront arrivés à une distance infinie de la lentille, les pinceaux incidents deviendront des faisceaux, et l'image $n'm'$ aura pris une certaine position et une certaine grandeur $n''m''$. La distance $m'P'$ sera changée en $m''P'$ et $m'B$ en $m''B$. Cette distance Bm'' de la lentille à l'image d'un objet infiniment éloigné a été appelée par tous les auteurs *distance focale* de la lentille, et c'est celle que l'on considère ordinairement. On pressent déjà, d'après ce qu'on vient de dire, que c'est bien plutôt $P'm''$ qu'il serait important de connaître et d'employer comme caractéristique des effets de la lentille, puisque c'est celle-ci, et non la première, qui entre dans la formation du triangle $m''P'n''$ en même temps que l'image $m''n''$. Pour distinguer cette ligne $P'm''$, qui, nous le croyons, n'a pas été remarquée jusqu'ici, nous l'appellerons *distance focale absolue* de la lentille. Si la lentille en question était infiniment mince, alors les points P et P′ seraient confondus en un seul, comme nous l'avons déjà dit. Ces deux points coïncideraient en outre avec celui où cette lentille idéale serait rencontrée par son axe, et dans ce cas les deux lignes $m''B$ et $m''P'$ seraient égales. Dès lors notre *distance focale absolue* $m''P'$ n'est autre chose que la distance focale *ordinaire* d'une lentille infiniment mince qui serait placée en P′. On voit maintenant pourquoi nous lui avons donné la qualification d'*absolue*.

Dans la seconde partie, nous donnerons la formule qui permet de la calculer, et tout à l'heure nous ferons connaître les moyens de la déterminer expérimentalement.

On conçoit qu'elle dépend des rayons de courbure des faces de la lentille, de son épaisseur et de l'indice de réfraction du verre dont elle est faite.

§ 13. Avant de quitter le sujet de la formation des images par une lentille convergente, exposons ce qui se passe quand, regardant un objet au travers d'une lentille, on fait avancer ou reculer celle-ci sans déplacer ni l'œil ni l'objet. Supposons qu'on prenne une lentille biconvexe de 9 à 10 centimètres de distance focale, ou, comme on dit, *de foyer;* que, la tenant à la main et le bras aussi allongé que possible, on la place presque en contact avec la flamme d'une bougie; dans cette position, la flamme vue au travers de la lentille paraîtra droite, fort peu agrandie, et ne le serait pas du tout si le contact avec la flamme était rigoureux et la lentille infiniment mince. Que maintenant, sans bouger la tête ni l'œil, on ramène à soi lentement la lentille en regardant toujours la flamme au travers, voici ce qu'on observera : la flamme ira en s'agrandissant très-rapidement; et déjà, à une petite distance de la bougie, un seul point de la flamme ou de la mèche couvrira toute la surface de la lentille. A ce moment-là, celle-ci sera tout entière et uniformément éclairée; continuant le mouvement de la lentille, on verra reparaître l'image de la flamme, mais, cette fois, renversée, d'abord très-grosse, mais diminuant de plus en plus. Arrivée à un certain degré de petitesse, cette image toujours renversée recommencera à croître de nouveau jusqu'à ce qu'elle devienne assez grande pour qu'un seul de ses points couvre toute la lentille; à ce moment, et comme tout à l'heure, la surface sera entièrement et uniformément éclairée. On verra ensuite la flamme subitement redressée, fort grande et diminuant de nouveau jusqu'au moment où, la lentille arrivant au contact avec l'œil, elle paraîtra presque de grandeur naturelle. En résumé, l'image aura été droite deux fois, au commencement et à la fin du mouvement, et renversée dans le milieu de la course. Le grossissement aura été deux fois égal à l'unité; deux fois il aura été infini, et au milieu il aura eu un minimum.

Dans toutes les phases qui viennent d'être décrites, on ne verra pas nettement la flamme de la bougie : ce n'est que pour certaines positions de la lentille qu'il en sera ainsi. Ceux qui savent l'optique se rendront aisément raison de ce fait; toutefois, on verra assez bien la flamme en question pour s'assurer qu'elle paraît grossir, diminuer, se renverser et se redresser, ainsi que nous venons de le dire. Ces singulières apparences s'expliquent aisément, comme on le verra dans la seconde partie, par la discussion d'une formule très-simple.

§ 14. Revenons maintenant à notre distance focale absolue. Tout ce que nous avons dit à cet égard au § 12 et en considérant la figure 9 est vrai non-seulement pour une lentille simple biconvexe, mais aussi pour un système optique quelconque formé d'autant de lentilles qu'on voudra. En effet, nous avons vu à la fin du § 8 que les centres conjugués existent également dans un pareil système; dès lors on peut se représenter que P et P′ (fig. 9) représentent ces points remarquables du système en question, que KAL et KBL figurent sa première et sa dernière surface, et qu'entre elles il y en a un nombre quelconque non représentées. Il n'y aura rien de changé à nos triangles fondamentaux NMP, $m''n''$P′, et aux conséquences que nous en avons tirées.

Lorsque le système consistera dans une lentille simple très-mince, il n'y aura que fort peu de différence entre sa distance focale absolue et sa distance focale ordinaire, et c'est parce que dans les calculs de l'optique on néglige ordinairement l'épaisseur des verres employés, qu'on a été conduit à considérer seulement la seconde de ces distances.

Au contraire, dès que les lentilles en question auront une épaisseur sensible, on pourra arriver à ce résultat anormal, que des lentilles d'une distance focale ordinaire *égale* peuvent donner, d'un même objet fort éloigné, des images de grandeurs très-différentes. La figure 10 fait comprendre aisément la chose. Soit ACLK une première lentille dont les centres conjugués sont P et P′, et la distance focale *ordinaire* est Bm''; soit une seconde lentille plus grande et plus épaisse K′AL′L′BK′, dont les centres conjugués sont Q et Q′, et la distance focale ordinaire est Bm'', égale à la première; on a placé la grande lentille relativement à l'autre, de manière que leurs axes coïncident, ainsi que les deux points B, où les surfaces postérieures sont rencontrées par cet axe commun. Soit NP et N′Q les axes parallèles de deux faisceaux obliques arrivant sur les deux lentilles, d'un même point N ou N′ de l'objet, infiniment éloigné; soit MQ l'axe du faisceau commun aux deux lentilles venant d'un autre point M de l'objet, placé sur Mm''. L'image sera $m''n''$ pour la première lentille, tandis qu'elle sera $m''p''$ pour la deuxième; la première sera moindre que la seconde, et cela d'autant plus que les centres de départ P′ et Q′ seront plus distants l'un de l'autre.

La seconde lentille K′AL′L′BK′ peut même, dans la figure 10, représenter un système optique convergent quelconque, dont l'épaisseur ou plutôt la longueur serait AB; ainsi, K′AL′ pourra figurer la surface antérieure du premier verre d'un objectif double de daguerréotype, et K′BL′ la surface postérieure du second objectif ou celle qui regarde la glace dépolie; dans ce cas, la longueur AB est assez grande pour que la distance Q′P′ aille à plusieurs centimètres, en sorte que les images $m''n''$ et $m''p''$ seraient de grandeur très-différente. En fait, un objectif double français de 25 centimètres de foyer (acception ordinaire) et un objectif achromatique simple de 35 centimètres de foyer (même acception) donnent des images à peu près de même grandeur. Voilà la confusion à laquelle on arrive en considérant la distance focale ordinaire d'un système optique au lieu de sa distance focale absolue.

On peut même rendre la chose plus frappante encore de la manière suivante : supposons qu'on a une lentille d'un mètre de distance focale; à 99 centimètres de celle-ci, plaçons-en une autre d'un foyer très-long, et par conséquent ne modifiant que très-peu l'effet de la première, un verre plan même, si l'on veut. Un pareil système renfermé dans un tube sera un objectif tout à fait analogue à l'objectif double de photographie. Il donnera comme ce dernier une image renversée plus ou moins nette de l'objet éloigné quelconque placé au-devant de la première lentille, seulement la longueur de l'appareil sera énorme; l'image formée sur la glace dépolie et celle-ci elle-même seront à moins d'un centimètre de la seconde lentille. Suivant la définition ordinaire de la distance focale, il faudra dire que cet appareil a un centimètre environ de foyer, et pourtant il donnera des images à peu près aussi grandes que la lentille simple d'un mètre de distance focale; or, une lentille d'un centimètre de foyer aurait donné des images cent fois plus petites. On aurait donc deux systèmes, l'un simple, l'autre composé, définis par une même distance focale et dont l'un donnerait des images cent fois plus petites que l'autre.

Concluons donc que si l'on veut s'entendre là-dessus et prévoir quelle sera la grandeur des images formées par des systèmes optiques de constructions et de natures diverses, *il faut absolument les définir par leur distance focale absolue et non plus, comme on l'a fait jusqu'ici, par la distance de leur dernière surface à l'image.*

Enfin les persónnes qui connaissent la théorie des micromètres ou des réticules placés au foyer des objectifs de lunettes que l'on adapte à une foule d'instruments de géodésie ou d'astronomie, comprendront aisément que toutes les fois que dans ces théories on a à considérer la distance focale des objectifs, c'est de leur distance focale absolue qu'il est question, et non pas de leur distance focale ordinaire.

Il est cependant une condition essentielle pour qu'il y ait réellement avantage à l'adoption de la distance focale absolue, comme caractéristique des appareils photographiques ; il faut que lorsque cette distance est la même pour deux systèmes, différents d'ailleurs par leur construction, ils donnent toujours du même objet placé à la même distance des images d'égale grandeur. Or, c'est justement ce qui a lieu, quoique la chose ne soit pas évidente *à priori;* mais nous ferons voir dans la seconde partie que lorsqu'on considère un objectif double de daguerréotype, un objet à reproduire et son image sur la glace dépolie, on obtiendra une image de même grandeur, en employant, au lieu de l'objectif double, une lentille infiniment mince de même distance focale absolue que lui, et la mettant au lieu qu'occupait auparavant le centre d'arrivée du système ; il faudra, de plus, reculer la glace dépolie d'une quantité égale à la distance des centres conjugués. Dès lors, puisqu'un système double quelconque produit les mêmes effets que la lentille sans épaisseur de même foyer que lui, deux systèmes qui ont la même lentille équivalente produiront des effets identiques, du moins sous le rapport de la grandeur des images. On se rappellera que les distances à l'objet devront être comptées à partir du centre d'arrivée pour chaque appareil. Il sera donc utile de marquer sur le tube qui sert de monture les points qui correspondent aux centres conjugués.

§ 15. Voyons maintenant comment on déterminera cette distance focale absolue. Pour cela, supposons (fig. 11) que KAL, KBL soient la première et la dernière surface d'un système optique ; P et P′ les centres d'arrivée et de départ ; NP l'axe du faisceau oblique arrivant de l'extrémité supérieure d'un objet infiniment éloigné ; P′*n* la direction de ce même axe à son émergence ; que M*m* représente à la fois l'axe du système et aussi celui d'un faisceau émané du point de l'objet placé sur cet axe ; enfin, que *mn* soit l'image, l'angle MPN est égal à l'angle $mP'n$. Si donc on connaissait le premier, on aurait le second ; mesurant en outre la grandeur de l'image mn, le triangle rectangle $mP'n$, où l'on connaît les trois angles et le côté mn, permettra de calculer $P'm$ ou la distance focale absolue ; si on en retranche Bm, distance focale ordinaire facile à mesurer, on aura P'B, ce qui permettra de marquer la place de P' sur le tube de la monture. En retournant le système bout pour bout, et faisant la même opération, on trouvera de même la position du point P. Quant à l'angle NPM, on pourra le mesurer avec un théodolite.

Cela suppose qu'on a la facilité d'observer un objet infiniment éloigné et sous-tendant malgré cela un angle NPM, assez grand pour que l'image mn ne soit pas trop petite et puisse par conséquent être mesurée avec exactitude. Or, nous ne connaissons que les distances d'étoiles qui remplissent cette double condition, et il n'est malheureusement pas possible d'observer leur image de nuit sur la glace dépolie et encore moins de la mesurer avec un appareil simple et peu coûteux.

Il serait bon, en outre, que l'angle sous-tendu par l'objet fût de 5 degrés 43 minutes et demie ; car alors l'image mn serait toujours le dixième de $P'm$, et dès que l'on aurait la première en millimètres, le même nombre donnerait la seconde en centimètres.

Or, on peut créer un objet artificiel réunissant tous ces avantages d'une manière très-simple.

Soit MLHN (fig. 12) un tube d'une longueur KO égale à 10 centimètres ; dans le fond MN de ce tube pratiquons une ouverture ronde centrale ab de 1 centimètre, et plaçons à l'autre bout une lentille LH, dont le centre d'arrivée soit O et le centre de départ O' ; supposons, de plus, que la distance focale absolue de cette lentille soit égale à KO ; d'après ce qu'on a vu précédemment, § 12, les pinceaux LaH et LbH, émanés des points a et b de l'ouverture, se changeront après leur passage au travers de la lentille en faisceaux TLHV et RLHS, dont les axes seront les lignes brisées $aOO'G$ et $bOO'F$. Si maintenant nous plaçons le tube en question au-devant de la première surface RTSV d'un système optique quelconque, dont les centres conjugués sont P et P', la dernière surface KX, *mn* sera l'image de l'ouverture ; nous serons dans les conditions que supposait la figure 11, et les raisonnements du commencement de ce paragraphe deviendront applicables. Dès lors, si on reçoit l'image sur une glace dépolie placée en *mn*, qu'on la mesure exactement au moyen d'une petite échelle en millimètres tracée sur la glace en question, le nombre ainsi obtenu donnera en centimètres la longueur P'Z, soit la distance focale absolue du système. Nous nommons *focabsolumètre* l'ensemble du tube et de la petite échelle tracée sur le verre dépoli. Tel est l'instrument que nous proposons pour la détermination des distances focales dans les appareils photographiques.

§ 16. Avant de passer à la seconde partie de ce mémoire, nous ferons connaître une propriété fort curieuse du centre de départ d'un système optique, propriété qui a été utilisée dans les appareils de photographie appelés panoramiques.

Soit, fig. 13, un système optique quelconque convergent représenté seulement, pour plus de simplicité, par ses deux centres conjugués P et P' et la droite PP' qui les joint. Sur l'axe PP supposons un objet A infiniment éloigné ayant son image en *a* sur une glace dépolie verticale cylindrique *bb'aa'*, dont le rayon de courbure soit K*a*. Soit un autre objet B aussi très-éloigné, envoyant un faisceau oblique dont l'axe est BPP'*b* et formant l'image de B en *b* sur la même glace dépolie.

Cela posé, supposons que le système optique représenté par PP' tourne autour du point K, que dans la figure 13 on a supposé placé sur PP', mais au delà de P' par rapport à la glace *bb'aa'*; le système prenant par exemple la nouvelle position P_1P_1', les axes BPP'*b* et APP'*a* deviendront respectivement

$BP_1P_1'b'$ et AP_1 $P_1'a'$; BP_1 étant parallèle à BP et AP_1 à AP; les points a et b prendront les positions respectives a' et b', en sorte que le système ayant tourné autour d'un axe vertical projeté en K, et cela de droite à gauche, l'image ab aura marché de gauche à droite sur la glace cylindrique et sera arrivée en $a'b'$.

Si maintenant on suppose (fig. 14) que la projection de l'axe vertical de rotation du système soit placée en K, toujours sur l'axe, mais entre P′ et la glace $b'ba'a$, et qu'on fasse les mêmes suppositions et constructions que ci-dessus, on verra que le système optique ayant tourné comme tout à l'heure, de droite à gauche, l'image ab se sera déplacée cette fois sur la glace dépolie en marchant aussi de droite à gauche. On conclut de là, et la figure 15 le confirme, que si le point K eût coïncidé avec P′, il n'y aurait pas eu déplacement de l'image pendant la rotation. En faisant donc tourner lentement le système optique autour d'un axe projeté en P′ (fig. 15), on verra les images des objets placés au-devant de l'appareil se peindre successivement sur la glace cylindrique, y rester immobiles pendant leur apparition, s'éteindre à mesure qu'elles sortent du champ de l'instrument et faire place à d'autres qui s'éteindront à leur tour. Il est d'ailleurs évident que, si, comme nous l'avons supposé, le rayon de courbure de la glace est égal à Ka, les images pendant la rotation auront eu la même netteté que s'il n'y avait pas eu mouvement.

Dans les systèmes d'objectifs doubles employés pour la photographie, il résulte des distances focales de chaque objectif isolé et de l'intervalle qui sépare ces derniers, que les points d'arrivée et de départ sont placés à l'inverse de ce qu'on a sup posé jusqu'ici, c'est-à-dire que le centre conjugué le plus voisin de la première surface est le point de départ et non le point d'arrivée, et que le centre conjugué le plus voisin de la dernière est le point d'arrivée et non celui de départ. D'ailleurs les raisonnements seraient les mêmes que ci-dessus, et conduiraient aux mêmes conséquences.

Dans les appareils panoramiques construits jusqu'à ce jour, c'est par tâtonnement qu'on trouvait la position du point K. On ne connaissait ni la manière de le déterminer analytiquement, ni les autres propriétés optiques que nous lui avons reconnues.

CHAPITRE III.

SOLUTION DE QUELQUES PROBLÈMES UTILES AUX PHOTOGRAPHISTES.

§ 17. Les personnes qui se servent de la chambre noire pour faire des portraits ou des vues ont à chaque instant intérêt à connaître, outre la distance focale de leur objectif, la grandeur de l'image qu'elles obtiendront, l'éloignement du sujet à reproduire, et enfin le tirage que devra avoir la glace dépolie. De ces quatre quantités deux étant connues, on peut aisément conclure les deux autres par le calcul. Le plus ordinairement on connaît la distance focale de l'objectif et le rapport de grandeur de l'image à l'objet. Ce dernier nombre est une fraction dont le numérateur 1 indique qu'on a pris l'objet pour unité, et le dénominateur exprime combien la grandeur de l'objet contient de fois celle de l'image. Ainsi le rapport de l'image à l'objet étant $\frac{1}{15}$, cela signifie que l'image est quinze fois plus petite que l'objet. Si ce rapport était $\frac{1}{1}$ ou l'unité, l'image et l'objet seraient de même grandeur. Pour faciliter dans la pratique l'évaluation de ce rapport, nous ferons choix de deux unités; l'une qui sera la grandeur ordinaire de la tête d'une personne, soit 21 centimètres; elle servira pour les portraits; l'autre, que l'on emploiera pour reproduire les monuments ou les vues, sera la taille moyenne de l'homme; savoir, 175 centimètres. D'après ces données, nous avons calculé le petit tableau ci-dessous, qui donne le rapport de l'image à l'objet pour la grandeur donnée que devra avoir sur l'épreuve, soit la tête du portrait que l'on veut faire, soit le personnage entier qui figurera dans la vue ou le paysage en question.

RAPPORT de l'image A L'OBJET.	GRANDEUR de l'image D'UN HOMME.	GRANDEUR de l'image D'UNE TÊTE.
1/1	1,750 mill.	210 mill.
1/2	875	105
1/3	583	70
1/4	437	52
1/5	350	42
1/6	292	35
1/7	250	30
1/8	219	26
1/9	194	23
1/10	175	21
1/15	117	14
1/20	88	11
1/25	70	8
1/30	58	7
1/35	50	6
1/40	44	5 1/4
1/45	39	4 3/4
1/50	35	4 1/4
1/60	29	3 1/2
1/70	25	3
1/80	22	2 1/2
1/90	19	2 1/3
1/100	18	2 1/10
1/120	15	1 3/4
1/140	13	1 1/2
1/160	11	1 1/3
1/180	10	1 1/5
1/200	9	1

Veut-on par exemple faire un portrait où la tête ait 26 millimètres de grandeur, le tableau fait voir que le rapport de l'image à l'objet sera $\frac{1}{8}$. Est-il question d'une vue où doivent figurer des personnages ayant 11 millimètres de hauteur, le même tableau donne pour le rapport en question $\frac{1}{160}$. Ce choix de la hauteur de l'homme pour mesure, lorsqu'il s'agira de vues ou de monuments, sera souvent utile pour savoir à l'avance, et sans transporter sa chambre noire sur les lieux, si l'on peut reproduire tel monument en entier ou telle étendue de terrain sur une plaque ou glace de grandeur donnée. Supposons qu'on ait un appareil normal pour plaque de 22 centimètres sur 16, et qu'il soit question de reproduire sur cette étendue un monument quelconque. Profitant de ce que quelqu'un passe tout auprès, ou, à défaut, y envoyant un aide, nous évaluerons par estime combien la hauteur du monument en question contient de fois celle du personnage. Supposons que nous jugions que c'est 15 fois à peu près, nous en conclurons qu'en supposant notre plaque remplie en hauteur par le monument, le personnage y occuperait un espace égal à $\frac{1}{15}$ de 16 centimètres, soit 10 millimètres $\frac{1}{2}$ à peu près. Notre tableau nous apprend que le rapport de l'image à l'objet est alors environ $\frac{1}{170}$; or, tout à l'heure, un second tableau nous apprendra que, pour l'obtenir, il faut se mettre à une distance de 86 mètres de l'objet pour un daguerréotype de 50 centimètres de foyer. Si donc la disposition des lieux ne nous permet pas de nous éloigner autant et que notre objectif ait un foyer égal à 50 centimètres, ou soit plus long encore, nous devrons renoncer à avoir le monument entier sur la plaque normale.

Nous pourrons par un procédé analogue évaluer l'espace qu'occuperait sur notre plaque la hauteur d'un monument pris depuis l'endroit où l'on se trouve. Pour cela, se mettant en face de lui, on fera marcher devant soi un aide qui s'éloignera jusqu'à ce qu'il paraisse de la même grandeur que la hauteur du monument. On mesurera alors approximativement la distance où l'on est de cet aide, et s'il est, je suppose, à 14 mètres de distance, comme 14 mètres contiennent huit fois la hauteur de l'homme, 1 mètre 75, on saura, § 12, que la distance focale de l'objectif contient aussi huit fois la grandeur qu'aurait sur la glace l'image du personnage, et par conséquent aussi celle du monument. Si donc la distance focale de l'appareil est de 40 centimètres, l'image du monument sera de 5 centimètres en hauteur.

C'est en faisant usage des tableaux en question et par les moyens qui viennent d'être indiqués, que l'on pourra souvent éviter le transport d'appareils embarrassants et l'emploi d'instruments propres à mesurer les angles.

§ 18. Dès que l'on a la distance focale de l'objectif et le rapport de grandeur de l'image à l'objet, rien n'est plus facile que de trouver la distance de l'objet au point d'arrivée de l'objectif. En effet, *il suffit de multiplier la distance focale donnée, par le dénominateur du rapport en question après y avoir ajouté l'unité;* quant au tirage de la glace dépolie, c'est-à-dire la distance de l'image au point de départ du système objectif, pour l'obtenir, *on ajoutera à la distance focale donnée le quotient de sa division par le dénominateur du rapport.*

Ainsi soit la distance focale absolue, égale à 45 centimètres, et le rapport de l'image à l'objet, $\frac{1}{15}$, on multipliera 0,45 par 15 plus 1, ou 16, et l'on obtiendra 7 mètres 20 pour la distance de l'objet au point d'arrivée.

De même, si à la distance focale, 45 centimètres, on ajoute 3 centimètres résultat de la division de 45 par 15, on aura 48 centimètres pour la distance de la glace dépolie au point de départ de l'objectif.

Si l'on n'a pas besoin d'une extrême exactitude dans les résultats, on pourra supposer confondus en un seul les points d'arrivée et de départ du système optique employé. Dans le cas d'un objectif achromatique simple, on pourra prendre le milieu de son épaisseur pour le point commun d'où l'on comptera les distances soit de l'objet, soit de l'image. Dans le cas de l'objectif double, on prendra le milieu de l'intervalle des deux objectifs pour ce point commun.

§ 19. C'est par les règles qui viennent d'être indiquées que nous avons calculé le tableau suivant, qui donne les distances de l'objet et de son image aux points respectifs d'arrivée et de départ, connaissant la distance focale et le rapport de grandeur de l'image.

La première colonne verticale contient les distances focales de 5 en 5 centimètres, depuis 10 jusqu'à 100 centimètres; pour des distances focales intermédiaires, on pourra interpoler ou plutôt calculer les résultats par les règles ci-dessus. La seconde colonne verticale, qui porte en tête le nombre fractionnaire $\frac{1}{1}$ ou 1, donne, pour ce rapport de grandeur de l'image, et vis-à-vis de chaque distance focale de la première colonne, deux nombres : le premier est la distance de l'objet au point d'arrivée; le second, celle de la glace dépolie au point de départ. La somme de ces deux nombres est donc la distance de l'objet à l'image, plus le petit intervalle qui sépare les centres conjugués. La troisième colonne verticale donne les mêmes choses, mais pour le rapport d'image $\frac{1}{2}$; la quatrième colonne les donne pour le rapport $\frac{1}{3}$, et ainsi des suivantes.

Supposons qu'avec un objectif de 30 centimètres de foyer on veuille faire un portrait au $\frac{1}{6}$ de grandeur.

Partant du nombre 30 de la première colonne verticale, on suivra la ligne horizontale jusqu'à ce qu'on soit arrivé dans la verticale en tête de laquelle se trouve $\frac{1}{6}$; on tombera ainsi sur la case où se trouvent les deux nombres 2,10 et 0,35; le premier indique que la personne devra être à 2 mètres 10 centimètres du point d'arrivée de l'objectif, et le second nous apprend que la glace dépolie mise au foyer sera à environ 35 centimètres du point de départ.

Les résultats du tableau sont exacts à moins d'un centimètre près; plus d'exactitude eût été inutile, surtout pour le nombre qui détermine la distance de la glace dépolie, attendu que c'est toujours par la mise effective au point, qu'on règle celle-ci. Cette dernière quantité est toutefois bonne à connaître d'avance, quand ce ne serait que pour savoir si le local où l'on opère est assez grand pour opérer telle réduction d'image avec tel foyer d'objectif.

Ainsi, veut-on savoir quelle est la plus petite réduction qu'on peut faire avec un foyer de 40 centimètres, dans une chambre dont la plus grande dimension est de 4 mètres, ôtons d'abord 1 mètre pour la place de celui qui posera et pour celle de l'opérateur mettant au point sur la glace dépolie, nos 4 mètres se réduiront à 3 mètres.

Dans la ligne horizontale qui correspond au foyer 40, faisons à vue la somme des deux nombres de chaque case jusqu'à ce que nous trouvions le résultat qui approche le plus de 3 mètres, mais en moins, et nous arriverons ainsi au nombre 2,88, fourni par la colonne verticale en tête de laquelle se trouve $\frac{1}{5}$.

Telle sera la plus petite grandeur d'image que nous pourrons obtenir dans ce local avec cet objectif.

Le premier tableau nous apprend que la tête de notre portrait aurait sur l'épreuve 42 millimètres, et qu'un personnage de taille ordinaire occuperait 35 centimètres; or, comme l'espace de netteté suffisante que l'on obtient avec un objectif n'est guère que la moitié de sa distance focale, nous n'aurions ici que 20 centimètres, tandis qu'il en faudrait 35. Dans ce local exigu, nous ne pourrions donc pas faire de portraits en pied.

Un problème analogue serait celui où, ayant la distance de l'objet à l'image, on demanderait quel foyer devrait avoir l'objectif pour obtenir une réduction donnée dans le portrait.

Ainsi, on peut disposer d'un espace de 4 mètres, et on veut faire une réduction au $\frac{1}{8}$ en employant un objectif du plus long foyer possible; quel sera ce foyer? Pour le connaître, je consulte la colonne verticale en tête de laquelle se trouve $\frac{1}{8}$, et, faisant la somme des deux nombres de chaque case jusqu'à ce que je trouve le résultat le plus voisin de 4, j'arrive ainsi jusqu'à la septième case, qui me donne 4,05 et correspond horizontalement au foyer 40, qui sera celui qu'on cherchait.

La solution des divers problèmes que les tableaux ci-dessus permettent de résoudre avec facilité fournira souvent après coup des données qui pourront être utiles. Ainsi, dans une vue faite avec un objectif connu, on pourra retrouver la grandeur réelle d'une place qui séparait l'opérateur du monument reproduit, la hauteur effective de celui-ci, ou telle autre dimension qu'on peut avoir intérêt à connaître.

SECONDE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

DÉTERMINATION DU CENTRE OPTIQUE D'UNE LENTILLE.

§ 20. Soit KALB (fig. 16) une lentille biconvexe dont les centres de courbure sont C et C′, et l'axe CC′. Par ces centres menons deux rayons quelconques CM, C′N parallèles entre eux et déterminant une transversale MN qui rencontre l'axe en O. Si MN est le trajet dans la lentille du rayon incident IM et que le rayon émergent soit NR, on aura par la loi de la réfraction

$$\text{Sin } i = n \sin \rho \text{ et } \sin i' = n \sin \rho'.$$

Mais puisque CM et C′N sont parallèles, on a $\rho = \rho'$ et par suite $i = i'$ à cause des équations ci-dessus ; d'où IM et NR parallèles entre elles. La même chose se prouve aussi en considérant que les rayons CM, C′N étant parallèles, les tangentes en M et N aux arcs de cercle KAL et KBL seront aussi parallèles. Or ces tangentes représentant les traces des plans tangents aux surfaces sphériques, dans les mêmes points M et N, ceux-ci seront également parallèles entre eux : dès lors le rayon incident IM se trouve à son entrée dans le verre en M dans les mêmes circonstances que s'il avait à traverser un milieu terminé par deux plans parallèles, cas où, comme l'on sait, la direction d'émergence est parallèle à celle d'incidence.

Les triangles semblables MOC et NOC' donnent CM : C'N :: CO : C'O ou, ce qui est la même chose, AC : C'B :: CO : C'O ou encore AO + CO : BO + C'O :: CO : C'O, d'où AO : BO :: CO : C'O :: CM : C'N ; en désignant les rayons CM et C'N par r et r', la proportion devient enfin AO : BO :: $r : r'$; si l'on désigne par e l'épaisseur de la lentille, on a AO + BO $= e$; de la proportion ci-dessus et de cette équation on tire :

$$\mathrm{AO} = \frac{er}{r + r'}; \ \mathrm{BO} = \frac{er'}{r + r'}; \ (1)$$

ces résultats ne contenant rien qui caractérise la position des rayons parallèles CM et C'N, sont les mêmes pour tous les couples de rayons pareils qu'on voudrait mener. Donc le point O est le même pour toutes les transversales telles que MN. En donnant à r et r' des valeurs convenables dans les formules (1), on en conclura la position du point O pour chaque cas particulier. Il est évident que les valeurs négatives de r et r' répondront à des surfaces concaves au lieu d'être convexes ; que des valeurs infinies répondront au plan, enfin que des valeurs négatives obtenues pour AO ou BO indiqueront que le point O est placé inversement par rapport aux points A et B.

§ 21. Examinons quelques cas particuliers : 1° soit $r' = r$, nos formules donnent AO $=$ BO $= \frac{1}{2} e$, ce qui est évident *à priori* par la raison de symétrie, et cela quel que soit le signe de r ou r', c'est-à-dire que la lentille soit équibiconvexe ou équibiconcave. Le centre optique se confond ici avec le centre de figure.

2° Supposons que r', d'abord égal à r et de même signe que lui, aille en augmentant jusqu'à devenir infini, AO ira depuis $\frac{1}{2}e$ jusqu'à o, tandis que BO ira depuis $\frac{1}{2}e$ jusqu'à e. Ces deux résultats s'accordent pour indiquer que le point O se transporte depuis le milieu de l'épaisseur jusqu'au point A sommet de la courbe KAL; cela encore est évident, car (fig. 17) toutes les droites passant par A telles que AM sont des transversales à cause des rayons parallèles AC et MC′, le dernier étant infini; ou bien encore le plan tangent en A étant parallèle à la face plane KBL, tout rayon incident au même point A ressortira parallèlement à sa direction primitive, comme ayant traversé une lame à faces parallèles.

3° Soit maintenant r' négatif, c'est-à-dire la surface postérieure de la lentille concave, comme dans les figures 4 et 5. Supposons d'abord que la valeur absolue de r' soit plus petite que celle de r, dans ce cas AO sera positif et BO négatif; il résulte de là que le point O sera hors de la lentille, et placé à la droite de B, ainsi que le représente la figure 5.

Lorsque r' toujours négatif aura obtenu la même valeur absolue que r, AO et BO seront toutes deux infinies en même temps, mais de signe contraire, ce qui nous apprend que le point O toujours à la droite de B s'en sera éloigné à l'infini.

Or cela est aussi évident *à priori*, car (fig. 18) les courbes KAL, KBL étant égales, toute parallèle AON à l'axe est une transversale à cause des rayons parallèles CM, C′N, ou des plans tangents parallèles représentés par les tangentes qui le sont aussi. Les transversales, étant parallèles à l'axe, rencontreront ce dernier à l'infini.

Enfin quand r' aura atteint une valeur absolue plus grande que r, on aura AO négatif et BO positif; le point O placé à l'infini de la lentille quand $r' = r$ est à droite ou à gauche, suivant qu'on est arrivé à cette égalité en partant de r' plus petit ou de r' plus grand, sera pour ce dernier cas à la gauche de A, ainsi que le représente la figure 4.

En faisant passer r par les mêmes phases que nous avons fait subir à r', on obtiendra les mêmes résultats que ci-dessus, seulement tout ce qui avait lieu à droite aura lieu à gauche, et *vice versâ*.

Enfin si le dénominateur $r + r'$ n'est pas infiniment petit et que e soit nul, alors AO et BO deviennent nuls également. Ceci nous apprend que dans la lentille sans épaisseur ou infiniment mince le centre optique se confond avec les points A et B, fig. 16, qui, dans ce cas, n'en forment plus eux-mêmes qu'un seul.

Mais, e étant toujours supposé très-petit, si r et r' sont presque égaux et de signes contraires, $r + r'$ sera aussi fort petit, c'est-à-dire comparable à e; dans ce cas, AO et BO conservent des valeurs finies qui n'établissent plus la coïncidence du point O avec A ou B, quoique ces derniers soient presque confondus en un seul.

CHAPITRE II.

DES CENTRES CONJUGUÉS D'UNE LENTILLE.

§ 22. Prolongeons (fig. 16) les rayons incidents et émergents parallèles entre eux, IM et NR, jusqu'à leur rencontre en P et P′ avec l'axe CC′ et cherchons les distances AP et BP′. Désignons par φ l'angle MOA que la transversale MN fait avec l'axe. Nous avons déjà trouvé, § 20, $AO = \frac{er}{r + re'}$; $BO = \frac{er'}{r + r'}$; en retranchant ces résultats respectivement de r et r', nous trouverons

$$OC = \frac{r\,(r + r' - e)}{r + r'};\ OC' = \frac{r'\,(r + r' - e)}{r + r'};$$

de plus les deux triangles MOC, NOC′ donneront séparément

$$MO = \frac{r \sin(\varphi - \rho)}{\sin \varphi};\ NO = \frac{r' \sin(\varphi - \rho')}{\sin \varphi} = \frac{r' \sin(\varphi - \rho)}{\sin \varphi}.$$

Le triangle MOC donne encore

$$\sin \rho = \frac{OC}{MC} \sin \varphi = \frac{r + r' - e}{r + r'} \sin \varphi;$$

nous avons également par la loi de la réfraction, n étant l'indice, $\sin i = n \sin \rho$.

Les triangles POM, P′ON donnent aussi

$$PO = MO.\frac{\sin(\varphi + i - \rho)}{\sin(i - \rho)};$$

$$P'O = NO.\frac{\sin(i' - \rho')}{\sin(\varphi + i' - \rho')} = NO.\frac{\sin(i - \rho)}{\sin(\varphi + i - \rho)};$$

mettant les valeurs ci-dessus de MO et NO, on aura

$$PO = \frac{r \sin(\varphi - \rho)\sin(i - \rho)}{\sin\varphi \sin(\varphi + i - \rho)};\ P'O = \frac{r' \sin(\varphi - \rho)\sin(i - \rho)}{\sin\varphi\sin(\varphi + i - \rho)}.$$

Si maintenant nous supposons que la transversale MN soit peu inclinée sur l'axe CC′, c'est-à-dire que φ soit un petit angle, il en résultera que les arcs AM et BN seront peu étendus et que les rayons incidents et émergents IM et RN seront également peu inclinés sur CC′; par suite i, ρ seront du même ordre de petitesse que φ; cette dernière conséquence résulte aussi des équations $\sin i = n \sin \rho$ et $\sin \rho = \dfrac{r + r' - e}{r + r'} \sin \varphi$; en mettant donc au lieu des sinus leur valeur en fonction de l'arc, et négligeant dans les séries les termes du troisième ordre de petitesse, on aura simplement

$$i = n\frac{r + r' - e}{r + r'}\varphi;\ \rho = \frac{r + r' - e}{r + r'}\varphi.$$

D'où l'on tire

$$\varphi - \rho = \frac{e}{r + r'}\varphi;\ i - \rho = \frac{(n - 1)(r + r' - e)}{r + r'}\varphi;$$

$$\varphi + i - \rho = \frac{n(r + r') - (n - 1)e}{r + r'}\varphi.$$

Mettant ces valeurs au lieu de $\sin(\varphi - \rho)$, $\sin(i - \rho)$, et $\sin(\varphi + i - \rho)$ dans celles de PO et P′O, celles-ci deviennent

$$PO = \frac{re(n - 1)(r + r' - e)}{(r + r')\left\{n(r + r') - (n - 1)e\right\}};\ P'O = \frac{r'e(n - 1)(r + r' - e)}{(r + r')\left\{n(r + r') - (n - 1)e\right\}};$$

valeurs entièrement indépendantes de φ, ce qui démontre la propriété des centres conjugués. Si de $AO = \frac{er}{r + r'}$ on retranche la valeur précédente de PO, il viendra

$$AP = \frac{re\{n(r + r') - (n - 1)e\} - re(n - 1)(r + r' - e)}{(r + r')\{n(r + r') - (n - 1)e\}}$$

$$= \frac{er}{n(r + r') - (n - 1)e};$$

on trouvera de même $BP' = \frac{er'}{n(r + r') - (n - 1)e}$.

Les valeurs de AP et BP' font voir que dès que e est nul, ces lignes le sont elles-mêmes. Il n'y a qu'un cas exceptionnel, celui où le dénominateur serait nul en même temps que e ; on aurait alors $e = o$; $r + r' = o$, d'où $r' = - r$.

Les valeurs de AP et BP' se présentant ici sous la forme $\frac{o}{o}$ sont indéterminées, et tous les points de l'axe sont centres conjugués. Or, cela est évident *à priori*, parce que, en vertu des équations $e = o$, $r' = - r$, la lentille ne forme plus dans ce cas qu'une couche sphérique de verre sans épaisseur, qui, ainsi qu'on le voit aisément, n'exercera aucune déviation sur les rayons peu inclinés sur son axe qui la traverseront, quelle que soit d'ailleurs leur direction. Pour chacun d'eux le point de concours avec l'axe sera en même temps centre d'arrivée et centre de départ.

Un second cas qui mérite de nous arrêter est celui où l'on a $r + r' = e$ sans qne e soit nul ; AP et BP' se réduisent respectivement à r et r'. Or, ce résultat est aussi évident *à priori* ; en effet, supposons d'abord r et r' positifs tous deux ; attendu l'équation $r + r' = e$, les centres conjugués ne forment plus alors qu'un point qui est le centre de courbure commun des deux faces de la lentille. Dès lors tout rayon incident dirigé vers lui entre et sort de la lentille sans déviation aucune. Si

r' est négatif, à cause de $r + r' = e$, les centres conjugués se réduisent également à un seul point placé à droite de la lentille, et qui est encore le centre commun de courbure de ses deux faces. Tout rayon dirigé vers lui traverse la lentille sans déviation.

Supposons enfin le dénominateur des valeurs de AP et BP′ égal à o sans que e le soit, nous aurons

$$r + r' = e - \frac{e}{n};$$

AP et BP′ seront infinies, d'où les centres conjugués, à l'infini eux-mêmes. Dans ce cas, tous les rayons arrivant sur la lentille parallèlement à l'axe en ressortiront aussi parallèles, ainsi que le représente la figure 19.

Or, ce cas se vérifie aisément comme suit. Le triangle MOC (fig. 19) donne, les dénominations employées jusqu'ici étant toutes conservées, $\text{CO} = \frac{r \sin \rho}{\sin (i - \rho)}$, et l'on a toujours, par la loi de la réfraction, $\sin i = n \sin \rho$; mais les angles i et ρ étant, comme précédemment, supposés très-petits, l'on prendra les arcs au lieu des sinus; les deux équations précédentes deviendront $\text{CO} = \frac{r\rho}{i - \rho}$ et $i = n\rho$, n étant toujours l'indice de réfraction; on en tire $\text{CO} = \frac{r}{n - 1}$; on trouvera de même $\text{C'O} = \frac{r'}{n - 1}$, d'où $\text{AB} = e = \text{AC} + \text{CO} + \text{C'O} + \text{C'B}$, ou bien $\text{AB} = r + \frac{r}{n - 1} + \frac{r'}{n - 1} + r'$; ce qui donne, comme ci-dessus, l'équation

$$r + r' = e - \frac{e}{n}.$$

§ 23. Les valeurs de AP et BP′ (fig. 16), que nous avons trouvées directement, auraient pu être déduites des formules générales données par M. Biot à la page 474 du tome Ier de son *Astronomie*, dernière édition.

Ce savant auteur prouve que les lignes que nous avons représentées par AP et BP′ (fig. 16) ont les valeurs suivantes dans un système optique formé par un nombre quelconque de lentilles assemblées sur un même axe :

$$AP = \frac{(N-1)\,u}{P}; \quad BP' = \frac{(R-1)\,u}{P},$$

N, R, P étant des fonctions censées connues, soit des rayons de courbure des faces des lentilles, soit de leurs épaisseurs et des intervalles qui les séparent, soit enfin des indices de réfraction des milieux successifs que le rayon lumineux traverse.

La quantité u représente la vitesse de la lumière dans le milieu où le système optique est placé.

A la page 482 du même volume de l'ouvrage qui vient d'être mentionné, on trouve que pour une seule lentille les quantités N, R, P ont les valeurs suivantes :

$$N = 1 - \frac{(n-1)e}{nr'}; \quad R = 1 - \frac{(n-1)e}{nr}; \quad P = (1-n)u\left\{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} - \frac{(n-1)e}{nrr'}\right\},$$

r, r', n, e ayant le sens que nous leur avons attribué jusqu'ici.

Mettant ces valeurs de N, R, P dans les expressions ci-dessus de AP et BP′, on trouve, comme précédemment,

$$AP = \frac{er}{n(r+r') - (n-1)e}; \quad BP' = \frac{er'}{n(r+r') - (n-1)e}.$$

Ces formules sont donc exactes; mais la manière dont nous les avons trouvées d'abord a l'avantage d'être directe, et ensuite de permettre de s'assurer aisément que la propriété des centres conjugués cesse d'avoir lieu dès qu'on ne regarde plus comme négligeables les troisièmes puissances de l'angle φ, dans les développements en série.

CHAPITRE III.

DES DISTANCES FOCALES ORDINAIRES ET ABSOLUES D'UNE LENTILLE ET DE L'IMAGE PRODUITE PAR CELLE-CI.

§ 24. Soit une surface sphérique de séparation représentée par l'arc AM (fig. 20), C son centre, E un point lumineux; EC sera l'axe du pinceau qui en émane. Nous supposerons que tous les rayons composants, tels que EM, fassent avec l'axe un fort petit angle, que nous désignerons par φ. On regardera aussi l'arc AM comme très-petit par rapport au rayon MC $=$ AC $= r$. Soit MO le rayon réfracté dans le milieu postérieur; désignons par n l'indice de réfraction du second milieu par rapport au premier, par a la distance EA du point E à la lentille, enfin par y la distance AO; les triangles ECM et COM donneront :

$$\text{EC} : \text{CM} :: \sin i : \sin \varphi; \quad \text{CM} : \text{OM} :: \sin \text{AOM} : \sin \text{ACM};$$

ou, ce qui revient au même (le point M étant peu éloigné du point A, ce qui rend OM sensiblement égal à AO ou y) :

$$a + r : r :: \sin i : \sin \varphi; \quad r : y :: \sin (i - \varphi - \rho) : \sin (i - \varphi).$$

La première proportion fait voir que i est du même ordre de petitesse que φ; l'équation de la réfraction, $\sin i = n \sin \rho$, montre la même chose par rapport à ρ. Les angles $i - \varphi$, $i - \varphi - \rho$ sont dès lors aussi du même ordre.

Prenant donc les arcs au lieu des sinus, la première proportion donnera $i = \frac{a+r}{r}\varphi$, et, à cause de l'équation $i = n\rho$, on aura aussi $\rho = \frac{a+r}{nr}\varphi$; d'où $i - \varphi = \frac{a}{r}\varphi$ et $i - \varphi - \rho = \frac{(n-1)\,a - r}{nr}\varphi$; mettant ces dernières valeurs au lieu de $\sin(i - \varphi)$ et $\sin(i - \varphi - \rho)$ dans la seconde proportion, elle deviendra $r : y :: (n-1)\;a - r : na$; d'où l'on tire aisément l'équation

$$\frac{n-1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{n}{y} \quad (1).$$

Cette équation, étant indépendante de φ, montre que tous les rayons du pinceau émané de E, peu inclinés sur son axe et couvrant une petite partie de la surface sphérique de séparation des milieux, concourent en un seul point O après leur passage, ou, en d'autres termes, forment un nouveau pinceau dont le sommet est en O.

La formule précédente établit une relation entre n, r, a et y. Elle suppose la convexité de la surface, tournée vers le point lumineux. Si, au contraire, la surface est concave vers lui, il faudra supposer r négatif dans la formule. Le point lumineux étant placé à gauche de A dans la figure, si dans un autre cas il se trouve à droite du même point, on fera a négatif.

Enfin, si la formule donne pour y une valeur négative, cela indiquera que O est placé à gauche du même point A, au lieu d'être à droite, ainsi qu'on l'avait admis d'abord.

§ 25. Supposons maintenant que le rayon MO (fig. 21), qui a déjà traversé la première surface AM pour pénétrer dans le second milieu, passe dans un troisième, et suive la direction NF, après avoir franchi la seconde surface sphérique NB, dont le centre est supposé en C′ sur l'axe primitif EC. Si le troisième milieu est le même que le premier, l'air par exemple, nous aurons le cas d'une lentille MABN recevant un pinceau émané d'un point E placé sur son axe C′C. Pour obtenir la distance BF du point de réunion F à la lentille, on fera usage de la formule que nous venons de trouver. Il suffira évidemment d'y changer respectivement les quantités

$$n, \quad r, \quad a, \quad y,$$

$$\text{en } \frac{1}{n}, \; -r', \; -(y-e), \; \alpha,$$

en désignant le rayon C′N = C′B par r', l'épaisseur AB de la lentille par e, et la distance BF par α; la formule devient alors

$$\frac{\frac{1}{n}-1}{-r'} = \frac{1}{-(y-e)} + \frac{\frac{1}{n}}{\alpha}, \text{ ou bien } \frac{n-1}{r'} = \frac{1}{\alpha} - \frac{n}{y-e} \quad (2).$$

Éliminant y entre cette équation et l'équation (1), on trouvera

$$\alpha = \frac{a\{nrr' - (n-1)\,er'\} + err'}{a\{n(n-1)\,(r+r') - (n-1)^2 e\} + (n-1)\,er - nrr'} \quad (3).$$

Telle est la formule générale qui donne la distance du point de réunion derrière la lentille, quand on connaît l'épaisseur e, la distance a du point lumineux, les rayons de courbure r et r', et l'indice n.

On tire de cette formule plusieurs résultats utiles.

Si l'on suppose $r' = r$ et $e = 2r$, la lentille deviendra une sphère; ces suppositions donnent

$$\alpha = \frac{a\{2r - nr\} + 2r^2}{2a\,(n-1) + (n-2)\,r};$$

faisant a $= \infty$, et changeant α en p, p désignant la distance focale ordinaire de la sphère, il viendra

$$p = \frac{(2-n)\,r}{2\,(n-1)}; \text{ et si l'on suppose } n = \frac{3}{2}, \text{ on aura } p = \frac{r}{2}.$$

Comme dans la sphère les centres conjugués sont confondus en un seul point, qui en est le centre, en ajoutant le rayon r à p, on aura pour la distance focale absolue d'une sphère :

$$\mathrm{P} = r + p = \frac{nr}{2(n-1)}, \text{ et pour } n = \frac{3}{2};\ \mathrm{P} = \frac{3}{2}r.$$

Si nous faisons $a = \infty$ dans notre équation générale (3), la distance α du point de réunion deviendra la distance focale ordinaire p d'une lentille quelconque, où l'on tient compte de l'épaisseur. On trouvera ainsi

$$p = \frac{nrr' - (n-1)er'}{r(n-1)(r+r') - (n-1)^2 e} \quad (4).$$

En ajoutant membre à membre à cette équation celle qui donne BP′, page 49, et qui est $\mathrm{BP}' = \dfrac{er'}{n(r+r') - (n-1)e}$, on trouvera pour la distance focale absolue $p + \mathrm{B}p' = \mathrm{P}$ (fig. 11)

$$\mathrm{P}'m \text{ ou } \mathrm{P} = \frac{nrr'}{n(n-1)(r+r') - (n-1)^2 e} \quad (5).$$

L'expression de P est donc plus simple que celle de p, ce qui serait déjà une raison de l'employer plutôt que cette dernière.

Dans l'équation (4) faisons e nul, elle donnera :

$$\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \quad (6).$$

Faisons la même supposition dans (3), il viendra :

$$\frac{1}{\alpha} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) - \frac{1}{a}, \text{ ou en vertu de (6) } \frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} \quad (7).$$

On reconnaît dans les équations (6) et (7) les équations fondamentales d'une lentille dont on néglige l'épaisseur.

§ 26. Si à la distance Bm' (fig. 9) du point de réunion derrière la lentille nous ajoutons BP′, nous aurons cette distance comptée du centre P′ du départ ; en vertu de l'équation (3) et de la valeur de BP' donnée page 49, et faisant pour abréger $K = n(r + r') - (n - 1)e$, il viendra

$$BP' + Bm' = BP' + \alpha = \frac{er'}{K} + \frac{a\{nrr' - (n-1)er'\} + err'}{(n-1)(aK + er) - nrr'}.$$

Et en réduisant les deux termes du second membre au même dénominateur :

$$P'm' = \frac{nrr'(aK + er) + err'\{(n-1)e - nr - nr' - K\}}{K\{(n-1)(aK + er) - nrr'\}}.$$

Remarquant que le facteur entre accolade au numérateur est nul de lui-même, on aura enfin

$$P'm' = \frac{nrr'(aK + er)}{K\{(n-1)(aK + er) - nrr'\}}.$$

Une question importante pour l'objet que nous nous proposons est de savoir si une lentille infiniment mince dont la distance focale serait égale à la distance focale absolue de la lentille épaisse KALB (fig. 9) et placée au centre d'arrivée P de cette dernière, aurait les mêmes distances de point de réunion qu'elle, ou, en d'autres termes, si pour un éloignement quelconque AM de l'objet MN, on aurait toujours Pm''' égal à $P'm'$. Nous supposons que m''' est le point de réunion de M pour la lentille infiniment mince.

Pour savoir ce qui en est, désignons par p la distance focale ordinaire ou absolue, ce qui est ici la même chose, de la lentille infiniment mince; par a' sa distance à l'objet MN (fig. 9), et par α' sa distance Pm''' de réunion pour le point M de l'objet.

L'équation (7) appliquée à cette lentille donne :

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{\alpha'}; \text{ d'où } \alpha' = \frac{a'p}{a' - p};$$

Mais la lentille infiniment mince étant placée en P, sa distance à l'objet ou a' est égale à $MA + AP$.

Or, à cause de $MA = a$ et de $AP = \dfrac{er}{n(r + r') - (n-1)e} = \dfrac{er}{K}$

(p. 49), en attribuant à K la valeur ci-dessus, on a $a' = a + \frac{er}{K}$; d'un autre côté, P étant égal par supposition à la distance focale absolue de la lentille épaisse, on a aussi (p. 55) $P = \frac{nrr'}{(n-1)K}$; mettant ces valeurs de a' et de P dans l'équation ci-dessus qui donne α', on trouve $\alpha' = Pm''' = \frac{nrr'(aK + er)}{K\{(n-1)(aK + er) - nrr'\}}$; mais ce second membre est précisément la valeur de $P'm'$ trouvée tout à l'heure. Donc $Pm''' = P'm'$.

§ 27. Les formules générales de M. Biot permettent d'étendre ce théorème concernant une lentille épaisse à un système optique quelconque.

Conservons aux lettres p, P, a, α, a' α' le sens qu'elles avaient jusqu'ici, avec cette différence que les quatre premières qui étaient affectées à la lentille épaisse le sont maintenant à un système optique quelconque. N'oublions pas que P est comme ci-dessus la distance focale absolue commune au système et à la lentille sans épaisseur. La figure 9 pourra encore servir ici, pourvu que nous admettions que KAL et KBL sont : l'une la première, l'autre la dernière surface du système, et que P et P' en sont les centres d'arrivée et de départ.

On a déjà rapporté (page 51) les équations

$$AP = \frac{(N-1)u}{P}; \quad BP' = \frac{(R-1)u}{P}.$$

On trouve encore, page 450 du volume déjà cité, et en y faisant les modifications convenables de signes et de notations, l'équation $\alpha = -\frac{Q}{N}u - \frac{u}{N\left(P + \frac{Nu}{a}\right)}$; en ajoutant membre à membre à cette équation la seconde des deux précédentes, on aura pour la distance de réunion $P'm'$ du système, relative à un objet MN distant de a de sa première surface.

$$\alpha + BP' = P'm' = \frac{(R-1)u}{P} - \frac{Qu}{N} - \frac{u}{N\left(P + \frac{Nu}{a}\right)}.$$

On a de plus entre les quatre fonctions N, P, Q, R la relation $NR - PQ = 1$. (Voyez page 420 du même volume.) Éliminant Q par cette équation de la valeur de $P'm'$, il vient simplement après les réductions

$$P'm' = -\frac{u}{P}\left\{\frac{aP + (N-1)u}{aP + Nu}\right\}.$$

Faisons a infini dans cette équation, elle donnera pour la distance focale absolue p du système ou de la lentille sans épaisseur de même foyer absolu que lui

$$p = -\frac{u}{P}.$$

D'un autre côté, cette lentille étant supposée placée au point P, sa distance MP à l'objet ou a', sera égale à $AM + AP$ ou à $a + AP$; on a donc $a' = a + AP = a + \frac{(N-1)u}{P}$ $= \frac{aP + (N-1)u}{P}$; mettant ces valeurs dans l'équation $\alpha' = \frac{a'p}{a'-p}$, qui donne la distance de réunion α' ou Pm''' de la lentille sans épaisseur, on aura

$$\alpha' = Pm''' = \frac{-\frac{u}{P}\left\{\frac{aP + (N-1)u}{P}\right\}}{\frac{aP + (N-1)u}{P} + \frac{u}{P}} = -\frac{u}{P}\left\{\frac{aP + (N-1)u}{aP + Nu}\right\};$$

donc enfin, on a ainsi que pour la lentille épaisse

$$Pm'''' = P'm'.$$

§ 28. De ce que les distances de réunion Pm''' et $P'm'$ de la lentille sans épaisseur et du système optique sont toujours égales entre elles, il résulte que les images $m'''n'''$ et $m'n'$ sont aussi de même grandeur. Pn''' n'étant que le prolongement de NP et $P'n'$ étant parallèle à NP, Pn''' est parallèle à $P'n'$; donc les triangles rectangles $Pm'''n'''$ et $P'm'n'$ sont égaux, d'où $m'''n''' = m'n'$.

On pourra donc à juste titre appeler la lentille infiniment mince placée au centre P d'arrivée du système et de même distance focale absolue que lui *la lentille équivalente du système.* Elle donnera toujours des images de même grandeur que lui, seulement elles seront placées en $m'''n'''$ au lieu de l'être en $m'n'$, c'est-à-dire en avant des secondes d'une même quantité $m'''m' = PP'$.

Dans les objectifs doubles employés en photographie, les relations de position des centres conjugués sont inverses de ce que la figure 9 les suppose, c'est-à-dire que P' est à la place de P, et réciproquement. Dès lors, quand on voudrait remplacer l'objectif double par sa lentille équivalente, il faudrait, au lieu d'avancer la glace dépolie de $m'n'$ en $m'''n'''$, la reculer au contraire de la même quantité, ou de PP'.

Enfin, on peut conclure de ce qui précède que deux systèmes optiques, quelconques d'ailleurs, mais ayant la même distance focale absolue, produisent les mêmes effets, tant sous le rapport de la grandeur des images d'un même objet que relativement aux distances de cette image et de cet objet; seulement il faudra se souvenir que les distances de la première sont comptées pour chaque appareil du centre de départ et que celles du second le sont du centre d'arrivée.

On voit maintenant toute l'importance qu'il y avait à considérer la distance focale absolue d'un système au lieu de sa distance focale ordinaire.

§ 29. Il est fort aisé de tirer de ce qui précède la grandeur de l'image réelle ou virtuelle produite par un système optique quelconque.

La figure 9 nous donne la proposition

$$MN : MP :: m'n' : P'm' ;$$

ou bien, désignant l'image par i et l'objet par z,

$$z : MP :: i : P'm'.$$

Mettant dans la proportion, au lieu de MP ou a' et de $P'm'$, leurs valeurs générales qu'on vient de trouver, il viendra

$$i = -\frac{z}{a} \cdot \frac{u}{\left(P + \frac{Nu}{a}\right)}.$$

C'est le même résultat que celui de la page 450 du volume cité, mais M. Biot y est parvenu d'une manière différente.

Si dans la proportion ci-dessus on met, au lieu de MP et $P'm'$, leurs valeurs relatives à une lentille épaisse, et données pages 56 et 57, lesquelles sont :

$$MP = a' = a + \frac{er}{K} \text{ et } P'm' = \frac{nrr'(aK + er)}{K\{(n-1)(aK + er) - nrr'\}},$$

il viendra

$$i = \frac{nrr'z}{(n-1)(aK + er) - nrr'}.$$

On peut donner une forme plus symétrique à cette valeur de i, en y introduisant α au lieu de e. Pour cela, remarquons que l'équation (3) peut se mettre sous la forme

$$\frac{\alpha}{r'} = \frac{anr - a(n-1)e + er}{(n-1)(aK + er) - nrr'};$$

éliminant le dénominateur entre cette équation et la précédente, on trouve

$$i = \frac{nr\alpha z}{anr - \{(n-1)a - r\}e};$$

D'un autre côté, les équations (1) et (2) peuvent se mettre sous la forme

$$y = \frac{nar}{(n-1)a - r};\ y - e = \frac{n\alpha r'}{r' - (n-1)\alpha};$$

Tirant de ces dernières la valeur de e par l'élimination de y, on trouve

$$e = \frac{nar}{(n-1)\ a - r} - \frac{n\alpha r'}{r' - (n-1)\ \alpha}.$$

Substituant cette valeur de e dans l'équation qui donne i, cette dernière devient

$$i = -\frac{r}{r'}\left\{\frac{(n-1)\ \alpha - r'}{(n-1)\ a - r}\right\} z.$$

Si on voulait introduire y dans la valeur de i, comme les équations qui donnent y et $y - e$ peuvent se mettre sous la forme

$$(n-1)\ \alpha - r' = -\frac{n\alpha r'}{y - e} \text{ et } (n-1)\ a - r = \frac{nar}{y},$$

en substituant ces valeurs dans l'équation qui donne i, elle devient $i = \frac{y}{y - e} \cdot \frac{\alpha}{a} z$; les rayons r et r' et l'indice n ont disparu ; en faisant $e = 2v$ et $y = h + v$, on a encore $i = \frac{h + v}{h - v} \cdot \frac{\alpha}{a} z$.

C'est sous cette dernière forme que les auteurs mettent ordinairement l'équation qui donne la grandeur de l'image produite par une lentille épaisse ; v est la demi-épaisseur de la lentille, h la distance du point milieu de celle-ci au point de réunion des rayons, après leur passage au travers de la première surface, c'est-à-dire XO (fig. 21).

Si l'on néglige la demi-épaisseur v, la dernière équation se change en $i = \frac{\alpha}{a} z$ (8) ; on aurait pu tirer immédiatement cette équation des triangles semblables NMP et $m'''Pn'''$ de la figure 9, où la lentille infiniment mince est supposée placée en P, et dont le point de réunion de M est m'''.

§ 30. C'est sur les formules (7) et (8) que sont fondées les règles qui nous ont servi à calculer les nombres de notre second tableau.

Ces formules, relatives à une lentille infiniment mince, sont :

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha}; \quad i = \frac{\alpha}{a} z;$$

soit $\frac{1}{m}$ le rapport de grandeur de l'image à l'objet ou $\frac{i}{z}$, on a donc

$$\frac{i}{z} = \frac{1}{m} = \frac{\alpha}{a};$$

d'où $a = m\alpha$. Cette équation et celle qui donne la valeur de $\frac{1}{p}$ serviront à déterminer deux quelconques des quatre quantités p, m, a, α; les deux autres resteront arbitraires.

Donne-t-on, par exemple, m et p, nous trouverons aisément $a = (m + 1)\,p$ et $\alpha = p + \frac{p}{m}$, ce qui n'est que la traduction algébrique des règles susmentionnées.

CHAPITRE IV.

DES CHANGEMENTS QUI ONT LIEU DANS LE GROSSISSEMENT D'UNE LENTILLE LORSQU'ON LA FAIT MOUVOIR ENTRE L'OEIL ET L'OBJET.

---

§ 31. Chacun a pu remarquer que lorsqu'on regarde au travers d'une lentille les caractères imprimés d'un livre, ils paraissent plus gros à mesure qu'on la rapproche de l'œil, du moins jusqu'à une certaine limite; passé ce point, l'image est renversée; encore plus près de l'œil, elle est de nouveau droite; enfin, on a toutes les apparences que nous avons décrites en détail, page 26 de ce mémoire.

Or, elles résultent toutes nécessairement des positions diverses que prennent relativement à l'axe de la lentille les filets lumineux émanés de chaque point de l'objet, et qui entrent dans l'ouverture de la pupille supposée fixe sur cet axe.

La figure 22 fera comprendre la chose aisément.

Soit KL une lentille infiniment mince (comme nous ne voulons que l'explication d'un phénomène et non sa mesure, cette supposition est permise); soit MN un objet, et O le point de l'axe où se trouve l'œil.

Considérons le point extrême N de l'objet, ce point envoie des rayons sur toute la surface de la lentille; ces rayons, après l'avoir traversée, forment un pinceau convergent, un faisceau ou un pinceau divergent, suivant que l'objet est à une distance de la lentille plus grande, égale ou plus petite que son foyer. Ils prennent donc des inclinaisons très-diverses relativement à l'axe de la lentille, à mesure que celle-ci s'éloigne ou se rapproche de l'objet. Or, l'œil supposé fixe en O, et dont la pupille a une fort petite ouverture, ne perçoit le point N que par le filet fort étroit que cette ouverture comporte. Suivant donc que les rayons formant ce filet feront avec l'axe un angle plus ou moins grand, le grossissement sera plus ou moins fort; suivant qu'ils pénétreront dans l'œil en arrivant du dessus ou du dessous de l'axe, les images paraîtront droites ou renversées; enfin si ces rayons composant le filet divergent peu ou sont parallèles, l'image du point N sera nette; si leur divergence est trop forte ou s'ils convergent, elle sera confuse.

Pour se rendre compte de la grandeur et du sens du grossissement produit, il suffit donc d'examiner la position du filet lumineux NHO qui, partant du point supérieur N de l'objet, arrive au point O. Pour plus de simplicité, nous ne considérerons que le centre O de la pupille et que le rayon NHO, qui sera par conséquent le rayon central du filet; c'est suivant la direction de cette droite que l'œil verra le point N.

Prolongeons le rayon HN jusqu'à sa rencontre en E avec l'axe; désignons par z la grandeur MN de l'objet, par d sa distance constante MO à l'œil, par x la distance variable AO de la lentille à l'œil; enfin, soit p la distance focale de celle-ci, AOH ou φ sera l'angle sous lequel on verra l'objet au travers du verre, et en le divisant par celui que sous-tend MN vu du point O, on aura le grossissement angulaire produit. Comme le second de ces angles est constant pendant le mouvement, il suffira d'analyser les phases du premier.

La figure donne immédiatement :

z : AH :: EM : EA; mais EM $=$ EA $-(d-x)$, on a donc z : AH :: EA $-(d-x)$: EA, d'où

$$\mathrm{AH} = \frac{z.\ \mathrm{EA}}{\mathrm{EA}-(d-x)} = \mathrm{AO}\ \mathrm{tang.}\ \varphi = x\ \mathrm{tang.}\ \varphi. \quad (9)$$

D'un autre côté, l'équation (7) appliquée ici donne

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{\mathrm{EA}} + \frac{1}{x},\ \text{d'où EA} = \frac{px}{x-p}.$$

Substituant au lieu de EA sa valeur dans (9), elle donnera

$$x\ \mathrm{tang.}\ \varphi = \frac{z.\ \dfrac{px}{x-p}}{\dfrac{px}{x-p}-(d-x)},$$

ou plus simplement,

$$\mathrm{tang.}\ \varphi = \frac{pz}{x^2-dx+pd}. \quad (10)$$

§ 32. Discutons maintenant les valeurs que peut prendre tang. φ suivant celles que l'on attribuera à x.

Remarquons d'abord que, par supposition, p est positif et que d et x le sont aussi, d'après la nature du problème. Les valeurs de x sont d'ailleurs comprises entre o et d. Pour ces deux limites, on trouve tang. $\varphi = \frac{z}{d}$; or cette valeur de tang. φ est celle que donne l'objet vu à l'œil nu du point O. Donc, lorsque la lentille touche soit l'œil, soit l'objet, le grossissement est égal à l'unité, ce qui est conforme à l'expérience.

Mettons maintenant le trinome $x^2 - dx + pd$ sous la forme $x(x-d) + pd$. Le premier terme de cette expression est essentiellement négatif, car le facteur x est toujours positif, et l'autre, $x - d$, toujours négatif; le premier allant de o à d, le second va de d à o, abstraction faite de son signe. La valeur absolue $x(d-x)$ de ce produit, qui va lui-même de o à o, est donc susceptible de maximum. Or, en le différentiant par rapport à x et égalant à o le coefficient différentiel, on a

$$d - 2x = o, \text{ d'où } x = \frac{d}{2}.$$

Telle est la valeur de x, qui rend $x(d - x)$ maximum. On sait d'ailleurs que pour des valeurs de là variables, également éloignées en plus ou en moins de celle qui correspond à un maximum ou à un minimum, la fonction ci-dessus prendra des valeurs égales; donc, si l'on fait $x = \frac{d}{2} + \varepsilon$ ou $x = \frac{d}{2} - \varepsilon$, ε étant une quantité quelconque, le produit $x(x - d)$ et par suite le trinome $x^2 - dx + pd$ prendront les mêmes valeurs; en effet, en faisant cette substitution, on trouve $x^2 - dx + pd = \varepsilon^2 + d\left(p - \frac{d}{4}\right)$, expression qui reste la même qu'on y prenne ε avec le signe $+$ ou avec le signe $-$.

Sous cette forme, on voit aisément quelles valeurs prendra le trinome. D'abord, ainsi qu'on vient de le dire, elles seront égales deux à deux pour des valeurs de x également distantes de $\frac{d}{2}$, c'est-à-dire pour des positions de la lentille également éloignées du milieu de sa course. Les valeurs limites de x, qui correspondent à $\varepsilon = \pm \frac{d}{2}$, donnent tang. $\varphi = \frac{z}{d}$, comme on l'a déjà vu. Pour $\varepsilon = \pm \sqrt{d\left(\frac{d}{4} - p\right)}$, le trinome devient nul et tang. $\varphi = \infty$, c'est-à-dire l'angle AOH droit, ou le grossissement infini. Enfin, pour $\varepsilon = o$, ou quand la lentille est à égale distance de l'objet et de l'œil, le trinome a sa valeur minima.

Il reste à examiner quel sera le signe de celle-ci suivant les valeurs relatives de p et de d. Algébriquement, cette valeur est

$d\left(p - \frac{d}{4}\right)$; si donc $p < \frac{d}{4}$, à cause de d positif, elle sera négative et la plus grande possible ; dès lors tang. φ négatif aura sa plus petite valeur absolue ; l'image sera donc renversée et à son minimum. Tant que ε^2 sera au-dessous de $d\left(p - \frac{d}{4}\right)$, l'image présentera cette inversion.

Quand ε^2 augmentant sera devenu égal à $d\left(p - \frac{d}{4}\right)$, puis plus grand, et qu'il aura atteint $\frac{d^2}{4}$, le trinome, d'abord négatif, puis nul, deviendra positif, et arrivera à la valeur pd ; tang. φ, négatif au commencement, ira de l'infini à $\frac{\varepsilon}{d}$, et, par suite, le grossissement diminuera de l'infini à l'unité.

Si $p = \frac{d}{4}$, la valeur minimum du trinome est o ; tang. φ est infini, le grossissement aussi, circonstance qui ne se présente alors qu'une fois pendant le mouvement de la lentille et quand elle est arrivée au milieu de sa course.

Dans tout autre point que ce milieu, ε^2 ou le trinome sera positif, tang. φ positif, et l'image droite.

Enfin, si $p > \frac{d}{4}$, le trinome n'est jamais ni négatif ni nul, tang. φ n'est plus ni négatif ni infini ; dès lors l'image n'est jamais renversée, ni le grossissement infini pour aucune position de la lentille. En mettant successivement l'œil à différentes distances de l'objet, et faisant chaque fois mouvoir la lentille depuis l'un jusqu'à l'autre, on s'assurera qu'en effet toutes ces circonstances ont réellement lieu.

§ 33. On doit faire une remarque essentielle à l'égard de ce qui précède. Quand le trinome est nul, on a tang. φ infini, et $\varphi = 90°$ par conséquent. Or, cela suppose la demi-ouverture

AH de la lentille infinie elle-même; en effet, nous avons trouvé plus haut l'équation

$$AH = \frac{z. EA}{EA - (d - x)};$$

d'un autre côté,

$$x^2 - dx + pd = o$$

donne

$$px - (d - x)(x - p) = o,$$

ou encore

$$\frac{px}{x - p} - (d - x) = o;$$

mais nous avons vu que

$$EA = \frac{px}{x - p};$$

donc aussi EA — $(d - x) = o$; ce qui rend AH infini, EA n'étant point nul, ni z non plus.

Or, comme la lentille, bien loin d'avoir une ouverture infinie, en a, en réalité, une fort restreinte, le grossissement ne peut aller que jusqu'à une certaine limite; dès que l'image d'une partie de l'objet couvre toute la surface de la lentille par l'effet du grossissement, si celui-ci augmente encore, cette image sort du champ pour faire place à celle d'une partie toujours plus petite du même objet; cette dernière occupe à son tour toute la lentille, et ainsi de suite.

La valeur de AH ci-dessus nous apprend la même chose, car elle donne pour cette demi-ouverture une valeur finie quand z et le dénominateur EA — $(d - x)$ ou EM sont du même ordre de petitesse.

FIN.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

DÉFINITIONS ET NOTIONS ÉLÉMENTAIRES.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES LENTILLES ET DE LEURS PRINCIPALES PROPRIÉTÉS.

CHAPITRE TROISIÈME.

SOLUTION DE QUELQUES PROBLÈMES UTILES AUX PHOTOGRAPHISTES.

SECONDE PARTIE.

CHAPITRE PREMIER.

DÉTERMINATION DU CENTRE OPTIQUE D'UNE LENTILLE.

CHAPITRE DEUXIÈME.

DES CENTRES CONJUGUÉS D'UNE LENTILLE.

CHAPITRE TROISIÈME.

DES DISTANCES FOCALES ORDINAIRES ET ABSOLUES D'UNE LENTILLE ET DE L'IMAGE PRODUITE PAR CELLE-CI.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DES CHANGEMENTS QUI ONT LIEU DANS LE GROSSISSEMENT D'UNE LENTILLE LORSQU'ON LA FAIT MOUVOIR ENTRE L'OEIL ET L'OBJET.