http://cnum.cnam.fr
Conservatoire numérique des Arts & Métiers

Auteur ou collectivité : Exposition universelle. 1900. Paris
Auteur : Exposition universelle. 1900. Paris
Titre : Communications présentées devant le congrès international des méthodes d'essai des matériaux de construction. Exposition universelle internationale de 1900. Communications présentées devant le Congrès international des méthodes d'essai des matériaux de construction tenu à Paris du 9 au 16 juillet 1900

Auteur : Exposition universelle. 1900. Paris
Titre du volume : Tome I. Etudes générales. I. Etudes sur la constitution moléculaire des corps et leurs lois de déformation sous l'application des efforts. II. Historique des méthodes d'essai. Laboratoires et appareils d'essai

Adresse : Paris : Veuve Ch. Dunod, 1901
Collation : 1 vol. (X-536 p.-[16] f. de pl.) : ill. ; 32 cm
Cote : CNAM-BIB Fol Xae 26 (1) Res
Sujet(s) : Exposition internationale (1900) ; Paris) ; Résistance des matériaux -- Actes de congrès ; Contraintes (mécanique) -- Actes de congrès ; Matériaux -- Comportement -- Actes

URL permanente : http://cnum.cnam.fr/redir?FOLXAE26.1

La reproduction de tout ou partie des documents pour un usage personnel ou d'enseignement est autorisée, à condition que la mention complète de la source (*Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique http://cnum.cnam.fr*) soit indiquée clairement. Toutes les utilisations à d'autres fins, notamment commerciales, sont soumises à autorisation, et/ou au règlement d'un droit de reproduction.

You may make digital or hard copies of this document for personal or classroom use, as long as the copies indicate *Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique http://cnum.cnam.fr*. You may assemble and distribute links that point to other *CNUM* documents. Please do not republish these PDFs, or post them on other servers, or redistribute them to lists, without first getting explicit permission from *CNUM*.

PDF créé le 12/5/2017

Fol Xae 26.1

COMMUNICATIONS

PRÉSENTÉES DEVANT LE

CONGRÈS INTERNATIONAL DES MÉTHODES D'ESSAI

DES

MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

44494. — PARIS, IMPRIMERIE LAHURE
Rue de Fleurus, 9

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

f° Xae 10 f° 32

COMMUNICATIONS

PRÉSENTÉES DEVANT LE

CONGRÈS INTERNATIONAL DES MÉTHODES D'ESSAI

DES

MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION

Tenu à Paris du 9 au 16 Juillet 1900

BIBLIOTHEQUE
DU CONSERVATOIRE NATIONAL
des ARTS & MÉTIERS
N° du Catalogue : f° Xae 10
Prix ou Estimation : 30 f
Entrée, le 16 Juin 1903

TOME I

Études générales

I

ÉTUDES SUR LA CONSTITUTION MOLÉCULAIRE DES CORPS ET LEURS LOIS DE DÉFORMATION SOUS L'APPLICATION DES EFFORTS

II

HISTORIQUE DES MÉTHODES D'ESSAI. — LABORATOIRES ET APPAREILS D'ESSAI

Fol Xae 26-1

PARIS
Vᵛᴱ CH. DUNOD, ÉDITEUR
49, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS

1901

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

INTRODUCTION

Ainsi qu'il a été annoncé aux adhérents, nous présentons ici en volumes toutes les communications qui ont été remises au Congrès international des Méthodes d'essai, tenu à Paris, à l'occasion de l'Exposition internationale, du 9 au 16 juillet 1900.

Ces communications, émanées de savants et de spécialistes comptant parmi les plus compétents, se rattachent toutes à l'ordre des travaux du Congrès, qu'elles abordent aux points de vue les plus divers : les unes étudiant de façon générale la constitution moléculaire des corps et leurs lois de déformation sous l'application des efforts, pour en déduire, s'il y a lieu, les méthodes d'essai les mieux appropriées, ou décrivant l'évolution des méthodes d'essai, l'installation des laboratoires actuels et des appareils employés par eux ; les autres enfin s'attachant surtout aux applications pratiques et discutant les principales méthodes d'essai actuellement adoptées, tant pour ce qui concerne les métaux que pour les autres matériaux, comme par exemple les pierres, les ciments et les bois.

Cet énoncé général indique déjà l'esprit qui nous a guidés dans le classement de ces diverses communications ; nous nous sommes attachés, en effet, à grouper ensemble les travaux similaires, de manière à constituer des séries homogènes réunissant chacune tous les renseignements apportés sur la question à laquelle elle est consacrée.

C'est, du reste, le classement qui avait été adopté, au cours du Congrès, dont les travaux avaient été répartis en trois sections distinctes, consacrées : l'une aux **Études générales**; la seconde aux **Métaux**, et la troisième aux **Matériaux autres que les métaux**, et c'est celui que le lecteur retrouvera dans la présente publication.

Ce classement a paru d'ailleurs d'autant plus nécessaire que le nombre de ces communications est assez élevé, atteignant quarante-deux. Il convenait dès lors de les présenter dans un ordre bien déterminé, pour faciliter les recherches et éviter toute confusion.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ÉTUDES GÉNÉRALES

La première série, consacrée aux études générales concernant les méthodes d'essai, comprend deux grandes divisions : les recherches sur la constitution des corps, et la description des laboratoires et appareils d'essai.

Nous y trouvons les communications suivantes :

I. — ÉTUDES SUR LA CONSTITUTION MOLÉCULAIRE DES CORPS ET LEURS LOIS DE DÉFORMATION SOUS L'APPLICATION DES EFFORTS

Constitution moléculaire des corps, M. RICOUR, Inspecteur général des Ponts et Chaussées, Directeur de l'École Nationale des Ponts et Chaussées.

Des phénomènes qui accompagnent la déformation permanente des métaux soumis à des efforts, M. HARTMANN, Chef d'escadron d'artillerie.

Mécanisme des déformations permanentes, M. MESNAGER, Ingénieur des Ponts et Chaussées.

Conduite rationnelle des essais des matériaux de construction d'après les lois du mécanisme des actions moléculaires et du frottement à l'intérieur des corps, M. REJTÖ SANDOR, Professeur de Technologie mécanique à l'École Polytechnique à Budapest.

Étude sur les propriétés physiques et mécaniques des métaux, MM. GALY-ACHÉ et CHARBONNIER, Capitaines d'artillerie au Laboratoire central de l'Artillerie de marine.

Recherches sur les résistances à la rupture des matériaux isotropes non ductiles. — Application aux essais de pierres, mortiers, etc., M. FERET, Chef du Laboratoire des Ponts et Chaussées à Boulogne-sur-Mer.

II. — HISTORIQUE DES MÉTHODES D'ESSAI. — LABORATOIRES ET APPAREILS D'ESSAI

Évolution des méthodes d'essai, M. FREMONT, Ingénieur-Constructeur.

Note sur l'Étude de la résistance des matériaux, de 1867 *à* 1878, M. A. OLLIVIER, Ingénieur-Expert.

L'organisation, l'outillage et les travaux du Service des expériences et des essais du Conservatoire National des Arts et Métiers, M. MASSON, Sous-Directeur du Conservatoire National des Arts et Métiers.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les Laboratoires de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, M. P. DEBRAY, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, ancien Professeur du Cours de Matériaux de Construction, et ancien Chef du Service des Laboratoires à l'École Nationale des Ponts et Chaussées, et M. A. MESNAGER, Ingénieur des Ponts et Chaussées, Professeur du Cours de Matériaux de construction et Chef du Service des Laboratoires à l'École Nationale des Ponts et Chaussées.

Nécessité, avantages, programme d'action des Laboratoires d'essai annexés à la construction et à l'exploitation des chemins de fer, M. VLADIMIR HERZENSTEIN, Ingénieur des Voies de communication, Directeur du Laboratoire de la Compagnie des Chemins de fer de Moscou-Vindau-Rybinsk.

Nouveaux appareils d'essai du Laboratoire de l'Université Purdue à Lafayette (Indiana), MM. WILLIAM KENDRICK HATT, Associate Professor Applied Mechanics, et W.-P. TURNER, Instructor in Machine Shop.

Un enregistreur portatif pour les essais des matériaux, M. HENNING, Gus. C. Mechanical Engineer, à New-York.

MÉTAUX

La seconde série, consacrée aux métaux, comporte également deux divisions : l'une concernant les essais mécaniques proprement dits, et l'autre l'étude des essais de divers métaux et de certaines pièces assemblées.

Nous y trouvons les communications suivantes :

I. — ESSAIS MÉCANIQUES

Influence de la température et de la durée sur les propriétés mécaniques et les résultats des essais des métaux, M. ANDRÉ LE CHATELIER, Ingénieur en Chef des Constructions navales.

Essais de poinçonnage, M. BACLÉ, Ingénieur civil des Mines.

Essais de torsion, M. RATEAU, Ingénieur des Mines.

Application d'un appareil à pendule dans les essais de choc, M. ROBERT H. THURSTON, Director of Sibley College, Cornell University, Ithaca, New-York.

Épreuves pour déterminer la dureté, les limites de résistance et d'élasticité apparente, l'allongement et l'homogénéité des aciers coulés, la dureté de certains autres corps solides, d'après des empreintes faites au moyen d'une bille en acier trempé, M. BRINELL, J.-A., Oberingenieur, Fagersta, Westanfors (Suède).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Note sur les définitions des fontes, aciers et fers, M. POURCEL, Ingénieur civil des Mines.

Note sur les essais de trempe, M. G. CHARPY, Ingénieur principal aux usines Saint-Jacques, à Montluçon.

Les spécifications normales américaines pour le fer et l'acier, M. WEBSTER WILLIAM R., Civil Engineer à Philadelphie, Pa (États-Unis).

Examen des spécifications normales américaines proposées. — Éprouvettes et méthodes d'essai du fer et de l'acier, avec une discussion des méthodes commerciales d'essais physiques et chimiques du fer et de l'acier, aujourd'hui en usage aux États-Unis, et un examen critique de spécifications étrangères pour rails d'acier, par M. ALBERT LADD COLBY, Chemist and Metallurgist, Metallurgical Engineer, The Bethlehem Steel C°, South Bethlehem, Pa (États-Unis).

II. — ÉTUDE DES ESSAIS DE DIVERS MÉTAUX ET DE CERTAINES PIÈCES ASSEMBLÉES

Aciers-Nickel, M. GUILLAUME, Ingénieur au Bureau International des Poids et Mesures.

Aciers-Nickel, MM. DAVID BROWN, Chief Chemist of The Canadian Copper C°, Cleveland, Ohio (États-Unis), et H.-F.-J. PORTER, of The Bethlehem Steel C°.

Résistances comparatives à la corrosion des fers et des aciers au carbone et au nickel, M. HOWE, Professeur de Métallurgie, Columbia School of Mines, ancien Président de l'American Institute of Mining Engineers.

Entretoises de foyers de locomotives, M. LE BLANT, Inspecteur des Chemins de fer de l'Est, Chef du Service des Réceptions à la Compagnie des Chemins de fer de l'Est.

Essais du cuivre et de ses alliages, M. DEMENGE, Ingénieur civil.

Résultats des études expérimentales sur les ponts métalliques, M. LANNA, Inspecteur du matériel fixe à la Compagnie d'Orléans.

Fabrication des maillons de chaîne en acier Martin, utilisés dans la construction du pont suspendu d'Esküter, de Budapest, M. JULES SEEFEHLNER, Directeur des ateliers de construction de machines des chemins de fer de l'État hongrois à Budapest.

Méthode d'épreuve des constructions en béton armé, M. CONSIDÈRE, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, Correspondant de l'Institut.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

MATÉRIAUX AUTRES QUE LES MÉTAUX

La troisième série, consacrée aux matériaux de construction autres que les métaux, comme les pierres, les ciments et les bois, comprend les communications suivantes :

Procédé de détermination des qualités d'un liquide lubrifiant, M. le Général N. PÉTROFF, Membre du Conseil de l'Empire de Russie, Président de la Société Impériale Technique Russe.

Sur quelques détails d'exécution des épreuves de gélivité des pierres, M. MARVA Y MAYER, Colonel du Génie, Directeur du Laboratoire du Génie militaire à Madrid.

Sur un cas de désagrégation de maçonneries de briques. — Proposition d'étendre la méthode d'essai de ces matériaux, MM. VITTORIO DALL'ARMI et ANGELO FORTI.

Observations sur les essais par voie humide en vue de déterminer la constitution chimique des liants hydrauliques, M. FERET, Chef du Laboratoire des Ponts et Chaussées à Boulogne-sur-Mer.

Essais de ciments à l'eau chaude entre 80 et 100 *degrés*, M. DEVAL, ancien Chef du Laboratoire municipal d'essai des matériaux de Paris.

Sur la décomposition des ciments à la mer, M. HENRI LE CHATELIER, Ingénieur en Chef des Mines, Professeur au Collège de France et à l'École Nationale Supérieure des Mines.

De l'action de l'eau de mer sur les mortiers hydrauliques, M. le Général A.-R. SCHOULATCHENKO, Professeur à l'Académie du Génie militaire à Saint-Pétersbourg.

Mortiers et pouzzolanes dans les constructions maritimes, M. REBUFFAT, Professeur de Chimie à l'École Royale des Ingénieurs à Naples.

Expériences sur les pouzzolanes, M. FERET, Chef du Laboratoire des Ponts et Chaussées à Boulogne-sur-Mer.

Le ciment de laitier, MM. A. BRÜLL et H. HENRY, Ingénieurs Civils des Mines.

Les maçonneries avec joints métalliques coulés, M. TAVERNIER, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées.

Étude sur les fractures des bois dans les essais de résistance, M. THIL, Inspecteur des Eaux et Forêts.

L'ensemble de ces communications dépasse 1000 pages au format adopté, et il devenait presque impossible dans ces conditions de les réunir dans un volume unique; nous les avons donc réparties en deux volumes distincts.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le présent volume contient toutes les communications d'ordre général rentrant dans la première série. Celles qui concernent les essais particuliers des divers matériaux, métaux, pierres, ciments et bois, et qui ont occupé les deux dernières sections des travaux du Congrès, sont réunies dans un second volume qui fera suite à celui-ci à bref délai.

Janvier 1901.

Les Secrétaires généraux,

P. DEBRAY, L. BACLÉ.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

COMMUNICATIONS

PRÉSENTÉES DEVANT LE

CONGRÈS INTERNATIONAL DES MÉTHODES D'ESSAI

DES

MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION

I

ÉTUDE

SUR LA

CONSTITUTION MOLÉCULAIRE DES CORPS

COMMUNICATION

Présentée par M. RICOUR

EXPOSÉ

Dans la séance du 3 février 1899 du Comité d'études des méthodes d'essai, nous avons exposé brièvement comment une *conception* à la fois *mécanique* et *géométrique* de la matière renferme en elle-même les lois de l'élasticité et celles des déformations des corps; comment elle permet à l'esprit de saisir le fonctionnement de ces lois et d'en régler les applications pratiques. Nous avons ajouté qu'elle éclaire en outre d'un jour particulier les points les plus obscurs de la physique, le mécanisme de la liquéfaction et de la vaporisation aussi bien que la polarisation rotatoire ou la dispersion de la lumière, et qu'enfin elle permet à un point de vue plus élevé de substituer les notions de *quantité* dans l'étude des propriétés des corps à celles de *qualité*, avec cette circonstance que les notions de quantité se réduisent à trois termes irréductibles et indissolubles : *longueur*, *nombre* et *force* ou mouvement.

Le Comité a bien voulu nous demander de compléter cet exposé. Nous tentons l'entreprise en demandant une grande indulgence pour un travail dont nous n'ignorons pas les imperfections et les lacunes.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE I

VUE GÉNÉRALE SUR LA MATIÈRE

a. Atomes mécaniques A_m. — *b*. Corps cristallisés et corps homogènes.

a. ATOMES MÉCANIQUES A_m.

Deux sciences admirables, la chimie et la cristallographie ont singulièrement éclairé le problème de la matière.

Tous les corps, la chimie le démontre, peuvent être ramenés expérimentalement à un nombre limité de substances qu'on désigne sous le nom de *corps simples*. Chaque corps simple est un assemblage de *particules spécifiques* identiques entre elles et désignées sous le nom d'*atomes chimiques*.

Ces atomes se groupent en petit nombre pour former des *molécules chimiques*. Des règles précises font connaître le nombre exact des atomes entrant dans chaque molécule. Les propriétés des corps simples, les liaisons et les mouvements divers de leurs molécules et de leurs atomes forment ainsi l'objet essentiel de l'étude de la matière.

Tous les corps simples cristallisent, c'est-à-dire que leurs *formes* ont pour limite des types géométriques dont elles se rapprochent d'autant plus que la chaleur interne est moindre. Sans doute le caractère cristallin ne se manifeste pas dans tous les corps simples avec la même netteté, et cela se conçoit, puisque, même aux plus basses températures connues, les molécules chimiques sont dans un perpétuel état d'agitation, ce qui implique dans les distances de ces molécules et dans leurs assemblages des variations incessantes : les gaz simples, l'hydrogène, l'azote, l'oxygène, semblent même échapper à la loi générale : mais, depuis que ces gaz ont été liquéfiés, on peut prévoir le moment où par une nouvelle atténuation de leur agitation intérieure ils revêtiront dans nos laboratoires la forme solide et cristalline.

La plus petite parcelle *mécaniquement indivisible* d'un corps *à l'état de cristal* se compose d'un nombre immense de molécules chimiques. Le *rangement géométrique* de ces molécules n'est pas toujours facile à mettre en évidence, car la perfection géométrique de ce rangement correspond à un état limite, à un état d'équilibre exposé à de multiples causes de rupture et de désordre; parmi ces causes nous avons signalé l'influence de la chaleur.

Il faut des circonstances exceptionnelles pour qu'un édifice cristallin de dimensions appréciables se présente à nos yeux sous la forme d'un polyèdre parfait. Si l'on se contente d'un examen superficiel, les corps en général sont des amas de molécules sans ordre apparent. Leur véritable architecture ne se dévoile qu'après de laborieuses recherches. A mesure que les moyens d'investigation se perfectionnent et que le microscope pénètre avec plus de lumière dans la structure des corps solides, partout apparaissent les vestiges de la cristallisation : la cristallisation peut être considérée comme une propriété générale des corps simples : c'est une réalité expérimentale.

Le physicien à la recherche des lois de la nature reconstitue un polyèdre cristallin dans toute sa beauté géométrique, lorsqu'il a reconnu dans les plus petites parcelles que l'œil peut voir, que la balance peut peser, des surfaces planes qui, semblables à des miroirs microscopiques, réfléchissent la lumière suivant des angles constants : ces facettes ou miroirs mettent en évidence des conditions de symétrie identiques avec celles que la raison pure fait découvrir dans la distribution régulière des nœuds d'un réseau.

C'est dans chaque grain de cette poussière presque invisible des corps solides, et non dans les agglomérats plus ou moins compacts, plus ou moins homogènes, où elle s'entasse sans ordre apparent, qu'il faut chercher la véritable *forme* des corps et les lois naturelles de leur structure. Cette recherche est facilitée parce que dans des circonstances exceptionnelles les polyèdres cristallins atteignent des dimensions énormes, mais il ne faut pas attacher

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

une importance exagérée à la grandeur des dimensions : les lois de la cristallographie règnent avec la même précision, avec la même beauté, avec le même éclat, dans les plus petits comme dans les plus gros cristaux. D'après ces lois, les molécules chimiques forment entre elles des *groupements particuliers* qui s'isolent et s'alignent dans l'intérieur d'un cristal comme les nœuds d'un réseau. Tous ces groupements *qui forment de véritables molécules d'un ordre supérieur* sont donc répartis suivant des rangées rectilignes : ils sont équidistants le long de chaque rangée, et leurs centres de gravité, qui coïncident avec les nœuds, tendent vers une position limite dont ils se rapprochent d'autant plus que la température est plus basse.

Par cela seul que le cristal est solide, ces *groupements particuliers* sont polaires, c'est-à-dire qu'ils agissent les uns sur les autres non seulement en fonction des distances, mais encore en raison des orientations mutuelles. Ils sont constitués, comme nous le montrerons plus loin, par l'assemblage réticulaire d'un nombre très grand de molécules chimiques. Ce sont de véritables polyèdres qui se rapprochent d'autant plus de la perfection géométrique que la chaleur interne est moindre.

Par des opérations purement mécaniques, ces *groupements* peuvent être séparés les uns des autres : mais aucun outil, si perfectionné soit-il, ne parvient à les scinder; ils sont pratiquement insécables. Les réactions qu'ils exercent entre eux extérieurement dans *leurs mouvements relatifs* et les modifications qu'ils éprouvent *individuellement dans leur état intérieur* correspondent aux principales propriétés des corps dont l'étude fait l'objet de la physique. C'est ainsi que les phénomènes de l'élasticité, les déformations permanentes, les lois du frottement, d'une part; la dilatation, la liquéfaction, la capillarité, la vaporisation, la réfraction, la dispersion de la lumière, etc., d'autre part, trouvent leur explication rationnelle soit dans les mouvements relatifs, soit dans les états intérieurs de ces *groupements*; il serait naturel de les désigner sous le nom de *molécules physiques* par opposition aux *molécules chimiques*, puisqu'ils constituent en quelque sorte le *substratum* de tous les phénomènes physiques.

Mais, en réalité, ces *groupements* ou molécules d'ordre supérieur, ces parcelles mécaniquement indivisibles ont beaucoup plus d'analogie avec les atomes chimiques qu'avec les molécules chimiques. C'est là un point important dans l'étude de la matière.

Les atomes chimiques sont ainsi nommés parce qu'ils résistent à toutes les forces que la chimie peut mettre en jeu. Les *groupements* dont il s'agit résistent de même à toutes les forces mécaniques : en leur donnant le nom d'*atomes mécaniques*, on met en relief cette similitude qui est loin d'être la seule. L'atome absolu, l'atome sans épithète, est seul insécable, même sous l'effort de la pensée, parce qu'il n'est pas composé de parties; l'atome chimique et l'atome mécanique sont complexes l'un et l'autre; il ne faut donc attacher à ce nom d'*atome* appliqué à des groupements divers dont on veut faire ressortir les analogies qu'un sens relatif, comme cela vient d'être dit.

Pour éviter la confusion, nous désignerons à l'avenir l'atome mécanique par la lettre (A_m), la molécule chimique par la lettre (M_χ), l'atome chimique par la lettre (A_χ), etc., et enfin l'atome absolu par la lettre (A) sans indice.

Ainsi, à une température suffisamment basse, tous les corps simples sont des assemblages d'*atomes mécaniques* (A_m) différents pour chaque corps, éloignés les uns des autres, sans aucun contact entre eux en aucun point.

b. CORPS CRISTALLISÉS ET CORPS HOMOGÈNES.

Les *atomes mécaniques* sont identiques pour un même corps simple; lorsqu'ils sont orientés de la même manière, ils forment un cristal et leurs centres de gravité occupent les nœuds du réseau caractéristique du cristal. Les expériences les plus délicates sur les cristaux et notamment les phénomènes de la polarisation rotatoire démontrent d'ailleurs que les atomes mécaniques (A_m) ont une forme polyédrique et que cette forme avec des écarts plus ou moins grands est à peu près inscriptible dans une sphère; cette sphère que le microscope ne parvient pas à isoler peut être assimilée à un boulet, lorsqu'on cherche à faire saisir en quelque sorte par les yeux une image immensément agrandie de l'architecture intérieure des corps. Les assemblages cristallins offrent ainsi la plus grande

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

analogie avec des piles de boulets reposant sur un plan horizontal. Une première couche repose sur le plan ; une deuxième couche pareille à la première repose sur celle-ci, et la superposition successive des couches constitue la pile.

Ces considérations sont absolument générales.

Pour simplifier l'exposé et pour fixer les idées, nous examinerons spécialement un corps cristallisant dans le système cubique. Dans ce système, les atomes mécaniques (A_m) ont en général la forme de polyèdres réguliers. Nous chercherons à faire comprendre la différence d'état entre un corps cristallisé et un corps homogène.

Dans une pile de boulets, si l'on désigne par D le diamètre des boulets, la distance des *couches* est égale à $\frac{D}{\sqrt{2}}$ (voir : fig. 1 une couche en plan, fig. 2 une coupe suivant AB de deux

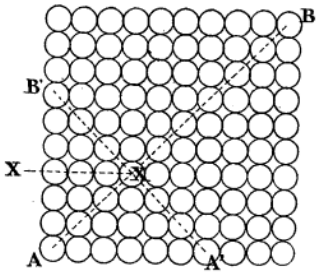


Fig. 1.

couches superposées). Si la surface d'appui, au lieu d'être plane, prend une forme courbe, le rayon de courbure étant très grand par rapport à la distance de deux boulets contigus



Fig. 2.

(fig. 3), l'assemblage reste analogue à la pile régulière, mais les *couches* successives prennent une forme courbe et les rayons de courbure Cρ, C′ρ′, etc., forment entre eux des angles quelconques pour des éléments de surface suffisamment distants les uns des autres (fig. 3).

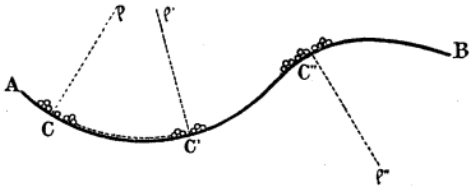


Fig. 3.

Or, quelle est la distance de centre à centre de deux atomes mécaniques dans un corps simple ?

Il semble résulter d'expériences diverses que la distance des centres de deux atomes mécaniques contigus est de l'ordre du millième de micron : elle ne varie pas beaucoup d'un corps à un autre : elle est en moyenne d'environ vingt à trente millièmes de micron. En d'autres termes, il peut entrer 50 000 atomes mécaniques dans la longueur de 1 millimètre : par suite, l'épaisseur d'une couche AB (fig. 1), considérée isolément, peut être évaluée à 20 μμ, la double lettre μμ désignant la longueur du millième de micron. C'est le minimum absolu de l'épaisseur des lames minces.

En reprenant la comparaison avec la pile de boulets, on voit que les *couches* successives d'atomes mécaniques (A_m) qui sont planes dans un corps cristallisé peuvent se transformer en zones courbes, limitées par des surfaces continues telles que deux éléments de surface situés à une distance de l'ordre du micron forment un angle appréciable. Dans ce dernier

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cas, le corps perd son caractère cristallin pour devenir un assemblage plus ou moins *homogène* dans lequel les orientations des *couches* prennent des directions variables pour les distances pratiquement très faibles (voir fig. 3) et il suffit, pour ces nouvelles positions d'équilibre, que les angles des facettes des atomes mécaniques A_m subissent des variations de l'ordre du centième de degré. Mais il est à remarquer que l'homogénéité ainsi définie conserve au corps quelque chose de son état cristallin. Les couches sont courbes, mais les atomes mécaniques qui les constituent sont restés polyédriques. En outre, les *couches* successives distantes entre elles de $\frac{D}{\sqrt{2}}$ (D étant le diamètre de la sphère correspondant à chaque atome mécanique (A_m)) ne sont pas réparties au hasard. Chaque atome mécanique A_m appartient en réalité à trois *couches* se coupant à angle droit, comme il est facile de s'en rendre compte par la simple inspection des figures 1, 2 et 3.

L'atome *X* par exemple choisi dans la *couche* horizontale de la figure 1 appartient en même temps à la *couche* AB définie par le plan vertical AB et à la *couche* A'B' définie par le plan vertical A'B' perpendiculaire au plan AB. Les trois *couches*, perpendiculaires entre elles, sont géométriquement identiques, elles sont dirigées suivant les plans de symétrie principaux du cristal-limite ou plutôt du vestige cristallin qu'on trouve en chaque point de tout corps homogène, et ces trois plans de symétrie sont les plans tangents aux trois surfaces courbes qui se coupent en X orthogonalement.

CHAPITRE II

MOUVEMENTS RELATIFS DES ATOMES MÉCANIQUES A_m

1re SECTION. — *Théorie de l'élasticité.*
a. Mouvements élastiques réversibles. — *b*. Déformations permanentes.

2e SECTION. — *Théorie du frottement.*
a. Ruptures d'équilibre. — *b*. Évaluation géométrique des pentes du travail. — *c*. Expériences sur le frottement.

1re SECTION

Théorie de l'élasticité.

---

a. MOUVEMENTS ÉLASTIQUES RÉVERSIBLES.

De quelle manière se transmettent les réactions mutuelles des atomes mécaniques?

Il est nécessaire, pour répondre à cette question, d'examiner ce qui se passe d'atome (A_m) à atome (A_m).

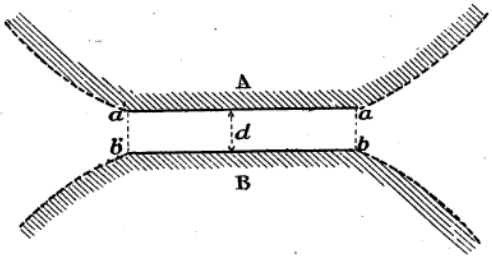


Fig. 4.

Considérons donc deux atomes contigus A et B (fig. 4); ce sont, comme nous l'avons dit, des polyèdres géométriques; deux facettes aa', bb', que nous supposons égales, sont en

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

regard l'une de l'autre à une certaine distance d. Les lignes pointillées de la figure correspondent à la sphère idéale circonscrite à chaque polyèdre.

Les facettes aa', bb', que nous considérons comme continues dans les polyèdres sont en réalité composées de molécules chimiques (M_χ) en nombre très grand disposées suivant les mailles d'un réseau, et cette disposition elle-même résulte de ce que les molécules chimiques sont polaires, c'est-à-dire qu'elles s'attirent ou se repoussent sous l'action de forces qui varient non seulement avec la distance des centres de figure, mais avec l'orientation même des molécules chimiques.

Aux distances χ auxquelles se trouvent les molécules chimiques (M_χ) dans un même atome mécanique (A_m) les attractions ou répulsions varient d'une manière extraordinairement rapide avec la plus légère variation de ces distances, de sorte que les forces polaires qui président à l'orientation des molécules chimiques contiguës sont très grandes. Il en résulte que les atomes mécaniques offrent par eux-mêmes une résistance à la déformation extrêmement considérable.

A des distances de *l'ordre d* (fig. 4), comparables à l'écart existant entre les facettes contiguës des atomes mécaniques A et B, les molécules chimiques de A exercent sur celles de B des attractions ou des répulsions variables avec ces distances, mais ces dernières forces sont incomparablement moindres que les attractions ou répulsions qui correspondent aux distances de l'ordre χ.

Les forces exercées entre deux atomes mécaniques contigus A et B sont donc les résultantes des forces exercées entre les molécules chimiques de A et les molécules chimiques de B. Lorsque aucune force extérieure n'intervient, la résultante des forces attractives est exactement égale à la résultante des forces répulsives.

Les forces répulsives de A sur B proviennent de zones de faible épaisseur ε à partir des surfaces terminales de A et de B (fig. *4 bis*, échelle agrandie); pour les distances supérieures à $d + \varepsilon$, les forces sont attractives.

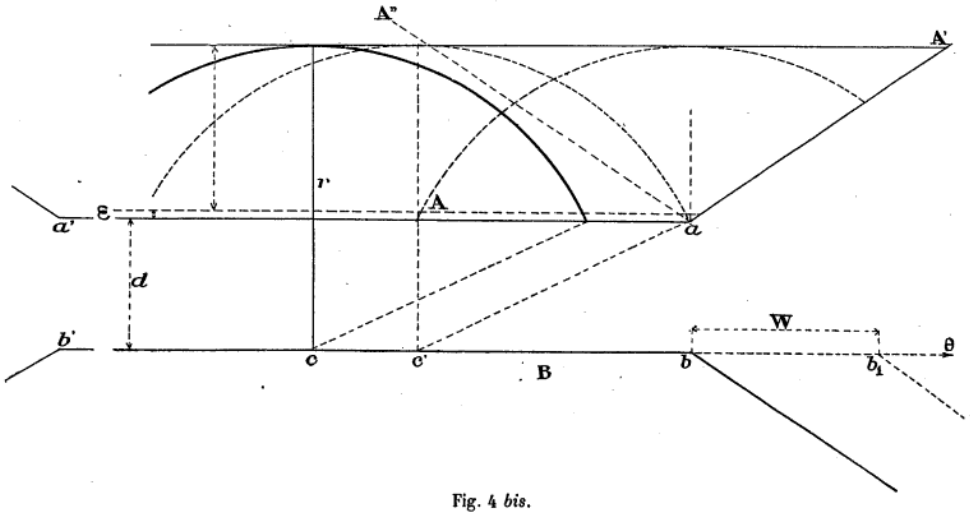


Fig. 4 *bis*.

Les forces attractives proviennent de zones d'une épaisseur plus grande, et, si nous appelons r la distance à partir de laquelle les forces attractives moléculaires peuvent être considérées comme relativement négligeables, l'épaisseur des zones attractives a pour valeur $r - d - \varepsilon$. La distance r est de même ordre de grandeur que le diamètre des sphères enveloppant les molécules physiques.

Si nous exerçons une compression normale aux facettes, la distance d diminue, les forces répulsives augmentent rapidement, et un nouvel équilibre s'établit correspondant à une distance $d' < d$; inversement, si nous exerçons une traction normale, la distance d augmente et un nouvel équilibre s'établit pour une distance $d'' > d$. A cause du très rapide accroissement des forces répulsives, la diminution de distance $(d - d')$ est très limitée, même pour les plus grandes forces mécaniques dont nous pouvons disposer; en outre, les atomes mécaniques

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sont considérés dans une première approximation comme indéformables; il en résulte que la densité des corps augmente très peu pour les plus fortes pressions réalisables. Au contraire, pour les forces de traction normales aux facettes A et B, l'accroissement de d n'a pas de limite; et, comme pour une distance supérieure à r toute force d'attraction appréciable disparaît entre les atomes mécaniques, on voit que la force de traction extérieure atteint une certaine limite T_m à laquelle correspond un équilibre instable et au delà de laquelle se produit la rupture de l'assemblage, ou, si l'on veut, la séparation illimitée des deux atomes, pourvu que la forme T_m reste constante. La limite T_m est égale au maximum de l'attraction moléculaire I : elle correspond à une certaine distance d_m comprise entre d et r. Pour $d > d_m$ la force I diminue, mais, à cause de l'épaisseur relativement grande de la zone d'attraction, cette diminution est lente; on conçoit donc que, si l'on faisait décroître la force extérieure T de manière à la rendre constamment égale à I, la distance des deux atomes (A_m) pourrait croître notablement pour une légère diminution progressive de T en passant par une série de positions d'équilibre instable. C'est ce qui a lieu toutes les fois que la force extérieure T est liée au déplacement d. La rupture d'équilibre se produit à une distance supérieure à d_m pour une valeur de T moindre que le maximum T_m.

Revenons au cas où nulle force extérieure ne trouble l'équilibre des atomes A et B (fig. 4 *bis*), considérons sur la facette bb' de l'atome B une molécule chimique quelconque c, formant partie de cette facette $b'b$. Avec un rayon r décrivons une sphère ayant pour centre c; cette sphère découpera dans l'atome mécanique A une calotte sphérique comprenant toutes les molécules chimiques de A exerçant sur la molécule chimique c des forces appréciables. Pour des raisons de symétrie, ces forces ont une résultante normale à la facette bb' de l'atome B. Faisons glisser le centre c de notre sphère vers l'arête b; pour chaque position du point c, la résultante sera normale jusqu'au moment où la calotte sphérique atteindra l'arête a. A partir de cette position c' du centre de la sphère, la résultante cessera d'être normale.

Pour mettre ce fait clairement en évidence, considérons le cas où le centre de la sphère se trouve sur l'arête b de l'atome B. Par l'arête a imaginons un plan $a\,A''$, faisant avec la facette aa' un angle égal à celui que forme avec le prolongement de cette facette le plan $a\,A'$ de l'angle dièdre a de l'atome A. On voit que les molécules chimiques comprises dans l'angle dièdre ($A'\,a\,A''$) exerceront, dans leur ensemble, une force normale à la facette $b'b$ au point b. Au contraire, les molécules chimiques comprises dans l'angle ($A''\,a\,a'$) produiront sur b une force résultante oblique qui pourra être remplacée par deux composantes, l'une normale à la facette $b'b$ et l'autre parallèle ou tangentielle.

Les diverses composantes tangentielles correspondant à chacune des molécules chimiques de B comprises entre c' et b donnent une résultante unique dirigée de b en b'.

A l'autre extrémité b' de la facette $b'b$ (fig. 4 et 4 *bis*) il existe une force tangentielle exactement égale et contraire, de sorte que la résultante générale de toutes les forces tangentielles est nulle.

Supposons maintenant qu'une force extérieure θ, parallèle à la direction $b'b$ s'exerce sur l'atome B; l'atome B s'avancera dans le sens de cette force θ et l'arête b viendra occuper une nouvelle position b_1.

Suivons l'atome B dans sa marche sous l'influence de la force extérieure θ. A mesure que B s'avance vers b_1, il se développe de nouvelles composantes tangentielles jusqu'à ce que l'arête b occupe une position b_x telle que la sphère de rayon r décrite de b_x comme centre soit tangente extérieurement à l'atome A au plan aA'. Il est à remarquer que pendant ce déplacement les forces contraires à l'extrémité opposée de la facette bb' vont sans cesse en diminuant jusqu'à devenir nulles. La résultante tangentielle de l'atome B atteint donc un maximum M_0.

Aussi longtemps que la force extérieure θ est plus petite que ce maximum, il se produit un équilibre stable avec simple déplacement élastique.

Dès que la force θ atteint la valeur maximum précitée, l'équilibre devient instable et rien n'arrête le mouvement de l'atome B, la limite élastique est dépassée. Mais si la force extérieure θ n'est pas une force indépendante, si elle est en relation avec les déplacements relatifs des facettes aa', bb', il peut arriver (et c'est le cas général) qu'elle diminue plus rapidement que M après avoir atteint le maximum M_0; dans ce cas la force extérieure θ croît d'abord avec le déplacement, elle atteint le maximum M_0, puis elle diminue, et l'équi-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

libre instable ou la rupture a lieu pour un déplacement supérieur à celui qui correspond au maximum M_o sous un effort bien inférieur à ce maximum. C'est ce que nous avons indiqué plus haut pour le cas d'une traction T normale aux facettes aa' bb'.

Sans entrer dans de plus longs développements, on se rend compte des variations que subit le maximum M_o lorsque la longueur bb' de la facette se réduit de plus en plus.

Si nous désignons par W le déplacement relatif des facettes aa', bb' (ou $W = bb_1$) (fig. 5), la résultante tangentielle M est une fonction de W : M est nul, pour W nul et pour les petites valeurs de W, M croît proportionnellement à W. D'autre part, pour les valeurs variables de d, la valeur de W restant constante, on voit que M varie et décroît à mesure que d augmente sous l'influence d'une traction extérieure. Les attractions obliques se rapprochent, en effet, de la normale aux facettes et, par suite, les composantes tangentielles diminuent en valeur absolue. En résumé, M part de zéro, varie dans le même sens que W et en sens inverse de d et atteint un maximum M_o. Pour $d'' > d$ la courbe s'aplatit comme le montre la figure ci-dessous.

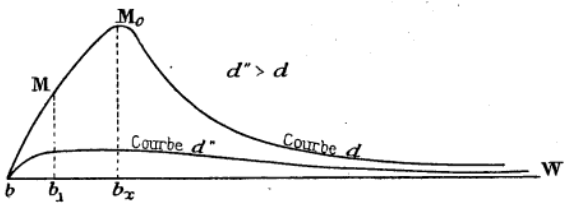


Fig. 5.

Le raisonnement ne tient pas compte de ce que les facettes aa', bb' des molécules A et B sont limitées dans le sens perpendiculaire à la figure; mais cela ne change pas dans son essence la marche du phénomène que nous voulons rendre intelligible sous sa plus simple expression.

Nous pouvons maintenant nous faire une idée assez exacte de la constitution d'un corps homogène. Un point quelconque de ce corps appartient à trois couches courbes d'atomes

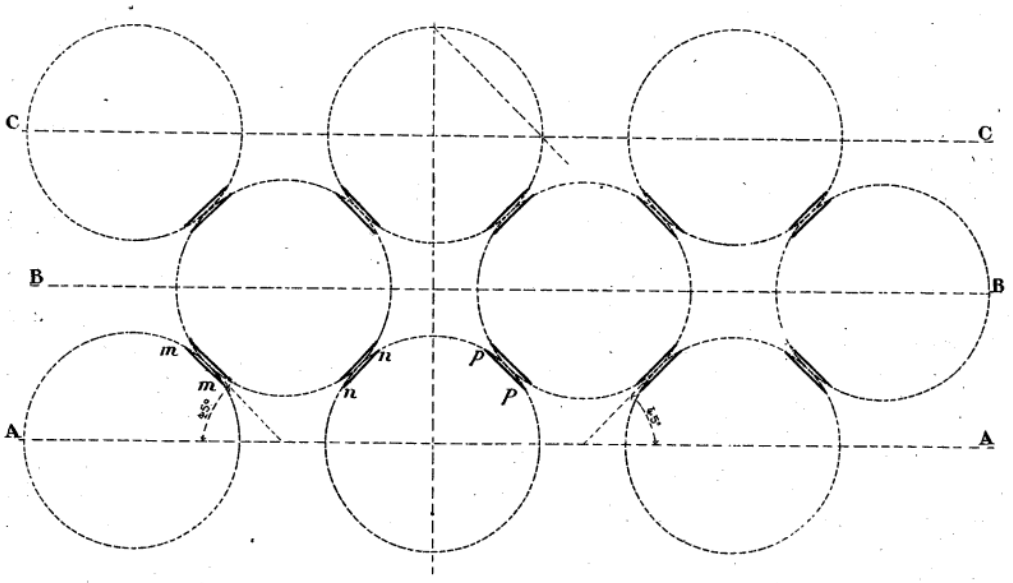


Fig. 5 *bis*.

mécaniques perpendiculaires entre elles; l'orientation de ces trois couches est déterminée en chaque point et cette orientation varie d'un point à un autre comme celle d'un plan tangent à une surface continue. La courbure de cette surface est corrélative de légères variations dans l'inclinaison et de déplacements extrêmement petits des facettes des atomes contigus. Admettons que, dans une parcelle de matière formant par exemple

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

1/1000 de millimètre cube, la courbure soit négligeable : les atomes mécaniques (A_m) au nombre de plus de cent milliards dans ce millième de millimètre cube sont groupés comme des boulets sphériques formant un cube régulier. Dans la pile de boulets prise comme terme de comparaison, les plans tangents aux points de contact des boulets forment avec les couches AA, BB, CC, etc., des angles de 45°; il en est de même des facettes polygonales par lesquelles les atomes mécaniques se soutiennent mutuellement (voir fig. 5 *bis*).

Dans un corps ainsi constitué, l'homogénéité apparente résulte de ce que dans l'ensemble du corps et dans des portions relativement petites les orientations des petits cubes que nous venons de considérer passent par toutes les valeurs sans prédominance d'aucune d'elles.

Les déplacements relatifs des atomes (A_m) de chaque parcelle d'un tel corps sont variables avec les forces extérieures à la parcelle considérée et ces forces extérieures se réduisent en réalité dans la pratique à des compressions ou à des tractions.

Les déplacements sont d'abord élastiques ou réversibles; les *couches* ébranlées conservent leur direction, mais les *atomes* mécaniques éprouvent de légères rotations φ dans chaque élément de couche. Pour une même force extérieure la rotation φ varie d'un atome à un autre, avec l'inclinaison de la couche à laquelle il appartient. L'étude de ces mouvements réversibles contient la véritable théorie de l'élasticité. Elle montre clairement que les allongements élastiques locaux sont extrêmement variables d'un point à un autre, selon l'inclinaison des couches passant par les points considérés.

Ce qui se passe à la surface polie d'une éprouvette cylindrique tirée ou comprimée parallèlement à l'axe est particulièrement intéressant : la surface polie peut être assimilée à une *couche* cylindrique et chaque atome de cette surface appartient à deux autres *couches* dont les plans tangents sont perpendiculaires au plan tangent à la surface. Les *traces* de ces couches forment à la surface polie de l'éprouvette deux systèmes de courbes continues invisibles et ces courbes se coupent à angle droit.

b. DÉFORMATIONS PERMANENTES.

De simples considérations géométriques démontrent qu'en faisant croître la traction ou la pression, les déplacements relatifs des atomes A_m formant la *couche* cylindrique extérieure ou la surface polie de l'éprouvette sont d'abord élastiques ou réversibles comme dans tous les corps; les premiers ébranlements *irréversibles* ou déplacements permanents se localisent dans les régions où les *couches* normales à la surface forment avec la direction de la force un angle déterminé.

$$\beta = \frac{45° + \varphi_0}{2} \quad \text{ou} \quad 22°30' + \frac{\varphi_0}{2}$$

pour la compression, et

$$\alpha = 45° + \frac{45° - \varphi_0}{2} \quad \text{ou} \quad 67°30' - \frac{\varphi_0}{2}$$

pour la traction.

Ces deux angles β et α sont les limites vers lesquelles convergent les inclinaisons des *couches* où se réalisent successivement les déplacements élastiques maxima provoqués par des valeurs croissantes de la pression ou de la traction. Ils sont toujours complémentaires en un même point parce qu'ils correspondent à des couches se coupant à angle droit. Ces déductions géométriques sont en parfaite concordance avec les intéressantes expériences de M. le commandant Hartmann. Ce que la théorie basée sur la forme polyédrique des atomes A_m fait comprendre en outre, c'est que les déformations dans les couches d'inclinaison α ou β restent élastiques au moment où le maximum de la résistance moléculaire est atteint et ne deviennent *irréversibles* qu'après un déplacement complémentaire plus ou moins grand, pendant lequel la résistance moléculaire et la force locale extérieure diminuent simultanément.

Après ces premiers ébranlements irréversibles qui provoquent de véritables changements d'état, il se produit des ruptures d'équilibre sous des angles tous supérieurs ou tous inférieurs à β, pour la compression, à α pour la traction. Les déformations s'accentuent, la striction fait son œuvre et finalement l'éprouvette se rompt; les cassures plus ou moins

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

régulières révèlent quelle était l'orientation finale des atomes mécaniques aux divers points de rupture, au moment de la séparation ou de l'arrachement.

Les calculs à l'appui de ces dernières considérations ont été produits dans l'annexe au procès-verbal de la séance du 3 février 1899. Ces conséquences du calcul n'ont pas jusqu'à ce jour été soumises au contrôle de l'expérience.

Nous renvoyons à cette annexe qui contient la théorie des déformations permanentes et provoque des expériences nouvelles.

2e SECTION

Théorie du frottement.

a. RUPTURES D'ÉQUILIBRE.

Des ruptures d'équilibre analogues à celles qui accompagnent les déformations permanentes des corps homogènes se manifestent dans le frottement entre deux surfaces polies. La théorie du frottement est à refaire sur de nouvelles bases comme celle de l'élasticité. Nous chercherons à faire comprendre le mécanisme du frottement, en nous limitant aux cas les plus simples, comme nous l'avons fait pour l'élasticité.

Une surface plane polie est constituée par une couche plane d'atomes mécaniques A_m, et chaque atome de cette couche appartient en même temps à deux autres couches perpendiculaires entre elles et perpendiculaires à la surface; celle-ci est sillonnée dans tous les sens, comme nous l'avons dit plus haut, par les traces de ces couches perpendiculaires suivant des courbes se coupant à angle droit. Supposons pour un instant que l'on puisse pratiquement réaliser deux surfaces rigoureusement planes A_s et B_s sur deux fragments d'un même corps : rapprochons ces deux surfaces jusqu'au *contact apparent.*

Les atomes superficiels A_m des deux fragments se trouveront en réalité à la distance d, de la figure 4 *bis*, mais comme les orientations et les positions des atomes de l'une des surfaces ne coïncident pas en général avec les orientations et les positions des atomes de l'autre surface, il se produit entre les atomes en présence des réactions tangentielles de l'ordre de celles que la fig. 4 *bis* a mises en évidence.

Comme ces réactions parallèles aux surfaces sont dirigées dans tous les sens à peu près également, le système arrive rapidement à un état d'équilibre stable après d'imperceptibles mouvements.

Les deux surfaces A_s et B_s suffisamment agrandies se présentent aux yeux comme d'immenses mosaïques où les facettes des atomes mécaniques ont partout même forme et se rangent suivant deux systèmes orthogonaux de lignes à courbure variable. On peut bien admettre que dans la superposition des deux surfaces A_s et B_s, il se présente quelques plages où sur l'étendue de quelques millièmes de millimètre, les atomes en regard auront commune orientation; nous limiterons notre examen à l'une de ces plages, et cet examen suffira pour faire comprendre le mécanisme du frottement, c'est-à-dire les équilibres instables qui en sont le phénomène caractéristique, les pertes de travail et les gains de chaleur qui en sont la conséquence.

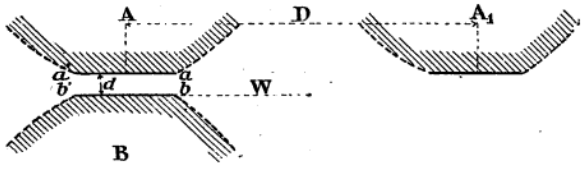


Fig. 5 *ter*.

En remontant aux figures 4 et 4 *bis* que nous reproduisons ci-contre en les complétant (fig. 4 *ter*) (les atomes A, A_1 etc, appartiennent à la surface A_s et l'atome B à la surface B_s), nous savons que tout déplacement relatif W des facettes *aa'* *bb'* donne lieu à une force tangentielle M : cette force est nulle pour W nul, et elle croît proportionnellement à W

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pour les très petits déplacements; elle passe par un maximum M_0 et redevient nulle pour $W = \frac{D}{2}$, D étant le diamètre de la sphère idéale circonscrite à l'atome mécanique. Dans ce cas, en effet, l'atome B se trouve symétriquement placé par rapport à l'atome A et par rapport à l'atome contigu A_1 de la même couche. Pour $W > \frac{D}{2}$ l'atome B est plus rapproché de A_1 que de A : la force M à partir de $W = \frac{D}{2}$ passe par les mêmes valeurs changées de signe.

En posant

$$M = f(W)$$

et prenant pour abscisses les distances W et pour ordonnées les valeurs de M, on obtient une courbe de la forme ci-dessous : cette courbe correspond au cas où les facettes *aa'*, *bb'* des atomes mécaniques A et B sont à la distance normale *d* des surfaces en *contact apparent*, comme l'indique la figure 4 *ter*. La pression fait légèrement diminuer la distance

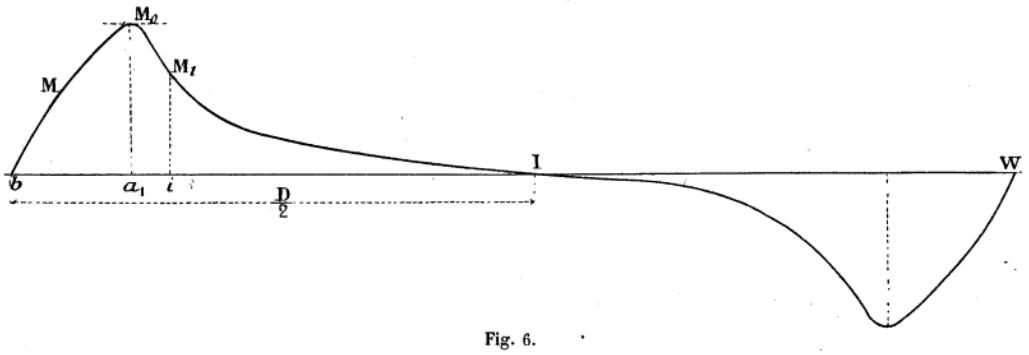


Fig. 6.

normale *d* sans altérer sensiblement la forme de la courbe; les valeurs de M varient peu sous l'influence de la pression. Mais il n'en est pas de même lorsque la distance *d* augmente, car cette augmentation n'est pas limitée : dès qu'elle atteint une proportion appréciable, l'ordonnée maximum M_0 diminue rapidement et les forces tangentielles, quel que soit W, tendent vers des valeurs négligeables. La courbe présente nécessairement un point d'inflexion pour la valeur $W = \frac{D}{2}$ au point de passage I des valeurs positives aux valeurs négatives. Lorsque la courbe n'est pas trop aplatie, elle présente un autre point d'inflexion au point *i* déterminé par la condition

$$\frac{d^2M}{dW^2} = 0.$$

Nous voici fixés sur les forces tangentielles développées par les déplacements relatifs W des facettes *aa'* du corps A_s par rapport aux facettes *bb'* du corps B_s.

Représentons le corps A_s sous la forme d'une tige encastrée en EE (voir fig. 7) : l'axe de la tige est invariable dans la partie encastrée, mais, si nous exerçons sur la base *a'a* une force tangentielle M, la tige s'infléchit et suivant les lois connues de l'élasticité le déplacement de la base *a'a* est proportionnel à la force M, et peut être mis sous la forme

$$\alpha M,$$

α étant un coefficient constant.

Il en sera de même pour le corps B encastré en E_1 E_1 : le déplacement de la base *b'b* aura pour valeur

$$\beta M.$$

Les déplacements considérés sont extrêmement petits, de l'ordre du millième de micron ($\mu\mu$). Rapprochons les deux bases *a'a* et *b'b* que nous supposons parfaitement polies

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

jusqu'à la distance d et supposons, comme nous l'avons fait précédemment, que pour les petites surfaces $a'a$, $b'b$ les atomes mécaniques aient la même orientation. Considérons

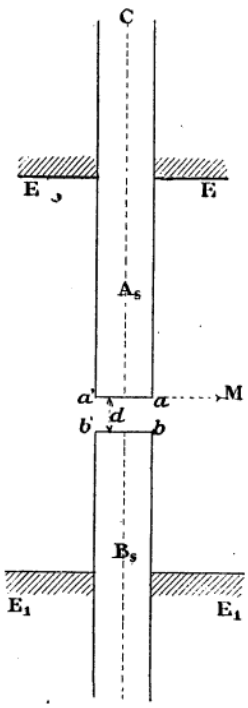


Fig. 7.

spécialement deux atomes A et B figure 4 *ter*, qui dans l'état initial se projettent exactement l'un sur l'autre. La force tangentielle M sera nulle.

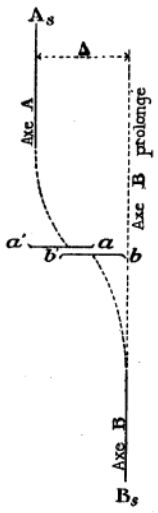


Fig. 8.

Laissons immobile le système A, encastré en EE et déplaçons vers la droite le système B, parallèlement à lui-même, dans les conditions précédemment indiquées pour les atomes A et B, figure 4 *ter*. Il naîtra aussitôt une force tangentielle M pour chaque atome et un déplacement relatif W entre les facettes $a'a$ et $b'b$ (fig. 8). Les axes des parties

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

encastrées A_s et B_s resteront parallèles entre eux, mais la facette $a'a$ marchera vers la droite d'une quantité

$$\alpha M,$$

et la facette $b'b$ marchera dans le même sens, mais sera en retard sur l'axe B d'une quantité

$$\beta M.$$

Si l'on appelle Δ la distance actuelle des axes A et B (fig. 8) on aura :

$$\Delta = W + \alpha M + \beta M = W + (\alpha + \beta) M.$$

Tout se passe au point de vue de la distance Δ, comme si l'axe A restait rectiligne et si l'axe B seul s'infléchissait non de la quantité βM, mais de la quantité

$$(\alpha + \beta) M.$$

C'est ce que nous admettrons dans ce qui va suivre.

Cette hypothèse est absolument correcte, lorsqu'on recherche pour l'ensemble du phénomène quelle est la perte de travail, mais elle ne met pas en évidence la part qui revient à chacun des deux corps A_s et B_s. Le partage, comme il est facile de s'en rendre compte, se fait proportionnellement aux coefficients α et β. Si $\alpha = \beta$, les parts sont égales. Si α est très petit par rapport à β, le corps B_s absorbe seul la presque totalité du travail perdu. Comme la perte de travail correspond à un gain de chaleur, on voit que, dans ce dernier cas, l'un des deux corps seulement s'échauffe par l'effet du frottement. Mais il importe d'expliquer d'abord en quoi consiste la perte de travail et de faire comprendre par quel mécanisme cette perte de travail se transforme en chaleur.

Reportons-nous à la courbe des M (fig. 6), $M = f(W)$ que nous complétons ci-dessous (fig. 9).

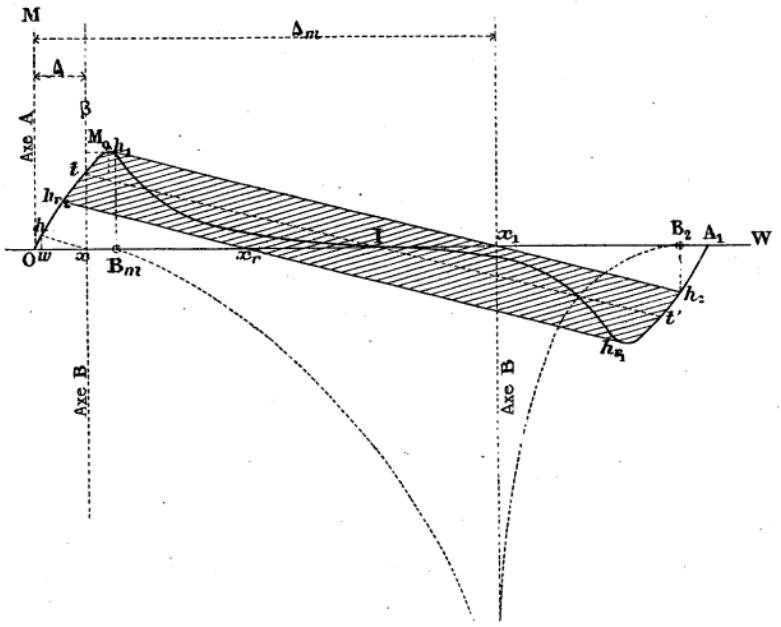


Fig. 9.

L'axe A que nous supposons inflexible aboutit à l'origine des abscisses $W = o$: l'axe B est à une distance Δ : on obtient aussitôt, à l'aide de la figure, la valeur correspondante de W. Il suffit, en effet, de mener par le point x ($ox = \Delta$) une ligne droite formant avec l'axe B un angle à gauche βxh ayant pour tangente $(\alpha + \beta)$ ou, ce qui revient au même,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

un angle avec l'axe des W à droite hxW ayant pour tangente $-\frac{1}{\alpha+\beta}$: le point d'intersection h avec la courbe des M donne la valeur de M qui a pour abscisse W : on a, en effet, d'après la figure

$$\Delta = W + (\alpha+\beta)M.$$

A mesure que Δ grandit, le point h s'avance sur la courbe; dans sa marche ascensionnelle il atteint le point maximum M_0 sans qu'il se produise rien d'exceptionnel, mais bientôt la ligne xh finit par occuper une position extrême $x_1 h_1$, qui n'est autre que la tangente à la courbe des M : la distance Δ des axes A et B atteint un maximum Δ_m et ce maximum correspond à un équilibre instable.

On voit en effet par la formule

$$\Delta = W + (\alpha+\beta)M \tag{1}$$

que le maximum de Δ, correspond à $\frac{d\Delta}{dW} = 0$; or

$$\frac{d\Delta}{dW} = 1 + (\alpha+\beta)\frac{dM}{dW}, \tag{2}$$

ce qui donne pour $\frac{d\Delta}{dW} = 0$, ou $\Delta = \Delta_m$

$$1 + (\alpha+\beta)\frac{dM}{dW} = 0, \qquad \text{ou} \qquad \frac{dM}{dW} = -\frac{1}{\alpha+\beta}. \tag{3}$$

La tangente à la courbe des M pour $\Delta = \Delta_m$ se confond bien avec la ligne $h_1 x_1$.

Comme nous venons de le dire, pour la position qui correspond à M_0, maximum de la résistance moléculaire, il n'y a pas rupture d'équilibre. Au delà, la force extérieure et la résistance moléculaire M diminuent simultanément, mais pour une même variation de W la force moléculaire M diminue moins vite que la force extérieure, jusqu'à ce que l'on ait $\frac{dM}{dW} = -\frac{1}{\alpha+\beta}$; c'est alors seulement que l'équilibre est réellement instable, et que le déplacement devient irréversible.

b. ÉVALUATION GÉOMÉTRIQUE DES PERTES DE TRAVAIL.

Quel est le travail dépensé pour faire passer l'axe du corps B_s de la position $\Delta = 0$, à la position Δ_m correspondant à l'equilibre instable?

L'élément de travail est évidemment $M d\Delta$, et comme on a

$$d\Delta = dW + (\alpha+\beta)dM,$$

l'élément de travail prend la forme

$$M d\Delta = M dW + (\alpha+\beta) M \frac{dM}{dW} dW$$

L'intégrale comprise entre $\Delta = 0$ et $\Delta = \Delta_m$ dans le 1er membre a la même valeur que l'intégrale comprise entre $W = 0$ et $W = W_m$ dans le 2e membre; le travail dépensé a donc pour expression :

$$\int_{W=0}^{W_m} M dW + \frac{1}{2}(\alpha+\beta) M^2$$

le travail lu sur la figure se compose de l'aire comprise entre la courbe des M et l'ordonnée $h_1 B_m$ et de l'aire du triangle $B_m h_1 x_1$.

Nous avons dit que l'équilibre est instable : on voit en effet que, pour une augmentation infiniment petite de Δ (écartement des axes des corps A_s et B_s), la force tangentielle M

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

diminue plus rapidement que la force élastique : il en résulte que l'atome B s'écarte de l'atome A avec une vitesse accélérée et oscille à la façon d'un pendule jusqu'à ce qu'il vienne occuper une position B_2, position d'équilibre stable qui correspond au point de rencontre de la tangente h_1x_1 prolongée avec la courbe des M en h_2.

Pendant les oscillations de l'atome B autour de sa position d'équilibre stable B_2, l'axe du corps B n'a cessé d'occuper sa position x_1, pour laquelle $0x_1 = \Delta_m$. En continuant le mouvement jusqu'à ce que l'atome B vienne se projeter sur l'atome A_1 (fig. 9 et 4 *ter*) contigu à l'atome A dans la même *couche*, on voit qu'au lieu de dépenser du travail on récupère au contraire un travail correspondant à la surface $x_1h_2A_1$.

Ainsi, finalement, pour le parcours d'un espace $OA_1 = D$ de l'atome B par rapport à l'atome A, la dépense réelle de travail est représentée par l'aire du triangle $0h_1x_1$ à base curviligne $0h_1$, diminuée de l'aire du triangle $A_1h_2x_1$ à base curviligne A_1h_2.

Si l'on voulait établir un cycle complet en ramenant l'atome B en arrière dans sa position primitive, on passerait exactement par les phases inverses et le travail à dépenser serait représenté par l'aire $A_1h_{r_1}x_r$ diminué de l'aire $0h_{r_2}x_r$: la ligne $h_{2_1}x_rh_{r_2}$ est tangente à la courbe des M en h_{r_1} et parallèle à la tangente $h_1x_1h_2$; or l'aire triangulaire $0h_{r_2}x_r$ est évidemment égale à l'aire triangulaire $A_1h_2x_1$; on voit que le travail consommé pour opérer le cycle complet est représenté par l'aire comprise entre les deux tangentes parallèles h_1h_2, $h_{r_1}h_{r_2}$ et limitée par les portions de courbe $h_1h_{r_2}$ et $h_2h_{r_1}$: c'est une sorte de parallélogramme dont les petits côtés sont deux courbes superposables, mais renversées. Il en résulte que, si par le point d'intersection I de la courbe des M avec l'axe des W on mène une ligne *tt* parallèle aux tangentes h_1h_2, $h_{r_1}h_{r_2}$, le parallélogramme se trouve coupé en deux parties égales dont chacune correspond au travail perdu soit à l'aller, soit au retour, pour le glissement d'un atome B sur une longueur D égale à la distance de centre à centre de deux atomes contigus du corps fixe A_s.

La règle géométrique qui permet d'évaluer le travail perdu suppose que la distance des atomes A et B considérés dans les surfaces frottantes est égale ou inférieure à la distance normale *d*.

Lorsque la distance est supérieure à *d* et va grandissant, la courbe des M s'aplatit rapidement, le travail perdu diminue et disparaît totalement lorsque la distance *d'* est telle que la courbe des M qui lui correspond atteint la limite définie par la condition ci-après :

$\frac{dM}{dW}$ *à partir de* $\frac{dM}{dW} = 0$ *conserve pour des valeurs croissantes de* W *des valeurs ayant pour limite inférieure* $-\frac{1}{\alpha+\beta}$.

Dans ce cas limite, en effet, la distance Δ n'a plus de maximum, voir formules (1), (2) et (3) ; par suite, l'équilibre instable disparaît et dès lors tous les mouvements sont réversibles.

Le travail perdu dans le glissement d'un atome B sur une longueur $OA_1 = D$ varie depuis une valeur à peu près constante, lorsque la distance des plages en regard est égale ou inférieure à *d* (voir fig. 9) jusqu'à une valeur nulle pour une distance égale à *d'*, *d'* étant défini par la condition ci-dessus indiquée pour la courbe des forces tangentielles M.

Dans le glissement continu avec une vitesse uniforme du corps B_s à la surface polie du corps A_s maintenu fixe, on voit que les atomes mécaniques de la surface B_s auront des mouvements périodiques, ils seront alternativement en retard et en avance sur le mouvement de masse du corps B_s : le passage du retard à l'avance aura lieu d'*une manière continue* pour un atome lorsque, au droit de cet atome, la distance des surfaces A_s et B_s sera égale ou supérieure à *d'*, et d'une *manière discontinue* avec rupture d'équilibre et perte de travail lorsque la distance des surfaces sera inférieure à *d'* : la perte de travail nulle pour la distance *d'* ira en croissant à mesure que la distance se rapprochera de la distance normale *d*.

Nous avons supposé dans ce qui précède que le mouvement de glissement a lieu entre deux plages de surfaces A_s et B_s pour lesquelles les atomes mécaniques ont même orientation et qu'en outre la direction du glissement a lieu suivant un des plans principaux de symétrie des plages considérées : ces hypothèses ont simplifié l'exposé, mais elles ne changent pas le caractère général du phénomène : deux plages comportant des orientations différentes donnent lieu pendant le glissement à des périodes de longueurs diverses, mais

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

les atomes mécaniques du corps B_s passent par des équilibres instables à chaque période lorsque les distances de surface à surface sont voisines de d et s'avancent au contraire d'une manière continue, sans perte de travail, lorsque ces distances sont supérieures à d'.

Une surface polie d'un métal n'est jamais absolument plane, et par conséquent jamais deux surfaces polies, si parfait soit le travail, ne sont équidistantes, quand on les superpose. En outre, les points où elles sont en *contact apparent* répondent à des plages où l'écart réel entre les atomes mécaniques en regard est très rapproché de la distance normale d : or cette distance d est de l'ordre $\mu\mu$, millième de micron. Nous ne connaissons pas la distance d' qui forme la limite à laquelle s'évanouissent les pertes de travail pendant le glissement, mais cette distance est de même ordre que d, elle ne dépasse donc pas un petit nombre de millièmes de micron ($\mu\mu$).

Les écarts des surfaces polies par rapport à un plan géométrique sont de beaucoup supérieurs dans la pratique, quelle que soit la perfection des outils mis en œuvre et l'habileté de l'artiste.

En superposant deux surfaces planes A_s et B_s, sans exercer aucune pression extérieure, il y aura au moins trois plages de contact apparent, c'est-à-dire trois plages où les distances des atomes en regard seront égales ou inférieures à d : le glissement donne nécessairement lieu aux pertes de travail signalées plus haut. Lorsqu'une pression extérieure P s'exercera normalement aux surfaces A_s et B_s, les distances d des trois plages de contact apparent diminueront d'une quantité négligeable, mais d'après les règles de l'élasticité, les surfaces aux abords de ces plages fléchiront sur des étendues relativement très larges, la distance moyenne de l'ensemble des surfaces diminuera et d'autres *contacts apparents* se produiront en nombre à peu près proportionnel à la pression P. Chaque plage de *contact apparent* comprend non seulement les atomes dont la distance comptée normalement aux surfaces A_s et B_s est inférieure ou égale à d, mais encore tous les atomes contigus pour lesquels cette distance ne dépasse pas d'. La forme d'une plage de contact apparent où les distances d sont atteintes varie très peu sous l'influence d'une pression extérieure, lorsque les corps en présence ont une épaisseur appréciable, d'un millimètre par exemple : la pression laisse en effet d à peu près constant et fait infléchir l'ensemble de la surface autour de la plage considérée : de nouvelles plages de *contact apparent* naissent autour de celle-ci comme nous venons de le dire et ces nouvelles plages conservent aussi leur forme, dès qu'elles contiennent des atomes à la distance d. Il faut considérer d'ailleurs qu'eu égard à l'imperfection des surfaces polies l'étendue des plages de *contact apparent* est très petite par rapport à l'ensemble des surfaces superposées.

Lorsque le glissement s'opère sous la pression P, la perte de travail est due uniquement aux atomes placés à des distances inférieures à d' : or ces atomes se trouvent presque entièrement confinés dans les plages de *contact apparent*, dont le nombre est à peu près proportionnel à la pression et dont la surface moyenne est à peu près invariable lorsque le nombre de plages est grand : il en résulte que pour des glissements d'égale étendue sous diverses pressions les pertes de travail sont proportionnelles aux pressions.

Mais cette règle pratique devient absolument inapplicable lorsque la pression P est très petite, ou lorsque l'épaisseur du corps glissant est très faible.

Nous avons vu, en effet, que, pour une pression P nulle, la perte de travail n'est pas nulle. D'autre part, quand l'épaisseur du corps glissant est très faible, la surface acquiert une flexibilité transversale telle que les *plages* de *contact apparent* peuvent s'étendre sous la plus légère pression et dès lors le frottement peut atteindre des valeurs invraisemblables.

c. EXPÉRIENCES SUR LE FROTTEMENT.

L'expérience vérifie entièrement ces prévisions. Une série d'essais faits au laboratoire des Ponts et Chaussées a fait voir que l'angle de frottement de fer poli sur fer poli, qui reste à peu près constant pour des poids mobiles supérieurs à 1 gramme, augmente rapidement lorsque ces poids mobiles se réduisent à quelques milligrammes.

D'autre part, lorsqu'une plaquette soumise au glissement présente une épaisseur inférieure à $0^{mm},1$ et qu'on exerce une légère pression sur la plaquette, celle-ci ne glisse plus même sous l'angle de 90° : elle adhère au corps fixe.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En outre, quand on étudie le mouvement des poids très légers soumis au glissement, on est étonné de la variété des angles sous lesquels ce mouvement prend naissance, et des anomalies et soubresauts qu'il présente une fois qu'il est commencé. Malgré le poli des surfaces, les plages de *contact apparent* varient évidemment d'étendue en chaque point et dès lors le *travail perdu* et le *frottement* tout en obéissant à une loi théorique échappent à toute règle pratique ou à toute formule empirique.

Voici à titre de renseignement dix séries d'expériences faites dans le vide sur des plaquettes de 4 millimètres carrés de surface ayant pour poids respectifs 24, 10 et 4 milligrammes.

SURFACES.	millim. 2 × 2	millim. 2 × 2	millim. 2 × 2	OBSERVATIONS
POIDS EN MILLIGRAMMES. . .	24	10	4	
Angles de glissement. . .	9° 30′	11° 30′	12° 30′	Les épaisseurs étaient environ de 0mm,60, 0mm,24, 0mm,08. Il suffisait d'appuyer légèrement sur la dernière plaquette pour augmenter les plages de contact apparent : la plaquette abandonnée à elle-même ne glissait plus, même sous l'angle de 90°. — Ces expériences ont été faites par M. Klein, chef de l'atelier d'essais à l'École des Ponts et Chaussées.
	8,30	11,30	16,30	
	8,30	13,00	20,00	
	9,30	12,30	19,00	
	10,30	13,00	17,30	
	9,30	11,00	17,30	
	9,30	12,30	21,00	
	10,00	14,00	21,30	
	9,30	11,00	20,30	
	10,00	13,00	17,00	
Moyennes.	9° 5′	12° 3′	18° 3′	

CHAPITRE III

MOUVEMENTS INTÉRIEURS DES ATOMES MÉCANIQUES A_m

a. Vibrations ordinaires. — *b*. Frémissements. — *c*. Comparaison des énergies vibratoires.

a. VIBRATIONS ORDINAIRES.

Dans l'étude de l'élasticité et des déformations permanentes des corps, nous avons considéré l'atome mécanique comme une unité indéformable : les déplacements relatifs nous ont permis de mettre en évidence par de simples considérations géométriques les ruptures d'équilibre qui coïncident avec les déformations permanentes : mais aussitôt nous avons vu apparaître des phénomènes calorifiques.

L'étude du frottement est également basée sur les déplacements relatifs des atomes mécaniques considérés comme des polyèdres indéformables : les lois du frottement comme celles des déformations permanentes ont leur source dans une série de ruptures d'équilibre. Ici encore des phénomènes calorifiques se manifestent en même temps que ces ruptures d'équilibre.

Par quel mécanisme la chaleur pénètre-t-elle dans l'intérieur de ces atomes mécaniques?

Nous avons considéré ceux-ci dans leurs mouvements relatifs : il faut pour répondre à cette question les considérer en eux-mêmes.

L'atome mécanique pris isolément n'est pas un tout indivisible : c'est, comme nous l'avons dit au début de cette étude, un assemblage réel d'un nombre considérable de molécules chimiques formant un polyèdre réticulaire.

On voit immédiatement le motif pour lequel les vibrations soit longitudinales, soit transversales d'un corps solide s'éteignent rapidement même dans le vide le plus parfait : chaque atome mécanique est par lui-même un appareil vibratoire qui absorbe les vibrations élas-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tiques sonores lesquelles correspondent à un mouvement relatif, à une sorte de petit choc d'atome (A_m) à atome (A_m).

Quand on cherche à comprendre le mode vibratoire d'un atome mécanique, on est conduit à distinguer dans cet atome A_m deux systèmes de vibrations essentiellement distincts : l'un répond à des forces élastiques variant d'une manière à peu près continue en passant d'une molécule chimique à la voisine dans l'intérieur de l'atome mécanique. Par une interpolation permise, on base le calcul sur l'hypothèse d'une continuité parfaite et l'on obtient des

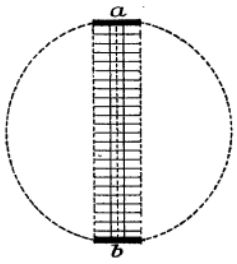


Fig. 10.

ondes qui atteignent leur maximum d'amplitude à la surface de l'atome mécanique : c'est le système de vibrations bien connu analogue à celui d'une tige libre mise en vibration. L'autre système répond à des forces élastiques variant d'une manière discontinue d'une molécule chimique à la voisine ; s'il y a rapprochement entre une molécule A_z et sa voisine B_z, il y a écartement entre la molécule B_z et la suivante C_z : ces mouvements alternativement contraires ont des amplitudes absolues qui varient par longueurs d'onde comme les vibrations

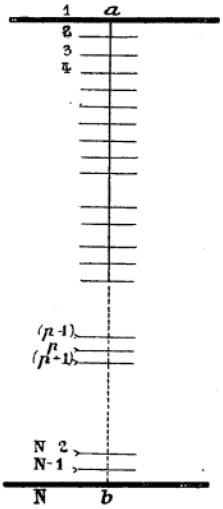


Fig. 10 *bis*.

ordinaires, c'est-à-dire qu'ils présentent des nœuds et des ventres : mais la surface de l'atome mécanique est nodale, le minimum d'amplitude se trouve à la surface, le maximum d'amplitude dans la partie centrale. Nous désignerons ce mode vibratoire sous le nom de *frémissement*.

Dans le premier cas l'atome A_m VIBRE, dans le second cas l'atome FRÉMIT.

La différence que nous venons d'établir entre la *vibration* et le *frémissement* offre une telle importance dans l'interprétation des phénomènes physiques que nous chercherons à la faire saisir sous une forme mathématique aussi simple que possible, nous limitant au cas de déplacements infiniment petits.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Découpons dans l'atome mécanique (fig. 10) une sorte d'éprouvette $a\ b$ ayant pour axe l'un des axes principaux du polyèdre et limitée aux deux facettes parallèles diamétralement opposées a et b. Les molécules chimiques sont rangées par couches parallèles normales à l'axe dans toute l'étendue de l'éprouvette ; nous sommes en effet en plein réseau réticulaire avec cette particularité qu'en chaque nœud du réseau se trouve une molécule chimique composée d'un très petit nombre d'atomes chimiques et offrant par cela même une polarité énergique.

Donnons à chacune des couches de notre éprouvette $a\ b$ un numéro d'ordre 1, 2, 3, 4, etc., N (voir fig. 10 *bis*), la couche extrême a portant le n° 1 et la couche b portant le n° N. Ces couches se mettent en mouvement relatif parallèlement à l'axe ab en conservant leur commune orientation.

Désignons par $u_1,\ u_2,\ u_3 \ldots u_p \ldots u_n$ les écarts des milieux des couches successives de leur position initiale et considérons trois couches contiguës

$$p-1,\ p \qquad \text{et} \qquad p+1 ;$$

la masse de chaque couche peut être représentée par ΣM_χ elle est proportionnelle au nombre de molécules chimiques M_χ qu'elle comprend.

Cette masse est sollicitée d'un côté par une force proportionnelle au déplacement relatif

$$u_{p+1} - u_p = \Delta u_p ;$$

elle est sollicitée en sens inverse par une force proportionnelle au déplacement relatif

$$u_p - u_{p-1} = \Delta u_{(p-1)}.$$

Nous aurons donc l'équation :

$$\Sigma M_\chi \frac{d^2 u_p}{dt^2} = K(\Delta u_p - \Delta u_{p-1}) \qquad \text{ou} \qquad \frac{d u_p^2}{dt^2} = \frac{K}{\Sigma M_\chi}(\Delta u_p - \Delta u_{p-1}).$$

En désignant par δ la distance des couches (de milieu à milieu), ou, ce qui revient au même, la distance des plans réticulaires et en posant

$$\frac{K}{\Sigma M_\chi} \times \delta^2 = \Omega^2,$$

l'équation ci-dessus prend la forme

$$\frac{d^2 u_p}{dt^2} = \frac{\Omega^2}{\delta^2}\left\{\Delta u_p - \Delta u_{p1}\right\}$$

Le terme général de l'intégrale de cette équation a pour valeur

$$u_p = a_i \cos\left(i\pi \frac{p-\frac{1}{2}}{N} + B_i\right) \sin\left[2\sin\left(\frac{i\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega t}{\delta} + \beta_i\right].$$

Ce terme comprend quatre constantes arbitraires

$$i,\ a_i,\ B_i,\ \beta_i.$$

On voit immédiatement sous cette forme que la durée θ d'une oscillation de la couche d'ordre p est égale à

$$\theta = \frac{1}{\Omega} \times \frac{\pi\delta}{\sin\frac{i\pi}{2N}},$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et comme cette durée est indépendante de p, elle est la même pour toutes les couches. Ces oscillations synchrones se groupent par ondes et la longueur d'onde a pour expression

$$\lambda = \frac{2N\delta}{i},$$

car d'une part en remplaçant t par $t + \theta$ le facteur

$$\sin\left[2\sin\left(\frac{i\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega t}{\delta} + \beta_i\right]$$

reprend la même valeur, et d'autre part en remplaçant p par $p + \frac{2N}{i}$, le facteur

$$\cos\left(i\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N} + B_i\right)$$

reprend aussi la même valeur.

La condition de liberté des couches extrêmes exige que pour $p = 1$, l'équation

$$\frac{d^2u_1}{dt^2} = \frac{\Omega^2}{\delta^2}(u_2 - u_1)$$

soit vérifiée, or cette égalité ne peut avoir lieu que si B_1 est nul [1].

L'origine de t peut être choisie de façon que la constante $\beta_i = 0$: le terme général de l'intégrale devient :

$$u_p = a_i \cos\left(i\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)\sin\left[2\sin\left(\frac{i\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega t}{\delta}\right].$$

Le nombre N de plans réticulaires compris entre les deux facettes extrêmes a et b d'un atome mécanique est considérable. Si nous donnons à la constante i les valeurs 1, 2, 3, etc., faibles par rapport à N, l'arc $\frac{i\pi}{2N}$ est très petit et l'on peut remplacer le sinus $\left(\sin\frac{i\pi}{2N}\right)$ par l'arc : le terme général prend la forme.

$$u_p = a_i \cos\left(i\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)\sin\left(\frac{\Omega}{N\delta}i\pi t\right).$$

C'est le terme général de la vibration ordinaire : la vibration fondamentale correspond à la valeur $i = 1$.

---

1. On a en effet

$$u_1 = a_i \cos\left(i\pi\frac{1}{2N} + B_i\right) \times \sin\left[2\sin\left(\frac{i\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega t}{\delta} + \beta_i\right]$$

$$u_2 = a_i \cos\left(i\pi\frac{3}{2N} + B_i\right) \times \sin\left[2\sin\left(\frac{i\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega t}{\delta} + \beta_i\right]$$

et $$-\frac{d^2u_1}{dt^2} = a_i \cos\left(i\pi\frac{1}{2N} + B_i\right) \times \sin\left[2\sin\left(\frac{i\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega t}{\delta} + \beta_i\right) \times 4\sin^2\left(\frac{i\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega^2}{\delta^2}.$$

Pour que l'égalité $$= \frac{d^2u_1}{dt^2}\frac{\Omega^2}{\delta^2}(u_2 - u_1)$$

soit vérifiée, on doit avoir, en supprimant les facteurs communs :

$$-4\sin^2\frac{i\pi}{2N}\cos\left(\frac{i\pi}{2N} + B_i\right) = \cos\left(i\pi\frac{3}{2N} + B_i\right) - \cos\left(\frac{i\pi}{2N} + B_i\right).$$

Or on démontre par un calcul élémentaire que cette égalité exige que l'on ait $B_i = 0$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Étudions cette vibration fondamentale

$$u_p = a_1 \cos\left(\pi \frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right) \sin\left(\frac{\Omega}{N\delta}\pi t\right).$$

Pour $p = 1$, l'angle $\pi \dfrac{p-\frac{1}{2}}{N}$ ou $\dfrac{\pi}{2N}$ est négligeable, le cosinus est égal à l'unité, l'amplitude de l'oscillation atteint le maximum a_1.

Pour $p = N$, l'angle $\left(\pi \dfrac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)$ ou $\pi - \dfrac{\pi}{2N}$ a le même cosinus en valeur absolue, mais avec signe contraire, que l'angle $\dfrac{\pi}{2N}$; il est donc égal à -1. Les plans réticulaires $p = 1$ et $p = N$ correspondent aux facettes extrêmes a et b: ces deux facettes ont des mouvements égaux et contraires: elles atteignent l'une et l'autre, dans leurs oscillations, l'amplitude maximum a_1 :

Pour $p = \dfrac{N}{2}$ l'angle $\pi \dfrac{p-\frac{1}{2}}{N}$ ou $\frac{1}{2}\pi - \dfrac{\pi}{2N}$ se confond avec $\dfrac{1}{2}\pi$, et le cosinus de cet angle est nul. L'amplitude d'oscillation

$$a_1 \cos\left(\frac{1}{2}\pi - \frac{\pi}{2N}\right)$$

est négligeable, le plan central correspond à un nœud, les facettes extrêmes a et b sont des ventres.

Toutes les couches passent simultanément par leur position d'équilibre lorsque $\sin\left(\dfrac{\Omega}{N\delta}\pi t\right)$ passe par la valeur zéro ; l'énergie totale se confond alors avec la puissance vive ou avec l'énergie actuelle ou cinétique de la masse en mouvement.

b. FRÉMISSEMENT.

Ce qui précède s'applique à la vibration ordinaire : ce mode de vibration a été maintes fois étudié et est parfaitement connu : il n'en est pas de même du *frémissement*. Si nous donnons en effet à la constante i les valeurs extrêmes $N-1$, $N-2$, $N-3$,.... $N-\varepsilon$, ε étant petit par rapport à N, le terme général prend la forme :

$$u_p = a_i \cos\left(p\pi - \frac{\pi}{2} - \varepsilon\pi \frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right) \sin\left[2\cos\left(\frac{\varepsilon\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega t}{\delta}\right]$$

et si l'on remarque, d'une part, que l'angle $\dfrac{\varepsilon\pi}{2N}$ est très petit, ce qui permet de remplacer $\cos\dfrac{\varepsilon\pi}{2N}$ par 1, et que, d'autre part

$$\cos\left(p\pi - \frac{\pi}{2} - \varepsilon\pi \frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right) = -\cos p\pi \sin\left(\varepsilon\pi \frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)$$

on a

$$u_p = -a_i \cos p\pi \sin\left(\varepsilon\pi \frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right) \sin\left(2\frac{\Omega}{\delta}t\right).$$

La formule est tout à fait analogue à celle qui correspond aux vibrations ordinaires, avec cette différence que les N termes successifs depuis $p = 1$, jusqu'à $p = N$, sont alternativement positifs et négatifs. En effet, $\cos p\pi$ est égal à $(+1)$ pour toutes les valeurs paires de p et à (-1) pour les valeurs impaires de p.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le terme

$$\sin\left(\varepsilon\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)$$

remplace le terme

$$\cos\left(i\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right),$$

ce qui donne la même allure aux amplitudes des oscillations : c'est la même courbe sinusoïdale avec un déplacement de l'angle de 90°, ou la substitution du sinus au cosinus, pour les mêmes valeurs de ε et de i.

Le terme fondamental du *frémissement* correspond à $\varepsilon = 1$ et l'on a dans ce cas

$$u_p = -a_1\cos(p\pi)\sin\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)\sin\left(2\frac{\Omega}{\delta}t\right);$$

pour $p = 1$, l'angle $\pi\dfrac{p-\frac{1}{2}}{N}$ ou $\dfrac{\pi}{2N}$ est négligeable, et par suite il en est de même de $\sin\dfrac{\pi}{2N}$.

Pour $p = N$, $\sin\left(\pi\dfrac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)$ devient $\sin\left(\pi-\dfrac{\pi}{2N}\right) = \sin\dfrac{\pi}{2N}$, ce qui donne à l'oscillation u la même valeur qu'à l'oscillation u_1, c'est-à-dire une valeur à peu près nulle.

Or, les plans réticulaires $p = 1$ et $p = N$ correspondent aux facettes extrêmes a et b, ces deux facettes ont donc des oscillations dont l'amplitude est négligeable, ce sont des surfaces nodales.

Pour $p = \dfrac{N}{2}$ l'angle $\pi\dfrac{p-\frac{1}{2}}{N}$ ou $\dfrac{1}{2}\pi - \dfrac{\pi}{2N}$ se confond avec $\dfrac{1}{2}\pi$ et le sinus de cet angle est égal à l'unité, l'amplitude de l'oscillation atteint par suite le maximum a_1 dans la partie centrale.

c. COMPARAISON DES ÉNERGIES VIBRATOIRES.

Quelle est l'énergie totale qui correspond à la vibration fondamentale?

Tous les plans réticulaires 1, 2, 3... N passent par leur position d'équilibre au moment où

$$\sin\left(\frac{\Omega}{N\delta}\pi t\right) = 0$$

pour la vibration ordinaire

et au moment où $$\sin\left(2\frac{\Omega}{\delta}t\right) = 0$$

pour le frémissement.

L'énergie totale a pour valeur au même instant

$$\Sigma M_z \sum_{p=1}^{p=N}\left(\frac{du_p}{dt}\right)^2.$$

Or pour la vibration ordinaire on a

$$\frac{du_p}{dt} = -a_1\cos\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)\cos\left(\frac{\Omega}{N\delta}\pi t\right)\times\frac{\Omega}{N\delta}\pi,$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et à l'instant considéré $\cos\left(\frac{\Omega}{N\delta}\pi t\right) = 1.$

il reste $$\left(\frac{du_p}{dt}\right)^2 = a_1^2 \times \frac{\Omega^2}{(N\delta)^2}\pi^2 \cos^2\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right),$$

et par suite $\Sigma M_\chi \sum_{p=1}^{p=N}\left(\frac{du_p}{dt}\right)^2$

devient

$$\Sigma M_\chi \times a_1^2 \frac{\Omega^2}{(N\delta)^2}\pi^2 \sum_{p=1}^{p=N}\cos^2\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right) = E_v.$$

telle est l'énergie totale E_v de la masse ébranlée par la vibration ordinaire.

Pour le frémissement, on aura d'une manière analogue, en désignant par E_f l'énergie

$$E_f = \Sigma M_\chi \times a_1^2 \frac{4\Omega^2}{\delta^2}\pi^2 \sum_{p=1}^{p=N}\cos^2(p\pi)\sin^2\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right),$$

et comme pour toutes les valeurs de p, on a toujours $\cos^2(p\pi) = 1$.

L'expression se réduit à

$$\Sigma M_\chi \times a_1^2 \frac{4\Omega^2}{\delta^2}\pi^2 \sum_{p=1}^{p=N}\sin^2\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right) = E_f.$$

telle est l'énergie totale de la masse ébranlée par le frémissement.

Le rapport de ces deux énergies a pour valeur

$$\frac{E_f}{E_v} = N^2 \frac{\sum_{p=1}^{p=N}\sin^2\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)}{\sum_{p=1}^{p=N}\cos^2\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)} = 4N^2.$$

L'angle $\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right)$ passe en effet par toutes les valeurs comprises entre $\frac{\pi}{2N}$, angle négligeable, N étant un nombre très grand, et $\pi - \frac{\pi}{2N}$, angle très approché de π : il en résulte

$$\sum_{p=1}^{p=N}\sin^2\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right) = \sum_{p=1}^{p=N}\cos^2\left(\pi\frac{p-\frac{1}{2}}{N}\right).$$

On voit que pour une même amplitude d'oscillation a_1 l'énergie d'une onde de frémissement est $4N^2$ fois plus grande que l'énergie d'une onde ordinaire.

Pour $N = 1000$, on a $4N^2 = 4$ millions.

Quelle que soit la valeur réelle de N, comme N est certainement un nombre très grand, on peut considérer comme acquise la *proposition* suivante, dont l'importance est capitale :

« *Pour une même amplitude d'oscillation et une même longueur d'onde, l'énergie de la vibration ordinaire est extrêmement petite vis-à-vis de l'énergie du frémissement.* »

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE IV

PHÉNOMÈNES PHYSIQUES SE RATTACHANT AUX VIBRATIONS INTÉRIEURES DES ATOMES MÉCANIQUES A_m

a. Dilatation due au frémissement naissant. — *b*. Passage de l'état solide à l'état liquide.
c. Passage de l'état liquide à l'état de vapeur. Point critique. — *d*. Passage de l'état de vapeur à l'état de gaz.

a. DILATATION DUE AU FRÉMISSEMENT NAISSANT.

Nous avons maintenant une notion assez nette d'une onde de *frémissement*. Le calcul appliqué non plus à une tige diamétrale *a b* d'un atome mécanique, mais à l'atome tout entier, conduirait à des conséquences analogues et mettrait en évidence les deux systèmes vibratoires qui présentent sous divers rapports une physionomie commune, mais qui diffèrent radicalement par l'énergie qui les anime. C'est le système vibratoire à grande énergie qui fait l'objet des considérations qui vont suivre.

Ainsi un atome mécanique (A_m) pris isolément, pendant qu'il *frémit*, et toujours il frémit, se présente sous la forme d'un *polyèdre réticulaire*, comprenant un nombre immense de molécules chimiques. Mais c'est là une position limite qui correspond à un frémissement sur le point de s'évanouir : chaque molécule chimique oscille en réalité autour du nœud réticulaire qui lui correspond avec une vitesse d'autant plus grande que la température est plus élevée.

Les amplitudes des oscillations sont maxima dans la partie centrale et minima à la surface du polyèdre. Pour tout frémissement cette surface est nodale. Aussi longtemps que les amplitudes n'atteignent qu'une très petite fraction de l'écartement normal des nœuds du réseau, la distance moyenne des molécules chimiques est presque invariable, puisque les rapprochements et les écartements se succèdent alternativement en allant du centre à la surface et qu'en chaque point ces rapprochements et écartements sont sensiblement égaux.

Mais il n'en est plus de même lorsque les amplitudes croissent : les rapprochements sont nécessairement limités et les écartements ne le sont pas. La distance moyenne de deux molécules contiguës oscillant dans l'atome mécanique n'est donc pas absolument constante, même pour les plus petits mouvements : elle croît en réalité d'une manière progressive à mesure que les oscillations des molécules prennent plus d'ampleur. Elle est maxima vers la partie centrale et minima vers la surface, mais partout elle est supérieure à la distance initiale des nœuds du polyèdre régulier, limites des positions des molécules chimiques pour le frémissement réduit à zéro ou pour le froid absolu. Le volume de l'atome mécanique se dilate en conséquence à mesure que l'énergie du frémissement grandit. Nous voyons ainsi naître et se développer progressivement le coefficient de dilatation; mais bientôt le phénomène change de physionomie.

b. PASSAGE DE L'ÉTAT SOLIDE A L'ÉTAT LIQUIDE.

Les couches superficielles de l'atome mécanique A_m sont dans un état analogue à celui des parois d'une chaudière soumise à des pressions croissantes : elles s'opposent à l'expansion des couches centrales. Les facettes planes du polyèdre sont peu à peu déformées, elles deviennent de plus en plus convexes et lorsque l'énergie intérieure atteint une valeur déterminée, un équilibre instable envahit la périphérie, les angles des facettes disparaissent et l'atome mécanique prend la forme sphérique. A ce moment précis la polarité n'existe plus.

Un corps solide est un assemblage d'atomes mécaniques (A_m) : lorsque ceux-ci perdent leur polarité, le corps passe à l'état liquide.

La quantité d'énergie (E_f) nécessaire pour faire disparaître la polarité est variable avec la résistance à la déformation de chaque atome mécanique, et cette résistance elle-même

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dépend à la fois de la forme des molécules chimiques et de la manière dont elles sont rangées à la surface polyédrique de l'atome.

Le passage de la forme polyédrique à la forme sphérique correspond à une rupture d'équilibre plus ou moins brusque : si la forme polyédrique disparaît progressivement, la polarité suit une marche analogue et le corps solide passe par un état intermédiaire entre l'état solide et l'état liquide, c'est l'état pâteux. Si la rupture d'équilibre est brusque, l'état pâteux est peu accentué et la transition de l'état solide à l'état liquide absorbe subitement une quantité notable d'énergie qui correspond à la chaleur latente de fusion. Comme le nombre de molécules chimiques entrant dans un atome mécanique est limité, bien que grand, la surface n'est pas entièrement dénuée de polarité lorsqu'elle prend la forme sphérique ; elle constitue non une sphère parfaite, mais un polyèdre sphéroïdal à très petites facettes. Il en résulte que tout liquide conserve une trace de son état antérieur, une sorte de viscosité. C'est cette trace de polarité, variable avec la nature chimique des corps et variable avec la température, qui détermine les tourbillonnements des liquides en mouvement et règle les équilibres et en général tous les phénomènes de la capillarité.

Voici l'atome mécanique à l'état liquide. C'est, pour employer une image qui parle aux yeux, un minuscule ballon à pellicule élastique. Dans la partie centrale de l'atome domine une grande agitation, due aux écarts croissants des molécules chimiques : les couches superficielles comparables à la pellicule élastique du minuscule ballon pris pour image, sont dans un état de tension ou d'énergie potentielle tel que l'équilibre existe entre la résistance ou pression centripète provenant de cette tension superficielle et la pression intérieure ou centrifuge due aux chocs des molécules chimiques.

c. PASSAGE DE L'ÉTAT LIQUIDE A L'ÉTAT DE VAPEUR. — POINT CRITIQUE.

A mesure que la température s'élève, l'agitation centrale de chaque atome mécanique A_m gagne les couches de plus en plus rapprochées de la surface, le volume augmente, la tension des couches superficielles va d'abord en croissant, mais cette tension, qui correspond à des couches de moins en moins nombreuses, est nécessairement limitée, tandis que la pression intérieure ne l'est pas. Celle-ci ne tarde pas à dépasser le maximum de résistance des couches superficielles. A cet instant, un équilibre instable se manifeste et, si la température θ est maintenue constante, le volume de l'atome mécanique se dilate indéfiniment jusqu'à ce qu'une résistance extérieure vienne arrêter cette expansion. C'est pour l'atome mécanique A_m, considéré comme un assemblage de molécules chimiques M_χ, un phénomène analogue à celui de la déformation permanente d'un corps considéré comme un assemblage d'atomes mécaniques A_m.

Nous venons de décrire le passage d'un atome mécanique (A_m) de l'état liquide à l'état de vapeur.

Si, au lieu d'un atome isolé, nous considérons un corps à l'état liquide, chaque atome de ce corps sera soumis à des pressions superficielles extérieures variables selon sa position dans le corps ou le long des parois du vase qui le contient.

Les pressions extérieures s'ajouteront à la résistance propre ou à la pression centripète que chaque atome oppose à son expansion illimitée : cette expansion aura lieu successivement pour chaque atome à une température d'autant plus élevée que les pressions extérieures seront plus grandes. Tous les phénomènes de l'ébullition, des tensions des vapeurs en vase clos, etc., sont la manifestation de ces équilibres successifs.

Présentées sous forme graphique, les considérations qui précèdent font ressortir avec plus de clarté le mécanisme de la vaporisation.

Voici un atome liquide abandonné à lui-même; aucune pression étrangère n'intervient : il occupe à la température absolue Θ un volume Υ_0. La température s'élève, le volume augmente et, à une certaine température Θ_0, le maximum de la pression (p_c) centripète résultant de la tension des couches superficielles est atteint; il y a équilibre instable et, pour un accroissement infiniment petit de la température, le volume Υ croît indéfiniment; la courbe des volumes en fonction de la *température* passe par un maximum pour la valeur $\theta = \Theta_0$. Une fois l'équilibre instable franchi, si l'on voulait empêcher l'expansion indéfinie de l'atome, il faudrait diminuer l'énergie cinétique ou faire baisser la température; l'aug-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mentation de Υ correspond ainsi à une diminution graduelle et indéfinie de la température Voilà pour l'atome entièrement libre (fig. 11) dans le vide absolu.

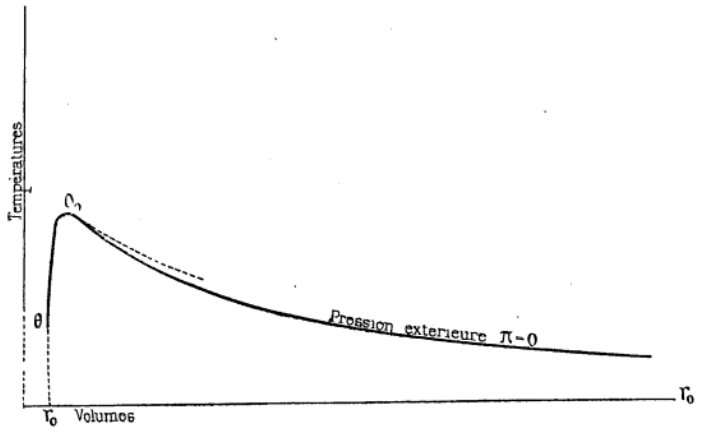


Fig. 11.

Qu'advient-il lorsque l'atome (voir fig. 12) est soumis à une pression extérieure π rapportée à l'unité de surface? Aussi longtemps que la température sera inférieure à Θ_0, le volume Υ_π, sous l'influence de la pression uniforme π, différera extrêmement peu du volume Υ_0 de la figure 11 à la même température; mais à la température Θ_0 l'équilibre sera stable, et ce n'est qu'à une température plus élevée $\Theta_\pi > \Theta_0$ que l'énergie intérieure sera suffisante pour vaincre à la fois la pression centripète p_c et le surcroît de résistance résultant de la pression additionnelle π. Le maximum Θ_π de la courbe du volume Υ_π sera donc plus élevé que le maximum précédent.

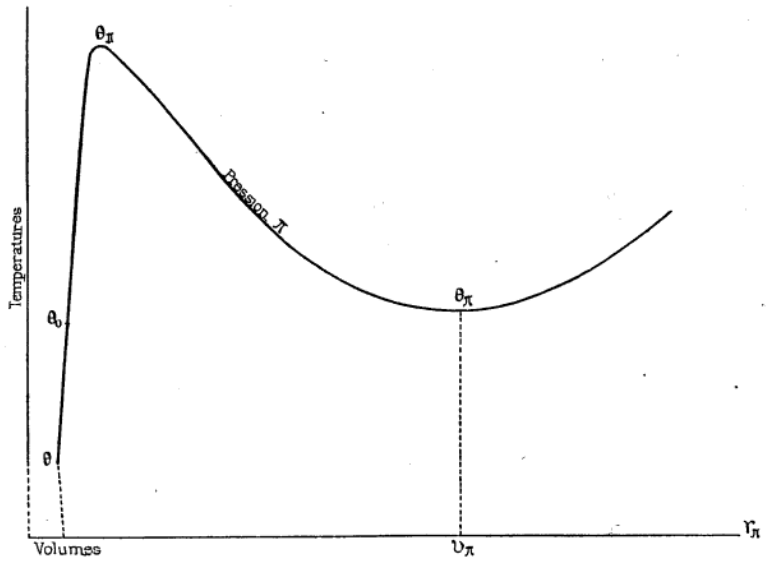


Fig. 12.

Après la rupture d'équilibre en Θ_π, il est clair que pour empêcher l'expansion accélérée de l'atome, il faudra faire baisser la température graduellement, mais cet abaissement tendra vers une limite inférieure, à laquelle correspondra un équilibre stable.

En effet, à mesure que le volume Υ grandit, la pression extérieure π à la surface de l'atome reste constante, tandis que la pression p_i résultant de l'énergie intérieure décroît sous la double influence de l'abaissement de la température et du développement de la surface. Il existe donc une limite du volume, soit υ_π, pour laquelle l'abaissement de la tem-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pérature devient nul; à partir de ce point ($\theta_\pi \upsilon_\pi$), un accroissement de volume sous la pression constante π exigerait une élévation de température (fig. 12). La limite υ_π est d'autant plus rapidement atteinte que la pression extérieure π est plus grande.

Si l'on fait croître π à partir de $\pi = 0$, on obtient, comme le montre la figure 13, une courbe spéciale pour chaque valeur de π; chaque courbe présente un maximum Θ_π, limite des équilibres stables, et un minimum θ_π, limite des équilibres instables pour des valeurs croissantes de Υ.

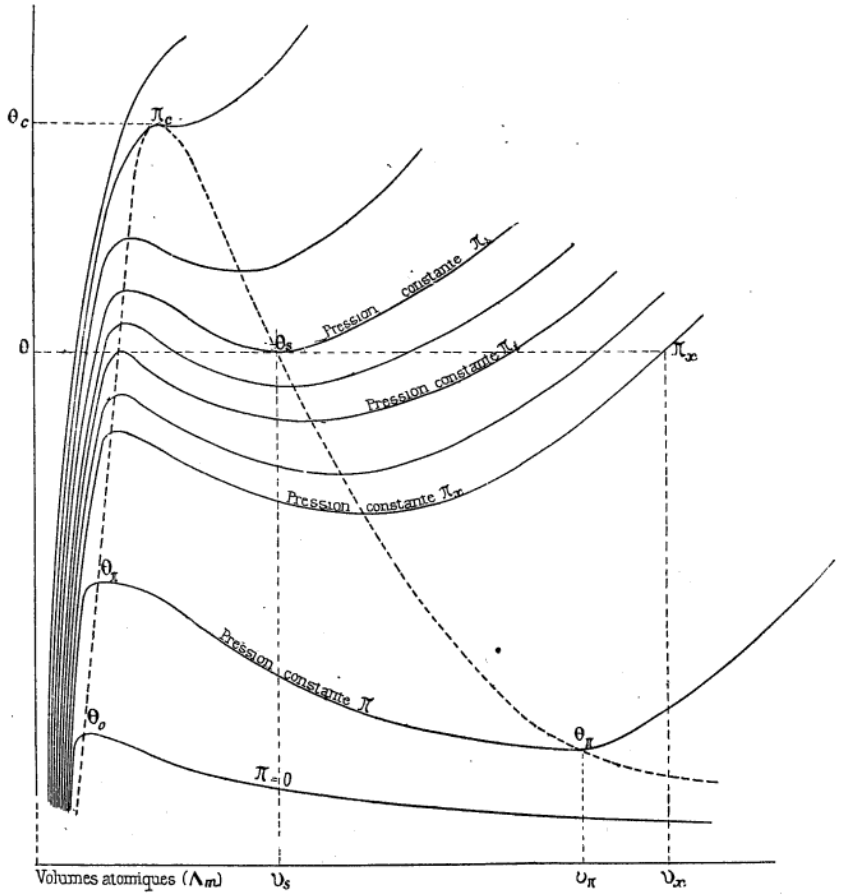


Fig. 13.

Le maximum et le minimum vont sans cesse en s'élevant et en se rapprochant : pour une valeur donnée de π, soit π_c, ils se superposent et la courbe présente alors un point d'inflexion.

A quel moment ce point d'inflexion apparaît-il?

Il suffit de remarquer que l'enveloppe résistante de l'atome présente son maximum d'épaisseur ou contient le plus grand nombre de couches concentriques lorsque l'équilibre instable se manifeste en θ_0 sous pression extérieure nulle (fig. 11). La pression π grandissant, la température θ_π s'élève, le nombre de couches à faibles oscillations près de la surface nodale diminue et, quand ce nombre devient faible, les variations de tension et par suite de pression centripète Δp_c, pour une légère augmentation Δ_υ du volume Υ, deviennent très petites et tendent à devenir nulles; d'autre part, à température constante θ, la pression interne p_i, due à l'énergie cinétique, éprouve une diminution légère Δp_i, mais Δp_i ne décroît pas lorsque θ_π correspond à des pressions π de plus en plus élevées pour une mince augmentation de volume Δ_υ. Il arrive donc un moment où $\Delta p_c = \Delta p_i$; à ce moment précis, la température θ reste invariable pour une légère augmentation de Υ, le maximum $\Theta\pi_c$ et le

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

minimum $\theta\pi_c$ se confondent. La courbe théorique des volumes sous la pression constante π_c n'a plus ni maximum ni minimum, mais elle présente un point d'inflexion.

Pour des valeurs de π plus grandes que celle qui correspond à la courbe avec point d'inflexion, l'enveloppe résistante de l'atome s'atténue de plus en plus, Δp_c est plus petit que Δp_t, et dès lors toute augmentation de volume, π restant constant, exige une augmentation de température, la courbe prend de plus en plus l'allure d'une courbe asymptotique sans point singulier, et lorsque p_c devient négligeable toute trace d'inflexion disparaît.

Nous avons supposé dans ce qui précède une pression extérieure π uniformément répartie à la surface S d'un atome A_m à l'état de vapeur. En réalité, les choses ne se passent pas ainsi : en revenant à notre pile de boulets, chaque atome à l'état de vapeur est comprimé par huit atomes qui l'entourent, ce n'est donc pas une force uniformément répartie qui empêche l'expansion indéfinie, mais huit forces agissant en des points symétriquement distribués à la surface S. La pression totale répartie sur la sphère entière de la surface de l'atome, à la fois suffisante et nécessaire pour maintenir l'atome en équilibre, est égale à πS, et chacune des huit forces faisant équilibre à πS est une fraction constante de πS, soit 1/8 environ dans le cas considéré.

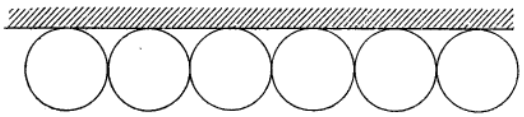


Fig. 14.

Le long d'une paroi *polie* la situation n'est pas tout à fait la même que dans l'intérieur de la masse de vapeur : les atomes contigus à la paroi forment une *couche* et la pression exercée par chaque atome est une fraction constante ε de πS. Soit n le nombre d'atomes par *unité* de surface de la paroi, la pression totale exercée par la vapeur sera

$$n\varepsilon\pi S.$$

Or, cette pression n'est autre que la pression P par unité de surface de la paroi; on a donc

$$P = nS\varepsilon\pi.$$

Or, quel que soit π, le produit nS est constant : en effet, si la surface S est double, le nombre n est moitié moindre. On a donc d'une manière générale

$$P = K\pi,$$

K étant un coefficient invariable — la pression contre les parois d'un vase clos et la pression superficielle des atomes à l'état de vapeur que le vase contient suivent donc une marche parallèle. Nous supposons que le vase contient l'unité de poids d'un corps à l'état de vapeur.

Soit P la pression et V le volume actuel du vase clos à une température θ : reportons-nous à la figure 13 et soit π_x la pression superficielle de chaque atome (A_m) à cette même température θ, et v_x le volume de l'atome.

Faisons *diminuer* le volume V avec une extrême lenteur et maintenons *constante* la température θ. Le volume v_x varie dans le même sens que V; à mesure que v_x diminue on voit que la pression partant de π_x traverse des courbes de pression de plus en plus élevées; la pression P proportionnelle à π_x va donc en croissant et l'équilibre est stable : mais les courbes d'égale pression sont coupées sous des angles de plus en plus petits, la pression croît de plus en plus lentement et finit par atteindre son maximum au moment où π passe par le point le plus bas d'une certaine courbe π_s — désignons par v_s et par V_s les volumes correspondants de chaque atome et du vase clos : dans une nouvelle réduction extrêmement petite du volume V_s, si tous les atomes continuaient comme précédemment à diminuer simultanément d'une quantité correspondante, on voit que la pression P après

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

avoir atteint un maximum P_s tendrait à diminuer proportionnellement à π. Mais les atomes ne peuvent se maintenir dans un pareil équilibre instable : ils ne sont pas tous dans des positions identiques et c'est le long des parois dont le poli n'est jamais parfait que se trouvent les inégalités les plus nombreuses. Certains atomes en des points divers et particulièrement à proximité des parois rompent l'équilibre en se contractant, et, à mesure qu'ils se contractent, ils opposent des pressions de plus en plus faibles jusqu'à ce qu'ils reprennent l'état *liquide*. Dans ce nouvel état, les diminutions de volume correspondent de nouveau à des pressions croissantes comme le montre la figure 13 : l'équilibre peut se rétablir et se rétablit en effet. Le passage à l'état liquide de ces atomes permet à tous les autres de se dilater et de reprendre le volume primitif v_s. Il en résulte que la pression P reprend sa valeur maximum P_s et que les atomes se partagent en deux groupes : les uns conservent leur volume v_s, les autres passent à l'état liquide. Toute diminution nouvelle du volume V_s produit des résultats analogues, et par le jeu des densités, on voit se former une couche liquide dans le bas du vase aux dépens de la vapeur qui reste toujours identique à elle-même dans chacun des atomes (A_m) qui la constituent pendant que le volume total va sans cesse en diminuant. La vapeur dans cet état limite est de la vapeur saturée.

On voit clairement que pour une température donnée θ, la vapeur saturée correspond à une pression P_s maxima, et que cette vapeur se transforme en liquide sous la plus légère diminution du volume. Cette transformation est-elle réversible, le liquide repasse-t-il à l'état de vapeur saturée à la même température pour la plus légère augmentation de volume du vase clos ?

En se reportant à la figure 13 on voit que la pression transmise au liquide est pour chaque atome considéré isolément π_s pour le volume v_s qui correspond à la température θ et le liquide se trouve en pleine stabilité à cette pression π_s. Mais il est à considérer que le long des parois la pression ne se transmet pas avec la même régularité qu'en plein liquide. Le long des parois la pression π peut prendre toutes sortes de valeurs, la plus légère aspérité suffit pour rompre la régularité de la couche liquide ; dès que la pression individuelle pour un atome isolé s'abaisse à π_i en un point quelconque de la paroi, l'atome passe par une période d'équilibre instable : un premier accroissement de volume donne à la pression propre de l'atome un accroissement correspondant, et cette pression croît jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur π_s ; une première bulle de vapeur se forme ainsi au point considéré, puis une seconde, puis une troisième et ainsi de suite et ces bulles viennent se grouper à la surface du liquide, maintenant ainsi la vapeur saturée dans un état constant. C'est dans des points spéciaux des parois, présentant une particularité au point de vue des pressions transmises ou reçues par les atomes liquides que se produit l'ébullition. Si ces points particuliers n'existaient pas, l'ébullition sous la pression P_s en vase clos ne se produirait qu'à une température considérablement plus élevée que la température θ de la vapeur saturée : c'est ainsi par exemple qu'une goutte d'eau dans un bain d'huile peut atteindre une température très élevée sous la pression atmosphérique, bien que la température de la vapeur saturée soit de 100° sous cette pression.

Revenons à la figure 13 : on voit clairement que la température θ de la vapeur saturée s'élève en même temps que la pression π_s ou P_s ; le volume v_s de l'atome à l'état de vapeur, et le volume du même atome à l'état liquide vont sans cesse en se rapprochant jusqu'à ce qu'on arrive à la température θ_c du point d'inflexion : à ce moment précis les deux volumes sont identiques, il n'y a plus à proprement parler deux états distincts à la même température, et à la même pression, vapeur et liquide constituent un seul et même état.

La figure 13 contient l'explication de toutes les particularités que l'expérience a fait découvrir dans la liquéfaction des gaz : la ligne pointillée passant par les températures maximum Θ_π, auxquelles l'état liquide est possible sous la pression π, et par les températures minimum θ_π, auxquelles l'état de vapeur est possible sous la même pression, limite la région des états instables : une première branche donne la courbe des dilatations du liquide aux températures d'équilibres instables : une deuxième branche donne la courbe des pressions des vapeurs saturées en fonction de la température et fait connaître les volumes spécifiques de ces vapeurs : les deux branches se raccordent au point d'inflexion π_c des courbes d'égale pression, enfin les lignes tracées dans la plage des états instables éclairent ces états d'un jour nouveau.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d. PASSAGE DE L'ÉTAT DE VAPEUR A L'ÉTAT DE GAZ.

Nous savons maintenant que la vapeur en contact avec le liquide qui l'engendre est dans un état d'équilibre particulier qui la distingue de la vapeur surchauffée : celle-ci à son tour se modifie et passe à l'état de gaz, lorsque la température atteint une certaine limite.

Comment une vapeur surchauffée d'un corps simple se transforme-t-elle en gaz ? Quelle est la distinction réelle entre les deux états ?

Aussi longtemps que les atomes (A_m) à l'état de vapeur conservent leur individualité, chacun d'eux est, comme nous l'avons dit, une sorte de ballon à enveloppe élastique dans l'intérieur duquel se meuvent les molécules chimiques. La surface est nodale : l'amplitude des frémissements y est réduite au minimum. Dans la partie centrale, les molécules chimiques ont des mouvements assez étendus, des puissances vives assez énergiques pour échapper aux forces moléculaires autres que celles qui correspondent aux plus petites distances, aux *chocs mutuels*, pour employer un mot expressif.

Voici que la température s'élève, l'agitation gagne les minces couches superficielles, et successivement pour chaque atome mécanique, les molécules de la surface emmagasinent une puissance vive suffisante pour échapper à leur tour aux forces qui les relient entre elles. Alors, toute trace de l'atome mécanique disparaît; les molécules chimiques se heurtent les unes contre les autres, comme si elles étaient soumises aux seules répulsions qu'elles exercent mutuellement aux très petites distances de l'ordre χ.

A mesure que les atomes mécaniques s'évanouissent, sous l'action croissante de l'énergie cinétique, la vapeur se transforme en gaz. Lorsque le dernier atome mécanique a disparu, le corps tout entier se trouve à l'état gazeux. Tels sont, en général, à la température ordinaire, l'hydrogène, l'oxygène, l'azote.

Le passage de l'état de vapeur à l'état de gaz exige un certain travail pour disloquer l'enveloppe des atomes mécaniques, travail analogue à celui qui effectue le passage de l'état solide à l'état liquide, en transformant la surface polyédrique des atomes en surface sphéroïdale. Il existe donc une chaleur latente de gazéification, comme il existe une chaleur latente de fusion.

Dans les transformations que subit l'atome mécanique jusqu'à son complet évanouissement sous l'influence de la chaleur, nous avons admis que la *molécule chimique* conserve son individualité. Nous verrons plus loin que cette molécule elle-même n'a qu'une stabilité relative.

Le travail nécessaire pour séparer les atomes mécaniques (A_m) les uns des autres est incomparablement moindre que le travail qui correspond à leurs transformations en liquide, vapeur ou gaz : lorsqu'un corps se brise, il y a séparation entre deux couches contiguës d'atomes mécaniques, les molécules chimiques conservent dans chaque atome leurs positions respectives. — Si on pouvait soumettre un cristal cubique, parfaitement régulier à trois tractions simultanées égales entre elles et parallèles aux trois axes du cube, la rupture se produirait suivant les trois directions simultanément. A cet instant, l'écart entre les atomes mécaniques A_m dans toute l'étendue du cube, correspondrait au maximum de la résistance que ces atomes peuvent opposer à leur séparation définitive. Or, le travail nécessaire pour réaliser cet état d'équilibre, immédiatement voisin de la rupture, est certainement très faible en comparaison de l'énergie représentée par les chaleurs internes et latentes de fusion ou de vaporisation ou de gazéification.

Si la séparation des atomes mécaniques d'un corps solide pouvait être pratiquement réalisée, le corps serait réduit à l'état de poussière atomique ; il n'aurait sous cette forme que des rapports très éloignés avec la forme liquide.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE V

MOLÉCULES ET ATOMES CHIMIQUES

a. Molécules chimiques M_z et leurs états allotropiques. — *b*. Atomes chimiques A_z et leurs analogies avec les atomes mécaniques A_m.

---

a. MOLÉCULES CHIMIQUES M_z ET LEURS ÉTATS ALLOTROPIQUES.

De même que l'atome mécanique (A_m) aux très basses températures est un assemblage réticulaire de molécules chimiques (M_z), en nombre limité, mais très considérable, de même la molécule chimique (M_z) est un assemblage d'atomes chimiques (A_z) en nombre limité mais très faible. L'expérience démontre, en effet, que, pour les corps simples, ce dernier nombre se réduit généralement à deux, et ne dépasse guère six unités.

Les atomes chimiques (A_z) sont polaires, c'est-à-dire que les forces qu'ils exercent les uns sur les autres sont fonction non seulement de la distance, mais encore de l'orientation, ce qui revient à admettre que leur forme est polyédrique. — Les innombrables assemblages que les atomes chimiques forment entre eux pour constituer les molécules chimiques des corps composés, les lois qui président à ces assemblages, ne laissent aucun doute sur la polarité des atomes chimiques, polarité que la forme polyédrique attribuée à chacun d'eux, forme d'ailleurs variable selon la nature de l'atome : hydrogène, carbone, oxygène, mercure, etc., traduit sous une image saisissable par l'intelligence. — La molécule chimique des corps simples ne correspond pas nécessairement à un groupement unique d'un même nombre d'atomes. Nous verrons plus loin que les atomes chimiques (A_z) sont des polyèdres réticulaires tout comme les atomes mécaniques (A_m). Or des polyèdres identiques peuvent, selon le degré de symétrie que leur structure comporte, se réunir de manières diverses quoique en nombre égal et former des molécules chimiques distinctes; c'est le cas de l'allotropie de position. Ils peuvent aussi, pour des orientations variées, se réunir en nombre variable, deux à deux, trois à trois; c'est l'allotropie de nombre.

Lorsque ces divers modes d'assemblage se réalisent, malgré l'identité des atomes (A_z) les molécules chimiques (M_z) ne sont pas identiques, et les corps qu'elles constituent présentent des états multiples désignés sous le nom générique d'*états allotropiques*. La stabilité des molécules allotropiques n'est pas la même pour toutes les structures : on peut prévoir que, sous l'influence de violents ébranlements, les assemblages les moins stables disparaîtront successivement pour faire place à des molécules de plus en plus simples jusqu'à ce que chaque molécule se réduise à un atome unique.

Il en résulte qu'à des températures suffisamment élevées tous les corps se présenteront sous une forme limite, celle d'un gaz particulier composé d'atomes chimiques dégagés de toute combinaison moléculaire.

Des considérations très simples suffiront pour faire comprendre les conséquences des modifications que la température imprime aux molécules chimiques. Nous avons admis que dans le passage de l'état liquide à l'état de vapeur, et ensuite à l'état de gaz, les molécules chimiques des corps simples conservent leur individualité.

Ces molécules sont, comme nous venons de le dire, des assemblages de deux ou plusieurs atomes. La stabilité de ces assemblages est variable pour chaque corps simple : les liens qui les constituent correspondent à des forces limitées.

A mesure que la température d'une vapeur ou d'un gaz monte, la puissance vive de translation des molécules chimiques augmente et sous la violence croissante des chocs mutuels l'édifice moléculaire est de plus en plus ébranlé.

Les atomes (A_z) dans chaque molécule (M_z) oscillent, les amplitudes des oscillations correspondent à des rapprochements très limités et à des écartements sans cesse croissants. Les forces répulsives qui correspondent à l'extrême rapprochement des atomes A_z deviennent incomparablement plus grandes que les forces en action pendant le reste du

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

parcours : la molécule chimique s'évanouit et les atomes entrent directement en jeu; le gaz tend ainsi vers un *état limite* où les molécules chimiques n'existent plus et où les chocs se produisent directement d'atome à atome chimique.

Lorsque les molécules chimiques conservent leur individualité dans un gaz, la densité du gaz suffit pour faire connaître le nombre d'atomes entrant dans les molécules chimiques : ces nombres qui sont toujours très petits pour les corps simples ne sont pas des nombres hypothétiques, ils sont parfaitement déterminés et correspondent à des réalités.

A mesure que les molécules chimiques s'évanouissent, la densité diminue et elle tend vers une limite fixe qui est atteinte lorsque la dernière molécule a disparu. Dans ce dernier état qui se produit nécessairement à une température suffisamment élevée, la densité du gaz donne le poids atomique du corps simple considéré. C'est une voie ouverte aux investigations de la chimie aux hautes températures.

b. ATOMES CHIMIQUES A_χ ET LEURS ANALOGIES AVEC LES ATOMES MÉCANIQUES A_m.

Les atomes mécaniques et les molécules chimiques s'évanouissent sous l'influence de la chaleur, mais les atomes chimiques conservent leur individualité : ils résistent à toutes les forces que nos fourneaux et nos cornues et nos piles peuvent mettre en jeu. Mais enfin ces atomes qui marquent en quelque sorte la limite expérimentale de la matière, que sont-ils? dans leur extrême petitesse forment-ils un tout continu? Leur substance est-elle de nature spéciale pour chaque corps simple? l'expérience directe affirme que les atomes chimiques sont polaires, elle ne peut atteindre que leur forme extérieure, elle ne va pas au delà.

Mais les bornes de l'expérience ne sont pas les bornes de l'esprit humain : la raison franchit des barrières devant lesquelles l'expérience s'arrête.

Pour répandre un peu de lumière sur les facettes de ces polyèdres mystérieux, pour pénétrer par la raison dans leur structure intime, revenons à l'atome mécanique. Prenons pour type un atome (A_m) à forte polarité, c'est-à-dire un atome ne passant à l'état liquide qu'aux plus hautes températures. Nous avons expliqué quel est le mode vibratoire qui correspond à l'énergie interne, c'est le *frémissement*, — les oscillations alternativement contraires des molécules chimiques contiguës ont leur amplitude maxima à la partie centrale de l'atome mécanique et cette amplitude va décroissant jusqu'à la couche enveloppe qui est une surface nodale. — Lorsque les oscillations centrales sont infiniment petites, l'isochronisme existe pour toutes les oscillations du centre à la surface.

A mesure que l'amplitude augmente, les forces répulsives qui correspondent aux rapprochements croissent beaucoup plus rapidement que les forces contraires qui correspondent aux écartements alternatifs; il en résulte une période oscillatoire de plus en plus rapide dans la région centrale : l'isochronisme disparaît, la période oscillatoire restant à peu près constante à la surface et s'accélérant de la surface au centre.

Vers la température de 400° les périodes oscillatoires centrales atteignent la rapidité des ondes lumineuses les plus longues ; cette rapidité croît parallèlement à la température et bientôt les couches successives de l'atome mécanique oscillent à l'unisson des vibrations diverses que l'on peut percevoir depuis le rouge sombre jusqu'au violet : les atomes mécaniques (A_m) sont alors pleinement lumineux par eux-mêmes et la lumière émise en traversant le prisme s'étale en nappe continue.

Les atomes mécaniques se dilatent à mesure que l'énergie intérieure augmente et finissent par perdre leur polarité : c'est le moment où le corps entre en fusion : si ce corps est un métal, comme le fer, le cuivre, le platine, il brille du plus vif éclat.

La dilatation et la fusion ne font croître le volume total que dans une faible proportion, et les variations des distances moyennes des molécules chimiques dans l'intérieur des atomes mécaniques sont elles-mêmes relativement faibles. Mais il n'en est plus de même lorsque, le maximum des tensions des couches superficielles des atomes mécaniques étant dépassé, ces atomes prennent une expansion illimitée sous les formes successives de vapeur et de gaz.

Les oscillations des molécules chimiques s'amplifient brusquement sans que les forces qui les provoquent augmentent : comme conséquence, les périodes oscillatoires deviennent beaucoup plus longues et leur durée dépasse celle des ondes lumineuses : le spectre continu disparaît, bien que la température reste invariable. Cependant toute lumière n'est

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pas éteinte, mais le prisme n'étale plus ce reste de lumière suivant une nappe continue; il accuse des périodes oscillatoires discontinues ; il se réduit à des filets lumineux plus ou moins menus, plus ou moins espacés, fixes de position : ce sont les raies des vapeurs ou des gaz des corps simples, raies distinctes et caractéristiques pour chacun d'eux.

Il y a donc, en dehors des mouvements d'ensemble des molécules chimiques, des mouvements vibratoires spéciaux qui ne peuvent trouver leur source que dans ces molécules elles-mêmes. Or, ces molécules sont formées de plusieurs atomes retenus par des forces polaires.

Dans les chocs mutuels des molécules chimiques, celles-ci sont plus ou moins ébranlées, les positions relatives des atomes sont modifiées, les forces polaires des atomes tendent à les ramener à leur position d'équilibre; donc, les atomes ont dans chaque molécule chimique un mouvement oscillatoire qui leur est propre. Mais ce mouvement oscillatoire ne peut correspondre qu'à un nombre très limité de périodes, puisque le nombre d'atomes formant la molécule chimique est très petit, habituellement réduit à deux; dans ce dernier cas, la molécule chimique n'offre en dehors de son mouvement de masse qu'une seule période vibratoire.

Or, les raies sont nombreuses; c'est donc dans les atomes mêmes qu'il faut chercher les vibrations qui produisent les raies du spectre de chaque corps simple.

Nous savons que l'atome chimique est polyédrique; en outre, cet atome doit pouvoir vibrer : il est donc composé d'éléments susceptibles d'éprouver des déplacements relatifs; les périodes vibratoires sont nombreuses, puisque pour certains atomes, celui du fer par exemple, les raies visibles dans le spectre dépassent un millier : ces raies sont comprises entre les limites assez étroites où notre œil les perçoit; elles sont vraisemblablement plus nombreuses encore en dehors de ces limites. On voit immédiatement l'analogie profonde qui existe entre l'*atome chimique* et l'*atome mécanique*.

L'atome chimique est comme l'atome mécanique un polyèdre réticulaire comprenant un grand nombre de nœuds. A chaque nœud de ce polyèdre se trouve une molécule d'ordre inférieur analogue à la molécule chimique (M_χ) et polaire comme elle. Dès lors nous retrouvons dans l'atome chimique les deux systèmes de vibrations que produit un ébranlement dans un assemblage réticulaire, systèmes dont nous avons fait ressortir les caractères absolument distincts et en quelque sorte opposés, lorsque nous avons examiné la structure de l'atome mécanique.

Le premier système est, comme nous l'avons expliqué, analogue à celui des vibrations d'un prisme élastique ou d'une cloche; les molécules voisines ont des déplacements relatifs extrêmement petits auxquels la loi de continuité peut s'adapter. Ces vibrations se répartissent suivant des séries discontinues, analogues aux sons harmoniques des cordes vibrantes.

Mais, tandis que dans les cordes vibrantes les sons harmoniques ont entre eux des relations numériques très simples, les séries discontinues des périodes vibratoires ont au contraire des relations plus ou moins complexes dans les atomes chimiques; elles varient avec la forme polyédrique de ces atomes ou, ce qui revient au même, avec leur polarité. Elles varient aussi pour deux atomes identiques avec les conditions de surface et ces conditions dépendent de la manière dont les polyèdres atomiques sont assemblés dans les molécules chimiques.

C'est ce premier système de vibrations relativement très lentes qui se manifeste dans les phénomènes lumineux et produit notamment dans le spectre les raies caractéristiques de chaque corps simple.

L'autre système, le *frémissement*, correspond à des vibrations incomparablement plus rapides qui distribuées par ondes comme les vibrations lumineuses, renferment pour une même longueur d'onde et une même amplitude a, une énergie plusieurs millions de fois plus grande. La manifestation extérieure de ce second système réside principalement dans les phénomènes calorifiques, électriques, etc., et en général dans la transmission à distance de l'énergie sous une forme quelconque à travers l'éther. Nous chercherons dans ce qui va suivre à établir la parfaite concordance entre ces vues théoriques et les faits observés : nous ferons ressortir les analogies et les différences entre la chaleur rayonnante et la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

lumière en remontant à la source commune, aux mouvements atomiques dont elles émanent l'une et l'autre.

Nous trouverons, chemin faisant, une méthode très simple permettant de déterminer dans les corps transparents la distance D de centre à centre des atomes mécaniques.

CHAPITRE VI

LUMIÈRE ET CHALEUR

a. Ondes lumineuses et ondes calorifiques. — *b*. Mécanisme et formule de la dispersion de la lumière.

---

a. ONDES LUMINEUSES ET ONDES CALORIFIQUES.

La transmission de l'énergie dans l'éther a lieu par vibrations transversales. La vibration lumineuse qui apparaît sous forme de raies dans le spectre correspond à la vibration ordinaire de l'atome chimique et la vibration calorifique ou chaleur rayonnante correspond au frémissement. Pour un même atome (A_χ) l'onde fondamentale a la même longueur pour la vibration ordinaire et pour le frémissement. Chaque onde fait naître dans l'éther une onde correspondante et la vitesse de transmission est la même pour les deux systèmes d'ondes, mais la période vibratoire est incomparablement plus courte dans l'onde calorifique : cette dernière onde dans l'éther peut être considérée comme constituée par un très grand nombre de petites ondes à amplitudes variant de zéro à a_1; ces ondes élémentaires se suivent avec des vitesses égales et maintiennent ainsi à l'ensemble de l'onde calorifique sa forme initiale avec ventres et nœuds rappelant exactement la forme de l'onde lumineuse de même longueur.

Comment séparer ces deux systèmes d'onde qui se transmettent dans l'éther avec la même vitesse? Le passage de la lumière à travers un prisme permet de séparer les ondes lumineuses de diverses longueurs; une séparation analogue mais non identique a lieu pour les ondes calorifiques. En un mot, contrairement à l'hypothèse généralement admise, le spectre solaire ne correspond pas à une seule série de longueurs d'onde croissant d'une manière continue, du rayon le plus réfrangible au rayon le moins réfrangible, mais à deux séries bien distinctes de vibrations qui sont complètement séparées aux deux extrémités du spectre et qui se superposent en partie vers la raie A.

b. MÉCANISME ET FORMULE DE LA DISPERSION DE LA LUMIÈRE.

Pour mettre en évidence ces phénomènes qui éclairent d'une manière surprenante le problème de la constitution de la matière, il est nécessaire d'étudier le mécanisme de la *dispersion* : nous examinerons un cas très simple, celui d'un cristal homoédrique parfaitement régulier. Ce cristal se compose d'une série de couches planes comprenant des atomes mécaniques rangés suivant les mailles d'un réseau. Le milieu vibrant que nous avons à examiner, c'est l'éther qui enveloppe et pénètre le cristal.

Faisons mouvoir un plan parallèlement aux couches du cristal d'une manière continue dans toute l'étendue du milieu vibrant. A chaque position du plan correspondra une certaine valeur de l'élasticité de l'éther.

Dans le mouvement progressif du plan parallèle aux *couches* ce plan passera par des positions où l'élasticité de l'éther atteindra un minimum et ce *minimum* se reproduira périodiquement pour chaque *couche* : le milieu vibrant se trouvera décomposé en tranches limitées par des plans de moindre élasticité et ayant une épaisseur constante δ, δ étant la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

distance des couches d'atomes mécaniques de milieu en milieu ou, ce qui revient au même, les distances des plans réticulaires.

Tout déplacement relatif de deux tranches du milieu vibrant, déplacement infiniment petit et parallèle aux tranches, donnera lieu à une force élastique dont la direction ne coïncidera pas en général avec celle du déplacement. Cette coïncidence ne se réalise dans les milieux biréfringents que pour deux directions rectangulaires dites de *polarisation*. Nous nous limiterons au cas d'une onde polarisée suivant l'une de ces deux directions.

Donnons à chaque tranche un numéro d'ordre 1, 2, 3, etc. N. : l'onde plane polarisée tombe perpendiculairement sur la première tranche du milieu vibrant ; les tranches successives sont soumises à des mouvements oscillatoires *transversaux* et ce sont ces oscillations qui constituent à proprement parler la propagation de l'onde lumineuse à travers le cristal.

Désignons par u_1, u_2, u_3 et u_p, u_n les écarts transversaux des tranches successives de leur position initiale et considérons trois tranches contiguës

$$p-1, \quad p \quad \text{et} \quad p+1.$$

La masse du milieu vibrant qui forme la tranche u_p peut être représentée par

$$\Sigma m ;$$

elle est sollicitée d'un côté par une force proportionnelle au déplacement relatif

$$u_{p-1} - u_p = \Delta u_p ;$$

elle est sollicitée en sens inverse par une force proportionnelle au déplacement relatif

$$u_p - u_{p-1} = \Delta u_{p-1}.$$

Nous avons donc l'équation

$$\Sigma m \frac{d^2 u_p}{dt^2} = K(\Delta u_p - \Delta u_{p-1}), \quad \text{ou} \quad \frac{d^2 u_p}{dt^2} = \frac{K\delta^2}{\Sigma m}\left(\frac{\Delta u_p - \Delta u_{p-1}}{\delta^2}\right),$$

ou en posant pour simplifier

$$\frac{K\delta^2}{\Sigma m} = \Omega^2$$

$$\frac{d^2 u_p}{dt^2} = \Omega^2 \left(\frac{\Delta u_p - \Delta u_{p-1}}{\delta^2}\right) ;$$

C'est la formule qui dans un autre ordre d'idées nous a fait comprendre le mécanisme de la fusion et de la vaporisation des atomes mécaniques.

Le terme général de l'intégrale a pour valeur

$$u_p = a_i \cos\left(i\pi \frac{p - \frac{1}{2}}{N} + B_i\right) \sin\left[2 \sin\left(\frac{i\pi}{2N}\right) \times \frac{\Omega t}{\delta} + \beta_i\right].$$

La durée d'une vibration est égale à

$$\frac{1}{\Omega} \frac{\pi\delta}{\sin \frac{i\pi}{2N}} = 0$$

et la longueur d'onde correspondante est

$$\frac{2N\delta}{i} = \lambda.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La vitesse de propagation d'une onde lumineuse de longueur λ n'est autre que le rapport de cette longueur à la durée θ de la vibration, on obtient par conséquent

$$V = \frac{\lambda}{\theta} = \Omega \frac{\sin\left(\frac{i\pi}{2N}\right)}{\frac{i\pi}{2N}} = \Omega \frac{\sin\frac{\delta}{\lambda}\pi}{\frac{\delta}{\lambda}\pi}.$$

Si dans cette formule

$$V = \Omega \frac{\sin\left(\frac{\delta}{\lambda}\pi\right)}{\frac{\delta}{\lambda}\pi}$$

on fait croître λ, on voit que le rapport

$$\frac{\sin\frac{\delta}{\lambda}\pi}{\frac{\delta}{\lambda}\pi}$$

va en croissant et tend rapidement vers l'unité.

La signification physique du coefficient Ω se trouve clairement déterminée : c'est la vitesse limite de propagation de la lumière dans le cristal pour les grandes longueurs d'onde.

Soit V_o la vitesse de la lumière dans l'éther libre et R l'indice de réfraction de l'onde qui dans le cristal a pour longueur λ, on a par définition

$$R = \frac{V_o}{V}.$$

Soit l la longueur d'onde qui correspond à une vibration de durée θ dans l'éther libre, on a

$$V_o = \frac{l}{\theta};$$

d'ailleurs, on a aussi $$V = \frac{\lambda}{\theta}.$$

Par suite $$R = \frac{V_o}{V} = \frac{l}{\lambda} \quad \text{ou} \quad \lambda = \frac{l}{R}.$$

Dans l'équation $$V = \Omega \frac{\sin\left(\frac{\delta}{\lambda}\pi\right)}{\frac{\delta}{\lambda}\pi}$$

remplaçons $$V \text{ par } \frac{V_o}{R} \quad \text{et} \quad \lambda \text{ par } \frac{l}{R},$$

nous aurons $$\frac{V_o}{R} = \Omega \frac{\sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right)}{\frac{R\delta}{l}\pi}$$

ou $$\sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = \frac{V_o}{\Omega}\frac{\delta}{l}\pi.$$

ou en posant $\frac{V_o}{\Omega} = \rho$, indice de réfraction limite, il reste simplement

$$\sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = \frac{\rho\delta}{l}\pi \quad \text{ou} \quad l\sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = \rho\delta\pi. \tag{1}$$

Telle est la formule qui renferme la loi de la *dispersion* dans le cas particulier que nous

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

venons de traiter. Le deuxième membre ne contient que des quantités invariables dans toute l'étendue du cristal : le premier membre est donc constant.

R est l'indice de réfraction pour une onde de longueur l,

ρ est l'indice de réfraction limite pour les longueurs d'onde très grandes,

δ est la distance des couches des atomes mécaniques ou des plans réticulaires du cristal.

c. VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE.

Voyons dans quelle mesure l'expérience vérifie la formule si simple de la dispersion. Considérons le quartz pour lequel des mesures très précises font connaître pour diverses raies la réfraction R.

Nous reproduisons dans les tableaux ci-après (tableaux A et B) la comparaison des résultats du calcul avec les données de l'expérience.

Considérons en premier lieu les indices ordinaires R du quartz. M. Mascart a déterminé ces indices pour 13 raies allant du rouge extrême à la partie ultra-violette du spectre solaire.

Nous adoptons pour unité de longueur le millième de micron ($\mu\mu$). Dans la première colonne nous inscrivons les lettres caractéristiques des raies; dans la deuxième colonne les longueurs des ondes correspondantes d'après M. Mascart; dans la troisième colonne les indices de réfraction d'après le même observateur; enfin, dans la dernière colonne, nous avons calculé d'après ces données expérimentales la valeur de

$$\log\left(l \times \sin\frac{R\delta\pi}{l}\right)$$

expression dans laquelle entre la distance δ, seule quantité inconnue à laquelle nous avons attribué la valeur

$$\delta = 25{,}233\ \mu\mu.$$

D'après la formule (1), les nombres inscrits dans la dernière colonne doivent être invariables.

TABLEAU A

Quartz. — Indice ordinaire. $\delta = 25{,}233$, ou $\log\delta = 1{,}40197$.

RAIES	LONGUEURS D'ONDE l	INDICES DE RÉFRACTION R	$\log\left(l \times \sin\frac{R\delta\pi}{l}\right)$
A	760,40	1,53902	2,08449
B	686,67	1,54099	2,08461
C	656,07	1,54188	2,08464
D	588,80	1,54423	2,08468
E	526,79	1,54718	2,08473
F	485,98	1,54966	2,08471
G	430,76	1,55429	2,08471
H	396,72	1,55816	2,08469
L	381,90	1,56019	2,08468
M	372,88	1,56150	2,08465
N	358,02	1,56400	2,08465
O	344,01	1,56668	2,08462
P	336,02	1,56842	2,08462

Les écarts ne se manifestent en effet qu'à la 4e décimale et ces écarts sont de l'ordre des erreurs d'expérience : l'écart extrême entre les raies A et E est de 0,00024, inférieur au 1/8000e de la valeur moyenne 2,08462.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Voici les valeurs obtenues par différents observateurs pour un même indice, celui qui correspond à la raie D, qui est la plus facile à observer.

Rüdberg	1,54418
Esselbach	1,54460
Mascart	1,54423
Fizeau	1,54446
	1,54436
Moyenne	1,54436

On voit que les écarts se manifestent également à la 4e décimale et que l'écart extrême est de 0,00052 soit environ 1/3000e de la valeur moyenne de l'indice.

L'accord entre l'expérience et la théorie est donc aussi complet que possible.

Faisons la même comparaison pour les indices du rayon extraordinaire. La distance δ reste la même, la constante ρ peut seule prendre une valeur différente. L'expérience a porté sur 15 raies et pour ces 15 raies la valeur de

$$\log\left(l \times \sin \frac{R\delta}{l}\pi\right)$$

doit rester invariable. C'est en effet ce qui a lieu : le tableau ci-après ne peut laisser aucun doute à cet égard; les écarts ne se manifestent qu'à la 4e décimale et sont moindres encore que dans le tableau précédent.

TABLEAU B

Quartz. — Indice extraordinaire. $\delta = 25{,}233$, ou $\log \delta = 1{,}40197$.

RAIES	LONGUEURS D'ONDE l	INDICES DE RÉFRACTION R	$\text{Log}\left(l \times \sin \frac{R\delta\pi}{l}\right)$
A	760,40	1,54812	2,08705
B	686,67	1,55002	2,08715
C	656,07	1,55095	2,08717
D	588,80	1,55338	2,08723
E	526,79	1,55636	2,08726
F	485,98	1,55897	2,08727
G	430,76	1,56372	2,08727
H	396,72	1,56770	2,08726
L	381,90	1,56974	2,08723
M	372,88	1,57121	2,08725
N	358,02	1,57381	2,08722
O	344,01	1,57659	2,08725
P	336,02	1,57822	2,08719
Q	328,56	1,57998	2,08719
R	317,75	1,58273	2,08718

Une concordance aussi extraordinaire entre la théorie et l'expérience nous semble prouver à la fois la précision pour ainsi dire absolue des observations faites par des physiciens tels que Fizeau et M. Mascart — et la réalité de la loi naturelle qui permet de relier par une formule d'une extrême simplicité l'ensemble de ces observations.

Les limites de visibilité du spectre solaire en deçà de la raie A et au delà de la raie H sont variables pour des observateurs divers, la formule de la dispersion permet de fixer les limites absolues que les vibrations lumineuses ne peuvent franchir.

Sur un prisme de quartz taillé parallèlement à l'axe recevons normalement à l'une des faces un rayon lumineux S et ne considérons que les indices ordinaires (tableau A).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le rayon s'étalera suivant un spectre OAZ (fig. 15).

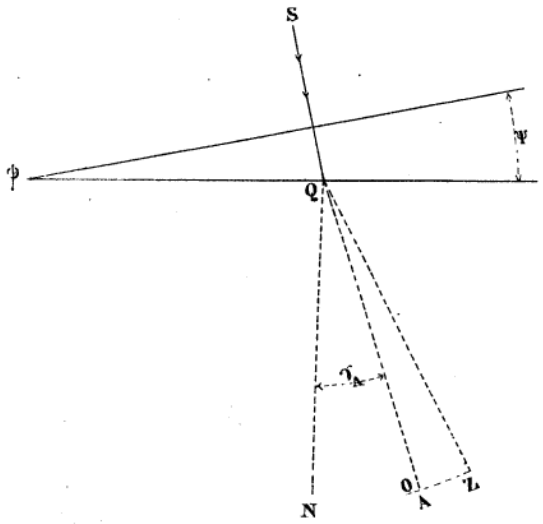


Fig. 15.

Si nous désignons par ψ l'angle du prisme, par R l'indice de réfraction d'un rayon simple QA, et par γ_A l'angle NQA que forme le rayon avec la normale QN, la loi connue de la réfraction est exprimée par la formule

$$\sin\gamma = R\sin\psi.$$

En supposant l'angle ψ très petit, cette formule se réduit à

$$\gamma = R\psi.$$

Nous raisonnerons dans cette hypothèse :

Soient γ_A et γ_H (fig. 16) les valeurs de γ qui correspondent aux raies A et H; nous aurons :

$$\begin{aligned} \gamma_A &= 1{,}55902\,\psi \\ \gamma_H &= 1{,}55816\,\psi \\ \hline \gamma_A - \gamma_H &= 0{,}01914\,\psi. \end{aligned}$$

Le spectre lumineux limité par les raies A et H se trouve donc compris pour le quartz dans un espace angulaire égal à

$$0{,}01914\,\psi.$$

Au delà de H se trouve le spectre ultra-violet HZ qui présente une longueur très grande comparativement à celle du spectre lumineux AH. En deçà de A se trouve une plage beaucoup plus étroite Aζ où un œil exercé découvre des traces lumineuses.

Le raisonnement extrêmement simple qui a servi à établir la formule de la dispersion suppose que la longueur d'onde λ dans le cristal comprend au moins deux tranches d'épaisseur δ : or l étant la longueur d'onde dans l'éther libre, on a

$$\lambda = \frac{l}{R}$$

pour $\lambda = 2\delta$, on a $\frac{l}{R} = 2\delta$, la formule

$$l\sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = \rho\delta\pi$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

se réduit à $l = \rho\delta\pi = l_o$, car $\sin\frac{R\delta}{l}\pi$ est égal à 1.

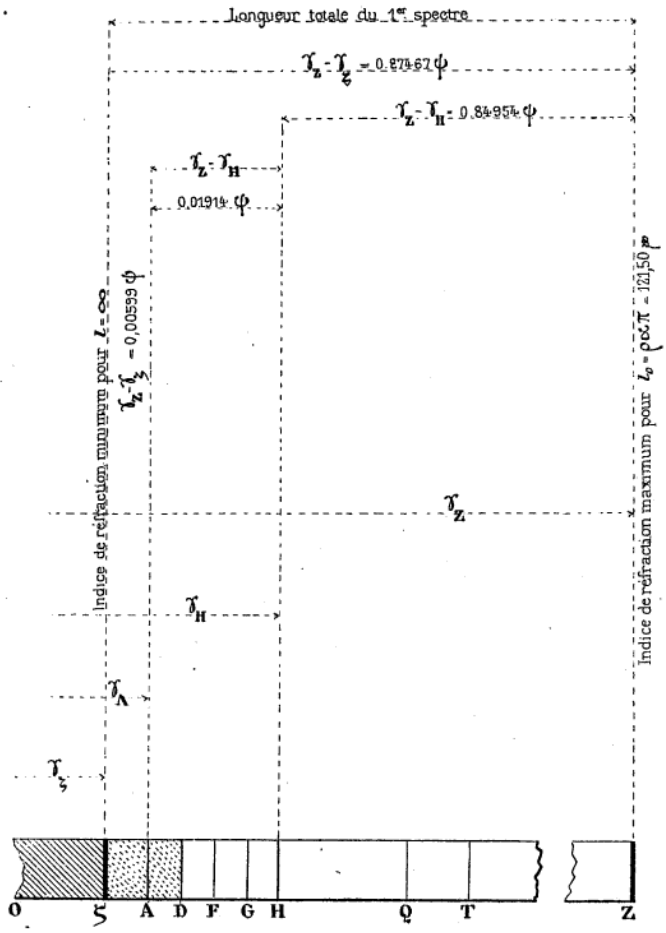


Fig. 16.

En introduisant la valeur de l_o en lieu et place de $\rho\delta\pi$, la formule de la dispersion devient

$$\sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = \frac{l_o}{l} \qquad \text{ou} \qquad \sin\left(\frac{R}{\rho}\frac{l_o}{l}\right) = \frac{l_o}{l}.$$

Il est clair que cette formule ne peut pas s'appliquer à des valeurs de $l < l_o$, mais elle s'applique à toutes les longueurs d'onde comprises entre

$$l = l_o \qquad \text{et} \qquad l = \infty.$$

D'après les tableaux A et B, nous avons vu que la formule de la dispersion

$$l\sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = \rho\delta\pi$$

est entièrement d'accord avec les résultats des expériences les plus précises.

Au fur et à mesure que la longueur d'onde l diminue à partir de la valeur maxima déterminée par des mesures exactes, soit à partir de [$l = 760{,}40$ μμ] pour la raie A, l'indice de réfraction R augmente régulièrement de manière à assigner à chaque raie B, C, D, E, F, etc., la place qui lui convient non seulement dans le spectre lumineux entre A et H, mais encore

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dans le spectre ultra-violet aussi loin que la délicatesse des moyens d'observation a permis d'étudier cette dernière région du spectre.

La limite à laquelle la formule

$$l \sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = \rho\delta\pi$$

cesse d'être applicable de ce côté est loin d'avoir été atteinte : en effet, cette limite est déterminée, comme nous venons de le voir, par la valeur de R qui correspond à

$$l = \rho\delta\pi\,; \quad \text{c'est-à-dire} \quad R_Z = \rho\frac{\pi}{2}.$$

Pour le rayon ordinaire du quartz, on trouve

$$R_Z = \rho\frac{\pi}{2} = 2{,}40770, \quad \text{et par suite (voir fig. 16)}, \quad \gamma_Z = 2{,}40770\,\psi.$$

On a d'autre part

$$\frac{\gamma_H = 1{,}55816\,\psi}{\gamma_Z - \gamma_H = 0{,}84954\,\psi}.$$

Le rapport de la largeur théorique du spectre ultra-violet (γ_z-γ_n) à la largeur du spectre lumineux (γ_n-γ_A) devient

$$\frac{\gamma_Z - \gamma_H}{\gamma_H - \gamma_A} = \frac{0{,}84954\,\psi}{0{,}01914\,\psi} = 44.$$

Il reste encore, on le voit, un vaste champ ouvert aux recherches à faire dans le spectre ultra-violet : la partie connue de ce spectre ne dépassant guère *huit* fois la largeur AH du spectre lumineux.

Examinons maintenant ce qui se passe de l'autre côté du spectre lorsqu'on donne aux longueurs d'ondes des valeurs croissantes à partir de

$$l = 760{,}40 \text{ (raie A)}.$$

Il est manifeste que la valeur de R diminue, et tend vers une limite fixe au fur et à mesure qu'on augmente l jusqu'à

$$l = \infty.$$

Cette limite n'est autre que la valeur de ρ. En effet, si dans la formule

$$l \sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = \rho\delta\pi, \text{ on fait } l = \infty, \text{ on a } l \sin\left(\frac{R\delta}{l}\pi\right) = R\delta\pi = \rho\delta\pi, \text{ ou } R = \rho.$$

Soit γ_ζ la valeur de l'angle γ pour ce rayon limite, nous trouvons

$$\gamma_\zeta = \rho\psi = 1{,}53303\,\psi\,;$$

l'expérience donne d'ailleurs

$$\gamma_A = 1{,}53902\,\psi.$$

L'ouverture angulaire $\gamma_A - \gamma_\zeta$ a pour valeur

$$0{,}00599\,\psi.$$

Le rapport de cette ouverture angulaire à celle du spectre lumineux donne

$$\frac{\gamma_A - \gamma_\zeta}{\gamma_H - \gamma_A} = \frac{0{,}00599\,\psi}{0{,}01914\,\psi} = 0{,}31.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Ainsi la zone qui correspond aux longueurs d'ondes supérieures à

$$l = 760{,}4\ \mu\mu$$

n'atteint pas le tiers de la longueur du spectre lumineux.

On doit à M. Mascart une observation déjà ancienne, mais extrêmement intéressante.

Dans un spectre ultra-violet, produit par un prisme de quartz, un œil exercé peut distinguer une zone 6 à 7 fois plus large que le spectre lumineux; cette zone prolonge en quelque sorte le spectre en le dégradant d'une manière continue; elle est d'autant plus large que l'œil est plus sensible. Nous avons déterminé la limite absolue de cette zone : cette limite correspond pour le quartz à

$$l = 121{,}50\ \mu\mu :$$

au contraire, en deçà de la raie A, l'œil le plus sensible ne perçoit qu'une *bande assez étroite* de lumière rouge sombre. Cette bande étroite, qui impressionne l'œil, est la zone dans laquelle les longueurs d'ondes augmentent d'une manière continue depuis $l = 760{,}4\ \mu\mu$ pour la raie A jusqu'à $l = \infty$: elle présente, en effet, comme nous l'avons démontré, une largeur $A\zeta$, qui est inférieure au tiers de la longueur du spectre lumineux (AH). Au point ζ il y a un arrêt infranchissable par les ondes de grande longueur, et le sens de la vue ne perçoit rien au delà.

Les ondes lumineuses, qui s'étalent suivant un spectre continu, ont leur source, comme nous l'avons expliqué plus haut, pour les métaux, dans le *frémissement* des atomes mécaniques (A_m), lorsque la température notamment atteint et dépasse 400°.

Les ondes lumineuses qui se réduisent à de simples raies émanent au contraire des vibrations ordinaires des atomes chimiques dont elles sont en quelque sorte les sons harmoniques.

La dispersion de ces ondes obéit à une formule qui contient deux termes caractéristiques, la distance δ des plans réticulaires du cristal traversé et le coefficient ρ qui se rattache à l'élasticité du milieu vibrant. Or, il suffit de déterminer l'indice de réfraction de deux longueurs d'ondes pour fixer δ et ρ. Quand δ est connu, on en déduit aussitôt la distance de centre à centre de deux atomes mécaniques contigus, laquelle est égale à $\delta\sqrt{2}$.

d. — DISPERSION DE LA CHALEUR.

L'onde calorifique dans l'éther libre doit son origine au *frémissement* des atomes chimiques (A_χ); elle présente une constitution absolument différente de celle de l'onde lumineuse, bien qu'elle se transmette dans son ensemble avec la même vitesse. L'onde calorifique est en réalité composée de N petites ondes qui se suivent, et dont les amplitudes successives sont proportionnelles aux amplitudes d'oscillation des N couches de l'onde fondamentale de *frémissement* d'un atome chimique. L'amplitude maximum est le ventre de l'onde calorifique, les amplitudes minimum sont les nœuds. Pour fixer les idées, admettons que le nombre N soit égal à 1000, et que l'onde calorifique soit de même longueur qu'une onde lumineuse D. L'onde calorifique sera composée de 1000 petites ondes ayant chacune la même période vibratoire, mais ayant des amplitudes nulles aux extrémités de l'onde calorifique et maxima au milieu. Dans la traversée du milieu vibrant d'un cristal, chaque petite onde aura une vitesse moindre que dans l'éther libre, mais cette vitesse sera la même pour les N petites ondes successives qui ont même longueur et même période vibratoire : elles conservent donc leurs positions respectives, et l'onde calorifique sera constituée à la sortie du cristal de la même manière qu'avant l'entrée, exactement comme cela se passe pour l'onde lumineuse.

Nous pouvons donc considérer isolément une seule des petites ondes élémentaires formant l'onde calorifique.

La longueur de cette petite onde élémentaire étant la millième partie de l'onde lumineuse D prise comme type sera

$$l = 0{,}58880\ \mu\mu,$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

longueur incomparablement moindre que la longueur minima

$$l = 121{,}50\,\mu\mu,$$

au-dessous de laquelle la formule de la dispersion cesse d'être applicable.

Que deviennent ces ondes très courtes qui échappent à la loi de dispersion des ondes lumineuses?

Nous rappelons de nouveau que le milieu vibrant dans le quartz est décomposé en tranches à faces parallèles dont l'épaisseur est

$$\delta = 25{,}233\,\mu\mu;$$

ces tranches sont délimitées par des plans de moindre élasticité sous l'influence des atomes mécaniques : l'élasticité moyenne de l'éther dans l'intérieur de chaque tranche d'épaisseur δ est donc plus grande que l'élasticité mise en jeu dans le mouvement oscillatoire des tranches d'épaisseur δ, pour la propagation des ondes lumineuses.

Cela posé, considérons notre petite onde élémentaire, dont la longueur

$$l = 0{,}58880\,\mu\mu$$

est une petite fraction de l'épaisseur δ; cette onde en pénétrant dans le quartz traversera de part en part chacune des couches périodiquement homogènes à faces parallèles; eu égard à la plus grande élasticité de l'éther dans l'intérieur de ces couches, la vitesse de propagation sera plus grande et l'indice de réfraction sera plus petit que pour les ondes lumineuses; on aura une nouvelle loi de dispersion, un nouveau spectre, et c'est dans la région ζO (voir fig. 16), la *moins réfractée*, qu'on devra trouver ces ondes très courtes sans aucun mélange, avec les ondes du premier spectre, dont nous avons fixé précédemment les limites ζ et Z. A partir du point ζ jusque vers la raie A, les deux systèmes d'ondes se superposent, mais il semble résulter des expériences faites sur la répartition de la chaleur dans les spectres, que la limite appréciable des ondes calorifiques ne s'étend guère au delà de A, et n'atteint certainement pas la raie D.

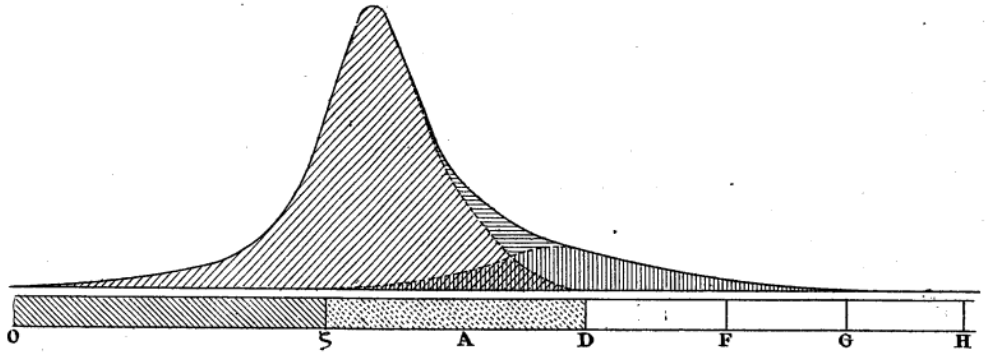


Fig. 17.

La figure 17 ci-contre donne l'image de la superposition des deux spectres. Les ordonnées sont proportionnelles à l'énergie en chaque point du spectre; les hachures inclinées se rapportent aux vibrations calorifiques, et les hachures verticales se rapportent aux vibrations lumineuses. Pour le spectre, dans son ensemble, les énergies s'ajoutent dans la partie commune aux deux spectres entre les limites ζ et D. C'est la somme des énergies qui est mesurée par les appareils thermométriques.

Il existe un moyen théorique, d'apparence très simple, permettant de séparer complètement les deux ordres de vibrations qui sont en partie superposés dans les spectres obtenus par la réfraction à travers des prismes.

Il suffit de renouveler l'expérience des miroirs de Fresnel, et d'examiner les franges d'interférence, ou bien encore de recourir à l'emploi des réseaux.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dans l'expérience de Fresnel, si nous désignons par a la distance des deux images réfléchies qui produisent les franges, et par γ la distance angulaire des franges obscures, nous avons pour une longueur d'onde l

$$\sin\gamma = \frac{2n+1}{2}\frac{l}{a},$$

n étant égal à 1, 2, 3, etc., pour les franges de plus en plus écartées de part et d'autre de la ligne centrale.

Pour les ondes visibles, l'expérience peut être disposée de manière à donner aux franges une largeur mesurable, par exemple 4 à 5 millimètres pour la raie jaune D.

Il n'en est pas de même pour les vibrations invisibles ou calorifiques; en effet, les longueurs l des petites ondes élémentaires composant une onde calorifique étant incomparablement plus courtes, les ouvertures angulaires γ données par la formule

$$\sin\gamma = \frac{2n+1}{2}\frac{l}{a}$$

sont tellement rapprochées que l'intervalle entre deux valeurs successives de γ échappe à toute mesure.

Il résulte de là que les vibrations à très courte période qui forment la région obscure en deçà de la raie A se comportent comme si elles répandaient, sur l'écran qui les reçoit, une teinte calorifique ayant son maximum sur la ligne centrale, et se dégradant de part et d'autre de cette ligne sans solution appréciable de continuité.

C'est sur ce fond dégradé que viennent se détacher les franges formées par les vibrations à longue période du spectre lumineux. Ainsi, en étudiant par les procédés les plus délicats la distribution de la chaleur, les franges dues aux vibrations lumineuses interviendront seules pour produire des oscillations alternatives sur le thermomètre, et cet instrument, s'il est suffisamment sensible, accusera des minima de température aux mêmes points où l'œil verra des franges noires.

Si, comme cela est admis généralement, les vibrations qui correspondent au maximum de température dans le spectre, formé par un prisme, étaient de période beaucoup plus longue que les vibrations lumineuses, et si l'ensemble de ces vibrations ne formait qu'une seule série étalée, suivant l'ordre croissant des longueurs d'onde, les franges calorifiques accusées par le thermomètre devraient être beaucoup plus larges que les franges lumineuses, contrairement à ce qui résulte des considérations théoriques que nous venons d'exposer.

Or, une expérience mémorable, due à Fizeau, a démontré que les franges accusées par le thermomètre ont à peu près la même largeur que les franges lumineuses. La chaleur dans le *spectre lumineux* a son maximum à peu près au même point que la *lumière*, de sorte que l'impression sur l'organe de la vue est réellement en rapport avec la puissance vive des vibrations qui la produisent, indépendamment de la sensation de couleur qui complique le phénomène, et empêche les effets de puissance vive d'être comparables.

La répartition de la chaleur due aux vibrations visibles est indiquée par la distribution même de la lumière, dans une mesure plus approchée qu'on ne le croit généralement.

Pour la chaleur de ce spectre, l'œil peut donc être considéré jusqu'à un certain point comme un thermomètre d'une incomparable sensibilité.

La chaleur due aux vibrations à courtes périodes a son maximum dans le spectre au point de la région obscure indiqué par l'expérience : les limites où cette chaleur cesse d'être appréciable sont, d'une part, le point O et, d'autre part, la raie D. La position du maximum change avec la nature de la source.

Ces deux ordres d'énergie, chaleur et lumière, se superposent dans le spectre ordinaire et donnent par leur ensemble la répartition connue directement par l'étude qui en a été faite au moyen de la pile de Melloni, et plus récemment au moyen du bolomètre (voir fig. 17).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'étude qui précède nous a fait comprendre le rôle important que jouent dans les manifestations de la matière les modes vibratoires des atomes chimiques (A_χ), notamment en ce qui concerne la chaleur et la lumière.

Il y aurait des recherches très intéressantes à faire sur la dispersion de la chaleur : il ne semble pas impossible de décomposer une onde complète de chaleur dans les petites ondes élémentaires qui la constituent, et de fixer la longueur de chacune de ces petites ondes. Les réseaux n'ont pas dit leur dernier mot et le bolomètre permet des mesures de plus en plus précises.

Quoi qu'il en soit, les faits déjà connus concordent parfaitement avec l'hypothèse qui présente les atomes chimiques (A_χ) comme des appareils vibratoires analogues aux atomes mécaniques (A_m) dont l'existence n'est pas douteuse.

CHAPITRE VII

MOLÉCULES ET ATOMES D'ORDRE INFRA-CHIMIQUE

a. Molécules étherergiques $M_{\varepsilon\theta}$. — *b*. Atomes étherergiques $A_{\varepsilon\theta}$. — *c*. Molécules atomiques M_ω. — *d*. Atomes atomiques A_ω. — *e*. Résumé des assemblages successifs des atomes A. — *f*. Apparence et réalité. — *g*. Distance, atome, force.

---

a. MOLÉCULES ÉTHERERGIQUES $M_{\varepsilon\theta}$.

Dans le polyèdre réticulaire qui constitue l'atome mécanique (A_m), nous avons constaté que chaque nœud est occupé par une molécule chimique (M_χ) nécessairement douée de polarité.

Dans le polyèdre réticulaire qui constitue l'atome chimique (A_χ), chaque nœud est également occupé par une molécule d'ordre inférieur nécessairement douée de polarité.

Cette molécule d'ordre inférieur n'a actuellement aucun nom dans la science : on peut l'appeler *molécule étherergique* ($M_{\varepsilon\theta}$), pour indiquer le rôle qu'elle joue dans la transmission de l'énergie.

Ainsi, au point de vue de la forme géométrique, au point de vue du rangement réticulaire et des lois de symétrie qui en découlent, la molécule étherergique ($M_{\varepsilon\theta}$) joue dans la constitution de l'atome chimique (A_χ) un rôle analogue à celui de la molécule chimique M_χ dans la constitution de l'atome mécanique (A_m). L'analogie entre l'atome mécanique (A_m) et l'atome chimique (A_χ) est d'autant plus étroite que les vibrations internes des deux polyèdres sont moins étendues et que les molécules constituantes (chimiques dans un cas, étherergiques dans l'autre) s'écartent moins des positions limites marquées par les nœuds réticulaires. C'est ce qui a lieu pour des températures suffisamment basses. L'atome chimique (A_χ) est alors en quelque sorte l'image, à une échelle extrêmement réduite, du polyèdre cristallin formant l'atome mécanique (A_m).

Nous avons vu que les atomes mécaniques d'un corps simple peuvent être séparés les uns des autres par de simples moyens mécaniques : c'est ce qui a lieu dans les cas de rupture ou de trituration des corps solides. Mais aucun procédé mécanique, aucun outil ne peut briser l'atome mécanique (A_m), et c'est à ce titre que le nom d'atome lui est attribué.

Les atomes chimiques (A_χ) peuvent également être séparés les uns des autres, moyennant une dépense d'énergie incomparablement plus grande : c'est ce qui arrive soit dans les combinaisons chimiques des corps composés à l'instant même où elles se produisent, soit dans la formation des gaz limites ou gaz monoatomiques des corps simples aux très hautes températures; mais aucun foyer de chaleur, aucun procédé chimique, aucun réactif, ne parviennent à rompre l'atome chimique (A_χ).

Nous avons vu, d'autre part, que les molécules chimiques M_χ groupées en réseau réticulaire

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et formant ainsi le polyèdre de l'atome mécanique A_m sont soumises, dans la partie centrale de cet atome, à des oscillations d'amplitudes croissantes. Sous les chocs répondant à ces oscillations croissantes, les faces planes du polyèdre prennent une courbure de plus en plus prononcée, et la forme polyédrique fait place à la forme sphéroïdale : la polarité disparaît. L'atome A_m passe de l'état solide à l'état liquide.

A un degré plus avancé, les molécules chimiques s'écartent indéfiniment les unes des autres : l'atome mécanique passe de l'état liquide à l'état de vapeur; enfin la vapeur passe à l'état de gaz moléculaire, et, à la limite extrême, à l'état de gaz monoatomique.

La mesure de l'énergie nécessaire pour produire ces états particuliers est donnée par la chaleur latente qui correspond à chacun d'eux.

Les molécules étherergiques ($M_{\epsilon\theta}$) formant le polyèdre de l'atome chimique (A_Z) éprouvent aussi des oscillations d'amplitude croissante dans la partie centrale de ce polyèdre : l'atome chimique *frémit*, et, à mesure que le *frémissement* s'accentue, les faces planes du polyèdre se courbent, et, grâce à cette courbure, la polarité de l'atome se modifie; mais dans aucune expérience, réalisable par les moyens dont l'homme dispose actuellement, la polarité du polyèdre atomique ne disparaît totalement. La forme extérieure tend vers la symétrie parfaite de la sphère; c'est ce qui a lieu dans les gaz monoatomiques, mais jamais cette limite n'est atteinte : l'atome chimique n'a pas encore été réduit à l'état liquide dans nos laboratoires. A plus forte raison, les moyens dont nous disposons sont impuissants pour produire des écarts indéfinis entre les molécules étherergiques et pour faire passer l'atome chimique à l'état de vapeur ou de gaz.

En un mot, les déformations que nous pouvons imprimer aux atomes chimiques sont comprises entre des limites assez étroites. Elles se manifestent, dans certains cas, par une modification de la polarité, ou, ce qui revient au même, par un changement dans le mode d'assemblage des atomes chimiques, et, par suite, dans la structure de la molécule chimique; mais aucune expérience de laboratoire ne peut provoquer dans l'atome chimique ni l'état liquide, ni l'état gazeux; l'individualité de l'atome chimique résiste à toutes les forces connues. Toutefois, si nos laboratoires actuels sont impuissants, l'étude spectrale des étoiles semble indiquer que cette impuissance n'est que relative : la décomposition des atomes chimiques se pose comme un problème digne d'être médité.

La molécule étherergique ($M_{\epsilon\theta}$) est nécessairement polaire par sa constitution même, parce que, semblable en cela à la molécule chimique, elle se compose d'un nombre très limité de particules identiques.

b. ATOMES ÉTHERERGIQUES $A_{\epsilon\theta}$.

Ces particules, qui jouent par rapport aux molécules étherergiques un rôle analogue à celui des atomes chimiques par rapport aux molécules chimiques, sont les atomes étherergiques ($A_{\epsilon\theta}$).

Ici se présente une réflexion qui confond l'imagination.

Guidée par un fil conducteur d'une ténuité extrême, éclairée par l'observation de quelques raies tellement délicates que l'œil le plus exercé les discerne à peine, la raison pénètre dans la structure intime des corps et saisit ou devine les secrets les plus profonds de la constitution de la matière.

Aux limites de l'univers visible, dans les régions lointaines explorées par l'astronomie, les étoiles fixes apparaissent, dans les télescopes les plus puissants, comme des points lumineux sans étendue appréciable.

Aux limites extrêmes où peut atteindre la science expérimentale, lorsqu'elle soumet à ses investigations les plus petites parcelles de matière, les atomes chimiques se présentent à l'intelligence avec des caractères non moins mystérieux.

Qu'y a-t-il dans ces étoiles qui brillent aux bornes de l'univers visible? Qu'y a-t-il au centre du moindre grain de poussière? Quelle énergie émane des étoiles fixes pour venir jusqu'à nous? Quelle énergie est cachée dans les atomes invisibles de la chimie? C'est ici que les raies du spectre éclairent l'intelligence d'une manière merveilleuse.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Ces raies délicates qui sillonnent le spectre solaire, ces raies que nous pouvons produire dans nos laboratoires, nous apprennent que les points lumineux situés à des distances incalculables sont, en réalité, des assemblages en nombre immense d'appareils vibratoires, identiques avec les atomes chimiques des corps simples qui nous entourent. La matière se révèle dès lors avec des propriétés communes dans l'univers entier.

Les raies du spectre et la chaleur rayonnante nous apprennent, avec un égal degré de certitude, que les atomes chimiques vibrent et frémissent, et que, sous leur impénétrable petitesse, ils recèlent des légions de molécules rangées avec le même ordre que les nœuds d'un réseau.

Comme les atomes chimiques sont polyédriques, les molécules étherergiques qui les constituent sont nécessairement polaires. La polarité des molécules étherergiques s'explique d'ailleurs très simplement, du moment qu'elles se composent comme les molecules chimiques d'un nombre très limité d'atomes étherergiques.

Ainsi, les raies spectrales nous font découvrir dans les étoiles fixes les atomes des corps simples, et les mêmes raies nous permettent de pénétrer dans l'intérieur des atomes chimiques et nous révèlent l'existence des molécules et des atomes d'ordre inférieur qui les constituent en appareils vibratoires.

Les atomes étherergiques ($A_{\epsilon\theta}$), comme leur nom le rappelle, jouent dans le mécanisme de la matière un rôle de la plus haute importance. Les divers mouvements oscillatoires dont ils sont animés ne restent pas localisés; ils sont transmis au loin, et cette transmission s'opère par l'intermédiaire de l'éther. Ainsi les atomes étherergiques ($A_{\epsilon\theta}$) sont les véritables centres de rayonnement de la lumière, de la chaleur et, en général, de toutes les formes d'énergie, de tous les modes vibratoires que l'éther peut recueillir. Comme les atomes chimiques (A_χ), comme les atomes mécaniques (A_m), ils sont constitués par le groupement d'un nombre immense de molécules d'ordre inférieur que nous désignerons sous le nom de molécules atomiques (M_ω).

c. MOLÉCULES ATOMIQUES M_ω.

La molécule atomique M_ω est en quelque sorte la pierre fondamentale, de forme unique, avec laquelle sont construits, grâce à des assemblages divers, les édifices, au nombre de quatre-vingts environ, qui s'appellent les corps simples. Elle est la réunion d'un nombre déterminé m_ι de groupements ultimes ou d'atomes atomiques.

d. ATOMES ATOMIQUES A_ω.

L'atome atomique constitue, comme nous venons de le dire, le dernier des groupements, le groupement ultime, l'assemblage primordial d'atomes *sans épithète* A, en nombre immense m_o.

e. RÉSUMÉ DES ASSEMBLAGES SUCCESSIFS DES ATOMES A.

L'atome (A) est simple : il ne se compose pas de parties, il n'a donc aucune polarité, il n'a par lui-même aucune étendue, mais il existe à l'état de groupement.

Les atomes (A) sont en nombre déterminé dans l'univers et la *distance* d'un atome A à un autre est un terme nécessaire. La distance existe au même titre que l'atome lui-même. Cette distance est essentiellement continue : elle augmente, elle diminue avec continuité. Liée indissolublement à l'atome, elle réalise avec lui la manifestation du nombre.

Sans distance point d'atome et partant point de nombre. L'atome isolé A ne peut se concevoir, l'atome atomique A_ω qui est à la fois nombre et distance a seul pour notre raison une existence par lui-même. Réunion de m_o atomes, il est à la fois l'image du continu puisque le lien qui rattache chaque atome à tous les autres est une distance, une ligne droite *réelle*, et l'image du discontinu puisque les atomes (A) sont des unités, et que par leur réunion ils réalisent le nombre entier m_o ou l'atome atomique A_ω.

L'éther qui enveloppe les atomes étherergiques ($A_{\epsilon\theta}$) n'est lui-même qu'un assemblage

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'atomes simples placés à des distances de même *ordre* que les distances de centre à centre des molécules atomiques (M_ω) dans les atomes étherergiques ($A_{\epsilon\theta}$).

Le nombre $m_0\, m_1$ représente en quelque sorte le rapport de la densité de la matière à la densité de l'éther. Le nombre $m_0\, m_1$ est donc d'un ordre très élevé.

Les atomes (A) n'ont par eux-mêmes aucune forme, mais par leur groupement ils font naître la forme. L'atome atomique (A_ω) est nécessairement sphérique, car la forme sphérique est la seule qui convienne à l'équilibre de m_0 atomes (A) sans polarité, m_0 étant un nombre immense.

La molécule atomique M_ω composée d'un nombre limité m_1 d'atomes atomiques A_ω est nécessairement polaire, c'est-à-dire que les réactions mutuelles de deux molécules M_ω dépendent à la fois de la distance et de l'orientation de ces molécules, mais à cause de la grandeur du nombre m_0, la polarité est en quelque sorte à l'état naissant.

L'atome étherergique ($A_{\epsilon\theta}$) est, comme nous l'avons dit, le groupement d'un nombre très grand de molécules atomiques (M_ω). Grâce à la polarité de ces molécules, il prend la forme polyédrique.

Toutefois, comme la distance des molécules M_ω dans l'intérieur de l'atome $A_{\epsilon\theta}$ est très grande par rapport aux dimensions de ces molécules, la polarité joue un faible rôle, et la formation de l'atome $A_{\epsilon\theta}$ est celle d'un polyèdre s'éloignant peu de la sphère circonscrite.

Le véritable passage de la forme sphérique à la forme réticulaire et polyédrique a lieu par l'intermédiaire de la MOLÉCULE *étherergique* ($M_{\epsilon\theta}$) laquelle est constituée par un petit nombre d'ATOMES de même nom ($A_{\epsilon\theta}$).

Deux molécules étherergiques mises en face l'une de l'autre éprouvent des déplacements relatifs qui dépendent non seulement de la distance, mais de l'orientation des deux molécules et comme les dimensions de ces molécules ne sont pas négligeables par rapport à leur distance dans l'intérieur des atomes mécaniques A_χ elles se rangent par files rectilignes et forment des assemblages réticulaires dont les axes et plans de symétrie sont régis par les lois de la cristallographie. C'est ainsi que les atomes chimiques A_χ sont des polyèdres réticulaires spéciaux pour les divers corps; les nombres absolus d'atomes atomiques A_ω entrant dans chaque atome chimique A_χ sont proportionnels aux poids atomiques que la chimie assigne à chaque corps simple. Les propriétés de ces corps sont étroitement liées au poids et à la forme spéciale de chaque polyèdre A_χ.

Toute la chimie repose sur les groupements divers que les atomes chimiques A_χ peuvent former entre eux. Nous avons limité notre étude aux molécules chimiques M_χ constituées par des atomes A_χ identiques c'est-à-dire aux molécules des corps simples. Enfin nous avons établi que les atomes mécaniques A_m sont des polyèdres réticulaires qui par leur réunion constituent les corps soit à l'état de cristaux, soit à l'état d'agglomérats plus ou moins homogènes.

Les atomes A_m par leurs mouvements relatifs nous ont fourni la base des théories de l'élasticité et du frottement : par leurs mouvements intérieurs, ils ont mis sur la voie d'une explication rationnelle des principaux phénomènes physiques : par leur orientation régulière, ils répondent à toutes les questions que soulève la cristallographie.

Les molécules chimiques M_χ ont donné lieu à peu d'observations parce que nous n'avons pas soulevé les problèmes de la chimie ; mais en nous limitant aux corps simples, nous avons vu que ces molécules sont polaires, comme les atomes chimiques; qu'elles peuvent réunir plusieurs atomes de manières diverses, créant ainsi une allotropie de position; qu'elles peuvent grouper aussi les atomes en nombres divers, créant ainsi une allotropie de nombre. Aux températures élevées, la dissociation des molécules M_χ apparaît comme un phénomène inévitable et la tendance des corps vers un état gazeux monoatomique s'impose à l'esprit.

Les atomes chimiques A_χ existent, personne ne met cette existence en doute. Les recherches de la spectroscopie nous ont mis sur la voie de la constitution de ces atomes, et nous avons vu apparaître les molécules étherergiques $M_{\epsilon\theta}$ avec un caractère de réalité tout à fait analogue à celui de l'existence même des molécules chimiques dans les atomes mécaniques.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'existence des molécules étherergiques $M_{\epsilon\theta}$ a pour conséquence nécessaire celle des atomes de même nom.

Les atomes étherergiques $A_{\epsilon\theta}$ sont enveloppés par l'éther et l'existence de l'éther avec les caractères généraux que la physique lui attribue, densité négligeable, compressibilité presque nulle, est admise par les meilleurs esprits, au moins comme une hypothèse très rationnelle.

Dès lors la constitution assignée aux atomes étherergiques s'impose en quelque sorte, d'une part par une raison d'analogie avec la constitution des atomes mécaniques A_m et des atomes chimiques A_χ dont elle complète la série et d'autre part par l'immense différence de densité qui existe entre la matière proprement dite et l'éther. Les groupements qui constituent les corps sont donc les suivants :

ATOME MÉCANIQUE A_m { molécule chimique M_χ / atome chimique A_χ

ATOME CHIMIQUE A_χ { molécule étherergique $M_{\epsilon\theta}$ / atome étherergique $A_{\epsilon\theta}$

ATOME ÉTHERERGIQUE $A_{\epsilon\theta}$ { molécule atomique M_ω / atome atomique A_ω

f. APPARENCES ET RÉALITÉ.

Pour les sens les corps sont continus et nul mouvement ne se révèle entre leurs diverses parties. Pour la raison les corps sont des assemblages d'atomes complexes et de molécules d'ordres successifs aboutissant aux atomes atomiques A_ω, c'est-à-dire à l'absolue discontinuité et à l'incessante agitation si l'on considère les atomes inétendus (A), à l'absolue continuité et aux perpétuelles modifications de forme si l'on considère les distances variables sans lesquelles l'existence des atomes ne pourrait se concevoir.

Entre la réalité et les apparences il y a un abîme. Le monde est rempli de contrastes de cette nature.

Au soir d'un jour d'été, sous un ciel nuageux doré par les derniers rayons de soleil, lorsque du haut d'une colline le regard embrasse une plaine couverte de moissons aux multiples nuances et entourée de bois s'étageant sur le versant opposé de la vallée, le spectacle qui ravit l'âme inspire à l'intelligence des réflexions analogues à celles que fait naître l'étude de la structure intime des corps.

Les parcelles aux couleurs variées, prairies, champs de blé, de seigle ou d'avoine, apparaissent comme des surfaces continues se succédant les unes aux autres et allant mourir dans le lointain au pied de la masse verte qui borne l'horizon.

Pour les yeux, c'est l'image du continu dans l'immobilité.

Cependant nul brin d'herbe dans la prairie ne touche le brin d'herbe voisin, chaque tige de seigle, d'avoine ou de blé porte un épi isolé et chargé de grains, les grains sont comptés et chaque grain porte en lui-même un germe mystérieux. Au delà des prairies et des champs, sous l'impénétrable rideau de verdure, sont cachés des troncs vigoureux qui pareils à des myriades de colonnes sous une voûte immense, s'épanouissent en nervures, ou branches harmonieusement groupées; les branches portent des rameaux, les rameaux des feuilles, et dans cette perspective où, pour les yeux émerveillés par l'ensemble du spectacle, tout paraît immobile et uni comme une nappe liquide, tout s'isole en réalité, se disjoint, s'éloigne ou se rapproche dans de perpétuelles oscillations; les brins d'herbe s'agitent, les épis se penchent ou se relèvent dans des mouvements ondulatoires, les branches des arbres doucement s'inclinent, les rameaux se balancent, les feuilles tremblent et l'air invisible produit ou recueille ces mouvements divers.

La matière se manifeste à nos sens comme ces prairies, ces moissons et ces bois, vus dans le lointain. La matière aussi nous paraît continue, et dans chaque corps toutes les parties paraissent absolument immobiles. Cette continuité et cette immobilité ne sont

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cependant que des illusions : entre les impressions de nos sens et les phénomènes réels dont elles sont le reflet, il y a une distance immense que la raison seule nous permet de franchir.

L'intelligence rapproche et met au point cette image lointaine de la réalité. Pour l'œil de l'intelligence, la surface la plus polie du métal le plus pur est hérissée d'aspérités. Ces aspérités sont les angles saillants des atomes mécaniques, et ces atomes sont séparés les uns des autres, la distance est partout, le contact n'existe nulle part. — Sous les facettes des atomes mécaniques s'agitent les molécules et atomes d'ordres divers. — L'éther invisible, formé lui-même d'atomes simples, équidistants, enveloppe les atomes étherergiques (A_{10}) et tout à la fois les ébranle et recueille leurs mouvements.

C'est par ces mouvements que la raison, remontant des effets aux causes, pénètre dans la structure intime de la matière et découvre sous le voile de toutes les apparences, forme, masse, couleur, élasticité, chaleur, saveur ou parfum, ces unités absolues, sans couleur, sans forme, sans étendue, les *atomes* qui par leur nombre et leurs assemblages créent la masse et la forme, et qui, par la variation de leurs distances mutuelles, impriment à nos sens les ébranlements divers, que dans un langage figuré nous appelons les qualités des corps.

La raison nous montre que ces qualités résident en nous : elle cherche à établir la concordance parfaite entre chaque qualité d'un corps et un rangement ou un mouvement des atomes qui le constituent.

Lorsque la raison voit clairement cette concordance, elle remplit le rôle sublime que son Créateur lui a confié : elle découvre le vrai. « Cælum cæli Domino : terram autem dedit filiis hominum. »

g. DISTANCE, ATOME, FORCE.

L'étude qui précède nous a fait voir que les deux termes *distance* et *atome* sont absolument inséparables. — Ces deux termes, qui correspondent pour notre intelligence aux idées de longueur et de nombre, suffisent pour construire une figure géométrique de l'univers matériel : cette figure nous apparaît avec des groupements ordrés d'atomes et de molécules noyés dans l'éther. — Mais cette figure *immobile* n'est pas encore la matière : ni la distance ni l'atome n'expliquent par eux-mêmes l'ordre dans lequel les groupements se condensent et s'isolent : ils laissent dans le mystère absolu les transformations incessantes des corps, les mouvements qui rapprochent, écartent, modifient les assemblages divers et ébranlent l'éther qui les entoure : les distances se modifient, et cependant elles n'ont pas en elles-mêmes le mouvement et sans le mouvement nous ne pouvons avoir la notion complète de la matière qui est à la fois *figure* et *mouvement*. C'est qu'il existe un troisième terme qui n'est ni la distance, ni l'atome, mais qui procède de l'un et de l'autre, ce troisième terme, c'est la *force*.

Nous connaissons la force par le mouvement qui en est la manifestation saisissable par nos sens. — Le mouvement soumis au travail de l'intelligence nous met sur la voie des relations qui existent entre la force et la distance d'une part, entre la force et l'atome d'autre part.

Nous verrons que la force explique à la fois les rangements divers des atomes et les transformations qu'ils subissent : elle nous donnera la notion de *longueur absolue*, et éclaircira singulièrement les idées *d'espace* et de *temps*.

Sans la distance, l'atome ne peut se concevoir : sans la distance et l'atome, la force ne peut exister : la distance a son existence réelle, l'atome avec la distance a son existence réelle, et la force avec la distance et l'atome a aussi son existence réelle. — La matière est la coexistence des trois termes : *distance*, *atome* et *force*. C'est ce que nous chercherons à exposer plus complètement en étudiant la force à la lumière du mouvement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE VIII

RÔLE DE LA FORCE DANS LES TRANSFORMATIONS DES CORPS

a. Figures géométriques de l'univers. — *b*. Force. — *c*. Relations de la force avec la distance. — *d*. Relations de la force avec l'atome. — *e*. Définition et expression du temps. — *f*. Échelle de la courbe des forces $\varphi(\delta)$. — *g*. Travail et énergie actuelle. — *h*. Origine du mouvement et du temps. — *i*. Relation entre les mesures absolues de distance, de masse et de force et les unités du système C. G. S.

a. FIGURES GÉOMÉTRIQUES DE L'UNIVERS.

Notre intelligence, qui doit à la *distance* la notion de ligne droite (longueur et direction), et à l'*atome* la notion de nombre, peut, à son tour, imaginer des lignes droites et des nombres, purs êtres de raison. C'est ainsi qu'elle substitue aux figures successives de l'univers des figures géométriques dont elle étudie les propriétés et les transformations : c'est de cette étude que découlent toutes les connaissances que nous pouvons avoir sur la matière.

La matière nous est donc connue dans son ensemble, non pas sous une figure unique, mais sous une succession de figures dont chacune, considérée isolément, est constituée par des lignes droites qui représentent les distances et par des nœuds ou points de convergence qui correspondent aux positions *relatives* des atomes de l'univers. Les positions *relatives* des atomes qui correspondent à une figure géométrique de l'univers sont dites *simultanées*.

Si nous désignons par N le nombre de ces atomes, chaque figure nous montrera N points reliés par $\frac{N(N-1)}{2}$ longueurs. Par le centre de figure que les règles de la géométrie déterminent, on peut faire rayonner trois axes rectangulaires *ox*, *oy*, *oz*, auxquels se rattachent les positions relatives de tous les atomes (fig. 18).

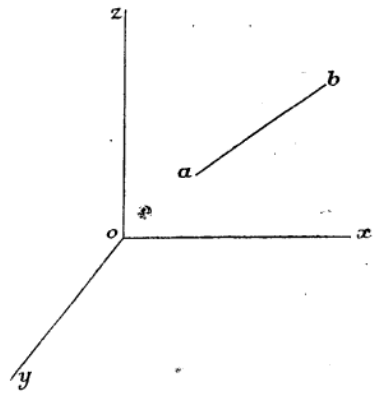


Fig. 18.

Chaque atome étant désigné par une lettre ou un signe particulier, chaque distance reliant deux atomes quelconques (a, b) se trouve désignée par les mêmes signes a-b que les deux atomes. Toute distance a une double direction; on peut distinguer le sens des deux directions par l'ordre dans lequel on place les deux signes auxquels elle correspond : ainsi la direction a-b est figurée par la ligne droite qui part du point a et qui aboutit au point b; le sens de la direction est de a vers b. La direction b-a est figurée par la ligne droite qui part du point b et aboutit au point a; le sens de la direction est de b vers a. Le nom de chaque *atome* et le nom de chaque *distance* restent invariables dans toutes les trans-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

formations de la matière. La somme des longueurs, en tenant compte des signes, est constamment nulle.

Comment peut-on concevoir géométriquement le lien qui rattache entre elles les figures successives de la matière?

Considérons l'une d'elles et désignons les points qui représentent les positions relatives des atomes par a_0, b_0, c_0, etc. : ces positions sont rapportées (pour fixer les idées) aux trois axes rectangulaires ox, oy, oz, ayant pour origine le centre de figure o.

Par chaque atome a_0, b_0, c_0, etc., nous pouvons faire passer une trajectoire ou ligne courbe déterminée par certaines règles que nous indiquerons plus loin : il y aura autant de trajectoires que d'atomes, et nous verrons comment ces trajectoires, convenablement tracées par rapport aux trois axes ox, oy, oz, relient entre elles les figures de l'univers et font connaître le mécanisme des transformations de la matière. Les règles du tracé des trajectoires seront exposées une à une, et ces règles mêmes feront saisir par l'intelligence la réalité de ces trajectoires que nous supposons tracées d'avance : c'est ainsi que dans un problème d'algèbre ou de géométrie on suppose connues les quantités cherchées.

Désignons par a la longueur de la trajectoire a_0, comprise entre l'origine a_0 et un point quelconque a. De même, désignons par b la longueur de la trajectoire b_0, comprise entre l'origine b_0 et un point quelconque b, et ainsi pour toutes les trajectoires.

Si nous posons $b = f_b(a)$, $c = f_c(a)$, etc., avec la condition très simple que chaque valeur de a détermine une seule valeur de b, de c, etc., nous voyons clairement qu'en faisant glisser le point a sur sa trajectoire, les points b, c, etc., glissent simultanément sur leurs trajectoires, et qu'ainsi à chaque position de a correspond une figure déterminée des N points représentant les N atomes. Chaque point conserve son nom, et il en est de même pour les $\frac{N(N-1)}{2}$ distances.

On peut convenir de désigner une figure quelconque des N atomes par la position d'un point de la trajectoire a : nous aurons ainsi la figure[1]  pour la position a_0, la figure  pour la position a_1, et, en général, la figure  pour la position a.

En passant d'une manière continue du point a au point $a + \Delta a$, l'atome décrit sur sa trajectoire un élément d'arc Δa : tous les autres atomes décrivent sur leurs trajectoires des éléments

$$\Delta b,\ \Delta c,\ \text{etc.}$$

Les points de départ des éléments d'arc sont par définition *simultanés*, puisqu'ils appartiennent à une même figure; il en est de même des points *terminus* des éléments Δa, Δb, Δc, etc. : ces éléments eux-mêmes sont dits *simultanés*.

Si l'on prend pour terme de comparaison l'élément Δa, auquel on attribue une valeur arbitraire aussi petite que l'on voudra, les rapports

$$\frac{\Delta b}{\Delta a},\ \frac{\Delta c}{\Delta a},\ \text{etc.}$$

sont déterminés, et ces rapports, variables à mesure que Δa diminue, ont pour limites les valeurs

$$\frac{db}{da} = \frac{df_b(a)}{da}, \qquad \frac{dc}{da} = \frac{df_c(a)}{da}, \quad \text{etc.}$$

---

1. Le schéma  rappelle que, dans leur ensemble, les figures de l'univers sont sphériques, et que dans chaque figure trois atomes A quelconques forment un triangle dont les côtés sont déterminés lorsque la longueur a de la trajectoire partant du point a_0 est déterminée.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

qui ne sont autres que les *vitesses relatives* des divers atomes par rapport à l'un d'eux (l'atome a) pour la figure  .

Pour chaque figure des N atomes de l'univers, les *vitesses relatives* simultanées sont déterminées, et ces vitesses, dans les figures successives, varient d'une manière continue pour chaque atome comme les tangentes d'une courbe géométrique.

Les N trajectoires passant par les points a_0, b_0, c_0 convenablement tracées forment en quelque sorte l'histoire géométrique de l'univers matériel, puisqu'elles reproduisent, en leurs points successifs, la situation exacte et simultanée de tous les atomes avec leur direction vers une situation nouvelle.

Chaque distance a-b, aboutissant aux deux atomes a et b dont elle porte le nom, ou plutôt la ligne ab qui en est l'image, décrit une surface réglée ayant pour directrices les trajectoires des atomes a et b. L'expérience nous donne la notion de la *variation des distances* ou du mouvement, et cette notion se précise par l'image de surfaces réglées pour les *distances*, et par l'image de *trajectoires* pour les *atomes*, surfaces et trajectoires rapportées à une figure initiale  de l'univers ou à trois axes rectangulaires ox, oy, oz, partant du centre de la figure  .

b. FORCE.

Quel fil conducteur guidera notre intelligence au milieu de cette inextricable complication de trajectoires et de surfaces? Ce fil conducteur est, comme nous l'avons dit, un *troisième terme* de la matière, en rapport à la fois avec la *distance* et avec l'*atome* : ce troisième terme, inséparable des deux autres, est la *force*.

De quelle nature sont les rapports de la *force* avec la *distance* d'une part, et avec l'*atome* d'autre part?

c. RELATIONS DE LA FORCE AVEC LA DISTANCE.

Le rapport de la force avec la distance peut se définir de la façon suivante :

A chaque *distance* correspond une *force* : pour une *distance* figurée par une certaine longueur δ, la *force* peut être figurée par une certaine longueur φ; lorsque δ est déterminé, φ est déterminé. En langage géométrique, la force est représentée par une fonction $\varphi(\delta)$. C'est à l'expérience, guidée par la raison, qu'il faut recourir pour déterminer la forme de la fonction $\varphi(\delta)$.

Lorsque la *distance* δ est de l'ordre des distances astronomiques, l'ordonnée $\varphi(\delta)$ est négative et a pour expression

$$-\frac{W^3}{\delta^2}.$$

W est une longueur constante qui dépend de l'échelle adoptée pour les ordonnées de la courbe des forces.

Lorsque δ est de l'ordre des distances moléculaires, les valeurs de $\varphi(\delta)$ sont alternativement positives et négatives. Comme $\varphi(\delta)$ varie d'une manière continue, il faut nécessairement que la courbe, image des valeurs de $\varphi(\delta)$, coupe l'axe des abscisses δ.

L'expérience directe n'a pas encore déterminé le point précis où la courbe, partant des distances astronomiques, vient couper pour la première fois l'axe des distances, mais elle a établi que ce point correspond à une valeur de δ très petite. Soit δ_1 cette valeur. Pour fixer les idées, nous rappellerons qu'il semble résulter des expériences faites sur la dispersion de la lumière et sur les déformations permanentes des corps solides, que cette dis-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tance δ_1 est de l'ordre du millième de micron ($\mu\mu$). Dans l'intervalle compris entre $\delta = \delta_1$ et $\delta = o$, la courbe $\varphi(\delta)$, dont les ordonnées sont alternativement positives et négatives (fig. 19), forme une série d'ondulations et coupe l'axe des distances un nombre pair de fois, car il n'est pas douteux que vers la limite $\delta = o$ la courbe $\varphi(\delta)$ devient asymptote de l'axe des φ dans le sens positif, comme elle est asymptote de l'axe des δ avec des valeurs négatives, lorsque δ est de l'ordre des grandeurs astronomiques.

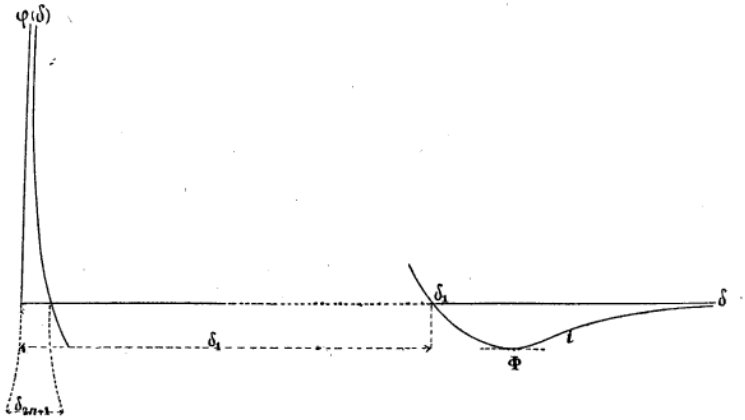


Fig. 19.

Le nombre de groupements distincts des atomes simples en atomes complexes et molécules d'ordres divers étant désigné par n, le nombre d'intersections, y compris δ_1, est égal à $2n+1$: pour $n = 7$, valeur déduite de nos études antérieures, le nombre d'intersections $\delta_1, \delta_2 \ldots \delta_{2n+1}$ est égal à 15. La branche asymptotique à ordonnées négatives est seule rigoureusement connue, et les mesures directes semblent indiquer qu'elle conserve la forme $-\frac{W^3}{\delta^2}$ depuis $\delta = \infty$ jusqu'à des distances ne dépassant pas quelques centimètres. En se rapprochant de δ_1, la branche présente nécessairement un point d'inflexion i et une tangente horizontale ou un maximum Φ pour venir couper l'axe des abscisses au point δ_1. C'est dans l'intervalle compris entre $\delta = o$ et δ_1, c'est-à-dire dans une longueur de quelques millièmes de micron, que l'on doit chercher l'explication rationnelle des phénomènes de toute nature par lesquels la matière se manifeste à nous.

Il ne faut pas perdre de vue que les longueurs δ ne sont par elles-mêmes ni grandes ni petites : elles ont entre elles des rapports qui peuvent prendre toutes les valeurs imaginables; ainsi la distance de la terre au soleil est petite par rapport à la distance des étoiles fixes; de même, le millième de micron ($\mu\mu$) est petit par rapport à la distance de la terre au soleil, mais il est immense par rapport à l'abscisse δ_{2n+1} ou δ_{15} de la dernière intersection de la courbe $\varphi(\delta)$ avec l'axe des distances.

On peut se faire une idée du nombre d'atomes entrant dans le premier groupement stable, dans l'*atome atomique* A_ω, en considérant l'ondulation δ_{15}, δ_{14}, δ_{13} qui se trouve à l'origine de la courbe $\varphi(\delta)$ (fig. 20).

Un groupement stable d'atomes simples aux distances de l'onde δ_{15}, sans mouvements relatifs, constitue une *sphère* : aussi longtemps que le diamètre ne dépasse pas δ_{14}, les distances relatives des atomes contigus sont de l'ordre δ_{15}, inférieures à cette distance, mais très peu inférieures, parce que à la distance de l'ordre δ_{15}, la moindre réduction de distance correspond à une répulsion immense. La tangente à la courbe, au point δ_{15}, s'écarte infiniment peu de la verticale.

Faisons croître le diamètre du groupement sphérique, et considérons spécialement l'atome simple A placé en O. Cet atome sera soumis à des répulsions provenant de tous les atomes situés en dehors d'une sphère ayant pour centre O et pour rayon δ_{14} (fig. 20). On voit immédiatement que les attractions sur l'atome O augmentent faiblement à mesure que croît le diamètre du groupement (hachures verticales) : les répulsions croissent au contraire de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

plus en plus rapidement (hachures horizontales), et déterminent une limite sphérique que le groupement ne saurait dépasser. Car ce que nous venons de constater pour un atome O de la couche superficielle de la sphère se reproduit sur tous les autres atomes de cette couche; dès que l'équilibre devient instable, c'est une couche sphérique tout entière qui s'éloigne indéfiniment. La masse d'une telle couche est pour ainsi dire infiniment petite, mais la vitesse de projection est immense.

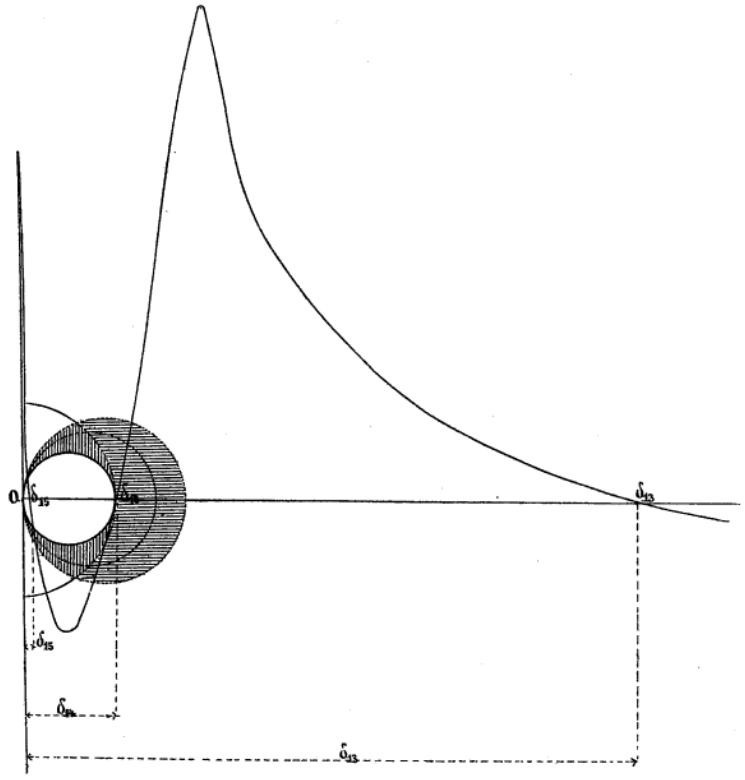


Fig. 20.

Lorsque les atomes sont soumis à des mouvements relatifs, et toujours il en est ainsi, le groupement *frémit*, la densité diminue au centre, et des couches successives se détachent du groupement en nombre d'autant plus grand que le frémissement est plus intense. Arrêtons-nous au cas où le frémissement croissant a ramené le nombre des atomes à m_0, nombre de même ordre que celui qui correspond au groupement sphérique de diamètre δ_{14} sans frémissement : le nombre m_0 d'atomes simples entrant dans le groupement ainsi défini sera de l'ordre $\frac{\pi}{6}\left(\frac{\delta_{14}}{\delta_{15}}\right)^3$. Ce rapport $\frac{\delta_{14}}{\delta_{15}}$ est extrêmement grand : c'est à l'expérience à en déterminer la valeur, et un pas décisif sera fait dans cette voie le jour où l'on connaîtra la densité de l'éther. Comme la distance δ_{13} est immense par rapport au diamètre d'ordre δ_{14} de l'atome atomique, on voit que les atomes atomiques A_ω se placeront à des distances de l'ordre δ_{13} de centre à centre, comme les atomes simples se trouvent à des distances de l'ordre δ_{15}.

La formation de la molécule M^ω par le groupement de m_1 atomes A_ω est tout à fait analogue au mécanisme qui a constitué l'atome A_ω par le groupement de m_0 atomes simples. Les molécules M_ω se grouperont à des distances de l'ordre δ_{11} pour former des atomes étherergiques $A_{e\theta}$ et ainsi de suite jusqu'aux atomes mécaniques A_m. La figure schématique 20 ne peut pas faire ressortir l'extrême petitesse de la distance δ_{14} par rapport à δ_{13}.

Ces considérations n'ont d'autre but, pour le moment, que de faire saisir la liaison qui existe entre la forme générale de la courbe $\varphi(\delta)$ et les groupements successifs au nombre de 7,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

auxquels nous a conduit l'examen des vibrations et des frémissements, c'est-à-dire l'examen de phénomènes réels saisissables par nos sens.

Nous nous réservons de développer plus tard cet ordre d'idées, qui rend compte des rapports existant entre les poids atomiques des corps simples et les propriétés en quelque sorte périodiques qui se manifestent à mesure que les poids atomiques vont en croissant.

Supposons pour un moment la courbe $\varphi(\delta)$ entièrement connue : elle a pour aire la valeur

$$\int_0^\infty \varphi(\delta)\, d\delta = P.$$

Lorsque la distance reliant deux atomes a et b croît à partir de $\delta = o$ jusqu'à une valeur δ, la force $\varphi(\delta)$ dont la direction coïncide avec δ produit un *travail* qui a pour expression

$$\int_0^\delta \varphi(\delta)\, d\delta;$$

c'est une portion de l'aire P de notre courbe (fig. 20). Avant que ce travail n'eût été produit, il était à l'état latent, à l'état potentiel : c'était une énergie non en action, mais en puissance. C'est ce qui s'exprime en disant que le système de deux atomes, à une distance infiniment petite, contient à l'état potentiel une énergie P; à mesure que la distance δ augmente, l'énergie potentielle se transforme en travail ; le travail produit est la représentation exacte de l'énergie latente transformée : il résulte de là, qu'en désignant par T le travail fait, et par L l'énergie potentielle pour la distance δ, on a identiquement :

$$T = \int_0^\delta \varphi(\delta)\, d\delta$$

$$L = \int_\delta^\infty$$

et

$$T + L = P.$$

Il faut tenir compte dans ces expressions du signe des aires : les aires positives correspondent aux forces d'écartement ou de répulsion, et les aires négatives aux forces de rapprochement ou d'attraction.

Nous connaissons maintenant les relations de la force avec la distance. A chaque distance δ correspond une force

$$\varphi(\delta),$$

un travail fait

$$T = \int_0^\delta \varphi(\delta)\, d\delta$$

et une énergie potentielle

$$L = \int_\delta^\infty \varphi(\delta)\, d\delta.$$

Nous avons en outre une idée générale de la forme de la fonction $\varphi(\delta)$ depuis $\delta = o$ jusqu'à $\delta = \infty$, et du rôle qu'elle joue dans la constitution des groupements successifs des atomes. Nous avons rappelé plus haut que la forme exacte de $\varphi(\delta)$ est connue dès que δ atteint quelques centimètres, on a dans ce cas

$$\varphi(\delta) = -\frac{W^2}{\delta^2}.$$

Des expériences très précises ont fait constater, en effet, que la loi de Newton se vérifie jusqu'à ces distances. Les recherches à faire pour compléter la connaissance de $\varphi(\delta)$ se limitent donc à une longueur de quelques centimètres, et on peut fixer comme premier point à atteindre dans ces recherches le point d'intersection δ_1 où se termine la branche newtonienne d'attraction.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La relation géométrique existant entre la force F et la distance δ, ou

$$F = \varphi(\delta)$$

permet de représenter par des longueurs, d'une part les distances δ portées suivant l'axe des abscisses, et d'autre part les forces F portées suivant les ordonnées (fig. 19 et 20) : les abscisses et les ordonnées peuvent être mesurées par une même unité de longueur δ_1, mais les choses mesurées (distance et force) restent toujours absolument distinctes. En un mot, les lignes ou les termes algébriques qui représentent les distances δ ne sont pas homogènes avec les lignes ou les termes algébriques qui représentent les forces $\varphi(\delta)$. Nous verrons plus loin comment la *force* modifie la *distance* : ce sont les variations de distance qui, seules, ont avec les distances une commune mesure. La force en elle-même est toujours pour nous *un je ne sais quoi*, *une sorte d'être* par lequel les choses se transforment ; mais la force par ses manifestations extérieures est une grandeur, et cela suffit pour qu'elle puisse être représentée par une ligne.

d. RELATIONS DE LA FORCE AVEC L'ATOME.

Il nous reste à étudier les relations qui existent entre la force et l'atome.

Dans une figure déterminée de l'univers, (a), chaque atome est le centre de rayonnement de N — 1 distances et de N — 1 forces.

Les N — 1 forces étant toujours simultanées, il n'est pas possible de déterminer directement les relations de l'atome avec l'une d'elles isolément. C'est dans leur ensemble que ces forces doivent être considérées. Mais de quelle manière peut-on comparer l'ensemble de (N — 1) forces rayonnant autour d'un atome avec la trajectoire correspondant à cet atome ?

Une propriété géométrique intervient pour établir une relation très simple et très importante.

. . . .

Chacune des (N — 1) forces est représentée par une longueur $\varphi(\delta)$, en *grandeur* et en *direction* (fig. 20 *bis*). La *somme géométrique* de toutes ces *longueurs*, $\Sigma_\varphi \varphi(\delta)$, détermine en

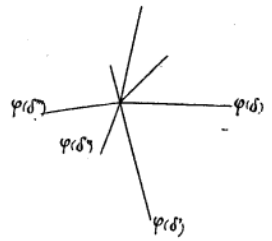


Fig. 20 *bis*.

grandeur et en direction une ligne *unique*, invariable quel que soit l'ordre dans lequel les éléments de la somme sont groupés. Cette ligne unique et invariable procède à la fois du mode de groupement des (N — 1) forces et de la relation $\varphi(\delta)$, existant entre la force et la distance ; elle ferme un polygone dont N — 1 côtés sont déterminés ; elle est la somme des projections de ces N — 1 côtés, elle est donc homogène avec eux ; c'est une ligne géométrique qui joue un rôle capital dans l'étude de la matière, car elle permet de préciser la relation existant entre la force et l'atome.

En premier lieu, elle donne pour chaque atome l'orientation du plan osculateur de la trajectoire spéciale à cet atome, plan qui comprend à la fois la tangente (ou direction de la vitesse relative) et la ligne ou somme géométrique $\Sigma_\varphi \varphi(\delta)$. On peut désigner cette somme géométrique $\Sigma_\varphi \varphi(\delta)$ sous le nom de ligne résultante ou simplement de ***résultante***, en attribuant à ce mot le sens de longueur et de direction.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Mais cette ligne $\Sigma_g\varphi(\delta)$ non seulement fixe le plan osculateur dans lequel se meut l'atome correspondant, elle fixe, comme nous le verrons, la *longueur* et la *courbure* des éléments simultanés des trajectoires partant des N points de la figure (a_0) choisie plus haut comme origine : ainsi se trouvera réglé le tracé géométrique de ces trajectoires.

Quelques définitions préliminaires sont nécessaires pour nous guider dans l'étude qui va suivre.

Un atome K part de la position initiale K_0 (fig. 21), il occupe sur sa trajectoire les positions

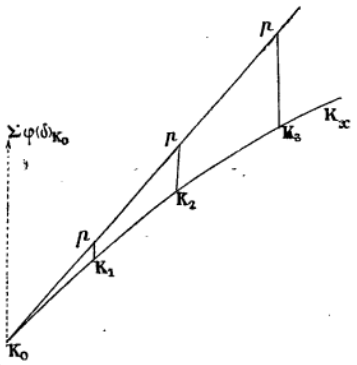


Fig. 21.

successives K_1, K_2, K_3..., aussi rapprochées que l'on voudra, et dans chaque position il porte avec lui sa résultante $\Sigma_g\varphi(\delta_k)$. Lorsque $\Sigma_g\varphi(\delta_k)$ reste invariable, la trajectoire est plane puisque l'orientation du plan osculateur ne change pas. Les longueurs

$$pK_1,\ pK_2,\ pK_3,\ \ldots.$$

parallèles à $\Sigma_g\varphi(\delta_k)$ comprises entre la trajectoire K et la tangente au point initial K_0 donnent en quelque sorte la clef du mécanisme des transformations de l'univers : elles portent le nom de *déviations* de l'arc plan ΔK_0.

Lorsqu'on considère une figure (a_0) de l'univers, les N trajectoires présentent des arcs simultanés Δa_0, Δb_0, etc.; lorsque ces arcs sont suffisamment petits, les résultantes $\Sigma\varphi(\delta_a)$, $\Sigma\varphi(\delta_b)$, etc., peuvent être considérées comme invariables, et à ces arcs simultanés correspondent des déviations simultanées.

Ces règles géométriques une fois comprises, la relation cherchée entre les (N — 1) forces qui rayonnent autour de chaque atome et cet atome peut être exprimée très simplement de la manière suivante :

« *Les déviations simultanées sont proportionnelles aux résultantes* $\Sigma_g\varphi(\delta)$ ».

L'expérience démontre d'ailleurs que lorsque $\Sigma_g\varphi(\delta)$ est invariable en grandeur et en direction la trajectoire est parabolique.

Il n'est pas fait mention du *temps* dans ces définitions géométriques : c'est d'elles au contraire que découlent plus loin la connaissance et l'expression du *temps* en mécanique.

Examinons d'abord les conséquences de cette relation très simple entre les forces et les atomes :

Les déviations simultanées sont proportionnelles aux sommes géométriques ou résultantes $\Sigma_g\varphi(\delta)$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Si nous considérons des arcs *simultanés infiniment petits* reliant deux figures successives  et  , la résultante $\Sigma_g \varphi(\delta)$ peut être considérée comme invariable pour toutes les figures intermédiaires entre a_0 et a_1. D'autre part, comme les trajectoires sont des lignes courbes continues, les déviations sont proportionnelles aux carrés des éléments de tangente compris entre les points de tangence a_0, b_0, c_0..., et les pieds p des déviations a_1p, b_1p, c_1p (fig. 22).

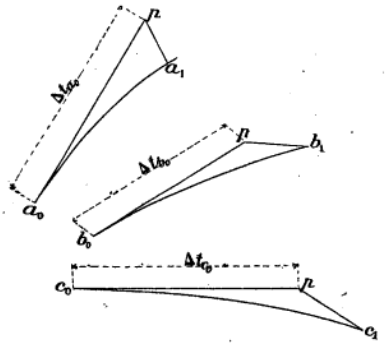


Fig. 22.

Il résulte de là que si on désigne ces éléments de tangente par

$$\Delta t_{a_0},\ \Delta t_{b_0},\ \Delta t_{c_0},\ \ldots.$$

les déviations ont pour expression

$$\frac{\Delta t_{a_0}^2}{\alpha^2}\sum \varphi(\delta)_a \qquad \frac{\Delta t_{b_0}^2}{\beta^2}\sum \varphi(\delta)_b \qquad \frac{\Delta t_{c_0}^2}{\gamma^2}\sum \varphi(\delta)_c\ \ldots.,$$

α, β, γ ... étant des constantes spéciales pour chaque atome.

Comme toutes ces déviations simultanées sont proportionnelles aux résultantes $\Sigma_g \varphi(\delta)$, on a nécessairement

$$\frac{\Delta t_{a_0}^2}{\alpha^2} = \frac{\Delta t_{b_0}^2}{\beta^2} = \frac{\Delta t_{c_0}^2}{\gamma^2} = \ldots. \tag{1}$$

Une déviation quelconque a donc pour expression

$$\frac{\Delta t_{a_0}^2}{\alpha^2}\sum_g \varphi(\delta).$$

Dans les triangles curvilignes a_0a_1p, b_0b_1p, c_0c_1p ... par suite des égalités (1), les rapports des éléments de tangente Δt_{a_0}, Δt_{b_0}, Δt_{c_0} ... restent invariables à mesure que les arcs simultanés a_0a_1, b_0b_1, c_0c_1 tendent vers la limite zéro. Les rapports des arcs varient sans cesse, mais à la limite ces rapports $\frac{\Delta b}{\Delta a}, \frac{\Delta c}{\Delta a} \cdots \frac{\Delta k}{\Delta a}$, etc., ne sont autres que les vitesses relatives de la figure  où la trajectoire (a) est prise comme terme de comparaison, puisqu'il s'agit d'arcs simultanés. A cette même limite, les rapports des éléments de tangente Δt_a, Δt_b, Δt_c sont les mêmes que les rapports des éléments d'arcs Δa, Δb, Δc ...; donc pour les *déviations simultanées* qui correspondent à des éléments d'arcs infiniment petits, les éléments de tangente Δt_a, Δt_b, Δt_c ... sont rigoureusement proportionnels aux *vitesses relatives*, lesquelles sont la limite des rapports *sans cesse variables* des arcs $\frac{\Delta b}{\Delta a}, \frac{\Delta c}{\Delta a}$, etc.

La relation considérée entre les déviations et les résultantes, appliquée à deux figures

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

successives infiniment voisines  et  , se traduit donc par la règle suivante :

« *Dans la première figure*  *sur les tangentes aux trajectoires*, on porte des éléments infiniment petits *proportionnels* aux *vitesses relatives* $\frac{db}{da}, \frac{dc}{da}$, etc., puis aux extrémités p de ces éléments de tangente on trace en grandeur et en direction les *déviations*

$$\frac{\Delta t_a^2}{\alpha^2} \sum \varphi(\delta)_a, \qquad \frac{\Delta t_a^2}{\alpha^2} \sum \varphi(\delta)_b, \qquad \frac{\Delta t_a^2}{\alpha^2} \sum \varphi(\delta)_c \ \ldots.$$

Les extrémités de ces déviations reproduisent la figure  . »

Tel est le mécanisme par lequel une figure se transforme en une autre figure infiniment voisine : telle est en même temps la règle géométrique qui préside au tracé des éléments différentiels des trajectoires partant des points a_0, b_0, c_0, etc., de la figure initiale  .

Il n'existe dans ces expressions qu'une seule inconnue, c'est α.

La règle est absolument générale et rigoureuse, lorsque Δt_{a_0} est infiniment petit, car dans ce cas tous les arcs simultanés Δa_0, Δb_0, Δc_0 ... sont infiniment petits et toutes les sommes géométriques $\Sigma_g \varphi(\delta)$ peuvent être considérées comme constantes pour toutes les positions simultanées intermédiaires entre a_0 et a_1.

Cette même règle peut se traduire par la formule suivante, qui est exactement équivalente :

« Dans la transformation de la figure  en la figure infiniment voisine  , les pieds p des *déviations* parcourent sur les tangentes à toutes les trajectoires des longueurs Δt_{a_0}, Δt_{b_0}, Δt_{c_0}, etc., rigoureusement proportionnelles : les rapports sont ceux des *vitesses relatives* aux points de tangence simultanés a_0, b_0, c_0. »

La valeur de la quantité inconnue α qui entre dans l'expression d'une déviation quelconque

$$\frac{\Delta t_a^2}{\alpha^2} \sum \varphi(\delta)_a$$

est spéciale pour chaque figure de l'univers, et dans une figure déterminée elle dépend du choix de la trajectoire prise comme terme de comparaison. Nous verrons comment, par un choix judicieux de ce terme, on peut assigner à α une valeur constante pour toutes les figures de l'univers.

Un premier cas singulier doit être mis en évidence : c'est celui où $\Sigma\varphi(\delta)$ *est nul*. Dans ce cas, la *déviation* étant nulle, l'atome reste sur la tangente; la trajectoire se confondant avec la tangente est rectiligne.

Supposons que pour les atomes $a \ldots h, i, j$ les sommes géométriques $\Sigma_g \varphi(\delta)$ soient nulles (fig. 23). Les atomes $a \ldots h, i, j$ se meuvent en ligne droite et les longueurs parcourues dans la transformation de la figure  en  sont proportionnelles aux vitesses relatives qui correspondent aux positions initiales $a_0 \ldots h_0, i_0, j_0$.

Nous arrivons donc à cette conclusion : d'une part les *pieds p* des déviations pour lesquelles $\Sigma\varphi(\delta)$ n'est pas nul (fig. 23 *bis*) (trajectoires b, c, d, etc.) et d'autre part les atomes a, h, i, j, etc.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

(fig. 23) pour lesquels $\Sigma\varphi(\delta)$ est nul, parcourent simultanément des longueurs proportionnelles aux vitesses relatives qui correspondent aux positions initiales $a_0, b_0, c_0 \ldots h_0, i_0, j_0$.

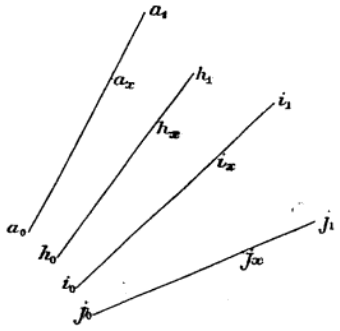


Fig. 23.

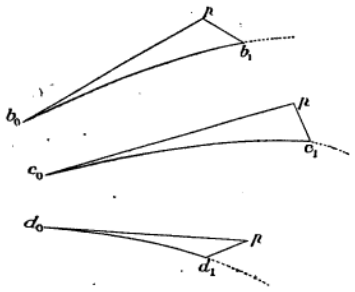


Fig. 23 *bis*.

Si nous désignons par Δa la longueur rectiligne parcourue par l'atome a à partir de a_0, les déviations simultanées de tous les autres atomes seront exprimées par la formule générale

$$\frac{\Delta a^2}{\alpha^2}\sum_g \varphi(\delta)$$

Δa pouvant varier depuis zéro jusqu'à $a_0 a_1$.

Considérons d'abord les *trajectoires rectilignes* pour lesquelles $\Sigma\varphi(\delta) = o$.

a_1 étant déterminé sur sa trajectoire, les positions simultanées des autres atomes h_1, i_1, j_1 (fig. 23) résultent de la *règle des vitesses relatives*, c'est-à-dire que

$$h_0 h_1 = \frac{df_h(a_0)}{da} \times a_0 a_1 = \left(\frac{dh}{da_0}\right)\Delta a_0,$$

$$i_0 i_1 = \frac{df_i(a_0)}{da} \times a_0 a_1 = \left(\frac{di}{da_0}\right)\Delta a_0,$$

$$j_0 j_1 = \frac{df_j(a_0)}{da} \times a_0 a_1 = \left(\frac{dj}{da_0}\right)\Delta a_0, \ \ldots.$$

Passons de cette seconde position $a_1 \ldots h_1, i_1, j_1 \ldots$ à une troisième $a_2 \ldots h_2, i_2, j_2 \ldots$.

Aux points $h_1, i_1, j_1 \ldots$ nous devons porter sur les tangentes aux trajectoires des longueurs Δt proportionnelles aux vitesses relatives en $h_1, i_1, j_1 \ldots$. Or les trajectoires sont rectilignes, elles se confondent avec les tangentes; en outre les vitesses relatives aux points $h_1, i_1, j_1 \ldots$ dans la figure (a_1) sont les mêmes que dans la figure initiale (a_0).

Prenons en effet (fig. 23) une position a_x quelconque entre a_0 et a_1, les positions h_x, i_x, j_x *simultanées* sont données par la condition

$$\frac{h_0 h_x}{a_0 a_x} = \frac{h_0 h_1}{a_0 a_1} = \frac{df_h(a_0)}{da} = \left(\frac{dh}{da}\right)_0, \qquad \frac{i_0 i_x}{a_0 a_x} = \frac{i_0 i_1}{a_0 a_1} = \frac{df_i(a_0)}{da} = \left(\frac{di}{da}\right)_0, \quad \text{etc.}$$

Il résulte de là que les rapports $\frac{h_x h_1}{a_x a_1}, \frac{i_x i_1}{a_x a_1}$, etc., ont les mêmes valeurs $\frac{df_h(a_0)}{da}, \frac{df_i(a_0)}{da}$, etc.; or les éléments $a_x a_1$ et $h_x h_1$, $i_x i_1$ etc., sont des éléments simultanés des trajectoires a, h, i, etc., et la position a_x est aussi rapprochée que l'on voudra de a_1 : les rapports $\frac{h_x h_1}{a_x a_1}, \frac{i_x i_1}{a_x a_1}$, etc., lorsque $a_x a_1$ est infiniment petit, ne sont autres que les vitesses relatives dans la figure (a_1). Les vitesses relatives sont donc les mêmes dans la figure (a_0) et dans

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la figure (a_1) pour les trajectoires h, i, etc. et en général pour toutes les trajectoires à résultante nulle. Dès lors les nouvelles positions h_2, i_2, j_2 ... sont faciles à déterminer.

Il est évident, d'après ce qui précède, que les trajectoires à résultante nulle sont rectilignes et que les longueurs a ... h, i, j, etc., comptées à partir d'une figure initiale (a_0) sont proportionnelles, ou, ce qui revient au même, que les *vitesses relatives* sont *invariables*.

Mais d'où viennent ces vitesses? C'est ce que nous verrons plus loin.

Nous venons d'examiner les trajectoires a-h, i, j, etc., pour lesquelles $\Sigma\varphi(\dot{o})$ est nul.

Examinons les trajectoires pour lesquelles $\Sigma\varphi(\dot{o})$ a une valeur constante. Supposons que les trajectoires b, c, d, etc. (fig. 23 *ter*) soient dans ce cas. Nous avons vu comment, d'une manière générale, les atomes a, b, c, d, etc., passent de la position a_0, b_0, c_0, d_0 (fig. (a_0)) à la position infiniment voisine a_1, b_1, c_1, d_1, etc. (fig. (a_1)).

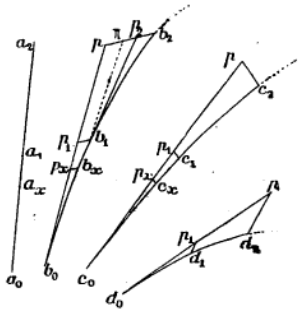


Fig. 23 *ter*.

Nous voulons passer de la position a_1, b_1, c_1 (fig. (a_1)) à une figure nouvelle a_2, b_2 c_2, etc. (fig. (a_2)) : *c'est la trajectoire rectiligne* a *que nous prenons comme terme de comparaison.*

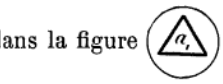
Nous savons que les longueurs a_0a_1, b_0p_1, c_0p_1, etc., sont proportionnelles aux vitesses relatives de la figure (a_0).

Quelles sont les vitesses relatives de la nouvelle figure (a_1) aux points b_1, c_1, d_1, etc. ? Soit b_x sur la trajectoire b, un point aussi rapproché que l'on voudra de b_1, et p_x la position correspondante du pied de la déviation b_xp_x, soit a_x la position simultanée de l'atome a. Nous savons que le rapport $\frac{p_1p_x}{a_1a_x}$ est constant quelle que soit la position de a_x : ce rapport constant n'est autre que la vitesse relative

$$\frac{df_b(a_0)}{da} \qquad \text{ou} \qquad \left(\frac{db}{da}\right)_0$$

dans la figure (a_0). D'autre part, les éléments de trajectoire a_1a_x et b_1b_x sont simultanés

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et la vitesse relative de b dans la figure  n'est autre que la limite du rapport de ces deux arcs simultanés aboutissant aux points a_1 et b_1 lorsque ces arcs deviennent infiniment petits. On a donc

$$\frac{df_b(a_1)}{da} \qquad \text{ou} \qquad \left(\frac{db}{da}\right)_1 = \lim \frac{b_1 b_x}{a_1 a_x},$$

et comme

$$\frac{p_1 p_x}{a_1 a_x} = \frac{df_b(a_0)}{da} = \left(\frac{db}{da}\right)_0$$

on a

$$a_1 a_x = p_1 p_x \times \frac{1}{\left(\frac{db}{da}\right)_0}$$

et par suite

$$\left(\frac{db}{da}\right)_1 = \left(\frac{db}{da}\right)_0 \times \lim \frac{b_1 b_x}{p_1 p_x},$$

ou ce qui revient au même

$$\lim \frac{b_1 b_x}{p_1 p_x} = \frac{\left(\frac{db}{da}\right)_1}{\left(\frac{db}{da}\right)_0}.$$

Or, à la limite, l'élément $b_1 b_x$ se confond avec sa corde et sa direction se confond avec la tangente au point b_1 et enfin les deux éléments $p_1 p_x$ et $b_1 b_x$ sont compris entre deux lignes $p_1 b_1$ et $p_x b_x$ parallèles à la résultante $\Sigma_0 \varphi(\delta)$.

Si l'on prolonge la trajectoire rectiligne $a_0 a_1$ d'une quantité arbitraire $a_1 a_2$ et si l'on porte sur la tangente en b_1 une longueur $b_1 p_2$, telle que l'on ait

$$b_1 p_2 = a_1 a_2 \times \frac{df_b(a_1)}{da} = a_1 a_2 \left(\frac{db}{da}\right)_1$$

il suffit de porter à l'extrémité p_2 de l'élément de tangente $b_1 p_2$, suivant la direction de $\Sigma\varphi(\delta)$, la déviation qui correspond au point b_2. La direction $b_2 p_2$ est parallèle à $p_1 b_1$ puisque $\Sigma\varphi(\delta)$ est invariable, et, par suite, le point de rencontre p avec la tangente primitive en b_0 remplit la condition suivante :

(1)
$$\frac{b_1 p_2}{p_1 p} = \lim \frac{b_1 b_x}{p_1 p_x} = \frac{\frac{df_b(a_1)}{da}}{\frac{df_b(a_0)}{da}} = \frac{\left(\frac{db}{da}\right)_1}{\left(\frac{db}{da}\right)_0}$$

puisque les trois lignes $p_x b_x$, $p_1 b_1$ et $p_2 b_2$ sont parallèles.

or,

$$b_1 p_2 = a_1 a_2 \frac{df_b(a_1)}{da} = a_1 a_2 \left(\frac{db}{da}\right)_1$$

par construction, donc, en vertu de l'égalité (1), on a

$$p_1 p = a_1 a_2 \frac{df_b(a_0)}{da} = a_1 a_2 \left(\frac{db}{da}\right)_0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{p_1 p}{a_1 a_2} = \left(\frac{db}{da}\right).$$

Or, l'on a aussi

$$\frac{b_0 p_1}{a_0 a_1} = \left(\frac{db}{da}\right)_0,$$

donc

$$\frac{p_1 p}{a_1 a_2} = \frac{b_0 p_1}{a_0 a_1},$$

et par suite

$$\frac{b_0 p}{a_0 a_2} = \left(\frac{db}{da}\right)_0.$$

Le point p est le pied de la *déviation* de l'atome b par rapport à la tangente primitive

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

en b_0 : on voit que le pied de cette déviation parcourt sur la tangente des longueurs proportionnelles à la vitesse initiale en a_0, dans la transformation de la figure initiale  en  et de la figure  en  . Il en serait de même pour les transformations successives de a_0 en a_m et ce que nous venons de dire pour l'atome b s'applique à l'atome c, à l'atome d et, en général, à tous les atomes à *résultante invariable*.

Dans le passage de la figure  à la figure  , nous avons constaté que la *déviation élémentaire* p_2b_2, déterminant la position du point b_2, avait la direction déterminée par la résultante $\Sigma\varphi(\delta)$, mais nous n'avons pas recherché la valeur de cette déviation; nous savons seulement que toutes les *déviations élémentaires* qui correspondent au passage de la figure  à la figure  ont pour expression générale

$$\frac{\Delta a_1^2}{\alpha_1^2}\Sigma\varphi(\delta)$$

Δa_1 étant la longueur infiniment petite a_1a_2, $\Sigma\varphi(\delta)$ la somme géométrique correspondant à l'atome considéré et α_1 étant une constante pour tous les atomes dans la figure  .

Pour une nouvelle transformation de  en  , nous aurions pour l'expression des déviations élémentaires $\frac{\Delta a_2^2}{\alpha_2^2}\Sigma\varphi(\delta)$, α_2 étant une constante pour tous les atomes dans la figure  et ainsi de suite.

Quelle relation y a-t-il entre les constantes α_0, α_1, α_2, etc., qui correspondent aux transformations successives de la figure de l'univers? La réponse à cette question est donnée par la propriété fondamentale inhérente à la nature de la force et démontrée par l'expérience : « Les trajectoires à résultante $\Sigma\varphi(\delta)$ invariable sont paraboliques. »

Reportons-nous à la trajectoire $b_0b_1b_2\ldots b_m$, posons $b_0p = x$ et prenons pour axe des y la direction de $\Sigma\varphi(\delta)$ (fig. 24). Nous savons, d'après le premier élément b_0p, que la parabole a pour expression $y = \frac{x^2}{\beta^2}\Sigma_g\varphi(\delta)$: l'ordonnée b_mp est la déviation qui correspond à la position b_m.

Pour une valeur $x + \Delta x$ infiniment voisine, nous aurons une nouvelle déviation

$$y_1 = \frac{(x+\Delta x)^2}{\beta^2}\Sigma_g\varphi(\delta) = p'b_{m+1} = \frac{x^2}{\beta^2}\Sigma_g\varphi(\delta) + \frac{2x\,\Delta x}{\beta^2}\Sigma_g\varphi(\delta) + \frac{\Delta x^2}{\beta^2}\Sigma_g\varphi(\delta)$$

fixant le point b_{m+1}.

Or, pour obtenir cette nouvelle position du point b_{m+1}, nous avons vu qu'il faut mener la tangente à la trajectoire b au point b_m; traçons cette tangente b_mp_{m+1}; si, par le même point b_m, nous menons $b_m\pi$ parallèle à l'axe des x, nous voyons que l'ordonnée $b_{m+1}p'$ se compose de trois parties :

1° $$p'\pi = y = \frac{x^2}{\beta^2}\Sigma_g\varphi(\delta);$$

2° $$\pi p_{m+1} = \frac{dy}{dx} \times pp' = \frac{2x}{\beta^2}\Sigma_g\varphi(\delta) \times \Delta x$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et enfin la déviation élémentaire $p_{m+1}b_{m+1} = \frac{\Delta a^2_m}{\alpha^2_m}\Sigma_0\varphi(\delta)$ par application de la formule générale.

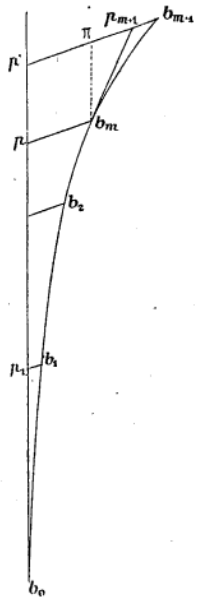


Fig. 24.

Les pieds p des déviations de la trajectoire b parcourent sur la tangente b_0p des longueurs proportionnelles à celles de la trajectoire a_0 et nous avons

$$\Delta x = p\,p' = \Delta a_m \times \frac{df_b(a_0)}{da}.$$

Nous avons deux expressions pour l'ordonnée $p'b_{m+1}$: la première résulte de ce que l'arc de trajectoire b_0b_{m+1} est une parabole, c'est

$$\frac{x^2}{\beta^2}\Sigma_0\varphi(\delta) + \frac{2x\Delta x}{\beta^2}\Sigma_0\varphi(\delta) + \frac{\Delta x^2}{\beta^2}\Sigma_0\varphi(\delta);$$

la deuxième se déduit de l'application de la propriété générale des déviations élémentaires, c'est

$$\frac{x^2}{\beta^2}\Sigma_0\varphi(\delta) + \frac{2x\Delta x}{\beta^2}\Sigma_0\varphi(\delta) + \frac{\Delta a_m^2}{\alpha_m^2}\Sigma\varphi(\delta).$$

Chaque expression se compose de trois termes; les deux premiers sont identiques, les troisièmes termes sont donc égaux, d'où

$$\frac{\Delta a_m^2}{\alpha_m^2}\Sigma\varphi(\delta) = \frac{\Delta x^2}{\beta^2}\Sigma\varphi(\delta) \qquad \text{ou} \qquad \frac{\Delta x^2}{\Delta a_m^2} = \frac{\beta^2}{\alpha_m^2} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\Delta x}{\Delta a_m} = \frac{\beta}{\alpha_m}.$$

Or,
$$\Delta x = \Delta a_m \frac{df_b(a_0)}{da}$$

remplaçant Δx par sa valeur, on a

$$\frac{df_b(a_0)}{da} = \frac{\beta}{\alpha_m}.$$

Or, on a

$$\frac{df_b(a_0)}{da} = \frac{\beta}{\alpha} \qquad \text{on a donc} \qquad \alpha_m = \alpha.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La constante α est invariable dans le cas particulier des courbes paraboliques; or, l'expression $\frac{da^2}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta)$ est absolument générale par hypothèse.

Il résulte de là que α_m est invariable pour toutes les déviations simultanées *élémentaires* quelle que soit la figure  à laquelle elles se rapportent.

Il n'y a *aucune distinction à faire* entre les trajectoires pour lesquelles $\Sigma\varphi(\delta)$ est constant, et celles pour lesquelles $\Sigma\varphi(\delta)$ est variable.

La relation entre l'*atome* et les N — 1 *forces* qui rayonnent autour de lui se traduit donc par la règle suivante :

« Les déviations qui transforment une figure  en la figure infiniment voisine  ont pour valeur

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\Sigma_g\varphi(\delta);$$

da est l'élément d'une trajectoire à résultante nulle,

α *est une constante universelle* pour tous les atomes et pour toutes les figures de l'univers. »

La constance du coefficient α est l'une des vérités les plus fécondes du monde mécanique. Nous chercherons plus loin à faire comprendre la signification de ce coefficient α; pour le moment il nous suffit d'avoir mis en évidence son caractère essentiel, c'est-à-dire SON ABSOLUE INVARIABILITÉ.

Considérons une trajectoire quelconque $\omega = f_\omega(a)$. Si nous remplaçons a par $a+\Delta a$, nous aurons

$$\omega_1 = \omega + \frac{d\omega}{da}\Delta a + \frac{1}{1.2}\frac{d^2\omega}{da^2}\Delta a^2 + \frac{1}{1.2.3}\frac{d^3\omega}{da^3}\Delta a^3 + \text{ etc.},$$

soit ω_0 le point de la trajectoire (ω) simultané avec a_0, et ω_1 le point simultané avec $a_0+\Delta a_0$, l'arc $\omega_1 - \omega_0$ aura pour valeur (fig. 24 *bis*)

$$(1) \qquad \omega_1 - \omega_0 = \left(\frac{d\omega}{da}\right)_0 \Delta a_0 + \frac{1}{1.2}\left(\frac{d^2\omega}{da^2}\right)_0 \Delta a_0^2 + \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{d^3\omega}{da^3}\right)_0 \Delta a_0^3 + \text{ etc.}$$

Pour déterminer la position du point ω_1, nous pouvons recourir à la règle de la déviation. Au point ω_0 nous traçons la tangente $\omega_0 p_1$, et sur cette tangente nous portons une longueur $\omega p_1 = \left(\frac{d\omega}{da}\right)_0 \Delta a_0$. A l'extrémité p_1 nous portons la déviation $p_1\omega_1 = \frac{\Delta a_0^2}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta_\omega)$, formant avec la tangente un angle i : l'extrémité ω_1 de la déviation détermine le point ω_1 de la trajectoire. En projetant le point p_1 en ω, on voit que l'arc $\omega_0\omega_1$ se décompose en deux parties :

$$\omega_0\omega = \left(\frac{d\omega}{da}\right)_0 \Delta a_0 \qquad \text{et} \qquad \omega\omega_1 = p_1\omega_1 \cos i = \frac{\Delta a_0^2}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta)_\omega \times \cos i$$

on a donc

$$(2) \qquad \omega_1 - \omega_0 = \left(\frac{d\omega}{da}\right)_0 \Delta a_0 + \frac{\Delta a_0^2}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta)_\omega \times \cos i.$$

En comparant les deux expressions de $\omega_0 - \omega_1$ (1) et $(2)_1$, on voit qu'il y a une portion

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

commune $\left(\frac{d\omega}{da_0}\right)\Delta a_0$, et il reste

$$\cos i \times \frac{\Delta a_0^2}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta)_\omega = \frac{1}{1.2}\left(\frac{d^2\omega}{da^2}\right)_0 \Delta a_0^2 + \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{d^3\omega}{da^3}\right)_0 \Delta a_0^3 + \text{ etc},$$

ou bien en supprimant le facteur commun Δa_0^2

$$\cos i \times \frac{1}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta)_\omega = \frac{1}{1.2}\left(\frac{d^2\omega}{da^2}\right)_0 + \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{d^3\omega}{da^3}\right)\Delta a_0 + \text{etc.},$$

or la valeur de Δa_0 est arbitraire pourvu qu'elle soit infiniment petite, on a donc

$$\cos i \times \frac{1}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta)_\omega = \frac{1}{1.2}\left(\frac{d^2\omega}{da^2}\right)_0;$$

comme le point ω_0 a été pris arbitrairement sur la trajectoire ω, on a d'une manière générale

$$\cos i \times \frac{da^2}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta)_\omega = \frac{1}{1.2}\frac{d^2\omega}{da^2}da^2.$$

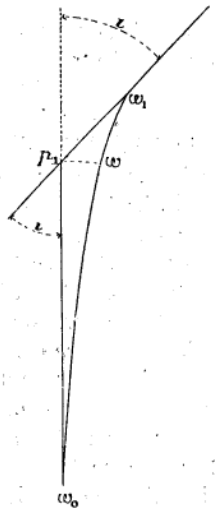


Fig. 24 *bis*

Le 2e membre est l'accroissement de l'élément de trajectoire $\frac{d\omega}{da}da$: chaque élément de trajectoire peut donc être considéré comme la somme de termes ayant pour expression

$$\cos i \times \frac{da^2}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta)_\omega.$$

Il y a donc homogénéité entre les éléments des trajectoires et les déviations $\frac{d\alpha^2}{\alpha^2}\Sigma\varphi(\delta_\omega)$, et comme nous verrons plus loin qu'il y a homogénéité entre les *déviations* et les distances δ, on en conclut que dans la figure $\left(\frac{\sigma_0}{\Delta}\right)$ prise comme point de départ, les $\frac{N(N-1)}{2}$ longueurs représentant les distances δ et les N trajectoires sont des lignes homogènes : les éléments des trajectoires représentent des variations de distances. Nous savons d'ailleurs que ces N trajectoires permettent de reconstituer l'histoire géométrique de l'univers ; elles offrent à ce point de vue un très grand intérêt, elles tracent la voie à suivre pour remonter vers l'origine de cette histoire.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La déviation $\frac{da^2}{\alpha^2}\Sigma_g\varphi(\delta)$ émane de l'ensemble des N — 1 forces, mais elle permet d'assigner à chaque *force* considérée *isolément* un rôle particulier. Voici comment :

Supposons que la somme géométrique de toutes les forces rayonnant autour d'un atome ω, sauf une seule correspondant à la distance $\delta_{\omega k}$, soit nulle (fig. 25), l'expression de la déviation se réduit à

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta)_{\omega k};$$

l'intervention de toutes les autres forces disparaît dans la formule : quelle que soit leur répartition en grandeur et en direction autour de l'atome ω, du moment que leur somme géométrique est nulle la formule de la déviation ne contient que la force unique $\varphi(\delta_{\omega k})$.

Supposons que pour l'atome k les circonstances soient analogues : la déviation de l'atome k aura pour expression :

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta)_{k\omega}.$$

Entre les deux atomes ω et k la *distance* est unique, et la *force* qui lui correspond $\varphi(\delta)$ est unique aussi; d'après la relation entre la force et la distance, la force ne réside en aucun point particulier de la distance, elle est partout entre ω et k comme la distance elle-même : la *distance* est simple, elle n'est pas composée de parties, et la force $\varphi(\delta)$ est simple aussi et non composée de parties. Nous comparons les *distances* entre elles par leurs *longueurs*. Les longueurs sont des lignes géométriques, des êtres de raison, qui n'ont entre elles aucune différence spécifique, aucune individualité, elles ne diffèrent que par leurs rapports, chaque *distance* au contraire a son existence à part; la *distance* ωk est toujours la distance ωk, et elle est déterminée par la force $\varphi(\delta)$. La distance ωk est indivisible en parties; une partie de la distance ωk ne serait plus le lien entre deux atomes, et à cette partie ne répondrait aucune force, il n'y aurait donc aucun rapport entre la partie et le tout; le tout est *un* et *indivisible*, mais il se transforme, et la transformation est apparente à nos yeux par la modification de la longueur δ. Dire que la distance varie d'une manière continue, c'est dire que la longueur qui lui correspond varie d'une manière continue. Une distance double n'est pas la somme de deux distances égales, mais la longueur de la distance double est égale à la somme des longueurs de deux distances égales. La force $\varphi(\delta)_{k\omega}$ a son individualité comme la distance δ à laquelle elle correspond; elle reste la force $\varphi(\delta)_{k\omega}$, elle conserve son nom comme les atomes k et ω qu'elle relie; elle se transforme en même temps que $\delta_{k\omega}$, et la transformation est saisie par notre intelligence par la modification de la longueur $\varphi(\delta)_{k\omega}$, image de la relation entre la force et la distance.

Quand on envisage la *force* au point de vue de ses relations avec les atomes ω et k, les déviations

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta)_{\omega k} \qquad \text{et} \qquad \frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta)_{k\omega}$$

qui sont l'expression de cette relation sont égales et de sens contraire, de même que les deux longueurs ωk et kω qui sont l'image de la distance sont égales et de sens contraire. Il n'y a qu'une *force* entre deux atomes, comme il n'y a qu'une *distance*, mais il y a deux directions opposées, et c'est ainsi que les déviations, manifestations de la force, sont également opposées. Il est évident qu'en tenant compte des signes la somme des déviations est constamment nulle.

Lorsque l'expression générale

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\Sigma_g\varphi(\delta)$$

se simplifie par la disparition de tous les termes moins un, et devient

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta)_{\omega k},$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cette simplification n'existe que dans l'ordre algébrique : l'atome ω n'en est pas moins en relation avec les (N — 2) forces qui ne figurent plus dans l'expression algébrique. La déviation est indépendante de ces (N — 2) forces, et cependant il est incontestable que ces (N — 2) forces restent en relation avec l'atome et que, tout en formant un polygone fermé, elles peuvent varier individuellement en grandeur et en direction. Cette relation, quelle qu'elle soit, reste mystérieuse pour notre intelligence, parce qu'il n'y a dans notre intelligence aucune idée en rapport avec cette relation ; la relation existe, nous avons la notion de son existence, et notre connaissance se limite à cette pure constatation.

Revenons aux deux atomes ω et k pour lesquels l'expression commune de la déviation se réduit à

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta)_{\omega k} \qquad \text{ou} \qquad \frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta)_{k\omega};$$

$\varphi(\delta)$ est l'ordonnée de la courbe $\varphi(\delta)$ pour la distance $\delta = \omega k$ ou $\delta = k\omega$, seule et même distance. Nous savons que da est un élément de la trajectoire rectiligne (a) pour laquelle $\Sigma\varphi(\delta) = o$; mais quelle idée peut-on se faire de la constante universelle α?

Dans l'étude de l'acoustique, un instrument particulier permet de reproduire une note déterminée, c'est le diapason. Nos deux atomes ω et k nous permettent de construire, au moins par le travail de la pensée, un instrument analogue, le *diapason biatomique*, qui nous donnera l'interprétation et la valeur de la constante α.

Le diapason biatomique se compose simplement de deux atomes ω et k, dont la distance initiale δ_0 diffère très peu de δ_1 (fig. 25). Nous rappelons que nous avons désigné plus haut par δ_1 le point de rencontre, avec l'axe des abscisses, de la branche newtonienne de la courbe des forces $\varphi(\delta)$. La longueur δ_1 est de l'ordre du millième de micron,

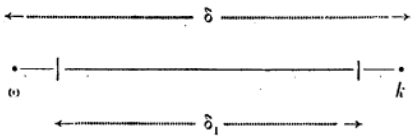


Fig. 25.

soit

$$\delta_0 - \delta_1 = 2\gamma,$$

γ étant une quantité très petite par rapport à δ_1. Les vitesses initiales de ω et de k sont supposées nulles par rapport à la trajectoire de l'atome a.

Tous ces préliminaires étant arrêtés, nous voyons clairement que les trajectoires des deux atomes ω et k se confondent en direction avec la distance δ. Les longueurs des trajectoires ω et k varient avec a, et à cause de la symétrie de position nous avons identiquement pour chaque atome

$$\frac{1}{1.2}\frac{d^2\omega}{da^2}da^2 = \frac{1}{1.2}\frac{d^2\left(\frac{\delta-\delta_1}{2}\right)}{da^2}da^2 = \frac{1}{4}\frac{d^2(\delta-\delta_1)}{da^2}da^2$$

et

$$\frac{1}{1.2}\frac{d^2k}{da^2}da^2 = \frac{1}{1.2}\frac{d^2\left(\frac{\delta-\delta_1}{2}\right)}{da^2}da^2 = \frac{1}{4}\frac{d^2(\delta-\delta_1)}{da^2}da^2$$

or, l'expression

$$\frac{1}{1.2}\frac{d^2\omega}{da^2}da^2$$

est par définition la valeur géométrique de la *déviation* de l'atome ω ; cette même *déviation*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

envisagée au point de vue de la relation de la force avec l'atome a pour valeur

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta);$$

on a donc

$$\frac{1}{1.2}\frac{d^2\omega}{da^2}da^2 = \frac{1}{4}\frac{d^2(\delta-\delta_1)}{da^2}da^2 = \frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta)$$

ou

$$\frac{1}{4}\frac{d^2(\delta-\delta_1)}{da^2} = \frac{1}{\alpha^2}\varphi(\delta).$$

Or, si l'on se reporte à la figure ci-dessous (fig. 26)

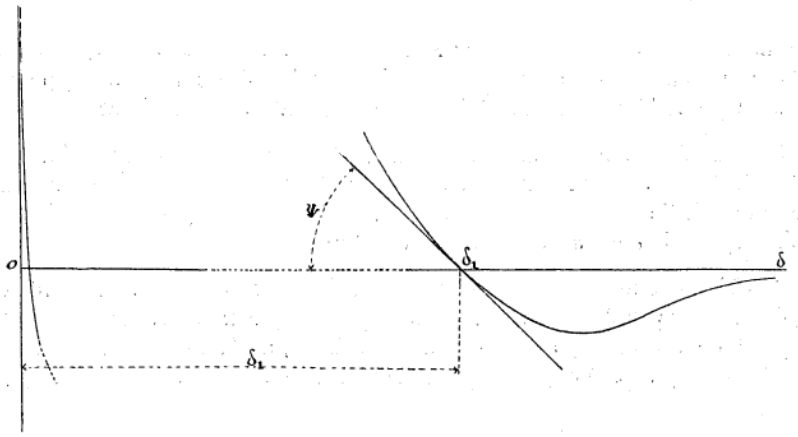


Fig. 26.

il est facile de constater que l'ordonnée $\varphi(\delta)$ pour une valeur de δ très rapprochée de δ_1 a pour expression

$$\varphi(\delta) = -\operatorname{tg}\psi(\delta-\delta_1).$$

L'angle ψ est l'angle aigu formé par la tangente à la courbe $\varphi(\delta)$ avec l'axe des distances $o\delta$ au point où cette courbe coupe l'axe $o\delta$; cela revient à dire que la courbe se confond avec sa tangente sur une très petite longueur de part et d'autre du point de contact. On a donc

$$\frac{1}{4}\frac{d^2(\delta-\delta_1)}{da^2} = -\frac{1}{\alpha^2}\operatorname{tg}\psi(\delta-\delta_1)$$

ou

$$\frac{d^2(\delta-\delta_1)}{da^2} = -\frac{1}{\alpha^2}4\operatorname{tg}\psi(\delta-\delta_1).$$

Cette dernière équation peut être remplacée par la suivante :

$$(\delta-\delta_1) = \lambda\sin\left(\frac{a}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}+\beta\right)^{(1)}$$

λ et β étant deux constantes arbitraires.

---

1. En effet

$$\frac{d(\delta-\delta_1)}{da} = \frac{\lambda}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}\cdot\cos\left(\frac{a}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}+\beta\right)$$

et

$$\frac{d^2(\delta-\delta_1)}{da^2} = -\frac{\lambda}{\alpha^2}4\operatorname{tg}\psi\cdot\sin\left(\frac{a}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}+\beta\right) = -\frac{1}{\alpha^2}4\operatorname{tg}\psi(\delta-\delta_1),$$

ce qui reproduit l'équation initiale

$$\frac{d^2(\delta-\delta_1)}{da^2} = -\frac{1}{\alpha^2}4\operatorname{tg}\psi\times(\delta-\delta_1).$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dans la formule

$$\delta - \delta_1 = \lambda \sin\left(\frac{a}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \beta\right)$$

les valeurs de a et de δ sont simultanées, on a donc pour $a = o$

$$\delta_0 - \delta_1 = \lambda \sin\beta = 2\chi.$$

Les vitesses relatives des atomes ω et k, par rapport à l'atome a, ont pour valeur

$$\frac{1}{2}\frac{d(\delta - \delta_1)}{da} = \frac{1}{2}\lambda\frac{1}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}\cos\left(\frac{a}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \beta\right).$$

Pour la position $a = o$, ces vitesses sont nulles : on a donc

$$o = \frac{1}{2}\lambda\frac{1}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}\cos\beta, \qquad \text{d'où} \qquad \cos\beta = o \qquad \text{ou} \qquad \beta = \frac{\pi}{2}$$

et par suite

$$\sin\beta = 1 \qquad \text{et} \qquad \lambda = 2\chi.$$

Remplaçant les constantes arbitraires λ et β par leurs valeurs, on obtient

$$\frac{\delta - \delta_1}{2} = \chi\sin\left(\frac{a}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \frac{\pi}{2}\right) = \chi\sin\pi\left(\frac{a}{\pi\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \frac{1}{2}\right)$$

et

$$\frac{1}{2}\frac{d(\delta - \delta_1)}{da} = \frac{\chi}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}\cos\left(\frac{a}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\chi}{\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}\cos\pi\left(\frac{a}{\pi\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \frac{1}{2}\right).$$

La trajectoire a étant prise comme axe des abscisses, et les longueurs $\frac{\delta - \delta_1}{2}$ étant portées en ordonnées, on voit que la trajectoire a est coupée une première fois au point pour lequel

$$\frac{a'}{\pi\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \frac{1}{2} = 1.$$

Elle est coupée une deuxième fois au point pour lequel

$$\frac{a''}{\pi\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \frac{1}{2} = 2.$$

Elle est coupée une troisième fois au point pour lequel

$$\frac{a'''}{\pi\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} + \frac{1}{2} = 3; \text{ etc.}$$

La longueur comprise entre deux intersections successives est constante et donnée par l'expression

$$\frac{a''' - a''}{\pi\alpha}\sqrt{4\operatorname{tg}\psi} = 1, \qquad \text{soit} \qquad a''' - a'' = \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\pi\alpha}{\sqrt{4\operatorname{tg}\psi}} = \frac{\pi}{2}\frac{\alpha}{\sqrt{\operatorname{tg}\psi}}.$$

Cette longueur ε est inscrite par le diapason biatomique sur la trajectoire rectiligne a prise pour terme de comparaison.

L'origine de la distance ε est marquée sur la trajectoire a par l'atome a pour la position simultanée de l'atome ω pour laquelle $\delta = \delta_1$, ou $\frac{\delta - \delta_1}{2} = o$.

Le point a se meut sur sa trajectoire, la distance δ varie et repasse par la longueur $\delta = \delta_1$; simultanément l'atome a marque sur sa trajectoire l'extrémité de la longueur ε.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ε est donc une longueur déterminée, visible pour les yeux de la raison, et elle nous fixe sur la longueur α, puisque

$$\alpha = \frac{\sqrt{4\,\mathrm{tg}\,\psi}}{\pi}\,\varepsilon = \frac{2\sqrt{\mathrm{tg}\,\psi}}{\pi}\,\varepsilon.$$

Si l'on remplace α par sa valeur dans l'expression générale de la déviation

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\,\Sigma_g\,\varphi\,(\delta)$$

la formule de la déviation devient

$$\frac{da^2}{\varepsilon^2}\,\frac{\Sigma_g\,\varphi\,(\delta)}{\mathrm{tg}\,\psi}\cdot\frac{\pi^2}{4} = \frac{da^2}{\varepsilon^2}\sum_g\left(\frac{\varphi\,(\delta)}{\mathrm{tg}\,\psi}\right)\cdot\frac{\pi^2}{4}.$$

On peut en effet faire passer $\mathrm{tg}\,\psi$ sous le signe Σ_g, parce que $\mathrm{tg}\,\psi$ est invariable.

e. DÉFINITION ET EXPRESSION DU TEMPS.

Sous cette forme la déviation est indépendante de la trajectoire rectiligne (a) choisie pour terme de comparaison : elle est indépendante aussi de l'échelle choisie pour construire la courbe $\varphi(\delta)$, courbe représentative des forces, au point de vue de la relation primordiale entre les distances et les forces. Il est évident, tout d'abord, que $\frac{\varphi\,(\delta)}{\mathrm{tg}\,\psi}$ est indépendant de l'échelle des ordonnées de la courbe $\varphi\,(\delta)$, puisque $\varphi\,(\delta)$ et $\mathrm{tg}\,\psi$ augmentent ou diminuent simultanément dans la même proportion, quelle que soit l'échelle.

D'autre part, le rapport $\frac{da}{\varepsilon}$ est invariable pour toutes les trajectoires à résultante nulle.

En effet, quelle que soit la trajectoire (a), il suffit de faire jouer le diapason biatomique et l'on voit s'inscrire sur la trajectoire a la valeur correspondante de ε, soit ε pour la trajectoire a, ε' pour la trajectoire a', ε'' pour la trajectoire a'', etc. ; pour toutes ces trajectoires, les rapports $\frac{da}{\varepsilon}, \frac{da'}{\varepsilon'}, \frac{da''}{\varepsilon''}$, etc., sont égaux entre eux pourvu que les éléments da de la trajectoire a, da' de la trajectoire a', da'' de la trajectoire a'', etc., correspondent aux mêmes positions simultanées, c'est-à-dire que les deux extrémités des éléments différentiels da, da', da'', da''', etc., appartiennent respectivement aux mêmes figures géométriques de l'univers.

Si donc nous posons

$$\frac{a}{\varepsilon} = \theta,$$

ce rapport θ est un nombre indépendant du choix de la trajectoire (a) à résultante nulle ; ce rapport a un nom particulier, il s'appelle *temps*.

On voit que le *temps* a son origine dans le mouvement et qu'il se mesure par le mouvement, on pourra donc remplacer le rapport particulier $\frac{da}{\varepsilon}$ par son équivalent général $d\theta$.

La représentation de ce rapport θ devient plus claire pour l'esprit sous la forme suivante : Imaginons un cercle de rayon ε et marquons sur la circonférence un point de départ c simultané avec le point a_0 de la trajectoire a (fig. 27). Faisons glisser ce point c sur la circonférence de telle sorte que l'arc c_0c soit constamment égal à la longueur a de la trajectoire partant du point a_0.

Le rayon du cercle dessine un angle ayant pour valeur

$$\frac{c_0c}{\varepsilon} = \frac{a}{\varepsilon} = \theta.$$

Le rayon mobile du cercle est comparable à l'aiguille d'une horloge marquant le temps θ.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'angle θ est indépendant du choix de la trajectoire spéciale (a), comme le rapport $\frac{a}{\varepsilon}$.

La valeur *absolue* du rapport $\frac{a}{\varepsilon}$ est donc définie par l'angle θ.

Il existe dans la nature des horloges semblables : si l'on désigne par θ' l'angle de rotation d'un astre quelconque, de la terre par exemple, compté à partir d'une valeur $\theta' = o$ simultanée avec $\theta = o$, on a

$$\theta = \rho\theta',$$

ρ étant un nombre qui pendant un grand nombre de siècles peut être considéré comme pratiquement invariable, eu égard à l'état de condensation que présente actuellement la terre. Lorsqu'on veut mesurer l'angle de rotation de la terre, on adopte en astronomie une unité particulière, la seconde sidérale. En appelant t le nombre de secondes qui mesure un angle θ', on a

$$\theta' = \frac{2\pi}{86.400} \times t$$

et à cause de

$$\theta = \rho\theta',$$

on obtient

$$\rho\theta' = \theta = \frac{2\pi\rho}{86.400} \times t$$

ou en posant pour abréger

$$\frac{2\pi\rho}{86.400} = k \qquad \text{on a} \qquad \theta = kt.$$

Le nombre k est constant dans la limite indiquée pour ρ.

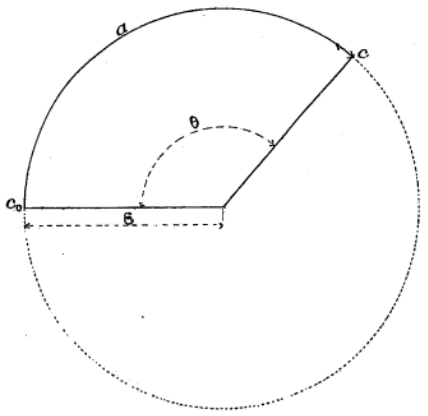


Fig. 27.

Tout ce qui précède suppose que la valeur de χ, maximum de $\frac{\delta - \delta_1}{2}$, est extrêmement petite par rapport à δ_1 ; rien ne s'oppose à cette hypothèse.

L'art consiste à réaliser le diapason et à le faire vibrer convenablement.

Il suffit pour la raison de concevoir la possibilité des conditions d'existence de cet instrument : dès que la possibilité est reconnue, l'instrument lui-même devient inutile.

f. ÉCHELLE DE LA COURBE DES FORCES $\varphi(\delta)$.

On conçoit que la courbe $\varphi(\delta)$ peut être construite en quelque sorte expérimentalement à une échelle quelconque en portant en ordonnées sur l'axe des distances δ les déviations simultanées de toutes les trajectoires des atomes soumis deux à deux à l'unique force $\varphi(\delta)$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

correspondant à la distance δ qui les relie, comme nous l'avons supposé dans le cas du diapason biatomique : les vitesses relatives peuvent être quelconques; les déviations

$$\frac{da^2}{\varepsilon^2}\frac{\varphi(\delta)}{\operatorname{tg}\psi}\cdot\frac{\pi^2}{4}$$

sont indépendantes de ces vitesses; en outre, les déviations peuvent être relevées sur des figures non simultanées, pourvu que les éléments da de la trajectoire prise comme terme de comparaison soient de même longueur : dans ces conditions les déviations sont proportionnelles aux forces $\varphi(\delta)$. Pour atteindre le résultat cherché, il suffit de substituer aux figures réelles des figures géométriques semblables, suffisamment agrandies pour que, la variation de longueur $\Delta\delta$ restant négligeable vis-à-vis de δ et de $\delta+\Delta\delta$ dans les deux figures de l'univers qui correspondent aux extrémités de l'élément de trajectoire Δa, les déviations égales des deux atomes reliés par la distance δ et la force $\varphi(\delta)$ soient cependant mesurables.

Nous supposons qu'il n'y a pas de limites aux recherches expérimentales et nous admettons implicitement que l'on pourra un jour obtenir des grossissements suffisants et des instruments assez précis pour *voir* et mesurer les atomes mécaniques. Actuellement les déviations sont pratiquement mesurables dans les trajectoires astronomiques.

Dans l'hypothèse où nous sommes placés, $\varphi(\delta)$ pouvant être considéré comme constant, les deux déviations $\omega' p'$, $k' p'$ sont les ordonnées égales de deux arcs paraboliques simultanés (fig. 28).

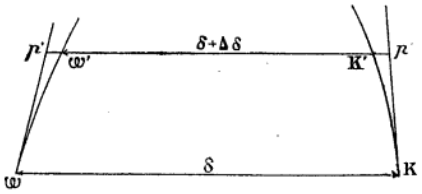


Fig. 28.

La courbe $\varphi(\delta)$ ainsi construite ne sera qu'une courbe approchée, puisque la constance de $\varphi(\delta)$ n'est pas absolue; mais on voit clairement qu'en diminuant sans cesse la longueur des éléments Δa et en augmentant l'échelle des figures géométriques en raison inverse de Δa^2, les valeurs de $\varphi(\delta)$ tendent vers une courbe limite dont les ordonnées sont proportionnelles à l'échelle d'agrandissement.

Sans doute, la marche indiquée est irréalisable pratiquement : il suffit pour notre dessein que l'esprit en conçoive la possibilité théorique.

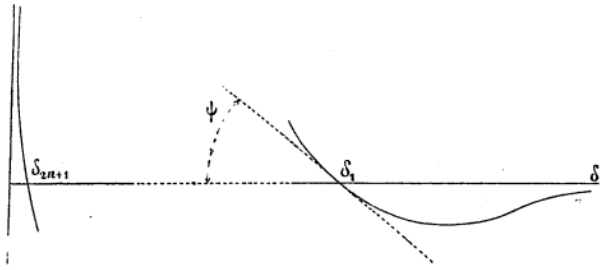


Fig. 29.

Supposons cette courbe limite construite (fig. 29) : elle coupe l'axe des δ, comme nous l'avons dit précédemment, un nombre impair de fois $(2n+1)=15$; nous nous arrêtons à la première intersection qui correspond à la distance δ_1, laquelle est de l'ordre $\mu\mu$; la courbe coupe l'axe des distances sous un angle ψ qui dépend de l'échelle adoptée pour l'agrandissement des figures réelles : $\operatorname{tg}\psi$ est exactement proportionnelle à cette échelle.

Nous pouvous construire la courbe des forces $\varphi(\delta)$ à une échelle nouvelle pour les ordonnées

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

en laissant aux abscisses les valeurs réelles de δ. Cette échelle des ordonnées est choisie de façon à donner à $\operatorname{tg}\psi$ la valeur $\frac{\pi^2}{4}$: la courbe $\varphi(\delta)$ est alors *invariablement fixée*. L'expression générale de la déviation mise sous la forme

$$\frac{da^2}{\varepsilon^2}\sum_g\left(\frac{\varphi(\delta)}{\operatorname{tg}\psi}\right)\cdot\frac{\pi^2}{4}=\frac{da^2}{\varepsilon^2}\sum_g\left(\varphi(\delta)\frac{\pi^2}{4\operatorname{tg}\psi}\right)$$

se simplifie et devient

$$d\theta^2\,\Sigma_g\varphi(\delta)$$

puisque

$$\frac{\pi^2}{4\operatorname{tg}\psi}=1 \qquad \text{et que} \qquad \frac{da}{\varepsilon}=d\theta.$$

Ainsi on peut poser d'une manière absolument générale :

$$\text{Déviation}=d\theta^2\Sigma_g\varphi(\delta).$$

Telle est la relation entre un atome quelconque et les $N-1$ forces $\varphi(\delta)$ qui rayonnent autour de lui. Elle donne la valeur de la déviation en chaque point de la trajectoire qui porte le nom de l'atome considéré, et par cela même elle détermine la forme de la trajectoire.

En remontant au cas élémentaire des deux atomes ω et k formant le diapason biatomique, on voit clairement que la déviation

$$\frac{da^2}{\alpha^2}\varphi(\delta) \qquad \text{qui est devenue} \qquad d\theta^2\varphi(\delta)$$

représente une variation de la distance δ, une quantité de même essence que la distance : l'expression $d\theta^2\varphi(\delta)$ dans laquelle entre au carré le rapport $\frac{da}{\varepsilon}$ ou $d\theta$ est donc homogène avec δ, comme nous l'avons annoncé plus haut; il en est de même d'une somme quelconque de déviations, algébrique ou géométrique, telle que

$$d\theta^2\,\Sigma\varphi(\delta).$$

Donc, pour qu'un terme où entre la force soit homogène avec une distance, il est nécessaire que la force soit multipliée par un élément à la deuxième puissance du rapport biatomique $\frac{a}{\varepsilon}$ ou θ. D'autre part, les lignes géométriques qui représentent les trajectoires ne sont que des sommes d'éléments de lignes figurant des quantités homogènes avec $d\theta^2\Sigma\varphi(\delta)$, les trajectoires sont donc des lignes homogènes avec les lignes figurant les distances δ.

g. TRAVAIL ET ÉNERGIE ACTUELLE.

Lorsque nous avons recherché les relations entre la distance et la force, nous avons constaté (page 56) que, la distance δ de deux atomes ω et k se transformant en $\delta+d\delta$, un travail égal à $\varphi(\delta)\,d\delta$ est réalisé, et qu'en prenant pour point de départ la distance $\delta=o$, le travail réalisé (fig. 30) a pour expression

$$T=\int_o^{\delta}\varphi(\delta)\,d\delta.$$

D'autre part, le travail à l'état latent ou l'énergie potentielle formant le complément de l'aire totale de la courbe $\varphi(\delta)$ est réduit à

$$L=\int_{\delta}^{\infty}\varphi(\delta)\,d\delta.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Nous pouvons maintenant nous rendre compte de la modification d'état de l'atome réalisée par le travail T en nous servant de la relation établie entre l'atome et la force, c'est-a-dire de la *déviation*.

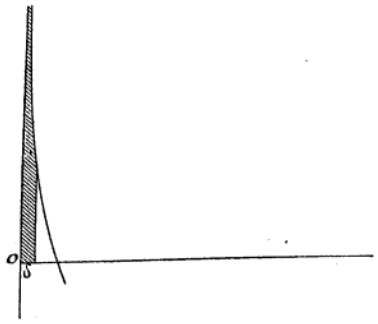


Fig 30.

Les arcs simultanés décrits par deux atomes quelconques ω et k en mouvement sont $d\omega$ et dk (fig. 31) : ces arcs font avec la direction de $\delta_{\omega k}$, comptée dans le sens de l'écartement, des angles i_ω et i_k et l'on a

$$d\delta = d\omega \cos i_\omega + dk \cos i_k.$$

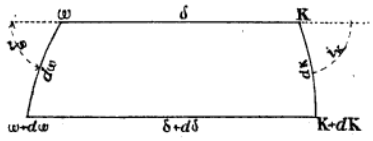


Fig. 31

Ainsi, pour une distance quelconque $\delta_{\omega k}$ reliant deux atomes ω et k, la somme des projections sur δ des arcs simultanés $d\omega$ et dk est égale à la variation $d\delta$. Si pour abréger on désigne ces projections par $d_\omega\delta$ et $d_k\delta$, on a

$$d\delta = d_\omega\delta + d_k\delta.$$

L'expression générale de la déviation est

$$\frac{\alpha a^2}{\varepsilon^2}\Sigma\varphi(\delta) \qquad \text{ou} \qquad d\theta^2\Sigma\varphi(\delta).$$

Nous examinons d'abord le cas où $\Sigma\varphi(\delta)$ se réduit à $\varphi(\delta)$, comme pour le diapason biatomique. Dans ce cas les déviations de ω et de k ont pour valeur commune

$$\frac{da^2}{\varepsilon^2}\varphi(\delta).$$

La projection de cette déviation sur la tangente en ω a pour valeur, comme nous l'avons vu

$$\frac{1}{1.2}\frac{d^2\omega}{da^2}da^2.$$

La même projection a pour valeur

$$\frac{da^2}{\varepsilon^2}\varphi(\delta)\frac{d_\omega\delta}{d\omega} \qquad \text{puisque} \qquad \frac{d_\omega\delta}{d\omega} = \cos i_\omega.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On déduit de là

$$\frac{1}{1.2}\frac{d^2\omega}{da^2} = \frac{1}{\varepsilon^2}\varphi(\delta)\frac{d_\omega\delta}{d\omega}, \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{1.2}\varepsilon^2\frac{d^2\omega}{da^2}\cdot d\omega = \varphi(\delta)\, d_\omega\delta \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{4}\varepsilon^2 d\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2 = \varphi(\delta)\, d_\omega\delta.$$

On aurait de même

$$\frac{1}{4}\varepsilon^2 d\left(\frac{dk}{da}\right)^2 = \varphi(\delta)\, d_k\delta.$$

En additionnant membre à membre ces deux égalités, on obtient

$$\frac{1}{4}\varepsilon^2\left\{d\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2 + d\left(\frac{dk}{da}\right)^2\right\} = \varphi(\delta)\, d\delta$$

Si les deux atomes ω et k ont des *vitesses nulles* au moment où leur distance δ est nulle, l'intégration de l'égalité ci-dessus donne

$$\frac{1}{4}\varepsilon^2\left\{\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2 + \left(\frac{dk}{da}\right)^2\right\} = \int_0^\delta \varphi(\delta)\, d\delta. \qquad \text{(I)}$$

La modification d'état des atomes ω et k, réalisée par le travail

$$T = \int_0^\delta \varphi(\delta) d\delta$$

dans le cas actuel, a pour mesure le premier membre de l'équation (I) où n'interviennent que les éléments des trajectoires ω et k, et ces trajectoires sont, comme nous l'avons dit déjà, une conséquence géométrique des relations de la *force* avec l'*atome*. Le deuxième membre exprime une relation de la *force* avec la *distance* : c'est une portion de l'*énergie potentielle* totale

$$P = \int_0^\infty \varphi(\delta)\, d\delta$$

transformée en travail, et ce travail T se manifeste sous la forme d'*énergie actuelle* dans le premier membre. Les atomes ω et k partant du repos ont acquis une énergie actuelle, savoir :

$$\frac{1}{4}\varepsilon^2\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2 \text{ pour l'atome } \omega \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{4}\varepsilon^2\left(\frac{dk}{da}\right)^2 \text{ pour l'atome } k.$$

L'*énergie actuelle* de l'atome ω, mise sous la forme

$$\frac{1}{4}\varepsilon^2\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2$$

paraît dépendre de la trajectoire rectiligne a, prise comme terme de comparaison pour établir la vitesse relative $\frac{d\omega}{da}$, mais nous pouvons remplacer da par $\varepsilon d\theta$, θ étant un rapport indépendant de la trajectoire a; nous obtenons alors, pour l'énergie actuelle,

$$\frac{1}{4}\left(\frac{d\omega}{d\theta}\right)^2 \text{ pour l'atome } \omega \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{4}\left(\frac{dk}{d\theta}\right)^2 \text{ pour l'atome } k.$$

Dans le cas très simple que nous venons d'examiner, la manière d'être, l'état de chacun des atomes ω et k subit une série de modifications en passant du repos au mouvement, et d'un mouvement à un autre mouvement. L'état actuel de l'atome ω est défini par le terme

$$\frac{1}{4}\left(\frac{d\omega}{d\theta}\right)^2$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et ce terme est homogène avec le travail

$$T = \int_0^{\delta_k} \varphi(\delta)\, d\delta$$

En mettant, en effet, le terme $\frac{1}{4}\left(\frac{d\omega}{d\theta}\right)^2$ sous la forme $\frac{1}{4}\frac{d\omega}{d\theta^2} \times d\omega$, on voit que le facteur $d\omega$ est homogène avec $d\delta$ $\left(\text{dans l'espèce } d\omega = \frac{d\delta}{2}\right)$ et que le facteur $\frac{1}{4}\frac{d\omega}{d\theta^2}$ est homogène avec une force $\varphi(\delta)$, car en multipliant $\frac{1}{4}\frac{d\omega}{d\theta^2}$ par $d\theta^2$, on a $\frac{1}{4}d\omega$ homogène avec $d\delta$, et en multipliant $\varphi(\delta)$ par $d\theta^2$, on a $d\theta^2\varphi(\delta)$, qui est une *déviation* homogène aussi avec $d\delta$.

On voit aussi comment naît, croît ou se modifie la vitesse. L'énergie actuelle

$$A_o = \frac{1}{4}\left(\frac{d\omega}{d\theta}\right)^2$$

qui constitue l'atome ω dans un certain état est corrélative avec une vitesse absolue de cet atome, exprimée par

$$\frac{d\omega}{d\theta} = 2\sqrt{A_o}.$$

On voit que la vitesse est nulle pour A_o nul, et qu'elle croît proportionnellement à $\sqrt{A_o}$.

Si l'atome ω, soumis d'abord à une force unique $\varphi(\delta)$, acquiert la vitesse

$$\frac{d\omega}{d\theta} = 2\sqrt{A_o}$$

et si, après avoir acquis cette vitesse $\frac{d\omega}{d\theta}$, il a une résultante nulle $\Sigma\varphi(\delta) = o$, c'est-à-dire si le polygone des $N-1$ forces qui rayonnent autour de lui se referme, la vitesse acquise reste invariable et la trajectoire de l'atome ω est rectiligne et à résultante nulle; ainsi se trouve réalisée la trajectoire du genre (a) qui nous a servi de terme de comparaison.

Après avoir examiné le cas particulier de deux atomes pour lesquels $\Sigma\varphi(\delta)$ se réduit à $\varphi(\delta)$, et après avoir défini la signification du mot énergie, soit *actuelle*, lorsqu'on envisage la **relation de la force** avec l'atome, soit *potentielle*, lorsqu'on envisage la relation de la force avec la distance, **étudions le cas** général où, pour chaque atome ω, k, etc., la résultante a pour expression $\Sigma_g\varphi(\delta)$.

Pour chaque trajectoire, la déviation est

$$\frac{da^2}{\varepsilon^2}\Sigma\varphi(\delta),$$

Considérons une de ces trajectoires, par exemple la trajectoire ω (fig. 32). La projection de la déviation sur la tangente en ω a pour valeur

$$\frac{1}{1.2}\frac{d^2\omega}{da^2}\,da^2.$$

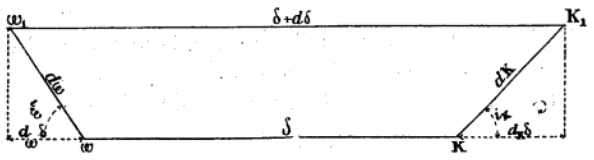


Fig 32

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La même projection a pour valeur, comme nous l'avons vu plus haut,

$$\frac{da^2}{\varepsilon^2}\mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,\frac{d_\omega\delta}{d\omega},$$

le signe S indiquant une somme algébrique.

En effet, la projection de la résultante $\Sigma\varphi(\delta)$ est égale à la somme algébrique des projections des côtés du polygone qui est fermé par la ligne $\Sigma\varphi(\delta)_\omega$ ou résultante. Il suffit donc de considérer un seul côté $\varphi(\delta)_{\omega k}$ correspondant à $\delta_{\omega k}$ et de le projeter sur la tangente. Or, ce côté $\varphi(\delta)_{\omega k}$ a pour projection sur la tangente

$$\varphi(\delta)_{\omega k}\frac{d_\omega\delta}{d\omega}, \qquad \text{puisque par définition} \qquad \frac{d_\omega\delta}{d\omega}=\cos i_\omega,$$

i_ω étant l'angle formé par la direction $\delta_{\omega k}$ avec l'arc de trajectoire $d\omega$ ou sa tangente, qui se confond avec cet arc infiniment petit.

On déduit de là

$$\frac{1}{2}\frac{d^2\omega}{da^2}=\frac{1}{\varepsilon^2}\frac{1}{d\omega}\mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,d_\omega\delta \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{2}\varepsilon^2\frac{d^2\omega}{da^2}\,d\omega=\mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,d_\omega\delta,$$

ou

$$\frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2=\mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,d_\omega\delta \qquad (\omega).$$

Le 2e membre comprend N — 1 termes, puisque autour de chaque atome rayonnent N — 1 distances δ, à chacune desquelles correspond une force $\varphi(\delta)$.

Pour l'autre atome k, situé à l'autre extrémité de la distance $\delta_{\omega k}$, on aurait de même

$$\frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{dk}{da}\right)^2=\mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,d_k\delta \qquad (k).$$

Comme il y a N atomes, il y a N équations analogues.

Le 1er membre de chaque équation donne l'accroissement de l'énergie actuelle de l'atome considéré, lorsque cet atome passe d'un point de la trajectoire à un point infiniment voisin. Ce 1er membre correspond à la relation de l'atome avec la force. Le 2e membre comprend N — 1 termes, où n'entrent que la force et la distance. Il mérite de fixer l'attention.

Revenons à l'atome ω. Les N — 1 distances aboutissant à cet atome ont changé dans le passage de la position ω à la position infiniment voisine ω_1; en considérant l'une de ces distances isolément, par exemple la distance $\delta_{\omega k}$, qui se transforme en $\delta_{\omega k}+d\delta_{\omega k}$, nous avons vu que l'accroissement $d\delta_{\omega k}$ se compose de deux parties

$$d\delta_{\omega k}=d_\omega\delta+d_k\delta.$$

L'énergie potentielle, transformée en travail par suite de la variation de la distance $\delta_{\omega k}$, a pour valeur :

$$\varphi(\delta)\,d_\omega\delta+\varphi(\delta)\,d_k\delta=\varphi(\delta)\,d\delta_{k\omega}.$$

L'élément de travail $\varphi(\delta)\,d_\omega\delta$ se rapporte à l'atome ω : cet élément de travail, envisagé au point de vue de la relation de l'atome avec la force, représente un élément d'énergie actuelle, une fraction de $\frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2$.

Les (N — 1) forces qui rayonnent autour de l'atome ω donnent lieu à (N — 1) éléments de travail $\varphi(\delta)d_\omega\delta$; tous ces éléments positifs ou négatifs s'ajoutent algébriquement dans le 2e membre de l'équatian (ω), et leur somme donne l'accroissement total de l'énergie actuelle de l'atome ω. Il en est de même pour un atome quelconque.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En remontant à la figure initiale  , comportant les N trajectoires permettant de reconstituer les figures successives de l'univers, on voit clairement de quelle manière chaque accroissement $d\delta$, par exemple $d\delta_{k\omega}$, se décompose en deux parties $d_\omega\delta$ et $d_k\delta$.

Cette figure géométrique, avec ses trajectoires et ses trois axes ox, oy, oz, devient maintenant une figure vivante; chaque atome figuré est animé d'une énergie actuelle et, par suite, d'une vitesse sans cesse variable. Les trajectoires elles-mêmes sont liées les unes aux autres par les variations simultanées des distances δ : le travail est l'intermédiaire incessant entre les transformations de l'énergie potentielle en énergie actuelle, et inversement, pour chaque distance δ et pour chaque atome A. L'univers est un tout, et chaque atome est solidaire de tous les autres; chacun d'eux est cependant dans un état particulier, par sa position relative et par son énergie actuelle.

Tous les atomes sont identiques par essence, mais ils diffèrent par état.

h. ORIGINE DU MOUVEMENT ET DU TEMPS.

En partant d'un état arbitrairement choisi et représenté par la figure  , tous les états successifs des atomes sont déterminés; mais y a-t-il un point de départ absolu et un point d'arrivée dans les incessantes transformations de la matière? Il ne semble pas impossible de jeter quelque lumière sur cette mystérieuse question que de tout temps s'est posée la raison humaine?

Les théories récentes de la thermodynamique établissent que l'univers tend vers un état final. La conséquence logique est l'existence d'un état primordial. Mais quelle idée peut-on se faire de cet état primordial qui n'a été précédé d'aucun autre état?

Reprenons les N équations des accroissements de l'énergie actuelle :

$$\frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2 = \mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,d_\omega\delta, \qquad \frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{dk}{da}\right)^2 = \mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,d_k\delta, \text{ etc.}$$

En les additionnant membre à membre, on aura

$$\text{(E)} \qquad \frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2 + \frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{dk}{da}\right)^2 + \text{ etc.} = \mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,d_\omega\delta + \mathbf{S}\,\varphi(\delta)\,d_k\delta + \text{ etc.}$$

Nous savons qu'à chaque couple d'atomes, ω et k, par exemple, correspond une distance unique $\delta_{\omega k}$ et une force unique $\varphi(\delta)_{\omega k}$; cette force unique figure une première fois avec la projection $d_\omega\delta$, et une seconde fois avec la projection $d_k\delta$, et l'on a

$$\varphi(\delta)_{\omega k}\,d_\omega\delta + \varphi(\delta)_{\omega k}\,d_k\delta = \varphi(\delta)_{\omega k}\,d\delta_{\omega k}.$$

La même simplification s'applique à l'une quelconque des $\frac{N(N-1)}{2}$ distances δ des N atomes de l'univers; le 2e membre peut donc se mettre sous la forme $S_1(\varphi(\delta)\,d\delta)$, le signe S_1 comprenant $\frac{N(N-1)}{2}$ termes : l'équation (E) devient

$$\frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{d\omega}{da}\right)^2 + \frac{\varepsilon^2}{4}\,d\left(\frac{dk}{da}\right)^2 + \text{ etc.} = \mathbf{S}_1\,\varphi(\delta)\,d\delta.$$

Le 1er membre est la différentielle de la somme des énergies actuelles des N atomes : en désignant, pour abréger l'énergie actuelle de l'univers, par A et par A_0 l'énergie correspondant à la figure  , le 1er membre de l'égalité ci-dessus peut être remplacé par $d\mathrm{A}$, et

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

en faisant les intégrations, on a

$$A - A_0 = S_1 \int_{\delta_0}^{\delta} \varphi(\delta)\, d\delta.$$

Nous savons que, pour une distance δ reliant deux atomes, le travail réalisé et transformé en énergie actuelle a pour valeur

$$\int_0^{\delta_0} \varphi(\delta)\, d\delta$$

lorsque la distance varie depuis $\delta = o$ jusqu'à la valeur δ_0. L'expression

$$S_1 \int_0^{\delta_0} \varphi(\delta)\, d\delta$$

appliquée aux $\frac{N(N-1)}{2}$ distances de la figure  correspond donc à une certaine énergie actuelle.

Il en est de même de A_0; on peut donc poser

$$A_0 = S_1 \int_0^{\delta_0} \varphi(\delta)\, d\delta + Q$$

Q étant une quantité constante, mais inconnue.

Dès lors, l'expression générale

$$A - A_0 = S_1 \int_{\delta_0}^{\delta} \varphi(\delta)\, d\delta$$

est équivalente à la suivante

$$A = S_1 \int_0^{\delta_0} \varphi(\delta)\, d\delta + S_1 \int_{\delta_0}^{\delta} \varphi(\delta)\, d\delta + Q$$

ou

$$A = S_1 \int_0^{\delta} \varphi(\delta)\, d\delta + Q.$$

P étant l'aire totale de la courbe $\varphi(\delta)$ pour δ variant de 0 à ∞, on a

$$\int_0^{\delta} \varphi(\delta)\, d\delta + \int_{\delta}^{\infty} \varphi(\delta)\, d\delta = P.$$

La portion de surface

$$\int_0^{\delta} \varphi(\delta)\, d\delta$$

est le travail réalisé et transformé en énergie actuelle, et la portion

$$\int_{\delta}^{\infty} \varphi(\delta)\, d\delta$$

est l'énergie potentielle. Remplaçons dans les $\frac{N(N-1)}{2}$ termes de la valeur de A

$$\int_0^{\delta} \varphi(\delta)\, d\delta \quad \text{par} \quad P - \int_{\delta}^{\infty} \varphi(\delta)\, d\delta$$

on aura

$$A + S_1 \int_{\delta}^{\infty} \varphi(\delta)\, d\delta = \frac{N(N-1)}{2} P + Q.$$

Le 2e membre est constant : le 1er membre représente la somme de l'énergie actuelle et de l'énergie potentielle; on voit que cette somme est invariable, ce qui, du reste, était

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

évident, puisque chaque élément d'énergie potentielle est transformé en élément d'énergie actuelle d'égale valeur. Mais il était bon de trouver l'expression de cette somme.

Nous avons posé

$$A_o = S_1 \int_o^{\delta_o} \varphi(\delta)\, d\delta + Q$$

A_o est, pour une figure déterminée de l'univers  , la totalité de l'énergie actuelle. D'autre part, $S_1 \int_o^{\delta_o} \varphi(\delta) d\delta$ représente la totalité de l'énergie qui correspond pour chaque δ à la portion de l'aire P comprise entre $\delta = o$ et $\delta = \delta_o$; on ne voit pas comment A_o pourrait être plus grand que la somme de toutes ces valeurs de $\int_o^{\delta} \varphi(\delta) d\delta$: donc Q ne peut pas être positif. Cela revient à dire que toute énergie a été potentielle avant d'être actuelle.

On ne voit pas davantage comment Q pourrait être négatif; il y aurait, en effet, une portion de l'énergie, réalisable dans les figures antérieures de l'univers, qui n'aurait pas trouvé son emploi.

La solution la plus satisfaisante pour la raison se réduit à $Q = o$, c'est-à-dire que l'énergie *actuelle* de l'univers pour une figure  choisie arbitrairement a pour valeur

$$A_o = S_1 \int_o^{\delta_o} \varphi(\delta)\, d\delta$$

et, dès lors, la somme des énergies (actuelle et potentielle) est égale à

$$\frac{N(N-1)}{2} P,$$

c'est-à-dire égale à autant de fois l'aire P de la courbe $\varphi(\delta)$ qu'il y a de distances.

Reportons-nous à notre figure primitive  , avec ses trois axes coordonnés *ox*, *oy*, *oz*, et ses N trajectoires permettant de reconstituer l'histoire géométrique de l'univers. Nous pouvons nous demander maintenant d'où viennent ces N trajectoires? où est leur point de départ?

L'expression simplifiée

$$A_o = S_1 \int_o^{\delta_o} \varphi(\delta)\, d\delta$$

a pour conséquence logique l'aboutissement simultané de toutes les trajectoires à un point unique, au centre de figure O, d'où nous avons fait rayonner les trois axes coordonnés *ox*, *oy*, *oz*. Avec les yeux de la raison, nous pouvons suivre les N trajectoires en remontant vers leur commune origine. Dans cette marche rétrograde, le point de passage *a* sur l'une des trajectoires marque la position précise des points simultanés sur toutes les autres trajectoires *b*, *c*, *d*, et ces points simultanés finissent par se rapprocher extrêmement entre eux, et lorsque la plus grande distance est inférieure à δ_{2n+1}, toutes les forces $\varphi(\delta)$ sont répulsives, elles appartiennent à la branche asymptotique positive de la courbe $\varphi(\delta)$: pour chaque atome, la résultante $\Sigma\varphi(\delta)$ peut avoir une grandeur et une direction quelconques avec la condition évidente que la somme géométrique des N résultantes est constamment nulle. Bien que l'univers entier se trouve alors compris dans une sphère dont le diamètre est inférieur à δ_{2n+1}, les rapports des distances des atomes ont toutes les valeurs imaginables; il en est de même des vitesses relatives et, malgré la petitesse de leurs trois coordonnées *x*, *y*, *z*, tous les atomes ont des positions parfaitement déterminées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'univers continuant à se rétrécir, l'énergie actuelle A diminue, l'énergie latente L augmente et se rapproche de plus en plus de la valeur totale $\frac{N(N-1)}{2}P$ jusqu'à ce que l'atome a atteigne l'extrémité de la trajectoire, centre immuable des figures successives de l'univers. Simultanément, tous les atomes aboutissent au même centre et la matière disparaît. Il reste le point mystérieux, centre et origine des mondes, mais il n'y a plus ni distances, ni atomes, ni forces, ni mouvement, ni temps.

Inversement, dès que ce point a cessé d'être un point, dès que la distance s'est manifestée, infiniment petite d'abord, l'atome et la force ont apparu simultanément.

Nous voici en face d'une sphère qui vient de franchir les limites du néant; elle est imperceptible et cependant elle contient en puissance toutes les énergies de l'univers; elle est l'assemblage des N atomes, dont le nombre et le nom sont à jamais invariables ; par l'ordre même dans lequel sont rangés les N atomes, elle contient en germe, dès ce premier instant, et fait épanouir successivement, avec la régularité des lois mathématiques, tous les phénomènes qui frappent nos sens, depuis les moindres vibrations des plus petites parcelles des corps jusqu'aux rayons lumineux qui nous permettent de suivre les astres dans leurs immenses trajectoires. La force qui procède de la distance et de l'atome produit le mouvement, et le mouvement est, comme nous l'avons dit, la vie de la matière, la manifestation de ses incessantes transformations. La matière est un tout par la coexistence de ses trois termes : *distance*, *atome* et *force*.

L'espace n'est autre chose que l'ensemble même des *distances* qui, seules, ont une existence réelle. En dehors des distances réelles, sans cesse variables, ce que nous appelons espace est une création de notre intelligence, un pur être de raison, qui nous permet de concevoir les figures géométriques, de les grouper et de les comparer entre elles. L'espace ainsi compris est étranger à la matière : il n'a sur elle aucune action. Le *temps* est le rapport de deux mouvements : il est, à ce point de vue, une émanation de la force. Supprimez le mouvement, le *temps* s'évanouit.

i. Relation entre les mesures absolues de distance, de masse et de force et les unités du système C.G.S.

Les trois termes de la matière comportent trois ordres de *mesures* qui sont irréductibles et qui servent de base à toutes les sciences. Connaître c'est comparer et comparer c'est mesurer.

La *distance* apparaît à notre intelligence sous la forme de *longueur*. On peut choisir pour unité de longueur absolue l'abscisse δ_1 qui correspond à la première intersection de la courbe des forces $\varphi(\delta)$. Cette longueur δ_1, rigoureusement identique avec elle-même, absolument invariable, n'est pas connue expérimentalement.

Le *centimètre* n'est pas comme δ_1 une longueur rigoureusement déterminée; le mètre-étalon est un corps matériel constamment en vibration. Théoriquement, la longueur est sans cesse variable. Pratiquement, on peut admettre que le rapport entre le centimètre et la longueur δ_1 est un nombre constant λ, d'où la formule :

$$\text{centimètre} = C = \lambda\,\delta_1.$$

Les corps sont des groupements d'atomes A et, pour un groupement quelconque, le nombre d'atomes A est la mesure de la *masse* du corps. Le gramme-étalon contient un nombre déterminé d'atomes A à un moment donné. Théoriquement, ce nombre est constamment variable, car tout corps donne lieu à des émanations et à des condensations de matière. Pratiquement, pour certains corps, le platine notamment, on peut admettre que les variations sont négligeables; si l'on désigne par μ le nombre d'atomes A contenus dans le gramme-étalon, on pourra poser l'égalité

$$\text{masse gramme} = G = \mu A.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'unité de force dans le système C. G. S. est la force invariable F qui, sur l'unité de masse, c'est-à-dire sur μ atomes, produit une déviation égale à un demi-centimètre pendant une seconde. Elle a pour valeur

$$\text{unité de force} = F = \frac{\mu\lambda}{2k^2}\delta_1.$$

En effet, la force pour un seul atome se réduit à

$$\frac{F}{\mu} = \frac{\lambda}{2k^2}\delta_1$$

Or, pour un seul atome, nous savons que la déviation a pour valeur

$$(1) \qquad 0^2\frac{\lambda\delta_1}{2k^2}$$

sous l'action d'une force

$$\Sigma\varphi(\delta) = \frac{\lambda\delta_1}{2k^2}.$$

D'autre part, nous savons que

$$\frac{0}{k} = t,$$

la déviation pour un seul atome (1) peut être mise sous la forme

$$\frac{1}{2}t^2\lambda\delta_1.$$

Or, $\lambda\delta_1 = 1$ centimètre, t est un nombre de secondes, la déviation par seconde est bien

$$\frac{1}{1.2} \times 1 \text{ centimètre.}$$

Nous mettons en regard les unités absolues et les unités C. G. S.

Unité de longueur	δ_1	$\lambda\delta_1$ ou 1 centimètre = C
Unité de masse	1.A	μA — masse gramme = G
Unité de force	δ_1	$\frac{\mu\lambda}{2k^2}\delta_1 = \frac{\text{gramme}}{981}$.
Unité de temps	1_θ	k_θ — seconde sidérale = S
Unité de vitesse	δ_1	$\frac{\lambda\delta_1}{k}$ — 1 cent. par seconde.
Unité de travail	δ_1^2	$\frac{\mu}{2k^2}(\lambda\delta_1)^2$.

Ce tableau met en évidence l'extrême simplicité des unités de mesure du système absolu. Sans doute, ces unités offrent l'inconvénient de ne pouvoir être pratiquement déterminées, mais il n'était pas sans intérêt de montrer que la longueur δ_1, combinée avec $\varphi(\delta) = o$, est une longueur absolue, invariable, la même en tous les temps et en tous les lieux ; que la masse de tout corps est mesurée par un nombre entier d'atomes A, et qu'enfin, grâce au diapason biatomique, dont les vibrations sont une manifestation de la force $\varphi(\delta)$ pour la distance limite δ_1, la mesure du temps comporte une unité absolue $\frac{a}{\varepsilon} = 1$.

Ni le quart du méridien terrestre, ni la barre métallique du mètre-étalon ne comportent cette fixité. Le diamètre de la terre a beaucoup diminué dans le cours des siècles et chaque jour il se modifie.

Le mètre-étalon vibre et frémit suivant des lois d'une extrême complexité et la longueur change perpétuellement. La tentative de substituer au mètre-étalon la longueur d'une onde

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

lumineuse constitue assurément un progrès; mais la longueur même de l'onde lumineuse n'a pas une fixité absolue : la densité et l'élasticité de l'éther sont variables avec les distances comptées à partir du centre de figure de l'univers, comme nous l'expliquerons plus loin.

CHAPITRE IX

CONSTITUTION ET RÔLE DE L'ÉTHER

a. Stabilité de l'éther. — *b*. Masse de l'éther et dimensions de l'univers. — *c*. Épilogue.

---

a. Stabilité de l'éther.

Au cours de notre étude, nous avons montré comment, par le simple jeu de la force $\varphi(\delta)$, les atomes se groupent en assemblages successifs depuis l'atome atomique A_ω jusqu'à l'atome mécanique A_m, et nous avons admis, suivant l'opinion commune, l'existence de l'éther, milieu dans lequel se meuvent tous les corps et par lequel s'échangent les énergies de toute nature. Nous avons précisé la constitution de l'éther. Nous avons dit que l'éther est un assemblage particulier d'atomes simples A placés à des distances de même ordre que celles qui existent entre les molécules atomiques M_ω dans les atomes étherergiques $A_{\omega 0}$; ces distances sont de l'ordre δ_{11}, elles sont comprises entre δ_{12} et δ_{11}.

Les atomes étherergiques sont ainsi noyés dans l'éther et tous leurs mouvements y provoquent des vibrations qui se transmettent avec une vitesse considérée comme constante. En outre, la densité de l'éther est, en quelque sorte, infiniment petite par rapport à celle des atomes étherergiques qu'il enveloppe; ce rapport est, en effet, de l'ordre $\frac{1}{m_0 m_1}$.

Mais comment l'existence de l'éther peut-elle se concilier avec la force $\varphi(\delta)$, puisque les relations de la force avec la distance semblent imposer des limites infranchissables aux groupements successifs des atomes?

C'est ainsi, notamment, que les molécules atomiques M_ω assemblées en nombre limité m_0 dans les atomes étherergiques $A_{\omega 0}$ ne peuvent dépasser les bornes d'une sphère dont le diamètre est de l'ordre δ_{10}. Comment l'éther peut-il constituer une sphère, pour ainsi dire, sans bornes? (Voir pages 54 et 55.)

L'éther est bien, en effet, un corps unique en son genre, et sa constitution, quoique cela paraisse invraisemblable au premier abord, se concilie de tous points avec les ondulations et les allures de la courbe $\varphi(\delta)$.

L'éther est nécessairement limité par une surface sphérique, puisque les atomes simples, dont il est un assemblage direct, n'ont aucune polarité.

La sphère éthérée est immense, puisqu'elle enveloppe l'univers entier.

La compressibilité dans les régions où se meut notre système planétaire est tellement faible qu'on n'a jamais pu constater d'autres vibrations que des vibrations transversales. Cela revient à dire que la distance $\delta_{\omega 0}$ d'atome à atome est presque irréductible dans ces régions. Cette distance $\delta_{\omega 0}$ est de l'ordre des distances δ_{11} de la courbe $\varphi(\delta)$; elle est comprise entre δ_{12} et δ_{11} : on a $\delta_{12} < \delta_{\omega 0} < \delta_{11}$.

Or, la stabilité de l'éther résulte précisément de l'immensité de la sphère éthérée. Considérons, en effet, un atome A à la surface de cette sphère.

Nous savons que, pour tous les atomes placés à une distance supérieure à δ_1 (première intersection de la courbe des forces $\varphi(\delta)$ avec l'axe des distances), les forces sont attractives,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et l'expérience a démontré que, pour une distance supérieure à quelques centimètres, elles sont figurées par la branche newtonienne, c'est-à-dire par la formule

$$-\frac{W^3}{\rho^2}$$

W étant une longueur absolument déterminée, lorsque la courbe $\varphi(\delta)$ est construite d'après les règles fixées plus haut.

Nous savons, en outre, qu'en appelant ρ_e le rayon de la sphère éthérée et N_e le nombre d'atomes d'éther, la résultante T pour cette branche newtonienne est égale à

$$-N_e\frac{W^3}{\rho_e^2}=T$$

comme si les N_e atomes étaient superposés au centre de la sphère.

Il s'agit de déterminer la valeur du nombre N_e en fonction de l'écart moyen des atomes A.

L'éther est disposé dans son ensemble par couches concentriques; la distance des atomes dans une couche étant désignée par δ_{e0}, la distance des couches successives est égale à

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\delta_{e0}.$$

Dès lors, le compartiment réticulaire dans lequel se meut chaque atome a pour volume (fig. 33) :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\delta_{e0}^3.$$

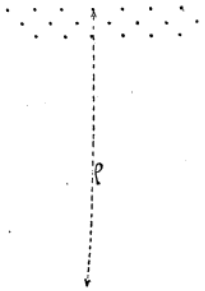


Fig. 33.

Le volume total de la sphère éthérée de rayon ρ_e est égal à

$$\frac{4}{3}\pi\rho_e^3$$

et comme la somme des compartiments réticulaires reconstitue la sphère, on a

$$\frac{N_e}{\sqrt{2}}\delta_{e0}^3=\frac{4}{3}\pi\rho_e^3, \qquad \text{ou} \qquad N_e=\frac{4}{3}\pi\sqrt{2}\frac{\rho_e^3}{\delta_{e0}^3}.$$

La résultante T devient, après substitution de la valeur de N_e,

$$T=-\frac{4}{3}\pi\sqrt{2}\left(\frac{W}{\delta_{e0}}\right)^3\rho_e$$

Le rapport $\frac{W}{\delta_{e0}}$ n'est pas actuellement connu, mais il a une valeur déterminée : cette valeur

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

croît à mesure que $\delta_{\epsilon 0}$ diminue, car W est une constante absolue. Enfin, il n'est pas douteux que $\delta_{\epsilon 0}$ diminue à mesure que ρ_ϵ augmente : il n'y a donc pas d'autre limite à la grandeur de la résultante T que celle qui découle du rayon ρ_ϵ de la sphère éthérée. Il est clair que si ρ_ϵ est suffisamment grand, les atomes placés à la surface extrême de la sphère sont dans une position stable.

Les couches successives, à partir de cette surface jusqu'à la distance δ_1, sont soumises, atome par atome, à la même résultante générale

$$T = -\frac{4}{3}\pi\sqrt{2}\left(\frac{W}{\delta_{\epsilon 0}}\right)^3 \rho_\epsilon$$

puisque δ_1 est absolument négligeable vis-à-vis de ρ_ϵ; il n'en résulte pas moins une certaine périodicité dans les forces additionnelles, alternativement positives et négatives, se rapportant aux atomes compris dans les zones d'épaisseur $\delta_{10}-\delta_{11}$, $\delta_9-\delta_{10}$, $\delta_8-\delta_9$, etc. Mais ces forces additionnelles sont sans influence appréciable sur la résultante générale T, dès qu'on s'éloigne de la surface.

Il va de soi que la valeur de $\varphi(\delta)$ qui correspond à la distance $\delta_{\epsilon 0}$ est inférieure au maximum de $\varphi(\delta)$ compris entre δ_{11} et δ_{12}, et non seulement elle est inférieure à ce maximum, mais elle n'en est qu'une minime fraction.

L'éther est, d'après ce qui précède, une sorte d'atome étherergique $A_{\epsilon 0}$ qui enveloppe tous les corps et dont la stabilité à la surface est inaltérable, grâce à l'immensité du diamètre; tandis que l'atome ordinaire $A_{\epsilon 0}$ qui entre dans la constitution des corps doit sa stabilité à l'extrême petitesse de son diamètre qui est de l'ordre δ_{10}.

Il nous reste à examiner ce que devient la stabilité de l'éther lorsqu'on pénètre dans les couches profondes, jusqu'à la région centrale où les pressions paraissent sans limite.

Si nous désignons les couches concentriques successives par les nombres 1, 2, 3, etc., nous pouvons, en négligeant les légères influences des forces additionnelles sur la résultante générale dirigée vers le centre de la sphère, évaluer approximativement la résultante spéciale à chaque couche.

Pour la couche n° 1, la résultante pour chaque atome est

$$T = -\frac{4}{3}\pi\sqrt{2}\left(\frac{W}{\delta_{\epsilon 0}}\right)^3 \rho_\epsilon.$$

Cette résultante se transmet aux atomes de la couche n° 2, et c'est grâce à cette transmission que la distance δ_{11} est réduite à $\delta_{\epsilon 0}$. Chaque atome de la couche n° 2 est donc soumis à une pression vers le centre de la sphère égale à T, elle est soumise en outre à une attraction directe égale aussi à T; chaque atome de la couche n° 2 est donc soumis à une résultante centripète égale à 2T. Cette résultante se transmet à la couche n° 3, et la distance $\delta_{\epsilon 0}$ subit une réduction. Il résulte de là que théoriquement les distances des atomes de l'éther diminuent à mesure que l'on s'écarte de la couche extrême, mais, comme nous l'avons dit déjà, à la distance de l'ordre $\delta_{\epsilon 0}$ les augmentations des valeurs de $\varphi(\delta)$ sont tellement grandes pour la plus petite réduction de $\delta_{\epsilon 0}$ que pour des couches très éloignées de la couche extrême les variations de densité de l'éther deviennent de plus en plus faibles, de sorte que, si l'on examine une zone concentrique comprenant n couches, l'épaisseur $\frac{n}{\sqrt{2}}\delta_{\epsilon 0}$ de cette zone étant négligeable par rapport à ρ, la densité peut être considérée comme constante dans toute l'étendue de la zone. Il en est de même de l'élasticité. Nous avons montré dans l'étude des vibrations de l'éther que la vitesse de transmission est proportionnelle à l'élasticité.

Cette vitesse qui est à peu près constante dans la zone des observations astronomiques va certainement en augmentant dans un sens (centre de la sphère éthérée), et en diminuant dans le sens contraire. Nous verrons que la zone des observations astronomiques, si immense qu'elle nous paraisse, n'est en réalité qu'une minime fraction de la sphère éthérée.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'éther, dans son ensemble, au point de vue de la transmission des pressions, est assimilable à un liquide incompressible.

Les pressions croissent à peu près proportionnellement aux profondeurs, les densités croissent dans le même sens, mais suivant une loi incomparablement moins rapide. Néanmoins, lorsqu'on se rapproche des régions centrales, comme le maximum de $\varphi(\delta)$ compris entre δ_{11} et δ_{12} n'est pas infini, un moment arrive où δ_{10} dans ses réductions successives atteint la valeur qui correspond au maximum de $\varphi(\delta)$ dont il est question. Soit ρ' le rayon de la sphère centrale à la surface de laquelle agit le maximum. Les atomes sont dans un état d'équilibre instable; sous l'influence de la moindre vibration ils se précipitent dans l'intérieur de la sphère, celle-ci se trouve dans un état de frémissement analogue au frémissement d'un atome mécanique passant à l'état gazeux. Les rapprochements des atomes sont absolument limités aux distances inférieures à δ_{15} puisque dans ces régions la force $\varphi(\delta)$ n'a pas de limite, elle est de forme asymptotique. Il résulte de là que la sphère centrale de rayon ρ' peut supporter une pression illimitée. Cette pression est en rapport avec l'espace moyen parcouru par chaque atome entre deux chocs successifs, et par suite en rapport avec le nombre d'atomes qui se sont précipités dans la sphère de rayon ρ'. Ce rayon ρ' peut être considéré comme négligeable par rapport à ρ. Il n'en résulte pas moins que l'éther envisagé dans son ensemble est loin d'être homogène. Densité, élasticité sont partout variables : si la périphérie offre l'image d'un repos relatif, la partie centrale est le siège de la plus étonnante agitation.

Nos moyens d'observation ne dépassent pas les bornes d'une région tellement limitée, par rapport à l'ensemble de la sphère éthérée, que les variations de densité et d'élasticité soient pour nous imperceptibles.

Dans ce qui précède nous avons considéré l'éther, abstraction faite des autres corps auxquels on donne en général le nom de matière. Tout porte à croire que cette matière est répartie à peu près uniformément dans une zone concentrique autour du centre de figure de l'éther; c'est vers ce point en effet que nous avons vu converger les trajectoires de tous les atomes en remontant vers leur origine, et, comme conséquence, c'est de ce point immuable qu'a jailli l'univers entier : dès lors, la matière proprement dite n'a d'autre effet que d'augmenter la valeur de la résultante de stabilité

$$T = -\frac{4}{3}\pi\sqrt{2}\left(\frac{W}{\delta_{10}}\right)^3\rho$$

calculée plus haut.

L'augmentation est exactement proportionnelle au nombre d'atomes A entrant dans les corps matériels. Si, par exemple, ce dernier nombre est une fraction ε du nombre d'atomes formant l'éther, la valeur de la résultante totale devient

$$T(1+\varepsilon).$$

Nous venons de voir que l'éther est un assemblage stable d'atomes limité par une surface sphérique; nous avons ajouté qu'il enveloppe les atomes étherergiques A_{10} dont il recueille et transmet au loin les mouvements divers. On peut donc se figurer chaque atome A_{10} comme placé au centre d'une sphère vide d'éther (fig. 34).

Quel est le rayon de cette sphère? L'atome A_{10} comprend un nombre immense m_2 de molécules M_ω dont les distances mutuelles sont de l'ordre δ_{11}. Le diamètre de cet atome est de l'ordre δ_{10}; on peut dans une première approximation négliger la courbure de la surface et considérer une tranche plane d'éther superposée à une tranche plane de molécules M_ω. La distance δ_{10} des atomes A dans la tranche d'éther est de l'ordre δ_{11}; la distance des molécules M_ω est aussi de l'ordre δ_{11}. Si les distances étaient identiques, et si la tranche d'éther était à la distance $\frac{\delta_{10}}{\sqrt{2}}$ de la tranche de M_ω, on constaterait ce qui suit : chaque atome de la première couche d'éther serait soumis, du côté de l'éther, à la pression qui lui correspond et qui se traduit principalement par la valeur de $\varphi(\delta)$ déterminée par la distance d'atome à atome δ_{10}. Mais du côté opposé la valeur de $\varphi(\delta)$ serait la même pour chaque atome entrant dans une

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

molécule M_ω, mais comme dans chaque molécule M_ω il entre $m_0 m_1$ atomes A, la résultante dirigée normalement à la tranche sur chaque atome d'éther serait $m_0 m_1$ fois plus grande que la pression transmise à ce même atome d'éther. Or, $m_0 m_1$ est un nombre immense, on voit donc que la distance entre la tranche d'éther et la tranche de M_ω est beaucoup plus grande que la distance normale des couches d'éther dans l'éther. Pour fixer cette distance, il faudrait connaître la forme exacte de la courbe $\varphi(\delta)$ de part et d'autre de la distance δ_{11}.

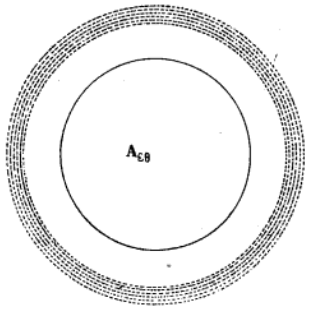


Fig. 34.

Le raisonnement reste le même lorsqu'on tient compte de la courbure des couches concentriques des M_ω formant l'atome $A_{\varepsilon\theta}$. Il est donc certain que chaque atome $A_{\varepsilon\theta}$ est entouré d'une sphère creuse d'éther d'un rayon notablement supérieur à celui de l'atome. Pour mettre ce fait en évidence, nous n'avons considéré que la première couche de l'éther, la couche la plus rapprochée : des considérations analogues montreraient que les distances des couches successives de l'éther sont altérées aussi loin que l'influence des molécules M_ω se fait sentir. En résumé, la densité et l'élasticité de l'éther sont altérées et diminuées dans une certaine étendue autour de chaque atome étherergique. Il est donc certain que, selon le mode d'assemblage des atomes étherergiques, l'éther est modifié de manières diverses dans l'intérieur des corps matériels, et la moindre élasticité se manifeste principalement par la moindre vitesse des vibrations éthérées transmises à travers ces corps. On voit comment prend naissance une vibration transversale : lorsqu'un atome étherergique se déplace dans un sens déterminé, l'éther glisse en quelque sorte à la surface d'une sphère d'un grand rayon par rapport aux distances mutuelles des atomes d'éther; le volume total de l'éther reste invariable, les distances mutuelles des atomes varient infiniment peu et les déplacements latéraux sont relativement considérables. Chaque atome $A_{\varepsilon\theta}$ est soumis d'ailleurs à l'énorme pression de l'éther qui l'entoure, et cette pression a pour conséquence le rapprochement des molécules M_ω à la surface sphérique de l'atome $A_{\varepsilon\theta}$.

b. MASSE DE L'ÉTHER ET DIMENSIONS DE L'UNIVERS.

Nous avons considéré jusqu'à présent les atomes et les molécules d'ordres divers, et l'éther nous est apparu d'une part comme une sorte d'atome étherergique $A_{\varepsilon\theta}$ maintenu à l'état stable par l'immensité même de ses dimensions, et d'autre part comme un corps particulier, sorte de véhicule matériel transportant l'énergie sur tous les points de l'univers. Nous pouvons envisager l'éther à un autre point de vue, et chercher à nous rendre compte de son influence sur les grands mouvements astronomiques.

Les trajectoires décrites par les vastes amas de matières qui se condensent en étoiles fixes avec ou sans système planétaire, ou en étoiles doubles ou multiples, sont des ellipses ayant, non pour foyer mais pour centre, le centre de gravité de l'éther qui se confond avec le centre de figure de l'univers. On sait, en effet, que telles sont les trajectoires décrites par des masses attirées vers un point central par une résultante T proportionnelle au rayon ρ.

Le grand axe, grâce à l'énergie communiquée à l'éther, diminue à chaque rotation complète et se rapproche de plus en plus du petit axe; les ellipses tendent donc vers la forme circulaire. Comme ces vastes amas de matière émanent d'un point unique, il est naturel de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

penser que les amas d'importance analogue se trouvent à des distances analogues du point de départ, ce qui revient à dire que les étoiles fixes considérées dans leur ensemble circulent dans une couche d'éther, comprise entre deux sphères concentriques ayant respectivement pour rayon R et R'. L'épaisseur de cette couche (R'—R) est une faible fraction du rayon moyen $\frac{R+R'}{2}$, c'est entre les deux sphères R et R' que circulent notre soleil et toutes les étoiles du firmament.

Le soleil, dans son mouvement elliptique, se trouve actuellement vers le milieu de l'épaisseur de la couche (R'— R). Dans l'étendue bornée où s'étendent les observations astronomiques, le plan tangent à la sphère moyenne de rayon

$$\frac{R+R'}{2} = L$$

s'écarte peu de cette sphère, dont nous ne voyons en quelque sorte qu'un petit élément; cet élément est pour nos yeux la *voie lactée*.

Herschel, en étudiant la voie lactée, a pris pour mesure des distances l'espace ε parcouru par la lumière en un an. La distance moyenne des étoiles est comprise entre 8 et 12 ε, soit 10ε. La distance à laquelle atteint le télescope est évaluée à 2 400 fois environ la distance moyenne des étoiles. Traçons par la pensée sur la sphère moyenne de rayon L dont nous venons de parler un petit cercle ayant pour rayon la distance de visibilité : la lumière mettra 2400×10, soit 24 000 ans à parcourir ce rayon qui ne détache cependant sur la sphère qu'une calotte relativement petite qui représente pour nous la voie lactée. Si la courbure avait fait l'objet d'une étude dans l'ordre d'idées que nous venons d'indiquer, on serait fixé sur le sens de cette courbure et par suite sur la direction dans laquelle se trouve le centre de l'univers. Il ne semble pas qu'aucune recherche ait été faite dans ce sens : l'obstacle principal, en dehors de la petitesse relative de l'élément visible, est l'irrégularité même que présente la répartition des masses sur une aussi petite portion de la sphère. Les perfectionnements des instruments optiques permettront peut-être un jour d'étendre notablement les limites de la visibilité, et de déterminer d'une manière précise la courbure de la voie lactée et par suite le rayon moyen de la couche sphérique dont elle fait partie.

Les irrégularités qu'on constate dans la voie lactée n'ont point lieu de surprendre, lorsqu'on tient compte de la petitesse relative de la portion entrevue : la surface de la terre aussi est à peu près sphérique, et cependant, si l'on considère une région montagneuse, toute trace de courbure régulière échappe à l'observation dans la limite de l'horizon accessible à la vue.

Dans l'état de la question, nous nous contenterons des remarques suivantes : la voie lactée couvre dans la région australe une plus grande étendue que dans la région boréale, d'où l'on peut conclure que la voie lactée s'incline vers le pôle galactique austral. Herschel a fait une étude extrêmement importante sur la répartition des étoiles le long d'un grand cercle perpendiculaire à la voie lactée et passant dans le voisinage de l'intersection de la voie lactée avec l'équateur. On déduit de cette étude que l'angle 2α de la calotte sphérique représentant la voie lactée est au moins de 20°. Nous adopterons provisoirement la valeur

$$2\alpha = 20^\circ \quad \text{ou} \quad \alpha = 10^\circ.$$

L'épaisseur moyenne R'— R de la voie lactée paraît être, d'après Herschel, d'environ $800\ \varepsilon$, c'est-à-dire que la lumière mettrait environ huit siècles à la traverser de part en part.

Si l'on pouvait négliger les réactions mutuelles des étoiles visibles ou invisibles les unes sur les autres, les vitesses des étoiles fixes devraient peu varier; les observations ayant pour objet les déplacements relatifs des étoiles fixes sont extrêmement délicates et difficiles, mais il semble tout au moins que les vitesses observées sont du même ordre de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

grandeur, et qu'elles ne s'éloignent pas beaucoup de la vitesse de la terre dans sa trajectoire autour du soleil.

En admettant à titre de première indication l'égalité pour toutes ces vitesses, on obtient une relation, douteuse sans doute, mais ne manquant pas d'un certain intérêt, entre la masse m du soleil et la masse M d'éther limitée par la sphère de rayon $L = \frac{R + R'}{2}$ dont la voie lactée est un élément : si l'on désigne en effet par r la distance de la terre au soleil, on a dans l'hypothèse ci-dessus énoncée

$$\frac{M}{m} = \frac{L}{r}.$$

D'après cette formule la masse M d'éther croît proportionnellement à L : or, le volume croît proportionnellement à L^3 : il en résulte que la densité de l'éther est en raison inverse de L^2. Plus grande est la masse, moindre est la densité.

Pour préciser, supposons que l'expérience fasse découvrir la valeur exacte de l'angle α sous-tendu sur le grand cercle de la sphère L par une corde égale à la limite de visibilité actuelle des étoiles (corde ayant pour longueur l'espace parcouru par la lumière en 24 000 ans, ou 240 Σ en désignant par Σ l'espace parcouru par la lumière en un siècle).

On aura, puisque l'angle α est petit et peut être confondu avec son sinus,

$$\frac{240\,\Sigma}{L} = \frac{2\pi}{360^\circ}\,\alpha$$

ou approximativement

$$L = \frac{1}{\alpha} \times 14000\,\Sigma.$$

La lumière met environ 8′ à parcourir la distance r de la terre au soleil; on déduit de là en nombres ronds :

$$\frac{L}{r} = \frac{1^\circ}{\alpha} \times 10^{11}$$

et par suite

$$\frac{M}{m} = \frac{1^\circ}{\alpha} \times 10^{11}.$$

Comme nous l'avons dit plus haut, on peut assigner à l'angle α une valeur de 10° à titre de première approximation. Dans cette hypothèse, l'expression

$$\frac{M}{m} = \frac{1^\circ}{\alpha} \times 10^{11} \qquad \text{se réduit à} \qquad \frac{M}{m} = 10^{10} \qquad \text{et} \qquad L = 1400\,\Sigma.$$

Ainsi le centre immuable de l'univers matériel, le point de départ des trajectoires de tous les atomes, se trouve dans la direction du pôle galactique austral à une distance de notre soleil, L = 1400 Σ, telle que la lumière mettrait 1400 siècles à la parcourir.

Ainsi encore la masse de l'éther, limitée par la couche sphérique dont la voie lactée est un élément, peut être évaluée dans une première approximation à dix milliards de fois la masse m du soleil.

Si immense que soit cette masse M, la densité est plus étonnante encore par son extrême ténuité.

Le volume occupé par la masse M d'éther a en effet pour valeur

$$\frac{4}{3}\pi L^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \times (10^{10})^3.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En divisant ce volume par 10^{10}, on obtient le volume qui correspond à une masse m (masse du soleil), soit

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \times (10^{10})^2.$$

Or $\frac{4}{3}\pi r^3$ est le volume d'une sphère ayant pour rayon la distance de la terre au soleil. Il est vraisemblable que le soleil à l'état de nébuleuse a réellement rempli un tel volume. La densité moyenne de cette nébuleuse était $(10^{10})^2$ fois plus grande que celle de l'éther.

On peut dire en termes équivalents mais plus expressifs :

« Un kilogramme de matière réduit à l'état d'éther occuperait un volume à peu près égal à celui de notre globe terrestre. »

Le rayon L n'est qu'une fraction du rayon ρ de la sphère éthérée qui s'étend bien au delà de la voie lactée : la masse totale de l'éther a pour valeur

$$M\frac{\rho^3}{L^3}.$$

Le rayon ρ qui marque la limite de l'univers matériel est inconnu, mais il n'échappe pas aux investigations de la raison humaine. C'est en effet de ce rayon ρ que dépendent les variations de la densité et de l'élasticité de l'éther. Nous avons vu plus haut que ces variations seraient déterminées, si l'on connaissait les dernières ondulations de la courbe des forces, $F = \varphi(\delta)$. L'explication de l'univers matériel semble donc inscrite en totalité dans cette simple formule

$$F = \varphi(\delta).$$

L'éther, assemblage direct et uniforme d'atomes inétendus A, est le plus simple de tous les corps matériels : on peut l'appeler le corps simple par excellence, puisqu'il n'existe en lui ni atomes complexes ni molécules d'aucune espèce. C'est le plus répandu de tous les corps, puisqu'il les enveloppe tous et les pénètre jusque dans l'intérieur de leurs atomes chimiques et même de leurs molécules étherergiques. C'est à la fois le plus léger de tous les corps et celui qui présente la masse la plus considérable. A l'éther appartient le rôle prépondérant dans la mécanique céleste : il règle les trajectoires des astres; il rapproche progressivement de la forme circulaire les immenses ellipses qu'ils décrivent, et il condense ainsi sans relâche tous ces astres mobiles dans l'espace compris entre deux sphères concentriques dont la distance $R - R'$ va sans cesse en décroissant. La voie lactée est un élément de cette magnifique couche sphérique.

L'éther s'est déjà révélé au cours de cette étude comme le véhicule de la lumière, de la chaleur et de toutes les énergies vibratoires : nous savons maintenant que l'éther, dans l'ordre des créations matérielles, occupe incontestablement la première place.

c. ÉPILOGUE.

En jetant un regard rétrospectif sur le chemin parcouru, la matière avec ses multiples transformations se reflète tout entière dans l'unique fonction $\varphi(\delta)$. Quand la matière parle à nos sens, elle ressemble à une légion de substances douées chacune de qualités innombrables. L'expérience guidée par la raison réduit à l'unité ces substances diverses, et rend intelligibles les qualités attribuées à chacune d'elles en identifiant ces qualités avec trois ordres irréductibles de quantités, la longueur, le nombre et la force.

Les lois de l'élasticité, les déformations permanentes des corps, les lois du frottement, sont liées aux déplacements relatifs des atomes mécaniques A_m dont l'existence est indéniable. Les vibrations et les frémissements qui agitent ces atomes dans leur profondeur expliquent les lois de la physique et de la chimie ; la lumière et la chaleur apparaissent avec

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

leurs analogies et leurs différences ; l'éther prend une constitution définie et l'univers matériel dans ses manifestations diverses semble se prêter sans réserves aux investigations de l'expérience et de la raison.

La tentative que nous avons faite de ramener à l'unité tous les corps qui frappent nos sens est vieille comme le monde, mais il nous semble qu'une clarté plus grande jaillit de cette idée que l'unité n'est compréhensible qu'en l'envisageant sous un triple aspect. Les trois termes *distance*, *atome* et *force* sont inséparables et irréductibles : ce sont trois *sortes d'être* dont l'indissoluble union constitue la *matière*.

La simple hypothèse que toute énergie a été *potentielle* avant de devenir *actuelle* conduit irrésistiblement la raison vers le centre de l'univers et lui montre, avant l'apparition des distances, la matière réduite à ce point unique, invisible et sans forme, réservoir potentiel de toutes les énergies.

Il y a plus de trois mille ans que ce point, centre de la création matérielle, a été désigné comme invisible et sans forme (terra invisibilis et incomposita). Voici comment s'exprime saint Augustin en parlant du même point :

« Ne m'avez-vous pas enseigné, Seigneur, qu'avant de recevoir de vous la *forme* et l'*ordre*, la matière n'était pas *quelque chose*, ni couleur, ni figure, ni corps, ni esprit, ce n'était pas cependant *un pur néant*, c'était *un je ne sais quoi sans forme*, sans aucune apparence. Seigneur, vous avez fait l'univers avec une matière sans forme, avec un *presque rien* que vous avez fait de rien, et qui devait servir à faire ces grandes choses qu'admirent les enfants des hommes. »

Nous avons démontré que le Temps dans ses relations avec la matière a sa source dans la force, qu'il naît et disparaît avec elle. Voici comment s'exprime encore saint Augustin en définissant en quelque sorte la *force* par la *mutabilité* et ramenant par elle la matière à l'unité :

« Je fixai mon attention sur les corps eux-mêmes, et j'examinai de plus près leur *mutabilité* qui les fait cesser d'être ce qu'ils étaient et devenir ce qu'ils n'étaient pas.

« Je soupçonnais que le passage d'une forme à une autre se faisait par *un je ne sais quoi sans forme*, sans être cependant un pur néant. Mais je désirais le savoir et non pas seulement le soupçonner. Et maintenant, si ma voix et ma plume vous confessent toutes les lumières dont vous avez éclairé pour moi ces obscurités, quel lecteur aura la patience de m'entendre ? Et toutefois mon cœur ne cesse de vous glorifier et de vous chanter un cantique de louange : les paroles me manquent pour exprimer ce que vous m'avez révélé.

« Le *je ne sais quoi* qui constitue la *mutabilité* des choses qui se transforment est capable de réaliser *toutes les formes* sous lesquelles se présentent les choses qui se transforment : mais ce *je ne sais quoi*, cette *mutabilité*, qu'est-ce ? Un esprit, un corps, une manière d'être d'un esprit ou d'un corps ? Si l'on pouvait dire : c'est et ce n'est pas une sorte de rien, je le dirais ; et cependant c'est bien une *sorte d'être* pour pouvoir réaliser ces formes visibles et bien ordonnées.

« Voici donc le *je ne sais quoi* sans forme qui produit les *changements* des choses de ce bas monde ! et qui oserait dire que si toute chose visible était arrivée par *réduction successive* à l'*anéantissement* de l'étendue, et qu'il ne restât que cette substance sans forme par laquelle ont été faites les choses qui se modifient et passent d'une figure à une autre, une telle substance pourrait faire naître la succession du temps ? elle ne le pourrait en aucune façon, car *sans variété de mouvements point de temps* et point de variété là où il n'y a point de forme. »

Ce n'est donc pas exprimer des idées nouvelles que de dire après saint Augustin : La force, ce *je ne sais quoi* qui constitue la *mutabilité* des choses, est *une sorte d'être*, comme

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la *distance* et l'*atome*. Le *temps* est la variété du *mouvement* qui est une manifestation de la *force* dans ses rapports avec la *distance* et l'*atome*.

Le *fiat lux* de la Genèse semble donner à l'éther, qui par ses vibrations est véritablement la lumière, une place particulière parmi tous les corps. C'est l'idée que nous avons traduite en définissant la constitution de l'éther.

Terminons cette étude par deux versets du livre de la Sagesse, qui en sont en quelque sorte le résumé :

> Omnipotens manus tua creavit orbem terrarum ex *materia invisa* :
> *Omnia* in *mensura* et *numero* et *pondere* disposuisti.

RICOUR.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

II

PHÉNOMÈNES

QUI ACCOMPAGNENT

LA DÉFORMATION PERMANENTE DES MÉTAUX

COMMUNICATION

Présentée par M. le Commandant HARTMANN

INTRODUCTION

Dans son Rapport du 9 novembre 1891, soumettant à la signature de M. le Président de la République le décret instituant la Commission française des méthodes d'essai des matériaux de construction, M. Yves Guyot, ministre des Travaux publics fait ressortir en ces termes l'impossibilité de faire œuvre définitive en pareille matière : *Les méthodes d'essai ne peuvent être immuables; elles doivent progresser avec nos connaissances sur les propriétés des matériaux que nous employons.*

Ce principe, qu'on ne saurait méconnaître sans entraver les progrès de l'industrie, s'applique particulièrement aux essais mécaniques, auxquels une place prépondérante a toujours été réservée jusqu'ici.

Étant donné un objet à éprouver, il y a lieu de déterminer :

1° La nature de l'essai à effectuer, d'après la destination de cet objet;

2° Les conditions du prélèvement de l'éprouvette d'essai dans l'objet, en ce qui concerne notamment son emplacement et son orientation;

3° La forme et les dimensions à donner à cette éprouvette;

4° La manière dont l'essai sera conduit, et l'interprétation qu'il conviendra d'adopter pour les résultats.

C'est l'ensemble de ces déterminations qui constitue, à proprement parler, la *méthode d'essai* dans chaque cas particulier, et ce n'est qu'en raison de l'insuffisance de nos connaissances sur les phénomènes de l'élasticité et de la résistance des matériaux que, pour l'instant, nous nous sommes bornés à la quatrième d'entre elles.

Il en résulte que les déterminations dont il s'agit sont faites, il faut bien le reconnaître, d'une manière tout à fait arbitraire.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

S'il s'agit, par exemple, d'un tube de bouche à feu, on admet qu'un essai lent de traction est de nature à renseigner sur la capacité de résistance du tube à l'action brusque des gaz de la poudre. Les éprouvettes de traction sont, de plus, prises en travers, alors que l'expérience démontre qu'aucune rupture de canon ne se fait longitudinalement; les dimensions de ces éprouvettes sont généralement les mêmes pour les calibres les plus divers. Enfin, il est impossible de justifier convenablement les conditions imposées, pour la limite élastique, la charge de rupture, l'allongement pour cent dans l'essai de traction, pas plus que celles de l'épreuve au choc, en les rattachant rationnellement au travail effectif de la pièce, quand elle est en service.

On ne remédiera à cet état de choses, d'où résulte une majoration du prix des objets sans nécessité démontrée, qu'en connaissant mieux le mécanisme des actions complexes mises en jeu par l'action des efforts dans l'intérieur des corps solides.

Quels sont les phénomènes qui accompagnent, d'abord, les déformations élastiques du corps, ensuite ses déformations permanentes, et notamment comment s'opère l'écoulement moléculaire pendant cette dernière période ? Quel est le mécanisme des forces intérieures pendant l'action des efforts ?

Autant de questions qu'on doit chercher à résoudre non seulement pour la pratique des constructions, mais aussi pour le choix de l'essai, étant donné que celui-ci doit avoir pour objet de reproduire les efforts auxquels les pièces seront soumises dans la réalité, et, enfin, pour la conduite même de cet essai.

Je me propose d'apporter une contribution à l'étude de cette question, en exposant ici le résultat des recherches que j'ai effectuées à partir de 1892 sur la déformation permanente des corps solides, soit sous l'influence des efforts mécaniques, soit sous l'influence des variations de température et de la trempe.

J'indiquerai, au fur et à mesure de l'exposé des faits, quelques-unes des conséquences qui me paraissent devoir s'imposer en ce qui concerne les théories en cours, les déterminations de la physique, et les essais des matériaux de construction.

Je donnerai ensuite un aperçu des conceptions que les phénomènes observés suggèrent pour la constitution physique des corps élastiques et pour le mécanisme de leurs forces moléculaires, pendant l'action des efforts auxquels ils sont soumis.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

I

DÉFORMATIONS PERMANENTES DUES A L'ACTION DES EFFORTS MÉCANIQUES

Quand un métal passe d'une forme à une autre par déformation permanente, l'écoulement moléculaire qui se produit dans les régions déformées ne se fait pas en bloc, comme on paraît l'avoir cru longtemps. Il se localise dans des nappes géométriquement définies et régulièrement distribuées, séparées les unes des autres par des régions non déformées.

De plus, cet écoulement moléculaire ne se fait pas uniformément dans l'intérieur des nappes de déformation, et son inégalité, suivant les points, provoque un travail élastique permettant au corps de résister à l'effort.

Il y a donc lieu de considérer :

1° Le tracé géométrique des déformations;

2° La répartition de la matière déplacée, dans les différentes nappes de déformation.

1° TRACÉ DES DÉFORMATIONS PERMANENTES

Les recherches auxquelles j'ai procédé à la Section technique de l'artillerie m'ont fait reconnaître la possibilité d'obtenir sur les surfaces libres des corps déformés les traces de leurs nappes intérieures de déformation.

Je me suis servi, à cet effet, de plusieurs procédés ; le plus simple consiste dans un polissage, aussi parfait que possible, des surfaces. Dans ces conditions, les plus faibles dépressions et les plus légères saillies deviennent très apparentes, dès qu'elles sont produites par les efforts exercés.

Pour rendre les phénomènes plus visibles encore, j'ai eu quelquefois recours à une oxydation superficielle au moyen d'un bleuissage à 200 ou 300°. Quand la pièce est ainsi préparée, soit avant, soit après l'essai, il suffit de la frotter légèrement avec du papier émeri pour faire apparaître les déformations, sous forme de sillons, plus foncés ou plus brillants que le reste du métal, suivant qu'elles sont dues à l'extension ou à la compression, étant donné que, généralement, elles sont en creux dans le premier cas, et en relief, au moins partiellement, dans le second.

EXTENSION

Lames minces. — Quand une lame mince d'un métal susceptible d'allongement est soumise à un effort d'extension, on voit apparaître brusquement en creux, sur ses deux faces, aussitôt la limite élastique atteinte, deux systèmes conjugués A et B de déformations; chacun de ces systèmes se compose d'éléments rectilignes parallèles entre eux, obliques sur la direction de l'effort, et traversant toute la largeur de la barrette (fig. 1).

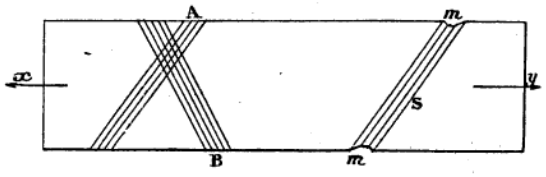


Fig. 1.

La manière dont se forment ces déformations est particulièrement intéressante.

Avec une barrette d'acier, dont on fait croître la traction aussi lentement que possible,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

rien ne se manifeste tout d'abord; mais, pour une valeur de la charge égale à la limite élastique, on voit se produire subitement (fig. 2) une raie oblique MM isolée, qui traverse



Fig. 2.

toute l'éprouvette avec une rapidité telle que l'œil n'en peut suivre le développement. Il est facile de constater au toucher que cette raie est une véritable striction, accusée sur chacune des faces par une dépression, et sur chacun des bords par un étranglement.

Son apparition marque la fin de la *période élastique*.

Quand la charge augmente, on observe, ou bien un accroissement latéral de la première déformation (fig. 3), ou bien (fig. 4) l'apparition d'une autre striction NN du même système



Fig. 3.



Fig. 4.

A ou du système conjugué B. Mais les nouvelles déformations ne se produisent tout d'abord, jusqu'à une valeur déterminée de la charge, qu'une par une. Il en résulte qu'il y a sensiblement, pendant cette seconde période, proportionnalité entre l'allongement et l'effort. C'est la *période des allongements proportionnels*.

Enfin, à partir d'une valeur un peu plus grande de la charge, on voit apparaître, dans plusieurs régions de l'éprouvette, des déformations simultanées dont le nombre va toujours en augmentant, c'est-à-dire que les allongements croissent plus vite que les efforts (fig. 5, 6, 7). C'est la *période des grands allongements*.



Fig. 5.



Fig. 6.



Fig. 7.

A aucun moment de l'étirage, on ne distingue le moindre changement dans l'orientation de l'un ou de l'autre des deux systèmes; cela veut dire que la direction des déformations est indépendante de la valeur de l'effort exercé.

La striction finale S n'est autre chose que l'ensemble d'un certain nombre de strictions élémentaires, coexistant dans la même région (fig. 8). Dans la striction générale, comme

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dans les autres parties de la lame mince, les déformations des diverses lignes n'atteignent pas toutes la même valeur, et il y subsiste toujours des régions non déformées.



Fig. 8.

L'aspect final de la barrette est celui d'une tôle striée suivant deux directions symétriques l'une de l'autre par rapport à l'axe de l'effort.

On doit en conclure que les déformations ne se produisent pas d'une manière continue dans la matière et qu'alors même que les lignes séparées ainsi obtenues se rejoignent, il subsiste des inégalités dans leurs intensités.

Ces expériences, qui ont été faites d'une manière aussi complète que possible, ont porté sur un grand nombre de métaux.

Les résultats ont été les mêmes avec les métaux simples (platine, argent, aluminium, cuivre, étain, plomb, zinc), et avec les métaux composés (acier, acier-nickel, bronze, laiton, métal-delta, maillechort) (fig. 9, 10, 11).



Fig. 9 (cuivre).

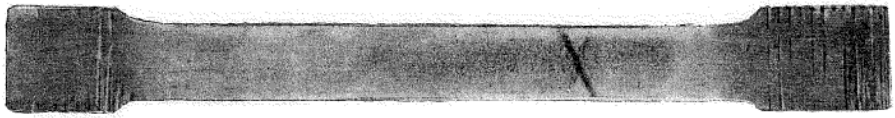


Fig. 10 (maillechort).



Fig. 11 (métal-delta).

Avec l'acier, le platine, le cuivre, l'argent, les déformations ont, à tout moment, une très grande netteté; avec l'aluminium, le laiton, etc., il convient de suivre attentivement les mouvements moléculaires de la surface, pendant la marche ascendante de l'effort; il se produit, en effet, des déformations successives qui s'effacent ou se recouvrent, et on s'exposerait à ne pas reconnaître le mode de propagation des déformations, si l'on se bornait à examiner les barrettes après l'essai terminé.

L'aluminium notamment donne lieu à de véritables ondulations qui se propagent rapidement d'une extrémité à l'autre de la barrette, en formant toujours avec la direction de l'effort un angle constant.

L'angle des deux systèmes de lignes avec la direction des génératrices est, pour un même métal, indépendant de la largeur, de l'épaisseur, et de la longueur de l'éprouvette.

Sa valeur est la même pour toutes les barrettes découpées dans une même plaque, quelle que soit l'orientation de chacune d'elles.

C'est en somme une caractéristique de chaque métal. Comme on peut s'en rendre compte par l'examen des photographies relatives aux essais de traction, cet angle reste toujours supérieur à 45 degrés.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

J'ai trouvé notamment :

65° en moyenne pour le ferro-nickel, le zinc, le maillechort;
64° pour le platine et l'étain;
62° pour le cuivre rouge;
61° pour l'argent;
63° pour l'acier à ressort trempé;
58° pour le même acier recuit;
53° pour le plomb.

Les cassures se propagent, tantôt suivant une des zones obliques de déformation (fig. 12), tantôt perpendiculairement aux arêtes de la barrette; parfois aussi, commencée suivant



Fig. 12 (cuivre).

la direction de l'un des systèmes, elle continue soit transversalement, soit suivant une ligne du deuxième système. Je rappellerai, à ce sujet, que M. le capitaine Duguet, dans une étude remarquable publiée par la *Revue d'artillerie*, en 1882, a déjà signalé que la rupture tendait constamment à se produire suivant deux systèmes conjugués, également inclinés sur l'axe de l'éprouvette.

Prismes. — L'étirage des prismes donne lieu à des phénomènes identiques. Dès la limite élastique dépassée, les quatre faces se couvrent de déformations rectilignes, parallèles entre elles, faisant avec la direction de l'effort un même angle α supérieur à 45 degrés, et appartenant à deux systèmes conjugués.

Quand on pousse l'essai jusqu'à la formation de la striction, on distingue dans celle-ci des dépressions parallèles à la direction générale des déformations, ces dépressions conjuguées déterminant, dans leur partie commune, une région notablement en creux par rapport aux parties avoisinantes.

Quand la rupture se produit, on sait que, si la matière est très douce, la cassure est formée par une pyramide tronquée dont le fond est dans le plan de la gorge et dont les faces latérales font le même angle avec le fond. Cet angle est égal à $90° + \alpha$, α étant l'angle des déformations des faces latérales avec les arêtes.

Cylindres. — Puisque la trace des déformations sur les surfaces latérales des prismes fait un angle constant avec la direction de l'effort, il est à prévoir qu'un cylindre de révolution, considéré comme limite d'un prisme droit, se déformera suivant des hélices enroulées sur la surface cylindrique, les unes de droite à gauche, les autres de gauche à droite. C'est ce qui a lieu, et rien n'est plus net que les deux réseaux hélicoïdaux, auxquels donne naissance l'étirage des cylindres, dès que la limite élastique est dépassée (fig. 13).



Fig. 13 (acier).

Les hélices, d'abord en nombre restreint, deviennent de plus en plus nombreuses, dans les deux sens, à mesure que l'effort augmente; elles constituent de véritables rubans entre-croisés les uns dans les autres, et, après la rupture, on observe que les génératrices du tronc de cône, que forment les parois de la cassure avec le plan de la gorge, font avec l'axe de l'éprouvette le même angle que les hélices avec les génératrices du cylindre.

On sait, de plus, qu'avec les matières douces, on obtient des cassures comprenant, en

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

même temps que le plan de gorge, des parties coniques et des parties hélicoïdales. Les premières ne sont, en réalité, que l'enveloppe des hélicoïdes de déformation, et il n'y a pas lieu d'établir entre elles la distinction admise généralement.

Les expériences ont été faites sur un grand nombre d'échantillons; on a fait varier les sections des éprouvettes cylindriques, et on a employé des sections elliptiques, des éprouvettes creuses, des éprouvettes composées. Les phénomènes observés ont toujours été les mêmes. Toutefois, les déformations n'ont pas la même netteté pour tous les métaux. Ainsi l'acier contenant 25 % de nickel présente des déformations tellement rapprochées qu'il faut recourir à la loupe, pour les distinguer les unes des autres. C'est ce qui explique la propriété de ce métal, d'avoir un allongement réparti considérable par rapport à l'allongement de striction.

Je ferai, au sujet des déformations des éprouvettes cylindriques, une observation applicable d'ailleurs au cas des prismes. C'est que ces déformations forment sur la surface un circuit fermé; elles se composent de portions d'hélice tournant de droite à gauche, par exemple, dont les extrémités sont le point de départ de portions d'hélice tournant de gauche à droite, ces dernières pouvant, au reste, se prolonger dans les deux sens à partir des premières. Si l'on considère l'ensemble d'un circuit fermé entre les deux sections droites passant par ses extrémités, on constate qu'il comprend une égale longueur d'hélices des deux systèmes conjugués.

Une observation importante a été faite au sujet des cassures par le capitaine Duguet; c'est que, lorsque la cassure est perpendiculaire à la direction de l'effort, elle se compose de petites surfaces inclinées de l'angle α sur cette direction.

« Pour constater l'uniformité de la pente des facettes, on peut éclairer une cassure sous différents angles et observer l'éclat des grains; en inclinant plus ou moins l'éprouvette, on arrive très facilement à lui donner une position, dans laquelle tous les grains, à la fois, deviennent brillants, les rayons réfléchis rasant alors la cassure métallique sous un petit angle. Si c'est une cassure de cuivre qu'on regarde ainsi, l'aspect rouge, lisse ou terne, varie brusquement, lorsqu'on arrive à l'inclinaison convenable, et toute la cassure devient brillante et blanchâtre. »

Le capitaine Duguet conclut de là que les grains ne sont que des surfaces de glissement, dont l'orientation est uniquement déterminée par la force qui produit la rupture, et que, loin d'être des cristaux, les grains ne sont qu'une forme particulière de cassure et ne persistent nullement dans le métal.

Extension par choc. — Ces lois de la distribution des déformations, dans la traction des métaux, sont indépendantes de la vitesse de transmission de l'effort et on obtient, par choc, des résultats identiques à ceux que donne une traction lente.

Je dois signaler, à cet égard, la forme particulière que présentent les fragments des obus à grande capacité, chargés en explosif, après l'éclatement du projectile.

D'une part, on observe sur la surface les déformations conjuguées caractéristiques de la traction; d'autre part, le corps en acier donne naissance à des bandes terminées sur tout leur pourtour suivant des biseaux faisant tous le même angle avec la surface cylindrique (fig. 14).

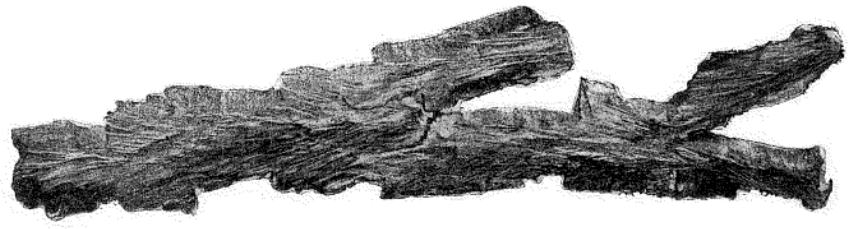


Fig. 14.

Enfin le culot, si l'on tient compte de l'enfoncement qu'il a subi, se trouve limité latéralement par une surface tronconique inclinée de ce même angle sur l'axe du projectile, c'est-à-dire sur la direction de la traction par choc résultant des effets de l'explosif intérieur.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Extension à haute température. — Des expériences ont été faites sur des éprouvettes portées au rouge, et les déformations qui se sont produites se sont encore développées suivant les mêmes lois.

Extension d'une pièce déjà déformée. — Dans tous les cas qui viennent d'être examinés, si on cesse l'effort, aussitôt après la limite élastique dépassée, et qu'on enlève tout le métal superficiel jusqu'au fond des dépressions produites par le premier essai, on constate, en procédant à une nouvelle traction, que les déformations apparaissent au milieu de l'intervalle compris entre les régions où se trouvaient les premières dépressions, ces régions ne travaillant plus alors qu'élastiquement.

Je montrerai plus loin que la raison de ce phénomène est, à volume égal de matière, l'augmentation de limite élastique des régions primitivement déformées.

On peut, par exemple, pour une éprouvette cylindrique, recommencer l'expérience un grand nombre de fois, son diamètre ne diminuant que d'une faible quantité à chaque tournage. On observe alors deux faits importants : d'abord, on arrive à déterminer des hélices successivement dans toutes les régions de l'éprouvette, celles qui apparaissent dans un essai ne se reproduisant plus dans les suivants, si toutefois on arrête chaque fois l'effort à la limite élastique de l'opération précédente.

Ensuite, on constate que les hélices de déformation sont de plus en plus nettes et régulières, l'effet des efforts répétés de traction paraissant être d'orienter la matière, c'est-à-dire de la polariser dans une direction fixe par rapport à celle de l'effort.

Résumé. — On peut énoncer la loi suivante pour la distribution des déformations permanentes dues à l'extension :

Dans un corps soumis à un effort de traction, dépassant la limite élastique, les surfaces libres se déforment suivant deux systèmes conjugués de lignes, droites ou courbes, qui jouissent de la propriété de faire, en tous leurs points, un angle constant avec la direction de l'effort.

Il est clair, d'ailleurs, que les déformations ainsi constatées sur les surfaces libres des solides expérimentés ne sont pas des accidents particuliers à ces surfaces et constituent la trace extérieure de mouvements moléculaires intéressant toute la masse du métal. Si l'on considérait que ce point demande à être démontré, je rappellerais que les cassures hélicoïdales, obtenues dans le cas de la traction d'une éprouvette cylindrique, s'ouvrent toujours le long d'une déformation préexistante. Dans les lames minces, il y a correspondance entre les déformations des deux faces opposées.

En terminant ce qui concerne la traction des métaux, j'indiquerai quelques conséquences de ce qui précède relativement aux idées admises pour l'allongement et la manière de l'évaluer.

a. L'allongement permanent qui se produit avant la formation de la striction finale est regardé généralement comme uniformément réparti entre les repères choisis. On voit qu'il n'en est rien, et que, par suite de la discontinuité des nappes de déformation, il est variable d'un point à l'autre. En réalité, si l'allongement réparti est mesuré entre deux repères distants d'une longueur L, les allongements élémentaires varient de 0 à un maximum bien supérieur à l'allongement par unité de longueur $\frac{A}{L}$ et, dans les parties les plus distendues, il peut atteindre une valeur considérable.

b. De plus, l'allongement ne se produit pas régulièrement; certaines régions de l'éprouvette, d'abord en retard sur leurs voisines, arrivent parfois à prendre sur elles une certaine avance, de sorte que l'allongement a lieu par à-coups, avec des vitesses et des intensités variables d'un point à l'autre.

Si l'on ne considère que l'allongement total entre repères, on voit qu'il se compose de la somme des allongements des strictions élémentaires, et que le nombre de ces strictions, dépendant de l'état physique initial des différentes régions de l'éprouvette et pouvant être très variable, on ne peut compter sur une constance absolue de cette donnée. C'est ce qui explique comment, avec des pièces travaillées de même, de bonne fabrication et sans défauts graves, M. Sauvage a trouvé, pour la variation de l'allongement réparti, la valeur considérable de 25 % en plus ou en moins de la moyenne.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

c. Il n'est pas évident que l'allongement élastique élémentaire ait la même valeur dans les régions d'écoulement moléculaire et dans les autres. Le module d'élasticité, s'il en était ainsi, varierait dans toute la longueur de l'éprouvette : il y a là une étude intéressante à faire.

d. Une autre observation importante, c'est que l'allongement est absolument localisé, à partir de la charge maxima, dans la striction proprement dite; celle-ci est bien encore composée de la somme d'un certain nombre de strictions partielles, mais il s'agit alors de zones presque jointives donnant lieu à un mouvement moléculaire pour ainsi dire continu et comparable pour deux éprouvettes de même métal et de mêmes dimensions. Il y a donc là une sorte de constante qui doit se retrouver sensiblement avec une valeur égale dans toutes les éprouvettes semblables. Il y aurait lieu, toutefois, de définir d'une manière précise les conditions dans lesquelles cet allongement doit être évalué.

Une autre remarque est relative à la striction; toutes les expériences de traction concordent pour montrer que c'est à tort qu'on attribue un caractère particulier à la période de la striction dans les métaux doux.

Un fait physique unique se produit au delà de la limite élastique : c'est la succession des déformations permanentes, d'après une loi qui reste la même pendant tout le temps de leur production.

La striction en contient davantage dans une région donnée; c'est en cela seulement qu'elle se distingue des autres phases de l'extension.

Cette remarque est importante, parce que, d'après la plupart des auteurs, la répartition des forces élastiques se ferait suivant un mécanisme différent, avant et après la formation de la striction, ce qui est en contradiction avec l'expérience.

COMPRESSION

J'arrive aux déformations produites par la compression des métaux.

De très nombreuses expériences ont été exécutées à ce sujet, la compression pouvant se faire moyennant une préparation très simple des échantillons et avec un matériel peu compliqué. Je ne pourrai que les résumer brièvement dans ce Mémoire.

Solides comprimés entre toute l'étendue de leurs bases. — Quand on comprime un solide à section constante, prisme droit ou cylindre, en agissant sur toute l'étendue des bases, on obtient, à la limite élastique, comme dans le cas de la traction, deux systèmes conjugués de déformations rectilignes ou hélicoïdales, inclinés d'un angle β sur la direction de l'effort, répartis dans des zones isolées les unes des autres et séparées par des intervalles réguliers, d'abord assez grands (fig. 15).

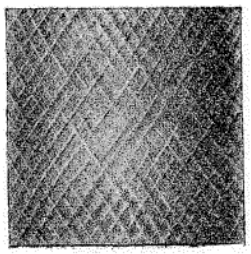


Fig. 15.

Le parallélisme de toutes les déformations se conserve, pour les différentes valeurs de l'effort, avec exactitude.

Si l'on compare, pour un même métal, l'angle des déformations d'un bloc de compression et l'angle des déformations d'une éprouvette de traction, en rapportant l'un et l'autre à la direction correspondante de l'effort, on constate que ces deux angles sont complémentaires l'un de l'autre.

En raison de son importance, cette propriété a été vérifiée directement au moyen d'un dispositif spécial, permettant de soumettre une même barre, soit à une traction simple sui-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

vant sa longueur, soit à une compression simple transversalement, soit à deux efforts simultanés de traction longitudinale et de compression latérale.

On s'explique aisément, d'ailleurs, qu'il en soit ainsi, puisque, par exemple, dans un cylindre de révolution pressé entre ses bases, tout se passe comme si, en un point de la surface libre, agissaient deux forces rectangulaires, une force de traction tangente au parallèle et une force de compression tangente au méridien du point.

Les déformations sont constituées chacune par des strictions bordées par un bourrelet en relief; généralement, dans le voisinage des bases, ce bourrelet se trouve du côté de la surface d'appui.

Sphères (fig. 16). — Si l'on comprime une sphère entre deux méplats parallèles AB, CD, situés à égale distance du centre, on obtient des déformations suivant des loxodromies, enroulées les unes de droite à gauche, les autres de gauche à droite, et faisant toutes l'angle β avec les méridiens.



Fig. 16.

Ces déformations loxodromiques sont en creux, et elles présentent aussi cette particularité que chaque sillon compris entre l'équateur et les bases est doublé d'un rebord en saillie, situé du côté de la surface d'appui.

Si l'on pousse la compression des prismes, des cylindres et des sphères, jusqu'à la rupture, dans le cas des métaux raides, on sait qu'on a des cassures obliques dans les prismes et des fentes hélicoïdales sur l'équateur des cylindres et des sphères. Ces cassures et ces fentes sont la conséquence des strictions préexistantes.

On peut également obtenir des cônes ou des troncs de cône de rupture, ayant pour bases les surfaces d'appui et inclinés sur la direction de la compression d'un angle égal à l'angle β.

Solides comprimés entre une fraction de leurs bases. — Un cylindre, soumis à l'action de deux poinçons circulaires intérieurs à ses bases, donne, sur sa surface extérieure, des

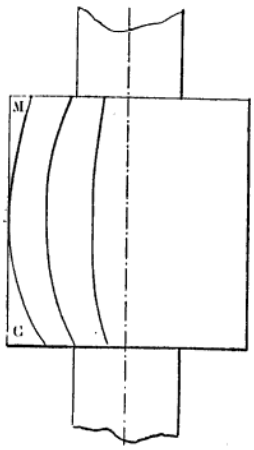


Fig. 17.

courbes à double courbure, dont les deux systèmes conjugués ne font pas entre eux un angle constant, tout en jouissant de la propriété d'être toutes identiques dans chaque système (fig. 17).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'angle compris entre les deux systèmes est maximum à l'équateur, où il a la valeur 2β; il décroît ensuite, à mesure que les déformations se rapprochent des bases. C'est qu'en effet la direction MC de la compression pour un élément M, situé sur la surface libre entre l'équateur et l'une des bases, est oblique sur la génératrice passant par cet élément, tout en restant dans son méridien. Les déformations doivent être symétriques par rapport à M. D'autre part, elles sont données par l'intersection d'un cône d'ouverture 2β, ayant pour axe la ligne MC, et elles font, par suite, entre elles, sur la surface du cylindre, un angle inférieur à 2β. Comme la direction MC s'incline de plus en plus sur les bases à mesure que l'élément M s'éloigne de l'équateur, l'angle des déformations entre elles va en même temps en décroissant.

Des barreaux rectangulaires ont été comprimés entre des appuis transversaux égaux; on observe alors l'existence, sur les deux faces, de courbes à double courbure, dont les plus accentuées partent des bords de chaque appui (fig. 18).

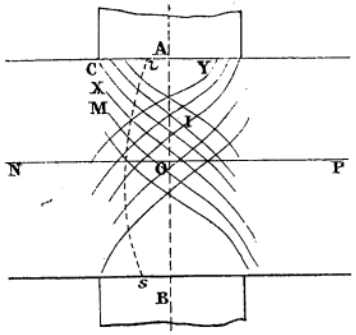


Fig. 18.

Les courbes des deux systèmes conjugués sont symétriques deux à deux par rapport à l'axe de l'effort et par rapport au plan médian du barreau.

Une courbe quelconque, telle que C par exemple, a son point d'inflexion I dans l'angle AOP, situé du côté de la base de départ, et au delà de la direction moyenne AB de la compression.

Si l'on considère, d'ailleurs, un point quelconque M, par lequel passent deux déformations conjuguées, les deux courbes qu'elles déterminent forment entre elles un angle constant XMY, égal au double de l'angle caractéristique de la compression par le métal employé.

Traçons, à partir de ce point M, sur la surface libre du barreau, une courbe coupant l'un des deux systèmes conjugués suivant l'angle de compression, nous obtiendrons une courbe *rs* qui, d'après ce qui précède, coupe également toutes les lignes de l'autre système sous le même angle.

En répétant cette construction pour différents points, on arrive à tracer des courbes qui tournent leur concavité vers l'axe moyen de l'effort, et on est en droit d'admettre, d'après les résultats acquis antérieurement, que ces courbes représentent les lignes de transmission de l'effort d'une base à l'autre du barreau.

Cela étant, la loi générale de la constance de l'inclinaison des déformations sur la direction des efforts se trouve encore vérifiée dans ce cas, malgré la complication apparente des zones déformées.

Solides comprimés entre une de leurs bases et une fraction de l'autre. — Des essais ont été faits aussi avec des solides comprimés entre l'une de leurs bases et une portion seulement de l'autre base.

La figure 19 représente un barreau rectangulaire appuyé sur un plan, pendant que la base, en partie libre, est traversée par l'appui correspondant.

La figure formée par les déformations dérive de celle qui correspond au cas des appuis transversaux égaux. Les courbes à double courbure s'étalent, pour ainsi dire, en forme

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'éventail vers le plan d'appui, et les points d'inflexion se rapprochent en même temps de ce plan (fig. 19).

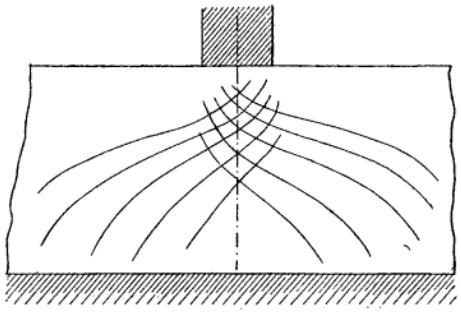


Fig. 19.

Mais les courbes conjuguées continuent à faire entre elles le même angle en tous leurs points de rencontre, et, si l'on trace les courbes bissectrices des lignes de déformation, on obtient des faisceaux qui peuvent être considérés comme les lignes de transmission des forces de compression depuis le poinçon supérieur jusqu'à la base d'appui, c'est-à-dire que l'on retrouve encore la loi de la constance de l'inclinaison des déformations sur la direction de l'effort en chaque point.

Compression par choc. — J'ai procédé à de nombreuses expériences en vue de déterminer l'influence de la vitesse des organes de transmission de la compression sur la nature, la forme et la progression des déformations.

Toutes ces expériences ont montré que la nature des déformations est la même dans le cas du choc que pour des efforts lents : leur densité est plus grande, toutefois, dans la région des appuis.

J'ai étudié l'effet de vitesses au choc très considérables, en tirant des balles des fusils en service sur des blocs cylindriques.

Avec un bloc d'acier doux soumis au tir du fusil modèle 1874, à la vitesse de 400 mètres environ, au milieu de l'une de ses bases, alors que son autre base était appuyée sur un sommier rigide, j'ai obtenu sur la tranche touchée des spirales logarithmiques; sur la surface latérale, il s'est produit des déformations permanentes couvrant environ la moitié de la hauteur du cylindre : chacune de ces déformations part de la tranche touchée à peu près sous l'angle de compression du métal, mais elles vont en s'inclinant rapidement sur les sections droites et finissent par faire un angle presque droit avec les génératrices.

Il m'a été possible de constater l'effet d'une vitesse de compression bien plus grande encore, en examinant un obus en tôle d'acier, après son éclatement au moyen d'une forte charge d'explosif dans l'intérieur d'un tronçon de canon dont l'âme était rayée (fig. 20).

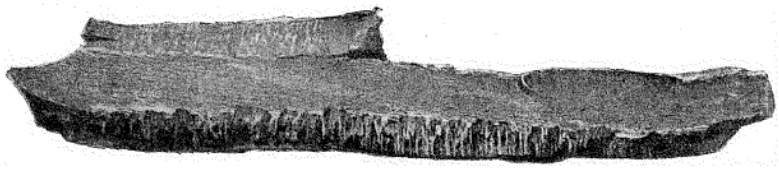


Fig. 20.

Ce projectile, que les efforts intérieurs dus à l'explosion ont comprimé fortement contre la paroi du tube, s'est séparé en fragments reproduisant exactement sur leur surface extérieure l'empreinte de l'intérieur de l'âme. Or, ces fragments sont tous limités par des plans formant deux systèmes conjugués et inclinés d'un angle égal à l'angle de compression de l'acier sur le rayon du projectile, c'est-à-dire sur la direction de la compression instantanée.

Compression des métaux à haute température. — Quand on soumet à la compression des blocs portés à haute température, on constate que l'effort détermine des déformations sem-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

blables à celles qu'on obtient à la température ordinaire, sans aucune modification dans l'orientation et les positions relatives des lignes. Mais les réseaux sont d'autant moins nets que la température est plus élevée à la fin de l'opération; en particulier, quand on termine la compression au rouge à peine naissant, les réseaux hélicoïdaux d'un bloc cylindrique sont constitués par des rubans de plus de 1 millimètre de largeur dont les dénivellations, par rapport au plan général de la face considérée, sont très faibles; au rouge cerise, les rubans sont encore moins apparents.

Je dirai enfin que, dans le cas de la compression, comme précédemment dans celui de la traction, il y a correspondance exacte entre les déformations qui prennent naissance sur les deux faces d'une plaque mince. On peut s'en convaincre en examinant les photographies des figures 21 et 22, qui reproduisent l'aspect des faces opposées A et B de l'une des plaques

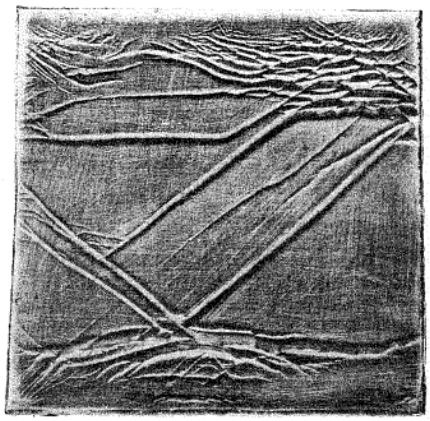


Fig. 21.

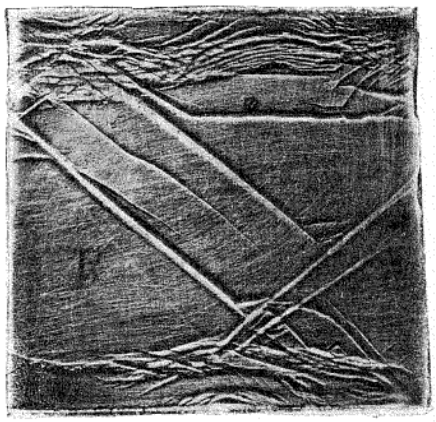


Fig. 22.

de compression expérimentées. On doit en conclure que les déformations constatées sur les surfaces libres accusent le mouvement moléculaire déterminé par l'effort dans l'intérieur du métal.

L'ensemble des résultats obtenus dans les expériences de compression des corps solides conduit à une loi beaucoup plus générale que la loi énoncée précédemment pour l'extension.

Cette loi est la suivante :

Dans un corps soumis à la compression, les déformations ont pour traces sur les surfaces libres des lignes, droites ou courbes, qui font toutes le même angle, en tous leurs points, avec la direction, constante ou variable, des efforts.

Quand cette direction est la même pour tous les points des surfaces libres, c'est-à-dire quand elle est parallèle à l'axe, comme dans le cas des solides à section constante comprimés entre toute l'étendue de leurs bases, les déformations font le même angle avec l'axe de l'éprouvette, et elles sont rectilignes ou hélicoïdales.

Quand cette direction varie, il suffit de connaître les différentes positions qu'elle occupe dans les divers points de la surface libre, pour en déduire la trace des courbes de déformation. En effet, les deux éléments conjugués de déformation, qui passent par un point quelconque, sont les intersections de la surface et d'un cône ayant, d'une part, pour ouverture l'angle 2β, double de l'angle de compression du métal expérimenté et, d'autre part, pour axe la direction de l'effort en ce point.

Inversement, d'ailleurs, du tracé des déformations, on peut conclure la direction des efforts de compression en tous les points des surfaces libres.

FLEXION

La flexion plane des solides posés sur des appuis ou encastrés donne naissance à des déformations, dont l'ensemble constitue des tracés réguliers, dans lesquels les lignes carac-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

téristiques de l'extension et de la compression ont une disposition relative, qui dépend des conditions suivant lesquelles l'effort a été exercé.

Quel que soit l'intervalle des points d'appui d'un prisme de flexion chargé en son milieu, les déformations des faces latérales sont comprises dans le schéma général suivant (fig. 23).

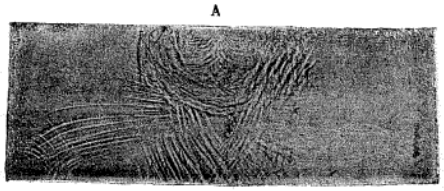


Fig. 23.

Deux systèmes conjugués de spirales partent de la base supérieure du barreau et ont leurs pôles dans la région de l'application de l'effort; les spirales de la partie centrale AMN atteignent la base BC en conservant la même courbure sur toute leur longueur; celles qui sont placées à droite et à gauche de cette région changent, au contraire, de courbure et se dirigent respectivement vers les appuis B et C.

Les deux faisceaux conjugués, que l'on obtient ainsi, se coupent sous le même angle en tous leurs points, et, par suite, les déformations font un angle constant avec la direction de l'effort qui, d'après ce que l'on observe dans la traction et dans la compression, coïncide, en chaque point, avec les bissectrices des lignes conjuguées passant par ce point. Les spirales extrêmes sont en relief sur toute leur longueur; celles de la région centrale AMN sont également en relief jusque vers leur milieu; mais ensuite elles sont en creux jusqu'à leur rencontre avec la base BC.

La région YMN, occupée par ces déformations en creux, a la forme d'un triangle, et on passe de cette région à la partie en relief qui l'enveloppe, en remontant progressivement au niveau primitif de la surface.

Entre ces deux régions existe une zone intermédiaire XYZ qui reste élastique.

A mesure que la distance des appuis augmente, l'accolade de la zone élastique XYZ s'aplatit; en même temps, les déformations permanentes se localisent dans le milieu des faces du prisme; les réseaux latéraux AB, AC, n'atteignent pas la limite élastique en leur milieu.

Par suite, avec les barreaux longs, il subsiste une zone médiane non déformée entre la région d'extension et celle de compression; cette zone, sensiblement parallèle aux deux bases en son milieu, par suite d'un aplatissement suffisant de l'accolade, peut être considérée comme étant le tracé de ce que l'on est convenu d'appeler « la fibre neutre » (fig. 24).



Fig. 24.

Par contre, avec les barreaux courts, les déformations en creux du triangle YMN n'apparaissent que pour une valeur très grande de l'effort, et l'on n'obtient jusque-là que les accolades latérales en relief (fig. 25).

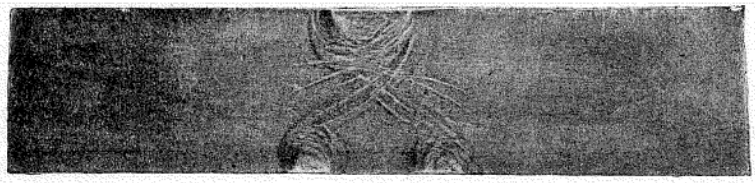


Fig. 25.

Tout ce qui précède se rapporte au tracé géométrique des déformations de flexion;

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'expérience montre, de plus, que l'importance de ces déformations est variable dans les différents points.

Je m'occuperai plus spécialement de celles de la région d'extension.

a. Pour une valeur déterminée de l'effort :

1° La section de chacune des déformations va en décroissant depuis l'arête du barreau usqu'en son milieu, proportionnellement à la distance du point considéré à l'arête (fig. 26);

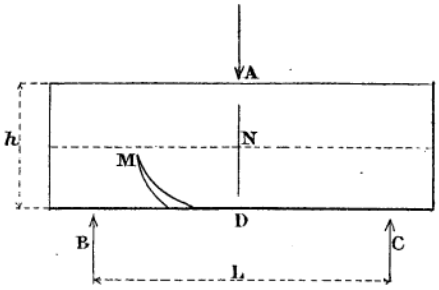


Fig. 26.

2° La largeur des déformations sur l'arête BC est fonction de leur distance aux points d'appui B et C, le maximum se trouvant au milieu D de l'intervalle qui sépare ces points.

b. Pour des valeurs croissantes de l'effort :

1° La déformation de chacune des spirales croît proportionnellement à l'effort P;

2° Il se produit en même temps de nouvelles déformations, de sorte que la déformation permanente totale augmente plus vite que l'effort; il en est de même pour les flèches prises par le barreau.

c. Quand l'intervalle des points d'appui B et C varie, pour des barreaux de mêmes dimensions, la valeur de la déformation médiane d'extension augmente proportionnellement à celle de cet intervalle.

J'ajoute que, dans tous les cas, la face supérieure du barreau et, dans les barreaux longs, la face inférieure, présentent des déformations à peu près rectilignes, en relief pour la première, en creux pour la seconde, qui appartiennent à deux systèmes conjugués inclinés sur les arêtes, et qui se raccordent exactement avec les déformations des faces latérales.

Flexion par choc. — Quand les épreuves de flexion sont opérées par choc, chacune des déformations obtenues présente exactement le même tracé que dans la flexion lente; mais le développement de l'ensemble de ces déformations ne se fait pas d'une manière identique dans les deux cas.

Dans le cas du choc, le développement des déformations se fait progressivement, à mesure que le nombre d'épreuves augmente; les spirales s'allongent sur chaque face d'un coup au suivant, sans déviation aucune, absolument comme dans le cas où elles sont produites par une force agissant d'une manière ininterrompue.

Mais, à mesure que le nombre des chocs croît, le tracé se rapproche de celui qu'on obtient par flexion lente, et, finalement, c'est ce dernier qu'on retrouve quand les déformations deviennent stationnaires.

On doit conclure de là que l'action d'un poids tombant sur le barreau peut être assimilée à celle d'un effort statique agissant sur lui. A cet effort statique correspond une déformation totale d'une valeur déterminée, caractérisée par un certain développement des spirales. Mais cette déformation ne peut se produire en entier que si la force agit assez longtemps pour que la transmission se fasse intégralement du point d'application aux points d'appui.

Si l'action de cette force ne subsiste qu'un temps très court, comme cela a lieu dans le cas du choc, on n'obtiendra dans la première épreuve qu'une portion des déformations. La deuxième épreuve augmentera les déformations existantes, et on obtiendra, après l'ensemble des deux chocs, le même résultat que si la force considérée avait agi un temps double de celui de son action pendant un seul choc.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les déformations vont ainsi en augmentant, comme si elles étaient produites par le même effort durant un temps de plus en plus long, et, en dernière analyse, on arrivera ainsi au développement qui correspond à cet effort, quand il s'exerce statiquement d'une façon suffisamment prolongée.

Résumé. — La flexion des corps solides donne lieu exactement aux mêmes conclusions que la traction et la compression :

1° Les déformations se produisent dans des nappes régulières séparées les unes des autres par des régions travaillant élastiquement.

2° Les déformations conjuguées sont toutes inclinées d'un même angle les unes sur les autres. Cet angle est, suivant les cas, 2α ou 2β, α étant l'angle caractéristique de l'extension, β celui de la compression.

EMBOUTISSAGE ET POINÇONNAGE

Des plaques métalliques circulaires appuyées sur tout le pourtour d'une des faces, et soumises, au milieu de l'autre face, à l'action d'un poinçon sphérique (fig. 27), subissent des déformations composées, d'une part, de droites rayonnantes, et, d'autre part, de spirales logarithmiques de deux systèmes conjugués, toutes identiques entre elles, et ayant pour pôle le centre du disque.

Ces spirales sont définies en coordonnées polaires par l'équation $\psi = \operatorname{tg}\beta \log \frac{r}{R}$ (fig. 28).

ψ étant l'angle du rayon OM avec une direction OX prise pour axe polaire, r la distance de M au centre O, qui est ainsi le pôle des spirales, β l'angle des déformations de compression, et R la valeur du rayon vecteur correspondant à l'axe polaire pour la spirale considérée.

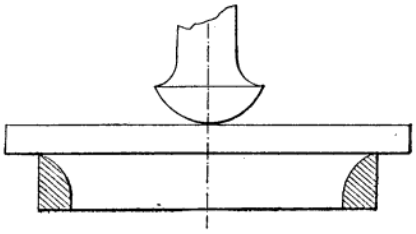


Fig. 27.

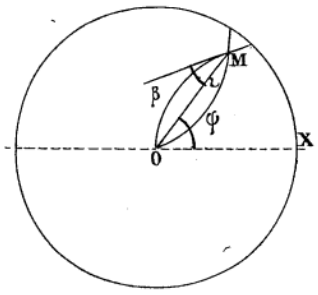


Fig. 28.

Les déformations de la face située sous le poinçon sont en relief; celles de la face opposée sont en creux dans l'intérieur de la bague d'appui.

L'explication de ces résultats est immédiate; la face supérieure, pendant l'action du poinçon, est soumise à des efforts rayonnants de compression. Il en résulte que les déformations doivent couper tous les rayons sous l'angle β de compression; on doit donc trouver des spirales logarithmiques ayant β pour constante.

Pour la face inférieure, qui travaille à l'extension, l'effort est dirigé suivant la circonférence et on est ainsi conduit à des spirales ayant même constante que les précédentes, puisque l'angle α d'extension, sous lequel les déformations doivent couper les circonférences, est complémentaire de l'angle β.

Les déformations des deux faces se correspondent donc; mais elles n'ont pas le même aspect, et leur importance est inégale, par suite de la différence de la nature et de la valeur des efforts auxquels ces faces sont soumises.

D'une manière générale, avec des plaques quelconques, le tracé des courbes de déformations dépend de la forme de la plaque, de celle du poinçon, du diamètre de la bague, et enfin de la disposition relative de ces divers éléments.

Mais, quelle que soit la forme des disques employés, on est frappé de la régularité des intervalles compris entre les courbes de déformation ainsi que de la netteté de leur développement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

A chaque valeur de l'effort correspond une figure géométrique bien définie, et le passage d'une figure à l'autre se fait, en même temps, par le prolongement des courbes existantes, et par l'intercalation des nouvelles déformations qui, dans tous les cas, occupent exactement le milieu de l'intervalle compris entre les courbes primitives.

Il s'agit, en réalité, de réseaux géométriques espacés d'après une loi déterminée, comme on peut s'en convaincre en regardant les photographies des figures 29, 30, 31, 32, qui représentent différentes plaques d'acier après emboutissage.

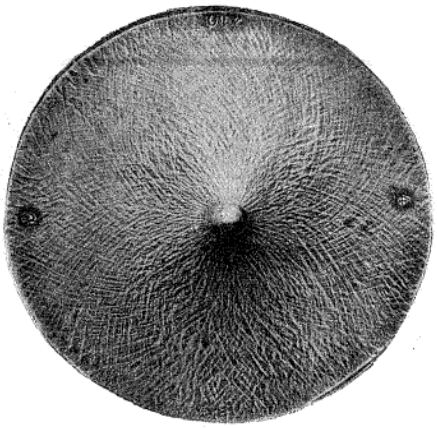


Fig. 29.

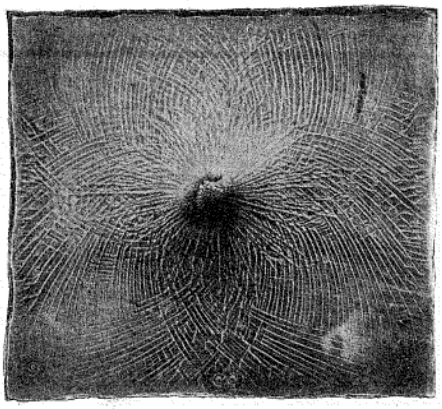


Fig. 30.

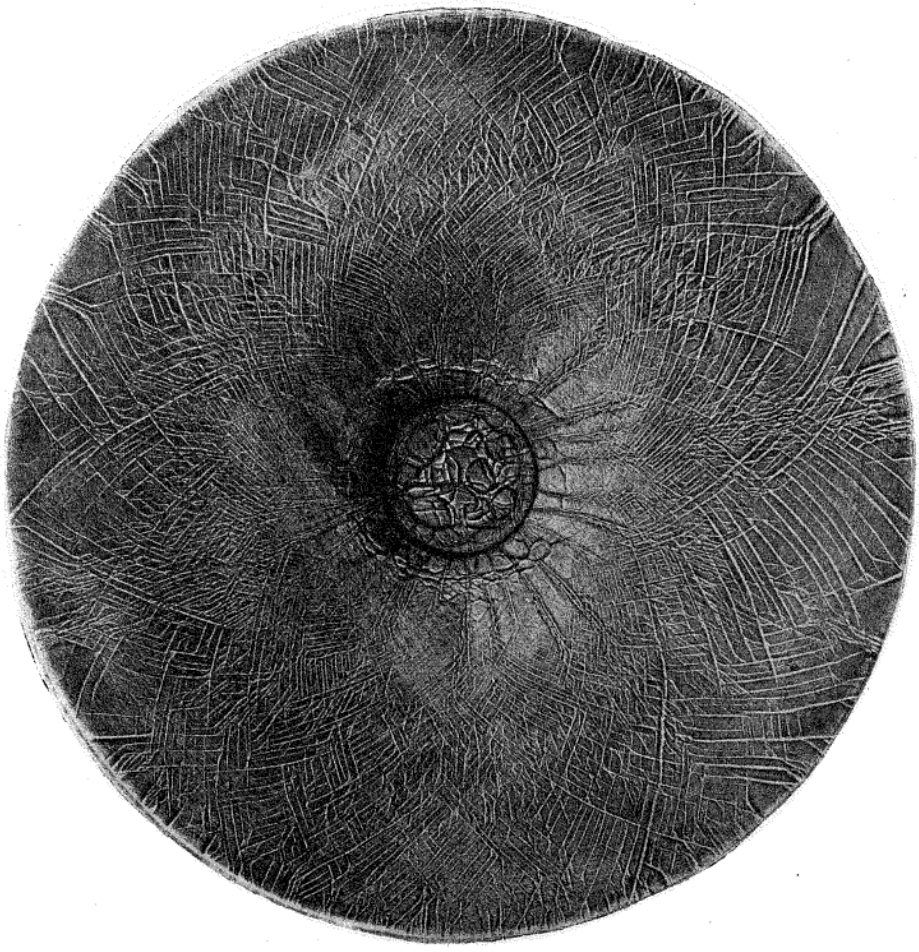


Fig. 31.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

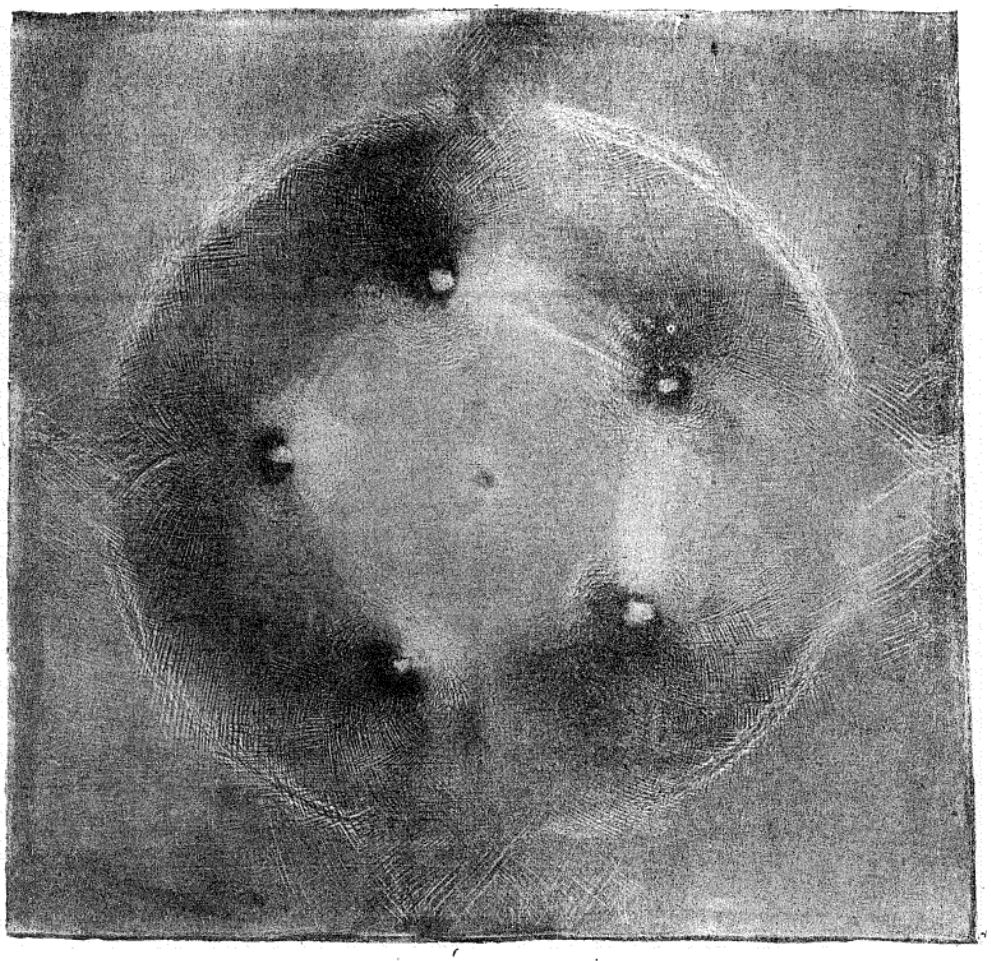


Fig. 32.

Quand on emploie un acier dur, les déformations élémentaires ne sont pas apparentes, la flèche totale étant alors très faible; mais, quand on pousse l'essai jusqu'à la rupture, on distingue dans la cassure la trace des spirales suivant lesquelles le mouvement moléculaire

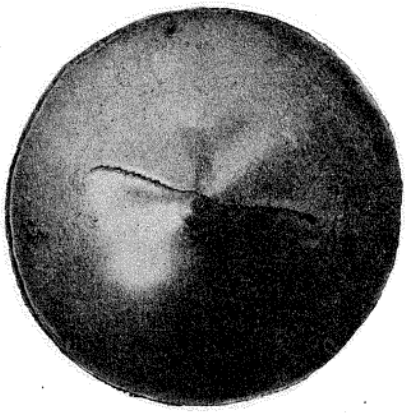


Fig. 33.

s'est produit (fig. 33); les bords de cette cassure sont en forme de dents de scie, avec intervalles égaux d'une dent à la suivante.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Je n'ai parlé jusqu'ici que des déformations résultant d'un cintrage peu accentué de la pièce emboutie. Les phénomènes obéissent aux mêmes lois, pendant les différentes phases de la transformation d'un disque plan en étui cylindrique. La surface du cylindre est striée d'hélices de deux systèmes conjugués en creux, produites par l'effort de traction longitudinal qui se développe dans les passes d'emboutissage.

Il est à remarquer que, lorsqu'une rupture se produit dans le travail, elle se fait suivant une des déformations hélicoïdales.

Emboutissage par choc. — Les résultats sont les mêmes quand l'emboutissage provient d'un choc. J'ai procédé, par exemple, à des expériences de tir sur des plaques épaisses de tôle d'acier dur. La balle du fusil modèle 1874 a produit, à 400 mètres de vitesse au choc, une empreinte profonde (fig. 34) en déterminant tout autour d'elle des spirales logarithmiques. Le fusil modèle 1886 a perforé la plaque, en donnant également naissance à des spirales de même angle, dans un cercle ayant 30 millimètres de rayon à la vitesse de 500 mètres, et 20 millimètres seulement de rayon à la vitesse de 600 mètres (fig. 35). D'une manière générale, le cercle circonscrit aux déformations de poinçonnage est d'autant plus petit que l'effort de poinçonnage est plus grand.

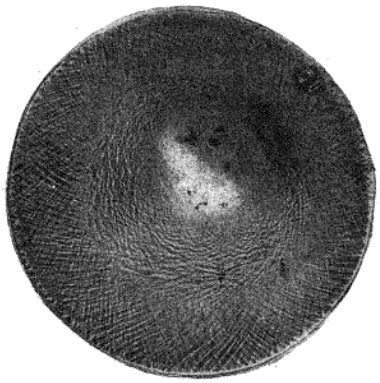


Fig. 34.

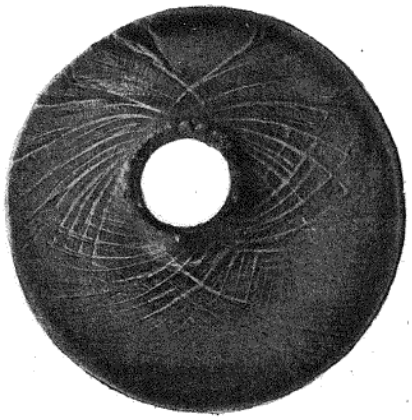


Fig. 35.

MANDRINAGE DES TUBES CREUX

Lorsqu'on soumet un tube cylindrique, d'acier recuit par exemple, à une pression intérieure, il se développe sur les deux tranches des spirales logarithmiques qui partent de



Fig. 36.

l'alésage, et dont la longueur augmente avec l'effort (fig. 36). A partir du moment où ces

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

spirales atteignent la surface cylindrique, celle-ci se déforme suivant des hélices conjuguées de même pas, qui raccordent les spirales des tranches (fig. 37).



Fig. 37.

Ces spirales et ces hélices sont en creux, et elles font avec la circonférence des sections droites un angle égal à l'angle caractéristique de l'extension pour le métal employé.

La raison de l'orientation des lignes de déformation sur les surfaces libres est évidente. Les efforts qu'on a à considérer dans chaque section sont, en effet, un effort de compression suivant le rayon et un effort d'extension suivant la circonférence. Les déformations doivent donc couper les rayons sous un angle constant β; c'est la définition des spirales logarithmiques.

Sur la surface cylindrique, l'effort d'extension suivant la circonférence donne forcément naissance à des hélices faisant l'angle β avec les génératrices.

Tant que les déformations n'atteignent pas la surface extérieure, elles ont l'aspect de flammes dont la base est sur l'alésage. En réalité, elles sont formées par la juxtaposition d'un certain nombre de spirales logarithmiques dont la plus longue est la spirale médiane qui s'est formée la première, et qui s'est accrue, à mesure qu'elle s'est développée, par l'adjonction des spirales voisines, de moindre longueur.

Quand la déformation atteint la surface extérieure, l'aspect de flamme disparaît, et on obtient un ensemble de spirales juxtaposées.

Avec un bloc carré percé d'un trou cylindrique, on constate que les quatre faces latérales sont affectées de déformations conjuguées sensiblement rectilignes, mais seulement en leur milieu, et que ces déformations se raccordent exactement avec les spirales des tranches qui n'atteignent l'extérieur que dans ces zones médianes, tandis que celles qui correspondent aux angles s'arrêtent dans la masse du métal.

Si, après avoir déformé par l'intérieur un cylindre en acier dur, on vient à affranchir ses tranches jusqu'au fond des déformations, et si l'on tourne la surface extérieure, on observe qu'en le soumettant à un nouvel effort supérieur à la limite élastique, les déformations nouvelles se produisent entre les déformations primitives, les régions où se trouvaient celles-ci ne travaillant plus, dans ce second cas, qu'élastiquement.

Mandrinage par choc. — Quand on opère par choc, en faisant tomber, par exemple, un poids sur le mandrin tronconique introduit dans l'alésage foré à la demande de ce mandrin, les déformations ont le même caractère que dans le cas de l'effort lent.

Deux cas peuvent se présenter : ou bien on arrive après un certain nombre de chocs à un état stationnaire des déformations, le mandrin ne s'enfonçant plus, ou bien le mandrin descend progressivement, et les déformations vont en se développant constamment jusqu'à la rupture du cylindre. Ce dernier cas est celui des bouches à feu, qui se déforment à chaque coup tiré, sous l'influence de la pression des gaz de la charge. On peut dire pour elles, comme pour les blocs de flexion, que l'effort subi par le tube doit être considéré

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

comme résultant de l'application d'un effort statique n'agissant chaque fois qu'un temps très court, cet effort ayant une valeur beaucoup plus grande que la pression évaluée d'après les formules en usage. J'indiquerai plus loin comment cette déformation progressive des bouches à feu dans le tir a été démontrée.

Tube fretté. — Quand on opère avec un tube composé de deux éléments, cylindre intérieur et frette, assemblés avec serrage, dès que la limite élastique est dépassée, la partie interne du tube se recouvre de spirales en relief; la frette, de son côté, présente des spirales en creux (fig. 38).

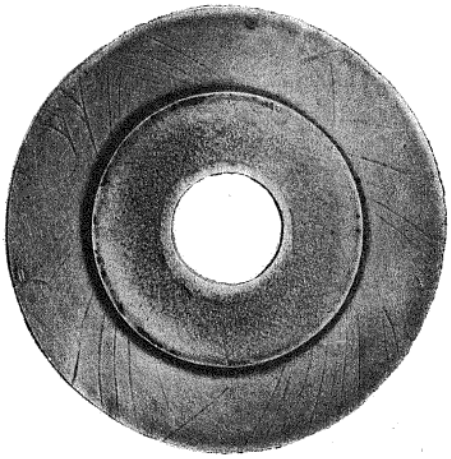


Fig. 38.

Rupture. — Lorsque les cylindres sont essayés à outrance, leur rupture a lieu, tantôt suivant les plans diamétraux, tantôt suivant les surfaces hélicoïdales des déformations permanentes.

Tube soumis à une pression extérieure. — Les cylindres creux soumis à une pression extérieure donnent des résultats analogues, mais alors les spirales des tranches sont en relief sur toute leur étendue, ainsi que les hélices de la surface interne.

J'ai parlé, dans le cas de la traction, des conséquences de la discontinuité des déformations pour la répartition de l'allongement; la même observation s'applique à l'extension des tubes creux par pression intérieure.

On doit noter, de plus, que la distribution des parties distendues, qui constituent les strictions élémentaires, peut n'être pas la même, dans les différents genres d'essais, et que, par suite, à égalité d'allongement pour cent, l'allongement élémentaire peut être plus grand dans le mandrinage que dans l'extension; dans ce cas, on ne serait pas fondé à se servir des résultats d'un essai de traction pour déterminer les conditions d'emploi du métal comme tube creux.

DÉFORMATIONS SECONDAIRES

Les déformations dont j'ai parlé jusqu'ici constituent les déformations principales suivant lesquelles se fait l'écoulement moléculaire, sous l'influence des différents genres d'efforts considérés.

Il se produit, dans certains cas bien déterminés, d'autres déformations qui ont pour caractère d'être orientées sur les surfaces libres suivant les bissectrices des déformations principales.

Extension. — Dans la traction d'une éprouvette cylindrique, ces déformations secondaires ont lieu suivant la circonférence des sections droites; on ne les obtient d'ailleurs généralement que dans le voisinage des têtes.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Avec une éprouvette plate à tête trouée, la partie de raccordement du corps de l'éprouvette avec la tête présente également des déformations secondaires orientées suivant les bissectrices des déformations principales, qui sont légèrement courbes dans cette région; comme conséquence, les déformations secondaires tournent leur concavité vers le milieu de l'éprouvette.

Quand on étire une lame mince avec un mords à griffes ou strié, on constate que la pression exercée latéralement par le mords sur les têtes de la barrette donne naissance à des déformations secondaires perpendiculaires à l'axe de la lame mince.

Si, au contraire, on s'arrange pour éviter cette pression, en soudant par exemple des têtes à rebords, les déformations sont régulières, et se composent de lignes obliques des deux systèmes conjugués.

On se rend ainsi compte, dans ce cas, de l'influence tant de la nature des têtes que du procédé employé pour l'extension de l'éprouvette.

Il y a lieu de se demander si, dans ces conditions, on ne doit pas proscrire les mords à griffes, du moins tels qu'ils sont actuellement disposés.

Compression. — Dans la compression des blocs cylindriques ou prismatiques, pressés sur toute l'étendue de leurs bases, les déformations secondaires coupent les surfaces libres suivant des lignes perpendiculaires à la direction de l'effort.

Quand on comprime un barreau rectangulaire entre des appuis plans traversant partiellement les bases, les premières déformations obtenues sont des déformations qui enveloppent les poinçons, et qui se propagent suivant des ellipses dont le grand axe est parallèle à la surface d'appui.

Dans les deux cas, traction et compression, les déformations secondaires sont discontinues comme les déformations principales.

Flexion. — Dans la flexion, les deux régions centrales de compression et d'extension donnent lieu aux mêmes déformations bissectrices.

Emboutissage. — Dans l'emboutissage des plaques cylindriques, en même temps que les spirales logarithmiques, on obtient des déformations rayonnantes partant du poinçon central, et des déformations concentriques à l'axe de ce poinçon. Ces dernières se composent, en réalité, d'amorces très courtes, allant d'une spirale à la spirale voisine.

Quand les spirales arrivent près du bord de la plaque, elles projettent vers ce bord des amorces rayonnantes, sans d'ailleurs se raccorder avec elle par des arrondis. Ce sont ces déformations rayonnantes qui causent le voilement des plaques.

Mandrinage. — Dans les cylindres soumis à des efforts intérieurs, on observe le plus souvent, sur la surface extérieure, des dépressions dirigées suivant les génératrices; ces dépressions coupent les hélices des deux systèmes sans se raccorder avec elles. Quand la hauteur du cylindre est très faible par rapport à son diamètre extérieur, les déformations secondaires se produisent presque exclusivement.

Je dois signaler, en outre, que, dans le cas d'un mandrinage à outrance, on obtient, à l'intérieur, près du mandrin, une couronne d'éléments interrompus constituant des déformations circulaires.

En définitive, les déformations secondaires ne se manifestent que dans les régions de l'application de l'effort, et près des bords des pièces expérimentées.

RÉSUMÉ DE L'ÉTUDE DU TRACÉ DES DÉFORMATIONS PERMANENTES

On peut résumer tout ce qui précède, en disant que les déformations intérieures des corps sous l'action des efforts obéissent aux deux lois suivantes:

1° Elles sont réparties dans des nappes non jointives, séparées les unes des autres par des régions n'ayant que des déformations élastiques, le nombre des nappes et leur intervalle dépendant de l'intensité de l'effort exercé.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° Ces nappes coupent les surfaces libres suivant des courbes qui font en tous leurs points un angle constant avec la direction de l'effort.

Suivant les cas, la valeur de cet angle est 0°, 90°, α ou $90^\circ - \alpha$, α étant une caractéristique de la matière constitutive du corps considéré.

2° RÉPARTITION DE L'ÉCOULEMENT MOLÉCULAIRE DANS L'INTÉRIEUR DES NAPPES DE DÉFORMATION

La discontinuité des zones d'écoulement moléculaire et la disposition géométrique de chacune d'elles, par rapport à l'effort qui l'a déterminée, ne sont pas les seuls phénomènes qui accompagnent la déformation permanente des métaux.

Il s'en produit un autre, plus important encore, dont découlent les modifications profondes que subit l'état physique des corps soumis à des efforts. Je veux parler de la valeur inégale de l'écoulement moléculaire, dans les différents points des régions déformées.

SPHÈRES

Pour bien préciser la nature de ce phénomène, je commencerai par m'occuper du cas des sphères creuses soumises à un effort intérieur.

Je prendrai, comme point de départ, la conception suivante :

C'est arbitrairement que la Théorie mathématique de l'élasticité admet la continuité absolue de la matière, et, par suite, un nombre infini d'actions autour de tout point du corps. En réalité, un élément quelconque est entouré de quelques autres éléments semblables en nombre très limité, avec lesquels il est relié d'une manière qui dépend des déformations moléculaires actuelles, c'est-à-dire des efforts antérieurs.

Entre le point M et chacun des points voisins s'exercent des actions mutuelles; l'ensemble de ces actions caractérise l'état élastique du corps au point M.

Ce n'est pas ici le lieu d'indiquer quelle est la cause de ces actions mutuelles ou forces élastiques, et quel en est le mécanisme.

Je me bornerai à admettre comme démontré que, dans le cas considéré, on peut les ramener à six actions s'exerçant suivant les arêtes d'un trièdre voisin d'un trièdre trirectangle, les actions opposées Ma, Ma' — Mb, Mb' — Mc, Mc' n'étant pas, d'ailleurs, dans le prolongement exact les unes des autres (fig. 39).

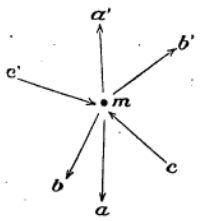


Fig. 39.

Les actions mutuelles Ma, Mb, Mc, peuvent être toutes de même signe, ou les unes d'un signe, les autres d'un signe contraire (tension ou compression). Ma', Mb', Mc', sont respectivement de même signe que Ma, Mb, Mc.

La résultante des forces élastiques s'exerçant ainsi au point M est nulle, quand l'équilibre existe.

Considérons des sphères d'épaisseur très petite, emboîtées au contact les unes des autres sans serrage, et soumettons leur ensemble à un effort intérieur P plus grand que la limite élastique du solide ainsi constitué. Nous savons, d'après l'expérience, qu'il y aura déformation des sphères par agrandissement de leur diamètre, avec maximum de déformation pour la sphère intérieure, et que libérées, les sphères auront les dispositions relatives

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

indiquées par la figure 40, abstraction faite, bien entendu, de la valeur réelle des agrandissements.

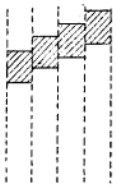


Fig. 40.

Il en résultera un serrage des sphères les unes sur les autres, *quand l'effort cessera d'agir*, celles de l'extérieur se trouvant en état de tension, et celles de l'intérieur en état de compression suivant la circonférence.

Actions intérieures. — Il est facile de préciser la nature des actions auxquelles les éléments des différentes sphères sont soumis. Ces actions sont de deux sortes, *rayonnantes* et *latérales*. Soient S_c et $S_{c'}$ deux sphères contiguës de la zone de compression (fig. 41). Un point M

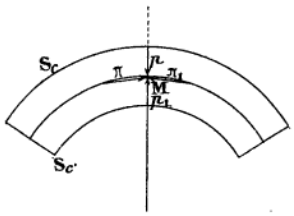


Fig. 41.

compris entre elles est soumis : 1° à deux pressions rayonnantes p et p_1, et 2° à des compressions latérales $\pi\,\pi$, égales entre elles.

Dans la zone de tension, le point M est soumis : 1° à deux pressions rayonnantes et 2° à des tensions latérales.

Les actions latérales, — tension et compression, — sont dirigées suivant des cordes de grands cercles, pour chaque sphère; ces cordes étant égales à la distance moléculaire. Elles ne sont donc pas dans le même plan, et ont une résultante dirigée suivant le rayon sur lequel elles sont également inclinées.

Variation des pressions rayonnantes. — Dans la zone de compression, p est forcément plus grand que p_1, puisqu'il fait équilibre à p, augmenté de la résultante des pressions latérales π. Donc les pressions rayonnantes vont en croissant depuis la sphère intérieure, dans la zone de compression (fig. 42).

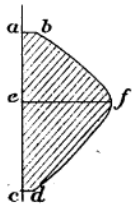


Fig. 42.

On verrait de même que, dans la zone de tension, les pressions rayonnantes vont en croissant depuis l'intérieur.

Il en résulte que l'on peut représenter les pressions rayonnantes par le schéma ci-contre, *ab* étant la résultante rayonnante des tensions latérales pour la sphère extérieure, *cd* celle des compressions latérales pour la sphère intérieure, *ef* les deux pressions égales et de sens contraire qui agissent sur la surface de contact σ des sphères limites des zones de compression et de tension.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Variation des actions latérales. — Mettons d'abord en serrage les deux sphères de l'intérieur A et B; A sera en compression, B en tension. Supposons maintenant que C agisse à son tour, la compression latérale de A augmentera; B diminuera comme tension, et passera peut-être à la compression. C sera en état de tension, etc.

Il en résulte que les forces élastiques latérales peuvent être représentées par une courbe NN′ dont l'ordonnée est nulle sur la sphère σ, à cause de l'égalité des pressions rayonnantes sur sa surface (fig. 43). Le maximum de force élastique d'extension se produira pour la sphère extérieure; et le maximum de compression pour la sphère intérieure.

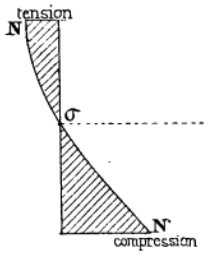


Fig. 43.

Déformations moléculaires. — Occupons-nous maintenant de la valeur des déformations moléculaires dans les différentes régions du solide constitué par les sphères considérées.

Nous venons de voir qu'un élément quelconque de ce solide est soumis 1° à des compressions rayonnantes, 2° soit à des tensions, soit à des compressions latérales. Il subit, sous l'influence de ces actions, une déformation qui est fonction de leur ensemble et non de l'une d'elles considérée isolément. Par exemple, un élément M de la sphère σ des actions latérales nulles qui est soumise à deux compressions rayonnantes égales et directement opposées s'allonge tranversalement. La position des éléments voisins sur la même sphère est précisément celle qui convient à l'allongement latéral de M, et il ne se détermine ainsi aucune action latérale. Dans la région de compression, au contraire, les éléments sont soumis à une pression latérale, en même temps qu'aux pressions rayonnantes; leur déformation latérale est moins grande que si ces dernières pressions agissaient seules.

Dans la région de tension, les éléments sont soumis à une extension latérale en même temps qu'aux pressions rayonnantes; leur déformation latérale est plus grande que si ces dernières pressions agissaient seules.

Cela revient à dire que les forces élastiques latérales, soit d'extension, soit de compression, ne sont pas proportionnelles à l'allongement ou à la contraction observés. En admettant cette proportionnalité, on négligerait l'influence des pressions rayonnantes.

En chaque point, il faut donc bien distinguer :

1° La *déformation réelle*, résultant de l'influence combinée des forces élastiques exercées par les éléments voisins;

2° La valeur intrinsèque de chacune de ces forces élastiques;

3° La déformation que subirait l'élément considéré, s'il était soumis uniquement à l'une des forces élastiques qui s'exercent simultanément sur lui.

On peut dès lors définir le caractère physique de la *limite élastique* et de la *charge de rupture*. Quand la déformation d'un élément atteint une certaine valeur, par exemple, quand sa dilatation perpendiculairement au rayon a une longueur ε, dépendant de la matière constitutive du corps et de la température, la liaison de cet élément avec les éléments voisins ne peut pas subsister; il en résulte une rupture d'équilibre et il y a écoulement moléculaire, suivant les lois énoncées dans le premier chapitre, les éléments avoisinants atteignant successivement la déformation limite, mais sans qu'il se produise, à aucun moment, dans ce phénomène, de solution de continuité dans le métal.

Cette déformation moléculaire limite, à partir de laquelle commence la déformation permanente, dépend, non de la valeur de chacune des forces élastiques agissant sur l'élément considéré, mais de leur action combinée.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La rupture se produit, par exemple dans l'extension des sphères, quand la déformation-limite est atteinte simultanément dans tous les points d'une zone d'écoulement.

Cela posé, il y a lieu de considérer dans l'ensemble des sphères emboîtées :

1° La *déformation suivant la circonférence ;*

2° La *déformation suivant le rayon.*

Déformation suivant la circonférence. — Le schéma ci-contre donne la variation des allongements ou raccourcissements dans la masse du corps considéré (fig. 44). Le maximum

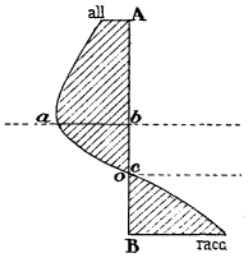


Fig. 44.

d'allongement latéral correspond à la sphère σ de la pression rayonnante maxima. Pour la sphère de rayon C, les pressions rayonnantes, et les pressions latérales sont égales : c'est-à-dire que les éléments situés sur cette sphère n'éprouvent ni allongement ni contraction latéralement. Cette sphère est caractérisée par l'absence de déformations visibles, et elle correspond, pour cette raison, à ce qu'on appelle généralement la zone neutre, mais il faut bien remarquer qu'elle est distincte de la sphère des actions latérales nulles.

Déformation suivant le rayon. — Ces déformations sont pour ainsi dire complémentaires des précédentes, et il est aisé de voir qu'elles peuvent être représentées par le schéma de la figure 45, le maximum de contraction suivant le rayon correspondant à la sphère σ.

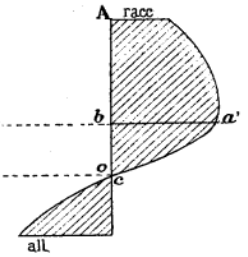


Fig. 45.

Mécanisme des forces intérieures et des déformations moléculaires. — Il résulte de l'ensemble des considérations qui précèdent qu'une sphère creuse, préalablement déformée au

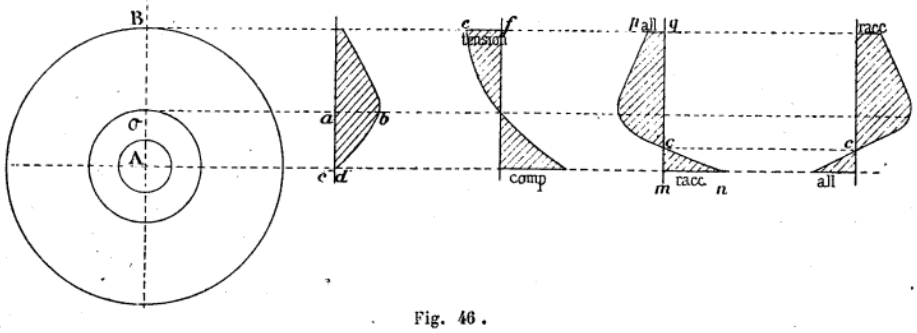


Fig. 46.

moyen d'une pression intérieure et rendue ensuite à elle-même, donne lieu, pour la distri-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

bution de ses forces élastiques et de ses déformations *élémentaires*, aux schémas représentés dans la figure 46.

Si l'on soumet cette sphère à un effort intérieur, la répartition de ses forces élastiques et de ses déformations se modifie, et le schéma de la figure 47 indique ce qu'elle devient pour une pression p.

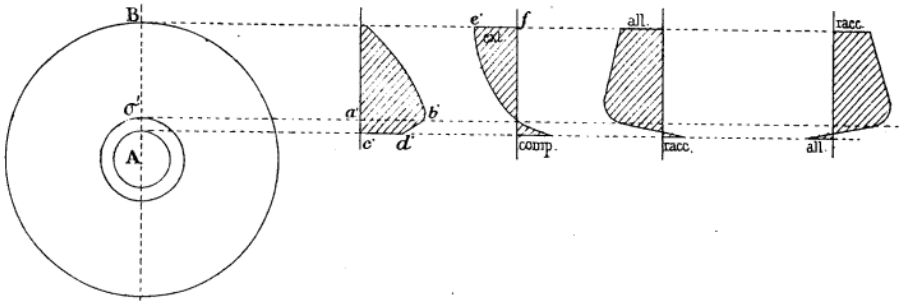


Fig. 47.

La sphère σ des actions latérales nulles et de la pression rayonnante maxima s'est rapprochée de la surface interne et est venue en σ'. Pour chacune des sphères il y a augmentation pour les forces élastiques de compression suivant le rayon; d'autre part, la courbe représentative des tensions latérales est plus inclinée sur le rayon, en même temps qu'elle le coupe plus près de la surface interne. Notamment la tension latérale a augmenté sur la surface extérieure.

A mesure que p croît, la sphère σ se rapproche de plus en plus de la surface interne, et pour une valeur donnée de la pression, elle se trouve confondue avec cette dernière. On arrive alors au schéma de la figure 48. Mais cette phase n'a rien d'autrement particulier, la déformation laterale $\alpha\,\beta$ n'atteignant pas encore sur la surface intérieure la limite de l'écoulement moléculaire. L'effort croissant encore, il n'y a plus de sphère d'actions latérales nulles.

Pour un effort égal à l'effort P qui a produit l'état élastique actuel de la sphère, on obtient un schéma analogue au précédent, avec cette différence que $\alpha\beta$ est égal à la déformation moléculaire limite, et que les actions latérales ont des valeurs représentées dans la figure 49.

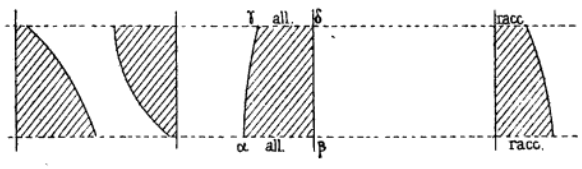


Fig. 48.

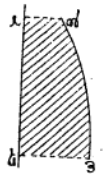


Fig. 49.

Pour un effort P $+\pi$ supérieur à P, et aussitôt qu'on dépasse cet effort P, il y a nouvelle déformation permanente, avec maximum sur la surface intérieure, la déformation-limite étant atteinte en plus de points qu'à l'extérieur, et la distribution des forces élastiques ainsi

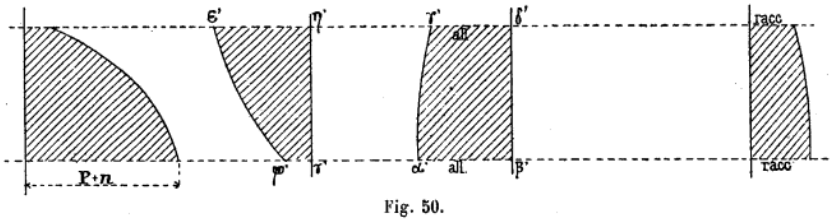


Fig. 50.

que des déformations est celle du schéma de la figure 50, dans laquelle $\gamma'\delta'$ est plus grand que $\gamma\,\delta$, et $\alpha'\beta'$ égal à $\alpha\,\beta$; d'un autre côté $\mu'\nu'$ est plus petit que $\mu\,\nu$; car la déformation-limite gardant

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

une valeur constante, et la pression rayonnante augmentant, la force élastique suivant la circonférence diminue forcément; mais $\varepsilon'\eta'$ est plus grand que $\varepsilon\eta$, et finalement, on voit que l'effet des déformations intérieures a été de faire concourir de plus en plus les sphères extérieures à la résistance.

Au-dessus de l'effort $P+\pi$, les mêmes phénomènes continuent à se produire, la déformation intérieure gardant toujours la valeur de la déformation-limite.

Au fur et à mesure de l'augmentation de l'effort, la sphère va en augmentant de diamètre et en diminuant d'épaisseur. Sa résistance ne peut donc pas croître indéfiniment, et elle tend vers un maximum.

Quand ce maximum est atteint, l'écoulement moléculaire peut bien continuer; mais la résistance de l'ensemble du corps diminue et, par suite, varie en sens inverse de l'effort. Il y a, dès lors, rupture suivant une des nappes de déformation, parce que, quelque procédé qu'on emploie, l'effort exercé sur le corps est, à un moment donné, supérieur à sa résistance.

Comme je l'ai dit, d'ailleurs, la rupture peut aussi se produire quand la déformation-limite est atteinte en même temps dans toute l'épaisseur de la sphère par tous les éléments qui participent à l'écoulement moléculaire.

Revenons au cas de l'effort intérieur égal à $P+\pi$. L'effort supplémentaire π se trouve pour ainsi dire emmagasiné dans la sphère par la détermination de nouvelles forces élastiques dues aux déformations permanentes produites par le supplément d'effort.

La pression $P+\pi$ cessant d'agir, l'équilibre moléculaire du corps est représenté par le schéma de la figure 51, dans lequel on a : $a_1b_1 > ab$, $e_1f_1 > ef$, $m_1n_1 > mn$, $p_1q_1 > pq$.

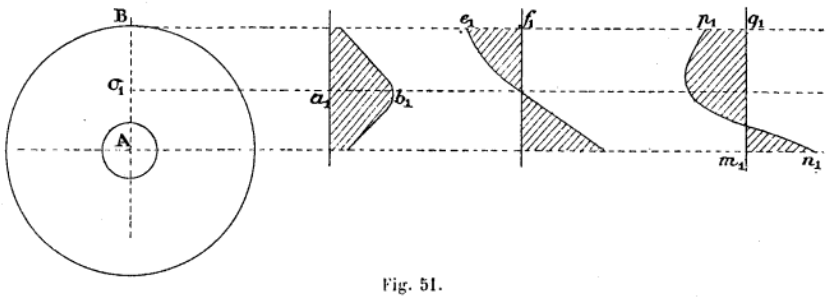


Fig. 51.

Je n'ai parlé jusqu'ici que de l'élévation de la limite élastique, résultant, pour une sphère A, de sa déformation initiale. Il est aisé de voir que la résistance à la rupture de cette sphère a également augmenté, par rapport à celle d'une sphère B, identique géométriquement à A, mais non déformée préalablement. En effet, la sphère A est ce qu'est devenue une sphère A′ de rayon intérieur plus petit, ainsi que de plus grande épaisseur que B, et l'on sait que, dans ces conditions, la sphère A′ a une résistance à la rupture plus élevée que la sphère B; il en est donc de même pour A, qui, à ce point de vue, est équivalente à A′.

L'augmentation de la résistance de la sphère a donc sa cause physique dans le fait même de l'inégalité de l'écoulement moléculaire dans ses nappes de déformation.

Résumé. — Soit la sphère A libérée, contenant un effort emmagasiné p, et dans laquelle la sphère des actions latérales nulles est NN (fig. 52).

Si on la soumet de nouveau à un effort par l'intérieur, 1° de O à p, N se déplace vers B, c'est-à-dire que la région soumise à la tension latérale va en augmentant; 2° pour p, on a la même distribution élastique que primitivement, toutes les sphères subissant une tension latérale, *avec maximum à l'extérieur*, mais l'allongement circonférentiel *étant maximum à l'intérieur*; 3° au-dessus de p, on a pour le rétablissement de l'équilibre une nouvelle déformation partant de la surface intérieure, avec maximum d'écoulement moléculaire sur cette surface; le travail de tension latérale des couches extérieures va en augmentant, et, en somme, il y a mise en œuvre de ces couches par augmentation de serrage.

Il se produit ainsi une augmentation de l'effort emmagasiné, jusqu'à un maximum qui est la charge de rupture, pour laquelle l'écoulement moléculaire ne peut plus avoir lieu, tous les éléments intéressés atteignant simultanément la déformation-limite.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il résulte de ce qui précède que, lorsqu'on soumet une sphère préalablement déformée à une pression intérieure, c'est toujours l'extérieur qui supporte à tout moment la plus forte tension.

Cette conclusion peut paraître paradoxale, puisque l'écoulement moléculaire a son maximum sur la surface intérieure.

Mais il faut noter que l'écoulement de la matière en un point est déterminé par la grandeur de la déformation en ce point; et, pour une valeur donnée de la pression intérieure, la déformation moléculaire est maxima sur la surface des actions latérales nulles, c'est-à-dire à l'intérieur, quand la limite élastique est dépassée.

Considérons d'ailleurs une sphère A soumise à une pression intérieure, égale à sa limite élastique actuelle (fig. 53).

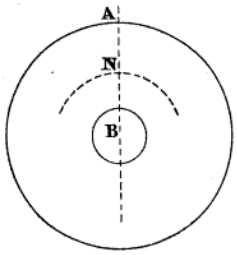


Fig. 52.

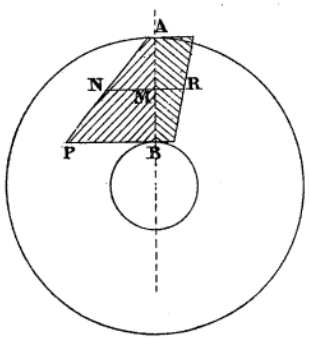


Fig. 53.

Nous savons que la pression élémentaire suivant le rayon va en décroissant de B en A. D'autre part, la force élastique latérale est minimum en B et croît de B en A.

Un point M est soumis à la force élastique d'extension latérale MR et à la force élastique rayonnante de compression MN. Tout se passe comme si M était soumis à une force élastique latérale seulement, cette force élastique étant égale à MR augmentée d'une force élastique latérale d'extension produisant le même effet que la force élastique rayonnante de compression MN.

Appelons φ la force élastique fictive de tension latérale, produisant le même effet que l'ensemble de la force élastique réelle d'extension, et de la force élastique rayonnante de compression.

Évidemment φ est maximum pour le point B, et va en décroissant de B en A.

Cette considération de la force élastique fictive φ montre que le maximum d'écoulement se concilie avec le minimum de tension, pour la surface intérieure.

Cylindres. — Les résultats sont analogues, quand il s'agit de cylindres soumis à une pression intérieure, et l'on sait que l'artillerie met à profit la possibilité d'emmagasiner un effort donné dans un tube creux, pour augmenter par mandrinage et par frettage la résistance de ses bouches à feu.

De deux tubes géométriquement identiques, en effet, l'un à l'état naturel, l'autre déformé par un mandrinage intérieur préalable, le second a une résistance à la rupture supérieure à celle de l'autre, avec une différence d'autant plus considérable que les déformations permanentes ont été plus grandes.

On sait que si, après avoir mandriné un tube par l'intérieur, on pratique à la mortaiseuse une saignée longitudinale à partir de l'extérieur, l'état de compression des couches internes provoque la rupture brusque du tube, alors qu'il reste encore sous l'outil une épaisseur notable de métal.

On sait également que, si l'on découpe dans ce tube une rondelle transversale et qu'on en détache des anneaux concentriques, ceux de l'intérieur subissent un agrandissement, quand ils sont isolés, tandis que ceux de l'extérieur se contractent.

Pour mettre en évidence l'augmentation de résistance due à la production des déformations, on peut aussi prélever, dans une rondelle du cylindre déformé, des éprouvettes de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

traction; on constate que leur limite élastique est d'autant plus élevée par rapport à la limite élastique naturelle du métal du cylindre que celui-ci a été plus mandriné.

C'est ce que j'ai vérifié, en particulier sur un tube de bouche à feu ayant tiré 2000 coups environ à charge normale. Comme je l'ai dit précédemment, le métal des pièces se déforme à chaque coup tiré, et, par suite, sa limite élastique s'élève. J'ai trouvé une augmentation de 20 kilogrammes par millimètre carré de section, relativement à la limite élastique constatée dans les essais de réception. Comme, dans ce cas, la charge de rupture était forcément restée la même, la limite élastique, dans ces conditions, s'en était rapprochée de très près, au détriment de la sécurité.

Extension. — Quel que soit le genre d'effort qu'on considère, on se trouve en présence d'un phénomène analogue.

Si l'on soumet à la traction, par exemple, une éprouvette formée d'un cylindre creux emboîtant exactement un cylindre plein, muni de têtes appuyées sur les têtes du premier cylindre, et si l'on pousse l'essai jusqu'à la formation de la striction, on constate que le diamètre extérieur du cylindre central s'est plus contracté que le diamètre intérieur du cylindre creux, avec maximum de différence dans le plan de la gorge de la striction.

On doit en conclure que, dans une éprouvette pleine d'un seul morceau, la partie centrale est soumise, après la cessation de l'effort, à une extension latérale, équilibrée par une compression de la partie extérieure.

Ce fait est accusé également par les éprouvettes d'acier puddlé ayant leurs surfaces de soudure suivant les plans diamétraux. On observe, en effet, que les soudures apparaissent à l'extérieur sous forme de saillies longitudinales indiquant une pression transversale dans cette région, tandis qu'à l'intérieur on obtient des fentes parallèles à l'axe.

On met d'ailleurs en évidence cette extension latérale de la région centrale des éprouvettes de traction, dans le cas d'un métal homogène, en détachant la partie médiane, entre deux sections droites peu distantes l'une de l'autre, et en y découpant des anneaux concentriques; les anneaux de l'extérieur se dilatent, tandis que ceux de l'intérieur se contractent.

Les déformations moléculaires sont donc perpendiculaires à l'axe dans la région du milieu, où se produit tout d'abord l'écoulement de la matière; il faut commencer par atténuer et il faut finalement faire disparaître cet aplatissement des éléments intérieurs, tandis que les molécules plus voisines de la surface ont immédiatement un allongement plus grand qu'avant la déformation permanente et l'apparition des tensions internes.

Cela revient à dire que la différence existant entre les déformations moléculaires diminue et que les divers éléments entrent ainsi pour une part de plus en plus grande dans la résistance totale de l'éprouvette.

La résistance croissante des solides aux efforts de traction qui leur sont imposés est donc précisément due aux déformations permanentes dont ils sont le siège, ces déformations ayant pour conséquence une nouvelle répartition des déformations moléculaires, dont l'effet est de développer des forces élastiques intérieures par une sorte de frettage naturel des différentes régions du corps les unes par rapport aux autres.

Je ne saurais trop insister sur cette propriété capitale de la matière au delà de sa limite d'élasticité. L'expérience suivante a été faite pour bien mettre cette propriété en évidence (fig. 54) dans le cas de la traction.

Étant donnée une éprouvette A de fort diamètre (40 mm) en acier doux, on la soumet à un effort de traction, jusqu'à ce que la striction SS soit aussi accentuée que possible, en dépassant ainsi l'effort maximum. On tourne ensuite cette éprouvette au diamètre du fond de la gorge de la striction, et on procède à un nouvel étirage. On constate que la région SS, où la striction s'était produite dans la première opération, ne subit, dans la seconde, aucune déformation permanente, et que la nouvelle striction se présente dans la région S'S', qui a été la moins déformée par la première extension.

On continue l'expérience, et on tourne l'éprouvette B au diamètre de la nouvelle gorge S'S'; le troisième cylindre ainsi obtenu n'aura sa striction, ni en SS, ni en S'S', mais, encore cette fois, dans la région la moins déformée par l'ensemble des deux premiers essais.

On peut opérer avec C, comme avec A et B; le résultat sera toujours le même.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En définitive, les parties ayant subi des déformations permanentes sont les plus résistantes par unité de section.

L'augmentation de résistance du métal de la striction d'une éprouvette de traction se trouve ainsi démontrée expérimentalement. Une conclusion importante, c'est qu'on n'est pas fondé à parler de l'altération des propriétés mécaniques des métaux soumis à des efforts supérieurs à la limite élastique. En particulier, on ne peut pas admettre l'hypothèse, trop généralement répandue, de l'apparition de fissures intermoléculaires dans les régions qui sont le siège de déformations permanentes.

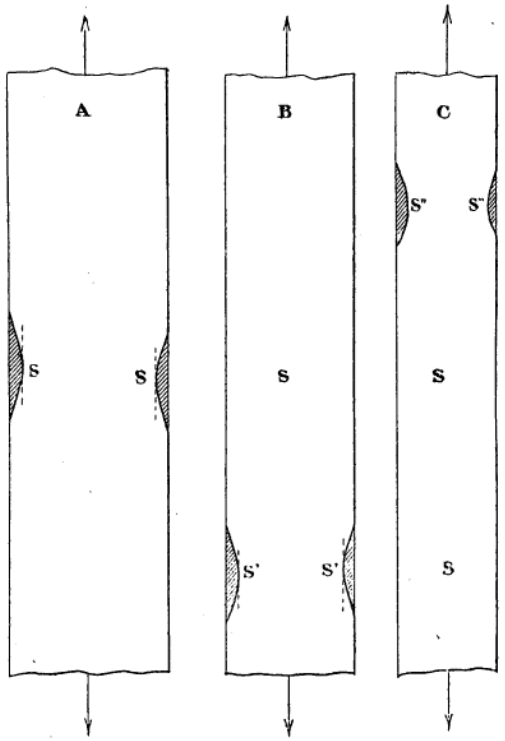


Fig. 54.

D'après cette hypothèse, il se produirait dans les corps soumis à un effort une série de ruptures locales, très restreintes, s'agrandissant peu à peu, quand les forces extérieures continuent à croître, et finissant par amener la désagrégation complète de la matière.

On attribue aussi indûment à l'action des efforts les légères soufflures disséminées dans la masse du métal, qui ne sont pas susceptibles d'être comblées, en raison des matières étrangères dont elles sont remplies, surtout dans le cas du fer et de l'acier, et qui, dès lors, sont révélées par le mouvement moléculaire, au milieu duquel elles subsistent, tout en changeant de forme.

Il m'a paru d'autant plus indispensable de réfuter cette opinion qu'elle est devenue courante, et que la Commission française des méthodes d'essai des matériaux de construction lui a donné son approbation, en l'introduisant dans son Rapport général.

Pour la *compression*, il en est de même; le raccourcissement n'ayant pas la même valeur dans toute l'épaisseur d'un cylindre comprimé, la partie la plus réduite dans le sens de la longueur se trouve en état de tension longitudinale, après la cessation de l'effort, l'autre partie étant en état de compression. En faisant le même raisonnement que dans les cas précédents, on verrait que l'effet des déformations permanentes est de faire travailler de plus en plus à la compression les régions qui primitivement étaient le moins chargées.

Il est aisé de démontrer aussi, dans le cas de la compression, l'augmentation de limite élastique des régions déformées et celle de leur résistance à la rupture par rapport à des solides de même forme géométrique.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On commence par comprimer entre ses bases un bloc cylindrique C (fig. 55); on sait qu'on obtient, sur la surface cylindrique, des déformations ayant leur maximum sur l'équateur. Si alors, après avoir fait subir au bloc un nouveau tournage, on le comprime à nouveau, on constate qu'au lieu de se renfler au milieu, il gonfle vers ses bases, en restant intact à l'équateur : il a finalement l'aspect de deux troncs de cône accolés par leur petite base, couverts d'ailleurs l'un et l'autre de réseaux hélicoïdaux.

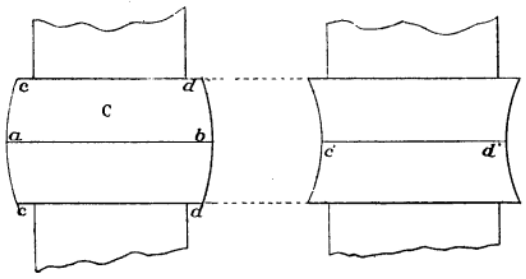


Fig. 55.

Résumé. — Quand on exerce un effort sur un corps à l'état naturel, c'est-à-dire à déformations minima, celles-ci sont modifiées, inégalement d'ailleurs, dans un certain nombre de ses points; cette modification est telle, que les molécules sur lesquelles agit le corps transmetteur de l'effort acquièrent, convenablement déformées, une force élastique de contact équilibrant cet effort.

Tant qu'aucune des déformations moléculaires n'atteint la valeur-limite, caractéristique de la matière du corps, les molécules gardent leur position relative et elles reviennent exactement à leur forme initiale quand l'effort vient à cesser.

Quand la déformation-limite est atteinte en un ou plusieurs points, ces points sont l'origine d'un écoulement moléculaire, orienté géométriquement par rapport à la direction de l'effort. Cet écoulement n'a pas la même valeur dans toute la masse du corps et il donne ainsi naissance à des tensions intérieures, déterminant des frettages naturels analogues à ceux qu'on constitue systématiquement avec des éléments convenablement associés.

Ces phénomènes donnent lieu à deux effets :

1° Pendant l'action de l'effort, l'inégalité même des déformations permanentes fait concourir de plus en plus à la résistance les points tout d'abord les moins chargés. Il en résulte une augmentation croissante de résistance, toutefois jusqu'à une limite bien déterminée dans chaque cas.

2° L'effort cessant d'agir, quand il a atteint une valeur P, les éléments, qui étaient l'origine du mouvement moléculaire, prennent une déformation perpendiculaire à la direction de l'effort; il se produit, par suite, en premier lieu, une élévation de la limite élastique jusqu'à la valeur de la charge P, qui se trouve ainsi emmagasinée dans la masse du corps, pour un effort s'exerçant dans les mêmes conditions que le premier.

En second lieu, la charge de rupture du corps déformé est supérieure à celle d'un solide de même forme géométrique, mais à déformations élémentaires minima.

A cet état, le corps contient des régions en extension, équilibrées par des régions en compression, la valeur relative de ces actions étant fonction des déformations permanentes emmagasinées dans sa masse.

Si d'ailleurs on vient à séparer ce corps en fragments, chacun de ceux-ci présentera le même caractère, avec une autre distribution toutefois des déformations moléculaires et une atténuation de l'ensemble des tensions ou compressions.

Cette remarque s'applique au système formé par l'ensemble de l'éprouvette et de l'appareil, au moyen duquel l'essai est effectué. Dans le cas de la traction (fig. 56), ce système se réduit, en dernière analyse, à un bâti BB, BB, auquel l'éprouvette A est reliée par les mordaches C,C. Un dispositif R permet d'allonger les bras BB du bâti, de façon que, pendant le cours de l'essai, ces bras travaillent à la compression, l'éprouvette étant en état d'extension.

Si donc, au lieu de considérer l'éprouvette isolément, on tient compte de l'ensemble

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

qu'elle forme avec la machine d'essai, on se trouve en présence d'un corps présentant le frettage intérieur dont j'ai parlé. Quand, ensuite, on viendra à isoler l'éprouvette, ses

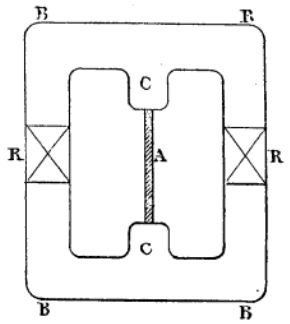


Fig. 56.

tensions se modifieront, et elle formera, à son tour, un corps fretté, analogue au précédent, avec une intensité moins grande des actions moléculaires.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

II

DÉFORMATIONS DUES A L'ACTION DE LA TREMPE

Je n'ai parlé jusqu'ici que des effets produits par des efforts mécaniques; je me propose de montrer que la trempe détermine dans l'acier des mouvements moléculaires obéissant aux mêmes lois, comme discontinuité et comme distribution.

ATTAQUE A L'ACIDE DES CORPS DÉFORMÉS PAR DES EFFORTS MÉCANIQUES

Je dirai d'abord que, si l'on soumet les métaux à une attaque à l'acide, pendant la durée même de l'action des forces dont on veut étudier les effets, les déformations sont creusées par l'acide, qui les attaque plus activement que les parties avoisinantes, n'ayant subi qu'un travail élastique, et on obtient, au bout d'un certain temps, des réseaux en creux, dont le tracé se trouve être tout à fait identique à celui qu'on observe sur les surfaces polies.

Ce procédé est facile à employer, surtout dans le cas du mandrinage des pièces creuses; il suffit, en effet, de plonger dans le bain acidulé un bloc prismatique creux par exemple, muni du mandrin, au moyen duquel la pression intérieure est exercée (fig. 57). On constate

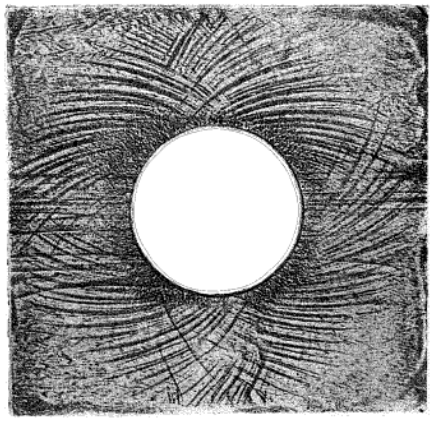


Fig. 57.

alors bientôt que le métal se creuse profondément suivant les spirales et les hélices déterminées par l'effort.

Il est à remarquer que les résultats sont les mêmes, quand l'effort est inférieur à la limite élastique. On dispose donc ainsi d'un procédé commode pour se rendre compte de la répartition des déformations élastiques, avant l'apparition des premières déformations permanentes.

L'attaque à l'acide est encore utilisable dans un autre cas. J'ai dit précédemment qu'un corps, préalablement déformé par l'effet d'un effort, puis libéré, est le siège d'actions moléculaires analogues à celles qui résultent de l'application de forces extérieures. Par exemple, dans le cas d'une sphère déformée par l'intérieur, les régions extérieures sont en tension sous l'influence de la compression des régions extérieures.

On comprend que, dans ces conditions, les pièces attaquées à l'acide manifestent également des réseaux, dont la netteté dépendra de l'intensité des tensions et compressions. M. Osmond a déjà fait une observation de ce genre. « Si le laminage ou le forgeage sont terminés à une température relativement basse, ils impriment à la structure des caractères particuliers et très curieux. » Dans un petit rond d'acier extra-doux de 13 millimètres de dia-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mètre, « *après attaque à l'acide sulfurique étendu*, on voit une sorte de trèfle formé de bandes parallèles, alternativement brillantes et ternes, ces dernières étant en creux par rapport aux autres. Il est très probable que les bandes claires sont plus denses et les bandes sombres plus poreuses, donc plus profondément attaquées, ce qui les fait paraître obscures en lumière normale ». J'ai montré qu'il ne s'agissait pas seulement de différences dans la densité et la porosité des régions attaquées inégalement, mais que le phénomène était dû à la dissemblance de leur état physique. M. Osmond semble d'ailleurs se rallier à cette opinion quand il ajoute que « le laminage et le forgeage agissent comme des forces vibrantes, et déterminent des mouvements ondulatoires, avec formation de surfaces ventrales et nodales dans le métal qui les subit ».

Les deux cas qui viennent d'être examinés conduisent donc à la loi générale suivante, qui montre l'influence de l'état physique d'un corps sur les actions chimiques, dont il peut être le siège :

L'attaque d'un métal par un acide produit en chaque point des effets qui sont fonction de la déformation moléculaire en ce point, et, par suite, les figures qu'elle creuse sur les surfaces libres sont caractéristiques de la répartition des déformations le long de ces surfaces.

ATTAQUE A L'ACIDE DES MÉTAUX TREMPÉS

Cela posé, l'attaque de l'acier trempé par un acide faible donne aussi naissance à des sillons discontinus. Une fraise en bouts, qui n'offrait, avant son immersion dans le bain acidulé, aucune particularité sur sa surface, s'est creusée très rapidement suivant des lignes régulières, séparées les unes des autres par des intervalles égaux. Le tracé de toutes ces dépressions présente le caractère d'être fonction de la forme de la surface sur laquelle elles se sont formées; en outre, elles sont identiques entre elles dans toutes les régions semblables et semblablement disposées.

Il est facile de s'assurer que les sillons, ainsi produits par l'action de l'acide, ne correspondent pas à des ruptures moléculaires. Pour le démontrer, une fraise circulaire à dents droites a été séparée en deux fragments, après la trempe. L'un de ces fragments a été recuit, et les deux parties ont été plongées dans le même bain. Dans le morceau trempé A, l'attaque a déterminé les sillons, dont il vient d'être question; sur le morceau recuit B, au contraire, on n'a constaté qu'une diminution générale de l'épaisseur sans ligne d'aucune sorte.

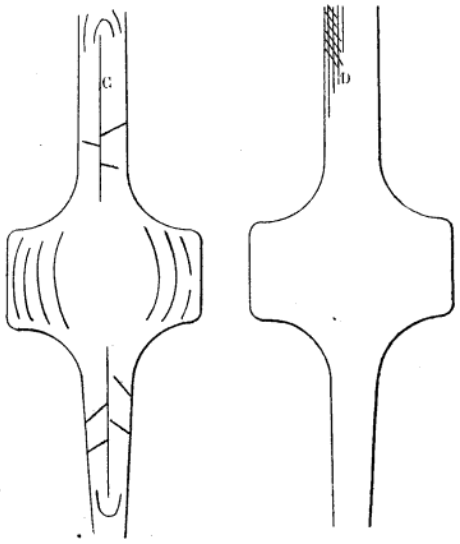


Fig. 58.

On retrouve les mêmes particularités dans deux tournevis confectionnés parallèlement, dont l'un, C, a été attaqué après trempe, et dont l'autre, D, trempé tout d'abord, n'a été

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

plongé dans l'acide, qu'après avoir été recuit. Les figures de trempe se sont creusées sur la pièce C, tandis que la pièce D n'accuse que le travail de l'étampage (fig. 58).

Des faits analogues ont déjà été signalés en 1884 par M. Fromme, et en 1886 par MM. Barus et Strouhel; ces expérimentateurs ont remarqué l'existence, dans des barreaux d'acier trempé, de minces couches alternativement plus denses et plus poreuses, qui, d'après M. Osmond, semblent être les témoins immobilisés d'un mouvement vibratoire.

Conclusion. — Si l'on se reporte aux résultats fournis par les blocs soumis à des efforts mécaniques, on doit admettre que les sillons creusés dans les pièces trempées correspondent aux régions qui ont été le siège de mouvements moléculaires pendant l'opération de la trempe, et que celle-ci donne lieu, dès lors, à la même loi que les actions mécaniques, en ce qui concerne la constitution et la distribution des lignes d'attaque. C'est dire qu'un corps trempé est assimilable, comme état physique, à un corps soumis à un effort, avec cette particularité, que l'effort est alors dû à l'action des forces intérieures résultant de l'action de la trempe.

Un caractère spécial aux lignes de trempe, c'est qu'elles sont formées exclusivement de déformations secondaires, tangentes au contour extérieur ou enveloppées par lui. Sur les surfaces cylindriques, elles se confondent avec les génératrices. Ce fait provient de ce que, dans ce cas spécial, les forces élastiques mises en jeu sont de même sens pour tous les points de la surface extérieure, et que par exemple, pour le cas de la trempe totale d'un objet quelconque, cette surface est soumise à un effort de tension suivant toutes les directions.

Quand la trempe est énergique, et qu'elle provoque des tapures, on observe que ces tapures occupent toujours, sur la plus grande partie de leur longueur, l'emplacement de l'un des sillons creusés par l'acide. C'est ce qui a été mis en évidence sur un projectile de rupture en acier coulé, dont la pointe de l'ogive s'était brisée spontanément; je l'ai soumise à une attaque à l'acide, après l'avoir sectionnée suivant un méridien, et j'ai obtenu des sillons, ayant le même tracé que la tapure, qui s'est faite manifestement suivant l'une des lignes de trempe.

La netteté des lignes de trempe, et en particulier leur largeur, sont d'autant plus grandes que le refroidissement a été plus brusque. Une trempe douce donne, sur une tôle, un réseau délié à traits fins; une trempe énergique fournit des dessins très accusés.

D'une manière générale, on peut dire qu'on dispose d'un moyen pratique pour se rendre compte de la distribution des mouvements moléculaires accompagnant l'opération de la trempe dans les aciers, et pour déterminer la meilleure forme à donner aux pièces qui doivent être trempées.

Il est évident en outre que les effets produits par la trempe demandent à être expliqués par une théorie mécanique, qui apparaît comme le complément nécessaire des théories chimiques actuelles, impuissantes à donner une raison satisfaisante de l'augmentation de la résistance à la rupture des produits trempés.

Les considérations sommaires qui viennent d'être exposées montrent la cause de l'élévation de la limite élastique et de l'augmentation de la résistance à la rupture des corps trempés.

Quant à leur fragilité, elle résulte de ce que le procédé même qui produit la déformation moléculaire du corps fait que des éléments peuvent être voisins de leur déformation limite, si même ils ne l'atteignent pas pendant l'opération elle-même. Quand il en est ainsi, on peut avoir des tapures, sous l'influence d'un effort d'autre nature venant augmenter tant soit peu la déformation de ces éléments.

C'est ce qui n'existe pas pour les corps déformés par des efforts mécaniques, quand ils sont détendus, l'effet de la détente, après la cessation de l'effort, étant précisément de diminuer la valeur des déformations des éléments par lesquels avait commencé l'écoulement moléculaire.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

III

DÉFORMATIONS DUES A L'ACTION DE LA CHALEUR

LIMITE THERMIQUE D'ÉLASTICITÉ

Quand un corps simple, *préalablement déformé par un effort*, est porté de 0 degré à t degrés, puis refroidi de t degrés à 0 degré, autrement dit quand il est recuit à t degrés, il reprend à 0 degré son état physique initial, c'est-à-dire qu'il conserve, pour ses déformations, la valeur et la distribution résultant de l'effort antérieur, tant que t reste inférieur à une valeur T, que l'on peut appeler la *limite thermique d'élasticité* du corps. Cela provient de ce que la valeur de la déformation moléculaire limite décroît avec la température pour la matière constitutive du corps, mais qu'au-dessous de T, cette limite n'est atteinte en aucun point.

La valeur de la limite thermique d'élasticité dépend de la déformation moléculaire initiale de l'élément, qui atteint le premier la déformation-limite, quand la température s'élève.

Si la température dépasse T (abstraction faite de la durée du chauffage qui doit être suffisante), un de ses éléments arrive à la déformation-limite correspondant à la température du corps : il y a déformation permanente *par écoulement moléculaire*, suivant des lois à étudier, avec augmentation de la chaleur spécifique et absorption de chaleur. Dès lors, le corps revenu à 0 degré a une autre distribution pour ses déformations, qui subissent une diminution en chaque point. La limite thermique d'élasticité est devenue la température $T + \theta$, à laquelle le corps a été recuit.

VARIATION DE LA LIMITE MÉCANIQUE D'ÉLASTICITÉ DANS LE CAS DE LA TRACTION

Supposons que le corps simple considéré constitue une éprouvette de traction, ayant à 0 degré, comme conséquence de son état physique préalable, une limite élastique L.

D'après ce qui précède, pour tout recuit inférieur à la température T, la limite mécanique d'élasticité redeviendra L à 0 degré.

La température s'élevant au-dessus de T et devenant $T + \theta$, la limite mécanique d'élasticité à 0 degré aura diminué et sera devenue $L - \lambda$, parce que la déformation de l'élément par lequel commencera l'écoulement de la matière sera plus rapprochée de la déformation-limite.

A une valeur donnée L de la limite mécanique d'élasticité à 0 degré, correspond une limite thermique d'élasticité T; quand le second de ces facteurs augmente, sous l'influence d'une élévation de température, le premier diminue. Inversement, quand le premier facteur augmente sous l'influence d'un effort mécanique, le second diminue.

LIMITE ÉLASTIQUE POUR DES TEMPÉRATURES CROISSANTES

Si l'on soumet l'éprouvette à la traction, quand elle est portée à une température comprise entre 0 et T, la limite élastique correspondante sera inférieure à L, si c'est le même élément qui atteint dans les deux cas la déformation moléculaire limite; si c'est un autre élément, on peut avoir à constater d'abord une augmentation de la limite élastique ; dans tous les cas, au delà d'une certaine température, la limite mécanique d'élasticité ira constamment en diminuant.

INFLUENCE DU RECUIT

Si l'on revient au cas du recuit, on voit que les déformations moléculaires, et par suite la limite élastique subsistant à 0 degré, vont en diminuant à mesure qu'on élève la température de ce recuit.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

J'ai dit que, rigoureusement, le minimum des variations des déformations moléculaires dans un corps solide se rapporte à l'état cristallin, et qu'alors elles sont uniformes dans tous les points, tout donnant lieu, encore dans ce cas, à des tensions intérieures. Mais, en fait, on conserve une fraction, assez petite d'ailleurs, des déformations supplémentaires dues aux actions antérieures, en limitant le recuit à une température R, choisie de manière à avoir en même temps le grain le plus fin; le minimum pratique des déformations moléculaires, c'est-à-dire celui qui définit l'état naturel du corps, a ainsi une valeur supérieure à celle qu'il aurait, si le corps avait gardé l'état cristallin.

Le minimum absolu, correspondant à l'état cristallin, est irréductible par le recuit, quelle qu'en soit la température. Il en est de même du minimum pratique, à condition qu'on ne dépasse pas la température à laquelle il correspond.

Il résulte de ces considérations que, dans tous les cas envisagés par la résistance des matériaux, les diverses déformations provoquées par les actions extérieures auxquelles une pièce a été soumise peuvent être atténuées considérablement par le recuit, mais qu'aucune d'elles ne disparaît complètement.

J'ai représenté ci-contre (fig. 59) la courbe des limites thermiques d'élasticité, en fonction des limites mécaniques, dans le cas de la traction, pour laquelle il est aisé de la déterminer expérimentalement. Les températures sont portées suivant les ordonnées, et les limites mécaniques d'élasticité suivant les abscisses.

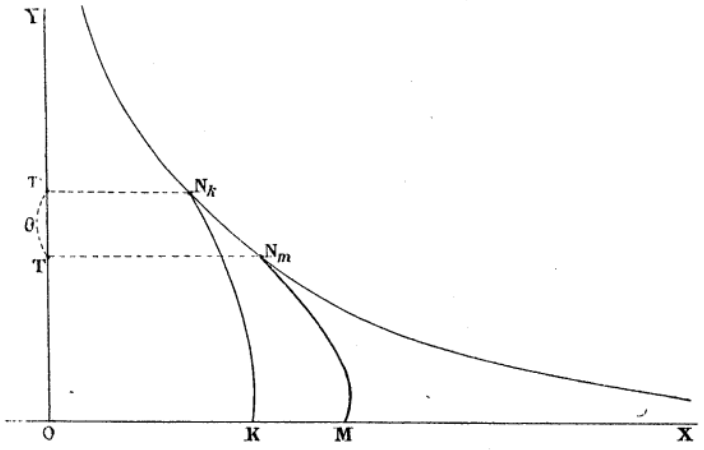


Fig. 59.

Il résulte de ce qui précède que, si on chauffe l'éprouvette ayant la limite élastique OM, en ne la portant qu'à une température inférieure à OT, elle reprend son état physique initial par refroidissement. Si, au contraire, on le recuit à la température $T+\theta$ sa limite élastique varie d'abord de OM à TN_m puis de TN_m à $T'N_k$ et enfin de $T'N_k$ à OK.

L'éprouvette est donc passée, par le recuit à $T+\theta$, de la limite élastique OM à la limite élastique OK, en perdant l'effort de traction emmagasiné représenté par KM. La limite thermique d'élasticité est devenue $T+\theta$. A cette diminution de son état élastique, correspond d'ailleurs une augmentation de chaleur spécifique, corrélative d'une absorption de chaleur.

Inversement, 1° si l'éprouvette a la limite élastique OK, et si nous la soumettons à un effort inférieur à OK, la chaleur spécifique reprendra sa valeur primitive, et par suite aussi la limite thermique d'élasticité.

2° Si l'effort dépasse OK, il y aura déformation permanente de l'éprouvette, qui acquerra des forces élastiques; la chaleur spécifique diminuera, et si l'effort est monté jusqu'à OM, elle reviendra à la valeur correspondant à cette limite élastique, par suite avec dégagement de chaleur.

La quantité de chaleur absorbée dans le premier cas sera égale à la quantité de chaleur dégagée dans le second.

Pour chaque point d'un corps solide, il y a ainsi corrélation entre la déformation moléculaire (dont dépend la limite mécanique d'élasticité correspondant à un effort donné) et la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

chaleur spécifique (dont dépend la limite thermique d'élasticité). Comme d'ailleurs les déformations moléculaires n'ont pas la même valeur en tous les points du corps, il en est de même pour la chaleur spécifique, qui, dans ces conditions, ne peut donner lieu, dans la pratique, qu'à une détermination moyenne.

EXPÉRIENCES DE M. TRESCA

La diminution de la chaleur spécifique dans les régions d'écoulement moléculaire et le dégagement de chaleur qui en résulte sont des phénomènes qui ont été observés en 1874 dans le forgeage du platine iridié à haute température par M. Tresca, qui a fait, à ce sujet, la communication suivante à l'Académie des sciences ;

« Lorsque la barre de platine, au moment du forgeage, s'était déjà refroidie jusqu'au-dessous de la température rouge, il est arrivé plusieurs fois que le coup du marteau-pilon qui déterminait simultanément, dans cette barre, une dépression locale et un allongement, se réchauffait suivant deux lignes inclinées, formant sur les côtés de la pièce les deux diagonales de la partie déprimée, et ce réchauffement était tel que le métal était, suivant ces deux lignes, ramené assez franchement à la température rouge, pour qu'on pût en distinguer très nettement la forme. Ces lignes de plus grande chaleur restaient même lumineuses pendant quelques instants, et présentaient l'aspect des deux jambages de la lettre X. Dans certaines circonstances, nous avons pu compter simultanément jusqu'à six de ces X produits successivement, les uns à la suite des autres, à mesure que l'on déplaçait la pièce en travail, pour l'étirer de proche en proche sur une partie de sa longueur. »

Ainsi il y a eu recalescence dans les zones de déformation du platine, c'est-à-dire que la chaleur spécifique s'est trouvée diminuée dans ces régions.

M. Tresca a vérifié que ce phénomène n'était pas spécial au platine, et qu'on pouvait l'obtenir, plus difficilement toutefois, avec d'autres métaux.

« Une barre d'un métal quelconque étant donnée à la température ordinaire, si, après l'avoir enduite de cire sur ses deux faces latérales, on la soumet à l'action d'un seul coup de mouton, la cire fond en regard de la dépression produite, et l'on constate que cette cire fondue affecte, dans certains cas, la forme des deux branches de l'X observé sur le platine; dans d'autres cas, les jambages sont courbes et présentent en regard leurs convexités; c'est qu'alors la chaleur s'est disséminée davantage, et que la cire s'est fondue dans tout l'intervalle qui les sépare. »

On remarquera que ces diverses expériences mettent, en même temps, en évidence la formation des lignes de déformation, suivant les lois connues, dans les métaux soumis à l'action d'efforts brusques à haute température.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

IV

CONCLUSIONS

DÉFINITION DE L'ÉLASTICITE

Je ferai d'abord remarquer qu'on est conduit par les considérations qui précèdent à comprendre autrement qu'on ne le fait d'ordinaire ce qu'on doit entendre par l'élasticité de la matière.

D'après la définition actuellement admise, l'élasticité est la propriété que possèdent certains corps de revenir à leur forme primitive après avoir été déformés.

Cette définition conduit à considérer les corps comme plastiques, c'est-à-dire comme dénués d'élasticité, lorsqu'ils subissent une déformation permanente. Or, j'ai montré que leurs forces élastiques augmentent, au contraire, à mesure qu'ils se déforment ainsi, pour résister aux efforts qui leur sont imposés. En réalité, ces corps sont devenus plus élastiques, leur plasticité étant nécessaire pour l'augmentation de leur résistance.

Il y a là une confusion réelle; ainsi, d'après la définition admise, une éprouvette de traction, dont la limite élastique est de 30^k par millimètre carré, était élastique jusque-là et est plastique pour cette charge. Or, si, après avoir porté l'effort jusqu'à 40^k et l'avoir maintenu un temps suffisant, on fait cesser son action, et qu'on le reprenne ensuite, la même éprouvette, qui tout à l'heure était plastique à 35^k par exemple, doit maintenant être considérée comme élastique jusqu'à 40^k.

Un autre inconvénient de la définition actuelle, c'est qu'elle conduit à faire considérer comme plastiques les corps qui ne sont restés soumis à l'action d'un effort supérieur à la limite élastique que peu de temps. On sait, en effet, que les mouvements moléculaires internes ne se font pas immédiatement, de manière à donner un groupement stable; la distribution convenant à l'effort exercé exige, pour être complète, un certain temps. Dans ces conditions, des éléments se trouvent près de la déformation-limite, quand l'effort n'est pas assez prolongé, et le corps peut être déformé d'une manière permanente par un effort très faible, ainsi que l'a montré M. Bauschinger.

Faut-il dire, pour cela, avec beaucoup d'auteurs, que toute élasticité est abolie dans le métal considéré? C'est confondre un phénomène d'ordre tout à fait secondaire, le retard de quelques éléments à prendre leur position d'équilibre, avec le phénomène principal, l'emmagasinement de tensions dans les corps, qui est devenu, à proprement parler, un réservoir d'élasticité. C'est provoquer en même temps des idées fausses, en portant à penser que le corps est alors diminué dans ses propriétés physiques, tandis que le contraire a lieu.

Pour ces différentes raisons, la définition suivante me paraît convenir mieux à la résistance des matériaux.

« L'élasticité est la propriété, qu'ont les corps, d'acquérir des forces élastiques intérieures, faisant équilibre à l'effort exercé sur eux. »

CONSTITUTION PHYSIQUE DES CORPS SOLIDES

Sans vouloir à proprement parler exposer ici une théorie de l'élasticité, je me propose de montrer comment les phénomènes qui accompagnent la déformation permanente des corps solides amènent à concevoir la constitution physique de ces corps.

Les éléments d'un corps simple ont, à 0 degré, des déformations qui dépendent de la succession des efforts mécaniques ou thermiques exercés précédemment sur eux. Si toutes les déformations sont minima comme valeur, et géométriques comme orientation, le corps

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

est à l'état cristallin. Quand le corps n'est pas cristallisé, les déformations moléculaires diffèrent d'un point à l'autre.

Dans les deux cas, l'application d'un effort a pour premier effet de modifier les déformations moléculaires, sans qu'aucune d'elles atteigne la limite d'écoulement. C'est la période élastique.

Pour une charge plus grande, d'intensité déterminée, la déformation d'écoulement se produit en un point; cette charge est la limite élastique du corps considéré par rapport à l'effort auquel il a été soumis. La déformation d'écoulement se trouve orientée par rapport à l'effort; on peut dire que l'élément est alors polarisé dans la direction de cet effort.

La valeur de la limite élastique dépend de la déformation initiale du point qui est l'origine du mouvement de la matière. Elle est augmentée par une déformation moléculaire d'orientation perpendiculaire à l'orientation finale du premier élément déformé; elle est diminuée, si la déformation initiale de cet élément est précisément orientée dans le sens final.

Il se produit alors un écoulement moléculaire orienté par rapport à la déformation de l'élément, vers lequel cet écoulement a lieu. Cet écoulement jouit de la propriété que toutes les molécules qu'il comprend n'atteignent que *successivement* la déformation-limite; le corps ne se rompt donc pas.

Ce premier écoulement terminé, et l'effort continuant à s'exercer, le même phénomène se reproduit dans la même région, ou dans une autre partie du corps, à intervalles extrêmement courts d'ailleurs.

Quelle que soit la charge à laquelle on s'arrête, si l'on fait cesser l'effort, les déformations moléculaires des divers éléments du corps se trouvent modifiées, et les éléments qui doivent atteindre les premiers la déformation d'écoulement sont orientés perpendiculairement à la direction finale; il en résulte une augmentation de la limite élastique quand l'effort agit de nouveau.

Toute cette phase est celle des déformations permanentes, avec répartition dans toute la masse du corps, et, comme conséquence, avec résistance croissante à l'effort.

Pour une valeur donnée de la charge, la résistance atteint son maximum, du moins pour les genres d'efforts provoquant, comme la traction et le mandrinage, une diminution de section ou d'épaisseur; l'effort varie alors en sens inverse de la résistance.

Enfin, pour une valeur déterminée de la charge, inférieure à l'effort maximum, la déformation-limite est atteinte à la fois pour tous les points d'une nappe de déformation; c'est la charge de rupture, aucun écoulement moléculaire ne pouvant plus se produire. Ce qui a été dit plus haut, au sujet de l'augmentation ou de la diminution de la limite élastique, suivant la valeur et l'orientation de la déformation initiale du premier élément de mouvement moléculaire, s'applique à la charge maximum, et à la charge de rupture. Quand donc un corps doit résister à un effort de nature donnée, on peut augmenter sa charge de rupture; la limite de cette augmentation est donnée par cette condition physique, que l'élément qui sera l'origine du mouvement moléculaire final doit avoir une déformation initiale égale à la déformation-limite, mais perpendiculairement à la direction de sa déformation finale.

Si, dès lors, on considère un métal simple, il a été amené à sa forme et à son état physique actuels par une série d'opérations mécaniques et thermiques. Chacune de ces opérations a eu pour résultat de provoquer un écoulement moléculaire du métal, dans l'intérieur de nappes non jointives, suivant une direction bien déterminée par rapport à celle de l'effort exercé. Comme il y a, chaque fois, au moins quatre nappes différentes de déformation en tout point, quel que soit le genre d'effort considéré, la masse du métal se trouve partagée en grains sensiblement polyédriques, qu'on peut appeler les éléments physiques du corps. Pour chaque élément physique, les déformations moléculaires varient de la surface extérieure jusqu'au centre. Ces éléments physiques n'ont pas forcément tous le même volume; leur importance dépend de l'emplacement qu'ils occupent dans le corps, relativement à l'effort imposé, de la température, s'il s'agit du forgeage, etc.

Quand le corps ainsi préparé sera soumis à une température de recuit, comprise entre la limite thermique d'élasticité et la température de cristallisation, les grains constituants pourront être désorganisés; mais l'écoulement moléculaire qui aura lieu en déterminera d'autres qui auront le même caractère que les premiers, avec cette particularité, toutefois, que la différence des déformations dans les différents points sera plus faible.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En définitive, tous les efforts mécaniques ou thermiques déterminent, dans les corps sur lesquels ils s'exercent, une polarisation moléculaire par rapport à leur direction. Cette polarisation se produit pour les divers éléments, dès la première application de l'effort, et elle est d'autant plus complète, pour une valeur donnée de la charge, que les déformations moléculaires initiales étaient plus près du minimum. Dès qu'il atteint la déformation-limite de la matière qui le constitue, chaque élément polarisé devient le pôle d'un écoulement moléculaire, de direction définie par rapport à l'orientation de l'élément et, par suite aussi, par rapport à celle de l'effort.

Si donc on considère un corps quelconque, les déformations permanentes peuvent être de deux sortes :

Les unes (qui peuvent ne pas apparaître) sont localisées d'après la distribution des déformations préexistantes, que mettent en évidence l'attaque à l'acide et l'étude micrographique du métal;

Les autres, qui sont caractéristiques de l'effort du moment, ne dépendent que de la nature de cet effort, ainsi que de la forme du solide.

Rapportées aux forces qui les ont fait naître, toutes ces déformations, sans exception, suivent les lois énoncées dans ce mémoire pour la distribution des mouvements moléculaires.

ÉCROUISSAGE ET TENSIONS INTÉRIEURES

Les conceptions qui viennent d'être exposées permettent de définir nettement ce qu'on doit entendre par l'écrouissage d'un métal et ses tensions intérieures, qui sont l'objet des interprétations les plus diverses.

D'abord, il faut bien remarquer que tout corps solide est forcément écroui, comme conséquence des actions mécaniques ou thermiques qu'il a subies. Par exemple, une éprouvette de traction, pour laquelle on a dépassé la limite élastique, est en état d'écrouissage. Cette propriété est, en somme, un effet normal de la déformation permanente des solides. On peut la définir ainsi : c'est l'état physique d'un corps, ayant emmagasiné des forces élastiques, par suite de l'inégalité des déformations élémentaires en ses différents points. C'est l'état général des métaux, depuis l'écrouissage naturel correspondant à la limite élastique proprement dite, jusqu'aux écrouissages produits par des forces extérieures.

Un corps écroui, qu'on soumet de nouveau aux efforts qui ont provoqué son écrouissage, se trouve dans le cas d'une éprouvette de traction qui, déformée par une charge P, a sa limite élastique élevée jusqu'à la valeur P, par le jeu des tensions et pressions emmagasinées par la traction primitive. Il a donc, à volume égal, une limite élastique et une charge de rupture supérieures à celles d'un corps de même matière, mais non écroui. L'écrouissage apparaît alors comme une amélioration du métal.

Mais, le plus généralement, quand un corps a été écroui par une série d'efforts mécaniques ou thermiques, il est ensuite soumis à des actions d'autre nature et d'autre orientation que les premières. Dans ce cas, s'il y a des éléments déjà près de leur déformation-limite dans la masse du corps, l'écrouissage se manifeste par une diminution de résistance, et par la fragilité du métal.

On ne peut donc pas dire, d'une manière absolue, comme on le fait souvent (M. Baclé, *Sur l'influence de l'écrouissage sur les propriétés des métaux*, Commission des méthodes d'essai des matériaux de construction), que « le travail à froid du métal sous l'action du marteau, de la matière ou du poinçon, le serrage et le cisaillage, produit, même lorsqu'il est superficiel, une *altération* plus ou moins prononcée, qui constitue l'écrouissage ».

M. Baclé n'est pas fondé non plus à considérer que l'écrouissage ne constitue pas un accroissement réel de la charge de rupture. D'après lui, « le chiffre total reste le même, et on retrouverait donc le même résultat par unité de section, si on rapportait la charge totale à la section correspondante, avant qu'elle n'ait été réduite par l'écrouissage; il n'y a de change, après cette opération, que la section initiale, par laquelle on divise la charge maximum totale ».

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Pour montrer l'inexactitude de cette opinion, il me suffira de rappeler l'augmentation de la résistance spécifique des aciers trempés, l'expérience des tournages successifs d'une éprouvette de traction, accusant le même phénomène au sein de chaque striction, et enfin le parti que l'artillerie tire du frettage ou du mandrinage.

Je ne suis pas non plus de l'avis de M. Baclé, quand il indique que, dans le fer et dans l'acier, l'action de l'écrouissage est accompagnée d'une absorption de chaleur. On sait qu'au contraire la chaleur spécifique diminue dans les régions déformées, et qu'il y a, dès lors, dégagement de chaleur.

Je ne crois pas enfin qu'on puisse dire que l'écrouissage est accompagné de ruptures dans le ciment constituant. Son effet, je l'ai dit, consiste dans un écoulement moléculaire sans production de fissures.

En ce qui concerne les tensions intérieures, elles sont le résultat même de l'écrouissage, et il n'y a pas lieu d'établir une distinction entre ces deux phénomènes, l'un étant la cause dont l'autre est l'effet.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

V

TRAVAUX FRANÇAIS ET ÉTRANGERS
SUR LES DÉFORMATIONS PERMANENTES DES MÉTAUX

Je terminerai ce mémoire par quelques mots d'historique.

Quand j'ai entrepris les recherches expérimentales dont je viens de donner le compte rendu, aucune étude méthodique du même genre n'avait été effectuée en France. A ma connaissance, il n'avait pas encore été signalé que l'action des efforts sur les métaux pût déterminer, à partir de la limite élastique, des déformations discontinues et obliques sur leur direction; je dois même dire que j'ai rencontré tout d'abord une certaine incrédulité dans le monde savant et industriel, étant donné que ces faits paraissent en contradiction avec les théories admises jusqu'ici, pour l'élasticité et la résistance des matériaux.

Il convient de rappeler, toutefois, que dès 1868 le savant géologue, M. Daubrée, a obtenu quelques-uns de ces résultats, en soumettant à la compression des prismes formés d'un mastic spécial. Son but était de reproduire les cassures terrestres dans leurs caractères principaux, et d'imiter les failles, avec leurs points congénères, dans leurs formes, leur parallélisme et leur répartition en systèmes orthogonaux ou conjugués. M. Daubrée a constaté que la pression déterminait des cassures obliques et symétriquement disposées par rapport aux arêtes du prisme; de plus, une très nombreuse série de fissures rectilignes et parallèles se sont manifestées sur chacune des faces.

M. Daubrée a tiré de ces résultats des conclusions spécialement appliquées à l'étude de la géologie. Il a fait remarquer qu'il convient de chercher, dans la disposition générale du réseau, les indices de l'action mécanique, à laquelle les ruptures doivent être rapportées.

M. Daubrée, en rendant compte de ses expériences à l'Académie des sciences, a rappelé que M. de Saint-Venant, et M. Maurice Lévy avaient déjà cherché antérieurement à expliquer par le raisonnement le fait, constaté depuis longtemps, que les cassures s'ouvrent sous des incidences égales, par rapport à la direction de la pression, et qu'elles tendent à être perpendiculaires.

Il ajoute qu'en 1878, postérieurement à ses propres travaux, M. Potier a tenté d'en démontrer mathématiquement les résultats; mais M. Potier admet que, dans un corps comprimé, les brisures se font suivant deux plans perpendiculaires, dans lesquels les efforts tangentiels seraient maxima. Or, on sait que les lignes superficielles d'écoulement moléculaires ne sont jamais perpendiculaires.

Une étude des plus importantes a été entreprise, dès 1880, par M. le capitaine Duguet, dont l'attention s'était portée sur la direction oblique des cassures, dans la traction et la compression des métaux, et d'après lequel ce fait était en désaccord avec la théorie existante de la résistance des matériaux. Partant de cette idée, il a étudié, dans deux mémoires, l'un publié par la *Revue d'artillerie* en 1882, l'autre paru en 1885, *La limite d'élasticité et la résistance à la rupture*, en se basant uniquement sur la forme et l'aspect des cassures. Il a indiqué les modifications qu'il y aurait lieu, à son avis, d'apporter aux théories admises, et si, au cours de ses recherches expérimentales, il n'a pas été amené à constater les lois de l'écoulement moléculaire à partir de la limite élastique, il les a nettement entrevues.

Travaux étrangers. — J'ai appris, après la publication de mes recherches, en 1894, que des travaux analogues avaient été exécutés antérieurement, à l'étranger. Il me semble intéressant d'en donner un aperçu sommaire :

1° En 1860, le *Dingler's Polytechnisches Journal* a publié un article de W. Lüders, sous ce titre : *D'un phénomène d'élasticité sur des barres de fer aciéreux ou sur des barres d'acier et de l'observation d'un mouvement moléculaire par la flexion de ces barres.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

W. Lüders avait remarqué, aux forges de Magdesprung, que, dans la flexion et dans la trempe de certaines espèces d'aciers ou de fers, on obtenait des dessins semblables aux stries d'une lime. D'après lui, d'ailleurs, les lignes des deux systèmes conjugués se coupaient à angle droit, et étaient inclinées à 45 degrés sur l'axe longitudinal de la barre, ce que mes recherches n'ont pas confirmé.

Bien qu'il se soit ainsi borné à quelques observations sur un fait particulier, et qu'il n'ait pas procédé à des expériences méthodiques portant sur tous les genres d'efforts, W. Lüders a émis l'avis que les déformations superficielles, dont il avait constaté l'existence, devaient témoigner de l'action de forces agissant à l'intérieur des pièces étudiées ;

2° En 1878, M. Théodore Cooper a fait paraître, dans les *Bulletins de la Société américaine des Ingénieurs mécaniciens*, un travail sur les déformations des métaux soumis à certains efforts.

Les essais ont porté sur la traction de l'acier, dans le cas d'éprouvettes prismatiques, et dans le cas de barrettes poinçonnées, sur le cisaillement et sur le poinçonnage.

M. Cooper n'hésite pas à regarder les lignes de la surface comme une manifestation des déformations intérieures; d'après lui, les déformations d'un métal ne modifient ni la densité, ni le volume total. Il en conclut que, dans la traction par exemple, il doit se développer, en même temps que l'extension, une compression latérale qui tend à réduire le volume du métal dans une direction sensiblement perpendiculaire à celle de l'étirage. Les lignes observées sur les surfaces libres, étant dirigées suivant les bissectrices des directions de ces deux actions, manifesteraient dès lors les zones restant neutres en quelque sorte;

3° Plus tard, en 1884, M. Beck-Guerhard a publié en Russie, dans le *Journal des Mines*, un article intitulé : *Quelques remarques sur l'effet produit par le poinçonnage de l'acier doux.* Dans cet article, M. Beck-Guerhard a étudié les déformations, dont les tôles d'aciers poinçonnées se couvrent, autour du trou déterminé par l'effort. Il s'est attaché à démontrer que ces déformations ne sont pas purement superficielles, mais qu'elles sont les traces visibles de mouvements moléculaires intérieurs. Il a cherché à expliquer pourquoi les déformations dues au poinçonnage sont courbes, et ne se présentent pas à côté les unes des autres sans intervalles.

M. Beck-Guerhard s'est borné aux phénomènes qu'on observe sur l'acier poinçonné;

4° M. Hermann Wedding a fait sur les déformations dues à la traction et à la flexion des observations qu'il a publiées à Berlin en 1887-1888-1889, et qu'il a réunies dans son traité de métallurgie.

Dans les *Mittheilungen* de l'Institut technique d'essais de Charlottenbourg, qui sont publiés sous sa direction, se trouvent des rapports de M. Bernhard Kirsch, assistant dans cet établissement, sur l'écoulement moléculaire dans le fer et dans l'acier.

En définitive, on a constaté d'assez bonne heure, à l'étranger, la forme géométrique des déformations superficielles des corps soumis à des efforts, mais seulement dans quelques cas particuliers. Le caractère général de ces phénomènes n'ayant pas été mis en évidence, il n'en a pas été tiré de conclusions, soit pour les théories scientifiques, soit pour les applications industrielles. Notamment la loi capitale qui régit les mouvements moléculaires, à savoir l'inégalité de la répartition de la matière, n'a été donnée par aucun des expérimentateurs dont je viens de rappeler les travaux.

L'étude que j'ai entreprise, sans connaître les observations faites à l'étranger, a eu, dès l'origine, un tout autre objet; elle a eu pour point de départ cette idée, qu'il s'agissait de la loi même qui régit le mécanisme élastique des corps solides, et les expériences auxquelles il a été procédé ont dû dès lors comprendre systématiquement tous les cas qu'on peut imaginer dans la résistance des matériaux.

THÉORIES DE MM. RIGOUR, MESNAGER, ETC.

Je dirai maintenant quelques mots au sujet des travaux d'ordre plutôt théorique, auxquels la connaissance des phénomènes exposés dans ce mémoire a donné naissance. M. le Professeur Alexandre Rejtö, de Budapest, M. Mesnager, Ingénieur des Ponts et Chaussées et

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

M. l'Inspecteur général Ricour, Directeur de l'École nationale des Ponts et Chaussées, se sont préoccupés de donner une explication de ces phénomènes. Comme ils se proposent tous trois de faire connaître au Congrès les résultats auxquels ils sont parvenus, je n'ai pas à les examiner ici. Je dirai seulement que M. Mesnager a repris la théorie du capitaine Duguet.

Je voudrais aussi faire une observation sur une hypothèse admise par cet Ingénieur relativement à la déformation des prismes de traction. D'après lui, l'expérience montrerait qu'en général un glissement se produit dans les plans normaux à la surface. Il y a là, à mon avis, deux inexactitudes : d'abord, la déformation des prismes se fait en général suivant des surfaces qui coupent les faces suivant des lignes qui sont toutes inclinées sur les arêtes de l'angle α caractéristique de l'extension, et ce n'est qu'accidentellement, quand des déformations secondaires viennent à prendre naissance, que le fait signalé par M. Mesnager se produit.

Ensuite, on ne peut admettre l'existence d'un glissement sans supposer en même temps que l'une des moitiés du prisme se désaxe par rapport à l'autre moitié; c'est ce qui ne peut évidemment avoir lieu, dans la réalité, avec des mordaches bien établies et encastrant solidement l'éprouvette.

Au surplus, il suffit de se reporter à l'essai d'une éprouvette cylindrique, pour se convaincre qu'il n'y a pas de corrélation entre les déformations principales et les déformations secondaires; il ne peut être question, en effet, dans ce cas, que d'hélices des deux systèmes conjugués également inclinés sur l'axe, l'expérience montrant qu'aucune d'elles ne continue, à ses extrémités, par la circonférence d'une section droite.

J'ai montré que le phénomène consiste dans un écoulement moléculaire de même valeur pour tous les points qui sont à égale distance de l'axe, et non dans un glissement latéral.

Les barrettes minces, que M. Mesnager invoque à l'appui de son opinion, et qui sont, en effet, desaxées, ont été étirées au moyen de mordaches guidées d'une manière imparfaite dans les coulisses du banc de traction, et il en est résulté un déplacement relatif des deux moitiés de la barrette, pendant le mouvement moléculaire accompagnant la striction.

M. Osmond, de son côté, a fait à la Commission des méthodes d'essai une communication intéressante sur le même sujet. D'après lui, sauf particularités relativement secondaires, les efforts doivent se transmettre dans les solides suivant les mêmes lois que dans les liquides et les gaz, corps que leur mobilité permet d'étudier plus facilement. Je le cite textuellement :

« Soit ABCD (fig. 60) une cuve remplie d'eau. Si j'introduis dans l'eau, parallèlement aux

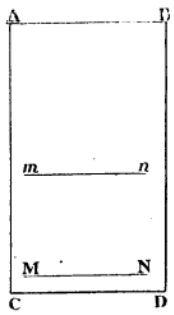


Fig. 60.

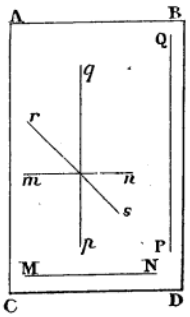


Fig. 61.

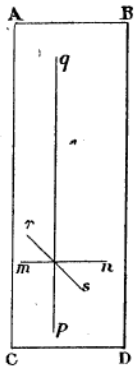


Fig. 62.

côtés AB, CD, une lame MN, je détermine la formation d'un groupe d'ondes, parallèles à la lame, qui se propagent jusqu'en AB et s'y réfléchissent. La ligne *mn* représente une de ces ondes.

« Si, au lieu d'une seule lame, j'en introduis deux MN, PL, placées à angle droit et respectivement parallèles aux deux côtés de la cuvette (fig. 61), j'aurai deux systèmes d'ondes rectangulaires. Une onde *mn* du premier système et une onde *pq* du second, en se propageant avec la même vitesse, se couperont suivant une ligne telle que *rs*, à 45° sur les deux directions de propagation. Suivant cette ligne *rs*, les deux ondes s'ajoutent, et, si elles sont égales, la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

hauteur de la crête au-dessus du thalweg sera deux fois plus grande que dans chaque onde simple.

« Considérons maintenant une éprouvette ABCD (fig. 62) soumise à la traction. Toute addition de charge va déterminer, comme dans l'eau de la cuvette, la formation d'un système d'ondes, telles que *mn*, partant de CD. Mais la traction dans un sens entraîne une contraction dans le sens perpendiculaire de l'éprouvette, ce qui équivaut à une compression sur les quatre faces verticales, et de chacune de ces quatre faces partira un système d'ondes. Soit *pq* une de ces ondes émanant de la face BD. Les ondes *mn* et *pq*, en se rencontrant, donneront lieu à une oblique *rs*, le long de laquelle l'amplitude oscillatoire sera la somme des amplitudes dues à chaque onde composante....

« Il est facile de concevoir que, suivant une ligne d'intersection telle que *rs*, la limite d'élasticité puisse être dépassée, alors qu'elle ne le sera pour aucune des ondes composantes. Pour cette raison, ces lignes d'intersection pourront laisser leur trace permanente sur les faces de l'éprouvette. De plus, le métal supportant, suivant ces lignes, des déformations maximum, qui sont l'équivalent d'un supplément de charge, un allongement pourra s'y produire avec striction.

« Si l'angle que font ces lignes avec la direction de l'effort est différent de 45°, c'est que les molécules sont écartées dans le sens de la traction et rapprochées dans le sens de la compression. D'où il résulte que les ondes de compression se propagent plus rapidement que les ondes de traction. L'angle des lignes *rs* de la figure 3 est donc plus grand que 45°. Il serait évidemment complémentaire dans le cas des solides comprimés. »

J'ai été porté, de mon côté, vers les idées émises au sujet de la traction des métaux par M. Osmond, à cause de l'analogie frappante qui existe entre les lignes de la traction, et celles qu'on observe dans les lames minces soumises à des vibrations. Mais j'ai dû y renoncer à cause de la difficulté d'appliquer ces idées aux cas plus complexes de la flexion, du mandrinage, de l'emboutissage et des déformations par choc.

En outre, et surtout, si l'on peut arriver ainsi à expliquer l'orientation des zones de déformation, il n'en est pas de même pour l'inégale répartition du mouvement moléculaire dans l'intérieur de chacune d'elles, et, tout ce mémoire tend à le démontrer, il s'agit là de l'un des points essentiels des phénomènes observés, parce que l'augmentation croissante de la résistance aux efforts exercés en découle immédiatement.

Commandant HARTMANN.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

III

LA DÉFORMATION DES SOLIDES

LOIS, MÉCANISME ET CONSÉQUENCES AU POINT DE VUE DES ESSAIS ET DE LEUR INTERPRÉTATION

COMMUNICATION

Présentée par M. MESNAGER

Nous nous sommes proposé en étudiant les lois de la déformation des solides de rechercher s'il n'y pas lieu de modifier quelques-unes des pratiques admises pour les essais de matériaux et pour la manière d'en présenter les résultats.

Cette étude comprend trois parties :

I. — **Lois généralement admises et méthodes ordinairement suivies.**

II. — **Conséquences de ces lois au point de vue du mécanisme de la déformation et des essais.**

III. — **Conclusions.**

N. B. — Pour éviter tout malentendu dans ce qui va suivre, nous emploierons constamment les mots *travail*, *force*, *effort*, *tension*, *compression*, *allongement*, dans un sens relatif; c'est-à-dire que par travail nous entendrons le travail par unité de volume; par effort, l'effort par unité de surface; et par allongement, l'allongement de l'unité de longueur. Quand nous voudrons parler des efforts bruts subis par une section différente de l'unité, des allongements bruts d'une éprouvette de longueur quelconque, nous ajouterons toujours les mots « bruts[1] ».

D'ailleurs, dans les calculs nous aurons soin d'indiquer toujours par des lettres grecques les forces rapportées à l'unité de surface, les allongements, contractions rapportées à l'unité de longueur, toutes quantités qui ne dépendent que des propriétés absolues de la matière; par des minuscules romaines les longueurs brutes, et par suite les allongements bruts; par des majuscules romaines les surfaces, les forces brutes, etc., toutes quantités du second degré par

1. On emploie aussi dans ce sens les mots *totaux* ou *absolus*. Ils ont l'inconvénient d'avoir d'autres sens dans lesquels nous aurons à les employer, et par suite de provoquer des confusions.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

rapport aux longueurs totales. Les lettres romaines s'appliqueront donc à des quantités qui dépendent des dimensions des pièces en expérience; les lettres grecques, à des nombres qui en seront indépendants et qui, une fois le système d'unité choisi, kilogramme et millimètre par exemple, seront invariables.

Les forces, les changements de longueur, etc., sont susceptibles de changer de sens.

Nous représenterons par des nombres positifs tout ce qui est dirigé de l'intérieur vers l'extérieur des solides : les tensions, les allongements, etc.

Enfin nous donnons dans l'annexe I par ordre alphabétique le sens des principaux termes employés et la définition des signes afin de faciliter l'intelligence du texte ci-après.

PREMIÈRE PARTIE

LOIS GÉNÉRALEMENT ADMISES ET MÉTHODES ORDINAIREMENT SUIVIES

DIVISION DES CORPS EN CASSANTS ET EN MALLÉABLES

Tous les corps solides, lorsqu'on les soumet à des efforts suffisamment faibles, reviennent à leur forme et dimensions primitives lorsque ces efforts cessent d'agir. On dit alors que la *déformation* a été *élastique*.

Quand l'effort augmente, certains corps se rompent sans que leurs déformations aient jusqu'à la rupture cessé d'être élastiques; ce sont les corps *cassants* [1], exemple le verre; d'autres subissent des déformations qui ne disparaissent qu'en partie lorsque la force cesse d'agir, ce sont les corps *plastiques* ou *malléables*. Les déformations permanentes peuvent atteindre en général des valeurs considérables par rapport aux déformations élastiques; aussi ces dernières peuvent-elles être considérées comme négligeables dans l'étude des déformations permanentes.

Soumis à un effort de traction, les corps cassants se rompent perpendiculairement à la direction de l'effort.

Soumis à la compression, ils se divisent en fragments séparés par des surfaces à génératrices parallèles à l'effort de compression. Des cubes de verre, de pierres dures, éclatent sous la compression en aiguilles perpendiculaires aux plateaux entre lesquels ils sont comprimés.

DÉFORMATION PERMANENTE DES CORPS MALLÉABLES

Quelle que soit la déformation permanente que l'on fasse subir aux corps malléables, *leur volume reste invariable*, ou du moins, si d'après quelques expérimentations il se modifie, les différences sont généralement très faibles, au plus 1 %.

Si l'on opère sur des éprouvettes semblables, d'une même substance, dans le même état, soumises à des forces semblablement disposées, pour une même déformation, il faut toujours même effort et même travail de l'effort.

Avec des éprouvettes prismatiques non semblables, soumises à une traction ou à une compression parallèle aux arêtes, on n'obtient avec les mêmes efforts mêmes déformations qu'autant que les arêtes restent droites.

1. On dit encore *raide, sec, aigre.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Traction. — Si l'on porte en abscisse les allongements bruts et en ordonnées les efforts bruts nécessaires pour les produire sur une éprouvette donnée, on obtient comme résultat d'expérience une courbe qui présente l'aspect ci-dessous OMNP.

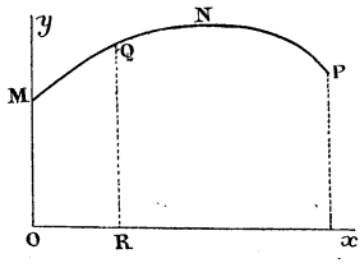


Fig. 1.

En réalité, quand on part avec un allongement brut nul de l'effort O, la courbe ne se confond pas avec la droite OM; elle s'en éloigne toutefois si peu à l'échelle de la figure que cet écart est inappréciable. Il ne devient sensible qu'à condition de prendre une beaucoup plus grande échelle pour les abscisses.

Si, l'état du corps étant représenté par un point Q quelconque de la courbe, on diminue l'effort, les états sont successivement représentés par les points d'une oblique QR, confondue à l'échelle de la courbe avec une parallèle à Oy. Si l'effort augmente de nouveau, le corps décrit de nouveau QR en sens contraire et, l'effort croissant encore, la courbe QNP de façon que QR représente l'effort qui lui donnera une déformation permanente.

L'inclinaison de QR et par suite le coefficient d'élasticité reste sensiblement constant, quel que soit l'état de déformation.

Quand l'état du corps est représenté par le point N, où la résistance totale est maximum, commence le phénomène de la striction. On se rend compte facilement de la localisation de la déformation. Jusque-là, si une section se trouvait plus faible que les autres, elle était seule à s'allonger, étant seule à atteindre la limite d'élasticité. L'allongement lui communiquait bientôt une résistance égale aux autres (la courbe étant ascendante); mais, à partir du maximum, toute section faible reste faible et l'allongement diminue sa résistance.

Le point P correspond à la rupture.

Pour les métaux ferreux, l'état du métal étant représenté par le point R, si l'on exerce

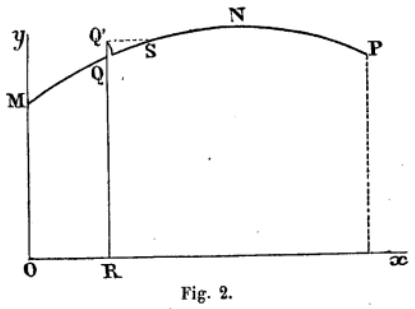


Fig. 2.

une traction, on constate que pour arriver à la déformation permanente il faut dépasser la courbe MQ précédemment décrite et s'élever jusqu'en Q'. A partir de ce moment, la déformation permanente se produit et se continue sous des efforts totaux décroissant très rapidement jusqu'à une valeur voisine de RQ pour se continuer suivant la courbe NP.

Dans les machines d'essai à romaine, quand on fait l'essai en faisant marcher le poids constamment dans le sens des charges croissantes, on enregistre un palier Q'S. Mais ce n'est qu'une apparence, le palier des métaux ferreux est remplacé par une chute rapide dès qu'on prend la peine de maintenir constamment l'équilibre.

Pour avoir une relation dépendant d'une manière moins étroite des conditions de l'essai,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

on divise généralement les efforts bruts par la section *initiale* et les allongements bruts par la longueur *initiale*. La courbe reste semblable à elle-même; mais on a des efforts par millimètre carré de section *initiale* et des allongements par unité de longueur *initiale* et par suite pour une même substance dans un même état initial des courbes superposables, bien que la section initiale soit différente. On a ainsi la *courbe d'enregistreur* à la traction.

Pour avoir une relation entre l'effort et l'allongement, il faudrait diviser chaque effort brut par la section brute de l'éprouvette au moment où il se produit, et chaque allongement brut élémentaire par la longueur brute de l'éprouvette au même moment.

Jusqu'à présent, à notre connaissance, on s'est contenté d'une solution mixte : on a rapporté les efforts aux allongements bruts divisés par la longueur *initiale* ou allongements bruts de l'unité de la longueur *initiale*. On n'a pas ainsi l'expression de propriétés absolues, mais de propriétés exprimées en fonction d'un certain état initial. On a reculé devant la difficulté de diviser chaque élément de l'allongement brut par la longueur de l'éprouvette au moment où il se produit. Nous verrons au chapitre II le moyen de résoudre la difficulté; pour le moment, nous nous contenterons d'examiner les courbes des efforts rapportés aux allongements bruts de l'unité de longueur initiale.

La transformation se fait très aisément en multipliant les ordonnées par $1+\lambda'$ (λ' allongement brut de l'unité de longueur initiale), car, en vertu du principe de la constance des volumes, les sections sont multipliées par $\frac{1}{1+\lambda'}$. On peut la faire graphiquement au moyen de la construction ci-contre transformant les horizontales SQ en obliques SQ′ passant par le point -1. Le point N, origine de la striction où la tangente était horizontale, devient le point où la tangente coupe l'axe des abscisses au point -1.

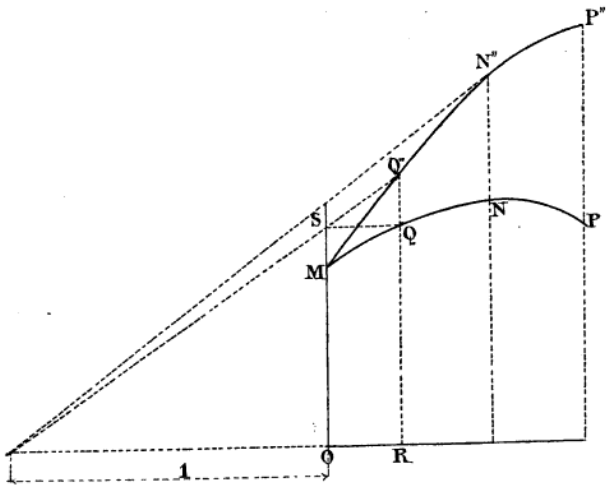


Fig. 3.

Loin de diminuer, la résistance à la traction croît donc pendant la striction.

Entre N″P″, il y aurait lieu de modifier les abscisses, parce que l'allongement brut étant localisé sur une petite partie de la longueur ne doit pas être divisé par la longueur initiale. On peut le calculer en prenant le quotient de la section initiale par la section la plus contractée.

Les courbes ci-dessus se modifient suivant la rapidité avec laquelle se fait l'essai. Il est donc nécessaire de définir la vitesse avec laquelle se fait cet essai.

Toutefois, dans les conditions ordinaires de la pratique, on obtient des résultats comparables. On sait, en effet, que les allongements croissent avec le temps, mais qu'ils atteignent très rapidement des valeurs peu différentes de celles qu'ils atteindraient au bout de temps très longs.

Compression. — Les cylindres comprimés entre des surfaces métalliques planes, même polies, quand l'effort de compression dépasse la limite d'élasticité, prennent la forme d'un

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tonneau. La base primitive ne change pas de dimensions; en apparence elle augmente, mais il est facile de vérifier que ses accroissements sont formés aux dépens des faces latérales qui s'étalent sur les surfaces de la presse autour de la base.

On peut modifier complètement le phénomène en enduisant de savon les surfaces de la presse. Les génératrices restent alors rectilignes pendant la déformation et les bases s'élargissent comme les sections intermédiaires. Ce remarquable procédé, qui nous a été indiqué par MM. Galy-Aché et Charbonnier, est le seul qui permette, à notre avis, d'étudier les lois réelles de la déformation par la compression.

Si l'on continue à prendre comme abscisse l'allongement de l'unité de longueur initiale (il sera ici négatif) et pour ordonnée les résistances totales à la traction (elles sont ici négatives) divisées par l'unité de section initiale, on obtient la *courbe d'enregistreur* ci-dessous OM_1Q_1.

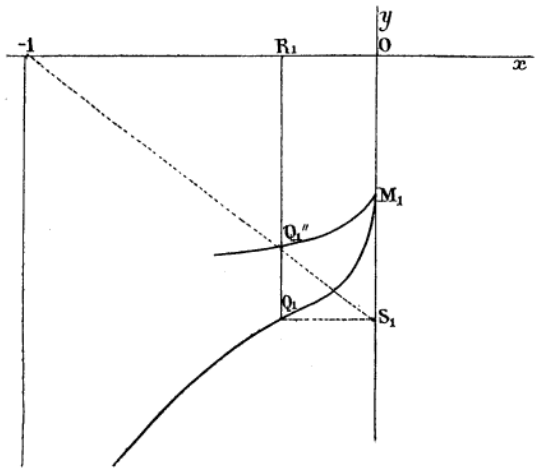


Fig. 4.

On parcourt une ligne OM_1Q_1 dans des conditions analogues à celles que nous avons indiquées pour la ligne OMQ à la traction; de même R_1Q_1 comme RQ. On peut obtenir la relation entre la résistance et les allongements de l'unité de longueur *initiale* comme pour la traction et par la même construction graphique la *courbe conventionnelle* OM_1Q_1''.

On n'est pas d'accord sur la relation entre les limites d'élasticité à la compression et à l'extension. Quelques expérimentateurs les considèrent comme égales (Dupuy, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1897, I, p. 9, acier), d'autres admettent que la limite d'élasticité à la compression est toujours très notablement plus élevée (Rejtö, *Die innere Reibung*). Duguet (*Déformation des corps solides*, II, p. 90) expose qu'à la compression il y a toujours des efforts obliques et que la limite qu'on obtient n'est qu'une limite apparente.

« L'expérience montre ainsi que la limite (élastique apparente) de compression des éprouvettes courtes diffère peu de la limite élastique de traction; la limite absolue de compression a nécessairement une valeur supérieure. »

Il la déduit d'expériences de flexion sur un corps chargé entre deux appuis. Nous verrons au chapitre II que ses expériences sont sujettes à des causes d'erreur et devraient être reprises. A notre avis, il exagère la valeur des efforts obliques qu'il porte, dans son calcul sur la compression, au maximum possible.

Flexion. — Quand on trace sur les faces latérales d'un prisme fléchi les côtés d'une section droite, on constate que cette section droite reste, autant qu'il est possible de le vérifier, plane et normale aux arêtes. La mesure des déformations montre que, dans le cas de charge au milieu, le plan qui ne subit pas d'allongement ni de raccourcissement parallèlement aux arêtes remonte vers la surface comprimée après avoir été à l'origine au centre de gravité de la section. Ce résultat avait été expliqué en supposant que la limite d'élasticité à la compression est plus élevée que la limite d'élasticité à l'extension. Cette supposition n'est pas nécessaire.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Efforts divers. — Depuis longtemps on a remarqué que les ruptures des corps malléables à la traction se font sous des angles constants pour une même substance, et à la compression sous d'autres angles également déterminés pour chaque substance.

Thime, dans un mémoire sur le rabotage des métaux en 1877, montra que le refoulement de la matière se fait dans un angle dièdre limité à un plan faisant un angle constant avec la direction dans laquelle marche l'outil, et cela, quel que soit l'angle de l'outil avec la surface.

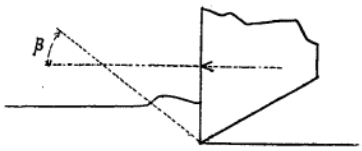


Fig. 4 *bis*.

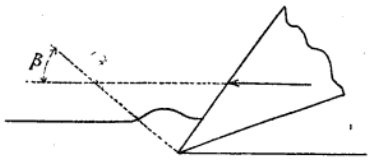


Fig. 4 *ter*.

Le commandant Hartmann, dans un remarquable travail (*Distribution des déformations*) publié en 1896, réunit méthodiquement une série d'expériences sur les lignes qui se montrent à la surface des corps pendant la déformation permanente. On peut en conclure les lois suivantes qu'il a énoncées sous des formes peu différentes (p. 18, p. 95, etc.).

Aussitôt que la limite d'élasticité est dépassée :

I. Il se produit généralement à la surface deux systèmes de droites ou courbes faisant entre elles des angles constants, toujours différents de 90°, indépendants de la température et de l'écrouissage, mais dépendant de la nature du corps.

II. Principalement près des appuis ou des changements brusques de section, il peut se produire un troisième système de lignes, dirigé suivant la bissectrice de l'angle des deux premiers.

III. Les lignes des deux premiers systèmes sont dans le cas de tension simple bissectées par la direction de la tension avec laquelle elles forment un angle $\alpha > 45°$ dépendant de la nature du corps.

Ce sont des lignes droites dans le cas de prismes, des hélices dans le cas de cylindres.

Les lignes du troisième système sont normales à la direction de la tension.

IV. Dans le cas de la compression uniforme, les lignes des deux premiers systèmes forment, avec la direction de la compression, un angle $\beta = 90° - \alpha$.

Ce sont des lignes droites dans le cas de prismes, des hélices dans le cas de cylindres.

Les lignes du troisième système se montrent normales à la direction de la compression.

Quand on soumet des matières fibreuses, comme les bois, à des efforts de compression parallèles aux fibres, on observe des phénomènes analogues mais non identiques. Si l'on prend un échantillon suffisamment loin de l'axe de la tige pour que les rayons soient sensiblement parallèles, on voit apparaître à la surface des systèmes de lignes conjuguées, mais qui sont (voir les rapports de M. Thil) la trace évidente de plans parallèles aux rayons médullaires et inclinés d'un angle égal de part et d'autre de la direction de la pression.

Si l'on opère sur des échantillons cylindriques ayant l'axe de la tige pour axe, on obtient des hélices.

(Ces traces sont surtout visibles quand la surface est vernie; dans le cas contraire, on distingue encore les plus importantes.) Pour celles-ci, il y a torsion visible des fibres et déplacement d'une partie du solide par rapport à l'autre suivant le plan.

ACCROISSEMENT ÉGAL DE LA RÉSISTANCE EN TOUS SENS

Il paraît résulter d'expériences faites par les officiers de l'artillerie de marine au laboratoire du boulevard Morland que lorsqu'un métal homogène a, par suite d'actions mécaniques quelconques, acquis une nouvelle limite d'élasticité, quelle que soit la direction dans laquelle

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

on prélève un échantillon dans ce métal, la limite élastique à la traction ou à la compression sera la même au même point. Le métal écroui serait donc vraisemblablement isotrope.

D'une manière générale, une déformation permanente augmentant la limite d'élasticité, on pourrait donc dire :

Toute déformation permanente augmente la limite d'élasticité également dans tous les sens.

MODIFICATION DE LA STRUCTURE AVEC L'ÉCROUISSAGE

Les études de métallographie microscopique ont montré que les métaux recuits contiennent de gros cristaux, qui se séparent en fragments plus petits par suite des déformations permanentes.

DEUXIÈME PARTIE

CONSÉQUENCES DES LOIS PRÉCÉDENTES AU POINT DE VUE DU MÉCANISME DE LA DÉFORMATION ET DES ESSAIS

CHAPITRE I

DÉFORMATIONS ÉLASTIQUES

Les déformations élastiques sont généralement peu étudiées dans les essais. Elles sont en effet très petites et par ce motif difficiles à mesurer. On y parvient aujourd'hui au moyen d'élasticimètres qui permettent de déterminer exactement la limite et le coefficient d'élasticité.

La connaissance des déformations élastiques est de première importance pour les constructeurs qui s'efforcent, sans y réussir toujours, de réaliser des ouvrages où nulle part la limite d'élasticité ne soit dépassée. De plus, comme nous le verrons plus loin, la connaissance de la répartition des efforts ne produisant que des déformations élastiques permet de prévoir les déformations permanentes : nous nous y arrêterons donc un moment.

La théorie de l'élasticité est basée sur le principe de la superposition des effets des forces au-dessous de la limite d'élasticité. On admet que, si l'on superpose à un premier système de forces un second système de forces quelconques (tel cependant qu'on reste en deçà de la limite d'élasticité), les déplacements de chacun des points sont la somme géométrique des déplacements qu'ils prendraient sous chacun des deux systèmes agissant seul.

Cette hypothèse est justifiée pour les efforts de même sens par le fait que la déformation élastique est proportionnelle à la somme des efforts. Pour les efforts de sens différents, nous ne croyons pas qu'elle ait jamais été justifiée par des expériences précises. Celles-ci seront inutiles si la théorie est vérifiée par ses conséquences, comme nous le verrons.

On a parfois contesté, au nom de l'expérience, les déductions de la théorie de l'élasticité ; mais, à notre avis, ces contestations reposent sur des faits mal interprétés. On lui a reproché avec plus de raison son impuissance, elle n'a pu encore fournir que la solution d'un petit nombre de problèmes. La raison en est dans la difficulté que présentent les intégrations ; mais il n'y a pas lieu de désespérer des progrès des mathématiques.

Il importe donc de vérifier l'exactitude des déductions de la théorie de l'élasticité et de sa filiale, la théorie de la résistance des matériaux dans des cas simples. Les mesures directes de déformations, bien que possibles, présentent des difficultés considérables. Les phénomènes lumineux nous offrent heureusement des moyens beaucoup plus simples et rapides de vérification, quand il s'agit de substances transparentes. Peut-être quelque jour les rayons X

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mieux connus permettront-ils d'instituer des expériences analogues surles corps non transparents.

Voici un certain nombre d'expériences à ce sujet :

1° Barreau de verre pressé verticalement par une charge appliquée sur sa surface supérieure horizontale, suivant une droite normale à ses faces latérales, et reposant par sa surface inférieure sur un appui fixe.

La théorie de l'élasticité conduit aux conclusions suivantes (voir Annexe III) :

a. Dans le plan vertical contenant la charge, l'un des efforts principaux est vertical, et cet effort est inversement proportionnel à la distance au point pressé (tant qu'on ne s'approche pas trop de la surface inférieure).

b. Les efforts principaux sont égaux le long de cercles décrits sur la surface latérale, tangents à la surface supérieure au point pressé (sous la même réserve).

c. Les efforts principaux sont tous dirigés vers le point pressé (sous la même réserve).

Si l'on ne considère que les parties du solide qui ne dépassent pas une distance au point pressé égale à la demi-hauteur du barreau, on constate :

a. Par des mesures de différence de marche, que la première loi est vraie (expériences de Carus Wilson, *Philosophical Magazine*, décembre 1891).

b. Entre un polariseur et un analyseur on voit apparaître des anneaux irisés suivant les cercles le long desquels les efforts principaux sont égaux. En lumière monochromatique, on distingue nettement les cercles alternativement clairs et obscurs correspondant à des différences de marche égales à une longueur d'onde lumineuse (apparence désignée sous le nom d'« œil de paon »). Cela vérifie la deuxième loi (voir Annexe IV).

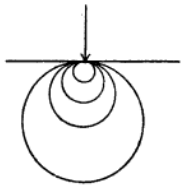


Fig. 5.

c. En employant un analyseur et un polariseur croisés à angle droit, on observe une ligne noire tournant autour du point pressé du même angle que celui dont on fait tourner l'ensemble ; cette ligne, quand on s'écarte trop du point pressé, se courbe. La troisième loi est donc également vérifiée (voir Annexe IV).

2° Barreau pressé sur les deux faces opposées.

Les phénomènes sont analogues et se vérifient de la même façon. Il ne faut pas considérer de régions dépassant $\frac{1}{4}$ de la distance des points pressés.

3° Barreau fléchi sous un moment constant.

On a ce cas de flexion dans le milieu du barreau placé dans l'appareil dit pince à courber le verre. Les efforts sont les suivants :

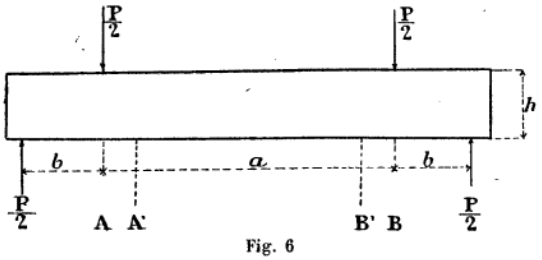


Fig. 6

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

De A en B le moment de flexion est constant. La théorie indique que de A′ en B′, à une distance suffisante des points d'application des forces, les surfaces isostatiques sont des plans rectangulaires perpendiculaires au plan de la figure

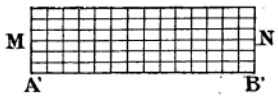


Fig. 7.

Les efforts principaux verticaux sont tous nuls, les efforts horizontaux sont égaux sur une même horizontale et ont pour expression

$$\frac{6\,Pb}{eh^3}y.$$

P, pression totale ;
b, distance des efforts de sens contraire ;
e, épaisseur du barreau ;
h, hauteur du barreau ;
y, distance au plan moyen MN.

Effectivement, entre deux nicols croisés on observe, quelle que soit la valeur de l'effort P et l'inclinaison du plan de polarisation sur MN, une bande centrale obscure et des bandes parallèles colorées symétriques. Il n'y a de déformation de ces bandes que dans le voisinage immédiat des points pressés A et B.

Il n'y a donc aucun effort en aucun sens sur la fibre neutre MN.

On calcule facilement la différence de phase pour une bande à l'aide de la formule

$$\frac{6\,Pb}{eh^3}y\,\frac{1}{50\,000},$$ (Tout étant en *kg* et *mm*.)

et l'on vérifie facilement qu'elle coïncide avec l'expérience.

4° Barreau fléchi (chargé d'un poids unique en son milieu).

Ce barreau est dans une section verticale non voisine des appuis sollicitée par des efforts qui sont le résultat de la superposition d'efforts de tension analogues aux précédents, dus au moment fléchissant, et d'efforts de glissement dus à l'effort tranchant. C'est un cas bien net de superposition d'efforts. (Voir Annexe V, la théorie.)

M. Carus Wilson a déduit de ses expériences sur un barreau de verre fléchi et soumis à la lumière polarisée les courbes isostatiques ci-dessous (*Philosophical Magazine*, déc. 1891).

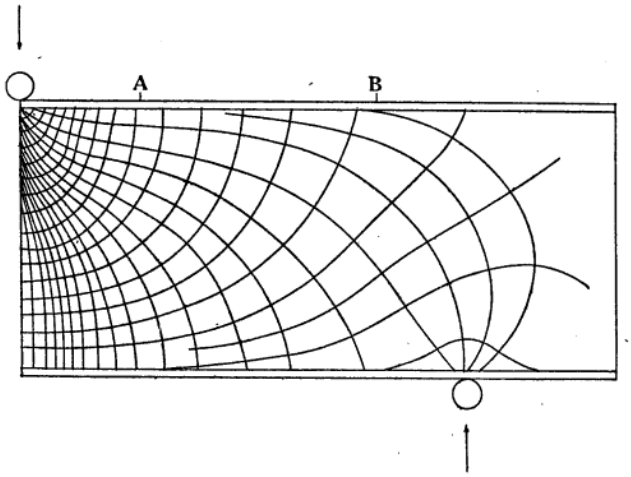


Fig. 8.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

M. Résal déduit des formules de la résistance des matériaux les courbes isostatiques ci-dessous pour une poutre fléchie.

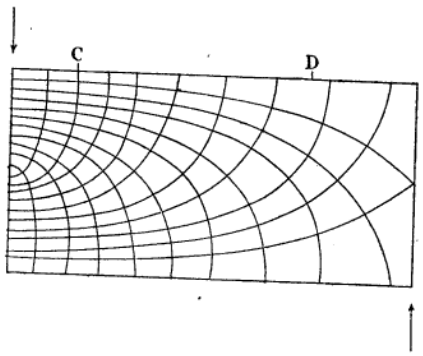


Fig. 9.

Si l'on élimine les parties voisines des points d'application des forces extérieures, il est impossible de ne pas être frappé d'une analogie complète.

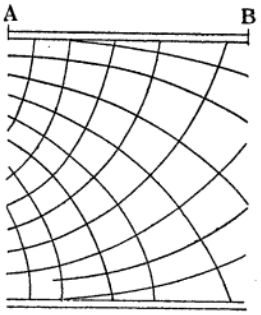


Fig. 10.

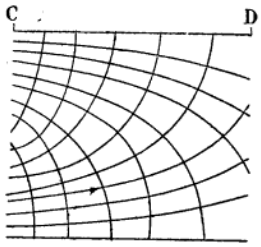


Fig. 11.

En particulier, la fibre neutre, *lieu des points où les courbes sont inclinées à* 45°, est visiblement à moitié de la hauteur de la poutre de verre (voir Annexe V).

Les différences près des appuis tiennent à ce que les formules de la résistance des matériaux supposent les charges et réactions non pas concentrées, mais réparties dans la section verticale suivant une loi parabolique.

Il importe de remarquer que les tubes formés par les lignes isostatiques ne sont pas des tubes de force (dans le sens donné par Faraday à ce mot). Toutes les fois qu'un tube isostatique *courbe* est soumis à un effort longitudinal non nul, il modifie l'effort brut longitudinal de tous les tubes qu'il traverse. Il y a dans un tube isostatique entre les efforts normaux, les efforts longitudinaux et la courbure, les mêmes relations que dans de l'équilibre d'un fil.

Les expériences sur la biréfringence du verre soumis à des efforts confirment pleinement les hypothèses qui servent de base à la théorie de l'élasticité et à celle de la résistance des matériaux, en particulier le principe de la superposition et de l'indépendance des effets des forces.

ÉLASTICITÉ EXPÉRIMENTALE

Les renseignements que peut donner la lumière polarisée sur les efforts intérieurs dans les corps terminés par deux plans parallèles auxquels ces efforts sont parallèles sont les suivants :

1° Direction des axes principaux,

2° Différence des axes principaux.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Pour avoir la valeur des axes, une autre indication est nécessaire. L'épaisseur de la pièce de verre en expérience diminue en chaque point de

$$\eta\nu_1 + \eta\nu_3 = \eta(\nu_1 + \nu_3).$$

$\nu_1 \nu_3$ efforts principaux ;
η coefficient de contraction du verre employé.

Si l'on peut mesurer cette variation d'épaisseur, on aura donc une équation donnant la somme des axes. Les interférences de la lumière fournissent des moyens faciles de tracer en fraction de micron le plan coté d'une surface réfléchissante. Il suffit par exemple de la comparer à un plan de verre. On peut faire cette comparaison avant et pendant l'action des efforts et obtenir ainsi la somme des axes principaux.

On a donc le moyen de déterminer tous les efforts dans les corps terminés par deux plans parallèles et soumis uniquement à des efforts parallèles à ces plans.

Dans les cas où l'on n'a besoin des efforts qu'aux abords d'une surface parallèle au rayon lumineux, la connaissance de la somme des deux axes est inutile, car l'un d'eux est nul. Les phénomènes de polarisation à eux seuls permettent de calculer la valeur de l'axe différent de zéro.

Quand par suite des conditions trop complexes du problème, du voisinage trop immédiat des points d'application des forces aux points dont on a besoin de connaître la fatigue, le calcul ne peut fournir la solution, les phénomènes de biréfringence du verre nous permettent d'atteindre expérimentalement cette solution. Ainsi il n'a pas été encore possible de déterminer la loi de répartition des efforts dans la section de rupture des briquettes de ciment. On rompt ces briquettes sous un effort qu'on ne connaît pas, car l'effort moyen qu'on indique dans les résultats est certainement inférieur à l'effort qui se produit aux angles de la section, points où commence la rupture.

La connaissance de l'effort réel aux points où commence la rupture permettait de conclure des essais la *résistance vraie* à la traction et non pas une résistance à affecter d'un coefficient dépendant de la forme de la briquette.

Ce problème pourrait être résolu au moyen d'expériences sur la biréfringence d'une briquette de verre. Près des extrémités de la section on n'a qu'un effort principal différent de zéro, on peut donc le mesurer directement avec la lumière polarisée.

Toutefois, cette solution suppose que la répartition des efforts est la même, quelle que soit la substance. Cela n'est rigoureusement exact que lorsque les deux coefficients de l'élasticité λ et μ de Lamé sont proportionnels. Mais un grand nombre de problèmes d'élasticité, en particulier ceux dont nous avons eu à nous occuper ci-dessus, conduisent, en ce qui concerne la répartition, à des résultats indépendants des coefficients d'élasticité. Les autres solutions ne peuvent être que peu affectées par la variation relative des coefficients de l'élasticité.

CHAPITRE II

DÉFORMATIONS QUELCONQUES (ÉLASTIQUES OU PERMANENTES)

§ 1. — COURBE DES DÉFORMATIONS A LA TRACTION

Dans le premier chapitre nous avons vu que les courbes figuratives de la résistance à la traction telles qu'on les montait jusqu'à présent avaient une forme dépendant de l'état initial de la pièce essayée.

Il paraît facile d'obtenir une courbe figurant la relation entre les efforts et les allongements. Il suffit de remplacer dans la dernière courbe de traction considérée au premier chapitre chaque élément de l'abscisse, $d\lambda'$ (allongement de l'unité de longueur initiale) par

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

$\frac{d\lambda'}{1+\lambda'}$ qui est l'allongement de l'unité de longueur actuelle. On a pour abscisse

$$x = \int \frac{d\lambda'}{1+\lambda'} = \text{Log nép } (1+\lambda').$$

Il faut donc prendre, au lieu des allongements, les logarithmes népériens de ces allongements augmentés de l'unité.

Les courbes sont peu modifiées. Ainsi, pour un métal ayant 30 % d'allongement, l'abscisse extrême est dans le système ordinaire 0,3; elle sera ici

$$\text{Log nép } (1+0{,}5) = \text{Log nép } (1{,}5) = 0{,}262.$$

On peut objecter que les tables de logarithmes népériens sont peu répandues. Il suffit de remarquer que le logarithme népérien est égal au logarithme vulgaire multiplié par 2,302585 pour faire tomber la difficulté. On peut d'ailleurs calculer une fois pour toutes les logarithmes népériens de dixièmes en dixièmes de 1 à 2, ce qui n'est ni long ni difficile, ou même, pour éviter tout calcul ultérieur, construire une fois pour toutes la courbe

$$y = \text{Log nép } (1+x)$$

pour x variant de 0 à 1. On n'a plus alors pour faire la transformation qu'à remplacer les abscisses par les ordonnées correspondantes de cette courbe.

La tangente à l'origine de la striction continue à passer par le point d'abscisse — 1.

Si dans une première opération on a étiré une éprouvette ou si même elle a subi un travail mécanique quelconque, la courbe qu'on obtient est exactement superposable à celle qu'aurait donnée le métal non écroui au préalable. Soit OMN la courbe obtenue d'après le moyen indiqué ci-dessus pour un échantillon, O'RS la courbe obtenue d'après le même procédé pour un deuxième préalablement écroui. Il suffit, pour vérifier si le métal est le même, de faire glisser la deuxième sur la ligne des abscisses OO' jusqu'à ce que R vienne en R', RS viendra alors coïncider avec R'N.

Nous appellerons cette courbe, *courbe réelle* de traction.

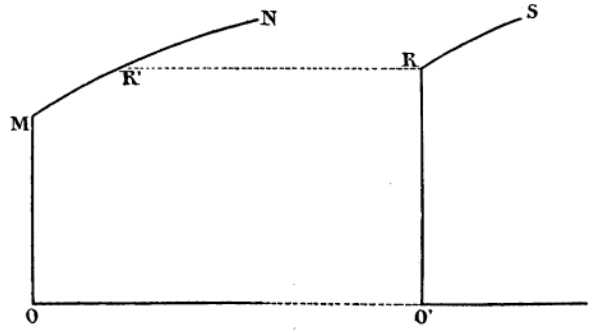


Fig. 12.

Avec la courbe conventionnelle (chapitre I) le deuxième tronçon se serait élevé plus rapidement que le premier et l'on aurait conclu à tort à une différence de qualité.

Table des logarithmes népériens de 1 à 2.

Nombres.	Logarithmes népériens.	Nombres.	Logarithmes népériens.
1	0,0000000	1,6.	0,4700036
1,1.	0,0953102	1,7.	0,5306282
1,2.	0,1823216	1,8.	0,5877866
1,3.	0,2623642	1,9.	0,6418539
1,4.	0,3364722	2,0.	0,6931472
1,5.	0,4054651		

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Contraction de striction. — On compare généralement pour évaluer cette contraction la section initiale à la section finale. On n'a pas ainsi une propriété absolue du métal expérimenté; mais une propriété dépendant de l'écrouissage initial de l'éprouvette essayée. Pour avoir une propriété absolue, il faudrait comparer la section la plus contractée à la section de l'éprouvette étirée dans les parties non atteintes par la striction.

§ 2. — THÉORIE DE LA DÉFORMATION PERMANENTE

A. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

On a tenté d'expliquer la déformation permanente des corps en admettant que ces corps jouissent de la propriété de transmettre les efforts suivant des directions faisant un angle fixe avec la direction des efforts. Les lignes étudiées par le commandant Hartmann seraient dans cette hypothèse la trace de ces directions d'efforts.

Mais nous ne voyons aucune raison 1° pour que les forces se transmettent dans des directions fixes; 2° pour que les forces tracent leur direction à la surface. De plus, les lignes du troisième système, normales aux directions des efforts, ne s'expliquent pas dans cette hypothèse.

On ne comprend pas en outre pourquoi le mode de transmission des efforts change brusquement quand on atteint la limite d'élasticité.

Au contraire, si l'on compare les directions des efforts principaux indiqués par la lumière polarisée et les lignes obtenues par le commandant Hartmann, on constate que ces dernières s'obtiennent en général immédiatement en traçant les courbes qui font un angle constant α avec les efforts principaux.

Ex. Lame de verre comprimée entre deux points opposés.

Surfaces isostatiques
d'après les expériences de polarisation.

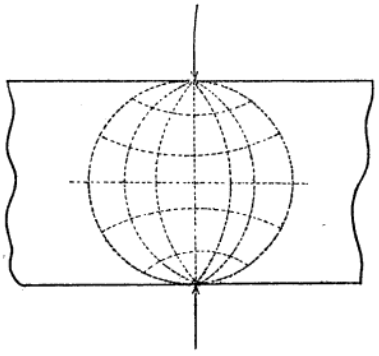


Fig. 13.

Lignes d'Hartmann.

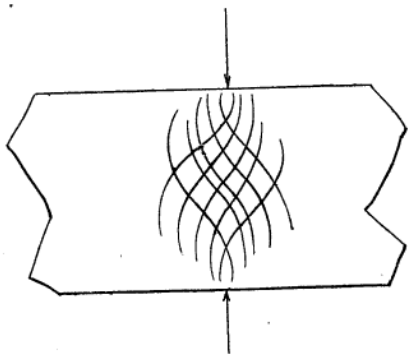


Fig. 14.

Il suffit de reporter l'une des figures sur l'autre pour constater que les courbes de la deuxième font un angle constant α avec les deux courbes de la première joignant les deux points pressés. Les diagrammes de superposition d'efforts obliques issus des deux points ne permettent pas de prévoir rien de semblable.

Si l'on trace les lignes bissectrices des lignes observées à la surface d'un barreau

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

déformé par flexion, on obtient bien des courbes analogues à celles qu'on obtient par l'intermédiaire de la lumière polarisée. La formation des lignes permet de suivre les dépassements successifs de la limite d'élasticité et en particulier montre combien peuvent être erronées des expériences qui auraient pour but de déterminer les relations entre les limites d'élasticité à l'extension et à la compression par flexion en se servant d'une pièce chargée en son milieu. La pression de la charge amène des déformations permanentes dans la fibre la plus comprimée et recule sa limite d'élasticité apparente.

On ne peut avoir de résultats indiscutables par cette méthode qu'en employant la flexion sous moment constant et en ne faisant les mesures que dans une partie A'B' du barreau suffisamment éloignée des appuis. Dans ces conditions, on n'arrive pas à trouver de différence appréciable entre les limites d'élasticité à l'extension et à la compression, les lignes apparaissent, simultanément, sur les faces supérieures et inférieures.

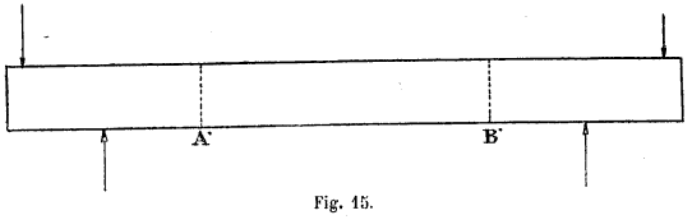


Fig. 15.

B. — LA DÉFORMATION PERMANENTE EST UN PHÉNOMÈNE DE GLISSEMENT

Les expériences de Thime paraissent déjà indiquer que la déformation permanente consiste en glissements d'une partie de la masse solide sur l'autre suivant un angle β déterminé avec la direction de la pression.

Cette manière de voir est pleinement confirmée par l'examen des déformations qui accompagnent la formation des lignes d'Hartmann.

Quand on examine un certain nombre d'éprouvettes minces à section rectangulaire ayant subi une déformation permanente à la traction (des éprouvettes de 2×20 millimètres par exemple), il n'est pas difficile d'en trouver qui ne présentent qu'une ligne bien accentuée.

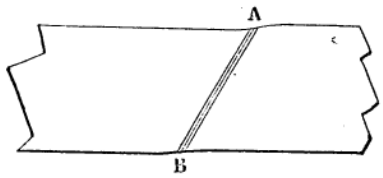


Fig. 16.

On observe alors que l'éprouvette est désaxée de part et d'autre de cette ligne.

Il y a donc eu certainement glissement de la partie gauche sur la partie droite suivant la ligne AB.

L'inclinaison variable des faces latérales en A et B montre que ce glissement se produit simultanément dans un certain nombre de plans parallèles, il est maximum dans un certain plan et de plus en plus faible quand on s'écarte de ce plan à droite ou à gauche.

Une ligne telle que AB est presque toujours accompagnée d'une ligne ou de plusieurs lignes symétriques A'B'. Dans ce cas, il est souvent facile de constater que les deux mouvements n'ont pas été simultanés, on a l'apparence indiquée ci-dessous.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La ligne AB la première produite a été sectionnée et ses deux tronçons désaxés par la production de ligne A′ B′.

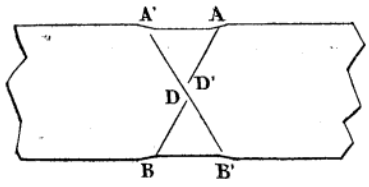


Fig. 17.

En même temps que se produit le glissement suivant la direction AB (fig. 1), l'épaisseur diminue suivant la ligne AB, il se produit un sillon suivant cette ligne. Quand on examine de près le barreau, on voit qu'il s'est produit une série de traits fins, perpendiculaires à l'axe du barreau, en travers de A B.

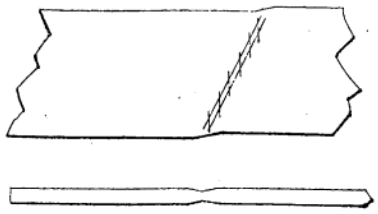


Fig. 18.

Si l'on examine des éprouvettes rompues suivant une section oblique telle que A B, on voit le plus souvent que la cassure est formée d'une série de plans, ayant pour traces sur la grande face des perpendiculaires à l'axe longitudinal de l'éprouvette et inclinés sur le plan de la face antérieure ou de la face postérieure d'un angle que nous appellerons α comme M. Hartmann (M. Rejtö l'appelle β) et qui est le même que celui de la droite AB avec l'axe de la pièce.

On est donc, à notre avis, en droit d'admettre que *la déformation permanente n'est que la conséquence de glissements dans des plans faisant tous avec la direction de la tension l'angle* α.

Cette conséquence est d'accord avec cet autre fait : le volume reste constant.

C. — PREMIER ESSAI DE THÉORIE DE LA DÉFORMATION PERMANENTE

(Voir Duguet, *Déformation des corps solides*, 1885.)

Quand on soumet un solide à une traction uniforme, les deux côtés d'un plan normal à cette traction restent en contact tant qu'elle ne dépasse pas une certaine valeur. Il existe donc une force, que l'on peut appeler *cohésion* et désigner par π, qui fait équilibre à la traction. Cette force doit être la résultante des attractions qui s'exercent entre les molécules deux à deux. Elle tombe à une valeur insignifiante dès que l'écart des deux parties du solide dépasse une fraction de millième de millimètre.

Quand le corps n'est soumis à aucune action extérieure, la cohésion est équilibrée par la résistance à la pénétration ρ. Cette résistance paraît pratiquement indéfinie, car on ne peut détruire les corps par une compression exercée en tous sens. Cette résistance est une force passive, elle n'entre en jeu que dans la mesure nécessaire pour assurer l'équilibre. La mesure dans laquelle elle intervient est indiquée par les allongements élastiques.

Une force également passive, *la dureté*, que nous désignerons par δ, s'oppose aux déplacements de deux portions d'un solide, le long du plan idéal qui les sépare. C'est la résistance aux glissements.

Un solide peut se briser ou se déformer :

1° Si la tension supportée est $> \pi$, il y a rupture, puisque aussitôt la force π diminue

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

brusquement. Auparavant, nous pouvons la supposer constante, faute de renseignements.

2° Si l'effort tangentiel est $> \delta$, la force δ étant une force passive, la déformation sera permanente.

La force δ est fonction des déformations subies. Nous appellerons écrouissage l'accroissement de cette fonction.

D'après ce qu'on démontre (Annexe II, VIII), si *le solide n'est soumis qu'à un effort de traction uniforme* ν_3, dans les plans dont la normale fait un angle φ avec l'effort de traction principal, la valeur de la traction normale est

$$\nu_3 \cos^2 \varphi.$$

Sa plus grande valeur est donc ν_3 et agit sur le plan normal à la direction de traction. Pour que le solide résiste à l'arrachement, il faut donc

$$\pi > \nu_3, \tag{1}$$

l'effort tangentiel est $\nu_3 \sin \varphi \cos \varphi = \frac{1}{2} \nu_3 \sin 2\varphi$.

La condition d'équilibre est

$$\delta > \pm \frac{1}{2} \nu_3 \sin 2\varphi. \tag{2}$$

Si δ était constant, la plus grande valeur du second membre étant $\frac{1}{2} \nu_3$ et se produisant dans le plan incliné à 45° sur la direction de traction, la condition de résistance au glissement serait

$$\delta > \pm \frac{1}{2} \nu_3,$$

le signe à prendre étant celui de ν_3. L'équilibre se romprait par glissement dans un plan incliné à 45° sur la direction de l'effort principal.

En cas de compression, la rupture de l'équilibre par glissement aurait lieu dans la même direction. On a constaté que l'angle α était plus grand que 45° et l'angle β son complémentaire; δ n'est donc pas constant. La seule variable dont δ puisse dépendre est la pression normale. Dans la période élastique, tout étant proportionnel aux efforts, la variation de δ doit être proportionnelle aux efforts normaux.

On a par conséquent

$$\delta = \delta_0 - \nu \operatorname{tg} \psi \ (*) \qquad \operatorname{tg} \psi \text{ étant un coefficient constant et positif, donc } o < \psi < \frac{\pi}{2}. \tag{3}$$

$$= \delta_0 - \frac{1}{2} \nu_3 (1 + \cos 2\varphi) \operatorname{tg} \psi, \qquad \text{(Valeur de } \nu, \text{ Annexe II, VIII).}$$

et la condition d'équilibre devient

$$\delta_0 - \frac{1}{2} \nu_3 (1 + \cos 2\varphi) \operatorname{tg} \psi > \pm \frac{1}{2} \nu_3 \sin 2\varphi$$

ou

$$\delta_0' > \frac{1}{2} \nu_3 [(1 + \cos 2\varphi) \operatorname{tg} \psi \pm \sin 2\varphi], \tag{4}$$

le signe à prendre étant celui de ν_3.

Ce qui peut s'écrire

$$\delta_0 > \frac{1}{2} \nu_3 \left[\operatorname{tg} \psi + \frac{1}{\cos \psi} \sin (\psi \pm 2\varphi) \right]$$

(*) Cette loi est analogue à celle du frottement sous une pression $-\nu$. La résistance au glissement semble donc se composer d'un terme constant δ et d'une sorte de frottement $-\nu \operatorname{tg} \psi$.

La résistance plus grande du fer à l'origine de la déformation permanente rappelle le frottement plus fort au départ.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

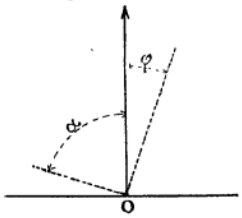
tout étant constant sauf φ qui est astreint a être compris entre o et $\frac{\pi}{2}$. Lorsque l'effort ν_3 partant de o croîtra, la rupture d'équilibre se produira dans la première direction pour laquelle l'inégalité cessera d'être vérifiée.

Si $\nu_3 > o$ elle le sera d'abord pour $\sin(\psi + 2\varphi) = 1$ ce qui entraîne $\varphi = \frac{\pi}{4} - \frac{\psi}{2}$.

Si $\nu_3 < o$ — $\sin(\psi - 2\varphi) = -1$ ce qui entraîne $\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}$.

Ces deux directions sont complémentaires.

Fig. 19.



L'angle formé par le plan de glissement avec la direction des tensions est complémentaire du précédent de telle sorte que

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2} > \frac{\pi}{4} \qquad \text{d'où} \qquad \psi = 2\alpha - \frac{\pi}{2}$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\psi}{2} \qquad \text{d'où} \qquad \psi = \alpha - \beta.$$

La condition de résistance au glissement peut donc s'écrire

$$(5) \qquad \delta_o > \frac{1}{2}\nu_3\left(\operatorname{tg}\psi \pm \frac{1}{\cos\psi}\right) \qquad \text{ou} \qquad \begin{cases} \frac{1}{2}\nu_3 \operatorname{tg}\alpha\,; & \text{si } \nu_3 > o \\ -\frac{1}{2}\nu_3 \operatorname{tg}\beta = -\frac{1}{2}\nu_3 \operatorname{cotg}\alpha\,; & \text{si } \nu_3 < o\,; \end{cases}$$

car

$$\operatorname{tg}\psi + \frac{1}{\cos\psi} = -\operatorname{cotg} 2\alpha + \frac{1}{\sin 2\alpha} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{2\sin^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{tg}\psi - \frac{1}{\cos\psi} = -\operatorname{cotg} 2\alpha - \frac{1}{\sin 2\alpha} = \frac{-1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = -\frac{2\cos^2\alpha}{2\sin\alpha\cos\alpha} = -\operatorname{cotg}\alpha.$$

Quand ν_3 croît, la condition (1) cesse la première d'être remplie, si

$$(6) \qquad \frac{2\delta_o}{\operatorname{tg}\alpha} > \pi,$$

ce sont les corps *cassants*.

Les limites d'élasticité à la compression et à l'extension, $\frac{2\delta_o}{tg\beta}$ et $\frac{2\delta_o}{tg\alpha}$ sont entre elles dans le rapport

$$(7) \qquad \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{cotg}\alpha} = \operatorname{tg}^2\alpha.$$

Cette dernière formule paraît indiquer des limites plus écartées que l'expérience. Il semble donc que la précédente théorie n'est pas complètement satisfaisante; nous indiquerons plus loin comment il y a lieu de la modifier.

Si *l'ellipsoïde des tensions n'est plus réduit à une droite*, soient $\nu_3 > \nu_2 > \nu_1$ au sens algébrique.

Je puis écrire

$$\begin{aligned} \nu_3 &= (\nu_3 - \nu_2) + \nu_2 + o \\ \nu_2 &= \quad o \quad + \nu_2 + o \\ \nu_1 &= \quad o \quad + \nu_2 + (\nu_1 - \nu_2). \end{aligned}$$

L'ellipsoïde peut être considéré comme la superposition (voir Annexe II, IX) :

D'un ellipsoïde réduit à une tension $\nu_3 - \nu_2$;
D'une sphère d'efforts égaux à ν_2;
D'un ellipsoïde réduit à une compression $\nu_1 - \nu_1$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La sphère ne donne pas d'efforts de glissement. Elle modifie la dureté également en tous sens.

C'est dans les plans faisant avec *oz* un angle α que le premier ellipsoïde produit la tendance maxima au glissement. C'est dans des plans faisant avec *ox* l'angle $\frac{\pi}{2} - \alpha$ que le second ellipsoïde menace le plus la dureté. C'est donc dans les plans faisant *à la fois l'angle* α *avec* Oz *et l'angle* $\frac{\pi}{2} - \alpha$ *avec* Ox, *donc perpendiculaires à* xOz, *que l'équilibre se rompra par glissement* (les deux ellipsoïdes tendant à produire le glissement relatif dans le même sens). Donc :

Les glissements se produiront dans des plans passant par l'axe moyen et faisant avec le plus grand l'angle α.

La condition d'équilibre par rapport à l'arrachement sera

$$\pi > \nu_3 \tag{8}$$

par rapport aux glissements ce sera (voir Annexe II, X) :

$$\delta_0 - \left(\frac{\nu_3 + \nu_1}{2} + \frac{\nu_3 - \nu_1}{2}\cos 2\varphi\right)\operatorname{tg}\psi > \frac{\nu_3 - \nu_1}{2}\sin 2\varphi$$

ν_3 étant $> \nu_1$; il n'y a qu'un signe dans le second membre

$$\delta_0 > \frac{\nu_3 + \nu_1}{2}\operatorname{tg}\psi + \frac{\nu_3 - \nu_1}{2}\frac{1}{\cos\psi}\sin(2\varphi + \psi)$$

dans le cas de la direction la plus exposée, il faut :

$$\delta_0 > \frac{\nu_3 + \nu_1}{2}\operatorname{tg}\psi + \frac{\nu_3 - \nu_1}{2}\frac{1}{\cos\psi} \tag{8}$$

ou

$$\delta_0 > \frac{\nu_3}{2}\operatorname{tg}\alpha - \frac{\nu_1}{2}\operatorname{cotg}\alpha.$$

D. — THÉORIE NOUVELLE (THÉORIE PRÉCÉDENTE COMPLÉTÉE)

Quand on soumet à une compression uniforme verticale certains corps cassants comme le verre, ils se séparent suivant des plans verticaux, comme s'ils étaient soumis à une traction horizontale.

On exprime quelquefois ce fait en disant que la condition pour qu'un solide ne se brise pas est, non pas que les efforts en aucun sens ne dépassent la limite indiquée par les expériences de traction, mais qu'en aucun sens l'unité de longueur ne s'allonge au delà d'une certaine limite.

Si λ est l'allongement élastique correspondant à la rupture par traction, il faut, pour qu'il n'y ait pas rupture, qu'en aucun sens l'unité de longueur n'atteigne la valeur $1 + \lambda$.

On trouve ainsi la relation entre la traction ν produisant la rupture et la pression φ la produisant également.

$$\frac{\nu}{\varepsilon} = \frac{\varphi\eta}{\varepsilon} \qquad \varphi = \frac{\nu}{\eta}$$

ε, coefficient d'élasticité ;
η, coefficient de contraction, rapport de la contraction à l'allongement produit par un effort de traction.
π, cohésion.

Or $\nu = \pi$, donc il faut pour l'équilibre $\varphi < \frac{\pi}{\eta}$ ou $\pi > \varphi\eta$.

Cette dilatation ne se produit pas sans que des efforts intérieurs importants n'entrent en jeu. A notre avis, ce sont ces efforts que l'on devrait envisager, non la dilatation. Si l'on

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

comprime sous une pression φ un solide coulé dans un tube extrêmement résistant, le tube supportera un effort φ égal à l'effort nécessaire pour annuler la dilatation transversale.

$$\varphi' = \varphi \frac{\eta_1}{1-\eta_1}.$$

On a en effet d'une part une dilatation $\frac{\varphi\eta_1}{\varepsilon}$ et d'autre part il faut l'annuler par des pressions transversales perpendiculaires donnant $\frac{\varphi'}{\varepsilon}$ et $-\frac{\varphi'\eta_1}{\varepsilon}$.

Si l'on supprime le tube extérieur, ce sera évidemment la cohésion de la matière comprimée qui entrera en jeu pour empêcher la séparation des éléments et l'on devra avoir pour l'équilibre

$$\pi > \varphi \frac{\eta_1}{1-\eta_1}.$$

Cette expression diffère de la précédente par le facteur $1-\eta_1$. Des expériences précises permettraient de vérifier si notre manière de voir est exacte.

Quoi qu'il en soit, il est certain que les réactions intérieures donnent lieu à des efforts transversaux. De ces efforts la théorie de l'élasticité ne tient pas compte dans ses formules, pas plus que de la cohésion π qui presse les éléments également en tous sens. Cela est inutile en effet : 1° dans les formules d'équilibre, *pour les efforts transversaux* puisqu'ils sont évidemment égaux deux à deux et opposés; *pour la cohésion* π, si elle n'est pas affectée d'une manière appréciable par les variations de volume élastiques, car elle donne une pression égale en tous sens; 2° dans les formules de déformation, les *efforts transversaux* sont contenus implicitement dans les coefficients de déformation établis expérimentalement; *la cohésion* π existant avant comme après la déformation n'intervient pas dans celle-ci.

Au point de vue de l'équilibre dans un plan quelconque, il n'en est pas de même. Il faut tenir compte des efforts transversaux de signe contraire auxquels donnent lieu les compressions ou tensions principales. On les obtient en multipliant celles-ci par $-\frac{\eta_1}{1-\eta_1}$.

Dans le cas de traction ou de compression simple, il faut : 1° pour qu'il n'y ait pas arrachement à l'extension :

$$\pi > \nu_3;$$

2° Pour qu'il n'y ait pas éclatement à la compression :

$$\pi > -\nu_3 \frac{\eta_1}{1-\eta_1};$$

3° Pour qu'il n'y ait pas glissement dans les plans obliques, cas de trois forces principales $\nu_3, 0, -\nu_3 \frac{\eta_1}{1-\eta_1}$; formule (8) :

$$\delta_0 > \frac{\nu_3}{2(1-\eta_1)}\left[(1-2\eta_1)\operatorname{tg}\psi + \frac{1}{\cos\psi}\right].$$

Si l'on fait $\eta_1 = 0{,}5$ valeur correspondant à la déformation permanente, puisqu'il n'y a pas alors de changement de volume, on obtient la condition

$$\delta_0 > \frac{\nu_3}{\cos\psi} \qquad \text{ou} \qquad \delta_0 > \frac{\nu_3}{\sin 2\alpha}$$

et la condition reste la même, qu'il y ait extension ou compression. On aurait donc *mêmes limites d'élasticité.*

On s'explique avec ces formules que les glissements se produisent dans des directions parallèles à la surface. Les deux axes de l'ellipsoïde parallèles à la surface étant, dans le cas d'une tension ou d'une compression uniforme, de signe contraire, et le troisième, normal

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

à la surface, devant s'annuler dans la couche superficielle, ce troisième se trouve être l'axe moyen par lequel, ainsi que nous l'avons vu, doivent passer les plans de glissement.

Dans le cas de trois axes $\nu_3 > \nu_2 > \nu_1$, *ces conditions deviennent*

$$\pi > \nu_3 - (\nu_2 + \nu_1)\frac{\eta_1}{1-\eta_1} \quad \text{ou} \quad \pi > \frac{\nu_3}{1-\eta_1} - (\nu_1 + \nu_2 + \nu_3)\frac{\eta_1}{1+\eta_1}$$

$$\delta_0 > \frac{\nu_3 + \nu_1}{2}\frac{1-2\eta_1}{1-\eta_1}\operatorname{tg}\psi + \frac{\nu_3 - \nu_1}{2(1-\eta_1)}\frac{1}{\cos\psi}$$

et pour

$$\eta_1 = 0{,}5 \quad \delta_0 > \frac{\nu_3 - \nu_1}{\cos\psi} \quad \text{ou} \quad \delta_0 > \frac{\nu_3 - \nu_1}{\sin 2\alpha}.$$

Ces formules, qui conduisent en particulier à l'*égalité des limites élastiques*, bien que très probablement exactes, ne pourront être définitives qu'autant que cette égalité aura été *définitivement* reconnue.

E. — CONSÉQUENCES RELATIVES A L'ÉCROUISSAGE

La connaissance du mécanisme de la déformation conduit à plusieurs conséquences utiles :

1° Sur une éprouvette destinée à des essais par traction il faut mettre les coups de pointeau à une distance des congés égale à une fois la plus grande dimension transversale de l'éprouvette.

Car α étant plus grand que 45°, EF est $<$ FG.

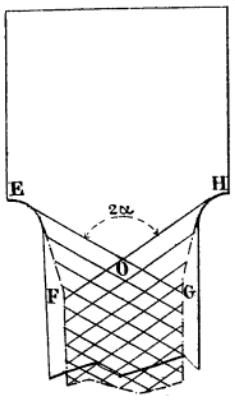


Fig. 20.

La partie ainsi limitée subit une déformation sensiblement uniforme, tandis que les parties plus voisines des têtes sont déformées d'une manière différente.

2° La déformation permanente consistant en glissements, c'est la résistance à la déformation par glissement ou *dureté* qui s'oppose à cette déformation. La résistance à la déformation permanente augmentant avec les déformations, on peut dire que *la dureté s'accroît généralement avec les déformations permanentes.* On peut définir l'écrouissage : l'accroissement de la *dureté.* Il *est le même en tous sens* d'après ce que nous avons vu dans le chapitre I.

Puisque l'écrouissage est une fonction des glissements qui constituent les déformations permanentes, il ne dépend que de ces glissements et non des forces qui les ont produits. Pourvu que les glissements intérieurs soient les mêmes, peu importe les forces extérieures qui les ont produits. Ainsi considérons un cube dont deux faces (celles parallèles au plan de la figure) sont maintenues dans deux plans invariables; qu'il soit déformé par une tension horizontale uniforme ou par une compression verticale, ou par les deux simultanément, les

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

glissements étant les mêmes dans les mêmes directions faisant l'angle α avec l'horizontale, l'écrouissage sera le même.

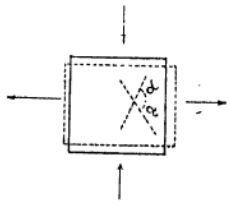


Fig. 21.

Dans ce cas, l'allongement $d\lambda'$ et le raccourcissement infiniment petit sont les mêmes en valeur absolue en vertu du principe de la conservation des volumes. On peut donc dire que si les mouvements n'ont lieu que parallèlement à un plan, pour un même allongement infiniment petit par traction ou par compression, l'écrouissage est le même.

On peut aller plus loin en combinant ce résultat avec le principe de l'égalité d'écrouissage en tous sens, et montrer que les mouvements moléculaires étant libres en tous sens :

Un raccourcissement infiniment petit donne même écrouissage que l'allongement égal.

En effet : 1° Tant qu'il s'agit d'accroissements infiniment petits, l'écrouissage est proportionnel à la déformation.

2° Le raccourcissement infiniment petit $-d\lambda'$ peut être décomposé en n parties égales $-\frac{d'}{n}$. Pendant chaque partie $\frac{1}{n}$ de la déformation, on ne permet les déplacements que parallèlement à un plan passant par la direction de compression. On change la direction de ce plan pour chaque partie $\frac{1}{n}$ de la déformation $-d\lambda'$. Dans chaque partie de la déformation, l'écrouissage est le même que pour l'allongement égal.

Donc l'écrouissage total est le même pendant ce raccourcissement infiniment petit $-d\lambda'$ que pendant un allongement $d\lambda'$.

On peut conclure aussi d'un raisonnement analogue que

Pour un même allongement ou un même raccourcissement, l'accroissement de la dureté est la même, quelles que soient les déformations qui en aient été la conséquence dans des sens perpendiculaires (que ces dernières aient été égales ou inégales, en particulier que dans un sens elles aient été nulles).

La limite d'élasticité à la compression étant égale à la limite d'élasticité à l'extension multipliée par un nombre χ (probablement égal à 1), si l'on convient d'appeler *travail réduit* la valeur du travail divisée par χ quand il s'agira de pressions, divisée par 1 quand il s'agira d'extensions, on pourra dire que dans une déformation lente l'*écrouissage est une fonction de la valeur du travail réduit dépensé sur le corps.* Si $\chi = 1$, la dureté est une fonction de la valeur du travail dépensé sur le corps.

De ce qui précède on peut conclure la relation qui existe entre les allongements et les raccourcissements bruts de l'unité initiale donnant même accroissement de dureté.

Soient λ'_1 et $-\lambda'_2$ avec leur signe en évidence les deux variations simultanées de l'unité de longueur d'un corps astreint à n'avoir que des déplacements parallèles à un plan. L'écrouissage sera le même que si les variations se produisaient en différents sens. On aura

$$(1+\lambda'_1)(1-\lambda'_2) = 1, \qquad \text{(Constance du volume.)}$$

d'où

$$\lambda'_2 = \frac{\lambda'_1}{1+\lambda'_1} \qquad \text{ou} \qquad \lambda'_1 = \frac{\lambda'_2}{1-\lambda'_2}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Telles seront les relations qui relient les variations finies de l'unité de longueur initiale en plus ou en moins correspondant au même écrouissage.

L'expression $(1+\lambda'_1)(1-\lambda'_2)=1$ peut s'écrire en prenant les logarithmes

$$\log(1+\lambda'_1) = -\log(1-\lambda'_2).$$

Donc, *si l'on construit les courbes qui expriment la relation entre l'écrouissage et les allongements en prenant pour abscisses les logarithmes népériens ou autres de* $1+\lambda'$, *les courbes obtenues à l'extension et à la compression seront superposables.*

On arriverait à la même conclusion en considérant deux éprouvettes dans un même état d'écrouissage initial, en les soumettant l'une à la traction, l'autre à la compression, et en prenant à chaque instant la variation de l'unité de longueur mesurée à cet instant. L'une serait

$$\frac{d\lambda'_1}{1+\lambda'_1} \qquad \text{et l'autre} \qquad \frac{d\lambda'_2}{1-\lambda'_2}.$$

L'accroissement de dureté serait le même pour chaque élément d'une somme de modifications élémentaires correspondantes

$$\int \frac{d\lambda'_1}{1+\lambda'_1} = \int \frac{d\lambda'_2}{1-\lambda'_2} \qquad \text{ou} \qquad \log \text{nép}\,(1+\lambda'_1) = -\log \text{nép}\,(1-\lambda'_2).$$

Si l'on avait pris comme ordonnée non la dureté, mais, comme on le fait généralement, la limite d'élasticité de traction ou de compression, on aurait eu à la compression des ordonnées égales à χ fois les ordonnées obtenues à la traction. Chacun de ces efforts est en outre dans un rapport constant avec la dureté.

D'une façon générale la *dureté* ou l'écrouissage est donc une fonction de *la valeur absolue* de log nép $(1+\lambda')$, que l'on peut désigner par $L(1+\lambda')$. De telle sorte que pour des allongements bruts successifs pendant chaque période de l'unité au commencement de cette période $\lambda'_1, \lambda'_2, \ldots$ la dureté est une fonction de

$$L(1+\lambda'_1) + L(1+\lambda'_2) + L(1+\lambda'_3) + \ldots$$

La dureté est donc une fonction de la somme des valeurs absolues des logarithmes népériens des longueurs dans lesquelles s'est transformée l'unité, dans la direction qui s'est le plus modifiée, lors de chacune des transformations successives subies par le corps.

Dans chaque transformation on a entre les déformations des trois axes la relation

$$\log(1+\lambda'_1) + \log(1+\lambda'_2) + \log(1+\lambda'_3) = 0,$$

et par exemple $\log(1+\lambda'_1)$ étant seul de son signe, la valeur absolue de $\log(1+\lambda'_1)$ est égale à celles des deux autres, de telle sorte que

$$L(1+\lambda'_1) = L(1+\lambda'_2) + L(1+\lambda'_3),$$

d'où

$$L(1+\lambda'_1) = \frac{1}{2}\left\{ L(1+\lambda'_1) + L(1+\lambda'_2) + L(1+\lambda'_3).\right.$$

La dureté est donc fonction de la $\frac{1}{2}$ *somme des valeurs absolues de tous les logarithmes des longueurs dans lesquelles s'est transformée dans chacune des transformations successives l'unité de longueur de chacun des axes (cette unité étant mesurée au commencement de la transformation).*

En particulier, il semble qu'on pourrait par extensions et compressions alternatives obtenir sans changement notable de dimensions un écrouissage aussi élevé qu'il est possible avant rupture. On éviterait en effet la striction, car elle disparaîtrait à la compression

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

aussitôt formée à l'extension. La section où elle se produit à la traction étant la section la plus faible, celle-ci augmenterait à la compression jusqu'à reprendre une résistance égale aux autres.

F. — CONSÉQUENCES RELATIVES A LA FLEXION

(Voir Annexe VI)

TROISIÈME PARTIE

CONCLUSIONS

DÉFORMATION ÉLASTIQUE

1° Des feuilles de verre soumises à des efforts parallèles à leurs faces et placées entre un polariseur et un analyseur croisés à angle droit donnent (*a*) des courbes d'égale coloration passant par les points où la différence des efforts principaux est constante, (*b*) des lignes obscures passant par les points où les efforts principaux sont parallèles aux plans de polarisation. Ces figures, dans tous les cas où il a été possible de le vérifier, sont d'accord avec la théorie de l'élasticité de Lamé.

2° En ajoutant aux indications fournies par ces figures la mesure de la variation de l'épaisseur en chaque point sous les efforts, mesure qui donne la somme des efforts principaux, on peut expérimentalement déterminer complètement les efforts en chaque point.

3° La répartition de ces efforts variant peu avec le rapport des coefficients de l'élasticité, il est possible d'étendre les résultats trouvés à d'autres substances, notamment de déterminer cette répartition dans une briquette de ciment d'un type donné.

DÉFORMATION PERMANENTE

1° La déformation permanente est un phénomène de glissement intérieur.

2° Les glissements s'effectuent dans des plans passant par l'axe moyen de l'ellipsoïde d'élasticité et faisant avec l'axe de traction maxima l'angle α mesuré par M. Hartmann.

3° Les phénomènes d'éclatement sous pression des corps cassants conduisent à admettre que l'ellipsoïde des efforts intérieurs est l'ellipsoïde des efforts extérieurs complété en ajoutant sur chacun des deux axes perpendiculaires à chacun des efforts principaux un effort égal à cet effort principal multiplié par $-\frac{\eta_1}{1-\eta_1}$ (η_1 étant le rapport de la contraction transversale à l'allongement produit par un effort).

4° Les conditions d'équilibre seraient :

a. Résistance à l'arrachement. Le plus grand axe de l'ellipsoïde des tensions ainsi complété doit être plus petit que la *cohésion* π.

Cette condition comprend le cas de l'éclatement par pression.

b. Résistance à la déformation permanente. La *dureté* sous une pression extérieure nulle doit être supérieure au quotient de la différence, entre le plus grand et le plus petit axe, par $\sin 2\alpha$.

5° Il en résulterait que la limite d'élasticité à l'extension serait égale à la limite d'élasticité à la compression (car on a un seul axe différent de zéro dans le cas où l'on détermine ces limites).

6° Pour obtenir des éprouvettes de compression donnant une déformation uniforme et par suite ne subissant réellement que des efforts dans un seul sens, il faut employer des bases polies et savonnées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

7° La partie utile des éprouvettes de traction doit être limitée à une distance des congés égale à la plus grande largeur de ces éprouvettes.

8° Les expériences de flexion ne doivent être faites que sous moment constant : 1° pour que les efforts soient exactement calculables en chaque point, 2° pour éviter toutes les erreurs dues à l'écrouissage au point chargé. Il ne faut prendre comme longueur utile que la portion de la longueur entre appui limitée à une distance de ceux-ci égale à la hauteur de l'éprouvette.

Les expériences par flexion sous une charge placée entre les deux appuis doivent être proscrites comme ne donnant pas les constantes du métal.

9° Pour obtenir des courbes, représentant la loi qui unit la résistance à la traction ou à la compression aux déformations, il faut prendre pour abscisses le logarithme népérien de $(1 + \lambda')$, (λ' étant l'allongement brut que subit au cours de l'essai l'unité de longueur initiale, et pour ordonnée l'effort par unité de section initiale multiplié par $1 + \lambda'$. *Ces courbes pour un même métal sont superposables, quel que soit l'écrouissage initial.*

Dans les courbes ainsi obtenues une différence d'abscisse est l'allongement de l'unité de longueur de l'éprouvette.

10° A la traction et à la compression on obtient par ce procédé des courbes superposables, si, comme c'est probable, les limites d'élasticité de traction et de compression sont égales pour un même état. Les ordonnées correspondant à des abscisses, égales à partir de l'origine mais de sens contraire, sont proportionnelles si les limites d'élasticité sont différentes.

11° Les ordonnées de ces courbes représentent la *dureté*, résistance au glissement, multipliée par un facteur constant $\cos(\alpha - \beta)$ ou $\sin 2\alpha$ si les limites d'élasticité sont égales.

12° La *dureté* ou la *limite élastique* d'un corps qui a subi des efforts quelconques peut se déduire de ces courbes. On prend pour chacune des déformations de sens constant qu'a subies ce corps la demi-somme des valeurs absolues des logarithmes népériens de $1 + \lambda'$ pour les trois axes, on ajoute les sommes partielles relatives à chaque déformation et l'on porte la somme générale sur la ligne d'abscisses de la courbe du 9°. L'ordonnée correspondante sera la limite élastique et en la divisant par $\cos(\alpha - \theta)$ on aura la dureté.

13° La connaissance de la relation entre la résistance à la traction et la résistance à la compression permet de calculer les déplacements de la fibre neutre dans la flexion simple. *Ces déplacements ne dépendent que de la valeur de l'allongement permanent.* On peut prévoir assez exactement l'accroissement de résistance à la flexion dû à la douceur des métaux.

14° Il est à désirer que les essais soient conduits de manière à déterminer les quantités suivantes :

1° La cohésion π, ou résistance à l'arrachement;
2° α, l'angle des lignes d'Hartmann;
3° La dureté δ, ou résistance au glissement.

Pour déterminer π il faudrait opérer sur des éprouvettes entaillées.

α n'est pas déterminé en général.

On mesure d'ordinaire certaines valeurs de la limite d'élasticité et certains allongements bruts. Une courbe complète permettrait d'obtenir la loi d'écrouissage.

En général les essais ont pour but de recevoir des matières destinées à supporter en service uniquement des *déformations élastiques* et par suite il suffit à la rigueur de vérifier :

1° Que la limite élastique a au moins la valeur demandée,

2° Que la limite de rupture est suffisamment éloignée de la précédente pour qu'en cas d'effort imprévu on n'ait pas d'accident.

Si l'on veut pousser plus loin l'étude, il serait préférable de déterminer les trois quantités π, α, δ, au lieu de faire des mesures ne correspondant pas toujours à des quantités définissant bien le métal.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ANNEXES

ANNEXE I

INDEX ALPHABÉTIQUE DES TERMES ET SIGNES

α. Plus petit angle des lignes d'Hartmann avec la direction de la traction.

Absolue (valeur). Valeur numérique prise avec le signe +.

β. Plus petit angle des lignes d'Hartmann avec la direction de la compression.

Cassants (corps). Corps qui se brisent sous les efforts sans avoir subi de déformation permanente, comme le verre.

La propriété d'être cassant peut, paraît-il, être modifiée par des pressions suffisantes en tous sens.

Coefficients d'élasticité ε. Rapport de la résistance ρ à l'allongement élastique λ.

$$\varepsilon = \frac{\rho}{\lambda}.$$

Cohésion. Résultante des efforts d'attraction des molécules. Force qui s'oppose à ce que deux parties d'un solide séparées par un plan idéal s'éloignent normalement à ce plan. Symbole π.

δ. Dureté.

Dureté. Force qui s'oppose à ce que deux parties d'un solide séparées par un plan idéal se déplacent l'une par rapport à l'autre parallèlement à ce plan.

ε. Coefficient d'élasticité.

η. Rapport de la contraction transversale à l'allongement produit par un effort de traction uniforme.

Écroui (métal). Qui a subi des déformations permanentes.

Écrouissage. Résultat des déformations permanentes. Accroissement de la dureté qui en résulte.

Effort. Force extérieure qui agit sur le solide.

Élastique (déformation). Déformation qui disparaît quand la force cesse d'agir.

Fibre neutre. Surface le long de laquelle il n'y a ni effort d'extension, ni effort de compression parallèlement aux arêtes d'un prisme fléchi.

Fragilité. Propriété d'être facile à briser. Peut se mesurer par le rapport entre la limite d'élasticité et la limite de rupture dans des conditions données. Si elle est inférieure à 1, le corps est cassant.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ISOSTATIQUES (SURFACES). Surfaces auxquelles sont normaux les efforts transmis.

γ. Nombre par lequel il faut multiplier la limite d'élasticité à la traction pour avoir la limite d'élasticité à la compression.

λ Allongement élastique.

λ' Allongement permanent total de l'unité de longueur initiale.

L. Valeur absolue de logarithme népérien de....

LIMITE D'ÉLASTICITÉ. Effort à partir duquel les déformations sont en partie élastiques, en partie permanentes.

ν. Tension normale à la surface d'un élément de solide.

ν_x, ν_y, ν_z tensions normales parallèles aux trois directions rectangulaires ox, oy, oz.

ν_1, ν_2, ν_3. Tensions principales. Dans le cas où nous prendrons les axes parallèles aux tensions, nous placerons ox parallèle à ν_1, oy parallèle à ν_2, oz parallèle à ν_3.

π. Cohésion.

PERMANENTE (DÉFORMATION). Déformation qui subsiste quand les efforts qui l'ont produite ont cessé d'agir.

PLASTICITÉ. Propriété d'être susceptible de déformations permanentes sans rupture.

$\psi = \alpha - \beta. \qquad = 2\alpha - \frac{\pi}{2}.$

RÉSISTANCE. Réaction faisant équilibre à un effort. La résistance est variable avec l'effort, toutefois elle ne peut dépasser certaines limites.

τ. Effort tangentiel agissant sur la face extérieure d'un élément de solide.

τ_x. Effort tangentiel perpendiculaire à ox, agissant sur un plan parallèle à l'un des plans de coordonnées passant par ox.

τ_y, τ_z. Mêmes définitions en remplaçant x par y et z.

TENSION PRINCIPALE. Tension qui n'est accompagnée d'aucune force tangentielle. Symboles ν_1, ν_2, ν_3.

ANNEXE II

RAPPEL DES ÉNONCÉS DE QUELQUES PROPOSITIONS DE MÉCANIQUE

(Voir pour les démonstrations les ouvrages spéciaux, tels que RÉSAL, *Mécanique*; — CLEBSH, *Théorie de l'Élasticité.*)

Soit un corps élastique ou non, solide, liquide, pâteux ou formé de morceaux solides appuyés les uns contre les autres ou mélangés de liquides ou de pâte; on peut imaginer des plans qui coupent sa masse. Les actions mutuelles des éléments du corps ou des portions d'éléments du corps les uns sur les autres qui s'exercent au travers de ces plans sont liés par des relations faciles à démontrer *sans aucune hypothèse* sur la constitution des corps et en partant des seules conditions générales de l'équilibre. Ces relations sont vraies aussi bien *pendant le mouvement* qu'au repos.

I. Dans tout élément cubique infiniment petit imaginé à l'intérieur d'un corps en équilibre :

1° Les forces normales appliquées sur les faces opposées sont égales et de sens contraire.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° Les quatre forces tangentielles situées dans le même plan diamétral sont toutes de même intensité, et par groupes de deux convergent respectivement vers les sommets opposés du carré formant la section par ce plan diamétral (conséquence de la nullité des moments par rapport à trois axes quelconques).

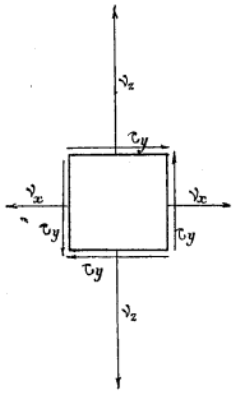


Fig. 22.

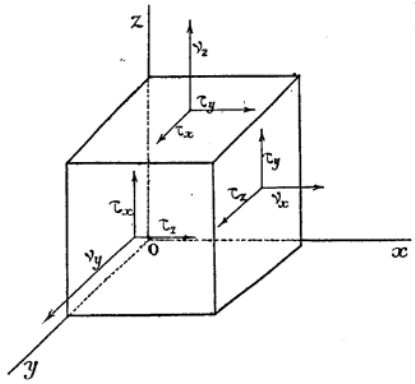


Fig. 23.

De telle façon que l'état du solide est complètement défini par la connaissance en chaque point de trois tensions normales ν_x, ν_y, ν_z (désignées chacune par l'indice de l'axe auquel elle est parallèle) et de trois composantes tangentielles τ_x, τ_y, τ_z (designées chacune par l'indice de l'axe auquel elle est perpendiculaire).

II. La tension intérieure brute sur un élément plan est la résultante des tensions brutes que supportent les projections de cet élément sur trois plans rectangulaires menés au même endroit du corps (théorème du tétraèdre de Cauchy).

III. Les trois composantes de la tension sur un élément plan perpendiculaire à une direction φ quelconque s'obtiennent :

1° La composante suivant ox, en projetant, sur la direction φ, la tension qui agit sur l'élément perpendiculaire à ox à l'origine ;

2° La composante suivant oy, en projetant, sur la direction φ, la tension qui agit sur l'élément perpendiculaire à oy au même point ;

3° La composante suivant oz, en projetant, etc...., de la même façon.

IV. Si l'on porte à partir d'un point des longueurs représentant chacune en grandeur et en direction la tension qui s'exerce sur chacun des éléments plans qu'on imagine par ce point, les extrémités de ces longueurs seront sur un ellipsoïde. C'est l'ellipsoïde d'élasticité de Lamé ou ellipsoïde des efforts.

V. Parmi ces efforts, il y en a trois et trois seulement (tensions principales) qui soient perpendiculaires à la direction de l'élément sur lequel ils agissent. Ils forment les axes de l'ellipsoïde.

Soient ν_1, ν_2, ν_3 ces trois tensions normales, on a pour équation de l'ellipsoïde d'élasticité

$$\frac{x^2}{\nu_1^2}+\frac{y^2}{\nu_2^2}+\frac{z^2}{\nu_3^2}=1.$$

VI. Pour avoir l'orientation d'un élément plan soumis à une tension donnée, il suffit de considérer la surface directrice

$$\frac{x^2}{\nu_1}+\frac{y^2}{\nu_2}+\frac{z^2}{\nu_3}=\pm K^2$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dont les axes ont même direction que ceux de l'ellipsoïde des tensions. K est une quantité réelle quelconque. La direction de l'élément est celle du plan diamétral conjugué dans cette surface de la direction de la force.

Si ν_1, ν_2, ν_3 sont de même signe, la surface est un ellipsoïde dont les axes sont proportionnels aux racines carrées des tensions principales.

Si ν_1, ν_2, ν_3, sont de signes différents, cette surface est formée de deux hyperboloïdes, l'un à une nappe, l'autre à deux nappes. Si la direction de la force rencontre l'hyperboloïde à une nappe, elle est de même signe que les deux pressions principales de même signe; si elle rencontre l'hyperboloïde à deux nappes, elle est de même signe que la pression principale seule de son signe.

Le passage de l'un à l'autre signe a lieu sur le cône asymptotique de deux hyperboloïdes.

$$\frac{x^2}{\nu_1} + \frac{y^2}{\nu_2} + \frac{z^2}{\nu_3} = 0.$$

Lorsque la direction de la force coïncide avec la génératrice du cône, elle s'exerce sur l'élément parallèle au plan tangent. Il n'y a donc dans ce cas que des efforts de glissement, d'où le nom de cône de glissement.

VII. Si les trois forces principales sont égales en grandeur et en signe, l'ellipsoïde des efforts et la surface directrice sont des sphères; toutes les forces sont au même point égales et normales à l'élément.

La réciproque est vraie (cas de l'équilibre des liquides).

TENSIONS PRINCIPALES RÉDUITES A UNE SEULE

VIII. Dans le cas où *deux tensions principales sont nulles*, les surfaces se réduisent à des droites. Soit ν_3 la tension qui n'est pas nulle.

La tension sur un élément quelconque a une direction constante, celle de la tension principale ν_3, mais sa valeur est $\nu_3 \cos\varphi$, φ étant l'angle de la normale à l'élément avec la direction de la tension.

Elle peut se décomposer en deux forces, l'une normale à l'élément et ayant pour valeur $\nu_3 \cos^2\varphi$, l'autre tangentielle $\nu_3 \cos\varphi \sin\varphi$ qui est dans le plan de la normale à l'élément et de la tension principale. Prenons pour plan de la figure un plan passant par ν_3 et par la normale à l'élément.

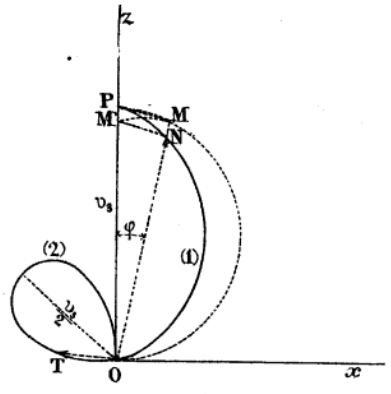


Fig. 24.

Soit (fig. 24) OZ la direction de la tension et OP sa valeur. Projetons OP sur OM, direction de la normale à l'élément, et ramenons OM en OM'; OM' est en grandeur et en direction la valeur de la tension sur l'élément. En la projetant sur la normale en ON et sur la direction de l'élément en OT, on aura en grandeur et en direction les deux composantes qui agissent sur l'élément.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La courbe lieu du point N est en coordonnées polaires, ν et φ.

$$\nu = \nu_3 \cos^2\varphi \tag{1}$$

en prenant OZ pour origine et en comptant les angles dans le sens de marche des aiguilles d'une montre. On peut remarquer qu'elle est tout entière intérieure au cercle $\nu = \nu_3 \cos\varphi$.

Quant à la courbe, lieu du point T, la longueur de OT $= \tau$ est donnée par

$$\tau = \nu_3 \cos\varphi \sin\varphi \tag{2}$$

en prenant la direction des x négatifs pour origine des angles φ.

Il n'y a à considérer que les valeurs de φ satisfaisant à

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{2}.$$

La plus grande valeur de la force tangentielle est $\frac{\nu_3}{2}$ et se produit pour $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

Pour $\nu_3 < 0$, on a la figure ci-après.

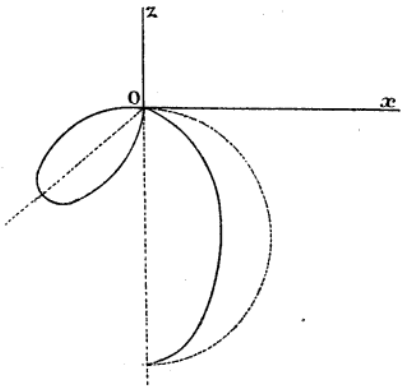


Fig. 25.

Les formules

$$\nu = \nu_3 \cos^2\varphi \qquad \tau = \nu_3 \sin\varphi \cos\varphi$$

ou

$$\nu = \frac{\nu_3}{2}(1 + \cos 2\varphi) \qquad \nu = \frac{\nu_3}{2}\sin 2\varphi,$$

quel que soit le signe de ν_3, représenteront en grandeur et en direction tous les efforts normaux ou tangentiels que produisent les forces extérieures sur la surface de l'élément, si l'on convient de prendre :

1° Pour φ, le plus petit angle positif qu'il faut faire décrire à la normale à l'élément, dirigée vers l'extérieur de la masse considérée, pour l'appliquer sur la direction dans laquelle la force est comptée positive $\left(\varphi < \frac{\pi}{2}\right)$.

2° Pour sens positif de ν_3, la direction dirigée vers l'extérieur de la masse (tensions).

3° Pour sens positif de τ, la direction de la projection du *sens positif* de la force principale sur l'élément.

TENSIONS PRINCIPALES QUELCONQUES

(Étude limitée à des plans passant par l'un des axes principaux.)

IX. Un ellipsoïde d'élasticité correspondant à des tensions principales ν_1, ν_2, ν_3, peut toujours être considéré comme le résultat de la superposition d'un nombre quelconque d'ellip-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

soïdes d'élasticité agissant simultanément et correspondant à des tensions principales $\nu'_1, \nu'_2, \nu'_3, \nu''_1, \nu''_2, \nu''_3 \ldots$ dirigées :

ν'_1, ν''_1 ..... dans le même sens que ν_1
ν'_2, ν''_2 ..... — ν_2
ν'_3, ν''_3 ..... — ν_3

et telles que

$$\nu_1 = \nu'_1 + \nu''_1 + \ldots\ldots$$
$$\nu_2 = \nu'_2 + \nu''_2 + \ldots\ldots$$
$$\nu_3 = \nu'_3 + \nu''_3 + \ldots\ldots$$

En effet, on aura des efforts égaux et dirigés dans le même sens sur chacun des éléments qu'on peut imaginer au centre de l'ellipsoïde.

Nota. — Les déductions précédentes sont indépendantes de toute hypothèse, donc rigoureuses et absolument générales.

X. Soit ν_2 dirigé suivant Oy l'axe par lequel passent les plans. Quel que soit ν_2, les efforts ne seront pas modifiés dans ces plans, car les formules du VIII appliquées à ν_2 donnent des efforts nuls sur ces plans.

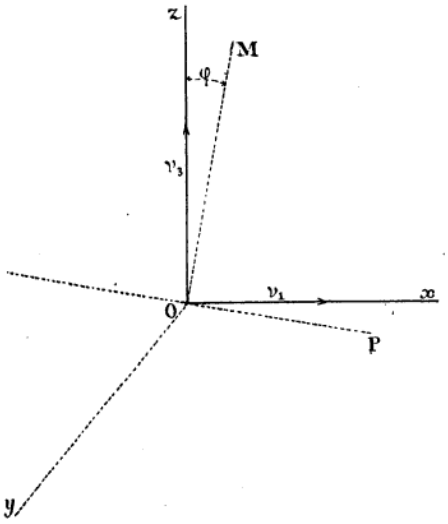


Fig. 26.

Soit OP la trace du plan sur xOz, OM la normale au plan, elle est contenue dans le plan zOx. Définissons les angles φ et les sens avec les mêmes conventions par rapport à Oz qu'au VIII.

On a :

$$\nu = \nu_3 \cos^2\varphi + \nu_1 \sin^2\varphi$$
$$\tau = (\nu_3 - \nu_1) \sin\varphi \cos\varphi.$$

En tenant compte des relations générales

$$\sin\varphi\cos\varphi = \frac{1}{2}\sin 2\varphi$$

$$\cos^2\varphi = \frac{1}{2}(\cos 2\varphi + 1)$$

$$\sin^2\varphi = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\varphi).$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On peut écrire

$$\nu = \frac{\nu_3 + \nu_1}{2} + \frac{\nu_3 - \nu_1}{2}\cos 2\varphi$$

$$\tau = \frac{\nu_3 - \nu_1}{2}\sin 2\varphi.$$

XI. On peut résoudre par les constructions suivantes les problèmes concernant les relations des efforts sur tous les plans passant par une même direction principale Oy, soient Oz et Ox les deux autres directions principales et soit OZ celle de la plus grande des deux tensions, de telle façon que l'on ait $\nu_3 > \nu_1$.

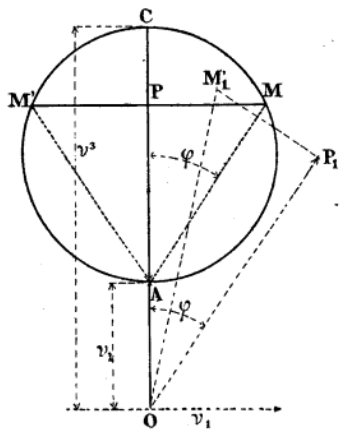


Fig. 27.

Je porte à partir d'un point O et suivant la direction de la tension ν_3 les deux tensions ν_3 et ν_1. Je décris un cercle sur AC comme diamètre. Par le point A, je mène une droite AM faisant un angle φ avec OC, et du point M j'abaisse une perpendiculaire MP sur OC, que je prolonge à la rencontre du cercle en M'; je dis que OP *sera la valeur de la tension normale suivant la direction faisant l'angle* φ *avec la force* ν_3, *et* PM' *celle de la force tangentielle,* de telle sorte qu'en faisant tourner la figure OPM' de l'angle φ, j'aurai en *grandeur*, *direction* et *sens* en $OP_1M'_1$ les efforts sur l'élément dont la normale fait l'angle φ avec OC.

Remarquons en effet que la force principale ν_2 ne modifie pas les efforts dans les plans qui lui sont parallèles, que par suite, pour le calcul de ces efforts, on peut remplacer l'ellipsoïde dont les tensions principales sont ν_1, ν_2, ν_3 par l'ellipsoïde réduit à une droite $\nu_3 - \nu_1$ et une sphère dont les trois axes sont ν_1. La sphère donne des efforts ν_1 égaux, normaux à tous les plans. La droite $\nu_3 - \nu_1 = AC$ donne deux efforts dont la résultante dirigée suivant AC est AC cos φ, l'effort normal à l'élément étant AC $\cos^2\varphi$ et l'effort tangentiel AC cos φ sin φ.

Si l'on fait tourner cette résultante AC cos φ d'un angle $-\varphi$, elle viendra se placer en M'A, sur un cercle décrit sur AC comme diamètre, et ses deux composantes se placeront en M'P et PA. Ajoutées à ν_1, elles donneront les efforts résultant de ν_1, ν_2, ν_3; M'P et PO. Il suffira de faire tourner cette figure de l'angle $+\varphi$ pour la ramener dans sa vraie position.

XII. Si l'on donne la direction de deux éléments passant par la direction principale ν_2 et les efforts qu'ils subissent, on peut déterminer les efforts principaux ν_1 et ν_3 et leurs directions. Pour cela nous faisons tourner les éléments et les forces appliquées de façon que les normales aux éléments dirigés vers l'extérieur arrivent à avoir le même sens OC vers le haut.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Puis nous portons à partir d'un point O les efforts normaux avec leur sens; et à partir de leurs extrémités en PM′ et RS′ les forces tangentielles dans leur sens.

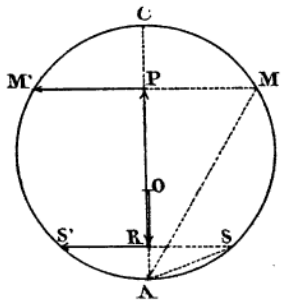


Fig. 28.

(Si la deuxième force normale est une compression, elle sera donc tournée vers le bas, cas de la figure.) Je trace un cercle ayant son centre sur PR et passant par M′ et S′.

OA et OC seront les deux axes ν_3 et ν_1 (ici ν_1 est une compression dirigée vers le bas); AM et AS sont les deux directions des efforts normaux donnés si OC est celle de ν_3. Il suffit donc de faire coïncider AM et AS avec les directions des forces données pour avoir placé la ligne AC dans la direction de ν_3; ν_1 est dans la direction perpendiculaire.

On remarquera que MAS est l'angle des deux directions données. Cet angle est donc déterminé *quand les forces sont données* sans leurs directions. Les données du problème ne sont donc pas indépendantes.

Il suffit de donner un élément, les forces qui le sollicitent en grandeur et en direction et les forces qui en sollicitent un deuxième sans donner sa direction;

Ou deux éléments, en grandeur et en direction deux des forces normales et tangentielles qui sollicitent l'un, et l'une seulement des forces qui sollicitent l'autre. Dans ce cas, on résout ce problème, M′P et PO étant les forces données, en remarquant que l'angle MOS ayant pour mesure l'arc SM est double de l'angle donné MAS.

N. B. — Si, comme dans le calcul des poutres, on connaît en un point sur le plan vertical l'effort normal et l'effort tangentiel (effort tranchant) et sur le plan horizontal l'effort réduit à un effort tangentiel (effort de glissement),

1° On est dans le cas de la dernière figure. C'est seulement avec des efforts principaux de signe contraire que l'on a sur un élément un effort tangentiel seul; il n'y a aucune direction dans ce cas avec l'avant-dernière figure.

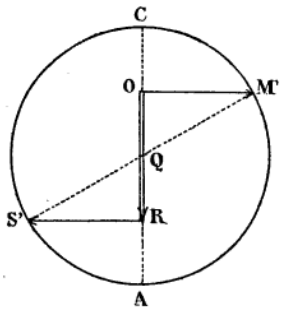


Fig 29.

2° Les deux efforts tangentiels S′R, OM′, se placent en sens contraire dans la figure (comme aboutissant à une même arête ou s'en éloignant tous deux. Le centre Q est au milieu du segment OR.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les axes ont pour valeur :

$$OC = \nu_3 = CQ - OQ \qquad CQ = QM' - \sqrt{\overline{OQ}^2 + \overline{OM'}^2} = \sqrt{\frac{\nu^2}{4} + \tau^2}$$

$$OQ = -\frac{\nu}{2} \qquad OA = \nu_1 = \frac{1}{2}\left(\nu - \sqrt{\nu^2 + 4\tau^2}\right) \qquad OC = \frac{1}{2}\left(\nu + \sqrt{\nu^2 + 4\tau^2}\right)$$

Leur somme est ν et leur différence est $\sqrt{\nu^2 + 4\tau^2}$

ANNEXE III

M. Flamant, inspecteur général des Ponts et Chaussées, a donné (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1893) la solution du problème d'élasticité suivant :

Un solide indéfini est limité à un plan horizontal et à deux plans verticaux; ses éléments ne sont susceptibles que de mouvements parallèles à ces deux plans verticaux. Il est chargé uniformément suivant une droite oy du plan horizontal, droite perpendiculaire à un des plans latéraux.

Cette solution convient, en remplaçant les premiers coefficients d'élasticité par d'autres, au cas où les éléments sont libres de se déplacer en tous sens, pourvu que le solide reste mince.

Dans la solution de M. Flamant, chaque élément du corps est en effet soumis suivant les directions principales ox, oy, oz, à des tensions

$$0 \qquad -\nu_1\eta_1 \qquad -\nu_1$$

η_1, coefficient de contraction latérale.

et par suite subit dans ces mêmes directions les allongements

$$\nu_1\frac{\eta_1 + \eta_1^2}{\varepsilon} \qquad 0 \qquad -\nu_1\frac{1 - \eta_1^2}{\varepsilon}.$$

Si je considère le même élément soumis à un système de forces principales

$$0 \qquad 0 \qquad -\nu_1$$

et pris dans une autre substance dont les coefficients soient tels que les déformations parallèles au plan x, oy, soient les mêmes, c'est-à-dire que

$$\nu_1\frac{\eta_1'}{\varepsilon'} = \nu_1\frac{\eta_1 + \eta_1^2}{\varepsilon} \qquad \nu_1\frac{\eta_1'}{\varepsilon'} \qquad -\frac{\nu'}{\varepsilon'} = -\nu_1\frac{1 + \eta_1^2}{\varepsilon}$$

les déplacements u et w seront les mêmes, les déplacements v seuls changeront. De telle sorte que l'on aura

$$u = u' \qquad v = 0 \qquad w = w'$$

$$\frac{dv'}{dy} = \nu_1\frac{\eta_1'}{\varepsilon'}$$

Les expressions qui donnent u et w en fonction de ν, et des coefficients d'élasticité λ et μ conviendront pour les déplacements dans les deux cas. En y remplaçant λ et μ par leurs valeurs en fonction de λ' et μ', on aura les relations entre u', v' et λ', μ' qui seront les solutions du nouveau problème.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On voit immédiatement en particulier que les efforts ν_x, ν_y et τ, parallèles à deux axes fixes, déterminés par M. Flamant, qui sont indépendants de λ et μ, ne changeront pas.

De l'expression à laquelle M. Flamant est parvenu à la fin de son mémoire (p. 260), on tire immédiatement les conclusions suivantes :

Les surfaces isostatiques ou surfaces tangentes aux plans principaux sont des plans passant par la droite qui supporte la charge et des cylindres de révolution autour de cette droite. Les ellipsoïdes des efforts sont tous réduits à une droite dont le prolongement passe par la droite suivant laquelle est appliquée la charge. La valeur de la tension principale est en M

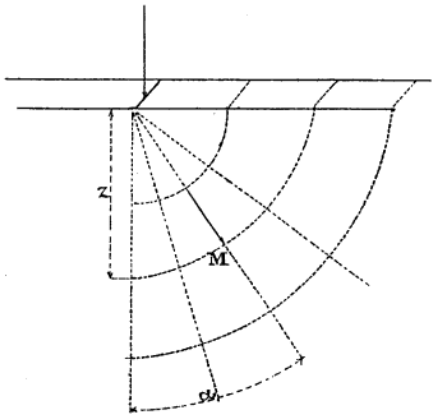


Fig. 30.

$$\nu_1 = -\frac{2P}{\pi e r}\cos\alpha.$$

P, poids appliqué :
$\pi = 3{,}1415\ldots$;
e, épaisseur de la lame de verre ;
r, distance du point à la droite sur laquelle est appuyée la charge :
α, angle avec la verticale.

Les efforts varient donc en raison inverse de la distance. Les tubes formés par les surfaces isostatiques sont de véritables tubes de force, dans le sens de la physique. Une portion de surface quelconque coupant un de ces tubes supporte une pression totale constante.

Pour que la pression principale soit constante (ou la différence des pressions principales, puisque deux sur trois sont nulles), il suffit que

$$\frac{\cos\alpha}{r} = \text{C}^{\text{te}}.$$

Cela a lieu pour le cercle décrit sur ON comme diamètre, MN étant perpendiculaire à OM.

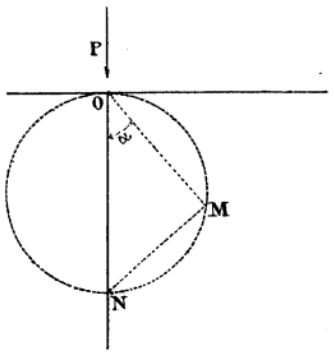


Fig. 31.

Car on a

$$\text{ON}\cos\alpha = r.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Donc la différence des pressions principales sera constante suivant des cylindres droits circulaires ayant pour base des cercles décrits sur des portions quelconques de la verticale ON comme diamètre.

Les diamètres des cylindres dans lesquels la pression croîtra comme les nombres 1, 2, 3.... etc., seront entre eux comme les inverses de ces nombres $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}$.

ANNEXE IV

Fresnel a montré que le verre soumis à la compression devient biréfringent et que tout se passe comme si les vibrations lumineuses reçues se décomposaient en leurs projections suivant les plans principaux et se propageaient dans ces plans avec deux vitesses différentes.

Soit un rayon incident normal au plan de la figure et polarisé de manière à vibrer dans la direction OC avec une amplitude OC. Soient OA, OB, les deux plans principaux du verre soumis à un effort, OA′ et OB′ sont les amplitudes des deux vibrations transmises. Si l'on place un analyseur ne laissant passer que les vibrations dans la direction OD perpendiculaire à OC, les vibrations transmises auront des amplitudes $OB'' = OC \sin\varphi \cos\varphi$ et $OA'' = OC \sin\varphi \cos\varphi$. Elles seraient à chaque instant de sens contraire si elles n'avaient pas une différence de phase due à l'inégalité de vitesse de propagation suivant OB et OA.

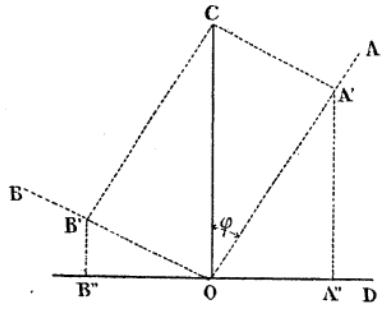


Fig. 32.

Un rayon de longueur d'onde l sera éteint, toutes les fois que la différence de marche sera $0, l, 2l, 3l....$ Avec la lumière blanche on aura donc les couleurs des anneaux de Newton; mais la différence de marche correspondant à une couleur sera double de l'épaisseur donnée par Newton.

Wertheim, en opérant par traction ou compression uniforme dans une direction unique (*Annales de physique*, 1851), a prouvé expérimentalement que la différence de marche est proportionnelle à l'épaisseur du verre traversé et à très peu près à l'effort. La différence de marche produite par une compression est inverse de la différence de marche produite par une tension.

Il a trouvé que ce qu'il appelle le coefficient d'élasticité optique est pour le verre en kilogrammes par millimètres carrés environ 30 000. De telle sorte que par millimètre d'épaisseur on a une différence de marche égale à

$$\frac{v}{50000} \qquad v \text{ tension en } kg : mm^2.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Si le verre est comprimé également dans deux directions perpendiculaires au rayon, il reste monoréfringent.

De là on tire les conclusions suivantes. Une lame de verre soumise à des efforts parallèles à sa surface étant placée entre un polariseur et un analyseur croisés à angle droit :

I. *Si l'on fait traverser le système par de la lumière blanche, cette lumière donnera en chaque point une coloration qui dépendra de la différence des efforts principaux en ce point.*

II. *Toute la lumière sera éteinte dans les points où les efforts principaux sont parallèles au plan de polarisation de l'analyseur ou du polariseur.*

Il est donc possible de vérifier les formules d'élasticité et en particulier les conséquences du principe de la superposition des effets de forces.

On peut d'ailleurs faire des études beaucoup plus précises en adjoignant à l'appareil précédent un compensateur Jamin, qui permet d'étudier avec une haute précision la lumière elliptique qui sort du verre soumis à des efforts.

ANNEXE V

FLEXION D'UNE POUTRE RECTANGULAIRE CHARGÉE D'UN POIDS UNIQUE EN SON MILIEU

On admet dans la plupart des traités de résistance des matériaux qu'une section plane reste plane, et l'on fait observer que cette hypothèse est inconciliable avec l'existence de l'effort tranchant qui nécessite une déformation par glissement de la section. Dans le cas particulier que nous envisageons, les efforts tranchants sont constants dans chaque moitié de poutre. Toutes les sections d'une même moitié de poutre doivent donc être déformées de la même manière en une sorte de S se retournant normalement aux surfaces inférieures et supérieures. Cette déformation est fortement exagérée dans la figure ci-contre.

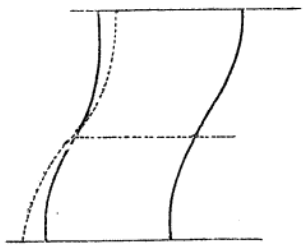


Fig. 33.

Les sections ayant la même forme, les formules de l'allongement proportionnel à la distance à la fibre moyenne s'appliquent, bien que les sections ne soient plus planes.

Si l'on admet sur les deux faces extrêmes d'un même tronçon une répartition des efforts tangentiels suivant la loi parabolique qu'entraîne l'hypothèse des tensions proportionnelles à la distance à la fibre neutre, on a satisfait toutes les conditions de l'équilibre élémentaire dans chaque tronçon.

En résumé, les formules de la résistance des matériaux correspondent aux formules de l'équilibre élastique d'un tronçon de poutre, qui serait soumis à ses extrémités à des moments égaux à ceux que donnent les poids dont il est chargé et à des charges et réactions verticales réparties dans la hauteur suivant une loi parabolique.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il faut reconnaître que deux tronçons successifs ne pourraient se raccorder, les déformations en S des deux plans extrêmes n'étant pas superposables.



Fig. 34.

Toutefois, les formules d'élasticité indiquent qu'à une distance assez faible des points qui subissent les effets directs des forces, quelle qu'en soit la répartition, les formules s'appliquent, notamment la loi de la répartition linéaire des efforts. (Traduction de l'*Élasticité* de Clebsch, par MM. Saint-Venant et Flamant, t. I, p. 134. Boussinesq : Application des potentiels.) Pourvu que la résultante reste la même, les efforts restent les mêmes.

La solution doit donc s'appliquer dans tous les cas aux portions de poutre quelque peu distantes des points d'application des charges et des réactions.

La solution donnée par les procédés de la résistance des matériaux conduit à supposer les efforts normaux aux sections verticales, maxima dans le plan supérieur et le plan inférieur de la poutre, nuls dans le plan moyen, d'où le nom de fibre neutre.

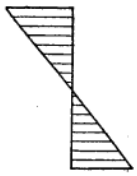


Fig. 35.

Mais il faut bien observer que cette fibre neutre est le *lieu des efforts de glissement maxima*, tant suivant le plan horizontal que le plan vertical. L'effort tranchant est réparti suivant une loi parabolique (figure ci-contre).

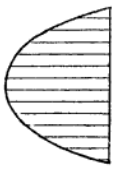


Fig. 36.

Un élément qui est soumis à deux efforts de glissements égaux dans deux plans rectangulaires est un élément qui subit deux extensions et compressions égales à ce glissement dans deux plans inclinés à 45° sur les précédents. (L'ellipsoïde des efforts est un cercle, et la surface directrice une double hyperbole équilatère.)

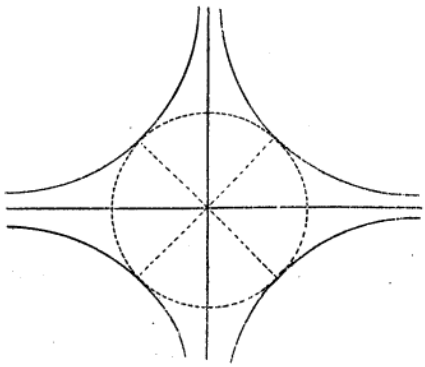


Fig. 37

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les directions des efforts principaux sont donc à 45° et ils peuvent atteindre des valeurs égales et même supérieures à celles des efforts de tension qui se produisent le long des surfaces inférieures et supérieures de la poutre.

Les efforts principaux et leur direction en chaque point sont faciles à calculer. (Voir Annexe II, fin.) La différence de ces efforts est d'après les formules

$$\sqrt{v^2 + 4\tau^2}.$$

En remplaçant v et τ par leur valeur et en égalant cette expression à une constante, on aurait l'équation des courbes colorées qui passent par chaque point.

Nous ne ferons pas ce calcul, nous nous contenterons seulement de remarquer que l'effort tranchant dans la fibre neutre a pour valeur

$$\frac{3}{2}\frac{P}{bc}$$

pour une poutre de section $b \times c$ (*Constructions métalliques*, Résal, p. 158).

Par suite, la différence des efforts principaux dans la fibre neutre est $\frac{3P}{bc}$

et l'effort d'extension ou de compression dû au moment fléchissant a pour valeur

$$\frac{3Px}{bc^2},$$

c étant la hauteur de la poutre, x la distance à l'extrémité.

On a égalité de coloration sur la fibre neutre et les bases de la poutre dans la section distante de l'extrémité de $x = c$.

ANNEXE VI

CONSÉQUENCES RELATIVES A LA FLEXION

Ce que nous avons indiqué permet en passant par la courbe réelle de traction de construire la courbe d'enregistreur à la compression au moyen de la courbe d'enregistreur à la traction. On peut simplifier et passer seulement par les courbes conventionnelles en suivant la marche ci-après.

Si l'on part d'un même état initial, l'allongement λ'_1 et le raccourcissement λ'_2, correspondant à une même *limite élastique* (en supposant $\gamma = 1$) sont liés par la relation

$$(1 + \lambda'_1)(1 - \lambda'_2) = 1.$$

En prenant dans la figure ci-jointe, qui correspond à un acier doux, $OA' = OA$ et joignant le point R, abscisse λ'_1, au point A' on détermine sur oy un segment égal à λ'_2 qu'il suffit de reporter en OR_1. En effet, en menant par A' une horizontale jusqu'à oy on aurait déterminé un triangle rectangle ayant pour côtés de l'angle droit 1 et $1 - \lambda'_2$, ce triangle semblable au triangle AA'R qui a pour côtés de l'angle droit $1 + \lambda'_1$ et 1, aurait donné

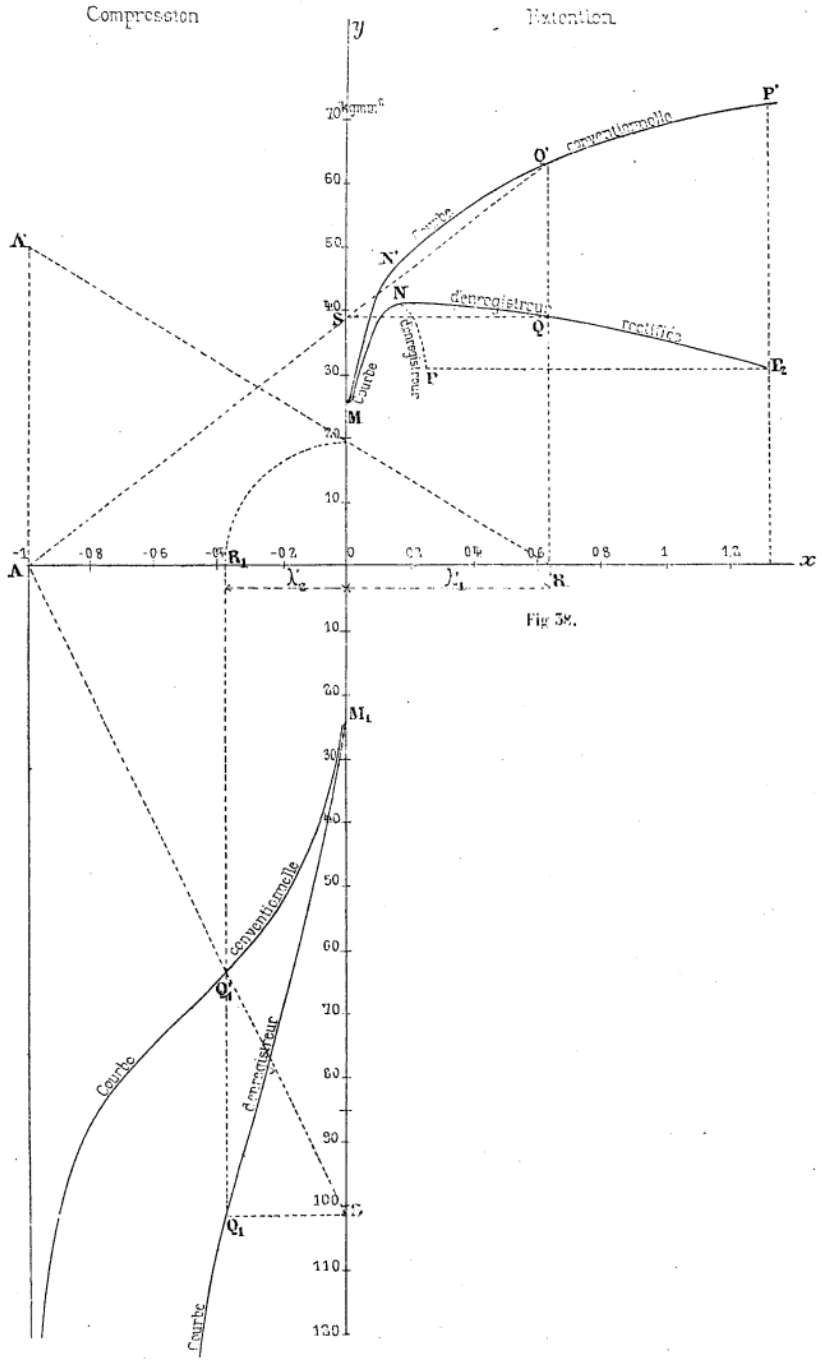
$$\frac{1}{1 - \lambda'_2} = \frac{1 + \lambda'_1}{1}$$

qui est identique à la relation précédente.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

D'autre part, les *limites élastiques* sont les ordonnées des courbes conventionnelles.

Il suffit donc de passer de la courbe d'enregistreur à la traction, rectifiée au préalable, si on veut, en répartissant l'allongement de striction sur toute la longueur, à la courbe



conventionnelle de traction. Avec la courbe conventionnelle de traction on construit, par transformation des abscisses, la courbe conventionnelle de compression et, au moyen de celle-ci, la courbe d'enregistreur à la compression par le procédé indiqué au chapitre I.

On obtient au moyen de ces courbes la résistance à la flexion, il suffit de faire les remarques suivantes :

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La surface OMNQR comprise entre la courbe d'enregistreur à la traction, l'axe des x et une ordonnée QR est égale à la surface $OM_1Q_1R_1$ comprise entre la courbe d'enregistreur à la compression, l'axe des x et l'ordonnée Q_1R_1 correspondant à la même limite d'élasticité. En effet, ces surfaces représentent chacune le travail d'écrouissage. On s'est arrêté au même écrouissage de part et d'autre, donc puisque l'écrouissage est une fonction de la valeur du travail dépensé sur le corps, ces surfaces sont égales.

On peut également le vérifier comme il suit. Soit y une ordonnée de la courbe conventionnelle de traction,

$$\frac{y}{1+\lambda_1}\,d\lambda_1$$

est la surface d'un rectangle élémentaire compris entre deux ordonnées de la courbe d'enregistreur à la traction. Le rectangle élémentaire correspondant dans la courbe d'enregistreur à la compression est

$$\frac{y}{1-\lambda'_2}\,d\lambda'_2.$$

En différenciant $$(1+\lambda'_1)(1-\lambda'_2)=1$$

il vient $$\frac{d\lambda'_2}{1-\lambda'_2}=\frac{d\lambda'_1}{1+\lambda'_1},$$

d'où $$\frac{y}{1-\lambda'^2}\,d\lambda'_2=\frac{y}{1+\lambda'_1}\,d\lambda'_1.$$

ces rectangles sont donc égaux, donc aussi leurs sommes.

Un élément quelconque de la section atteint successivement les résistances qui sont données par la courbe d'enregistreur en fonction des allongements subis. Si conformément aux données expérimentales, on admet que les sections planes restent planes pendant la déformation, les allongements sont proportionnels à la distance à l'axe neutre. En particulier dans un barreau rectangulaire de 1 millimètre de largeur, si l'allongement maximum était OR et la hauteur de la partie étendue de la section considérée égale à OR, la surface OMNQR serait égale à la résultante des extensions. Cette même section, à cause de la loi linéaire admise pour les allongements à une distance OR_1 de la fibre neutre subirait un effort de compression OR_1; si elle était limitée à une distance OR_1 de la fibre neutre, elle subirait un effort total de compression représenté par $OM_1Q_1R_1$.

La résultante de compression étant égale à la résultante d'extension on a la solution du problème de la flexion du barreau rectangulaire dans le cas où l'extension maxima atteint la valeur OR et où la hauteur est RR_1.

Si la largeur du barreau est a, la hauteur h, pour avoir les efforts il faut multiplier les surfaces par

$$a\,\frac{h}{RR_1}.$$

Pour avoir le moment résistant, il faut multiplier le moment de la surface par

$$a\left(\frac{h}{RR_1}\right)^2.$$

La position de la fibre neutre est à une fraction de la hauteur du barreau, à partir de la surface la plus étendue, égale à

$$\frac{\lambda'_1}{\lambda'_2+\lambda'_1}=\frac{\lambda'_1}{\frac{\lambda'_1}{1+\lambda'_1}+\lambda'_1}$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

en remplaçant λ'_2 par sa valeur en fonction de λ'_1

$$\frac{\lambda'_1}{\lambda'_2+\lambda'_1}=\frac{1+\lambda'_1}{2+\lambda'_1}.$$

Donc, quand l'allongement permanent est nul, elle est au milieu de la hauteur du barreau et elle s'approche de la surface la plus comprimée à mesure que λ'_1 augmente. En particulier pour un allongement 1,3, sensiblement égal à celui de rupture de l'acier considéré, elle est à une fraction de la hauteur égale à

$$\frac{1+1,3}{2+1,3}=0,7.$$

Ce déplacement ne dépend que de la grandeur de l'allongement permanent, non de la forme de la courbe de traction. *Il est donc le même pour tous les métaux pour lesquels* $\chi=1$.

On peut construire les moments résistants par intégrations graphiques. Si l'on avait à un certain moment des valeurs décroissantes, il y aurait localisation des déformations.

Ces intégrations donnent, dans le cas qui nous occupe, une expression du moment de rupture assez voisine de deux fois et demie ce qu'on obtiendrait en portant dans la formule usuelle du moment de flexion la plus grande résistance donnée par la courbe d'enregistreur à la traction. Ce résultat est très voisin de celui qu'indique M. Considère, 2,43 (*Ann. des Ponts et Chaussées*, 1880, I, p. 627). On conçoit facilement qu'il en soit ainsi, les surfaces comprises sous les courbes sont plus grandes que les triangles qui représentent les efforts de traction de la formule usuelle, il n'est pas étonnant que leur moment soit notablement plus grand.

N. B. — Cette analyse n'est qu'approximative. Quand le déplacement de la fibre neutre est notable, les points voisins de cette fibre ont une résistance supérieure à celle que donne le calcul ci-dessus. Ainsi du côté étendu ils ont été écrouis par compression avant de l'être par extension.

MESNAGER.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

IV

CONDUITE RATIONNELLE

DES

ESSAIS DE MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION

D'APRÈS LES LOIS DU MÉCANISME DES ACTIONS MOLÉCULAIRES

ET DU FROTTEMENT A L'INTÉRIEUR DES CORPS

COMMUNICATION

Présentée par M. A. REJTO

PROFESSEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE BUDAPEST

INTRODUCTION

Les propriétés caractéristiques les plus importantes des matériaux de construction sont : l'*élasticité*, la *dureté*, la *ténacité* et la *malléabilité*.

Avec les méthodes d'essais usitées jusqu'à présent, on ne peut déterminer exactement que l'*élasticité*, et seule cette propriété peutêtre exprimée en chiffres. Mais comme, en ce qui concerne les autres propriétés précédemment citées, on a besoin non seulement des graduations employées jusqu'à présent, mais encore de leurs exactes valeurs numériques, et puisque ces dernières peuvent être déterminées à l'aide des essais de traction, de compression et de cisaillement, quand on se conforme aux exigences de la loi de transmission des forces et du frottement interne, — je vais, dans ce qui suit, communiquer les exigences de ces lois. Ces lois sont déjà connues, par mon rapport tenu à Stockholm en 1897, au congrès de l'association internationale pour l'essai des matériaux.

Pour pouvoir procéder systématiquement, je considère tout d'abord les règles à observer quant à la forme des pièces d'essai et à l'exécution des essais, et je passerai ensuite à la détermination des propriétés caractéristiques.

Pour éviter tout malentendu, je ferai remarquer de nouveau que je ne m'occuperai pas de la détermination de l'élasticité, car cette propriété peut être exactement calculée à l'aide des méthodes usitées jusqu'ici.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

I

RÈGLES RELATIVES A LA FORME DES PIÈCES D'ESSAI ET A L'EXÉCUTION DE CES ESSAIS

A. — FORME DES PIÈCES D'ESSAI

1. TRACTION

On peut déduire la forme de la pièce d'essai à l'aide de la loi de la transmission des forces. *D'après la loi générale de la transmission des forces*[1], *l'action de la force extérieure suit partout la direction de ces lignes d'action,* qui forment avec la force extérieure l'angle β pour la traction et l'angle α pour la compression. Or, dans les corps incompressibles, l'avancement des points d'application de la force extérieure produit toujours la déformation de la surface latérale; et, parce que le mouvement des parties des surfaces latérales trouve la moindre résistance dans ses plans, qui sont dirigés normalement sur ces surfaces latérales, il s'ensuit *que l'action de la force extérieure n'a lieu que suivant la direction de ces lignes d'action, qui se trouvent dans les plans dirigés parallèlement à la direction de la force extérieure et normalement sur la surface latérale.* L'action de la force extérieure s'étend dans la direction d'action jusqu'à la surface latérale, mais dans les cas où l'outil *se trouve* dans cette direction, cette action ne s'étend que jusqu'à l'outil, c'est-à-dire jusqu'au point d'application de la réaction. — Les lignes d'action forment le réseau de la transmission des forces et démontrent le mode d'efforts, auquel la pièce d'essai est soumise.

Le réseau de la transmission des forces n'est qu'une image théorique de la transmission des forces; par contre, les lignes de force des surfaces[2] donnent une preuve réelle du genre d'efforts supporté par la pièce, c'est pourquoi ces lignes de force renferment dans beaucoup de cas une preuve plus facilement concevable.

Pour des essais de traction on n'emploie le plus souvent que des pièces d'essai de forme d'un cylindre circulaire droit ou d'un prisme rectangulaire, et c'est pourquoi nous nous occuperons seulement de ces deux formes.

a. Considérons tout d'abord les pièces de forme cylindrique.

Pour pouvoir tracer le réseau de transmission de force dans le cas d'un cylindre circulaire, on n'a besoin que de sa section axiale car celle-ci est dirigée parallèlement à la force extérieure et normalement sur la surface latérale. La transmission de forces est semblable dans chaque plan normal suivant la figure 1, d'où il ressort que, pour les pièces d'essai cylindriques, il ne faut considérer qu'un réseau de la transmission des forces.

La figure 1 démontre que *les parties qui sont également éloignées de l'axe du cylindre, soit par exemple celles de toute la surface latérale, supportent le même effort.* L'égalité des efforts supportés est aussi prouvée par les lignes de force de la surface, attendu que les spirales sont toutes de la même inclinaison ainsi que le démontre la figure 2.

D'après le réseau de transmission de forces, on peut voir que les lignes d'action partant des points d'application de la force extérieure divisent la barre en parties égales supportant le même effort, et que chacune d'elles est égale à $d \operatorname{cotg} \beta$; si donc la longueur de la barre est divisible par $d \operatorname{cotg} \beta$, la barre sera soumise au même effort sur toute sa longueur, comme le démontre la figure 3. Si au contraire la longueur de la barre n'est pas divisible par $d \operatorname{cotg} \beta$, nous voyons que la partie du milieu de la barre ne supporte pas le même effort que celui auquel les autres parties sont soumises comme les figures 4 et 5 le démontrent. Cette irrégularité est la cause d'une faute qui est d'autant plus grande, que la barre est courte, ou que

1. Voir *Les matériaux de construction* (*Baumaterialienkunde*), nos 15-18, 2e année : « Sur le frottement dans l'intérieur des corps solides considéré comme propriété absolue, et sur les formules des diagrammes de traction et de pression qui s'en déduisent ».

2. Voir *Les matériaux de construction* (*Baumaterialienkunde*), nos 6, 3e année, et 4-5, 4e année : « De la formation des lignes de force à la surface des corps soumis à des efforts ».
Martens, *Baumaterialienkunde*, I, p. 108
Et L. Hartmann, « Distributions des déformations dans les métaux soumis à des efforts », 1896.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

le nombre des parties ($d \operatorname{cotg} \beta$) supportant le même effort est petit. *Dans le cas où le nombre des parties égales à* $d \operatorname{cotg} \beta$ *est le même, la proportion de l'irrégularité est aussi la même.*

Pour diminuer autant que possible l'influence de cette irrégularité, il faut augmenter le nombre des parties $d \operatorname{cotg} \beta$.

Mais comme la préparation des barres d'essai occasionne des difficultés quand la longueur atteint une dimension supérieure à 16 fois le diamètre, la longueur totale ne peut être que de 16 fois le diamètre et par conséquent la longueur utile, que l'on peut prendre en considération au cours des essais, seulement de 10 à 12 fois le diamètre.

Pour conserver autant que possible la grandeur de l'irrégularité constante, après qu'elle a été réduite le plus possible, il est indiqué pour les essais de traction de toujours choisir, comme longueur utile, une longueur égale à 10-12 *fois le diamètre*[1].

b. Considérons maintenant une barre prismatique.

Les prismes rectangulaires ont deux sortes de plans parallèles à la direction de la force extérieure et normaux sur les surfaces latérales : ceux qui sont dirigés normalement dans le sens de l'épaisseur et ceux qui sont dirigés dans le sens de la largeur; il s'ensuit que ces deux plans normaux donnent naissance à deux réseaux différents de transmission de force.

Que dans le cas d'un prisme il se produit effectivement deux réseaux de lignes de forces, cela est également prouvé par les lignes de force des surfaces latérales, attendu que celles-ci apparaissent sur le côté étroit aussi bien que sur le côté large et que, dans les deux cas, elles sont rectilignes, comme la figure 6 le démontre.

Les réseaux de transmission de forces des prismes possèdent par cela des charpentes qui correspondent respectivement à l'épaisseur ou à la largeur des prismes. Ces réseaux ont par conséquent des charpentes différentes, quand l'épaisseur et la largeur des prismes sont différentes, comme le montrent les figures 7-11.

Mais, si la charpente des deux systèmes est différente, leur influence réciproque est également différente.

Les figures 3-5, 7-11, démontrent que la charpente du réseau dépend du rapport de la longueur à la largeur et de celui de la longueur à l'épaisseur, de sorte que *le genre de l'influence ne reste le même que lorsque le rapport de la longueur à la largeur et à l'épaisseur est égal, c'est-à-dire : lorsque les dimensions des prismes sont proportionnelles*[2]. Mais, si l'on veut connaître la grandeur de l'influence, il faut prendre en considération le rapport de la longueur à la largeur et à l'épaisseur. Pour plus de simplicité, il est tout indiqué de choisir comme longueur des barres d'essai prismatiques une longueur égale à celle des barres cylindriques. Bien que la longueur soit la même, il se produit des irrégularités, soit par suite du genre d'efforts auquel la partie du milieu est soumise, soit par suite des actions réciproques des réseaux de transmission de forces.

L'irrégularité de la partie du milieu, ou pour mieux dire, l'influence de la contraction dépend uniquement du rapport de la longueur à la largeur et à l'épaisseur; afin de ne pas avoir cette influence plus grande qu'avec des barres cylindriques, il faudrait choisir le rapport de la longueur à la largeur et à l'épaisseur aussi grand que pour les barres cylindriques, c'est-à-dire il faudrait que l'on ait à la fois :

$$h = (10-12)b$$

et

$$h = (10-12)\delta$$

ce qui ne peut être possible que quand

$$b = \delta.$$

Aussitôt que l'épaisseur est plus petite que la largeur ($\delta < b$), il se produit dans les réseaux de forces de plus petites charpentes et par suite les irrégularités de la partie du milieu seront plus petites parce que $\delta \operatorname{cotg} \beta < b \operatorname{cotg} \beta$. Pour cette raison la diminution de l'épaisseur paraîtrait favorable, mais nous conclurons différemment, si nous considérons l'action réciproque des deux réseaux de forces. Par les figures 7 et 11 nous pouvons voir que les

1. Martens, *Baumaterialienkunde*, I, p. 158, détermine le rapport de la longueur à la racine de la section en prenant $h = 11.5\sqrt{\Delta}$.

2. Fr. Kick, *Das Gesetz der prop. Viederstaude*, 1885. — Martens, *Materialienkunde*, I, p. 151.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

réseaux de forces dans les deux directions ne sont égaux que dans le cas où l'épaisseur est égale à la largeur ($\delta = b$); mais aussitôt que l'épaisseur diminue, le réseau est différent dans cette direction, et puisque les particules de la matière sont sollicitées de suivre les deux réseaux de forces, l'influence réciproque de ceux-ci sera d'autant plus grande que la différence des réseaux est considérable. Pour cette raison il est tout indiqué de choisir

$$\delta = b.$$

L'influence réciproque se produit chez tous les matériaux, chez les matériaux élastiques ou tenaces comme chez les matériaux malléables.

Il faut remarquer en outre que la malléabilité pendant la traction occasionne la striction et par suite, pendant la striction, l'influence réciproque des réseaux.

Nous voyons donc que dans le cas où l'on prend $\delta = b$, la contraction dans la direction de la largeur et de l'épaisseur se dessine de la même façon; mais si $b > \delta$, une plus grande partie de la matière se contractera dans la largeur que dans l'épaisseur parce que dans les réseaux il ne se contracte jamais qu'une partie de la matière, dont la longueur est égale à $b \operatorname{cotg} \beta$, et une autre égale à $\delta \operatorname{cotg} \beta$.

Comme nous l'avons dit, l'influence réciproque se produit aussi chez les matériaux tenaces, à savoir pendant les efforts auxquels sont soumises les pièces, efforts s'étendant jusqu'à la force maximum de traction. En ce qui concerne ces efforts, il faut remarquer que quand $b = \delta$ la largeur et l'épaisseur s'amoindrissent de la même manière; mais aussitôt que la largeur est un multiple de l'épaisseur, $b = \nu\delta$ la déformation dans le sens de la largeur sera toujours plus petite, de sorte que dans le cas, où la largeur est très considérable, par exemple plus de 100 fois plus grande que l'épaisseur, le changement de dimension de la largeur par rapport à celui de l'épaisseur sera très insignifiant. Par conséquent remarquons que chez les matériaux *qui possèdent une petite extensibilité* le changement de dimension de la largeur est presque négligeable et c'est pourquoi dans ce cas nous n'avons à considérer que le réseau de forces de l'épaisseur; par contre, pour les matériaux qui *ont une très grande extensibilité*, comme par exemple le caoutchouc, le changement de dimension de la largeur est encore très perceptible, par conséquent il faut aussi dans ce cas prendre le réseau de forces de la largeur en considération.

De tout ceci il ressort que l'irrégularité n'est pas plus grande chez les prismes que chez les cylindres, que dans le cas où $b = \delta$. Si l'on considère l'hétérogénéité des matériaux, on ne peut pas établir l'influence troublante des réseaux de forces même si $b = (2 - 4)\,\delta$.

Jusqu'ici nous avons discuté les irrégularités se produisant par suite de l'influence réciproque des réseaux de forces; pendant les essais de traction des irrégularités prennent naissance par suite de l'influence causée par les têtes (parties servant à l'ajustage), c'est pourquoi nous discuterons également celles-ci dans la suite. On peut, il est vrai, aussi représenter l'influence des têtes à l'aide des réseaux de transmission de forces [1], mais cependant il est plus simple de la démontrer par les lignes de forces des surfaces, comme on peut le voir par les figures 12-13. La figure 12 montre les lignes de forces d'une barre prismatique soumise à l'effort de traction exercé sur les épaulements des têtes; la figure 13 montre les lignes de forces, quand la barre est fixée au moyen de boulons. Par les deux figures nous voyons que les lignes de forces, près des têtes, par suite de l'influence de ces dernières sont irrégulières, et que ces irrégularités s'étendent à partir des têtes jusqu'à une distance qui est tout au plus 1,5-2 fois la largeur de la barre. Puisque pendant les essais de traction nous ne devons considérer que les parties régulièrement soumises au même effort, il ne nous faut pas prendre en considération l'extension des parties qui de la naissance des têtes s'éloignent de 1,5-2 fois le diamètre, ou pour mieux dire : de 1,5-2 fois la largeur.

A une distance des têtes de 1,5-2 fois *le diamètre, nous devons donc faire les signes qui servent à déterminer la longueur utile, et nous ne devons tenir compte que de l'extension de la longueur utile.*

Il convient de dire encore que ces têtes n'exercent cette *insignifiante* influence précédemment citée, que lorsqu'elles sont symétriquement appliquées, et que l'ajustage est aussi symétrique. Dans ce cas, les lignes de forces entre les deux signes sont régulières, mais, aussitôt que l'ajustage n'a lieu que d'un côté, apparaissent sur la surface de toute la barre

1 Voir Rejtö, *Innere Reibung fester Körper*, Leipzig, Verlag von Arthur Felix, 1897.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

des lignes de forces irrégulières (fig. 14), et elles prouvent que dans des cas semblables l'effort auquel la barre est soumise n'est pas *uniforme*.

Il faut encore remarquer que la couche de métal oxyde, adhérente à la barre, et qui provient du laminage est toujours plus cassante, et c'est pourquoi au cours des essais de matériaux il faut la faire disparaître; si pour une cause quelconque cette opération était impossible, il faudrait faire attention que cette couche soit partout symétrique.

Résumant ce qui a été dit, nous en concluons les règles suivantes :

1° *Les têtes des pièces d'essai doivent être de dimensions égales et de formes symétriques; de plus, la croûte du métal doit être également enlevée, ou au moins symétriquement disposée*;

2° *Pour des barres d'essai cylindriques, les signes doivent être placés à une distance des têtes égale à* 1,5-2 *fois le diamètre; les pièces coniques éventuellement ajoutées doivent être considérées comme têtes, car la masse de ces pièces influe également sur la partie cylindrique. La distance comprise entre les deux signes s'appelle la longueur utile* (h), *qui doit être égale à* (10-12) δ.

3° *Pour les barres d'essai carrées, la longueur utile* (h) *doit être égale à* (10-12) b, *et les signes doivent être éloignés des têtes d'une distance de* (1,5-2) b; *l'épaisseur doit, autant que possible, être égale à la largeur, mais toujours plus qu'un tiers ou un quart de la largeur;*

4° *Pour les essais de tôle ou de corps plats, il faut choisir le rapport* $\frac{b}{\delta}$ *aussi grand que possible* (100-200 *ou davantage*) *quand l'extensibilité de la matière est insignifiante; dans ce cas, pour fixer la place des signes et déterminer la longueur utile, il ne faut prendre en considération que le réseau de forces de l'épaisseur, et par conséquent la largeur peut être égale à la longueur;*

5° *En ce qui concerne les corps plats, dont la matière possède une grande extensibilité, la longueur utile* (h) *doit être égale à* (10-12) b, *et la distance des signes aux têtes* (1,5-2) b.

6° *La barre d'essai doit être ajustée, de façon que la résultante des forces extérieures passe par le plan de symétrie.*

2. COMPRESSION

Pour les essais de compression on n'emploie en général que des pièces d'essai de forme cylindrique.

La répartition des forces peut être, pour ces pièces d'essai, représentée par le réseau de transmission de forces du plan normal, comme le montrent les figures 15-19.

Il ressort de là qu'un simple effort avec une force extérieure ne peut avoir lieu que quand $\delta > \frac{1}{2} d \operatorname{tg} \beta$, c'est-à-dire quand la hauteur est plus grande que la moitié du diamètre multiplié par la $\operatorname{tg} \beta$. Tant que $\delta > \frac{1}{2} d \operatorname{tg} \beta$, les parties qui se trouvent dans le voisinage immédiat des plaques de compression sont rattachées les unes aux autres en forme de cône, et par suite, la matière soumise à l'essai ne peut pas glisser sur les plaques de compression.

Par ces figures, on peut encore voir que les parties du milieu sont irrégulièrement sollicitées, et que par conséquent un effort absolument identique ne peut avoir lieu que pour des corps proportionnels et, enfin, que l'amoindrissement de l'influence de la partie centrale ne peut être atteint que par l'augmentation de la hauteur; mais par ce moyen on expose la pièce au flambement.

Pour éviter le flambement on ne doit pas choisir la hauteur trop grande par rapport au diamètre; mais pour obtenir un effort simple, c'est-à-dire une force extérieure uniformément répartie, il faut pourtant choisir la hauteur assez grande, pour qu'après un changement de forme de 50-60 % elle reste plus grande que la moitié du diamètre actuel multiplié par $\operatorname{tg} \beta$:

$$\delta_1 > \frac{1}{2} d_1 \operatorname{tg} \beta.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On se conforme à cette règle si l'on prend $\delta = (3\text{-}3{,}5)\, d \operatorname{tg} \beta$, par conséquent quand $\delta = (2\text{-}2{,}5)\, d$.

Il faut en outre remarquer que, pour les efforts de compression, les pièces d'essai ne doivent pas être munies de têtes, car elles sont soit inutiles (la force extérieure pouvant agir directement sur les bases), soit nuisibles (tandis qu'elles rendent plus difficile le tracé non influencé des diagrammes de compression).

Quand on emploie des corps prismatiques pour les essais de compression, il faut faire attention que l'influence réciproque des réseaux de forces des deux plans nouveaux soit aussi petite que possible. On y parvient en choisissant la largeur égale à l'épaisseur.

Comme conclusion, nous pouvons donc dire que, pour les essais de compression, les pièces d'essai doivent être employées sans têtes, que les bases doivent être parallèles entre elles, et perpendiculaires à la surface latérale, et enfin que la hauteur doit être respectivement de 2-2,5 *fois le diamètre ou l'épaisseur,* $\delta = (2\text{-}2{,}5)\, d$, *et la largeur des pièces d'essai égale à l'épaisseur.*

B. — MODE D'EXÉCUTION DES ESSAIS

1. TRACTION

Pendant les efforts de traction, la force de traction détermine un changement de forme; mais puisqu'un changement de forme ne peut avoir lieu que quand les particules de la matière reçoivent une accélération relative et quand leur frottement réciproque, c'est-à-dire le frottement interne, peut être surmonté par la force extérieure, nous pouvons dire que, pendant les essais de traction, la force extérieure détermine des particules de la matière et qu'elle surmonte le frottement interne.

La force nécessaire à produire l'accélération dépend de la grandeur de la masse et de l'accélération, tandis que le frottement interne[1] ne dépend que des propriétés caractéristiques des matériaux. Par conséquent, nous obtiendrons par les essais de traction les valeurs de ces propriétés, si nous exécutons ces essais de manière que la quantité de force qui amène l'accélération soit insignifiante par rapport au frottement interne, ce qui ne peut avoir lieu que quand l'effort, auquel la masse est soumise, est effectué *sans aucune secousse*, et quand la vitesse donnée aux particules de la matière est aussi constante et petite que possible. Par suite, nous devons maintenir constante la vitesse de la machine à essayer et réduire cette vitesse autant que la construction de la machine le permet[2].

Dans les machines travaillant avec une garniture de cuir, la vitesse minimum de piston, d'après Martens[3], est de 1-2 millimètres par minute, mais puisque dans les machines travaillant avec des pistons à frottement doux, c'est-à-dire sans garniture de cuir, la vitesse minimum du piston est de 4 millimètres par minute, la vitesse normale maximum admissible de 4 millimètres par minute est donc tout indiquée.

Il faut, en outre, remarquer que la force extérieure change essayant p. e. l'acier pendant l'essai de traction, malgré que la vitesse soit autant que possible maintenue petite et constante, parce que la valeur du frottement interne change.

Mais, puisque le changement de la valeur du frottement interne est caractéristique[4] pour chaque matière, il faut donc connaître exactement ce changement, ce qui peut s'obtenir en adoptant de ces appareils enregistreurs qui dessinent la force comme fonction de l'extension, en supposant toutefois que l'appareil enregistreur indique la force sans être influencé par le frottement nuisible de la machine et que, dans le diagramme de traction, l'extension de la longueur utile soit seule comprise.

Résumant ce qui a été dit précédemment, nous pouvons, relativement à l'exécution des essais de traction, ériger en règles que, *pour les essais de traction, l'effort auquel sont soumis*

1. Voir Rejtö, *Innere Reibung*, Leipzig, Verlag von A. Félix, 1897.
2. Martens, *Baumaterialienkunde*, I, p. 285-286, 288, 295.
3. Martens, *Baumaterialienkunde*, I, p. 295.
4. Voir *Innere Reibung*.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

les matériaux doit s'effectuer sans aucune secousse avec une vitesse constante, vitesse qui ne doit atteindre que tout au plus 4 millimètres par minute, et que *la machine à essayer doit être munie d'appareils enregistreurs qui indiquent la force comme fonction de l'extension de la longueur utile sans être influencés par le frottement nuisible de la machine.*

2. COMPRESSION

Pendant la compression, la force extérieure doit vaincre le frottement interne et l'accélération des particules. Pour pouvoir obtenir les valeurs exactes du frottement interne, il faut exécuter l'essai sans secousse et avec une vitesse constante ne dépassant pas 4 millimètres par minute, comme nous le savons d'après les règles émises pour la traction. On peut calculer la valeur du frottement interne, pour les essais de compression comme pour ceux de traction, à l'aide des diagrammes; par conséquent, il faut munir les machines à essayer d'appareils enregistreurs, de façon à obtenir la force sans le frottement nuisible de la machine, comme fonction de l'amoindrissement de la hauteur de la pièce d'essai. Quand la pièce d'essai n'a pas de têtes, l'amoindrissement de la hauteur est indiqué par le chemin parcouru par les plaques, en supposant toutefois que les plaques ne peuvent se mouvoir que parallèlement.

Enfin il convient d'éliminer complètement du diagramme l'extension des pièces de la machine et la course morte.

Maintenant que nous avons discuté de la forme des barres d'essai et du mode d'exécution de ces essais, passons à l'appréciation des résultats.

II

DÉTERMINATION DES PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES

Si, pour les essais, on se conforme aux lois de la transmission de forces et du frottement interne, on obtient des diagrammes comme ceux représentés par les figures 20-23, au moyen desquels on peut déterminer les valeurs numériques de la *dureté*, de la *ténacité* et de la *malléabilité*. Toutefois, avant d'examiner le mode de détermination de ces propriétés, il convient de résumer brièvement les définitions de ces propriétés, déduites des lois de la transmission de forces et du frottement interne[1].

a. La *dureté* est la résistance de la matière à la pénétration d'un corps solide; mais, comme pour amener un changement de forme, c'est-à-dire pour faire pénétrer l'outil, la force extérieure, dans les cas où la rapidité de l'action est très petite, n'a presque que le frottement interne à vaincre, car la force nécessaire à l'accélération est *insignifiante* par rapport au frottement interne, qu'on peut la négliger, il s'ensuit que dans ces cas *la dureté est égale au frottement interne* pendant toute la durée du changement de forme; par contre, pour les matériaux chez lesquels il se produit par les actions moléculaires latentes un effet ultérieur, la dureté est égale à la somme du frottement interne et de l'influence de l'effet ultérieur; elle est alors, au commencement du changement de forme, égale à la limite de grande extension.

b. La *ténacité* est la susceptibilité de changer de forme que possède la matière, laquelle susceptibilité occasionne une augmentation du frottement interne. La ténacité ne dure donc qu'aussi longtemps que le frottement interne n'a pas atteint sa valeur maximum; c'est pourquoi on peut dire que la ténacité est une accumulation d'énergie dont la grandeur dépend, outre de l'extension, de la différence des valeurs actuelles du frottement interne et de la valeur maximum de celui-ci. Mais, comme le frottement interne augmente par suite de n'importe quelle déformation, il s'ensuit que la ténacité, par suite d'une déformation quelconque, *diminuera*, et finalement sera *annihilée*.

Comme valeur numérique de la ténacité, on prend la grandeur de travail nécessaire pour vaincre (surmonter) le frottement interne.

1. Voir la déduction : Rejtö, *Innere Reibung*.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

c. La *malléabilité* est la formabilité de la matière pour laquelle le frottement interne reste constant.

La malléabilité ne peut pas *être diminuée* par suite de déformations, aussi longtemps qu'il ne se présente pas de forces intérieures nuisibles. Aussitôt qu'il se présente des forces nuisibles, la déformation malléable du corps ne peut être exécutée qu'autant que la cohésion est plus grande que la somme du frottement interne et des forces nuisibles.

Plus la valeur de la cohésion par rapport au frottement interne est grande, plus les forces nuisibles extérieures peuvent être grandes, donc plus la déformation malléable du corps peut être grande, si cependant les circonstances sont semblables, et c'est pourquoi on peut prendre comme valeur numérique de la malléabilité la valeur du rapport de la cohésion au frottement interne.

Nous voyons donc que la formabilité, c'est-à-dire la capacité des matériaux de subir une déformation permanente ou plastique, peut se composer de la déformation *tenace* et de la déformation *malléable*.

De ces définitions, il suit qu'il est nécessaire de connaître la variabilité du frottement interne pour le calcul de la *ténacité* et la valeur du maximum de frottement interne pour la *malléabilité*.

Nous commencerons donc par examiner comment on peut calculer ces valeurs à l'aide des diagrammes de traction et de compression. Les changements successifs du frottement interne peuvent être représentés graphiquement ou bien exprimés mathématiquement; dans le cas d'une représentation graphique, la surface des diagrammes du frottement interne donne la ténacité; dans le cas d'un procédé mathématique, la grandeur de cette surface est calculée et l'on obtient la valeur numérique de la ténacité.

A. — TÉNACITÉ

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES DIAGRAMMES DU FROTTEMENT INTERNE TIRÉS DES DIAGRAMMES DE TRACTION

Dans les cas où, au cours des essais de traction, la vitesse et l'accélération des masses sont réduites au possible, quand la force nécessaire à l'accélération par rapport au frottement est si insignifiante qu'on peut la négliger, et que le diagramme de traction ne donne que l'extension de la longueur utile, les ordonnées du diagramme correspondent à la formule

$$P_1 = \Delta_1 Nf_1 \qquad \text{ou} \qquad P_1 = \Delta_0 \frac{Nf_1}{1+\lambda_1} \cdots \tag{1}$$

et les abscisses à la formule

$$s_1 = L_0 \lambda_1 \cdots \tag{2}$$

Il s'ensuit donc que, dans des cas semblables, les valeurs du frottement interne peuvent être obtenues par le diagramme de traction, si l'on divise la force de traction non pas *par la section initiale, mais par la section* ACTUELLE

$$Nf_1 = \frac{P_1}{\Delta_1} = \frac{P_1}{\Delta_0}(1+\lambda_1) \cdots \tag{1 a}$$

et qu'on obtient l'extension de l'unité de longueur, si l'on divise les abscisses du diagramme par la longueur utile initiale

$$\lambda_1 = \frac{s_1}{L_0}. \tag{2 a}$$

Pour la représentation graphique du frottement interne, on prend comme ordonnée la valeur du frottement interne d'après la formule (1), c'est-à-dire la force rapportée à l'unité

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de surface de la section actuelle[1], et on la porte sur l'abscisse comme fonction de l'extension de l'unité de longueur[2] (fig. 21); de cette façon, on obtient le diagramme du frottement interne dont la surface représente la grandeur de la ténacité.

Le diagramme du frottement interne peut également être appelé diagramme de *tension*[3], car pendant des efforts exécutés lentement le frottement interne équivaut à la force de tension, et l'on peut, au lieu d'employer le Nf de la technologie, se servir de σ employé dans les traités sur la résistance des corps.

Les formules 1 et 2 ne peuvent servir au calcul des ordonnées et des abscisses qu'autant que la barre s'allonge uniformément; c'est pourquoi il faut déterminer la limite de l'extension uniforme.

DÉTERMINATION DE LA LIMITE D'EXTENSION UNIFORME

On peut déterminer la limite de l'extension uniforme pour les efforts de traction à l'aide de la formule de la force de traction.

$$\begin{cases} P_1 = \dfrac{\Delta_0}{1+\lambda_1} N f_1 = \Delta_0 \dfrac{\sigma_1}{1+\lambda_1} \text{ (4)} \\ P_2 = \Delta_0 \dfrac{\sigma_2}{1+\lambda_2}. \end{cases} \quad \ldots \qquad (1)$$

En vertu de cette formule la force de traction n'obtient une valeur croissante ($P_2 > P_1$) que jusqu'à ce que

$$\frac{\sigma_2}{1+\lambda_2} > \frac{\sigma_1}{1+\lambda_1},$$

c'est-à-dire aussi longtemps que l'accroissement de la tension est plus grand que l'amoindrissement de la section.

Aussi longtemps que la force extérieure augmente, l'accroissement de la tension, d'après les règles de la transmission de force, sera transmis à toute la barre, et celle-ci s'allongera uniformément, mais aussitôt que la force extérieure n'augmente plus, c'est-à-dire quand $P_2 = P_1$, *aucune transmission d'excédent de tension ne peut avoir lieu*, et la barre ne s'allonge plus uniformément, mais seulement dans les sections plus défavorablement soumises à l'effort de traction; l'allongement uniforme cesse, et à partir de ce moment il se produit une extension partielle et on ne peut plus compter sur la résistance de la barre.

L'égalité $P_2 = P_1$ signifie aussi que le diagramme possède une tangente horizontale en ce point; donc, le point de contact de la tangente indique le point où la force de traction atteint la valeur maximum (P_{max}), c'est-à-dire la limite de la partie à prendre en considération[5]. Bref, *on trace parallèlement à l'axe des abscisses une tangente au diagramme, et le point de contact, c'est-à-dire le premier point commun, indique la limite de l'allongement uniforme.*

De la formule de traction suivante on peut déduire que l'allongement uniforme, dans le cas où le diagramme possède une partie horizontale, ne doit être compté que jusqu'au premier point commun.

Il ressort de la formule de traction que, quand $P_2 = P_1$, l'égalité suivante

$$\frac{\sigma_2}{1+\lambda_2} = \frac{\sigma_1}{1+\lambda_1}$$

1. Martens reconnait dans son *Baumaterialienkunde*, I, p. 56, que la force rapportée à la surface actuelle donne la valeur exacte de l'effort.

2. Pour représenter graphiquement les propriétés des matériaux, Martens, dans son *Baumaterialienkunde*, I, p. 39, trace la force rapportée à l'unité de section, comme fonction de l'extension de l'unité de longueur; la différence consiste seulement en ce qu'il rapporte la force à la section initiale (p. 39), quoique au point 56 il reconnaisse que le plus exact serait de rapporter la force à la section actuelle.

3. Lorsque nous employons le mot *tension* dans tout le cours de ce travail, nous voulons désigner exclusivement l'effort interne qu'on obtient en divisant les efforts externes par la section *restante* ou actuelle, qui est elle-même la section correspondante prise à l'instant même de l'application de ces efforts.

4. M. Considère a déjà donné cette formule en 1888.

5. Pour pouvoir déterminer exactement le point de départ de la force maximum, il est tout indiqué de tracer la force et l'extension dans une échelle où la force maximum soit, autant que possible, plus grande ou au moins aussi grande que l'extension uniforme.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

est aussi correcte; par conséquent cette valeur est constante; donc on peut d'après M. Considère [1] écrire cette équation de la manière suivante :

$$\frac{\sigma_1}{1+\lambda_1} = \frac{\sigma_2}{1+\lambda_2} = \operatorname{tg}\omega.$$

Cette simple formule est très importante, car elle démontre que la ligne de tension possède une tangente à l'ordonnée, dont la valeur a été calculée du premier point de la partie horizontale, tangente qui coupe l'abscisse à une distance égale à — 1, comme le montre la figure 22 [2].

Par suite, la déduction analytique prouve aussi que la ligne de tension, pour l'ordonnée appartenant à la force maximum de tension, possède une tangente qui coupe l'abscisse à une distance de — 1.

Il faut remarquer, en outre, que dans beaucoup de cas la courbe de diagramme de la force de traction se rapproche insensiblement de la tangente horizontale. Dans de tels cas le point de contact, c'est-à-dire la limite de l'allongement uniforme, ne peut pas être déterminée exactement, et c'est pourquoi il est nécessaire de se servir d'autres moyens pour la déterminer.

Nous apprendrons ces moyens plus tard, quand nous étudierons les diagrammes de compression; pour le moment nous nous contenterons de ce qui a été dit jusqu'à présent et nous résumerons brièvement les dernières discussions.

Nous avons obtenu comme résultats :

a. Que le frottement interne n'augmente dans toute la barre que jusqu'au moment où la force maximum de traction est atteinte, et depuis ce moment, c'est-à-dire pendant la striction, il n'augmente que dans certaines parties qui subissent une striction.

b. Que le frottement interne que l'on peut atteindre par la force maximum de traction est caractéristique pour l'effort de traction; c'est pourquoi nous le désignerons par $\sigma_z = N/f_z$, et nous l'appellerons tension maximum de traction. L'abscisse de cette tension, c'est-à-dire

1. M. Considère, *Emploi du fer et de l'acier dans les constructions*, Annales des Ponts et Chaussées, avril 1885.

2. Comme M. Considère l'a déjà prouvé, cette conclusion peut être démontrée exacte d'après la méthode analytique suivante :

La formule générale de la tangente est

$$\eta - y = \frac{dy}{d\chi}(\zeta - \chi).$$

Pour obtenir le point d'intersection de cette tangente avec l'abscisse, il faut prendre $\eta = 0$ et chercher la valeur de z quand $y = \lambda_z$ et $x = \lambda_z$.

Par suite, nous obtenons la formule

$$-\sigma_z = \frac{d\sigma}{d\lambda}(\zeta - \lambda_z).$$

On peut trouver la valeur $\frac{d\sigma}{d\lambda}$ à l'aide de la formule analytique de la force de traction

$$P = \Delta_0 \frac{\sigma}{1+\lambda}$$

quand on cherche l'allongement λ, où la force P est maximum. Soit

$$\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{\sigma}{1+\lambda}\right) = 0$$

et

$$(1+\lambda)\frac{d}{d\lambda}(\sigma) - \sigma = 0$$

d'où

$$\frac{d(\sigma)}{d\lambda} = \frac{\sigma}{1+\lambda},$$

et en substituant ce résultat dans l'équation ci-dessus, on obtient :

$$-\sigma_z = \left(\frac{d(\sigma)}{d\lambda}\right)_z (\zeta - \lambda_z) = \frac{\sigma_z}{1+\lambda_z}(\zeta - \lambda_z),$$

d'où

$$-(1+\lambda_z) = \zeta - \lambda_z$$

et par conséquent

$$\zeta = -1.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'extension uniforme de traction est caractéristique pour la traction et nous la désignerons par λ_z.

c. Que par des efforts de traction on ne peut pas annihiler la ténacité totale, accumulée dans la matière, mais seulement cette quantité qui s'étend jusqu'à σ_z; donc, en ce qui concerne la sûreté de la matière pour les efforts de traction, cette partie est seule caractéristique : nous l'appellerons *ténacité de traction* et nous la désignerons par Z_z.

d. Que pour l'appréciation de la ténacité on ne peut prendre en considération que la partie du diagramme de traction, qui s'étend jusqu'à la force maximum de traction, et que le reste du diagramme n'offre aucune donnée sûre, car le nombre des parties qui se contractent est très incertain; et finalement :

e. Que les résultats des essais de traction ne donnent de renseignements relatifs à la sûreté de la matière que pour les efforts de traction, mais relativement à la sûreté de la matière soumise à d'autres efforts ces résultats sont inutilisables; pour cette raison une matière peut être tenace quoiqu'on ne puisse pas avoir confiance en elle pour des efforts de traction, et inversement.

Passons maintenant à l'examen des diagrammes de compression.

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES DIAGRAMMES DU FROTTEMENT INTERNE TIRÉS DES DIAGRAMMES DE COMPRESSION

Les ordonnées des diagrammes de compression correspondent à la formule :

$$Q_1 = \Delta_1 N f_1 \operatorname{tg}\beta = \Delta_0(1+\lambda_1)^2 N f_1 \operatorname{tg}\beta = \Delta_0(1+\lambda_1)^2 \sigma_1 \operatorname{tg}\beta = \Delta_0(1+\lambda_1)^2 q_1 \ldots \quad (3)$$

et les abscisses à la formule :

$$s_1 = \delta_0 - \delta_1 \ldots \quad (4)$$

La formule (3) montre que la force de compression croît par suite de n'importe quelle augmentation du frottement interne (si petite qu'elle soit), même si la surface de compression reste constante, c'est pourquoi à l'aide de cette formule on peut calculer tout changement de la force extérieure exercée sur l'unité de surface actuelle, c'est-à-dire on peut calculer tout changement de la tension de compression ($q_1 = \sigma_1 \operatorname{tg}\beta = N f_1 \operatorname{tg}\beta$), quand on connaît le rapport entre l'augmentation de dimension (λ) et la diminution de dimension ($\delta_0 - \delta_1$).

Puisque pour les essais de compression, quand ceux-ci sont exécutés dans des circonstances données, les corps d'essai se déforment presque uniformément, il s'ensuit que la formule suivante conserve sa valeur :

$$\frac{\delta_0}{\delta_1} = (1+\lambda_1)^2 \ldots \quad (5)$$

et par cela le rapport cherché est défini.

La valeur de la tension de compression est donc maintenant

$$q_1 = \frac{Q_1}{\Delta_0(1+\lambda_1)^2} = \frac{Q}{\Delta_0(1+\lambda_1)^2} = \frac{Q\delta_1}{\Delta_0\delta_0} \ldots \quad (3\,a)$$

Si nous indiquons les valeurs de la tension de compression comme ordonnée, fonction de l'agrandissement de l'unité de diamètre (λ_1), nous obtenons le diagramme des tensions de compression, comme le montre la figure 22. Si l'on compare ce *diagramme de compression* ainsi obtenu avec *les diagrammes des tensions de traction*, que nous avons obtenus auparavant, nous voyons que les abscisses sont identiques dans les deux cas, mais que les ordonnées sont pourtant différentes, et que le rapport des ordonnées

$$\frac{q}{\sigma} = \frac{\sigma \operatorname{tg}\beta}{\sigma} = \operatorname{tg}\beta$$

est constant, et que le commencement du diagramme constitue une exception dans le cas où l'effet ultérieur se produit dans la matière.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Du simple rapport des ordonnées on peut déduire des conclusions d'une très grande importance.

α. En examinant les tensions de traction, nous avons trouvé que

$$\frac{\sigma_z}{1+\lambda_z} = \operatorname{tg}\omega.$$

Cette équation conserve sa valeur si l'on multiplie les deux membres par une constante, par exemple $\operatorname{tg}\beta$, nous obtenons

$$\frac{\sigma_z \operatorname{tg}\beta}{1+\lambda_z} = \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\omega = \operatorname{tg}\omega_1$$

mais, comme $\sigma_z \operatorname{tg}\beta$ représente la tension de compression, cette formule signifie que la courbe de compression possède aussi une tangente, $\operatorname{tg}\omega_1$ au point dont l'abscisse est l'extension uniforme λ_z laquelle tangente peut être tracée du même point de l'axe des abscisses, que la tangente de la courbe de traction[1] (fig. 22).

Par suite de cette propriété, nous sommes en état de déterminer exactement l'extension de traction λ_z à l'aide de la courbe des tensions de compression, même souvent plus exactement que par la tension de traction, car la tangente à cette courbe peut être tracée plus exactement.

β. Outre l'extension de traction λ_z, nous pouvons, par le diagramme des tensions de compression, déterminer *l'extension uniforme totale* λ_{max}, c'est-à-dire la limite de ténacité totale, car de la définition de la ténacité il ressort que cette limite est là où le frottement interne prend une valeur constante; mais puisque les ordonnées des diagrammes de compression sont aux ordonnées des diagrammes du frottement interne en rapport constant, et que, par contre, les abscisses de ces derniers sont identiques, il s'ensuit que *la limite de la ténacité totale est là où la tension de compression prend une valeur constante.* En d'autres mots, on trace à la courbe des tensions de compression une tangente parallèle à l'abscisse et l'on prend *l'abscisse du premier point commun comme valeur de l'extension uniforme totale* (λ_m).

γ. Aussitôt que la valeur de $\operatorname{tg}\beta$, c'est-à-dire la valeur du rapport des ordonnées, est déterminée, on peut compléter le diagramme du frottement interne à l'aide du diagramme des tensions de compression (voir la partie pointillée de la figure 22) et, de cette façon, représenter graphiquement *la ténacité totale* Z_{max} *et le frottement interne maximum* (σ_{ma} pour λ_{max}).

On peut déterminer la valeur de $\operatorname{tg}\beta$, ou bien à l'aide du procédé de M. L. Hartmann[2], à l'aide des lignes de forces des surfaces, en mesurant $< \beta$, ou bien à l'aide d'un diagramme

1. D'après le procédé suivant, on peut prouver que la courbe de compression $\sigma \operatorname{tg}\beta$ possède une tangente au point, dont l'abscisse est λ_z, tangente qui coupe l'axe des abscisses au point -1.

La formule de la tangente est

$$\eta - y = \frac{dy}{d\chi}(\xi - \chi),$$

et on obtient le point d'intersection avec l'axe des abscisses quand on prend $\eta = 0$, et alors

$$-y = \frac{dy}{d\chi}(\xi - \chi)$$

puisque la tangente est tracée à la courbe de compression $\sigma \operatorname{tg}\beta$, il s'ensuit que

$$y = \sigma \operatorname{tg}\beta \quad \text{et} \quad \chi = \lambda_z$$

d'où

$$-\sigma \operatorname{tg}\beta = \frac{d(\sigma \operatorname{tg}\beta)}{d\lambda_z}(\xi - \lambda_z)$$

ou

$$-\sigma \operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\beta \frac{d(\sigma)}{d\lambda_z}(\xi - \lambda_z),$$

équation qui est absolument identique à celle déduite de l'effort de traction et, par conséquent, que

$$\xi = -1.$$

2. M. L. Hartmann, *Distribution des déformations dans les métaux soumis à des efforts*, 1896

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

des ténacités de compression et de traction, en traçant les tangentes du point —1 des abscisses, et en calculant le rapport des ordonnées des points de contact :

$$\frac{\sigma_z \operatorname{tg}\beta}{\sigma_z} = \operatorname{tg}\beta.$$

Il ressort de ces conclusions que l'on peut employer les diagrammes des tensions de compression pour contrôler le calcul des résultats de traction, et que, à l'aide de ces diagrammes, on peut aussi calculer la ténacité totale et le frottement interne maximum, par conséquent des valeurs plus caractéristiques qu'à l'aide des diagrammes de traction.

Passons maintenant à l'expression mathématique.

EXPRESSION MATHÉMATIQUE DE LA COURBE DES TENSIONS ET DE LA TÉNACITÉ

A l'aide du procédé graphique, on obtient pour la représentation de la tension de traction, c'est-à-dire du frottement interne et de la tension de compression, ou bien des diagrammes qui ont un cours régulier à partir du commencement, ou bien d'autres, qui possèdent une inflexion au commencement, mais qui ont un cours régulier dans les autres parties.

On n'éprouve aucune difficulté à exprimer mathématiquement les courbes qui ont un cours régulier au commencement. L'expression des courbes qui possèdent une inflexion au commencement n'est possible, d'une manière simple, que quand on transforme la partie du commencement, de façon que celle-ci montre un cours croissant régulier et que le point de départ soit en même temps le point de sommet.

C'est à l'aide de l'équation de la parabole que l'on peut le plus simplement calculer le sommet de la courbe de la tension, car on peut considérer la plus petite partie de chaque courbe comme une parabole. Il faut cependant faire attention, pour la détermination du sommet, de choisir des ordonnées qui soient placées en dehors de l'inflexion, mais pourtant près du commencement de la courbe, autrement l'emploi de la formule de la parabole ne serait pas justifié.

On se conforme à ces conditions quand, pour des matériaux qui possèdent une extensibilité de 20 %, on emploie pour le calcul les points qui correspondent à une extension de 5 % et 10 %; et, pour des matériaux qui possèdent une plus petite expansibilité, les points qui correspondent à une extension de $0{,}25\,\lambda_z$ et $0{,}5\,\lambda_z$.

Dans ce cas, la formule de la parabole donne, comme on peut le voir d'après la déduction ci-dessous[1], pour le calcul de l'ordonnée initiale σ_o de la courbe des tensions de traction

1.
$$\sigma_5 = \sigma_o + \sqrt{2p\lambda_5}$$
$$\sigma_{10} = \sigma_o + \sqrt{2p\lambda_{10}}$$
$$\sigma_{10} - \sigma_5 = \sqrt{2p}\,(\sqrt{\lambda_{10}} - \sqrt{\lambda_5})$$
$$\sqrt{2p} = \frac{\sigma_{10} - \sigma_5}{\sqrt{\lambda_{10}} - \sqrt{\lambda_5}}$$

d'où

$$\sigma_5 = \sigma_o + \frac{\sigma_{10} - \sigma_5}{\sqrt{\lambda_{10}} - \sqrt{\lambda_5}}\sqrt{\lambda_5}$$
$$\sigma_o = \sigma_5 - (\sigma_{10} - \sigma_5)\frac{\sqrt{\lambda_5}}{\sqrt{\lambda_{10}} - \sqrt{\lambda_5}}$$
$$\sigma_o = \sigma_5\left(1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda_{10}}{\lambda_5}} - 1}\right) - \left(\sigma_{10}\frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda_{10}}{\lambda_5}} - 1}\right)$$

Et puisque

$$\frac{\lambda_{10}}{\lambda_5} = 2,$$

il s'ensuit que

$$\sigma_o = 5{,}416\sigma_5 - 2{,}1416\sigma_{10}; \qquad (5)$$

mais puisque pour les efforts de traction

$$\sigma_5 = \frac{P_5}{\Delta_o}(1 + \lambda_5) \quad \text{et} \quad \sigma_{10} = \frac{P_{10}}{\Delta_o}(1 + \lambda_{10}),$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

les simples formules suivantes :

$$\sigma_o = 3{,}416\sigma_5 - 2{,}416\sigma_{10} \tag{5}$$

ou

$$\sigma_o = 3{,}585\frac{P_5}{\Delta_o} - 2{,}655\frac{P_{10}}{\Delta_o}\cdots \tag{6 a}$$

ou

$$\sigma_o = 3{,}416\sigma_{0\cdot25}\lambda_5 - 2{,}416\sigma_{0\cdot50}\lambda_5\cdots \tag{5 a}$$

et pour le calcul de l'ordonnée initiale de la courbe des tensions de compression, on a l'équation suivante :

$$q_o = \sigma_o \operatorname{tg}\beta = 3{,}105\frac{Q_5}{\Delta_o} - 2{,}000\frac{Q_{10}}{\Delta_o}\cdots \tag{7 a}$$

Dans ces équations, P_5 et P_{10} expriment les forces de traction, Q_5 et Q_{10} les forces de compression, qui correspondent à une augmentation de dimension de 5 % et 10 %, et Δ_o à la section initiale.

A l'aide du sommet, on peut déjà transformer le diagramme de façon que la courbe obtienne un cours régulièrement croissant.

D'après les diagrammes ainsi transformés, on voit que le sommet σ_o est placé plus bas que l'ordonnée initiale calculée précédemment, c'est-à-dire la limite de la grande extension (limite de transition ou d'écoulement) σ_s, et que la courbe du frottement interne ainsi changée comprend une plus petite surface qu'auparavant.

Examinons maintenant jusqu'à quel point l'adoption du sommet est justifiée et quelle est la cause de l'inflexion.

On obtient des indications à ce sujet si l'on exécute les essais de traction et de compression d'après les procédés suivants : D'abord avec une charge constamment augmentée, ensuite avec des charges progressives, jointes à des déchargements, de façon que la pièce d'essai, après le déchargement, ne repose que très peu de temps, tout au plus 1/2-1 heure, et enfin que la pièce d'essai repose longtemps après le déchargement, au moins 1-2 jours.

Les premiers et deuxièmes procédés donnent, comme on le sait[2], des diagrammes semblables, d'où il suit que quand le temps de repos est petit :

1. *La limite de grande extension pour des chargements répétés coïncide avec la valeur du frottement interne.*

2. *Le cours du frottement interne ne change pas par suite d'interruption de l'effort.*

Les diagrammes obtenus par le troisième procédé ne sont pas semblables à ceux obtenus par le premier et le deuxième. Les figures 25 représentent les diagrammes obtenus par ce procédé. La partie inférieure de ces figures représente la tension de traction et la partie supérieure la tension de compression. La courbe des tensions de compression donne de

il s'ensuit qu'en substituant

$$\sigma_o = 3{,}416(1+\lambda_5)\frac{P_5}{\Delta_o} - 2{,}416(1+\lambda_{10})\frac{P_{10}}{\Delta_o}\cdots \tag{6}$$

et puisque

$$\lambda_5 = 0{,}05. \quad \text{et} \quad \lambda_{10} = 0{,}10$$

$$\sigma_o = 3{,}585\frac{P_5}{\Delta_o} - 2{,}655\frac{P_{10}}{\Delta_o}\cdots \tag{6 a}$$

Si l'on veut employer la formule (5) pour la courbe de compression, cette formule s'écrit comme suit :

$$\sigma_o \operatorname{tg}\beta = 3{,}416\sigma_5 \operatorname{tg}\beta - 2{,}416\sigma_{10}\operatorname{tg}\beta\cdots \tag{7}$$

mais, puisque pour les efforts de compression,

$$\sigma_5 \operatorname{tg}\beta = \frac{Q_5}{\Delta_o(1+\lambda_5)^2} \quad \text{et} \quad \sigma_{10}\operatorname{tg}\beta = \frac{Q_{10}}{\Delta_o(1+\lambda_{10})^2},$$

il s'ensuit, après substitution, que

$$\sigma_o \operatorname{tg}\beta = 3{,}105\frac{Q_5}{\Delta_o} - 2{,}000\frac{Q_{10}}{\Delta_o}\cdots \tag{7 a}$$

1. Voir Martens, *Baumaterialienkunde*, p. 213.
2. Voir Martens, *Baumaterialienkunde*, p. 216.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

meilleures indications au sujet de la manière dont se comportent les tensions intérieures.

Ces diagrammes montrent qu'à la suite de longs repos l'effet ultérieur, au commencement des chargements répétés, donne naissance à des inflexions semblables à celles qui existent au commencement des diagrammes de traction et de compression; c'est pourquoi *on peut considérer l'irrégularité du commencement, c'est-à-dire l'inflexion, comme le résultat de l'effet ultérieur.*

Pour cette raison, nous voulons examiner de plus près l'influence de l'effet ultérieur, sans toutefois rechercher la cause de ce phénomène [1].

Comme nous nous en sommes aperçus auparavant, le cours du frottement interne n'est pas influencé par des interruptions, et comme, par suite de l'effet ultérieur, le diagramme de tension indique pourtant un changement, il s'ensuit que le diagramme de tension représente la somme du frottement interne et de l'influence de l'effet ultérieur; si nous extrayons maintenant le frottement interne du dernier diagramme obtenu, nous obtenons le cours de l'influence de l'effet ultérieur, ce qui est démontré par les figures 25.

Les diagrammes des tensions de compression (fig. 25) prouvent que :

1. L'influence de l'effet ultérieur est la plus grande au commencement des chargements, et que, depuis là jusqu'au moment d'atteindre le frottement interne maximum, cette influence s'atténue (probablement d'après la loi de l'hyperbole).

2. L'effet ultérieur augmente l'énergie de la ténacité totale, mais diminue celle de la ténacité de traction. La cause de ce phénomène est que, par suite de l'effet ultérieur, la courbe de tension monte plus droit et que, par suite, la tangente tracée du point — 1 aura son point de contact placé plus près.

3. On peut augmenter l'influence de l'effet ultérieur par des chargements répétés, et la différence entre la limite de grande extension et le sommet $(\sigma_s - \sigma_o)$ deviendra par suite plus grande. Pour pouvoir donner un point de repère relatif à la grandeur de l'influence de l'effet ultérieur, il paraît suffisant de connaître la différence $(\sigma_s - \sigma_o)$, c'est-à-dire de donner, outre σ_o, aussi σ_s.

4. L'augmentation d'énergie par l'effet ultérieur n'est pas sûre; elle peut être diminuée, comme l'a trouvé M. Bauschinger [2], par des secousses et aussi par des charges de longue durée, entre σ_s et σ_o.

Nous voyons clairement, de ces discussions, que le sommet σ_o et la limite de la grande extension σ_s sont caractéristiques relativement à l'état de la matière.

Puisque nous avons complété la courbe de tension avec le sommet, son expression mathématique peut être très simplement calculée.

Pour pouvoir calculer l'extension de traction, considérons tout d'abord la courbe de tension jusqu'à σ_z; cette partie peut être considérée comme une parabole, dont la formule [3] est :

$$\sigma_1 = \sigma_o + (\sigma_s - \sigma_o)\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_z}}$$

et la formule [4] de la ténacité de traction est :

$$Z^{\text{m. kg.}}_{\text{dm}^3} = (0{,}354\sigma_o + 0{,}666\sigma_z)\lambda_z . 1000 \ldots \qquad (9)$$

Ces formules sont si simples qu'on peut les employer pour des essais de masses, elles

1. La cause la plus probable de ce phénomène paraît être une diffusion de gaz intermoléculaire.
2. Voir Martens, *Baumaterialienkunde*, p. 209, point f.
3. Voir Rejtö, *Innere Reibung fester Körper*, p. 98, où les formules

$$Nf_1 = Nf_o + \sqrt{2p\lambda_1} \qquad \text{et} \qquad Nf_{\max} = Nf_o + \sqrt{2p\lambda_{\max}}$$

sont données; quand on substitue $2p$ dans ces formules, on obtient les formules ci-dessus.

4. Voir Rejtö, *Innere Reibung*, p. 98, la formule suivante :

$$Q = Nf_o\lambda_z + 0.666\sqrt{2p\lambda_z^3};$$

dans cette formule $2p$ est déjà substitué.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

donnent, comme on le voit d'après les tableaux de la planche VI, des résultats se rapprochant suffisamment de ceux obtenus par les essais.

Considérons maintenant la *ténacité totale*, c'est-à-dire la *courbe totale* jusqu'à σ_{max}. On ne peut plus considérer cette courbe comme une parabole, car elle se transforme en horizontale au point σ_{max}, mais comme une ellipse. L'équation, rapportée au sommet de l'ellipse, est

$$(y - y_o)^2 = 2\frac{b^2}{a}x - \frac{b^2}{a^2}x^2$$

dans laquelle

$$\begin{cases} a = \lambda_{max} \\ b = \sigma_{max} - \sigma_o \end{cases} \qquad \begin{cases} x = \lambda \\ y = \sigma \end{cases}$$

d'où l'équation

$$\sigma_1 = \sigma_o + (\sigma_{max} - \sigma_o)\sqrt{2\frac{\lambda_1}{\lambda_{max}} - \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_{max}}\right)^2} \cdots \qquad (10)$$

et l'équation de la ténacité totale[1] :

$$Z^{m.\,kg.}_{max\,dm^3} = (0{,}2146\sigma_o + 0{,}7854\sigma_{max})\lambda_{max}\,1000 \ldots \qquad (11)$$

L'équation de l'ellipse fournit des données beaucoup plus exactes que celle de la parabole, comme on peut le voir d'après le tableau de la planche VI, mais son emploi est beaucoup plus difficile.

On peut cependant bien employer l'équation de l'ellipse dans le cas où l'on peut conclure à la *ténacité totale*, à l'aide des *résultats de traction*.

Dans ce cas, on calcule les demi-axes de l'ellipse comme suit :

$$a = \lambda_{max} = \frac{\lambda_z[4(\sigma_x - \sigma_o)^2 - (\sigma_z - \sigma_o)^2]}{8[(\sigma_x - \sigma_o)^2 - 4(\sigma_z - \sigma_o)^2]} \cdots \qquad (12)$$

$$b = \sigma_{max} - \sigma_o = \frac{\sigma_z - \sigma_o}{\sqrt{2\left(\frac{\lambda_z}{\lambda_{max}}\right) - \left(\frac{\lambda_z}{\lambda_{max}}\right)^2}} \cdots \qquad (13)$$

où λ_z représente l'ordonnée du diagramme de traction dont l'abscisse est $0{,}5\,\lambda_z$.

Dans le tableau de la planche VII, les résultats des calculs des équations 12 et 13 et les résultats des essais de compression sont réunis, d'où l'on voit que ces formules fournissent des résultats utilisables. Mais il faut remarquer que ces formules sont très sensibles, et c'est pourquoi il est préférable de déterminer les valeurs de λ_{max} et σ_{max} à l'aide des essais de compression.

B. — MALLÉABILITÉ

Les matériaux qui, après avoir été soumis à des efforts considérables, ont perdu toute leur ténacité, deviennent, quand ils ne possèdent pas d'autres énergies pour leur déformation, fragiles, et ne peuvent pas résister à l'action de chocs.

Mais il arrive souvent que l'on exige aussi la résistance à l'effort dynamique de constructions, pour la fabrication et l'assemblage desquelles on ne peut pas éviter de grandes déformations; dans de semblables cas, il est absolument nécessaire d'employer des matériaux qui possèdent encore une énergie pour leur déformation alors qu'ils ont déjà perdu totalement leur ténacité.

Cette énergie par suite de laquelle les matériaux peuvent encore être déformés, quand ils ont déjà perdu leur ténacité, s'appelle *la malléabilité*.

1. $$Z = \left(\sigma_o\lambda_{max} + \frac{ab\pi}{4}\right)1000 = \left[\sigma^o + \left(\sigma_{max} - \sigma_o\right)\frac{\pi}{4}\right]\lambda_{max} \cdot 1000.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On peut prendre comme mesure de la malléabilité le rapport de la cohésion au frottement interne maximum. Par suite, la formule de la malléabilité est :

$$B = \frac{p_o}{\sigma_{max}} = \frac{p_o}{Nf_{max}} \cdots \qquad (14)$$

Dans les cas où nous n'avons à notre disposition que des essais de traction, nous pouvons, pour obtenir une valeur approximative de la malléabilité, employer aussi la valeur de la tension de traction (σ_z), au lieu de nous servir de la valeur de σ_{max}. La formule approximative sera donc

$$B = \frac{p_o}{\sigma_z} = \frac{p_o}{Nf_z} \cdots \qquad (14\,a)$$

Pour la détermination de la malléabilité, il faut donc connaître la valeur du frottement interne maximum σ_{max}, ou au moins celle de σ_z, et celle de la cohésion; mais puisque jusqu'à présent nous ne connaissons que la première, nous nous occuperons dans la suite de la détermination de la cohésion.

La manière absolument correcte employable dans tous les cas pour déterminer la cohésion n'est pas encore connue, il est vrai, mais, comme les méthodes employées jusqu'à présent donnent des résultats très corrects dans beaucoup de cas, nous nous occuperons plus spécialement de ces méthodes dans la suite.

a. DÉTERMINATION DE LA COHÉSION A L'AIDE DE LA STRICTION

Le moyen le plus simple et le plus naturel est apparemment celui dont le principe est la striction. M. Considère[1] a déjà remarqué que, pendant la striction, la force rapportée à l'unité de la section actuelle augmente continuellement, et qu'au moment de la rupture elle est beaucoup plus grande que la tension de traction σ_z.

On peut exprimer de la manière suivante la cause de cet intéressant phénomène à l'aide du réseau de transmission de forces. On sait qu'après la force maximum la barre ne subit plus que des allongements partiels. L'extension partielle ne se produit exclusivement, comme le montre la figure 1, que sur les parties dont la longueur est égale à $d_1 \operatorname{cotg} \beta$ (2).

Aussitôt qu'une partie longue de $d_1 \operatorname{cotg} \beta$ subit un allongement, la répartition des forces se fera conformément aux figures 26-27, c'est-à-dire qu'il faut considérer la partie ayant subi une striction comme une pièce séparée, mais il faut considérer comme point d'application de l'action et de la réaction la partie dont les molécules étaient précédemment reliées (double hachure). L'effet de cette action et de cette réaction se développe d'après la loi générale de transmission de forces dans la direction d'action jusqu'à la surface latérale (fig. 26-27).

Conformément à cette transmission de forces, le milieu (*ik* dans la figure 26) se resserre davantage et les molécules glissent en *aige*, *igfb*, *ckhe* et *dkhf* (fig. 26), tandis qu'en *eghf* il ne se produit aucun glissement, parce que sur cette partie l'action et la réaction n'effectuent aucune influence directe.

Cette partie du milieu *egfh* augmente avec l'allongement de la partie ayant subi une striction. Aussi longtemps que *gh* n'atteint pas la grandeur du diamètre resserré *ik*, l'effort s'effectue comme suit :

Les parties qui glissent touchent la partie du milieu et il se produit un frottement. La direction du frottement coïncide donc avec *eg*, *gf*, *fh* et *he*.

Sur les surfaces de la partie du milieu *egfh*, il existe des forces qui transmettent leur action d'après la loi générale de transmission de forces à toutes les autres molécules, et ce, sous l'angle d'action β. Cette direction d'action est axiale, comme on peut le voir au bas de la figure 27; par conséquent, la force extérieure, comme action secondaire, amène dans la partie du milieu *egfh* des forces de traction axiales qui tendent à vaincre (surmonter) la cohésion dans la section *gh*. En considérant les actions primaires et secondaires, nous

1. Considère. *Emploi du fer et de l'acier dans les constructions*, 1885.
2. d_1 est le diamètre de la barre, après que la ténacité a été vaincue.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

voyons que la force extérieure ne tend qu'à vaincre (surmonter) la cohésion en *egfh*, et en *aige*, *bigf*, *ckhe* et *dkhf* le frottement interne et l'accélération.

La résistance de ces dernières parties augmente avec l'accélération et peut donc atteindre une valeur plus grande que la cohésion. Dans ce cas, la force extérieure vaincra (surmontera) la cohésion en *gh*.

Mais aussitôt que ceci se produit, la force qui était jusqu'à présent tenue en équilibre par la section *gh* pourra s'exercer librement et affectera la section *gi*, *hk*, déjà très affectée, de façon que les molécules ne pourront plus transmettre l'accélération; donc la cohésion sera vaincue dans la direction de la transmission de forces ($<\beta$).

De ce qui a été dit, il ressort qu'au moment où la section du milieu *gh* rompt, la charge supportée par toute la section *ik* est *au moins* si grande, que la force exercée sur l'unité de section atteint la grandeur de la cohésion.

Si la répartition de force était uniforme, et s'il ne se produisait aucune influence nuisible, la force exercée sur l'unité de surface $\left(\frac{P_e}{\Delta_e}\right)$ donnerait la valeur de la cohésion p_o; — donc, ce serait

$$p_o = \frac{P_e}{\Delta_e} \cdots \qquad (15)$$

Dans cette formule, P_e représente la force et Δ_e la section resserrée au moment de la rupture.

Mais comme, par suite du frottement considérable qui a lieu dans la partie ayant subi une striction, il se produit de la chaleur qui influence la cohésion, il s'ensuit que ce simple procédé ne donne pas la valeur exacte de la cohésion, mais seulement une valeur approchante. Le rapport entre la valeur exacte et celle obtenue à l'aide de cette formule n'est pas constant, parce que la striction et également la chaleur qui en résulte ne sont pas constantes. Le plus souvent on n'obtient, à l'aide de cette formule, qu'une plus petite valeur, c'est pourquoi on doit la considérer comme la plus petite valeur de la cohésion.

En ce qui concerne le calcul, il faut remarquer que l'on peut bien souvent déterminer exactement la force au moment de la rupture (P_e dans la figure 20), à l'aide du diagramme de traction; on peut mesurer la section Δ_e, que l'on doit prendre en considération dans ce cas, sans grande difficulté, lorsqu'il s'agit des barres rondes; par contre, pour des sections quadrangulaires, la mensuration est très difficile[1].

b. DÉTERMINATION DE LA COHÉSION A L'AIDE D'ENTAILLES

La dernière méthode pour déterminer la cohésion a pour base à observer la résistance des barres entaillées.

M. Barba[2] a prouvé par de nombreuses expériences que la résistance à la rupture des barres entaillées est plus grande que la résistance à la traction des barres d'essai normales, et que l'énergie des barres entaillées devient plus petite, et la résistance à la rupture devient plus grande, plus l'entaille est étroite.

La cause de ce phénomène peut être expliquée de la manière suivante, à l'aide de la transmission de forces : pour des barres entaillées, la transmission de forces s'effectue conformément à la figure 29. On voit par là que dans l'anneau *abc* — *a'b'c'* des forces obliques agissent, et par suite ces molécules sont repoussées. On voit, en outre, que les forces ont des résultantes axiales dans la partie intérieure de l'anneau C C', et que, par cela, elles tendent à vaincre (surmonter) la cohésion.

Plus l'entaille *ac* est large, plus l'anneau, qui peut se déformer, est épais; donc l'extension et, par suite, la déformation peuvent être plus grandes. Plus l'entaille *ac* est étroite, plus mince sera l'anneau *abc*, plus grande sera la partie *bb'*, dans laquelle la cohésion doit être vaincue (surmontée); conséquemment, la résistance à la traction sera d'autant plus grande.

De cette discussion il ressort clairement que, dans le cas *où l'entaille est très étroite*, la

1. La section circulaire devient souvent elliptique et la section quadrangulaire se change en un carré limité par des lignes courbes.

2. Rapport par M. Barba à la Commission des Méthodes d'essai des matériaux de construction, 1893.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

cohésion est vaincue (surmontée) presque sur toute la section, et conséquemment *la résistance de traction est presque égale à la cohésion.* Grâce à l'entaillement des barres d'essai, on obtient un procédé pour déterminer la cohésion; donc, dans ce qui suit, nous déduirons les conditions auxquelles il faut se conformer pour atteindre des valeurs de cohésion les plus exactes possibles.

La première condition découle des précédentes discussions et consiste, en cela, que *l'entaille doit être exécutée aussi étroite que possible.*

La deuxième condition est que *l'entaille doit être faite à l'angle vif et le plus profondément possible.*

Cette condition découle également de la transmission de forces. Quand l'entaille est exécutée obliquement, c'est-à-dire quand l'inclinaison des parois n'est pas plus grande que l'angle d'action, la force dans les points $-a$, c, a', c' sera transmise aux molécules voisines, et une partie plus grande que la partie entaillée se déformera.

Plus l'effort est grand et *plus la profondeur de l'entaille est petite, plus la déformation sera grande.*

Dans de semblables cas, on n'atteint presque que des valeurs comme celles résultant de l'observation de la striction. Mais quand l'inclinaison des parois est plus grande que l'angle d'action, il s'ensuit que la partie qui se trouve au-dessus de la ligne formée par l'angle d'action n'est plus sous l'influence directe de la force extérieure, et c'est pourquoi elle constitue un *empêchement.*

Tout mouvement des parties voisines de l'entaille sera d'autant plus difficile que cette influence entravante sera grande. Mais aussi longtemps que la somme du frottement interne et de l'empêchement est plus petite que la cohésion, les parties voisines subiront un mouvement et la barre subira une striction, irrégulièrement, il est vrai; mais aussitôt la somme du frottement interne et de l'empêchement est plus grande que la cohésion, les parties voisines de l'entaille ne subissent plus aucun déplacement et les propriétés de la section entaillée apparaissent. L'empêchement peut être, il est vrai, augmenté par l'inclinaison plus prononcée des parois et par la profondeur de l'entaille, mais cependant dans une petite mesure; c'est pourquoi on ne peut employer ce procédé avec succès que pour des matériaux possédant une petite malléabilité.

Pour l'acier et le fer, ce procédé peut bien être employé, mais cependant il faut que *l'entaille atteigne la moitié du diamètre et sa largeur tout au plus* 0,1 *du diamètre.*

Pour le plomb, l'étain, etc., ce procédé ne peut plus être employé, parce que ceux-ci subissent une striction malgré l'entaille.

La troisième condition consiste en ce qu'il faut diminuer autant que possible la déformation de la barre entaillée. Pour des entailles semblables, la déformation de la partie entaillée dépend de la ténacité et de la malléabilité. Mais comme la ténacité peut être diminuée par des efforts de traction, et que par la production de l'effet ultérieur la ténacité de traction peut être complètement anéantie, on obtient de cette façon un moyen de diminuer le plus possible le défaut provenant d'essai. Pour cette raison, il est préférable d'exécuter l'entaille sur des barres brisées, après que celles-ci ont reposé 1-2 jours.

Passons maintenant au mode d'exécution des essais des barres entaillées.

L'essai peut être, en général, exécuté avec des forces agissant lentement; pour cet effort, le frottement interne ne sera influencé que par l'empêchement, souvent mentionné, de l'excédent de matière qui se trouve près de l'entaille; ce procédé ne peut donc être employé avec succès que quand la malléabilité est peu considérable.

On obtient la valeur de la cohésion d'après la formule

$$p_o = \frac{P_g}{\Delta_g} \cdots \qquad (15\ a)$$

dans laquelle P_g représente la force extérieure nécessaire à la rupture, Δ_g la section entaillée que l'on peut mesurer exactement avant et après la rupture.

Remarquons, en outre, que les barres entaillées ne donnent pas des valeurs absolument

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

identiques. Pendant cet effort, toutes les ampoules et les inégalités de la section d'entaille font complètement ressortir leur influence.

Pour obtenir la moyenne exacte de la valeur de cohésion, il faut briser un grand nombre de barres entaillées et prendre leur valeur moyenne. Avec cette valeur moyenne, on calcule la valeur de la malléabilité à l'aide de la formule 14

$$B = \frac{p_o}{\sigma_{max}}$$

ou approximativement

$$B = \frac{p_o}{\sigma_z} \ldots \qquad (14\,a)$$

Outre la malléabilité, on peut, d'après les résultats des essais exécutés sur des barres entaillées, déterminer aussi, comme l'a proposé M. Barba, l'homogénéité. Il semble tout indiqué de prendre le rapport de la différence entre la valeur maximum et minimum de la cohésion, à la valeur maximum comme degré d'homogénéité, donc

$$H = \frac{p_{o\,max} - p_{o\,min}}{p_{o\,max}} \ldots \qquad (16)$$

Si nous comparons ces valeurs numériques avec les photographies microscopiques (grossies 200-300 fois), nous voyons que ces valeurs ne représentent pas la quantité des ampoules, mais seulement l'inégalité de la structure et la répartition des ampoules.

Pour des examens microscopiques de l'homogénéité, il faut observer la section longitudinale et transversale et non la surface soumise au laminage, car les ampoules y sont déformées.

RÉCAPITULATION

Pour obtenir les propriétés mécaniques des métaux, il est nécessaire de connaître la *dureté*, la *ténacité* et la *malléabilité*.

La *dureté*, c'est-à-dire la dureté initiale, est désignée par σ_s et σ_z; la dureté maximum, par contre, par σ_{max}. La différence $(\sigma_s - \sigma_o)$ donne un point de repère relatif au degré de l'effet ultérieur.

Il y a deux espèces de *ténacité : la ténacité de traction et la ténacité totale*. Pour le calcul de la ténacité de traction, les valeurs σ_o, σ_z et λ_z sont nécessaires, car

$$Z_z = (0{,}334\sigma_o + 0{,}666\sigma_z)\lambda_z . 1000 \ldots \qquad (9)$$

et pour le calcul de la ténacité totale, outre σ_o, σ_{max} et λ_{max} sont aussi nécessaires, car

$$Z_{max} = (0{,}214\sigma_o + 0{,}7854\sigma_{max})\lambda_{max} . 1000. \qquad (11)$$

La *malléabilité* est exprimée par le rapport

$$B = \frac{p_o}{\sigma_{max}}$$

et approximativement

$$B = \frac{p_o}{\sigma_z}$$

donc, pour le calcul de la malléabilité, il est nécessaire de connaître la valeur de p_o.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Pour la détermination de la dureté, de la ténacité, de la malléabilité, les données

$$\sigma_0,\ \sigma_4,\ \sigma_2,\ \sigma_{max},\ \lambda_2,\ \lambda_{max},\ p_0$$

sont nécessaires.

Les six premières données peuvent être calculées à l'aide des diagrammes normaux de traction et de compression; l'autre, à l'aide des résultats des essais exécutés sur des barres entaillées. Pour donner un aperçu relatif à ces données et aux valeurs numériques de la ténacité et de la malléabilité, j'ai réuni sur les planches VIII-XVII les résultats des essais de quelques matériaux.

A. REJTÖ.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

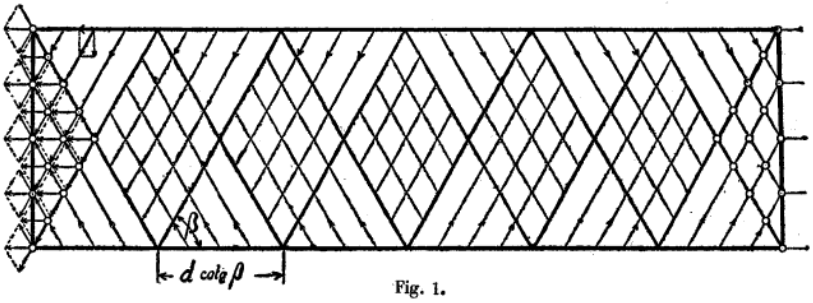


Fig. 1.



Fig. 2.

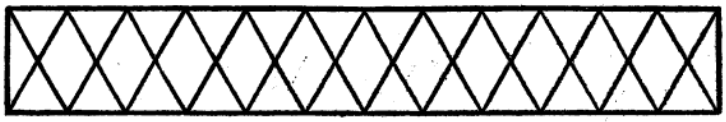


Fig. 3

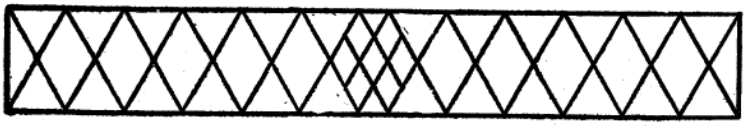


Fig. 4.

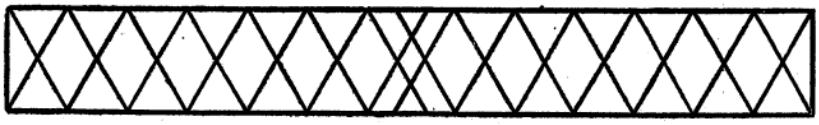


Fig. 5.

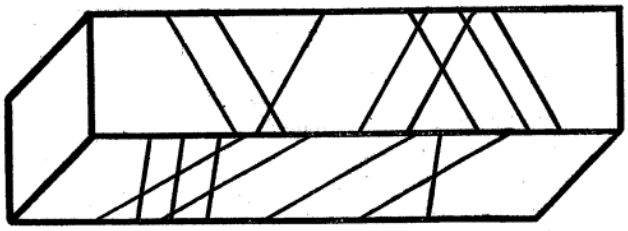


Fig. 6.

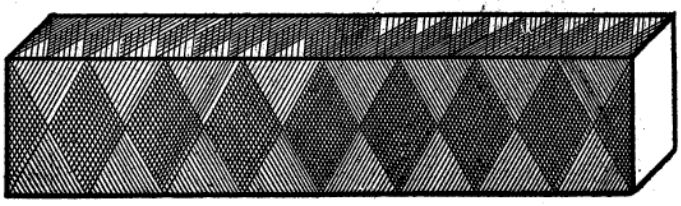


Fig. 7.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

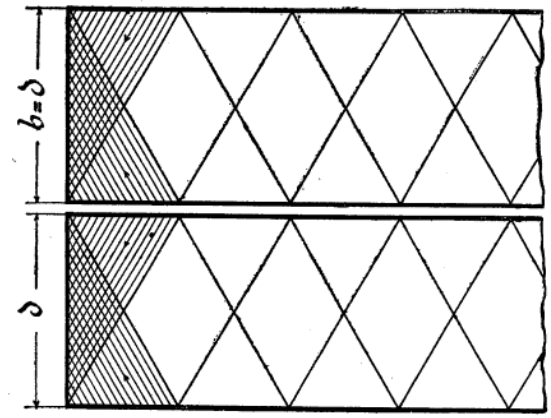


Fig. 8.

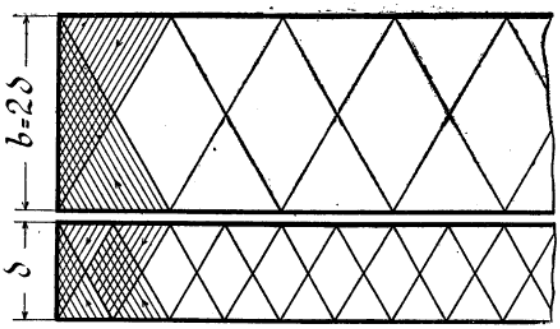


Fig. 9.

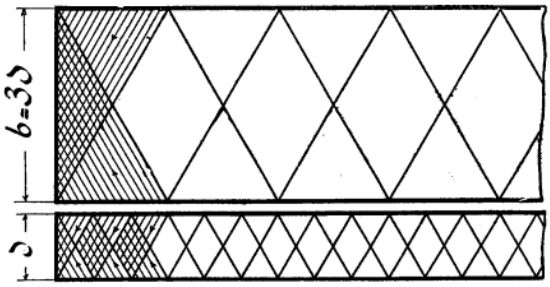


Fig. 10.

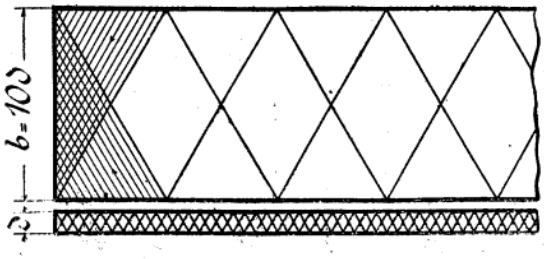


Fig. 11.

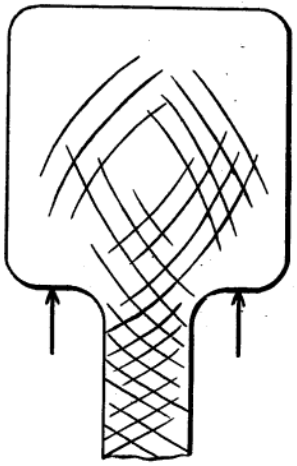


Fig. 12.

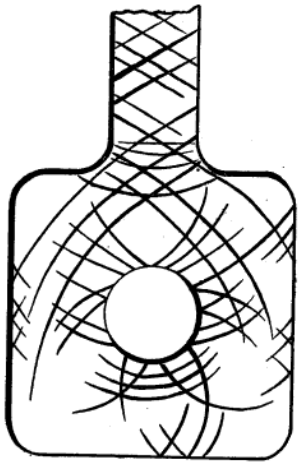


Fig. 13.



Fig. 14.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

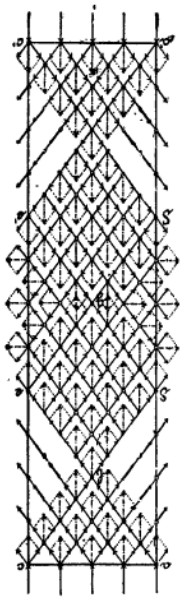


Fig. 15.

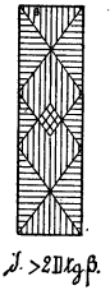


Fig. 15 *a*.

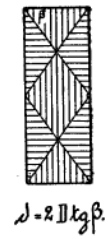


Fig. 16.



Fig. 17.

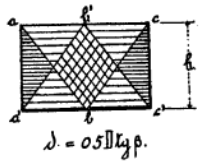


Fig. 18.

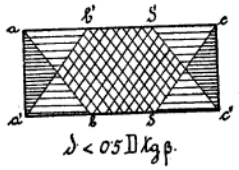


Fig. 19.

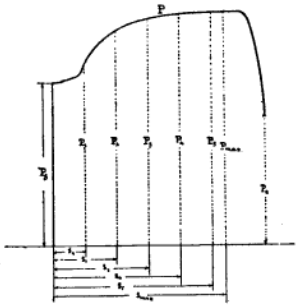


Fig. 20.

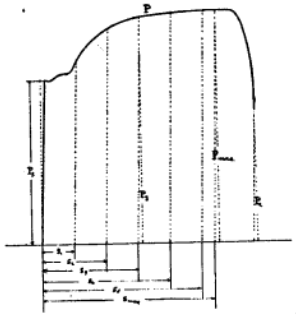


Fig. 20 *a*.

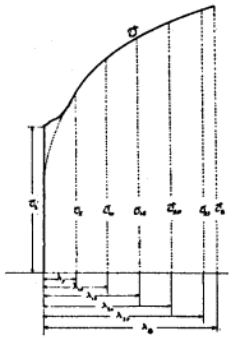


Fig. 21.

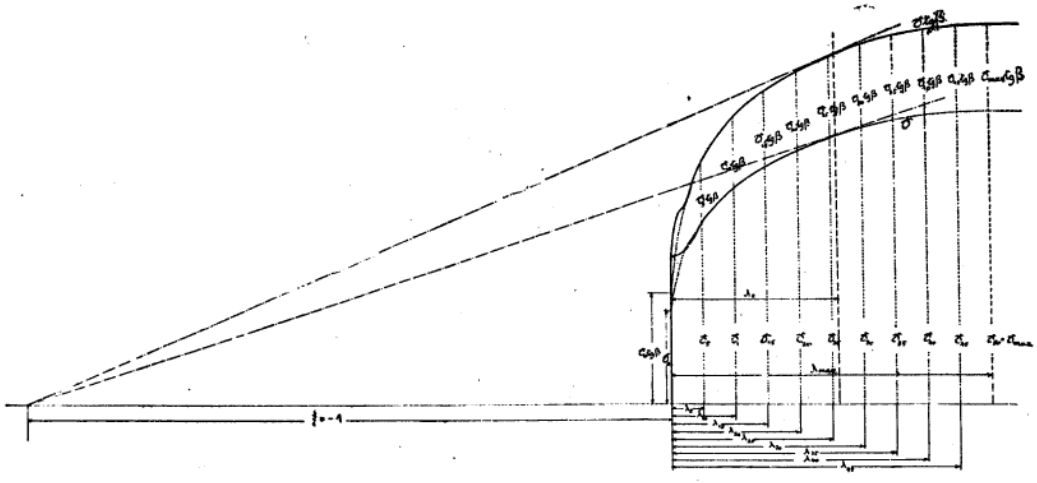


Fig. 22.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

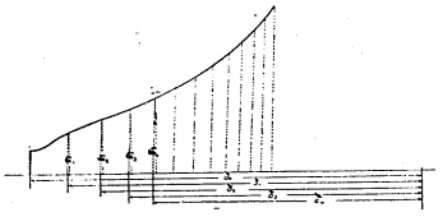


Fig. 23.

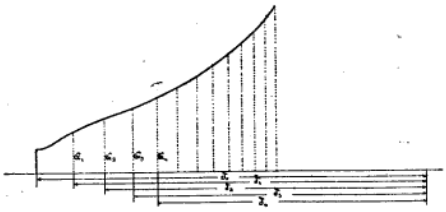


Fig. 23 *a*.

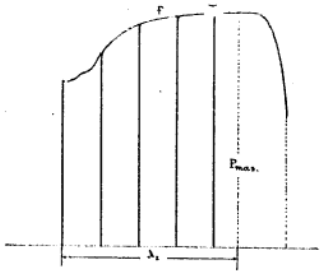


Fig. 24.

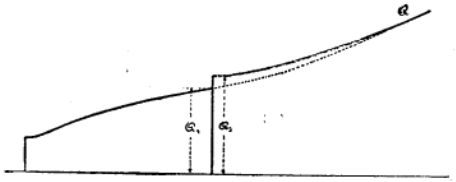


Fig. 24 *b*.

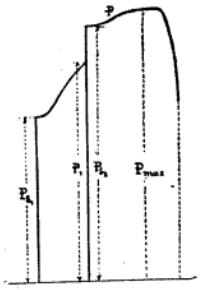


Fig. 24 *a*

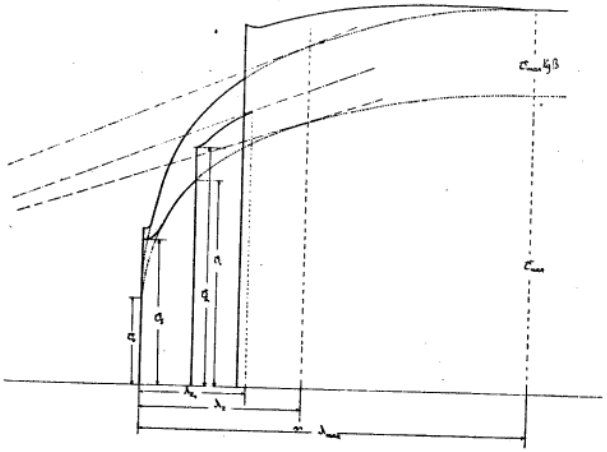


Fig. 25.

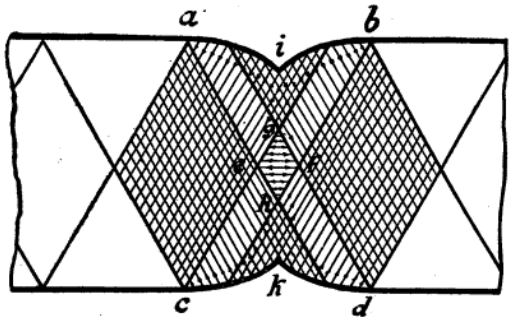


Fig 26.

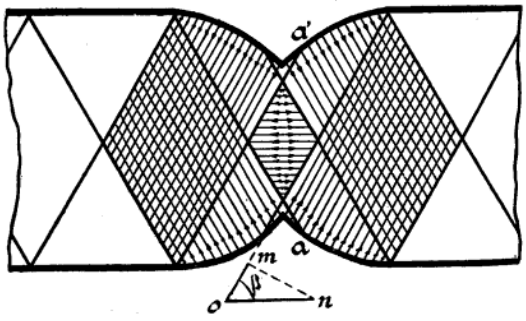


Fig. 27.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

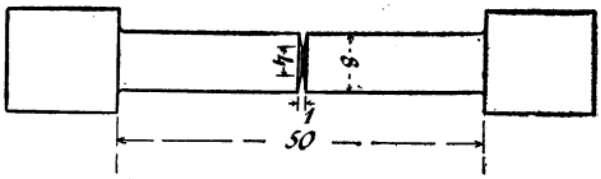


Fig. 28.

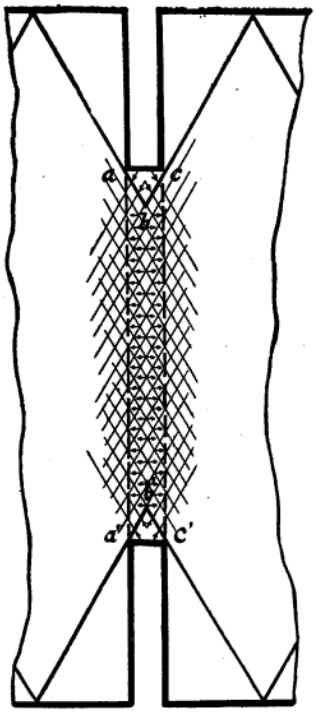


Fig. 29.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° DES ESSAIS / DER VERSUCHSREIHE	SORTES DES FERS / BENENNUNG DER EISENSORTEN	L'ALLONGEMENT : — DEHNUNG : $\lambda=0.00$	0.05	0.10	0.15	20	λ_z	ALLONGEMENT UNIFORME / DIE GLEICHMÄSSIGE DEHNUNG $= \lambda_z$	
		LA TENSION : AUF DEN VERÄNDERTEN QUERSCHNITT BEZOGENE KRAFT						Calculé d'après le diagramme / Berechnet aus dem Diagramme.	Calculé d'après les dimensions de la pièce. / Berechnet aus den Dimensionen des Versuchsstabes.
		σ_0	σ_5	σ_{10}	σ_{15}	σ_{20}	σ_z		
86	Acier Thomas.	16.85	34.5	41.8	45.9	48.6	50.2	0.225	0.200
		18.6	34.8	41.5	46.0	48.6	49.7	0.217	0.214
	Thomas-Eisen.	19.0	35.2	41.9	45.9	48.5	49.95	0.225	0 227
		17.55	34.6	41.64	45.8	48.5	49.2	0.220	0.225
		20.8	35.3	41.3	45.0	48.5	49.6	0.236	0.232
		18.2	34.9	41.8	45.7	45.5	50.3	0.238	0.248
	Calculé d'après la parabole. . . / Aus Parabel berechnet. . .	18.5	33.2	39.4	44.0	48.0	49.8	—	—
	Calculé d'après l'ellipse. . . . / Aus Ellypse berechnet. . .	18.5	35.4	41.6	45.7	48.5	49.6	—	—
87	Acier Thomas.	20.3	35.8	42.2	45.9	48.5	50.4	0.230	0.210
		22.0	37.0	43.2	46.5	48.6	48.6	0.200	0.195
	Thomas-Eisen.	20.2	35.7	42.1	45.7	48.2	49.8	0.235	0.248
		20.8	36.5	43.0	47.0	49.7	50.8	0.222	0.234
		19.6	35.6	42.2	46.2	49.16	49.9	0.216	0.210
		17.2	35.2	42.65	46.6	49.6	50.7	0.220	0.248
	Calculé d'après la parabole. . . / Aus Parabel berechnet. . .	20.0	34.3	40.2	44.7	48.6	50.0	—	—
	Calculé d'après l'ellipse. . . . / Aus Ellypse berechnet. . .	20.0	36.7	42.6	46.4	49.0	49.9	—	—
88	Acier Thomas.	16.5	33.4	40.4	44.5	47.0	50.5	0.240	0.240
		18.9	34.4	40.8	44.6	47.4	48.3	0.218	0.203
	Thomas-Eisen.	16.9	33.6	40.5	44.5	47.3	47.9	0.222	0.215
		19.3	35.0	41.5	45.5	48.5	50.0	0.232	0.231
		18.25	34.7	41.5	45.5	48.2	49.4	0.225	0.223
		20.4	35.4	41 6	45.5	48.2	48.95	0.213	0.207
	Calculé d'après la parabole. . . / Aus Parabel berechnet. . .	18.37	32.8	38.9	43.5	47.3	49 14	—	—
	Calculé d'après l'ellipse. . . . / Aus Ellypse berechnet. . .	18.37	35.1	41.07	45.0	47.77	48.8	—	—
89	Acier Thomas.	18.3	35.4	42.5	46.5	49.2	50.4	0.224	0.228
		19 0	35.4	42.2	46.0	49.0	50.1	0.225	0.219
	Thomas-Eisen.	18.4	35.1	42.0	46.4	48.9	50.35	0.225	0.218
		18.5	34.2	40.7	44.8	47.6	48.8	0.228	0.253
		17.1	35.2	42.7	46.9	50.0	51.5	0.226	0.186
		18.4	35.5	42.6	46.8	49.3	50.65	0.230	0.237
	Calculé d'après la parabole. . . / Aus Parabel berechnet. . .	18.3	33.4	38.9	44.4	48.4	50.3	—	—
	Calculé d'après l'ellipse. . . . / Aus Ellypse berechnet. . .	18.3	35.8	42.1	46.2	49.0	50.0	—	—
90	Acier Thomas	19.38	35.28	41.85	45.65	48.2	49.65	0.224	0.237
		18.95	34.4	41.2	45.2	48.0	49.3	0.218	0.200
	Thomas-Eisen.	19.3	35.0	41.5	45.4	48.1	49.25	0.220	0.225
		18.1	34.8	41.7	45.4	48.2	50.0	0.240	0.264
		19.8	35.5	42.0	45.3	48.2	49.0	0.225	0.222
		18.75	34.2	41.0	45.0	47.5	48.6	0.220	0.220
	Calculé d'après la parabole. . . / Aus Parabel berechnet. . .	19.05	33.4	39.3	43.8	47.7	49.3	—	—
	Calculé d'après l'ellipse. . . . / Aus Ellypse berechnet. . .	19.05	35.6	41.55	45.4	48.05	49.05	—	—

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° D'ESSAI ET DONNÉES NÉCESSAIRES VERSUCHS N° UND ANMERKUNG	L'ALLONGEMENT : DEHNUNG : $(\lambda) =$	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
86. Dimensions originales : Anfängliche Dimensionen des Druckprobestückes : $d = 9.11$ $\delta = 22.62$ $\operatorname{tg}\beta = 1.23$	La tension de la compression : Auf die Einheit des veränderten Querschnittes bezogene Druckkraft $q = Nf\operatorname{tg}\beta = \sigma\operatorname{tg}\beta$.	»	42.3	51.3	56.2	58.7	62.0	63.2	64.3	64.5	»	»
	Valeurs du frottement interne calculées de la compression. Werte der inneren Reibung aus Druckvorsuchen berechnet $Nf = \sigma$.	»	34.4	41.6	45.7	47.7	50.1	51.4	52.4	52.5	»	»
	Valeurs moyennes du frottement interne calculées de la traction, et valeur de Nf_{max} calculée à l'aide de l'ellipse. Mittelwerte von $Nf = \sigma$ aus Zugversuchen berechnet und Werte von Nf_{max} aus der Ellypse berechnet	18.5	34.9	41.6	45.7	48.5	»	$\lambda_{max} = a = 0.37$ $Nf_{max} = b + Nf_0 = 52.3$				
87 Dimensions originales : Anfängliche Dimensionen des Druckprobestückes : $d = 9.05$ $\delta = 22.57$ $\operatorname{tg}\beta = 1.21$	La tension de la compression : Auf die Einheit des veränderten Querschnittes bezogene Druckkraft $q = Nf\operatorname{tg}\beta = \sigma\operatorname{tg}\beta$.	»	43.2	51.6	56	59.3	61.7	63.5	64.8	65.5	66	»
	Valeurs du frottement interne calculées de la compression : Werte der inneren Reibung aus Druckversuchen berechnet $Nf = \sigma$.	»	35.7	42.65	46.3	49.0	51.1	52.5	53.6	54.2	54.7	»
	Valeurs moyennes du frottement interne calculées de la traction, et valeur de Nf_{max} calculée à l'aide de l'ellipse. Mittelwerte von $Nf = \sigma$ aus Zugversuchen berechnet und Werte von Nf_{max} aus der Ellypse berechnet	20	35.9	42.65	46.3	49.0	»	$\lambda_{max} = a = 0.33$ $Nf_{max} = b + Nf_0 = 51.65$				
88. Dimensions originales : Anfängliche Dimensionen des Druckprobestückes : $d = 9.11$ $\delta = 22.62$ $\operatorname{tg}\beta = 1.25$	La tension de la compression : Auf die Einheit des veränderten Querschnittes bezogene Druckkraft $q = Nf\operatorname{tg}\beta = \sigma\operatorname{tg}\beta$.	»	41.0	51.5	56.1	60.5	61.7	63.5	64.4	64	»	»
	Valeurs du frottement interne calculées de la compression : Werte der inneren Reibung aus Druckversuchen berechnet $Nf = \sigma$.	»	32.8	41.1	45	48.5	49.4	50.8	51.5	51.3	»	»
	Valeurs moyennes du frottement interne calculées de la traction, et valeur de Nf_{max} calculée à l'aide de l'ellipse. Mittelwerte von $Nf = \sigma$ aus Zugversuchen berechnet und Werte von Nf_{max} aus der Ellypse berechnet.	18.4	34.4	41.1	45	47.8	»	$\lambda_{max} = a = 0.36$ $Nf_{max} = b + Nf_0 = 51.2$				
89. Dimensions originales : Anfängliche Dimensionen des Druckprobestückes : $d = 10.07$ $\delta = 24.96$ $\operatorname{tg}\beta = 1.287$	La tension de la compression : Auf die Einheit des veränderten Querschnittes bezogene Druckkraft $q = Nf\operatorname{tg}\beta = \sigma\operatorname{tg}\beta$.	»	44.4	53.7	59.8	62.4	65.6	67.4	68.8	69.7	70.2	»
	Valeurs du frottement interne calculées de la compression : Werte der inneren Reibung aus Druckversuchen berechnet $Nf = \sigma$.	»	34.5	41.7	46.5	48.5	51.0	52.4	53.4	54	54.5	»
	Valeurs moyennes du frottement interne calculées de la traction, et valeur de Nf_{max} calculée à l'aide de l'ellipse. Mittelwerte von $Nf = \sigma$ aus Zugversuchen berechnet und Werte von Nf_{max} aus der Ellypse berechnet.	18.3	35.1	42.1	46.2	49	»	$\lambda_{max} = a = 0.348$ $Nf_{max} = b + Nf_0 = 52.2$				
90. Dimensions originales : Anfängliche Dimensionen des Druckprobestückes : $d = 10.1$ $\delta = 24.96$ $\operatorname{tg}\beta = 1.285$	La tension de la compression : Auf die Einheit des veränderten Querschnittes bezogene Druckkraft $q = Nf\operatorname{tg}\beta = \sigma\operatorname{tg}\beta$.	»	44.6	53.6	58.2	61.0	63.9	65.8	66.3	67.6	68.5	69
	Valeurs du frottement interne calculées de la compression : Werte der inneren Reibung aus Druckversuchen berechnet $Nf = \sigma$.	»	34.7	41.7	45.3	77.7	49.7	51.3	51.6	52.5	53.3	53.7
	Valeurs moyennes du frottement interne calculées de la traction, et valeur de Nf_{max} calculée à l'aide de l'ellipse. Mittelwerte von $Nf = \sigma$ aus Zugversuchen berechnet und Werte von Nf_{max} aus der Ellypse berechnet	19.05	34.9	41.5	45.3	48	»	$\lambda_{max} = a = 0.346$ $Nf_{max} = b + Nf_0 = 51.05$				

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° d'ordre des essais. *Laufende N° der Versuche.*	Désignation de la matière. *Bezeichnung des Materiales.*	Propriétés mécaniques. *Mechanische Eigenschaften.* σ_e	σ_z	λ_z	Z_z	Rupp.	H	Valeurs numériques des données caractéristiques de la traction déduites de la traction et rendues rigides. *Werte der Cohäsion aus Zerreissversuchen der Probestäbe durch Zug berechnet.*	Analyse chimique. *Chemische Analyse.* C	Mn	Si	P	S	Cu	Photographies microscopiques. *Mikroskopische Bilder bei 320 facher Linearvergrösserung.* Section transversale. *Querschnitt.*	Section longitudinale. *Längsschnitt.*
		σ_t	$\sigma_{max.}$	$\lambda_{max.}$	Z	B										
88	Aune du I *Trägerstag*	18.5	49.82	0.328	8900	2.04	11.3	94.8 90 90.8 103 104 104.5 107 101.73 *diff* = 12.2	0.197	0.483	—	0.065	—	—		
	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*	20.71	52.3	0.33	14830	1.94										
89	Aune du I *Trägerstag*	18.3	50.3	0.326	8950	2.10	17.6	92.4 93 93 95.2 95.2 94.8 112 113 113 100.8 *diff* = 20.6	0.120	0.515	—	0.070	—	—		
	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*	20.83	50.8	0.325	14270	1.90										
90	Aune du I *Trägerstag*	19.05	49.3	0.324	8840	2.10	13	91.2 102.3 101.5 105.5 107 108.3 108.5 *diff* = 14	0.12	0.595	—	0.01	—	—		
	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*	20.44	51.05	0.35	15480	2.11										

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° d'ordre des essais. *Laufende N° der Versuche.*	Désignation de la matière. *Bezeichnung der Materialien.*	Propriétés mécaniques. *Mechanische Eigenschaften.*						Valeurs numériques des données graphiques obtenues à l'aide de la traction, des pliages et rabattements. *Werte der Cohäsion ermittelt durch Zug beanspruchten Stäben berechnet.*	Analyse chimique. *Chemische Analyse.*					
		σ_u	σ_z	λ_z	E_z	Rapport	II		C	Mn	Si	P	S	Cu
		σ_t	$\sigma_{max.}$	$\lambda_{max.}$	$Z_{max.}$	B								
116	Ame du **I** *Trägersteg*	Dir. longitudinale. *Längsrichtung.*												
		16.9	46.8	0.205	7530	2.1	14	90 92 96.6 98 100 104 104 104.6 98.4 $d = 14.5$	0.120	0.448	0.000	0.084	0.17	0.072
		*	*	*	*	*								
		—	—	—	—	—	—							
		Dir. transversale. *Querrichtung.*												
		17.85 20.22	47.2 49.6	0.107 0.25	7400 10730	2.04 4.93	0.4	91 93 93 94.2 97.5 97.6 99.5 100.5 95.5 $d = 9.5$						
119	Cornières *Brückenmaterialien*	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*												
		23.4 27.02	48.6 51.0	0.178 0.26	7330 10880	2.31 2.20	8.8	101.4 108.0 113 113 117 118 112.5 $d = 11.6$	0.120	0.738	0.081	0.028	0.055	0.112
108	Bandes *Flacheisen*	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*												
		13.5 25.6	41.9 42.3	0.241 0.30	7810 10830	2.72 2.70	15.3	109.5 111 111 113 127 114.2 $d = 17.5$	0.007	0.123	—	0.015	—	—

* Il ne fut pas essayé. — *Wurde nicht untersucht.*

Photographies microscopiques. *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*

Section transversale. *Querschnitt.*

Section longitudinale. *Längsschnitt.*

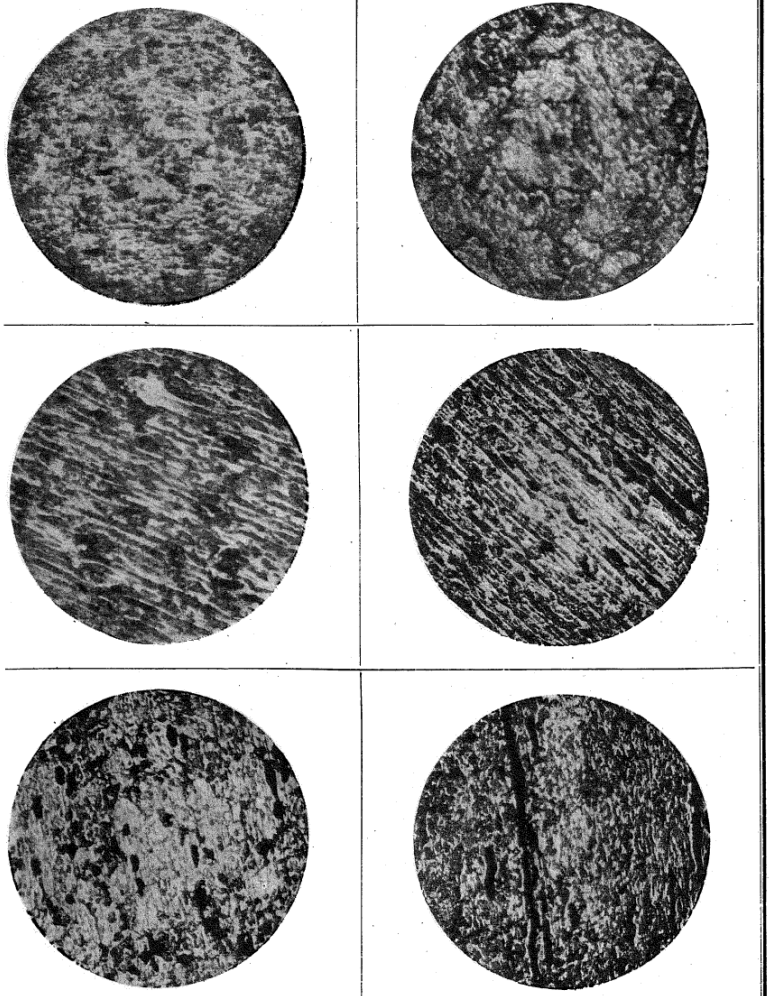
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° d'ordre des essais. *Laufende N° der Versuche.*	Désignation de la matière. *Bezeichnung des Materiales.*		Propriétés mécaniques. *Mechanische Eigenschaften.* σ_e / σ_s	σ_z / $\sigma_{max.}$	λ_z / $\lambda_{max.}$	Z_z / $Z_{max.}$	$B_{appr.}$ / B	H	Valeurs numériques des données caractéristiques calculées à l'aide de la traction, des pièces entaillées et rendues rigides. $\frac{po}{}$ *Werte der Cohäsion aus Zerreissversuchen der eingekerbten durch Zug beanspruchten Stäben berechnet.*	Analyse chimique. *Chemische Analyse.* C	Mn	Si	P	S	Cu
97	Bandes / *Flacheisen*	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*	14.7 / 25.84	46.7 / 49.9	0.216 / 0.325	7770 / 13760	2.31 / 2.17	3.0	106, 107, 109, 109.5, 105.5 — 108.5 — $d = 3.3$	0.43	0.510	—	—	0.02	—
99	Bandes / *Flacheisen*	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*	16.43 / 25.3	45.72 / 48.2	0.232 / 0.37	8320 / 15600	2.22 / 2.41	13.4	93.4, 98, 98.3, 100.5, 106, 107.7, 108 — 101.7 — $d = 14.5$	0.110	0.535	—	0.02	—	—
100	Tôle / *Eisenblech*	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*	15.7 / *	45.53 / *	0.217 / *	7720 / *	2.25 / *	13.5	94.2, 99, 106.5, 109 — 102.17 — $d = 14.8$	0.107	0.560	—	0.02	—	—

Photographies microscopiques. *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*

Section transversale. *Querschnitt.*

Section longitudinale. *Längsschnitt.*



Il ne fut pas essayé. — *Wurde nicht untersucht.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° d'ordre des essais. *Laufende N° der Versuche.*	Désignation de la matière. *Bezeichnung des Materiales.*	Propriétés mécaniques. *Mechanische Eigenschaften.*							Valeurs numériques des données caractéristiques calculées à l'aide des résultats des pièces essayées et rendues rigides. *Werte der Cohäsion aus Zerreissversuchen der eingeschriebenen Stäben berechnet.*	Analyse chimique. *Chemische Analyse.*					Photographies microscopiques. *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*	
		σ_e / σ_t	σ_z / $\sigma_{max.}$	λ_z / $\lambda_{max.}$	Z_z / $Z_{max.}$	Rapp. B	H			C	Mn	Si	P	S	Section transversale. *Querschnitt.*	Section longitudinale. *Längsschnitt.*
98	Bandes *Flacheisen*	17.8 / 20.40	48.3 / 52.2	0.229 / 0.325	8450 / 14570	2.14 / 1.90	10.2	96 97.5 104 104 105 105 106.3 107 107 103.4 *d* = 11		0.117	0.600	—	0.01	—		
	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*															
103	Bandes *Flacheisen*	17.3 / 27.42	40.2 / 48.0	0.201 / 0.25	7440 / 10350	2.41 / 2.33	8.5	108 100 110 118 111.75 *d* = 10		0.125	0.529	0.075	0.02	0.06		
	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*															
104	Bandes *Flacheisen*	17.4 / *	44.9 / *	0.19 / *	6780 / *	2.42 / *	9.9	101 105 109 112.5 117 108.8 *d* = 16		0.130	0.551	0.055	0.011	0.05		
	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*															

* Il ne fut pas essayé. — *Wurde nicht untersucht*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

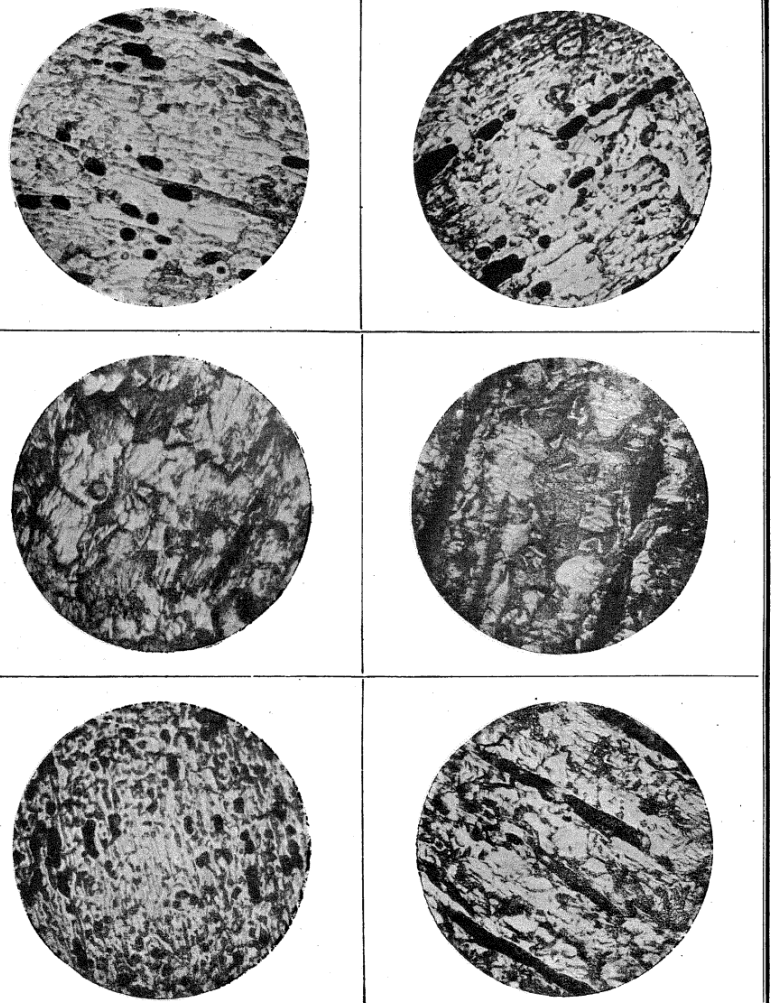
N° d'ordre des essais. *Laufende N° der Versuche.*	Désignation de la matière. *Bezeichnung des Materiales.*	Propriétés mécaniques. *Mechanische Eigenschaften.*						Valeurs numériques des coefficients de résistance calculées à l'aide de la traction, des pièces entaillées et rectangulaires. *Werte der Cohäsion aus Versuchen mit eingekerbten und Zug beanspruchten Stäben berechnet.*	Analyse chimique. *Chemische Analyse.*					Photographies microscopiques. *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*	
		σ_0 / σ_t	σ_z / $\sigma_{max.}$	λ_z / $\lambda_{max.}$	Z_z / $Z_{max.}$	Rapport. / B	II		C	Mn	Si	P	S	Section transversale. *Querschnitt.*	Section longitudinale. *Längsschnitt.*
105	Bandes *Flacheisen*	17.9 / 20.55	45.45 / 47.5	0.202 / 0.25	7350 / 10200	2.47 / 2.37	16	104 105 107.4 116 119 124 112.5 $d = 20$	0.083	0.208	—	0.03	—		
106	Bandes *Flacheisen*	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*													
		17.9 / 27.72	46.27 / 49.0	0.202 / 0.325	7420 / 13760	2.20 / 2.14	27	87 89.3 114 115 119 104.8 $d = 32$	0.060	0.348	—	0.03	—		
112	Bandes *Flacheisen*	Dir. longitudinale. *Längsrichtung.*													
		25.42 / —	48.9 / —	0.21 / —	7380 / 10500	2.10 / 1.97	22.8	87.7 87.5 90.2 94 98 108.5 114 96.4 $d = 96.3$	0.083	0.423	—	0.035	—		
		Dir. transversale. *Querrichtung.*													
		17.7 / 23.0	44.5 / 48.0	0.207 / 0.36	7360 / 14090	1.86 / 1.70	29	65.5 78.5 89.5 93. 81.2 $d = 97.5$							

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° d'ordre des essais. Laufende N° der Versuche.	Désignation de la matière. Bezeichnung des Materiales.		Propriétés mécaniques. Mechanische Eigenschaften. σ_0 / σ_s	σ_z / $\sigma_{max.}$	λ_z / $\lambda_{max.}$	Z_z / Z	$B_{appr.}$ / B	H	Valeurs numériques des données caractéristiques calculées à l'aide de la traction, des pièces entaillées et rendues rigides. $\frac{po}{}$ Werte der Cohäsion aus Zerreissversuchen der eingekerbten durch Zug beanspruchten Stäben berechnet.	Analyse chimique. Chemische Analyse. C	Mn	Si	P	S	Cu
121	Tôle de chaudière / *Kesselblech*	Dir. longitudinale. *Längsrichtung.*	21.6	43.3	0.182	6580	2.33	6.9	96.8 97.5 99 100 103.5 104 — 100.1 $d = 7.2$	0.07	0.568	0.009	0.021	0.055	0.096
			28.26	47.0	0.33	13780	2.13								
			—	—	—	—	—	—							
		Dir. transversale. *Querrichtung.*	23.2	44.1	0.166	6150	2.00	9.1	85.5 87.5 88 90.5 92.4 94 — 89.6 $d = 8.5$						
			25.74	49.9	0.325	14370	1.80								
125	Tôle de pont / *Brückenblech*	Dir. longitudinale. *Längsrichtung.*	29.2	58.0	0.149	7320	1.98	14.4	101 107 108 110 119 119 — 110.5 $d = 18$	0.16	0.233	0.163	0.049	0.04	0.08
			30.25	64.1	0.30	17250	1.73								
			—	—	—	—	—	—							
		Dir. transversale. *Querrichtung.*	32.5	58.6	0.163	8120	1.86	13.6	97.8 101.7 118 119 — 109 $d = 16.2$						
			*	*	*	*	*								
117	Tôle de pont / *Brückenblech*	Direction longitudinale. *Längsrichtung.*	26.5	50.1	0.154	6720	2.16	9.9	110 111 112 118 122 — 114 $d = 12$	0.110	0.586	0.039	0.048	0.090	0.121
			25.11	55.2	0.30	15000	2.06								

Photographies microscopiques. *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*

Section transversale. *Querschnitt.* — Section longitudinale. *Längsschnitt.*



* Il ne fut pas essayé. — *Wurde nicht untersucht.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° d'ordre des essais. *Laufende N° der Versuche.*	Désignation de la matière. — *Bezeichnung des Materiales.*	Propriétés mécaniques. — *Mechanische Eigenschaften.* σ_r	σ_z	$\sigma_{max.}$	λ_z	$\lambda_{max.}$	Z_z	Z	Dupre. B	II	Valeurs numériques des données caractéristiques calculées à l'aide de la traction, des poutres continues et rivures rigides. *Werte der Coëfficienten der eingeklemmten durch Zug beanspruchten Stäben berechnet.*	Analyse chimique. — *Chemische Analyse.* C	Mn	Si	P	S	Cu
115	Ame du I — *Trägersteg*	28.3	60.3	60.3	0.164	0.164	8030	8030	2.07	17.5	112.5 114.6 135 137.8 125.0 $d = 24.3$	0.25	0.915	0.031	0.139	0.06	0.053
		37.16	65.9	65.9	0.30	—	17350	—	1.90	—							
		—	—	—	—	—	—	—	—	—							
	Dir. longitudinale. — *Längsrichtung.*																
	Dir. transversale. — *Querrichtung.*	30.25	60.3	60.3	0.102	0.102	8150	8150	1.78	15.5	106 106.1 108.4 113.0 106.8 $d = 17.0$						
		36.82	65.0	65.0	0.35	0.35	20130	20130	1.645								
118	Tête de pont — *Brückenblech*	39.6	61.1	61.1	0.143	0.143	7400	7400	2.0	15	114 119.2 127 134 123.5 $d = 20$	0.19	0.216	0.047	0.094	0.04	0.063
		41.55	68.2	68.2	0.375	0.375	23800	23800	1.81								
		—	—	—	—	—	—	—	—	—							
	Dir. longitudinale. — *Längsrichtung.*																
	Dir. transversale. — *Querrichtung.*	30.6	57.0	57.0	0.095	0.095	4770	4770	2.2	14	117.5 117.3 128 131 137 137 126.6 $d = 19.5$						
		42.60	67.5	67.5	0.325	0.325	21300	21300	1.88								
120	Cornières — *Brückenwinkeleisen*	27.6	55.2	55.2	0.172	0.172	7000	7000	2.0	14.4	101 108 109 110 119 116 118 118.5 111 $d = 17.5$	0.13	0.200	0.019	0.117	0.04	0.007
	Direction longitudinale. — *Längsrichtung.*	33.5	57.4	57.4	0.31	0.31	15810	15810	1.93								

Photographies microscopiques. — *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*

Section transversale. — *Querschnitt.*

Section longitudinale. — *Längsschnitt.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N° d'ordre des essais. *Laufende N° der Versuche.*	Désignation de la matière. *Bezeichnung des Materiales.*	Propriétés mécaniques. *Mechanische Eigenschaften.*						Valeurs numériques des coefficients de résistance calculées à l'aide de la traction, des pièces rondes et rectangulaires. *Werte der Cohäsion aus Versuchen mit runden und rechteckigen Stäben berechnet.*	Analyse chimique. *Chemische Analyse.*					
		σ_e / σ_z	δ_z / $\sigma_{max.}$	λ_z / $\lambda_{max.}$	E_z / $\gamma_{max.}$	Rapport. / D	H		C	Mn	Si	P	S	Cu
93	Tige d'acier *Stabstahl*	33.0 / 39.86	76.5 / 80.0	0.105 / 0.20	7970 / 13800	1.75 / 1.08	7.0	129 134 136 130 — 134 $d = 10$	0.607	0.554	0.365	0.095	—	—
94	Tige d'acier *Stabstahl*	* / *	* / *	* / *	* / *	* / *	9.8	112 115 117 121 125.5 124 — 118 $d = 12$	0.350	0.511	0.030	0.085	—	—
95	Tige d'acier *Stabstahl*	* / *	* / *	* / *	* / *	* / *	6.4	109.3 113.5 116.5 116.5 — 113.5 $d = 75$	0.327	0.304	0.028	0.115	—	—

Direction longitudinale. *Längsrichtung.*

* Il ne fut pas essayé. — *Wurde nicht untersucht.*

Photographies microscopiques. *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*

Section transversale. *Querschnitt.* — Section longitudinale. *Längsschnitt.*

† Les sombres lambeaux difformes sont formés par le carbure. — *Die unregelmässig geformten dunklen Flecken sind Bilder der Carbid-Gruppen.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Désignation de la matière. — *Bezeichnung des Materiales.*	Propriétés mécaniques. — *Mechanische Eigenschaften.*						Valeurs numériques des données caractéristiques calculées à l'aide des courbes tracées et rendues rigides. — *Werte der Gehalten aus Zerreissversuchen der eingezeichneten durch Ausgleichung erhaltenen Kurven berechnet.*	Analyse chimique. — *Chemische Analyse.*					Photographies microscopiques. — *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*	
	σ_e	σ_r	λ_r	Z_r	Rapport B	H		C	Mn	Si	P	S	Cu	Section transversale. — *Querschnitt.* / Section longitudinale. — *Längsschnitt.*
N°s d'ordre des essais. — *Laufende N° der Versuche.*														
91							143.5 146 147.5 150 160 149.2 $d = 16.5$							
Tige d'acier — *Stab*	34.0	91.0	0.097	7400	1.64	10.3		0.673	0.255	0.906	0.035	—	—	
Direction longitudinale. — *Längsrichtung.*	60.8	97.1	0.25	21560	1.54									
96*							154 150 167 160 $d = 13$							
Tige d'acier — *Stab*	30.3	91.0	0.125	9900	1.75	7.8		0.693	0.405	0.192	0.02	—	—	
Direction longitudinale. — *Längsrichtung.*	58.75	103.3	0.35	32740	1.60									
92							155 157 150 161.7 162 167 155.2 $d = 12$							
Tige d'acier — *Stab*	41.25	110.9	0.083	8000	1.40	7.1		0.910	0.735	0.354	0.085	—	—	
Direction longitudinale. — *Längsrichtung.*	70.56	116.5	0.30	31400	1.53									

* Les sombres lambeaux difformes sont formés par le carbure. — *Die unregelmässig geformten dunklen Flecken sind Bilder der Carbid-Gruppen.*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

N^os^ d'ordre des essais. *Laufende N^o^ der Versuche.*	Désignation de la matière. *Bezeichnung der Materialien.*	Propriétés mécaniques. *Mechanische Eigenschaften.*						Valeurs numériques des grandeurs caractéristiques calculées à l'aide de la traction, des pièces rondes et rainées. *Werte der Cohäsion ermittelt durch Zug beanspruchten Stäben berechnet.*	Analyse chimique. *Chemische Analyse.*					Photographies microscopiques. *Mikroskopische Bilder bei 330 facher Linearvergrösserung.*	
		σ_e	σ_z	λ_z	Z_z	Rapport.	H		C	Mn	Si	P	S	Cu	Section transversale. *Querschnitt.* / Section longitudinale. *Längsschnitt.*
*								64 63.8 60.9 60.5 70.6 71.5 68.2 $d = 7.5$						
122	Tôle de pont *Brückenblech*	Dir. longitudinale. *Längsrichtung.*							0.098	0.351	0.08	0.077	0.06	0.081	
		17.8	40.9	0.214	7070	1.65	10.5	47.4 47.6 49.4 49.7 52.7 55.8 53.0 50.8 $d = 6.5$							
		24.88	45.4	0.32	12630	1.50	—								
		—	—	—	—	—	—								
		Dir. transversale. *Querrichtung.*													
		20.3	27.8	0.037	1935	1.83	12								
		*	*	*	*	*	*								
123	Tôle de pont *Brückenblech*	Dir. longitudinale. *Längsrichtung.*						53 69.7 61.6 67.6 79 73.4 74 66.8 $d = 20.4$	0.088	0.90	0.139	0.031	0.04	0.109	
		25.65	45.0	0.163	6270	1.49	23								
		30.73	48.1	0.26	12200	1.39	—								
		—	—	—	—	—	—								
		Dir. transversale. *Querrichtung.*													
		*	33.0	0.048	1450	1.65	18.0	49.5 52.9 55.2 57.9 57.5 58.8 60.7 56.8 $d = 11.2$							
		*	*	*	*	*	*								
124	Tôle de pont *Brückenblech*	Dir. longitudinale. *Längsrichtung.*						69 66.6 68.3 69.7 71 73 69.4 $d = 13$	0.130	0.228	0.134	0.032	0.05	0.093	
		24.1	42.8	0.175	6300	1.63	17.3								
		28.55	46.0	0.20	12400	1.51	—								
		—	—	—	—	—	—								
		Dir. transversale. *Querrichtung.*						49.7 55.4 57.4 58 59 55.8 $d = 9.3$							
		21.0	34.5	0.069	2070	1.62	15.8								
		*	*	*	*	*	*								

* Il ne fut pas essayé. — *Wurde nicht untersucht.*

* Les grands lambeaux sont de scorie, qui sert de ligument. — *Die grossen Flecken sind Bilder der Schlacke, welche als Bindemittel dient*

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

V

ÉTUDE

SUR LES

PROPRIÉTÉS PHYSIQUES ET MÉCANIQUES DES MÉTAUX

RAPPORT

Présenté par MM. P. CHARBONNIER et Ch. GALY-ACHÉ

CAPITAINES D'ARTILLERIE DE LA MARINE

INTRODUCTION

L'étude des méthodes d'essai des métaux ne peut se séparer de celle de leurs propriétés mécaniques. C'est en cherchant à se rendre compte des phénomènes de la déformation des solides dans les cas les plus simples qu'il deviendra un jour possible de déterminer quelles sont les véritables caractéristiques d'un métal, comment elles doivent être mesurées et quel est leur sens exact.

La Mécanique des métaux serait cette partie de la Physique qui traiterait des transformations qu'éprouvent les corps sous l'action des efforts divers qui leur sont appliqués. Les phénomènes de l'élasticité sont les plus simples que l'on observe; mais les déformations permanentes paraissent présenter des caractères réguliers susceptibles déjà d'être ramenés à quelques lois simples dont la connaissance pourra présenter quelque utilité pour les techniciens et quelque intérêt pour les physiciens.

Nous nous sommes presque exclusivement bornés à l'étude du cuivre et du fer, et nous avons reconnu que ces deux métaux présentent des propriétés mécaniques si dissemblables qu'ils doivent être considérés comme deux types essentiellement distincts dont les autres se rapprochent plus ou moins.

Nos expériences ont été exécutées au Laboratoire central de l'Artillerie de la Marine L'Artillerie de la Marine a toujours accordé une importance majeure aux essais des métaux à canon, et c'est, croyons-nous, le premier service public qui ait imposé, dans ses cahiers des charges, des essais mécaniques aux usines qui lui fournissent les éléments de ses bouches à feu.

Nous avons consulté avec intérêt les remarquables travaux de M. l'ingénieur Charpy, le prédécesseur de l'un de nous au Laboratoire central de la Marine, et nous nous sommes

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

servi d'une manière courante des appareils et machines inventés ou perfectionnés par lui. Ces instruments constituent une partie importante de l'outillage que nous avions à notre disposition.

Notre « **Étude sur les propriétés mécaniques et physiques des métaux** » sera divisée en quatre chapitres.

Dans le CHAPITRE I[er], nous décrirons sommairement les « machines d'essai » dont nous nous sommes servi.

Dans le CHAPITRE II, nous traiterons de l'élasticité et de la limite d'élasticité.

Le CHAPITRE III sera spécialement consacré à l'étude des déformations permanentes du cuivre.

Enfin, dans le CHAPITRE IV, nous exposerons nos recherches sur le fer.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE I

MACHINES D'ESSAI

1. — Machines employées.

Les expériences dont il sera question dans ce travail ont été faites avec deux machines d'essai différentes.

La première, « la machine d'essai du colonel Maillard », est celle qui est employée couramment dans l'Artillerie de la Marine, pour les essais des métaux à canon.

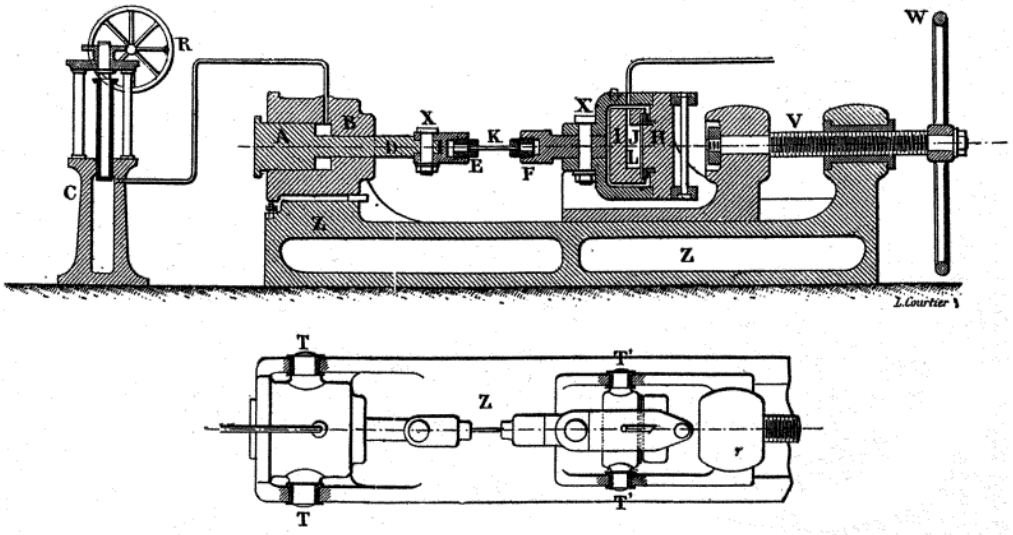
La deuxième est une « presse hydraulique à piston libre », imitée de celle de M. Amagat. M. l'Ingénieur des Poudres et Salpêtres Vieille l'a employée avec quelques perfectionnements pour d'intéressantes expériences; nous lui avons, de notre côté, apporté quelques modifications.

Nous décrirons sommairement ces deux machines, dont nous exposerons plutôt le principe que les détails.

§ 1. — MACHINE D'ESSAI DU COLONEL MAILLARD

2. — Principe de la machine Maillard.

La machine Maillard est une machine de traction horizontale, fondée sur le principe de la presse hydraulique et munie d'un manomètre à mercure. Elle est destinée à l'épreuve de forts barreaux et permet d'aller jusqu'à 40 tonnes.



Le piston A d'une presse hydraulique peut se déplacer horizontalement sous l'action de l'eau refoulée dans le corps de pompe B par le compresseur C.

La tige D du piston se termine par un *porte-mordaches* E destiné à tenir le barreau K.

Monté sur le même bâti Z que le corps de pompe B et en regard de celui-ci se trouve

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

disposé un second corps de pompe I; un piston H, solidaire par l'étrier G du second porte-mordaches F, transmet au liquide contenu dans I la pression qui agit sur le barreau K.

La cavité L est en communication avec le manomètre qui fait connaître la pression.

La machine Maillard se compose ainsi des organes suivants :

La *presse hydraulique* et son *compresseur*.
Le *dynamomètre à eau* et son *manomètre*.
Les *porte-mordaches* et les *mordaches*.
L'*enregistreur*.

3. — Presse hydraulique et compresseur.

Le pot de presse B est un cylindre en fonte alésé au diamètre de 130 millimètres. Il est porté par deux tourillons TT qui reposent dans des encastrements pratiqués sur les côtés du bâti fixe Z.

Le compresseur est une pompe à piston plongeur qu'on met en mouvement au moyen d'une roue R, soit à la main, soit en la commandant par la machine de l'atelier.

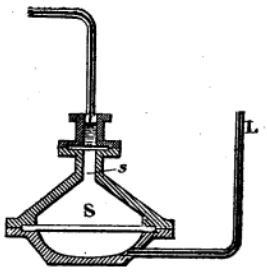
4. — Dynamomètre à eau et manomètre.

Le cylindre I du dynamomètre est en bronze et est exactement rempli d'eau. Une membrane en caoutchouc J ferme le joint.

Le cylindre est muni de deux tourillons T'T' qui reposent sur deux flasques verticaux et ceux-ci peuvent se déplacer sur des glissières du bâti Z.

Le déplacement du dynamomètre, relativement au pot de presse qui est fixe, est commandé par une très forte vis que meut un lourd volant W. On déplace, au commencement d'une expérience, le dynamomètre, de manière à pouvoir monter le barreau d'épreuve et on donne le serrage initial en agissant à la main sur le volant.

Le manomètre ordinairement employé est un manomètre différentiel Galy-Cazalat dont l'organe essentiel est un piston S reposant sur une cuve à mercure dans laquelle plonge un tube manométrique L. Le piston S porte une tige directrice s sur laquelle agit l'eau du dynamomètre. La hauteur d'ascension du mercure est donc égale à la hauteur correspondante à la pression exercée, réduite dans le rapport $\frac{s}{S}$.



Le tarage de la machine Maillard s'opère en graduant le manomètre soit au moyen de poids, soit au moyen d'un dynamomètre spécial dû à M. Lebasteur, soit en faisant usage d'un procédé qui sera exposé plus loin au n° 54.

On estime que la machine Maillard permet de mesurer une pression quelconque à 50 kilogrammes près.

5. — Porte-mordaches et mordaches.

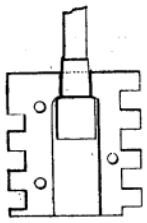
Les porte-mordaches E et F reliés, l'un au piston du pot de presse, l'autre au piston du dynamomètre, peuvent, grâce aux axes X et X', se déplacer dans un plan horizontal.

Comme, d'autre part, les tourillons dont sont munis le pot de presse et le dynamomètre

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

permettent le déplacement dans un plan vertical, le système pourra s'orienter sans difficulté dans la direction de l'effort.

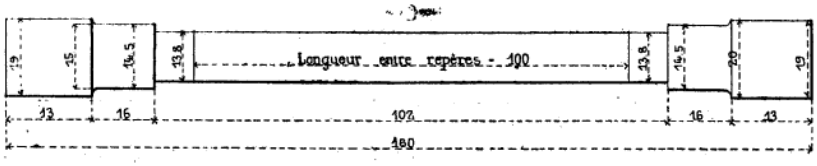
Les mordaches sont composées de deux moitiés d'une vis et sont percées d'un canal dans lequel s'engage la tête de l'éprouvette. Dans les porte-mordaches sont ménagés des écrous dans lesquels on engage les mordaches.



Le montage est ainsi très aisé.

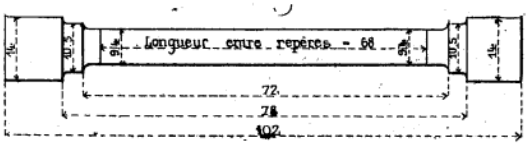
Les barreaux d'épreuves réglementaires dans l'**Artillerie de la Marine ont** les formes et les dimensions suivantes :

Barreau N° 1



Longueurs (entre repères) . . 100mm
Diamètre . . 15mm,8
Section . . 150mm,2

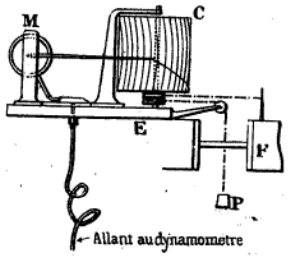
Barreau N° 2



Longueur (entre repères) 68mm
Diamètre 9mm,4
Section 60mm,2 4

6. — Enregistreur.

L'enregistreur que nous avons employé comporte un cylindre vertical C fixé sur le porte-mordaches E de la presse, et entraîné par un fil en boyau dont l'autre extrémité peut être fixée à un point du porte-mordaches F du dynamomètre. Un poids tenseur P équilibre la tension du fil.



L'enregistrement des pressions est obtenu à l'aide d'un manomètre métallique à spirale M en relation avec le dynamomètre à eau. Ce manomètre est placé à côté du cylindre sur le porte-mordaches E. La spirale se termine par une aiguille portant à son extrémité une plume qui trace sur le cylindre tournant la courbe des allongements en fonction des charges.

Les allongements ainsi enregistrés se rapportent à la longueur *totale* du barreau, comptée d'une tête à l'autre.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

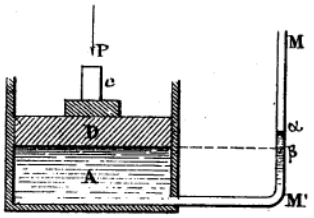
Il y a lieu d'observer d'une manière générale que, si les enregistreurs des machines d'essai sont des instruments susceptibles de donner des indications qualitatives très précieuses, il y a lieu de ne pas leur demander, sans contrôle, les valeurs absolues des quantités qu'ils enregistrent.

---

§ 2. — PRESSE HYDRAULIQUE A PISTON LIBRE

7. — Principe de l'appareil.

La presse hydraulique à piston libre est une presse verticale à colonne manométrique débouchant à l'air libre.



Un piston D peut se déplacer verticalement dans un cylindre A; il repose sur un bain de mercure.

A l'état d'équilibre, le liquide monte en α en un point tel que le poids de la colonne de mercure ayant pour hauteur $\alpha\beta$ et pour base la section S du piston fasse équilibre au poids de ce piston.

α est le zéro de l'appareil.

Si on exerce alors une pression P sur la base du piston, le liquide monte au-dessus du zéro d'une hauteur h et on a l'équation d'équilibre

$$P = Sh\delta,$$

S étant la section du cylindre en décimètres carrés,

h, la hauteur du liquide au-dessus du point α, en décimètres,

δ, la densité du liquide.

P sera alors exprimé en kilogrammes.

Cette équation suppose que les frottements du piston dans le cylindre sont négligeables.

Si on interpose, par exemple, entre la force P et le piston une petite éprouvette cylindrique c, celle-ci s'écrasera et la pression P, que le manomètre fera connaître, mesurera sa résistance R.

La presse hydraulique à piston libre comprend :

1° Le *corps de pompe* et son *piston*.
2° Les *organes de compression*.
3° Le *manomètre à air libre*.
4° Le *réverseur*.
5° L'*enregistreur*.

8. — Corps de pompe et piston.

Le *corps de pompe* est un cylindre en acier moulé, soigneusement alésé au diamètre de 330 millimètres. Il est fixé solidement au plancher de la salle.

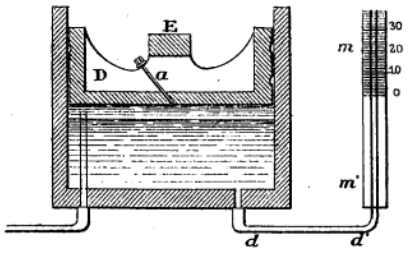
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il communique par un tube *dd'* en acier avec le manomètre à air libre *mm'* qui a une hauteur de 4 mètres et est fixé sur une règle verticale graduée en millimètres.

Le *piston* D provient de la même coulée que le corps de pompe dans lequel il est ajusté à 1/200e de millimètre. C'est un cylindre creux de 25 centimètres de hauteur dont des nervures assurent la rigidité.

A son centre est fixée l'enclume E en acier trempé.

Le piston ne repose pas directement sur le bain de mercure, mais sur une couche d'huile de ricin dont la viscosité assure d'une manière satisfaisante l'étanchéité du joint.



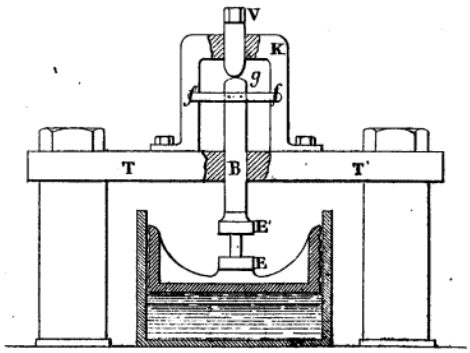
Des cannelures circulaires ont été pratiquées sur la surface du piston.

Un petit canal, *a*, qu'on peut fermer avec un bouchon en acier, sert à l'évacuation de l'air pendant le montage de l'appareil.

9. — Organes de compression.

1° Par la *base supérieure.*

Pour exercer la pression par la base supérieure du piston, on fait effort avec un levier sur la vis V dont l'écrou est porté par un étrier K solidaire d'une forte traverse en fonte TT', qui est indépendante du corps de pompe et qui constitue un appui invariable.



La pression est transmise à la contre-enclume E' au moyen de la béquille B qui glisse à frottement doux dans un logement pratiqué dans la traverse TT' et se trouve ainsi guidée verticalement.

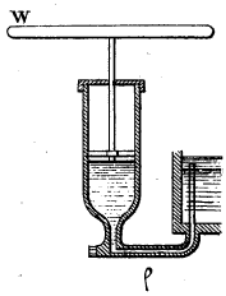
Pour s'opposer au mouvement de rotation de la béquille sous l'action de la vis V, ces deux pièces ne sont en contact que par un grain *g* et la béquille porte un bras *ff* qui s'appuie contre l'étrier-support de la vis V.

2° Par la *base inférieure.*

On peut exercer la pression par la base inférieure du piston en injectant de l'huile dans le corps de pompe.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le *compresseur* à huile, qu'on manœuvre au moyen d'un volant W, sert à cet effet.



Un robinet ρ permet d'isoler le compresseur du corps de pompe quand on exerce la pression par la base supérieure.

10. — Manomètre à air libre.

Le *manomètre* peut mesurer des pressions variant de 0 à 4000 kilogrammes environ.

La constante de l'appareil est la pression qui correspond à 1 millimètre de mercure.

D'après la formule :

$$P = Sh\delta,$$

en faisant $S = \frac{\pi}{4}(3^{dc},30)^2$, $h = 0^{dm},01$, $\delta = 13^{k},6$,

on trouve $P = 1^{kg},16$.

Si on suppose l'instrument parfait, c'est-à-dire sans frottements, sa précision limite est déterminée par la précision limite avec laquelle sont connus les différents éléments qui entrent dans la formule

$$P = Sh\delta.$$

On a $\frac{dP}{P} = \frac{dS}{S} + \frac{dh}{h} + \frac{d\delta}{\delta}$ ou $dP = P\left(\frac{dS}{S} + \frac{d\delta}{\delta}\right) + S\delta dh.$

Le diamètre D du piston peut être estimé connu à $0^{mm},1$, même en tenant compte des variations de température qui, dans la salle où se trouve la presse, ne dépassent pas 15°. Or, on a :

$$\frac{dS}{S} = \frac{2dD}{D} = 2 \times \frac{0,0001}{0,330} = \frac{1}{1650}.$$

δ varie avec la température. Pour une variation de 15° :

$$d\delta = 0,025, \quad \text{donc} \quad \frac{d\delta}{\delta} = \frac{0,025}{13,6} = \frac{1}{540}.$$

La hauteur du mercure peut être facilement appréciée à 1 millimètre près, ce qui correspond à une erreur possible de $1^{kg},16$.

On a donc $$dP = P\left(\frac{1}{1650} + \frac{1}{540}\right) + 1^{kg},16.$$

Dans le cas le plus défavorable où les erreurs seraient de même signe, et leur grandeur maximum, l'erreur totale serait d'environ 3/1000.

C'est là une erreur tout à fait négligeable.

Mais, quelque soin qu'on ait apporté à la construction de l'appareil, on ne peut le considérer comme parfait et on doit admettre que des frottements se produisent entre le piston et le corps de pompe.

Or, la disposition de l'appareil est telle que la compression peut être exercée soit par la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

base supérieure du piston, tendant par suite à l'abaisser, soit par la base inférieure, tendant ainsi à le soulever.

Les frottements agissent donc tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, et ce procédé, analogue en quelque sorte à une double pesée, peut permettre de se rendre compte de la grandeur des frottements et de les éliminer dans les moyennes.

11. — Réverseur.

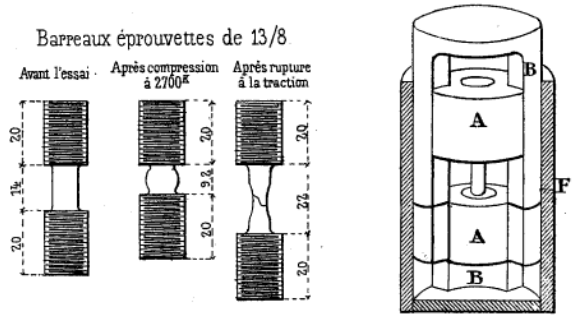
La presse hydraulique à piston libre permet d'effectuer directement l'essai de compression.

Pour la transformer en machine de traction on se sert d'un petit appareil dénommé *réverseur*.

Les éprouvettes employées à cet effet sont conformes à la figure ci-contre.

Les têtes filetées sont vissées dans les écrous de deux *porte-éprouvettes* AA, de forme spéciale.

Quatre *coquilles* BB, reliées deux à deux, sont telles que chacune d'elles s'adapte dans un rentrant de l'un des porte-éprouvettes et prenne appui sur le saillant correspondant de l'autre.



La perspective ci-jointe fait suffisamment comprendre le jeu de l'appareil, qu'on place dans un fourreau de centrage F.

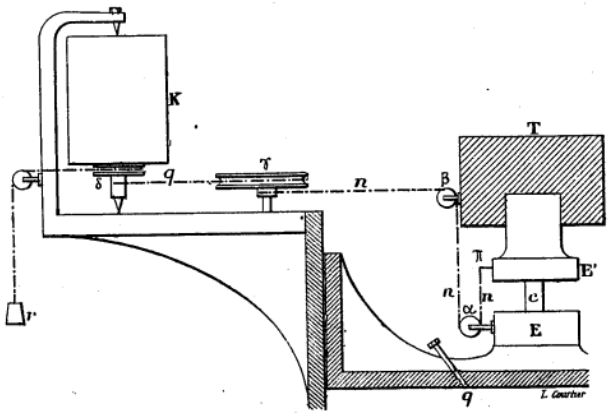
C'est le système ainsi constitué qu'on dispose entre les enclumes de la presse hydraulique.

12. — Enregistreur.

L'enregistreur permet d'inscrire sur une feuille de papier fixée sur un cylindre la courbe des déformations de l'éprouvette en fonction des charges qui les produisent.

a. — *Cylindre tournant.*

Les points β et π étant fixes, le fil d'acier n, n, n, s'allonge de 2ε quand l'éprouvette s'écrase de ε.



Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

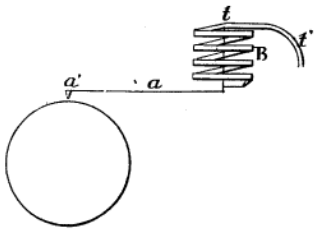
Le système multiplicateur α, β, γ, δ, amplifie cet écrasement ε dans le rapport $\frac{50}{1}$.

On remarquera que, quand on veut se servir de l'enregistreur, il y a lieu de remplacer la béquille et l'écrou décrits plus haut par une contre-enclume I' fixée invariablement à la traverse T. Sans cette précaution l'appareil enregistrerait aussi les déformations de l'étrier qui porte la vis supérieure, déformations qui ne sont pas négligeables.

On ne se sert ainsi de l'enregistreur que dans le cas de l'écrasement par la base inférieure au moyen du compresseur à huile.

b. — *Enregistreur des pressions.*

L'enregistrement des pressions sur le cylindre peut se faire très simplement à l'aide d'un manomètre à spirale B mis en relation avec le corps de pompe par le tube *tt'* qui vient s'amorcer sur le canal *q* d'évacuation de l'air; une aiguille *aa'*, mue par le manomètre, porte une plume qui appuie sur le cylindre tournant.



On s'assure expérimentalement que les déplacements de l'aiguille peuvent être considérés comme proportionnels aux pressions.

c. — *Remarque.*

Il ne faut pas s'attendre à obtenir avec cet enregistreur des mesures très exactes, soit des écrasements, soit des pressions. C'est, comme tous les enregistreurs de ce genre, un appareil donnant surtout des indications qualitatives.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE II

DE L'ÉLASTICITÉ ET DE LA LIMITE D'ÉLASTICITÉ

§ 1. — DÉFINITIONS

13. — Faits d'expériences.

Quand une éprouvette d'un métal quelconque est soumise à l'essai de traction, on constate généralement les phénomènes suivants :

1° Tant que la charge appliquée à l'éprouvette ne dépasse pas une certaine limite E, les allongements sont presque complètement élastiques, c'est-à-dire que, si l'on enlève la charge, l'éprouvette revient à très peu près à sa longueur primitive.

2° Lorsque, au contraire, la charge limite E a été dépassée, les allongements éprouvés subsistent en grande partie, après suppression de la charge; ils offrent, en outre, le caractère spécial d'être très grands par rapport aux allongements du premier genre.

Les déformations sont dites *élastiques* dans le premier cas, *permanentes* dans le second. On dit encore que la *limite d'élasticité* E est ou n'est pas dépassée.

L'essai de compression donne lieu à des phénomènes qui présentent les mêmes caractères généraux.

Mais l'observation bien nette de ces phénomènes dépend de beaucoup de circonstances, telles que la nature et l'homogénéité du métal, la régularité de l'éprouvette, le mode d'attache des têtes, la précision du manomètre, le fonctionnement de la machine d'essai, la perfection de l'enregistreur, etc., etc. Aussi n'est-il point étonnant que diverses définitions des caractères distinctifs que présentent les déformations des métaux aient été données soit par les physiciens, soit par les techniciens qui se sont occupés de la question.

14. — Limite d'élasticité des physiciens.

Beaucoup de physiciens considèrent que les deux périodes distinguées précédemment ne présentent pas de réelles différences spécifiques. Pour eux, par suite, les grands allongements permanents de la deuxième période de déformation forment simplement la suite directe des petits allongements de la période élastique, auxquels ils se raccordent progressivement.

Alors, en fait, la limite d'élasticité n'existe plus; car elle dépend de la précision des instruments de mesure employés et elle fuit devant l'expérimentateur, à mesure qu'il la poursuit plus loin.

Cette conception conduit à dire (et c'est, en effet, la manière de voir de beaucoup de physiciens) qu'une charge, quelque petite qu'elle soit, produira toujours sur un métal quelconque une déformation permanente, qui n'échappe à nos sens que par suite de l'imperfection de nos instruments de mesure actuels.

15. — Limite d'élasticité proportionnelle.

Certains ingénieurs, guidés sans doute par le désir de n'appliquer les théories de l'élasticité que dans des cas où la nature en justifie rigoureusement les bases, font abstraction des petites déformations permanentes de la première période, qu'ils estiment être, en général, négligeables vis-à-vis des déformations élastiques.

Construisant la courbe des déformations totales en fonction des charges, ils remarquent alors que cette ligne, au lieu d'être une droite comme le voudrait la loi de Hooke (propor-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tionnalité des efforts aux déformations), et comme l'admet la théorie classique de l'élasticité, possède une certaine courbure.

Ils prennent alors, comme limite d'élasticité, le point de cette courbe où la loi de Hooke cesse d'être sensiblement vérifiée.

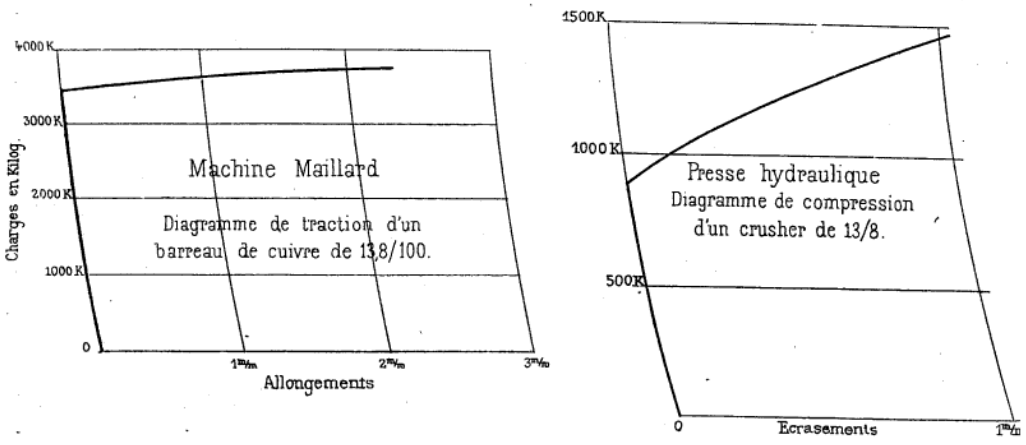
Cette définition présente, comme la précédente, des caractères d'arbitraire et d'incertitude qui conduisent à nier l'existence de toute limite élastique.

16. — Limite d'élasticité des essais.

Mais, dans les laboratoires d'essais mécaniques, la pratique a conduit à désigner par le nom de *limite d'élasticité* une certaine charge qui correspond à une propriété bien nette, facile à mesurer, et que l'expérience a fait reconnaître comme un phénomène caractéristique des déformations.

Ce phénomène est le brusque changement d'allure qui sépare la première période définie au n° 13, de la deuxième, et qui, manifestement, paraît indiquer quelque modification profonde dans les propriétés du métal. En général, ce changement est si brusque qu'il lui correspond un temps d'arrêt dans l'ascension continue de la colonne manométrique de la machine d'essai; et, corrélativement, un crochet dans le diagramme que trace l'enregistreur de la machine.

Voici, par exemple, deux tracés fournis par les enregistreurs, l'un à la machine Maillard, l'autre à la presse hydraulique.



Mais si les techniciens sont d'accord pour noter le point singulier de l'essai, il s'en faut qu'ils soient unanimes dans son interprétation; pour certains même, il n'y aurait aucune relation entre le « point d'arrêt » et la limite d'élasticité. Ce serait un simple repère commode pour comparer les métaux entre eux.

Nous verrons, en effet, que le fer qui, sous la forme d'aciers divers, est le métal sur lequel ont porté le plus les efforts des expérimentateurs, présente des singularités telles que ces divergences d'interprétation s'expliquent facilement. Aussi est-ce là une des raisons qui nous ont engagé à étudier particulièrement le cuivre, qui paraît être un métal d'une simplicité mécanique remarquable.

---

§ 2. — SOLIDE PARFAITEMENT ÉLASTIQUE

17. — Problème à résoudre.

Il importe donc d'abord de faire un choix entre les trois définitions qui précèdent; on peut, cependant, faire abstraction de la deuxième, où entrent des considérations d'un

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

caractère qui n'est pas exclusivement physique. Il reste nécessaire de se prononcer entre la conception des physiciens et la pratique des essais mécaniques.

En ramenant le problème à ses termes les plus simples, il s'agit de savoir si les déformations permanentes qu'on observe en général dans la première période sont de même nature que celles qui se produisent dans la deuxième et doivent être rapportées aux mêmes causes.

Or, il est possible d'instituer à ce sujet des expériences directes. Nous indiquerons quelques-unes de celles que nous avons exécutées et qui conduisent à la proposition suivante :

18. — Les déformations permanentes de la période élastique sont purement accidentelles.

Le dispositif expérimental adopté pour ces expériences et monté sur la machine Maillard sera décrit au paragraphe 3 du présent chapitre. Il permet de mesurer avec précision de très petites déformations.

On peut alors, comme autant de propositions successives conduisant à l'énoncé général ci-dessus, vérifier expérimentalement les faits suivants :

1° *Les déformations permanentes de la première période sont petites relativement aux déformations élastiques simultanées.*

Ainsi on a pris un barreau de cuivre ayant 300 millimètres entre repères et un diamètre de $9^{mm},4$.

P est la charge appliquée (qu'on suppose inférieure à la limite d'élasticité E définie par le *point d'arrêt*). On laisse la charge revenir à zéro.

Δe est l'allongement élastique qui disparaît avec la charge.

Δp est l'allongement permanent résiduel.

Le tableau suivant permet de se rendre compte de la grandeur de ces deux quantités.

Barreau de cuivre . . . . . { Longueur = 294^{mm} ; Diamètre = $9^{mm},4$; Section = $69^{mm2},40$

CHARGE		ALLONGEMENT	
TOTALE	PAR MILLIM. CARRÉ	ÉLASTIQUE Δe	PERMANENT Δp
		millim.	millim.
464^{kg}	$6^{kg},7$	0,101	0,004
731	10 ,5	0,205	0,031
998	14 ,4	0,299	0,118

L'expérience a été répétée, dans les mêmes conditions, avec un barreau de fer.

Barreau de fer . . . . . { Longueur = 293^{mm} ; Diamètre = $8^{mm},00$; Section = $50^{mm2},27$

CHARGE		ALLONGEMENT	
TOTALE	PAR MILLIM. CARRÉ	ÉLASTIQUE Δe	PERMANENT Δp
		millim.	millim.
487^{kg}	$9^{kg},7$	0,065	0,004
701	14 ,0	0,133	0,040

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° *Les déformations permanentes de la première période varient d'un barreau à l'autre.*

Ainsi, par exemple, on a pris dans une même barre deux barreaux de cuivre qui ont été préparés avec les mêmes soins et essayés avec les mêmes précautions.

On a trouvé les nombres du tableau ci-dessous.

CHARGES	1er BARREAU DE CUIVRE : Longueur = 294mm, Diamètre = 9mm,4, Section = 69mm²,40		2e BARREAU DE CUIVRE : Longueur = 295mm, Diamètre = 9mm,4, Section = 69mm²,40	
	Δe	Δp	Δe	Δp
	millim.	millim.	millim.	millim.
464kg	0,101	0,004	0,099	0,000
731	0,205	0,031	0,202	0,042
998	0,299	0,118	0,302	0,075

On remarque, à la fois, la concordance pour une même charge des allongements élastiques Δe, et l'évidente irrégularité des allongements permanents Δp.

3° *On peut faire disparaître à volonté les déformations permanentes de la première période.*

Pour cela, il suffit, après avoir appliqué une charge P, de la laisser tomber dans le voisinage de zéro, puis de la réappliquer en laissant en place le barreau.

Lorsque ensuite, enlevant la charge, on mesurera la déformation permanente résiduelle, on constatera qu'elle est plus faible qu'à la première expérience. En continuant ainsi, on arrivera très rapidement à une déformation permanente nulle avec l'instrument dont on dispose, c'est-à-dire qui tend très vite vers zéro d'une façon absolue.

Ainsi on peut citer les expériences suivantes :

Barreau de cuivre : Longueur = 293mm,576, Diamètre = 9mm,4, Section = 69mm²,4

CHARGE APPLIQUÉE	Nos D'ORDRE DES APPLICATIONS	Δp millim.	CHARGE APPLIQUÉE	Nos D'ORDRE DES APPLICATIONS	Δp millim.
1 213 kilogr.	1re application	0,105	1 213 kilogr.	6e application	0,000
	2e —	0,031		7e —	0,000
	3e —	0,017		8e —	0,000
	4e —	0,008		9e —	0,000
	5e —	0,000		10e —	0,000

A partir de la quatrième application, le barreau se comporte comme un solide parfaitement élastique.

19. — Nature de ces déformations.

A ces preuves expérimentales du caractère accidentel des déformations permanentes de la période élastique, on peut joindre une preuve de raisonnement.

Si les grandes déformations de la deuxième période étaient le prolongement physique des petites déformations de la première, un changement de la loi commune qui les régirait, si brusque qu'il se manifesterait comme un point anguleux, paraît bien incompatible avec la continuité que ce phénomène physique doit présenter.

Au surplus, l'explication de ces petites déformations permanentes de la période élastique

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

est des plus aisées : les défauts dans la confection de l'éprouvette, son tournage imparfait, sa rectitude non absolue, l'appui variable de ses têtes, le serrage dissymétrique des mordaches, la non-homogénéité du métal, les défauts locaux, l'obliquité de l'effort, etc., etc., toutes ces causes font que les charges appliquées agissent non seulement pour mettre en jeu les propriétés élastiques de l'éprouvette, mais ont encore pour effet de redresser le barreau, de mettre le système en tension, d'équilibrer les défectuosités locales et de faire disparaître les dissymétries accidentelles de l'éprouvette. Rien ne prouve que ces défauts préexistaient dans le métal en bloc et ne sont pas dus au mode d'essai lui-même.

La répétition d'un même effort aura donc pour effet de conduire à un état où l'élasticité sera en quelque sorte plus parfaite et sera dégagée des perturbations qu'introduisent des phénomènes accessoires.

On sait, du reste, que des faits de ce genre se présentent dans toute espèce de construction.

En particulier, les artilleurs, qui font usage avec une confiance justifiée par des milliers d'applications de la théorie de l'élasticité, savent bien que le portage des éléments de leurs bouches à feu ne s'obtient qu'après quelques coups et que le premier effet du tir est d'appliquer les surfaces les unes contre les autres, de répartir les pressions, de mater les irrégularités du métal et de produire un système réellement élastique.

20. — Solide élastique parfait.

La conséquence de ces remarques expérimentales très simples est qu'on a le droit de considérer ce qu'on peut appeler un *solide élastique parfait*, puisqu'on sait le réaliser à volonté.

C'est l'état idéal, si l'on veut, vers lequel tendraient les métaux et on peut ajouter d'ailleurs que, pour les meilleurs métaux actuellement fournis par l'industrie et tels que ceux qu'emploie l'artillerie de la marine, cet état paraît bien près d'être atteint.

Pour que la science de l'essai des matériaux fasse quelque progrès, c'est à cet état, comme à une sorte d'étalon, qu'il faut rapporter les propriétés du métal.

Ainsi, il se trouve dans ce cas que c'est la conception la plus simple, la plus claire qu'on puisse se faire du phénomène, celle qui conduit au procédé de mesure le plus net et le plus précis, qui dépend le moins des instruments et de l'éprouvette, c'est cette conception qui est la véritable loi de la nature.

Si parfois elle est masquée sur les échantillons que nous étudions, c'est à l'imperfection de nos procédés métallurgiques, de nos moyens d'usinage, de nos instruments de mesure qu'il faut rapporter les causes d'écart.

Nous considérerons donc, comme démontré, que le *point d'arrêt* de la colonne manométrique, qui correspond au changement de la loi des déformations, mesure la *limite d'élasticité* vraie du métal.

Cette définition élimine en bloc toutes les petites déformations parasitaires du métal et permet de caractériser avec précision un métal indépendamment des imperfections de l'éprouvette et des machines d'essai.

21. — Diagramme des déformations.

D'après ce qui vient d'être exposé, un graphique des déformations d'un solide élastique parfait aura la forme ci-contre.

Les allongements sont portés suivant Oε, les charges suivant OP.

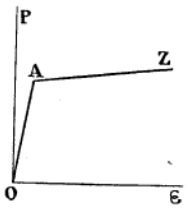
Les deux périodes définies au n° 13 seront représentées :

1° La première, par la ligne OA très inclinée sur OP, car les déformations sont très petites; jusqu'en A ces déformations sont élastiques.

2° En A est la charge correspondant à la *limite d'élasticité* E. A partir de ce point, la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ligne AZ représente les déformations permanentes, très grandes relativement aux déformations élastiques.



Le point A, avec un métal parfaitement élastique, est un véritable point anguleux; quand on a affaire à une éprouvette ordinaire, il y aura souvent un arrondi à très grande courbure, raccordant les lignes OA et AZ sans que la netteté de la *limite d'élasticité* soit, en général, diminuée.

Un tel diagramme est donné par les enregistreurs des machines d'essai. Comme leur amplification est calculée pour l'enregistrement des déformations permanentes, la ligne OA se confond sensiblement avec OP. On doit observer, cependant, que les enregistreurs ont des organes de transmission qui, par leur fonctionnement même, tendent à remplacer la discontinuité en A par un raccordement rapide.

22. — Mécanisme du point d'arrêt.

Il est facile d'expliquer à l'aide du diagramme ci-dessus la production du « point d'arrêt » de la colonne manométrique et sa coïncidence avec la limite d'élasticité du métal.

Prenons pour fixer les idées la *presse hydraulique à piston libre* et l'essai de compression.

Soit σ la section du tube manométrique 0.		v	la vitesse d'ascension du mercure.
— Σ —	du cylindre α du compresseur.	W	la vitesse de descente du piston.
— S —	— β de la presse.	V	la vitesse de l'écrasement.

Comme le volume du liquide injecté se partage en deux parties, l'une qui remplit le vide causé par l'écrasement de l'éprouvette, l'autre qui produit l'ascension du mercure dans le manomètre, on écrira l'égalité :

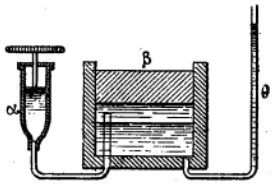
$$\Sigma W dt = (\sigma v + SV)\, dt.$$

La vitesse W est supposée constante.

Soit à l'instant t, φ l'inclinaison du diagramme sur l'axe des allongements, on a

$$\frac{dP}{d\varepsilon} = \operatorname{tang} \varphi.$$

K étant le poids de l'unité de longueur du mercure de la colonne,



on a $dP = Kv dt$,

on a aussi $d\varepsilon = V dt$;

il en résulte $\dfrac{Kv}{V} = \operatorname{tang} \varphi$,

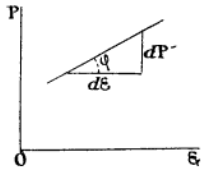
et l'équation de répartition du liquide donne

$$v = \frac{W\Sigma}{\sigma + \dfrac{KS}{\operatorname{tang} \varphi}}.$$

Ainsi la vitesse v d'ascension du mercure varie depuis la valeur $v = W\dfrac{\Sigma}{\sigma}$ quand $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ jusqu'à la valeur 0 quand $\varphi = 0$.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En général φ passera brusquement d'une valeur presque égale à $\frac{\pi}{2}$ qui correspond à la période élastique à une valeur petite correspondant à la période des grands allongements.



Il se produira donc dans l'ascension du mercure un changement brusque très perceptible à l'œil. Parfois même, à cause de la vitesse acquise $W\frac{\Sigma}{\sigma}$ du liquide, qui ne peut changer instantanément de valeur, le niveau d'équilibre pourra être dépassé et une légère dépression en être la conséquence.

---

§ 3. — ÉTUDE SOMMAIRE DES DÉFORMATIONS ÉLASTIQUES

23. — Objet de ce paragraphe.

L'étude des métaux, d'après ce qui vient d'être exposé, se divise en deux parties : l'étude des *déformations élastiques* et l'étude des *déformations permanentes*.

Nous n'avons ici d'autre but que de donner quelques indications générales sur les procédés à employer pour une étude expérimentale des déformations élastiques.

24. — Nécessité d'une machine d'essai spéciale.

Dans les deux branches de l'étude des métaux que nous venons de définir, les grandeurs à mesurer et la précision à exiger sont d'ordres bien différents.

Tandis que, pour les déformations permanentes, on recherche un appareil robuste, très sûr d'emploi, d'un maniement facile et d'un contrôle commode, comme il est nécessaire pour un outil d'usage journalier, on doit, quand il s'agit de l'étude des déformations élastiques, faire usage d'un appareil de haute précision. La valeur des résultats obtenus avec un tel appareil dépend alors d'opérations minutieuses de réglage et de mesure.

Un appareil de la seconde catégorie porterait avec raison le nom d'*élasticimètre*.

25. — Élasticimètre installé sur la machine Maillard.

La machine Maillard se prête peu à l'étude des déformations élastiques; en décrivant en quelques mots un élasticimètre qui a été adapté à cette machine, nous nous proposons spécialement de donner notre opinion sur les qualités que devrait remplir une machine construite pour ce but spécial.

Trois organes ajoutés à la machine Maillard la transforment en élasticimètre.

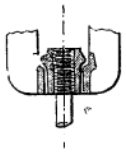
1° Les *rotules* avec le barreau de traction;
2° Le *cathétomètre* à deux lunettes;
3° Le *manomètre à air libre*.

1° *Rotules*.

Prises dans les mordaches ordinaires de la machine, elles permettent, grâce à la sphéri-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

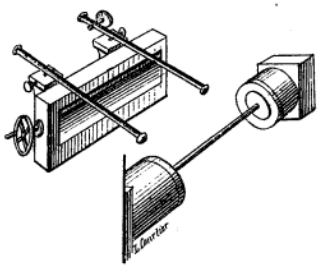
cité de leur surface d'application, une orientation parfaite du barreau d'épreuve. Celui-ci tourné avec grand soin (précision du centième de millimètre, courante dans l'atelier du Laboratoire) s'engage dans les rotules par deux têtes filetées. Il porte sur deux génératrices opposées deux traits très fins ($0^{mm},03$) dont l'intervalle est de 300 millimètres environ.



2° *Cathétomètre à deux lunettes.*

Sur le bâti de la machine, parallèlement au barreau est installé un banc à chariot portant deux lunettes.

Une vis horizontale permet de déplacer le chariot parallèlement au barreau.



L'une des lunettes porte un réticule mobile; une vis micrométrique munie d'un tambour permet de mesurer le déplacement du réticule.

L'opération est donc très simple : elle consiste à ramener toujours une des lunettes sur le même trait de repère et à mesurer le déplacement du second trait en faisant mouvoir le réticule de la seconde lunette.

3° *Manomètre à air libre.*

Pour les mesures concernant l'élasticité on a remplacé le manomètre différentiel Galy-Cazalat par un manomètre à air libre ordinaire. Mais la machine Maillard, étant destinée à la mesure des hautes pressions, n'est pas d'une bien grande précision pour la mesure des petites : des causes sans importance dans le premier cas, telle que la perte de charge due à la membrane et aux tubes de communication, les frottements du piston horizontal dans le cylindre, etc., font que la mesure des pressions très petites ne présente pas de garanties suffisantes pour que la valeur des nombres donnés par nos expériences soit considérée comme absolue.

Notre but d'ailleurs n'était point la mesure du coefficient d'élasticité, mais l'établissement des propriétés énoncées au paragraphe précédent, et pour cet objet la précision de la graduation importait peu.

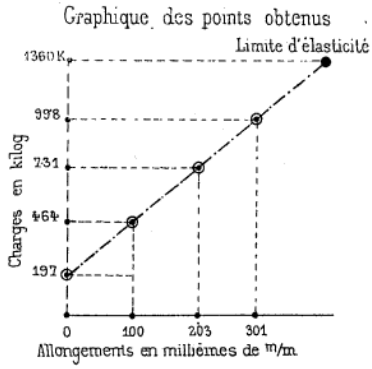
26. — Résultats expérimentaux.

Les deux tableaux suivants résument les essais effectués.

Les mesures ont été, sur chaque barreau, effectuées sur deux génératrices opposées, AB, A'B'.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

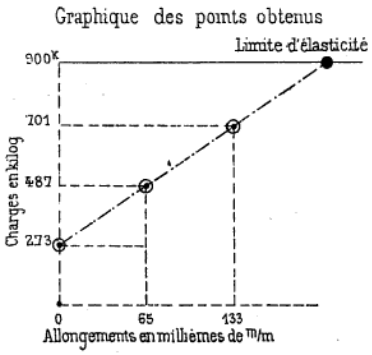
CUIVRE



Longueur du barreau . . 294mm, 09
Diamètre — . . 9mm, 28
Section — . . 67mm², 64
} Température = 17°.

CHARGE APPLIQUÉE	DIFFÉRENCES	NOMBRE DE DÉTERMINATIONS	ALLONGEMENT ÉLASTIQUE — GÉNÉRATRICES A B	GÉNÉRATRICES A' B'	MOYENNES	VALEURS DU COEFFICIENT D'ÉLASTICITÉ
197 kg	»	»	»	»	»	»
464	267 kg	15	0mm,101	0mm,098	0mm,100	11 600
731	267	15	0 ,205	0 ,201	0 ,203	11 440
998	267	15	0 ,299	0 ,303	0 ,301	11 570
Valeur moyenne du coefficient d'élasticité.						11 535

FER



Longueur du barreau. . 293mm ,00
Diamètre — . . 7mm ,96
Section — . . 49mm², 76
} Température = 16°.

CHARGE APPLIQUÉE	DIFFÉRENCES	NOMBRE DE DÉTERMINATIONS	ALLONGEMENT ÉLASTIQUE — GÉNÉRATRICES A B	GÉNÉRATRICES A' B'	MOYENNES	VALEURS DU COEFFICIENT D'ÉLASTICITÉ
273 kg	»	»	»	»	»	»
487	214 kg	15	0mm,065	0mm,063	0mm,064	19 690
701	214	15	0 ,133	0 ,129	0 ,131	19 235
Valeur moyenne du coefficient d'élasticité.						19 460

Si quelque incertitude, pour la raison indiquée précédemment, subsiste sur la valeur de la graduation du manomètre et partant sur la valeur du coefficient d'élasticité, la vérification de la loi de Hooke est à l'abri de ces critiques.

On peut remarquer que cette vérification est très satisfaisante.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

27. — Sur les conditions d'établissement d'un élasticimètre.

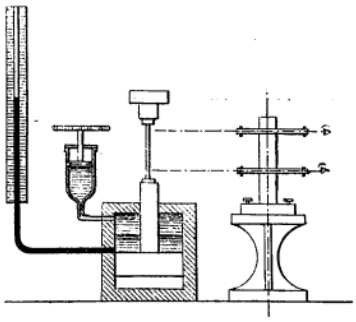
En général, dans les cahiers des charges, ne figure pas la valeur requise pour le coefficient d'élasticité. Sans doute la mesure de ce nombre est délicate; mais il n'est pas impossible que, quelque jour, une industrie plus avancée donne à cette caractéristique du métal l'importance qu'elle mérite.

Aussi peut-il être utile de définir les conditions que devrait remplir un élasticimètre.

1° Une des principales conditions paraît être d'éviter avec soin de rendre l'appareil de mesure solidaire du barreau à mesurer. Cela implique par suite l'emploi de lunettes à fort grossissement, de préférence à des multiplicateurs de l'amplitude des déformations, souvent proposés à cet effet;

2° La déformation du barreau doit pouvoir être mesurée simultanément dans deux sens différents afin de parer aux flexions du barreau;

3° Le manomètre à air libre suffisamment sensible doit pouvoir être taré par lui-même.



D'après cela, il semble qu'une *presse hydraulique* verticale avec *manomètre à air libre* et un cathétomètre vertical à deux lunettes, mobile sur une circulaire horizontale de manière à permettre deux visées à 180°, donnerait une solution satisfaisante du problème.

---

§ 4. — LIMITE D'ÉLASTICITÉ DE TRACTION ET DE COMPRESSION

28. — Opinions sur ce sujet.

Aussitôt qu'on quitte l'étude de la région des déformations élastiques, le premier problème qui se pose est celui de savoir quel est le rapport de la limite d'élasticité à la compression à la limite d'élasticité à la traction.

Dans l'Artillerie de la Marine, les calculs de la résistance des bouches à feu sont faits dans l'hypothèse de l'égalité de ces deux limites.

D'autre part, plusieurs savants d'une grande autorité en technologie ont, à la suite d'études théoriques, affirmé que ces deux limites ne sauraient être égales et que leur rapport serait voisin de 1,5.

Nous ne croyons pas que des expériences systématiques aient été entreprises pour résoudre ce problème aussi intéressant pour la théorie qu'important pour la pratique.

29. — Méthode employée.

Or, la presse hydraulique à piston libre se transforme à volonté en appareil de traction au moyen du *réverseur* décrit au N° 11; elle se prête donc particulièrement bien à des recherches de ce genre.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On prendra, dans une même masse de métal, un certain nombre d'éprouvettes à têtes filetées, identiques de forme, et elles seront essayées les unes à la traction, les autres à la compression. On pourra même faire subir alternativement à la même éprouvette les deux genres d'essai.

Le *point d'arrêt* de la colonne manométrique nous donnera, comme on sait, la limite d'élasticité dans un cas comme dans l'autre.

Nos expériences ont porté :

1° Sur l'acier à canon;

2° Sur le cuivre.

30. — Expériences avec l'acier à canon.

Pour l'acier, les éprouvettes étaient prélevées sur divers éléments de canons destinés à être mis en œuvre.

Le tableau suivant résume quelques-unes des expériences effectuées.

NOMBRE DE BARREAUX EMPLOYÉS	PRESSE HYDRAULIQUE A PISTON LIBRE	
	TRACTION — Limite d'élasticité par mm²	COMPRESSION — Limite d'élasticité par mm²
6	46kg,6	47kg,9
6	46 ,0	47 ,5
6	50 ,7	49 ,9
6	48 ,8	47 ,9
6	45 ,5	44 ,8
6	48 ,2	50 ,0
6	43 ,3	43 ,4
Moyennes. . .	47 ,0	47 ,3

Pour l'acier à canon, il y a donc égalité parfaite des limites d'élasticité.

En comparant ligne par ligne les nombres du tableau, on se rend compte du degré d'homogénéité du métal fourni par une même pièce.

31. — Expériences avec le cuivre.

Les éprouvettes provenaient d'une barre de cuivre étirée à la filière à 12 millimètres de diamètre.

On a obtenu les résultats portés dans le tableau ci-après.

Tableau.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

PRESSE HYDRAULIQUE A PISTON LIBRE		
NUMÉRO DU BARREAU	TRACTION — Limite d'élasticité par mm²	COMPRESSION — Limite d'élasticité par mm²
1	19,9	»
2	»	18,9
3	19,4	»
4	»	20,2
5	19,8	»
6	»	19,4
7	19,9	»
8	»	20,0
9	20,2	»
10	»	19,6
Moyennes. . .	19,8	19,6

Comme pour l'acier, l'égalité des limites d'élasticité est manifeste.

32. — Résumé.

On doit considérer comme égales les limites d'élasticité à la traction et à la compression.

---

§ 5. — CONSTANCE DE LA LIMITE D'ÉLASTICITÉ

33. — Nécessité de cette vérification.

Il importe maintenant de vérifier expérimentalement que ni les dimensions de l'éprouvette, ni la nature de la machine, n'influent sur la valeur de la limite d'élasticité.

Or, cela peut être fait très aisément puisque nous possédons deux machines d'essai et que nous pouvons faire varier la forme de nos éprouvettes.

Voici les expériences qu'il nous paraît suffisant de faire connaître.

34. — Expériences avec l'acier à canon.

En même temps qu'on prélevait pour les expériences du N° 30 des éprouvettes destinées à la presse hydraulique à piston libre, on préparait avec les mêmes éléments de canon des barreaux de traction pour la machine Maillard.

On obtint aux essais les résultats suivants :

DIMENSIONS DES BARREAUX	NOMBRE DE BARREAUX ESSAYÉS	MACHINE MAILLARD — LIMITE D'ÉLASTICITÉ PAR mm²
$\frac{9.4}{6.8}$	5	45k,9
$\frac{13.8}{100}$	3	47 ,2
$\frac{13.8}{100}$	3	50 ,0
$\frac{13.8}{100}$	3	48 ,2
$\frac{13.8}{100}$	3	47 ,6
$\frac{13.8}{100}$	3	47 ,9
$\frac{9.4}{6.8}$	5	44 ,9
Moyenne		47,4

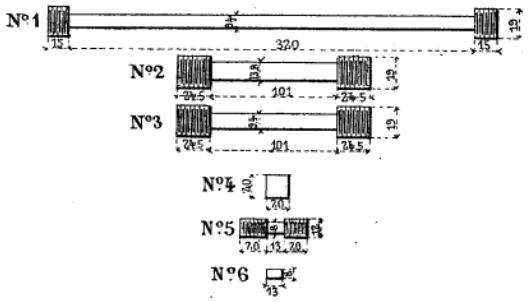
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En comparant la moyenne ainsi obtenue aux moyennes fournies par le tableau du N° 30, on constate l'identité des résultats.

Avec la presse hydraulique, la section des barreaux était de 50 millimètres carrés; elle était tantôt de 69 millimètres carrés, tantôt de 150 millimètres carrés avec la machine Maillard.

35. — Expériences avec le cuivre.

Dans une barre en cuivre de 20 millimètres de diamètre étirée à la filière, on prélève des barreaux et éprouvettes dont le croquis ci-dessous indique les formes et les dimensions.



Essayés les uns avec la machine Maillard et les autres avec la presse hydraulique à piston libre, ils ont donné les résultats résumés dans le tableau suivant.

MACHINE D'ESSAI	N°s DES BARREAUX	DIAMÈTRE	GENRE D'ESSAI	LIMITE D'ÉLASTICITÉ PAR MILLIM. CARRÉ
Maillard	1	9mm,4	Traction	20,2
	2	9 ,4	d°	20,2
	3	13 ,8	d°	20,1
	4	20 ,0	Compression	21,2
Presse hydraulique à piston libre.	5	8 ,0	Traction	21,3
	6	8 ,0	Compression	20,2

36. — Résumé.

La limite d'élasticité définie par la charge au point d'arrêt, rapportée au millimètre carré de la section, apparaît donc bien comme une *constante spécifique* du métal.

Elle ne dépend pas des dimensions de l'éprouvette.

Elle est la même à la compression qu'à la traction.

---

§ 6. — INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE SUR LA LIMITE D'ÉLASTICITÉ

37. — Méthode de recherche.

Les résultats acquis jusqu'à présent, savoir d'une part la constance de la limite d'élasticité quand on fait varier les dimensions de l'éprouvette et la nature de la machine, d'autre part l'égalité des limites d'élasticité à la traction et à la compression, nous autorisent suffisamment à nous borner à l'étude de la compression effectuée avec facilité sur de petits cylindres à bases parallèles, placés directement entre les enclumes de la presse hydraulique à piston libre.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

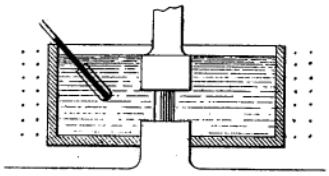
L'artillerie qui utilise couramment, ainsi que nous le verrons, les déformations permanentes de ces petits cylindres pour la mesure des pressions de la poudre, les désigne sous le nom de *crushers*. Nous leur conserverons cette dénomination.

Leurs dimensions ordinaires sont 13 millimètres de hauteur, 8 millimètres de diamètre, et leur section est par suite de 50 millimètres carrés.

38. — Dispositif expérimental.

La recherche de la variation de la limite élastique avec la température présente un intérêt évident pour l'industrie, où l'on fait souvent travailler les métaux à des températures élevées. Nous nous proposons ici de rechercher la loi de cette variation pour le cuivre.

La presse hydraulique à piston libre se prête très facilement à des expériences de ce genre.



Les deux enclumes sont entourées par un manchon cylindrique en cuivre rempli soit d'huile, soit d'un liquide réfrigérant.

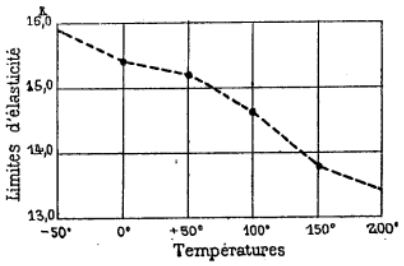
Pour le chauffage, un fil de platine enroulé autour du manchon est traversé par un courant électrique réglable à volonté. Un thermomètre fait connaître la température.

Les enclumes sont baignées par le liquide, et l'essai à la compression se fait sans rien changer au dispositif de chauffage.

39. — Résultats des expériences.

Nos essais ont été effectués de la température — 50° à la température + 200°.

Le tableau suivant renferme les moyennes des résultats obtenus.



TEMPÉRATURE DE L'ESSAI	LIMITE D'ÉLASTICITÉ PAR MILLIM. CARRÉ	NOMBRE D'EXPÉRIENCES
— 50°	15k,9	3
0°	15 ,4	3
+ 50°	15 ,2	3
+ 100°	14 ,6	3
+ 150°	13 ,8	3
+ 200°	13 ,4	3

Le diagramme représentatif est très sensiblement une droite.

40. — Résumé.

Dans les limites de température + 200° à — 50°, la limite d'élasticité du cuivre décroît de 1 kilogramme environ pour 100° d'élévation de température.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

§ 7. — DU RECUIT

41. — Faits d'expériences.

Quand on essaye, à la compression par exemple, des cuivres pris dans des barres différentes, ou qui ont subi un traitement métallurgique différent, on observe que, quoique leur composition chimique soit à peu près rigoureusement identique, leurs limites d'élasticité sont très différentes.

On exprime ce fait, dans le langage courant, en disant que le métal est plus ou moins *écroui*.

Nous essayerons, dans la suite de ce travail, de préciser ce qu'on doit entendre exactement par ce terme.

Dans ce chapitre, le mot *écrouissage* sera synonyme d'élévation de la limite élastique par une opération mécanique.

42. — Recuit.

Or, on constate que l'*écrouissage* est détruit par une simple élévation du corps à une température déterminée.

Cette destruction de l'écrouissage, qui a pour effet de diminuer la limite d'élasticité, s'appelle le *recuit*.

Il ne s'agit ici que de constater ce fait, et d'en étudier sommairement la loi.

43. — Méthode expérimentale.

On prend un crusher à un état d'écrouissage quelconque défini par une limite d'élasticité E à la température ordinaire. Pour le recuire, on le place dans un four électrique qu'on chauffe à diverses températures, mesurées par le couple thermo-électrique Le Chatelier.

Pour le refroidir, il est plongé brusquement dans un bain d'eau, puis porté ensuite entre les enclumes de la presse hydraulique.

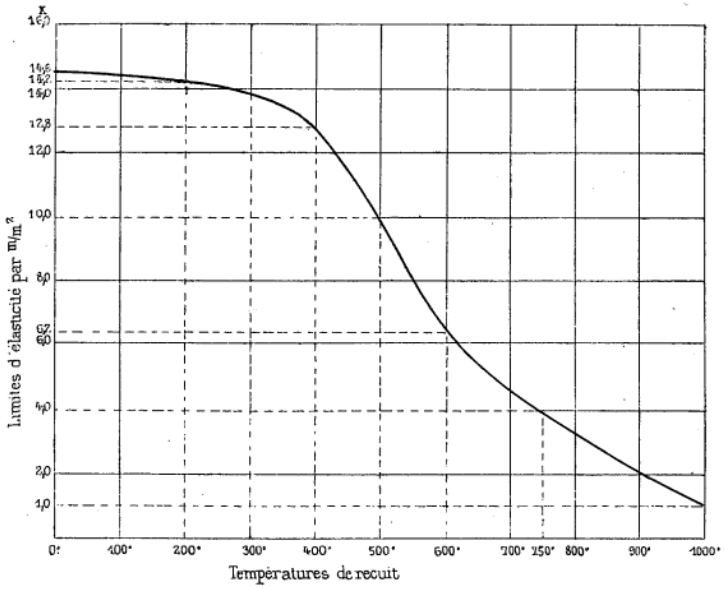
Les circonstances dans lesquelles s'opère le recuit, c'est-à-dire la durée du chauffage, le temps pendant lequel on maintient la température constante, la durée du refroidissement, pourraient, avec certains métaux, avoir une influence notable sur les résultats. Nous avons vérifié qu'avec le cuivre l'état du métal après le recuit ne dépendait que de la température maximum à laquelle il a été porté.

44. — Résultats obtenus.

Le tableau suivant et le graphique qui l'accompagne résument les résultats de nos expériences.

TEMPÉRATURE DU RECUIT	LIMITE D'ÉLASTICITÉ PAR MILLIM. CARRÉ	NOMBRE D'EXPÉRIENCES
(écroui)	14,6	3
200°	14,2	3
300°	13,8	3
400°	12,8	3
500°	10,0	3
600°	6,2	3
750°	4,0	3
1000°	1,0	3

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires



On voit que la limite d'élasticité varie avec la température du recuit, très lentement jusqu'à 400°, très rapidement de 400° à 600° et qu'elle tend vers une limite assez voisine de zéro, qui serait atteinte pour la température de fusion du cuivre, 1050° environ.

---

§ 8. — DE L'ÉCROUISSAGE

45. Définition.

Nous avons déjà dit que l'*écrouissage* était la propriété constatée sur les métaux de l'élévation de la *limite d'élasticité* par les traitements mécaniques.

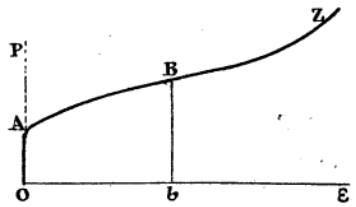
Ainsi le martelage, le passage à la filière, la compression ou la traction au delà de la limite d'élasticité sont des opérations qui, modifiant la forme, produisent l'écrouissage du métal.

46. — Loi de l'écrouissage.

Il ne sera pas ici question des causes, ni des propriétés de l'écrouissage; nous reviendrons sur ce sujet dans le chapitre suivant. Nous nous bornerons à faire connaître la loi fondamentale de l'écrouissage relative à l'élévation de la limite d'élasticité.

La limite d'élasticité acquise par un métal déformé est précisément égale à l'effort qui a produit cette déformation.

L'exactitude de cette loi est extrêmement facile à vérifier.



Dans une expérience de compression d'un crusher, par exemple, la courbe OAZ serait obtenue d'un trait si la compression était continue.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Au lieu de cela, si, lorsque la plume est en B, on laisse tomber la pression jusqu'en *b*, et que, sans rien changer au dispositif de l'expérience, on la réapplique progressivement, on constate que la plume suit la verticale *b*B et qu'arrivée en B, faisant un brusque crochet, elle trace le prolongement BZ de la courbe AB.

*b*B est la limite d'élasticité acquise par le crusher écroui, et cette limite est précisément égale à la pression qui lui avait été appliquée.

47. — Résultats expérimentaux.

Parmi les très nombreuses séries d'expériences qui ont été faites en vue de vérifier cette loi, nous citerons les suivantes :

Dans la première colonne du tableau on a mis la charge qui avait produit la déformation, et dans la deuxième la limite d'élasticité acquise par le crusher, et que mesure le point d'arrêt; dans la troisième colonne sont les différences de ces deux nombres.

CHARGE ANTÉRIEUREMENT SUPPORTÉE	LIMITE D'ÉLASTICITÉ	DIFFÉRENCES	NOMBRE D'EXPÉRIENCES
1000^{kg}	1003^{kg}	— 3	3
2000	2001	— 1	9
2500	2514	— 14	3
2600	2588	+ 12	9
3000	2977	+ 23	2
3500	3511	— 11	5

Si l'on observe que l'écart moyen de ces expériences est de 12 kilogrammes, d'après l'ensemble de toutes les mesures faites avec les crushers et la presse hydraulique à piston libre, on doit considérer la démonstration comme entièrement satisfaisante.

48. — Égalité des deux limites d'élasticité.

La propriété que nous avons établie au paragraphe 4, relative à l'égalité des limites d'élasticité de traction et de compression, a été démontrée en prenant un métal industriel quelconque, c'est-à-dire écroui.

On peut vérifier que, pour l'écrouissage que produit la compression ou la traction d'une éprouvette dans une machine d'essai, la loi se vérifie aussi bien.

On prendra, par exemple, une éprouvette de traction, à laquelle on appliquera une pression P supérieure à la limite d'élasticité. Ce sera la « limite d'élasticité acquise ». Si l'on découpe au milieu de cette éprouvette une rondelle formant un petit crusher, et qu'on l'essaye à la compression, on constatera que sa limite d'élasticité est précisément égale à P.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE III

ÉTUDE DU CUIVRE

§ 1. — INTRODUCTION

49. — Intérêt de l'étude des déformations permanentes.

Dans le précédent chapitre, nous avons vu comment les expériences de traction et de compression conduisaient à la notion d'un solide parfaitement élastique, et nous avons reconnu que le cuivre se prêtait particulièrement bien à la vérification de ces principes généraux.

Ce métal permet aussi d'aborder expérimentalement l'étude des propriétés les plus simples des déformations permanentes.

La considération de ce genre de déformations n'est point intéressante seulement pour le technicien, qui cherche à se rendre compte des détails d'un essai de traction ou de compression. Il faut, au contraire, remarquer que le travail des métaux, soit à l'usine productrice, soit à l'atelier de mise en œuvre, consiste presque exclusivement en déformations de ce genre, et qu'une partie des propriétés des métaux industriels est acquise par le fait même des déformations permanentes qu'on leur fait systématiquement subir.

Nos recherches, dans un sujet si vaste, sont forcément bien incomplètes; mais le cuivre est un métal aux propriétés si simples, que sa théorie mécanique et physique nous paraît assez facile à représenter dans ses grandes lignes.

Nous exposerons en outre, sommairement, quelques applications intéressantes qui ont été faites des déformations permanentes de ce métal.

50. — Cuivre employé.

Nous avons dans nos expériences employé du cuivre fourni par la Société française des métaux, et connu sous le nom de cuivre *Corocoro*. Ce cuivre a été reconnu à l'analyse comme presque chimiquement pur; il était livré en barres étirées à la filière à divers diamètres.

Ces barres étaient transformées en éprouvettes et en crushers de dimensions diverses.

51. — Rappel des résultats du Chapitre II.

Nous avons reconnu, dans le chapitre II, que le cuivre présentait les propriétés mécaniques suivantes :

1° On peut, moyennant quelques précautions expérimentales, le considérer comme un *solide élastique parfait*;

2° Il admet une limite d'élasticité bien déterminée, variable avec le traitement subi par le métal, et cette limite d'élasticité est mesurée par la charge du *point d'arrêt* ;

3° La limite d'*élasticité* diminue quand la température du barreau augmente;

4° La limite d'*élasticité* diminue quand la température de recuit augmente, et elle est voisine de zéro quand le recuit est de 1000° environ (1050 est le point de fusion);

5° La limite d'*élasticité* est égale à l'effort qui a produit la déformation permanente;

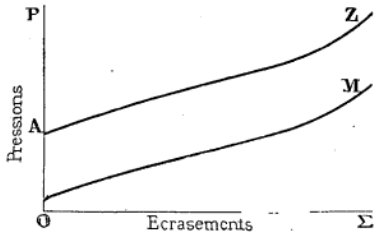
6° Les limites d'élasticité à la *compression* et à la *traction* sont égales.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

§ 2. — COMPRESSION LENTE DU CUIVRE

52. — Diagramme de compression.

Si, ayant placé un crusher entre les enclumes de la presse hydraulique à piston libre, on continue l'essai de compression au delà de la limite d'élasticité, l'enregistreur donne une courbe ascendante s'élevant régulièrement avec la pression et présentant un point d'inflexion.



OA est la limite d'élasticité qui, on le sait, varie avec l'écrouissage du métal; AZ est le diagramme de compression.

53. — Courbe de tarage statistique.

Parmi l'infinité de courbes AZ possibles, il importe d'en choisir une qui puisse servir de type.

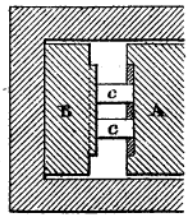
Nous appellerons courbe de *tarage statique* (courbe M) le diagramme de compression obtenu avec un cuivre pur, qui a été, par une suite d'opérations mécaniques bien définies, transformé en crushers de $13^{mm}/8^{mm}$, puis recuit à 1000°. Ainsi préparé, le cuivre présente, comme on sait, une limite d'élasticité très faible.

Comme on peut obtenir des cylindres crushers de dimensions très régulières, qu'on peut les produire en très grand nombre, qu'on peut régler minutieusement les détails de la fabrication et qu'enfin il suffit, pour reconnaître leur homogénéité et leur comparabilité, de les écraser à la presse hydraulique et de s'assurer qu'ils suivent une même courbe type, les crushers peuvent constituer d'excellents et pratiques instruments de mesure, dont l'emploi, pour l'évaluation de très fortes pressions, est susceptible d'applications diverses.

Pour donner une idée de la régularité avec laquelle on arrive à fabriquer ces crushers, nous dirons que ceux qu'emploie l'artillerie de la marine ($13^{mm}/8^{mm}$) donnent, pour une pression de 4000 kilogrammes, un écart moyen inférieur à $0^{mm},01$, ce qui correspond à un écart de pression d'environ 10 kilogrammes.

54. — Première application. — Tarage d'une machine d'essai.

Les crushers peuvent, dès lors, être utilisés pour le tarage, comparativement à une machine type, d'une machine d'essai quelconque.



Avec les machines de compression, le tarage est direct; avec les machines de traction, un *réverseur* approprié permettra d'arriver au même résultat.

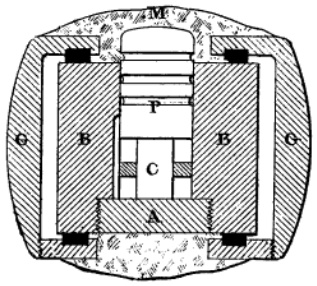
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

C'est ainsi que pour tarer la machine Maillard, on montera sur les porte-mordaches un réverseur. Un certain nombre de crushers $c, c\ldots$, centrés au moyen d'une rondelle de caoutchouc dans un logement cylindrique de l'un des étriers A, seront comprimés par le second étrier B.

La table de tarage M fera connaître immédiatement la pression exercée et permettra de vérifier la graduation du manomètre.

55. — Deuxième application. — **Bathymètre.**

Nous avons présenté (voir *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, t. CXXIX, p. 243) un appareil fondé sur le même principe et destiné à faire connaître la profondeur des mers.



Ce bathymètre se compose d'un corps cylindrique en acier B, percé suivant son axe. Le crusher C est placé entre l'enclume A et le piston P.

La section de celui-ci est calculée d'après la profondeur approximative à atteindre.

On trouve, par exemple, qu'une profondeur de 10 000 mètres serait, à l'aide de crushers de 13/8 et avec un piston de $0^{dm^2},04$ de section, mesurée à 25 mètres près.

Toutes les erreurs provenant du mode usuel d'évaluation des profondeurs des mers, à l'aide d'un câble dont on mesure la longueur déroulée, seraient évitées avec cet appareil.

En M est une couche de mastic frais, assurant l'obturation du joint du piston.

G est un cylindre de garde simplement serré contre le corps cylindrique B par deux anneaux obturateurs en cuivre. Cette disposition a pour but d'éviter l'action sur le corps B des pressions latérales du liquide.

56. — Formes du crusher pendant l'essai de compression.

Lorsqu'on examine le crusher au cours de l'essai de compression, on constate que pendant une certaine période initiale, il conserve très sensiblement la forme cylindrique; mais bientôt la déformation cesse d'être à peu près régulière; le crusher se renfle à l'équateur et prend la forme d'un petit tonneau.

Mais si c'est là le fait courant, obtenu avec les enclumes ordinaires de la presse hydraulique, il y a lieu de montrer qu'il est loin d'être général.

En effet, on constate que c'est l'action réciproque des surfaces des enclumes et des bases du crusher qui détermine la forme, et comme le frottement qui s'exerce à ce contact est variable à volonté, on peut obtenir les résultats suivants :

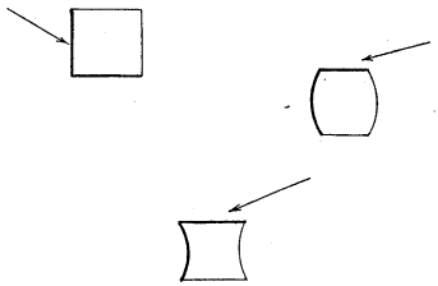
1° Avec des enclumes en acier ordinaire poli, la forme du crusher sera, sous une pression déformatrice de 3000 kilogrammes, celle d'un tonneau;

2° Si on enduit les enclumes de graisse plombaginée, le crusher restera très sensiblement cylindrique, sous la même pression;

3° Enfin, si on interpose entre le crusher et les enclumes des pellicules de plomb, le crusher prend la forme d'un hyperboloïde.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Comme on le voit par ces expériences très simples, l'écrasement n'est point déterminé



par la seule valeur de la pression. Les conditions aux limites interviennent dans cette question d'une manière évidente.

57. — Sur l'essai de compression.

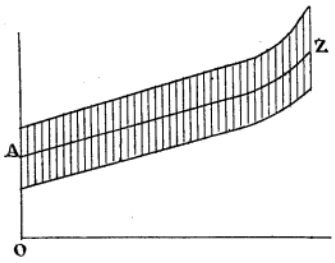
La recette d'un cuivre pourrait être basée sur des essais de compression. C'est l'essai le plus simple de tous, car il n'exige qu'une quantité très minime de la matière à essayer et ne nécessite qu'une main-d'œuvre restreinte pour la préparation des éprouvettes d'essai sous forme de crushers.

Proposons-nous donc d'examiner quels renseignements un pareil essai pourrait fournir et quelles règles générales on pourrait adopter pour opérer l'essai.

1° La *limite d'élasticité* sera connue, et cette caractéristique importante donnera une indication sur l'état d'écrouissage du métal, c'est-à-dire sur le travail mécanique qu'il a subi à l'usine productrice.

2° Pour juger du degré d'*homogénéité* du métal, il suffira de prélever en un même point trois crushers dans trois directions rectangulaires et de comparer leurs diagrammes.

3° Mais ces deux éléments ne suffisent pas à faire connaître la qualité du métal. Il faut comparer le diagramme complet à celui d'un métal choisi comme type dont on ne doit pas s'écarter de plus d'une certaine quantité.



Ainsi l'essai de compression effectué avec $3n$ crushers, par exemple, doit donner des diagrammes compris dans l'intérieur d'une certaine zone, de part et d'autre du diagramme type AZ.

La largeur de cette zone dépendra des progrès de la métallurgie et des exigences du service récepteur.

4° Mais les résultats d'un essai ainsi conduit ne peuvent être considérés comme donnant des nombres absolus.

On sait, en effet, que dans toute mesure, les résultats expérimentaux varient d'une expérience à l'autre et que, à côté des erreurs systématiques et accidentelles, il existe des erreurs journalières dont il est nécessaire de tenir compte.

Aussi dans toute expérience *quantitative*, telle que l'essai d'un métal, il serait nécessaire de posséder un lot type dont le diagramme de compression indiquerait le déplacement journalier de la courbe normale AZ.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Ce procédé a été employé, d'ailleurs, dans toutes nos expériences, et il est emprunté à la pratique de l'artillerie qui, dans ses recettes de poudre, par exemple, s'en sert couramment.

5° Enfin l'épreuve d'un cuivre doit comporter une analyse chimique qui complète les garanties de comparabilité avec le type normal adopté.

Telles sont les règles générales qui, en l'état actuel de nos connaissances physiques et mécaniques sur le cuivre, paraissent propres à servir de guide dans les essais de ce métal à la compression.

Ces essais seraient peut-être suffisants, d'ailleurs, pour toutes les applications usuelles du cuivre, où la limite d'élasticité ne doit pas être dépassée.

58. — Influence de la température sur l'écrasement.

Nous avons eu besoin, pour une application déterminée, d'étudier les écrasements de crushers à des températures diverses.

Le dispositif expérimental était celui décrit au n° 38.

On a essayé deux séries de crushers, provenant d'une même barre; les uns ont été écrasés à l'état naturel, les autres après un recuit à 1000°.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus.

PRESSION APPLIQUÉE	TEMPÉRATURES	ÉCRASEMENT	
		CRUSHERS ÉCROUIS	CRUSHERS RECUITS
3000 kilogrammes.	— 50°	4mm,88	5mm,11
	0°	5 ,25	5 ,43
	+ 50°	5 ,67	5 ,79
	+ 100°	6 ,02	6 ,11
	+ 150°	6 ,43	6 ,46
	+ 200°	6 ,77	6 ,83
	+ 250°	»	7 ,15

On voit que la résistance des crushers diminue rapidement avec leur température.

Ainsi, pour un écart de température de 10°, l'écrasement, sous une même pression de 3000 kilogrammes, diffère d'environ 0mm,07.

Les variations de la température ambiante influent donc notablement sur les résultats d'un essai de compression.

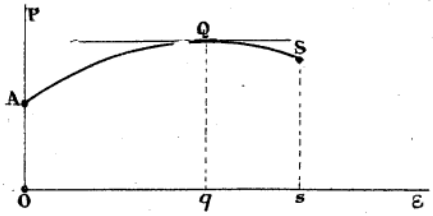
Ce phénomène est une des causes qui justifient l'emploi systématique du lot type dont nous avons parlé au n° 57.

---

§ 3. — TRACTION LENTE DU CUIVRE

59. — Diagramme de traction.

Le diagramme de l'essai de traction d'une éprouvette de cuivre part du point A, qui correspond à la limite d'élasticité de traction du cuivre, égale, comme on sait, à la limite d'élasticité de compression.



Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La courbe des allongements permanents se détache de A brusquement, monte en tournant sa concavité vers l'axe des allongements, atteint un maximum Q, puis redescend avec régularité jusqu'au point S où se produit soudainement la rupture du barreau.

La figure ci-dessus représente un tel diagramme.

60. — Sur les essais de traction.

L'essai de traction est celui qui est le plus ordinairement utilisé dans les laboratoires d'essais mécaniques, et les cahiers des charges des services publics imposent, en général, des conditions de recette à diverses grandeurs remarquables qui peuvent être déterminées au cours de cet essai.

On mesure généralement :

1° La limite d'élasticité E (charge OA) rapportée au millimètre carré ;

2° La charge maximum (charge qQ) rapportée au millimètre carré de la section primitive ;

3° L'allongement pour cent $\left(100\,\frac{OS}{l}\right)$ de la longueur primitive l.

On remarquera que la charge de rupture n'est pas prise en considération.

Le choix des grandeurs à déterminer au cours de l'essai et l'unité à laquelle on les rapporte devraient être dictés par l'idée d'obtenir la comparabilité des épreuves, quelles que soient la machine d'essai et les dimensions des éprouvettes.

Or, on sait qu'en particulier l'allongement pour cent varie, dans des proportions considérables, avec les dimensions des barreaux.

Les déterminations actuelles paraissent donc arbitraires et incomplètes.

Les véritables caractéristiques du métal, dont la connaissance permettrait seule d'obtenir un jour l'unification rigoureuse et logique des méthodes d'essai, ne pourront être découvertes que par l'étude systématique des propriétés mécaniques et physiques des métaux.

Il nous paraît cependant possible d'indiquer dès maintenant quelques grandeurs pouvant être facilement déterminées au cours des essais de traction et susceptibles de rendre ces essais comparables.

Cette question fera l'objet du n° 65.

61. — Formes successives du barreau.

Pendant toute la période élastique, le barreau reste cylindrique. Il en est sensiblement de même pendant la première période des déformations permanentes, jusqu'au voisinage de la charge maximum.

On constate alors que les déformations se localisent plus particulièrement en un point. La section y diminue rapidement et l'allongement du barreau se fait sous charge constante, puis la pression baisse tandis que le barreau continue de s'allonger jusqu'au point S où se produit la rupture.

62. — Striction.

La région des déformations localisées s'appelle la striction.

La position de la striction paraît réglée par les défauts locaux de l'éprouvette, car elle se produit tantôt en un point, tantôt en un autre. Ce point est cependant plus généralement situé dans la région médiane de l'éprouvette, qui serait sans doute le lieu de la striction pour une éprouvette homogène et de forme régulière.

63. — Cassure.

La cassure se produit au fond de la gorge de la striction. Elle présente, sur chacun des tronçons du barreau, l'aspect d'une moitié de coupelle aux bords abrupts dont le fond est tapissé de grains brillants.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

64. — Expériences effectuées.

Nous avons effectué, en utilisant la machine Maillard et la presse hydraulique avec des barreaux cylindriques de dimensions très différentes, des essais au cours desquels nous avons noté les grandeurs les plus remarquables.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

MACHINE EMPLOYÉE	NUMÉRO DU BARREAU	LONGUEURS	DIAMÈTRES	CHARGES MAXIMA	CHARGES MAXIMA PAR mm² DE LA SECTION PRIMITIVE	CHARGES DE RUPTURE	STRICTION $\frac{S'}{S}$	CHARGES DE RUPTURE PAR mm² $= \rho$
Maillard	1	350 mm	9mm,4	1700kg	24kg,5	1300kg	0,37	50kg,6
	2	100	9 ,4	1650	23 ,8	1300	0,38	49 ,2
	3	100	13 ,8	3700	24 ,7	2900	0,38	51 ,0
Presse hydraulique.	4	13	8 ,0	1296	25 ,8	1005	0,39	51 ,0

On a désigné sous le nom de *striction* le rapport $\frac{S'}{S}$ de la section de rupture à la section initiale.

On voit que :

1° La striction $\frac{S'}{S}$ est une quantité sensiblement constante.

2° Les charges de rupture par millimètre carré sont très sensiblement indépendantes de la machine d'essai et des dimensions des barreaux.

65. — Courbe des résistances vraies.

Appelons S et l la section et la longueur initiale de l'éprouvette, S′ et l' sa section et sa longueur à une époque quelconque de l'essai choisie dans la période où cette éprouvette reste sensiblement cylindrique.

Soit λ l'allongement par unité de longueur. On peut écrire, en admettant que le volume reste constant : $\lambda = \frac{S - S'}{S'}$.

Soit P la charge totale supportée par le barreau lorsque la section est réduite à S′. $\frac{P}{S'} = \rho$ représentera l'effort par unité de section produisant par unité de longueur l'allongement λ.

Si on porte en abscisses les allongements λ et en ordonnées les résistances ρ, on obtiendra une courbe qui représente la loi des efforts réellement exercés sur le barreau en fonction des déformations qui leur correspondent.

La construction précédente peut être appliquée jusqu'à la charge maximum.

Dès que la striction commence à se manifester, le métal cesse d'être homogène, chaque section droite de l'éprouvette supportant évidemment la même pression totale, laquelle s'applique sur une surface variable avec la position de la section.

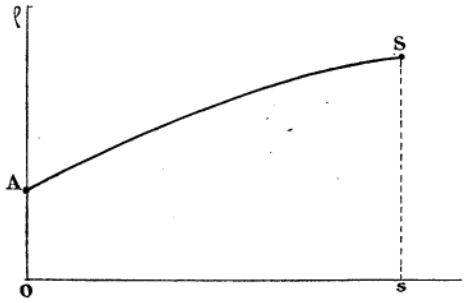
Pour généraliser les définitions précédentes et construire les points de la courbe correspondant à la période de striction, on considérera un cylindre infiniment petit ayant pour base la section de striction et on écrira que le volume de ce cylindre ne varie pas au cours de l'essai.

On prolongera ainsi la courbe des efforts jusqu'à la rupture du barreau.

On constate d'abord que la résistance ρ croît constamment avec l'allongement λ, et que par suite la charge maximum ordinairement considérée dans les essais n'a pas de signification bien nette.

Les expériences des nos 35 et 64 montrent que la courbe obtenue est indépendante des dimensions des barreaux et de la nature des machines d'essai.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires



En effet, le point A, qui correspond à la limite d'élasticité est évidemment commun à toutes les courbes, et il en est de même du point S, puisque O, qui est égal à

$$\lambda = \frac{S - S'}{S'} = \frac{S}{S'} - 1$$

a été trouvé constant de même que la charge de rupture ρ.

Cette courbe pourrait donc avec quelque raison être considérée comme définissant le métal essayé.

M. le professeur Unwin, dans son livre « The testing of materials of construction, » a considéré cette courbe, qu'il appelle *courbe de véritable cohésion*, et a donné le moyen de la déduire du diagramme ordinaire de l'essai de traction par une construction géométrique élégante.

En résumé, il nous paraîtrait logique de substituer aux grandeurs qu'on a l'habitude de donner dans un essai de traction les grandeurs suivantes :

1° *La limite d'élasticité E*, charge par millimètre carré de la section du barreau, mesurée par le point d'arrêt de la colonne manométrique.

2° *La charge de rupture* ρ, charge totale indiquée par le manomètre au moment de la rupture, divisée par la section de rupture S'.

3° *L'allongement de striction* $\lambda = \frac{S - S'}{S'}$.

66. — Comparaison des essais de compression et des essais de traction.

On voit que l'essai de traction donne des renseignements plus complets que l'essai de compression et la charge de rupture apparaît comme une véritable caractéristique du métal dont elle mesure la *cohésion*.

C'est là un avantage notable de l'essai de traction sur celui de compression. Dans le premier cas deux points suffisent pour déterminer les propriétés du métal, tandis que, comme nous l'avons vu, dans le cas de la compression, il est nécessaire de fixer le diagramme complet.

On pourrait d'ailleurs obtenir la courbe des résistances vraies à la compression par une construction tout à fait analogue à celle de la courbe des résistances vraies à la traction.

Les limites d'élasticité à la traction et à la compression étant égales, l'une et l'autre de ces courbes partent d'un même point de l'axe des ordonnées où elles paraissent, de plus, avoir une même tangente.

67. — Influence des têtes.

Les résultats que nous avons obtenus ne conservent leur caractère de généralité que dans le cas où les éprouvettes sont suffisamment longues.

Dans le cas d'éprouvettes très courtes, les déformations soit élastiques, soit permanentes,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ne peuvent pas être considérées comme affectant une section bien déterminée de l'éprouvette; elles intéressent aussi les têtes.

Le phénomène des déformations est alors beaucoup plus compliqué que dans le cas d'une éprouvette longue; l'interprétation en devient difficile, et les expériences de traction et de compression ne permettent plus la détermination directe des constantes du métal, limite d'élasticité, charge de rupture et striction.

C'est ainsi que dans des expériences que nous avons effectuées avec des barreaux de longueur réduite, nous avons trouvé, pour la limite d'élasticité et la résistance à la rupture, des nombres d'autant plus élevés que l'éprouvette est plus courte.

Par exemple, en faisant une saignée aussi étroite que possible sur un barreau déterminé, on obtient une limite d'élasticité et une charge de rupture intermédiaire entre celles qui correspondent à la section totale du barreau et à la section de la saignée.

---

§ 4. — SUR LES DÉFORMATIONS PERMANENTES

68. — Isotropie des déformations permanentes.

Il paraît être admis par beaucoup d'auteurs que la propriété que possède l'écrouissage d'élever la limite d'élasticité d'un métal jusqu'à la charge même qui a produit la déformation se fait au détriment des autres propriétés du même métal.

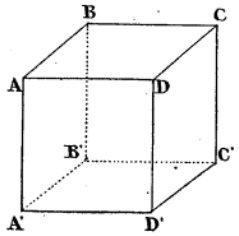
Ainsi on dit que la traction améliore le métal en vue des efforts de traction mais le rend moins apte à supporter des efforts de compression.

Nous avons vu, en généralisant la loi de l'égalité des limites d'élasticité sur des éprouvettes de traction tronçonnées, que cette manière de voir ne saurait être admise et que le métal a acquis des propriétés analogues dans un sens et dans l'autre.

C'est là un point qui paraît propre à éclairer sur la nature des modifications du métal et on peut instituer facilement une expérience démontrant la généralité de ce principe.

69. — Expérience du cube.

Ainsi prenons un cube en cuivre et plaçons l'une des faces A'B'C'D' sur l'enclume de la presse.



Appliquons une pression P, les arêtes des faces ABCD, A'B'C'D', prennent une même valeur a, les arêtes AA', BB', etc., une même valeur b.

$\frac{P}{a^2}$ est la pression par unité de surface, appliquée sur les faces ABCD, A'B'C'D'.

Retournons le parallélépipède de manière à le faire reposer, par exemple, sur la face AA'DD' dont la surface est $a\,b$.

On constate, en appliquant une pression croissante, que le point d'arrêt se produit pour une pression P' telle que $\frac{P'}{ab} = \frac{P}{a^2}$.

Ainsi la déformation a produit une modification isotrope des propriétés du métal.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Nous citerons l'expérience suivante :

On a pris un cube de cuivre pur qui a été recuit à 1000°.

La longueur de l'arête était de $9^{mm},85$.

Le cube reposant sur la face A'B'C'D', on applique une pression de 1500 kilogrammes.

Les dimensions après l'essai sont :

$$AB = BC = 10,17$$
$$AA' = BB' = 9,26$$

$\frac{P}{a^2}$ est donc égal à $\frac{1500}{10,17 \times 10,17}$,

On retourne le cube sur la face AA'BB' et on trouve $P' = 1330$.

Si on calcule P' par la formule $\frac{P'}{b} = \frac{P}{a}$, on trouve

$$P' = \frac{9,26}{10,17} 1500 = 1365.$$

La vérification est donc satisfaisante.

70 — Remarque.

On peut conclure de là que les déformations permanentes d'un métal *isotrope* le laissent *isotrope* et que c'est une modification de la nature même du métal et non quelque fracture ou fissure d'orientement déterminé, qui se produit sous l'action d'efforts croissants.

Mais, cependant, il est bien entendu que pour que ce théorème, dont l'égalité des limites d'élasticité n'est qu'un cas particulier, soit vrai, il importe que la déformation soit générale, qu'elle intéresse par suite de la même façon la masse entière du métal.

Ainsi, il est bien certain qu'un barreau de traction ou de compression, sitôt qu'il cesse d'être cylindrique, n'est plus susceptible de se déformer d'une manière uniforme et générale. Il n'est donc plus isotrope et ses déformations permanentes sont complexes.

71. — Fonction d'écrouissage.

Toutes les déformations permanentes d'un métal, de quelque nature qu'elles soient, à condition qu'elles intéressent d'une façon générale tout le solide, produisant les mêmes effets, il serait important de savoir les ramener les unes aux autres et de pouvoir définir ainsi l'état du métal.

Or, on sait que les grandes déformations ne font point varier sensiblement le volume des éléments du solide ; il y a seulement déplacement relatif des parties. Un cube, par exemple, se transformera en parallélipipède, etc.

Il est naturel de prendre comme mesurant l'état d'écrouissage une fonction de l'accroissement des dimensions linéaires ou superficielles d'un petit élément cubique en un point.

Ainsi, des fonctions de la forme

$$F\left(\frac{a'+b'+c'}{a}\right) \qquad \text{ou} \qquad \varphi\left(\frac{a'b'+b'c'+c'a'}{a^2}\right)$$

paraîtraient propres à représenter l'écrouissage en un point, $a'b'c'$ étant respectivement ce que deviennent les arêtes a du cube initial, avec la condition $a'b'c' = a^3$, dans l'une ou l'autre des fonctions.

Ainsi, si on prend le cas d'une éprouvette cubique soumise à des efforts de traction et de compression, on écrira dans l'hypothèse de la première fonction, S et S' étant les sections initiale et finale perpendiculaires à l'effort :

$$Sa = S'c' \text{ (invariabilité du volume)}, \qquad S = a^2. \qquad S' = a'^2,$$

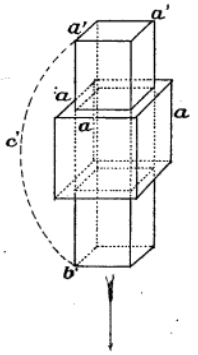
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'où $$\frac{a'+b'+c'}{a_1}=\frac{2a'+c'}{a}=\frac{S}{S'}+2\sqrt{\frac{S'}{S}}.$$

Ainsi donc la fonction

$$F\left(\frac{S}{S'}+2\sqrt{\frac{S'}{S}}\right)$$

représenterait aussi bien à la compression qu'à la traction l'état d'écrouissage du métal.



On vérifie assez aisément que, tant que les déformations restent générales, les barreaux de traction et de compression donnent des déformations qui suivent cette loi.

Nous ne pousserons pas plus loin ces idées théoriques, qui énoncent simplement les faits : 1° de l'isotropie des déformations; 2° de l'invariabilité du volume; 3° de l'accroissement de l'écrouissage avec la grandeur de la déformation. Elles expliquent en particulier facilement l'énervement du métal sous des efforts alternatifs.

Nous pensons qu'il sera possible un jour, en suivant une voie de ce genre, de rattacher les uns aux autres les divers essais.

Ainsi, un métal quelconque étant donné, dont le traitement mécanique aura été reconnu général par une épreuve d'homogénéité, on pourra le ramener à un métal unique pris pour type, par exemple à un métal complètement recuit.

Il semble que c'est vers ce but, où les caractéristiques véritables du métal ressortiront de quelques essais mécaniques très simples, que doit tendre l'étude des métaux, et il ne paraît pas impossible que l'étude d'un métal comme le cuivre, dont les propriétés mécaniques sont simples, puisse donner des indications intéressantes dans cette voie.

---

§ 5. — MICROGRAPHIE DU CUIVRE

72. — Dispositif expérimental.

L'examen micrographique des métaux est susceptible de fournir de précieux renseignements sur leurs propriétés, et cette méthode de recherches a d'ailleurs fait ses preuves entre les mains de très habiles expérimentateurs.

Nous l'avons employée pour l'étude du cuivre à divers degrés d'écrouissage.

73. — Préparation des surfaces.

La surface à étudier a été attaquée à la lime, puis dégrossie au papier émeri et frottée sur la peau de daim au moyen d'un mélange de potée d'étain et d'acide oléique, jusqu'à ce que toutes les rayures eussent disparu.

Les surfaces ainsi polies ont été nettoyées à la benzine et séchées.

On prépare ensuite un bain d'eau acidulée au 1/10 par l'acide sulfurique et on y plonge deux électrodes de platine reliées aux pôles d'un élément Daniell.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

MICROGRAPHIE DU CUIVRE

Crusher écroui par étirage à la filière.



Crusher recuit à 350°.



Crusher recuit à 750°.



Crusher recuit à 1000° et refroidi lentement.



Crusher recuit à 1000° et refroidi brusquement.



Crusher recuit à 1000° et écroui à la presse sous une charge de 4000 kilogr.



Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'électrode positive se termine par un disque horizontal sur lequel on place le crusher à attaquer.

La durée de l'attaque est de 30 secondes. Après l'attaque, on lave la surface à l'eau et à l'alcool [1].

On essuie le crusher et on le porte sur la platine du microscope, où il est aussitôt examiné.

Si cet examen est satisfaisant, il convient de photographier immédiatement la surface préparée, car les cristaux se ternissent très rapidement.

On peut cependant leur rendre leur brillant par une nouvelle attaque dont la durée doit alors être limitée à 5 secondes.

Le grossissement adopté est de 18 diamètres.

74. — Résultats.

Les photographies ci-jointes montrent les résultats successivement obtenus avec :

1° Un crusher écroui par étirage à la filière, tel qu'il est fourni en barres par la Compagnie Française des Métaux.

2° Avec un crusher de ce même métal recuit à 150°

3° — — — 750°

4° — — — 1000°

5° Un crusher de ce même métal recuit à 1000° et écroui à la presse sous une charge de 4000 kilogrammes.

Le métal écroui présente un amas confus de cristaux brisés et enchevêtrés.

A mesure que la température du recuit s'élève, la structure cristalline se rétablit et les dimensions des cristaux obtenus augmentent.

La vitesse du refroidissement ne paraît pas avoir une influence bien notable sur les dimensions des cristaux obtenus. On peut remarquer cependant que les cristaux obtenus par refroidissement lent, après recuit à 1000°, sont plus nets que ceux obtenus par refroidissement rapide.

75. — Explication des lois de l'écrouissage.

On voit sur les photographies que l'écrouissage consiste essentiellement dans la rupture des cristaux du cuivre.

Comme il paraît démontré que ces cristaux sont entourés soit d'une matière non cristallisée, plus ou moins plastique, soit de cristaux extrêmement petits, qui dans l'interstice des gros cristaux forment un tissu plus mobile, le mécanisme de l'écrouissage et les propriétés mécaniques qui en résultent pour le métal apparaissent comme facilement explicables.

L'écrouissage augmente la limite élastique. En effet, les cristaux étant brisés en fragments de plus en plus ténus, le déplacement de ceux-ci dans le bain plastique est plus difficile car l'effet évident de ces ruptures est de diminuer la section des canaux (loi de Poiseuille). On conçoit aussi, qu'une fois un état d'écrouissage atteint, la limite d'élasticité, c'est-à-dire l'effort nécessaire pour déplacer les cristaux fragmentés, soit égale à l'effort qui produisait auparavant leur glissement. Ce n'est qu'énoncer le fait que les propriétés du cuivre ne dépendent pas du temps.

On explique tout aussi facilement l'isotropie de l'écrouissage, quelle qu'en soit la cause, car la rupture des cristaux, soit par compression, soit par traction, doit évidemment produire un même effet pour un même déplacement relatif de deux surfaces contiguës du métal.

1. Ces expériences de micrographie ont été effectuées avec le concours de M. Maurice Lucas, chimiste au L. C. de la Marine.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

§ 6. — COMPRESSION ET TRACTION PAR CHOC

76. — Problème à résoudre.

L'application dont il sera question au paragraphe 7 nous a conduit à nous préoccuper des phénomènes qui accompagnent l'écrasement d'un crusher par le choc.

Le problème général, qui est celui de l'influence de la vitesse d'application de l'effort sur les déformations permanentes, se réduit à deux autres :

1° Résistance opposée au mouvement par le crusher quand la vitesse avec laquelle la force est appliquée a une certaine valeur;

2° État de ce crusher après la déformation totale.

C'est ce double problème que nous allons essayer de traiter dans un cas particulier.

77. — Difficultés expérimentales.

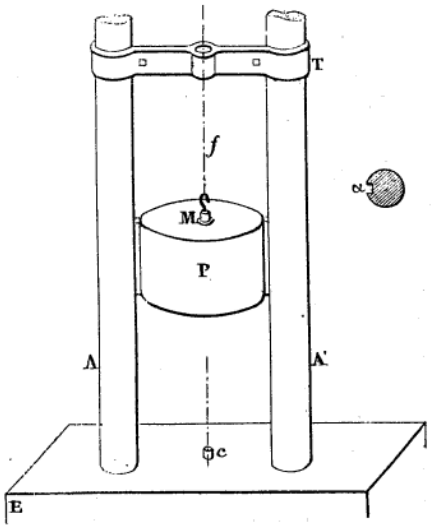
Il ne faut pas songer à employer la presse hydraulique comme instrument susceptible de donner des vitesses variables. L'influence de la vitesse ne se manifeste pour ainsi dire pas dans les limites étroites où on est alors forcé de se tenir. (Rapport des vitesses possibles, 1/10 environ.)

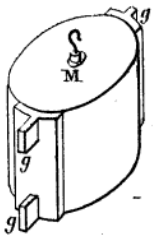
C'est donc à d'autres appareils qu'il faut faire appel.

Mais on n'imagine que difficilement une machine capable d'appliquer sur le crusher une très grande charge statique agissant avec une grande vitesse.

Or, la pesanteur qui agit comme moteur dans la presse hydraulique, où elle est appliquée statiquement, est une force qu'on connaît tout aussi bien quand elle agit brusquement. On peut donc disposer de cette force dans ces nouvelles conditions et étudier par suite l'écrasement des crushers par la chute de poids connus.

Mais, malgré la généralité théorique de cette méthode, on reconnaît bien vite que ses limites d'application pratique sont singulièrement restreintes; c'est qu'en effet l'emploi de poids ou très légers ou très lourds crée des difficultés expérimentales qui risquent de fausser les expériences; il n'y a qu'une petite échelle de poids maniables avec facilité (de 1 à 75 kilogrammes environ), qui se prêtent à des expériences précises.





78. — Dispositif expérimental.

On a employé un appareil de chute composé de deux colonnes verticales AA' munies de deux rainures guides α. Un poids P variable, portant deux oreilles g, tombe entre deux colonnes d'une hauteur connue et écrase le crusher c placé sur une enclume en acier E.

79. — Équation du mouvement.

p étant le poids tombant, ε l'écrasement, $\varphi\left(\varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}\right)$ la résistance du crusher qui dépend à

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la fois de l'écrasement et de sa vitesse $v = \frac{d\varepsilon}{dt}$, on écrira en négligeant le poids du mouton :

$$\frac{p}{g}\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} = \varphi\left(\varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}\right),$$

ou, en intégrant,

$$\frac{1}{2}\frac{p}{g}v^2 = \frac{1}{2}\frac{p}{g}v_0^2 - \int_o^{\varepsilon}\varphi\left(\varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}\right)d\varepsilon. \qquad (1)$$

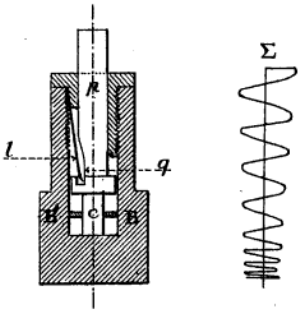
Le travail total du crusher est donc :

$$T = \int_o^{\varepsilon}\varphi\left(\varepsilon, \frac{d\varepsilon}{dt}\right)d\varepsilon.$$

80. — Crusher enregistreur.

Si on connaissait la loi de l'écrasement en fonction du temps, on pourrait en déduire, par une double différentiation, la valeur de la fonction φ.

Or, cette loi peut être déterminée expérimentalement à l'aide d'un appareil dont le principe est dû à M. Vieille.



Il se compose d'un bloc B, en acier, reposant sur l'enclume de l'appareil de chute. Un piston p reçoit le choc du poids tombant et le transmet au crusher c. Une plaquette noircie q est fixée invariablement au piston; une lame vibrante t, tarée à l'avance et munie d'une plume appuyant légèrement sur la plaquette est fixée au bloc. La lame vibrante est bandée avant l'expérience; elle se déclenche dès le premier déplacement, et la plume trace alors sur la plaquette une courbe sinusoïdale Σ qui partage l'écrasement en intervalles d'égale durée.

La méthode du crusher enregistreur a été employée pour la vérification des résultats que nous avons obtenus par une méthode plus directe et plus simple que nous allons exposer.

81. — Courbe du travail.

On constate que, en faisant varier le poids de 1 à 75 kilogrammes, la courbe du travail T en fonction de l'écrasement ε est *unique* : C'est ce que permet de constater le résumé suivant de nos expériences.

POIDS TOMBANT	TRAVAIL	ÉCRASEMENT	DURÉE DE L'ÉCRASEMENT
1kg,210	1kgm,20	1mm,55	0s,001
»	3,00	2 ,58	0s,001
4,700	4,65	3 ,35	0s,001
»	11,75	5 ,64	0s,002
9,575	4,70	3 ,37	0s,002
»	9,55	5 ,04	0s,002
»	13,35	6 ,10	0s,002
15,035	5,90	3 ,83	0s,002
»	13,45	6 ,12	0s,003
33,000	6,30	3 ,96	0s,004
»	16,30	6 ,85	0s,004
49,670	7,00	4 ,16	0s,005
»	14,55	6 ,32	0s,005
72,490	6,60	4 ,02	0s,005
»	14,00	6 ,19	0s,006

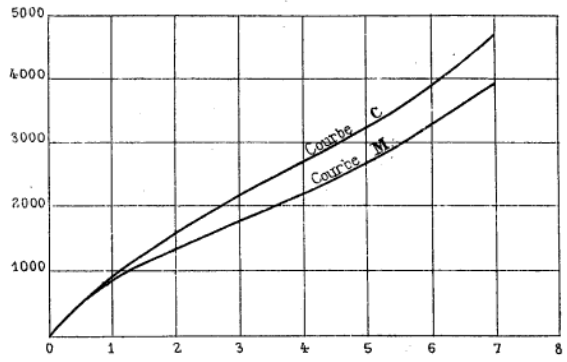
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

82. — Courbe C.

Ainsi, d'après cela, on est en droit de considérer comme n'ayant qu'une influence négligeable les variations de la variable $\frac{d\varepsilon}{dt}$ qui figurent dans la formule (1) et on a le droit de rapporter la courbe du travail ou la courbe de la résistance qui s'en déduit par différentiation à la valeur moyenne des vitesses réalisées dans ces expériences.

On peut donc énoncer le théorème suivant : *Pour les durées d'écrasement de l'ordre du* 1/1000 *de seconde, la résistance du crusher est représentée par la courbe* C.

Le graphique suivant représente comparativement les deux courbes M et C.



On voit combien elles sont différentes. M correspond, comme on sait (voir n° 53) à un écrasement très lent : C à un écrasement ayant une durée moyenne de 3/1000 de seconde.

Nous avons dit au n° 77 que ces deux courbes étaient les seules qu'il fût possible d'obtenir avec quelque exactitude par des expériences simples parmi toute la famille des courbes analogues correspondant à des vitesses variables et dont le réseau complet couvrirait une partie du plan.

83. — Courbe A.

Mais si la courbe C représente la résistance du crusher pendant la plus grande partie de l'écrasement, c'est-à-dire quand la vitesse a une valeur notable, cette courbe cesse de représenter la loi des résistances quand l'écrasement est près de se terminer et que la vitesse tend vers zéro.

Mais, à cet instant, la résistance du crusher peut se déterminer par une expérience directe :

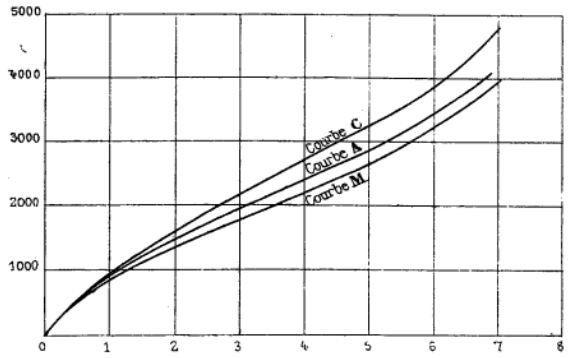
La loi établie au n° 46 de l'égalité de la limite d'élasticité et de la force qui a produit la déformation permet par une simple opération à la presse hydraulique de déterminer cette résistance par la lecture du point d'arrêt.

On trouve ainsi, pour divers écrasements, les résistances finales du crusher qui sont données dans le tableau ci-dessous (courbe A). On a, en outre, mis en regard des écrasements les résistances des crushers à la compression lente (courbe M) et à la compression rapide (courbe C).

ÉCRASEMENTS ε	TABLE M	TABLE A	TABLE C
1 millim.	822^{kg}	885^{kg}	930^{kg}
2 —	1337	1450	1595
3 —	1767	1945	2190
4 —	2191	2401	2715
5 —	2653	2866	3235
6 —	3207	3437	3840
7 —	3943	4128	4760

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La courbe A est, ainsi qu'on le voit, comprise entre les courbes C et M. L'écrouissage du crusher produit par la compression rapide (3/1000 de seconde environ) est notablement plus



grand que l'écrouissage qui correspond à l'écrasement lent (3 minutes environ). Le rapport des vitesses d'écrouissage dans les deux cas considérés est voisin de 60 000.

84. — Influence de la température.

Mais il y a lieu, dans ces expériences, de tenir compte de la température : on constate en effet que le crusher s'échauffe par l'écrasement.

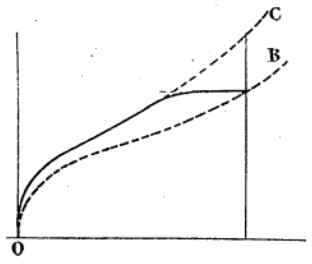
La température à laquelle il est porté a été mesurée au moyen du calorimètre de M. Berthelot.

Comme on connaît d'autre part (n° 39) l'influence de la température sur la limite élastique, on peut de la courbe A déduire une courbe B qui représente la résistance véritable du crusher à la fin de l'écrasement.

On trouve ainsi qu'il faut pour passer de la courbe A à la courbe B diminuer de 3 % les pressions inscrites à la table A pour un écrasement déterminé.

85. — Loi totale de l'écrasement d'un crusher.

Nous avons maintenant tous les éléments nécessaires pour connaître la loi complète de l'écrasement d'un crusher sous la chute d'un poids. Quand la vitesse est notable, la loi de



la résistance suit la courbe C; elle vient finir tangentiellement à une horizontale en un point de la courbe B. Avec ces données générales il est possible d'étudier la loi de l'écrasement des crushers dans quelques cas particuliers et on vérifie facilement que les résultats obtenus concordent avec ceux déduits des tracés du crusher enregistreur décrit au n° 80.

86. — Expérience de Hirn.

L'étude de la compression par choc nous a conduit à reprendre l'expérience classique par laquelle Hirn a déterminé une valeur approchée de l'équivalent mécanique de la chaleur.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Nous avons d'abord répété, avec des crushers en plomb, son expérience bien connue. Le calorimètre Berthelot a été employé à la mesure de la température acquise par le plomb à la fin de l'écrasement.

Les résultats ont été les suivants :

Soient	ϖ	le poids du calorimètre réduit en eau.	$= 0^{kg},0712$
—	P	le poids du mouton.	$= 15^{kg},100$
—	H	la hauteur de chute	$= 1^{m},483$
—	T-Θ	l'excès de température observé au calorimètre.	$= 0^{o},75$

On a $$E = \frac{PH}{\varpi\,(T-\Theta)} = 419 \text{ kilogrammètres.}$$

En discutant l'expérience, on trouve que l'erreur maximum à craindre est de 12 kilogrammètres.

On peut donc considérer l'expérience de Hirn comme conduisant à une valeur très approchée de l'équivalent mécanique de la chaleur. Il en résulte que la totalité du travail de l'écrasement du plomb a été transformée en chaleur et qu'aucune portion de ce travail n'a été employée à modifier les propriétés de ce métal.

87. — Expériences avec le cuivre.

Il n'en est pas de même avec le cuivre et si on calcule d'après les résultats des déterminations calorimétriques dont il a été question au n° 84 la valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur, on trouve des nombres notablement supérieurs à 425, voisins de 500 et qui paraissent diminuer légèrement lorsque la vitesse au choc augmente.

Il en résulte qu'on ne retrouve pas, sous forme de chaleur, tout le travail dépensé pour l'écrasement du cuivre, et qu'une portion de ce travail est employée à modifier les propriétés mécaniques du métal, comme paraît le démontrer la différence constatée entre les courbes A et M.

88. — Traction par choc.

Nous avons exécuté à l'appareil de chute et à l'aide du réverseur décrit au n° 11 quelques expériences de traction par choc.

Ce dispositif expérimental se prête avec la plus grande facilité à des expériences de ce genre. Les éprouvettes employées sont identiques à celles utilisées dans le même appareil à la presse hydraulique et permettent d'entreprendre une étude comparative des effets de traction lente et rapide, analogue à celle que nous avons développée pour la compression.

Les résultats trouvés dans les expériences de traction sont analogues à ceux fournis par les expériences de compression, c'est-à-dire :

Pour un même allongement, la limite élastique acquise par traction rapide est notablement supérieure à celle acquise par traction lente.

Les crushers, dont nous avons fait l'étude aussi bien à la compression rapide qu'à la compression lente peuvent, dans ce cas, servir d'instrument de mesure particulièrement commode.

On place un crusher sur le réverseur; il s'écrase en même temps que l'éprouvette. En outre, sa résistance acquise mesure (table B) la résistance même de l'éprouvette de traction.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

§ 7. — APPLICATION A LA MESURE DES PRESSIONS DE LA POUDRE

89. — Crushers.

L'artillerie, pour mesurer la pression développée dans les bouches à feu, par l'explosion de la poudre, utilise les déformations permanentes des crushers.

Le dispositif placé à la culasse du canon ou dans la chambre à poudre ne diffère pas, quant au principe, du « bathymètre » décrit au n° 45. Mais si dans ce cas la vitesse d'application de la force peut être considérée comme nulle et si, par suite, la table M donne la pression par une lecture directe, l'interprétation de l'écrasement du crusher dans le canon, c'est-à-dire la relation qui lie les écrasements aux pressions est beaucoup plus complexe, et a été l'objet de travaux nombreux.

Avant d'exposer sommairement la théorie que nous en avons donnée, nous examinerons l'état antérieur de la question.

90. — Anciennes idées.

Les premiers expérimentateurs assimilaient volontiers l'effet des gaz de la poudre à un choc et se contentaient de rechercher le travail produit sur le crusher par les gaz de la poudre.

Puis on compara l'écrasement à celui produit par l'application aussi rapide que possible d'un poids considérable amené au contact du crusher.

91. — Théorie de MM. Sarrau et Vieille.

MM. Sarrau et Vieille, ingénieurs des Poudres et Salpêtres, entreprirent des essais méthodiques sur cette question, et pour se rendre compte des lois de l'écrasement, ils eurent l'idée d'enregistrer la loi de la déformation des crushers sur un cylindre tournant.

Ils reconnurent comme première loi expérimentale que, dans l'appareil usuel et avec les explosifs du genre des poudres de guerre, dont la combustion est relativement lente, les forces d'inertie $\frac{p}{g}\frac{d^2\varepsilon}{dt^2}$ $\left(\frac{p}{g}$, masse du piston, ε, écrasement$\right)$ sont négligeables.

Comme deuxième loi, ils admirent et essayèrent de démontrer par quelques expériences que la loi de l'écrasement du crusher ne dépend pas de la vitesse.

Entre temps, ayant imaginé pour le tarage des crushers un instrument perfectionné qui ne diffère pas en principe de la presse hydraulique décrite au n° 7, ils purent donner les règles suivantes, admises jusqu'à une date récente par l'artillerie de la marine :

1° La courbe de tarage M donne, en regard de l'écrasement observé dans le canon, la pression maximum réellement obtenue ;

2° La loi du développement même de la pression est obtenue à l'aide de la même table si on connaît les écrasements en fonction des temps.

92. — Mesure de la pression maxima dans la nouvelle théorie.

La nouvelle théorie, qui est une application directe des propriétés des déformations permanentes du cuivre, distingue d'abord la mesure de la pression maximum de celle de la loi du développement de la pression.

Pour obtenir la pression maximum, il suffit de s'appuyer sur la loi très simple et très générale démontrée au n° 46 : que la limite de l'élasticité acquise par l'écrouissage est précisément égale à la pression qui a produit la déformation.

Or, la pression de la poudre qui dans une bouche à feu passe, comme on sait, par un maximum est appliquée au crusher *sans vitesse*, au moment même de ce maximum ; comme, d'autre part, la première loi de MM. Sarrau et Vieille $\left(m\frac{d^2\varepsilon}{dt^2}$ négligeable$\right)$ est toujours véri-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

fiée, on peut dire que la pression maximum est égale à la limite d'élasticité acquise par le métal.

Il suffirait donc de porter le crusher entre les enclumes de la presse hydraulique et de mesurer son point d'arrêt pour obtenir la pression maximum.

Cette expérience, facile à exécuter, démontre d'ailleurs que la théorie de MM. Sarrau et Vieille conduit à une évaluation trop faible de la pression maximum.

Mais, pour l'application pratique, cette méthode directe de mesure des pressions n'est évidemment point commode, et il est nécessaire d'avoir une table dressée d'avance donnant la pression en regard de l'écrasement.

Cette table pourrait être dressée en prenant un certain nombre de crushers écrasés dans les canons et en cherchant leurs limites élastiques acquises.

93. — Relation avec l'écrasement par choc.

Mais nous avons reconnu expérimentalement qu'il y avait identité complète entre les limites élastiques des crushers écrasés dans le canon et celles des crushers écrasés par la chute de poids, de sorte qu'il s'est trouvé que la table A donnait la solution cherchée.

Cette constatation a permis d'apporter à la table A une correction dite de température qui tient compte de l'échauffement du crusher dû à son écrasement rapide.

La table B ainsi obtenue servira donc à la mesure de la pression maximum.

Cette assimilation de deux phénomènes qui *à priori* paraissent aussi différents (écrasement par une pression statique, comme cela a lieu dans le canon, et écrasement par un poids, comme dans les expériences de chute), se trouve justifiée entièrement, si on observe :

1° Que la durée du développement de la pression maximum dans les bouches à feu est précisément de l'ordre de grandeur de celles constatées dans les expériences faites avec des poids variables et relatées ci-dessus.

2° Que la loi de la résistance du crusher se montre constante pour des vitesses de cet ordre.

94. — Loi du développement de la pression.

Un crusher enregistreur, de principe analogue à celui décrit au n° 80 et placé dans le canon fournit immédiatement l'écrasement en fonction du temps.

D'après les principes démontrés ci-dessus, on obtiendra la loi du développement des pressions en raccordant exactement de la même manière qu'au n° 85 la courbe C avec l'horizontale menée par le point de la courbe B qui correspond à la pression maximum.

Cet exposé sommaire suffira à montrer le principe de la méthode et l'utilisation des déformations permanentes à la mesure des pressions de la poudre.

95. — Crushers en argent.

Pour démontrer l'exactitude de notre théorie, nous avons employé comparativement dans les expériences de laboratoire et de tir des crushers en cuivre et des crushers en argent.

Ces derniers présentent à tous les points de vue des propriétés analogues à celles des crushers en cuivre, et on peut dire qu'au point de vue mécanique ces deux métaux sont tout à fait comparables.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CHAPITRE IV

ÉTUDE DU FER

§ 1. — INTRODUCTION

96. — Études sur les fers et aciers.

L'étude des aciers a, depuis quelques années, pris une importance que justifient les applications de ce métal aux usages industriels.

Les phénomènes extrêmement curieux que présente l'acier, soit réduit à ses deux constituants principaux, le fer et le carbone, soit allié à d'autres métaux ou métalloïdes, les particularités que présentent la trempe et le recuit des aciers, les conséquences qui s'en déduisent pour le traitement métallurgique rationnel de ces métaux, l'intérêt scientifique qui s'attache à ces questions, expliquent le nombre et l'importance des travaux qui ont paru sur ce sujet.

Il nous suffira de rappeler les célèbres travaux de Tchernoff et sa théorie de la trempe, la théorie cellulaire de l'acier de MM. Osmond et Werth, les savantes études poursuivies sans relâche par M. Osmond, les intéressantes recherches sur la trempe des aciers effectuées au Laboratoire central de la Marine par M. l'ingénieur Charpy.

A côté de ces travaux, qui sont plus particulièrement du domaine des techniciens et qui se rapportent aux propriétés mécaniques des aciers, d'autres travaux présentant un caractère plus spécialement spéculatif sont dus à divers savants.

Nous citerons notamment, parmi les travaux français, ceux de M. Curie sur la variation du magnétisme du fer avec la température, de M. Le Châtelier, relatifs à diverses questions intéressant la physique et la chimie du fer, de M. Pionchon sur la chaleur spécifique de ce métal, de M. Guillaume sur les aciers au nickel et, enfin, les recherches de MM. Moissan et Charpy sur l'acier au bore.

Comme nous aurons souvent à faire allusion aux travaux de certains de ces savants, nous allons résumer très succinctement les idées sur lesquelles l'accord semble s'être fait.

97. — Fer.

Le fer ne se refroidit pas d'une façon régulière, il présente pendant son refroidissement deux dégagements anormaux de chaleur, le premier brusque et très net vers 850°, le second, progressif et moins accentué que le premier, se produit vers 740°.

Ces dégagements de chaleur, auxquels M. Osmond a donné le nom de *points critiques*, nous révèlent soit deux changements moléculaires successifs, soit une modification progressive du métal.

On dit que le fer est à l'état α au-dessous de 740°, à l'état γ au-dessus de 850°. Entre ces deux températures, il existe soit un mélange des deux variétés α et γ, soit une nouvelle variété allotropique β distincte des deux premières.

98. — Acier.

L'acier présente des phénomènes analogues. Mais la présence du carbone introduit dans la courbe du refroidissement une nouvelle perturbation caractéristique qui se produit vers 700°, et qui est due à la transformation du carbone de recuit en carbone de trempe. Ce phénomène qu'on retrouve dans tous les aciers a reçu le nom de *recalescence*.

Dans les aciers doux, on observe nettement les deux *points critiques* de la courbe du refroidissement du fer, tandis qu'on observe seulement le point de recalescence dans les aciers durs (au-dessus de 0,4 de carbone).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

99. — Intérêt de l'étude du fer.

L'étude du fer est la préface naturelle de celle des aciers industriels.

On paraît, en effet, être d'accord aujourd'hui pour admettre que la variation des propriétés de l'acier est due à l'existence de divers états allotropiques du fer (fer α, β, γ), et aux transformations du carbone (carbone de recuit et carbone de trempe).

Mais il ne semble pas qu'on soit encore définitivement fixé sur l'influence relative qu'on doit respectivement attribuer au fer et au carbone, dans les phénomènes que présente l'acier ordinaire.

Le problème est donc des plus complexes, et nous croyons qu'avant de l'aborder il est nécessaire de procéder à une étude aussi complète que possible du fer exempt de carbone.

100. — Fer employé.

Le fer que nous avons employé dans nos expériences est du fer presque chimiquement pur, étiré à la filière en barres de 8 et 12 millimètres.

L'analyse de ce fer a été faite en suivant les méthodes en usage au Laboratoire central de la Marine. Ces méthodes ont été adoptées à la suite d'études comparatives des divers procédés employés dans les laboratoires, études qui ont été entreprises par M. l'ingénieur Charpy.

Le fer en barres de 8 millimètres ne contenait d'autre impureté que $\frac{4}{1000}$ de phosphore.

La constatation de l'absence complète du carbone présentant une importance capitale, le poids habituel de la prise d'essai a été quadruplé. Même, dans ce dernier cas, la dissolution du métal dans le chlorure double de cuivre et de potassium n'a laissé aucun résidu.

Les impuretés du fer en barres de 12 millimètres étaient les suivantes :

Carbone	0,01 %.
Phosphore	0,02 %.
Silicium	0,02 %.

101. — Préparation des éprouvettes.

On a découpé, dans les barres de 8 millimètres environ 1000 crushers, dont les bases ont été dressées à la lime, de manière à leur donner la longueur de 13 millimètres.

Les barres de 12 millimètres ont également fourni des crushers et des éprouvettes à têtes filetées de $13^{mm},8$.

Les crushers ainsi obtenus ont été placés dans une boîte métallique et recuits à 1000°. Cette température a été maintenue pendant environ une heure. On les a ensuite laissés se refroidir lentement dans des cendres chaudes. La durée du refroidissement a été d'environ douze heures.

On a recuit dans les mêmes conditions les éprouvettes à têtes filetées.

---

§ 2. — LOI DU REFROIDISSEMENT DU FER

102. — Expérience de M. Osmond.

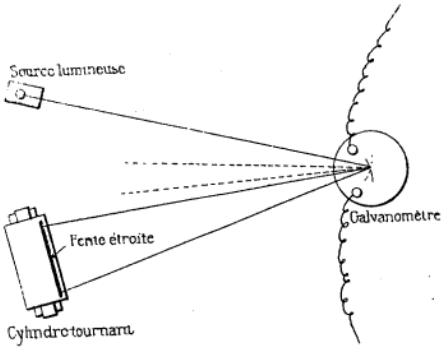
Les points critiques que présentent les aciers ont été reconnus et déterminés à l'aide d'une méthode expérimentale très élégante due à M. Osmond.

Cette méthode est fondée sur le fait qu'en général les changements d'état d'un corps correspondent à une variation brusque de la température de ce corps, et par suite à un point singulier de la courbe du refroidissement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

103. — Dispositif expérimental.

Le crusher en fer est placé au centre du four électrique de M. Charpy, et la température mesurée au moyen du couple Le Châtelier. On chauffe à une température déterminée qu'on maintient pendant 30 minutes. On coupe alors le courant, on retire le crusher, et on le laisse se refroidir à l'air libre.



Pour enregistrer la loi de son refroidissement, nous avons utilisé l'appareil suivant installé par M. Charpy.

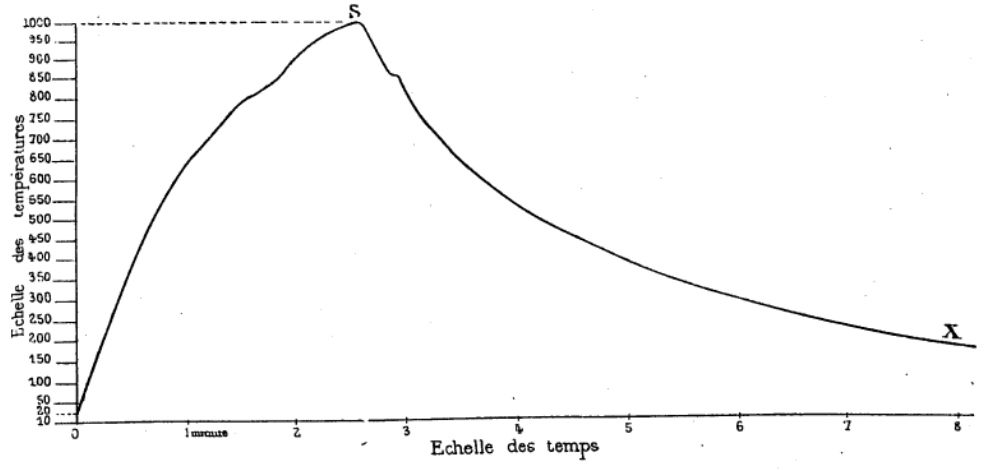
Un faisceau de rayons émané d'une fente lumineuse se réfléchit sur le miroir concave du galvanomètre relié au couple thermo-électrique, et l'image de la fente vient se former en un point de la surface d'un cylindre animé d'un mouvement de rotation sensiblement uniforme.

Ce cylindre est recouvert d'un papier sensible, il s'emboîte exactement dans une enveloppe métallique fixe, également cylindrique, portant, suivant une de ses génératrices, une fente très étroite sur laquelle tombe l'image de la source lumineuse.

Au développement, on trouvera sur le papier une courbe dont les abscisses sont proportionnelles aux temps, et les ordonnées aux déplacements angulaires du miroir qu'on sait être proportionnels aux températures.

104. — Courbes obtenues.

Nous avons obtenu dans toutes les expériences des courbes présentant les mêmes particularités; nous donnons ci-contre un spécimen de ces courbes réduit à l'échelle de $\frac{1}{5}$.



La portion OS représente la loi de l'échauffement dans le four depuis la température ambiante jusqu'à 1000°, et SX représente la loi du refroidissement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

105. — Points critiques.

On remarque sur la courbe de chauffage, aussi bien que sur celle de refroidissement, deux points singuliers. Ils correspondent à des températures données par le tableau suivant :

	CHAUFFAGE	REFROIDISSEMENT	MOYENNES
1er point critique	760?	720?	740
2e —	870	820	845

Ces températures ont été déterminées par la méthode de différentiation indiquée par M. Osmond, et qui donne la vitesse du refroidissement.

On remarquera que le premier point (point a_2 de M. Osmond) paraît caractérisé par une simple inflexion de la courbe; il est beaucoup moins net que le second, auquel correspond sur la courbe de refroidissement un véritable palier.

On observe toujours que les deux points de la courbe de chauffage sont notablement plus élevés que les points correspondants de la courbe du refroidissement.

Ce fait est en accord avec beaucoup de phénomènes physiques et chimiques du même genre, où il est courant de constater des retards dans la production des phénomènes de changement d'état ou de nature des corps.

Entre 1000° et 1500° des expériences spéciales, faites avec un four à gaz permettant le chauffage à une température plus élevée que celle donnée par le four électrique, ont permis de reconnaître que dans cette région la courbe de refroidissement ne semblait présenter aucune perturbation.

106. — Variétés allotropiques du fer.

Il est naturel de penser que les points critiques de la courbe des températures, qui sont produits par des dégagements de chaleur, dénotent l'existence du fer sous plusieurs états allotropiques.

Nous conserverons, avec M. Osmond, la dénomination de fer α au fer dans l'état où il se trouve au-dessous du point a_2, et de fer γ au fer dans l'état où il se trouve au-dessus du point a_3.

La considération de la courbe du refroidissement seule est impuissante à démontrer si, avec M. Osmond, on doit admettre entre a_2 et a_3 l'existence d'une autre variété allotropique β, du fer, ou si, dans cette région, le métal est constitué par un mélange des variétés α et γ.

107. — Propriétés magnétiques du fer.

Rappelons à ce sujet que plusieurs expérimentateurs, et en particulier M. Curie, ont constaté de curieuses modifications des propriétés magnétiques de ce métal.

Deux des points singuliers trouvés par ces expérimentateurs peuvent s'identifier à très peu près, avec les points critiques de la courbe du refroidissement.

---

§ 3. — DU PALIER

108. — Faits expérimentaux.

Si on soumet une éprouvette de fer à l'essai de traction ou de compression, les diagrammes obtenus affectent une forme analogue à celles que donnent les éprouvettes de cuivre. Dans la période élastique, le fer peut être, ainsi que nous l'avons vu au n° 26, considéré comme un solide parfaitement élastique. Mais, vers la fin de cette période, il se

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

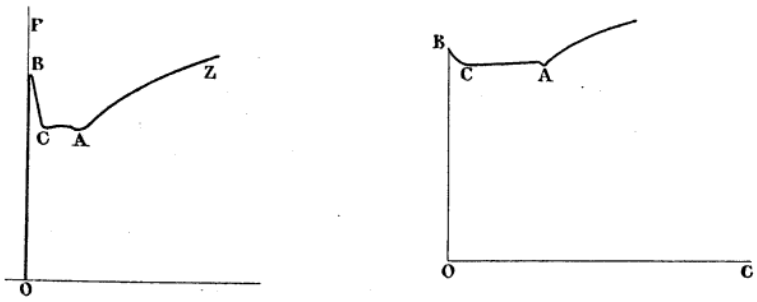
produit un phénomène très caractéristique qui suffit déjà à différencier le fer du cuivre au point de vue mécanique.

Avec la presse hydraulique à piston libre que nous avons employée, la sensibilité de la colonne manométrique est très grande. Si on tourne le volant d'une façon uniforme pendant tout l'essai, on observe généralement que, après une ascension uniforme et rapide correspondant à la période élastique de la déformation, il se produit brusquement une dépression considérable de la colonne manométrique, suivie d'un stationnement prolongé au point le plus bas de cette dépression. Puis, la colonne reprend un mouvement d'ascension régulier, mais beaucoup plus lent que le premier.

Le diagramme qui représente ces phénomènes et que donne l'enregistreur aura, en général, la forme suivante :

OB correspond à la période élastique;
BC, à la dépression brusque du mercure;
CA, au stationnement de la colonne;
AZ, aux déformations permanentes régulières.

On désigne d'une façon générale sous le nom de *palier* le phénomène qu'on observe sur le fer dans la région BA.



Avec les machines d'essai moins sensibles, telles que la machine Maillard, où la grande masse du liquide en mouvement et les organes intermédiaires produisent l'atténuation des singularités des phénomènes, la portion BC de la courbe se réduit à un petit crochet et la portion CA à une droite sensiblement horizontale.

109. — Exemples.

Nous donnons, à titre d'exemple, quelques expériences effectuées avec des éprouvettes de traction et de compression (crushers de 13/8).

Le fer employé était le métal défini au n° 100 provenant des barres de 12 millimètres de diamètre, recuit à 1000° et refroidi lentement.

Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus.

MACHINE D'ESSAI : *Presse hydraulique à piston libre.*

NUMÉRO DE L'ESSAI	NATURE DE L'ESSAI	PRESSION TOTALE		DIFFÉRENCES
		POINT B	POINT C	
1	Traction	979^{kg}	744^{kg}	235^{kg}
2	Compression	791	754	37
3	Traction	912	728	184
4	Compression	895	703	192
5	Traction	889	738	151
6	Compression	791	742	49

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Ce tableau met en évidence :

1° Que le point B présente, d'une expérience à l'autre, une grande irrégularité;

2° Que le point C, au contraire, est d'une constance remarquable.

Le premier point semble donc correspondre à quelque propriété instable du métal et tout se passe comme si la pression d'équilibre avait été dépassée.

Ce phénomène de « faux équilibre » aurait son analogie dans les retards que présentent certains phénomènes physiques ou chimiques tels que la surfusion, la sursaturation, le retard à l'ébullition, etc.

Le point C apparaît donc comme la caractéristique qui règle le passage de la période élastique à la période des déformations permanentes. Ce serait donc la véritable limite d'élasticité.

110. — Égalité des limites d'élasticité à la compression et à la traction.

Dans le chapitre II, paragraphe 4, nous n'avions donné la vérification de la loi énoncée que pour le cuivre qui ne présente pas le phénomène du palier, et l'acier à canon, dans lequel ce phénomène est très atténué et se réduit à un stationnement de la colonne manométrique.

Les remarques précédentes permettent d'étendre cette démonstration au fer dont le point C mesure la limite d'élasticité. Ainsi, dans les expériences du numéro précédent, on trouve les résultats suivants :

	LIMITE D'ÉLASTICITÉ		NOMBRE D'EXPÉRIENCES
	CHARGE TOTALE	CHARGE PAR ^{mm2}	
Traction.	737^{kg}	14,7^{kg}	3
Compression	733	14,7	3

111. — Remarque.

Le phénomène si caractéristique du palier n'a point échappé aux observateurs.

Pour quelques-uns, le palier serait l'indice d'un véritable changement d'état, et certains même, tels que M. Carus Wilson, guidés par une analogie sans doute un peu hasardée, établissent une comparaison entre ce phénomène et celui que présentent les diagrammes d'Andrews relatifs au changement d'état de l'acide carbonique.

Nous nous proposons simplement dans ce qui va suivre de faire connaître quelques faits expérimentaux permettant de saisir un lien entre le traitement mécanique ou physique subi par le fer et le phénomène du palier.

---

§ 4. — INFLUENCE DU RECUIT SUR LE PALIER

112. — Refroidissement brusque.

Les expériences que nous avons relatées au n° 109 ont été faites avec un fer porté à la température de 1000°, puis refroidi très lentement.

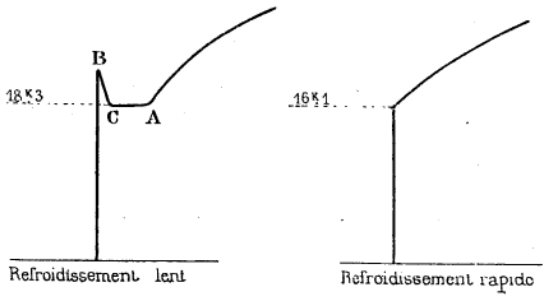
Si, au lieu de le laisser revenir graduellement à la température ambiante, on le plonge brusquement dans l'eau froide, le métal acquiert, en ce qui concerne le palier, des propriétés différentes, dont nous allons nous occuper.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

113. — Disparition du palier.

On constate, dans ces conditions, la disparition complète du palier à l'essai de compression ou de traction, et le diagramme de l'essai devient alors absolument analogue à celui obtenu avec le cuivre.

On donne ci-dessous les deux diagrammes correspondant, l'un au cas du refroidissement lent, l'autre au cas du refroidissement rapide, la température du recuit étant, dans les deux cas, de 1000°.



On observe, de plus, une légère diminution de la limite élastique.

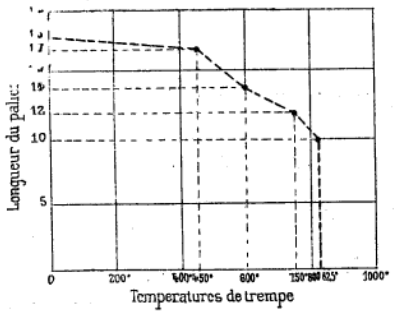
On se trouve donc là en présence d'un phénomène qui a certaines analogies avec la trempe des aciers et que nous allons étudier par des expériences méthodiques.

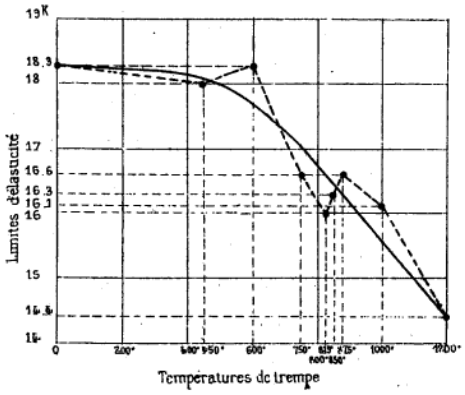
114. — Expériences effectuées.

On a porté à des températures variables, depuis 450° jusqu'à 1200°, des crushers en fer et on les a plongés brusquement dans l'eau.

Le tableau et les courbes ci-dessous rendent compte des résultats obtenus en ce qui concerne la limite d'élasticité et la longueur du palier.

NOMBRE D'EXPÉRIENCES	TEMPÉRATURE DE TREMPE	LIMITE D'ÉLASTICITÉ	LONGUEUR DU PALIER
5	non trempé	18ᵏᵍ,3	0ᵐᵐ,18
5	450°	18 ,0	0,17
5	600	18 ,3	0,14
5	750	16 ,6	0,12
5	825	16 ,0	0,10
5	850	16 ,3	»
5	875	16 ,6	»
5	1000	16 ,1	»
5	1200	14 ,4	»





Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On voit que :

1° Le palier diminue lentement à partir de 450° jusqu'à une température très voisine de 850°, température à laquelle il disparaît subitement;

2° La limite élastique diminue lentement lorsqu'on élève progressivement la température de trempe.

On peut remarquer que la température de disparition du palier s'identifie d'une manière complète avec le point critique a_3 de la courbe de refroidissement de M. Osmond.

---

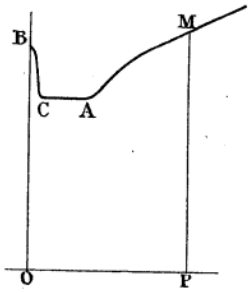
§ 5. — SURÉLÉVATION DE LA LIMITE D'ÉLASTICITÉ

115. — Faits expérimentaux.

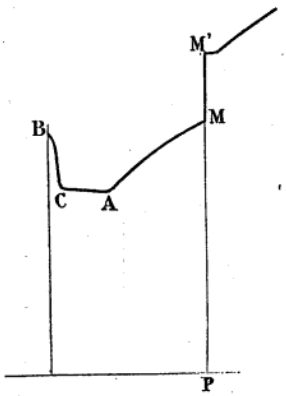
Le fer se distingue encore du cuivre par une singularité qui en rend l'étude fort complexe et qui consiste dans la variation des propriétés de ce métal avec le temps.

Certains expérimentateurs, parmi lesquels M. Bauschinger, paraissent avoir constaté l'existence de ces variations. Leurs études ont, d'ailleurs, eu surtout l'acier pour objet et ne semblent pas les avoir conduits à formuler des conclusions bien nettes.

Répétons avec le fer l'expérience importante effectuée avec le cuivre et relatée au n° 46, expérience qui démontre que la limite d'élasticité acquise par l'écrouissage du métal est égale à l'effort même qui a produit la déformation.



La pression étant, par exemple, égale à MP, on la laisse tomber à zéro et on la réapplique *immédiatement*. On constate que la loi énoncée avec le cuivre se vérifie rigoureusement avec le fer, que le point d'arrêt M coïncide avec la charge primitive et que la courbe nouvelle des déformations permanentes est le prolongement de la portion déjà enregistrée.



Mais, si au lieu de faire cette expérience immédiatement, on attend quelques heures, le phénomène change d'allure. Le point d'arrêt se produit en un point M' beaucoup plus haut

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

que le point M et la courbe nouvelle des déformations permanentes se place nettement au-dessus de la courbe primitive.

Nous donnons ci-dessous, à titre d'exemples, les résultats de quelques expériences.

Compression.

a. Crushers de 13/8 provenant des barres de 8 millimètres, recuits à 1000° et refroidis lentement.

DATE DU PREMIER ESSAI	PRESSION MP	DATE DU SECOND ESSAI	PRESSION AU POINT D'ARRÊT M'P	NOMBRE D'EXPÉRIENCES
11 octobre 1899	2000 kg	13 octobre 1899	2308 kg	5

Traction.

b. Barreaux-éprouvettes de 13/8 provenant des barres de 12 millimètres, recuits à 1000° et refroidis lentement.

DATE DU PREMIER ESSAI	PRESSION MP	DATE DU SECOND ESSAI	PRESSION AU POINT D'ARRÊT M'P	NOMBRE D'EXPÉRIENCES
3 mars 1900	1200 kg	27 mars 1900	1393 kg	3

c. Ces expériences ont été poussées systématiquement en attendant des temps de plus en plus longs.

Voici, par exemple, les résultats obtenus avec quatre crushers écrasés une première fois dans les mêmes conditions et écrasés ensuite à un jour d'intervalle sous la charge de 3500 kilogrammes.

NUMÉRO DE L'ESSAI	DATE DE L'ESSAI	PRESSION AU POINT D'ARRÊT	ÉCRASEMENT TOTAL à 3500 kg	NOMBRE D'EXPÉRIENCES
1	9 mai 1899	2588 kg	4 mm ,46	1
2	10 d°	2861	4 ,01	1
3	12 d°	2959	3 ,72	1
4	13 d°	3028	3 ,60	4

Cinq crushers identiques à ceux du tableau (*a*) ont été écrasés une première fois le 11 octobre 1899 jusqu'à la charge de 2000 kilogrammes. A la date du 30 mars 1900, ils donnent les résultats suivants :

DATE DU PREMIER ESSAI	PRESSION MP	DATE DU SECOND ESSAI	PRESSION AU POINT D'ARRÊT		NOMBRE D'EXPÉRIENCES
			POINT B	POINT C	
11 octobre 1899	2000 kg	30 mars 1900	2505 kg	2457 kg	5

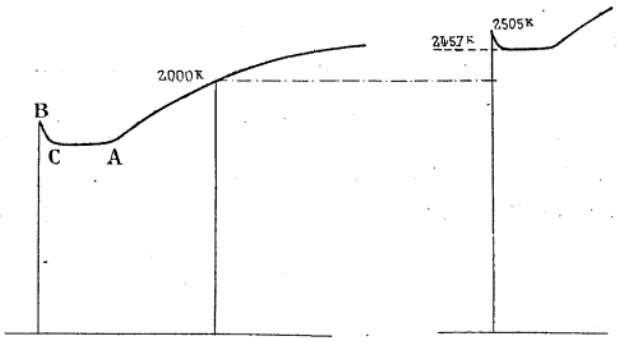
On constate que ce n'est qu'au bout de plusieurs mois que le fer écroui peut être considéré comme ayant acquis des propriétés stables.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

116. — Réapparition du palier.

Le premier effet de l'écrouissage est de faire disparaître le palier, comme on le constate dans l'expérience faite immédiatement après l'application de l'effort.

Mais peu à peu, en même temps que la limite d'élasticité augmente, le palier réapparaît et lorsque l'état d'équilibre est atteint au bout de quelques mois, le palier a une allure et une importance comparables à celles qu'il présente avec le métal initial.



Ainsi, dans les expériences du numéro précédent, effectuées à six mois d'intervalle, la surélévation de la limite d'élasticité a été trouvée de 457 kilogrammes et la dépression moyenne correspondant au nouveau palier a atteint 48 kilogrammes.

La charge finale était de 3000 kilogrammes donnant lieu à un écrasement supplémentaire de $0^{mm},45$.

Pour un intervalle de 72 heures, la surélévation était seulement de 308 kilogrammes, la dépression étant insignifiante, et l'écrasement sous la charge de 3000 kilogrammes atteignait $1^{mm},27$.

117. — Essai de traction.

On a vu qu'avec l'essai de traction on observe les mêmes phénomènes.
Mais la nature de l'essai permet en outre de nouvelles remarques.

L'essai des trois barreaux de traction du n° 110 a été poussé jusqu'à rupture. On a observé au cours de cet essai la limite élastique, la charge maximum, la charge de rupture et l'allongement total.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus.

NUMÉRO DE L'ESSAI	LIMITE D'ÉLASTICITÉ TOTALE	CHARGE MAXIMUM	CHARGE DE RUPTURE	ALLONGEMENT TOTAL
1	744kg	1612kg	1014kg	7mm,30
2	728	1601	986	7 ,30
3	738	1585	1009	7 ,30
Moyennes. . .	737	1599	1003	7 ,30

On a ensuite soumis à l'essai de traction trois nouveaux barreaux identiques aux précédents et on a interrompu l'essai dès qu'on a eu atteint la pression de 1200 kilogrammes.

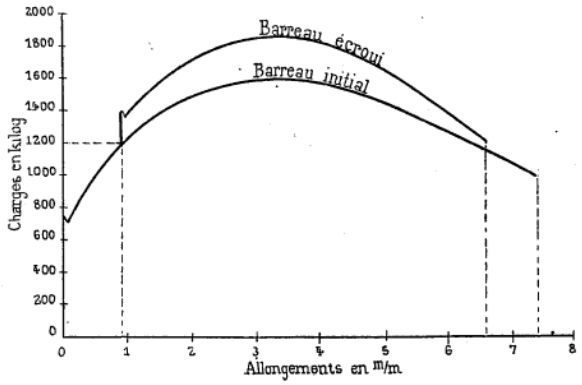
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On a repris un mois après l'essai des trois derniers barreaux et on a trouvé les résultats suivants :

NUMÉRO DU BARREAU	PALIER		CHARGE MAXIMUM	CHARGE DE RUPTURE	ALLONGEMENT TOTAL
	POINT B	POINT C			
4	1517kg	1363kg	1856kg	1160kg	6mm,75
5	1531	1404	1870	1206	6 ,60
6	1503	1411	1844	1160	6 ,40
Moyennes. . .	1520	1393	1857	1175	6 ,58

On voit, en comparant les deux tableaux précédents, qu'en même temps que la limite d'élasticité acquise est passée de 1200 à 1393, la charge maximum et la charge de rupture ont augmenté. L'allongement total au contraire a diminué.

Le graphique suivant indique les modifications correspondantes apportées au diagramme :



§ 6. — EXPÉRIENCES DIVERSES

118. — Essais de fers divers.

Pour s'assurer de la généralité des phénomènes observés, on a découpé dans un stock de fil de fer vulgaire quelques crushers mesurant 8mm,12 de longueur sur 5 millimètres de diamètre, qui ont été recuits à 1000° et refroidis lentement.

On a observé, avec ces crushers, le phénomène du palier, sa disparition par écrasement, la surélévation de la limite d'élasticité et la réapparition progressive du palier.

Or, le métal de ces crushers est loin d'être aussi pur que celui sur lequel ont plus spécialement porté nos expériences.

Il présente en effet la composition suivante : carbone 4/10 000es, soufre 1/10 000e, phosphore 8/10 000es, manganèse 43/10 000es.

Nous avons répété ces expériences avec des fers de provenances diverses.

On doit donc conclure que les phénomènes décrits aux paragraphes 3 et 5 ne sont pas particuliers au fer pur, et qu'ils se présentent également avec les fers du commerce.

119. — Essais de compression par choc.

On a écrasé quelques crushers en fer par la chute de poids divers tombant de hauteurs variables.

Comme avec les crushers en cuivre, on a constaté que, dans les limites de durées d'écra-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sement que l'on obtient avec cet appareil, la courbe du travail en fonction de l'écrasement est *unique*, et qu'il faut dépenser plus de travail pour écraser le crusher d'une même quantité avec vitesse que sans vitesse.

La courbe qui représente la résistance du crusher en fer à la vitesse moyenne des expériences (courbe C) se trouve située au-dessus de la courbe statique (courbe M) et le rapport des ordonnées de ces deux courbes est d'environ 1,6.

Mais, si ce premier résultat est d'accord avec ceux que nous avons trouvés avec le cuivre il n'en est pas de même pour les propriétés acquises par le crusher.

Si on recherche par la méthode du point d'arrêt la limite d'élasticité acquise par le crusher à la fin de l'écrasement, on constate que la courbe A, au lieu d'être, comme avec le cuivre, située très au-dessus de la courbe M, se trouve notablement au-dessous.

Le fer et le cuivre présentent donc une différence bien marquée au point de vue de l'écrouissage.

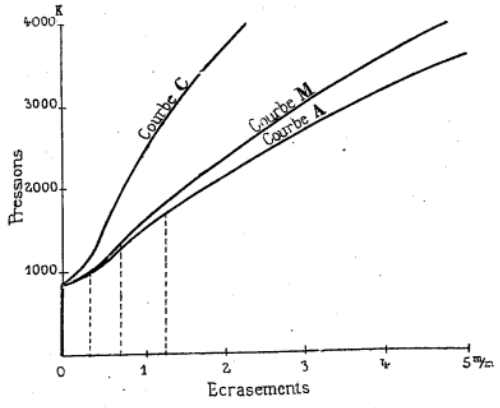
Les tables ci-dessous correspondant respectivement au cas de l'écrasement lent et de l'écrasement rapide, résument les résultats obtenus.

a. — *Écrasement lent.*

PRESSIONS	ÉCRASEMENT	TRAVAIL	NOMBRE D'EXPÉRIENCES
912^{kg}	0^{mm},00 (limite d'élast.)	0^{kgm},00	20
1000	0 ,31	0 ,24	20
2000	1 ,42	1 ,91	20
3000	3 ,05	5 ,99	20
4000	4 ,61	11 ,45	20

b. *Écrasement rapide.*

TRAVAIL	ÉCRASEMENT	LIMITE D'ÉLASTICITÉ ACQUISE (POINT D'ARRÊT)	NOMBRE D'EXPÉRIENCES
1^{kgm},51	0^{mm},63	1260^{kg}	5
3,02	1 ,22	1660	5
6,04	2 ,19	2229	5
9,06	3 ,03	2656	5
13,59	4 ,09	3295	5
15,20	4 ,43	3455	5



On voit que la loi de l'écrasement brusque d'un crusher en fer, de même que celle d'un

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

crusher en cuivre est, pendant la première partie de l'écrasement, représentée approximativement par la courbe C, et qu'à la fin de l'écrasement elle vient se terminer en un point de la courbe B (courbe A modifiée par la correction de température), tangentiellement à l'horizontale menée par ce point.

---

§ 7. — RÉSUMÉ DE L'ÉTUDE DU FER

120. — Résumé.

Les faits expérimentaux sur lesquels a porté notre étude sont :

1° la disparition du palier que présente le fer recuit à 100° et refroidi lentement et les circonstances dans lesquelles se produit sa réapparition ;

2° La surélévation de la limite élastique et de la résistance du métal avec le temps.

Le premier de ces phénomènes peut être obtenu par des moyens bien différents, soit par une trempe ou un recuit convenable du métal, soit par l'écrouissage produit par les déformations permanentes.

Le second paraît être spécial à l'écrouissage.

121. — Effets de la trempe et du recuit.

L'effet de la trempe ne se fait nettement sentir qu'au-dessus de la température de 850° qui correspond au point critique a_3 de la courbe du refroidissement. Cet effet consiste principalement en la disparition du palier.

D'autre part, la limite élastique du métal diminue légèrement lorsqu'on élève la température de la trempe, mais la résistance ne paraît pas être affectée d'une manière bien sensible.

Après une attente de plus de six mois, nous n'avons observé, avec le fer trempé, ni la surélévation de la limite élastique, ni la réapparition du palier.

Mais, dès qu'on élève la température de ce fer, même au-dessous de la température de transformation, le palier réapparaît sans que cependant la limite élastique soit modifiée.

Ces phénomènes pourraient venir à l'appui de l'opinion de M. Osmond, d'après lequel la trempe aurait pour effet de fixer l'état γ du fer et de le maintenir tel à la température ordinaire. Si l'on admet cette manière de voir, cet état présenterait donc une instabilité telle qu'un léger recuit suffirait pour ramener le fer à l'état α caractérisé par la présence du palier.

122. — Effets de l'écrouissage.

L'écrouissage a pour effet immédiat d'élever la limite élastique du métal à la valeur même de la pression qui a produit la déformation. C'est la loi que nous avons déjà rencontrée avec le cuivre.

De plus, le palier a disparu. Il réapparaît au bout d'un certain temps et en même temps la limite élastique et la résistance du métal augmentent progressivement. Lorsque le métal est parvenu à un état stable, ce qui exige une durée de plusieurs mois, on constate que le palier obtenu à l'essai de traction ou de compression est tout à fait analogue à celui donné par l'essai initial.

Si donc on admet que le fer α est caractérisé par la présence du palier et le fer γ par son absence, on voit que l'écrouissage aurait pour effet de faire passer le fer α à l'état γ, mais que cet état instable à la température ordinaire ferait progressivement place à l'état α en même temps que la limite élastique s'élèverait considérablement.

Ces phénomènes sont l'indice d'une transformation de la nature intime du métal écroui qui passe spontanément d'un état déterminé à un autre dans lequel il offre aux déformations une résistance beaucoup plus grande.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'effet de l'écrouissage du fer doit, comme dans le cas du cuivre, consister dans la rupture des cristaux qui constituent le métal.

Cela explique l'égalité de la limite élastique acquise et de l'effort antérieurement supporté.

Mais il semble qu'on est conduit, pour expliquer la surélévation de la limite élastique et de la réapparition du palier, à admettre que les cristaux brisés se reforment peu à peu.

Ces considérations ne suffisent pas à expliquer les phénomènes que présente la trempe.

123. — Conclusions.

Dans l'état actuel de la question, il nous semble bien difficile de tenter une explication du mécanisme des modifications moléculaires qui se produisent et de rapprocher dans un essai de théorie les deux genres de phénomènes, trempe et écrouissage, que nous avons envisagés.

La conclusion générale qui se dégage de ces recherches est qu'il est nécessaire de faire précéder l'étude des aciers d'une étude suivie et approfondie des propriétés physiques et mécaniques du fer.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

L'étude des méthodes d'essai des métaux ne peut se séparer de celle de leurs propriétés mécaniques. C'est en cherchant à se rendre compte des phénomènes de la déformation des solides dans les cas les plus simples qu'il deviendra un jour possible de déterminer quelles sont les véritables caractéristiques d'un métal, comment elles doivent être mesurées et quel est leur sens exact.

C'est dans le but d'apporter une contribution à cette étude que le présent *Rapport* a été rédigé : les expériences qu'il relate ont été exécutées au Laboratoire central de l'Artillerie de la Marine. Elles ont porté sur deux métaux : le fer et le cuivre. Nous en donnons ci-dessous l'analyse succincte.

Chapitre I. — **Machines d'essai.**

On décrit dans ce chapitre les deux machines qui ont été employées :

1° La *machine de traction du colonel Maillard;*

2° Une *presse hydraulique à piston libre* qui peut, à volonté, être employée comme machine de compression ou machine de traction.

Chapitre II. — **De l'élasticité et de la limite d'élasticité.**

a. Dans ce chapitre, on a discuté les trois définitions proposées pour la limite d'élasticité.

1° La *limite d'élasticité des physiciens*, qui revient à la négation même de l'existence d'une limite;

2° La *limite d'élasticité proportionnelle*, qui n'a pas un sens physique nettement défini;

3° La *limite des essais*, qui, dans les laboratoires d'essais mécaniques, s'identifie avec le point d'arrêt de la colonne manométrique.

Cette dernière seule présente le caractère d'une véritable loi naturelle.

Des expériences faciles à instituer ont mis hors de doute cette proposition, qui résulte de la série d'expériences suivantes :

1° Les déformations permanentes de la période élastique sont petites vis-à-vis des déformations élastiques de la même période;

2° Ces déformations permanentes varient accidentellement d'un barreau à l'autre;

3° Il est possible de les faire disparaître par l'application réitérée d'un même effort.

L'explication de ces déformations permanentes, de caractère nettement accidentel, est aisée; on peut en définir la cause d'un mot, usuel dans l'artillerie : elle est due au *portage* des éléments extérieurs et intérieurs de l'éprouvette.

A la suite de ces expériences, on est en droit de considérer un *solide parfaitement élastique*, dont les très bons métaux industriels se rapprochent beaucoup, et on est conduit à admettre que la charge du point d'arrêt mesure avec ces métaux la limite d'élasticité, quantité qui est une véritable caractéristique du métal.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

b. Cette loi générale étant établie, on étudie les qualités que devrait remplir un *élasticimètre* permettant l'étude des métaux dans la période élastique, étude à laquelle les machines d'essais ordinaires sont impropres.

Ce serait une *presse hydraulique* verticale à piston libre et à manomètre à air libre, possédant un cathétomètre vertical à deux lunettes, mobile autour du barreau sur une circulaire horizontale.

c. L'emploi de la presse hydraulique du Laboratoire a permis d'énoncer la loi expérimentale suivante, qui répond à une question actuellement controversée :

Les limites d'élasticité à la traction et à la compression sont égales.

d. La comparaison des résultats obtenus avec les deux machines (Maillard et presse hydraulique) et des barreaux de section et de longueurs différentes, nous a permis de reconnaître la constance de la limite d'élasticité.

e. Enfin nous avons étudié :

1° L'influence de la *température* sur la limite d'élasticité ;

2° L'influence du *recuit* ;

3° La loi fondamentale de l'*écrouissage* : la limite élastique est égale à l'effort qui a produit la déformation.

Chapitre III. — **Étude du cuivre.**

Le cuivre est un métal aux propriétés mécaniques très simples qui, par suite, se prête aisément à une étude des lois fondamentales des déformations permanentes.

a. On a étudié la *compression lente* du cuivre en employant de petits cylindres de 13/8 dits *crushers*.

On montre que ces appareils peuvent servir d'instruments de mesure, et on indique comment on peut les utiliser pour le tarage d'une *machine d'essai* et pour la détermination des *profondeurs* des mers.

On indique les renseignements qu'on peut tirer d'un essai de compression, la facilité d'un tel essai et la méthode suivie par l'Artillerie de la Marine pour la réception de ses *crushers*.

b. On a étudié ensuite la *traction lente* du cuivre.

Dans les services publics, on demande généralement à cet essai les renseignements suivants :

La *limite d'élasticité*, la *charge maximum* et l'*allongement pour cent*.

En étudiant la courbe des résistances vraies, il nous a paru que les caractéristiques les plus rationnelles fournies par l'essai de traction seraient :

1° La limite d'élasticité $E = \frac{P_1}{S}$;

2° La charge de rupture $\rho = \frac{P_2}{S'}$;

3° L'allongement de striction $\lambda = \frac{S - S'}{S'}$;

P_1 étant la charge totale au point d'arrêt ;
P_2 — au moment de la rupture ;
S la section initiale du barreau ;
S′ la section de rupture du barreau.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

c. On a pu montrer que l'égalité des limites élastiques à la compression et à la traction n'était qu'un cas particulier d'une loi plus générale, qui est l'isotropie des déformations permanentes :

Le métal a acquis, dans tous les cas, après une déformation permanente homogène, les mêmes propriétés mécaniques.

On a mis cette loi en évidence en écrasant un cube de cuivre reposant successivement sur ses faces latérales.

On a proposé, pour relier les déformations permanentes entre elles, une *fonction d'écrouissage* qui tient compte :

1° De l'invariabilité du volume d'un élément du métal;

2° Du déplacement relatif des surfaces contiguës du métal.

d. Les propriétés mécaniques reconnues par les expériences ci-dessus ont été expliquées à l'aide de la *micrographie du cuivre*, qui montre les cristaux brisés par l'écrouissage et reformés par le recuit.

e. Compression par choc. — On s'est proposé d'étudier les lois générales de l'écrasement rapide. La discussion des procédés expérimentaux possibles nous a conduit à utiliser dans ce but la chute d'un poids.

On a reconnu :

1° Que cette méthode permettait l'étude de la compression pour des durées d'écrasements voisines de 3/1000e de seconde;

2° Que la résistance du crusher, pour des vitesses de cet ordre, était représentée par une courbe bien différente de la courbe de résistance à la compression lente ;

3° Que pour un même écrasement l'écrouissage par le choc était supérieur à l'écrouissage lent.

f. Ces études nous ont conduit à reprendre la célèbre expérience de Hirn pour la détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur par l'écrasement du plomb. Nous avons effectivement, en employant ce métal, retrouvé un nombre voisin de 425. Mais avec le cuivre, il n'en a pas été de même : on trouve des nombres variables avec les circonstances de l'expérience et notablement plus grands que 425 (500 environ dans nos expériences).

Une certaine partie du travail se trouve employée à l'écrouissage du métal et ne se retrouve pas sous forme de chaleur.

g. Enfin nous avons appliqué les résultats précédents à la *mesure des pressions de la poudre* au moyen des crushers.

Nous renverrons au chapitre III du rapport pour cette application un peu spéciale.

Chapitre IV. — Étude du fer.

Le fer possède des propriétés mécaniques singulières qui le différencient nettement du cuivre. Son étude doit être considérée comme l'introduction naturelle à l'étude importante des aciers industriels.

Nous avons étudié :

1° La *Loi du refroidissement du fer*, qui met en évidence deux points remarquables a_2 et a_3, ce qui paraît l'indice d'un changement d'état allotropique du métal;

2° Le *Palier*, c'est-à-dire la singularité présentée par les diagrammes de compression et de traction, au moment où on passe de la période élastique à la période des déformations permanentes. Il se produit une dépression marquée de la colonne manométrique et le point

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

le plus bas correspond à la limite d'élasticité du métal. Les deux limites d'élasticité sont encore égales.

On a reconnu la loi suivante :

Lorsqu'on trempe le métal à des températures croissantes, le palier disparaît brusquement pour la température de 850° *qui est celle du point* a_3.

3° *Surélévation de la limite d'élasticité.* — La loi de l'égalité de la limite d'élasticité et de l'effort qui a produit l'écrouissage se vérifie avec le fer comme avec le cuivre, mais avec cette restriction que la réapplication de l'effort doit être immédiate.

Si on attend quelque temps, la limite d'élasticité augmente progressivement; en même temps, le palier, qui avait d'abord complètement disparu, réapparaît.

4° Ces faits, qui donnent une démonstration en quelque sorte mécanique de l'existence de deux variétés du fer, font voir aussi que les deux états ne sont pas stables à toutes les températures.

Combinées avec les modifications qui dépendent de la présence du carbone, ces propriétés du fer pur montrent combien est complexe l'étude de l'acier, et qu'il y a encore de nombreux progrès à réaliser avant qu'on puisse établir une théorie réellement satisfaisante de ce métal.

P. CHARBONNIER et CH. GALY-ACHÉ.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

VI

RECHERCHES

SUR LES

RÉSISTANCES A LA RUPTURE

DES MATÉRIAUX ISOTROPES NON DUCTILES

APPLICATION AUX ESSAIS DE PIERRES, MORTIERS, ETC.[1]

COMMUNICATION

Présentée par M. R. FERET

CHEF DU LABORATOIRE DES PONTS ET CHAUSSÉES, A BOULOGNE-SUR-MER

I

DIVERS MODES DE RUPTURE

1. Définitions. — Soumises à des efforts croissants, les matières ductiles, telles que la plupart des métaux, subissent, avant de se rompre, des déformations locales parfois considérables, qui modifient inégalement leur contexture intime et leurs propriétés dans la région où la rupture va se produire, et rendent particulièrement délicate l'étude de ce phénomène.

Au contraire, avec les matériaux dits cassants, pour lesquels la rupture suit de près la limite pratique des allongements purement élastiques, on peut, dans une certaine mesure, négliger ces altérations et admettre que, s'ils étaient homogènes et isotropes à l'état de repos, ils le sont encore à l'instant de la rupture. Tels doivent être, plus ou moins approximativement, les mortiers ayant fait prise depuis un certain temps, les pierres dures naturelles ou artificielles, le verre, la fonte blanche, certaines qualités de bronze et d'acier, etc.

Dans l'étude qui va suivre, il ne s'agira jamais que de ces matières, que nous considérerons comme étant constamment homogènes et isotropes. Les conclusions relatives à leurs charges de rupture s'appliqueront d'ailleurs aux charges sous lesquelles se produiraient les premières déformations permanentes de matériaux plus ductiles.

Sans nous occuper des déformations subies par un bloc d'une pareille matière sous des charges inférieures à celle pour laquelle il commence à se produire en un certain point une séparation complète et définitive de ses molécules, isolons par la pensée, au sein de sa masse, alors qu'il n'est soumis à aucune action extérieure, un élément plan infiniment petit d'orientation quelconque.

Appelons T l'effort, ramené à l'unité de surface de cet élément, qu'il faudrait exercer suivant une direction quelconque de son plan pour produire la rupture suivant ce plan : T mesurera ce que nous pourrons appeler la *cohésion tangentielle* de la matière, ou encore sa résistance vraie à la rupture par cisaillement.

1. Une partie de ce mémoire est extraite d'un travail sur les poutres en ciment armé qui doit paraître prochainement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Soit de même N l'effort de disjonction, ramené à l'unité de surface de l'élément, qu'il faudrait exercer normalement à son plan pour opérer la séparation suivant ce plan, effort qui mesurera la *cohésion normale* de la matière considérée.

Même dans le cas d'une matière parfaitement isotrope, on ne peut dire *a priori* que les résistances T et N doivent être égales entre elles, ou même liées l'une à l'autre par aucune relation nécessaire. *A fortiori*, une pareille affirmation serait-elle téméraire pour les matériaux plus ou moins grenus, tels que les pierres et les mortiers, que l'on a le plus souvent à essayer.

Quand l'effort exercé normalement à l'élément tend à rapprocher les molécules situées de part et d'autre de son plan, au lieu de tendre à les éloigner, l'expérience montre que, à partir d'une certaine valeur C de cet effort ramené à l'unité de surface du plan, l'équilibre est détruit et la matière en partie désagrégée. C désigne alors ce que l'on appelle la résistance à la rupture par compression.

Soit enfin f le coefficient de frottement de la matière sur elle-même.

Les grandeurs T, N, C, et f sont des conceptions purement théoriques et ne peuvent que difficilement être fournies par des expériences directes, car, en général, les nombres que l'on obtient dans les essais ordinaires de rupture par cisaillement, par traction, par compression, par flexion, etc., sont, en raison des difficultés que présente le mode d'application des efforts et de la diversité des actions développées simultanément dans la matière, des fonctions plus ou moins complexes de ces divers paramètres.

C'est ce dont nous allons chercher à nous rendre compte dans quelques cas particuliers.

2. Rupture par traction directe. — Dans une étude qui marquera une époque dans l'évolution de la science des essais de matériaux [1], M. L. Durand-Claye, alors ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, a montré, par la théorie et par l'expérience, que, par suite du mode de suspension des éprouvettes dans les griffes des appareils servant à l'essai par traction des mortiers, l'effort développé, loin d'être uniformément réparti dans la section de rupture, était plus fort sur les bords que vers le centre.

Il résulte de là que la rupture doit se produire dès que la tension marginale atteint la limite de résistance de la matière, alors que le centre a une tension moindre, de sorte que la tension moyenne, obtenue en divisant l'effort total par l'aire de la section de rupture, est plus faible que la résistance limite réelle [2].

Nous verrons d'ailleurs plus loin (art. 7) que cette résistance limite n'a probablement pas la valeur N définie ci-dessus.

Comme seconde conséquence, la résistance moyenne, qui est la seule accessible à nos mesures, doit varier suivant les formes de la briquette et des griffes par lesquelles la traction lui est transmise, et diminuer à mesure qu'on opère sur des briquettes de plus grande section, et c'est là une observation que l'expérience a confirmée depuis longtemps [3].

La question se complique, d'ailleurs, de ce que la rupture se produit assez souvent en dehors de la section minimum, ainsi que, dans le cas spécial des mortiers, de l'hétérogénéité des briquettes, résultant, alors même que les matériaux auraient été parfaitement

1. *Annales des Ponts et Chaussées*, 1888, II, p. 173.

2. Il résulte immédiatement des calculs de M. Durand-Claye que, si l'on représente par $1+\alpha$ le rapport de la tension marginale dans la section étranglée d'une briquette à la tension moyenne de cette section, le rapport de la tension suivant l'axe à la tension moyenne est $1-\frac{\alpha}{2}$. D'autre part, dans une expérience récente (*Centralblatt der Bauverwaltung*, 1899, p. 160), M. Epstein, opérant sur une briquette de granit de même forme que celles employées actuellement pour les essais normaux de ciments, mais de dimensions décuples, a mesuré que, sous une certaine charge, les allongements de la matière sur les bords de la section étranglée et au milieu de cette section étaient entre eux dans le rapport de 2,2 à 1. Dès lors, si l'on admet que le coefficient d'élasticité du granit fut le même pour ces deux allongements, on avait $\frac{1+\alpha}{1-\frac{\alpha}{2}}=2{,}2$, d'où $\alpha=\frac{4}{7}$; autrement dit, la tension marginale du granit dans l'expérience considérée devait être égale à environ une fois et demie sa tension moyenne. Si le coefficient d'élasticité des parties les plus allongées était plus faible que celui correspondant à un allongement moindre, le rapport de la tension marginale à la tension moyenne était un peu moindre.

3. Durand-Claye, *Ibid.*, note B, p. 193 et *Annales des Ponts et Chaussées*, 1895, I, 604. — Candlot, *Étude pratique sur le ciment de Portland*, 1886, tableau 9. — Alexandre, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1890, II, p. 291 et suiv. — Feret, *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale*, 1897, p. 1601, fig. 3. — etc., etc.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mélangés lors du gâchage, des différences de durcissement entre l'intérieur du mortier et les régions superficielles, plus directement exposées à l'influence du milieu ambiant[1].

3. Résistance à la traction déduite d'essais par flexion. — La formule ordinaire $R = \frac{6M}{be^2}$ par laquelle, dans la Résistance des Matériaux, on calcule les efforts longitudinaux de traction et de compression développés sur les fibres extrêmes d'un prisme rectangulaire de largeur b et d'épaisseur e, fatiguant par flexion sous un moment fléchissant M, ne s'applique qu'au cas où les tensions positives (traction) et négatives (compression) restent proportionnelles aux allongements correspondants. Dans le mémoire qui vient d'être cité, M. Durand-Claye a montré d'une manière simple et claire que, si l'on suppose que les tensions positives croissent moins vite que les allongements, ce qui est le cas pour les matériaux qui nous occupent, la résistance fournie par le calcul est supérieure à la limite réelle de la résistance de la matière.

D'autre part, nous avons mis en évidence[2] l'influence prédominante de la région superficielle des prismes sur la charge nécessaire pour les rompre par flexion, d'où il résulte qu'avec les mortiers, dont le durcissement peut suivre une progression différente aux divers points de leur masse, les essais de flexion peuvent être encore faussés par l'hétérogénéité des prismes.

Il y a donc une double raison pour que la résistance d'un mortier à la rupture par traction, déterminée par des essais directs, et celle qu'on déduit d'essais par flexion, ne soient pas égales entre elles, puisque ni l'une ni l'autre n'est exacte.

Depuis quelques années, cette divergence entre les résistances fournies par les deux genres d'essais fait continuellement l'objet, en Allemagne, de discussions et d'expériences. Pourtant la question est complètement résolue depuis 1888, et tous les essais qu'on a faits depuis ne peuvent y apporter rien de nouveau, qu'une confirmation des conclusions formulées si nettement par M. Durand-Claye.

Malgré les diverses causes d'erreurs qui viennent d'être signalées, et dont l'importance doit varier d'un mortier à l'autre, on constate que, tant que les types d'éprouvettes employés sont les mêmes, les résistances déduites des essais de flexion sont toujours sensiblement proportionnelles à celles que donnent les essais directs de traction. La plupart des expéri-

1. L'expérience suivante, déjà citée dans une publication antérieure, montre d'une manière particulièrement nette combien les essais de traction peuvent être faussés, à la longue, par la carbonatation superficielle des briquettes, alors que les essais de compression, pourvu qu'ils soient faits sur des blocs suffisamment volumineux, conservent, au contraire, toute leur valeur.

On a opéré sur quatre liants obtenus artificiellement, l'un A, en prenant simplement de la fine poussière de ciment passant au tamis de 4900 mailles par centimètre carré, les autres, B, C et D, en mélangeant intimement $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$ du premier avec $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{4}$ d'une poudre inerte de même finesse, de telle sorte que leurs énergies réelles étaient entre elles comme les nombres 4, 3, 2 et 1. Avec chacun de ces liants employé soit pur (pâtes plastiques), soit mélangé à 3 fois son poids de sable normal (mortiers secs battus), on a fait des briquettes normales et des cubes de 50 centimètres carrés de section, qui ont été immergés à l'eau de mer et rompus après diverses durées. Le tableau ci-dessous relate quelques-unes des résistances apparentes obtenues, ramenées au centimètre carré. Chaque résistance à la traction est la moyenne de 6 briquettes et chaque résistance à la compression est celle de 2 cubes.

LIANT — ÉNERGIE RÉELLE			A 4	B 3	C 2	D 1
Traction	après 3 mois	pâte pure	47,0	37,3	24,8	14,3
		mortier sableux	25,4	24,5	19,3	11,6
	après 6 ans	pâte pure	33,7	37,8	33,4	16,8
		mortier sableux	35,2	33,4	29,4	28,3
Compression	après 6 ans	pâte pure	510	390	268	105
		mortier sableux	313	210	137	70

A la longue, toutes les résistances à la traction, qu'il s'agisse de briquettes de ciment pur ou de mortier, tendent à devenir les mêmes. On remarque qu'avec le mortier sableux, où le ciment est plus divisé, le nivellement avait déjà commencé à se produire au bout de 3 mois.

2. *Chimie appliquée à l'art de l'Ingénieur*, 2e édition, 2e partie, p. 420.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

mentateurs qui se sont occupés de ces comparaisons ont trouvé que les premières étaient à peu près exactement doubles des secondes, quand on déterminait celles-ci au moyen des briquettes normales de 5 centimètres carrés[1]. On doit donc conclure de ce qui précède que la résistance vraie est égale, selon toute vraisemblance, à un peu moins que le double de la résistance moyenne de rupture déduite d'essais de traction sur briquettes normales.

4. Rupture par compression. — Dans les essais par traction, il semble *a priori* que la rupture doive être considérée comme correspondant à un instant où l'allongement se met à augmenter très rapidement pour de très faibles augmentations de l'effort (ce qui permet de supposer que les allongements de rupture de mortiers identiques peuvent présenter d'assez grands écarts suivant les conditions de l'expérience)[2].

Au contraire, quand on soumet un bloc de mortier à une compression de plus en plus énergique, la rupture ne peut, vu l'impénétrabilité de la matière, résulter d'un accroissement brusque de la contraction élastique; on constate d'ailleurs, après rupture par compression, que le bloc s'est séparé en morceaux dont chacun conserve sensiblement sa cohésion initiale. Dans le mémoire qui vient d'être cité, M. Durand-Claye a expliqué qu'il se produit en réalité un cisaillement, et, après Coulomb[3] et Navier[4], calculé comme il suit les forces entrant en jeu :

Soit P l'effort total de compression exercé normalement aux bases d'un prisme à base carrée de côté a et dont la hauteur soit supérieure à $2a$; soient γ l'angle du plan de glissement avec la direction de la compression, C, T et f les paramètres définis plus haut. L'effort total qui tend à séparer les deux fragments du bloc suivant le plan BM (fig. 1) est égal à la

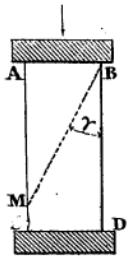


Fig. 1.

composante $P\cos\gamma$. La résistance à cet effort se compose : 1° de la cohésion tangentielle totale dans le plan MB, qui, à l'instant de la rupture, vaut $T\frac{a^2}{\sin\gamma}$; 2° du frottement de glissement $fP\sin\gamma$. On a donc, pour la charge de rupture :

$$P\cos\gamma = T\frac{a^2}{\sin\gamma} + fP\sin\gamma,$$

d'où l'on tire :

$$\frac{P}{a^2} = C = \frac{T}{\sin\gamma(\cos\gamma - f\sin\gamma)}.$$

Quant à l'angle de glissement, il correspond au minimum de P, qui a lieu pour :

$$\text{(1)} \qquad \operatorname{tang}\gamma = \sqrt{1+f^2} - f,$$

égalité qu'on peut encore écrire : $f = \operatorname{cotg} 2\gamma$.

1. Pour tout ce qui concerne la question, voir : *Annales des Ponts et Chaussées*, 1877, I, p. 232; 1888, II, p. 173; 1895, I, p. 604. — *Thonindustrie Zeitung*, 1896, p. 145; 1897, p. 192; 1898, p. 296; 1899, p. 1755; 1900, p. 58. — *Mittheilungen des mech. tech. Labor. d. K. Hochschule, München*, 1896, Heft XXIV. — *Deutsche Töpfer und Ziegler-Zeitung*, 1896, n° 10, p. 81. — *Centralblatt der Bauverwaltung*, 1897, pp. 6, 28, 43; 1898, pp. 187, 268, 274, 307; 1899, p. 160. — *Zeitschrift des österreischichen Ingenieur und Architecten Vereins*, 1897, pp. 163, 191; 1898, p. 56. — *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale*, 1897, p. 1602 et fig. 4. — *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, 1898, pp. 238, 336, 463, 818; 1899, pp. 1294, 1402, 1416.

2. Rapprocher de cette observation la théorie de M. Considère sur l'allongement presque indéfini, sous tension à peu près constante, du mortier dans les poutres armées.

3. *Académie des Sciences, Mémoires des savants étrangers*, VII, 1776, p. 352.

4. *Résistance des matériaux*, édition de 1833, p. 125.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les expressions de la résistance C en fonction de T et de f ou de γ sont alors :

$$C = 2T(\sqrt{1+f^2}+f) = \frac{2T}{\operatorname{tang}\gamma}. \qquad (2)$$

Dans le raisonnement qui précède, on admet implicitement que les efforts extérieurs, uniformément répartis sur les bases du prisme, se transmettent uniformément dans tout plan parallèle intermédiaire.

En second lieu, on néglige les efforts développés par le frottement des plateaux de la machine [1].

Enfin les calculs supposent que le rapport de la hauteur du prisme au côté de sa base est suffisamment grand pour que le plan BM rencontre l'arête AC avant la seconde base CD, c'est-à-dire plus grand que $\frac{1}{\operatorname{tang}\gamma}$ ou $\sqrt{1+f^2}+f$. Pour des hauteurs moindres, le glissement ne peut pas se produire de la même manière : des plans pareils s'amorcent à partir de chacun des côtés des deux bases jusqu'à leur rencontre commune à mi-hauteur; la matière comprise entre ces plans et les faces latérales se détache, et il reste la forme bien connue de deux troncs de pyramides accolés par leur petite base. Pour produire l'effondrement total, un effort complémentaire est nécessaire, effort d'autant plus important que le rapport de la hauteur du prisme au côté de sa base est moindre, en raison de la difficulté croissante qu'éprouve la matière écrasée à s'échapper latéralement.

Diverses expériences nous ont montré que, même lorsqu'on essaie d'écraser, entre un plan indéfini et un poinçon fini également plan, une matière pulvérulente sans cohésion, il reste toujours entre ces deux plans, *si forte que soit la pression exercée*, une couche plus ou moins épaisse de matière agglomérée, s'étendant à l'intérieur du contour du poinçon, jusqu'à une distance variable de ce contour.

Dès lors, on s'explique les différences importantes que présentent les résistances à la compression déterminées, pour une même matière, sur des blocs de formes différentes, et, en particulier, les efforts colossaux trouvés nécessaires pour écraser normalement des joints minces en mortier, ainsi que le mode de rupture de ces joints [2].

En résumé, la résistance vraie C à la rupture par compression, définie par la relation (2), correspondrait à des prismes chargés uniformément et sans frottement, et dont le rapport de la hauteur au côté de la base serait supérieur à $\frac{1}{\operatorname{tang}\gamma}$ ou $\sqrt{1+f^2}+f$.

5. Généralisation de la théorie de la rupture par glissement; frottement négatif. — La théorie du glissement compliqué de frottement, qui vient d'être appliquée dans le calcul de la résistance à la compression, peut être généralisée comme il suit :

Considérons, au sein d'un bloc isotrope en équilibre sous l'action de divers efforts extérieurs, un élément plan infiniment petit d'orientation quelconque.

La théorie générale de l'élasticité démontre que les actions moléculaires développées sur ce plan se réduisent à une résultante, le plus souvent oblique, qui peut être décomposée en une action normale et une action tangentielle. Soient, pour l'élément plan considéré, X et Y les valeurs de ces deux actions composantes, ramenées à l'unité de surface du plan sécant; convenons de compter la première positivement ou négativement, suivant qu'elle tend à écarter ou à rapprocher les molécules infiniment voisines situées de part et d'autre du plan considéré, et de choisir pour la seconde celle des deux directions opposées pour laquelle Y est positif.

1. Dans des expériences toutes récentes (*Mittheilungen d. mech. tech. Labor. d. K. Hochschule, München*, 1900.), M. le professeur A. Föppl a écrasé des blocs cubiques soit dans les conditions ordinaires, soit après avoir enduit leurs faces pressées d'un lubrifiant destiné à diminuer les frottements. Il a ainsi trouvé que les charges de rupture obtenues de la seconde manière n'atteignaient guère, avec les mortiers de ciment, que la moitié des charges ordinaires et pouvaient même, avec certaines pierres, s'abaisser jusqu'à 28 pour 100 des charges de rupture de cubes pareils non lubrifiés. Sans attacher à ces expériences, sur lesquelles nous reviendrons d'ailleurs plus loin (art. 25), une portée plus grande que celle que leur auteur leur attribue lui-même, il semble qu'on puisse néanmoins en conclure dès à présent que l'influence du frottement des plateaux est loin d'être négligeable.

2. Tourtay, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1885, II, p. 582.
Souleyre et Anglade, *Expériences sur les matériaux des maçonneries*, Constantine, autogr. L. Poulet, 1895, p. 52.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Par définition (art. 1), quand on a $X = o$ ou $Y = o$, la rupture se produit pour $Y = T$ ou pour $X = N$.

Quand, aucune des deux actions X et Y n'étant nulle, X désigne un effort de compression et a une valeur négative, le glissement de la matière suivant le plan considéré, dans la direction de l'action Y, est contrarié par le frottement (positif) $-fX$ et ne peut se produire que lorsque la valeur de l'effort Y atteint la somme des valeurs de la cohésion tangentielle T et de l'effort de frottement $-fX$, autrement dit, lorsque la somme algébrique $Y + fX$ est égale à T.

Quand l'action moléculaire X est une tension positive, il semble qu'on peut admettre, par raison de continuité, qu'il se produit un frottement négatif $-fX$ favorisant le glissement au lieu de le contrarier. On conçoit d'ailleurs qu'un bloc qui, n'étant soumis à aucun effort normal, supporterait sans se cisailler un effort tangentiel un peu inférieur à T, doive se rompre quand, sans modifier cet effort tangentiel, on fait agir en outre un effort normal de traction, même inférieur à N. S'il en est bien ainsi, on doit encore avoir, à l'instant de la rupture : $Y + fX = T$.

La formule est donc générale et, quels que soient X et Y, la rupture doit s'amorcer suivant le plan pour lequel la somme algébrique $Y + fX$ atteint sa valeur maximum, dès qu'on a :

$$\text{Maximum de } (Y + fX) = T. \tag{3}$$

6. Relation entre les paramètres N, T et *f*. — Une première conséquence de la généralité de cette formule est que, si l'on suppose $Y = o$, la rupture doit commencer quand on a $fX = T$; or, par définition, X est alors égal à N; on en déduit la relation :

$$fN = T. \tag{4}$$

7. Rupture oblique par traction. — En partant de la théorie du frottement négatif, on peut chercher la condition pour que le prisme de la figure 1, sollicité par un effort de traction au lieu d'un effort de compression, se sépare suivant un plan oblique tel que BM. Un calcul identique à celui de l'article 4 indique que, dans ce cas, la résistance à l'arrachement, c'est-à-dire l'effort de rupture ramené à l'unité de surface de la section droite du prisme, est mesurée par :

$$A = 2T\left(\sqrt{1 + f^2} - f\right), \tag{2 bis}$$

expression qui ne diffère de celle de C que par le signe de f, et que l'angle α du plan de glissement avec la direction de l'effort est donné par :

$$\operatorname{tang} \alpha = \sqrt{1 + f^2} + f, \tag{1 bis}$$

c'est-à-dire est complémentaire de l'angle de glissement γ relatif à la compression. On a d'ailleurs : $\alpha > 45° > \gamma$.

Si l'on remarque que les considérations relatives aux charges de rupture des matières cassantes doivent s'appliquer également aux charges sous lesquelles les matières ductiles éprouvent leurs premières déformations permanentes, cette théorie se trouve confirmée par les expériences du commandant Hartmann, en ce qui concerne l'obliquité des stries observées dans les essais par traction et leur direction perpendiculaire aux stries de compression. On peut même déduire des inclinaisons de ces stries sur la direction de l'effort extérieur les valeurs de f pour les métaux correspondants.

L'expression $2T(\sqrt{1 + f^2} - f)$ de la tension normale produisant la rupture oblique peut s'écrire $\dfrac{2T}{\sqrt{1 + f^2} + f}$ elle est donc plus petite que $\dfrac{2T}{2f}$ c'est-à-dire que la valeur de N déduite de l'égalité (4). En d'autres termes, si la théorie est exacte, la rupture par traction doit toujours s'amorcer suivant une direction oblique à celle de l'effort.

Avec certains métaux ductiles, ce phénomène se manifeste d'une manière bien nette par les ruptures dites *en coupelle*. Il n'est pas impossible qu'il en soit de même avec tous les autres matériaux, sauf que la partie oblique de la section de rupture, limitée aux premières

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

rangées de molécules, soit trop restreinte pour être visible. *A fortiori*, si la matière est grenue, doit-on avoir presque immédiatement une déviation de la surface de rupture, qui doit alors présenter dans son ensemble l'aspect d'une râpe à aspérités d'autant moins prononcées que le grain de la matière est plus fin.

Si l'on refuse d'admettre l'égalité (4), la rupture par traction doit, pour une matière donnée, s'amorcer suivant une direction normale ou oblique à l'effort, suivant que la valeur correspondante de N est inférieure ou supérieure à A[1].

II

ÉTUDE SPÉCIALE DE LA RUPTURE PAR FLEXION

8. Formules générales relatives à la flexion[2]. — Soit une poutre droite formée d'une matière homogène et isotrope, mais dont les allongements élastiques ne sont pas nécessairement proportionnels aux tensions correspondantes. Supposons-la soumise à un effort de flexion tel que, dans une section transversale définie par sa distance x à une certaine section prise pour origine, le moment fléchissant soit M et l'effort tranchant A[3], et convenons de compter positivement les tensions et les allongements produits par des efforts de traction, et négativement les compressions et les contractions.

Appelons :

e l'épaisseur totale de la poutre;
z la distance d'une fibre quelconque à la fibre la plus comprimée;
y la largeur de la poutre au niveau z;
λ l'allongement par unité de longueur de la fibre d'ordonnée z dans la section d'abscisse x;
R la tension correspondante ramenée à l'unité de surface;
S la composante de l'effort tranchant au même point;
h l'ordonnée de la fibre neutre dans la section x;
ρ le rayon de courbure de la fibre neutre déformée, dans la même section.

Soit enfin

$$R = f(\lambda) \tag{5}$$

la relation qui définit la loi de déformation de la matière.

Si l'on suppose que la section reste plane dans la poutre déformée, on a, quel que soit z :

$$\lambda = \frac{z-h}{\rho}. \tag{6}$$

1. Pendant l'impression de ce travail, nous venons de nous apercevoir que, de 1882 à 1885, le capitaine Duguet, admettant implicitement le frottement négatif, avait déjà posé les formules 1 *bis* et 2 *bis* et établi les principales propositions démontrées plus loin à l'article 16, et que M. Mesnager, dans un article paru dans la *Revue d'Artillerie* (mars 1898), et dans son rapport du 31 décembre 1898 à la Commission des Méthodes d'essai, avait reproduit les mêmes calculs sous une forme un peu différente et en avait trouvé la confirmation dans les expériences du commandant Hartmann.

2. Pour plus de détails sur ces formules, nous renvoyons à l'ouvrage annoncé, ainsi qu'à une communication présentée au Congrès de l'*Association française pour l'avancement des sciences*, tenu à Boulogne-sur-Mer en septembre 1899 (vol. II, p. 128), dans laquelle sont exposées notamment des méthodes géométriques ayant pour but de remplacer les calculs quand la loi de déformation de la matière est donnée graphiquement ou par une formule trop compliquée.

3. Ne pas confondre cette valeur de A avec la résistance à l'arrachement définie plus haut par l'égalité (2 *bis*).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'équation d'équilibre des efforts développés dans la section considérée est :

$$\int_o^e \mathrm{R}\, y\, dz = o, \tag{7}$$

et celle des moments de ces efforts par rapport à la fibre la plus comprimée :

$$\int_o^e \mathrm{R}\, y z\, dz = \mathrm{M}. \tag{8}$$

Dans ces deux dernières équations, y est une fonction connue de z, et R est une fonction connue de λ et, par suite, de la variable z et des grandeurs h et ρ, constantes dans la section considérée; les deux équations (7) et (8) définissent donc les deux inconnues h et ρ.

On voit immédiatement que h n'a pas nécessairement la même valeur dans toutes les sections de la poutre et que, dès lors, la ligne neutre présente généralement une forme courbe.

En portant dans (6) les valeurs de h et de ρ tirées de (7) et (8), on a l'allongement d'une fibre quelconque de la section et enfin, en portant cette dernière valeur dans (5), on calcule la tension correspondante. En particulier, la compression maximum et la tension maximum, dans la section considérée, ont pour valeurs

$$f\left(\frac{-h}{\rho}\right) \qquad \text{et} \qquad f\left(\frac{e-h}{\rho}\right).$$

On démontre, exactement comme dans le cas de l'élasticité parfaite, que la composante de l'effort tranchant, S, qui mesure en même temps le glissement longitudinal des fibres, est donnée par l'équation

$$y\mathrm{S} = -\mathrm{A}\int_o^z y \frac{d\mathrm{R}}{d\mathrm{M}} dz \ (^1). \tag{9}$$

Enfin, si l'on suppose mené virtuellement en un point quelconque de la poutre un plan sécant perpendiculaire à son plan moyen et dont la trace sur ce plan fasse un angle ω avec la direction des fibres, on calcule encore, comme pour une matière obéissant à la loi de Hooke, pour les efforts X et Y développés par la flexion normalement et tangentiellement à ce plan :

$$\begin{cases} \mathrm{X} = \dfrac{\mathrm{R}}{2}(1 - \cos 2\omega) + \mathrm{S}\sin 2\omega, \\ \mathrm{Y} = \dfrac{\mathrm{R}}{2}\sin 2\omega + \mathrm{S}\cos 2\omega. \end{cases} \tag{10}$$

Cela entendu, faisons croître progressivement la charge suivant une loi connue et examinons les différentes manières dont la rupture peut s'amorcer. Il va sans dire que, dans chaque article, il sera toujours supposé que la rupture ne s'est pas déjà amorcée d'une autre manière, sous une charge moindre.

9. Rupture par traction normale. — On sait que la valeur maximum positive de la tension normale X en un point quelconque de la poutre a lieu pour $\operatorname{tang} 2\omega = -\dfrac{2\mathrm{S}}{\mathrm{R}}$ et est égale à $\dfrac{\mathrm{R}}{2} + \sqrt{\dfrac{\mathrm{R}^2}{4} + \mathrm{S}^2}$, en même temps que l'effort tangentiel Y est nul. La rupture doit donc commencer à se produire par arrachement simple, au point de la poutre où la somme $\dfrac{\mathrm{R}}{2} + \sqrt{\dfrac{\mathrm{R}^2}{4} + \mathrm{S}^2}$ a sa valeur maximum, dès que cette valeur atteint la limite N qui représente la cohésion normale de la matière, et s'amorcer suivant l'une des directions définies par : $\operatorname{tang} 2\omega = -\dfrac{2\mathrm{S}}{\mathrm{R}}$.

1. En vérifiant, au moyen des formules (8) et (9), que l'on a bien $\int_o^e y\mathrm{S}\,dz = \mathrm{A}$, on reconnaît que, contrairement à ce qui a lieu dans divers traités de Résistance des Matériaux, le deuxième membre de l'équation (9) doit être affecté du signe —.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Quand les efforts tranchants sont faibles, la somme en question croît avec R et atteint sa valeur maximum sur la fibre extrême ($z = e$), dans la section la plus fatiguée. Le maximum est alors égal à R et l'on a tang $2\omega = o$. La rupture doit donc commencer en ce point, normalement aux fibres, dès que la tension R atteint la valeur N.

C'est ce qui semble se passer généralement dans la section médiane d'une poutre posée à ses deux extrémités et soumise à une charge symétriquement répartie par rapport à cette section.

10. Rupture par cisaillement simple. — Considérons maintenant un plan sécant pour lequel la tension normale soit nulle; on calcule que l'effort tangentiel Y a alors sa valeur maximum, égale à S, pour $\omega = o$ et pour $\operatorname{tang}\omega = -\frac{2S}{R}$. La rupture se produira donc, par cisaillement simple, suivant l'une de ces deux directions, dès que, en un certain point de la poutre, le maximum de S atteindra la limite T qui représente la cohésion tangentielle de la matière.

Avec les formes de sections les plus usuelles, S a sa valeur maximum au voisinage de la ligne neutre; c'est donc là que ce mode de rupture devrait avoir lieu le plus souvent, dans une direction soit horizontale ($\operatorname{tang}\omega = o$), soit sensiblement verticale ($\operatorname{tang}\omega = -\frac{2S}{R}$, R ayant une valeur très faible).

En outre, si la largeur y diminue brusquement par suite d'un étranglement du contour extérieur de la poutre, S subit, en vertu de l'équation (9), une augmentation brusque corrélative, d'où peut résulter un cisaillement dans le plan horizontal correspondant.

11. Rupture par glissement compliqué de frottement. — La valeur maximum S de l'effort tangentiel développé dans les plans sécants pour lesquels la composante normale est nulle, n'est pas le maximum de tous les efforts tangentiels possibles.

Lorsque l'effort normal n'est pas nul et correspond, par exemple, à une compression ayant une valeur (négative) quelconque X, il donne lieu à un frottement (positif) $-fX$, qui s'ajoute à la cohésion tangentielle de la matière pour résister à l'effort de cisaillement Y développé par la flexion dans le plan considéré. Pour que la rupture se produise, il faut, comme on l'a vu plus haut (art. 5), que l'effort tangentiel atteigne une valeur égale à la somme de l'effort de frottement et de la résistance à la rupture par cisaillement, c'est-à-dire qu'on ait : $Y = T - fX$. La rupture commencera donc, suivant la direction correspondant à la plus grande valeur positive de la somme algébrique $Y + fX$, au point de la poutre où cette valeur passe par un maximum, dès que ce maximum atteindra la limite T.

On calcule sans peine que, en un point quelconque de la poutre, la plus grande valeur de la somme algébrique considérée correspond à un plan sécant normal au plan moyen et faisant avec la direction des fibres un angle ω défini par l'égalité :

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\frac{R}{2}f - S + \sqrt{\left(\frac{R^2}{4} + S^2\right)(1+f^2)}}{\frac{R}{2} + Sf}.$$

Les valeurs des tensions tangentielle et normale sont alors :

$$Y = +\sqrt{\frac{\frac{R^2}{4}+S^2}{1+f^2}}, \qquad X = \frac{R}{2} + f\sqrt{\frac{\frac{R^2}{4}+S^2}{1+f^2}},$$

cette dernière devant être négative, ce qui implique qu'on ait simultanément

$$R < o \quad \text{et} \quad fS < -\frac{R}{2}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Quant à la valeur maximum de $Y + fX$ en ce point, elle est égale à

$$+\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f,$$

grandeur toujours positive et plus grande que S. La rupture par glissement compliqué de frottement doit donc précéder la rupture par cisaillement simple, en tout point de la région comprimée où l'on a $fS < -\frac{R}{2}$, c'est-à-dire au voisinage de la fibre la plus comprimée de la poutre, jusqu'à une limite d'autant plus rapprochée de la ligne neutre que les efforts tranchants sont plus faibles.

La rupture par cisaillement composé se produit alors au point de cette région où la somme algébrique

$$+\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f$$

a sa plus grande valeur, dès que la charge devient telle que cette plus grande valeur soit égale à T.

Quand les efforts tranchants sont faibles, la somme en question peut s'écrire, en négligeant S :

$$-\frac{R}{2}(\sqrt{1+f^2}-f);$$

elle atteint sa valeur maximum pour la plus grande valeur absolue de R, c'est-à-dire sur la fibre la plus comprimée, dans la section la plus fatiguée (S est alors rigoureusement nul), et la rupture se produit dès qu'on a :

$$-\frac{R}{2}(\sqrt{1+f^2}-f)=T, \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad -R=\frac{2T}{\sqrt{1+f^2}-f}=2T(\sqrt{1+f^2}+f)=C;$$

elle s'amorce d'ailleurs suivant un angle défini par la relation

$$\operatorname{tang}\omega = f-\sqrt{1+f^2}=\operatorname{tang}(-\gamma).$$

On retrouve donc précisément l'angle de glissement et la résistance à la rupture dite par compression d'un prisme droit dont la hauteur dépasse le produit du côté de la base par $\sqrt{1+f^2}+f$. Dès lors, si l'on tient à conserver le langage actuel, on doit dire que la rupture de la poutre par compression commence, sur la fibre la plus comprimée, dès que la compression longitudinale par unité de surface y atteint la valeur C définie plus haut, et non les valeurs plus fortes qui correspondraient à l'écrasement complet de prismes plus aplatis.

Dans une poutre soumise à des efforts tranchants assez considérables, le maximum de

$$\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f$$

ne correspond pas nécessairement au maximum de la valeur absolue de R, et la rupture peut commencer ailleurs que sur la fibre la plus comprimée, sous une charge plus faible que celle pour laquelle la compression longitudinale de la matière serait égale à C sur cette fibre.

12. Rupture par glissement avec frottement négatif. — Nous venons d'étudier, dans les articles 10 et 11, les effets du cisaillement dans des plans pour lesquels l'effort normal est nul ou négatif. Quand cet effort est une tension positive X, l'hypothèse du frottement négatif (art. 5) conduit, comme dans le cas précédent, à considérer la rupture comme devant s'amorcer quand la valeur maximum de la somme $Y + fX$ atteint la limite T, et on retombe,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pour l'expression de l'angle de glissement et des divers efforts, sur les mêmes formules qu'à l'article 11, avec cette différence que,

$$\frac{R}{2}+f\sqrt{\frac{\frac{R^2}{4}+S^2}{1+f^2}}$$

devant être positif, on doit avoir, soit $R>o$, soit à la fois $R<o$ et $fS>-\frac{R}{2}$.

Pour les points répondant à l'une ou l'autre de ces conditions, et qui sont tous ceux de la poutre qui ne rentrent pas dans les cas des art. 10 et 11, la somme

$$\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f$$

est supérieure à S, de sorte que la rupture par cisaillement compliqué de frottement négatif doit toujours y précéder celle par cisaillement simple.

De même, cette somme, plus grande que $\left(\sqrt{\frac{R^2}{4}+S^2}+\frac{R}{2}\right)f$, atteint la limite T avant que la valeur maximum $\sqrt{\frac{R^2}{4}+S^2}+\frac{R}{2}$ de la tension normale atteigne la valeur $\frac{T}{f}$, et, si la formule (4) est vraie, la rupture par cisaillement avec frottement négatif doit toujours précéder celle par traction normale.

Dans le cas particulier où les efforts tranchants sont faibles, la somme considérée peut s'écrire, en négligeant S :

$$\frac{R}{2}(\sqrt{1+f^2}+f);$$

elle atteint sa valeur maximum en même temps que R, c'est-à-dire sur la fibre la plus tendue. C'est donc là que la rupture commence, dans la section la plus fatiguée, dans une direction définie par $\operatorname{tang}\omega=\sqrt{1+f^2}+f=\operatorname{tang}\alpha$, dès qu'on a

$$\frac{R}{2}(\sqrt{1+f^2}+f)=T \qquad \text{ou} \qquad R=2T(\sqrt{1+f^2}-f)=A.$$

Les phénomènes sont analogues à ceux qui se passent sur la fibre la plus comprimée dans la rupture dite par compression et on retrouve l'angle α et la tension normale A correspondant à la rupture oblique par traction directe (art. 7).

Cette théorie est confirmée par les stries obliques observées par le commandant Hartmann, sur les faces latérales de prismes fléchis, dans les parties les plus tendues.

Si les efforts tranchants ne sont pas négligeables, le maximum de

$$\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f$$

ne correspond pas nécessairement à celui de R, et la rupture peut commencer ailleurs que sur la fibre la plus tendue, sous une charge plus faible que celle pour laquelle la valeur maximum de R est égale à A.

13. Généralité des formules. — Si l'on admet la théorie du frottement négatif et la formule (4) qui en dérive, la poutre se trouve séparée par la surface lieu des points pour lesquels on a $fS=-\frac{R}{2}>o$, en deux régions telles que, dans la première, située du côté de la fibre la plus comprimée, la rupture ne peut se produire que par cisaillement compliqué de frottement positif (compression oblique), tandis que, dans la seconde, elle ne peut avoir lieu que par cisaillement compliqué de frottement négatif (traction oblique).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Sur la surface de séparation, on a $X = o$ et la rupture s'amorce par cisaillement simple. Dans tous les cas, la rupture commence au point où la somme algébrique

$$\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f$$

a sa valeur maximum, dès que cette valeur atteint la limite T, et l'angle de glissement initial est donné par la relation :

$$\operatorname{tang}\omega = \frac{\frac{R}{2}f - S + \sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}}{\frac{R}{2}+Sf} = \frac{T-S}{\frac{R}{2}+Sf}.$$

Ces formules sont donc générales et la rupture semble se produire par compression, par cisaillement ou par traction, suivant la position du point correspondant.

Si l'on refuse d'admettre la relation $fN = T$, il en est de même pour toutes les matières pour lesquelles N est supérieur à A. Mais si l'on a $N = kA$, k étant un coefficient positif inférieur à l'unité, il existe, à partir de la fibre la plus tendue, une zone où la rupture commence par traction normale dès que la somme $\sqrt{\frac{R^2}{4}+S^2}+\frac{R}{2}$ atteint la limite N. On calcule sans difficulté que cette zone est limitée par la surface lieu des points pour lesquels on a :

$$\frac{\sqrt{\frac{R^2}{4}+S^2}+\frac{R}{2}}{\sqrt{\frac{R^2}{4}+S^2}-\frac{R}{2}} = \frac{k}{1-k}\frac{A}{C},$$

c'est-à-dire pour lesquels les tensions normales maximum et minimum sont entre elles dans un rapport constant.

14. Solution géométrique. — En général, le calcul de la valeur de z correspondant au maximum de la somme algébrique

$$\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f$$

doit être très compliqué.

Au contraire, une construction graphique des plus simples permet de déterminer, pour une section transversale quelconque de la poutre, le niveau où cette somme atteint sa valeur maximum, et indique immédiatement le mode apparent de rupture correspondant.

Dans un système de coordonnées rectangulaires (fig. 2) ayant pour origine le point O,

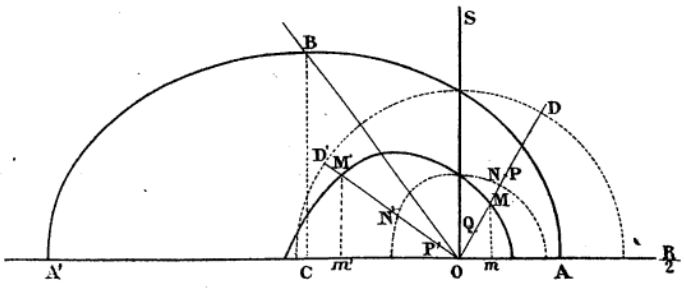


Fig. 2.

prenons pour abscisses et pour ordonnées les valeurs de $\frac{R}{2}$ et de S correspondant, dans une section donnée, à toutes les valeurs possibles de z; soit MM' la courbe lieu des points ainsi obtenus.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La ligne définie par l'équation :

$$\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f=T$$

est une ellipse ayant pour centre le point C, tel que $OC=-fT$, pour demi-grand axe $CA=CA'=T\sqrt{1+f^2}$, et pour demi-petit axe $CB=T$, de telle sorte que le point O est l'un de ses foyers et que l'on a

$$OA=\frac{A}{2} \quad \text{et} \quad OA'=\frac{C}{2}.$$

Si l'on joint OB, l'angle A'OB est égal au double de l'angle de glissement par compression γ; l'angle BOA est double de l'angle de glissement par traction α, et en outre on a, pour tout point de la droite OB :

$$fS=-\frac{R}{2}>o.$$

Tant que la courbe MM' est contenue tout entière à l'intérieur de l'ellipse, la rupture ne peut pas se produire. Au contraire, le glissement commence dès que la courbe devient tangente à l'ellipse, et la rupture est dite avoir lieu par compression ou par traction, suivant que le point de contact est à gauche ou à droite du point B. On reconnaît d'ailleurs sans peine que l'angle ω sous lequel la rupture s'amorce est égal à la moitié de l'angle que fait la droite OB avec le rayon vecteur du point de contact.

On peut, sans le secours de l'ellipse, déterminer, dans la section considérée, la fibre où la matière fatigue le plus, c'est-à-dire où la somme algébrique

$$\sqrt{\left(\frac{R^2}{4}+S^2\right)(1+f^2)}+\frac{R}{2}f$$

a sa plus grande valeur.

Il suffit de prolonger la ligne OM d'une longueur MN égale au produit de l'abscisse positive ou négative Om par le rapport $\frac{f}{\sqrt{1+f^2}}$, et de tracer le lieu du point N; les rayons vecteurs tels que ON sont alors proportionnels aux valeurs de la somme algébrique en question, et celui des points M auquel correspond le plus grand de ces rayons vecteurs définit la fibre cherchée. Sur une fibre quelconque, la rupture est d'autant plus imminente que le point N correspondant se rapproche plus d'un cercle DD' décrit du point O comme centre avec $\frac{T}{\sqrt{1+f^2}}$ pour rayon. Enfin la direction OB définie plus haut limite encore les deux modes apparents de rupture.

Les tensions normales maximum positive et négative autour d'un point donné de la section sont mesurées en grandeur absolue par les rayons vecteurs OP et OQ tels que $MP=MQ=Om$. Si donc on refuse d'admettre la théorie du frottement négatif, la matière doit commencer à se rompre par traction normale dès que, par suite de l'augmentation de la charge, la courbe lieu du point P devient tangente à un cercle de rayon N décrit du point O pour centre, et on doit admettre que cette rupture précède ou non celle dite par compression, suivant que ce contact se produit ou non avant que la courbe NN' atteigne le cercle DD' en un point compris dans l'angle BOA'. Il en est de même si, tout en admettant cette théorie, on suppose que N puisse être plus petit que A; la seule différence est que la ligne de séparation des deux modes de rupture n'est plus la droite OB.

Quoi qu'il en soit, ces constructions montrent immédiatement que, dans les sections où l'effort tranchant est faible et où, par suite, les diverses valeurs de S sont toujours petites relativement aux valeurs maximum et minimum de $\frac{R}{2}$, les courbes MM', NN' et PP' ont des formes aplaties, et la rupture ne peut se produire qu'en leurs points de rencontre avec l'axe des abscisses, c'est-à-dire sur les fibres extrêmes de la poutre. Lorsqu'on suppose $N\geqq A$, elle commence sur la fibre la plus tendue ou sur la fibre la plus comprimée, suivant

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

que le rapport des tensions longitudinales sur ces deux fibres est, en valeur absolue, supérieur ou inférieur à $\frac{OA}{OA'}$, c'est-à-dire à $\frac{A}{C}$ ou $(\sqrt{1+f^2}-f)^2$, soit, pour $f=0{,}75$, à $\frac{11}{4}$. En particulier, dans une poutre homogène, parfaitement élastique et symétrique par rapport à un plan horizontal, les tensions extrêmes sont égales en valeur absolue, et la rupture ne peut alors commencer que sur la fibre la plus tendue. Pour qu'il en fût autrement, il faudrait que, la matière restant la même, la section eût une forme telle que la distance de son centre de gravité à la fibre la plus comprimée fût d'au moins les quatre cinquièmes de l'épaisseur de la poutre.

Les mêmes constructions expliquent d'une manière sensible aux yeux la fragilité spéciale que les poutres peuvent présenter en certains points où, par suite d'un étranglement de leur section, la valeur de S, déduite du produit yS, subit une augmentation importante.

Enfin elles montrent comment on pourrait choisir le profil transversal d'une poutre de telle sorte que, dans la section la plus chargée, la matière fatiguât également en tous ses points, ce qui constituerait la solution la plus économique. Il faudrait faire en sorte que, dans cette section, la courbe MM′ se confondît, autant que possible, avec l'ellipse ABA′, ou plutôt avec une ellipse homothétique obtenue en réduisant proportionnellement au coefficient de sécurité adopté les rayons vecteurs menés par le point O dans la première.

III

FORMULES GÉNÉRALES DE LA RUPTURE

15. Récapitulation. — Après avoir défini les paramètres N, T, f et C, qui caractérisent les modes de rupture les plus simples d'une matière quelconque, nous avons rappelé les calculs établissant que C est une fonction de T et de f :

$$C = 2T\left(\sqrt{1+f^2}+f\right) \tag{2}$$

et exprimant en fonction de f seul l'angle γ sous lequel se produit le glissement dans la rupture dite par compression :

$$\operatorname{tang}\gamma = \sqrt{1+f^2}-f. \tag{1}$$

Puis nous avons été amené à la conception du frottement négatif, dont nous avons déduit :

$$fN = T, \tag{4}$$

et nous avons montré que, si cette formule était vraie, la rupture par traction devait s'amorcer, suivant une direction oblique faisant avec celle de l'effort un angle α complémentaire de γ,

$$\operatorname{tang}\alpha = \sqrt{1+f^2}+f = \frac{1}{\operatorname{tang}\gamma} \tag{1 \textit{bis}}$$

pour un effort normal :

$$A = 2T\left(\sqrt{1+f^2}-f\right). \tag{2 \textit{bis}}$$

1. Si l'on pose $N = kA$, la condition pour que la rupture commence par la fibre la plus tendue est que le rapport de la tension sur cette fibre à la compression maximum soit supérieur à $k\frac{A}{C}$ quand k est inférieur à l'unité, alors que, pour $k \geqslant 1$, il faut que le même rapport soit plus grand que $\frac{A}{C}$ quel que soit k. Cette discontinuité dans la formule fournit une présomption de plus en faveur de la formule (4) et de l'hypothèse du frottement négatif.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Nos paramètres ont été ainsi ramenés à deux distincts, dont tous les autres seraient des fonctions connues.

En même temps, nous avons reconnu la généralité de la relation :

$$\text{(3)} \qquad \text{Maximum de } (Y + fX) = T,$$

qui doit exister, à l'instant de la rupture, entre les paramètres T et f et les actions moléculaires Y tangentielle et X normale au plan élémentaire de glissement, quel que soit le signe de cette dernière.

Nous allons montrer maintenant que, étant donné un corps solide bien défini formé d'une matière satisfaisant aux conditions posées au début de cette étude, lorsqu'on connaît la répartition exacte des efforts extérieurs et la loi suivant laquelle ils se transmettent en tout point du bloc, ou, plus simplement, quand on connaît le point du bloc où la rupture doit commencer et la répartition des actions moléculaires autour de ce point sous la charge de rupture, on peut en déduire une relation entre cette charge et les paramètres caractéristiques de la matière essayée et prévoir la direction suivant laquelle la rupture s'amorcera.

16. Cas général. — Soient, au point et à l'instant considérés, $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, les trois actions moléculaires principales, que nous supposerons connues en grandeurs, directions et sens, et rangées, en tenant compte de leurs signes, dans l'ordre de leurs valeurs décroissantes $(\mathfrak{A} > \mathfrak{B} > \mathfrak{C})$.

Prenons comme origine le point en question et, comme plans de coordonnées, les trois plans rectangulaires correspondant aux actions moléculaires principales, puis menons par l'origine un plan dont la normale fasse avec les trois axes des angles quelconques a, b et c.

On calcule facilement, en utilisant les propriétés de la surface directrice

$$\frac{x^2}{\mathfrak{A}} + \frac{y^2}{\mathfrak{B}} + \frac{z^2}{\mathfrak{C}} = \pm K$$

et de l'ellipsoïde des actions moléculaires

$$\frac{x^2}{\mathfrak{A}^2} + \frac{y^2}{\mathfrak{B}^2} + \frac{z^2}{\mathfrak{C}^2} = 1,$$

que l'action moléculaire P développée sur le plan considéré vaut, par unité de surface de ce plan :

$$P = \pm\sqrt{\mathfrak{A}^2\cos^2 a + \mathfrak{B}^2\cos^2 b + \mathfrak{C}^2\cos^2 c}$$

et fait avec la normale à ce plan un angle v défini par :

$$\cos v = \frac{\mathfrak{A}\cos^2 a + \mathfrak{B}\cos^2 b + \mathfrak{C}\cos^2 c}{\pm\sqrt{\mathfrak{A}^2\cos^2 a + \mathfrak{B}^2\cos^2 b + \mathfrak{C}^2\cos^2 c}}.$$

On en déduit pour les composantes normale et tangentielle :

$$X = P\cos v = \mathfrak{A}\cos^2 a + \mathfrak{B}\cos^2 b + \mathfrak{C}\cos^2 c$$

$$Y = P\sin v = \sqrt{\mathfrak{A}^2\cos^2 a + \mathfrak{B}^2\cos^2 b + \mathfrak{C}^2\cos^2 c - (\mathfrak{A}\cos^2 a + \mathfrak{B}\cos^2 b + \mathfrak{C}\cos^2 c)^2}$$

D'après la théorie qui précède, la rupture se produira, au point considéré, suivant le plan correspondant aux valeurs de a, b et c rendant maximum la somme algébrique $Y + fX$, quand les valeurs de $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ seront telles que ce maximum soit égal à T.

Posons

$$\cos^2 a = x, \qquad \cos^2 b = y, \qquad \cos^2 c = 1 - x - y, \qquad Y + fX = z;$$

la relation devient :

$$z = \sqrt{(\mathfrak{A}^2 - \mathfrak{C}^2)x + (\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{C}^2)y + \mathfrak{C}^2 - [(\mathfrak{A} - \mathfrak{C})x + (\mathfrak{B} - \mathfrak{C})y + \mathfrak{C}]^2} + f[(\mathfrak{A} - \mathfrak{C})x + (\mathfrak{B} - \mathfrak{C})y + \mathfrak{C}].$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

C'est l'équation d'un paraboloïde elliptique ayant son axe parallèle au plan des xy et dont les z croissent dès lors indéfiniment. Toutefois, x et y étant, dans l'espèce, liés par les conditions $x \geqq o$, $y \geqq o$, $x+y \leqq 1$, la rupture correspondra à la plus grande valeur de z pour les points du paraboloïde projetés sur le contour du triangle $x=o$, $y=o$, $x+y=1$.

On calcule sans peine que l'on a, pour le point correspondant :

$$x=\frac{1}{2}\left(1+\frac{f}{\sqrt{1+f^2}}\right), \quad y=o \qquad \text{et} \qquad Y+fX=\frac{1}{2}\left[\mathfrak{A}\left(\sqrt{1+f^2}+f\right)-\mathfrak{C}\left(\sqrt{1+f^2}-f\right)\right].$$

Des deux premières relations on déduit :

$$a=\gamma, \qquad b=\frac{\pi}{2}, \qquad c=\alpha.$$

La rupture doit donc s'amorcer, suivant des plans passant par l'action moléculaire principale moyenne, dans les deux directions symétriques perpendiculaires à cette action et faisant, avec les actions moléculaires principales maximum et minimum les angles *constants* α et γ définis plus haut[1].

Les grandeurs de ces deux dernières actions satisfont alors, quel que soit $\mathfrak{B}$, à la relation :

$$\mathfrak{A}\left(\sqrt{1+f^2}+f\right)-\mathfrak{C}\left(\sqrt{1+f^2}-f\right)=2T, \tag{11}$$

qui peut encore s'écrire, en faisant intervenir les résistances A et C à l'arrachement et à la compression :

$$\frac{\mathfrak{A}}{A}-\frac{\mathfrak{C}}{C}=1. \tag{11'}$$

Si, sous une charge donnée, on connaît, en tout point du solide, les valeurs de ces deux actions moléculaires principales, et que, dans un système plan de coordonnées rectangulaires, on prenne pour abscisses et pour ordonnées les valeurs de $\mathfrak{A}$ et de $\mathfrak{C}$ correspondant à chaque point du bloc, tous les points obtenus se trouveront à l'intérieur de l'angle formé par les droites $\mathfrak{A}-\mathfrak{C}=o$ et $\frac{\mathfrak{A}}{A}-\frac{\mathfrak{C}}{C}=1$, et la rupture sera la plus imminente pour celui de ces points qui se rapprochera le plus de cette dernière droite.

Si l'on connaît d'avance le point du bloc où commencera la rupture et que, faisant varier la charge, on construise de même le lieu géométrique des points ayant pour coordonnées les systèmes successifs de valeurs de $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{C}$ correspondants, la rupture commencera dès que cette ligne atteindra la droite en question.

Si deux des actions principales sont égales, de telle sorte qu'on ait $\mathfrak{B}=\mathfrak{A}$ ou $\mathfrak{B}=\mathfrak{C}$, la rupture s'amorce simultanément dans une infinité de directions, suivant la surface extérieure d'un cône de révolution ayant pour axe la direction de l'action moléculaire $\mathfrak{C}$ ou $\mathfrak{A}$ et pour demi-angle au sommet γ ou α. On retrouve à peu près la théorie de M. Rejtö.

Si les trois actions moléculaires principales sont égales (corps imperméable plongé dans un fluide impondérable raréfié ou comprimé), le lieu du point représentatif n'est autre que la droite $\mathfrak{A}-\mathfrak{C}=o$; pour des valeurs positives croissantes de la tension, la rupture se produit dans toutes les directions à la fois, c'est-à-dire avec explosion, dès qu'on a $\mathfrak{A}=\mathfrak{B}=\mathfrak{C}=\frac{T}{f}=N$. Au contraire, le bloc, s'il est parfaitement homogène et isotrope, résiste indéfiniment à une compression croissante agissant uniformément sur toute sa surface extérieure.

1. Dans la partie non directement pressée de la surface extérieure d'un corps, si l'une des actions moléculaires principales est perpendiculaire à cette surface, et par suite nulle, et que les deux autres ne soient pas de même signe, la ligne de glissement se trouve alors sur la face apparente et fait un angle constant avec l'une de ces actions principales, C par exemple. Or, au voisinage de la surface d'application d'une pression extérieure, quand cette surface est assez exiguë pour qu'on puisse l'assimiler à un point, les actions principales C sont dirigées vers ce point. Les enveloppes des lignes de glissement maximum font donc constamment l'angle γ avec leurs rayons vecteurs et sont dès lors des spirales logarithmiques. C'est bien là l'effet observé par le commandant Hartmann, notamment au voisinage des couteaux sur les faces latérales des prismes fléchis.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il en est de même toutes les fois que le mode de chargement est tel que, pour des charges indéfiniment croissantes, le point représentatif des actions moléculaires au point critique reste constamment à l'intérieur de l'angle défini ci-dessus.

Si, refusant d'admettre la relation (4), on tient à conserver à N une valeur indépendante, on doit considérer la rupture comme se produisant par traction normale (suivant le plan $\mathfrak{B}$ $\mathfrak{C}$) ou par glissement oblique, selon que, pour des charges croissantes, on a d'abord $\mathfrak{A} = N$ ou $\frac{\mathfrak{A}}{A} - \frac{\mathfrak{C}}{C} = 1$.

17. Distension et frettage. — Il résulte immédiatement des formules qui précèdent que, lorsqu'on suppose nulles les deux actions moléculaires principales $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ ou $\mathfrak{B}$ et $\mathfrak{C}$ au point de rupture, on retrouve bien, pour la troisième, les valeurs $\mathfrak{C} = -C$ ou $\mathfrak{A} = A$ calculées directement aux articles 4 et 7, de même que les angles de glissement correspondants.

Si, l'une seulement des actions moléculaires principales étant nulle, les deux autres sont égales entre elles, on réalise les modes de chargement que M. Föppl a dénommés *Zerrung* dans le cas de tensions positives et *Umschlingung* dans celui de compressions[1] et qu'on pourrait appeler en français *étendage* ou *distension* et *enlacement* ou *frettage*.

Les formules générales de l'article 16 donnent immédiatement, pour les tensions de ruptures correspondantes,

dans le premier cas $(\mathfrak{C} = o)$: $\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = A$;

dans le second cas $(\mathfrak{A} = o)$: $\mathfrak{B} = \mathfrak{C} = -C$.

La résistance à la distension doit donc être égale à la résistance à l'arrachement, et la résistance au frettage à la résistance à la compression.

Cette dernière proposition est conforme à la conclusion entrevue expérimentalement par M. Föppl.

Voici maintenant une nouvelle application de la même théorie à un cas un peu moins simple, où l'on sait encore calculer les actions moléculaires principales en tout point du solide. Nous admettrons, par précaution, la possibilité de rupture normale quand $\mathfrak{A}$ atteint une valeur N indépendante de T et de f.

18. Essais sur éprouvettes tubulaires. — Soit un tube cylindrique de longueur indéfinie, à profil annulaire compris entre deux cercles concentriques, le plus petit de rayon r_0, le plus grand de rayon r_1, soumis intérieurement et extérieurement à des pressions normales uniformes P_0 et P_1 par unité de surface et absolument libre dans la direction de ses génératrices.

On sait calculer les actions moléculaires principales développées en un point quelconque de la matière d'un pareil tube. Renvoyant, pour l'établissement des formules générales, au *Cours de Résistance des Matériaux* de M. J. Résal (art. 34, p. 144), nous désignerons par r la distance comprise entre r_0 et r_1, du point considéré à l'axe du tube, par P l'action moléculaire principale en ce point suivant la direction du rayon, par Q l'action moléculaire principale perpendiculaire à celle-ci dans la section normale aux génératrices, et par n le rapport $\frac{r_1^2 - r_0^2}{r_0^2}$ de l'aire de la section pleine du tube à celle du vide intérieur, et nous examinerons successivement les cas où l'une des deux pressions P_0 et P_1 est nulle ou négligeable (pression atmosphérique).

1° Supposons d'abord le tube pressé extérieurement : en faisant $P_0 = o$ dans les deux formules générales, on trouve :

$$P = \frac{n+1}{n} P_1 \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right), \qquad Q = \frac{n+1}{n} P_1 \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\right).$$

1. *Mittheilungen aus dem mech. tech. Laboratorium d. k. tech. Hochschule, München*, XXVII, 1900 Résumé traduit en français dans *Le Ciment*, 1900, pp. 34 et 57.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Pour toutes les valeurs admissibles de r, P et Q sont toujours du même signe que P_1, c'est-à-dire négatifs, et désignent des efforts de compression; la rupture ne peut donc se produire que par cisaillement compliqué de frottement positif. Soit φ l'angle aigu que fait, avec la direction du rayon, le plan suivant lequel le glissement s'amorcera dès que la pression P_1 atteindra une valeur suffisante. La tension P a pour composantes normalement et tangentiellement à ce plan P sin φ et P cos φ, composantes qui, par unité de surface du plan de glissement, ont pour valeurs P $\sin^2\varphi$ et P sin φ cos φ. De même, la tension Q a pour composantes normale et tangentielle, par unité de surface du plan de glissement, Q $\cos^2\varphi$ et $-$ Q sin φ cos φ. On a donc, pour les tensions normale et tangentielle résultantes :

$$X = P\sin^2\varphi + Q\cos^2\varphi = \frac{n+1}{n} P_1 \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2}\cos 2\varphi\right) < 0,$$

$$Y = (P - Q)\sin\varphi\cos\varphi = -\frac{n+1}{n} P_1 \frac{r_0^2}{r^2}\sin 2\varphi \qquad > 0,$$

et la rupture a lieu quand on a :

$$T = Y + fX = -\frac{n+1}{n} P_1 \left[\frac{r_0^2}{r^2}(\sin 2\varphi - f\cos 2\varphi) - f\right],$$

pour les **valeurs de r et de φ** qui rendent minimum la valeur absolue de P_1 correspondante.

On calcule sans peine que ce **minimum a** lieu pour tang $\varphi = \sqrt{1+f^2} + f$ (ce qui correspond bien à un angle aigu) et $r = r_0$, et qu'**on a alors :**

$$-P_1 = \frac{n}{n+1}\left(\sqrt{1+f^2} + f\right) T = \frac{n}{2(n+1)} C.$$

La rupture commence, sur la paroi intérieure du tube, à l'instant où l'on a, sur cette paroi, $P = 0$ et $-Q = C$, et la direction initiale du glissement fait avec celle de la compression Q l'angle γ défini plus haut. Les choses se passent exactement comme sur la face la plus comprimée d'un prisme fléchissant sans efforts tranchants (art. 11).

Si l'on connaît la pression de rupture $-P_1$, on en déduit C par la formule :

$$C = -\frac{2(n+1)}{n} P_1 \text{ (1)}.$$

2° Supposons maintenant que la pression agisse seulement à l'intérieur du tube, de telle sorte qu'on ait $P_1 = 0$. Les formules générales donnent :

$$P = \frac{P_0}{n}\left(\frac{r_1^2}{r^2} - 1\right), \qquad Q = -\frac{P_0}{n}\left(\frac{r_1^2}{r^2} + 1\right).$$

P_0 étant négatif, l'effort P est donc une compression et l'effort Q une traction, qui atteint sa valeur maximum, égale à $-\frac{n+2}{n} P_0$, sur la paroi intérieure du tube.

La rupture doit donc se produire sur cette paroi, par traction normale, dès que la pression intérieure P_0 atteint une valeur telle que l'on ait

$$-\frac{n+2}{n} P_0 = N.$$

Mais, si l'on admet l'hypothèse du frottement négatif, la rupture peut aussi, suivant les valeurs relatives des paramètres N, T et f, se produire par glissement composé.

Soit φ l'angle du plan de glissement avec la direction du rayon : une décomposition ana-

1. On peut être tenté de déduire de cette formule la résistance au frettage d'un cylindre plein, en faisant tendre r_0 vers zéro. Le rapport $\frac{n+1}{n}$ tend alors vers l'unité et la pression de rupture $-P_1$ est, à la limite, égale à $\frac{C}{2}$, résultat en contradiction avec ce qui a été trouvé à l'article précédent. En effet, le dernier raisonnement est faux, et il est nécessaire, pour que les formules des tubes soient applicables, qu'il reste, suivant l'axe du cylindre, un vide où la pression soit nulle.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

logue à celle du cas précédent donne, pour les efforts normal et tangentiel au plan de glissement, rapportés à l'unité de surface de ce plan :

$$X = P\sin^2\varphi + Q\cos^2\varphi = -\frac{P_0}{n}\left(1+\frac{r_1^2}{r^2}\cos 2\varphi\right),$$

$$Y = (P-Q)\sin\varphi\cos\varphi = \frac{-P_0}{n}\frac{r_1^2}{r^2}\sin 2\varphi.$$

Pour que Y soit positif, l'angle φ doit être obtus. Dans ce cas, la rupture a lieu quand on a :

$$T = Y + fX = -\frac{P_0}{n}\left[\frac{r_1^2}{r^2}(-\sin 2\varphi + f\cos 2\varphi) + f\right],$$

pour les valeurs de r et de φ qui rendent minimum la valeur absolue de P_0 correspondante.

On calcule que ce minimum a lieu pour $\operatorname{tang}\varphi = -\sqrt{1+f^2}+f$ (ce qui correspond bien à un angle obtus) et $r = r_0$, et qu'on a alors :

$$-P_0 = \frac{nT}{f+(n+1)\sqrt{1+f^2}}.$$

La rupture s'amorce donc encore sur la paroi intérieure du tube et la direction initiale du glissement fait l'angle α avec le plan tangent à cette paroi.

En résumé, dans le cas où la pression agit à l'intérieur du tube, la rupture se produit par traction normale ou par cisaillement composé suivant que $\frac{n}{n+2}N$ est inférieur ou supérieur à

$$\frac{nT}{f+(n+1)\sqrt{1+f^2}}.$$

On déduit de là sans peine que trois cas sont à considérer, suivant les valeurs qu'ont N, T et f pour la matière étudiée :

1° Si l'on a $\frac{T}{N} \geqslant \sqrt{1+f^2}$, la rupture se produit toujours par traction normale : il suffit d'essayer un tube sous pression intérieure pour avoir la valeur de N.

2° Si l'on a $\frac{T}{N} \leqslant \frac{\sqrt{1+f^2}+f}{2}$, la rupture se produit toujours par cisaillement composé : en faisant deux essais de rupture sur deux tubes pour lesquels n ait des valeurs différentes, on obtiendra, entre T et f, deux relations distinctes, qui définiront ces deux paramètres.

Tel est le cas si la formule (4) est vraie, c'est-à-dire si l'on a nécessairement $\frac{T}{N} = f$.

3° Si l'on a $\frac{\sqrt{1+f^2}+f}{2} < \frac{T}{N} < \sqrt{1+f^2}$, la rupture se produit soit par traction normale, soit par cisaillement composé, suivant que n est inférieur ou supérieur à $2\frac{\frac{T}{N}-\frac{\sqrt{1+f^2}+f}{2}}{\sqrt{1+f^2}-\frac{T}{N}}$; en faisant trois essais sur des tubes pour lesquels les valeurs de n soient l'une inférieure, les deux autres supérieures à cette valeur et différentes, on en déduira les valeurs de N, de T et de f.

En joignant à ces résultats la valeur de C (fonction de T et de f) obtenue dans l'essai par pression extérieure, on voit que, dans le cas le plus défavorable, les essais sur éprouvettes tubulaires fourniraient deux relations distinctes entre nos trois inconnues. En se donnant arbitrairement, dans ce cas, la valeur de f, qui, pour une même catégorie de matières, ne doit varier que dans des limites assez étroites, on pourrait donc toujours calculer, au moins approximativement, ces trois grandeurs, ce qui, par contre-coup, montrerait si la formule (4) a quelque chance d'être exacte. En outre, on pourrait, avec une même matière quelconque, répéter l'essai pour un grand nombre de valeurs de n, et vérifier, suivant la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

concordance des résultats trouvés, les théories qui nous ont conduit aux formules ci-dessus.

Malheureusement, ces essais ne sont pas sans présenter certaines difficultés pratiques d'exécution. D'abord, la confection des éprouvettes, déjà délicate avec les mortiers ou autres matières moulables, exige, avec les matières telles que les pierres, l'emploi du tour, et l'opération, quand elle est possible, doit être assez coûteuse. En second lieu, si l'on emploie un liquide pour la transmission des pressions, on doit éviter qu'il pénètre dans les pores de la matière, ce qui modifierait profondément la répartition des actions moléculaires à l'intérieur de cette dernière. Enfin, il ne faut pas oublier que les formules ne sont rigoureusement applicables qu'au cas théorique de tubes de longueur indéfinie et absolument libres, suivant la direction de leurs génératrices, conditions évidemment impossibles à réaliser complètement.

19. Conséquences pratiques. — Il résulte de la théorie générale exposée à l'article 16 que, si l'hypothèse du frottement négatif est vraie, ainsi que la formule (4) qui exprime N en fonction de T et de f, il suffit de deux paramètres distincts, quels que soient la forme du bloc et le mode de répartition des efforts extérieurs, pour définir la charge sous laquelle la rupture se produira et la direction initiale de la fissure. Ces deux paramètres, pour lesquels on peut prendre par exemple T et f ou encore A et C, caractérisent donc d'une manière absolue et immédiate l'aptitude d'une matière donnée à résister à tous les genres d'efforts possibles, contrairement aux résistances que l'on a l'habitude de mesurer dans les essais courants, et qui, comme on l'a rappelé dans la première partie de cette étude, sont toujours fortement contingentes.

Si l'on n'admet pas la formule (4), la connaissance d'un troisième paramètre N est nécessaire.

C'est à la mesure de ces grandeurs que doivent tendre tous les essais.

Pour des causes diverses, la répartition des efforts extérieurs à la surface du corps d'essai est généralement incertaine et il peut même intervenir des efforts accessoires (liaisons, frottements, etc.) difficiles à évaluer ou dépendant de nouvelles constantes inconnues.

D'autre part, en admettant même que l'on connaisse exactement l'intensité de la pression extérieure en chaque point de la surface du bloc, la détermination des actions moléculaires en un point intérieur quelconque est une opération algébrique le plus souvent inextricable.

Le problème se complique d'ailleurs des déformations de la matière pressante et de la matière pressée suivant leurs surfaces de contact et plus particulièrement au passage des lignes où les efforts extérieurs cessent plus ou moins brusquement.

Enfin il est évident que la théorie ne s'applique qu'au début de la rupture, car, à partir de cet instant, la cohésion de la matière est détruite au point où la fissure s'est amorcée, et la répartition des tensions moléculaires ne peut plus rester la même.

Dans les deux chapitres qui suivent, nous chercherons comment on pourrait s'affranchir de ces difficultés et déduire les paramètres inconnus des principaux essais usuels ou d'autres essais spéciaux, tout en supposant, par précaution, N indépendant des autres paramètres. En dehors de l'intérêt direct qu'elles présentent en tant que tendant à fournir des données vraies et absolues sur les propriétés spéciales de chaque matière, ces mesures devront lever l'incertitude que peut présenter encore l'hypothèse qui nous a servi, puisqu'il suffira de comparer ensemble les valeurs numériques trouvées pour N, T et f pour vérifier si la relation (4) est satisfaite.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

IV

ESSAIS PAR COMPRESSION, CISAILLEMENT, POINÇONNAGE, ETC.

20. Évaluation de la charge de rupture. — Dans les essais dont nous allons nous occuper d'abord, il arrive souvent que, lors de la rupture, la pression ne s'annule pas tout d'un coup, comme c'est le cas, par exemple, dans les essais par traction ou par flexion, dès que la fissure a commencé à se produire. Parfois même on aperçoit des déformations très considérables ou même des fissures avant que la pression soit arrivée à sa valeur maximum.

En pareil cas, on doit conclure que la rupture se produit en plusieurs phases, évaluer aussi exactement que possible l'effort extérieur correspondant à chacune, chercher l'explication théorique des phénomènes successifs que l'on observe et, après les avoir mis en formules, en déduire, au moyen des charges mesurées, certaines relations numériques entre les paramètres caractéristiques de la matière étudiée.

Par exemple, dans l'essai par compression d'un prisme dont la hauteur est faible relativement aux dimensions de sa base, on constate à un certain instant que les faces latérales se détachent et tombent, alors que la partie restante continue à supporter des charges croissantes : si l'on connaît le mécanisme du premier phénomène assez exactement pour pouvoir dire qu'il se produit lorsque les constantes spécifiques de la matière sont liées par une formule connue à la charge correspondant à la chute des faces latérales, la détermination de cette charge fournit une relation entre ces constantes.

Pour pouvoir apprécier nettement les charges et, en particulier, la charge maximum supportée par l'éprouvette, on ne saurait compter sur les appareils où l'effort est produit par des poids appliqués au bout d'un levier; les appareils à colonne de mercure avec flotteur à ressort et les appareils à cadran avec aiguille à maximum donnent des indications d'une observation plus facile, mais souvent faussées par le frottement variable de l'index; au contraire, on doit recommander l'emploi des appareils enregistreurs, grâce auxquels on peut suivre les déformations correspondant aux diverses charges, et conserver un témoignage écrit des résultats observés.

Pour la plupart des essais dont il sera question dans ce qui suit, nous nous sommes servi de l'appareil enregistreur de MM. H. et L. Le Chatelier[1], mis à notre disposition par M. le commandant Devisme, chef du génie à Boulogne-sur-Mer. Nous ne saurions trop remercier cet officier de son obligeante autorisation, ni surtout M. E. Leduc, chef du laboratoire du génie, de l'extrême bonne grâce avec laquelle il s'est constamment prêté à nos expériences et a consacré une partie de son temps à nous assister lui-même pour les ruptures.

Si l'on a soin de ne pas tenir un compte trop absolu de l'échelle des ordonnées tracées d'avance sur les feuilles de l'enregistreur et de tarer de temps en temps l'appareil au moyen de crushers en cuivre, on peut mesurer exactement les pressions totales supportées par l'éprouvette à chaque instant.

Quant aux variations d'épaisseur, elles ne sont pas proportionnelles aux abscisses, qui comprennent, en outre, les déformations de l'appareil. Mais on peut éliminer ces dernières en traçant le diagramme de compression OX (fig. 3) d'un bloc métallique de section suffisante pour qu'il soit permis de négliger ses variations de hauteur sous les plus fortes charges pour lesquelles le dynamomètre est construit, et prenant pour abscisse correspondant à l'ordonnée a_1A_1 redressée de la courbe O_1A_1 fournie par une matière quelconque, une longueur proportionnelle à la différence $AA_1 - OO_1$. L'échelle des abscisses peut être déduite du pas de la vis de pression et du rapport des diamètres des gorges des deux poulies où s'enroule le fil de commande, ou encore déterminée directement par l'écrasement d'un crusher. Les courbes ainsi déduites des tracés fournis par l'appareil ne sont peut-être

1. Voir, pour la description de cet appareil : *Annales des mines*, septembre-octobre 1895, appendice IV.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pas d'une très grande précision (en particulier, il conviendrait que les gorges des poulies eussent une forme assurant un enroulement régulier du fil); en tout cas, elles indiquent suffisamment l'allure générale de la déformation des éprouvettes.

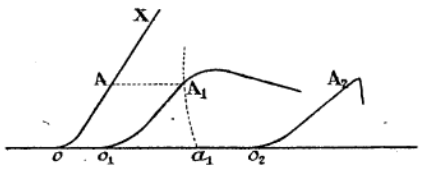


Fig. 3.

Les courbes O_1A_1 et O_2A_2 représentées par la figure 3 ont été obtenues dans des essais de compression sur blocs cubiques égaux; la première correspond à un mortier de ciment et sable (rupture progressive), la seconde à un bloc durci de plâtre gâché pur (rupture brusque).

21. Mesure de f, de α ou de γ. — Le coefficient de frottement f de la matière sur elle-même ne peut évidemment pas être mesuré directement.

Quant aux angles de rupture γ et α, qui sont des fonctions de ce seul coefficient, ils ne pourraient être mesurés que si les faces des pyramides de glissement étaient bien planes et régulières, ce qui n'a jamais lieu avec les matières qui nous occupent, si fin qu'en soit d'ailleurs le grain.

Encore la rupture ne se produit-elle rigoureusement sous ces angles que dans des cas spéciaux, comme celui qui a été examiné à l'article 4, et doit-elle s'amorcer sous des angles différents suivant les conditions de l'expérience.

Au contraire, on pourra calculer les valeurs des paramètres f, γ et α, si l'on connaît deux fonctions de T et de l'un d'eux, par exemple deux des résistances C, A et T.

Nous avons vu plus haut (art. 7) qu'avec les matériaux ductiles, la valeur de f pouvait être déduite de l'orientation des premières stries.

22. Essais par compression. — On a calculé à l'article 4 que, abstraction faite du frottement des plateaux, frottement qui doit d'ailleurs être le même pour des prismes de même base, la rupture théorique par compression d'un prisme suffisamment haut exigeait, pour que le glissement se produisît suivant un certain plan oblique, un effort par unité de surface $C = 2T\left(\sqrt{1+f^2}+f\right)$. En réalité, il n'y a pas de raison pour que le plan de glissement passe plutôt par une des arêtes de l'une des bases du prisme que par les autres, et on a nécessairement, quand la matière est bien homogène, le bloc bien régulier et l'effort bien centré, une déformation symétrique par rapport à l'axe parallèle à la direction de l'effort. C'est ce que montre la forme du double tronc de pyramide qui reste après la chute des faces latérales dans les essais ordinaires sur blocs cubiques.

Cherchons quel doit être, dans le cas de prismes relativement bas, l'effort nécessaire pour produire le glissement suivant les huit faces latérales des troncs de pyramide.

Considérons (fig. 4) un prisme à base carrée de côté a et de hauteur h et appelons γ' l'angle

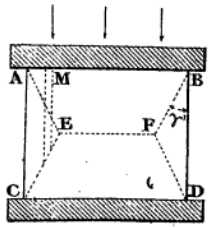


Fig. 4.

des plans de glissement avec la direction de l'effort et P la charge totale sous laquelle le glissement se produit.

Si l'on suppose que cette charge est uniformément répartie et se transmet également

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

en tous les points d'une section quelconque perpendiculaire à sa direction, une portion P_1 de cette charge, proportionnelle à l'aire du carré ayant pour côté EF, n'aura eu pour effet, à l'instant du décollement des faces latérales, que de diminuer la hauteur du bloc, tandis que l'autre portion P_2 pourra être considérée comme ayant produit ce décollement.

Considérons, sur la base AB du prisme, dans la partie extérieure à la projection du carré EF, un petit élément M de surface s. Le prisme élémentaire ayant cet élément pour base et parallèle à la direction de l'effort détache, sur les faces AE et EC des deux troncs de pyramide, deux surfaces symétriques ayant pour aires $\frac{s}{\sin\gamma'}$ et sur chacune desquelles agit une pression égale à $\frac{P}{a^2}s$. Les composantes normales et tangentielles aux faces des troncs de pyramide ont donc respectivement pour valeurs :

$$\frac{P}{a^2}s\sin\gamma' \qquad \text{et} \qquad \frac{P}{a^2}s\cos\gamma',$$

soit, par unité de surface des plans de glissement :

$$\frac{P}{a^2}\sin^2\gamma' \qquad \text{et} \qquad \frac{P}{a^2}\sin\gamma'\cos\gamma'$$

et la rupture doit se produire quand on a :

$$\frac{P}{a^2}\sin\gamma'(\cos\gamma' - f\sin\gamma') = T,$$

pour la valeur de γ' correspondant au minimum de P. On retrouve précisément la formule de l'article 4 et on en conclut que le décollement des faces doit, comme dans le cas des prismes hauts, se produire sous l'angle γ déjà défini, et pour la même valeur C de la pression ramenée à l'unité de surface de la base du prisme.

Ces calculs supposent une certaine répartition des efforts, qui est loin d'être démontrée.

D'autre part, pour qu'on pût les utiliser à la détermination de C, il faudrait que l'on sût apprécier exactement, dans les essais de compression sur prismes bas, la charge sous laquelle les faces latérales se détachent, charge inférieure à celle qui correspond à l'effondrement complet. Or, si l'on construit, comme il a été expliqué à la fin de l'article 20, la courbe de compression d'un pareil prisme, on n'y aperçoit aucun point correspondant bien nettement à un changement d'allure.

La figure 5 représente ainsi les courbes de compression de trois prismes carrés de 4 centi-

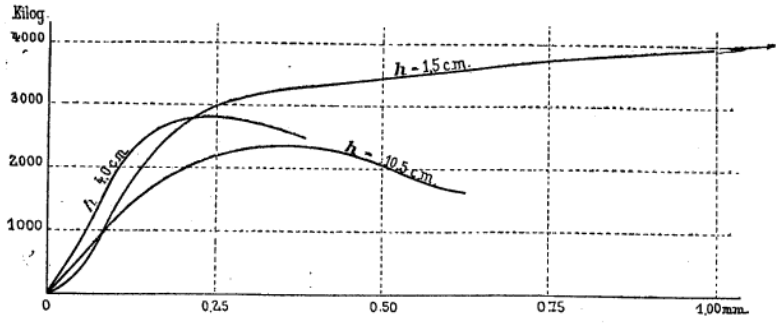


Fig. 5.

mètres de côté faits avec un même mortier et ayant respectivement pour hauteurs $10^{cm},5$, $4^{cm},0$ et $1^{cm},5$. Avec le dernier, on a pu augmenter indéfiniment la charge, après la chute des faces latérales, jusqu'à la limite de puissance de l'appareil (4000 kg.)[1].

1. On remarque que les pertes totales de hauteur des prismes sont loin d'être proportionnelles aux hauteurs initiales et finissent même par être plus fortes avec les prismes les plus bas. Il en résulte que, si l'on admettait que

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Au contraire, avec les prismes hauts, pour lesquels on a $\frac{h}{a} \geqslant \frac{1}{\operatorname{tang}\gamma}$, le carré EF s'annule, l'effondrement se produit dès que la pression corrigée du frottement des plateaux atteint la valeur C par unité de surface, et cette pression n'est autre que l'ordonnée du sommet de la courbe. L'expérience montre d'ailleurs que la charge de rupture conserve une valeur sensiblement constante pour des blocs de plus en plus hauts.

Les calculs et les raisonnements qui précèdent s'appliquent également au cas d'éprouvettes cylindriques, et l'expérience vérifie que, dès que leur hauteur dépasse une certaine limite, la charge de rupture ramenée à l'unité de surface est sensiblement la même qu'avec les prismes.

Le tableau ci-dessous en donne divers exemples et montre en même temps que l'écart entre les résistances de cubes et de prismes plus hauts est généralement assez faible. Toutefois, les expériences n'ont pas pu être faites dans des conditions de précision suffisantes pour permettre de déterminer avec quelque exactitude les rapports de ces résistances. En particulier, les nombres mis entre parenthèses présentent une certaine incertitude.

	RÉSISTANCES RAMENÉES A L'UNITÉ DE SURFACE (kg par cm²).							
	PRISMES CARRÉS DE 2 cm DE CÔTÉ.					CYLINDRES DE 3 cm DE DIAMÈTRE.		
HAUTEUR DES BLOCS : cm	2	4	6	8	10	3	6	9
Ciment portland pur (9 jours) . . .	(395)	(384)	(355)	(378)	(378)	457	373	378
Ciment rapide pur (6 jours)	126	104	107,5	103,5	104	117	115	»
Mortier 1 : 1 au sable fin (13 jours) .	121	115,5	112,5	111,5	111	104	107	117

En résumé, il semble que, si l'on arrivait à éliminer le frottement des plateaux, on pourrait mesurer exactement le paramètre C par des essais de compression sur des prismes ou des cylindres dont la hauteur dépasse le double du côté de la base ou du diamètre.

On reconnaît d'ailleurs que les charges de rupture par compression de mortiers de compositions différentes restent sensiblement proportionnelles entre elles quand on modifie la forme et les dimensions des blocs d'essai. Elles sont donc proportionnelles à C, et, en particulier, ce paramètre pourra être calculé en multipliant par un coefficient constant, mais encore inconnu, les résultats fournis par les essais ordinaires sur blocs cubiques [1].

23. Essais par cisaillement. — Il semble *a priori* que les essais par cisaillement doivent fournir une mesure directe de T. La difficulté est de les exécuter dans des conditions telles que l'on connaisse exactement la répartition des efforts dans la section de rupture. En réalité, cette répartition dépend du dispositif adopté pour l'essai et n'est jamais celle qui correspondrait au cas théorique. Aussi n'est-il pas étonnant que les essais exécutés suivant des méthodes différentes donnent des résultats discordants. On constate seulement que les charges totales de rupture restent sensiblement proportionnelles entre elles.

Les essais suivants ont été faits parallèlement sur 53 mortiers de même âge différant les uns des autres, soit par la nature du liant, soit par la grosseur du sable, soit par les proportions relatives de ces deux matières :

1° Des prismes à base carrée de 4 centimètres de côté ont été cisaillés transversalement

la contraction fût uniformément répartie sur toute la hauteur des prismes, on serait conduit à des coefficients d'élasticité initiaux d'autant plus faibles que les hauteurs seraient moindres. Il semble donc que les affaissements observés soient dus surtout à des écrasements locaux de la matière, soit aux environs des faces pressées, soit dans le plan de jonction des deux troncs de pyramide.

1. Connaissant le poids d'un volume connu de la matière essayée, nous avons essayé de peser ensemble un certain nombre des pyramides ou cônes détachés dans l'essai de compression sur prismes ou cylindres hauts et de déduire de là leur volume moyen et par suite l'angle de leurs faces avec la direction de l'effort. Nous n'avons jamais obtenu ainsi que des résultats irréguliers et inutilisables.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dans deux plans parallèles distants de 2 centimètres au moyen d'un appareil représenté en coupe par la figure 6 et tel que les arêtes rectilignes projetées en A,A′, B,B′ eussent, perpendiculairement au plan de la figure, une longueur un peu supérieure à 4 centimètres. La pièce CC′BB′, construite de manière à pénétrer à frottement doux dans le vide AA′, était, pendant l'essai, guidée de telle sorte que les arêtes B et B′ fussent toujours bien parallèles aux arêtes A et A′ et dans les mêmes plans verticaux.

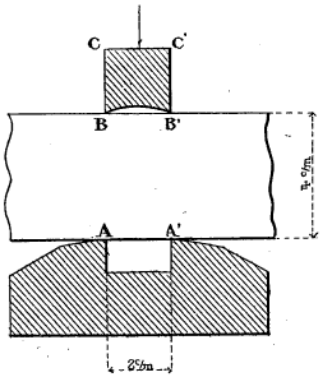


Fig. 6.

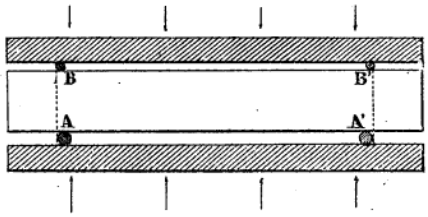


Fig. 7.

2° Des demi-briquettes provenant d'essais ordinaires par traction (épaisseur = 2^{cm},22) ont été cisaillées, suivant la surface d'un cylindre de 2^{cm},52 de diamètre, au moyen d'un appareil présentant en coupe la forme indiquée par la figure 6 (sauf que l'on avait BB′ = AA′ = 2^{cm},52 au lieu de 2 centimètres), et résultant de la rotation de cette figure autour de son axe vertical.

3° Des prismes à base carrée de 2 centimètres de côté ont été cisaillés entre des cylindres A,A′, B,B′ (fig. 7) ayant respectivement 1 et 2 millimètres de diamètre et tangents extérieurement à deux plans verticaux distants de 10 centimètres, de telle sorte que la distance horizontale des deux lignes de contact voisines sur les faces opposées du prisme était de 0^{mm},5.

En admettant que, dans les trois cas, les efforts totaux de rupture fussent proportionnels aux aires des surfaces cisaillées et aux valeurs de T, on calcule que ces dernières ont été, suivant le dispositif employé, à peu près proportionnelles aux trois nombres 91, 114 et 94 (moy. : 100).

Comme on ne connaît pas la répartition des efforts dans les sections de rupture, il est impossible pour le moment de déduire de ces essais la valeur absolue de T.

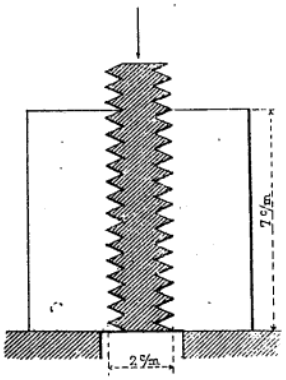


Fig. 8.

Nous avons fait quelques autres essais en cisaillant des mortiers suivant la surface d'un cylindre au moyen d'une vis à filet triangulaire logée dans le bloc lors du gâchage (fig. 8). Leur faible nombre ne nous permet pas encore de fixer un rapport entre la charge de rupture correspondante et celles des méthodes précédentes. Du reste, avec certaines

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

matières cassantes, telles que les ciments gâchés purs, il arrive souvent que le bloc se fend verticalement suivant des plans passant par l'axe de la vis, avant que l'on ait pu constater d'une manière bien nette un cisaillement suivant la surface du cylindre tangent.

Nous aurons, dans le chapitre suivant (art. 41), l'occasion de revenir sur le cisaillement et d'en étudier de plus près la théorie.

24. Essais par poinçonnage. — Soit un bloc présentant deux faces parallèles et subissant des pressions normales appliquées, les unes sur une portion limitée de l'une de ces faces, les autres sur la totalité de la face opposée ou sur une portion de cette face plus étendue que la portion pressée de la première. Nous dirons que le bloc est essayé par *poinçonnage*, et nous appellerons *poinçon* la pièce agissant sur la première face, par opposition avec la *plaque d'appui*, en contact avec la seconde.

Des expériences variées nous ont fait entrevoir les lois suivantes :

1° Quand l'épaisseur du bloc est plus grande qu'une certaine limite, dépendant des dimensions du poinçon, la rupture se produit par la formation d'un cône ou d'une pyramide ayant pour base le contour du poinçon, et par éclatement du reste du bloc suivant un ou plusieurs plans verticaux passant par le sommet de la pyramide, quelles que soient, d'ailleurs, la forme et les dimensions de la plaque d'appui.

2° Quand l'épaisseur du bloc est inférieure à la même limite, la pyramide ne peut pas se former complètement et est tronquée par la face du bloc opposée à sa base. Il arrive alors le plus souvent qu'une autre pyramide s'amorce en sens inverse, ayant pour base le contour de la plaque d'appui, et qu'il reste finalement, après rupture, un bloc constitué par la réunion des deux troncs de pyramide raccordés par leurs petites bases.

3° Avec les blocs hauts (cas de 1°), tant que les dimensions du bloc et celles du poinçon restent respectivement les mêmes, les efforts de rupture sont généralement très peu influencés par la forme et les dimensions de la plaque d'appui.

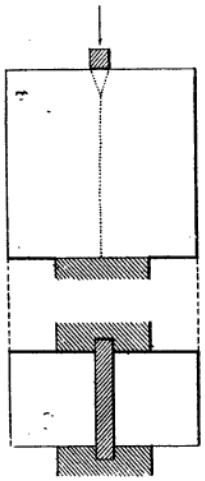


Fig. 9.

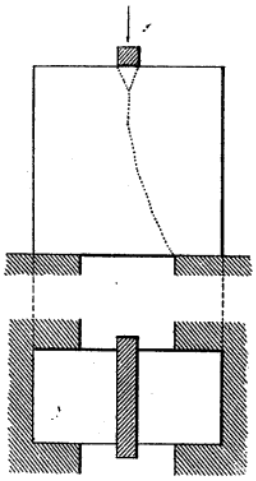


Fig. 10.

Voici, par exemple, des expériences où cette influence a été à peu près nulle :

Mortier contenant en poids une partie de ciment portland et deux parties de sable fin.

Essais après immersion de 28 jours.

Chaque charge de rupture est la moyenne de cinq ou six essais bien concordants.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

FORMES ET DIMENSIONS				CHARGES TOTALES DE RUPTURE (kg).
DES BLOCS.	DU POINÇON.	DE LA PLAQUE D'APPUI.		
Cubes de 7 cm de côté.	Cercle de $2^{cm},52$ de diam. (section $= 5\ cm^2$)	Cercle de $2^{cm},52$ de diam. (section $= 5\ cm^2$)		630
		Cercle de $4^{cm},37$ de diam. (section $= 15\ cm^2$).		647
Prismes carrés de 4 cm de côté et 8 cm de hauteur.	Cercle de $2^{cm},52$ de diamètre (section $= 5\ cm^2$)	Cercle de $2^{cm},52$ de diam. (section $= 5\ cm^2$)		528
		Cercle de 4 cm de diam. (section $= 12^{cm2},57$)		556
		Plaque indéfinie.		517
		Plaque indéfinie avec vide central de $2^{cm},52$ de diam.		520
Prismes de 8 cm de longueur, 4 cm de largeur, et 8 cm d'épaisseur.	Bande plane de longueur indéfinie et de $0^{cm},4$ de largeur, appliquée au milieu de la face supérieure du prisme, parallèlement à sa plus petite dimension.	bande plus large que le prisme.	pleine au milieu (fig. 9) sur une longueur de : $0^{cm},4$.	342
			4 cm.	352
			> 8 cm (indéfinie).	368
			vide au milieu (fig. 10) sur une longueur de : $0^{cm},4$.	338
			2 cm.	363[1]
			4 cm.	421[1]

1. Dans ces deux derniers cas, la surface de séparation du bloc, au lieu de présenter la forme normale indiquée en pointillé sur la figure 9, a souvent présenté la forme indiquée en pointillé sur la figure 10.

4° Quand, avec les blocs hauts, les dimensions latérales du bloc, ainsi que celles du poinçon et de la plaque d'appui, restent respectivement les mêmes, la charge de rupture semble croître proportionnellement à l'épaisseur du bloc.

Exemple : Même mortier que dans les expériences précédentes; prismes carrés de 7 centimètres de côté; poinçon = plaque d'appui = cercle de $2^{cm},52$ de diamètre (5 cm^2).

Épaisseur du prisme.	$h =$ cm	4	7	10
Charge de rupture { mesurée.	P = kg	501	630	753
Charge de rupture { calculée par la formule : $P' = 334 + 42\,h$.		502	628	754

Toutefois, avec certaines matières fragiles, comme les mortiers durcis de ciment pur, le coefficient de h semble s'annuler, de sorte que la charge de rupture devient à peu près indépendante de l'épaisseur. On en trouvera un exemple dans l'expérience citée ci-après en 6°.

5° Avec les blocs hauts, l'influence des dimensions horizontales du bloc sur la charge de rupture, toutes les autres conditions restant les mêmes, n'est pas bien nette.

Les résultats suivants ont été obtenus, dans les conditions de la figure 9, avec le mortier des essais cités en 3°. Les blocs étaient des prismes de 4 centimètres de largeur, 8 centimètres d'épaisseur et de longueurs différentes; le poinçon et la plaque d'appui étaient des bandes rectangulaires ayant respectivement 0,4 et 4 centimètres de largeur.

Longueur des prismes . . . . . cm	4	8	16
Charge de rupture. . . . . kg	265	352	315

Les essais suivants ont été faits, avec un mortier analogue, sur des prismes ayant respectivement les dimensions qui viennent d'être indiquées, mais posant toujours par la totalité de leur base sur une plaque d'appui indéfinie. On a pris successivement pour poinçons des bandes rectangulaires de largeurs différentes, ainsi qu'une tige cylindrique de $0^{cm},2$ de diamètre appliquée de la même manière que ces bandes :

Longueur des prismes : cm	4	8	16
Largeur de la bande servant de poinçon. { 0,78 cm.	746	935	965
0,40 —.	483	642	710
0,29 —.	474	548	592
0,20 —.	450	527	548
cylindre de 0,20 cm de diamètre. . . .	304	398	»

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dans ces expériences, la charge de rupture augmente nettement avec la longueur des prismes; toutefois les autres conditions ne sont pas tout à fait identiques, puisque les surfaces d'appui augmentent aussi.

6° Avec les blocs hauts, les dimensions du bloc et celles de la plaque d'appui restant constantes, la charge de rupture augmente en même temps que la surface du poinçon.

On en a un premier exemple dans l'expérience citée en dernier lieu, lorsqu'on compare, pour une même longueur des prismes, les charges de rupture obtenues avec des bandes rectangulaires de largeurs différentes.

L'expérience suivante montre une progression plus régulière, en même temps qu'elle confirme la proposition finale de 4°.

Ciment rapide gâché pur; essais après conservation de 6 jours à l'air humide; cylindres de 3 centimètres de diamètre (section $= 7^{cm^2},07$); plaque d'appui indéfinie; poinçons circulaires.

Dimensions du poinçon..	surface. . . . . cm²	1	2	3	4	5	7,07
	diamètre. . . . . cm	1,15	1,60	1,95	2,26	2,52	3,00
Charge totale de rupture	cyl. de 3 cm de hauteur.	312	420	515	602	680	811
	cyl. de 6 cm de hauteur.	308	431	532	583	676	826
	moyenne	310	426	523	593	678	818

Les nombres de la dernière colonne correspondent en réalité à des essais de compression sur cylindres hauts et donnent pour C, en négligeant le frottement des plateaux, la valeur 116.

7° Quand, avec des blocs hauts identiques et une même plaque d'appui, la surface du poinçon reste faible par rapport à l'aire de la section horizontale du bloc, la charge de rupture est à peu près indépendante de la forme du poinçon et augmente proportionnellement à sa surface.

Dans l'expérience suivante, on a opéré sur des prismes carrés de 11 centimètres de côté et 7 centimètres de hauteur (mortier 1 : 2 âgé de 5 mois), posant entièrement sur la plaque d'appui et attaqués, au centre de la face opposée, par des poinçons présentant les formes de triangles équilatéraux, de carrés, de cercles et d'anneaux circulaires à diamètre extérieur double du diamètre intérieur. Le tableau ci-dessous indique les charges de rupture obtenues (moyennes de 12 blocs) et celles qu'on calcule en admettant une même loi de proportionnalité avec des constantes légèrement différentes suivant la forme des poinçons.

FORME DU POINÇON.	CHARGES DE RUPTURE (P) MESURÉES. SURFACE DU POINÇON : S (cm²).			FORMULE ADOPTÉE :	CHARGES DE RUPTURE CALCULÉES. SURFACE DU POINÇON : S (cm²).			ÉCARTS DES CHARGES CALCULÉES AVEC LES CHARGES MESURÉES exprimés en centièmes de ces dernières.		
	S = 15	S = 30	S = 45	P =	S = 15	S = 30	S = 45	S = 15	S = 30	S = 45
Triangle équilatéral	4566	7023	8568	140S + 2519	4619	6719	8819	+ 1,2 %	— 4,3 %	+ 2,9 %
Carré.	4729	7039	8914	140S + 2694	4794	6894	8994	+ 1,4 %	— 2,0 %	+ 0,9 %
Cercle	4644	7248	9071	140S + 2788	4888	6988	9088	+ 5,3 %	— 3,6 %	+ 0,2 %
Couronne annulaire	5211	7481	9391	140S + 3161	5261	7361	9461	+ 1,0 %	— 1,6 %	+ 0,7 %

La moyenne des valeurs absolues des écarts entre les charges de rupture calculées et les charges mesurées directement, écarts exprimés en fonction de ces dernières ramenées à 100, est de 2,9; en adoptant pour toutes les formes de poinçons la formule unique $P = 140\,S + 2790$, on aurait obtenu la moyenne 3,7 %.

8° Avec les blocs bas (cas de 2°), la loi de variation de la charge de rupture en fonction des dimensions relatives du bloc, du poinçon et de la plaque d'appui, est plus complexe.

Il semble toutefois que la loi formulée en 7° continue à être vérifiée. (Les blocs essayés

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

aux poinçons de 45 centimètres carrés dans l'expérience précédente peuvent être considérés comme rentrant dans ce cas.)

En particulier, nous avons constaté, dans de nombreuses expériences faites sur des demi-briquettes provenant d'essais de rupture par traction (épaisseur = $2^{cm},22$; diamètre du cercle inscrit = environ $3^{cm},9$), que les charges de rupture croissaient proportionnellement aux sections des poinçons circulaires. Il est vrai qu'avec les plus petits poinçons, on se trouve dans le cas de blocs hauts.

Le tableau ci-dessous, extrait d'un tableau plus complet relatif à des expériences faites, dans des conditions identiques, sur douze mortiers de compositions différentes, essayés, sous forme de demi-briquettes, après immersion de treize mois, donne, comme exemples, les nombres relatifs à trois de ces mortiers.

COMPOSITION DU MORTIER EN POIDS.			PLAQUE D'APPUI INDÉFINIE.	CHARGES DE RUPTURE AVEC DIVERS POINÇONS CIRCULAIRES.					
CIMENT.	GROS SABLE.	SABLE FIN.	DIAMÈTRE DU POINÇON : cm SECTION DU POINÇON : S = cm².	1 0,78	1,5 1,77	2 3,14	2,5 4,91	3 7,07	3,5 9,62
1	1	0	Charge mesurée	1200	1792	2622	3689	5000	6317
			604 S + 725	1199	1792	2622	3690	4994	6536
			Écart 0/0	— 0,1	0,0	0,0	0,0	— 0,1	+ 3,4
2	3	3	Charge mesurée	472	644	967	1256	1661	2144
			189 S + 323	472	657	917	1251	1659	2142
			Écart 0/0	0,0	+ 2,0	— 5,2	— 0,4	— 0,1	— 0,1
1	0	3	Charge mesurée	300	450	572	750	1012	1184
			108 S + 230	315	421	569	760	993	1269
			Écart 0/0	+ 5,0	— 6,4	— 0,5	+ 1,3	— 1,9	+ 7,2

En résumé, il résulte des diverses observations qui précèdent que l'effort total de rupture par poinçonnage peut être décomposé en deux autres : le premier représente l'effort nécessaire pour détacher le cône ou la pyramide et est proportionnel à la valeur de C et à la section du poinçon; le second correspond à l'éclatement du reste du bloc : sa grandeur dépend principalement des dimensions relatives du poinçon et de la face pressée du bloc, parfois un peu de l'épaisseur de ce dernier, rarement des dimensions de la plaque d'appui.

Pour pouvoir déduire d'essais de ce genre des relations numériques entre les paramètres qui définissent la cohésion immédiate de la matière, il faudrait mieux connaître le mécanisme de ces phénomènes, surtout du second. Toutefois, si l'on néglige le frottement du poinçon et de la plaque d'appui contre le bloc, frottement qui doit encore exercer son influence, on peut tirer dès maintenant la valeur de C de séries d'essais faits, avec des poinçons de sections échelonnées, dans des conditions telles que la seconde partie de l'effort puisse être considérée comme constante. C'est ainsi que, de l'expérience citée en 7°, on déduit C = 140, alors que les essais directs par compression sur blocs cubiques ont donné, avec le même mortier, C′ = 153.

Quant aux forces qui interviennent quand, après s'être formé, le cône de matière ayant le poinçon pour base agit comme coin pour faire éclater le reste du bloc, elles dépendent évidemment des conditions de l'expérience, que l'on peut varier à l'infini.

Il semble que l'on puisse dès à présent distinguer deux catégories bien nettes d'essais, qu'on pourrait appeler essais par *poinçonnage proprement dit* et essais par *coupage* : dans les premiers, la face poinçonnée du bloc déborde le poinçon de toutes parts; dans les seconds, la plaque d'appui et le poinçon, prismatiques ou cylindriques, sont appliqués sur toute la largeur du bloc, de sorte que les efforts extérieurs sont répartis de la même manière dans tout plan perpendiculaire à cette dimension (fig. 9 et 10). On peut d'ailleurs, dans chacun de ces deux cas, distinguer les essais par *emboutissage*, dans lesquels la plaque d'appui présente

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

un évidement suffisant pour que la projection du poinçon parallèlement à la direction de l'effort y soit contenue tout entière.

Nous verrons plus loin (art. 42) comment on pourrait étudier la répartition des tensions intérieures dans les essais par coupage. Dans ceux par poinçonnage proprement dit, le cas le plus simple est celui d'éprouvettes cylindriques avec poinçon circulaire et plaque d'appui circulaire ou annulaire, les trois pièces et l'effort extérieur ayant même axe. Le problème serait du même genre que celui des éprouvettes tubulaires à pression intérieure, mais ne pourrait guère être résolu qu'avec l'aide d'hypothèses nécessairement contestables et dont la vérification exigerait de nouvelles expériences.

25. Poinçonnages accidentels. — Dans les essais par compression de certaines matières cassantes, on constate souvent, quand les faces pressées ne sont pas parfaitement planes, que le bloc se sépare, non suivant le classique double tronc de pyramide, mais suivant des plans plus ou moins nombreux parallèles à la direction de la compression. En même temps, la charge de rupture est plus faible.

On se rend compte facilement que chaque aspérité joue ici le rôle d'un poinçon, sous lequel se forme, dans la matière, un coin plus ou moins nettement accusé, qui fend verticalement le bloc avant que la pression ait pu, comme avec une matière plus tendre, se répartir d'une manière plus uniforme sur toute la surface pressée.

C'est un phénomène analogue qui se produit quand on cherche, comme l'a fait M. Föppl, à atténuer le frottement des plateaux par l'interposition d'une substance lubrifiante. Par un processus identique à celui que nous avons décrit à la fin de l'article 4, cette substance s'échappe latéralement à mesure que la pression augmente, mais son épaisseur finale est plus forte au milieu de la face pressée que sur les bords, de sorte qu'elle constitue une sorte de poinçon lenticulaire concentrant la pression dans la partie centrale de cette face et provoquant la rupture sous une charge totale moindre que si les efforts étaient uniformément répartis.

Cette manière de voir est confirmée par l'expérience suivante.

Des prismes à base carrée de 2 centimètres de côté et 6 centimètres de hauteur faits avec le mortier de ciment rapide pur figurant à la deuxième ligne du tableau de l'article 22, ont été essayés par compression dans les conditions ordinaires et se sont rompus sous un effort moyen de $107^{kg},5$ par centimètre carré. D'autres prismes identiques ont été essayés de même après qu'on eut lubrifié leurs bases au moyen d'une couche de paraffine d'environ un demi-millimètre d'épaisseur : la charge moyenne de rupture ramenée à l'unité de section n'a plus été que de 84 kilogrammes et, fait important, il s'est alors formé, au lieu de pyramides ayant pour bases carrées la totalité des faces pressées, des sortes de cônes dont les bases avaient un diamètre moindre que le côté de ces faces.

On trouve une autre confirmation de la même théorie dans les expériences mêmes de M. Föppl, par la forme concave prise sous pression par les bases lubrifiées de ses cylindres de cuivre. Ces expériences sur cylindres de cuivre à bases lubrifiées ou non n'en démontrent pas moins l'influence non négligeable du frottement, par ce fait que les diamètres au voisinage des bases ont augmenté plus pour les cylindres lubrifiés que pour les autres, alors qu'au contraire le bombement médian a été moindre.

Il est probable qu'il se produit encore un poinçonnage du même genre dans la rupture des maçonneries sous des efforts verticaux de compression, quand le mortier des joints a une résistance propre moindre que celle des briques ou des pierres. Le mortier des joints horizontaux s'échappe en partie et va, soit se loger dans les cavités qui peuvent rester, soit se joindre à celui des joints verticaux qu'il comprime, et il reste, sur les faces horizontales des briques, des bourrelets lenticulaires de mortier plus ou moins désagrégé qui les poinçonnent. Réciproquement, il se peut que les aspérités des briques poinçonnent en même temps le mortier et en facilitent ainsi la désagrégation.

26. Choix des essais. — En vue de chercher les méthodes les plus propres à faire connaître les valeurs des trois paramètres fondamentaux N, T et f qui définissent les diffé-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

rents modes de rupture d'une matière donnée, nous venons de passer en revue, dans ce chapitre, un nombre pour ainsi dire illimité d'essais variés. Il ne faudrait pas que, se méprenant sur notre but, on crût que nous considérons tant d'essais comme nécessaires et prétendons en préconiser l'usage courant. Au contraire, tant qu'il n'est pas démontré que plusieurs essais apprennent quelque chose de plus qu'un seul, il faut les supprimer et réduire au strict minimum le nombre des épreuves à recommander dans la pratique.

Partant de là, on ne voit guère, pour le moment, parmi les méthodes examinées ci-dessus, que l'essai de compression sur prismes ou cylindres hauts qui pourrait fournir, si l'on savait s'affranchir du frottement des plateaux, une relation numérique bien nette entre certains de ces paramètres. Quant aux autres essais, ou ils sont d'une exécution trop difficile, ou la répartition des efforts entrant en jeu à l'instant de la rupture y est mal connue, ou enfin il y intervient des influences accessoires, qui viennent en fausser les résultats.

Nous dirons plus : il semble résulter de ces essais eux-mêmes que tous donnent, du moins avec les mortiers, quels qu'en soient l'âge et la composition, des charges de rupture sensiblement proportionnelles entre elles, et par suite doivent conduire à une même relation entre les paramètres inconnus.

Nous avons dit plus haut (art. 22) que les différents modes d'essais de compression donnaient des résistances proportionnelles et qu'il en était de même (art. 23) des différents essais de cisaillement que nous avions étudiés. Nous avons montré d'autre part[1] que les charges de rupture par cisaillement étaient proportionnelles aux résistances par compression; nous n'en donnerons pas ici de nouveaux exemples. Enfin les différents essais de poinçonnage, coupage, emboutissage, dont il a été question à l'article 24, ont donné encore des charges de rupture à peu près proportionnelles entre elles en même temps qu'aux charges de rupture par compression et par cisaillement.

Par exemple, le diagramme de la figure 11 a pour coordonnées les charges totales de

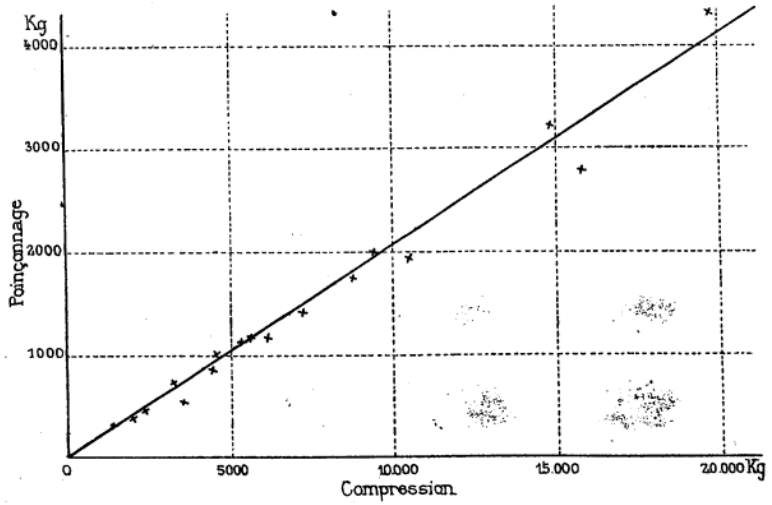


Fig. 11.

rupture obtenues, avec 17 mortiers différant soit par la proportion du ciment, soit par la grosseur du sable, d'une part dans l'essai par compression de briquettes préalablement rompues par traction et dont on avait rapproché les moitiés, d'autre part dans le poinçonnage, au moyen d'un poinçon circulaire de 5 centimètres carrés de section (plaque d'appui indéfinie), d'autres demi-briquettes pareilles. On voit que les points tombent tous dans le voisinage d'une ligne droite passant par l'origine des coordonnées[2].

1. *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale*, 1897, p. 1605, fig. 6.

2. On obtient un résultat analogue en comparant de la même manière les charges de rupture par compression et par poinçonnage citées par M. Siméon dans les quatre dernières lignes du tableau n° 4 de son rapport à la *Commission française des méthodes d'essai* (vol. IV, p. 201).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le tableau ci-dessous indique les nombres proportionnels trouvés, dans différents essais sur les 53 mortiers dont il a été déjà question à l'article 24, soit pour les charges totales de rupture, soit pour les quotients de ces charges par les aires des sections.

NATURE DES ESSAIS.	CONDITIONS D'EXÉCUTION.	NOMBRES PROPORTIONNELS AUX CHARGES DE RUPTURE	
		TOTALES.	PAR cm^2.
Compression	Cubes de 2 cm de côté	4	1
Cisaillement	Prismes de 4×4 cm. . . . Essais décrits art. 25, 1°	5,1	0,16
	Demi-briquettes de traction . — 2°	3,5	0,20
	Prismes de 2×2 cm. . . . — 3°	1,3	0,17
Poinçonnage proprement dit	Demi-briquettes de traction; poinçon circulaire de 5 cm^2; plaque d'appui indéfinie	10,0	2,00
Coupage	Poinçon : tige cylindrique de 2 mm de diamètre; plaque d'appui indéfinie. — Prismes de 4×4 cm; longueur = environ 4 cm.	3,2	0,20
	— Prismes de 2×2 cm; longueur = environ 3 cm.	1,2	0,30

S'il était possible d'atteindre dans les essais une précision suffisante pour qu'on pût considérer les charges de rupture par cisaillement et par poinçonnage comme rigoureusement proportionnelles à C, paramètre qui est lui-même indépendant de N et proportionnel à T et à une certaine fonction de f, toutes ces charges de rupture devraient être nécessairement : 1° proportionnelles à T; 2° proportionnelles à la même fonction de f, à moins que f n'eût une valeur constante pour tous les mortiers possibles; 3° indépendantes de N, à moins que N ne restât constamment proportionnel à T pour ces matières. Dès lors, il conviendrait de choisir, pour la détermination de C, celui de ces essais dont l'exécution présenterait le moins de chances d'erreurs, alors même que l'on ne saurait pas *a priori* comment les tensions s'y trouvent réparties, pourvu que, par des séries d'expériences préliminaires précises, on eût mesuré empiriquement une fois pour toutes le rapport de la charge de rupture correspondant à la valeur exacte de C déduite d'autres essais. Par exemple, on pourrait adopter un essai de poinçonnage, entre deux plaques circulaires de diamètres donnés, sur des blocs présentant deux faces bien parallèles, mais dont le contour latéral, de forme et de dimensions pourtant bien définies, pourrait, sans grand inconvénient, ne pas être très précis.

Il est probable qu'en réalité les charges de rupture correspondant aux divers genres d'essais ne doivent pas être rigoureusement proportionnelles. Par exemple, dans les essais de poinçonnage faits avec les deux premiers mortiers du tableau donné plus haut (art. 24, 8°), essais qui paraissent assez exacts dans leur ensemble, la proportionnalité des charges de rupture données par les formules pour une même valeur quelconque de S exigerait que l'on eût $\frac{604}{189} = \frac{725}{323}$, ce qui n'est pas, attendu que ces deux rapports valent respectivement 3,20 et 2,24. Toutefois, les écarts observés sont en général du même ordre de grandeur que les erreurs d'expérience possibles, et il ne semble pas que les essais de compression, de cisaillement et de poinçonnage, puissent, en l'état actuel, fournir avec quelque sécurité autre chose que des multiples de C.

Au contraire, dans les essais par traction et par flexion, les charges de rupture, proportionnelles entre elles[1], ne le sont pas à celles des essais du groupe compression-cisaillement-poinçonnage[2], de sorte qu'on pourra sans doute en tirer de nouvelles relations,

1. *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale*, 1897, p. 1597 et fig. 2, 3 et 4.

2. *Ibid.*, fig. 7. La même vérification est fournie par les essais sur les 53 mortiers déjà cités, ainsi que par un grand nombre d'autres essais qu'il serait trop long de relater dans cette note.
Pareille observation s'applique, d'ailleurs, à la plupart des expériences citées à l'appui des diverses propositions formulées dans ce chapitre, et qui ont été choisies comme exemples parmi plusieurs autres conduisant aux mêmes conclusions.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

nettement distinctes de la première, entre nos trois inconnues ou seulement certaines d'entre elles.

V

ESSAIS PAR FLEXION

27. Étude des allongements. — Contrairement à ce que nous avons fait jusqu'à présent, occupons-nous maintenant des déformations que subit le corps d'essai depuis le commencement de la mise en charge jusqu'à la rupture.

Considérons un prisme homogène rectangulaire dont la section transversale ait pour largeur b et pour épaisseur e, et supposons-le sollicité par des efforts bien définis tendant à le fléchir, de telle sorte que l'on connaisse exactement, à un instant quelconque du chargement, le moment fléchissant dans une section quelconque.

Supposons, en outre, qu'on sache mesurer avec précision, pendant toute la durée de l'essai, l'allongement par unité de longueur sur la face la plus tendue et la contraction sur la face la plus comprimée, aux intersections de ces faces avec la section transversale considérée.

Nous allons montrer que, si l'on arrive à déterminer ainsi la loi suivant laquelle l'allongement et la contraction élémentaires des faces extrêmes varient en fonction du moment fléchissant dans la section correspondante, on pourra en déduire rigoureusement la loi de déformation de la matière (art. 8, formule 5), ses résistances vraies N (ou A) et C, ainsi que diverses conclusions intéressantes sur la flexion des prismes, dans le cas le plus général où les allongements élastiques de la matière ne sont pas nécessairement proportionnels aux tensions correspondantes.

28. Calcul des tensions longitudinales maximum et minimum. — Reprenant les notations de l'article 8, appelons λ_0 (négatif) et λ_1 (positif) les allongements minimum et maximum correspondant au moment fléchissant M, allongements donnés par l'expérience, et R_0, R_1 les tensions inconnues correspondantes.

Soit (fig. 12) AB la projection, sur le plan moyen du prisme, de la section considérée, de telle sorte que la longueur AB mesure l'épaisseur e, le point A étant le plus comprimé et le point B le plus tendu. En vertu du principe de la conservation des sections planes, la section AB prend, sous le moment M, une nouvelle position projetée suivant la droite A′B′,

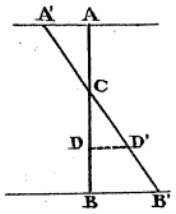


Fig. 12.

telle que la longueur AA′ soit en valeur absolue proportionnelle à λ_0 et BB′ à λ_1. Le point C est l'intersection de la ligne neutre par la section considérée et on a, entre l'allongement positif ou négatif $DD' = \lambda$ d'une fibre quelconque, la distance $AD = z$ de cette fibre à la face la plus comprimée et les autres longueurs de la figure, la relation :

$$\frac{AD}{AB} = \frac{A'A + DD'}{A'A + BB'}, \qquad \text{d'où} \qquad z = e\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_1 - \lambda_0} \qquad \text{et} \qquad dz = \frac{e\,d\lambda}{\lambda_1 - \lambda_0}.$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La largeur y étant maintenant constamment égale à b, les équations d'équilibre (7) et (8) deviennent :

$$\int_o^e R\,dz = o, \qquad b\int_o^e Rz\,dz = M,$$

c'est-à-dire, en remplaçant z et dz par les valeurs qui viennent d'être calculées :

$$\int_{\lambda_o}^{\lambda_1} R\,d\lambda = o, \qquad \frac{be^2}{(\lambda_1-\lambda_o)^2}\int_{\lambda_o}^{\lambda_1} R\,(\lambda-\lambda_o)\,d\lambda = M,$$

cette dernière pouvant être ramenée, en vertu de la précédente, à la forme :

$$\int_{\lambda_o}^{\lambda_1} R\lambda\,d\lambda = \frac{M}{be^2}(\lambda_1-\lambda_o)^2.$$

Posons $\int_o^\lambda R\,d\lambda = \mu$, $\int_o R\lambda\,d\lambda = \nu$; R étant une fonction de λ, μ et ν sont des fonctions bien définies de cette variable, et, si l'on appelle μ_o, ν_o, μ_1, ν_1, les valeurs que prennent ces fonctions pour $\lambda = \lambda_o$ et pour $\lambda = \lambda_1$, nos deux équations de condition peuvent s'écrire :

$$(7') \qquad \mu_1 - \mu_o = o, \qquad\qquad (8') \qquad \nu_1 - \nu_o = \frac{M}{be^2}(\lambda_1-\lambda_o)^2.$$

Quand on donne à M un accroissement quelconque, les accroissements correspondants de λ_o, λ_1, μ_o, μ_1, ν_o et ν_1 doivent être tels que les deux membres de chacune de ces équations continuent à être égaux entre eux; leurs différentielles doivent donc être égales, de sorte que l'on doit avoir :

$$(7'') \quad d\mu_1 - d\mu_o = o, \qquad (8'') \quad d\nu_1 - d\nu_o = \frac{dM}{be^2}(\lambda_1-\lambda_o)^2 + \frac{2M}{be^2}(\lambda_1-\lambda_o)(d\lambda_1 - d\lambda_o).$$

Or, en raison de la définition même des fonctions μ et ν, on a :

$$d\mu = R\,d\lambda, \qquad d\nu = R\lambda\,d\lambda;$$

on en déduit : $R_1 d\lambda_1 = R_o d\lambda_o$, par suite : $d\nu_1 - d\nu_o = (\lambda_1-\lambda_o)R_1 d\lambda_1 = (\lambda_1-\lambda_o)R_o d\lambda_o$, et enfin, en remplaçant $d\nu_1 - d\nu_o$ successivement par chacune de ces valeurs dans l'équation (8'') :

$$(12) \qquad \begin{cases} R_1 = \dfrac{1}{be^2}\left[(\lambda_1-\lambda_o)\dfrac{dM}{d\lambda_1} + 2M\left(1-\dfrac{d\lambda_o}{d\lambda_1}\right)\right], \\ R_o = \dfrac{1}{be^2}\left[(\lambda_1-\lambda_o)\dfrac{dM}{d\lambda_o} + 2M\left(\dfrac{d\lambda_1}{d\lambda_o}-1\right)\right]. \end{cases}$$

Ces deux équations déterminent R_1 et R_o en fonction des données et des résultats de l'expérience.

29. Solution graphique. — Prenons pour ordonnées, dans un système de coordonnées rectangulaires (fig. 13), les valeurs du rapport $\frac{M}{be^2}$, que désormais nous appellerons m par abréviation, et pour abscisses négatives et positives les valeurs de λ_o et de λ_1 correspondantes. En joignant par des traits continus les divers points déduits de l'expérience, nous formerons deux courbes OA_o, OA_1, qui vont nous permettre de construire graphiquement les valeurs de R_o et de R_1.

Par le point H correspondant à une valeur quelconque de m, menons à l'axe des abscisses une parallèle qui coupe les deux courbes en A_o et A_1, de telle sorte que l'on a $HA_o = -\lambda_o$, $HA_1 = \lambda_1$; menons en A_o et A_1 les tangentes aux deux courbes et projetons orthogonalement en I sur la droite A_oA_1 le point de rencontre B de ces tangentes.

L'équation qui donne R_1 peut s'écrire :

$$R_1 = \frac{dm}{d\lambda_1}\left[(\lambda_1-\lambda_o) + 2m\left(\frac{d\lambda_1}{dm}-\frac{d\lambda_o}{dm}\right)\right],$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ou, en comptant positivement de A_0 vers A_1 toutes les longueurs de la figure :

$$R_1 = \frac{BI}{IA_1}\left(A_0A_1 + 2OH\frac{A_0A_1}{BI}\right) = \frac{A_0A_1}{IA_1}(BI + 2.OH);$$

de même on a :

$$-R_0 = \frac{A_0A_1}{A_0I}(BI + 2.OH)$$

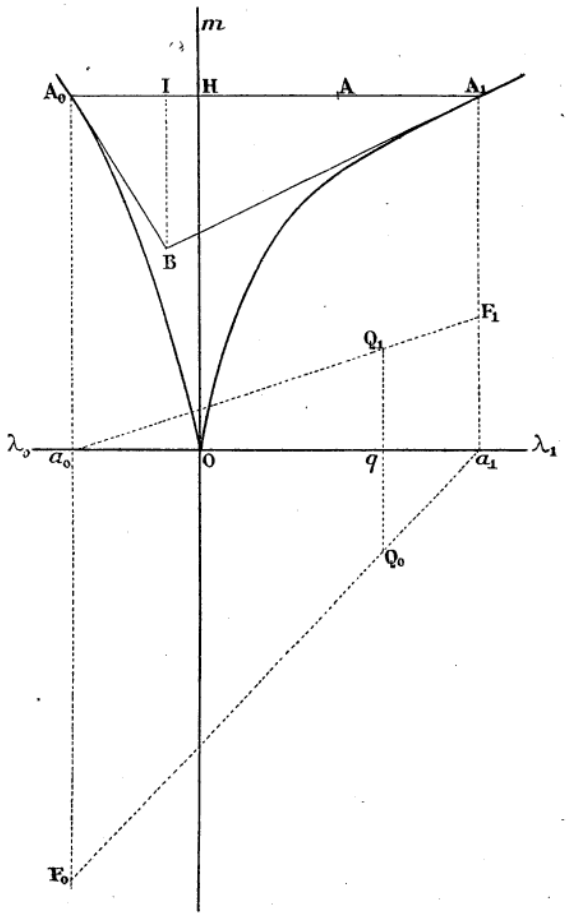


Fig. 13.

A partir du point q de l'axe des abscisses, tel que l'on ait $a_0q = IA_1$, portons de part et d'autre les ordonnées qQ_1 et qQ_0 proportionnelles à la somme $BI + 2 . OH$; traçons la droite a_0Q_1, qui coupe en F_1 l'ordonnée du point A_1, et la droite a_1Q_0 qui coupe en F_0 l'ordonnée du point A_0 : a_1F_1 et a_0F_0 seront proportionnels aux tensions R_1 et R_0.

30. Courbe de déformation. — Le lieu géométrique des points F_0 et F_1 déterminés ainsi pour toutes les horizontales telles que A_0A_1 indique la variation des tensions en fonction des allongements : c'est la *courbe de déformation* de la matière considérée.

Pour déterminer expérimentalement cette courbe, il convient d'opérer de telle sorte que le moment fléchissant soit le même sur une certaine longueur du prisme; les allongements et les contractions extrêmes sont alors les mêmes dans toutes les sections de cette région, et l'on a l'avantage de pouvoir faire porter les mesures sur les allongements totaux d'une tranche assez longue; en même temps l'effort tranchant est nul.

Ces conditions se trouvent réalisées dans l'appareil employé par M. Considère[1] pour

1. *Acad. des Sciences*, 12 décembre 1898. — *Génie civil*, 1899, p. 214.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'étude des prismes en ciment armé, et qui, sans doute, conviendrait parfaitement dans le cas qui nous occupe.

Le mode de détermination de la courbe de déformation, basé sur cette construction, présente sur les méthodes habituellement suivies jusqu'à présent, et qui consistent à mesurer les allongements et les contractions dans des essais directs par traction et par compression, les avantages suivants :

1° On a vu plus haut qu'en général, dans ces essais directs, les efforts développés aux différents points de la section transversale n'étaient pas les mêmes; on mesure donc en réalité, comme coordonnées des courbes à déterminer, une moyenne d'efforts et une moyenne d'allongements;

2° Dans la méthode par flexion qui vient d'être décrite, la branche positive et la branche négative de la courbe de déformation se déduisent simultanément d'un essai unique fait sur un même bloc de matière.

31. Étude des petites déformations. — On sait que, pour des valeurs de m assez faibles pour que les tensions restent proportionnelles aux allongements ($R = E\lambda$), les allongements des deux faces extrêmes d'un prisme rectangulaire sont égaux en valeur absolue. Aux environs du point O de la figure 13 on a donc $HA_1 = HA_0$ et les courbes OA_1 et OA_0 font, à l'origine, des angles égaux avec l'axe des m. Elles se confondent d'ailleurs avec leurs tangentes jusqu'à la limite où la proportionnalité cesse de pouvoir être considérée comme parfaite.

Les points B et I coïncident alors avec les points O et H et l'on a :

$$BI + 2.OH = 3.OH = 3m, \qquad \frac{A_0A_1}{IA_1} = 2, \qquad R_1 = 6.OH = \frac{6M}{be^2};$$

on retrouve la formule classique des traités de Résistance des Matériaux.

En remplaçant R_1 par $E\lambda_1$, la même formule donne $\frac{m}{\lambda_1} = \frac{E}{6}$: la tangente à l'origine à la courbe OA_1 a pour coefficient angulaire le sixième du coefficient d'élasticité.

Enfin, au voisinage du point O, les longueurs a_1F_1 et a_0F_0 sont égales et de signes contraires, de même que les longueurs Oa_1 et Oa_0; la branche positive et la branche négative de la courbe de déformation ont même tangente à l'origine : les coefficients d'élasticité initiaux par traction et par compression sont identiques.

C'est là un nouvel argument contre les essais de déformation par traction et par compression directes, car il est rare que, dans ces deux essais, on trouve, pour une même matière, des courbes se raccordant tangentiellement.

32. Détermination des principaux éléments de la flexion. — L'ensemble des deux courbes A_0OA_1 et F_0OF_1 qui viennent d'être construites, donne immédiatement les principaux éléments de la flexion dans une section transversale quelconque de tout prisme rectangulaire fait avec la matière correspondante.

Soit M le moment fléchissant dans la section considérée. A une distance $m = \frac{M}{be^2}$ de l'origine, menons, parallèlement à l'axe des abscisses, une droite qui rencontre la première courbe aux points A_0 et A_1. On a immédiatement :

$$\lambda_0 = HA_0, \qquad \lambda_1 = HA_1, \qquad R_0 = a_0F_0, \qquad R_1 = a_1F_1.$$

En se reportant à la figure 12, on reconnaît que la distance $AC = h$ de la ligne neutre, dans cette section, à la fibre la plus comprimée, est donnée par $\frac{h}{e} = \frac{-\lambda_0}{\lambda_1 - \lambda_0}$; on en déduit, sur la figure 13, $h = e\frac{A_0H}{A_0A_1}$. Cette valeur varie avec M : la ligne neutre a donc généralement une forme courbe et se déforme quand les efforts extérieurs varient.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'allongement positif ou négatif λ de la fibre située à une distance $AD = z$ (fig. 12) de la fibre la plus comprimée est mesuré par l'abscisse HA (fig. 13) du point A tel que $\frac{A_0A}{A_0A_1} = \frac{z}{e}$; quant à la tension de cette fibre dans la section considérée, elle est mesurée par l'ordonnée positive ou négative du point ayant pour abscisse HA sur la courbe F_0OF_1.

L'équation (6) (art. 8) donne, pour le rayon de courbure de la ligne neutre sous charge, la valeur $\frac{z-h}{\lambda}$; en remplaçant h par la valeur qui vient d'être trouvée et donnant à z et λ les valeurs correspondant à l'un des points A_0 ou A_1, on calcule que l'on a :

$$\rho = \frac{e}{\lambda_1 - \lambda_0} = \frac{e}{A_0A_1}.$$

Le rayon de courbure de la fibre la plus comprimée est d'ailleurs égal à $\rho - h$, c'est-à-dire à

$$e\frac{1+\lambda_0}{\lambda_1-\lambda_0} \quad \text{u} \quad e\frac{A_0H+1}{A_0A_1}.$$

Enfin on a, entre les deux tensions extrêmes, les relations :

$$\frac{R_1}{-R_0} = \frac{A_0I}{IA_1} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_0} = \frac{1}{BI + 2.OH}.$$

33. Conséquences diverses. — 1° Il résulte immédiatement des constructions qui précèdent que, dans des prismes rectangulaires de dimensions différentes, faits avec une même matière, l'allongement et la tension sur une fibre quelconque située à une fraction constante de l'épaisseur des prismes ne dépendent que du rapport $\frac{M}{be^2}$ et sont les mêmes tant que ce rapport conserve une même valeur. Dans toute section transversale où $\frac{M}{be^2}$ a une même valeur donnée, la répartition des allongements et des tensions est la même et la ligne neutre passe à une même fraction de l'épaisseur du prisme.

2° Dans une section quelconque de tous les prismes rectangulaires qu'on peut faire avec une même matière, il suffit de connaître l'allongement ou la tension sur une fibre d'ordonnée relative $\left(\frac{z}{e}\right)$ connue, pour que l'allongement et la tension sur toute autre fibre se trouvent définis par cela même. En particulier, à une même valeur de l'allongement λ_1 ou de la tension R_1 sur la fibre la plus tendue, correspondent toujours une même position relative $\left(\frac{h}{e}\right)$ du point d'intersection de la ligne neutre, et un même groupe de valeurs de l'allongement et de la tension positifs ou négatifs sur une fibre située à une fraction donnée de l'épaisseur du prisme, par exemple sur la fibre la plus comprimée.

3° Si les efforts tranchants sont nuls ou négligeables, de telle sorte que la rupture commence nécessairement sur la fibre la plus tendue quand la tension R_1 atteint, suivant que la relation (4) est vraie ou non, la limite A (art. 12) ou la limite N (art. 9), la rupture se produit, quelles que soient les dimensions du prisme, pour une valeur constante du quotient $\frac{M}{be^2}$.

Dès lors, il n'est pas étonnant que, dans les essais par flexion faits sur des matières imparfaitement élastiques, telles que les pierres et les mortiers, pourvu toutefois que les éprouvettes soient bien homogènes, les résistances que l'on calcule par la formule $R = 6\frac{M}{be^2}$ basée sur l'hypothèse de l'élasticité parfaite, soient indépendantes des dimensions des prismes. Pourtant, ces résistances sont fausses, et les vraies valeurs de λ_1 et de R_1 sont celles que l'on déduit des courbes qui viennent d'être définies, pour la valeur de m corres-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

pondant à la section où la rupture se produit sous une charge dont on connaît la grandeur et le mode de répartition.

34. Détermination de A ou de N. — Cette théorie donne immédiatement le moyen de mesurer, pour n'importe quelle matière, soit le paramètre A, soit le paramètre N, suivant que la théorie du frottement négatif et la relation $fN = T$ sont vraies ou fausses.

La grandeur inconnue n'est autre que l'ordonnée limite R_1 de la courbe de déformation F_0OF_1 déterminée à l'article 30, pour la valeur de m correspondant à la rupture d'un prisme rectangulaire quelconque.

En même temps, l'allongement de rupture est donné par la valeur de λ_1 correspondante.

35. Détermination de C. — On a vu à la fin de l'article 14 que, lorsqu'une poutre quelconque fatiguait par flexion sans efforts tranchants, on pouvait toujours donner à sa section une forme telle que la rupture s'amorçât sur la fibre la plus comprimée, c'est-à-dire telle que la compression atteignît sur cette fibre la valeur C, avant que la tension sur la fibre opposée eût atteint la valeur A (ou N).

Soit une section symétrique d'épaisseur e et dont la largeur y, égale à b sur la base la plus comprimée, croisse proportionnellement à une certaine puissance entière n du rapport $\frac{z}{e}$, de manière à être égale à $b(1+\beta)$ sur la base la plus tendue :

$$y = b\left[1+\beta\left(\frac{z}{e}\right)^n\right].$$

Si l'on continue à admettre le principe de la conservation des sections planes, les calculs basés sur la figure 12 sont encore applicables et l'on a :

$$\frac{z}{e} = \frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_1-\lambda_0}, \qquad dz = \frac{e\,d\lambda}{\lambda_1-\lambda_0}, \qquad y = b\left[1+\beta\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_1-\lambda_0}\right)^n\right].$$

L'équation (7), qui exprime l'équilibre des tensions intérieures agissant sur la section considérée, peut alors s'écrire :

$$\int_0^e \mathrm{R}y\,dz = \frac{be}{\lambda_1-\lambda_0}\int_{\lambda_0}^{\lambda_1}\left[1+\beta\left(\frac{\lambda-\lambda_1}{\lambda_0-\lambda_1}\right)^n\right]\mathrm{R}\,d\lambda = o.$$

Développons le polynôme entre crochets et appelons $p_0, p_1, \ldots, p_n$ les coefficients des puissances successives de λ, coefficients qui sont des fonctions connues de β, n, λ_0 et λ_1. L'équation devient :

$$p_0\int_{\lambda_0}^{\lambda_1}\mathrm{R}\,d\lambda + p_1\int_{\lambda_0}^{\lambda_1}\mathrm{R}\lambda\,d\lambda + \ldots + p_n\int_{\lambda_0}^{\lambda_1}\mathrm{R}\lambda^n\,d\lambda = o.$$

De la courbe de déformation de la matière, déterminée comme on l'a vu plus haut (art. 30), on peut déduire graphiquement les courbes ayant pour abscisses λ et pour ordonnées :

$$\mu = \int_0^\lambda \mathrm{R}\,d\lambda, \qquad \nu = \int_0^\lambda \mathrm{R}\lambda\,d\lambda, \quad \ldots \quad \eta = \int_0^\lambda \mathrm{R}\lambda^n\,d\lambda, \qquad \theta = \int_0^\lambda \mathrm{R}\lambda^{n+1}\,d\lambda,$$

et, par suite, les valeurs de chacune des variables pour des valeurs données quelconques de λ_0 et de λ_1.

Dès lors, l'équation d'équilibre peut s'écrire :

$$p_0(\mu_1-\mu_0) + p_1(\nu_1-\nu_0) + \ldots + p_n(\eta_1-\eta_0) = o,$$

et définit la valeur de λ_0 correspondant, pour la poutre en question, à une valeur quelconque de λ_1.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

L'équation (8), qui exprime l'égalité des moments dans la section considérée, peut de même s'écrire :

$$\int_0^e \mathrm{R}\,y z\,dz = \frac{be^2}{(\lambda_1-\lambda_0)^2}\int_{\lambda_0}^{\lambda_1}\left[1+\beta\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_1-\lambda_0}\right)^n\right](\lambda-\lambda_0)\,\mathrm{R}\,d\lambda = \mathrm{M},$$

ou, en appelant encore m le quotient $\frac{\mathrm{M}}{be^2}$ et désignant par $q_0, q_1, \ldots, q_n, q_{n+1}$ de nouvelles fonctions connues de β, n, λ_0 et λ_1 :

$$q_0(\mu_1-\mu_0)+q_1(\nu_1-\nu_0)+\ \ldots\ +q_n(\eta_1-\eta_0)+q_{n+1}(\theta_1-\theta_0) = (\lambda_1-\lambda_0)^2 m.$$

Cette équation définit la valeur de m correspondant à chaque groupe de valeurs conjuguées de λ_1 et de λ_0. Pour tout système donné de valeurs de β et de n, on peut donc tracer une courbe analogue à la courbe A_0OA_1 de la figure 13, et après avoir déterminé expérimentalement le moment de rupture m, en déduire les valeurs correspondantes de λ_0 et de λ_1, puis, au moyen de la courbe F_0OF_1, celles de R_0 et de R_1. Si cette dernière diffère de celle qu'on a appris à mesurer à l'article précédent, la rupture se sera produite par la fibre la plus comprimée et la valeur absolue trouvée pour R_0 ne sera autre que C.

Une première difficulté de cette méthode est d'ordre purement géométrique et consiste à déduire graphiquement de l'équation des tensions la valeur de λ_0 correspondant à une valeur quelconque de λ_1.

En second lieu, pour que la rupture se produise par compression, il est nécessaire que le centre de gravité de la section soit très voisin de la face tendue, ce qui exige un accroissement rapide de y en fonction de z; il est alors à craindre que la transmission des tensions ne s'effectue pas également sur toutes les fibres correspondant à une même valeur de z, et que le principe de la conservation des sections planes cesse d'être applicable [1].

Enfin la courbe de déformation déduite d'essais sur prisme rectangulaire (art. 30) n'est pas complète : il lui manque la partie de la branche négative correspondant aux valeurs absolues de R_0 supérieures à celle qui, dans les prismes rectangulaires, est conjuguée de $R_1 = A$ (ou N), et dont on a justement besoin dans le cas actuel. Il faudrait donc que cette courbe fût déterminée sur le prisme à section non rectangulaire lui-même, ce qui n'offre guère plus de difficultés matérielles que les opérations sur prisme rectangulaire, mais exige la résolution d'un problème de géométrie inverse de celui qui vient d'être posé et sans doute non moins difficile.

Il serait intéressant d'appliquer successivement les deux méthodes à une même matière : le plus ou moins de concordance entre les deux courbes de déformation obtenues montrerait dans quelle mesure la seconde objection posée ci-dessus est exacte.

36. Répartition de l'effort tranchant. — Revenons au cas général où, dans un prisme rectangulaire, le moment fléchissant varie d'une section à l'autre. Comme la largeur du prisme est la même sur toute son épaisseur, l'équation (9) (art. 8) peut s'écrire :

$$\frac{d\mathrm{S}}{dz} = -\mathrm{A}\frac{d\mathrm{R}}{d\mathrm{M}},$$

$\frac{d\mathrm{S}}{dz}$ correspondant à la variation de S pour des points situés dans une même section transversale et $\frac{d\mathrm{R}}{d\mathrm{M}}$ à celle de R le long d'une même fibre.

Or, dans une même section, λ_0 et λ_1 sont des constantes et l'on a (art. 28) : $dz = \frac{ed\lambda}{\lambda_1-\lambda_0}$.

On en déduit, en substituant la variable m à la variable $\mathrm{M} = be^2 m$ et appelant a le

1. Tel serait presque certainement le cas avec une poutre à profil en ⊥, pour laquelle le problème géométrique serait relativement simple.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

quotient $\frac{A}{be}$, c'est-à-dire l'effort tranchant moyen par unité de surface de la section considérée :

$$\frac{dS}{d\lambda} = -\frac{a}{\lambda_1 - \lambda_0}\frac{dR}{dm}.$$

D'autre part, on a :

$$\frac{dR}{dm} = \frac{dR}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dm},$$

étant entendu que la variation de λ doit être telle que z reste constant.

En vertu de la relation $z = e\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_1 - \lambda_0}$, cette condition équivaut à :

$$(\lambda_1 - \lambda_0)\left(\frac{d\lambda}{dm} - \frac{d\lambda_0}{dm}\right) - (\lambda - \lambda_0)\left(\frac{d\lambda_1}{dm} - \frac{d\lambda_0}{dm}\right) = 0;$$

on en tire :

$$\frac{d\lambda}{dm} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_0}\left[\lambda\left(\frac{d\lambda_1}{dm} - \frac{d\lambda_0}{dm}\right) - \lambda_0\frac{d\lambda_1}{dm} + \lambda_1\frac{d\lambda_0}{dm}\right]$$

et par suite :

$$\frac{dS}{d\lambda} = -\frac{a}{(\lambda_1 - \lambda_0)^2}\left[\lambda\left(\frac{d\lambda_1}{dm} - \frac{d\lambda_0}{dm}\right) - \lambda_0\frac{d\lambda_1}{dm} + \lambda_1\frac{d\lambda_0}{dm}\right]\frac{dR}{d\lambda}. \qquad (13)$$

Soit, sur la figure 13 qui nous a déjà servi, A le point correspondant à la fibre d'ordonnée z dans la section considérée, point défini par la relation $\frac{A_0A}{A_0A_1} = \frac{z}{e}$ et tel que HA mesure l'allongement correspondant λ. Toutes les longueurs de la figure étant comptées positivement de A_0 vers A_1, le polynôme entre crochets dans le second membre de l'équation (13) a pour valeur :

$$\frac{1}{BI}(HA \cdot A_0A_1 + A_0H \cdot IA_1 - HA_1 \cdot A_0I),$$

ou, après remplacement de A_0H et de HA_1 par $A_0I + IH$ et $IA_1 - IH$ et réductions :

$$\frac{A_0A_1 \cdot IA}{BI},$$

et l'on a finalement, en appelant $\frac{\sigma}{2}$ l'aire du triangle A_0A_1B :

$$\frac{dS}{d\lambda} = -\frac{a}{\sigma}IA\frac{dR}{d\lambda}.$$

Soit, sur la courbe F_0OF_1 (fig. 14)[1], qui donne les valeurs de R en fonction de λ, J le point ayant même abscisse que I.

La valeur de S devant être nulle sur la fibre la plus comprimée (effort de glissement longitudinal nul sur les faces libres du prisme), on a, dans la section transversale considérée :

$$S = -\frac{a}{\sigma}\int_{\lambda_0}^{\lambda} IA\,dR = \frac{a}{\sigma}(\text{Aire } F_0j_0J - \text{Aire } Jj\,F),$$

égalité qui définit la valeur de S au point considéré.

On peut préparer d'avance le diagramme relatif à une matière donnée, de manière qu'il fournisse immédiatement, sans mesures de surfaces, la valeur de S correspondant, dans un prisme rectangulaire quelconque, à un système quelconque de valeurs de a, m et z. En

1. Les figures 13 et 14 ont été tracées aussi exactement que possible en partant, pour F_0OF_1, de la courbe de déformation d'un mortier trouvée par M. Considère (*Génie civil*, 1899, p. 250). Dans le cas choisi, on a :

$m = 7$, $R_0 = -68$, $R_1 = 20{,}9$ } kg par cm²

$\lambda_0 = -0{,}256$ mm par m. $= -256.10^{-6}$

$\lambda_1 = 0{,}550$ — $= 550.10^{-6}$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

appelant λ' la longueur positive ou négative HI, fonction, comme σ, de la seule variable m[1], on a :

$$S = -\frac{a}{\sigma}\int_{\lambda_0}^{\lambda}(\lambda-\lambda')\,dR = \frac{a}{\sigma}\left[\int_{o}^{\lambda_0}\lambda\,dR - \int_{o}^{\lambda}\lambda\,dR + \lambda'(R-R_0)\right].$$

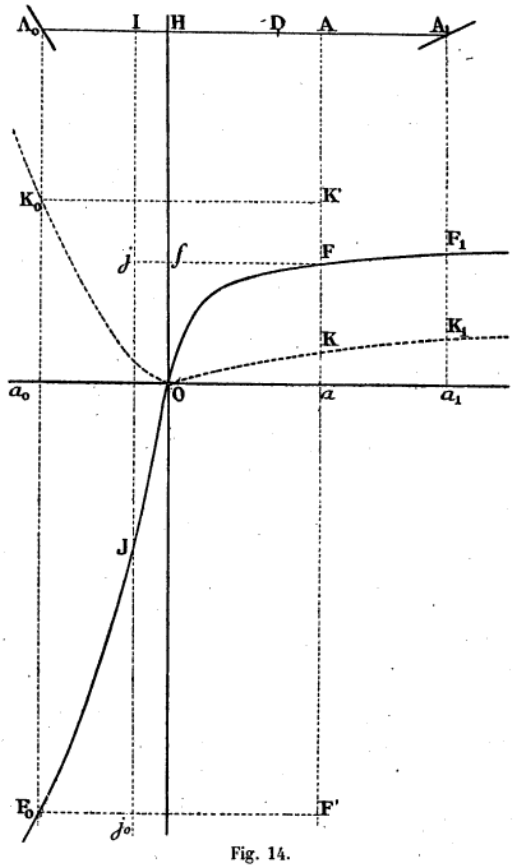


Fig. 14.

Si donc on trace d'avance : 1° la courbe OI, lieu du point I pour toutes les valeurs de m; 2° la courbe OD, lieu d'un point D tel que HD soit proportionnel à σ; 3° la courbe K_0OK_1, lieu du point K dont l'ordonnée aK est proportionnelle à l'aire du triangle curviligne OfF, la construction est la suivante :

Par le point H, tel que $OH = m$, mener à l'axe des abscisses une parallèle qui rencontre en A_0 et A_1 les courbes fournies directement par l'expérience et en I et D les courbes qui viennent d'être définies; sur cette droite, marquer le point A tel que $\frac{A_0A}{A_0A_1} = \frac{z}{e}$; projeter les points A_0 et A en F_0, K_0, F, K, sur les courbes OF et OK, puis les points F_0 et K_0 en F' et K' sur l'ordonnée du point A.

On a immédiatement : $S = \frac{a}{HD}(KK' + HI.F'F)$, les longueurs KK' et HI devant être comptées positivement ou négativement suivant que le point K' est au-dessus ou au-dessous du point K et le point I à droite ou à gauche du point H.

37. Conséquences. — 1° En tenant compte des relations (7') et (8') (art. 28), on vérifie que l'on a bien $S_1 = o$ et $\int_o^e b\,Sdz = A$.

1. On vérifie facilement que l'on a : $\lambda' = \frac{R_1\lambda_1 - R_0\lambda_0}{R_1 - R_0}$.

De même, on a :

$$BI = -\frac{R_0R_1}{R_1 - R_0} - 2m, \quad \text{et par suite :} \quad \sigma = (\lambda_1 - \lambda_0)\left(-\frac{R_0R_1}{R_1 - R_0} - 2m\right).$$

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° Dans une section donnée, la valeur du rapport $\frac{S}{a}$ à une fraction donnée $\frac{z}{e}$ de l'épaisseur du prisme est une fonction de la seule variable m. Dans toute section rectangulaire où m a une même valeur, la répartition des valeurs de $\frac{S}{a}$ suivant l'épaisseur du prisme est la même.

Dans diverses sections où m a une même valeur et où a diffère, les valeurs de S à une même fraction de l'épaisseur du prisme sont proportionnelles à celles de a.

3° Dans une même section, la composante de l'effort tranchant, nulle sur les deux faces extrêmes, passe par son maximum quand on a $\frac{dS}{d\lambda} = o$, c'est-à-dire, quelle que soit la valeur de a, sur la fibre correspondant au point I. La valeur de ce maximum est égale à

$$\frac{a}{\sigma} \text{Aire } F_o j_o J.$$

4° En appelant i l'ordonnée de la fibre où S atteint sa valeur maximum, on a :

$$\frac{i}{e-i} = \frac{-d\lambda_o}{d\lambda_1} = \frac{R_1}{-R_o}.$$

Alors que le point d'intersection de la ligne neutre, qui correspond au point H, est la projection de l'axe autour duquel il faudrait faire tourner la section pour la ramener d'un seul coup à sa position initiale, le point pour lequel la composante de l'effort tranchant passe par son maximum est la projection de l'axe instantané de rotation de la section pour une variation infiniment petite de m. On remarque que les moments des deux tensions extrêmes R_o et R_1 par rapport à ce point sont égaux.

5° Pour que, pour une valeur donnée de m, les points I et H coïncident, il faut que les deux tangentes en A_o et A_1 se coupent sur l'axe des ordonnées, c'est-à-dire que l'on ait :

$$\frac{d\lambda_1}{d\lambda_o} = \frac{\lambda_1}{\lambda_o} = \frac{R_o}{R_1}, \qquad \text{d'où (fig. 14) :} \qquad a_1 K_1 = a_o K_o.$$

Pour qu'une matière soit telle que cette coïncidence ait lieu pour toute valeur de m, il faut et il suffit que sa courbe de déformation ait ses deux branches symétriques par rapport à l'origine; les allongements et les tensions sont alors toujours symétriques, au signe près, par rapport au centre de figure de chaque section. Tel est le cas avec les matières pour lesquelles les allongements sont constamment proportionnels aux tensions.

38. Tensions autour d'un point quelconque. — Sachant maintenant déterminer les valeurs de R et de S en un point quelconque, on peut tracer sur l'épure du prisme en élévation deux séries de lignes de niveau correspondant aux points où, sous une charge donnée, ces deux forces ont respectivement des grandeurs constantes.

Partant de là, les formules (10) (art. 8) permettent de calculer en tout point les composantes normale et tangentielle de l'action exercée sur un élément plan infiniment petit d'orientation quelconque.

39. Détermination d'une relation nécessaire entre les deux paramètres f et T. — Si l'on connaît le coefficient de frottement f de la matière sur elle-même (et l'on peut, dans une première approximation, lui donner la valeur 3/4), on sait calculer en chaque point du prisme la valeur de la somme algébrique

$$\sqrt{\left(\frac{R^2}{4} + S^2\right)(1+f^2)} + f\frac{R}{2}$$

et l'on peut tracer sur l'épure les lieux des points où, sous la charge de rupture, cette valeur

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

est mesurée par des nombres équidistants. On en déduit le point où elle atteint son maximum, qui, dès lors, mesure la cohésion tangentielle T (art. 13).

Si l'on ne connaît pas f, on peut lui donner *a priori* une série de valeurs échelonnées et calculer comme il vient d'être indiqué les valeurs correspondantes de T. La courbe ayant pour coordonnées les groupes de valeurs corrélatives de f et de T fournit une relation graphique entre ces deux paramètres, et, si un essai d'une autre nature, par exemple un essai par compression, a fourni une autre relation, les coordonnées du point d'intersection des deux courbes mesurent les deux grandeurs cherchées.

Les opérations sont très simplifiées quand, par suite d'un choix judicieux du mode de répartition de la charge, on sait exactement dans quelle section la rupture doit s'amorcer. Connaissant les valeurs de a et de m dans cette section à l'instant de la rupture, on peut alors tracer la courbe MM′ de la figure 2 (art. 14), courbe qui se déduit immédiatement de la figure 14[1]. Il est ensuite facile de déterminer graphiquement, pour chaque valeur de f, la valeur de T pour laquelle l'ellipse ABA′ est tangente à la courbe MM′.

Quand on connaît exactement le point où la rupture s'est amorcée, on a immédiatement une relation algébrique entre f et T.

Dans aucun de ces cas il n'est d'ailleurs nécessaire que la mesure des allongements des faces extrêmes du prisme ait été effectuée au cours des essais correspondants, ce qui serait presque toujours difficile à réaliser pratiquement dans de bonnes conditions, étant donné la variation progressive de m et, par suite, des allongements maximum; il suffit qu'on ait procédé préalablement à cette opération sur un prisme de même matière chargé sans efforts tranchants (art. 30), de manière à en déduire une fois pour toutes la courbe de déformation de la matière employée.

40. Répartition de l'effort tranchant dans les sections où le moment fléchissant est faible. — Supposons la valeur de m assez faible pour que les courbes OA_0 et OA_1 puissent être assimilées à leurs tangentes à l'origine, droites dont les coefficients angulaires sont $\pm\frac{E}{6}$ (art. 31). Les points H et I tombent au milieu de A_0A_1, et l'on a :

$$-\lambda_0=\lambda_1=\frac{6m}{E};\qquad -R_0=R_1=6m;\qquad \frac{\sigma}{2}=m\times\frac{6m}{E},\quad \text{d'où}\quad \sigma=\frac{12m^2}{E};$$

$$\text{Aire } F_0j_0J=\frac{1}{2}\lambda_0R_0=\frac{18m^2}{E}.$$

On en conclut que la plus grande valeur de la composante de l'effort tranchant a lieu au milieu de l'épaisseur du prisme et est égale à $\frac{3}{2}a$, quelle que soit d'ailleurs la valeur de a. C'est bien la formule connue du cas de l'élasticité parfaite.

41. Application aux essais ordinaires de cisaillement. — Soit (fig. 15) un prisme rectangulaire posant sur deux couteaux parallèles A et A′ situés dans un même plan horizontal,

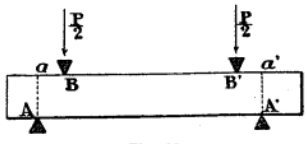


Fig. 15.

et chargé de deux poids égaux $\frac{P}{2}$ par l'intermédiaire de deux autres couteaux B et B′, agissant à l'intérieur et à égales distances $aB=a'B'=d$ des deux premiers.

1. La courbe MM′ de la figure 2 a été réellement déduite par cette méthode, en admettant $m=7$ et $a=12$ (kg par cm²), de la même courbe de M. Considère que les figures 13 et 14.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Nul dans la section Aa, le moment fléchissant dans les sections voisines croît, proportionnellement à la distance de ces sections à la première, jusqu'en B, où il atteint la valeur $\frac{Pd}{2}$. Il reste ensuite constant dans tout l'intervalle BB′, puis repasse, en sens inverse, par les mêmes valeurs, de B′ en A′. Quant à l'effort tranchant, il est constamment égal à $\frac{P}{2}$ de A en B et de B′ en A′, et nul de B en B′.

Si l'on fait en sorte que la distance d soit très petite, on réalise un essai de cisaillement portant symétriquement sur deux sections du prisme (voir l'appareil représenté par la figure 6); le moment fléchissant dans la section de rupture est très faible, et, P désignant l'effort total de rupture, on a, en vertu de l'article précédent, *quelle que soit la loi de déformation de la matière* :

$$T = \frac{3}{2}a = \frac{3}{4}\frac{P}{be}.$$

Cet essai devrait donc donner immédiatement la valeur de T.

Nous avons déjà montré plus haut (art. 23) l'influence du dispositif employé pour les essais de cisaillement. Mais, même quand on tâche de se rapprocher le plus possible de la disposition de la figure 15, et quand, avec un même appareil, on fait varier très légèrement certaines conditions de l'essai, l'expérience montre que les valeurs de T qu'on déduit de la formule ci-dessus pour une même matière peuvent être très différentes.

Cela tient à ce qu'il faut tenir compte du frottement des couteaux, de leur pénétration et, dès lors, de leur forme, et surtout des modifications profondes qu'éprouve la matière au voisinage de leurs lignes de contact, où la pression est répartie sur une surface très exiguë.

Les deux groupes d'expériences suivants en donnent des exemples.

1° Si la formule était applicable, les efforts P nécessaires pour rompre des prismes d'une même matière devraient, toutes choses égales d'ailleurs, être proportionnels aux épaisseurs e des prismes. Les essais relatés par le tableau ci-dessous ont été faits, au moyen de l'appareil représenté par la figure 6, sur des prismes de mortier de même largeur ($b = 4^{cm}$) et d'épaisseurs différentes. Les mortiers, faits avec un même ciment portland, ont été gâchés à consistance plastique et conservés 7 semaines dans l'eau douce avant l'essai. Chaque valeur de T est la moyenne de huit essais généralement bien concordants.

COMPOSITION DES MORTIERS.		RÉSISTANCES A LA TRACTION (kg par cm²) DÉTERMINÉES PAR LE PROCÉDÉ ORDINAIRE (appareil à leviers).	VALEURS CALCULÉES DE T (kg par cm²) POUR $e =$			
NATURE DU SABLE.	POIDS DE SABLE POUR 1 DE CIMENT.		1 cm.	2 cm.	3 cm.	4 cm.
Sable fin. . . .	4	7,1	—	12,7	11,8	7,9
	2	14,0	37,8	24,4	25,3	17,7
Gros sable. . .	4	21,7	73,0	48,0	47,0	37,6
	2	29,2	97,4	75,5	64,1	55,4
Ciment gâché pur		35,0	66,4	79,0	72,3	57,2

Dans l'essai suivant, les couteaux A et A′ (fig. 15) avaient des arêtes mousses terminées par des arrondis d'environ 1 millimètre et demi de diamètre; les couteaux B et B′ étaient remplacés par des cylindres de 5 millimètres de diamètre; la longueur AA′ était de 10 centimètres et la distance horizontale aB des lignes de contact était de 3 millimètres. Les prismes avaient 2 centimètres de largeur; ils étaient formés d'un mortier contenant en poids 1 partie de ciment rapide et 2 parties de sable fin; l'essai a eu lieu après immersion de 29 semaines. Chaque valeur de T est la moyenne de 6 essais bien concordants.

Épaisseur des prismes . . . . . (cm)	2,0	1,6	1,2	0,8	0,4
Valeurs de T déduites des essais (kg par cm²)	12,2	12,9	10,4	6,3	2,0

2° Les essais du second groupe ont été faits de la même manière que ce dernier. Dans le

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

but de faire varier les altérations locales résultant de la pénétration des couteaux, les deux couteaux mousses A et A′, distants de 10 centimètres, ont été soit appliqués directement contre les prismes, soit protégés par de petites plaques de zinc d'environ $0^{mm},7$ d'épaisseur et de quelques millimètres de longueur, et on a pris pour les organes B et B′ des cylindres d'acier de diamètres divers, que l'on a appliqués à des distances diverses, mais toujours très faibles, des points a et a'.

On s'est servi de prismes identiques ($b = e = 2^{cm}$) d'un mortier dosé à raison de 3 parties de sable pour 1 partie de ciment de laitier, gâché à consistance plastique et conservé dans l'eau depuis 5 ans et demi.

Le même mortier a d'ailleurs donné :

Résistance à la compression (cubes de 2 cm de côté)	$C' = 188$ (kg cm²)
Moment de rupture par flexion	$\frac{M}{be^2} = 11,7$ —
Valeur de T déduite d'essais de cisaillement au moyen de l'appareil de la figure 6 ($b = e = 2$ cm)	$T = 49,5$ —

Le tableau ci-dessous montre que les valeurs de T, déduites des essais de cisaillement (moyenne de 5 essais), ont encore été très différentes :

État des couteaux mousses A et A′ :	nus	nus	protégés	nus	protégés	cylindres de 2 mm.	cylindres de 1 mm.
Diamètre des cylindres B et B′ (mm)	20	5	5	2	2	5	2
Distance $aB = d$ . . . . . (mm)	11,4	3,9	3,9	2,4	2,4	1,5	0,5
Valeur calculée pour T. . (kg cm²)	21,5	33,4	45,3	39,7	49,9	42,5	38,1

Dans tous les cas, la rupture s'est produite suivant la section oblique AB (fig. 16).

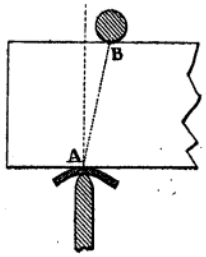


Fig. 16.

42. Application aux essais par coupage. — Les formules de la flexion s'appliquent, avec certaines restrictions, à la plupart des essais où un prisme rectangulaire est soumis à des efforts identiquement répartis dans tous les plans parallèles à leur longueur et à leur épaisseur (fig. 9, 10 et 17 à 25), et que nous avons appelés (art. 24) essais par coupage.

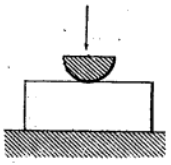


Fig. 17.

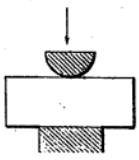


Fig. 18.

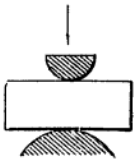


Fig. 19.

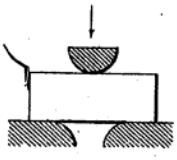


Fig. 20.

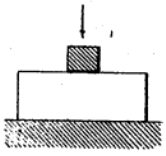


Fig. 21.

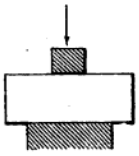


Fig. 22.

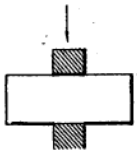


Fig. 23.

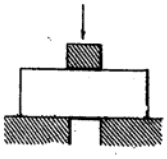


Fig. 24.

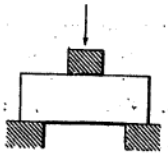


Fig. 25.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les principales complications résultant de ces dispositifs sont les suivantes :

1° La répartition des efforts extérieurs sur les parties directement pressées des faces du prisme est généralement inconnue; en admettant même qu'on puisse considérer l'action directe comme uniformément répartie sur le poinçon, il n'en est certainement pas de même de la réaction sur la plaque d'appui. Si, par exemple, dans les figures 21 à 25, on suppose que les poinçons sont égaux et uniformément chargés, on conçoit que la loi de répartition des réactions sur les plaques d'appui doit différer d'un cas à l'autre[1].

Dès lors, on ne connaît pas exactement les valeurs du moment fléchissant et de l'effort tranchant dans une section donnée.

2° Il faut tenir compte, dans les calculs, du frottement du prisme contre les organes par lesquels les pressions lui sont transmises.

On a alors une inconnue de plus, qui est le coefficient de frottement correspondant. En outre, le second membre de l'équation (7) (art. 8), qui exprime l'équilibre des tensions intérieures horizontales, n'est plus nul, et il faut modifier un peu la construction graphique par laquelle nous avons déduit des deux courbes A_0OA_1 et F_0OF_1 (fig. 13 et 14) les divers éléments de la flexion dans une section quelconque.

43. Déformations permanentes; écrouissage. — Dans les calculs et constructions des articles 28 à 30, nous n'avons fait aucune distinction entre la partie élastique et la partie permanente des allongements mesurés. Dès lors, quand, opérant par flexion, sans effort tranchant, sur un prisme dont la matière n'a été antérieurement soumise à aucun effort extérieur, on fait croître progressivement la charge en mesurant, pour des moments fléchissants échelonnés, les allongements positifs et négatifs des faces extrêmes, la courbe de déformation F_0OF_1 qu'on en déduit a pour abscisses les allongements *totaux*, c'est-à-dire les sommes des allongements élastiques et des allongements permanents.

Comme, pour une même valeur quelconque de la tension, ces derniers varient suivant diverses circonstances, notamment suivant la vitesse de mise en charge, cette courbe n'est donc rigoureusement utilisable que dans les cas où la même matière, employée encore à l'état vierge, est soumise à des efforts progressant dans les mêmes conditions que dans l'essai. En particulier, elle ne s'applique plus au travail d'un bloc qui aurait été préalablement soumis à des efforts extérieurs notables, en un mot, à une matière déjà plus ou moins *écrouie*[2].

L'état d'une pareille matière est une fonction très complexe de l'intensité des efforts subis, de leur durée d'action, du nombre de leurs répétitions, des durées de repos intermédiaires, etc., et semble, du moins pour le moment, impossible à définir. *A fortiori* serait-il téméraire, et d'ailleurs inutile, de chercher à déterminer la loi de déformation des matières à cet état.

Par contre, on sait que, lorsqu'on soumet une matière quelconque à des applications répétées d'une même charge, inférieure à une certaine limite, les déformations permanentes observées à chaque nouvelle application s'atténuent de plus en plus et, à partir d'un nombre suffisant de répétitions, peuvent être considérées comme négligeables[3]; la matière possède alors ce qu'on pourrait appeler l'état d'écrouissage parfait relatif à la charge considérée, et ne subit plus, pour toute charge moindre, que des allongements élastiques, qui d'ailleurs ne sont pas nécessairement proportionnels aux tensions correspondantes.

A l'emploi, les matériaux sont généralement soumis, de même, à des alternatives de fatigue et de repos, et les coefficients qu'il convient d'appliquer dans le calcul des ouvrages de la pratique sont ceux qui correspondent aux matières écrouies. C'est donc pour ces matières qu'on devra déterminer les courbes de déformation.

1. Voir notamment les expériences de M. Léger. *Bull. de la Soc. des ingénieurs civils*, 1877.

2. Ce terme est ordinairement réservé aux métaux; faute d'un autre plus général, nous l'appliquerons également aux diverses matières qui font l'objet de cette étude.

3. Voir notamment :
Hartig, *Civilingenieur*, 1893, p. 435;
Souleyre et Anglade, *loc. cit.*, p. 43;
Bach. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, 1895, p. 489; etc.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dès lors, il y aura lieu d'adopter pour les essais la marche suivante :

Appliquer au bloc d'essai une même charge très faible assez de fois pour que les déformations permanentes subies pendant une nouvelle série d'applications de la même charge soient négligeables, puis mesurer l'allongement permanent total ainsi que l'allongement élastique correspondant à la charge considérée.

Passer à une charge un peu plus forte, dont on répétera encore les applications jusqu'à ce qu'on ne constate plus de nouvelles déformations permanentes, et procéder aux mêmes mesures.

Continuer de même pour des charges de plus en plus fortes.

A la suite de ces opérations, on sera en mesure de construire deux courbes ayant pour ordonnées communes les tensions positives ou négatives correspondant à chacune des charges étudiées, et pour abscisses, l'une les allongements permanents, l'autre les allongements élastiques correspondants [1].

On conçoit qu'un emploi de ces courbes, analogue à celui que nous avons fait plus haut de la courbe F_0OF_1 des figures 13 et 14, devra permettre de résoudre un certain nombre de problèmes intéressants de la Résistance des Matériaux. Certes, elles n'apprendront rien sur les divers états transitoires par lesquels passe la matière incomplètement écrouie dans les essais ordinaires sous charge progressivement croissante, états d'autant moins intéressants qu'ils sont plus contingents; par contre, elles renseigneront sur les propriétés limites vers lesquelles tend la matière soumise, dans la pratique, à des charges prolongées, le plus souvent accompagnées d'alternatives plus ou moins fréquentes de fatigue et de repos relatif.

Ce serait trop compliquer cette note, déjà trop longue, que d'y aborder l'étude de ces applications. On trouvera dans l'ouvrage annoncé plus haut l'emploi des doubles courbes de déformation à la mesure des déformations permanentes et des tensions rémanentes après déchargement complet ou partiel dans les poutres fléchissantes armées ou non.

Remarquons seulement que, pour la détermination de ces courbes, on ne pourrait pas, comme ci-dessus, recourir exclusivement à des essais par flexion. En particulier, dans les répétitions d'efforts devant précéder chaque groupe de mesures, ce procédé occasionnerait un écrouissage inégal des différentes régions du bloc d'essai. Peut-être conviendrait-il d'employer, pour cette partie de l'opération, des compressions alternativement parallèles aux trois directions principales du prisme.

Quand la charge pour laquelle on veut produire l'écrouissage atteint une certaine limite, la déformation permanente augmente, à chaque nouvelle application, et le bloc finit par se rompre après un nombre plus ou moins considérable de répétitions. C'est la loi qui a été mise en évidence par les expériences de Wöhler, dans lesquelles toutefois intervenaient des forces vives assez importantes. De même, le maintien suffisamment prolongé d'un certain effort relativement faible peut, comme l'a montré Vicat, amener à la longue la rupture d'un bloc qui, chargé rapidement, aurait supporté beaucoup plus (forces permanentes et forces instantanées). Il conviendrait donc d'adopter, pour certaines applications pratiques des matériaux, en même temps que les doubles courbes de déformation dont il vient d'être question, des coefficients de résistance notablement inférieurs à ceux qu'on déduit des essais actuels, dans lesquels on se contente de faire croître rapidement la charge jusqu'à rupture.

Des expériences en vue d'étudier la résistance des mortiers à la traction sous charges répétées ont été faites au laboratoire de l'École des Ponts et Chaussées, sur la demande du service des phares [2]. De notre côté, nous avons soumis, d'une manière analogue, des mortiers à des compressions répétées, sans forces vives, avec, dans certains cas, enregistrage des déformations. Nous comptons publier ultérieurement les résultats de ces expériences, dont l'étude nous conduirait ici à de trop longs développements.

Enfin, dans le cas où les matériaux sont soumis à des chocs, il est possible que les valeurs à adopter pour les paramètres dont dépendent les charges de rupture soient encore différentes.

1. M. le professeur Bach, de Stuttgart, a déterminé les courbes de déformation permanente et élastique de divers mortiers et bétons, mais seulement pour des efforts de compression. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, 1895, p. 489, et 1896, p. 1581.

2. *Annales des Ponts et Chaussées*, 1898, III, p. 210.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

VI

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

44. Résumé. — 1° Dans les matières isotropes dont la rupture n'est précédée que de déformations permanentes assez faibles pour que leur homogénéité et leur isotropie ne se trouvent pas sensiblement altérées, il y a lieu de considérer la *cohésion normale* N, la *cohésion tangentielle* T et le *coefficient de frottement f* de la matière sur elle-même.

La résistance que l'on mesure dans les essais ordinaires par traction directe est fausse, ainsi que de celle, différente d'ailleurs de la précédente, que l'on déduit des essais de flexion par les formules ordinaires de la Résistance des Matériaux.

La rupture dite par compression résulte en réalité d'un glissement compliqué de frottement. La résistance correspondante, C, fonction connue de T et de *f*, diffère de celle qu'on déduit immédiatement des essais ordinaires par compression.

Si l'on admet qu'une traction normale favorise le glissement, au lieu de le contrarier, comme ferait une compression, on arrive à la conception du *frottement négatif*, qui conduit à une relation simple entre les trois paramètres N, T et *f*.

La même théorie conduit à considérer la rupture par traction directe comme s'amorçant obliquement sous une certaine tension A, fonction connue de T et de *f*.

2° Dans les prismes soumis à des efforts de flexion, la rupture peut, suivant la forme de leur section, la répartition des efforts extérieurs et les grandeurs relatives des paramètres N, T et *f*, se produire de l'une des manières suivantes :

Par *traction normale*, quand, les efforts tranchants étant nuls ou faibles, la tension longitudinale atteint la limite N sur la fibre la plus tendue ;

Par *cisaillement simple*, suivant des plans où, l'action normale étant nulle, l'action tangentielle atteint la limite T ;

Par *cisaillement compliqué de frottement positif*, suivant des plans où, l'action normale étant une compression, l'action tangentielle diminuée du frottement atteint la limite T. C'est ce qui a lieu sur la fibre la plus comprimée quand la compression longitudinale y devient égale à C.

Par *cisaillement compliqué de frottement négatif*, si la théorie du frottement négatif est exacte, dans des plans où l'action normale est un effort de traction, suivant un processus identique au précédent. C'est ce qui a toujours lieu, dans ce cas, sur la fibre la plus tendue, quand, les efforts tranchants étant faibles, la tension longitudinale y atteint la valeur A.

Les formules acquièrent alors une grande généralité et les divers phénomènes de la flexion peuvent être représentés par des constructions géométriques simples.

3° Le nombre des paramètres distincts est de trois et se réduit à deux par la théorie du frottement négatif.

Au point et à l'instant où la rupture commence, il existe une relation simple connue entre ces paramètres et les deux actions moléculaires principales maximum et minimum, et la direction initiale de la fissure fait avec ces deux dernières actions des angles constants pour une même matière et ne dépendant que de la valeur de *f* correspondante.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Quand on connaît la répartition exacte des actions moléculaires, on peut déduire de la charge de rupture une relation entre les paramètres inconnus.

Par exemple, on pourrait déterminer ces paramètres en essayant par pression intérieure ou extérieure, dans des conditions d'ailleurs difficiles à réaliser pratiquement, diverses éprouvettes tubulaires faites avec une même matière.

Inversement, les grandeurs des paramètres en question fournissent, sur la résistance de chaque matière aux divers genres d'efforts, des données immédiates et absolues, et leur détermination suppléerait avantageusement à tous les essais de résistance possibles.

4° Parmi les divers essais auxquels on peut recourir pour chercher à déterminer les valeurs des paramètres N, T et *f*, ceux par compression, exécutés dans des conditions déterminées, pourraient, si l'on savait s'affranchir du frottement des plateaux, fournir la valeur de C, c'est-à-dire une relation entre T et *f*.

Les essais par cisaillement donnent des résultats variables suivant le dispositif employé.

Les essais par poinçonnage, que l'on peut exécuter de bien des manières différentes, sont accompagnés de phénomènes assez complexes, qu'il est difficile de mettre en équation. Dans certains cas, ils peuvent fournir une valeur sans doute assez approchée de C.

Avec les mortiers, quels qu'en soient l'âge et la composition, les charges de rupture obtenues dans les divers essais par compression, par cisaillement et par poinçonnage, sont sensiblement proportionnelles entre elles, de sorte qu'en pratique on ne peut guère en déduire actuellement que des multiples d'une seule fonction distincte des inconnues à déterminer.

5° Les charges de rupture par flexion, proportionnelles à celles par traction, dépendent de la loi de déformation de la matière, c'est-à-dire de la loi de variation simultanée des tensions positives ou négatives et des allongements correspondants.

Cette loi peut être déduite graphiquement des allongements positif et négatif mesurés, pour des moments fléchissants échelonnés, sur les faces extrêmes d'un prisme rectangulaire essayé par flexion sans efforts tranchants.

Il est ensuite facile d'en déduire l'allongement, la tension longitudinale et la composante de l'effort tranchant en un point quelconque de tout prisme fléchissant fait avec la même matière, la forme et la position de la ligne neutre, le rayon de courbure en chaque point, etc.

En même temps, les constructions correspondantes donnent lieu à diverses observations générales sur la flexion des prismes imparfaitement élastiques.

De la charge de rupture mesurée, on peut déduire, suivant les cas, soit la valeur de l'un des paramètres A ou N, soit celle de C, soit une autre relation numérique entre les paramètres T et *f*.

Les mêmes constructions s'appliquent, moyennant certaines restrictions, aux essais par cisaillement et par coupage.

Quand les déformations permanentes ne sont pas négligeables, les essais doivent être faits sur les matériaux amenés successivement aux états d'écrouissage parfait correspondant à des charges de plus en plus fortes.

45. Conclusions. — Pour les matériaux visés dans cette étude, les essais ordinaires de rupture donnent presque tous des résultats s'écartant fortement des vraies résistances qu'ils ont pour but de faire connaître.

Les diverses charges de rupture sont des fonctions de trois paramètres, la cohésion normale, la cohésion tangentielle et le coefficient de frottement de la matière sur elle-même, dont la détermination présenterait le plus grand intérêt en ce qu'elle fournirait un système de mesures absolues relativement aux résistances limites de chaque matière.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

S'il est permis d'étendre aux cas où l'effort normal correspond à une traction la théorie du frottement vérifiée dans le cas de compressions normales, ces paramètres se réduisent à deux distincts et tous les phénomènes de rupture sont régis par une même loi générale.

Il y a lieu de chercher, soit parmi les méthodes examinées ci-dessus, soit dans telles autres qui seraient reconnues préférables, un groupe d'essais aussi simple que possible, propre à faire connaître exactement les valeurs de ces paramètres, en même temps qu'à vérifier l'hypothèse du frottement négatif.

R. FERET.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

VII

ÉVOLUTION

DES MÉTHODES ET DES APPAREILS

EMPLOYÉS POUR L'ESSAI DES MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION

(D'après les documents du temps)

COMMUNICATION

Présentée par M. Ch. FREMONT

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

« L'étude de la résistance des matériaux[1] a pour objet de déterminer les dimensions « qu'il convient de donner aux diverses pièces qui composent les machines et les construc- « tions fixes, pour qu'elles puissent remplir le rôle qu'elles sont appelées à jouer dans le « système matériel dont elles font partie.

« Les grandes dimensions des pièces résultent des conditions que les machines et les « constructions doivent remplir.

« Ce sont les données du problème.

« La science de la résistance des matériaux a pour but d'indiquer les méthodes à suivre « pour déterminer les dimensions perpendiculaires aux axes des pièces.

« Ces dimensions dépendent tout d'abord des forces qui les sollicitent, forces que les « théorèmes de la dynamique et de la statique permettent presque toujours de calculer.

« Ces dimensions résultent ensuite des conditions de résistance des matériaux qui entrent « dans la construction des pièces considérées. »

L'emploi judicieux des matériaux utilisés dans les constructions exige :

1° *La connaissance de leurs diverses qualités* : chimiques, physiques, mécaniques, etc., pour permettre de faire parmi eux un choix répondant à leur destination.

Pour avoir cette connaissance, il faut faire l'ÉTUDE complète de chacun de ces matériaux par tous les procédés que la science met à notre disposition.

2° *La détermination d'un coefficient de sécurité à appliquer dans les calculs pratiques* : il faut que l'effort imposé soit, dans une certaine mesure, inférieur à l'effort limite que les matériaux considérés peuvent supporter, afin qu'il reste une marge pour les augmentations

1. V. Contamin, *Cours de résistance appliquée*, 1878.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'effort et de fatigue provenant de chocs intempestifs, d'usure, d'oxydation, de manque d'homogénéité, etc.

3° *La vérification, par un procédé rapide et économique, des qualités prévues pour chaque matériau* : c'est ce qu'on appelle la RECETTE des matériaux.

La détermination du coefficient de sécurité, toute arbitraire, est laissée à l'appréciation de l'ingénieur, de l'architecte, chargé du projet de construction.

L'*étude* et la *recette* des matériaux sont du domaine de la science expérimentale.

L'industrie évoluant produit tous les jours des matériaux nouveaux, et la science progressant fournit, de son côté, de nouveaux procédés pour étudier les qualités diverses de ces nouveaux matériaux.

Au début de l'humanité, l'homme dut se servir des matériaux à leur état naturel, c'est-à-dire tels qu'il les rencontrait sur son chemin.

Les premières constructions furent en bois.

« (1) Dans la Grèce, l'architecture, qui, sous un certain rapport, parvint à un si haut degré « de perfection, fut, dans la direction prise après ses premiers essais, induite en erreur sur « quelques données élémentaires de l'art de bâtir. Avant d'employer la pierre et le marbre « à la construction de leurs édifices, les Grecs avaient comme consacré, par un système « d'édifices en charpente, les éléments de leur architecture; et, lorsqu'ils eurent recours à « des substances plus durables, on les vit se borner à l'imitation pure et simple de formes « et de combinaisons bien adaptées aux premiers édifices en bois, et que son emploi sem- « blait seul pouvoir admettre. La scrupuleuse fidélité qu'ils apportèrent dans cette imitation, « tout en révélant la cause des égarements de l'art, vient aussi déposer en faveur du discer- « nement qu'ils mêlèrent à leur erreur capitale. Trop judicieux pour s'aveugler entière- « ment sur la fausse route qu'ils prenaient, on les vit s'appliquer à faire disparaître, à force « d'art, les contradictions choquantes que présentait, à chaque instant, cette étrange « métamorphose....

« Guidés par cet esprit d'observation qui les distingue dans tous leurs ouvrages, on les « voit masquer avec soin le nombre de pierres qu'ils emploient pour remplacer la poutre « formant l'architrave.... Dès lors, les procédés de l'art de bâtir devinrent les mêmes en « Grèce qu'en Égypte....

« Trop éloignés peut-être des ressources qu'avaient offertes à l'architecture les matériaux « dont les Égyptiens et les Grecs étaient entourés, ou plutôt mieux éclairés sur les diverses « qualités propres à ces matières, les Romains durent sans doute à ce dénûment ou à l'ex- « périence, l'idée de cette savante industrie qui caractérise d'abord leurs travaux.... On y « voit la pierre, quittant sa pose verticale, se diviser en coins ou voussoirs qui se partagent « également entre eux le poids d'une voûte, échappent aux conditions de la frangibilité et « ne connaissent de terme à leur résistance que celui que la nature a mis à la densité de « cette matière....

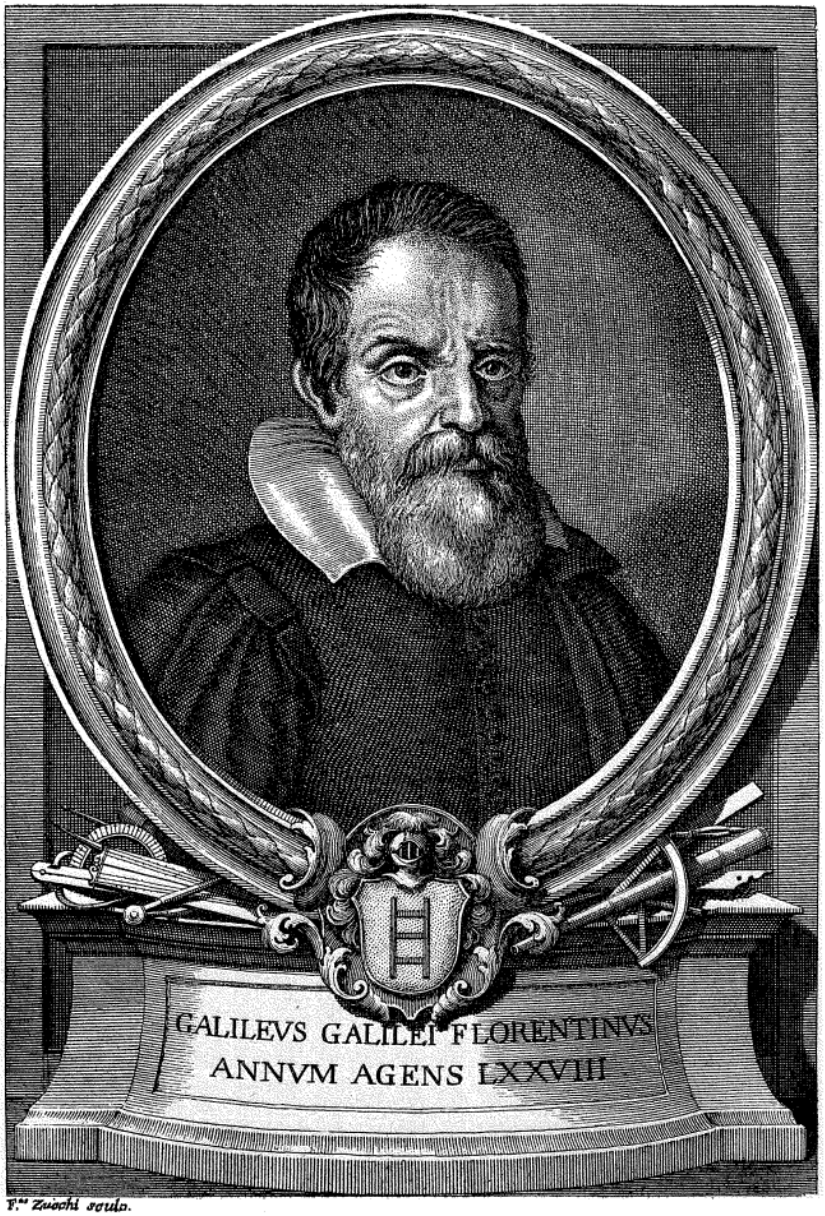
« Enfin les moyens de l'art de bâtir parurent constamment s'accroître. Les Romains firent « usage des métaux, pour remplacer la charpente, dans la construction des édifices; ils en « formèrent même des combles, des voûtes et des plafonds, comme au portique du Pan- « théon et aux Thermes d'Antonin Caracalla....

« (2) L'épaisseur considérable que les anciens donnaient généralement à toutes les parties « de leurs édifices prouve que pendant longtemps on ne tint aucun compte de la force des « pierres. Ceux qui remontent à une plus haute antiquité sont les plus massifs. Dans la

1. J. Rondelet, *L'Art de bâtir*, Introduction, t. I.

2. J. Rondelet, *L'Art de bâtir*, Théorie des constructions, chap. II, t. IV, p. 132, 6e édit., 1850.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires



F.^co Zuccchi sculp.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

suite, l'expérience apprit aux architectes à faire leurs édifices moins lourds. Les colonnes qui, chez les anciens Égyptiens, n'avaient que cinq ou six diamètres de hauteur, furent portées jusqu'à neuf par les Grecs, dans les ordres ionique et corinthien. Les Romains donnèrent encore plus de hauteur à leurs colonnes et plus de légèreté à leurs édifices. Mais ce fut vers la décadence de l'empire romain, sous le règne de Constantin, que des bâtisseurs sans goût, dont tout le mérite se réduisait à mettre en œuvre les colonnes et les marbres dont ils dépouillaient les plus beaux édifices antiques, poussèrent la hardiesse et la légèreté aussi loin qu'il était possible, en faisant porter à des colonnes isolées des murs d'une hauteur considérable, soutenant des combles de charpente et des couvertures en tuiles très lourdes, comme l'ancienne basilique de Saint-Pierre de Rome, celle de Saint-Paul hors les murs....

« (1) ...Si on considère la grande épaisseur que les anciens ont donnée partout aux points d'appui de leurs édifices, on sera porté à croire qu'ils n'avaient que peu d'idée de la résistance des matériaux qu'ils employaient. La hardiesse des architectes du moyen âge,



Fig. 2. — GALILÉE, né à Pise le 18 février 1564, mort à Florence le 9 janvier 1642.

qui ont quelquefois fait porter des masses considérables sur des colonnes très minces et très élevées, pourrait, au contraire, faire penser qu'ils avaient étudié sous ce rapport les propriétés de la pierre. Mais il n'est resté aucune trace des recherches qu'ils ont pu faire. On a cité comme un des exemples les plus remarquables du peu de surface des points d'appui gothiques, deux colonnes de l'église de Toussaint d'Angers. Leur diamètre est seulement de 30 centimètres et leur hauteur de 7m,80. Elles soutiennent des voûtes d'arrêt en ogive, dont les nervures sont en pierres de taille, et le poids porté par chacune d'elles est de 31 300 kilogrammes. »

« (2) *Galilée*, qui posa, dans le cours du XVIIe siècle, les fondements de la physique moderne, est le premier qui ait essayé d'appliquer à la résistance des solides les lois de la mécanique.
« Ce fut en visitant l'arsenal de Venise, et en observant dans les différents ateliers les machines que l'on y construisait, que la résistance des solides devint l'objet de ses méditations. »

1. Gauthey, *Construction des ponts par Navier*, 1809, t. I, p. 267.
2. P.-S. Girard, *Traité analytique de la résistance des solides*, etc., 1798.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« (1) Il arrive souvent qu'une machine qui réussit en petit ne réussit point en grand, et « l'on ne manque pas de s'en prendre aussitôt aux imperfections et aux inconvénients iné- « vitables de l'exécution, qui démentent toujours la théorie. Il est vrai que cela y entre, « mais Galilée, ayant fait réflexion que la différence du petit au grand était souvent trop « grande pour rouler uniquement là-dessus, il crut qu'il ne fallait pas se payer entièrement « de cette raison et soupçonna quelque mystère caché. Il y pensa plusieurs années; et « enfin, de méditation en méditation, il arriva au système de la résistance des solides jus- « qu'alors inconnu, et qui lui donna le dénouement qu'il cherchait. Ce fut une espèce de « science toute nouvelle, dont il a été le premier auteur, aussi bien que de la science des « vibrations et du système de la chute des corps pesants (fig. 3 à 8).

« Qu'un corps de figure quelconque, mais que l'on peut supposer cylindrique pour plus « de facilité, soit suspendu verticalement par un bout, toutes les parties qui sont pesantes « tirent en bas et tendent à séparer, en quelque endroit qui se trouvera le plus faible, deux « d'entre tous les plans contigus que l'on peut imaginer parallèles à la base du cylindre.

« Tous ces plans résistent à leur séparation par une certaine force qui les unit et les lie, « quelle qu'elle soit. Voilà donc deux puissances opposées : la pesanteur du cylindre qui

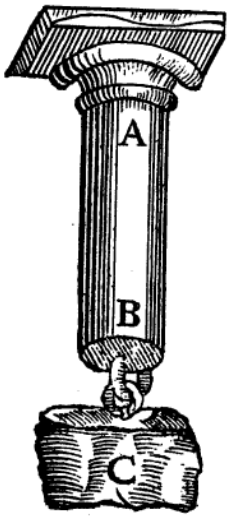


Fig. 3.

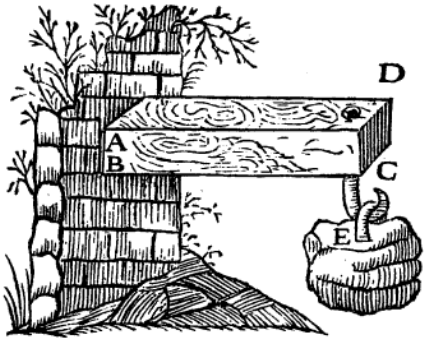


Fig. 4.

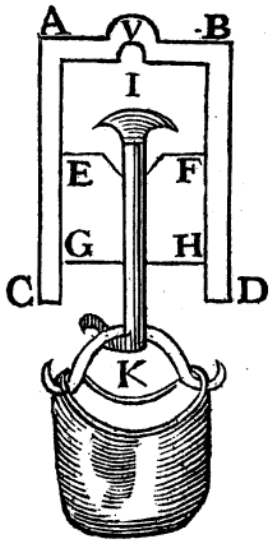


Fig. 5.

« tend à le rompre, et la force de l'union de ces parties qui résiste à la traction. Si on « augmente la base du cylindre sans augmenter la longueur, il est évident que la résis- « tance à la traction croît en même raison que la base, mais le poids croît aussi dans cette « même raison, et, par conséquent, tous les cylindres de même matière, et également « longs, quelles que soient leurs bases, sont d'une égale résistance lorsqu'ils sont sus- « pendus verticalement. Si on augmente la longueur du cylindre sans augmenter la base, « on augmente son poids sans augmenter la résistance et, par conséquent, on l'affaiblit « toujours en le rendant plus long. Pour trouver quelle est la plus grande longueur où « puissent aller sans se rompre des cylindres d'une certaine matière, il n'y a qu'à en prendre « un au hasard, le suspendre verticalement, lui attacher le plus grand poids qu'il puisse « soutenir sans se rompre, et voir ensuite combien il faudrait l'allonger, en y ajou- « tant de sa matière propre, pour lui faire égaler le poids étranger joint à celui qu'il « avait déjà.

« Galilée a trouvé par cette voie qu'un fil de *cuivre*, et, par conséquent, tous les cylindres « de cuivre possibles pouvaient aller sans se rompre jusqu'à la longueur de 4801 brasses.

« Si le cylindre qui était suspendu verticalement était fiché ou scellé horizontalement « dans un mur par une de ses extrémités et bien affermi dans cette situation, son poids et « sa résistance agiraient alors d'une autre manière.

1. Fontenelle, Sur la résistance des solides. (*Histoire de l'Académie des sciences*, 1702, p. 102.)

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« Supposé qu'il rompît par l'action de sa pesanteur, il romprait par le bout scellé dans le mur. Un cercle contigu au mur et parallèle à la base, et qui, dans la situation horizontale du cylindre, serait nécessairement vertical, se détacherait du cercle posé dans le plan du mur et descendrait, de sorte que tout son mouvement se ferait sur l'extrémité inférieure et immobile de son diamètre, tandis que l'extrémité supérieure décrirait un quart de cercle; et enfin ce cercle, qui était vertical, deviendrait horizontal, c'est-à-dire que le cylindre serait entièrement rompu.

« Il est visible que, dans cette fraction de cylindre, deux puissances opposées ont agi, et que l'une a vaincu l'autre. Le poids du cylindre, qui venait de sa masse entière, a surmonté sa résistance à être rompu, qui venait de la grandeur de sa base. Et comme les centres de gravité sont les points où l'on conçoit que se réunissent toutes les forces pro-

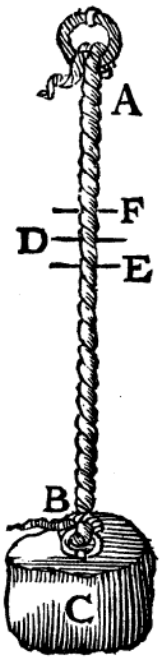


Fig. 6.

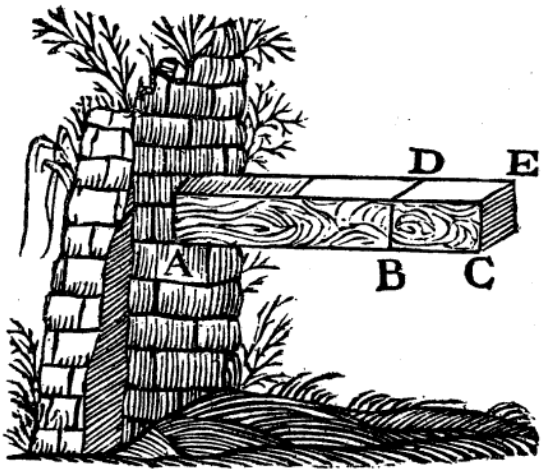


Fig. 7.

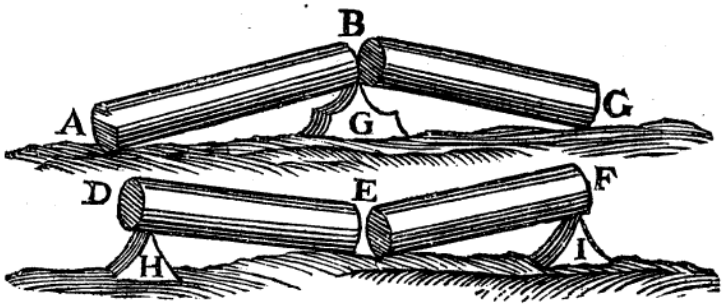


Fig. 8.

« duites par la pesanteur des différentes parties d'un même corps, on peut concevoir le « poids du cylindre appliqué tout entier au centre de gravité de sa masse, c'est-à-dire au « point du milieu de l'axe, et la résistance du cylindre appliquée au centre de gravité de « la base, c'est-à-dire à son centre, puisque c'est la base qui résiste à la fraction. Quand le « cylindre se rompt par son poids, tout le mouvement se fait sur une extrémité immobile « d'un diamètre de la base. Cette extrémité est donc le point fixe d'un levier, dont les deux « bras sont le rayon de la base et la moitié de l'axe, et, par conséquent, les deux puissances « opposées n'agissent pas seulement par elles-mêmes et par leur force *absolue*, mais encore « par l'avantage plus ou moins grand ou par la force *relative* qu'elles tirent de leur dis- « tance à l'égard du point fixe du levier.

« Il suit de là manifestement qu'un cylindre de cuivre, par exemple, qui, étant « suspendu verticalement, ne pouvait rompre par son propre poids, à moins que d'avoir « un peu plus de 4801 brasses de long, quelle que fût sa base, rompra dans la situation

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« horizontale avec une moindre longueur, c'est-à-dire par un moindre poids, parce que sa « longueur agit doublement pour le rompre, et en tant qu'elle le rend d'un certain poids, « et en tant qu'elle est un bras de levier auquel ce poids est appliqué, ce qui n'arrivait pas « dans la suspension verticale. De plus, il suit que le cylindre rompra avec une longueur « ou par un poids d'autant moindre que sa base sera plus petite, parce que sa résistance « à être rompu, et deviendra moindre, et agira par un plus petit bras de levier.

« Si deux cylindres de même matière et semblables, c'est-à-dire ayant leurs longueurs « et les diamètres de leurs bases en la même proportion, sont suspendus horizontalement, « il est visible que le plus grand a plus de poids, tant à raison de sa longueur qu'à raison de « sa base, mais qu'il a moins de résistance à raison de sa longueur, considérée comme un « plus grand bras de levier, et qu'il n'a plus de résistance qu'à raison de sa base; que, par « conséquent, il l'emporte plus sur le petit par sa grandeur et par son poids que par la « force de sa résistance, ou, ce qui est la même chose, qu'il doit rompre plus facilement.

« Si l'on avait donc fait en petit un modèle de quelque machine où il fût question de la « résistance que quelques pièces posées horizontalement apporteraient à leur fraction, ou « de la force qu'elles auraient pour soutenir certains poids, il se pourrait bien faire que « les épreuves réussiraient dans le modèle et ne réussiraient plus dans la machine exé- « cutée en grand, quoique très exactement proportionnée au modèle, car les mêmes pièces « se trouveraient plus faibles en grand qu'elles n'étaient en petit.

« Voilà ce que Galilée chercha longtemps, et à quoi on doit la naissance de ces nouvelles « idées dont il a enrichi la mécanique.

« (1) De là Galilée déduit facilement qu'une pièce rectangulaire sollicitée de champ résiste « plus que la même pièce sollicitée à plat dans le rapport de la plus grande à la plus petite « dimension transversale; que les poids capables d'être supportés par des pièces, soit « encastrées à un bout, soit posées sur deux appuis, sont comme leurs largeurs, comme les « carrés de leurs épaisseurs, et en raison inverse de leurs longueurs; que les cylindres creux, « tels que les os, les plumes, les cannes ou tiges de graminées, etc., résistent bien plus aux « efforts transversaux, à égal volume, que les cylindres pleins, dans une proportion qu'il « détermine; ce qui lui donne lieu de se livrer, sur les œuvres de la création, à des consi- « dérations d'un ordre élevé. Enfin, fondant du même jet la théorie des solides d'égale « résistance dont l'application procure la plus grande économie de matière, Galilée montre « qu'une pièce encastrée, de largeur constante, et dont la face inférieure est un plan « horizontal, remplira la condition de résister autant partout d'un bout à l'autre, si la face « supérieure a pour coupe verticale longitudinale une parabole dont le sommet est à « l'extrémité où le poids se trouve suspendu.

« Ce solide est comme la souche de tous ceux d'égale résistance qui ont été découverts « depuis. Galilée eût été facilement conduit par des considérations analogues à en découvrir « un plus grand nombre, mais ce cas est le seul auquel il se soit arrêté. Quant à son « hypothèse sur la cohérence des corps, il n'entreprit aucune expérience pour la vérifier. « Parmi les nombreux disciples qui étudiaient alors dans ses ouvrages les éléments d'une « science nouvelle, il devait s'en trouver quelqu'un qui essayât de confirmer par des faits les « propositions qu'il avait avancées. On devait y être d'autant plus naturellement porté qu'il « n'avait jamais manqué de faire valoir par des exemples l'utilité de sa théorie dans les arts « mécaniques. Cependant les premières expériences faites sur la résistance des solides ne « l'ont point été en Italie.

« Elles sont dues à un Suédois nommé P. Wurtzius, ainsi qu'on le voit dans la lettre que « lui adressa François Blondel en 1657 [2].

« *François Blondel* [3]. — Cet architecte français est le second qui ait écrit sur cette « matière. Il paraît même qu'il ne se hâta pas de publier les propositions qu'il découvrit, « puisque dans une lettre au-même, datée de 1661, il l'informe qu'il avait composé dès

1. Barrè de Saint-Venant, *Résumé* des leçons sur l'application de la mécanique par Navier. Notes.

2. P.-S. Girard, *Traité analytique de la résistance des solides*, etc., 1798.

3. Cette lettre est citée dans un « Recueil de plusieurs traités de mathématiques par quelques membres de l'Académie des sciences », in-folio, 1676.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« l'année 1649 un opuscule sur la résistance des solides, qu'il avait intitulé « *Galilæus* « *promotus* ».

« L'objet de sa correspondance avec Wurtzius était principalement de rectifier une « supposition de Galilée sur les solides d'égale résistance.

« Ce dernier avait avancé en effet que les solides soutenus à leurs extrémités devaient, « pour résister également dans tous leurs points, être formés par la réunion de deux « cylindres paraboliques égaux et semblables, dont le plan des courbes génératrices serait « érigé verticalement. Cette proposition est vraie tant que la charge reste au milieu de leur « longueur, mais, si on la fait varier de position, le solide ainsi engendré n'est plus d'égale « résistance. Il ne jouit de cette propriété, dans cette hypothèse, que lorsque ses sections « verticales sont des ellipses ou des cercles. Voilà ce que Blondel remarqua, et, si l'on peut « appeler erreur ce qui n'est vraisemblablement qu'une inadvertance de Galilée, on ne peut « lui contester d'avoir été le premier qui en ait indiqué la correction.

« *Alexandre Marchetti*, professeur de philosophie à Pise, fit paraître, en 1669, un traité sur « la résistance des solides, dont il prétendit que cette erreur avait été l'occasion. Quelque « degré de confiance que l'on accorde à cette assertion de Marchetti, qu'il ait connu ou non « les deux lettres de Blondel à Wurtzius, toujours est-il certain que la publication de son « ouvrage donna lieu entre les géomètres d'Italie, ses contemporains, et lui, à une de ces « querelles scandaleuses dont l'histoire des sciences n'offre malheureusement que trop « d'exemples.

« *Vincent Viviani*, également célèbre par sa reconnaissance envers Louis XIV, et son « respect pour la mémoire de Galilée, avait formé dès 1644 le projet de publier une édition

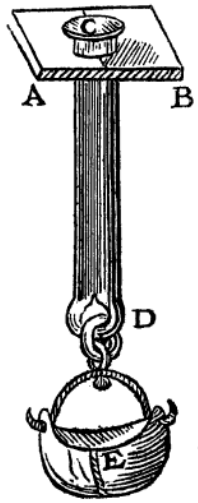


Fig. 9.

« complète des œuvres de ce philosophe, enrichie de commentaires et augmentée des « théorèmes qu'il aurait lui-même découverts sur différentes parties de la physique. Il « regardait cet ouvrage comme le seul digne d'être offert à son bienfaiteur, et il s'occupait « d'étendre la théorie de la résistance des solides, lorsqu'il apprit que Marchetti était sur le « point de publier le traité dont nous avons parlé. Viviani, craignant d'être prévenu, fit « intervenir le cardinal Léopold de Médicis pour déterminer Marchetti à se désister de la « publication qu'il méditait. Malgré l'ascendant que ce prélat avait acquis sur le professeur de « Pise par les services qu'il lui avait rendus, il ne put en obtenir que de différer de six mois « l'impression de son traité, passé lesquels, si l'ouvrage de Viviani n'était point mis au jour, « il aurait la faculté de le publier. Les occupations multipliées de ce géomètre, jointes à la « brièveté du délai, ne lui ayant point permis d'en profiter, Marchetti s'empressa d'user d'un « droit auquel il avait consenti à renoncer pendant un temps, à la sollicitation de Léopold « de Médicis, et seulement par condescendance pour lui.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« il professait encore la philosophie à Pise, lorsque le père Grandi y fut appelé de Rome « en 1700.

« *Guido Grandi.* — La réputation méritée de ce géomètre inspira de l'ombrage à « Marchetti, qui vit en lui son successeur dans une place qu'il désirait pour son propre fils. « Ayant prétendu, quelque temps après, avoir relevé plusieurs erreurs dans un ouvrage « que Grandi publia sur la quadrature du cercle, celui-ci, au lieu de justifier ses propo- « sitions, avança que son adversaire n'avait que peu d'instruction en mathématiques ; que « le traité de la résistance des solides imprimé sous son nom avait été composé par Borelli, « et que, huit ans avant qu'il parût, F. Blondel avait publié le théorème sur les solides d'égale « résistance soutenus à leurs extrémités qu'il se glorifiait d'avoir découvert ; enfin s'appuyant « de ce dernier fait, qui était de notoriété publique, il se crut fondé à l'accuser d'ignorance « ou de mauvaise foi.

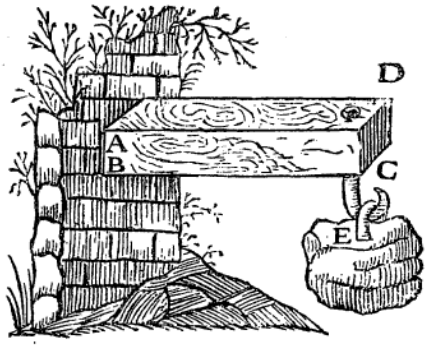


Fig. 10.

« Le père Grandi appuya cette accusation sur une conformité singulière entre le titre que « Blondel avait donné à son ouvrage composé en 1649, et celui que Marchetti disait avoir « eu d'abord l'intention de donner au sien. Le premier était : « *Galilæus promotus* » ; le « second : « *Galilæus ampliatus* ».

« Nous n'aurions point rappelé les circonstances de cette querelle littéraire, si elle n'avait « pas été l'occasion de la réponse apologétique dans laquelle Grandi publia, en 1712, une « théorie des solides d'égale résistance remarquable par l'élégance des constructions au « moyen desquelles il détermina leurs formes. Ainsi, l'examen qu'il fit de l'ouvrage de « Marchetti, dans le dessein d'y découvrir quelques erreurs, l'ayant engagé à approfondir « cette matière, il forma le projet d'achever ce que Viviani avait commencé, et composa le « traité de la résistance des solides, qui a été inséré dans les œuvres complètes de Galilée « (1744). Ce traité, recommandable par la généralité des méthodes qui y sont développées, « est aussi étendu qu'il pouvait l'être dans le temps, et suffirait pour assurer à son auteur « une place distinguée parmi les géomètres du siècle dernier.

« Pendant que ceux de l'Italie disputaient entre eux sur la question de la résistance des « solides, sans oser en quelque sorte examiner l'hypothèse de Galilée, qu'ils avaient admise « de confiance par vénération pour les opinions de ce grand homme, les géomètres et les « physiciens des autres parties de l'Europe, exempts des mêmes préventions, s'occupaient « de la même question en suivant dans leurs recherches une marche bien plus favorable « aux progrès de nos connaissances.

« (1) *Robert Hooke*, en 1678, à la suite d'une étude des ressorts d'acier (*de potentia resti- « tutiva*), surtout de montre, donnait son fameux principe *ut tensio sic vis* trouvé par lui, « dit-il, dès 1660, mais annoncé seulement en 1676 sous l'anagramme *ceiiinosssttuu*, et « énonçant, comme base de la théorie de l'élasticité, la *proportionnalité* des extensions ou « contractions aux efforts qui les amènent ou qu'elles développent. Il explique par là les « mouvements vibratoires des corps, et, s'il ne tire du même principe aucun calcul de résis-

1. Barré de Saint-Venant, Résumé des leçons de Navier. *Historique*, p. 94.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« tance à la flexion, il fait déjà cette remarque féconde que la matière des barres élastiques « fléchies oppose une réaction de traction du côté qui devient convexe et une réaction égale « de pression du côté qui devient concave.

« *Mariotte*, vers le même temps (en 1680), ayant aperçu par plusieurs expériences sur « des tiges de bois et de verre que le rapport entre les poids qui produisent la rupture « par traction longitudinale et par effort transversal était plus grand que celui qui résulte « du calcul de Galilée, constatait aussi que les parties des corps, *même les plus durs* (tels que « le verre, l'acier), « s'étendent plus ou moins sous l'action de différents poids », à peu « près proportionnellement à ces poids, et « retournent ensuite d'elles-mêmes à leur « première étendue », et qu'elles se compriment aussi, en sorte qu'un bâton qu'on plie « *se resserre vers la concavité de la courbure et s'étend vers la convexité avant que de rompre*, « et il ajoutait « qu'il est très vraisemblable que *ces pressements résistent autant que les « extensions* et qu'il faut une même force pour les faire »; enfin, que les parties étendues « ne rompent que parce que leur extension *vient à dépasser une certaine proportion* qu'elles « ne peuvent plus souffrir (fig. 11 à 13).

« Il montre donc d'abord que si l'on met, comme Galilée, l'axe fixe de rotation au bas de « la section, en sorte que les fibres longitudinales dans lesquelles on peut concevoir le « solide divisé ne soient qu'étendues, l'inégalité de leurs tensions diverses, qui varient « uniformément depuis zéro pour la fibre inférieure jusqu'à celle qui est capable de rompre « la fibre supérieure, place leur résultante aux deux tiers de la hauteur, et comme cette « résultante, à l'instant de la rupture de la fibre la plus tendue, n'est que la moitié de la « force qu'il faudrait pour les rompre toutes à la fois par traction longitudinale, on a entre « cette dernière force (résistance *absolue*) et celle qui fait rompre par flexion (résistance dite « *relative*) le même rapport qu'entre la longueur du solide et le *tiers* de son épaisseur (au « lieu de la moitié qu'avait trouvée Galilée en supposant tacitement toutes les tensions « égales).

« Et, ensuite, vu les compressions d'une partie des fibres, dont ce premier calcul ne « tenait pas compte, Mariotte place définitivement *au milieu de la hauteur du solide* l'axe « d'équilibre sur lequel elles ne sont ni étendues ni comprimées (c'est-à-dire cette ligne que « M. Ch. Dupin a appelée *des fibres invariables* et M. Tredgold, ligne *neutre*), et il considère « à la fois les résistances développées par les compressions en dessous et par les extensions « en dessus (fig. 14).

« Il se trompe, il est vrai, par une singulière inadvertance, du simple au double dans la « supputation du résultat, ce qui lui fait trouver la même chose que « si toutes les parties « s'étendaient » ou que si la rotation se faisait autour du bas de la section et non pas « autour du milieu et lui donne le rapport de la longueur du solide au tiers de son épais- « seur pour celui des résistances *absolue* et *relative*, ou les *deux tiers* du résultat de Galilée, « quand il aurait dû n'en trouver que *le tiers* d'après son point de départ. On ne doit pas « moins considérer Mariotte comme ayant posé d'une manière à peu près complète, au « moins pour les prismes ayant des sections de forme symétrique dans deux sens rectan- « gulaires dont l'un est celui de la force sollicitante, les principes sur lesquels on se base « encore aujourd'hui pour calculer les flexions et aussi la résistance des solides dans les « limites en deçà desquelles on se tient toujours et où les extensions et compressions des « fibres restent sensiblement proportionnelles aux efforts qui les sollicitent. »

Figures 11 à 14

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

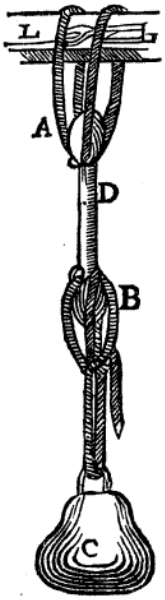


Fig. 11.

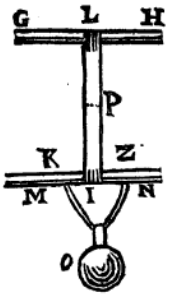


Fig. 12.

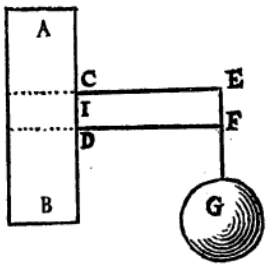


Fig. 13.

Du Mouvement des Eaux.

Si on laiſſe tomber un cylindre de bois ſec d'un pouce d'époiſſeur ſur une pierre platte, il rebondit, & par conſequent il a reſſort, & ſes parties ſouffrent extenſion & preſſement, & parce que l'experience fait voir qu'un petit bâton qu'on plie pour le rompre, ſe reſſerrant vers la concavité de ſa courbure, s'étend neceſſairement vers la convexité avant que de ſe rompre : de là on peut conclure qu'il faut un effort pour faire la compreſſion vers la concavité.

Cela étant ſuppoſé, ſi A B C D eſt un bâton quarré fiché dans un mur, on peut concevoir que depuis D juſqu'à I, qui eſt la moitié de l'époiſſeur A D, les parties ſe preſſent par le poids L, celles qui ſont proches de D davantage que celles vers I, & que depuis I juſques à A elles s'étendent, comme il a été expliqué, & l'on pourra appliquer le même raiſonnement des cordelettes à la partie I A ; d'où il s'enſuivra que comme la longueur I F eſt au tiers de l'époiſſeur I A, ainſi ſera augmentée la force du poids L pour rompre le ſolide, & comme il faut plus de force pour preſſer les parties vers D que vers H, ſi on ſuppoſe que cette force diminuë ſelon la ſuite des nombres juſques à l'unité, il faudra encore la même proportion de la longueur I F au tiers de la largeur D I pour faire ce preſſement ; & comme il eſt tres-vray ſemblable que ces preſſemens reſiſtent autant que les extenſions, & qu'il faut un même poids pour les faire, ces extenſions, & ces compreſſions partageront la force du poids L, ajoûtant le tiers de l'époiſſeur I A au tiers de l'époiſſeur I D, le tout ſera égal au tiers de toute l'époiſſeur A D ; d'où il s'en ſuivra la même choſe que ſi toutes les parties s'étendoient :

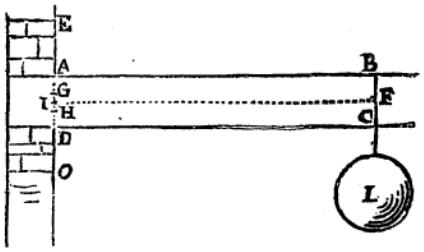


Fig. 14

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

De la Hire (fig. 15), qui fut chargé par Mariotte mourant d'éditer son *Traité du mouvement des eaux*, publia en 1695 un *Traité de mécanique*. Au, chapitre de la résistance des solides[1], de la Hire rappelle les explications de Mariotte relativement au phénomène de



Fig 15. — PHILIPPE DE LA HIRE, né à Paris en 1640, mort en 1718.

rupture des solides, mais en ne prenant que la conclusion erronée. C'est cette erreur qui a probablement fait attribuer à Jacques Bernoulli la priorité de la découverte de la compression dans la rupture par flexion (fig. 16).

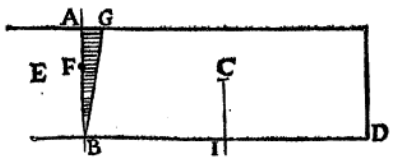


Fig. 16.

« (2) *Jacques Bernoulli*. — C'est donc à tort[3] qu'on a à peu près généralement regardé « Jacques Bernoulli comme ayant le premier, ainsi qu'il le prétend, tenu compte des « compressions et comme ayant donné, conformément au titre de son écrit de 1705, la « véritable hypothèse à adopter pour calculer ce genre de résistance des solides. L'illustre « géomètre de Basle n'avait aucunement parlé de compressions dans son précédent écrit, « contenant la découverte de la courbe élastique[4]. Il ne fait même, à la théorie de Mariotte, « qu'un seul changement peu heureux, consistant à regarder les extensions comme « *augmentant dans un rapport moindre que les forces qui les produisent*. De plus, Bernoulli, « se trompant du simple au double, comme Mariotte dans son lemme IV, affirme que « la

1. De la Hire, *Traité de mécanique*. Proposition CXXVI, p. 471.
2. Barré de Saint-Venant, Résumé des leçons de Navier. *Historique* XCVII.
3. Navier en fait déjà la remarque à une note du *Traité de la construction des ponts* de Gauthey, t. II, 1813, ch. I, p. 20.
4. *Mémoires de l'Académie des sciences*, 1705, p. 176.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« force transversale capable de rompre est la même que si les fibres étaient ou toutes



Fig. 17. — JACQUES BERNOULLI, Bâle, 1654-1705.



Fig. 18. — JEAN BERNOULLI, Bâle, 1667-1748 (frère de Jacques).



Fig. 19. — DANIEL BERNOULLI, Groningue, 1700 — Bâle, 1782 (neveu de Jean).

« étendues ou toutes comprimées » et avance que la position qu'on adopte pour l'axe fixe « autour duquel se font les rotations est tout à fait indifférente, soit qu'on le mette en bas

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« de la section ou en haut ou en tout endroit intermédiaire. C'est que, n'apercevant pas le « principe de l'égalité nécessaire des deux sommes des forces tendant à accourcir les fibres « et des forces tendant à les allonger, principe qui est seul propre à fixer la position de cet « axe, il cherche à échapper, par un raisonnement singulier, à la nécessité de déterminer « cette position préalablement. La compensation partielle de cette seconde erreur par la « première est cause de la conformité approchée de ses résultats avec ceux de quelques « expériences de rupture faites précédemment par Mariotte. » (Fig. 17, 18 et 19.)

Voyons ce qui avait été dit auparavant touchant la loi des allongements des fibres sous diverses tractions.

Leibniz, Varignon, Parent.

« *Leibniz* (fig. 20), en juillet 1684, c'est-à-dire deux mois après la mort de Mariotte[1], « dont il cite les recherches, mais comme ne connaissant que par ouï-dire ses seuls résul-



Fig. 20. — Godefroy-Guillaume LEIBNIZ, né à Leipsick en 1646, mort en 1716.

« tats expérimentaux, admettait, comme Mariotte et comme Hooke, la loi de proportion- « nalité des tractions aux allongements, en plaçant, du reste, comme Galilée, l'axe de « rotation au bas de la section.

« *Varignon* (fig. 21), considérant que cette hypothèse de proportionnalité de Mariotte, « quoique très vraisemblable, « pouvait n'être pas au gré de tout le monde », présentait, « en 1702, un *Mémoire sur la résistance des solides pour tout ce qu'on peut faire d'hypothèses « touchant la force ou la ténacité des fibres du corps à rompre*[2], dans lequel (en plaçant « toujours l'axe fixe au bas de la section où en ne tenant pas compte des compressions) « il donnait une formule générale où la résistance opposée par les fibres restait une *fonc-*

1. Mémoires de l'Académie pour 1702.
2. Mémoires de l'Académie, 2 avril 1704, 4 juin 1707, 1708, et 22 février 1710.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« *tion indéterminée* de leur extension, fonction sur laquelle on peut faire beaucoup d'hypo-
« thèses sans que le rapport des résistances pour diverses sections soit autre, au moins
« pour celles qui sont rectangulaires, elliptiques, etc., que ce qu'a trouvé Galilée, à savoir
« le rapport des largeurs multipliées par les carrés des épaisseurs. Il faut, on le conçoit,
« supposer une autre loi que celle de proportionnalité aux premières puissances des exten-
« sions, si l'on veut que les formules donnent bien les charges capables de produire la
« *rupture immédiate*, au lieu de ne donner, comme les formules dont on fait aujourd'hui
« usage, que les charges au delà desquelles la contexture commence à s'altérer, car cette
« loi simple ne s'observe pas jusqu'à ce que la rupture s'opère. C'est pour appliquer
« cette idée de Varignon que Jacques Bernoulli fit sa tentative, peu heureuse, disons-
« nous, de 1705.



Fig. 21. — PIERRE VARIGNON, né à Caen en 1654, mort en 1722.

« *Parent.* — Mais les erreurs de supputation de Bernoulli et de Mariotte furent très bien
« remarquées et rectifiées par un autre géomètre, trop peu cité, l'académicien Parent, qui,
« après avoir publié divers mémoires relatifs à la théorie géométrique de la résistance des
« solides et à la détermination « d'autant qu'on veut de figures d'égale résistance » pour
« des modes quelconques d'application des forces[1], où il mettait encore, comme ses
« devanciers, l'axe de rotation au bord inférieur de la section, remarqua enfin très judi-
« cieusement, dans un dernier travail[2] (comme fit Coulomb aussi quelque temps après),
« *qu'un point ou une ligne indivisible*, comme est ce bord, *ne saurait avoir assez de résis-*
« *tance pour servir d'appui*, en sorte qu'il faut une portion *finie* de la partie inférieure de la
« section du solide pour résister aux compressions. Il prouva que la somme des résistances
« des fibres comprimées doit être égale à la somme des résistances des fibres étendues, ce
« qui est, dit-il, une propriété dont on n'avait pas encore parlé. Cette propriété fournit,
« comme on sait actuellement, l'équation servant à déterminer la position de l'axe de
« rotation, appelé maintenant ligne neutre, ou des fibres invariables. En ajoutant les
« moments, autour de cette ligne, des deux espèces de résistance, pour en égaler la somme

1. ***Mémoires de l'Académie des sciences.*** 2 avril 1704; 4 juin 1707; 1708 et 22 février 1710.
2. ***Essais et Recherches de mathématiques et de physique***; 3e vol., XIVe mémoire.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« au moment du poids qui tend à rompre par flexion, il trouve facilement que les résultats « de Mariotte et de Bernoulli sont *deux fois* trop considérables; et le même raisonnement « lui sert à montrer que leurs transformations, en quelque sorte graphiques, des deux « moments en un seul, étaient illégitimes et affectées d'un double emploi, ou, ce qui « revient au même, de l'omission d'une défalcation qu'il fallait opérer. *Bilfinger*, peu d'an- « nées après[1], fit la même remarque critique, et, en restituant à Mariotte l'idée première « de prendre en considération les compressions, aussi nécessaires pour l'équilibre que les « extensions, rectifia, comme Parent, la conclusion qu'il en tirait mal.

« Occupés bientôt des questions mathématiques relatives à la flexion des tiges ou aux « *courbes élastiques* qu'elles affectent, les savants cessèrent de s'occuper de leur résistance « à la rupture jusqu'en 1773, époque où Coulomb présenta son célèbre mémoire composé,



Fig. 22. — Léonard EULER, né à Bâle en 1707, mort à Saint-Pétersbourg en 1783.

« dit-il, pour son usage particulier dans ses travaux d'ingénieur militaire à la Martinique, « et où se trouvent posées presque toutes les bases de la théorie de la stabilité des con- « structions[2]; mémoire où il montre que les questions d'équilibre y relatives peuvent se « traiter comme des questions de maximum ou de minimum, ce qui préludait, en même « temps que les recherches théoriques d'Euler (fig. 22) et Lagrange (fig. 23), à cette mé- « thode de l'emploi du *potentiel* ou du travail mécanique, qui est suivie aujourd'hui avec « succès par des géomètres éminents.

« Sans avoir eu probablement connaissance du mémoire de Parent, de 1713, Coulomb se « place de suite au vrai point de vue. D'un lemme de statique générale, encore peu connu « alors, malgré son évidence, et consistant en ce que l'équilibre d'un système sollicité par « des forces quelconques exige la nullité de la somme algébrique de leurs composantes « suivant trois directions rectangulaires, il déduit que dans la pièce horizontale sollicitée « verticalement, il doit y avoir, à travers toute section transversale, égalité entre la somme « des tractions horizontales des fibres étendues et la somme des pressions, aussi horizon-

1. Académie de Saint-Pétersbourg, 1729, t. IV, p. 178, *De solidorum resistentia specimen*.

2. Coulomb, Essai sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture (*Savants étrangers*, 1775, tome VII).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« tales, des fibres contractées, ce qui lui donne sur la section d'encastrement, par exemple, « la position de la ligne de séparation ou des fibres qui ne varient pas de longueur. En « égalant le moment du poids suspendu, c'est-à-dire son produit, par la longueur du prisme « ou par la distance entre l'encastrement et la suspension, à la *somme du moment des trac-* « *tions et du moment des pressions des fibres*, il obtient immédiatement le rapport, à ce poids, « de la force de traction qui tendrait toutes les fibres autant que la plus tendue de toutes.

« Le mémoire de Coulomb comprend tant de choses dans peu de pages, que, pendant « plus de quarante ans, l'attention des ingénieurs et des savants ne s'était fixée sur aucune, « ainsi que Poncelet l'a remarqué pour ce qui est relatif à la théorie des voûtes.... »



Fig. 23. — Joseph-Louis LAGRANGE, né à Turin le 25 janvier 1736, mort à Paris le 10 avril 1813.

Ce n'est qu'en 1824, dans son cours à l'École des Ponts et Chaussées, que Navier, seul entre tous les auteurs, détermina la ligne que traversent les fibres invariables sur des sections de toute forme, en égalant entre elles, non plus les deux sommes des moments, mais les sommes des résistances elles-mêmes des fibres tendues et des fibres pressées.

« D'où il déduisit, le premier aussi, le principe si simple du passage de cette ligne *par le* « *centre de gravité de la section*, lorsque la matière est d'égale contexture dans toute son « étendue et qu'on se tient dans les limites de la *conservation de la contexture*, ou, comme « on dit, *de l'élasticité*, ou plutôt tant que les efforts restent proportionnels aux effets.

« C'est dans ce même cours de 1824 que Navier rattacha, plus franchement et plus com- « plètement que n'avaient fait ses prédécesseurs, la théorie de la résistance des solides à « celle de leur élasticité, ou celle de la rupture par flexion à celle de *simple flexion* sans « rupture, dont l'illustre physicien *Thomas Young* avait, en 1807, donné les formules exactes « en y faisant entrer, le premier, un *module d'élasticité*, mais en ne s'occupant que des « sections divisibles en deux parties symétriques par une ligne horizontale qui est alors « évidemment celle des fibres invariables. »

J'ai cru devoir retracer les premières étapes de l'étude de la résistance des matériaux; je me propose de publier prochainement un ouvrage plus complet, mais dans ce mémoire je dois restreindre la partie relative à la théorie, pour aborder plus spécialement la partie relative à la pratique.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Quoi qu'il en soit, je reproduis ci-dessous les portraits de plusieurs savants anciens qui ont été des précurseurs dans l'étude théorique et expérimentale de la résistance des matériaux.



Fig. 24. — PIERRE-SIMON, Marquis DE LAPLACE
né à Beaumont-en-Auge (Calvados), le 23 mars 1749, mort le 5 mars 1827.



Fig. 25. — MERSENNE, Religieux minime
né à Oizé (Maine) en 1588, mort à Paris en 1648.



Fig. 26. — RENÉ DESCARTES
né à La Haye (Indre-et-Loire) le 31 mars 1596
mort le 11 février 1650.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires



Fig. 27. — AUGUSTIN-JEAN FRESNEL
né à Broglie (Eure) en 1788, mort en 1827



Fig. 28. — JEAN-VICTOR PONCELET
né à Metz en 1788, mort en 1867.



Fig. 29. — JEAN-BAPTISTE-JOSEPH FOURIER
né à Auxerre en 1768, mort en 1830.



Fig. 30. — JEAN-BAPTISTE BIOT
né à Paris en 1774, mort en 1862.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires



Fig. 31. — François-Pierre-Charles DUPIN
né à Varzy en 1784, mort en 1873.



Fig. 32. — Augustin-Louis CAUCHY
né à Paris en 1789, mort en 1857.



Fig. 33. — André-Marie AMPÈRE
né à Lyon le 20 janvier 1775, mort à Marseille en 1836.



Fig. 34. — Siméon-Denis POISSON
né à Pithiviers en 1781, mort en 1840.

Ces portraits sont peu connus, et plusieurs d'entre eux constituent en réalité des documents complètement inédits; j'ai pu les obtenir, à la suite de longues et dispendieuses démarches, et, dans cette situation, j'ai cru répondre au désir des membres du Congrès en les reproduisant ici. Malgré tous mes efforts, cette liste reste encore incomplète, et je serais très reconnaissant à ceux de nos collègues qui voudraient bien me communiquer d'autres portraits, et notamment ceux de savants étrangers qui malheureusement sont tout à fait inconnus en France.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ÉVOLUTION DES APPAREILS EMPLOYÉS POUR L'ESSAI DES MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION

Réaumur semble être le premier qui ait introduit les *mesures* dans l'art d'effectuer la recette des métaux. Il nous a laissé une description complète de ses méthodes d'essai de l'acier dans son livre, publié en 1722, l'*Art de convertir le fer forgé en acier*.

Le dixième mémoire (pages 259 à 309) nous donne les « manières de connoistre les « défauts et les bonnes qualités de l'acier, et plusieurs vües pour parvenir à comparer des « aciers de différents degrés de perfection. »



Fig. 35. — René-Antoine FERCHAULT DE RÉAUMUR, Membre de l'Académie des sciences en 1708.
Né à La Rochelle en 1683, mort en 1757.

Après avoir remarqué que, pour le choix des aciers, les ouvriers de son temps n'ont aucun procédé pour en reconnaître la qualité, Réaumur constate que ces ouvriers s'en rapportent généralement aux apparences extérieures, pailles à la surface, apparition de la *rose*, espèce de tache qui se trouve sur la cassure de quelques billes d'acier, essais à chaud, etc., et que leur plus grande préoccupation est de connaître la provenance, l'acier d'Allemagne ayant la réputation d'être le meilleur.

Réaumur se proposa de trouver des méthodes pratiques pour déterminer la *grainure*, la dureté et le corps d'un acier supposé sans pailles, sans gerçures, sans surchauffures, sans veines ou lames de fer et aisé à travailler.

Pour étudier le grain (page 270), il prépare, à la forge, une éprouvette *entaillée* dans sa longueur et trempée après avoir été chauffée à une extrémité; l'entaille localise la rupture longitudinale de l'éprouvette et permet de juger du grain d'après le degré de chauffage, qui, maximum à l'extrémité chauffée, va diminuant progressivement de température.

Pour étudier la *dureté* (page 281), il choisit des matières de duretés différentes, le verre, le cristal de roche, le silex, le jaspe, la topaze, le diamant, et au moyen de ces *limes* de différentes duretés, il cherche quelle est celle qui raie l'acier essayé.

Pour étudier le *corps* (page 289), il pratique un *essai de pliage* à l'aide d'une machine spéciale.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Voici la description qu'il donne de sa machine :

« Elle est composée d'une platine de cuivre ou de fer, placée horizontalement et arrêtée « par des vis sur une pièce de fer pliée deux fois en équerre. Nous ne donnons point les « mesures des différentes pièces de cette machine, elles sont assez arbitraires, et avec « l'échelle de la planche, on trouvera toutes les dimensions de celle que j'ai fait faire. « A un des bouts de la platine, il y a un petit étau fixé contre la même pièce qui porte cette « platine; l'usage de cet étau est de tenir serré un des bouts du fil d'acier dont on veut « éprouver le corps. Les deux branches de la pièce recoudée qui porte la platine sont pro- « longées par delà cette platine; soit qu'elles aient été recoudées près de leur bout, soit « qu'on y ait rapporté une autre petite pièce, ce bout est plus élevé que le reste et percé par

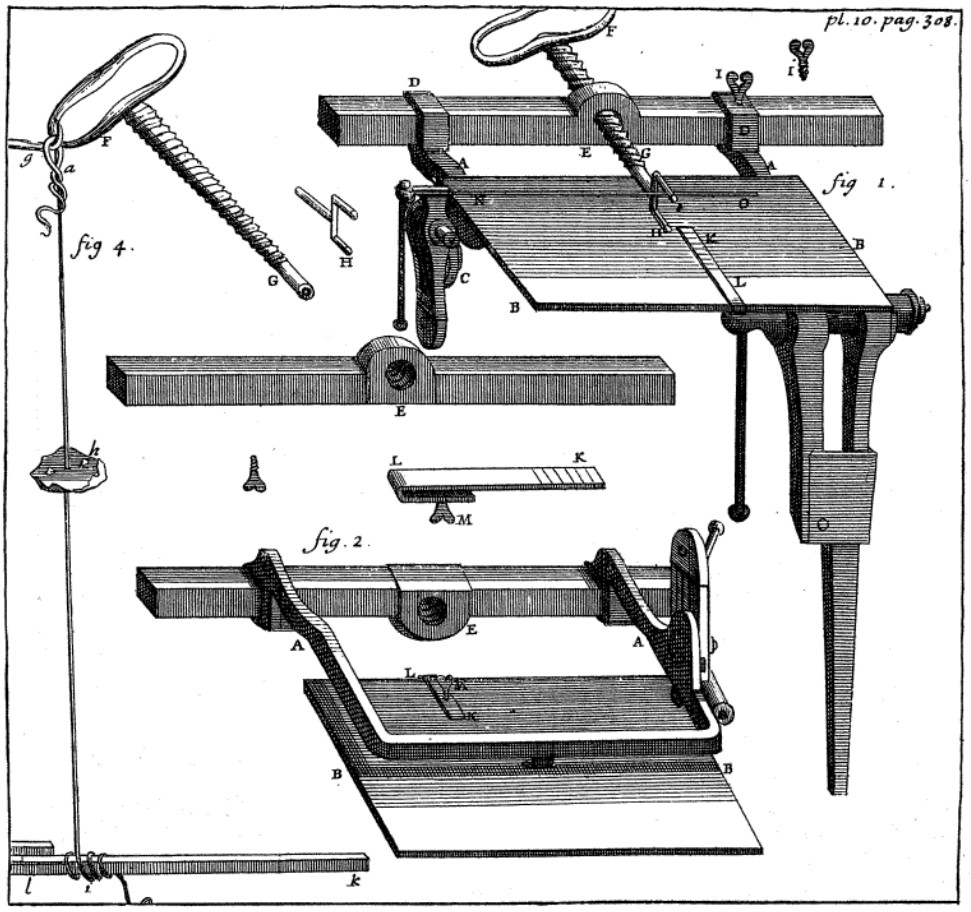


Fig. 36. — Machines à essayer l'acier à la flexion et à la traction, employées par Réaumur (1722).

« un trou carré; il a une espèce de lunette pareille à celle de quelques tours : ces deux « lunettes ou ouvertures reçoivent une pièce de fer forgée carrément et plus longue que la « platine; elle peut aller et venir dans les lunettes. Cette pièce est renflée vers le milieu, « et cela parce qu'elle y est percée d'un trou taillé en écrou, dans lequel est engagée une « longue et grosse vis : une des branches qui reçoit la pièce qui porte la grosse vis est « encore percée en dessus par un écrou dans lequel est une petite vis, qui, étant serrée, « arrête fixement cette pièce; or, comme cette pièce peut se mouvoir, quand on le veut, « dans les lunettes, il est clair qu'on peut tenir la grosse vis plus ou moins éloignée de « l'étau.

« L'usage de cette machine est simple. On gesne dans l'étau un des bouts du fil de fer « qui a été trempé, ayant attention de poser le fil horizontalement et qu'il soit à la hauteur « de la vis. La vis étant tournée jusqu'à ce qu'elle touche ce fil, si on continue à la tourner

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« davantage, elle poussera le fil devant soi. Elle contraindra le fil à se plier, et enfin, si on « continue à faire avancer la vis jusqu'à un certain point, le fil, dont la flexibilité a été « poussée à bout, se cassera.

« Nous avertirons que le bout de la grosse vis doit être percé comme celui d'une clef, « et qu'il faut avoir une petite pièce dont la tige soit ronde et puisse entrer dans ce trou et « y tourner librement; et qu'en dehors de la vis cette tige se doit terminer par une petite « fourche dans laquelle on met le fil de fer; autrement il serait difficile à la vis de pousser « le fil devant elle, il s'échapperait par-dessus ou par-dessous.

« On remarquera sur la platine l'endroit jusqu'auquel la vis était avancée quand le fil « s'est rompu. Pour le remarquer plus commodément, cette platine peut être divisée.

« On pourrait encore avoir par des poids la mesure du corps, de la flexibilité; on attache- « rait à l'acier la corde, qui passerait ensuite sur une petite poulie et serait chargée, à son « autre bout, de poids qu'on augmenterait au point nécessaire. »

Réaumur propose ensuite l'essai de *cintrage* (fig. 37) sur des anneaux ou cylindres de divers diamètres. *L'acier qui se laisserait tourner sur l'anneau du moindre diamètre serait celui qui aurait le plus de corps* (page 293).

Réaumur propose aussi le *choc* (page 297), non pour constater l'état de fragilité du métal, mais pour rendre plus comparable le travail dépensé pour entailler une barre d'acier ou de fer dur par un ciseau fait d'acier à essayer :

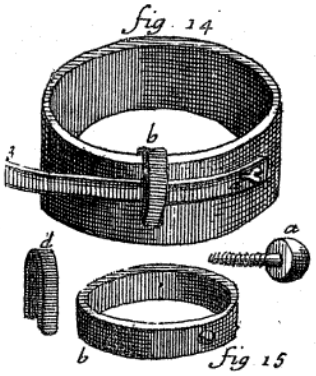


Fig. 37. — Mandrins pour essayer au cintrage.

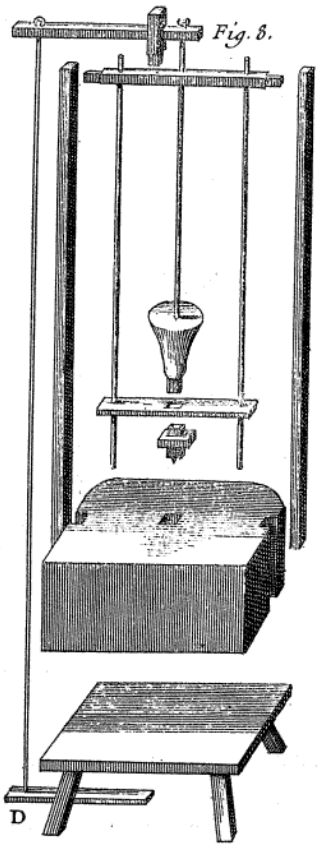


Fig. 38. — Mouton d'épinglier appelé entêtoir.

« Au lieu de se servir d'un marteau, on pourrait « frapper sur le ciseau, posé verticalement, par le « moyen d'un poids qui tomberait d'une certaine « hauteur fixe et dans une direction constante; cela « s'exécuterait aisément en se servant d'une machine « pareille à celle avec laquelle les épingliers frappent « les têtes des épingles. » La mesure du travail serait indiquée par le nombre de coups du mouton.

La figure 38 représente ce mouton appelé *entêtoir* [1].

Réaumur se préoccupe de l'*homogénéité* du métal (page 298) : « Outre les veines de fer « qui peuvent se trouver dans l'acier, il peut se trouver d'autres inégalités dans la tissure « qui ne seraient pas si aisées à reconnaître. Nous avons vu qu'il y en a de plus ou moins « fins, de plus ou moins durs les uns que les autres.

1. *Art de l'épinglier*, par Réaumur, additions de Duhamel du Monceau.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« Ces différences, que nous n'avons considérées qu'en différents aciers, peuvent se « trouver dans la tissure d'un même acier et le rendre défectueux. La meilleure méthode « que je sache pour reconnaître si un acier est partout de même qualité, c'est d'en faire « travailler un morceau au tour, en faire un cylindre plus ou moins long et plus ou moins « gros à volonté.

« Les horlogers sont souvent obligés d'en tourner pour faire des arbres de roues et de « pignons, etc. Ils éprouvent qu'il y a des aciers dont la tissure n'est pas égale; le burin « mord davantage dans les endroits moins durs, les creuse plus que le reste. L'aspect de « la cassure des aciers non trempés et bien recuits est aussi un indice de l'homogénéité.

Réaumur pratiqua aussi l'essai *de traction*, surtout en vue de déterminer la différence de résistance qui existe entre l'acier trempé et l'acier non trempé; voici d'ailleurs comment il décrit son mode d'opération :

« J'ai pris un fil d'acier fort long qui avait passé par la filière; j'ai chauffé et trempé « ensuite une partie de ce fil, longue de deux ou trois pouces. J'ai marqué avec un brin « de soye l'endroit qui m'avait paru avoir été trempé le plus chaud. Après quoi j'ai arrêté un « des bouts de ce fil au plancher, afin que le fil se trouvât dans une position verticale. J'ai « chargé son bout inférieur de poids que j'augmentais jusqu'à ce que le fil se cassât; ou, « pour plus de facilité, je l'ai cassé par le moyen d'un levier autour duquel le bout inférieur « du fil était entortillé (fig. 36). »

Réaumur se préoccupait surtout d'*éprouver* la qualité du métal, car, son but étant de perfectionner les procédés métallurgiques, il cherchait, par comparaison, à connaître si

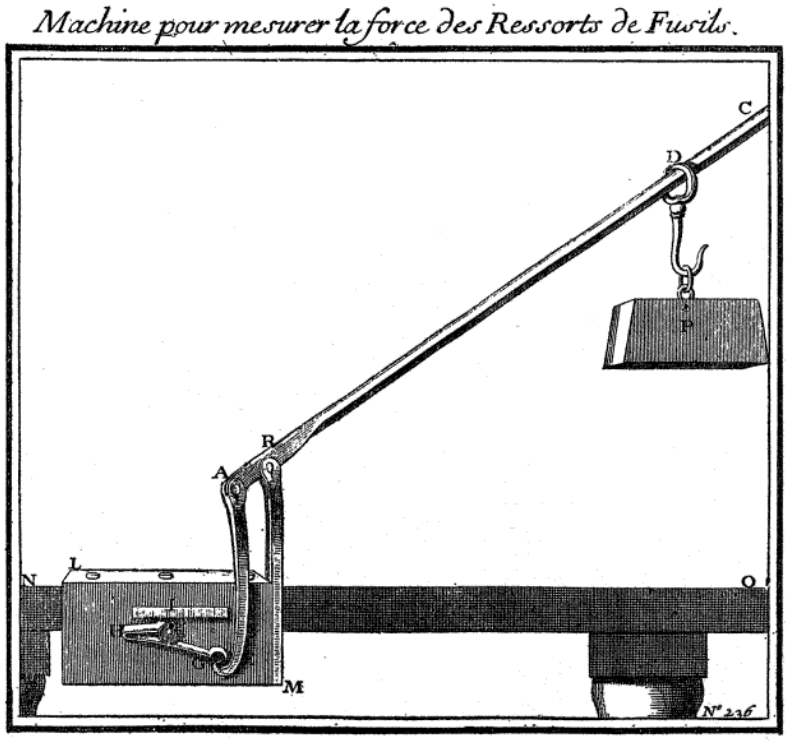


Fig. 39. — Machine pour mesurer la force des ressorts de fusil, proposée par M. Deschamps.

un acier donné était supérieur à tel autre acier, il faisait la *recette* de métaux et non pas l'*étude* de ces métaux, — c'est la raison qui explique le manque de précision dans ses essais de traction.

En effet, s'il eût voulu faire l'*étude* du métal, il aurait cherché sous quel poids se rompait le fil essayé à la traction, ainsi qu'il l'indique, comme nous l'avons vu, à propos de l'essai de pliage.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

A la même époque, la romaine était déjà appliquée à la mesure d'efforts analogues [1]; en effet, Deschamps, qui perfectionnait les mécanismes des fusils, au commencement du XVIII[e] siècle, se proposa de rendre ces organes interchangeables « afin que, quelque pièce « étant rompue ou perdue, on pût aisément la remplacer, et que le fusil entier ne devînt « pas inutile. » — Mais, pour les ressorts, il ne suffisait pas de les faire semblables, il fallait aussi les obtenir de même force, soit en augmentant cette force par la trempe, soit en la diminuant par un recuit approprié.

Deschamps appliqua la romaine à la mesure de la compression des trois ressorts de la batterie, qui devaient résister respectivement à 150 livres, 75 livres et 26 livres.

« Par ce moyen, les commissaires aux revues pour l'examen des armes ne peuvent être « trompés pour la force de ces 3 ressorts en se servant de la romaine proposée (fig. 39), « que l'on peut appeler *éprouvette*. »

Ainsi, dans ses essais de traction de l'acier trempé partiellement dans la longueur, il choisissait pour effectuer cette trempe la partie la plus forte ou la plus homogène du fil et constatait que, toujours, la rupture avait lieu dans cette partie, quand cependant il y avait des endroits du fil d'où il avait ôté les pailles, qui occupaient plus du tiers de la circonférence et qui avaient d'épaisseur le quart ou le tiers du diamètre, ces endroits si affaiblis, mais non trempés, étaient encore plus forts que ceux qui avaient été trempés.

Réaumur examina le métal au *microscope*.

« Considérons un grain d'acier G (fig. 40), un de ceux que la vue seule découvre. Ce « grain, que les yeux aperçoivent aisément, est lui-même un amas d'une infinité d'autres « grains que nous nommerons les molécules de ce grain, le microscope met ces molécules « de grain à portée de nos yeux (p. 330). M, M, M (fig. 40), sont les molécules de ce grain,

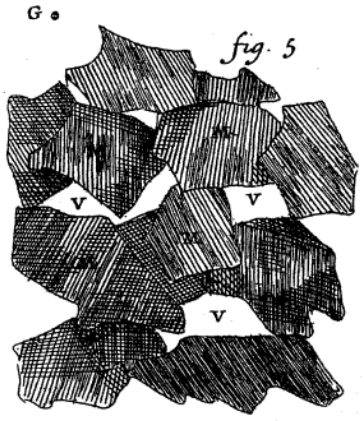


Fig. 40. — Grain d'acier vu au microscope (dessin de Réaumur en 1722).

« dont le nombre est prodigieusement plus grand qu'il ne paraît ici. Ce qui reste en « blanc V, V, sont les intervalles qui sont entre ces différentes molécules. Les molécules « du grain sont elles-mêmes composées d'autres parties que nous avons nommées parties « élémentaires du fer et de l'acier. »

Les ingénieuses méthodes et les appareils pratiques de Réaumur furent probablement peu connus dans son temps, car aucun auteur de cette époque n'en cite l'application. Ainsi Bélidor, professeur à l'École d'artillerie de la Fère, ne parle dans sa description *Des bonnes et mauvaises qualités du fer* [2] que de la cassure et du grain.

1. *Machines approuvées par l'Académie des sciences*, t. IV, 1725, p. 49, n° 256.
2. *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile*, 1729, livre IV, ch. IV, p. 31.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« *Pierre Van Musschenbroek* (fig. 41) fit paraître à Leyde, en 1729, une dissertation latine « sur la cohérence des corps[1] dans laquelle, après avoir rapporté les opinions des phi- « losophes anciens et modernes sur cette propriété, il en donna lui-même quelques expli- « cations[2].



Fig. 41. — PIERRE VAN MUSSCHENBROEK, né à Leyde en 1692, mort en 1761.

« Quoique ses essais aient été faits sur de très petites pièces, cependant ils méritent plus « de confiance qu'aucune expérience antérieure, par l'extrême précision avec laquelle « ils paraissent avoir été suivis, et surtout par leur grand nombre. »

Pour effectuer ses essais sur les bois, les métaux, etc., Musschenbroek imagina le premier de préparer des *éprouvettes* de traction.

Les figures 42 et 43 montrent ses éprouvettes en bois, et les figures 44 et 45 les systèmes

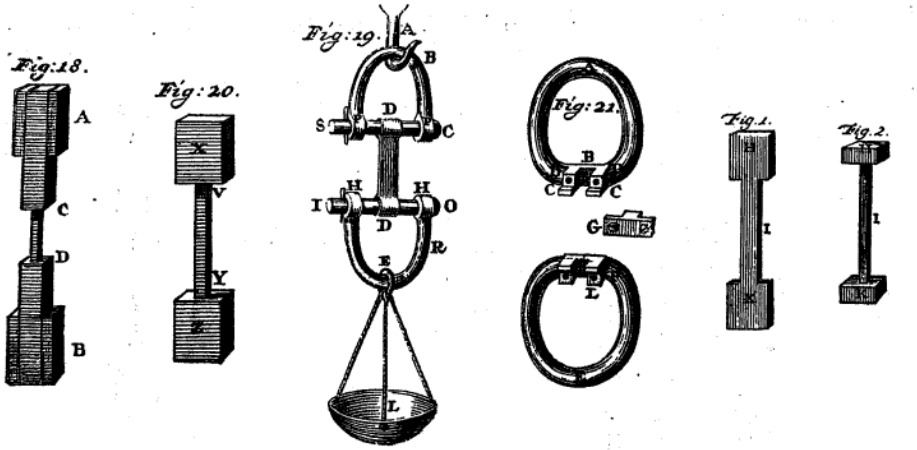


Fig. 42. Fig. 43. Éprouvettes de bois.

Fig. 44. Fig. 45. Systèmes d'attaches des éprouvettes.

Fig. 46. Fig. 47. Éprouvettes de métaux.

1. *Introductio ad cohærentiam corporum firmorum* (*Lugduni Batavorum*, 1729).
2. Girard.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'attache de ces éprouvettes. — L'anneau A de l'attache (fig. 45) est en acier et sert aussi à l'essai des métaux; les éprouvettes des métaux sont représentées par les figures 46 et 47.

Musschenbroek ne présente pas le dessin de son installation, mais il en donne la description (p. 98, vol. II).

« Pour faire ces expériences commodément, j'attachai l'anneau inférieur à un crochet « solidement arrêté, et je suspendis l'anneau supérieur à la tête d'une balance romaine; « ensuite, à l'aide d'un poids vague que je faisais courir sur la queue de cette même « balance, j'éprouvais la fermeté de chaque métal.

« Il faut observer ici que, lorsqu'on fait courir le poids vague sur chaque cran du fléau « de la balance, il faut, avant de le faire passer d'un cran à un autre, le laisser reposer « quelque temps sur le cran sur lequel il se trouve; et cela parce que le métal, lors même « qu'il cède à l'effort qu'on fait pour le rompre, ne cède que lentement, et emploie un « certain temps pour se rompre : et même, lorsqu'on a quelque habitude dans ces sortes « d'expériences, on peut prévoir aisément s'il est sur le point de se rompre, ou s'il peut « supporter encore un plus grand poids; ce qui paraît par une espèce d'aspérité qui se « décèle alors sur sa surface et qui indique que les parties commencent à céder et à « abandonner leur place. »

La figure 44 montre la disposition d'un essai d'étoffe.

La figure 48 représente un modèle d'éprouvette de tissus de laine.

La figure 49 représente un modèle d'éprouvette de parchemin.

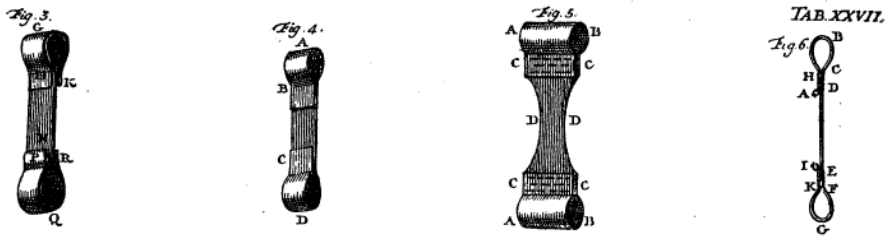


Fig. 48. Éprouvette de tissu de laine.

Fig. 49. Éprouvette de parchemin.

Fig. 50. Éprouvette de peau.

Fig. 51. Éprouvette de corde en boyau.

La figure 50, un modèle d'éprouvette de peau.

La figure 51, un modèle d'éprouvette d'une corde en boyau pour violon.

Les figures 52 à 58 concernent *l'adhérence respective*, c'est-à-dire celle qui résiste à l'action

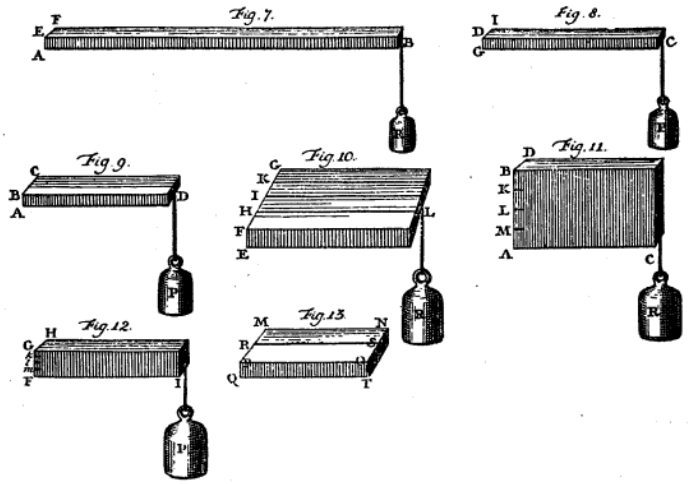


Fig. 52 à 58. — Adhérence respective.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'une puissance qui agit perpendiculairement à la direction des files longitudinales dont le corps est composé.

Les figures 59-60 montrent la loi de résistance d'un cylindre creux.

Les figures 61 à 63 montrent les phénomènes de la résistance à la flexion.

La figure 64 représente la machine à essayer à la flexion.

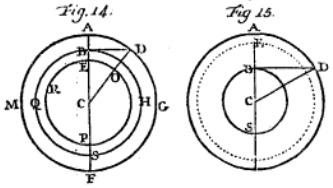


Fig. 59 et 60.
Résistance d'un cylindre creux.

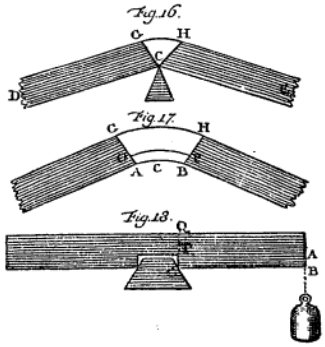


Fig. 61 à 63. — Résistance à la flexion.

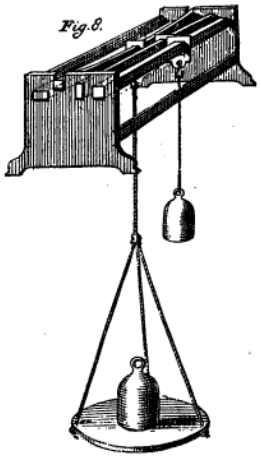


Fig. 64. — Machine à essayer à la flexion.

Musschenbroek étudia la résistance du verre à la flexion; la figure 65 représente la machine dont il se servit : un disque de verre enchâssé à la base d'un vase cylindrique supporte la pression d'une colonne d'eau, la résistance est mesurée par la hauteur de cette colonne d'eau au moment de la rupture. — La figure 66 montre une autre machine dont il se servit pour mesurer la résistance du verre à l'aide de la pression atmosphérique.

Musschenbroek fit l'étude de la résistance au *flambement*; la figure 67 représente la machine qu'il employa :

« A, A, A, A, représentent 4 colonnes rondes très polies, de 5 pieds de hauteur; elles sont « solidement établies sur une planche fort épaisse : la tête de ces colonnes est fixée dans « un cadre B B, afin qu'elles ne vacillent point, et qu'elles soient parallèles entre elles dans « toute leur longueur. C C est une table quarrée mobile, faite de deux planches fort épaisses, « appliquées l'une sur l'autre, de façon que leurs fibres se croisent, afin que cette table « puisse toujours demeurer plane : cette table est percée de 4 trous vers ses angles, dans « lesquels sont enchâssés des cylindres creux de cuivre, longs de 8 pouces : les « 4 colonnes A, A, A, A, passent par ces cylindres et la table glisse aisément selon la « longueur des colonnes, sans qu'elle puisse vaciller d'un côté ou d'un autre; et elle se « meut par ce moyen, perpendiculairement de haut en bas, ou de bas en haut. Au milieu « de la base de cette machine, ainsi qu'au milieu de la table, est solidement incrustée une « lame épaisse de cuivre, sur l'épaisseur de laquelle est creusé un trou quadrangulaire, qui « a la forme d'une pyramide creuse : les pointes de ces deux cavités se répondent « parfaitement lorsque la base est disposée parallèlement à l'horizon. Sur la surface « supérieure de la table sont tracés des quarrés de différentes grandeurs, dont les centres « répondent au sommet de la pyramide creuse, qui est placée à la surface inférieure de la « même table. Ces différents quarrés font qu'on peut toujours placer au centre de cette « table les différents poids dont on veut la charger. Ces poids sont des lames quarrées de « plomb, auxquelles j'ai donné cette figure, afin que leur poids pût se distribuer « uniformément sur le milieu de la table.

« Les corps, tels que D, qu'on veut soumettre à l'examen, doivent se terminer, par les « deux extrémités, en forme de pyramide qui réponde à celles qui sont creusées, et sur la « base, et sur la surface inférieure de la table : on engage alors ces corps dans ces « pyramides creuses. Avant de faire l'expérience, il faut avoir soin de mettre la machine

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« exactement de niveau. Lorsque le corps D vient à se rompre par l'effort des poids dont « la table est chargée, il est constant que cette table descendant brusquement, et tombant « sur la base, gâterait les cylindres creux de cuivre. Pour obvier à cet inconvénient et pour « prévenir tous les accidents qui pourraient arriver, il faut attacher à la table deux cordes

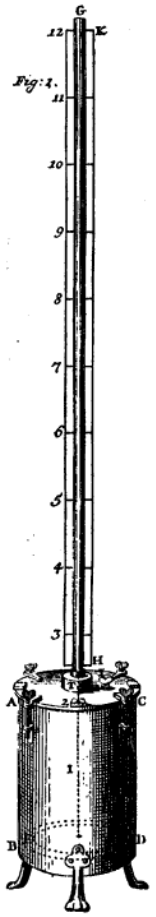


Fig. 65. — Machine à essayer le verre à la flexion.

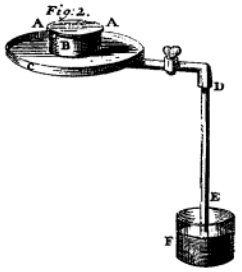


Fig. 66.
Essai du verre à la flexion.

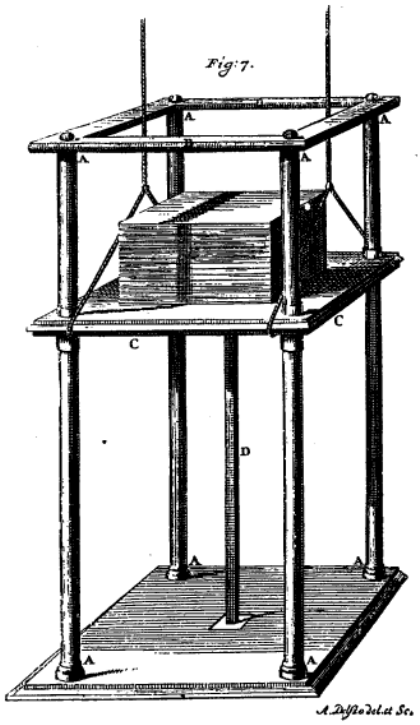


Fig. 67. — Presse pour essayer au flambement.

« qu'on fait passer sur la circonférence de deux grosses poulies fixées au plancher, et « attacher solidement ces cordes, de façon que la table ne puisse descendre que jusque « vers le milieu de la hauteur des colonnes, lorsque le corps D se brise. L'usage m'a appris « que cette méthode était fort commode pour ces sortes d'expériences. »

Les essais de compression que Musschenbroek effectua à l'aide de cette machine eurent pour objet les études de résistance du bois.

En effet, à cette époque, au commencement du XVIII[e] siècle, le fer était relativement peu employé, c'était surtout le bois qui servait dans les constructions de charpente pour les édifices, les ponts, les bateaux, etc.

Il est donc tout naturel que, pour répondre aux besoins les plus urgents, les savants du temps aient porté leurs recherches sur la résistance du bois.

BÉLIDOR, professeur à l'école d'artillerie de La Fère, fit, à la même époque que Musschenbroek, des essais de flexion du bois[1].

1. Bélidor, *La science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile*, 1729.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« Pour exécuter les mêmes expériences de différentes manières, j'ai fait faire un nombre « de petites solives bien équarries et toutes de bois de chêne passablement bon, plus sec « que vert, à peu près de même qualité et coupées de façon que le fil du bois se trouvât « toujours dans le même sens, par rapport à la situation où il devait être posé.

« On s'est servi de deux chevalets pour tenir lieu d'appui et l'on en a percé la tête afin « d'y passer des valets de fer pour serrer les solives par les deux bouts quand on le jugerait « à propos, et comme, dans un arsenal tel que celui de La Fère, il y a un grand nombre de « poids de toute sorte de pesanteur et des machines pour les élever, j'ai été à portée de



Fig. 68. — Bernard FOREST DE BÉLIDOR, né en Catalogne en 1697, mort en 1761

« faire plusieurs de mes expériences en assez grand volume pour pouvoir servir de base « aux conséquences que j'en tirerai. Comme il est difficile de rencontrer du bois dont les « morceaux, quoique tirés d'une même pièce, soient assez égaux en toutes choses pour « qu'il ne se rencontre pas de différence qui rendrait la plupart des expériences équivoques, « si on n'y prenait garde, j'ai répété chaque expérience trois fois avec des pièces de mêmes « dimensions; ensuite j'ai ajouté ensemble les poids que chacune a portés, et le tiers de la « somme m'a donné un nombre qui peut exprimer la force moyenne. »

Buffon fut chargé par le comte de Maurepas de travailler *conjointement* avec M. Duhamel sur les bois de construction. Mais, pour des raisons qui me sont inconnues, Duhamel éluda cette collaboration et chacun de ces deux savants fit ses expériences séparément.

Voici en quoi consistait la machine employée par Buffon[1] : « Deux forts réteaux de « 7 pouces d'équarrissage, de 3 pieds de hauteur et d'autant de longueur, renforcés dans « leur milieu par un bon bois de bout; on posait sur ces tréteaux les deux extrémités de la « pièce qu'on voulait rompre. Plusieurs boucles carrées de fer rond, dont la plus grosse « portait près de 9 pouces de largeur intérieure et était d'un fer de 7 à 8 pouces de tour; la « seconde boucle portait 7 pouces de largeur et était faite d'un fer de 5 à 6 pouces de tour, « les autres plus petites; on passait la pièce à rompre dans la boucle de fer, les grosses « boucles servaient pour les grosses pièces et les petites boucles pour les barreaux. Chaque

1. Buffon, *Mémoires de l'Académie des sciences*, 1740, p. 460.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« boucle, à la partie supérieure, avait intérieurement une arête bien limée, de la largeur « de 2 ou 3 lignes; cette arête était faite pour empêcher la boucle de s'incliner et aussi pour « faire voir la largeur du fer qui portait sur les bois à rompre. A la partie inférieure de cette « boucle carrée, on avait forgé deux crochets de fer de même grosseur que le fer de la « boucle; ces deux crochets se séparaient et formaient une boucle ronde d'environ 9 pouces « de diamètre, dans laquelle on mettait une clef de bois de même grosseur et de 4 pieds « de longueur. Cette clef portait une forte table de 14 pieds de longueur sur 6 pieds de « largeur, qui était faite de solives de 5 pouces d'épaisseur, mises les unes contre les autres « et retenues par de fortes barres; on la suspendait à la boucle par le moyen de la grosse « clef de bois et elle servait à placer les poids, qui consistaient en 300 quartiers de pierre, « taillés et numérotés, qui pesaient chacun 25, 50, 100, 150 et 200 livres; on posait ces « pierres sur la table et on bâtissait un massif de pierre large et long comme la table et « aussi haut qu'il était nécessaire pour faire rompre la pièce.



Fig. 69. — Georges-Louis LECLERC, Comte de BUFFON
né à Montbard (Côte-d'Or) le 7 septembre 1707, mort le 16 avril 1788.



« On avait soin de mettre de niveau la pièce et les tréteaux, que l'on cramponnait afin « de les empêcher de reculer; huit hommes chargeaient continuellement la table et com- « mençaient par placer au centre les poids de 200 livres, ensuite ceux de 150, ceux de 100, « ceux de 50 et enfin, au-dessus, ceux de 25 livres. Deux hommes portés par un échafaud « suspendu en l'air par des cordes plaçaient les poids de 50 et de 25 livres, qu'on n'aurait « pu arranger depuis le bas sans courir risque d'être écrasé; quatre autres hommes « appuyaient et soutenaient les quatre angles de la table, pour l'empêcher de vaciller et « pour la tenir en équilibre; un autre, avec une longue règle de bois, observait combien « la pièce pliait, à mesure qu'on la chargeait, et un autre marquait le temps et écrivait la « charge, qui souvent s'est trouvée monter à 20, 25 et jusqu'à près de 27 milliers de livres.

« J'ai fait rompre de cette façon plus de 100 pièces de bois, tant poutres que solives, sans « compter 300 barreaux. »

Buffon fit aussi des essais de traction sur du fer provenant de la forge d'Aisy-sous-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Rougemont (Doubs). Le fer était façonné en forme de boucles pour supporter le plateau de poids.

Duhamel du Monceau (fig. 70) avait effectué en 1735 et 1736 des expériences sur des bois de chêne de Provence, pour connaître la force du bois flotté ou non flotté[1].

Quelques années plus tard, il reprit ses expérieñces d'abord à Denainvilliers, puis dans l'arsenal de Marseille, sous la protection de M. d'Héricourt, intendant des Galères, qui mit à sa disposition M. Garavaque, ingénieur de la Marine, et M. Deidier, sous-constructeur des galères.

Ainsi, à peu près à la même époque, vers 1740, Buffon d'un côté et Duhamel de l'autre expérimentaient sur la résistance des bois, essayés à la flexion. Ils n'étaient pas les seuls,



Fig. 70. — Henri-Louis DUHAMEL, Seigneur DU MONCEAU
Inspecteur général de la Marine, Membre de l'Académie des sciences en 1728,
né à Paris en 1700, où il mourut le 23 août 1782.

car Cossigny, directeur des fortifications de Besançon, Perronet, ingénieur des Ponts et Chaussées, etc., s'occupaient des mêmes études. Tous ces expérimentateurs effectuaient leurs expériences par des procédés analogues à ceux de Bélidor et de Buffon.

Ainsi Perronet, le 30 octobre 1746, essayait des pièces de bois posées sur deux points d'appui écartés de trois pieds. Il essaya aussi de la même façon le fer, car j'ai trouvé dans un de ses manuscrits, à la Bibliothèque des Ponts et Chaussées, le résultat d'une expérience à la flexion faite, en octobre 1746, sur une barre de fer doux de 9 lignes en carré et posée sur deux points d'appui écartés de 4 pieds. On chargea cette barre en son milieu d'abord de 364 livres, ce qui la fit courber de 12 lignes, puis de 468 livres, ce qui accentua la courbure jusqu'à 19 lignes, et enfin en chargeant de 597 livres, on eut 37 lignes. L'expérience ne fut pas poussée plus loin, car la ductilité du métal était telle qu'on n'aurait pas pu rompre la barre.

Duhamel s'ingénia à trouver la meilleure méthode d'essai à la flexion; il fit d'abord ses essais sur des prismes encastrés, puis sur des pièces posées sur deux points d'appui, mais

1. Duhamel du Monceau, *Du transport, de la conservation et de la force des bois*, 1767, p. 207.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

chargées lentement et d'une façon continue pour éviter les chocs; voici, d'ailleurs, comment il décrit ces recherches[1] :

« Pour faire rompre tous les morceaux de bois dont nous voulions éprouver la force, « nous les avions scellés (fig. 71) par un de leurs bouts dans une muraille A et nous suspen- « dions à l'autre bout une caisse B, dans laquelle on mettait les poids jusqu'à ce qu'il y en

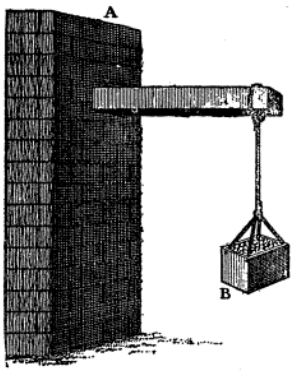


Fig. 71.

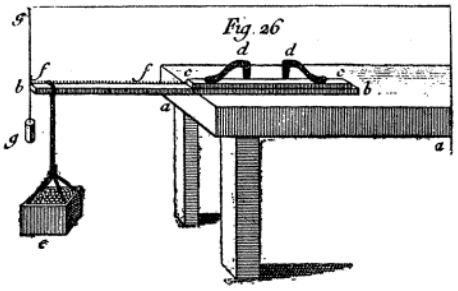


Fig. 72.

« eût assez pour les faire rompre. Mais cet appareil n'ayant pas réussi, parce que le scel- « lement s'affaissait et que le bois s'endommageait sur le point d'appui, nous essayâmes de « coucher la pièce *bb*, qu'on voulait éprouver, sur un établi *aa* (fig. 72), nous posions sur la « pièce *bb* un fort listeau *cc* qu'on retenait avec des valets *dd*. Un faible barreau couché sur

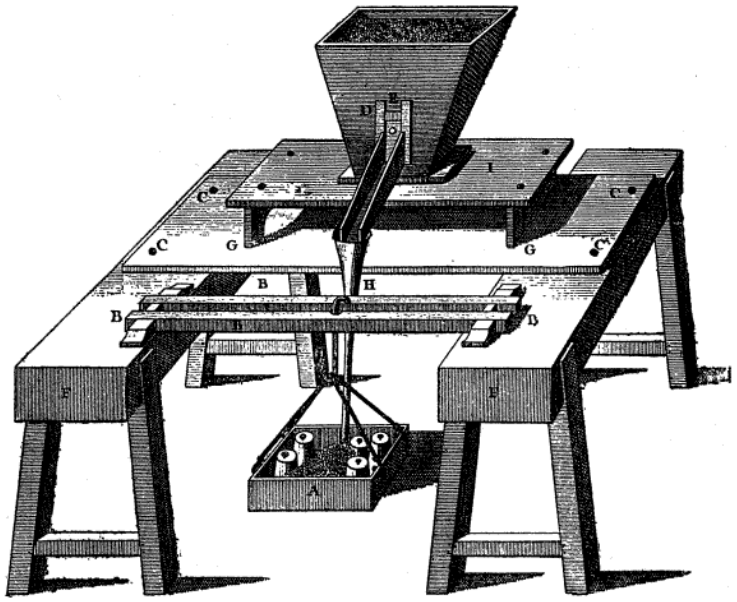


Fig. 73.
Essais des bois à la flexion.

« la table de l'établi et désigné par la ligne ponctuée *ff* servait à reconnaître la courbure « qu'il prendrait avant que de rompre. A un des bouts *b* du barreau qu'on voulait éprouver « était suspendue une caisse *e* dans laquelle on mettait suffisamment de poids pour faire « rompre le barreau, et le fil à plomb *gg* servait à reconnaître le raccourcissement du « barreau. Cette disposition ne nous ayant pas encore procuré l'exactitude que nous dési- « rions, nous essayâmes de faire reposer les deux bouts des barreaux sur deux forts tréteaux

1. Duhamel du Monceau, *Du transport, de la conservation et de la force des bois*, 1767, p. 447.

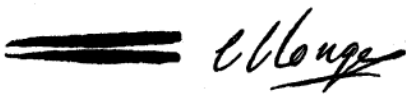
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« et de les charger par leur milieu. Il se présenta deux inconvénients : l'un était que « quelques barreaux se déversaient d'un côté ou d'un autre; l'autre, qu'en mettant des « poids à la main dans la boîte, il se faisait une secousse. Enfin, il nous parut avantageux « de fournir les poids peu à peu, et dans des intervalles de temps égaux. Ce qui nous « détermina à avoir recours à l'établissement représenté par la figure 73.

« A est une caisse suspendue à la pièce qu'on chargeait. B, deux forts listeaux qui lais- « saient entre eux un espace dans lequel on mettait la pièce qu'on voulait rompre; ils « servaient à l'empêcher de se déverser. D est un magasin de plomb en grenaille fine « avec son canal en entonnoir, qui répandait dans la caisse A pour augmenter peu à peu « par cette grenaille la charge qu'on voulait donner au barreau. E est une petite porte à « coulisse qu'on pouvait ouvrir et fermer à souhait, de façon qu'elle fournissait une livre « de poids par seconde. F, deux forts tréteaux sur lesquels reposait par les bouts la pièce



Fig. 74. — Gaspard MONGE, né à Beaune en 1746, mort à Paris en 1818.



« qu'on voulait rompre. G, forte planche attachée sur les tréteaux avec quatre vis C pour les « rendre plus solides. H est un entonnoir de cuir qui sert à conduire la grenaille dans la « caisse. I, petit gradin pour élever la caisse de la grenaille.

« Il est évident que par cette disposition tous les barreaux étaient chargés peu à peu « dans un même intervalle de temps jusqu'à ce qu'ils se rompissent, et qu'il était aisé, « au moyen des listeaux B, B, de connaître la courbure qu'ils prenaient. On pouvait, au « moyen de la porte à coulisse E, interrompre l'écoulement de la grenaille, pour laisser « quelque temps le barreau sous une même charge : car un poids qui ne fait pas rompre « un barreau sur-le-champ le rompt souvent quelque temps après, sans être plus « considérable. C'est avec cet ajustement que nous avons fait toutes nos expériences. »

Or, ces expériences à la flexion de solides posés le plus généralement sur deux points d'appui, et quelquefois simplement encastrés, effectuées sur le bois et même sur le fer par Perronet en 1746, comme je l'ai dit, font surgir à l'esprit une remarque, c'est l'analogie du procédé alors employé avec le procédé actuellement attribué à Monge.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La différence qui existe entre les deux procédés consiste uniquement en ceci : c'est que, par raison d'économie, l'échantillon essayé est d'une faible longueur, et qu'un bras de levier solidement relié à l'extrémité non encastrée de l'éprouvette permet de réaliser la rupture avec une plus petite quantité de poids.

Il m'a semblé que cette amélioration dans la disposition de la méthode, intéressante par cela même qu'elle procure une double économie de métal et de main-d'œuvre, n'était cependant pas digne d'être considérée comme une invention pour un génie tel que Monge (fig. 74).

L'honnêteté si scrupuleuse de l'illustre défenseur de la patrie ne peut laisser penser une seconde qu'il se soit attribué une invention qui n'était pas sienne; les documents m'ont donné la clef de cette énigme.

Dans son *Traité sur la fonte des canons*[1], Monge dit :

« Il est facile de s'assurer d'avance si la ténacité d'une certaine fonte est suffisante « pour servir à la confection des canons, et ce procédé a déjà été mis en usage à la « fonderie du Creusot, près Montcenis. Pour cela, on fait couler un lingot de trois pouces

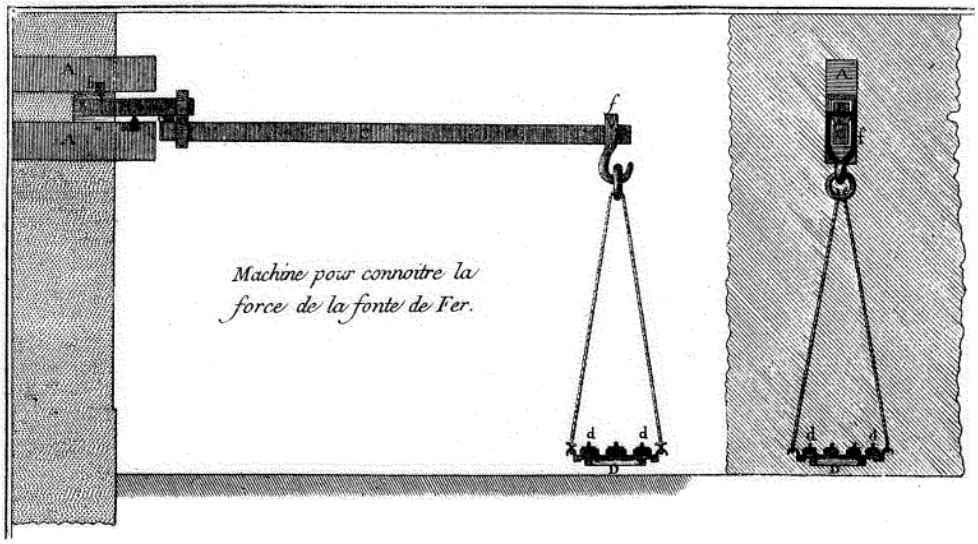


Fig. 75. — Machine attribuée à Monge; inventée en 1790 par Ramus, Directeur du Creusot.

« carrés et d'environ quinze ou dix-huit pouces de longueur; ce lingot s'introduit par une « de ses extrémités dans une boîte de fonte scellée dans un mur solide (fig. 75), et qui « présente dans son intérieur un point d'appui sur lequel repose le lingot; on fixe à l'autre « extrémité un levier de fer forgé retenu au lingot par une bride de fer, et portant, à six « pieds six pouces de distance du point d'appui, un plateau de balance; enfin, on charge « ce plateau de poids successifs, jusqu'à ce que la charge détermine la rupture du lingot. « Si le lingot peut supporter 1500 livres dans le plateau de la balance avant que de se « rompre, la fonte a assez de ténacité pour être employée à la confection des pièces « d'artillerie. »

Pourquoi Monge n'a-t-il pas indiqué l'auteur des essais effectués au Creusot, et n'a-t-il pas mentionné le nom de l'inventeur de la machine?

Ramus, alors directeur du Creusot, avait imaginé cette machine[2] et exécuté les essais, pour prouver que la fonte de fer obtenue dans le haut fourneau au coke pouvait résister au moins aussi bien que la fonte obtenue dans le haut fourneau au charbon de bois; et Gazeran, alors directeur de la verrerie, avait publié dans les *Annales de Chimie* le résultat

1. Monge, *Description de l'art de fabriquer les canons*, an II, p. 18.
2. Hassenfratz, *La sidérotechnie*, t. I, p. 47.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de ces essais[1], se donnant comme l'inventeur de la machine et l'auteur des essais (fig. 76).

Cette méthode d'essai ayant paru à Gazeran devoir donner de bons résultats, il songea à l'appliquer comme méthode de *recette*; il dit en effet :

« Que si l'on s'occupait à trouver facilement et sans frais la ténacité des fontes de fer « et à connaître l'influence d'une température très élevée sur les fontes fort chargées de « carbure de fer ou de plombagine, on parviendrait à éviter les incertitudes. »

Annales de Chimie,
Tome VII, page 112.

TABLEAU des Expériences faites à la Fonderie Royale du Creuzot, sur la ténacité des fontes de fer.

	Indication des fontes de fer employées, & de la proportion des alliages.	Numéros des barreaux de fonte éprouvés.	Poids employés pour les rompre.	Quantité de carbure de fer trouvé dans les fontes par quintal.
				liv. on. gr.
Fontes faites avec le coak.	Fonte blanche provenante d'un canon qui avoit été crévé hors des épreuves ordinaires	.1.	1,162	...5....
	Fonte blanche	.2.	1,096	...4....
	Fonte d'un haut fourneau du Creuzot, où l'on employoit ⅓ de coak inférieur en qualité, & ⅔ de bon	.3.	1,328	...6....
	Fonte Angloise peu grise, refondue au réverbère.	.4.	1,378	...8....
	Fonte d'un haut fourneau, dont le travail étoit dérangé, le laitier mauvais	.5.	1,028	...5....
	Fonte d'un haut fourneau, dont la tuyère étoit obstruée depuis douze jours	.6.	1,405	1..8....
	Fonte grise du Creuzot, refondue au réverbère, avec partie égale de fonte grise de Franche-Comté. *Canons solides*	.7.	1,578	2.....
	Idem. Avec un quart de fonte grise de Franche-Comté	.8.	1,687	2...2....
Fontes au charbon de bois.	Fonte un peu grise du Périgord, & refondue au fourneau à réverbère	.9.	1,416	1...8...3
	Fonte très-grise de la Franche-Comté refondue au réverbère	10.	1,655	1..15...7
Fontes au coak refondues à une haute température.	Fonte grise d'un haut fourneau du Creuzot, où l'on emploie du bon coak	11.	1,721	2..12....
	La même refondue au réverbère	11.	1,818	...14....
	Fonte plus grise d'un haut fourneau du Creuzot, chargé d'excellent coak	12.	1,806	3.....
	La même fonte refondue au réverbère, *excellens canons*	12.	2,025	...12....
	Fonte grise du Creuzot pour tuyaux, & autres ouvrages moulés	13.	1,771	2..13.. .

Nota. Les barreaux d'épreuves avoient exactement trois pouces en quarré sur dix-huit pouces de longueur.

Fig. 76.

On essayait à cette époque les canons de fusil et les canons d'artillerie par des épreuves à la poudre et, comme le faisait remarquer Vauban à propos des canons de fusil[2], « cette épreuve ne manquait pas de donner aux armes un effort qui les disposait à crever ».

On voyait souvent des canons d'artillerie éclater après la mise en service, soit parce que le métal avait été détérioré à l'essai, soit parce qu'il avait atteint sa limite de résistance sans que rien en avertît.

Gazeran pensa que l'essai préalable de la fonte employée pour la coulée des canons renseignerait suffisamment sur la qualité pour faire cesser les incertitudes signalées.

Monge ne voulut probablement pas susciter de querelle, mais, s'il n'a pas donné le nom du promoteur de la méthode, ce n'est certainement pas pour s'en attribuer l'invention.

1. *Annales des mines*, t. VII, 1790, p. 97.
2. Vauban, *Traité de la défense des places*, 1769, p. 94.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

A la même époque, en mars 1790, on fit des expériences de flexion sur des barres de fer fondu, à la manufacture de Périer, à Chaillot. La section était d'un pouce d'équarrissage,



Fig. 77. — JACQUES-CONSTANTIN PERIER, né à Paris le 2 novembre 1742, mort le 16 août 1818.

l'écartement des points d'appui de 9 pouces et le chargement au milieu, pour obtenir la rupture, fut de 3770 livres (moyenne de plusieurs expériences) [1] (fig.77).

MACHINE A ESSAYER A LA TRACTION

Perronet, qui avait déjà effectué de nombreuses expériences de flexion sur le bois et le fer, imagina en 1758, alors qu'il commençait à s'occuper du projet du pont de Neuilly, une machine pour produire de grandes pressions et connaître la ténacité ou la cohésion des bois et des métaux [2] (fig. 78).

« Soufflot se servit aussi de cette machine pour juger, d'une manière exacte, la nature « et la force des pierres qu'il se proposait d'employer à la construction de la nouvelle « église Sainte-Geneviève à Paris.

« Cette machine, étant fort simple, peut être employée dans tous les cas où l'on a de « très grandes pressions à produire, puisque le maximum du poids total peut être porté « jusqu'à trente-neuf milliers (18 650 kil.).

« Elle consiste en un levier (fig. 79) ou barre de fer A, A′, dont une des extrémités B « ne peut tourner qu'autour d'un axe fixé à un très fort montant en fer C, invariablement « scellé dans un massif de maçonnerie sous le carreau et au mur vertical contre lequel « tout le système de la machine est adossé.

« La barre qui forme levier est composée de deux parties, dont une mobile sur l'autre « dans le sens de sa longueur permet d'allonger ou de raccourcir le bras de levier. « Elles portent l'une et l'autre des traits de divisions qui servent à mesurer l'allongement « ou la diminution du bras de levier, et sont liées par deux étriers en fer, D, D. On fait « action sur ce levier, lorsqu'une pièce quelconque est mise en expérience, au moyen de « poids posés avec précaution et sans secousses sur un fort plateau de bois E, qui est « suspendu par quatre cordes et un fort anneau de fer placé dans une échancrure F,

1. Manuscrit, Bibliothèque de l'École des Ponts et Chaussées.
2. P.-C. Lesage, Deuxième *Recueil* de divers mémoires extraits de la Bibliothèque des Ponts et Chaussées, 1808, p. 151.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« faite exprès à l'extrémité du bras de levier, supposé à très peu près horizontal. Lorsqu'on « veut se servir de cette machine pour produire de grandes pressions, on place d'abord « l'objet à comprimer sur le sommier en bois de chêne N, qui sert de base à toute la « machine, et ensuite sous le centre du mouton, ou masse de fer G, au moyen de cales « de bois et de fer de différentes épaisseurs. Ce mouton, qui a la forme d'un parallélipipède « rectangle, surmonté d'un prisme triangulaire, dont les arêtes sont horizontales et « perpendiculaires à la longueur du levier, est mobile seulement dans le sens de la hau- « teur, de manière à pouvoir transmettre la pression qu'il reçoit du levier à l'objet « mis en expérience. Lorsqu'il n'y a point d'objet mis sous le mouton, un petit boulon « de fer le traverse dans son milieu, et l'empêche de tomber.

« Connaissant le poids du mouton, celui du levier et du plateau, et la distance du point



Fig. 78. — Jean-Rodolphe PERRONET
né à Suresnes, près Paris, en 1708, mort à Paris le 27 février 1794.

« d'application de ce poids au centre de pression et à celui de rotation, on calculera la « mesure du premier effort produit par les éléments de la machine elle-même; considérant « ensuite le poids mis dans le plateau, en ajoutant ce poids à son produit par le rapport « entre les distances du point d'application et de l'axe de rotation au centre de pression, « on aura la mesure du deuxième effort produit par la charge employée. La somme de ces « deux efforts donnera l'expression de la pression communiquée à l'objet dont on veut « connaître la résistance.

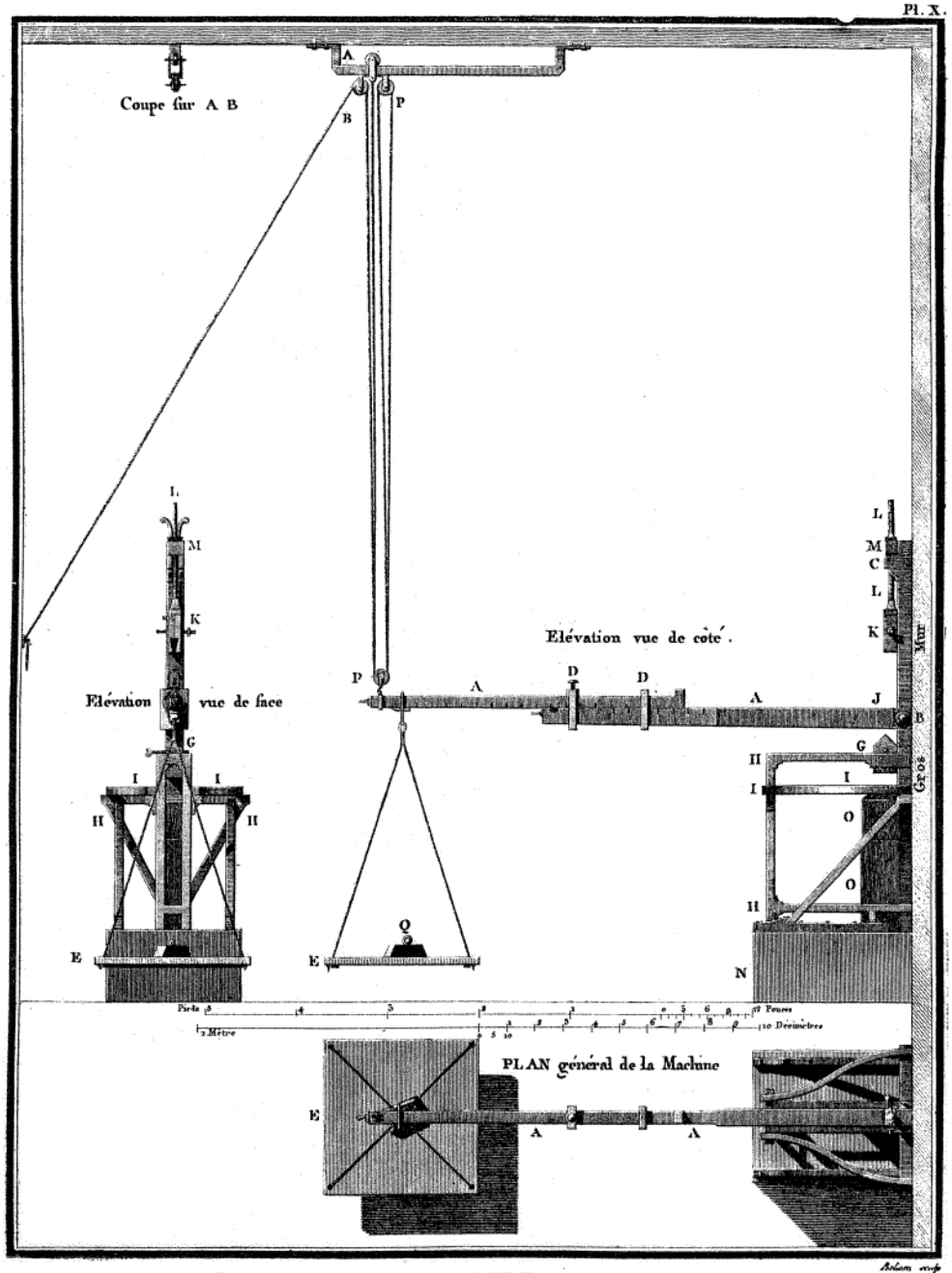
« Cette résistance aura pour limite la charge sous laquelle il s'écrase ou change sensi- « blement de forme.

« La même machine peut encore servir à faire connaître la résistance que les corps « opposent à la flexion. Pour cela, on y a adapté une espèce d'échafaud en fer H très « solide, et destiné à supporter horizontalement le corps par ses extrémités, au moyen « de traverses en fer I, droites ou courbées, qu'on pose dessus : le mouton porte alors « sur le milieu de la longueur de la pièce mise en expérience.

« Si la machine doit être employée à mesurer la ténacité ou la cohésion des bois et des « métaux dans le sens de leur longueur, alors son effet devra être de communiquer une « traction, au lieu d'une pression qu'elle produisait dans la première expérience. On « a pratiqué à la barre du levier un trou J, à l'endroit où elle porte sur l'arête du mouton.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« On fait passer dans ce trou une des extrémités de la pièce qu'on veut tirer dans le sens « de sa longueur. On fixe cette extrémité à la base inférieure du levier par une tête, « un écrou ou tout autre moyen. L'autre extrémité est serrée très fortement par une



MACHINE inventée par **PERRONET**, en 1758 «
Pour connoître par la Pression la résistance absolue des Pierres, celle de Traction et de Cohésion dans les Métaux et les Bois.

Fig. 79.

« mâchoire en fer K. Cette mâchoire est munie d'une tige à vis L; le fort écrou taraudé M « de cette vis porte sur un encorbellement tenant d'une manière invariable au montant C, « qui porte déjà l'axe du levier A, A'. La tige de la mâchoire permet de l'éloigner ou de la « rapprocher de la base du levier au moyen de l'écrou, selon que l'exige la longueur de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« la pièce qu'on soumet à l'expérience. L'effort que produit la machine se mesure, dans « ce cas, absolument de la même manière que dans le précédent. »

Cette machine à essayer à la traction, à la flexion et à la compression, paraît être la *première machine* construite spécialement dans le but déterminé et spécial d'effectuer des *études* sur les pierres, les bois, les métaux.

Musschenbroek s'était servi d'une romaine pour exécuter ses essais, Perronet appliqua *le même principe*; mais, au lieu d'une installation provisoire, il fit exécuter une machine complète portant sur un même bâti tous ses accessoires.

Gauthey (fig. 80) paraît s'être attribué l'invention de cette machine : « Les discussions « auxquelles le dôme de l'église Sainte-Geneviève[1] a donné lieu ont été l'occasion des « premières recherches qui aient été faites sur la résistance de la pierre. M. Patte publia,

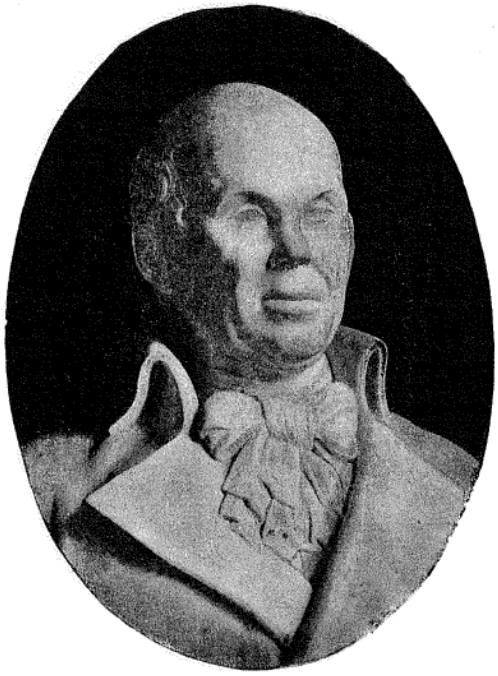


Fig. 80. — Émilian-Marie GAUTHEY, né à Chalon-sur-Saône en 1732, mort en 1806.

« en 1770, un mémoire dans lequel il éleva des doutes sur la solidité des piliers de ce « dôme, et assura qu'ils n'avaient pas une surface suffisante pour que la tour qui devait « porter la coupole pût résister à sa poussée.

« Nous avons répondu l'année suivante (*Mémoire sur l'application des principes de la « mécanique à la construction des voûtes*, Dijon, 1771) à ces assertions en faisant voir qu'elles « n'étaient pas d'accord avec les règles connues jusqu'alors pour calculer la poussée des « voûtes; et nous avons démontré, en appliquant ces règles d'une manière plus exacte, « que non seulement l'épaisseur des piliers était suffisante pour porter les voûtes projetées « par Soufflot, mais que l'on pouvait supprimer les massifs et conserver seulement les « colonnes qui y étaient engagées.

« Cette assertion supposait cependant que la pierre dont ces colonnes seraient composées « ne s'écraserait point sous le poids considérable qu'elle aurait à soutenir; et, comme cette « dernière difficulté ne pouvait être résolue qu'autant qu'on connaîtrait exactement la force « de la pierre, nous entreprîmes sur cet objet des expériences qui pouvaient alors être « regardées comme entièrement neuves. Elles ont été publiées, en 1774, dans le *Journal*

1. Navier, *Œuvres* de M. Gauthey, 1809, t. I, p. 268.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« *de physique* de l'abbé Rozier [1], dans un mémoire : *Sur la charge que peuvent porter les* « *pierres*, par M. Gauthey, ingénieur des ponts et chaussées, à Chalon-sur-Saône.

« Dans ce mémoire, Gauthey dit (p. 404, 21e ligne) : « J'ai fait construire une machine « solide pour faire ces expériences avec des pierres d'un volume assez grand....

« La machine que j'ai employée est composée d'un levier de fer de sept pieds de lon- « gueur.... »

Ainsi, de 1771 à 1774, Gauthey a construit une machine absolument semblable à celle que Lesage attribue à Perronet, à la date de 1758.

Gauthey se considère cependant bien comme l'inventeur, car il précise en ajoutant [2] :

« Le célèbre Soufflot, ayant eu connaissance de ces expériences, fit construire en fer une « machine semblable à la mienne, par le moyen de laquelle il écrasa un grand nombre de « pierres de diverses espèces. Ce travail était fait en commun avec Perronet, qui construisit « vers le même temps, pour l'École des ponts et chaussées, une troisième machine à « laquelle il adapta un appareil qui la rendait propre à connaître aussi la force de cohésion « des métaux. »

Rondelet (fig. 81), qui assista aux expériences de Gauthey, Soufflot et Perronet, donne



Fig. 81. — JEAN RONDELET, né à Lyon en 1734, mort en 1829.

satisfaction à tout le monde [3]. — A la page 276 du tome Ier de ses *Œuvres*, il l'attribue à Gauthey et en donne la figure 82.

A la page 134 du tome IV, il l'attribue encore à Gauthey, d'après Navier, et, à la page 371 du même volume, à Perronet, d'après Lesage.

Il n'est donc pas possible de pouvoir déterminer l'auteur véritable.

Quoi qu'il en soit, il me semble qu'on ne peut pas considérer cette machine comme une invention, le principe ne différant pas sensiblement du principe employé par Réaumur et Musschenbroek, l'amélioration apportée ne consistant qu'en une meilleure disposition des divers organes, les réunissant sur un seul bâti.

RONDELET, qui fit la plus grande partie des essais, s'aperçut des deux graves défauts de cette machine.

1° Lorsque le plateau de la balance était chargé d'un poids un peu considérable, le frotte-

1. *Journal de Physique* de l'abbé Rozier, novembre 1774, p. 402 à 416.
2. *Œuvres* de Gauthey, p. 269.
3. Rondelet, *Traité de l'art de bâtir*, 6e édition, 1850.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ment qui s'exerçait sur le boulon ou axe de rotation du levier devenait très fort et influait sensiblement sur les résultats (fig. 82).

Il arrivait aussi que la pierre, diminuant un peu de hauteur avant de s'écraser tout à fait,

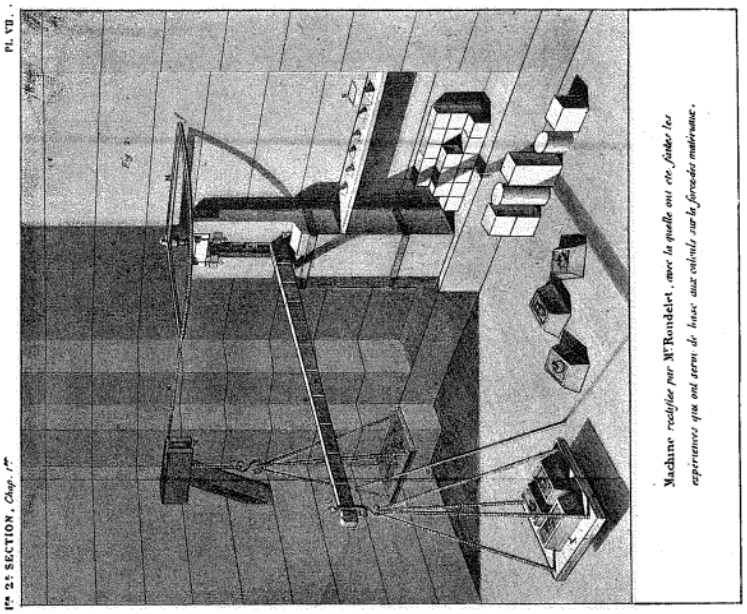


Fig. 83.

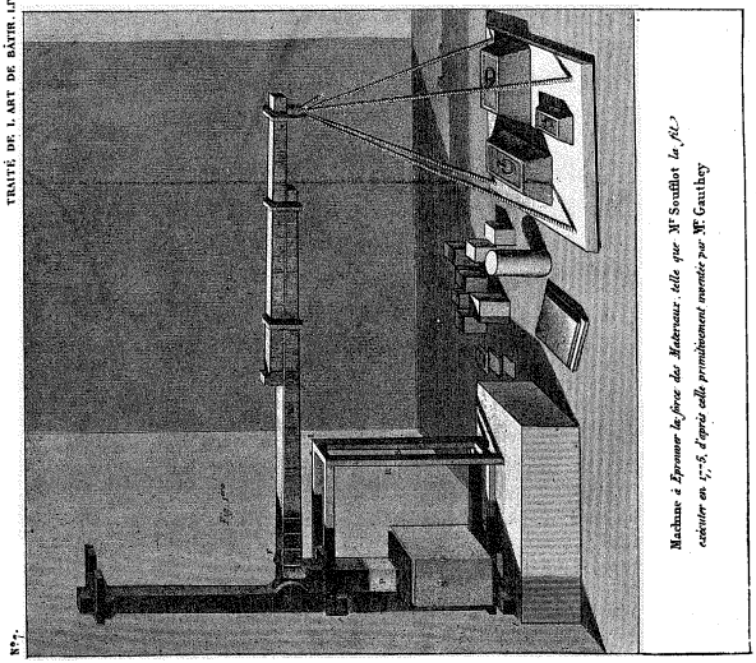


Fig. 82.

n'était plus pressée verticalement par la pièce d'appui, à cause du léger mouvement que le levier était alors obligé de prendre autour de son point d'appui.

2° La course d'enfoncement dans la compression ou d'allongement dans la traction ne pouvait avoir qu'une faible amplitude, ou bien le levier de la romaine s'écartait sensiblement de l'horizontale.

Pour obvier à ces inconvénients, Rondelet construisit, en 1787, une nouvelle machine

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dans laquelle la romaine, montée sur *couteaux*, ne transmet plus l'effort; elle ne fait que le mesurer et reste en équilibre (fig. 83). Le travail nécessaire à effectuer l'écrasement est transmis par une vis à filet carré.

Le mouvement est transmis à la vis par le moyen d'une corde (fig. 84) qui passe sur un

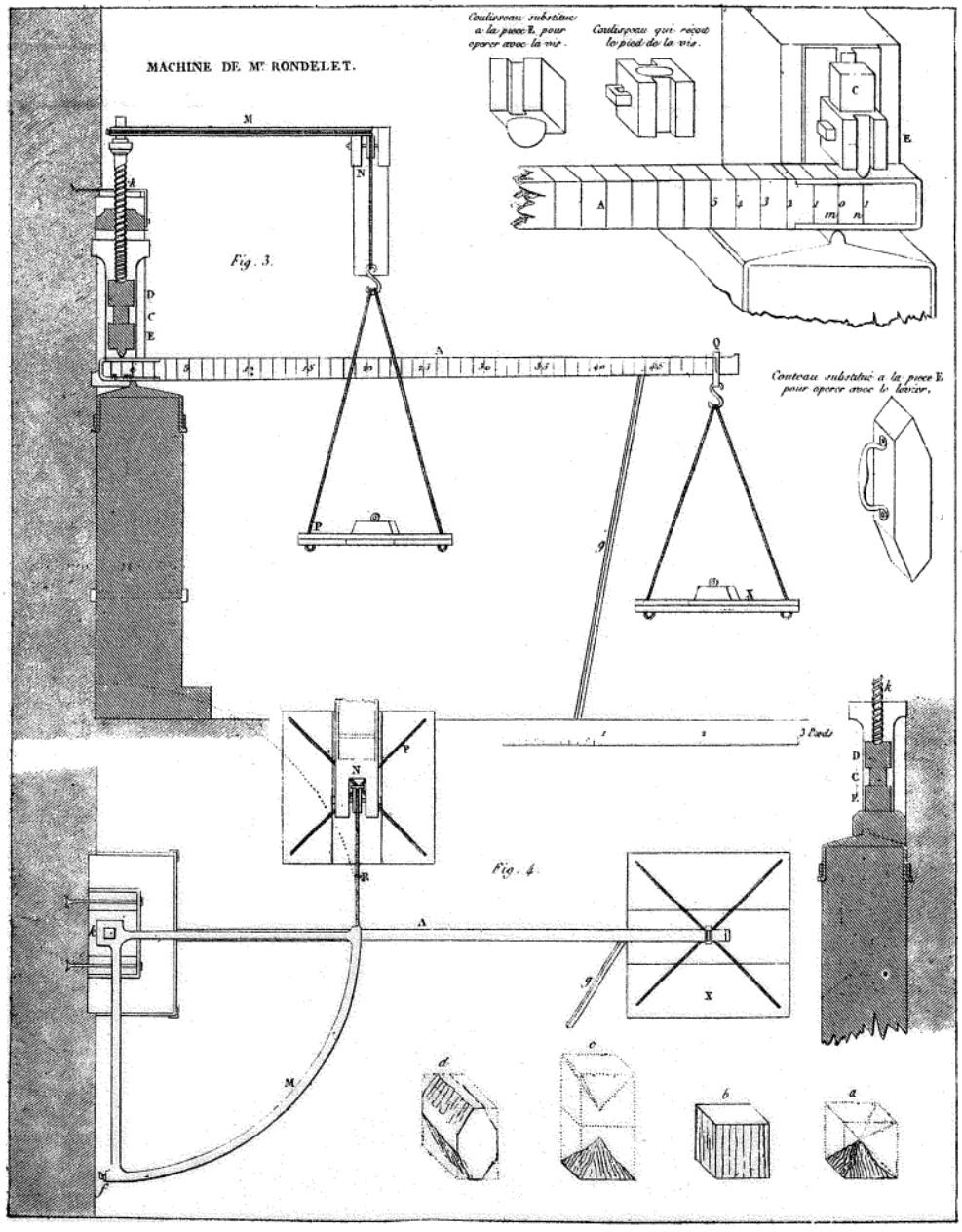


Fig 84. — Machine de Rondelet.

quart de cercle adapté à son axe et sur une poulie de renvoi, et qui porte un plateau de balance que l'on charge de poids.

L'effort supporté par l'éprouvette est exactement mesuré par la romaine; les poids placés sur le plateau qui actionne la vis dépassent cet effort de toute la quantité nécessaire pour vaincre les frottements.

C'est bien là le type classique de la machine à essayer, dans laquelle l'éprouvette est

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

reliée, à l'une de ses extrémités, avec la machine dynamique qui produit le travail nécessaire pour obtenir la rupture, et à l'autre extrémité avec l'appareil statique mesurant l'effort supporté par l'éprouvette à chaque instant de l'opération.

Cette machine, installée dans l'un des vestibules de l'église Sainte-Geneviève, le Panthéon, servit à son inventeur, Rondelet, pour effectuer ses nombreuses expériences en vue d'*étudier* la résistance du bois, des pierres, du fer forgé, du fer fondu, etc., afin d'employer judicieusement ces matériaux dans la construction.

Girard (fig. 85) étudia, en 1787, la résistance des solides et les solides d'égale résistance. Ses premiers travaux, publiés dans un mémoire sur les écluses, en 1792, lui valurent le prix proposé par l'Académie des sciences[1] et signalèrent l'auteur à l'attention de Lamblardie. Celui-ci pensait entreprendre des expériences sur la force des bois chargés



Fig. 85. — PIERRE-SIMON GIRARD
né à Caen le 4 novembre 1765, élu à l'Institut en 1815
mort en 1836.



Fig 86. — JACQUES-ÉLIE LAMBLARDIE,
né à Loches en 1747, mort en 1797.

parallèlement à leur longueur; il fit, à ce dessein, exécuter au port du Havre, dont il dirigeait les travaux, un très grand appareil au moyen duquel on put produire une pression de plus de 100 000 kilogrammes (fig. 86).

Cette machine, construite en fortes charpentes sur le principe de la machine de Perronet, permettait d'opérer sur des échantillons de très grandes dimensions.

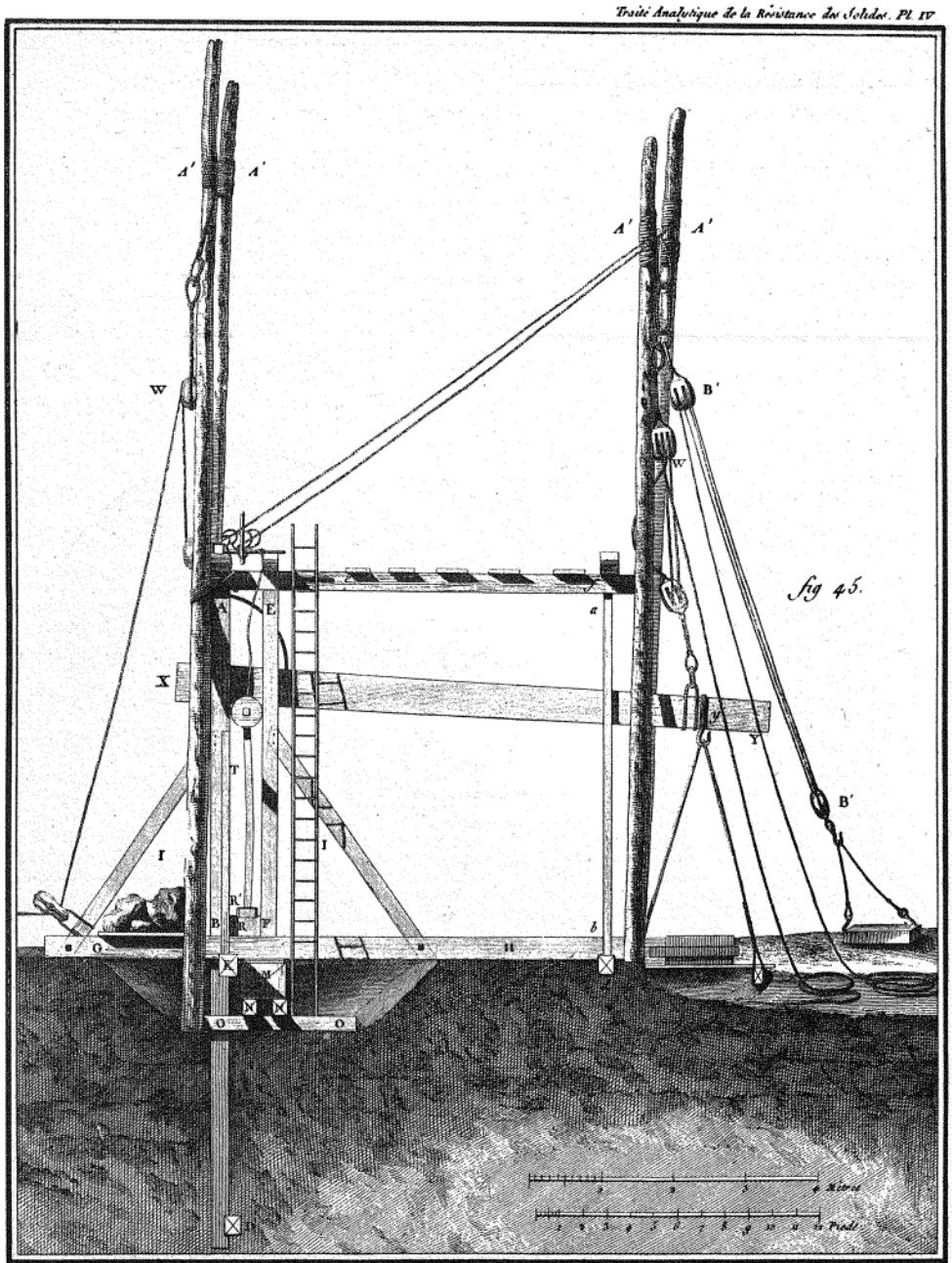
Mais Lamblardie l'avait à peine terminée de construction qu'il fut chargé de différentes missions; il appela Girard et le chargea d'entreprendre les expériences au commencement de l'an II (1793). Après avoir exécuté les expériences demandées par Lamblardie, Girard fit quelques modifications à la machine qu'on lui avait confiée et exécuta le premier des expériences sur l'*élasticité absolue* des solides.

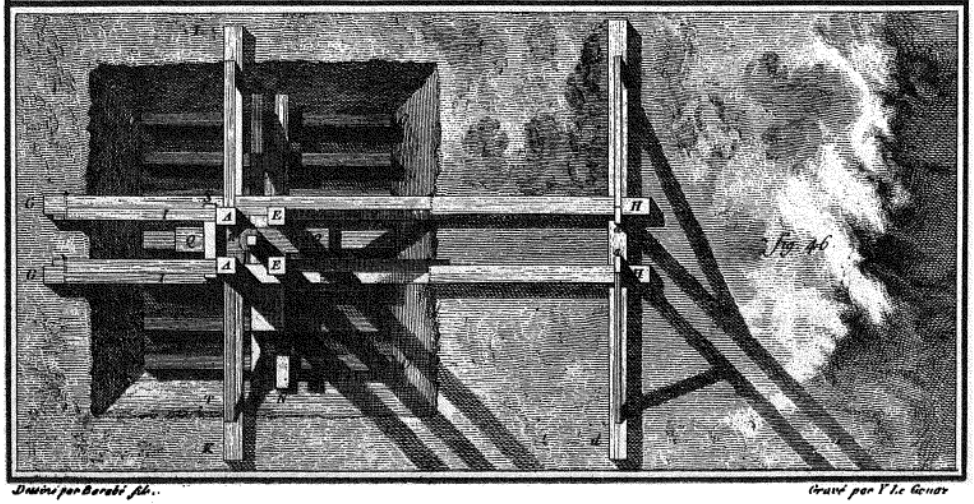
Voici d'ailleurs ce qu'il dit, page 121, de son traité de la résistance des solides :

« Les expériences qui ont été faites jusqu'à présent ayant eu principalement pour objet « d'assigner le plus grand poids sous lequel un solide de dimensions données peut se « rompre, on voit que c'est à la détermination de la force de cohésion, c'est-à-dire de la

1. Girard, *Traité analytique de la résistance des solides*, 1798.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires





Dessiné par Barabé fils.

Gravé par V. Le Gentil

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« plus grande charge qu'une fibre peut soutenir, étant tirée parallèlement à sa longueur, « qu'on s'est particulièrement attaché.

« Mais si l'on fait attention que dans la plupart des constructions, et notamment dans « les assemblages de charpente, où les solides sont employés pour résister à certains « efforts, le but qu'on se propose exige qu'ils conservent des positions constantes les uns « à l'égard des autres, et qu'une inflexion trop considérable fait nécessairement varier ces « positions, on concevra sans peine qu'il importe davantage de déterminer le rapport des « flèches de courbure aux charges qui les produisent que d'en assigner les dernières « limites. D'après cette considération, la recherche de l'élasticité absolue a été l'objet dont « nous nous sommes spécialement occupés. »

La figure 88 représente l'élasticimètre de Girard (p. 132).

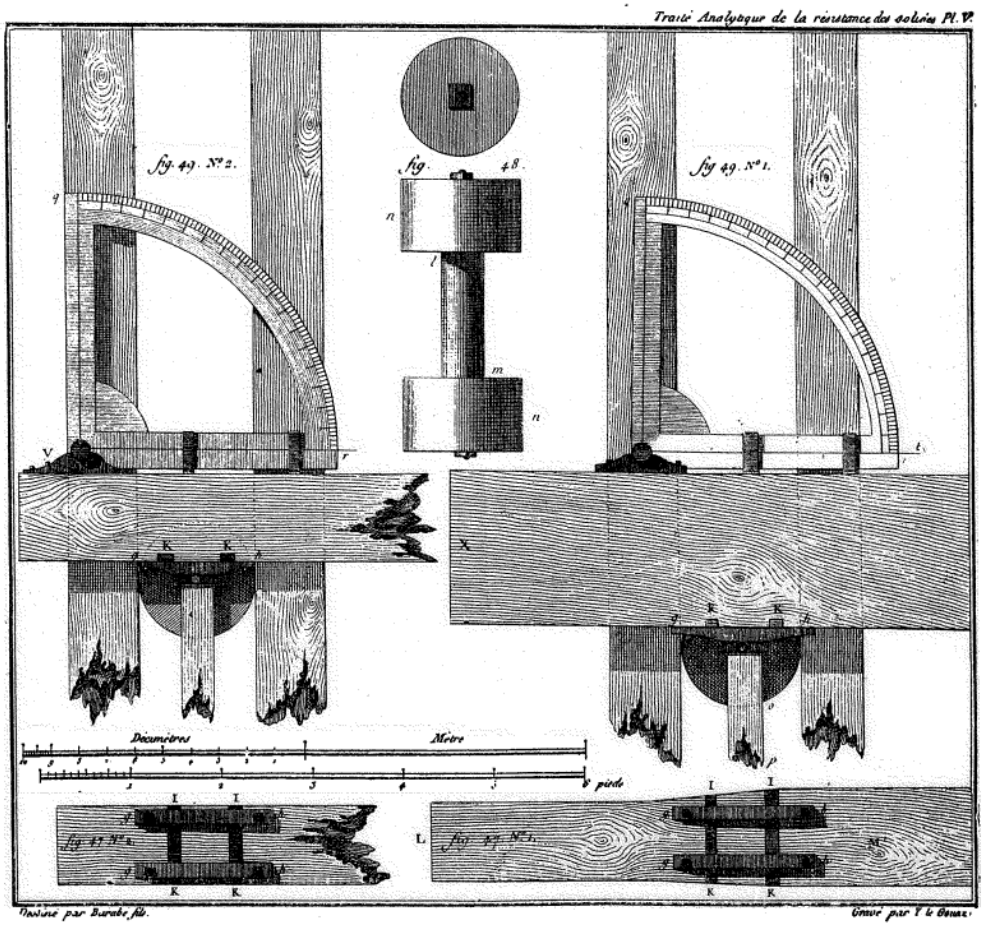


Fig. 88. — Élasticimètre de Girard.

La déformation de la pièce comprimée est amplifiée par le levier, et un arc de cercle divisé, qui a pour centre le centre même de rotation du levier sur lequel il est fixé, mesure

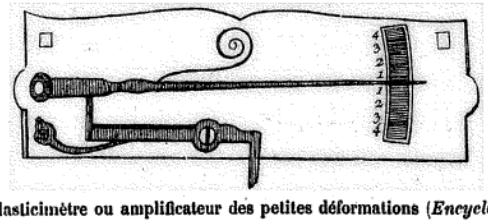


Fig. 89. — Élasticimètre ou amplificateur des petites déformations (*Encyclopédie*, 1770).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la déformation; l'angle est indiqué par un index horizontal placé sur une des jumelles fixes de la charpente.

La nécessité d'amplifier les petites dimensions avait déjà conduit des expérimentateurs à construire des appareils multiplicateurs; la figure 89, empruntée à l'*Encyclopédie* de Diderot et d'Alembert, montre un de ces instruments.

Les grands travaux exécutés en Angleterre au commencement du siècle nécessitèrent la construction de puissantes machines à essayer, notamment dans la fabrication des câbles et des chaînes.

En 1813, la maison Brunton et C^ie^ fit construire par M. Fuller une machine à essayer les câbles, par la traction opérée au moyen d'une puissante presse hydraulique.

La description en est donnée par Navier[1] :

« Cet appareil consiste en un gros corps de pompe placé horizontalement, et dans lequel « se meut un piston. Ce corps de pompe est fermé à l'une des extrémités, et cette extré- « mité est traversée par la tige du piston, que l'on fixe à la chaîne soumise à l'épreuve. « Trois autres corps de pompe, manœuvrés par des hommes, forcent l'eau dans l'intérieur « du premier, obligent le piston à se mouvoir jusqu'à ce que la chaîne soit tendue, et pro- « duisent contre la surface de ce piston une pression qui se transmet à la chaîne. La tension « est mesurée au moyen d'une soupape de sûreté adaptée au corps de pompe : on juge, « d'après le poids dont on la charge et le rapport qui existe entre la surface de cette sou- « pape et celle du piston, de la pression exercée contre ce dernier. »

En 1817, le capitaine Sam. Brown, fabricant de chaînes et de câbles pour la marine, fit construire une autre puissante machine à essayer les chaînes produites par son usine de Millwall.

« (2) Dans cette machine, la tension est produite par des roues dentées engrenant les « unes dans les autres et sur lesquelles des hommes agissent au moyen d'une manivelle. « Le corps de la machine est composé de deux poutres en fonte de 27 mètres de longueur, « placées horizontalement et parallèlement à un mètre d'intervalle et à un mètre au-dessus « du sol. Ces poutres ont 0^m^,13 de largeur et 0^m^,23 de hauteur, et sont renforcées dans les « joints des pièces qui les composent. A l'une des extrémités est un axe horizontal en fer fondu, « ayant en dessous un bras vertical fort court auquel la chaîne est attachée. Sur le même axe « est fixé un long bras horizontal, formant avec le premier un levier coudé à angle droit. « L'action de la chaîne tend à soulever l'extrémité de ce dernier bras; et ce mouvement « est communiqué à un autre levier également horizontal, et dont l'extrémité est chargée « d'un plateau de balance. Les poids placés sur ce plateau mesurent la tension de la « chaîne, et se trouvent multipliés 224 fois, par suite des rapports établis entre les bras « des deux leviers qui en transmettent l'action. Des contrepoids sont adaptés à ces leviers « de manière à compenser l'effet des frottements, en sorte que la charge placée sur le « plateau indique immédiatement la tension, 10 livres avoir du poids correspondant à une « tension d'une tonne. A l'autre extrémité des poutres est un axe en fer fondu de 0^m^,3 de « diamètre, sur lequel sont fixées et peuvent s'enrouler deux portions de chaînes très « fortes, faites en chaîne de montre, et dont les anneaux sont fort courts. Les extrémités « de ces chaînes se rapprochent, et on y fixe le dernier anneau de la chaîne mise à « l'épreuve. L'axe qui les porte est tourné, pour opérer la tension, par des hommes agissant « sur une manivelle, au moyen d'un mécanisme composé de trois pignons et de trois « roues dentées en fer fondu, ayant environ 2 mètres de diamètre. La grosseur et la force « des dents, et celles de la charpente des roues, augmentent depuis la roue qui reçoit « l'action de la manivelle jusqu'à celle qui transmet immédiatement *cette action à la chaîne*.

1. Navier, ***Mémoire sur les ponts suspendus***, 1830, note p. 63.
2. Navier, ***Mémoire sur les ponts suspendus***, 1830, p. 66.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« Deux hommes agissant sur la manivelle produisent sur la chaîne une tension de « 30 tonnes. La tension peut être portée jusqu'à 200 tonnes. »

En 1814 et 1817, Thomas Telford fit de nombreux essais avec ces deux machines dans le but *d'étudier* la résistance des fers, en vue de la construction des ponts suspendus[1].

Les résultats obtenus dans ces essais furent très différents.

Avec la machine hydraulique de MM. Brunton et Cie, la moyenne de la résistance des fers (calculée réduite à un pouce carré de section) fut de 25 tonnes.

Avec la machine du capitaine Brown, cette moyenne fut de 29 tonnes 1/4.

Cette différence considérable est ainsi expliquée par Telford :

« La machine de MM. Brunton est une presse hydraulique dans laquelle, pour de grandes « pressions, il est nécessaire qu'il s'exerce un frottement considérable entre le cuir du « piston et le cylindre, et la puissance de la machine surmonte à la fois la résistance et « ce frottement : par conséquent, si l'on estime le tout comme répondant à la résistance « seule, l'effort est évalué trop haut. Dans la machine du capitaine Brown, le cas est « tout à fait contraire ; le frottement et l'inertie tendent également à faire estimer l'effort « apparent trop petit. »

Quelques années plus tard, C. Dupin, membre de l'Académie des sciences, fit connaître en France les procédés de fabrication et d'essai des chaînes employés en Angleterre. On établit à Guérigny, dans le département de la Nièvre, un grand atelier pour la fabrication des câbles en fer destinés à la marine royale.

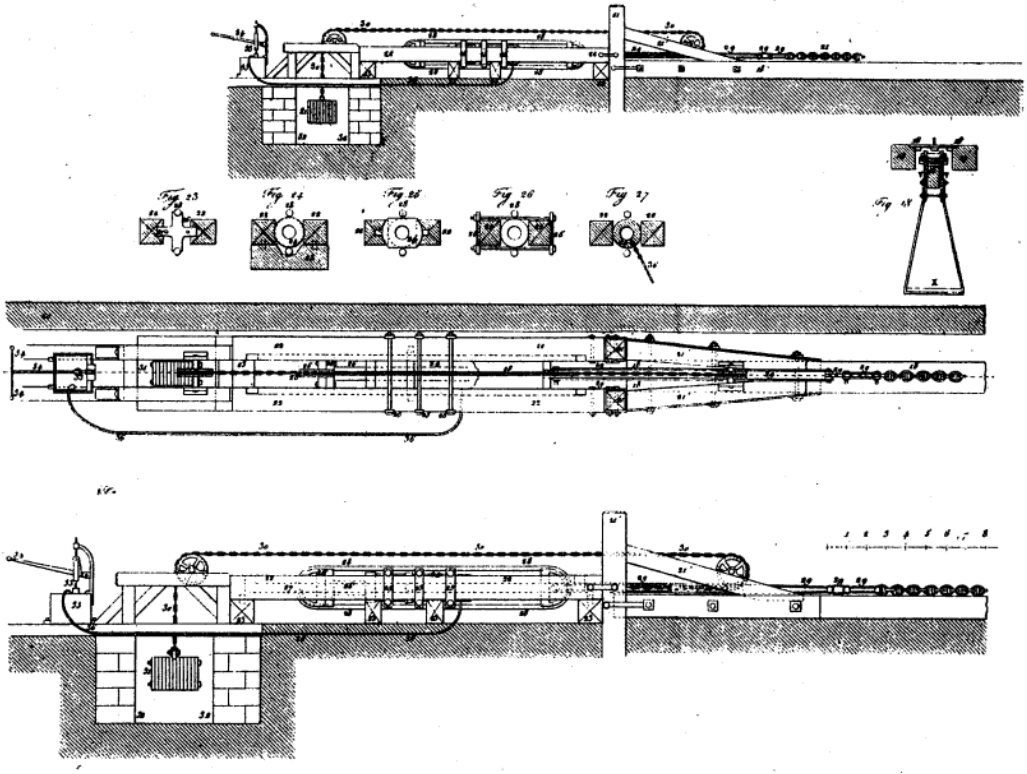


Fig. 90. — Machine à essayer à la traction les chaînes fabriquées à l'usine de Guérigny, inventée et construite par M. de Montaignac en 1827. — Presse hydraulique horizontale opérant la traction.

Cet établissement, propriété de MM. Raffin jeune et Cie, était dirigé par M. de Montaignac, qui fit les plans de la machine à essayer, en s'inspirant des principes des deux machines anglaises de MM. Brunton et Brown.

1. Peter Barlow, *An essay on the strength and stress of timber*, Londres, 1817, p. 251.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La description complète et les dessins sont donnés avec beaucoup de détails dans le *Bulletin de la Société d'encouragement* (juillet 1827).

Pour le moteur destiné à opérer la traction sur la chaîne à essayer, M. de Montaignac adopta la presse hydraulique ordinaire disposée horizontalement, comme celle dont on se servait alors dans les forges royales de la Chaussade, pour l'épreuve des câbles destinés aux vaisseaux du roi (fig. 90).

Pour l'indicateur de l'effort du dynamomètre, M. de Montaignac composa une grande balance (fig. 91).

« (1) Dans une balance ordinaire, le plateau qui porte la marchandise exerce une action « verticale comme celui qui porte les poids, et il ne survient aucun changement dans le « cours de l'opération. Mais une balance destinée à éprouver la force d'un chaînon ou « portion de câble, de 30 mètres de longueur, ne pouvait présenter les mêmes circonstances « de la balance ordinaire. Il fallait que ce fléau de balance, nécessairement de grandes « dimensions, fût porté, dans le milieu de sa longueur, par un axe posé sur un appui, et « que les oscillations horizontales de ce fléau, mis d'abord en équilibre sur lui-même, se « fissent avec la plus grande mobilité, quel que fût le poids de l'appareil abandonné « sur son support au seul effet de sa pesanteur. C'est à un effort vertical que l'axe est « soumis au moment qui précède celui où l'on va faire l'épreuve, c'est-à-dire au moment « où l'on ajuste l'appareil et où l'on examine si les deux bras du fléau sont en équilibre « et sur la même ligne de niveau. Cette tendance verticale n'est pas considérable : elle « est égale au poids de l'appareil même, et cet effort serait facilement soutenu par un « coussinet de la forme H (N° 2, détail dans la figure 91), fixé sur un support S, S, lequel « est engagé dans le sol et scellé dans un massif de maçonnerie ; mais la chaîne, à raison « de sa longueur, ne pouvant être commodément éprouvée que dans une position « horizontale, l'effort de traction que le moteur lui imprimera dans ce sens ne peut être « transmis à la balance qu'en attachant la chaîne à un bras vertical très court M (N° 3 de « la figure 91), qui doit s'élever sur le milieu du balancier, et former ainsi un levier coudé « avec chacune des deux moitiés AC et CB de la tige horizontale du fléau AB. Il est « à remarquer qu'au moment où la chaîne tirée horizontalement transmettra cet effort au « bras perpendiculaire CM de la balance, celle-ci agira sur son axe, qui tendra alors « à glisser horizontalement sur son coussinet, jusqu'à ce que celui-ci, par sa forme, « présente un obstacle au mouvement de translation horizontale de l'axe. Si donc l'axe « était un essieu cylindrique *c*, comme on le voit figure 4, il faudrait donner au coussinet « la forme indiquée par I, et au moment de l'extension de la chaîne, l'axe *c* prendrait la « position K et trouverait un obstacle dans la ligne BDI.

« En faisant l'axe de la balance cylindrique, il porterait par l'effet de sa pesanteur sur « le point B, et il s'appuierait ensuite sur le point D, lorsqu'il est tiré par la chaîne. Il « frotterait donc sur l'arc ou portion de cylindre DB du coussinet, qui n'aurait pas moins « de 8 centimètres de développement pour un axe de 11 centimètres de diamètre. Ce « frottement entre la surface concave du coussinet serait d'autant plus considérable « qu'il augmenterait en raison de l'importance des pressions, et que dans ces épreuves « les pressions horizontales peuvent être portées pour les gros câbles à 130 000 kilogrammes. « Dans des épreuves beaucoup plus faibles, celles des chaînes de 6 lignes, par exemple, qui « ne portent que 4000 kilogrammes, le frottement entre ces deux surfaces courbes « absorberait une partie de la force de ces chaînes, et les poids à mettre sur le plateau « de la balance ne pourraient être calculés exactement, le frottement qui fait partie des « résistances n'étant pas connu.

« Il aurait fallu calculer aussi les longueurs du grand et du petit bras de la romaine « du centre *c* de son axe, quoique l'oscillation verticale se fît au point inférieur B, et que « l'oscillation horizontale se fît au point latéral D, à l'extrémité des deux rayons *c*B et *c*D, « de telle sorte que le long bras de la balance se dirigeant vers *c*H serait dans un cas « augmenté de *c*D, tandis que le petit bras vertical s'élevant vers *co* devrait, dans l'autre, « être augmenté de *c*B.

« Pour sortir de ces difficultés, M. de Montaignac a pris le parti d'abandonner la forme

1. *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale*, juillet 1827, p. 229.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

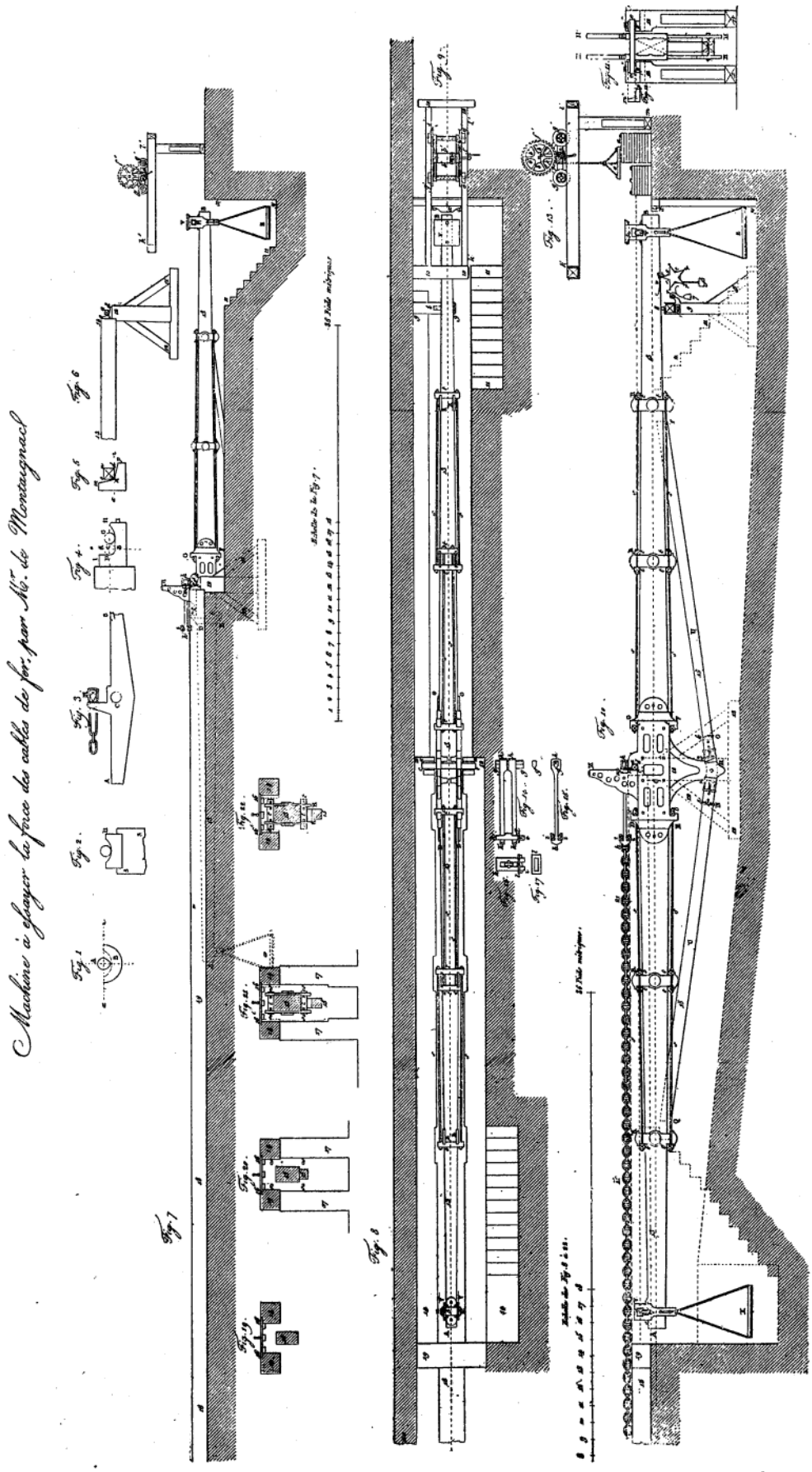


Fig. 91. — Balance mesurant l'effort supporté par la chaîne pendant l'essai de traction.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« cylindrique que l'on donne le plus souvent aux axes dans les machines de ce genre, « et d'y substituer un axe carré *c d a o* (fig. 5) placé de manière que deux de ses faces « *c o* et *c d* fussent dans une position, l'une horizontale, l'autre verticale. »

En résumé, M. de Montaignac s'attacha à réduire les frottements en remplaçant les axes frottants par des couteaux — suivant en cela l'exemple de Rondelet — afin d'éviter le

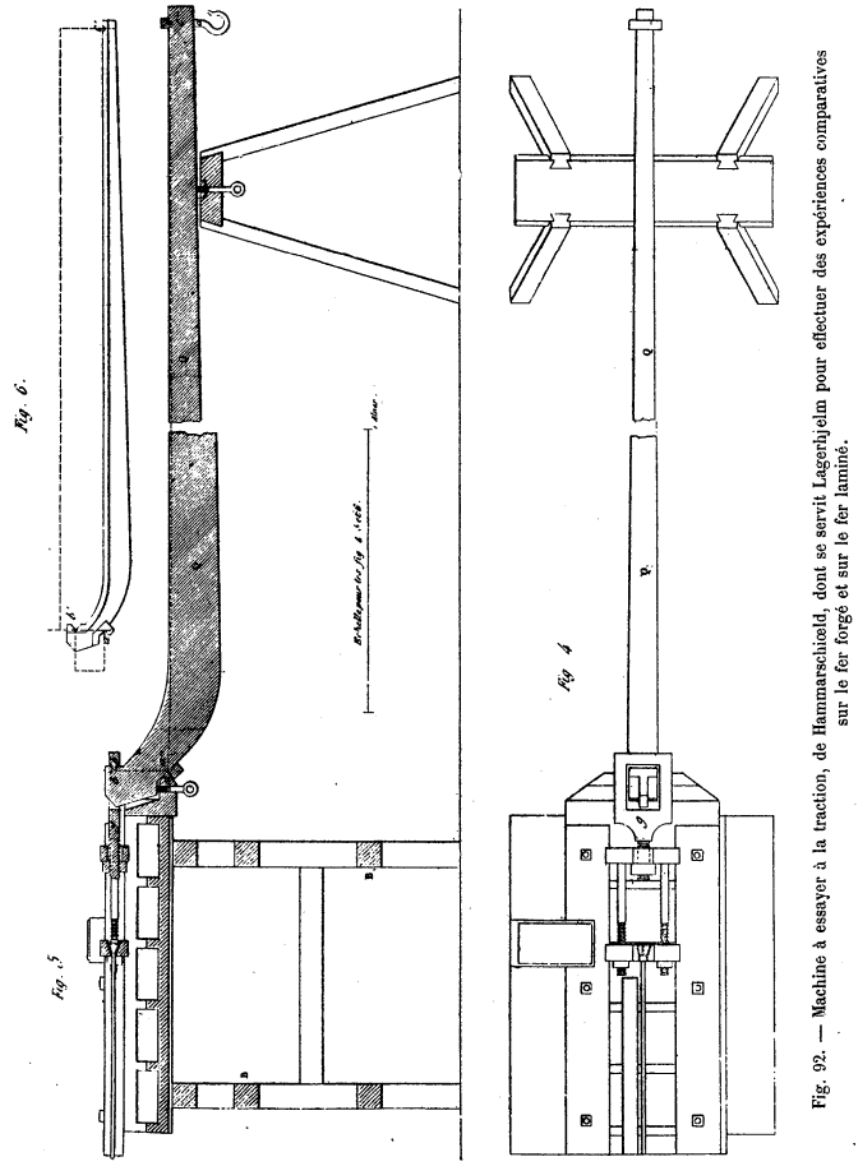


Fig. 92. — Machine à essayer à la traction, de Hammarschiœld, dont se servit Lagerhjelm pour effectuer des expériences comparatives sur le fer forgé et sur le fer laminé.

reproche, justement adressé à la machine du capitaine Brown, d'indiquer une mesure inférieure à la résistance réellement supportée par la pièce éprouvée.

De même, pour éviter toute suspicion, M. de Montaignac a eu soin d'équilibrer sa balance :

« On a donné au fléau de la balance deux bras égaux sur la même ligne horizontale, « dont l'un sert seulement à faire équilibre à celui qui doit porter les poids, et à mettre « l'appareil en balance, lorsqu'il est à vide. Par cette disposition, il n'y a à compter pour « l'épreuve que les poids posés sur le plateau, tandis qu'il aurait fallu y ajouter le poids

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

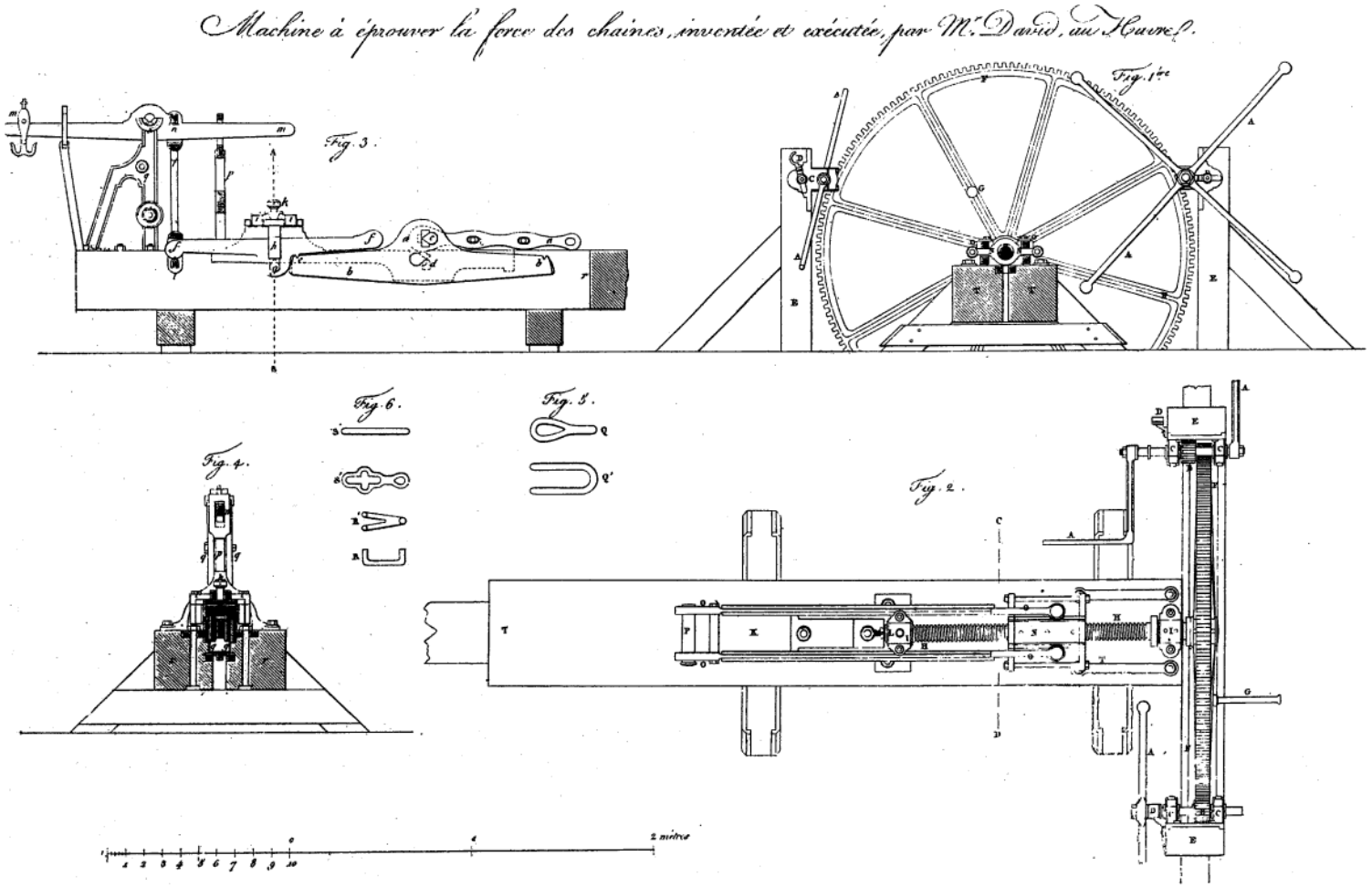


Fig. 93. — Machine à essayer à la traction de David (1832) construite sur le modèle de la machine Sam. Brown, mais en remplaçant le grand levier de la bascule par trois petits leviers. (*Soc. d'Encouragement*, 1843, p. 44.)

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« du matériel du levier lui-même, si celui-ci n'était pas équilibré par une partie semblable « et symétrique qui lui sert de contrepoids. Le spectateur intéressé à l'épreuve, voyant « tout par lui-même, étant dispensé de connaître le poids des bras du levier qu'il lui serait « difficile de vérifier instantanément, et n'ayant qu'à compter les poids, n'a aucune « objection à faire contre l'évidence et la réalité de l'épreuve, lorsque les poids voulus « ont été enlevés par la chaîne.

« La seule opération de calcul à faire est de multiplier les poids placés sur le plateau « de la balance par 40, rapport des deux bras du levier coudé de la balance. »

Dans la même année 1827, M. de Montaignac installa une nouvelle machine à essayer dans la fabrique de chaînes construite par MM. Raffin jeune et Cie, au Havre.

Dans cette seconde machine, il remplaça la presse hydraulique par un long levier de 33 pieds 8 pouces ou 408 pouces, actionné par des chevaux, le petit bras de levier n'ayant que 2 pouces, en sorte que chaque cheval opérait sur la chaîne éprouvée une traction égale à un effort deux cents fois plus grand. A mesure que le cordage ou la chaîne s'allonge sur

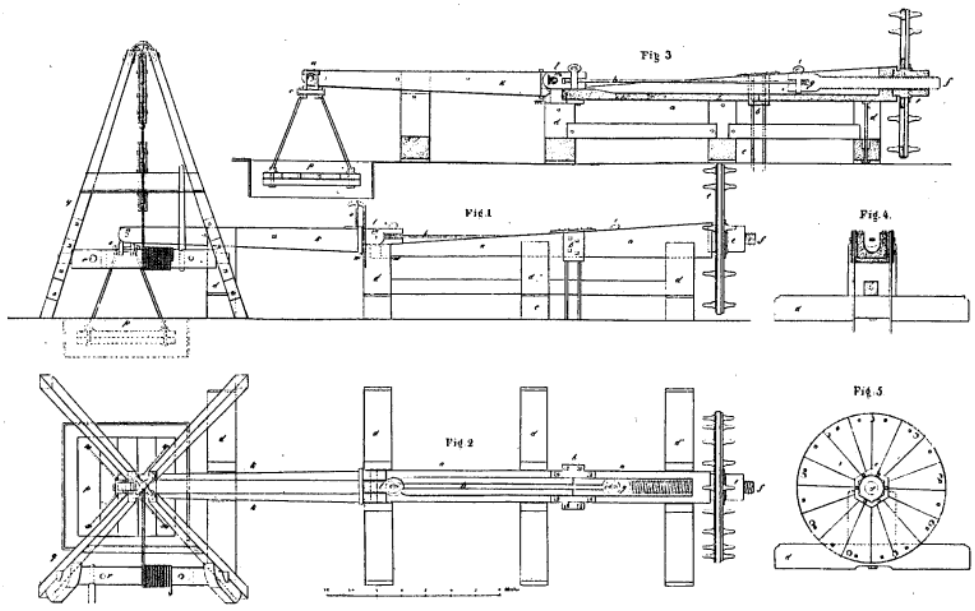


Fig. 94. — Machine à essayer à la traction, actionnée au moyen d'une vis

cette machine, le point d'appui est changé, au moyen de deux fortes chevilles d'environ 3 pouces de diamètre, qui servent alternativement de tourillon et de point d'appui sur lequel le levier fait sa révolution. Le long bras du levier est porté par des roulettes sur une plate-forme, comme un affût. Cette machine permet ainsi d'obtenir un allongement de 25 à 30 pieds.

M. de Montaignac ajoute : « Quant au moteur, qu'il soit formé d'une vis, d'un levier « ou d'un système de roues mues par des pignons, tous ces moyens sont également bons. »

En 1826, M. Lagerhjelm[1], ingénieur des mines de Suède, fit à Stockholm des expériences comparatives sur la résistance des barres de fer, obtenues les unes par le laminoir, les autres par le marteau.

Ses recherches ont été publiées dans les *Annales du Comptoir de fer de Suède* en juin 1827. Il se servit, pour effectuer ses expériences, d'une machine à essayer à la traction inventée par Hammarschiœld (fig. 92).

Cette machine, actionnée par une presse hydraulique, comme celle de M. de Montaignac, mesurait l'effort à l'aide d'un plateau chargé de poids et placé à l'extrémité d'un levier coudé comme celui de M. de Montaignac, mais non équilibré.

1. *Bulletin des sciences technologiques de Férussac*, t. XI, 1829, p. 41

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

La figure 93 représente une autre machine à essayer à la traction semblable aux précédentes, mais actionnée par une vis.

Toutes ces machines, sauf celle de Brunton, sont basées sur le principe de la machine imaginée par Rondelet : d'un côté, un moteur produisant l'effort de traction, au fur et à mesure que la pièce éprouvée s'allonge, et, à l'autre extrémité, une balance constituée par un plateau adapté à l'extrémité d'un bras de levier et permettant de connaître, à l'aide de poids, l'effort supporté par la pièce essayée (fig. 94).

Un troisième genre de machine à essayer dans un but spécial a été imaginé par Navier.

Navier (fig. 94 *bis*) ayant établi son projet de pont suspendu, construit en 1825, sur la Seine, dans l'axe des Invalides, spécifia dans le cahier des charges[1] que le construc-



Fig. 94 *bis*. — Louis-Marie-Henri NAVIER (neveu de Gauthey)
né à Dijon en 1785, Membre de l'Académie des sciences en 1824, mort en 1836.

teur du pont (M. Alain Desjardins) soumettrait toutes les chaînes et tiges de suspension à des épreuves préliminaires dans lesquelles le fer supporterait un effort de 18 kilogrammes par millimètre carré de la section transversale.

« Cette épreuve était une opération importante, eu égard à ce que le nombre des pièces « qui devaient être essayées de cette manière était d'environ 4000, à la grandeur des efforts « qui devaient être exercés, la charge d'épreuve des anneaux des chaînes de retenue s'éle- « vant à 60 264 kilogrammes et celle des pièces courbes à 66 960 kilogrammes, enfin à la « promptitude qu'il était nécessaire d'y mettre pour ne pas retarder la construction du « pont. Il n'était pas possible d'employer ici une machine semblable à celles de MM. Brunton « et Brown, dont l'établissement eût exigé trop de temps et de dépense et qui n'aurait « peut-être pas présenté dans l'évaluation des effets obtenus toute la précision désirable. « Lors de la rédaction du devis, on avait indiqué l'usage d'un appareil disposé sur un prin- « cipe différent et fondé sur cette remarque qu'un petit poids peut produire, dans des fils « ou des verges par lesquels il est supporté, une tension très grande, pourvu que ces fils « ou ces verges forment des angles très petits avec l'horizon. Les pièces soumises à

1. Navier, *Notice sur le pont des Invalides*, p. 284.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« l'épreuve auraient donc été disposées de manière qu'elles fissent partie d'un système de « verges articulées et placées dans des situations presque horizontales : on aurait estimé la « tension en observant les poids dont la pièce était chargée et les inclinaisons des verges « articulées avec cette pièce, inclinaisons qui pouvaient être appréciées avec une grande « exactitude, la longueur des verges étant connue, en observant la différence de niveau « de leurs extrémités. Mais, quoique l'application de ce principe présentât plusieurs avan- « tages, un examen plus attentif donna lieu de craindre que le succès n'en fût pas entière- « ment assuré. Il ne se prêtait point, d'ailleurs, facilement aux épreuves des pièces courbes « qui font partie des chaînes. Obligé de recourir à d'autres moyens, on fut conduit à l'idée « d'une machine nouvelle, qui a été employée avec succès et que l'on va faire connaître.

« Ce qu'il y a de plus simple, quand il s'agit de produire une tension longitudinale consi- « dérable dans une pièce, est évidemment de la suspendre par l'extrémité supérieure à un « point fixe, en agissant sur l'extrémité inférieure au moyen d'un levier, et l'on a souvent « opéré de cette manière pour faire des expériences. Mais cet emploi du levier, lorsqu'on « doit produire de grands efforts et qu'on veut les connaître avec précision, présente divers « inconvénients, dont les principaux sont que le frottement sur l'axe altère le résultat « auquel il s'agit de parvenir, et que le levier, tournant sur cet axe, à mesure que la pièce « tendue s'allonge en cédant à l'action du poids, ou seulement par l'effet du resserrement « des cales, le rapport des bras de levier change progressivement et l'opération se trouve « entièrement dénaturée. Ces défauts seront corrigés si, à un simple levier tournant sur « un axe fixe, on substitue le système de deux leviers disposés de la manière indiquée « (fig. 95). L'anneau MN, soumis à l'essai, est suspendu par l'extrémité supérieure M. Un « premier levier AB peut tourner sur un axe fixe A. Le second levier DE est suspendu au « premier au moyen de la verge verticale CD, dont les deux extrémités sont articulées avec « les deux leviers. L'anneau MN passe au travers des deux leviers sans y toucher, et le « levier inférieur DE s'appuie sur le couteau H, posé sur des cales qui portent sur l'extré- « mité inférieure N de cet anneau. A l'extrémité E de ce levier est suspendu un plateau de « balance, sur lequel on met un poids P. Un contrepoids Q est attaché à l'extrémité B du « levier supérieur. Il est évident que, dans ce système, les points A et H étant supposés « fixes, la descente du poids Q tend à produire l'élévation du poids P.

« Supposons le poids Q assez grand pour l'emporter toujours sur le poids P, que ce « poids Q soit d'abord soutenu à la hauteur convenable pour que le levier DE se trouve « situé dans une direction horizontale et que l'on cesse ensuite de soutenir le poids Q : la « descente de ce poids opérerait immédiatement l'élévation du poids P, si le point H est « rigoureusement fixe et les pièces de l'appareil parfaitement rigides. Mais, à raison princi- « palement de l'extensibilité de la pièce MN, le levier supérieur AB décrira un certain angle « autour de l'axe A, et les points C, D, H, s'abaisseront, sans que, pour cela, le levier infé- « rieur DE ait cessé d'être dirigé horizontalement, et, par conséquent, sans que ce levier ait « tourné sur le couteau H. Lorsque la pièce MN sera étendue autant qu'elle peut l'être par « l'effort auquel cette pièce se trouve exposée, le couteau H deviendra un axe fixe sur lequel « le levier inférieur DE sera en équilibre, ce levier étant sollicité en E par le poids P et en D « par l'effort vertical exercé dans le sens de la tige articulée CD, et il est évident : 1° que « l'effort vertical est connu exactement, d'après le rapport des bras du levier HD, HE, par la « seule condition qu'il doit faire équilibre au poids P autour du point d'appui H; 2° que « l'action exercée sur le point d'appui H, c'est-à-dire la tension supportée par l'anneau MN, « est également connue, puisque cette action est la somme de l'effort vertical exercé en D « dont il s'agit, du poids P et du levier DE.

« On peut reconnaître d'après cela que l'appareil qui vient d'être expliqué remédie véri- « tablement aux inconvénients du levier ordinaire, dont il a été question ci-dessus. En effet, « lorsque l'anneau MN s'allonge dans l'épreuve, ou lorsque les cales placées entre le « couteau H et l'extrémité N de cet anneau se resserrent, il suffit de laisser descendre le « levier supérieur AB pour maintenir horizontal le levier inférieur DE : la tige CD s'abais- « sant, l'extrémité inférieure D de cette tige devient un point d'appui mobile, qui suit le « levier DE quand la pièce MN cède, en empêchant ce levier de s'incliner. De plus, l'effort « exercé sur la pièce MN est déterminé avec une très grande exactitude, par la seule con- « naissance du poids P, du poids du levier inférieur et de la position de son centre de « gravité. La seule cause d'incertitude qui existe sur l'évaluation de cet effort proviendrait

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Fig 95.

Fig. 96.

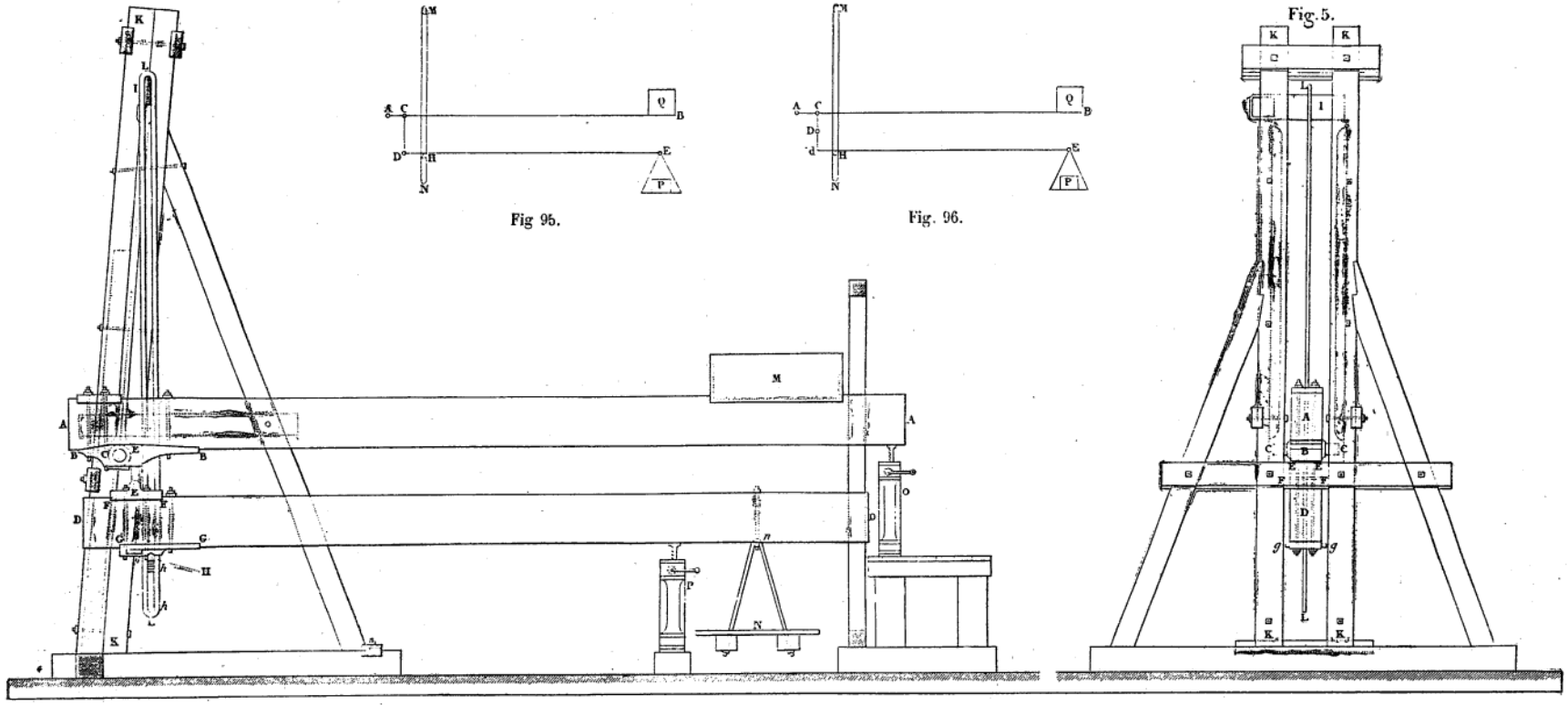


Fig. 5.

Fig. 97 et 98. — Machine à essayer à la traction, imaginée et établie en 1825 par Navier, pour essayer toutes les pièces du pont des Invalides.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« du frottement sur le couteau N. Mais, comme le rayon du tranchant de ce couteau est très « petit, l'effet de ce frottement peut être regardé comme tout à fait insensible. Il existe bien « un frottement considérable sur l'axe fixe A du levier supérieur, et il en résulte qu'il faut

PL. XVI.

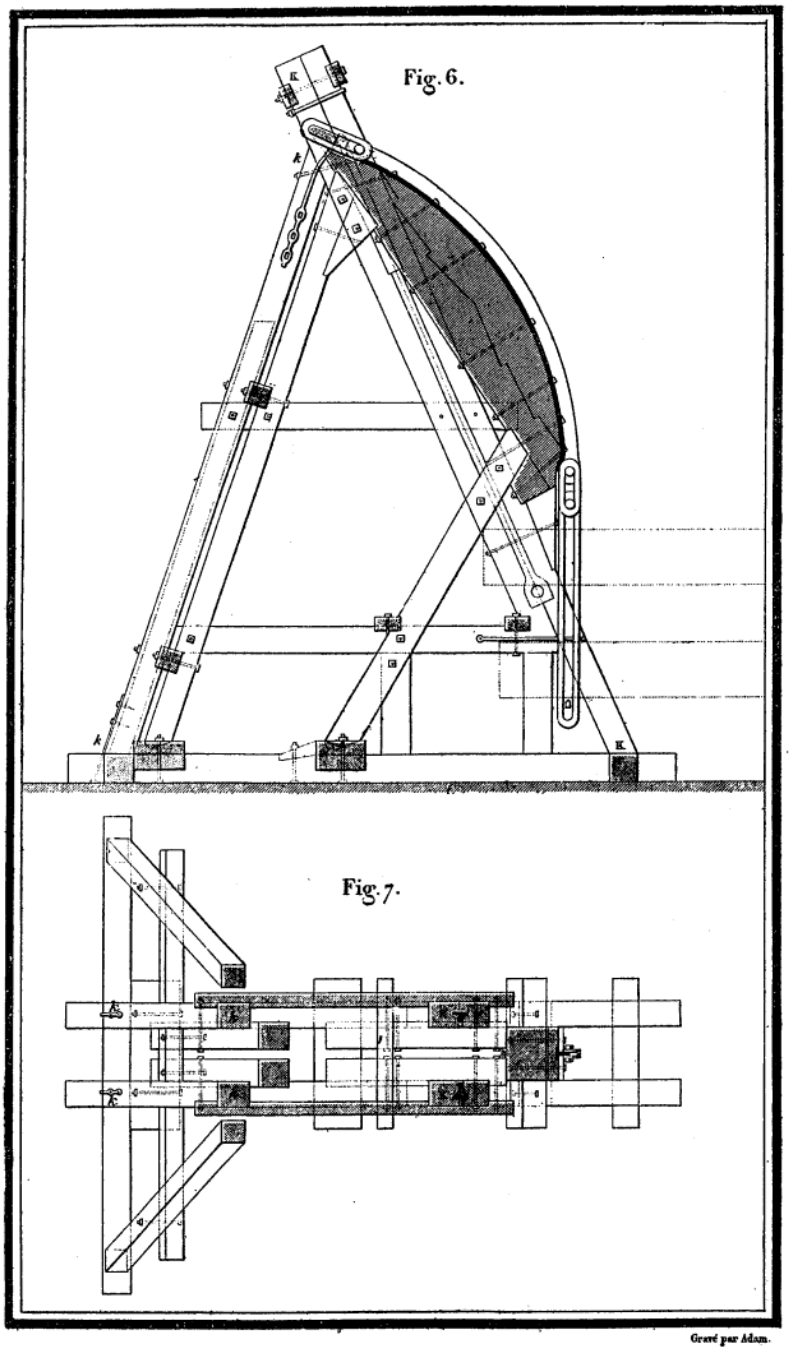


Fig. 99 et 100. — Machine de Navier, ayant servi à l'essai de traction des pièces courbes faisant partie des chaînes du pont des Invalides.

« placer en Q un poids d'autant plus grand pour surmonter l'action du poids P; mais il « n'est pas nécessaire d'avoir égard à ce frottement, ni même de chercher à le connaître, « non plus que le poids Q, puisque l'effort exercé suivant CD, dont dépend la tension

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« exercée sur la pièce MN, se calcule par la seule considération de l'équilibre du levier « inférieur....

« Les figures 97 et 98 représentent la machine qui a été exécutée d'après ce principe.

« On pourra remarquer que cette machine ne représente pas un système exactement « conforme à celui qui est indiqué par la figure 95, mais plutôt le système indiqué par la « figure 96 dans lequel le levier inférieur est un levier coudé D *d* E.

« Le système de la figure 95, dont le caractère consiste en ce que l'articulation D, le « tranchant du couteau H, et « le point de suspension E du « poids P, sont placés dans « une même ligne droite, est « plus parfait, parce que l'é- « quilibre du levier infé- « rieur DE n'est point altéré « par l'effet d'une inclinaison « quelconque de ce levier, en « sorte qu'il ne serait pas « nécessaire de s'assujettir, « dans les épreuves, à main- « tenir ce levier dans une po- « sition horizontale. De plus, « l'équilibre dont il s'agit « n'est pas altéré non plus, « le point D étant maintenu « dans une rainure verticale, « par l'effet d'une inclinaison « quelconque du levier supé- « rieur AB. Ainsi, la machine « opère toujours exactement, « sans aucune sujétion. L'ap- « pareil avait été disposé « d'abord de cette manière; « mais quelques difficultés « d'exécution ont engagé à « adopter le système de la « figure 96, dans lequel il est « nécessaire, lors de l'épreuve, « que la ligne D *d* soit ver- « ticale, et la ligne *d* E « horizontale; il est égale- « ment nécessaire que la « verge CD, qui transmet « l'action du levier supérieur, « soit verticale et dans le prolongement de D *d*....

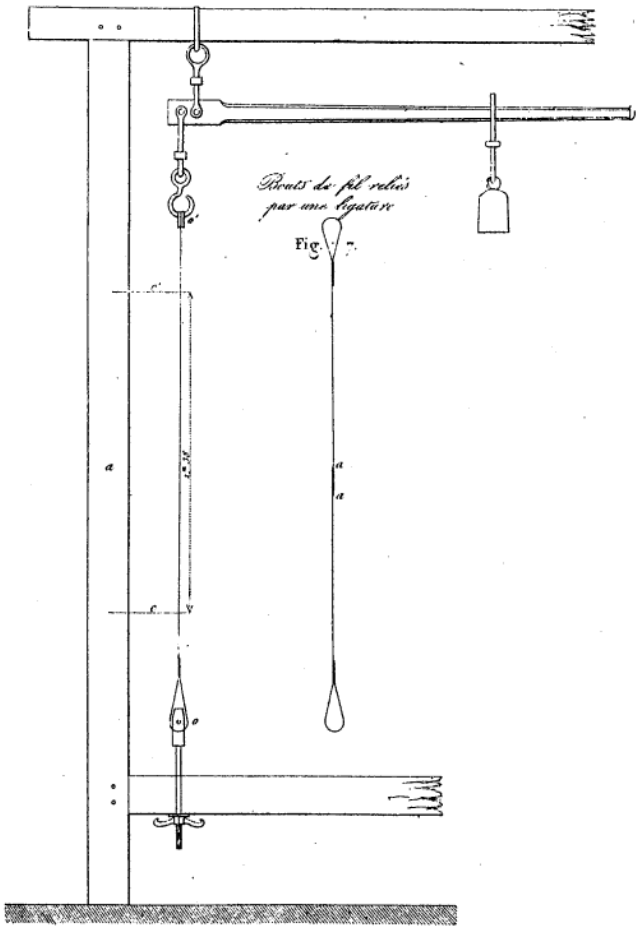


Fig. 101. — Machine à essayer les fils de fer à la traction, employée par M. Leblanc.

« ...La manœuvre de la machine exigeait quatre à cinq hommes et l'on soumettait à « l'épreuve plus de cinquante anneaux par jour.

« Les figures 99 et 100 représentent la machine qui a servi à l'essai des pièces courbes « faisant partie des chaînes. La position des leviers est simplement indiquée sur ces figures « par un trait ponctué.

« Pour les tiges dont la longueur dépassait 6 mètres, l'essai a été fait au choc, par la « chute d'un cylindre en fer fondu, pesant 196 kilogrammes, tombant sur l'écrou placé « dans le bas de la tige. »

Le système de suspension par chaînes, dans la construction des ponts suspendus, fut remplacé par le système de câbles en fils de fer.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

A cette occasion, M. Leblanc, ingénieur des ponts et chaussées, fut amené à faire, à propos du pont de la Roche-Bernard, de nombreux essais de fils de fer [1].

Comme Musschenbroek, il attacha les fils à essayer au crochet d'une romaine suspendue en l'air et effectua la traction à l'aide d'une vis, suivant en cela le procédé imaginé par Rondelet (fig. 101).

Les machines à essayer à la traction, construites depuis une quarantaine d'années, ont été conçues d'après les mêmes principes que les machines ci-dessus décrites.

Dans l'ouvrage plus complet que je me propose de publier prochainement, ainsi que je l'ai déjà dit, je montrerai l'évolution de leur construction en expliquant comment une nou-



Fig. 102.
GASPARD-CLAIR-FRANÇOIS-MARIE RICHE, Baron DE PRONY
né à Chamelet (Rhône) en 1755, mort en 1839.



Fig. 103.
LOUIS-JOSEPH VICAT
né à Grenoble en 1786, mort en 1861.

velle machine se substitue à celle qui l'a précédée, non pour en modifier le principe, mais pour en corriger les défauts reconnus à l'usage.

L'obligation de restreindre ce mémoire m'oblige à ne pas m'occuper ici des machines modernes; leur description en est, d'ailleurs, faite avec beaucoup de talent par MM. Lebasteur et Arnould [2] et par M. G. Charpy [3]; je reproduis seulement et pour faire suite à la collection donnée plus haut les portraits de deux savants français qui se sont également occupés de ces études, Prony (fig. 102) et Vicat (fig. 103).

A la lecture de ces mémoires très documentés, on constatera que la machine construite en 1855 par la Compagnie des chemins de fer du Midi (fig. 104) est la copie servile de la machine de Perronet.

L'effort de rupture ne peut être mesuré que s'il est supérieur au poids du levier.

1. *Annales des Ponts et Chaussées*, t. XXVI, 2e semestre de 1859.

2. H. Lebasteur et P. Arnould, *Mémoire sur les machines à essayer les métaux*, Commission des méthodes d'essai, t. II, p. 547, 1895.

3. G. Charpy, *Revue de mécanique*, janvier 1899.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Pour remédier à cet inconvénient, M. Mangin imagine d'équilibrer le levier (fig. 105) (machine des constructions navales). Il suffit d'enlever, au début de l'essai, les poids placés

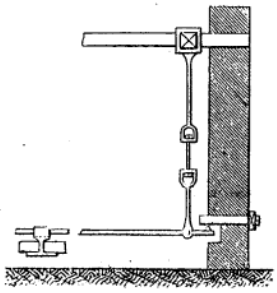


Fig. 104. — Machine de la Compagnie des chemins de fer du Midi.

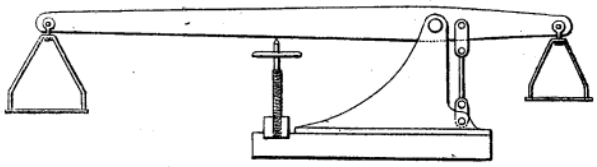


Fig. 105. — Machine des Constructions navales (M. Mangin).

sur le plateau qui sert de contrepoids pour mesurer les premiers efforts; une fois que ceux-ci égalent le poids du levier, il y a équilibre, il faut alors placer des poids sur l'autre plateau pour continuer la traction.

Mais l'allongement de l'éprouvette empêche de conserver le levier de la balance dans la

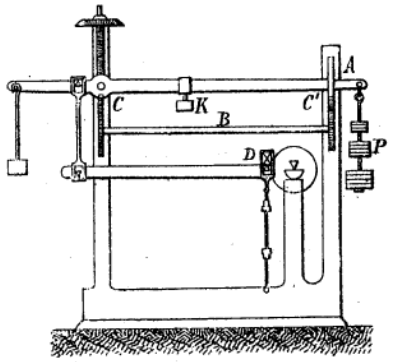


Fig. 106. — Machine du major Wade.

position horizontale. Alors le major Wade applique le principe de Navier et apporte une idée nouvelle : le déplacement, à l'aide d'une vis, de l'axe du levier de la balance (fig. 106).

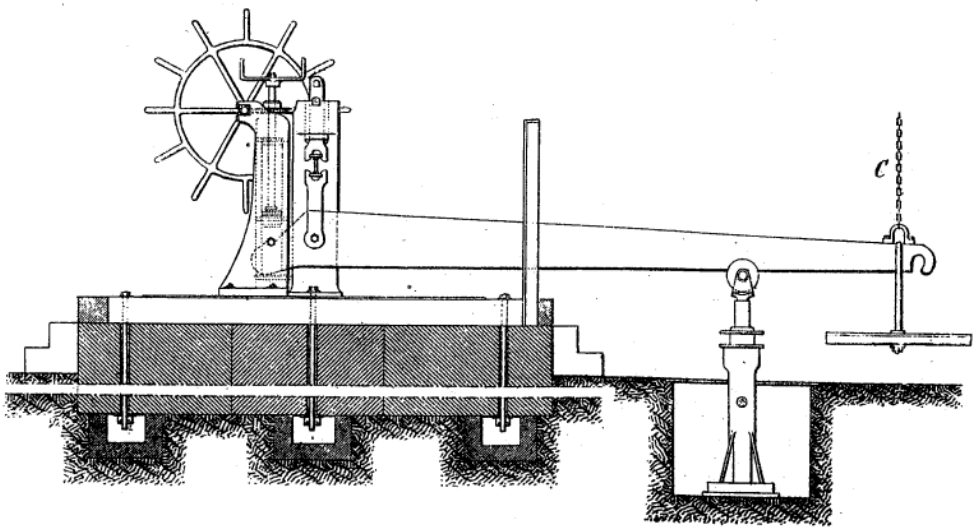


Fig. 107. — Machine du Creusot.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le Creusot reprend cette dernière disposition, qui suffit à elle seule pour maintenir le levier horizontal, quel que soit l'allongement de l'éprouvette, et construit la machine (fig. 107) qui fonctionne sans le levier intermédiaire inutile.

Le manomètre anéroïde, inventé par Lucien Vidie[1], vient remplacer la soupape de la presse hydraulique de Brunton et permet de suivre, par simple lecture sur le cadran, la

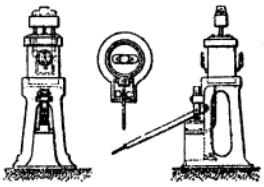


Fig. 108. — Machine Whitworth.

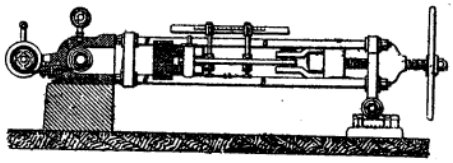


Fig. 109. — Machine Desgoffe et Ollivier.

pression intérieure du cylindre, à chaque moment du fonctionnement. — Machines de Withworth (fig. 108) et de Desgoffe et Ollivier (fig. 109), etc., etc.

ÉVOLUTION DES MÉTHODES EMPLOYÉES POUR L'ESSAI DES MÉTAUX

Dans les siècles passés, les procédés de recette des métaux étaient élémentaires; la méthode généralement usitée consistait en l'examen de la cassure, et c'est d'après l'aspect du grain que les praticiens jugeaient de la qualité du métal.

Cependant les marchands qui achetaient de grandes quantités de fer, en Suède et en Angleterre, pour les expédier dans d'autres pays, avaient intérêt à s'assurer de la bonne qualité du métal pour ne pas s'exposer à une dépense de transport s'ajoutant au prix d'achat, le tout en pure perte, si la marchandise exportée était refusée à son arrivée pour cause de mauvaise qualité.

Svedenborg décrit les procédés de recette[2] employés par ces marchands.

Essai de cintrage :

« Ils choisissent une quantité de barres, environ deux ou trois par cent, qu'ils passent « l'une après l'autre dans une encoche pratiquée dans un gros bois ou dans un pieu, fixe- « ment arrêté dans la terre; d'abord, ils font décrire à la barre un léger arc de cercle et la « ramènent à la ligne droite. Si elle souffre la courbure et qu'elle se redresse bien, c'est « un indice d'une certaine ténacité. Ils recommencent à la plier et à lui faire faire un ou « plusieurs tours, en la ramenant ensuite à la ligne droite. Si la barre peut souffrir cette « épreuve, c'en est assez, le fer est autant tenace qu'on peut le désirer. »

Essais de choc :

« Quand ils doutent de la nature d'une barre de fer, ils la jettent de toute leur force sur « un coin de fer arrêté dans un morceau de bois, ou sur quelque autre point d'appui de fer « et bien aigu; ou bien ils posent la bande sur ce coin et font toucher dessus avec des « masses : si les coups marquent sur le fer sans qu'aucune partie de la barre se casse, c'est « un signe de ténacité.

« Les marchands portent encore de ce fer dans une boutique, pour l'essayer au feu et « sous le marteau, etc. »

Grignon nous indique les deux mêmes procédés de recette[3] :

« Lorsque les barres seront entièrement refroidies, on s'assurera de la qualité du fer en « les soumettant à deux épreuves :

1. Lucien Vidie, Brevet français du 19 avril 1844.
2. Svedenborg, *Traité du fer*, 1734. Traduit du latin par M. Bouchu, p. 135.
3. Grignon. *Essai d'artillerie*, 1775, p. 464.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« La première sera de les couper aux deux bouts, pour en séparer ce qui pourrait être « resté d'écru et en reconnaître le grain; pour ce, on entamera les surfaces, avec une « tranche, sur des lignes correspondantes, puis on achèvera de séparer les bouts en les « rompant à coups de masse; l'on examinera le fer à la cassure, s'il est charnu ou grenu, « s'il s'arrache ou se rompt : le plus nerveux sera mis en un lot, et le grenu dans l'autre; « et si dans le nerveux il s'en trouve d'un grain trop sombre, on le mettra dans le lot du « grenu, pour composer celui de la deuxième qualité. Le lot de la première qualité sera « composé du fer dont le nerf sera long, bien charnu, d'un grain cendré, argentin, bien « tordant.

« Cette première épreuve ne suffira pas pour s'assurer de la qualité du fer dans toute « l'étendue de la barre : on lui en fera subir une autre, qui est celle du tour et du détour.

« Pour y procéder, on établira solidement un cabestan vertical ou horizontal, dont la « fusée de fonte de fer aura 8 à 9 pouces de diamètre et environ 4 pieds de longueur. A un « de ses bouts, prolongé hors de l'épaisseur de ses jumelles, on appliquera une puissance « motrice quelconque; on pratiquera, sur une des extrémités du corps du treuil, une « lumière qui pénétrera son diamètre, laquelle sera de dimension suffisante seulement pour « recevoir le bout des barres : on assujettira contre les jumelles du treuil une forte pièce « de fonte de fer percée, dans son étendue, d'une ouverture de dix-huit lignes de largeur, « dont les angles extérieurs seront abattus et qui correspondra au centre du treuil.

« Lorsque l'on voudra opérer, on commencera par plier légèrement le bout de la barre « sur une longueur de 3 à 4 pouces; on la passera par la coulisse de la pièce de fonte de « fer, pour l'introduire dans la lumière du treuil; alors on fera agir la puissance, qui impri- « mera au treuil un mouvement de rotation qui attirera la barre et la forcera de s'appliquer « en spires sur la surface; elle sera dirigée par les bords de la coulisse, par laquelle elle « filera. Lorsque la barre sera presque entièrement passée, on imprimera à la machine un « mouvement contraire, qui fera dévider la barre de dessus le tour, laquelle se redressera « en passant par la coulisse. Si le fer sort de cette épreuve sans se rompre, on est assuré « qu'il est de la qualité requise. Toutes les barres subiront cette épreuve. »

Les mêmes procédés de recette sont seuls appliqués dans la première moitié de ce siècle.

Ainsi l'artillerie [1] réglemente les essais des fers de la manière suivante :

« Les indications tirées de l'aspect de la cassure peuvent être quelquefois trompeuses...»

Il est donc indispensable d'avoir recours à des épreuves pour vérifier ou compléter ces premières indications :

« *Épreuves à froid.* — Faire tomber la barre avec violence sur une enclume dont la table « est étroite; pour les barres trop lourdes, les placer à faux, et frapper dessus avec une « masse à panne étroite.

« Percer la barre, la plier, la couder et contre-couder en zigzags à angles droits vifs, « la contourner en plusieurs sens, la tordre en spirale.

« Si les barres ne se brisent pas par le choc; si dans le ploiement il ne se manifeste ni « fente ni gerçures, on peut être assuré que le fer n'est point cassant à froid....

« (2) Le fer carré et le fer rond sont éprouvés par le taraudage, et ensuite pliés à coups de « marteau sur la partie taraudée. »

En résumé, d'après ces instructions, les essais de recette du métal effectués par des officiers compétents consistaient en épreuves par *pliage* et par *choc*.

Pour les pièces *terminées*, comme les essieux, l'épreuve par pliage ne pouvant plus être employée, puisqu'il ne faut pas déformer la pièce, c'est l'épreuve au choc qui est appliquée. Le *corps de l'essieu* est essayé au mouton (fig. 110).

Le marteau pèse 300 kilogrammes et tombe de 1m,60 au-dessus de l'essieu; des cales en fer de 3 lignes (6, 7 millimètres) sont placées sous les extrémités du corps d'essieu. La

1, Procédés de fabrication dans les forges. Cours sur le service des officiers d'artillerie approuvé par le ministre de a Guerre le 5 août 1838, p. 166-167.

2. Page 259.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

flèche possible à atteindre par le choc est ainsi limitée et la pièce n'est pas déformée par l'essai, si elle ne s'est pas brisée par suite de fragilité.

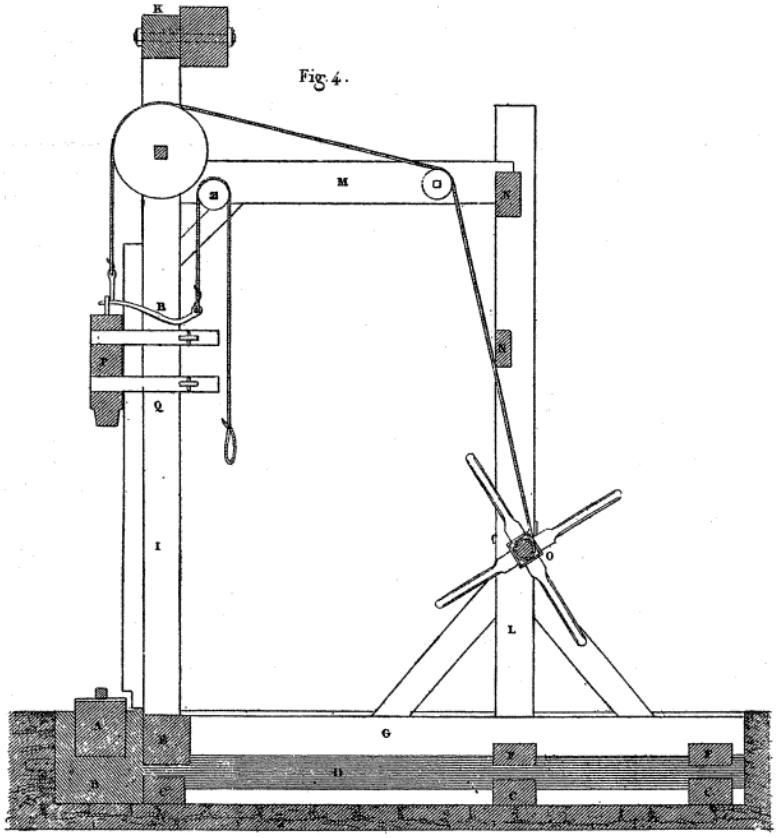


Fig. 4.

Fig. 110. — Mouton à essayer les essieux.

Les *fusées* sont essayées à l'escarpolette (fig. 111); l'essieu tombe d'une hauteur de $2^m,11$; dans cette chute, les fusées tombent sur deux coussinets qui épousent leur forme pour ne pas les détériorer.

A la suite de ces essais de choc, l'essieu est soigneusement examiné pour découvrir les fissures qui ont pu se produire.

Les *flasques en fonte des mortiers* sont aussi essayés au choc[1].

« Chaque flasque, placé sur une plate-forme horizontale, et portant dans son encastrement « un faux tourillon en bronze, reçoit une seule fois sur ce tourillon, au moyen d'un « appareil convenablement disposé (fig. 112), le choc d'un mouton en fonte, tombant sous « l'angle de 60 degrés, de $3^m,50$ de hauteur, pour le calibre de 12 pouces; de $2^m,40$ de « hauteur, pour le calibre de 10 pouces; de $1^m,40$ de hauteur, pour le calibre de « 8 pouces.

« Avant la décision stipulant ces essais au choc, la recette des flasques était effectuée « conformément à la décision du 26 juillet 1820. Les flasques étaient assemblés en affûts, « et chaque affût était éprouvé par trois coups de mortier, tiré avec sa bombe, sous l'angle « de 60 degrés. »

1. Page 257.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

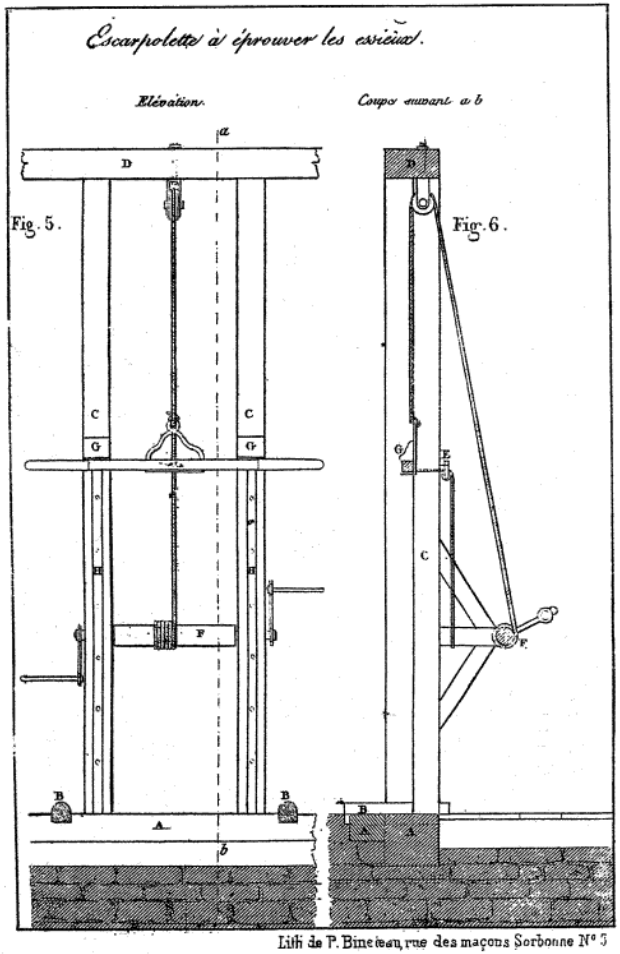


Fig. 111. — Escarpolette à éprouver les essieux.

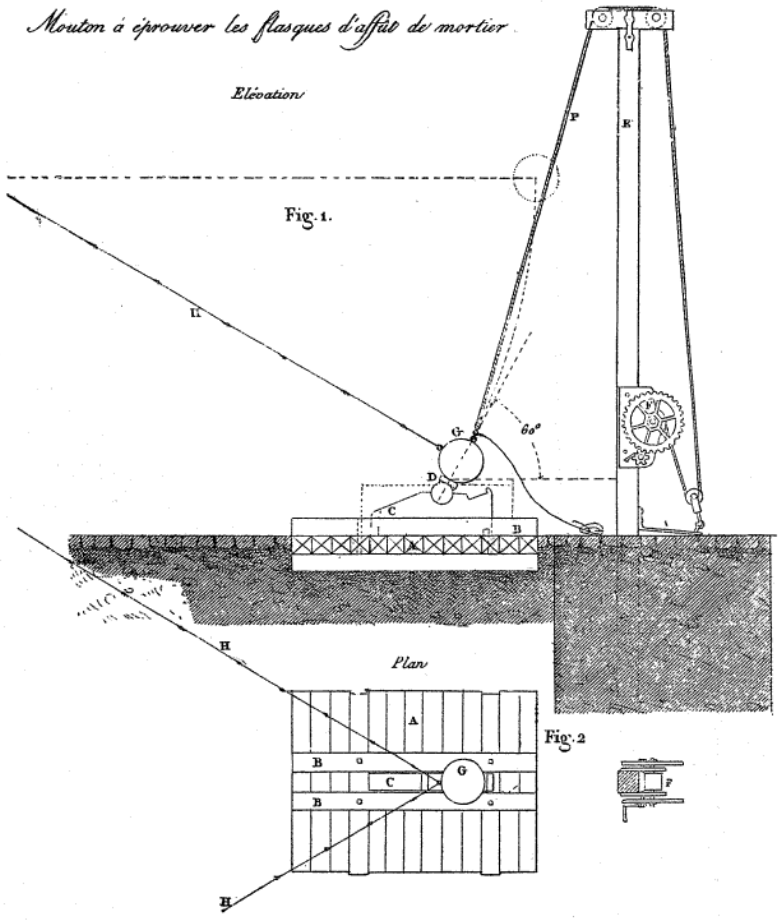


Fig 112 — Mouton à essayer les flasques d'affût de mortier.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les *ancres* subissaient, conformément à la décision ministérielle du 14 avril 1825, un essai de traction dont le mode d'épreuve est le suivant [1] :

« Fixer un cabestan au moyen de quatre piquets; planter à 6m,50 en avant du cabestan « un fort piquet; arrêter l'ancre contre ce piquet par le bec d'une de ses pattes; passer « dans le trou du jas un mandrin d'une grosseur égale au diamètre de ce trou : fixer une « poulie à ce mandrin, et attacher un dynamomètre de Régnier à l'épar de devant du « cabestan, au moyen d'une commande qui embrasse de plusieurs tours l'épar et l'un « des anneaux du dynamomètre; équiper le treuil du cabestan avec le bout d'un bon « cordage d'ancre; passer ce bout dans la poulie, le ramener et le fixer à l'autre anneau « du dynamomètre; manœuvrer au cabestan jusqu'à ce que le dynamomètre marque une « force de tirage égale à 1000 kilogrammes; filer ensuite la retraite; retourner l'ancre « et arrêter le bec de son autre patte au piquet; manœuvrer de nouveau au cabestan « jusqu'à ce que la verge de l'ancre soit redressée.

« Le jas est éprouvé par un procédé semblable, mais la traction est limitée à une tension « de 500 kilogrammes. »

En examinant ces diverses méthodes de recette, on constate que, jusqu'au milieu du dix-neuvième siècle, la méthode le plus généralement appliquée à l'essai des métaux est le pliage et le choc.

L'essai de traction n'a été utilisé que pour l'*étude* et pour l'*essai des pièces terminées*.

Pour l'*étude*, afin de savoir sur quelle résistance *moyenne* on pouvait compter dans l'application pratique; et, en effet, c'était la *moyenne* d'expériences effectuées sur des échantillons provenant de diverses usines qu'on prenait comme conclusion des essais; mais l'essai de traction n'était jamais employé pour la recette du métal.

Pour l'*essai des pièces terminées*, comme les chaînes, les tirants de ponts suspendus, les ancres, etc.; mais, dans ce cas, c'était bien moins pour effectuer la recette du métal que pour vérifier s'il n'y avait pas de défauts de fabrication; et, en effet, les chaînes sont tendues sous un effort inférieur à la limite élastique; les tiges de ponts suspendus, telles celles du pont des Invalides, essayées par Navier, sous une tension maximum de 18 kilogrammes par millimètre carré de la section transversale [2]. Les ancres sont essayées sous un effort d'une tonne, juste ce qui est nécessaire pour produire un léger pliage et l'apparition des amorces de fissures, dans le cas de ruptures préexistantes ou de soudures incomplètes.

Tous ces essais à la traction sont effectués dans le but de découvrir les *défauts*, mais non pas de juger la qualité du métal; et il suffit de lire les résultats des quatre mille essais de Navier pour le constater :

« (3) Sur les vingt-huit anneaux des chaînes de retenue qui ont été rompus, il n'y en « a que quatre qui aient manqué dans les soudures. Il est à remarquer que c'est par l'essai « de ces anneaux que l'on a commencé, et que les ouvriers n'étaient pas encore exercés « à abaisser les leviers avec précaution et sans secousses. La plupart des anneaux qui ont « rompu *n'avaient pas de défauts* ; seulement, le grain du fer était un peu gros. Le fer « de cette qualité avait certainement une force plus que suffisante pour supporter la « tension exigée; mais il était moins capable de résister à l'effet d'une secousse que ne « l'est le fer à grain fin ou le fer nerveux. »

Ce n'est qu'après 1860, à la suite d'une importante étude due à M. David Kirkaldy, que l'essai à la traction a été adopté comme méthode d'essai des métaux.

Vers 1858, des constructeurs anglais, MM. Robert Napier et fils, ayant pris d'importantes commandes de chaudières à haute pression pour la marine, décidèrent d'étudier soigneusement les qualités de divers échantillons de fers et aciers, afin de connaître ceux qui donneraient la meilleure résistance et la plus grande homogénéité dans le but d'obtenir une construction robuste et légère. Ils chargèrent M. David Kirkaldy d'effectuer ces essais [4].

1. Page 262.
2. Navier, *Notice sur le pont des Invalides*, p. 284.
3. *Id.*, p. 295.
4. David Kirkaldy, *Results of an experimental inquiry in to the comparative tensile strength and other properties of various kinds of wrought-iron and steel*, Glascow, 1862.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Fig. 113 et 114. — Machine à essayer à la traction, construite en 1858 par M. David Kirkaldy

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les figures 113 et 114 représentent la machine dont M. Kirkaldy s'est servi ; — c'est celle de M. Leblanc, mais construite en vue d'une plus grande résistance.

Les éprouvettes représentées figures 115 à 118 sont de formes et d'attaches analogues à celles de Musschenbroek.

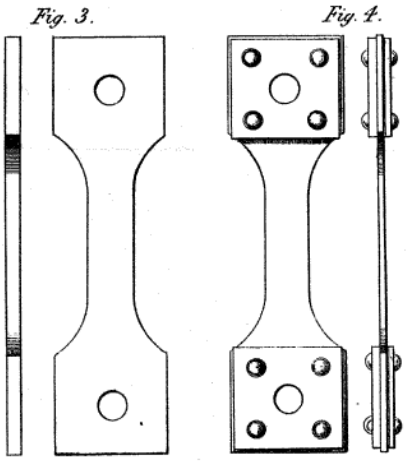


Fig. 115. Fig. 116.
Éprouvettes à la traction de M. D. Kirkaldy.

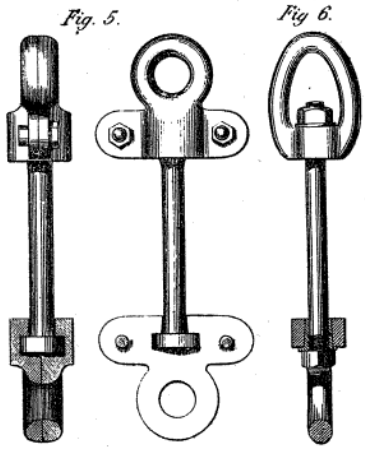


Fig. 117. Fig. 118.
Attaches des éprouvettes de M. D. Kirkaldy.

Les expériences furent effectuées sur des milliers d'échantillons de toutes compositions, provenant des principales usines. M. D. Kirkaldy appliqua avec succès la méthode de division de la surface des éprouvettes par des points et des lignes (fig. 118 à 121) pour

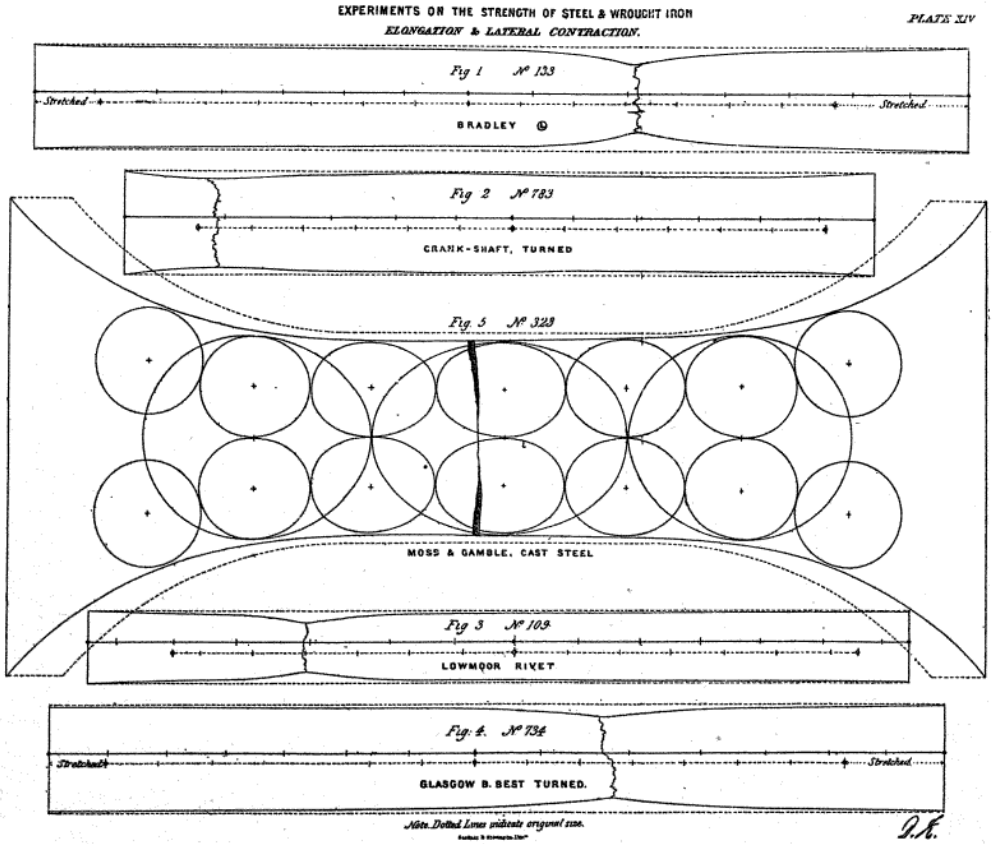


Fig 119 à 122 *bis*. — Éprouvettes dont la surface est divisée par la gravure, pour permettre de constater les déformations locales produites par la traction.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

constater, pendant et après l'essai, les déformations locales produites par l'effet de la traction, comme Dupin et Duleau, qui avaient imaginé cette méthode lors de leurs essais de flexion [1].

Ce procédé ingénieux donna d'excellents résultats à M. Kirkaldy, qui le perfectionna en remplaçant les points et les lignes perpendiculaires à l'axe par des cercles s'entre-croisant (fig. 122).

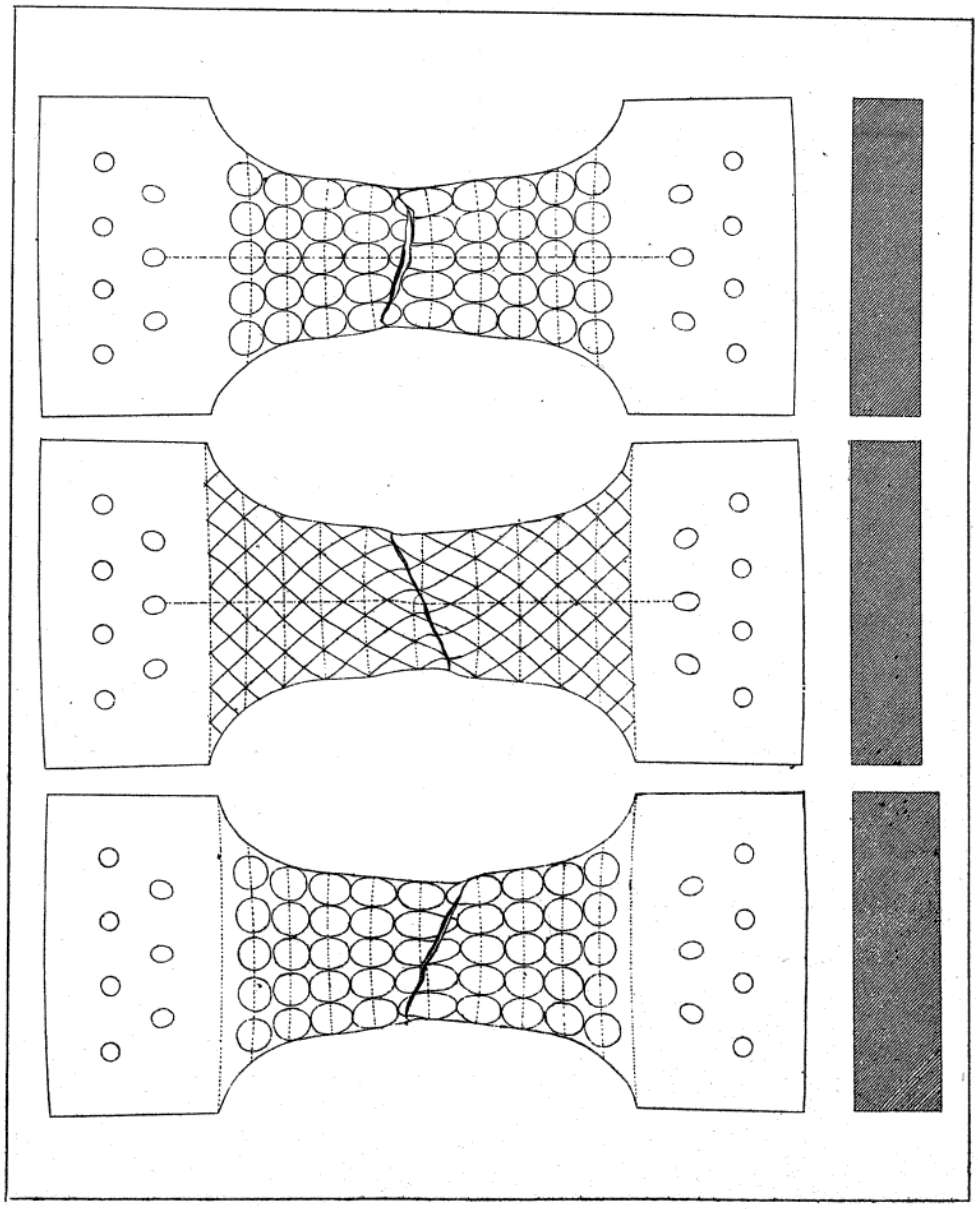


Fig. 123 à 125. — Formes diverses des divisions gravées sur des éprouvettes d'acier de Fagersta exposées à Vienne en 1873.

En 1873, on voyait à l'Exposition de Vienne des éprouvettes d'acier suédois de Fagersta dont la surface était divisée, pour les unes par des circonférences tangentes (fig. 123 et 125), et pour les autres par des lignes droites, obliques sur l'axe et se coupant à angle droit (fig. 124).

Les déformations de ces lignes et de ces circonférences montrent ainsi les effets de la traction sur le corps de l'éprouvette et même sur les têtes de celle-ci.

1. Ch. Duguet, *Limite d'élasticité et résistance à la rupture*, 1re partie, Introduction, p. 15.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

M. Kirkaldy étudia ainsi les déformations locales, et notamment celles de la striction; — puis les cassures, leurs formes, leurs apparences, leurs couleurs, comme l'avait fait Réaumur. Il en donne, dans son intéressant travail, la reproduction par quatre planches de gravure.

Il termine par l'étude macrographique des fers, laminés, puddlés, martelés, etc.

L'attaque à l'acide avait été préconisée par Monge[1].

En résumé, le résultat de cette importante étude fut d'appeler l'attention des constructeurs sur la possibilité de tirer des renseignements pratiques sur la qualité du métal par l'essai de traction.

Les ingénieurs virent dans ce procédé la possibilité de définir et de chiffrer les conditions à remplir par les métaux, ce qui était indispensable pour l'établissement des cahiers des charges et l'exécution de la recette par des contrôleurs.

L'appréciation de la qualité par le pliage et le choc fut ainsi remplacée par la constatation à l'essai de traction de quantités stipulées au cahier des charges.

Jusqu'en 1860 les procédés de recette du fer étaient peu appliqués parce que, pour la plupart des travaux importants, on spécifiait, dans la commande ou dans le cahier des charges, la *marque* du fer que le constructeur devait employer.

Autrefois une fabrique de fer sérieuse faisait sa recette elle-même et arrivait lentement à se créer une réputation qui dispensait l'acheteur d'effectuer des essais.

Les différentes qualités étaient classées par numéros et on entendait dire, par exemple, que le n° 2 de telle usine pouvait remplacer le n° 3 de telle autre.

Malheureusement les *marques réputées* étaient contrefaites par les industriels peu scrupuleux; et cette contrefaçon était suscitée et encouragée par certains marchands de fer.

L'étude approfondie de la traction par M. D. Kirkaldy fit entrevoir aux ingénieurs des grandes administrations la possibilité de *mesurer* la qualité du métal par un essai de traction, tandis que les procédés de recette ordinaires ne permettaient que *d'apprécier* cette qualité d'une manière arbitraire.

L'apparition, sur le marché, du nouvel acier obtenu à cette époque par le procédé Bessemer augmenta encore la confusion dans les valeurs des qualités diverses de ces métaux, fers, aciers, ce qui rendit absolument nécessaire l'application d'un procédé permettant aux ingénieurs de définir exactement par des chiffres, dans leurs cahiers des charges, les quantités de résistance et de ductilité qui leur semblaient nécessaires d'exiger des métaux à commander.

Il n'est pas douteux que le seul mérite de la recette des métaux, par l'essai de traction, consiste dans la *possibilité* d'en *chiffrer* les résultats.

L'étude scientifique de la traction a été faite par divers auteurs notamment par M. le capitaine d'artillerie Ch. Duguet (fig. 126) dont les trois ouvrages resteront classiques[2].

Dans le présent mémoire je me bornerai à rappeler les imperfections de cette méthode de recette.

Dans la *pratique industrielle* de l'essai des métaux par la traction, on considère :

1° La *limite d'élasticité apparente* après laquelle l'éprouvette reste déformée;

2° La *résistance* maximum supportée par l'éprouvette essayée;

3° L'*allongement* total subi par cette éprouvette au moment de sa rupture.

La limite d'élasticité apparente n'est pas toujours facile à déterminer exactement, même en effectuant la mesure sur un diagramme inscrit par un appareil enregistreur, car si les fers et les aciers recuits donnent un palier bien net, les mêmes métaux écrouis, les alliages, etc., donnent une portion de courbe sur laquelle la détermination du point cherché est assez arbitraire. Et non seulement cette détermination est délicate, mais *elle n'a pas la précision* qu'on voudrait lui attribuer.

1. Avis aux ouvriers en fer, sur la fabrication de l'acier, publié par ordre du Comité de Salut public.

2. Ch. Duguet, *Déformation des corps solides; Limite d'élasticité et résistance à la rupture.* 1re partie : statique spéciale, 1882. 2e partie : statique générale, 1885. — *Physique qualitative*, 1889.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

J'ai eu l'occasion de comparer les résultats d'essais de traction sur des éprouvettes prises dans des barres de fer et d'acier que je considère comme étant d'une bonne homogénéité industrielle. Ces essais, effectués sur des machines d'une précision plus parfaite que celle



Fig. 126. — Claude-Charles DUGUET
né à La Châtre (Indre) le 13 juillet 1847, mort le 29 novembre 1895.

qu'on est en droit d'exiger dans les usines, m'ont donné pour la limite d'élasticité les résultats suivants :

		kilogr.		kilogr.
Nos 9.	Machine B :	29,90	Machine C :	31,25
10.	—	27,50	—	25,85
11.	—	22,35	—	20,30
13.	—	25,40	—	22 »
14.	—	27 »	—	20 »
15.	—	33,30	—	25 »
16.	—	40,70	—	33,25

Je n'ai pas choisi, pour cet exemple, des résultats favorables pour la démonstration de l'inconstance du procédé; j'ai, sur ces 7 barres, l'indication de la limite élastique relevée sur deux machines de précision, je constate le désaccord et je le transcris.

La résistance à la rupture obtenue dans ces essais n'a pas une précision plus grande.

Voici les résultats obtenus sur 14 barres essayées sur trois machines différentes.

		kilogr.		kilogr.		kilogr.
Nos 1. . . .	Machine A :	96,25	Machine B :	»	Machine C :	93,35
2. . . .	—	84 »	—	»	—	85,70
3. . . .	—	73,50	—	»	—	76 »
4. . . .	—	65,50	—	»	—	68 »
5. . . .	—	55,85	—	»	—	52,50
6. . . .	—	42,25	—	»	—	43,70
7. . . .	—	44,50	—	»	—	47,30
9. . . .	—	59,35	—	57,20	—	60,30
10. . . .	—	44 »	—	43,65	—	44,85

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

		kilogr.		kilogr.		kilogr.
Nos 11. . . .	—	37,75	—	36,40	—	37 »
13. . . .	—	32,50	—	34,50	—	33 »
14. . . .	—	33 »	—	33,10	—	33,50
15. . . .	—	45,50	—	42,30	—	47 »
16. . . .	—	59,25	—	57,20	—	60,70

Ces exemples, je le répète, ne sont pas choisis spécialement; dans les essais habituels on trouve des différences souvent beaucoup plus grandes. Des auteurs ont indiqué des écarts atteignant 20 %. Il est facile de constater que ces écarts ne peuvent pas être attribués aux machines, ni à la différence de rapidité d'exécution, car ils ne sont pas toujours dans le même sens et on les retrouve dans des essais effectués à l'aide des machines de la plus grande précision.

Ces divergences existent d'ailleurs dans les résultats d'allongement et cette fois, il n'y a pas lieu de suspecter les machines, puisque, en rapprochant les deux fragments de l'éprouvette rompue, on mesure assez exactement l'allongement total qu'a donné l'éprouvette essayée.

Voici les résultats d'allongements des éprouvettes prises dans les 14 barres essayées comme je l'ai dit :

Nos 1.	9,00 %	»	6,6 %
2.	13,50 —	»	13,00 —
3.	19,50 —	»	16,50 —
4.	19,75 —	»	14,50 —
5.	23,25 —	»	23,00 —
6.	30,25 —	»	30,00 —
7.	23,50 —	»	24,50 —
9.	23,25 —	28,00 %	23,50 —
10.	23,25 —	29,00 —	28,00 —
11.	23,50 —	34,00 —	23,50 —
13.	27,25 —	24,00 —	24,50 —
14.	26,25 —	30,50 —	32,75 —
15.	23,00 —	27,00 —	27,00 —
16.	19,75 —	22,50 —	22,00 —

Non seulement les chiffres d'allongement total des éprouvettes ne concordent pas dans des essais effectués sur le même métal, mais ces chiffres peuvent être semblables pour les essais de deux métaux d'une ductilité très différente.

Je prendrai, à titre d'exemple, un acier doux destiné à la confection de chaudières, qui a donné à l'essai 42 kilogrammes et 30 % d'allongement et je le comparerai à un bronze spécial qui a donné à l'essai 42 kilogrammes et 35 % d'allongement.

Au point de vue du travail que chacun de ces métaux est susceptible de supporter avant rupture, il est évident que la supériorité semblera appartenir au bronze.

Mais si l'on prépare, comme je l'indiquerai plus loin, deux éprouvettes entaillées et qu'on les soumette à l'essai par *pliage statique*, c'est-à-dire en appliquant graduellement la pression, on aura pour l'acier le diagramme du travail A, D, E (fig. 127), et la rupture de l'éprouvette ne sera pas complète, et pour le bronze le diagramme du travail A, B, C, avec une rupture complète de l'éprouvette.

Pour s'expliquer une telle divergence, il suffit d'examiner les deux éprouvettes de traction de ces deux métaux; on constatera de suite que dans la partie rompue le bronze *n'a pas eu de striction* (fig. 128), c'est-à-dire que la rupture s'est faite dans une partie qui ne s'est pas sensiblement plus allongée que le reste de l'éprouvette et dont l'allongement peut être considéré comme étant celui de l'éprouvette entière 35 %, tandis que dans la partie rompue l'acier *a eu une striction* importante (fig. 129), qu'on peut évaluer en comparant le diamètre moyen de la section rompue au diamètre primitif de l'éprouvette, rapport qui attribue alors à l'acier une capacité d'allongement de 354 %. Et en effet si on reprenait les fragments des éprouvettes pour les étirer à nouveau, le bronze en question se romprait sans donner un

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

nouvel allongement sensible, tandis que l'acier s'allongerait encore en formant une nouvelle striction analogue à la première. C'est ce qui se passe dans l'essai de pliage sur éprouvette entaillée, où l'allongement s'effectue sur une faible étendue localisée.

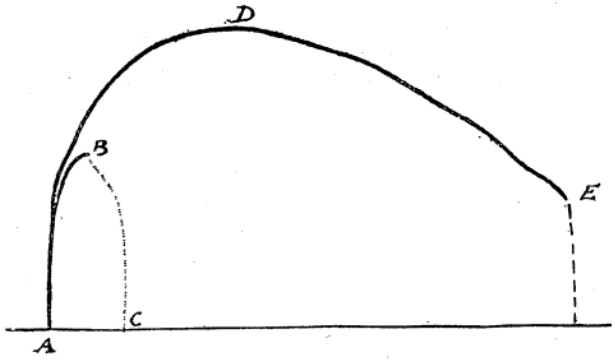


Fig. 127. — Diagrammes du pliage de deux éprouvettes entaillées : l'une en acier, l'autre en bronze.

Je n'insisterai pas sur le manque de précision de l'essai de traction, c'est admis par tous les industriels.

En pratique cette imprécision peut encore être augmentée, par l'inexactitude *voulue* des machines; il est impossible, en effet, de vérifier rapidement et simplement une machine à essayer. Toutes les machines peuvent être *truquées* et celles qui s'y prêtent le plus facilement sont celles qui ont le plus de chances de vente. C'est évidemment là la raison du succès commercial des machines à manomètre.

La méthode d'essai par traction est *longue et coûteuse*, car elle exige une grande quantité de métal et des frais d'ajustage, de préparation et de traction de chaque éprouvette, aussi, par raison d'économie, l'industrie n'en fait guère usage que lorsqu'elle y est contrainte par des clauses de cahier des charges d'une exécution obligatoire.



Fig. 128.
Éprouvette rompue sans donner de striction.



Fig. 129.
Éprouvette rompue présentant une striction.

Le prix de revient des éprouvettes est d'autant plus élevé qu'on les prépare par plus petites quantités, ce qui est le cas ordinaire dès qu'on sort des ateliers les plus importants.

Actuellement, une épreuve par traction isolée revient à peu près à 20 francs, et ce chiffre ne doit pas étonner si l'on pense que les frais d'essai à la machine à essayer sont déjà de 10 à 12 francs.

Il est bien évident que la confection et l'essai d'une série d'éprouvettes abaissent très sensiblement ce prix et que l'usage constant des machines à essayer dans les grandes usines qui les possèdent, permet de le réduire beaucoup; sans avoir de renseignements très précis sur ce prix, je crois que, même dans ce cas, il ne doit pas être très inférieur à 5 francs. Or, il est bien évident que, même à ce prix minimum, on regarde toujours à multiplier les essais et cependant il est admis par tous les spécialistes que, dans les

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

constructions d'œuvres dont la rupture peut provoquer des accidents graves, chaque barre de métal ou chaque feuille de tôle devrait être essayée dans ses diverses parties; en effet, une seule partie défectueuse dans une tôle de chaudière peut occasionner une explosion, un seul rail brisé peut produire un déraillement, etc.

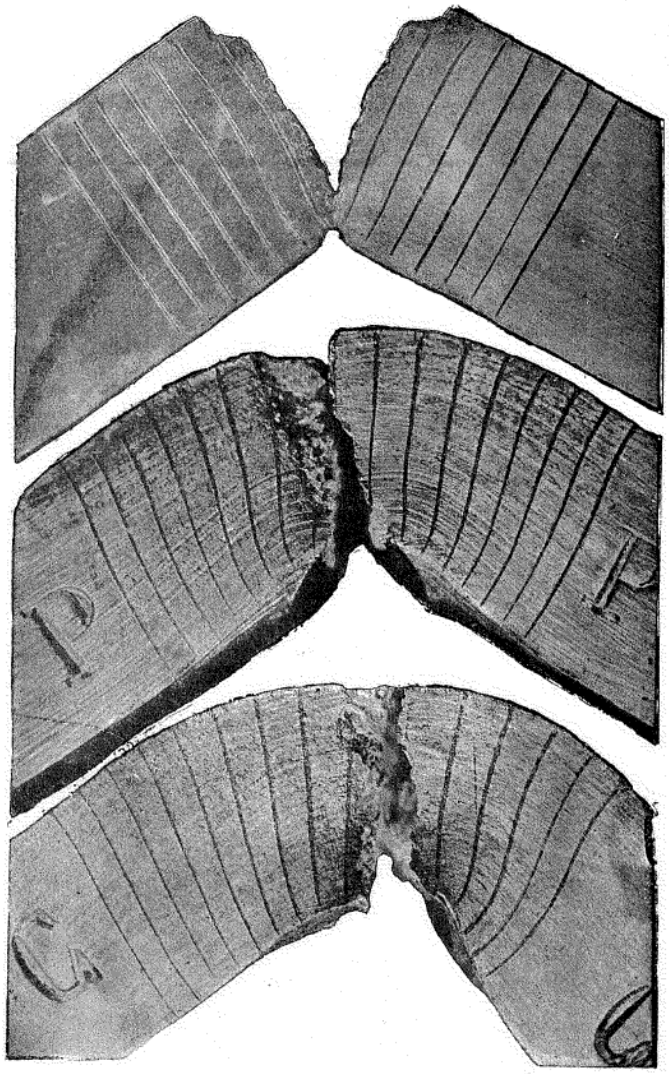


Fig. 129 *bis*. — Essai de trois éprouvettes (5 diamètres).

La méthode d'essai de traction est *incomplète* comme méthode de recette, car elle ne renseigne pas sur la *fragilité*, c'est-à-dire sur la propriété de résister plus ou moins aux actions brusques, chocs, etc., produisant la rupture ou une déformation permanente.

Il me suffit de rappeler quelques exemples cités par M. Lebasteur[1].

« Certains fers provenant du district industriel des Ardennes, ayant été essayés par trac-
« tion, ont donné les résultats suivants :

« **Premier échantillon.** — Résistance par millimètre carré . . . . . 48.kilogr.
Allongement . . . . . 14 %

1. H. Lebasteur, *Les métaux à l'exposition de* 1878, p. 8.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

« **Deuxième échantillon.** — Résistance par millimètre carré. . . . . 72 kilogr.
Allongement . . . . . 20 %

« Ces fers de forge présentaient une grande ductilité à froid; les barres se ployaient « parfaitement au marteau sans se criquer; mais si l'on préparait au burin une très légère « incision à la surface d'une barre, elle se brisait net en cet endroit, sous un coup de mar- « teau modéré : le métal, quoique ductile, était donc *fragile* sous les chocs. »

Autre exemple cité par M. Considère.

Une cornière d'acier de 13 millimètres d'épaisseur, qui avait subi avec plein succès les essais habituels de réception, s'était brisée en *tombant à terre*; ces essais avaient donné les résultats suivants :

Résistance à la rupture.	50,5 kilogr.
Limite pratique d'élasticité.	33,9 —
Allongement de rupture sur 100 millimètres de long . . .	27 %
Contraction de la section de rupture	53 %

Ce fait était déjà signalé par Lowthian Bell, le Jern-Kontor de Suède, etc.

Aussi M. Lebasteur concluait avec ces expérimentateurs :

« Il est impossible de parvenir à des résultats complets sur la force des matériaux sans des épreuves de choc. »

J'ai eu l'occasion d'étudier plusieurs avaries graves de chaudières dont la cause était la *fragilité* de l'acier au choc, quoique celui-ci fût très ductile à la traction. Ainsi une éprouvette prélevée par l'ingénieur des mines dans la partie avariée de la tôle, fut essayée à la



Fig. 130. — Fragment d'une éprouvette de traction, plié à bloc sans fissure.

traction et donna 42 kilogrammes et 33 % d'allongement; après cet essai un fragment de cette même éprouvette non entaillée fut plié à bloc, *à grands coups de marteau*, sans laisser apparaître la moindre trace de crique, quoique le métal fût écroui par le cintrage à froid, et l'essai de traction; la figure 130 représente ce fragment.

Cependant malgré cette très grande ductilité dans les conditions des expériences, le métal était fragile dans d'autres conditions, car essayées par mon nouveau procédé, les éprouvettes se sont brisées en ne nécessitant qu'une faible quantité de travail. C'est cette fragilité qui a été la cause de l'avarie.

C'est donc une grande erreur de considérer un acier comme nécessairement et absolument non fragile parce qu'il possède une grande ductilité dans certains essais, notamment dans l'essai par traction.

La recherche de la fragilité dans la recette de l'acier de construction est de la plus haute importance; qu'un acier ait un peu plus ou un peu moins de ténacité et de ductilité il n'en résistera pas moins bien, parce qu'on fait travailler le métal sensiblement au-dessous de sa limite élastique; et en effet, sauf erreur de calcul, une pièce d'acier ne se rompt que par sa fragilité; des pièces d'acier qui ne supportaient statiquement pas plus de 3 ou 4 kilo-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

grammes par millimètre carré, se brisent net par suite de chocs ou de vibrations répétées.

L'essai de traction ne renseigne pas sur cette fragilité du métal.

Aussi, de l'avis général, il faut non pas chercher à unifier une méthode de recette qui ne vaut rien parce qu'elle est imprécise, longue, coûteuse, peu pratique et surtout incomplète, *il faut la supprimer*.

Son succès passager n'est dû qu'à l'avantage apparent de permettre d'évaluer par des chiffres les résultats des essais.

Voyons comment elle est appliquée à la recette des métaux d'après les cahiers des charges.

Actuellement, chaque administration rédige son cahier des charges en copiant celui d'une administration similaire, mais en apportant quelques changements dans les quantités prévues au premier cahier des charges dans le but d'exiger des forges un métal d'une qualité supérieure. Ces changements consistent généralement à resserrer les limites primitivement prévues, à augmenter les coefficients de résistance et de ductilité, et à exagérer les difficultés de réception, toutes choses des plus funestes.

En général, la limite d'élasticité est délaissée, et la recette ne s'opère que sur la résistance à la rupture et sur l'allongement; probablement à cause des difficultés qu'on rencontre pour déterminer cette limite avec les machines en usage dans les forges.

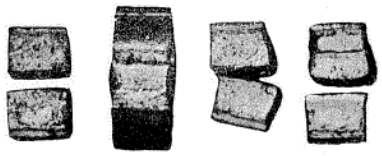


Fig. 131. — Éprouvettes après essais, suivant ma méthode.

L'indication de la limite d'élasticité n'est ainsi conservée au cahier des charges que par prudence et à titre d'indication.

Il est bon d'ajouter qu'en général les grandes administrations n'indiquent même pas dans leur cahier des charges de limite d'élasticité.

Des épreuves de pliage et de perçage à froid et à chaud sont demandées pour vérifier la ductilité du métal.

C'est par cela même reconnaître l'insuffisance du renseignement donné à ce sujet par l'essai de traction. Et, en effet, les contrôleurs compétents se considèrent comme beaucoup mieux renseignés, par quelques essais effectués sur l'enclume, qu'ils ne le seront par les résultats des essais de traction.

Malheureusement, ces essais pratiques de pliage sont confiés à des ouvriers habiles qui procèdent avec tant d'adresse qu'ils parviennent généralement à plier, percer, etc., à la satisfaction des agents, les métaux les plus médiocres.

Quant à la FRAGILITÉ, rien n'est indiqué, il est seulement dit d'une manière vague et générale que les fers et les aciers ne doivent être *ni aigres*, *ni cassants*, mais sans définir ce qu'on entend par aigre et cassant et sans indiquer aucun mode d'essai de fragilité.

C'est là une lacune des plus regrettables et il n'est pas douteux qu'un très prochain remaniement des cahiers des charges permettra de spécifier des conditions plus pratiques, plus logiques et surtout plus indispensables.

Le Bureau Véritas[1], à propos de l'acier pour chaudières, ne parle pas de limite d'élasticité, il accepte pour la résistance des aciers de 34 kilogrammes à 48 kilogrammes en exigeant une ductilité croissant en raison inverse de la résistance : 20 % d'allongement pour 48 kilogrammes de résistance et 32 % pour 34 kilogrammes.

1. Bureau Véritas, *Règlements pour la classification et la construction des navires en acier et en fer*, 1899, p. 88.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le Bureau Véritas admet avec raison qu'on peut faire de très bonnes chaudières avec des aciers de résistances très différentes et s'il limite celle-ci à 48 kilogrammes, ce n'est que par crainte de trouver au delà de ce chiffre des aciers plus susceptibles de fragilité, car il autorise pour la construction de chaudières, des aciers d'une plus grande dureté à la condition d'en référer à l'administration.

C'est bien reconnaître qu'une plus grande résistance n'est pas contre-indiquée, mais qu'elle nécessite un plus grand soin dans la recette et dans le travail du constructeur.

Il y a, en effet, de très bonnes chaudières construites avec des aciers à 60 kilogrammes et même plus; et il y en a de très mauvaises construites avec de l'acier à 40 kilogrammes et 30 % d'allongement ainsi que je l'ai montré précédemment.

CINTRAGE. — COURBAGE. — PLIAGE.

Dans l'essai de traction, la ductilité du métal essayé est mesurée par l'allongement, mais la pratique ayant démontré la médiocrité de ce procédé, on a proposé de revenir à l'ancienne méthode d'essai par pliage.

L'usage du pliage est universel, il consiste à déformer l'éprouvette en déterminant un pli initial sur une arête de faible rayon et en agissant sur les deux branches rectilignes pour les rapprocher sans les cintrer.

Le cintrage est un pliage opéré sur un mandrin d'un certain diamètre; le courbage est un cintrage effectué sur une barrette libre sans appui[1].

Le cintrage et le courbage sont des opérations de pliage affectant des points voisins sur toute la longueur de l'éprouvette. Ces deux procédés doivent être délaissés en tant que méthode générale et réservés pour des essais spéciaux.

L'essai de pliage indiqué dans un certain nombre de cahiers des charges est employé principalement pour les fers qui doivent présenter, avant l'apparition des criques, un certain angle de pliage.

Avec les aciers doux, le pliage réussit à peu près toujours, du moins avec les épaisseurs usitées pour les tôles.

Cette épreuve s'est alors transformée peu à peu en une épreuve de ductilité après trempe qui ne présente évidemment qu'un rapport très indirect avec la ductilité du métal proprement dit.

L'artillerie russe[2], à la suite des recherches de M. Korobkoff, chef de l'arsenal de Saint-Pétersbourg, détermine la qualité des métaux en considérant la résistance à la traction comme valeur de la ténacité et l'*allongement au pliage* comme mesure de la ductilité.

« D'après les instructions données par la direction de l'artillerie russe, l'allongement « des pièces soumises à la flexion, mesuré sur la face extérieure *au commencement de la « rupture*, constitue une mesure beaucoup plus précise que l'allongement total des éprou- « vettes dans les essais de traction. »

Le procédé employé à l'arsenal russe pour effectuer le pliage, n'est pas décrit dans le mémoire, mais les figures qui l'accompagnent semblent indiquer que c'est en opérant à coups de marteau sur l'extrémité libre de l'éprouvette essayée que la flexion est obtenue.

1. *Commission des méthodes d'essai*, t. III, p. 312.

2. Rapport de M. Bélélubsky : Sur la détermination rationnelle de la ténacité et de la flexibilité des métaux *Baumaterialienkunde*, n° 19, 1897, p. 287.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Or, il n'est pas douteux que, dans des essais de recette des métaux, le procédé doit être mécanique et indépendant de l'habileté de l'opérateur.

De plus, en spécifiant que la mesure doit être prise au *commencement de la rupture* ou à l'*apparition de fissures*, il y a incertitude; ces phénomènes n'étant pas nettement définis, la mesure est laissée à l'appréciation arbitraire de l'opérateur.



Fig. 133. — Éprouvette de fer criquée après un léger pliage (grandeur).

Ainsi, une éprouvette d'acier au nickel d'une très grande ductilité pourra présenter, dès le début du pliage, des commencements de fissures, car souvent, dans cet acier, des fissures ou gerçures toutes superficielles apparaissent sur la paroi; la mesure effectuée comme il vient d'être dit, donnera l'indication erronée d'une très faible ductilité. Par contre, une tôle de fer qui aura été fabriquée avec un paquet très médiocre, mais des couvertes de bonne qualité, ne laissera apparaître extérieurement des criques que longtemps après la naissance de ruptures internes; la mesure, suivant la méthode indiquée, accusera une plus grande ductilité que n'en possède réellement cette tôle dans l'ensemble de son épaisseur.



Fig. 134. — Face tendue d'une éprouvette, montrant après léger pliage les traces des criques.
(Grossissement 2,5 diamètres.)

Les intérêts opposés qui sont en jeu dans la recette d'un métal, empêcheront toujours de tomber d'accord sur l'appréciation de la mesure d'après ce procédé, car il n'est pas possible de définir nettement où se termine la gerçure sans importance et quand commence la crique début de la rupture.

Il me suffira de donner l'exemple d'une éprouvette de tôle de fer de 14 centimètres de longueur sur 4 centimètres de largeur et 11 millimètres d'épaisseur, représentée grandeur naturelle (fig. 133) de manière à montrer le léger pliage qu'elle avait subi.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Sous une flèche très faible, des criques étaient apparues par places (fig. 134), après que le métal eut fait entendre un bruit sec, symptôme de la rupture.

Pour les uns, ces ruptures superficielles n'étaient considérées que comme des gerçures, pour les autres il s'agissait bien de criques.

Après avoir passé en revue ces principales méthodes d'essai usitées dans les cahiers des charges, on voit que toutes présentent des inconvénients.

Les plus graves sont le volume du métal employé qui empêche de faire porter les essais sur une région quelconque du métal après sa mise en œuvre, l'inexactitude des résultats obtenus, le manque de renseignements sur la fragilité, le défaut le plus dangereux de tous, enfin le prix de chaque essai qui empêche de les multiplier comme il conviendrait.

Les constructeurs, obligés de serrer de très près leur prix de revient, ne pourraient s'assurer convenablement par ces procédés de la valeur des métaux qu'ils emploient. La marine, l'artillerie, les grandes administrations, attachant avant tout le plus grand prix à la sécurité de leurs constructions peuvent seules supporter les frais de coûteux essais, et encore en font-elles suffisamment et possèdent-elles, après les avoir faits, toutes les garanties désirables?

MÉTHODES PROPOSÉES

Les considérations qui précédent m'ont amené à rechercher le moyen pour tout constructeur de multiplier ses essais même dans un petit atelier, en n'employant que des essais simples et peu coûteux permettant de vérifier, en un point quelconque arbitrairement choisi et en une foule de ces points, la qualité des matières employées.

Laissant de côté l'essai de traction proprement dit, j'ai repris l'essai de pliage qui a l'avantage de mettre en jeu à la fois la résistance à la traction et la résistance à la compression.

Pour éliminer l'habileté de l'opérateur, j'ai effectué le pliage à la machine, et pour observer la rupture avec précision, j'ai enregistré le diagramme de l'opération [1].

Le pliage peut s'effectuer sur une machine analogue à une poinçonneuse d'atelier, en remplaçant :

1° Le poinçon cylindrique ordinaire par une sorte de coin P (fig. 135), un peu plus large que l'éprouvette à essayer E;

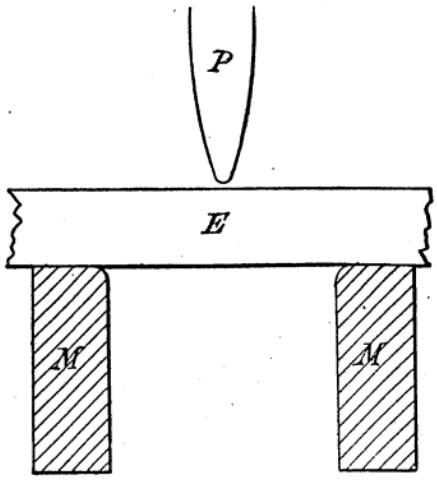


Fig. 135. — Schéma du pliage d'une éprouvette.

2° La matrice circulaire habituelle, par une matrice rectangulaire dont l'écartement des deux faces opposées M, M qui supportent les extrémités de l'éprouvette, est égal à l'épais-

1. Communication à l'Académie des sciences du 22 février 1897.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

seur du coin-poinçon P, plus environ deux fois l'épaisseur de l'éprouvette E; on obtient ainsi un appareil de pliage simple et pratique; il suffit d'arrondir suffisamment les angles de la matrice et l'extrémité du coin-poinçon pour ne pas entamer outre mesure le métal sous l'effet de la pression.

L'enregistrement de l'opération se fait à l'aide de l'élasticimètre dont je me suis servi pour l'étude du poinçonnage (1) et dont je donnerai plus loin le principe et la description.

Dans le diagramme obtenu, les ordonnées mesurent l'écartement du bâti de la poinçonneuse sous l'effort nécessité pour effectuer le pliage, les abscisses représentent la course du poinçon amplifiée dans une certaine proportion.

Mais les diagrammes ainsi obtenus ne sont vraiment comparables que lorsqu'ils proviennent d'éprouvettes de métaux de même section.

Pour rendre cette comparaison toujours possible et dans tous les cas, il fallait compléter la méthode d'essai et tout en ne s'écartant pas du principe des essais habituels, opérer sur de petits échantillons susceptibles d'une préparation rapide et peu coûteuse, conditions indispensables pour permettre de multiplier les essais en les effectuant en tous les points.

J'ai adopté pour les éprouvettes la forme prismatique avec des dimensions constantes pour obtenir des résultats comparables (2).

La longueur du prisme est d'environ 30 millimètres, la largeur de 10 millimètres et l'épaisseur 8 millimètres. Le poids d'une de ces éprouvettes est d'environ 15 grammes et le volume est de 2 centimètres cubes.

Ces dimensions réduites permettent d'extraire, presque à l'infini, ces éprouvettes de toutes les parties des tôles et au besoin des déchets produits au cours de la fabrication : chutes de barres, parties découpées, débouchures résultant du poinçonnage, etc.; il suffit de n'utiliser dans ces dernières que la partie supérieure non détérioriée par le poinçonnage, ainsi que je l'ai démontré (3), en ayant soin d'éviter d'employer la partie de la proue de la débouchure (fig. 136).

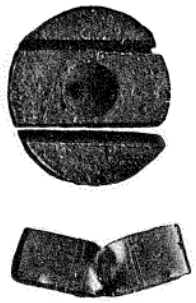


Fig. 136. — Éprouvette détachée dans une débouchure de poinçonnage (grandeur).

Les déchets sont orientés à l'aide d'une pointe à tracer et l'emplacement de chaque éprouvette repéré pour éviter la confusion.

A l'aide de petites scies alternatives montées sur une même machine et espacées de 10 millimètres et de 8 millimètres, les débouchures ou pièces de déchets sont débitées en prismes aux dimensions indiquées.

Lorsqu'il s'agit de quantités importantes d'éprouvettes à préparer, la production est très rapide et le prix de revient très modique.

Pour déterminer la rupture dans les métaux ductiles comme les aciers doux, il est nécessaire de limiter la zone d'allongement; sans cette précaution, l'éprouvette se plierait à bloc sans se rompre.

Suivant les indications données par Korobkoff dans le rapport de M. Bélélubsky, j'ai entaillé chaque face *latérale* de l'éprouvette d'un coup de scie de 1,5 millimètre de profondeur, ce qui réduit de 30 % la largeur de l'éprouvette et le pliage a pu s'effectuer à

1 Communication à l'Académie des sciences du 10 décembre 1894.
2. *Bulletin de la Société des ingénieurs civils*, novembre 1897.
3. *Bulletin de la Société d'encouragement*, septembre 1897.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

bloc (fig. 137). La face de l'éprouvette qui a subi l'extension comprise entre les deux traits de scie de 1 millimètre de largeur a pu être amenée à 1,05 millimètre ne présentant que des gerçures sans traces de criques de rupture; l'allongement de cette fibre extérieure est ainsi de 10,50 %. Les parties voisines ont évidemment cédé du métal, c'est analogue à ce que dans l'essai de traction on appelle l'influence des têtes.

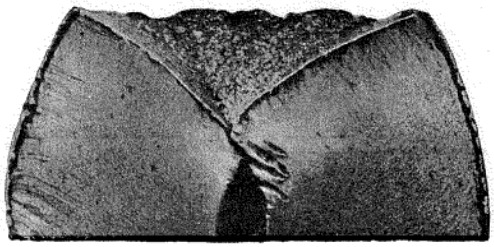


Fig. 137. — Éprouvette entaillée latéralement et pliée à bloc sans rupture (5 diamètres).

J'ai pensé de suite qu'il fallait localiser la partie à étirer, dans l'autre sens, c'est-à-dire en diminuant sur une certaine longueur l'épaisseur de l'éprouvette.

La figure 138 montre une éprouvette ainsi préparée, l'entaille pratiquée sur la face qui subit l'extension a une largeur de 5 millimètres. Cette fois encore le pliage s'est fait à bloc sans déterminer la rupture.

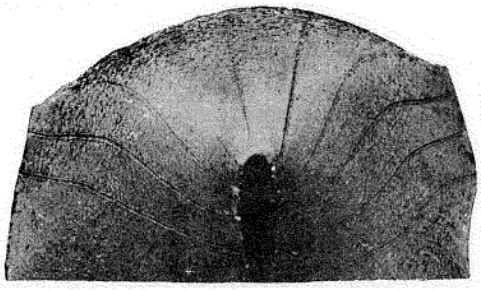


Fig. 138. — Éprouvette entaillée sur une largeur de 5 millimètres sur la face qui subit l'extension et pliée à bloc sans rupture (5 diamètres).

J'ai ainsi été conduit à diminuer progressivement la largeur de l'entaille et je ne suis arrivé à un résultat pratique qu'avec une entaille de 1 millimètre de largeur, ce qui correspond exactement à l'épaisseur du trait de scie (fig. 139).

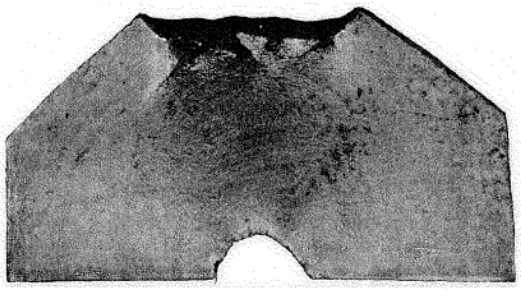


Fig. 139. — Éprouvette entaillée d'un coup de scie d'un millimètre de large et d'un millimètre de profondeur rompue au pliage.

Pour évaluer la répartition des allongements proportionnels et de striction, pendant le pliage, des éprouvettes à dimensions réduites, je trace des divisions parallèles et régulièrement espacées sur une des faces latérales de chaque éprouvette. Pour effectuer facilement et exactement ces divisions, je me sers du petit appareil représenté figure 140.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Cet instrument comporte deux organes distincts montés sur le même support : un chariot maintenant la pièce à graver, l'éprouvette, par une vis de serrage, en avançant régulièrement, à l'aide d'une vis micrométrique, conduite par un cercle divisé au centième, mû à la main.

A chaque nouvelle révolution, le second organe, le burin, poussé par un ressort et incliné par l'opérateur, grave un trait fin, espacé du trait précédent, exactement d'un millimètre, ou de toute fraction voulue. Quand l'éprouvette gravée a subi le pliage, les traits régulièrement espacés se déforment et, sous l'effet de l'allongement du métal, s'écartent irrégulièrement; pour mesurer exactement ces déformations inégales, le plus simple est de présenter l'éprouvette devant un appareil photographique et d'en relever les déformations sur la glace dépolie, ou mieux d'en prendre une épreuve photographique.

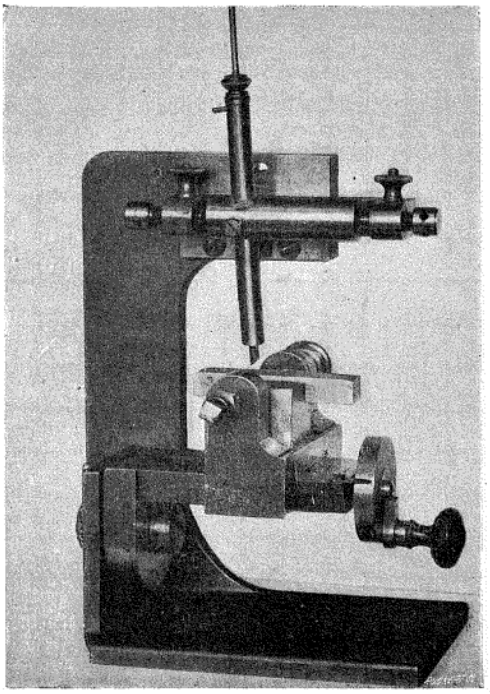


Fig. 140. — Appareil à graver les divisions destinées à évaluer les allongements résultant du pliage.

L'objectif devant nécessairement avoir un court foyer, la face verticale de nos appareils photographiques habituels cache la lumière à l'éprouvette placée à quelques centimètres, la mise au point est presque impossible, et la pose fort longue.

J'ai tourné la difficulté en construisant un appareil en forme de tronc de pyramide.

L'avant de l'appareil est de dimension réduite, juste ce qui est nécessaire pour le montage de l'objectif, de la sorte, l'éprouvette peut recevoir le maximum de lumière.

La chambre noire est composée de deux corps, le premier en forme de tronc de pyramide, construit pour donner un grossissement exact de *cinq* diamètres, suffisant pour certains grandissements, tels que les cassures des métaux, et d'un second corps s'ajustant sur le premier, pour porter le grandissement à *dix* diamètres, la mesure décimale étant plus commode.

La figure 141 montre cinq éprouvettes habituelles de traction et quatre éprouvettes préparées suivant ma méthode, afin de permettre de comparer facilement les volumes de métal nécessaires pour effectuer les essais suivant ces deux méthodes.

Pour opérer le pliage et relever le diagramme de cette opération, j'ai dû imaginer une machine spéciale. La figure 142 est la photographie de cette petite machine.

Cette machine a l'aspect des cisailles poinçonneuses habituelles; l'effort est produit, à la

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

main, sur un petit volant qui actionne, par un pignon et un engrenage, une came destinée à soulever une extrémité du levier qui opère la pression sur le porte-outils.

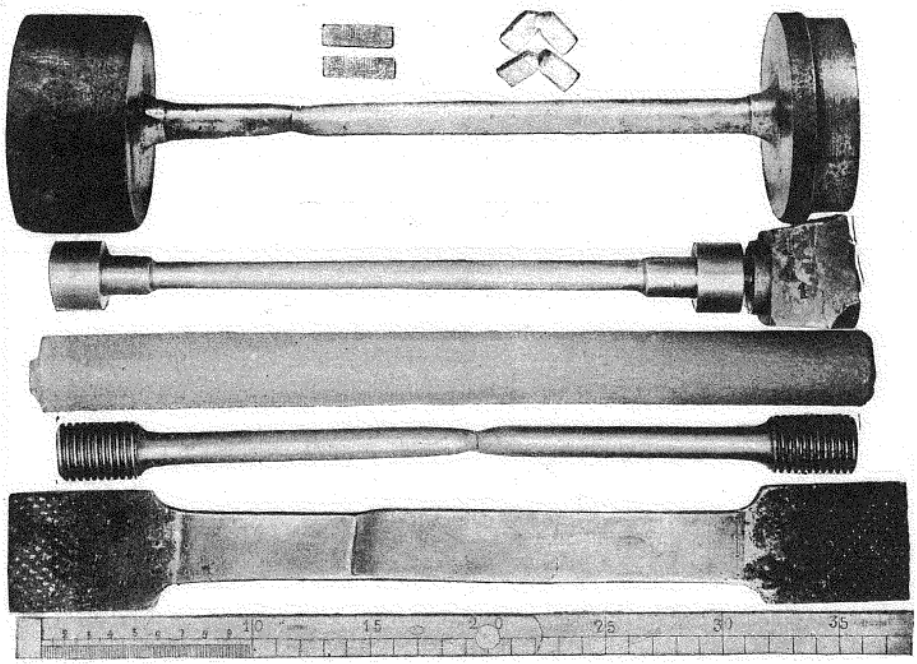


Fig. 141. — Photographie de cinq éprouvettes habituelles de traction et de quatre éprouvettes préparées suivant ma méthode, pour permettre la comparaison des volumes de métal nécessaires.

L'éprouvette entaillée étant placée sur la matrice, l'entaille en dessous et dans le plan du poinçon, on opère le pliage en actionnant graduellement le volant de commande.

Sous l'effort de la pression, le bâti de la machine cède proportionnellement et l'écarte-

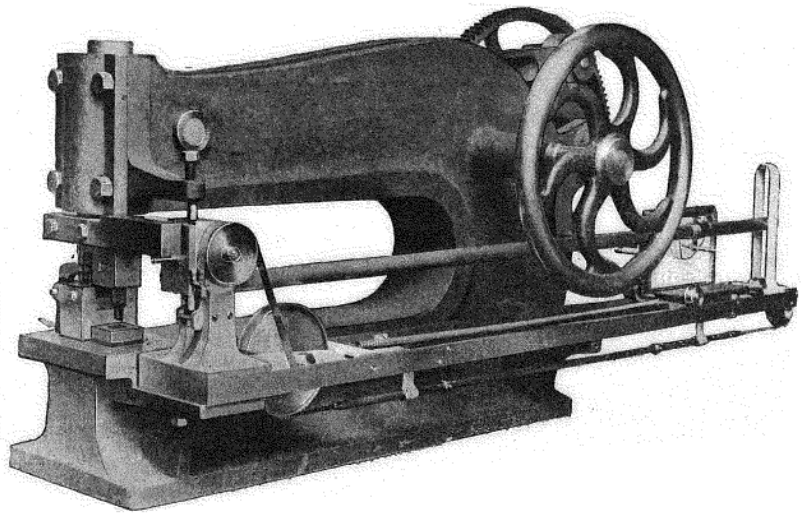


Fig. 142. — Machine à plier et à cisailler les éprouvettes à essayer (système Fremont) munie de son appareil enregistreur.

ment qui en résulte, amplifié par un bras de levier, est transcrit sur le plateau de l'enregistreur, situé à droite de la machine; en même temps le mouvement de descente du porte-outils, amplifié 5 fois, est transmis au chariot. On obtient de la sorte un diagramme dans

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

lequel les abscisses sont égales à 5 fois la course de l'outil et l'ordonnée a une valeur spéciale pour chaque machine et qui s'éloigne très peu de 43 kilogrammes par millimètre de hauteur dans le modèle que j'ai adopté.

Pour tarer chaque machine nouvellement construite, ou pour contrôler un tarage précédemment effectué, j'emploie deux procédés.

Ou bien je me sers d'une romaine ayant son point d'appui sur la plate-forme de la machine et son point de résistance immédiatement au-dessus, sous le porte-outils, et j'inscris sur le papier les divisions successives correspondant par exemple aux pressions de 500 en 500 kilogrammes jusqu'à 4000 kilogrammes, effort maximum de la machine.

Ou bien je me sers de crushers de cuivre que je comprime sous la machine à l'emplacement des outils. Le travail de compression de ces crushers étant connu me permet de déterminer la valeur des ordonnées du diagramme obtenu par l'essai d'écrasement.

La figure 143 montre, à titre d'exemple, deux diagrammes de pliage obtenus dans l'essai d'une tôle d'acier pour ponts, de 42 kilogrammes de résistance et de 22 % d'allongement.

Le diagramme L est celui du pliage d'une éprouvette prise dans le sens en long du laminage et le diagramme T est celui d'une éprouvette prise dans le sens en travers du laminage. La quantité de travail nécessaire pour obtenir le pliage est différente pour ces deux essais. En faisant la surface du diagramme, on la mesure exactement, 1 centimètre en abscisse correspond à 2 millimètres de la course effective de l'outil et 1 centimètre en ordonnée indique une pression de 43 kil. $\times$ 10 = 430 kilogrammes; *un centimètre carré de la surface du diagramme* correspond ainsi à un *travail* de $430^{k} \times 0{,}002 = 0^{kgm}{,}860$.

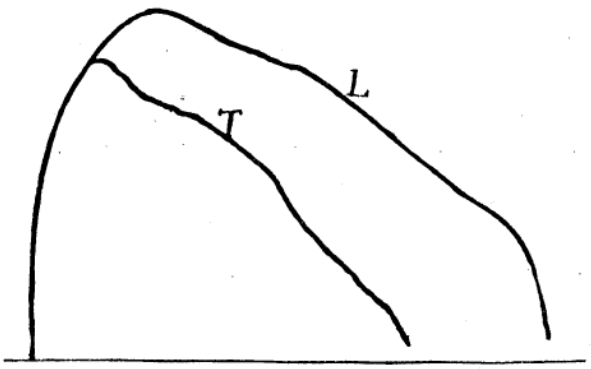


Fig. 143. — Spécimens de diagrammes de pliage.

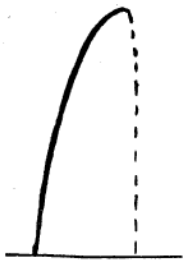


Fig. 144. — Spécimen de diagramme de cisaillement.

Dans deux essais d'acier de qualité différente on peut obtenir la même surface de diagramme et par conséquent en déduire que ces deux aciers exigent la même quantité de travail pour subir le pliage dans les conditions indiquées.

Mais l'un de ces deux aciers aura eu plus de résistance et moins d'allongement que l'autre. Il est donc nécessaire de connaître un de ces deux facteurs pour chacun d'eux.

Le procédé le plus simple consiste à cisailler un des fragments de l'éprouvette [1] et à déduire de la résistance au cisaillement la résistance à la traction.

J'ai montré que le moindre changement dans la résistance d'un métal entraîne une différence dans le diagramme du cisaillement du métal [2].

Pour effectuer cette opération du cisaillement, j'ai disposé à côté du poinçon et de la matrice à plier deux lames de cisaille qui permettent d'opérer sans déplacer les outils et de tracer le nouveau diagramme du cisaillement à côté du diagramme du pliage.

La figure 144 montre comme spécimen le diagramme du cisaillement de l'acier de pont, qui a servi aux deux pliages précédents. L'ordonnée maximum de ce diagramme indique un effort de 1650 kilogrammes; la section de l'éprouvette étant de 10 $\times$ 8 = 80 millimètres carrés,

1. Communication à l'Académie des sciences du 4 octobre 1897.
2 Communication à l'Académie des sciences du 10 décembre 1894.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la résistance au cisaillement de cet acier est donc de $20^{kg},625$. Or, le rapport de la résistance au cisaillement étant environ la moitié de la résistance à la traction, on peut donc déduire immédiatement celle-ci : $20^{kg},625 \times 2 = 41^{kg},250$.

Ce procédé indirect de déterminer la résistance à la traction en la déduisant de la résistance au cisaillement n'est pas d'une précision absolue, et je démontrerai plus tard à quoi tiennent les petites différences observées, mais ces dernières sont moins importantes que les différences qu'on trouve en comparant les résistances obtenues dans plusieurs essais de traction effectués sur le même banc de métal, ainsi que nous l'avons vu.

Le poinçonnage peut être aussi utilement employé, mais il a, comparé au cisaillement, plusieurs inconvénients; il ne permet pas de distinguer la résistance en long de la résistance en travers; le rapport de la résistance du poinçonnage à la résistance à la traction varie de 0,65 à 0,85 suivant le jeu laissé dans la matrice.

Le poinçonnage a, par contre, l'avantage de ne pas nécessiter de préparation d'éprouvettes et, dans des cas spéciaux, et très particuliers, il est employé avec succès pour donner rapidement, instantanément presque, la qualité d'un métal en comparant le diagramme obtenu avec des diagrammes de poinçonnage effectués dans les mêmes conditions sur des métaux de qualités différentes.

En résumé, j'obtiens à l'aide de petites éprouvettes des renseignements *plus exacts* sur la ténacité et la ductilité d'un métal, que ceux que donne l'essai à la traction sur les grosses éprouvettes.

Il m'est donc possible de faire facilement, exactement et à bon compte, des essais de recette qui me permettent de mesurer la ténacité et la ductilité des métaux.

En répétant ces essais sur de nombreux points de la barre de métal ou de la feuille de tôle, on constatera le degré d'homogénéité pratique du métal.

Mais ces renseignements, pour importants qu'ils soient, ne sont pas suffisants, à beaucoup près, pour fixer le constructeur sur la qualité du métal, car ils sont incomplets; ils ne donnent aucune indication sur la *fragilité*.

J'appelle *fragile* un métal qui, dans des conditions déterminées, se brise brusquement sous un effort par choc, en exigeant une faible quantité de travail.

Il y a des aciers qui, ayant donné à l'essai de traction des résultats satisfaisants, se brisent brusquement dans un essai de pliage. C'est évidemment ce qu'avaient remarqué les praticiens d'autrefois, et c'est la raison qui leur avait fait choisir le pliage pour méthode de recette.

La figure 145 montre, au grossissement de 5 diamètres, l'éprouvette rompue brusquement au pliage, quoique l'essai ait été fait graduellement.

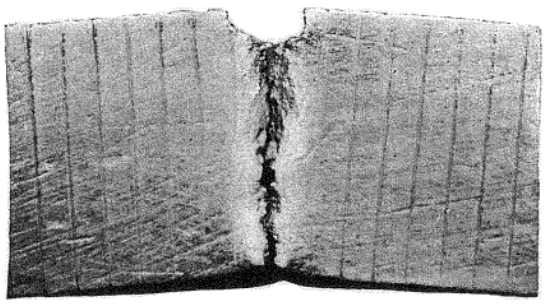


Fig. 145. — Éprouvette rompue brusquement dans un essai de pliage statique (5 diamètres).

La figure 146 représente en vraie grandeur le diagramme de cet essai statique de pliage.

Il est assez facile de constater la fragilité d'un tel métal, mais il y a des métaux qui donnent d'excellents résultats à l'essai de pliage statique et qui se brisent brusquement, et

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

avec une faible dépense de travail dès qu'on effectue le même pliage par choc, surtout si la vitesse d'impact est assez grande.

Dans une tôle d'acier fragile au choc, j'ai découpé cinq éprouvettes en les prenant aussi rapprochées que possible, l'écartement de chacune d'elles, à sa voisine, étant de l'épaisseur



Fig. 146. — Diagramme du pliage de l'éprouvette ci-dessus.

d'un trait de scie. J'ai essayé au pliage statique, suivant ma méthode, une de ces éprouvettes, et j'ai eu le diagramme OABCD, etc., représenté par la figure 147. La cassure à fibres allongées témoignait d'un bon métal.

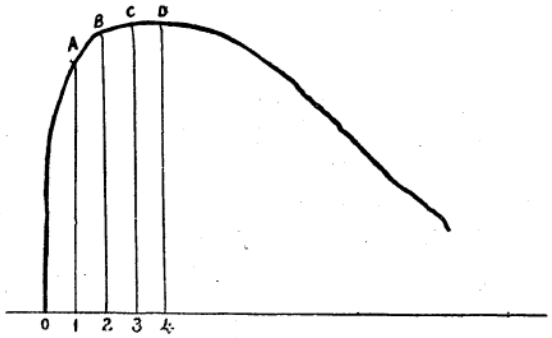


Fig. 147. — Diagrammes de pliage statique de cinq éprouvettes prises dans un même métal fragile.

Cette première éprouvette ne s'est pas rompue brusquement, et a exigé une quantité de travail assez importante : 24 kilogrammètres; on peut donc considérer ce métal comme bon à l'essai statique.

J'ai plié successivement les quatre autres éprouvettes en arrêtant le pliage statique par une seconde éprouvette au point A, la suivante au point B, la quatrième au point C, et enfin la dernière au point D.

Les diagrammes successivement obtenus ont parfaitement coïncide avec le diagramme du premier pliage jusqu'aux points où les nouveaux pliages ont été arrêtés.

Puis j'ai continué le pliage au choc d'un mouton; j'aurais dû, si le métal n'eût pas été fragile, dans ces conditions, trouver une dépense de travail correspondant au travail total, environ 24 kilogrammètres, moins la quantité de travail déjà dépensée pour effectuer la première partie du pliage.

Il n'en a rien été; chaque fois l'éprouvette s'est rompue brusquement avec une très faible quantité de travail. Et la cassure toujours fibreuse dans la partie rompue statiquement était grenue dans la partie rompue au choc.

La figure 148 est la photographie des cassures des huit fragments provenant de ces quatre éprouvettes essayées, partie statiquement, partie au choc.

Or, un métal capable de se montrer fragile dans certaines circonstances, quelles qu'elles soient, si ces circonstances peuvent se trouver réalisées dans la pratique, est un métal dangereux qui se rompra brusquement dans ces conditions, même sans subir de choc; les

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

vibrations successives même petites, les trépidations, etc., amèneront la rupture accidentelle, sous un effort relativement faible, et avec une très petite dépense de travail.

Il est donc du plus grand intérêt de savoir si un métal est fragile ou non, comme je l'ai déjà fait remarquer à propos d'une tôle de chaudière très ductile à la traction, et cependant très fragile au choc; il faut donc essayer le métal au choc.

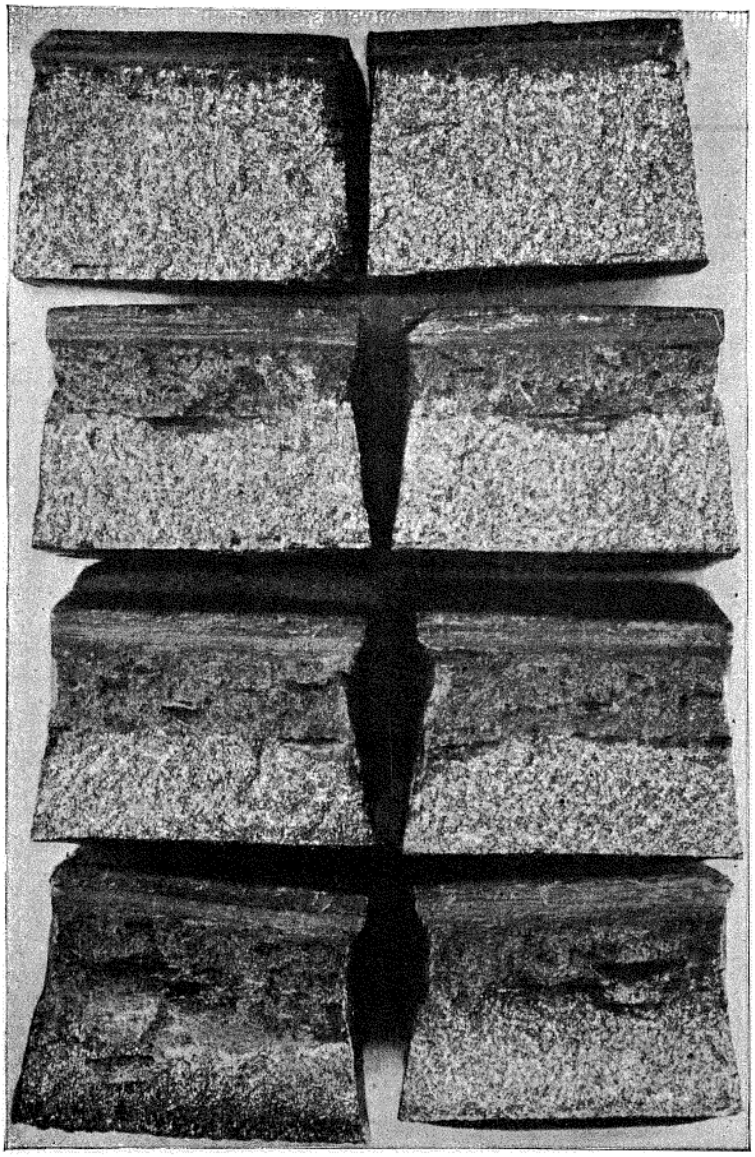


Fig. 148. — Photographie des cassures de huit fragments provenant de quatre éprouvettes essayées partie au pliage statique, partie au choc.

L'essai au choc est un des plus anciens, comme nous l'avons vu; mais, autrefois, il était empirique et on ne cherchait pas à le mesurer.

Depuis quelque temps on utilise le choc par coups successifs d'un mouton, tombant d'une hauteur déterminée sur une éprouvette de dimensions constantes; le nombre de coups nécessaires pour obtenir la rupture sert de terme de comparaison.

Cet essai a depuis été modifié, on l'effectue de la manière suivante : sur une barrette d'acier à essayer on pratique des entailles espacées également, et on soumet à des chocs successifs, d'abord d'une faible hauteur, puis croissant successivement, en ayant soin de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

changer chaque fois la partie choquée, de façon que chaque éprouvette ou partie comprise entre deux entailles ne reçoive qu'un coup de marteau. On admet que la valeur de la résistance au choc est alors comprise entre la hauteur de l'avant-dernier coup de marteau et la hauteur du dernier coup qui a occasionné la rupture.

Ce mode d'essayer est déjà une amélioration sensible sur le mode précédent, mais il a divers inconvénients : d'abord il exige une assez grande quantité de métal puisqu'il ne donne le résultat qu'après l'essai de plusieurs éprouvettes, et ensuite il ne décèle pas sûrement la fragilité, la vitesse du marteau au moment du choc n'étant pas toujours suffisante.

Tel acier qui se rompra avec un travail de N^{kgm}, produit d'un poids P tombant d'une hauteur H, se rompra avec une quantité de travail plus faible que N, mais produite par un poids plus faible tombant d'une hauteur plus grande.

La figure 149 est la photographie de trois éprouvettes voisines prises dans un même morceau

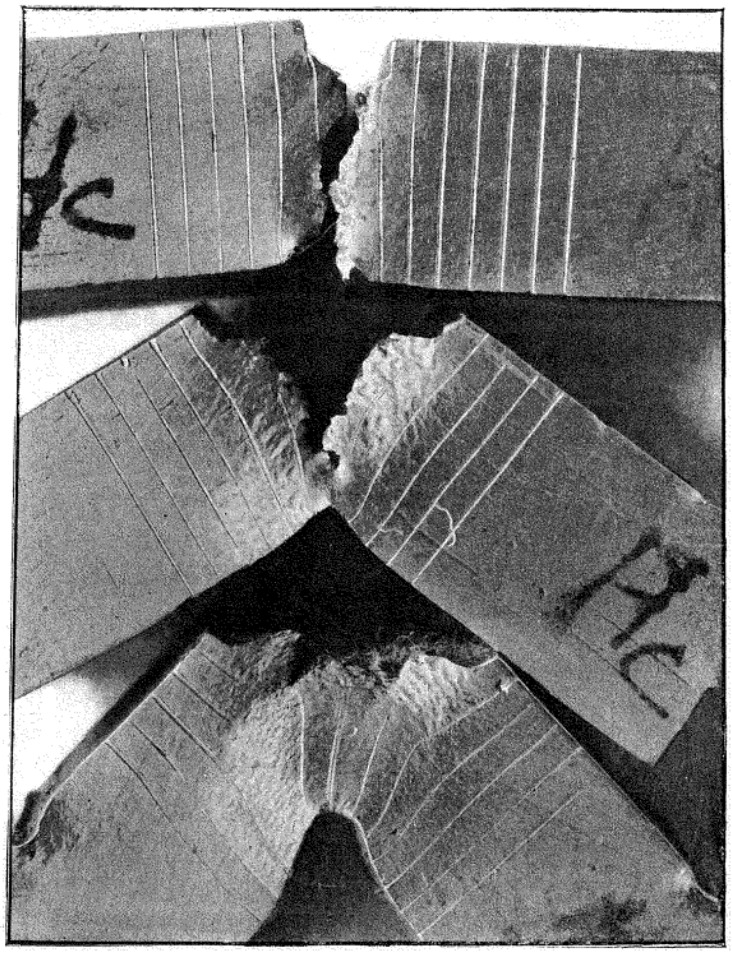


Fig. 149. — Éprouvettes d'un même morceau d'acier :
La 1re rompue au choc avec une vitesse suffisante ;
La 2e — — avec une faible vitesse et une plus grande dépense de travail ;
La 3e pliée par pression statique.

d'acier fragile, l'éprouvette du bas a été pliée statiquement, l'écartement des lignes gravées montre que le métal a fourni un allongement très sensible que le diagramme a confirmé.

L'éprouvette du haut de la figure a été rompue au choc par un marteau de 10 kilogrammes tombant de 4 mètres de haut, et avec une dépense de 8 kilogrammètres mesurée exactement par un procédé que j'indiquerai plus loin.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il semble donc que la rupture d'une éprouvette semblable se ferait avec le même poids de 10 kilogrammes tombant de 80 centimètres, ce qui fait encore 8 kilogrammètres.

Mais, comme je prévoyais que cela ne serait pas ainsi, j'ai augmenté le travail disponible de 50 %, et j'ai monté le marteau à 1m,20, disposant ainsi de 12 kilogrammètres.

Je n'ai pas obtenu cette fois la rupture complète, il s'en est fallu de peu, comme on peut le voir dans l'éprouvette au milieu de la figure, car les deux fragments ne sont restés attachés que par une faible surface, et l'écartement des lignes gravées a montré qu'il y avait eu en effet un allongement du métal plus important que dans l'essai au choc précédent.

La figure 150 représente la photographie d'une éprouvette rompue avec un marteau de 1 kilogramme tombant de 4 mètres, soit 4 kilogrammètres.

La figure 151 représente une éprouvette du même métal, non pas rompue et à peine pliée après avoir subi le choc d'un marteau de 10 kilogrammes tombant de 40 centimètres de hauteur.

La vitesse du marteau au moment du choc a donc une grande influence.

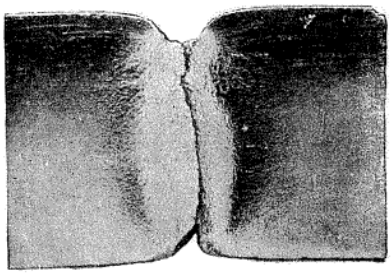


Fig. 150. — Éprouvette rompue avec un marteau de 1 kilogramme tombant de 4 mètres. (T = 4 kgm.)

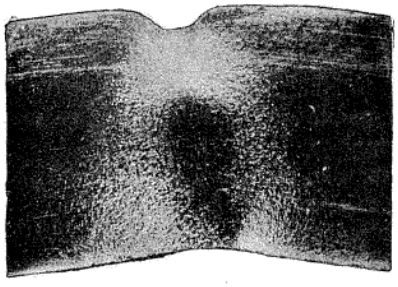


Fig. 151. — Éprouvette non rompue et à peine pliée avec un marteau de 10 kilogr. tombant de 0m,40. (T = 4 kgm.)

Il faut donc, dans cet essai, donner au marteau une vitesse d'une certaine importance à déterminer par l'expérience, et, comme il faut obtenir à chaque coup la rupture de l'éprouvette, car il n'est pas pratique d'essayer sur une succession d'éprouvettes avec des marteaux de 1, puis 2, puis 3 kilogrammes, etc., il faut dès lors disposer d'un marteau dont le poids, sous la hauteur de chute déterminée, occasionne toujours la rupture, quelle que soit la qualité du métal.

La mesure des diagrammes d'essais statiques montre que, pour des éprouvettes entaillées et de dimensions indiquées, il faut au moins 30 kilogrammètres disponibles.

A la suite de nombreuses expériences, j'ai décidé de choisir le poids de 10 kilogrammes et la hauteur de chute de 4 mètres, soit 40 kilogrammètres disponibles pour effectuer la rupture certaine des éprouvettes.

Mais, pour pouvoir évaluer la quantité de travail absorbé pour produire cette rupture, il est indispensable de mesurer le travail résiduel que possède en force vive le marteau du mouton [1].

La première idée qui vient à l'esprit est d'employer le pendule.

Il est en effet facile d'installer un pendule tombant d'un point fixe, frappant l'éprouvette et s'écartant ensuite de la verticale d'une quantité correspondant à la force vive résiduelle; il suffit de munir le marteau d'un cliquet glissant sur une crémaillère en arc de cercle, et retenant celui-ci à la partie extrême de sa course, ainsi qu'il est fait dans le dynamomètre de Chévefy.

Mais j'ai renoncé à utiliser ce genre de machine, à cause des inconvénients dont voici les principaux :

Pour obtenir une chute de 4 mètres, il faut un appareil ayant une hauteur de 8 à 10 mètres, et à la base un espace libre d'environ 8 mètres.

1. Communication à l'Académie des sciences, 4 octobre 1897.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il n'est pas toujours facile de trouver de tels emplacements, et les laboratoires ne permettent pas l'emploi de machines aussi encombrantes.

Il faut régler très exactement la longueur du pendule par un mécanisme spécial, les changements de température de l'atmosphère, les efforts réitérés, etc., ayant une influence sensible sur un fil d'une telle longueur.

Il faut faire intervenir dans le calcul des formules incompréhensibles de la masse des praticiens.

Il faut obtenir la rupture de l'éprouvette sous un pliage de moins de 90°, ce qui oblige à l'entailler sur les deux faces opposées, le travail de la fibre comprimée est alors différent, et la méthode diminue de sensibilité.

Il faut faire les éprouvettes plus grandes et plus grosses pour leur laisser une surface de serrage suffisante.

Il est impossible d'obtenir un serrage absolu sans élasticité, etc.

Pour éviter tous ces inconvénients, j'ai préféré conserver l'usage du mouton en le construisant de telle façon que le marteau porte-poinçon vienne frapper deux crushers ou deux ressorts après avoir opéré la rupture de l'éprouvette; les deux crushers sont d'autant plus écrasés, ou les deux ressorts d'autant plus comprimés par le choc du marteau qu'il reste plus de force vive.

En pratique, les crushers ne peuvent être employés que lorsqu'il ne s'agit d'essayer qu'une petite quantité d'éprouvettes, mais lorsque le nombre d'essais devient important, il faut employer les ressorts.

Le mouton que j'ai imaginé sur ce principe est représenté par la figure 152 qui donne la photographie de la partie inférieure.

Le mouton est à double effet, c'est-à-dire qu'il porte deux marteaux, ce qui a l'avantage d'équilibrer tout le système et de permettre à deux ouvriers d'essayer en même temps pour la production intensive d'essais au choc. Il me suffira de décrire un des moutons.

La chabotte se compose de deux parties réunies par des boulons; entre ces deux parties se trouve serré le montant qui porte les guides; deux enclumes sont boulonnées sur les côtés opposés de la chabotte, l'ensemble pèse plus de 500 kilogrammes, et, si on ajoute le poids du montant qui fait réellement corps avec la chabotte, on peut compter sur un poids dépassant 600 kilogrammes. Le poids du marteau étant de 10 kilogrammes, on voit que la chabotte est soixante fois plus lourde.

L'enclume en fonte porte en avant et en arrière de la matrice deux trous cylindriques et verticaux servant de logement à deux ressorts à boudin en acier trempé.

Un chapeau en acier dur recouvre le tout et pose directement sur la face supérieure des ressorts. C'est ce chapeau ou plate-forme qui reçoit le marteau après la rupture de l'éprouvette; sous l'effet du choc, il s'abaisse en comprimant les ressorts et c'est l'espace ainsi parcouru qui est mesuré.

Et, comme les ressorts rebondissent après le choc, ils repoussent violemment ce chapeau pour amortir ce nouveau choc, le chapeau est maintenu par deux ressorts dont un est visible sur l'avant de l'enclume de la figure 152.

Ces ressorts ne sont donc pas ceux qui servent à mesurer le travail résiduel du marteau, ils servent uniquement d'amortisseur au chapeau.

De chaque côté de la chabotte et à droite de l'opérateur un petit treuil permet d'élever le marteau rapidement et avec un faible effort.

Chaque marteau est composé de deux flasques réunies par des boulons, au milieu, en dessous, et bien dans l'axe est le coin-poinçon de forme absolument semblable à celui qui a été décrit pour l'essai statique; une goupille le retient et l'empêche de tourner.

Le crochet d'attache du marteau qui le relie à la corde de traction est à déclenchement automatique.

L'ouvrier n'a donc pas à s'occuper de la hauteur de montée du marteau; après avoir placé convenablement son éprouvette sur la matrice, l'entaille en dessous et bien en face de l'arête du coin-poinçon, il tourne le treuil, et le marteau se déclenche aussitôt qu'il atteint la hauteur de 4 mètres. Les fragments de l'éprouvette tombent au centre de la matrice et sont recueillis dans une petite cuvette venue de fonte avec l'enclume.

Sur la gauche de la chabotte, du côté opposé au treuil, un disque en tôle portant un

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

index en contact avec le dessous du chapeau suit la descente par compression des ressorts et reste témoin de la course ainsi parcourue. Ce disque est serré entre deux feuilles de liège pour annuler tout effet de force vive. Il suffit donc de mesurer après coup la distance dont l'index est descendu pour connaître la compression subie par les ressorts.

Pour connaître la hauteur de chute du marteau correspondant à la compression des ressorts, on trace expérimentalement le diagramme de cette compression en laissant tomber successivement le marteau de hauteurs croissant jusqu'à 4 mètres; la ligne des abscisses marque les hauteurs de chute suivant une échelle arbitraire, et les ordonnées

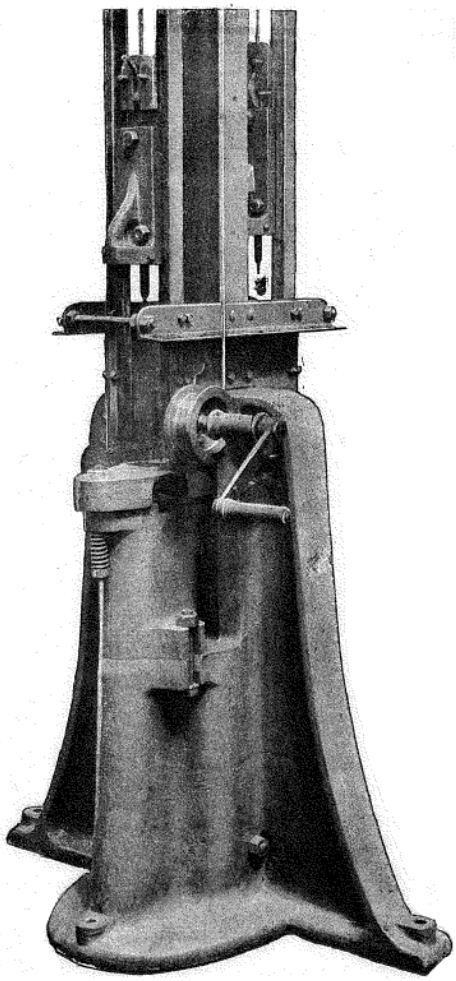


Fig. 152. — Mouton à double effet, système Ch. Fremont, pour l'essai au choc.

marquent en vraie grandeur les compressions obtenues à ces chutes diverses. La figure 153 représente en vraie grandeur un diagramme de compression; il doit être refait pour chaque paire de ressorts.

Quand un métal est suffisamment homogène et non fragile au choc et qu'on essaie deux éprouvettes l'une par un pliage statique et l'autre par un pliage au choc, on trouve, à fort peu près, le même nombre de kilogrammètres pour le travail dépensé par les deux procédés, et les allongements marqués par les déformations des divisions gravées parallèlement sont équivalents sur les deux éprouvettes.

La figure 154 montre la photographie d'une éprouvette essayée au pliage statique, elle porte la marque P (pression).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

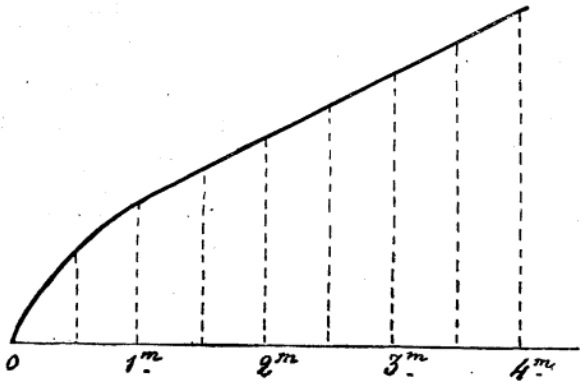


Fig. 153. — Diagramme de la compression des ressorts sous des chutes du marteau allant jusqu'à 4 mètres.

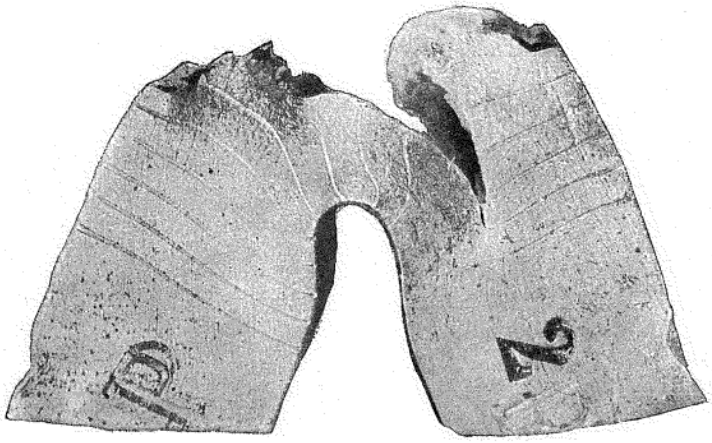


Fig. 154. — Éprouvette essayée au pliage statique.

La figure 155 montre la photographie de l'éprouvette voisine essayée au choc, elle porte la marque C (choc).

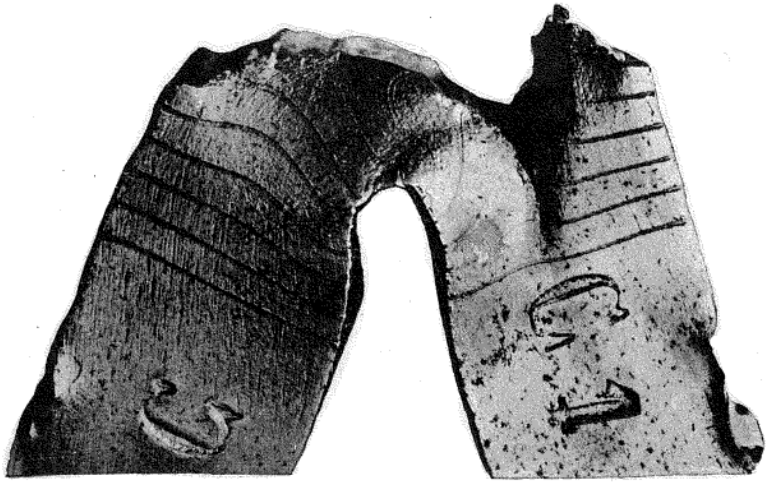


Fig. 155. — Éprouvette essayée au pliage par choc.

Le travail dépensé a été de 25 kilogrammètres; l'acier dont elles proviennent est du très bon acier extra-doux pour chaudière d'une résistance de 42 kilogrammes et d'un allongement de 30 % sur éprouvette de 200 millimètres de longueur utile.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

J'ai effectué d'après ma méthode de nombreux essais sur cette tôle d'acier et toujours j'ai trouvé ces mêmes résultats.

DE L'INFLUENCE DES DIMENSIONS DE L'ENTAILLE

Toutes les éprouvettes doivent être entaillées d'un trait de scie d'un millimètre de largeur et d'un millimètre de profondeur afin de localiser le pliage et d'obtenir la rupture ainsi que je l'ai dit.

La largeur de l'entaille dépendant de la scie est peu susceptible d'écarts, mais la profondeur peut varier sensiblement d'une éprouvette à l'autre, si l'ajusteur n'y prend pas soin.

Pour vérifier les dimensions de cette entaille, je me sers d'un compas représenté figure 156. Les deux becs ont 1 millimètre d'épaisseur, ce qui permet de constater de

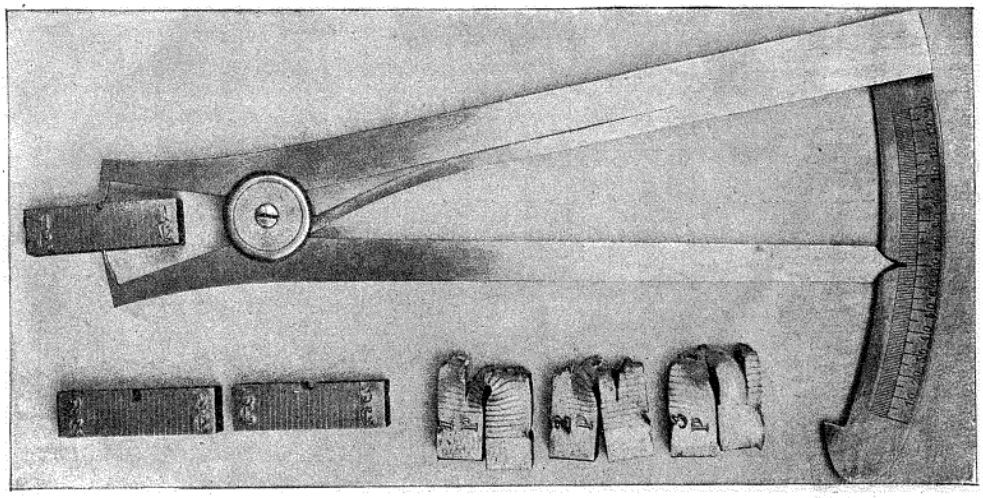


Fig. 156. — Compas de mesure pour permettre de calibrer la profondeur de l'entaille des éprouvettes.

suite si l'entaille est bien de largeur voulue, et la pointe mobile du compas marque sur un arc gradué les dixièmes de millimètre, ce qui permet de mesurer exactement la profondeur.

Il est donc possible de vérifier rapidement et facilement les entailles des éprouvettes; néanmoins, comme il faut toujours admettre qu'en pratique industrielle il se peut qu'il y ait une petite différence dans l'ajustage, il est nécessaire de connaître quelle est l'influence qui peut en résulter sur les résultats de l'essai.

J'ai découpé dans un morceau d'acier que je savais homogène six éprouvettes semblables à mon type habituel, j'en ai entaillé deux exactement à 1 millimètre de large et 1 millimètre de profondeur; j'en ai entaillé deux autres en donnant une profondeur double : 2 millimètres, mais à la même largeur de 1 millimètre; enfin, les deux dernières ont été entaillées à la profondeur habituelle de 1 millimètre mais à une largeur double en opérant avec deux lames contiguës.

Une éprouvette de chacune de ces trois sortes a été marquée d'un P pour être essayée à la pression statique, l'autre éprouvette a été marquée d'un C pour être essayée au choc.

Ces éprouvettes sont représentées sur la figure 156. Les éprouvettes marquées P ont été essayées au pliage statique, les éprouvettes marquées C n'ont pas encore subi l'essai.

On voit marquée 1 l'éprouvette à entaille habituelle, marquée 2 l'éprouvette à entaille deux fois plus profonde, et marquée 3 l'éprouvette à entaille deux fois plus large.

La figure 157 montre les diagrammes d'essais de pliage statique des éprouvettes 1 et 2. On voit que l'éprouvette qui porte une entaille d'une profondeur double a exigé un peu

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

moins d'effort, mais sur une course un peu plus grande, de sorte que la quantité de travail n'est pas sensiblement différente.

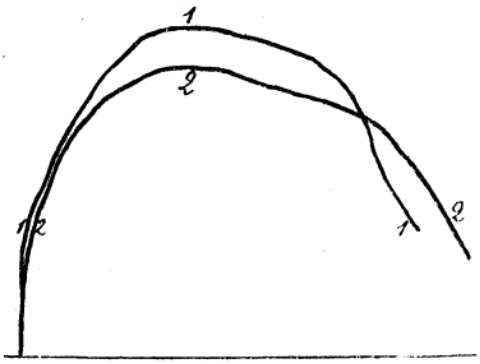


Fig. 157. — Diagrammes du pliage :
N° 1. D'une éprouvette entaillée de 1 millimètre de large sur 1 millimètre de profondeur.
N° 2. — — 1 — — 2 — —

La figure 158 montre les diagrammes d'essais de pliage statique des éprouvettes 1 et 3. On voit que les deux éprouvettes ont exigé le même effort, ce qui est naturel, mais que celle qui a l'entaille la plus large a exigé l'effort sur une plus grande course au pliage,

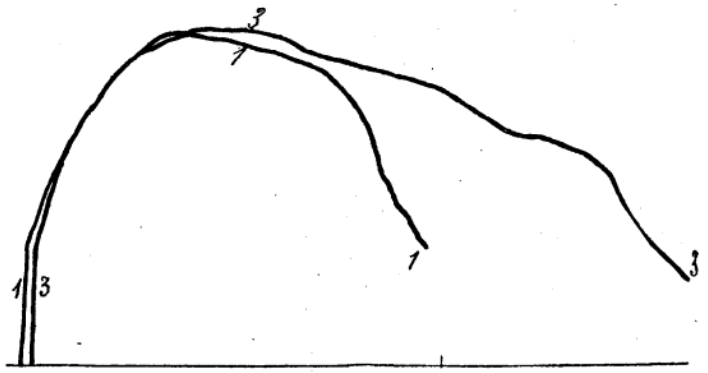


Fig. 158. — Diagrammes du pliage :
N° 1. D'une éprouvette entaillée de 1 millimètre de largeur sur 1 millimètre de profondeur.
N° 3. — — 2 — — 1 — —

ce qui a nécessité une plus grande quantité de travail. Cela s'explique facilement; il suffit de remarquer que la partie de métal intéressée est plus grande et, par conséquent, qu'il se produit un plus grand allongement des fibres.

Les essais au choc n'ont pas donné les mêmes résultats.

L'éprouvette	n° 1	a exigé.	28 kgm.
—	2	—	27 —
—	3	—	30 —

L'influence des dimensions de l'entaille paraît donc être peu importante, surtout dans l'essai au choc.

Or, si l'on remarque que dans ces expériences il y a eu grande exagération des différences possibles dans les dimensions du trait de scie, afin de mieux en constater les effets, on en conclura immédiatement qu'il n'y a pas lieu de tenir compte des petites différences qui peuvent survenir dans la pratique et qui ne dépassent guère un ou deux dixièmes de millimètre.

La figure 159 représente les deux diagrammes de pliage statique effectués sur deux éprou-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

vettes avec entailles de 1 millimètre de profondeur, mais l'une, le n° 1 pour éprouvette entaillée avec une scie neuve; et l'autre, le n° 2, pour une éprouvette entaillée avec une scie complètement usée. La différence dans le travail n'est pas très différente.

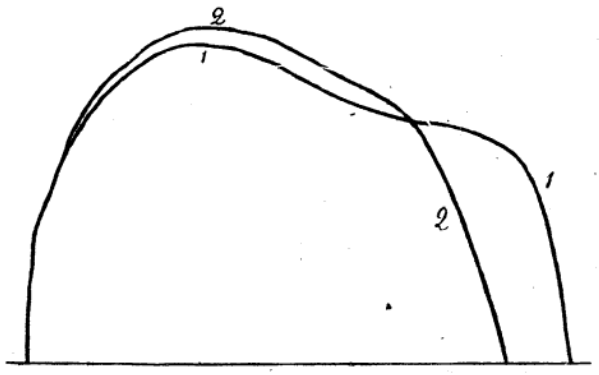


Fig. 159. — Diagrammes du pliage :
N° 1. D'une éprouvette entaillée avec une lame de scie neuve.
N° 2. — — — très usée.

ESSAI D'UN RAIL

Il est quelquefois d'usage, dans la recette des métaux, d'effectuer préalablement à tout essai mécanique une attaque à l'acide de la surface du métal à examiner, surtout lorsque celle-ci n'est pas très grande. Cette attaque fait souvent apparaître sur cette surface des taches correspondant à des défectuosités intérieures du métal; c'est une indication pour le choix des régions sur lesquelles on portera plus spécialement les essais.

Ce procédé d'investigation est très ancien; dans les siècles passés, il était utilisé pour distinguer les véritables lames de Damas des lames contrefaites[1]. On passait les lames à l'eau-forte ou bien on les frottait avec l'écorce de citron.

Dans l' « Avis aux ouvriers en fer, sur la fabrication de l'acier, publié par ordre du Comité de Salut Public » et signé de Vandermonde, Monge et Berthollet (mais rédigé par Monge), il est recommandé aux agents chargés de la réception des armes blanches de leur faire subir l'épreuve à l'acide pour découvrir les armes faites de fer au lieu d'acier.

Actuellement, l'examen macrographique est surtout utilisé pour les barres profilées, par exemple, les râils de chemins de fer. On coupe à l'extrémité d'une de ces barres un petit morceau de quelques centimètres, on polit une des deux surfaces perpendiculaires au sens du laminage, c'est-à-dire à la longueur de la barre et on l'attaque par divers procédés, les uns lents, les autres rapides.

La figure 160 représente un rail attaqué par la méthode rapide.

J'ai pensé qu'il pouvait être intéressant de savoir quelle était la qualité du métal dans chaque partie de ce rail pour rapprocher le résultat d'essais mécaniques des défectuosités plus ou moins signalées par l'examen macrographique. Le morceau de rail représenté figure 160 ayant environ 25 à 26 millimètres d'épaisseur pouvait être, par ma méthode, facilement examiné en chacun de ses points.

Je fis alors, à la pointe à tracer, une division de la surface, de telle façon que les parties signalées comme les plus défectueuses se trouvaient comprises dans une éprouvette. J'obtins ainsi, en tenant compte de l'épaisseur du trait de scie, 37 divisions dont je pris une épreuve photographique (fig. 161), me permettant, après coup, de retrouver très exactement les coordonnées d'un point quelconque, en prenant les chiffres marqués pour points de repère. Les petites éprouvettes, sciées, ajustées et replacées dans l'ordre primitif, sont représentées figure 162.

Ayant l'intention d'essayer, au pliage statique et au choc, chacune des régions définies

1. Jean-Jacques Perret, *Mémoire sur l'acier*, 1779, p. 17.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

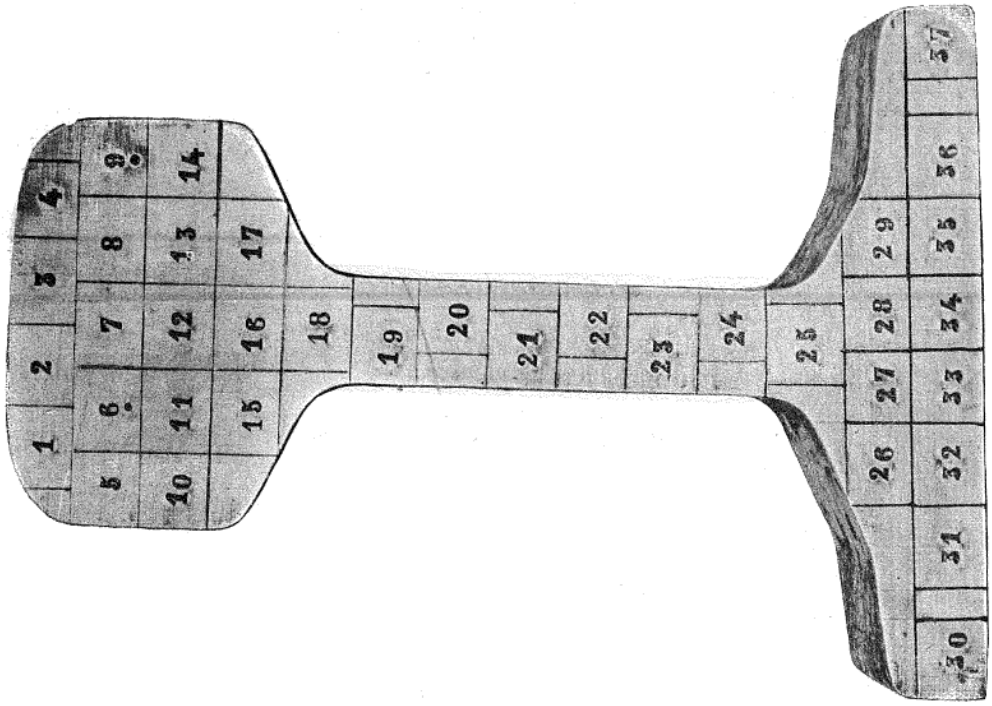


Fig. 161. — Rail divisé pour le sciage des éprouvettes.

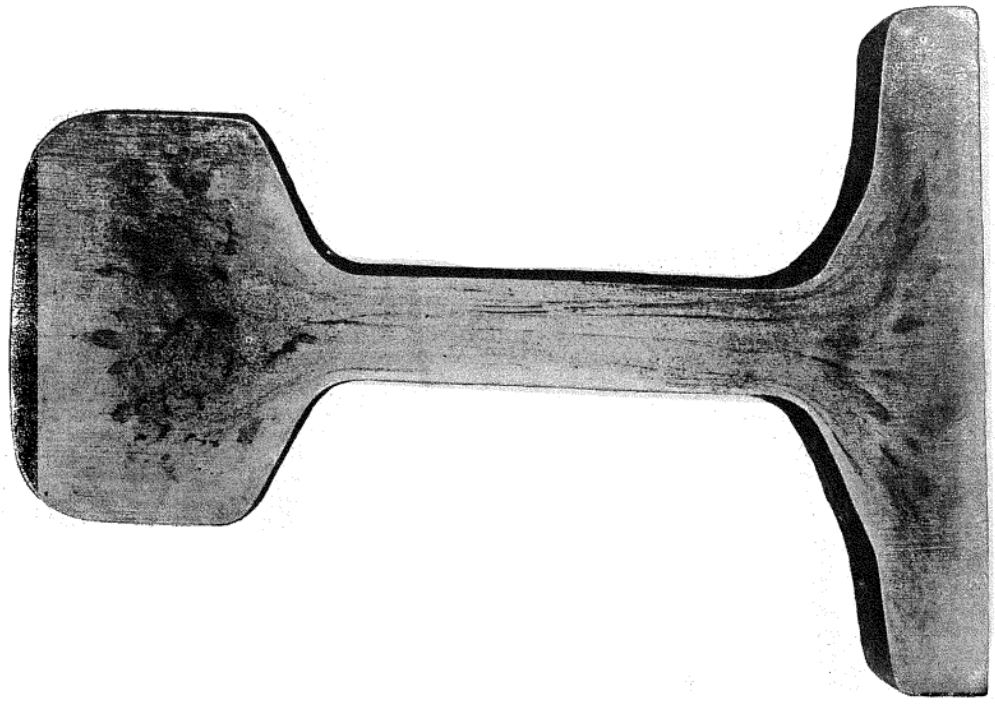


Fig. 160. — Rail après attaque macrographique.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

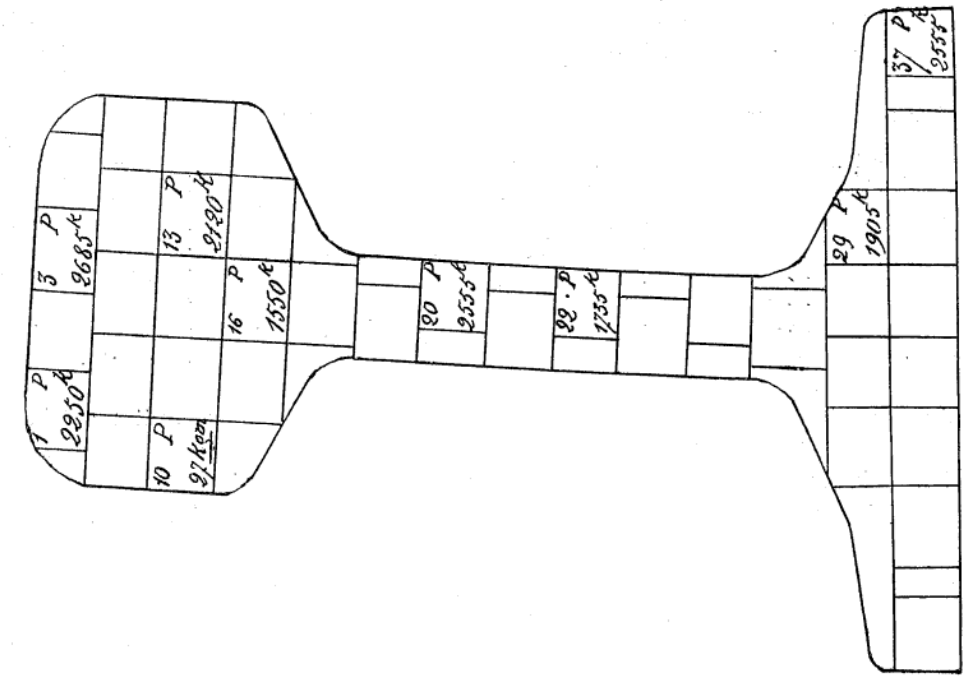


Fig. 163. — Résultats d'essais de pliage statique de diverses éprouvettes du rail.

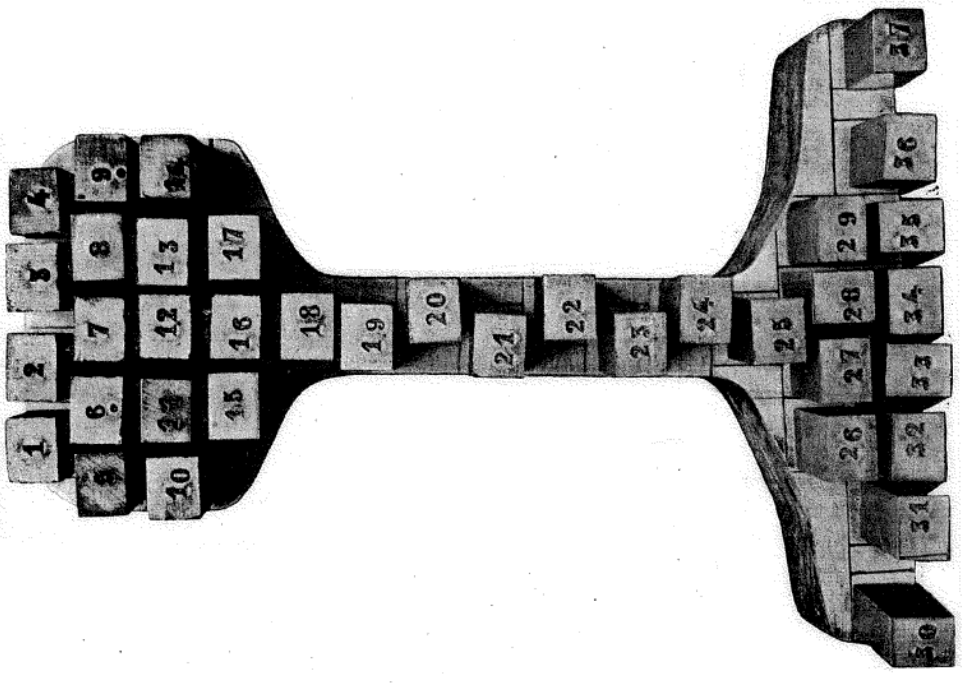


Fig. 162. — Éprouvettes prises dans le rail et replacées dans leur position primitive après leur ajustage.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

par l'attaque macrographique, j'ai choisi pour la première sorte d'essai les numéros 1, 3, 13, 16, 20, 22, 29, 37.

Ces éprouvettes, entaillées d'un trait de scie, se sont toutes rompues *brusquement* et sous une très légère flèche, c'est-à-dire avec une faible quantité de travail; l'acier de ce rail est donc fragile, même à l'essai statique.

Les efforts maxima qui ont provoqué les ruptures sont, pour :

Éprouvette entaillée : N°	1	2250	kilogr.
—	3	2685	—
—	13	2120	—
—	16	1550	—
—	20	2555	—
—	22	1735	—
—	29	1905	—
—	37	2555	— .

La figure 163 montre, transcrit à la place de chacune de ces 8 éprouvettes entaillées, l'effort maximum de rupture au pliage.

Le maximum d'effort a été de 2685 kilogrammes pour l'éprouvette n° 3.

Le minimum d'effort a été de 1550 kilogrammes pour l'éprouvette n° 16.

La figure 164 représente le diagramme des pliages de ces 8 éprouvettes des points 16 à 3.

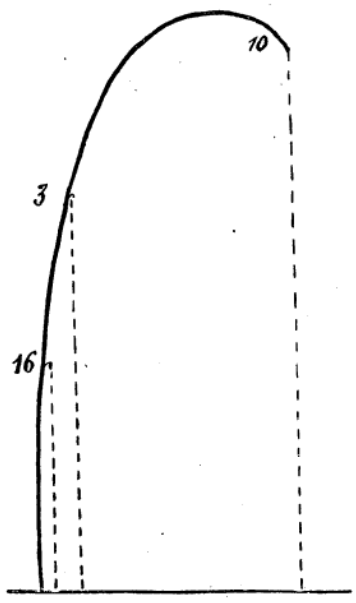


Fig. 164. — Diagrammes de pliages statiques de quelques éprouvettes du rail.

J'ai alors pris, dans une région indiquée comme des moins défectueuses par l'essai macrographique, une éprouvette destinée à être essayée au pliage statique sans avoir été entaillée; j'ai choisi l'éprouvette n° 10.

La figure 164 représente le diagramme du pliage statique de cette éprouvette *non entaillée*. L'effort maximum a été de 3900 kilogrammes et le travail de 27 kilogrammètres. La rupture s'est faite *brusquement*, indice de fragilité.

Il était donc inutile d'essayer au choc les autres éprouvettes après les avoir entaillées; elles se seraient toutes rompues sans donner de différences sensibles dans la quantité de travail absorbé pour produire la rupture.

Je me suis donc décidé à essayer au choc les 28 autres éprouvettes, sans les entailler.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Voici les quantités de travail nécessaires pour produire leur rupture :

Éprouvette	N°	2	rompue au choc avec un travail de.	25	kgm.
—		4	—	—	. . . . .	21,5	—
—		5	—	—	. . . . .	27,5	—
—		6	—	—	. . . . .	27	—
—		7	—	—	. . . . .	25	—
—		8	—	—	. . . . .	30	—
—		9	—	—	. . . . .	22,5	—
—		11	—	—	. . . . .	10	—
—		12	—	—	. . . . .	5	—
—		14	—	—	. . . . .	35	—
—		15	—	—	. . . . .	21	—
—		17	—	—	. . . . .	20	—
—		18	—	—	. . . . .	6	—
—		19	—	—	. . . . .	4	—
—		20	—	—	. . . . .	23	—
—		21	—	—	. . . . .	23	—
—		24	—	—	. . . . .	39	—
—		25	—	—	. . . . .	7	—
—		26	—	—	. . . . .	6	—
—		27	—	—	. . . . .	29	—
—		28	—	—	. . . . .	32,5	—
—		30	—	—	. . . . .	30	—
—		31	—	—	. . . . .	29,5	—
—		32	—	—	. . . . .	30	—
—		33	—	—	. . . . .	27,5	—
—		34	—	—	. . . . .	30	—
—		35	—	—	. . . . .	24	—
—		36	—	—	. . . . .	32	—

La figure 165 donne, transcrite à la place de chacune de ces 28 éprouvettes non entaillées, la quantité de travail ayant occasionné la rupture.

Il est intéressant de constater que l'éprouvette rompue avec la plus faible quantité de travail, par conséquent la plus fragile, le n° 19, ne correspond pas à la partie indiquée comme la plus défectueuse par l'attaque macrographique; *au contraire*, la région de cette éprouvette apparait sans tache sur la figure 160.

Les indications d'attaque macrographique ne sont donc pas probantes.

La figure 166 montre l'aspect, après essai, de toutes les éprouvettes replacées dans leur ordre primitif.

PRIX DE REVIENT DES ÉPROUVETTES

Le prix de revient d'une éprouvette se compose de deux parties distinctes :

1° Le coût du découpage dans la masse du métal, et de l'ajustage.

Ce prix est variable; il est minimum quand l'éprouvette est prise dans une tôle d'acier doux dont l'épaisseur diffère peu de celle de l'éprouvette; le découpage à la scie est rapidement fait, et une dizaine de minutes suffisent pour confectionner l'éprouvette, *à la main*, à l'aide d'une petite scie et d'une lime.

Quand l'acier est dur, ou bien que l'éprouvette doit être prise au centre d'une grosse tôle ou d'un gros morceau, il y a plus de travail, il faut plus de temps; un ajusteur met alors jusqu'à 45 minutes.

En moyenne, il faut compter 20 minutes.

Le prix de revient pour la fabrication *à la main* de l'éprouvette, sans compter de bénéfice, ni de frais généraux, varie donc de 12 à 55 centimes environ (en comptant 75 centimes l'heure de l'ajusteur). Ce prix est en moyenne de 25 *centimes*. Ce prix de 25 centimes est celui d'une éprouvette ajustée à la main, mais en *usinant* la production des éprouvettes,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

c'est-à-dire en installant un atelier *spécial* avec force motrice et machines-outils économiques : scies à ruban, meules d'émeri, etc., le prix de revient descendra à une moyenne de 10 centimes par éprouvette, sans bénéfice ni frais généraux.

2° Le coût de la préparation, de la gravure des lignes parallèles distantes de 1 millimètre, du numérotage à 2 chiffres et du marquage de la lettre C ou P à chacune des extrémités de l'éprouvette, et enfin de l'essai au cisaillement et au mouton.

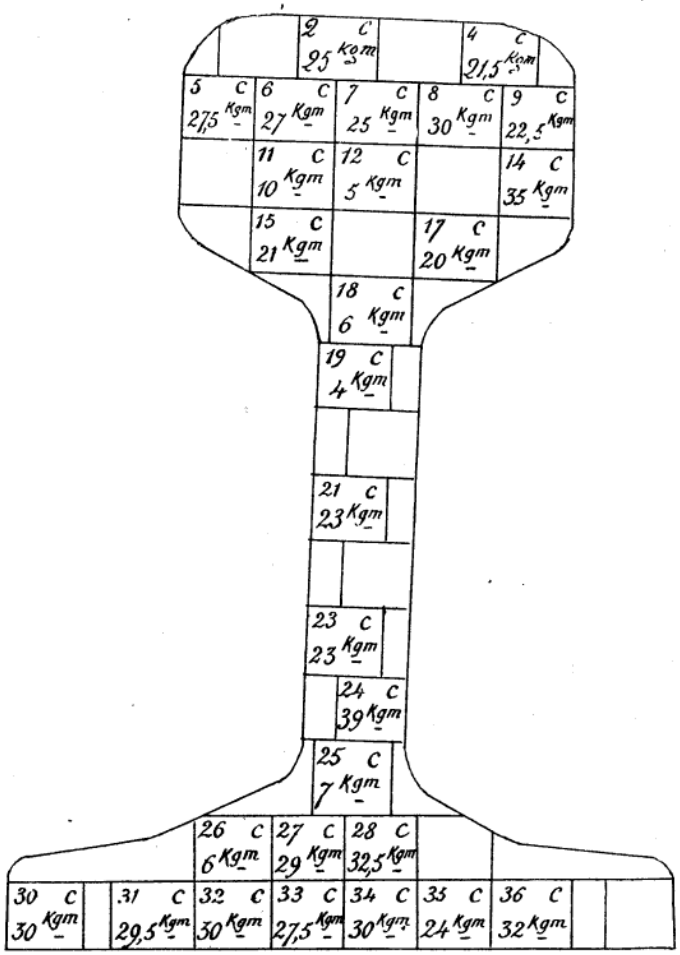


Fig. 165. — Résultats d'essais de pliage au choc des autres éprouvettes du rail.

La gravure des traits parallèles et le numérotage ne sont pas indispensables, mais ces deux opérations coûtent peu et rendent trop de services pour qu'une raison d'économie les fasse supprimer.

Il faut, en effet, 1 minute pour graver les lignes et 1 demi-minute pour frapper les 6 marques (4 chiffres et 2 lettres), soit 1 minute et demie.

Pour rompre au mouton, il faut 1 à 2 minutes, suivant l'habileté de l'opérateur.

En résumé, j'estime que cette seconde partie, qui constitue l'essai proprement dit, exige moins de 4 minutes.

Ces diverses opérations peuvent être avantageusement confiées à des femmes; elles ont plus d'habileté et d'intelligence que les ouvriers généralement employés à ces sortes de travaux.

En résumé, le prix de revient — sans bénéfice ni frais généraux — d'un essai complet d'un métal, effectué dans un atelier convenablement outillé, est d'environ 15 centimes.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

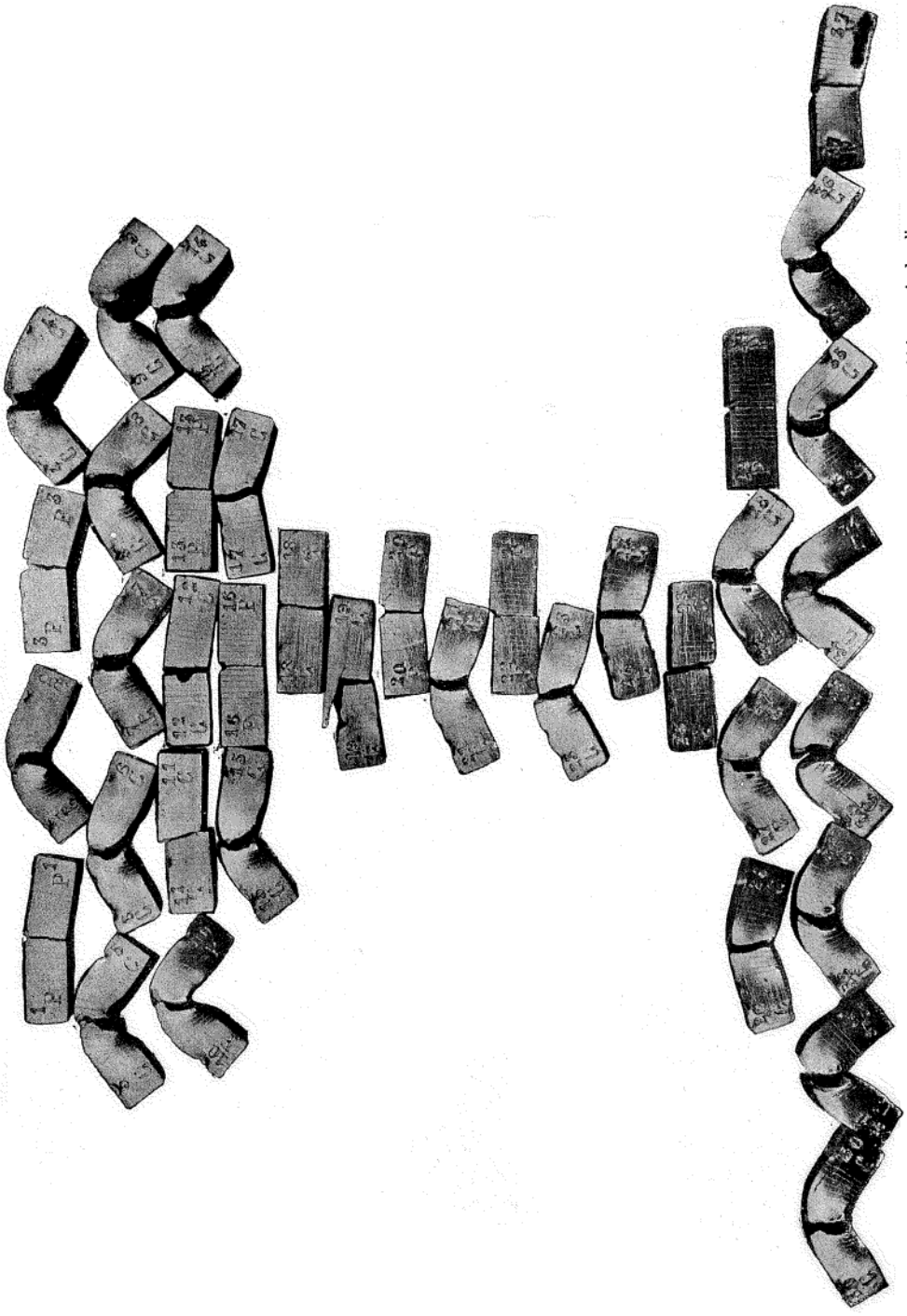


Fig. 166. — Éprouvettes prises dans le rail et replacées dans leurs positions respectives, après avoir subi les essais de pliage.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

CONCLUSIONS

Au Congrès de Chicago, en 1893, des ingénieurs américains, pleins de bon sens pratique, faisaient remarquer les défauts des méthodes de recette et les difficultés d'interpréter, dans les cahiers des charges, les spécifications relatives à l'acier pour construction; on resserre tellement les limites dans lesquelles doivent rester les résultats qu'on arrive à une exclusion excessive, et qu'il devient très difficile de trouver de l'acier convenant aux constructions. M. Hunt, insistant sur cet état de choses, remarquait qu'il n'était pas seulement préjudiciable aux établissements métallurgiques et qu'il mécontentait les ateliers et les constructeurs. Souvent, des retards onéreux résultent du refus d'une livraison que le fabricant avait expédiée avec confiance dans le délai stipulé, parce que le métal est un peu en dehors des limites étroites de la spécification, et cependant, dans bien des cas, l'inspecteur, l'établissement métallurgique, ou l'industriel chargé de fabriquer les pièces finies, n'ont pas le moindre doute que l'acier rebuté aurait rendu les mêmes services pour l'usage auquel il était destiné, qu'une grande partie des pièces acceptées et ayant donné des résultats d'essais répondant aux spécifications.

Cette situation nuit beaucoup aux intérêts de l'ingénieur qui élabore le cahier des charges, et, quelquefois aussi, à la qualité du métal qu'il emploie, car elle tend à faire douter les agents subalternes et les praticiens des usines et des ateliers, de l'utilité des spécifications et de la nécessité de s'y conformer loyalement, et à leur faire croire que l'ingénieur qui a rédigé le cahier des charges ne sait pas quel métal il lui faut en réalité.

De plus, non seulement le métal rebuté coûte de l'argent, mais les pertes résultant des retards causés par les refus finissent par figurer dans les frais généraux de fabrication, et s'ajoutent aux estimations sur lesquelles on base les soumissions pour commandes ultérieures. Enfin, les essais de flexion, d'élargissement ou autres épreuves de ductilité, ne donnent pas des résultats numériques assez certains pour permettre la comparaison ni la rédaction exacte des clauses des spécifications.

Au dernier Congrès tenu à Stockholm, en 1897, un ingénieur des plus compétents, M. W. Ast, directeur technique du chemin de fer du Nord de l'Autriche, s'exprimait ainsi :

« Nous assistons, depuis quelque vingt ans, à un mouvement général de civilisation que « nul ne pouvait prévoir : or, ce mouvement nécessite, pour la construction et pour les « machines, la production de quantités énormes de fer et d'acier.

« Nous voyons que le trafic plus intense de tous les moyens de communication exige « aussi un surcroît de résistance de ces matériaux de construction.

« Nous voyons, comme corollaire de ces phénomènes, de grands progrès dans la fabri- « cation et les procédés divers, lesquels ont dû s'adapter aux exigences de la production « en masse et aux progrès de la qualité des matériaux.

« Nous remarquons un effort extraordinaire du monde technique pour accroître notre « connaissance de ces métaux, de leurs propriétés physiques et chimiques, et de la façon « dont ils se comportent à l'usage.

« D'autre part, nous sommes frappés de constater que, malgré l'admirable développe- « ment de la production et des applications de ces métaux, malgré les progrès de la « science métallurgique, *les prescriptions aujourd'hui en vigueur sur le contrôle et la récep- « tion de l'acier et du fer ne sont point à la hauteur de nos notions modernes, et que les « règles admises pour la prise de livraison ne satisfont, presque partout, ni le producteur, ni « le consommateur* ».

Or, les essais de recette sont généralement effectués à la forge pour éviter le temps perdu et les frais de transport inutiles en cas de refus, mais ils ne le sont qu'à titre *provisoire*, car on sait que ces essais, exécutés rapidement et avec une grande habileté par les agents de la forge, n'ont pas la valeur qu'on voudrait leur attribuer.

Un refus pour mauvaise qualité du métal peut être déclaré pendant le cours de la fabrication chez le constructeur, et cela se voit assez souvent.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Enfin, si un accident survient quand le travail est terminé, même après réception définitive, la responsabilité en incombe encore au constructeur, la cause fût-elle uniquement due à la qualité du métal; la forge n'est tenue qu'à remplacer la barre ou la feuille rompue, ou à en rembourser la valeur; la doctrine et la jurisprudence étant, paraît-il, unanimes à cet égard (Marcadé, Bédarride, etc.).

Il est donc indispensable que le constructeur puisse exécuter dans son atelier tous les essais nécessaires pour contrôler ceux qui ont été effectués dans les forges et aussi pour répéter ces essais sur toutes les pièces suspectes ou devant travailler dans des conditions spéciales.

C'est pour répondre à ces besoins que j'ai imaginé la nouvelle méthode de recette que je viens d'exposer et que j'applique depuis trois ans avec un plein succès dans mon laboratoire de mécanique.

Pour rendre cette méthode de recette d'une application générale, pour l'*unifier* dès sa mise en pratique, je propose d'accepter les dimensions de l'éprouvette qui m'ont, en somme, toujours donné satisfaction. Section rectangulaire : 10 millimètres de large et épaisseur de 8 millimètres. Longueur 25 à 30 millimètres pour opérer le pliage après entaille d'un trait de scie de 1 millimètre de largeur et de 1 millimètre de profondeur. Si les dimensions du métal à essayer le permettent, prendre une longueur de 30 à 35 millimètres pour donner un coup de cisaille renseignant sur la résistance. Si les dimensions de l'échantillon ne permettent pas de prendre plus de 25 millimètres de longueur, telle une débouchure de poinçonnage, le cisaillement s'opérera sur un des fragments de l'éprouvette.

L'appréciation de la qualité du métal doit comporter les éléments suivants qui sont nécessaires et suffisants :

1° La résistance ou ténacité,
2° La ductilité,
3° La fragilité.

La résistance est donnée actuellement par l'essai à la traction; seulement, il faut observer que les résultats de cet essai présentent des variations déjà sensibles lorsqu'on opère en plusieurs endroits d'une même pièce, et elles s'aggravent encore lorsqu'on considère plusieurs pièces d'une même fourniture, même fabriquées dans des conditions identiques en apparence.

Dans ces conditions, il ne paraît pas nécessaire de s'attacher à obtenir dans ces résultats une précision apparente qui, en réalité, devient illusoire.

En fait, la considération importante pour l'ingénieur ou le constructeur qui veut mettre en œuvre le produit étudié, c'est de déterminer la nature du métal employé, de reconnaître, en un mot, s'il est extra-doux, doux, demi-doux ou dur, mais non d'imposer un chiffre de résistance absolument déterminé, au-dessous, ou même dans certains cas au-dessus duquel le métal considéré deviendrait inapte à l'emploi.

Pour atteindre ce résultat, il suffit donc de pouvoir déterminer la catégorie de dureté dans lequel ce métal doit se placer, et, à ce point de vue, l'essai de cisaillement peut fournir des renseignements suffisants.

Comme les cahiers des charges actuels sont basés à peu près exclusivement sur la considération de la résistance à la traction, il pourra suffire de déterminer la résistance au cisaillement qu'il pourra convenir de demander en partant des chiffres déjà admis pour la traction et admettant comme rapport approximatif le coefficient 0,5 qui paraît sensiblement exact.

Si les conditions de résistance à la traction n'étaient pas déjà déterminées pour le produit considéré, il conviendrait plutôt d'adopter comme type une qualité de métal ayant donné toute satisfaction à l'emploi, de déterminer les résultats qu'elle donne dans l'épreuve

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de cisaillement et d'apprécier ensuite les produits qu'on veut éprouver suivant la façon dont ils peuvent reproduire de leur côté les résultats donnés par le métal-type.

Ainsi que je l'ai indiqué plus haut, on ne doit pas demander que ces essais comparatifs reproduisent avec une précision absolue un chiffre déterminé, mais simplement qu'ils fournissent la preuve que la nuance de dureté est bien celle qu'on a en vue.

Pour ce qui concerne l'appréciation des deux autres qualités indiquées plus haut, à savoir la ductilité et la fragilité, il faut recourir à l'essai de flexion par action graduée ou par choc.

L'essai de flexion peut nous fournir un diagramme indiquant la quantité de travail dépensée dans cette opération.

Ce travail peut être considéré comme étant analogue à celui qui se développe dans la traction où interviennent comme facteurs la résistance et l'allongement.

Nous retrouverons de même dans le diagramme de flexion le produit de la résistance par la ductilité. Comme nous connaissons déjà la résistance par l'essai de cisaillement, la mesure de la surface du diagramme nous permet d'en conclure immédiatement la ductilité par un calcul approprié.

Nous arrivons enfin à la fragilité qui se révèle dans l'essai de flexion au choc.

L'appareil que j'emploie fournit, en effet, ainsi que je l'ai indiqué plus haut, la mesure exacte de la quantité de travail absorbée par la rupture de l'éprouvette. Le rapprochement du résultat ainsi obtenu sous l'action d'un effort brusque avec le travail qu'a absorbé l'effort statique donne la mesure de la fragilité telle que je l'ai définie, et j'estime, du reste, que c'est la meilleure mesure de cette propriété.

Ce double essai par flexion graduée et par choc peut être simplifié dans la pratique lorsqu'on est en présence de métaux déjà bien définis pour lesquels on connaît par avance la quantité de travail absorbée dans la flexion graduée, opérée sur l'éprouvette du type indiqué. Il suffit alors, en effet, de procéder simplement à l'essai de choc, et de rapprocher le travail dépensé dans ce dernier essai de la valeur du type correspondant dans l'essai de flexion graduée. Le rapport de ces deux nombres donne la mesure de la fragilité.

Il faut observer en effet, et c'est là un point essentiel, que l'application de cette méthode ne donne lieu, en pratique, à aucune discussion comme on pourrait le craindre au premier abord, car les résultats sont toujours nettement caractérisés dans un sens ou dans l'autre et ne renferment jamais de cas douteux. Si le métal est fragile, la rupture s'opère toujours avec un écart considérable entre les travaux dépensés dans les deux types d'essai, et l'on reconnaît, en effet, que l'épreuve au choc n'absorbe que la moitié au plus du travail correspondant à la rupture sous l'effort statique. Si, au contraire, le métal est bien exempt de fragilité, le travail absorbé dans l'essai au choc prend alors une valeur beaucoup plus considérable, et se rapproche sensiblement de celle qui correspond à l'effort statique.

CH. FREMONT.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

VIII

ÉTUDE

DE LA

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

de 1867 à 1878

NOTE

Présentée par M. A. OLLIVIER

INGÉNIEUR-EXPERT

Cette note n'a d'autre but que de donner quelques renseignements rétrospectifs sur cette question si intéressante sous tous les points de vue.

Pendant cette période de onze années, cette étude eut pour base les brevets que j'avais pris avec M. Desgoffe, en 1863-1864-1865 et 1866.

Le point de départ était la *Presse Sterhydraulique*, où l'eau injectée par la pompe était remplacée par une corde à boyau ou autre, qui, s'enroulant à l'intérieur du corps de pompe, déplaçait son volume de liquide (huile ou glycérine), et faisait sortir le piston d'un mouvement aussi lent qu'on le désirait, et sans aucun coup de bélier.

Cette presse servit aux expériences de M. Tresca, sur l'écoulement des corps solides.

Elle fut d'abord appropriée à l'étude de l'*écrasement* des différents matériaux de construction (fontes, pierres, ciments, etc.), puis à celle de la *flexion* (fontes, aciers, fers, etc.) avec un appareil spécial pour mesurer la flèche, en tenant compte de l'encoche faite par les couteaux dans le métal (arsenaux de l'artillerie de marine).

A la *traction*, elle eut les applications les plus variées pour essayer les fils de fer et d'acier (aux Forges de Franche-Comté et à la Société des Ardoisières d'Angers), où la force des appareils était de 2000 kilos, et pour l'essai des grosses éprouvettes dans les arsenaux de l'Artillerie de marine, où leur force était de 100 000 kilos.

Enfin une presse spéciale destinée à produire des pressions de 1000 atmosphères fut exécutée pour l'Artillerie de marine, et permit à M. le colonel Virgile (décédé depuis général), et à M. le capitaine Sébert (aujourd'hui général), d'étudier la résistance des tubes en acier des nouveaux canons.

Tous ces appareils furent exposés en 1867, ils obtinrent une médaille d'argent; ils sont aujourd'hui préhistoriques et basés sur les brevets susénoncés qui furent achetés par M. Thomasset, et au sujet desquels il fit faire une réclame considérable.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En 1878 il exposa une grande variété de types qui, bien que ne comportant rien de nouveau, lui valurent un grand prix et la croix de chevalier de la Légion d'honneur.

Ces appareils étaient alors ce que l'on avait de mieux en France pour étudier la résistance des matériaux, mais ils péchaient tous par le même défaut : le mode de mesurage des efforts obtenus.

Comme on se servait de presses du genre hydraulique, tout naturellement on employa des manomètres, ce qui était bien tentant, mais peu exact.

Les manomètres Bourdon, Ducomet, Dubois et Casse, se détraquaient tous à la longue sous les chocs répétés que produisait la rupture des fils ou des éprouvettes.

De plus, pour les pressions de 1000 atmosphères, on avait dû interposer un piston différentiel réduisant au dixième la pression réelle, afin de n'avoir recours qu'à des manomètres fonctionnant jusqu'à 100 atmosphères : de là une nouvelle cause d'erreur.

Les manomètres à mercure et à air libre (soit à grande colonne, soit à tubes multipliés en forme d'**U**) se rapprochaient le plus de la vérité ; aussi furent-ils employés en grand nombre et se trouvent-ils encore dans certaines usines.

Le progrès réel n'est venu que plus tard avec l'emploi de la romaine ; c'est ce perfectionnement qui, combiné avec les ingénieuses dispositions inventées par M. Fremont, a donné les appareils parfaits dont je me sers pour mes expertises légales.

A. OLLIVIER.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

IX

L'ORGANISATION, L'OUTILLAGE ET LES TRAVAUX

DU

SERVICE DES EXPÉRIENCES ET DES ESSAIS

DU CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS ET MÉTIERS

NOTE SOMMAIRE

Présentée par M. Léon MASSON

INGÉNIEUR SOUS-DIRECTEUR DU CONSERVATOIRE

Indépendamment des huit laboratoires d'études et de recherches placés sous la direction des professeurs des cours de mécanique, de physique, d'électricité industrielle, de chimie générale, de chimie industrielle, de métallurgie et travail des métaux, de teinture, céramique et verrerie, de chimie agricole et analyse chimique, le Conservatoire des Arts et Métiers possède trois laboratoires successivement étudiés et créés par le général Morin, H.-E. Tresca, le colonel Laussedat et leurs collaborateurs, où il a été procédé jusqu'à ce jour, sous l'autorité immédiate de la direction de l'Établissement et à la demande des administrations, des inventeurs, des industriels et des constructeurs intéressés, à des mesures dynamométriques, à des essais de résistance des matériaux, de mécanique, de physique et d'électricité industrielles, et aux vérifications prescrites par l'Administration supérieure en ce qui concerne la métrologie de précision nationale ou internationale et l'étalonnage des poids et mesures prototypes du commerce.

Les résultats des travaux personnels des professeurs profitent tout d'abord à leur enseignement et sont, la plupart du temps, publiés soit dans des traités techniques, soit dans les *Annales du Conservatoire*, soit enfin dans les recueils ou revues qui ont pour objet la vulgarisation des sciences ou de leurs applications à l'industrie.

Quant au service des essais, sur lequel cette Note doit insister de façon plus spéciale, il est présentement assuré, sous les ordres du directeur, par l'ingénieur sous-directeur et l'ingénieur adjoint, avec le concours du secrétaire de la direction et l'aide d'ouvriers d'art et de tel nombre de gardiens de galeries que comporte l'exécution de chaque série d'expériences. Les études qu'il peut entreprendre se font sur la demande des nationaux ou des étrangers : on en a, plus haut, spécifié la nature et il suffira, sans doute, d'ajouter ici que celles qui concernent la résistance des matériaux s'appliquent à l'essai des pierres calcaires ou autres, des marbres, des chaux et ciments, des briques et tuiles, des carreaux, pavés et

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

dalles, des métaux et alliages, des pièces de bois ou de métal, des tuyaux de conduite, des courroies, câbles et cordages, des fibres, fils et tissus, etc., etc.

Les appareils employés pour ces travaux sont, d'ailleurs, mis à la disposition des professeurs pour celles de leurs recherches qui ne sont pas susceptibles d'être poursuivies exclusivement à l'aide des ressources ordinaires de leurs laboratoires.

Le matériel servant aux essais de matériaux ainsi qu'aux mesures de dynamométrie et de mécanique et physique industrielles, complété toutes les fois qu'il est utile par celui des collections du Conservatoire, est réparti en ce moment entre l'ancienne église du Prieuré de Saint-Martin-des-Champs, dont il est permis d'espérer le dégagement très prochain, et une suite de salles distinctes de ce premier local et en cours actuel d'extension.

Le laboratoire consacré depuis quinze ans au service électrique, et qui possède désormais l'affectation plus générale de laboratoire de recherches et de travaux de mécanique et de physique, se compose d'une pièce pour la production de la vapeur, de deux grandes salles pour les moteurs et les machines génératrices de courants, et de dépendances propres à l'installation d'accumulateurs et d'appareils de mesures; ces divers locaux sont d'ailleurs reliés, comme les laboratoires mêmes des professeurs, au réseau de distribution de l'une des Compagnies parisiennes d'éclairage et de force motrice par l'électricité.

Le laboratoire de métrologie, enfin, consiste en une grande salle et en plusieurs pièces contiguës à température constante.

L'outillage des essais de matériaux comprend notamment :

A. — *Pour les expériences d'écrasement :*

Deux presses hydrauliques, de Hick et fils et de Morane jeune, ayant respectivement une puissance de 80000 et de 500000 kilogrammes; une largeur de $0^m,33$ et de 1 mètre, une profondeur de $0^m,33$ et de $0^m,80$, et une course de $0^m,45$ et de $0^m,70$, pourvues d'un compresseur Thomasset et de deux pompes d'alimentation de débits très différents et reliées à plusieurs manomètres métalliques Bourdon et à trois manomètres à pistons différentiels du genre Galy-Cazalat;

Une machine Trayvou, dont il sera question plus loin,

Et un appareil pour les essais d'écrasement sur toute la surface d'un échantillon, construit par la maison J. Digeon et fils d'après les indications de M. le professeur Le Verrier.

B. — *Pour les essais de traction :*

Une provision considérable de boulets et de biscaïens et une série de caisses tarées servant à aménager ces projectiles dans les expériences par charge directe;

Un banc hydraulique horizontal de Tangye frères, de la puissance de 25 tonnes métriques et à levier largement divisé de 50 en 50 kilogrammes. Cet appareil, dont la longueur utile entre les faces extérieures des boîtes à coins peut varier de $0^m,60$ à $1^m,20$ et de $2^m,85$ à $3^m,45$, est muni des crochets, tirants, mâchoires et cosses de formes et de dimensions appropriées aux divers genres de matériaux à étudier; il est, en outre, relié à un manomètre différentiel, du type Galy-Cazalat, pour l'examen rapide de l'élasticité des échantillons;

Une machine verticale système Trayvou, de la puissance de 25 tonnes, pour les essais avec ou sans enregistreur, et se prêtant aussi aux expériences de compression et de flexion;

Un appareil Ch. Frémont, à enregistrement rapide et de la puissance de 2500 kilogrammes;

Une machine Vuaillet, avec enregistreur, pour les épreuves de fils métalliques;

Un dynamomètre Perreaux, d'une course de $0^m,54$, servant à la mesure des efforts inférieurs à 500 kilogrammes;

Plusieurs dynamomètres Ulmann, de moindre puissance et plus spécialement disposés en vue des essais de fibres textiles, de fils et d'écheveaux;

Un appareil, enfin, du genre Michaëlis, avec tous ses accessoires, pour les épreuves de ciments et d'agglomérés.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

C. — *Pour l'étude de la résistance à la pression intérieure des tubes et tuyaux de conduite :*

Plusieurs jeux de plaques et séries de boulons de longueurs variées pour l'installation des tuyaux rigides; un jeu de raccords pour celle des tubes métalliques et des tuyaux souples;

Un appareil rotatif de compression,

Et les pompes et manomètres précités, pour l'obtention et la mesure des pressions de rupture.

D. — *Pour les expériences de flexion :*

Les boulets, biscaïens et caisses tarées dont il a été parlé au paragraphe B;

Une série de chevalets de hauteurs graduées, pour faciliter les manœuvres de charge directe;

La machine Trayvou mentionnée plus haut, pour les échantillons de $0^m,10$ à 1 mètre de longueur entre couteaux d'appui;

Deux corbeaux en pierre, d'une largeur de $2^m,13$ et d'une saillie de $0^m,50$, présentant entre eux un vide de $1^m,17$ et scellés dans un mur très lourd, pour les épreuves par pression de bas en haut obtenue à l'aide de la plus petite des presses hydrauliques visées au paragraphe A;

Ces deux presses, enfin, pour les essais d'échantillons dont la longueur entre points d'appui n'excède pas respectivement $0^m,30$ et 1 mètre.

E. — *Pour les études de poinçonnage, de cisaillement et de pliage :*

Un appareil Frémont, avec élasticimètre enregistreur.

F. — *Pour les essais de torsion :*

Un banc construit d'après les indications du regretté H.-E. Tresca, qui fut pendant de longues années l'un des professeurs et l'ingénieur sous-directeur du Conservatoire,

Et un appareil pour les épreuves de fils, établi par la maison Digeon suivant le programme de M. Le Verrier.

G. — *Pour les études de choc :*

Un marteau-mouton construit en vue des travaux de H.-E. Tresca,

Et une machine pour l'examen des effets du choc sous des charges, des hauteurs de chute et des inclinaisons variées.

H. — *Pour les essais de matériaux à l'usure :*

Un appareil système L.-G. Dorry.

Le laboratoire dispose, pour les mesures délicates d'allongement, de raccourcissement et d'amincissement des matériaux qu'il met en expérience :

1° De plusieurs cathétomètres de Perreaux et de Dumoulin-Froment;

2° D'un appareil Manet à indications automatiques, se prêtant aux études de traction et de compression;

3° D'un élasticimètre enregistreur Neel et Clermont;

4° De sphéromètres, de règles à coulisse et de palmers de différents constructeurs, etc., etc.

De plus, et entre autres compléments prévus par la Direction, il est en ce moment question d'installer au Conservatoire, au fur et à mesure des disponibilités budgétaires :

1° Les apparaux nécessaires pour la détermination du degré de gélivité des matériaux;

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° Une machine d'essai des matières lubrifiantes;

3° Un appareil pour l'étude de l'usure des matériaux d'empierrement;

4° Un supplément d'outillage pour les épreuves de tuyaux, avec pompe spéciale assez puissante et écoulement à l'égout;

5° Un matériel complémentaire pour l'examen des ciments;

6° Une série d'enregistreurs applicables à demeure à celles des machines d'essai qui n'en sont pas déjà pourvues et qui se prêtent à cette adaptation;

7° Un accumulateur et ses accessoires pour l'alimentation des presses hydrauliques, notamment dans les expériences de longue durée;

8° Une série de moteurs électriques pour la mise en marche des engins d'épreuve qui en sont susceptibles;

9° Des lampes électriques à portée immédiate des divers appareils d'observation;

10° Un petit matériel de levage et de transport destiné à faciliter les manœuvres préparatoires des expériences;

11° Un dispositif de contrôle et d'essai des manomètres employés dans le service.

Le degré de précision sur lequel on peut compter de la part des appareils de mesure en usage au Conservatoire, pour l'étude de la forme et de la variation des dimensions des échantillons à expérimenter, est de 1/50e à 1/200e de millimètre pour les cathétomètres; de 1/50e de millimètre pour l'une des règles à coulisse; de 1/20e à 1/100e de millimètre pour les palmers; de 1/100e de millimètre pour l'appareil Manet et pour l'élasticimètre Neel et Clermont; et de 1/10e de millimètre pour les règles à coulisse ordinaires.

Il convient de rappeler, en outre, que le laboratoire de métrologie de l'établissement, dans lequel ont été achevés et tracés les mètres prototypes internationaux, est largement doté du matériel que comportent les comparaisons, les tracés, les vérifications et les mesures de très haute précision.

Les échantillons destinés aux essais sont généralement fournis dans leur forme définitive par les personnes qui font les demandes d'expériences; mais les ateliers d'ouvriers d'art, spécialement chargés d'entretenir les modèles du musée et les appareils servant aux leçons des professeurs, n'en sont pas moins munis, pour la confection et l'ajustage des divers genres d'éprouvettes, d'un outillage approprié que l'on se propose de compléter par l'installation de quelques engins de travail à mise en marche électrique, susceptibles de servir également aux préparatifs des essais de machines.

Ce serait dépasser les termes de la demande que nous a fait l'honneur de nous adresser le Comité organisateur du Congrès, que d'entreprendre la nomenclature du matériel à la disposition du Conservatoire pour les travaux et les recherches de physique appliquée, de chimie industrielle, de métallurgie, de photographie, etc. Mais il ne paraîtra sans doute pas hors de propos d'ajouter ici que l'Établissement possède un grand nombre d'appareils de mécanique et d'électricité industrielles dont la Direction cherche sans cesse à enrichir la série, et qui s'appliquent :

D'une part, à la production et à la transmission du travail moteur, à la mesure de la puissance et du rendement des machines motrices, à l'évaluation du travail absorbé par les appareils opératoires, à l'alimentation et à la mesure du débit des appareils hydrauliques, aux essais d'accessoires de chaudières et de machines à vapeur, à l'étude du frottement, etc.;

Et, d'autre part, à la production, à la condensation et à l'accumulation de l'électricité, à l'évaluation du travail absorbé par les machines génératrices de courants, à l'étude des courants eux-mêmes et à la comparaison des appareils de mesures, aux déterminations photométriques, etc.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le nombre des séries d'expériences faites, à la demande de diverses personnes, sous l'autorité de la Direction du Conservatoire, a été d'environ 1300 pour l'ensemble des 45 années qui nous séparent des premières installations dues à l'initiative du général Morin et de H.-E. Tresca; et il s'élèverait notablement, si l'on y ajoutait les travaux du laboratoire de métrologie.

Dans ce total figurent, pour la période de 1888 à 1899 inclusivement, à très peu près 430 groupes d'épreuves de matériaux, ayant comporté plus de 3300 expériences.

Pour les années 1895 à 1899, en particulier, le nombre des séries d'essais effectués a été de 262 et s'est appliqué à 2296 échantillons, dont nous donnons ci-après la division par catégories :

Pierres, marbres, briques, ciments, agglomérés, hourdis, bois, tuiles	124 demandes.	1187 échantillons.
Courroies, cordages, câbles, chaînes. . . .	40 —	221 —
Fils et tissus.	26 —	194 —
Métaux, alliages, soudures	53 —	425 —
Tuyaux de conduite	5 —	141 —
Divers.	14 —	128 —
Totaux	262 demandes.	2296 échantillons.

Les améliorations et suppléments d'outillage indiqués au cours de cette Note pourront probablement être effectués en partie à l'aide des fonds inscrits au budget de l'État, et, d'un autre côté, leur réalisation sera sans aucun doute rendue plus facile et plus prompte par les ressources nouvelles que se procurera l'Établissement du fait de l'investiture de la personnalité civile que vient de lui conférer la loi. De telle sorte qu'à ce double point de vue il est à espérer qu'un prochain avenir verra se compléter, dans l'intérêt de la science et de l'industrie, le matériel scientifique et les installations expérimentales de diverses natures dont disposent la Direction et les professeurs du Conservatoire, et qui, souvent, ont servi de modèle aux organisateurs des laboratoires de même ordre, aujourd'hui fort nombreux à l'étranger.

(Mai 1900.)

LÉON MASSON.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

X

EXPOSITION UNIVERSELLE INTERNATIONALE DE 1900

CONGRÈS INTERNATIONAL DES MÉTHODES D'ESSAI DES MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION

LABORATOIRES

DE

L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

NOTE

SUR LEURS ORIGINES, LEURS INSTALLATIONS, LES APPAREILS ET MÉTHODES D'ESSAI EMPLOYÉS ET LEURS TRAVAUX

Présentée par M. Paul DEBRAY

INGÉNIEUR EN CHEF DES PONTS ET CHAUSSÉES, ANCIEN PROFESSEUR ET CHEF DU SERVICE DES LABORATOIRES A L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

ET

M. A. MESNAGER

INGÉNIEUR DES PONTS ET CHAUSSÉES, PROFESSEUR ET CHEF DU SERVICE DES LABORATOIRES A L'ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ORIGINES DES LABORATOIRES

1° Laboratoire de chimie de l'École des ponts et chaussées.

D'après les recherches faites par M. le Secrétaire de l'École des ponts et chaussées dans les archives dont il a la garde, la création, dans cette École, d'un laboratoire de chimie destiné à exercer les élèves aux analyses des pierres à chaux et aux essais des pierres gélives, remonte à l'année 1831.

Le laboratoire de l'École des ponts et chaussées n'avait d'abord d'autre objet que de servir à l'instruction des élèves; mais, vingt ans après sa création, alors qu'il venait d'être réorganisé et augmenté, ce laboratoire fut autorisé à prêter ses services non seulement aux ingénieurs des ponts et chaussées, mais encore à toutes personnes intéressées, pour les essais et analyses des matériaux de construction.

Une note insérée au *Moniteur* du 3 juillet 1854 fait connaître cette extension des opérations du laboratoire de l'École des ponts et chaussées.

« Dès la fin de 1851, un laboratoire spécialement consacré aux analyses des calcaires, chaux, ciments, mortiers, pouzzolanes et autres substances employées dans les constructions, a été organisé à l'École des ponts et chaussées.

« La première année de son installation, ce laboratoire avait reçu environ 300 échantillons provenant des divers services des ingénieurs de l'État et de quelques particuliers. »

La note ajoute : « MM. les ingénieurs des ponts et chaussées et les personnes qui désireraient faire faire des essais et analyses peuvent adresser leurs échantillons au laboratoire qui en fera gratuitement l'examen. »

Nous compléterons cette note en signalant que, dès 1853, l'Administration supérieure avait encore décidé, sur la proposition des Conseils de l'École que, par suite de la création récente des services hydrauliques et en raison de l'intervention des ingénieurs des ponts et chaussées dans les questions d'irrigation, de desséchements, etc., le laboratoire de l'École des ponts et chaussées accepterait les demandes qui pourraient lui être adressées pour obtenir l'analyse de matières destinées aux amendements des terres, des eaux employées aux irrigations. Dès cette époque, le laboratoire de l'École des ponts et chaussées était également saisi de nombreuses demandes d'analyse pour des eaux destinées à l'alimentation des villes.

2° Laboratoire ou atelier expérimental du dépôt de l'École des ponts et chaussées.

Dans une note insérée aux *Annales des Ponts et Chaussées* (juin 1871), M. Hervé-Mangon, alors directeur du laboratoire de l'École des ponts et chaussées, a relaté que depuis fort longtemps les Conseils de l'École des ponts et chaussées avaient compris et signalé la nécessité de *laboratoires* et d'*ateliers* destinés à faciliter l'instruction pratique des élèves et à fournir aux professeurs de l'établissement, et aux ingénieurs en général, les moyens d'études et d'expériences nécessaires au progrès de la science des constructions.

L'insuffisance des locaux successivement occupés par l'École et le défaut d'allocations spéciales pour établir au dehors les installations nécessaires avaient longtemps ajourné la réalisation des vœux maintes fois formulés.

Cependant, à l'époque de la suppression du service des ponts à bascule, l'Administration de l'École obtint du Ministre des Travaux publics la jouissance d'une partie des bâtiments

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

et des terrains dépendant de l'ancien atelier des ponts à bascule du quai Debilly (octobre 1851). Le nouvel établissement prit le nom de *Dépôt de l'École des ponts et chaussées.*

M. Hervé-Mangon rappelle qu'aux termes de la décision ministérielle le dépôt de l'École des ponts et chaussées devait être consacré aux destinations suivantes :

1° Création d'un laboratoire et d'un atelier expérimental destinés à faciliter l'instruction pratique des élèves et les progrès de la science des constructions, en fournissant à MM. les professeurs de l'École et aux autres ingénieurs des moyens d'études et d'expériences que chacun d'eux chercherait en vain à se procurer isolément;

2° Réunion de modèles ou de collections que leur poids ou leur mode d'action ne permettent pas de conserver dans les galeries de l'École;

3° Organisation d'un dépôt central de machines et d'appareils nécessaires aux travaux des ingénieurs de l'État et constitué d'une manière analogue au dépôt des instruments de précision confié depuis déjà longtemps à l'Administration de l'École;

4° Installation de salles d'examen et de séance pour les Conseils et les Commissions.

Ce programme ne put être entièrement réalisé au quai Debilly; en 1867, le dépôt de l'École des ponts et chaussées dut être transféré sur un terrain situé avenue d'Iéna, n° 3, où il se trouve encore.

Dans la note précitée, M. Hervé-Mangon a fait connaître en détail l'aménagement et les installations de l'avenue d'Iéna; il a fallu, en ces dernières années, modifier assez profondément l'état des choses décrit par M. Hervé-Mangon, afin de trouver place dans cet établissement pour de nouveaux services rattachés à l'École des ponts et chaussées.

3° Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction.

Par décision du 29 janvier 1851, prise sur la proposition de M. Michal, ingénieur en chef, directeur de la navigation de la Seine, M. le Ministre des Travaux publics chargeait M. Michelot, alors ingénieur ordinaire des ponts et chaussées, de faire des recherches sur les lieux de production, la qualité, le prix de revient et la résistance des matériaux susceptibles d'être employés dans les travaux publics de Paris.

En vertu de diverses décisions ministérielles qu'il est inutile de rapporter ici, M. Michelot, nommé au grade d'ingénieur en chef, fut invité à étendre ses recherches et études sur tout le territoire de la France; il eut comme collaborateur, puis comme successeur, M. l'ingénieur en chef de Perrodil.

M. de Perrodil étant décédé en décembre 1886, le service des Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction fut confié aux ingénieurs du laboratoire de l'École des ponts et chaussées (décision ministérielle du 2 mars 1887).

4° Service central d'expériences sur les chaux, ciments et mortiers.

Dès la création du laboratoire de chimie de l'École des ponts et chaussées, les ingénieurs attachés à ce laboratoire avaient dû s'occuper de l'analyse des calcaires, des chaux, ciments et mortiers; lorsqu'ils eurent à leur disposition, d'abord au quai Debilly, puis à l'avenue d'Iéna, un terrain et des bâtiments plus vastes, ils s'empressèrent de compléter les renseignements donnés par l'analyse chimique des chaux et des ciments au moyen d'essais sur la résistance que des pâtes ou des mortiers de chaux et de ciment pouvaient offrir à la traction et à la compression, suivant les conditions de fabrication, de conservation, etc.

Lors donc qu'en septembre 1884, sur la proposition du Conseil général des ponts et chaussées, l'Administration supérieure décida l'organisation d'un service spécial d'expériences sur les chaux, ciments et mortiers, les ingénieurs du laboratoire de l'École des ponts et chaussées étaient naturellement désignés pour être chargés du service central de

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ces expériences; en même temps MM. les ingénieurs en chef des ports de Boulogne, la Rochelle et Marseille, étaient chargés de services annexes.

Les divers services d'expériences sur les chaux, ciments et mortiers, étaient placés sous la direction de l'inspecteur général, directeur de l'École des ponts et chaussées, assisté d'une commission permanente dite : *Commission des chaux, ciments et mortiers.* (Décisions ministérielles des 25 septembre 1884 et 30 novembre 1889.)

5° Laboratoire d'essai des métaux.

Dans la note ci-dessus visée, par laquelle M. Hervé-Mangon faisait connaître aux lecteurs des *Annales des Ponts et Chaussées* les installations du nouveau dépôt de l'École, avenue d'Iéna, n° 3, on pouvait remarquer le passage suivant :

« L'atelier contient une forge et tous ses accessoires, des étaux d'ajusteur, un tour à pied, un tour à chariot complet, une machine à percer et une petite machine à raboter verticale. Ces trois dernières machines sont mises en mouvement par un moteur et ont été construites sur les meilleurs modèles par la maison Elwell, Poulot et C^ie^. Derrière la forge se trouvent un établi de mouleur et deux fourneaux à vent où l'on peut fondre quelques kilogrammes de fonte ou de bronze.

« Ce matériel, outre son usage habituel, permet aux élèves de voir sur une petite échelle, il est vrai, mais en détail et à loisir, le mode d'action des outils sur les diverses variétés de métaux usuels, tels que fontes de provenances variées, fers de toutes natures, acier Bessemer, acier Krupp, acier ordinaire, etc.; les opérations élémentaires du forgeage des pièces métalliques; l'aciérage des outils; de bien examiner l'aspect des métaux fondus, de juger de leur température par leurs teintes, etc.; d'acquérir, en un mot, une foule de notions pratiques élémentaires qu'il serait regrettable pour eux d'ignorer, quand ils arrivent sur les chantiers, et que ne saurait leur donner la visite des grands ateliers où leur attention est naturellement distraite des détails d'exécution par l'intérêt même des grandes opérations qu'ils voient réaliser. »

M. Hervé-Mangon manifestait encore l'intention d'installer des appareils pour la mesure de la résistance des fers, des aciers et des tôles, à l'arrachement, à la flexion et à la compression.

Ce n'est toutefois qu'en 1887, à la suite d'une mission accomplie par M. l'ingénieur en chef des ponts et chaussées Flamant (voir rapport inséré aux *Annales des Ponts et Chaussées*, 1886, 1^er^ semestre), et sur les propositions de M. l'inspecteur général Planchat, directeur de l'École, qu'une décision ministérielle, en date du 11 janvier, ouvrit un premier crédit pour l'acquisition et l'installation au dépôt de l'École d'une machine à essayer les métaux.

Cette décision instituait un service spécial : *Laboratoire d'essai des métaux*, dont la direction était confiée à M. l'ingénieur en chef Flamant; M. Debray devait remplir les fonctions de directeur adjoint de ce nouveau service, comme il remplissait déjà depuis le mois d'octobre 1884 les fonctions de directeur adjoint du laboratoire de chimie et de tous les autres services d'essai des matériaux de construction dont la direction avait été confiée successivement à M. l'ingénieur en chef L. Durand-Claye, collaborateur, puis successeur de M. Hervé-Mangon.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

INSTALLATIONS DES LABORATOIRES

Les renseignements que nous venons de donner sur les origines des divers services d'analyse chimique, d'essais physiques et mécaniques que nous avons à considérer, montrent que ces services ont été constitués isolément, puis réunis par une série de décisions visant moins les services eux-mêmes que les ingénieurs qui y étaient ou y devaient être attachés. On ne pourra donc s'étonner que, malgré tous les efforts faits en ces dernières années, les installations actuelles de ces services laissent quelque peu à désirer.

1° Laboratoire de chimie de l'École.

Destiné primitivement d'une façon presque exclusive à l'instruction des élèves de l'École des ponts et chaussées, le laboratoire de chimie a toujours été installé dans les bâtiments de l'École des ponts et chaussées, tout d'abord dans des conditions assez défectueuses qui ont attiré plusieurs fois, notamment en 1842, l'attention des Conseils de l'École et de l'Administration supérieure.

Depuis 1876, le laboratoire de chimie est établi au premier étage d'un bâtiment ayant, d'un côté, façade sur la rue des Saints-Pères et prenant jour, de l'autre côté, sur des cour et courette de service et sur la galerie des modèles (voir pl. I). Les locaux sont suffisants, d'autant que la pièce où les élèves sont appelés à faire leurs manipulations n'est occupée par eux que pendant une quinzaine de jours par an; le reste du temps, cette pièce peut être utilisée par les directeurs et les préparateurs du laboratoire pour mener de front plusieurs analyses de matériaux de même nature, spécialement de calcaires, chaux, ciments, mortiers.

2° Laboratoires du dépôt de l'École.

Les divers laboratoires d'essais physiques et mécaniques des matériaux de construction sont aujourd'hui groupés au dépôt de l'École des ponts et chaussées, avenue d'Iéna, n° 3 (voir pl. II). Il a été plusieurs fois question, en ces dernières années, d'augmenter les bâtiments du dépôt qui sont absolument insuffisants, et l'on avait notamment projeté de transporter au dépôt le pavillon de l'exposition spéciale du ministère des Travaux publics à l'Exposition de 1889. Ces projets ne s'étant pas réalisés, on a dû chercher à tirer économiquement parti des bâtiments construits en 1867 pour pouvoir attendre, dans des conditions supportables, le moment où le Gouvernement et le Parlement seront en mesure de faire en faveur des laboratoires de l'École des ponts et chaussées les sacrifices que divers États étrangers, et notamment la Suisse, n'hésitent pas à s'imposer en faveur de leurs établissements similaires; il est très fâcheux de ne pouvoir présenter en 1900 au Congrès international une organisation plus méthodique et plus satisfaisante.

Les installations établies en 1867 et années suivantes par MM. Hervé-Mangon et Durand-Claye dans l'aile gauche du bâtiment des laboratoires subsistent encore en grande partie. L'atelier de mécanique est, jusqu'à présent, resté à peu près dans le même état. Dans la salle qui y fait suite, on a seulement remplacé l'ancien moteur à gaz de la force de 1 cheval, qui mettait en marche les machines-outils de l'atelier et divers appareils d'essai, notamment la machine à tambour pour l'essai des matériaux d'empierrement à l'usure par frottement, par une nouvelle machine à gaz de 4 chevaux. Nous donnerons plus loin la nomenclature et la description succincte des divers appareils installés dans cette première salle d'expérimentations pour l'essai des pierres, des chaux et ciments : presses hydrauliques, etc.;

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

la plupart d'entre eux sont anciens, mais il a été possible, en ces dernières années, de se procurer quelques nouveaux appareils absolument indispensables.

En raison de l'extension qu'ont pris les essais des chaux et ciments, il a fallu consacrer au service d'expériences sur les chaux, ciments et mortiers, la plus grande partie de l'aile droite du bâtiment des laboratoires et aménager les catacombes existant au-dessous de ce bâtiment pour y conserver soit à l'air humide, soit dans l'eau douce, les briquettes d'essai des chaux et ciments à expérimenter. Aussi bien, depuis plusieurs années, on avait jugé qu'il était préférable de centraliser toutes les analyses chimiques à l'École des ponts et chaussées et l'on avait déjà fait revenir à l'École tout le personnel et la plus grande partie du matériel du laboratoire de chimie que M. Hervé-Mangon avait installés au Dépôt de l'École, alors que l'on n'avait pas encore à l'École même des locaux convenables pour le laboratoire de chimie. Les vues photographiques (pl. VIII et IX) du laboratoire pour les chaux et ciments montrent que cette pièce sert non seulement pour la préparation des briquettes et éprouvettes d'essai, mais encore qu'on y fait des expériences spéciales sur la variabilité de volume des pâtes et mortiers de chaux et de ciment, sur la manière dont se comportent des pâtes et mortiers de chaux et de ciment exposés à des filtrations d'eau douce et de dissolutions diverses; l'annexe du laboratoire sert également à ces expériences spéciales. Mais les essais ordinaires à la traction et à la compression sont faits dans l'aile gauche, ce qui occasionne des pertes de temps et présente l'inconvénient de transformer l'atelier de mécanique en un passage très fréquenté par des personnes étrangères aux travaux de cet atelier.

Les appareils de l'ancien service spécial des Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction et l'appareil pour l'essai des métaux ont dû être relégués dans des hangars primitivement destinés, comme M. Hervé-Mangon l'indique dans sa note précitée, à recevoir les machines et appareils du service du dépôt proprement dit et les modèles trop lourds ou trop volumineux pour être placés dans d'autres locaux; c'est dire que les hangars ainsi détournés de leur affectation primitive conviennent peu à leur nouvelle affectation; il est notamment très fâcheux que l'appareil pour l'essai des métaux n'ait pu être installé dans l'aile gauche du bâtiment des laboratoires, près de l'atelier de mécanique et près du moteur à gaz, qui pourrait alors fort utilement être employé à faire marcher cet appareil.

Il faudra aviser prochainement à remédier aux inconvénients de la situation actuelle.

3° Parc des matériaux.

On a rassemblé et disposé dans une partie des cours où ils sont exposés aux intempéries, pour permettre d'apprécier leur résistance à ces actions, environ 2000 blocs de pierre de diverses provenances réunis par les soins du service des Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction; un assez grand nombre de ces blocs sont intéressants à conserver, notamment pour servir à des études sur la gélivité.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

APPAREILS ET MÉTHODES D'ESSAI

1° Laboratoire de chimie de l'École.

Nous n'avons aucun détail particulier à donner sur les appareils dont dispose le laboratoire de chimie ni sur les méthodes d'analyse qui y sont employées. Les personnes qui désireraient avoir des renseignements à ce sujet les trouveront, avec tous les développements utiles, dans le *Cours de chimie appliquée à l'art de l'ingénieur*, publié par M. l'inspecteur général Durand-Claye et M. Derôme, chimiste du laboratoire (*Encyclopédie des travaux publics*, fondée par M. l'inspecteur général Lechalas, Baudry, éditeur).

2° Laboratoires du Dépôt de l'École.

Il ne sera pas sans intérêt de passer successivement en revue les appareils existant au dépôt de l'École pour les essais physiques et mécaniques qui y sont faits.

Nous avons déjà signalé que, par suite des circonstances dans lesquelles les divers services du dépôt de l'École ont été institués isolément, puis réunis, les appareils ne sont pas groupés systématiquement, comme il conviendrait.

Dans l'étude que nous allons faire de ces appareils, nous ne nous attacherons donc pas à la position qu'ils occupent actuellement dans les bâtiments insuffisants où ils sont enserrés; nous les considérerons successivement suivant leur destination principale en nous efforçant d'adopter un ordre logique.

A. — ESSAI DES PIERRES NATURELLES OU ARTIFICIELLES

La plupart des pierres naturelles ou artificielles qui sont présentées au laboratoire doivent être essayées à la compression afin de déterminer leur résistance à l'écrasement. Elles sont généralement façonnées en éprouvettes rectangulaires au laboratoire qui possède un atelier pour le débitage des blocs à l'aide de scies à lames, avec ou sans dents, à l'aide du grès, de la grenaille ou de l'émeri. Les éprouvettes sont terminées à la main sur un marbre en fonte.

Deux presses hydrauliques ordinaires, une presse Amsler-Lafon et une presse à levier peuvent être utilisées pour ces essais.

1° Presses hydrauliques. — La petite presse, de la force de 14 000 kilogrammes, est commandée par une pompe accolée au bâti; on peut la déplacer assez facilement (voir Pl. IV).

La deuxième presse hydraulique, de la force de 70 000 kilogrammes, est installée d'une façon invariable; elle est commandée par une pompe isolée (voir pl. III).

Pour apprécier l'effort exercé par ces presses, on se sert de manomètres métalliques Bourdon. Chaque pompe est munie de deux manomètres, dont l'un sert couramment et dont le deuxième est spécialement destiné à contrôler de temps en temps les indications données par le manomètre d'un usage habituel, afin de voir si ce manomètre n'a pas été fatigué et dérangé par le service assez dur qui lui est demandé. Afin d'éviter l'oxydation intérieure du tube en acier des manomètres, on a interposé un réservoir d'huile entre ces manomètres et le cylindre de la presse.

La presse Amsler-Lafon (voir pl. IV) est de la force de 30 000 kilogrammes. On amène

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

rapidement, au moyen d'une vis, le plateau supérieur en contact avec le cube à essayer placé sur le plateau inférieur. Ce dernier est supporté par une rotule sphérique reposant sur la presse proprement dite. Celle-ci est actionnée par un compresseur à vis; le liquide employé est de l'huile de ricin. Un piston différentiel transmet la pression à un manomètre à mercure et à air libre. Aucun des pistons n'est muni de garniture, ils sont seulement calibrés avec précision. Pour éviter toute erreur due au frottement, le piston différentiel est mis en mouvement alternatif par le compresseur lui-même.

(a) *Tarage des presses hydrauliques au moyen de poids.* — La grosse presse de 70 000 kilogrammes a été plusieurs fois tarée jusqu'à 40000 kilogrammes, grâce à un matériel spécial comprenant une forte poutre en fer ayant le gabarit d'une poutre d'égale résistance, de $5^m,72$ de longueur, qui s'appuie au centre du piston par l'intermédiaire d'une rotule et supporte à ses extrémités des plateaux que l'on peut charger de poids.

(b) *Appareil micrométrique pour le contrôle des presses hydrauliques.* — Sur les indications de M. l'inspecteur général Durand-Claye, M. Klein, chef de l'atelier d'essai, a établi un appareil micrométrique extrêmement simple pour le tarage des presses hydrauliques (voir pl. VI). Cet appareil permet d'apprécier, avec une approximation d'un millième de millimètre, la flèche prise par une plaque d'acier posée sur deux appuis à ses extrémités et recevant en son milieu l'action exercée par la presse hydraulique; de la mesure de la flèche de la plaque d'acier soumise aux essais, on déduit la force réellement exercée sur cette plaque et l'on peut contrôler la valeur des indications données par les manomètres métalliques, suivant l'état des presses et des manomètres.

(c) *Appareil multiplicateur pour déterminer la compressibilité des matériaux.* — Si l'on veut déterminer non seulement la force de résistance à l'écrasement, mais encore la compressibilité des pierres naturelles ou artificielles, on y arrive facilement au moyen de l'appareil micrométrique également établi par M. Klein pour répondre au programme donné par M. l'inspecteur général Durand-Claye (voir pl. VI).

Cet appareil se compose de deux étriers que l'on fixe à $0^m,125$ de distance, l'un à la partie supérieure, l'autre à la partie inférieure des prismes à expérimenter, qui ont $0^m,18$ de hauteur. L'un des étriers (par exemple, celui qui est placé à la partie supérieure) porte un appareil multiplicateur à râteau et pignon, sur lequel est calée une aiguille dont la pointe parcourt un cadran; la bride inférieure porte une potence. Entre la potence de la bride inférieure et la queue du râteau de l'appareil porté par la bride supérieure, on intercale une tige métallique terminée par deux pointes; la longueur de cette tige peut être réglée par un manchon fileté placé à l'une de ses extrémités. Afin de soustraire cette tige métallique à l'influence des variations de température qui peuvent se produire pendant la durée de l'expérience, notamment si l'expérimentateur s'en approche et surtout s'il vient à y toucher, on la recouvre de plusieurs doubles de papier. Sous l'influence de la compression exercée sur le prisme, les étriers se rapprochent et la baguette métallique met en mouvement l'aiguille indicatrice qui se déplace sur le cadran divisé expérimentalement, de telle façon que chaque division parcourue par l'aiguille indicatrice correspond à une réduction de hauteur de $1/100^e$ de millimètre de la partie du prisme comprise entre les deux étriers. On peut facilement apprécier le $1/10^e$ d'une division, soit le $1/1000^e$ de millimètre.

Les faces du prisme à expérimenter doivent être absolument planes et leur parallélisme doit être rigoureusement établi; s'il en était autrement, l'appareil micrométrique signalerait immédiatement cette défectuosité, car le déplacement de l'aiguille ne serait pas proportionnel aux efforts exercés sur le prisme; il y aurait un retard ou une avance systématique dont l'expérimentateur s'apercevrait immédiatement. (Voir article de M. Durand-Claye, *Annales des Ponts et Chaussées*, 1888, 2^e semestre.) On peut d'ailleurs, pour corriger les défectuosités de préparation des prismes et pour répartir uniformément la charge sur toute la surface portante, intercaler entre les prismes et les plateaux de la presse hydraulique des plateaux auxiliaires articulés dans deux sens perpendiculaires.

Depuis peu, le laboratoire possède plusieurs appareils doubles du même genre. Ils ont l'avantage de mesurer simultanément les variations de longueur de deux faces opposées

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

du prisme. Il devient, dans ces conditions, beaucoup plus facile de constater les défauts de centrage des efforts et de les rectifier.

2° Presse a levier. — La presse à levier qui provient du service des Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction est représentée par les figures 1, 2, 3, 4 et 5 de la planche V.

Elle comprend essentiellement une poutre en acier, en forme de double T, de 7m,30 de longueur, destinée à former levier. Sur ce levier, on peut faire rouler un curseur du poids de 600 kilogrammes, qui peut être porté à 910 kilogrammes par une surcharge. C'est ce curseur qui produit les efforts. Il est mis en mouvement par un jeu d'engrenage et une chaîne sans fin. Le poids de la poutre en acier et celui du curseur à sa position de départ sont équilibrés par un système de leviers supportant les extrémités de la poutre; le système de leviers qui soutient l'extrémité de gauche de la poutre est dans le même plan que la poutre, tandis que, en raison de certaines sujétions, le système de leviers qui soutient l'extrémité de droite de la poutre a dû être placé dans un plan perpendiculaire (fig. 2).

Afin d'éviter des déplacements latéraux, notamment au moment de la rupture des échantillons, l'extrémité gauche de la poutre est maintenue entre deux glissières verticales.

L'axe de rotation de la poutre est à 1m,16 de son extrémité de droite; il est constitué par un couteau retenu par de solides bracelets attachés à deux tiges d'amarre ou d'ancrage. Celles-ci sont boulonnées en dessous d'un socle de pierre dure pesant 8000 kilogrammes, qu'elles traversent de part en part.

(a) *Essais de compression.* — Près et à gauche de l'axe de rotation de la poutre et des tiges d'ancrage des bracelets qui retiennent cet axe, se trouve (fig. 1 et 3) un vérin dont la vis très puissante se termine par un large plateau rectangulaire; ce plateau est rayé, dans le sens perpendiculaire à la poutre, d'un grain d'orge. Sur ce plateau repose, au moyen d'un couteau s'appuyant dans le grain d'orge et de deux bandes de caoutchouc collées à droite et à gauche du couteau et ayant la même épaisseur que ce couteau, une plaque d'acier destinée à supporter l'échantillon à expérimenter.

Sur cet échantillon, on pose une nouvelle plaque d'acier avec grain d'orge correspondant à un couteau fixé sous la poutre à 0m,20 de son axe d'oscillation.

L'échantillon étant monté à hauteur suffisante au moyen du vérin, on déplace le curseur qui, en s'éloignant de l'axe de rotation de la poutre, exerce une pression croissante sur l'échantillon à expérimenter; cette pression peut atteindre 23000 kilogrammes.

Afin d'éviter qu'il se produise aucun accident, lors de l'écrasement des échantillons, on a disposé sous l'extrémité gauche de la poutre un vérin de sûreté qu'on manœuvre de telle façon que sa tête arrête immédiatement la poutre dans le mouvement de bascule qui tendrait à se produire sous l'action du curseur, au moment de l'écrasement des échantillons.

D'après la distance du curseur à l'axe de rotation de la poutre, au moment de la rupture de l'échantillon, on calcule la charge qu'a pu supporter l'échantillon expérimenté.

On peut également se servir de cet appareil pour faire des essais d'arrachement et de cisaillement au moyen des dispositifs représentés : pour l'arrachement, par la figure 4; et pour le cisaillement, par la figure 5 de la planche V. Il est même aujourd'hui spécialement affecté à ces essais.

(b) *Essais d'arrachement.* — Le dispositif pour l'arrachement est très simple. A droite de l'axe de rotation de la poutre, on dispose deux mâchoires d'arrachement : l'une attachée au socle, la deuxième suspendue sur la poutre au moyen d'un étrier, de telle façon que les deux mâchoires soient sur la même verticale. L'échantillon expérimenté étant placé entre les deux mâchoires de telle façon que l'effort de traction se répartisse sur toute la section transversale de l'échantillon, on fait mouvoir le curseur vers la gauche afin d'exercer sur l'échantillon des efforts de traction successivement croissants.

La position occupée par le curseur au moment de la rupture de l'échantillon permet de calculer l'effort de traction auquel cet échantillon a été soumis.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

(c) *Essais de cisaillement.* — Les essais au cisaillement se font au moyen des mâchoires d'arrachement, en déplaçant la mâchoire supérieure pour la mettre en porte à faux de $0^m,10$ par rapport à la mâchoire inférieure.

L'échantillon expérimenté, de section rectangulaire, est solidement encastré dans la mâchoire inférieure au moyen d'une cage d'acier supplémentaire; un étrier à couteau introduit dans la mâchoire supérieure vient saisir l'échantillon en dessous, à 5 centimètres en avant du plan antérieur de la mâchoire inférieure, de telle sorte que le déplacement du curseur, en soulevant cet étrier, tend à cisailler l'échantillon qui finit par se rompre lorsque l'effort est assez puissant.

3° Sonnette pour essais au choc. — La sonnette pour les essais par le choc provient également du service des Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction où elle a été employée pour se rendre compte de la fragilité relative de certaines pierres pour pavages ou empierrements. (Voir pl. V, fig. 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16.)

Les essais au choc complètent les essais d'usure sur les matériaux de pavage. Ils sont indispensables, les matériaux les plus durs étant généralement les plus fragiles.

On emploie un mouton de $4^{kg},2$ tombant, d'une hauteur constante de 1 mètre, sur des cubes de 4 centimètres d'arête. On note le nombre de coups ayant produit, soit les premières fissures, soit l'émiettement du cube.

L'appareil à déclic imaginé par M. le conducteur principal Dorry consiste en une tenaille dont les mords se croisent; les dimensions des branches sont calculées de telle manière que leur centre de gravité coïncide avec leur axe de rotation, et il en résulte qu'elles sont en équilibre indifférent. Quand on descend le déclic, les deux mords sont ouverts pour laisser passer l'étrier fixé sur la tête du mouton parallèlement à l'axe des tenailles, puis les mords se referment quand leurs parties inférieures viennent s'engager dans l'U fixé sur le chapeau du mouton; si, à ce moment, on relève tout le système, les mords resteront fermés en dessous de l'étrier et entraîneront le mouton dans leur mouvement d'ascension.

Le déclenchement se produit par l'action d'une barre qu'on fixe à hauteur voulue aux jumelles de la sonnette : les manettes supérieures de la tenaille rencontrent cette barre qui, en les écartant, fait ouvrir les mords inférieurs qui lâchent le mouton.

4° Petite sonnette. — Cette sonnette à chute libre, due à M. Klein, chef de l'atelier d'essai, est destinée à l'étude de la fragilité des tuiles, ardoises, carreaux, briques, etc.

Elle est constituée par une colonne le long de laquelle on fixe à hauteur variable une potence munie à son extrémité d'une bague pouvant, par pression d'un bouton, laisser échapper un boulet du poids de 250 à 500 grammes qui tombe en chute libre sur le corps à essayer.

5° Machine d'essai a l'usure par frottement sur une piste circulaire. — Cette machine, établie par M. Digeon, ingénieur-constructeur à Paris, suivant les dessins de M. le conducteur principal Dorry, est destinée à déterminer la dureté relative des matériaux, spécialement des matériaux pour pavages ou dallages, d'après la quantité dont ils s'usent lorsque, sous une charge donnée, ils subissent le frottement d'un sable normal répandu régulièrement sur une piste circulaire horizontale en fonte qui se meut avec une certaine vitesse sous les échantillons à expérimenter, ceux-ci restant stationnaires.

Il paraît inutile d'insister sur les dispositions d'ensemble de l'appareil, car on les comprend très facilement, à la seule inspection des figures 6 et 7 de la planche V; nous nous contenterons de signaler que la piste formée de deux demi-couronnes posées bout à bout peut, s'il en est besoin pour quelque raison, être remplacée en quelques instants.

Les figures 8 et 9 de la même planche montrent la manière dont les échantillons à expérimenter sont placés dans les boîtes porte-échantillons et celles-ci dans les cages ménagées à cet effet sur le bâti de l'appareil.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les échantillons (généralement ce sont des prismes rectangulaires ayant $0^m,04 \times 0^m,06$ de base et $0^m,08$ de hauteur) sont solidement fixés dans les boîtes par des vis à l'arrière et par deux disques sur les côtés; ils sont maintenus à la partie supérieure par une traverse ou pont mobile dont la position est préalablement réglée au moyen de vis, d'après la hauteur de l'échantillon. Suivant les dimensions et la densité de l'échantillon, il faut, pour qu'il appuie sur la piste de la charge fixée (généralement 250 grammes par centimètre carré), ajouter au poids de l'échantillon et de la boîte des poids supplémentaires; ces poids sont des disques qu'on enfile sur une tige qui se fixe sur le pont surmontant l'échantillon en un point correspondant au centre de gravité de cet échantillon[1].

Les cages dans lesquelles on place les boîtes porte-échantillons leur permettent de coulisser verticalement afin que les échantillons reposent toujours sur la piste d'usure. On ramène le centre de figure du frottement au centre de gravité de la boîte porte-échantillons au moyen d'un levier horizontal pourvu d'un crochet qui se fixe à l'avant de chaque boîte; ce levier porte un curseur dont la position est réglée d'après les dimensions de l'échantillon.

Le sable normal employé pour les essais à l'usure est obtenu en pilant du grès quartzeux de Fontainebleau moyennement dur et en passant les produits de concassage au tamis n° 50; ce sable, mis dans des entonnoirs d'un litre de capacité, s'écoule d'une façon régulière par l'extrémité inférieure de ces entonnoirs qu'on démasque au moment des expériences, et il vient se loger dans des stries ménagées sur la surface de la piste.

Les détritus de l'usure projetés hors de la piste par la force centrifuge sont recueillis dans des tiroirs circulaires placés au-dessous de la piste; la piste reste toujours recouverte d'un sable pur, et l'opération s'effectue dans des conditions identiques pendant toute sa durée.

Généralement, on fait tourner l'appareil à raison de 1000 tours par demi-heure et l'on fait subir aux échantillons 4000 tours de meule, ce qui correspond à un parcours de 6560 mètres.

Après chaque série de 1000 tours, constatée par un compteur adapté à l'appareil, on mesure la diminution de hauteur subie par l'échantillon et on détermine la diminution de poids qu'il a subie, de façon à se rendre compte de son homogénéité; souvent on retourne l'échantillon bout pour bout après 2000 tours de meule, afin de pouvoir comparer les résultats obtenus sur la face inférieure et sur la face supérieure.

L'appareil est surmonté d'un réservoir à eau, pour le cas où l'on voudrait faire des expériences spéciales avec du sable humide.

6° MACHINE POUR L'ESSAI DES MATÉRIAUX D'EMPIERREMENT. — Les matériaux destinés à l'empierrement des chaussées sont, depuis plusieurs années, essayés au moyen d'une machine imaginée par M. le conducteur principal Deval, lorsqu'il était attaché au laboratoire municipal de la ville de Paris.

Cette machine (voir pl. III *bis*) se compose de 8 cylindres ou tambours en tôle fermés par des couvercles parfaitement jointifs; ces tambours, répartis en deux séries, tournent autour d'axes horizontaux qui coupent les axes des cylindres en leur centre sous un angle d'environ 30°.

On introduit dans chaque cylindre, que l'on bouche ensuite hermétiquement, 5 kilogrammes des pierres à expérimenter, préalablement bien lavées et séchées, et l'on fait tourner l'appareil pendant 5 heures, à raison de 2000 tours à l'heure, ce qui donne un total de 10 000 tours.

1. Des dispositions, qu'il serait trop long d'indiquer et qui exigeraient des dessins détaillés, permettent de surcharger les boîtes porte-échantillons au moyen de leviers munis de curseurs, qui prennent leur point d'appui sur des montants fixés aux cages. On peut, en retournant ces leviers et en faisant varier la position des curseurs, obtenir ce résultat fort intéressant, lorsque les dimensions et la densité des échantillons sont assez fortes, de diminuer la charge des boîtes porte-échantillons et des échantillons pour que la pression sur la piste ne s'élève pas au-dessus de 250 grammes par centimètre carré. (Voir la brochure publiée par M. Digeon et les *Nouvelles annales de construction*, février 1887.)

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Par suite du mouvement imprimé à l'appareil, les pierres renfermées dans chaque cylindre sont rejetées les unes sur les autres, leurs angles s'émoussent et s'arrondissent, et il se produit des quantités de poussière et de détritus variables suivant les échantillons expérimentés. Au moyen de lavages, on recueille toute la poussière produite; on décante, après repos, l'excès d'eau de lavage, puis on filtre la boue obtenue qu'on dessèche en la portant à l'étuve [1].

La poussière recueillie donne la mesure de l'usure produite, et l'on peut, sous certaines réserves, en déduire la valeur relative des matériaux d'empierrement.

7° Appareil enregistreur pour essais a la flexion. — Cet appareil, représenté sur la planche VI, a été construit par M. Klein, chef de l'atelier d'essai; il a été décrit par M. Durand-Claye dans une note déjà citée, insérée aux *Annales des Ponts et Chaussées* (1888, 2e semestre).

Lorsqu'on veut essayer à la flexion une barre de pierre ou de métal ou de bois, on la pose sur deux couteaux distants de 1 mètre; puis, sur le milieu de la barre, on adapte un petit cadre auquel est suspendu, au moyen d'un crochet, un seau où se déverse un filet d'eau provenant d'un réservoir à niveau constant. La charge à laquelle la barre est soumise augmente donc proportionnellement au temps.

Pour mesurer les flèches, on pose sur le milieu de la barre une petite tige de fer qui soutient une longue aiguille en laiton en un point qui est à une distance de l'axe de rotation égale à 1/50e de la longueur totale de l'aiguille. Les déplacements verticaux de la pointe de l'aiguille sont donc 50 fois plus grands que ceux de la pointe de la petite tige de fer et, par suite, que les variations de la flèche de la barre.

La pointe de l'aiguille entraîne un fil vertical enroulé sur une poulie et portant un contrepoids qui en maintient la tension. A ce fil est adaptée une petite branche horizontale à laquelle est fixée une plume Richard.

La torsion du fil applique la pointe de la plume contre un cylindre vertical mû par un mouvement d'horlogerie, sur lequel on colle une feuille de papier.

Le cylindre tournant d'un mouvement uniforme, on obtient ainsi une courbe dont les abscisses sont proportionnelles aux charges et dont les ordonnées sont proportionnelles aux flèches.

Il suffit de peser l'eau que l'on a introduite pour apprécier la charge appliquée à la barre à un moment donné. La flèche correspondante est donnée par l'épure.

Quand on arrive à la charge de rupture, la barre se casse en son milieu et l'aiguille s'écarte spontanément du papier. A ce moment, le robinet qui amène l'eau est fermé à la main ou plutôt se ferme automatiquement.

La barre est soumise à l'origine à une charge initiale provenant : 1° du poids du seau et du crochet qui le supporte; 2° de la charge que fait porter à la barre le poids de la petite tige de fer, et celui de l'aiguille diminué du contrepoids suspendu à la poulie. On peut compenser cette charge initiale par une sous-pression égale appliquée au milieu de la barre au moyen d'un levier.

Essais à la gélivité. — L'Administration des Travaux publics a toujours attaché une grande importance à l'étude de la gélivité des matériaux de construction, et cette étude était comprise dès l'origine dans le programme des travaux du laboratoire de l'École des ponts et chaussées.

1. L'étuve dont on se sert consiste en un calorifère ordinaire à tuyaux multiples servant de conduits de fumée. Les portes du foyer et du cendrier doivent être hermétiquement fermées; l'air qui sert à la combustion pénètre d'abord dans une chambre à air où il est surchauffé, entre dans l'étuve par la partie supérieure et est ensuite aspiré à la base par un carneau débouchant sous la grille du foyer.
Cette disposition empêche l'air humide de séjourner dans la partie inférieure de l'étuve, et la dessiccation des matières se fait très rapidement.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Malheureusement, jusqu'à ces dernières années, on ne disposait que de procédés assez incertains pour apprécier la résistance des pierres naturelles ou artificielles à l'action de la gelée; le plus généralement, et c'est ce que l'on faisait au laboratoire de l'École des ponts et chaussées, on se contentait de soumettre des fragments de formes et de dimensions indéterminées à l'action d'une dissolution saturée de sulfate de soude (procédé Brard).

Une machine à glace au chlorure de méthyle (voir pl. IV) construite par la maison Douane, Jobin et C^ie^ (avenue Parmentier, n° 23, à Paris), disposée pour satisfaire aux convenances spéciales, permet aujourd'hui de faire des expériences directes.

Pour déterminer la résistance à la gélivité des pierres naturelles ou artificielles, on emploie non plus des fragments de formes et de dimensions indéterminées, mais des cubes de 0^m^,07 de côté, très régulièrement taillés pour pouvoir être soumis aux essais d'écrasement, après qu'ils auront subi les épreuves de gélivité.

Chaque cube ou échantillon ayant été bien séché à l'étuve, puis pesé à l'état de siccité, doit être complètement saturé d'eau avant d'être exposé au froid.

Dans la plupart des laboratoires, quand on veut imbiber d'eau les cubes de pierre, on immerge d'abord les cubes dans l'eau sur une hauteur de 2 centimètres, ou tout au plus sur la moitié de leur hauteur, et on ne les plonge complètement dans l'eau qu'au bout de plusieurs jours; suivant la compacité des échantillons, il faut 5, 6, 7 jours, 2, 3, 4, 5 semaines et plus pour que les échantillons se trouvent saturés d'eau, de telle sorte que leur poids n'augmente plus si l'on prolonge encore l'immersion, mais encore n'est-on pas sûr d'être arrivé à complète saturation.

Pour arriver rapidement à la complète saturation des cubes à expérimenter, on use du système suivant :

Les cubes sont placés dans un vase sous une cloche de verre, et la pression est abaissée à 0^m^,26 de mercure par une machine pneumatique; lorsque ce vide partiel est obtenu, on fait entrer de l'eau dans la cloche de verre en mettant le sommet de cette cloche en communication avec un récipient d'eau; l'eau tombant dans la cloche pénètre immédiatement l'échantillon.

Les échantillons après 24 heures de séjour dans l'eau sont essuyés à la surface, pesés à nouveau, puis soumis pendant 4 à 5 heures à un froid de — 10 à — 15° C, dans des récipients qui seront décrits tout à l'heure; au bout de ce temps, les échantillons restent exposés une demi-heure à l'air dans le laboratoire, enfin on les plonge isolément, jusqu'à dégel complet, dans des vases renfermant de l'eau à la température de + 15 à + 20° C (le volume de l'eau étant à peu près le double du volume de l'échantillon).

Les échantillons sont ensuite soumis de nouveau à l'action du froid de — 10 à — 15° C, etc.; on recommence cette série d'opérations jusqu'à 25 fois pour un même échantillon, s'il est suffisamment résistant.

Après chaque série d'opérations, on examine soigneusement à la loupe les échantillons pour reconnaître s'il se produit quelque fissure ou quelque désagrégation qui pourraient échapper à l'œil nu.

Les premiers essais ont porté sur des échantillons de qualités bien connues, de façon à pouvoir dresser une table qui servira à comparer les échantillons de nouvelles carrières avec les échantillons d'anciennes carrières dont les produits ont, dans l'emploi, manifesté une résistance plus ou moins grande à l'action des intempéries.

8° Machine a glace. — Le principe et la construction de la machine à glace de MM. Douane, Jobin et C^ie^ sont décrits sommairement ci-après :

On sait que le chlorure de méthyle gazeux à la température et à la pression ordinaires peut se liquéfier sous des pressions variables suivant la température. La tension des vapeurs de chlorure de méthyle a été déterminée entre les températures de — 30° C, et de + 35° C, par Regnault qui a établi la table suivante :

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

TEMPÉRATURES	TENSIONS TOTALES DE MERCURE	TEMPÉRATURES	TENSIONS TOTALES DE MERCURE
— 30° C	58cm	+ 5° C	225cm
— 25	72	+ 10	267
— 20	88	+ 15	313
— 15	108	+ 20	367
— 10	131	+ 25	427
— 5	158	+ 30	494
0	189	+ 35	570

Si dans un vase, de forme convenable, présentant une grande surface d'évaporation, on introduit du chlorure de méthyle liquide, il s'évaporera jusqu'à ce que la pression des vapeurs dans le vase fasse équilibre à la tension de vapeur de chlorure de méthyle affluent; à ce moment, le chlorure de méthyle introduit dans le vase conserverait l'état liquide.

Mais si, au fur et à mesure qu'elles se produisent, les vapeurs de chlorure de méthyle sont aspirées en dehors du vase, de façon que la pression des vapeurs dans le vase reste inférieure à la tension de vapeur du chlorure de méthyle affluent, le chlorure de méthyle introduit dans le vase continuera à se vaporiser.

C'est la vaporisation continue du chlorure de méthyle qui est la source de froid employée par MM. Douane, Jobin et Cie.

L'appareil établi par ces constructeurs comporte comme pièces essentielles : 1° un corps tubulaire en cuivre dans lequel arrive le chlorure de méthyle liquide, le « frigorifère »; 2° une pompe aspirant les vapeurs de chlorure de méthyle qui se produisent dans la pièce n° 1 et les refoulant dans la pièce n° 3; 3° un serpentin en cuivre « liquéfacteur » refroidi par un courant d'eau froide, où les vapeurs de chlorure de méthyle refoulées par la pompe se liquéfient à nouveau pour retourner dans la pièce n° 1.

La planche VII donne l'ensemble et les principaux détails de l'appareil.

Le chlorure de méthyle liquide dont l'écoulement est réglé par un robinet distributeur (*R*), arrive par une tubulure (*a*) dans le frigorifère (*A*) où il s'évapore.

Les vapeurs de chlorure sortent du frigorifère par la tubulure (*b*) et arrivent par le tuyau (*d*) à la pompe (*B*).

Le plateau supérieur de cette pompe porte deux clapets, l'un qui sert à aspirer les vapeurs du frigorifère (*A*), le deuxième qui sert à les refouler dans le serpentin (*f*) où elles se liquéfient.

Le serpentin (*f*) aboutit à un cylindre (*g*) réservoir du chlorure de méthyle liquide et d'où ce chlorure s'écoule par le robinet distributeur (*R*).

[Deux robinets (R^1 et R^2) permettent d'isoler la pompe à volonté, soit du frigorifère, soit du liquéfacteur.]

Pour utiliser le froid qui se produit dans le frigorifère (A), on se sert comme intermédiaire d'une dissolution de chlorure de calcium incongelable dans les conditions de fonctionnement de l'appareil.

Un réservoir rectangulaire en tôle entouré d'une caisse en bois avec feutrage en sciure de liège, divisé en deux compartiments par une tôle (*j k*) renferme à la fois le frigorifère (*A*), les boîtes porte-échantillons et la dissolution de chlorure de calcium qui baigne le frigorifère et les boîtes porte-échantillons.

Le frigorifère (*A*) est placé dans le premier compartiment, à la partie inférieure, laissant en dessus de lui un espace qui peut être utilisé pour certaines expériences spéciales; vers l'une des extrémités du frigorifère se trouve un coursier où tourne une hélice qui provoque la circulation de la dissolution de chlorure de calcium dans les tubes du corps tubulaire et fait aussi passer cette dissolution du premier compartiment dans le second par les échancrures (*m*) de la tôle (*j k*).

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Les récipients contenant les échantillons à essayer sont placés dans le second compartiment; ce sont des cylindres en cuivre ayant $0^m,12$ de diamètre intérieur. Disposés en quinconce, de façon que la dissolution de chlorure de calcium circule facilement tout autour d'eux, ils reposent directement sur le fond du réservoir; leur hauteur étant calculée pour qu'ils dépassent de quelques centimètres le niveau du bain de chlorure de calcium, ils sont clos à ce niveau par un tampon en bois garni de laine, percé d'un petit trou sur le côté pour laisser passer un thermomètre.

Les échantillons à expérimenter ne sont pas simplement introduits et posés les uns au-dessus des autres dans les récipients ci-dessus décrits, on les place sur des étagères mobiles constituées par des montants en fil de cuivre qui relient des plaques de même métal, de telle façon que les échantillons ne se touchent pas entre eux et ne touchent pas non plus aux parois des récipients.

La pompe et le liquéfacteur forment un ensemble à l'air libre dont les figures 2 et 3 montrent bien les dispositions.

Le liquéfacteur se compose essentiellement d'un serpentin (f) dont les spires entourent le cylindre (g) où le chlorure de méthyle liquide vient se rassembler en passant par un tuyau qui de la partie basse du serpentin remonte à la partie haute du cylindre (g).

Sur le cylindre (g) repose un siège spécial représenté par la figure 6, ce siège est percé de trois canaux ayant les destinations suivantes :

L'un de ces canaux, se prolongeant par un tuyau qui plonge jusqu'au fond du cylindre (g), communique avec le robinet distributeur (R).

Un second aboutit à la tubulure (t) sur laquelle arrive le tuyau amenant le chlorure liquide du serpentin au cylindre (g).

Le troisième aboutit à un mamelon (t') dans lequel on visse le raccord du tuyau du manomètre qui sert à contrôler la marche de l'appareil.

La pompe est montée sur un coffre en fonte (F) fermé d'un côté par un plateau (G) et portant de l'autre côté un presse-étoupe (L) servant au passage d'un arbre qui vient commander le mouvement du piston de la pompe au moyen d'un cadre spécial muni d'une contre-tige de guidage.

Ce coffre doit être rempli, jusqu'au-dessus du presse-étoupe, de glycérine destinée à former un joint hydraulique qui puisse s'opposer à l'échappement des vapeurs de chlorure de méthyle qui viennent s'accumuler dans le coffre (F) en passant entre le piston et le cylindre de la pompe dont l'étanchéité ne peut être parfaite. La glycérine peut être introduite par l'orifice (T) et retirée par l'orifice (T').

La figure 8 donne les détails des deux clapets, l'un d'aspiration (N) et l'autre de refoulement (O) placés dans le plateau supérieur de la pompe; ces clapets sont guidés par des boulons écrous (P) que l'on peut dévisser facilement pour vérifier le fonctionnement des clapets.

9° Appareil pour l'essai par pression intérieure des tuyaux en grès, mortier, béton, etc. — Cet appareil, représenté sur la planche III^{bis}, permet d'essayer des tuyaux isolés, jusqu'à $0^m,67$ de longueur et $0^m,45$ de diamètre extérieur. Le tuyau à essayer est serré entre deux plaques métalliques réunies par quatre boulons; les joints des extrémités sont fermés par des disques de caoutchouc. On remplit le tuyau d'eau et on élève ensuite la pression avec une pompe à main jusqu'à rupture. Un manomètre donne la pression atteinte.

B. — ESSAI DES CHAUX ET CIMENTS

Les essais des chaux et ciments se font suivant les prescriptions arrêtées par la Commission française des méthodes d'essai. Les appareils que possède le laboratoire sont les suivants :

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

APPAREIL A TAMISER LES CHAUX ET CIMENTS. — En suivant la marche ordinaire des essais, nous signalerons tout d'abord un appareil pour le tamisage des chaux et ciments dont on comprend immédiatement les dispositions en se reportant à la planche VIII qui donne une vue photographique du laboratoire des chaux et ciments,

Sur une plaque de tôle percée en son centre d'une ouverture circulaire, oscillant dans le sens horizontal et aussi dans le sens vertical, est monté un cylindre également en tôle fermé par un couvercle; le tout forme une boîte sans fond où l'on peut loger successivement des tamis circulaires à mailles plus ou moins fines, qu'on recouvre d'un couvercle en bois.

Au-dessous de la boîte se trouve un tiroir destiné à recueillir les produits du tamisage.

Lorsqu'on met l'appareil en mouvement, les tamis enfermés dans la boîte circulaire, ayant un diamètre un peu moindre que celui du cylindre tout en étant légèrement supérieur à celui du trou circulaire percé dans la plaque, sont animés non seulement d'un mouvement de translation horizontal et vertical comme l'appareil lui-même, mais encore d'un mouvement de rotation et subissent des trépidations qui facilitent le tamisage des poudres mises sur les tamis.

DÉTERMINATION DE LA DENSITÉ APPARENTE DES CHAUX ET CIMENTS. — ENTONNOIR A TAMIS. — La densité apparente est déterminée en pesant une mesure de forme cylindrique ayant un litre de capacité et $0^{m},10$ de hauteur, remplie au moyen de l'entonnoir à tamis. Cet appareil est composé d'un entonnoir vertical dont la section circulaire a $0^{m},02$ de diamètre à la base, et $0^{m},15$ de diamètre à une hauteur de $0^{m},15$ au-dessus de cette base, hauteur à laquelle est placée une tôle perforée ayant 1050 trous de $0^{m},002$ par demi-mètre carré. Il se prolonge par un ajutage cylindrique.

Quant à la détermination du poids spécifique des chaux et ciments, elle se fait à l'aide du densimètre Candlot-Le Chatelier.

QUANTITÉ D'EAU NÉCESSAIRE AU GACHAGE DES CHAUX ET CIMENTS. — La quantité d'eau employée est celle qui donne la *pâte normale* d'après la définition de la Commission française. On constate cette quantité au moyen de l'appareil dit *sonde de consistance,* sonde de 1 centimètre de diamètre et d'un poids de 300 grammes.

ESSAIS DE PRISE ET D'INVARIABILITÉ DE VOLUME. — Les essais de prise se font au moyen d'aiguilles Vicat sur des pâtes qu'on met dans des boîtes coniques; on constate le début et la fin de la prise suivant la méthode habituellement en usage dans tous les laboratoires. Des essais comparatifs sont faits sur des pâtes placées immédiatement sous l'eau : ils donnent des différences très sensibles dans les résultats.

L'invariabilité de volume des pâtes est constatée à froid sur plaques de verre en galettes minces conservées soit à l'air humide, soit dans l'eau, et par les variations de longueur de baguettes de chaux et ciment soumises à diverses influences. Nous y reviendrons plus loin.

MOULES LE CHATELIER. — Pour les essais à chaud, on emploie des éprouvettes cylindriques de 3 centimètres de diamètre et de hauteur, confectionnées dans des moules en métal de $0^{mm},5$ d'épaisseur. Ces moules, fendus suivant une génératrice, portent, soudées de chaque côté de la fente, deux aiguilles de 15 centimètres de longueur. L'augmentation de l'écartement des extrémités de ces aiguilles donne une mesure de gonflement.

CONFECTION ET CONSERVATION DES BRIQUETTES D'ESSAI. — C'est sur la table de marbre et avec une truelle qu'on confectionne les pâtes et mortiers de chaux ou de ciment et de sable normal, destinés aux essais de résistance. Le sable normal simple ou moyen est formé des grains du sable naturel provenant de la plage de Leucate (Aude), passant par un tamis en tôle à trous de $1^{mm},5$ de diamètre et retenus par le tamis à trous de 1 millimètre. Le sable normal composé est formé par le mélange par poids égaux des sables de même provenance séparés par les tamis à trous de $0^{mm},5$, 1 millimètre, $1^{mm},5$, 2 millimètres.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le laboratoire possède en outre une collection de tamis de $0^{mm},5$ à 20 millimètres pour la détermination de la composition granulométrique des sables et graviers.

Autrefois on se servait, pour les essais de résistance à la traction, de briquettes ayant 16 centimètres carrés de section transversale; on ne confectionne plus ces briquettes que dans certains cas particuliers, quand il s'agit d'apprécier la valeur de mortiers composés avec un sable assez gros. Le plus généralement, les essais sont faits avec de petites briquettes de 5 centimètres carrés de section transversale, du modèle qui a prévalu en ces dernières années; on confectionne ces briquettes à la main.

Le laboratoire possède des moules en métal pour cubes de 50 centimètres carrés de section et pour briquettes à la traction de 100 centimètres carrés de section.

En outre, il dispose de moules en bois pour essais de bétons en cubes de 100 et 200 centimètres carrés de section, pour prismes de 200 centimètres carrés de section et 30 centimètres de hauteur, 50 centimètres carrés de section et $1^{m},07$ de longueur, et pour briquettes de 200 centimètres carrés de section de 1 mètre de longueur utile.

Bacs pour la conservation des briquettes dans l'eau. — Les briquettes sont généralement conservées dans leurs moules, à l'air humide et à l'abri des rayons du soleil, pendant 24 heures pour les pâtes et mortiers de ciments, pendant 48 heures pour la plupart des pâtes et mortiers des chaux de bonne qualité, puis elles sont démoulées et descendues dans les anciennes carrières existant au-dessous des bâtiments du laboratoire et dont une partie a été aménagée en ces dernières années pour servir de dépôt de briquettes (voir pl. II et X). Dans ces anciennes carrières, la température varie peu, de 9° à 15°; et, au moyen de certaines précautions, on obtient ce résultat que l'eau qui sert à remplir les bacs arrive à une température qui diffère assez peu, tantôt en plus et tantôt en moins, suivant les saisons, de la température des carrières. On remarquera les dispositions prises pour faire la vidange des bacs et pour éviter que le niveau de l'eau dans les bacs ne s'élève pas accidentellement au delà de ce qu'il convient.

Appareil pour essais a la traction de briquettes de 16 centimètres carrés de section. — Cet appareil est représenté sur la planche III. A l'origine, l'effort de traction exercé sur les briquettes à expérimenter était produit par le déplacement d'un curseur sur le levier au 1/10e qui constitue la partie essentielle de l'appareil, et par la charge de poids qu'on mettait successivement sur un plateau suspendu à l'extrémité droite de ce levier; un vérin de sûreté permettait d'arrêter la chute du levier, lorsque l'arrachement des briquettes se produisait, et aussi de soutenir le levier lorsque, le curseur étant parvenu à l'extrémité de sa course, il y avait lieu d'interrompre l'expérience pour mettre un nouveau poids dans le plateau et faire revenir le curseur à sa position de repos avant de reprendre les essais.

Depuis 1876, M. Klein, chef de l'atelier d'essai, avait modifié les dispositions primitives en suspendant à l'extrémité droite du levier de l'appareil, avec l'intermédiaire d'un dynamomètre, un seau en tôle communiquant par un tube en caoutchouc avec un deuxième seau contenant du mercure; ce deuxième seau pouvant être soulevé à volonté à l'aide d'un petit treuil. Si, une briquette étant mise entre les mâchoires, on élève le seau contenant du mercure à une hauteur supérieure à celle du seau suspendu à l'extrémité du levier de l'appareil, le mercure du deuxième seau passe progressivement dans le premier seau, le levier se trouve progressivement chargé et la traction sur la briquette augmente progressivement jusqu'à rupture, sans interruption dans les efforts de traction. L'opérateur qui suit la marche de l'aiguille du dynamomètre note l'indication donnée par cette aiguille au moment de la rupture de la briquette et en conclut la charge exercée sur la briquette; le cadran du dynamomètre peut être gradué pour donner immédiatement la charge par centimètre carré de section pour des briquettes de même section.

En dernier lieu, on a employé avec succès une disposition plus simple encore, consistant à tirer le dynamomètre, suspendu à l'extrémité du levier de l'appareil, par un petit treuil retenu contre le bâti de l'appareil.

L'une et l'autre des dispositions que nous venons d'indiquer seraient utilement appliquées à certaines presses à levier en usage à l'étranger.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Cet appareil a été et peut être utilisé pour essayer les fils de fer à la traction, pour faire des essais de flexion, pour écraser de petits cubes; il suffit de remplacer les mâchoires de traction par des dispositifs appropriés. Il sert également à déterminer la poussée produite par des bois sous l'action de l'imbibition d'eau, une dimension du prisme de bois étant maintenue constante. La planche III le représente disposé pour ce genre d'essai.

APPAREIL POUR ESSAIS A LA TRACTION DE BRIQUETTES DE 5 CENTIMÈTRES CARRÉS DE SECTION. — La planche IV montre, à gauche de la porte, l'appareil bien connu qui sert pour les essais de petites briquettes de 5 centimètres carrés de section; Il n'y a qu'un détail à signaler, mais il a son importance, dans la construction du réservoir à grenaille de plomb. Ce réservoir est muni d'un système de fermeture automatique perfectionné : la crémaillère de la trappe qui arrête l'écoulement de la grenaille est actionnée par un ressort antagoniste puissant qui assure une occlusion instantanée.

L'ouverture de la trappe, et par suite la vitesse d'écoulement de la grenaille de plomb, peuvent se régler au moyen du dispositif suivant : le manchon qui renferme le ressort antagoniste est susceptible de s'abaisser ou de s'élever et peut se fixer à une altitude plus ou moins élevée; un épaulement de la crémaillère venant buter contre ce manchon limite l'ouverture de la trappe.

Essais à la compression. — Les morceaux de briquettes rompues à la traction sont portés sous l'une des presses hydrauliques pour déterminer la résistance à la compression; les résultats obtenus sur ces morceaux de briquettes sont en général un peu plus élevés que ceux qu'on obtiendrait avec des cubes préparés spécialement pour les essais de compression.

APPAREILS MULTIPLICATEURS POUR MESURER LES VARIATIONS DE LONGUEUR DES BAGUETTES DE CHAUX ET DE CIMENT. — La planche IX, qui donne une deuxième vue photographique du laboratoire des chaux et ciments, montre en expérience, pour mesurer les variations de longueur de baguettes de chaux et de ciment soumises à l'action d'eau douce et de diverses solutions salines, un grand nombre d'appareils multiplicateurs du type plusieurs fois décrit, spécialement dans une note aux *Annales des Ponts et Chaussées* (1888, 1er semestre). On n'insistera pas sur les dispositions adoptées qui sont déjà bien connues.

APPAREIL MICROMÉTRIQUE POUR L'ÉTUDE DE LA DILATATION LINÉAIRE DE BAGUETTES DE CHAUX ET DE CIMENT. — La planche VI donne deux vues photographiques (d'ensemble et de détail) d'un appareil micrométrique établi d'après nos instructions par M. Klein, chef de l'atelier d'essai, afin de déterminer le coefficient de dilatation des baguettes de chaux, ciment ou de toute autre substance.

Cet appareil se compose d'une auge en cuivre supportée par deux montants au-dessus d'une planchette; une rampe à gaz installée au-dessous de l'auge permet de porter et de maintenir à la température de 100° l'eau contenue dans cette auge.

Tout ce système peut se placer sur une base solide entre deux potences complètement isolées de l'auge, et qui portent chacune un levier à bras égaux coudés à angle droit.

La baguette à expérimenter (0^{m},80 ou 1^{m},00 de longueur) est placée dans l'auge et supportée par trois petits rouleaux en verre; son extrémité de gauche bute contre un des leviers articulés ci-dessus indiqués qu'on arrête dans une position invariable, tandis que son extrémité de droite vient agir sur le bras vertical du deuxième levier dont les mouvements restent libres autour de son articulation.

En suivant, au moyen d'une vis micrométrique, les oscillations que subit le levier mobile sur lequel la baguette en expérience exerce son action, on peut mesurer ces oscillations et, par suite, la dilatation de la baguette en expérience.

Cet appareil peut servir également pour l'étude de la dilatation des fils et barres métalliques.

ESSAIS DE FILTRATION. — Il nous suffira de signaler les essais de filtration; aussi bien ces essais se font-ils sans appareils et suffit-il d'avoir des moules pour faire les cubes et les cylindres creux que nous expérimentons.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Outre les appareils et dispositifs d'un usage habituel, le laboratoire possède encore les appareils suivants :

Appareil manométrique pour les essais a l'arrachement. — Cet appareil (voir pl. IV sur le côté à gauche de la porte) est disposé pour l'essai à la traction de petites briquettes de 5 centimètres carrés de section; il a été imaginé par M. Buignet, conducteur des ponts et chaussées au Havre. Une description très complète de cet appareil a été publiée dans le *Génie civil* (tome XV, n° 21, 21 septembre 1889).

Collection d'appareils suisses. — La planche XI représente une collection des appareils normaux pour essais de chaux et ciment imaginés ou perfectionnés par M. le professeur de Tetmajer, directeur de l'Institut fédéral suisse pour l'essai de la résistance des matériaux de construction; cette collection avait été envoyée à l'Exposition universelle de 1889 par M. Ustéri Reinacher, constructeur de ces appareils; elle comprend :

1° Un appareil pour apprécier, au moyen de tamisages, la finesse de mouture des chaux et ciments et pour déterminer le poids des chaux et ciments au litre rempli : *a*) par tamisage; *b*) avec tassement, suivant les prescriptions des normes suisses établies par M. le professeur de Tetmajer;

2° Une aiguille pour la détermination de la consistance normale des pâtes de chaux ou ciments et pour la détermination du commencement et de la fin de la prise de ces pâtes;

3° Une étuve pour essais d'invariabilité de volume;

4° Un appareil pour confectionner mécaniquement des petites briquettes de 5 centimètres carrés de section pour essais à l'arrachement (à droite de la panoplie);

5° Un appareil pour confectionner mécaniquement des cubes de $0^m,07$ de côté pour essais à la compression (à gauche de la panoplie);

6° Un appareil du type habituel pour essais à l'arrachement des petites briquettes de 5 centimètres carrés de section, muni du dispositif pour faire les essais d'adhérence de mortiers;

7° Un appareil pour juger de la perméabilité des mortiers soumis à des charges d'eau.

C. — ESSAI DES MÉTAUX

Atelier de mécanique. — Renvoyant nos lecteurs à ce que nous avons rappelé précédemment au sujet de l'atelier de mécanique établi par M. Hervé-Mangon, nous signalerons qu'il a fallu faire enlever la grande forge et les fourneaux à vent qui y étaient accolés pour y substituer une forge de plus petit modèle (voir pl. XII et XII *bis*). Le laboratoire possède une machine à fraiser universelle et un tour au pied qui permettent de préparer ou tout au moins de régulariser dans l'atelier les éprouvettes à essayer.

Machine d'essai des métaux. — La machine dont on se sert pour les essais des métaux paraît assez intéressante pour lui consacrer deux planches XIII et XIV (dont une vue photographique) et entrer dans quelques développements sur sa construction et sur son emploi.

Dispositions d'ensemble. — Cette machine, construite par la maison Falcot frères, de Lyon, peut développer un effort de 60000 kilogrammes; elle est disposée de telle façon qu'elle puisse servir pour les essais à la traction, à la compression, à la flexion, non seulement des éprouvettes habituelles, mais encore de pièces de construction importantes.

On voit, d'après les figures 1, 2, 3, 4, de la planche XIV, que cette machine comprend deux parties distinctes : appareil de traction et appareil indicateur, réunies par un banc formé par deux flasques en forme de I.

Appareil de traction. — L'appareil de traction est composé d'une tige filetée portant, à l'une de ses extrémités, une griffe dite de traction (*a*) pour recevoir directement le barreau

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'épreuve ou les dispositifs spéciaux qui doivent le saisir; cette tige, guidée par un coulisseau qui s'appuie sur le banc, prend un mouvement de translation rectiligne soit en avant, soit en arrière, sous l'action d'un écrou monté sur une roue dentée.

La machine est mise en mouvement soit à bras d'hommes agissant sur des roues munies de manettes et d'une manivelle, soit par une transmission de force motrice quelconque au moyen d'une poulie.

Deux systèmes d'engrenage différents permettent de mettre la machine en marche, soit en grande, soit en petite vitesse, ces mouvements d'engrenage étant d'ailleurs commandés l'un et l'autre par un grand tourteau en fonte sur lequel roule un galet de friction. On peut encore faire varier chacune de ces deux vitesses dans de certaines limites; en effet, suivant que le galet de friction est plus ou moins rapproché du centre du tourteau, la vitesse de rotation du tourteau augmente ou diminue; d'ailleurs, le sens du mouvement change suivant que le galet est à droite ou à gauche du centre du tourteau, de telle façon que l'on passe facilement de la marche en avant à la marche en arrière sans interrompre l'expérience, en déplaçant simplement le galet de friction, conformément aux indications d'un tableau des vitesses placé en bout de la machine (voir fig. 3).

Appareil indicateur. — L'appareil indicateur est composé d'une griffe dite d'attache (*b*) opposée à la griffe de traction (*a*) de l'appareil de traction; la griffe d'attache est maintenue horizontale et fixe, même au moment où se produit la rupture des pièces, grâce à un lourd plateau dénommé plateau de contrôle parce qu'il permet de contrôler l'exactitude de l'appareil indicateur; ce plateau de contrôle sert aussi de contrepoids d'équilibre pour asseoir solidement et constamment sur leurs coussinets tous les couteaux des leviers de transmission et équilibrer tout le système.

L'effort du plateau est transmis sur la griffe d'attache au moyen d'un petit levier d'équerre à bras égaux; pour s'assurer de la justesse de ce levier, il suffit de le retourner, l'équilibre doit persister.

La griffe d'attache ainsi maintenue par le plateau de contrôle opère sa traction sur un système de leviers se terminant par un fléau horizontal sur lequel se meut le curseur (*d*) destiné à équilibrer l'effort.

Le déplacement du curseur s'obtient au moyen d'une vis sans fin actionnée par un engrenage; grâce à l'emploi d'un joint à la cardan à couteaux, tout l'équipage est indépendant de l'axe fixe du volant de manœuvre et peut osciller librement.

Un opérateur doit tourner le volant en suivant les efforts croissants de la traction exercée sur la griffe d'attache, de telle façon que le fléau supérieur n'oscille que très peu autour de sa position d'équilibre; le même opérateur peut faire la lecture sur le fléau supérieur gradué de 1000 en 1000 kilogrammes et sur le volant de manœuvre gradué de 5 en 5 kilogrammes.

Nous allons maintenant donner quelques détails sur les dispositions à prendre suivant qu'on veut faire des essais à la traction, à la compression, à la flexion, et suivant qu'on a à expérimenter des éprouvettes de telle ou telle forme, de telles ou telles dimensions.

Essais a la traction. — Les griffes de traction et d'attache (*a* et *b*) dont nous avons déjà parlé sont représentées en détail par les figures 7 et 8 de la planche XIV; elles sont en acier forgé et poli.

Ces griffes, adhérentes à la machine, forment une cage ouverte en dessus et en dessous; elles sont composées de deux flasques terminées par deux talons; les flasques des griffes sont percées de trous circulaires où l'on peut, en tant que de besoin, engager des clavettes rondes munies de poignée.

1° *Barres plates et barreaux ronds ordinaires.* — Si l'on a à essayer des barres carrées ou rectangulaires de petite section, on introduit dans les griffes des cages auxiliaires représentées par les figures 9 et 10. Ces cages sont évidées en forme de coin pour recevoir des

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

doubles mords en acier coniques entre lesquels se placent les éprouvettes à expérimenter; les faces des mords qui sont en contact avec les éprouvettes sont taillées et trempées. En réglant soigneusement la position des cages, des mords et des éprouvettes, on peut placer celles-ci de façon à éviter les effets secondaires de flexion et de torsion qui se produisent quelquefois, lorsqu'on n'a pas pris toutes les précautions nécessaires; au fur et à mesure qu'augmente l'effort de traction exercé sur les éprouvettes, elles se trouvent plus fortement coincées dans les mords et ne peuvent échapper; il est d'ailleurs fort rare que les éprouvettes se cassent dans les modrs, à moins qu'on n'ait diminué leur épaisseur aux extrémités pour obtenir des faces parallèles, condition encore indispensable pour éviter des effets anormaux.

Pour les essais de barreaux ronds sans têtes, on emploie les cages auxiliaires ci-dessus décrites, mais avec une série de mords spéciaux à gorges, disposés pour saisir les barreaux suivant quatre génératrices.

Pour les essais de barreaux ronds avec têtes, on emploie des cages spéciales pouvant s'orienter librement sous l'effort de traction. Celui-ci est appliqué sur des barreaux par l'intermédiaire de têtes emprisonnées dans des coquilles en acier, en deux pièces. Le laboratoire possède différents jeux de ces coquilles permettant de travailler sur des barreaux de 150, 200 et 300 millimètres carrés de section.

2° *Larges plats.* — Les cages coniques placées dans les griffes pour les essais des barres plates ordinaires ne seraient plus suffisantes pour les larges plats; on se sert alors de deux autres grandes lanternes à cages coniques reliées aux griffes par de petits tirants (voir fig. 11 et 12).

Les larges plats à expérimenter sont pris dans les cages coniques des lanternes auxiliaires au moyen de mordaches, d'après le système précédemment décrit.

3° *Chaînes.* — Les figures 13 et 14 de la même planche représentent les dispositions adoptées pour les essais des chaînes. Dans les maillons extrêmes de la partie de chaîne à essayer, on place des chapes calibrées qu'on engage dans des cages auxiliaires où on les fixe au moyen d'une plaque et d'écrous offrant une résistance supérieure à celle que peut donner la chaîne à expérimenter. Les cages auxiliaires sont alors introduites dans les griffes de traction et d'attache.

4° *Câbles métalliques.* — Pour les essais des câbles métalliques, on opère de la façon suivante. Les extrémités des câbles sont introduites dans des dés à alésages coniques (fig. 15 et 16), on défait les torons et les fils des bouts et on les écarte, on replie les extrémités pour les loger à force dans le trou des dés, puis on coule du zinc fondu ou un alliage approprié, de façon à remplir aussi complètement que possible les vides des dés. On pose les dés dans les griffes de traction et d'attache, et, si l'on a bien fait le scellement de leurs extrémités, les câbles rompent dans l'intervalle des dés.

5° *Cordes, câbles ronds et câbles plats en chanvre.* — Les figures 17 et 18, 19 et 20, 21 et 22, indiquent les dispositifs employés pour les essais des cordes et câbles ronds ou plats de chanvre.

Pour les cordes et câbles ronds, on emploie des cosses qu'on relie aux clavettes (*e*) (fig. 7 et 8) des griffes au moyen des anneaux (*f*) (fig. 17, 18, 19 et 20). Les extrémités des cordes ou câbles étant passées dans les gorges des cosses puis dans les anneaux d'appui (*g*) (fig. 17, 18, 19 et 20), on les arrête soit simplement, pour les cordes, en passant le bout libre sous le brin tiré (fig. 17 et 18), soit, pour les câbles, en divisant les torons qui dépassent l'anneau (*g*) et en les nouant de façon à former une surépaisseur. Par suite de l'enroulement des cordes ou câbles sur la gorge de la cosse, l'effort à l'attache est assez diminué pour que la rupture se produise plutôt entre les deux cosses qu'aux extrémités.

Les câbles plats, au lieu de s'enrouler sur des cosses à gorge, se fixent sur des tambours cannelés représentés par les figures 21 et 22. Ces tambours sont reliés aux griffes de la machine au moyen de brides (*h*) qui s'attachent sur les clavettes rondes (*e*). Les extrémités

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

des câbles plats sont serrées fortement contre le tambour au moyen d'un excentrique (*i*) retenu contre le tambour par des boulons de rappel. Une cale conique armée de pointes est prise entre l'excentrique et le câble, qui se trouve ainsi d'autant plus serré que la traction est plus énergique.

Essais a la compression (premier système). — Sur demande et d'après indications, MM. Falcot frères ont ajouté à leur machine un dispositif (voir fig. 5) qui permet d'essayer à la compression des pièces de longueur quelconque jusqu'à un maximum de 3 mètres, pouvant avoir $0^m,30$ de largeur et une hauteur de $0^m,20$.

Pour cela, on fixe par une extrémité, sur chacune des griffes de traction et d'attache, deux tirants qui, à l'extrémité opposée, viennent se loger dans des plateaux disposés de façon qu'ils tendent à se rapprocher l'un de l'autre lorsqu'on fait marcher la machine; il suffit pour cela que l'un des plateaux laisse passer librement les tirants qui commandent le deuxième plateau.

Avec cinq jeux de tirants ayant des longueurs de $1^m,65$, $2^m,65$, $2^m,85$, $3^m,65$ et $3^m,85$ et des séries de bagues de $0^m,05$, $0^m,10$ et $0^m,25$ qu'on peut poser à l'extrémité des tirants pour diminuer leur longueur utile et par suite l'espace libre entre les plateaux, on satisfait facilement à toutes les nécessités des expériences.

Le laboratoire possède également un dispositif qui a servi aux expériences de compression de M. Dupuy décrites dans les *Annales des Ponts et Chaussées*. Il permet de comprimer des pièces de $0^m,40$ de longueur et de 300 à 600 millimètres carrés de section sans leur permettre de flamber.

Essais a la flexion. — Comme le montre la figure 6, la machine d'essai de MM. Falcot frères peut se transformer pour essais à la flexion de la manière suivante :

Sur la griffe d'attache (*b*) on monte un axe en acier qui, outre l'œil destiné au passage de la clavette de la griffe d'attache, porte deux broches verticales.

Une traverse (*k*), également en acier, posée sur le banc de l'appareil, est reliée à l'axe ci-dessus indiqué par deux bielles (*m*), l'une en dessus, l'autre en dessous, qui se fixent aux broches de cet axe.

Une chape (*n*), saisie au moyen d'un œil par la clavette ronde de la griffe de traction (*a*), passe dans une ouverture ménagée dans la traverse (*k*); des galets (*r r*) soutiennent la tête de cette chape.

La pièce à essayer à la flexion passe à son tour au travers de la chape (*n*) et vient reposer sur deux points d'appui (*o o*), dont on règle l'écartement à volonté au moyen des trous ménagés à cet effet dans la traverse (*k*) (voir fig. 6 *bis*); l'écartement des appuis (*o o*) peut atteindre $1^m,80$.

Si l'on tire la vis vers la gauche, la tête de la chape appuie sur la pièce (*p*) et tend à la faire fléchir entre ses deux appuis (*o o*).

Essais a la compression (second système). — Le dispositif ci-dessus peut servir à essayer à la compression des éprouvettes de petite dimension en ajoutant seulement une plaque d'appui (*s*) (voir fig. 6 *bis*) qui repose sur la traverse (*k*) et un plateau de compression (*t*) qui se boulonne sur la chape (*n*).

La pièce à essayer est placée, mais non sans difficultés, entre la plaque d'appui et le plateau de compression.

Appareils micrométriques pour mesurer l'allongement des barres soumises a la traction. — Un premier appareil est représenté par les figures 23, 24 et 25 de la planche XIV et comprend deux cadres indépendants qui se fixent sur la barre à expérimenter à l'aide de vis avec ressorts antagonistes.

L'un des cadres porte latéralement deux vis ordinaires à bouts plats; le deuxième cadre est pourvu de deux vis micrométriques avec tambour donnant le 1/1000e de millimètre. On

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

met les vis ordinaires et micrométriques en regard et on les amène au contact indiqué par une sonnerie électrique; on arrête alors les vis ordinaires de façon qu'elles ne puissent se déplacer pendant l'expérience et on fait la lecture des tambours micrométriques.

Si l'on exerce alors une traction sur l'éprouvette et que celle-ci s'allonge, les pointes des vis micrométriques cessent d'être en contact avec les vis ordinaires, le courant électrique ne passe plus et la sonnerie électrique ne se fait plus entendre. Pour rétablir le contact, il faut avancer les vis micrométriques ; leur déplacement, mesuré à 1/1000e de millimètre, donne l'allongement de la barre expérimentée.

Le second appareil dont dispose le laboratoire est l'élasticimètre Klein, que l'on peut voir monté sur une éprouvette en essai (voir pl. XIII). Il se compose essentiellement de deux leviers fixés chacun sur l'une des faces de l'éprouvette, amplifiant les allongements dans le rapport de 1 à 100. Un fil actionné par un palonnier relié à ces deux leviers inscrit sur un cylindre en ordonnées l'allongement, tandis que les efforts sont portés en abscisses au moyen d'une vis sans fin solidaire des déplacements du curseur de la romaine. D'une manière générale, cet appareil sert à déterminer le coefficient d'élasticité et la limite d'élasticité.

Un autre appareil, dont la multiplication est moindre, permet d'enregistrer la courbe totale de déformation des éprouvettes de traction.

Le laboratoire dispose, en outre, d'appareils Manet-Rabut tarés avec soin en vue d'expériences sur des pièces métalliques.

ÉTUDES PRINCIPALES FAITES AVEC CETTE MACHINE. — M. l'ingénieur en chef de Préaudeau, qui l'a utilisée pour étudier les déformations de pièces de construction soumises à des efforts de traction ou de compression, a imaginé avec le concours d'un de ses agents, M. le conducteur Solomiac, des dispositifs fort ingénieux. Les expériences de M. l'ingénieur en chef de Préaudeau ont été publiées aux *Annales des Ponts et Chaussées*, où l'on peut trouver le détail des appareils auxquels il a eu recours afin de mesurer les déformations produites ou les efforts nécessaires pour les empêcher. Ces appareils sont déposés au laboratoire, où ils pourront rendre de grands services pour toutes études analogues à celles que M. l'ingénieur en chef de Préaudeau a entreprises.

De 1892 à 1896, M. l'inspecteur général Dupuy a fait également de nombreux essais sur la résistance des rivets et les efforts secondaires. Ces expériences sont décrites dans les *Annales des Ponts et Chaussées* (1895, I, p. 1 et suivantes). Les appareils qu'il a utilisés sont au laboratoire et pourraient servir à de nouvelles recherches.

En 1896 et 1897, à la demande de M. Mesnager, on a fait trois séries d'expériences de compression avec la machine Falcot sur un panneau à joints flexibles de son système. Ce panneau, de 2m,90 de côté, pesait 800 kilogrammes environ. En vue de ces expériences, le laboratoire s'était muni d'engins capables de soulever cette pièce et de la présenter dans la machine d'essai. Ces engins permettraient de faire de nouvelles expériences sur de grosses pièces.

Appareils de vérification. — Le laboratoire possède un dynamomètre Lebasteur gradué jusqu'à 20 tonnes, ainsi que son système d'attache dans les machines. Il est donc en mesure de faire la vérification des machines d'essai de traction.

Il s'est, en outre, conformément à un vœu du Congrès des méthodes d'essai, muni d'un approvisionnement de crushers en cuivre pour le tarage et la vérification rapides des machines d'essai.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

TRAVAUX DES LABORATOIRES

Nous avons rappelé précédemment l'avis inséré au *Moniteur* du 3 juillet 1854 pour faire connaître que les ingénieurs des ponts et chaussées et toutes personnes intéressées pouvaient s'adresser au laboratoire de l'École des ponts et chaussées et obtenir des analyses et essais de matériaux de construction, et aussi d'eaux et résidus d'eaux, engrais et amendements, etc.

Une circulaire de M. le Ministre des Travaux publics portant la date du 14 avril 1883, constatant que le laboratoire de l'École des ponts et chaussées recevait un nombre considérable d'échantillons de toute nature, a prescrit les dispositions suivantes :

« J'ai reconnu que des abus pourraient se produire si le service des essais était mis sans restriction à la disposition du public. J'ai décidé qu'à l'avenir les demandes qui se rapportent à des intérêts agricoles, telles que les analyses d'engrais, seront renvoyées au Ministère de l'Agriculture et que toutes celles qui paraîtront avoir un but exclusivement commercial seront repoussées. Le laboratoire ne sera autorisé à instruire que les demandes présentées par les ingénieurs ou celles qui, produites par un particulier, auront été appuyées par un ingénieur, comme se rattachant à l'intérêt général des travaux publics ou à l'alimentation des villes en eau potable. »

Nous indiquons ci-après, d'après les rapports annuels sur la situation de l'École des ponts et chaussées et sur les divers services qui s'y rattachent, le nombre de demandes d'analyse et d'essais et le nombre d'échantillons correspondants présentés au laboratoire de l'École des ponts et chaussées en chacune des dix années de 1881 à 1890 inclus, puis de 1890 à 1900 ; les échantillons sont répartis en six catégories :

1° Calcaires, chaux, ciments, plâtres, mortiers;
2° Argiles, sables, briques;
3° Pierres à bâtir ou pour empierrement;
4° Terres, engrais, amendements;
5° Eaux et résidus d'eaux;
6° Échantillons divers.

INDICATION DES ANNÉES	NOMBRE des DEMANDES	NOMBRE D'ÉCHANTILLONS	RÉPARTITION DES ÉCHANTILLONS ENTRE LES SIX CATÉGORIES CI-DESSUS INDIQUÉES					
			1re catégorie	2e catégorie	3e catégorie	4e catégorie	5e catégorie	6e catégorie
1881.	334	1,351	576	51	311	147	198	68
1882.	440	1,843	741	97	559	156	218	72
1883.	270	1,177	435	157	319	44	166	56
1884.	300	1,164	508	118	229	55	210	44
1885.	300	1,268	597	55	323	45	208	40
1886.	325	1,283	671	36	227	69	184	96
1887.	328	1,096	598	81	134	16	144	123
1888.	312	1,541	976	55	228	30	93	132
1889.	238	1,149	788	51	150	17	75	68
1890.	239	879	514	44	53	22	93	153
Total pour 10 années.	3,086	12,751	6,404	745	2,533	601	1,589	852
Moyenne par année . .	309	1,275	641	75	254	60	159	86

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Presque tous les échantillons présentés ont été l'objet d'analyses chimiques pour déterminer qualitativement et quantitativement leurs éléments principaux; on peut compter qu'en moyenne chaque échantillon comporte la détermination de cinq éléments.

Un grand nombre d'échantillons ont donné lieu à des essais physiques et mécaniques au moyen des appareils installés au dépôt de l'École. Nos statistiques ne porteront ici que sur les cinq années 1886, 1887, 1888, 1889, 1890.

Nous trouvons pour les pierres naturelles ou artificielles destinées aux constructions, pour les matériaux d'empierrement, pour les tuyaux, pour les essais divers, les chiffres suivants :

INDICATION DES ANNÉES	NOMBRE de DEMANDES	ESSAIS DE PIERRES NATURELLES OU ARTIFICIELLES			MATÉRIAUX D'EMPIERREMENT	TUYAUX	DIVERS
		à la compression	au poinçonnement	à la flexion			
1886.	42	254	59	86	67	»	»
1887.	39	129	1	16	38	84	4
1888.	31	310	»	19	7	»	»
1889.	22	52	55	»	23	»	16
1890.	14	87	3	6	5	»	11
Total pour 5 années. . . .	148	832	118	127	140	84	31
Moyenne par année. . . .	30	166	24	25	28	17	6

Pour les chaux, ciments et mortiers, nous avons les chiffres ci-après :

INDICATION DES ANNÉES	NOMBRE de demandes	NOMBRE d'échantillons	ESSAIS de tamisage	DÉTERMINATION de densité	DÉTERMINATION de la proportion d'eau de gâchage et rendement	GALETTES	ESSAIS DE PRISE	BRIQUETTES pour essais à la traction et à la compression	CUBES pour essais à la compression	ESSAIS SPÉCIAUX de variabilité de volume	ESSAIS de filtration	ESSAIS DIVERS
1886	63	87	52	88	98	191	104	2,606	517	21	52	990
1887	76	100	83	91	91	172	110	3,728	644	3	26	1,060
1888	77	105	107	130	107	206	122	8,280	612	28	46	30
1889	56	80	78	127	82	164	89	16,964	192	62	212	11
1890	53	85	79	127	83	166	83	11,597	»	26	220	17
Total pour 5 années.	325	457	399	563	461	899	508	43,175	1,965	140	556	2,108
Moyenne par année.	65	92	80	113	92	180	102	8,635	393	28	112	422

Le service des Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction qui, jusqu'en fin 1886, était indépendant du laboratoire de l'École des ponts et chaussées et n'y a été rattaché qu'au commencement de 1887, a, jusqu'à présent, conservé un enregistrement particulier. Nous indiquons ci-après le nombre des demandes et des échantillons reçus pendant les dix années de 1881 à 1890 inclusivement et le nombre des essais auxquels il a été procédé sur ces échantillons.

TABLEAU.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

INDICATION DES ANNÉES	NOMBRE DE DEMANDES	NOMBRE D'ÉCHANTILLONS	NATURE DES ESSAIS SUR PIERRES NATURELLES OU ARTIFICIELLES					OBSERVATIONS
			Détermination de densité	Essais à l'écrasement	Essais à la traction	Essais au cisaillement	Essais à l'usure par frottement sur piste circulaire	
1881	8	51	223	215	»	»	8	Le service des Recherches statistiques et expériences sur les matériaux de construction avait en outre, pendant les quatre années 1881, 1882, 1883 et 1884, expérimenté un certain nombre d'échantillons de chaux et ciment.
1882	23	70	1,209	1,163	63	5	46	
1883	21	81	525	491	126	78	34	
1884	25	63	590	204	102	»	386	
1885	28	81	1,135	749	39	1	386	
1886	110	1,097	2,636	2,536	»	12	80	
1887	70	1,024	2,033	2,025	»	»	4	
1888	36	115	615	437	»	»	89	
1889	195	555	2,002	1,866	»	»	68	
1890	30	133	351	283	»	»	34	
Total pour 10 années.	546	3,270	11,319	9,969	330	96	1,135	
Moyenne par année	55	327	1,132	997	33	10	114	

Bien que la plupart des usines possèdent des machines d'essai plus ou moins fortes et plus ou moins exactes qui peuvent généralement suffire aux essais ordinaires de réception, un certain nombre d'ingénieurs font prélever, parmi les éprouvettes à l'usine, des éprouvettes qu'ils envoient au laboratoire pour contrôler, par des essais faits dans des conditions uniformes et avec toutes garanties, les résultats des essais des usines. On donne dans les tableaux ci-dessous le relevé des essais faits sur les métaux, bois et divers, dans les neuf dernières années.

Les analyses et essais faits au laboratoire de l'École des ponts et chaussées donnent lieu à des procès-verbaux délivrés aux demandeurs et qui sont consignés dans des registres spéciaux. La collection de ces registres remontant à l'année 1851 comprend actuellement trente volumes avec un répertoire général.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

TRAVAUX DES LABORATOIRES DE 1890 A 1900

I. — ANALYSES

INDICATION DES ANNÉES	NOMBRE de DEMANDES	ÉCHANTILLONS REÇUS	CHAUX, CIMENTS, CALCAIRES, SABLES	ARGILES, MARNES, BRIQUES	TERRES, ENGRAIS, DIVERS	EAUX ET RÉSIDUS D'EAUX	ACIERS, BRONZES, ETC.
1891.	215	785	586	2	101	96	»
1892.	165	951	372	1	27	64	487
1893.	165	1049	352	1	18	59	619
1894.	176	605	330	»	28	54	193
1895.	164	605	436	5	7	51	106
1896.	146	450	209	2	42	80	117
1897.	167	432	246	4	34	47	101
1898.	171	528	281	7	42	52	146
1899.	180	623	379	13	51	68	112

II. — ESSAIS PHYSIQUES ET MÉCANIQUES

1° Pierres naturelles ou artificielles pour construction, etc.

INDICATION DES ANNÉES	NOMBRE DE DEMANDES	ÉCHANTILLONS REÇUS	ESSAIS EFFECTUÉS SUR ÉPROUVETTES FAÇONNÉES OU PRÉPARÉES AU LABORATOIRE									
			ÉCRASEMENT	GÉLIVITÉ	CHOC	USURE SUR MEULE SABLÉE	FLEXION, CISAILLEMENT	POINÇONNEMENT	TRACTION, ADHÉRENCE	PIERRE CASSÉE	TUYAUX	DIVERS
1891.	31	171	334	»	»	31	»	»	»	17	»	»
1892.	50	435	1418	570	»	42	»	»	»	64	»	»
1893.	39	305	1465	369	»	21	59	»	22	34	»	»
1894.	34	246	532	100	24	34	29	»	»	»	30	»
1895.	40	686	515	70	192	57	141	18	8	3	36	8
1896.	55	312	901	219	65	124	59	4	114	1	15	53
1897.	42	340	663	168	46	124	82	2	171	10	15	65
1898.	82	607	1272	394	86	180	64	61	»	3	12	6
1899.	72	501	1277	318	130	73	58	29	3	6	»	10

TABLEAU.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

2° Chaux, ciments, mortiers, sables, plâtres, etc.

INDICATION DES ANNÉES	NOMBRE DE DEMANDES	NOMBRE D'ÉCHANTILLONS REÇUS	ESSAIS EFFECTUÉS																						NOTES
			TAMISAGE	DENSITÉ, POIDS SPÉCIFIQUE	GACHAGE	PRISE	GALETTES	CYLINDRES	BRIQUETTES DE 5cm : FABRIQUÉES	BRIQUETTES DE 5cm : ESSAYÉES, TRACTION COMPRESSION	BRIQUETTES DE 16cm : FABRIQUÉES	BRIQUETTES DE 16cm : ESSAYÉES	BRIQUETTES DE 100cm : FABRIQUÉES	BRIQUETTES DE 100cm : ESSAYÉES	CUBES : FABRIQUÉS	CUBES : ESSAYÉS	PRISMES : FABRIQUÉS	PRISMES : ESSAYÉS	CYLINDRES : FABRIQUÉS	CYLINDRES : ESSAYÉS	ESSAIS DE FILTRATION, ALLONGEMENT : BAG.	ESSAIS DE FILTRATION, ALLONGEMENT : CUB.	ESSAIS DE FILTRATION, ALLONGEMENT : CYL.	DIVERS : ÉPR. FABRIQUÉS	DIVERS : ESSAYÉS	
1891	»	72	69	70	75	81	160	»	9,507	»	»	»	»	»	192	»	»	»	»	»	13	70	35	»	»	
1892	42	56	60 82(1)	59 430(1) 10 sable | 10	61	61	122	»	9,104 1,718(1)	10,833 1,718(1)	»	»	»	»	82(1)	115 82(1)	348(1)	348(1)	474(1)	474(1)	8	20	10	»	»	(1) Travaux pour la section B de la Commission des méthodes d'essai.
1893	47	73	71	73 | 73	67	69	138	391	10,874	10,250	»	»	»	»	36	124	120	»	»	»	6	70	5	»	»	(2) Essais de bétons (pont Mirabeau).
1894	50	90	92	90 | 90	85	83	166	530	12,200	11,752	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	10	»	»	»	»	
1895	44	72	70	70 | 70	67	67	200	520	8,437	9,304	72(2) 68(3)	72(2) 68(3)	50(2)	50(2)	45(2) 36(3)	45(2) 36(3)	»	»	»	»	4	16	»	»	»	(3) Essais de coulis de ciment (Service central des Phares).
1896	68	87	89	85 | 85	75	75	225	675	11,107	10,362 94(3) 24(4)	»	40(3)	(4) 34 de 1m20	34(4)	202	125 38(3)	15 27(4)	12 27(4)	»	»	2	45	»	108 adh.	108	(4) Limite d'élasticité (Considère).
1897	46	70	68	69 | 69	63	64	225	595	8,621 200(3)	8,624 200(3)	108	60	6 de 1m55 96 (6) 96 (6)	9(3) 96(6) 96(6)	75 2(3)	65	pr. armés : 6	9	»	»	»	»	»	228 adh. 9 scell.(3)	168 9(3)	(5) Essais de résistance du sol (fondations du palais des Beaux-Arts).
1898	49	83	68	67 | 67	68	68	201	722	7,824	7,962	»	42	»	»	42	51	pr. armés : 49	48 33 tract.(4) 65 flexion	»	7	»	»	»	12 adh.	66	(6) Barrages (Robaglia).
1899	73	130	128	129 | 129	130	130	375	1200	16,838	15,785	»	»	»	»	8	34	pr. armés : (4) 18 de 1m00 4 de 0m28	36 essais 4 poutres, 5 essais	»	15	4	»	»	96 joints de briques	»	

3° Métaux.

INDICATION DES ANNÉES	NOMBRE DE DEMANDES	NOMBRE D'ÉCHANTILLONS REÇUS	ÉPROUVETTES ESSAYÉES : TRACTION	CABLES MÉTALLIQUES, TORONS	CHAINES	FILS	PLIAGE, CISAILLEMENT	DIVERS
1891	»	»	23	»	»	»	»	5
1892	21	430	386	8	»	12	»	24 élasticité
1893	11	182	43 120 élast.	19	»	»	»	120 essais de traction av. phot. pend. l'essai 25 app. Manet
1894	28	315	295	5	»	12	3	2 jougs
1895	23	147	137	5	»	3	»	. . . . .
1896	14	163	120	»	»	»	37	2 jougs 1 travée 800kg 2 cylindres
1897	25	223	120	16	»	82	4	1 travée 800kg
1898	52	377	392	9	»	2	»	12 app. Manet
1899	62	245	234	9	3	34	19	4 barres assemblées 18 plaquettes 21 cubes 146 plaq. ou joints

4° Bois.

NOMBRE DE DEMANDES	NOMBRE D'ÉCHANTILLONS REÇUS	ÉPROUVETTES ESSAYÉES : TRACTION	COMPRESSION	FLEXION, CISAILLEMENT	CHOC	USURE	ABSORPTION D'EAU	POUSSÉE
»	»	»	»	»	»	»	»	»
»	»	»	»	»	»	»	»	»
2	283	5	9	5	»	»	»	»
6	413	»	88	33	66	60	54	50
4	149	»	60	15	30	10	»	41
3	31	5	10	»	6	6	70	16
2	13	8	12	4	»	»	»	»
»	»	»	»	»	»	»	»	»
2	328	129	»	117	»	»	»	»

5° Divers.

NOMBRE DE DEMANDES	NOMBRE D'ÉCHANTILLONS : REÇUS	NOMBRE D'ÉCHANTILLONS : ESSAYÉS
»	»	»
»	»	»
»	»	»
»	»	»
»	»	»
4	8 câbles en chanvre	8
12	17 câbles	17
20	39 cordages	34
2	15 divers	18
3	9 cordages	9
9	29	29

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Sans remonter plus haut que 1871, nous signalerons les publications suivantes faites par les ingénieurs successivement attachés depuis cette époque aux laboratoires de l'École des ponts et chaussées :

DURAND-CLAYE. — Classification des chaux hydrauliques. (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1871, 1er semestre.)

MICHELOT et DURAND-CLAYE. — Catalogue des échantillons de matériaux de construction réunis par les soins du Ministère des Travaux publics à l'Exposition universelle de 1878. (Dunod, éditeur.)

DE PERRODIL. — Sur la résistance à l'écrasement instantané des différentes natures de pierres. (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1880, 2e semestre.)

DURAND-CLAYE et DEBRAY. — Notes sur les accidents constatés dans divers ouvrages d'art par l'emploi de ciments magnésiens. (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1886, 1er semestre.)

DURAND-CLAYE et DEBRAY. — Note sur les phénomènes de dilatation qui se présentent dans les pâtes de ciment Portland. (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1888, 1er semestre.)

DURAND-CLAYE et DEBRAY. — Note sur la perméabilité des mortiers de ciments Portland et leur décomposition sous l'action de l'eau de mer. (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1888, 1er semestre.)

DURAND-CLAYE. — Mémoire sur les procédés d'essai de la résistance des pierres, ciments et autres matériaux de construction. (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1888, 2e semestre.)

DURAND-CLAYE et DEBRAY. — Documents lus à la séance de la Commission des chaux, ciments et mortiers du 24 novembre 1888. (Autographie.)

Documents lus à la séance de la Commission des chaux, ciments et mortiers du 5 juin 1889. (Autographie.)

Documents lus à la séance de la Commission des chaux, ciments et mortiers du 17 juillet 1890. (Autographie.)

DURAND-CLAYE et DEBRAY. — Répertoire des carrières de pierre de taille exploitées en 1889. (Baudry et Cie, Paris.)

DEBRAY. — Rapport sur l'Institut fédéral suisse d'essais sur les matériaux, dressé à l'aide des documents et des renseignements communiqués par M. le professeur de Tetmajer, directeur de cet Institut. (Autographie.)

Rapport sur l'Institut royal d'essais mécaniques techniques de Berlin-Charlottenbourg, dressé à l'aide des documents et des renseignements communiqués par M. le professeur A. Martens, directeur de cet Institut. (Autographie.)

Conférences de Munich (1884), Dresde (1886) et Berlin (1890) sur l'unification des méthodes d'essai des matériaux de construction. (Autographie.)

DURAND-CLAYE. — Sur les essais de tamisage. Rapport à la Commission des méthodes d'essai, 5 mai 1892. (Rothschild, 1895.)

DEBRAY. — Sur les appareils multiplicateurs pour mesurer les variations de longueur des baguettes de chaux et ciments. Rapport à la Commission des méthodes d'essai, 23 juin 1892. (Rothschild, 1895.)

DEBRAY. — Sur le mesurage des briquettes pour essais à la traction. Rapport à la Commission des méthodes d'essai, 30 juin 1892. (Rothschild, 1895.)

DURAND-CLAYE. — Sur la résistance des matériaux à la rupture par flexion. Rapport à la Commission des méthodes d'essai, 23 mars 1892, 31 janvier 1893. (Rothschild, 1895.)

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

DURAND-CLAYE. — Sur le sable normal naturel. Rapport à la Commission des méthodes d'essai, 18 février 1893. (Rothschild, 1895.)

DURAND-CLAYE. — Sur le tamis le plus fin à adopter pour les chaux. Rapport à la Commission des méthodes d'essai, 2 février 1893. (Rothschild, 1895.)

ALEXANDRE, DEBRAY et LE CHATELIER. — Sur les méthodes de mesure de la porosité des mortiers. Rapport à la Commission des méthodes d'essai, 19 février 1893. (Rothschild, 1895.)

BACLÉ et DEBRAY. — Rapport général de la section A de la Commission des méthodes d'essai, 10 mai 1893. (Rothschild, 1895.)

MESNAGER. — Expériences sur un joint flexible. (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1898, 2e trimestre.)

MESNAGER. — La déformation permanente. Rapport à la Commission des méthodes d'essai, 31 décembre 1898. (Dunod, 1900.)

BACLÉ et DEBRAY. — Rapport général de la Commission des méthodes d'essai, 15 janvier 1900. (Dunod, 1900.)

MESNAGER. — La déformation des solides. Rapport au Congrès des méthodes d'essai. (Dunod, 1900.) Rapport au Congrès de physique. (Gauthier-Villars, 1900.)

Paris, juillet 1900.

PAUL DEBRAY et A. MESNAGER.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

XI

NÉCESSITÉ ET AVANTAGES

DES LABORATOIRES D'ESSAI

ANNEXÉS

A LA CONSTRUCTION ET A L'EXPLOITATION DES CHEMINS DE FER

COMMUNICATION

Présentée par M. Vl. HERZENSTEIN

De toutes les institutions auxiliaires tant à la construction qu'à l'exploitation des chemins de fer, l'une des plus utiles et même des plus avantageuses, c'est un laboratoire d'essai suffisamment appareillé pour des essais mécaniques, chimiques, bactériologiques et vérificatifs, avec un programme d'études assez large pour répondre à toutes les questions qui pourraient surgir pendant la construction ou l'exploitation des chemins de fer, concernant la qualité des matériaux de construction ou d'exploitation, l'exactitude des appareils de précision en service et tout genre d'expériences et d'observations nécessaires à un bon fonctionnement d'une voie ferrée.

Ces laboratoires existent en quantité très minime en Russie[1] et n'existent qu'en quantité insuffisante dans d'autres pays. En France, les grandes compagnies des chemins de fer n'ont, d'après ce qui m'a été communiqué, d'institution pareille que pour l'exploitation. Il ne s'agit ici, bien entendu, *que des laboratoires d'essai locaux spécialement pour chemins de fer;* nous ne parlerons point des laboratoires d'essai locaux qui existent en Russie, et bien sûr ailleurs, à la construction des ports ou des grands édifices (cathédrales, etc.), soit des laboratoires installés par le Génie militaire à la construction des forteresses, des casernes, etc., ou encore des laboratoires installés par les administrations des villes (pour les besoins de la ville).

En Russie, à la construction des chemins de fer, les administrations des compagnies de ces derniers sont obligées, d'après les prescriptions du Ministère des Voies de communication, de faire examiner et recevoir une partie de leurs commandes par l'intermédiaire

1. En Russie, nous avons des laboratoires d'essai locaux à l'exploitation des chemins de fer; *à Saratov*, chemin de fer Riazan-Oural; *à Kiev* des chemins de fer du Sud-Ouest (réseau d'État); *à Minsk*, ligne Libau-Romny (réseau d'État); *à Tomsk*, Grand-Sibérien (réseau d'État); *à Perm*, ligne de Perm-Kotlas (réseau d'État), et *à Poltava*, ligne de Kharkov-Nicolaév (réseau d'État). A la construction des nouvelles lignes, à notre connaissance, il n'existe en Russie qu'un seul laboratoire local de ce type (avec sections mécaniques et chimiques), c'est celui que nous avons projeté et installé *à Saint-Pétersbourg*, à la construction des nouvelles lignes de la Compagnie des chemins de fer de Moscou-Vindau-Rybinsk; nous continuons de le diriger en ce moment.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

d'une section du même ministère, qui porte le titre de « Section pour examiner et recevoir les commandes du Ministère des Voies de communication ». Mais ceci ne concerne que des objets de grande valeur : les rails avec leurs attaches, les croisements, les ponts, les plaques tournantes, le matériel roulant, les locomotives, etc.

Les matériaux de construction tels que pierres, briques, tuiles, tuyaux en terre cuite, ciment, béton (et tout ce qui est fait en béton) sont essayés en Russie par les soins de l'administration qui dirige la construction du chemin de fer; ces essais sont exécutés d'après les prescriptions soit par le Laboratoire mécanique (officiel) annexé à l'Institut des ingénieurs des voies de communication de l'empereur Alexandre Ier, soit par un autre laboratoire plus rapproché des travaux et qui sera trouvé suffisamment compétent par l'inspecteur d'État de ces travaux. Toutefois, en cas de différends, c'est-à-dire si le fournisseur ou l'administration du chemin de fer n'est pas d'accord avec le résultat de l'analyse ou de réception de cet autre laboratoire, c'est le Laboratoire mécanique officiel qui refait l'étude et décide; sa décision est définitive.

Ce Laboratoire mécanique, dirigé et administré par notre honorable professeur M. N. A. Biéleloubsky, vient de fêter la 25e année de son activité et se prépare à se transformer très prochainement en une institution tout à fait indépendante avec un programme d'action bien plus large [1].

Mais l'éloignement de la plupart de nos lignes de St-Pétersbourg et puis l'impossibilité pour ce laboratoire officiel de donner tout son temps aux essais et études pour chemins de fer ou autres constructions, car son programme d'action comprend en premier lieu l'apprentissage des jeunes étudiants de l'Institut des ingénieurs des voies de communication aux diverses manipulations et machines du métier, tout ceci a forcé les quelques chemins de fer que nous avons mentionnés au commencement de notre rapport, de créer des laboratoires pour suffire aux besoins de leurs lignes; malheureusement, leur programme d'activité est trop exigu et leur utilité se ressentira davantage avec l'élargissement de ce dernier. Le rapporteur, comme sans doute les directeurs d'autres laboratoires locaux des chemins de fer, en installant ces derniers, avaient un bon exemple à suivre; ils se servaient non seulement des conseils du professeur Biéleloubsky, chef du Laboratoire mécanique officiel, mais ils puisaient encore tout ce dont ils avaient besoin dans les résultats d'une expérience d'un quart de siècle en y faisant leur apprentissage eux-mêmes, leurs adjoints, ainsi que leurs ouvriers.

Mais, comme nous venons de le dire, la quantité de ces laboratoires d'essai locaux des chemins de fer est très minime et leur programme est trop exigu, car outre les objets et matériaux dont les essais ou les analyses doivent être présentés à l'État d'une façon obligatoire, il y a encore beaucoup d'autres matières qu'on devrait essayer ou analyser pour la bonne marche de l'entreprise du chemin de fer.

Bien des petits appareils, objets métalliques ou autres, ne sont point essayés avant leur installation, ce qui conduit souvent à leur mise hors de service après un court emploi.

Que de pertes à cause des mauvaises qualités des parties métalliques des portes et des fenêtres (gonds, verrous, etc.), des appareils de ventilation et de chauffage, — tout ceci demande très souvent à être remplacé le premier hiver après sa mise en place!

Et le métal des clous, des vis, des boulons, y a-t-on jamais fait attention?

Le bois qu'on emploie pour constructions, soit qu'on l'achète sur pied ou en grume dans la forêt, soit de l'État, débité dans des dépôts, ce bois a presque toujours des qualités inconnues, incertaines, et on ne peut jamais être sûr qu'il soit complètement sain et libre de n'importe quel micro-organisme invisible. Bien souvent, une pièce paraissant toute fraîche est à tel point attaquée et affaiblie par un micro-organisme quelconque, que sa texture ligneuse est presque détruite et elle n'est bonne qu'à contaminer les autres pièces de la construction.

1. M. Bieleloubsky, qui assiste à notre Congrès, vient de nous annoncer hier son intention de communiquer à l'honorable Assemblée quelques détails sur l'activité de plus d'un quart de siècle de son laboratoire et surtout sur ses travaux à l'avenir.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Il suffit de se rappeler les dévastations terribles que produit en Russie, dans les provinces de la Vistule, de la Baltique et même à Saint-Péterbourg, l'invisible ennemi des bois de construction, le mérule (*Merulius lacrymans*).

Que de fois un bâtiment à deux, trois étages et au delà, étant encore en construction, s'écroulait avant d'être achevé! C'est le résultat du travail destructif de ce champignon néfaste dont les spores, apportées parfois sous les semelles des ouvriers venus d'un autre chantier, parviennent en une seule saison à mûrir et à détruire toutes les poutres du bâtiment sans être remarquées jusqu'au bout de leur travail occulte.

Bien souvent on remarque dans une maison, n'importe ancienne ou nouvelle, une odeur infecte partant au commencement de la cave et ensuite venant de partout; les locataires souffrent de maux de tête, éprouvent des maux de cœur, des vertiges, ainsi qu'un chatouillement continuel dans le gosier; leurs yeux restent toujours larmoyants, et une indisposition accablante est ressentie dans le corps entier. C'est l'effet du mérule bien mûr!

Aux enfants, le mérule est bien plus dangereux; ils sont de suite attaqués par l'asthme, leurs membranes glaireuses sont fortement irritées, une toux accablante leur déchire la poitrine, et, si on ne quitte pas la maison contaminée dans le délai le plus court, on expose les pauvres petits à une mort certaine.

Un de nos collègues de la « Commission pour étudier et parer le mal que rapporte le mérule », M. le général B..., ingénieur militaire, a eu le malheur de perdre son enfant à cause du mérule, qui s'est niché dans la maison toute neuve que le général occupait avec sa famille. Cette malheureuse circonstance fut même la cause principale de ce que le général se mit à l'étude de ce terrible champignon et publia ensuite à ce sujet des travaux très intéressants.

Tout ce que nous venons de dire là-dessus n'est qu'un résultat de ce que le bois de construction, avant sa mise en œuvre, n'a pas été suffisamment bien essayé et que des mesures tout à fait indiscutables n'ont pas été prises pour le préserver de la contagion.

Dans d'autres pays, à ma connaissance, ce mérule est répandu encore bien plus qu'en Russie, et je suis certain que mes collègues du Congrès pourraient bien nous donner des détails sur le mal fait dans leurs pays respectifs par ce champignon célèbre.

Pour ne plus reparler du bois, j'ajouterai encore que les études indispensables qui pourraient apporter aux chemins de fer des économies très sérieuses sont celles des traverses en bois, car en étudiant les moyens et mesures pour augmenter la durée de leur service, on diminuerait notablement les dépenses annuelles des chemins de fer.

Quelques pays qui pratiquent depuis plusieurs années et sur une grande échelle la conservation des traverses, tels que la France, l'Allemagne et l'Angleterre, se sont déjà persuadés des économies énormes que rapportent aux chemins de fer des études sérieuses de cette question et des mesures prises en conséquence[1] !

A la construction des bâtiments en maçonnerie nous essayons ordinairement la pierre et le ciment, mais jamais le mortier de ciment; pour les travaux pendant l'exploitation des chemins de fer, surtout si les travaux ne sont pas considérables, le plus souvent on n'essaie ni la pierre, ni le ciment, en se contentant de tirer la première d'une carrière connue et le dernier d'une usine réputée. Mais on oublie qu'une carrière a des couches différentes et que très souvent un ciment de très bonne fabrication peut acquérir de très mauvaises qualités pendant qu'il reste en dépôt. Les ciments romains sont rarement essayés; la chaux (grasse et hydraulique) ou le mortier à chaux, à ma connaissance, ne le sont presque jamais. Et pourtant que de fissures et d'autres inconvénients dérivent de l'*incertitude* des qualités de ces matériaux à bon marché beaucoup plus souvent employés que le portland-ciment!

Que de fois se voit-on obligé de refaire une nouvelle voie, à cause des mauvaises qualités

1. Voir nos rapports au Congrès international des chemins de fer sur la conservation des traverses en bois aux sessions : à Saint-Pétersbourg en 1892, à Londres en 1895 et sur la conservation des bois de construction, à Paris en 1900.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

du ballast, qu'on a étudié peu ou pas du tout, à la construction de la ligne! Toutes ces réfections, auxquelles on est obligé de recourir presque après chaque averse, demandent de grands frais, qui sont bien supérieurs à la dépense préalable qu'on aurait faite pour bien étudier les qualités du ballast avant sa mise en œuvre.

Rappelons-nous tout genre de mastics, de peintures et de vernis qu'on emploie aux chemins de fer en quantité énorme et presque sans aucun contrôle de leur qualité!!! Quelle dépense inutile en combustible à cause du mauvais mastic dans les bâtiments, aux fenêtres, que de maladies d'yeux, de maux chroniques de tête et autres maladies ne dérivent que des mélanges nuisibles que contiennent les peintures et les vernis! Et les papiers peints, — on les achète à bon marché, mais ils reviennent très cher, à force de servir très peu et de nuire beaucoup pendant leur court service.

Rappelons-nous les étoffes pour meubles des bâtiments de chemins de fer et du matériel roulant, ainsi que pour l'habillement du personnel; la durée du service de ces étoffes dépend uniquement de leur résistance, et cette dernière ne peut être prouvée qu'au moyen des machines à essayer et à user; je doute fort que beaucoup de lignes emploient ces machines et qu'elles aient parmi leur personnel des agents s'occupant spécialement des essais de ce genre.

Là où, à mon avis, il y a encore beaucoup d'économies à faire, c'est dans le service de la traction et du matériel roulant, — la dépense du combustible, surtout s'il est minéral (solide ou liquide), vu le peu d'étude et d'essai auquel on soumet d'ordinaire ce dernier à sa livraison par les fournisseurs. Rarement on vérifie sa richesse en calories et sa pauvreté en mélanges nuisibles. La même remarque doit être faite concernant les matières lubrifiantes pour le graissage.

Bien souvent sur une ligne nouvellement passée à l'exploitation on voit un changement général des tubes de chaudière à toutes ou à la plupart des locomotives, et l'on entend des plaintes de la part du personnel des stations de ne pouvoir pas se servir de l'eau aménagée pour les besoins du service et de la population. Cela indique que pendant les études de la ligne, l'eau n'a pas été suffisamment analysée (ou peut-être pas du tout) et que par suite on sera peut-être obligé, après de sérieuses recherches et de nombreuses analyses, de changer de source d'alimentation, de constituer peut-être un nouveau point d'arrêt ou de transporter même toute la station ailleurs, ce qui, sans compter les frais de construction, compromet toujours la régularité du mouvement commercial[1].

Tous ces exemples de lèse-économie ci-dessus cités, quoiqu'il en existe bien d'autres, sont suffisants pour prouver la nécessité d'examiner et d'essayer tous les matériaux employés tant à la construction qu'à l'exploitation des chemins de fer et d'instituer à cet effet des laboratoires d'essai bien installés, avec un appareillage et un programme d'action en conséquence avec leur but.

Ces laboratoires d'essai s'amortissent en très peu de temps, d'autant plus que leur prix d'installation est insignifiant, surtout en comparaison avec leur grande utilité. En effet, d'après le dire des ingénieurs s'occupant spécialement des chemins de fer, une ligne nouvellement passée à l'exploitation demande de suite, presque au premier moment de son existence, des changements et des réfections qui, en somme, ne sont jamais inférieurs à 5 pour 100 du prix de revient de construction de la ligne, et parmi ces réfections il y en a *au moins* 1/5, c'est-à-dire 1 pour 100 du prix total, qui proviennent des erreurs dans les qualités des matériaux de construction.

Un kilomètre de ligne revient au moins à 135 000 francs, l'économie probable à réaliser au moyen de l'institution d'un laboratoire serait donc par kilomètre de 1350 francs. Or,

1. Depuis quelque temps, certaines voies ferrées russes commencent à ressentir le besoin de faire des *analyses chimiques* de leurs eaux, de leurs ciments, ainsi que de leurs combustibles; leurs administrations s'adressent à divers laboratoires, mais surtout au Laboratoire chimique d'essai, annexé à l'Institut des ingénieurs des voies de communication, dirigé par le professeur agrégé N. Liamine, ingénieur des mines.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

en supposant que la construction de la ligne dure deux ans, on dépenserait pour le laboratoire tout au plus :

Pour son installation.	24 000 fr.
— exploitation, 2 ans à raison de 27 000 francs par an. . .	54 000 —
Soit en tout.	78 000 fr.

Il en résulte donc que déjà pour une courte ligne de 60 *kilomètres* le laboratoire serait *complètement amorti* pendant les 2 ans de sa construction (1350 × 60 = 81 000 francs), car 1 pour 100 du prix de la ligne fournirait 1350 francs par 60 kilomètres. Plus la ligne est longue, moins notre calcul trouvera à redire. Des lignes plus courtes, secondaires, etc., pourraient fonder un laboratoire en commun, en se divisant les frais suivant telle ou telle échelle.

Nous parlions de la Russie, mais tout ce qui vient d'être énoncé se rapporte autant à beaucoup d'autres pays qu'à notre patrie, car, à notre connaissance, les laboratoires d'essai locaux pour les chemins de fer y existent et fonctionnent aussi peu que chez nous.

Nous avons déjà vu quel doit être le programme d'action de ces laboratoires; leur appareillage, ainsi que leur organisation doivent être créés en conséquence.

Nous nous permettrons de dire à ce propos quelques mots dans le but spécial de faire naître un échange d'opinions au sein de l'honorable Assemblée, ce qui, sans aucun doute, servira à élucider cette question bien mûre, et pour tous, me semble-t-il, intéressante.

L'appareillage d'un laboratoire d'essai peut se faire peu à peu, à mesure qu'on commence les essais d'un tel ou tel genre; plusieurs essais ne se font que pendant l'exploitation de la ligne, l'appareillage correspondant est donc inutile tant que la ligne est encore en construction. Pendant cette dernière, il faut être monté :

Pour des *essais mécaniques* du ciment, de la chaux, des pierres, du sable, du ballast, des tuiles, des métaux, des parties métalliques de diverses constructions[1], du bois, etc.;

Pour des *essais et analyses chimiques et bactériologiques :* de l'eau potable et de l'eau de service (pour chaudières), du ciment, de la chaux, de la pierre, du sable, du ballast, des métaux, du bois de construction et de traverses, etc.

Dans la suite, pendant l'exploitation de la ligne, l'appareillage de ces laboratoires doit être augmenté pour faire *les essais et les analyses des papiers peints, des étoffes pour meubles et pour habits*, etc. En même temps devrait être organisée une section *vérificative et d'expériences*, à l'effet spécial de vérifier tous les instruments de précision et de mesure sur la ligne et de s'occuper de toutes les expériences dans tous les services, en centralisant tout ce qui se rapporte à la partie scientifique, ainsi qu'à la registration de toutes observations nécessaires.

Le personnel du laboratoire, *spécialement dressé* pour études, remplacera avec beaucoup d'utilité les agents de la ligne, surchargés de besogne courante, dans les vérifications périodiques de la résistance des ponts, de la voie, etc., dans les différentes expériences avec le matériel roulant et les locomotives, dans la pose et la registration des sections d'étude de voies sur telles ou telles traverses avec tel ou tel dispositif, etc.

Dans le but de pousser le personnel des laboratoires d'essai au delà d'un accomplissement strict de leur devoir, il serait à désirer de l'intéresser par des primes à la recherche des économies à faire dans toutes les branches du service des chemins de fer. Cette mesure

1. En Russie, des grandes constructions en fer et en acier pour chemins de fer (telles que : ponts, rails, matériel roulant, etc.) sont examinées, essayées et reçues, ainsi que nous l'avons remarqué au commencement de notre rapport, dans chaque usine métallique et mécanique par des ingénieurs d'État, appartenant à une section du Ministère des Voies de communication spécialement affectée « à l'examen et à la réception des commandes du Ministère des Voies de communication ».

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

étant parfaitement juste, est en même temps très pratique, car elle pousse ce personnel à augmenter son revenu tout en défendant les intérêts de l'entreprise au service de laquelle il se trouve.

Tout ce que nous venons de dire, Messieurs, n'a eu qu'un seul but, c'est de provoquer parmi les membres de l'honorable Assemblée un échange d'opinions sur la nécessité et les avantages pour les administrations des chemins de fer, de créer des *laboratoires d'essai à soi*. Ces opinions enregistrées, on pourra présenter un rapport beaucoup plus complet sur cette question à la plus proche session de la Société internationale des Méthodes d'essai des matériaux de construction, et cette dernière, ayant sous la main toutes les données nécessaires, voudra bien émettre sa résolution en ce qui concerne les détails du programme et de la manutention de ces laboratoires.

VL. HERZENSTEIN.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ANNEXE

LABORATOIRE D'ESSAI

à la construction des lignes nouvelles de la Compagnie des Chemins de fer

MOSCOU-VINDAU-RYBINSK

Par Vl. HERZENSTEIN

INGÉNIEUR DES VOIES DE COMMUNICATION ET INGÉNIEUR CIVIL, DIRECTEUR DU LABORATOIRE

La Compagnie du chemin de fer Rybinsk-Bologoé, petite ligne de 288 verstes (1 verste $= 1^k,067$) étant parvenue en 1895 à une grande prospérité, avait décidé de créer tout un réseau de lignes nouvelles.

Déjà, à la construction de la première de ces lignes, de Bologoé à Pskov (334 verstes de longueur), la nécessité d'avoir un laboratoire d'essai à soi s'était fait sentir, et deux années plus tard, l'Administration de la Compagnie avait décidé de créer un laboratoire mécanique pour l'essai des ciments, des sables, des ballasts, des pierres naturelles et artificielles, des briques, des tuiles, etc.

Au mois de janvier 1898 commença l'installation des appareils et de la manutention du laboratoire, et, au commencement du mois d'avril de la même année, le laboratoire mécanique entra en pleine exploitation.

C'est le premier laboratoire d'essai en Russie à la construction des nouvelles lignes. Jusqu'alors on faisait tous les essais de matériaux de construction au Laboratoire mécanique annexé à l'Institut des ingénieurs des voies de communication de l'empereur Alexandre Ier, sous la direction de M. le professeur N.-A. Bieleloubsky, qui a bien voulu donner ses indications savantes pendant l'installation de notre laboratoire.

L'appareillage du laboratoire mécanique se compose principalement :

1. D'une collection complète des appareils de Michaélis pour l'étude de la résistance des éprouvettes de ciments à la rupture par la tension et des barres de ciment à la flexion;

2. Des appareils de Berthélémy et d'Ouréchev pour mesurer automatiquement la résistance ci-dessus;

3. Un appareil complet de Vicat, tant pour étudier l'épaisseur du mortier que pour déterminer la rapidité de sa prise;

4. Des moules pour préparer les éprouvettes de mortier à ciment pur et mélangé;

5. D'un appareil pour faire sortir de leurs moules les éprouvettes à mortier mélangé;

6. D'une sonnette de Klébé pour déterminer la suffisance de la quantité d'eau dans le mortier;

7. D'une presse d'Amsler-Lafond (jusqu'à 30 tonnes de pression) pour les essais à la compression;

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

8. De deux grands appareils congélateurs pour les études et les essais concernant la gélivité des matériaux de construction;

9. D'une foule de petits appareils supplémentaires.

Vers le mois de juillet de la même année, l'Administration de la Compagnie autorisa la création d'une *section chimique* du laboratoire, à l'effet spécial d'étudier la potabilité des eaux destinées à l'alimentation des locomotives, des voyageurs et de la population des stations, ainsi que d'analyser la composition chimique des ciments, des sables destinés aux mortiers, etc.

En un mois la section chimique fut complètement appareillée (entre autres elle possède une balance analytique très exacte, jusqu'à 300 grammes, à plateaux en cristal de roche, avec loupe mobile, poids dorés, etc.) et entra en pleine exploitation.

L'appareillage de deux sections du laboratoire était complètement suffisant, et, au bout de la première année de son exercice, toute la dépense de première installation (2656 roubles pour la section mécanique et 825 roubles pour la section chimique, en tout 3481 roubles ou 9332 francs) fut complètement amortie.

Voici le travail exécuté par le laboratoire durant les deux années de son exercice.

A. — Section mécanique.

a. **Essais des pierres naturelles :**

à la saturation	282	pièces.
à la congélation	142	—
résistance à la compression	293	—

b. **Essais des briques :**

à la saturation	184	pièces.
à la congélation	75	—
résistance à la compression	116	—

Remarque. — L'étude de la saturation des briques, à la manière ordinaire, demandant parfois beaucoup de temps (de 45 à 50 jours), nous avons adopté, pour les briques destinées aux constructions *qui ne doivent pas se trouver continuellement dans l'eau*, un procédé basé sur la remarque suivante : Il a été remarqué que, sur les confins de la Russie européenne, la plus forte averse ne durait jamais plus d'une heure, et que ces averses ne tombaient jamais plus de trois jours de suite. Pour saturer les briques d'une façon la plus rapprochée de ce qui se passe en réalité dans leur service, nous les exposons, au laboratoire, à une averse artificielle pendant une heure et demie, après les avoir préalablement pesées. Ce procédé d'averse artificielle, répété trois jours de suite, et suivi chaque fois d'un pesage de vérification et d'un séchage énergique, nous a persuadé qu'au bout de ces trois jours la saturation des briques était presque la même (en pour 100 du poids de briques sèches) que par le trempage dans l'eau pendant 45 à 50 jours.

c. **Essais de tuiles façonnées.** — Essais à la saturation : 4 pièces.

d. **Ciments.** — Pendant les deux années 1898 et 1899 d'exercice du laboratoire, les travaux de maçonnerie étaient exécutés, sur toutes les lignes de la Compagnie, au ciment Portland de 8 usines que, pour la liberté de la comparaison de leurs qualités, nous nommerons par lettres : *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* et *H*.

Les données qui vont suivre sont des moyennes tirées de tous les essais faits, dans le courant des années 1898 et 1899, avec le ciment de chaque usine séparément. Ces moyennes étaient vérifiées par des essais faits avec des mélanges de ciment pris sur toutes les fournitures de la même usine pendant la période de 1898-1899. Pour faciliter la comparaison

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

des qualités de ces diverses usines, nous avons représenté les résultats moyens dans le tableau ci-dessous. Parallèlement aux essais nécessaires pour les besoins de la construction de nos lignes nouvelles, le laboratoire avait entrepris toute une série de travaux d'étude pour déterminer plusieurs questions qui, jusqu'alors, n'avaient point été résolues, telles que :

Influence sur la résistance du mortier de la composition chimique et du diamètre du grain de sable qu'on y ajoute. Comparaison des sables locaux avec le *sable normal* du laboratoire et élaboration des tableaux de comparaison, qui permettraient de déterminer sur place, d'après la valeur du grain et la composition chimique du sable, au moyen d'un simple tamis normal et d'un tableau, le changement qu'il faut apporter à la proportion de ciment pour constituer un bon mortier avec le sable qu'on a à sa disposition. Ces études sont loin d'être achevées;

Moyens de diminuer la rapidité de prise d'un ciment (impunément pour ses bonnes qualités) qu'on n'a pas le temps de faire vieillir. Jusqu'à ce moment nous n'avons étudié que l'influence sur la rapidité de prise du sel de cuisine (NaCl) et de la quantité d'eau qu'on ajoute pour faire le mortier; mais les deux moyens demandent encore à être vérifiés sur travaux.

Données moyennes de 8 usines à ciment Portland.

Numéros d'ordre	DONNÉES	USINES (mesures décimales)							
		A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
1	*Résistance à la rupture* du mortier à ciment pur :	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.
	après 7 jours	27,97	28,36	28,87	29,99	30,86	31,19	31,41	36,00
	— 28 —	40,51	32,64	37,08	45,06	43,01	40,78	38,75	44,90
2	*Résistance à la rupture* du mortier à ciment 1 sur 3 :	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.	Kg.
	après 7 jours. . . .	10,07	10,59	9,75	10,76	11,85	10,30	12,56	10,99
	— 28 — . . .	15,84	17,10	14,52	17,00	16,08	14,59	17,89	15,55
3	*Mouture*								
	Resté sur un tamis à :								
	900 mailles	3,0 °/₀	5,0 °/₀	3,7 °/₀	3,3 °/₀	6,2 °/₀	7,0 °/₀	3,3 °/₀	4,5 °/₀
	4900 —	25,2 °/₀	27,0 °/₀	25,7 °/₀	24,7 °/₀	20,1 °/₀	19,9 °/₀	24,7 °/₀	21,9 °/₀
	Passé à travers un tamis à 4900 mailles.	70,0 °/₀	65,0 °/₀	70,8 °/₀	70,4 °/₀	71,97 °/₀	71,1 °/₀	69,9 °/₀	72,1 °/₀
4	*Poids* d'un litre de ciment non tassé.	Gr. 1144,0	Gr. 1053,5	Gr. 1162,5	Gr. 1152,3	Gr. 1163,0	Gr. 1174,0	Gr. 1056,0	Gr. 1160,6
5	*Poids spécifique*	3,09	3,08	3,11	3,07	3,08	3,08	3,09	3,09
6	*Prise :*								
	Commencement	1ʰ,46ᵐ	0ʰ,52ᵐ	1ʰ,02ᵐ	1ʰ,45ᵐ	1ʰ,47ᵐ	1ʰ,08ᵐ	0ʰ,57ᵐ	1ʰ,46ᵐ
	Fin.	6ʰ,34ᵐ	4ʰ,58ᵐ	4ʰ,52ᵐ	5ʰ,46ᵐ	6ʰ,58ᵐ	5ʰ,31ᵐ	6ʰ,14ᵐ	6ʰ,45ᵐ
7	*Quantité d'eau* nécessaire pour faire le mortier	24 1/2 °/₀	26 °/₀	26 3/4 °/₀	25 1/2 °/₀	24 1/2 °/₀	25 1/2 °/₀	24 °/₀	24 °/₀
8	*Épaisseur normale* (à l'échelle de Vicat)	6,5	6,5	6	6	6,5	6	6	6,5

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

B. — Section chimique.

La section chimique du Laboratoire d'essai avait fait pendant la première année de son existence :

25 analyses complètes d'eau
6 — de ciments
et 18 — de ballast.

L'exposition du Laboratoire au Palais du Génie civil de l'Exposition universelle de Paris (1900) *se compose de :*

6 échantillons de pierres à 6 éprouvettes chacun.

a. N^os^ 165, 166, 167, 168, 169 et 170, coupés dans du calcaire de Loujkovo, les n^os^ 165, 166 étaient essayés à sec à la compression; les n^os^ 167 et 168 étaient essayés à la compression après avoir été saturés d'eau au refus (17,23 et 14,65 % de leur poids primitif) et les n^os^ 169, 170, après une saturation complète (13,41 et 6,44 % de leur poids primitif), n'ont pas pu subir l'épreuve à la congélation.

Résultat de l'épreuve à la compression :

N^os^ 165	a été écrasé	sous un effort de	302,6	kilogrammes	par centimètre carré.
166	—	—	393,6	—	—
167	—	—	213,6	—	—
167	—	—	244,9	—	—

La pierre a été refusée pour parements en raison de sa gélivité, mais admise pour maçonnerie intérieure.

b. N^os^ 199, 200, 201, 202, 203 et 204. *Granit rouge.*

N^os^ 201, 202, 203 et 204, saturation à refus, 0 % de leur poids primitif.

N^os^ 203 et 204 ont subi l'épreuve à la gelée (dans l'appareil réfrigérant à — 18° R.), sans avoir souffert en quoi que ce soit :

N^os^ 199	a été écrasé	sous un effort de	1349,7	kilogrammes	par centimètre carré.
200	—	—	876,0	—	—
201	—	—	774,4	—	—
202	—	—	1544,9	—	—

La pierre a été admise comme pierre de taille pour les travaux d'art.

c. N^os^ 281, 282, 283, 284, 285 et 286. *Granit gris foncé.*

N^os^ 283	— saturation —	0,13 %			
284	—	0,11 %			
285	—	0,13 %	ont subi l'épreuve à la gelée sans avoir souffert en quoi que ce soit.		
286	—	0,22 %			
281	n'a pas été écrasé	sous un effort de	2044,6	kilogrammes	par centimètre carré.
282	—	—	2069,6	—	—
283	a été écrasé	—	934,4	—	—
284	—	—	1960,1	—	—

La pierre a été admise pour être employée aux parements de travaux d'art.

d. N^os^ 309, 310, 311, 312, 313 et 314. *Grès de Yaïkovo.*

N^os^ 311	— saturation —	1,08 %	
312	—	0,58 %	
313	—	0,44 %	ont subi l'épreuve à la gelée sans avoir souffert en quoi que ce soit.
314	—	0,78 %	

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

309 n'a pas été écrasé sous un effort de 2200,0 kilogrammes par centimètre carré.
310 a été écrasé — 1903,4 — —
311 n'a pas été écrasé — 2224,0 — —
312 — — 2178,5 — —

La pierre a été admise pour être employée aux parements des ouvrages d'art.

e. N^{os} 327, 328, 329, 330, 331 et 332. *Granit gris clair.*

N^{os} 329 — saturation — 0,00 %
330 — 0,03 %
331 — 0,13 % } ont subi l'épreuve à la gelée sans avoir souffert en
332 — 0,08 % } quoi que ce soit.
327 n'a pas été écrasé sous un effort de 2376,7 kilogrammes par centimètre carré.
328 a été écrasé — 2352,3 — —
329 — — 2211,9 — —
330 — — 2074,4 — —

La pierre a été admise pour être employée à la maçonnerie en moellon et aux parements des ouvrages d'art.

f. N^{os} 381, 382, 383, 384, 385 et 386. *Grès de Skotovataïa.*

N^{os} 383 — saturation — 6,49 %
384 — 6,64 %
385 — 4,33 % } n'ont pu supporter l'épreuve à la congélation (— 18° R.),
386 — 3,88 % } les arêtes et les angles de l'éprouvette se sont effacés et les cubes se sont transformés en boules irrégulières.
381 a été écrasé sous un effort de 481,9 kilogrammes par centimètre carré.
382 — — 477,5 — —
383 — — 457,4 — —
384 — — 390,6 — —

Ce grès a été refusé comme pierre de corniche pour les travaux d'art à cause de sa gélivité trop grande; la pierre a été pourtant admise pour maçonnerie intérieure dans les bâtiments, vu sa résistance satisfaisante à la compression.

CIMENTS

8 grands flacons du ciment Portland, produit de 8 usines du pays : *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* et *H*; 8 petits flacons-échantillons de mouture des mêmes ciments.

Remarque. — Les échantillons de ciment de la même usine portent à l'exposition de notre laboratoire des étiquettes de la même couleur.

8 socles-boîte d'éprouvettes de mortier en ciment pur desdites usines; chaque boîte contient deux éprouvettes essayées à la tension, une brisée et une autre intacte;

8 socles-boîte d'éprouvettes (chaque boîte en contient deux) de mortier en mélange de 1 de ciment sur 3 de sable;

8 socles-boîte avec pâtés à ciment pur (chaque boîte contient 2 pâtés) pour étudier l'invariabilité du volume des ciments. Ces pâtés étaient éprouvés à la chaleur et sous l'eau;

Et 3 cubes de ciment en mélange de 1 sur 3 pour déterminer, au moyen de la sonnette Klebé, la quantité normale d'eau nécessaire à la préparation d'un bon mortier.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

ESSAIS SUR LA RÉSISTANCE DES PIERRES A L'EFFET DE LA CONGÉLATION

La saturation d'eau, ainsi que l'effet de la gelée, étant en rapport avec la valeur de la surface extérieure de la pierre, on doit se servir pour ces essais des éprouvettes d'une certaine forme et de dimensions données. Nous avons choisi la forme d'un cube de 5 à 7 centimètres de côté. Dans le cas des pierres très dures, nous admettons comme exception des dimensions moindres.

Pour les essais à la congélation, il faut observer les prescriptions suivantes :

a. Les éprouvettes, destinées à l'essai, doivent être complètement saturées d'eau. Dans ce but, on les met dans l'eau à peine de 1 ou de 2 centimètres, en les plongeant peu à peu pendant quelques heures; de cette façon, l'eau pénètre dans la pierre en chassant l'air lentement sans y produire de bulles d'air, et sans y laisser de places sèches, non saturées. Quand la pierre se trouve entièrement dans l'eau, on détermine de temps en temps son poids, et, quand l'augmentation de ce dernier cesse ou devient insignifiante, on présume que l'éprouvette est complètement saturée. La température de l'eau doit être de 15° à 2° C.

b. Les éprouvettes, entièrement saturées, sont soumises à la congélation dans des appareils spéciaux au moyen d'un mélange réfrigérant, consistant de deux parties de glace sur une de sel (par poids).

Ce mélange conserve pendant 2 ou 3 jours la température de — 17° C, puis cette dernière monte et atteint, à la 4e ou 5e journée, la température de 10° R; puis on renouvelle le mélange. Nous avons pensé à éviter cette perte de froid en plaçant nos appareils réfrigérants dans une grande glacière, où se conserve la glace pendant toute l'année, et nous avons réussi à diminuer la température jusqu'à — 18° à — 19° C et ne l'augmenter que jusqu'à 15° C. Ceci garantit complètement la certitude que la pierre qui supporte un froid de — 19° à — 15° C sans aucune détérioration se trouve à l'abri des mauvaises influences atmosphériques, les études de Sorbi ayant démontré que l'eau gèle dans les tuyaux capillaires et dans les fissures à — 17° C.

L'essai à la congélation se répète jusqu'à 25 fois et le temps que dure l'effet de la gelée ne doit pas être inférieur à 4 ou 5 heures; mais toutefois, dans chaque cas particulier, cette durée dépend du caractère de la pierre et des dimensions de l'éprouvette.

Pour le contrôle de la température, nous faisons usage du thermomètre minima et maxima de Six.

c. Après chaque opération de gelée, on procède au dégel des éprouvettes dans l'eau à une température de 15° à 20° C. Cette période dure 2 heures et au delà.

d. Après chaque essai à la gelée et au dégel, on examine soigneusement les pierres éprouvées en faisant spécialement attention à l'état des parements, des arêtes, des angles, ainsi qu'à l'apparition des fissures, des pelures et des crevasses, etc.

e. Après les 25 épreuves à la gelée et au dégel, si les éprouvettes ne présentent aucune détérioration extérieure, on les éprouve à l'écrasement pour comparer leur coefficient de résistance à celui des éprouvettes de la même pierre à l'état sec et saturé. Dans ce but, on présente au Laboratoire de chaque sorte de pierre 6 éprouvettes, dont 2 sont éprouvées à sec à la compression, 2 à l'état saturé à la compression et 2 à la gelée, suivie parfois d'un essai à l'écrasement.

Remarque. — Aux mêmes essais sont soumises les briques, les tuiles, etc.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

XII

NOTE

SUR

LES NOUVEAUX APPAREILS

EMPLOYÉS DANS LE LABORATOIRE D'ESSAIS DE MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION

DE L'UNIVERSITÉ PURDUE

A LAFAYETTE, IND. (ÉTATS-UNIS)

COMMUNICATION

PRÉSENTÉE PAR

M. William Kendrick HATT

PROFESSEUR AGRÉGÉ DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE

ET

M. W. P. TURNER

INSTRUCTEUR A L'ATELIER DE MACHINES-OUTILS

Nous décrirons dans cette note un tambour rotatif pour l'essai des briques de pavage et un appareil pour l'essai au choc, qui ont été récemment installés dans le laboratoire d'essais de l'Université Purdue. Les auteurs espèrent que, vu leur agencement nouveau, ces appareils pourront être utiles aux travailleurs qui étudient dans d'autres laboratoires, et ils seront heureux de faire leur profit des critiques des membres du Congrès.

TAMBOUR ROTATIF POUR L'ESSAI DES BRIQUES DE PAVAGE

La détermination des qualités de résistance à l'usure des briques cuites pour pavage, au moyen d'un essai unique ou d'une série d'essais, a été l'objet, aux États-Unis, de recherches longues et très complètes. Actuellement, l'essai au moyen d'un tambour rotatif paraît le plus convenable pour déceler les défauts de moulage ou de cuisson. L'appareil consiste essentiellement en un tambour cylindrique horizontal, tournant autour de son axe géométrique, et contenant un certain nombre de morceaux de fonte de grosseur déterminée. Les briques sont soumises au choc et au frottement de ces morceaux de fonte pendant un certain nombre de tours du tambour. On détermine la perte de poids des briques, exprimée en centièmes de leur poids primitif, et cette perte de poids caractérise leur qualité. Les dimensions du tambour, sa vitesse de rotation, la quantité de morceaux de fonte nécessaire et leurs dimensions, le nombre de briques à introduire dans le tambour, ont été déterminés

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

récemment par l'Association nationale des fabricants de briques, à la suite de travaux très complets poursuivis par le Comité technique de cette Association, sous la direction du professeur Edward Orton, de Colombus (Ohio, États-Unis). Voici ces données brièvement résumées. Le tambour doit avoir $0^m,711$ de diamètre et $0^m,508$ de longueur; son diamètre peut varier de $0^m,660$ à $0^m,760$ et sa longeur de $0^m,457$ à $0^m,610$; il doit être supporté à chacune de ses extrémités[1] et ne doit être traversé par aucun arbre.

Le tambour doit avoir pour section un polygone de 14 côtés avec un intervalle de 6 millimètres entre les douves. Le nombre des douves peut varier de 12 à 16 et l'intervalle entre les douves de 3 millimètres à $9^{mm},5$. La charge doit comprendre 9 pavés ou 12 briques pour pavage[2] et 136 kilogrammes de fonte ordinaire en morceaux comprenant 34 kilogrammes de morceaux mesurant $0^m,635 \times 0^m,535 \times 0^m,114$ et 102 kilogrammes de morceaux mesurant $0^m,038 \times 0^m,038 \times 0^m,038$ [3]. Le nombre de tours pour un essai-type est fixé à 1800 à la vitesse de 28 à 30 tours par minute. Les briques doivent être complètement sèches avant de procéder à l'essai. Pour obtenir chaque résultat on prend la moyenne de deux essais.

La marche de chaque essai peut être représentée par une courbe (fig. 1) : on porte en abscisses le nombre total de tours du tambour et en ordonnées la perte de poids du nombre

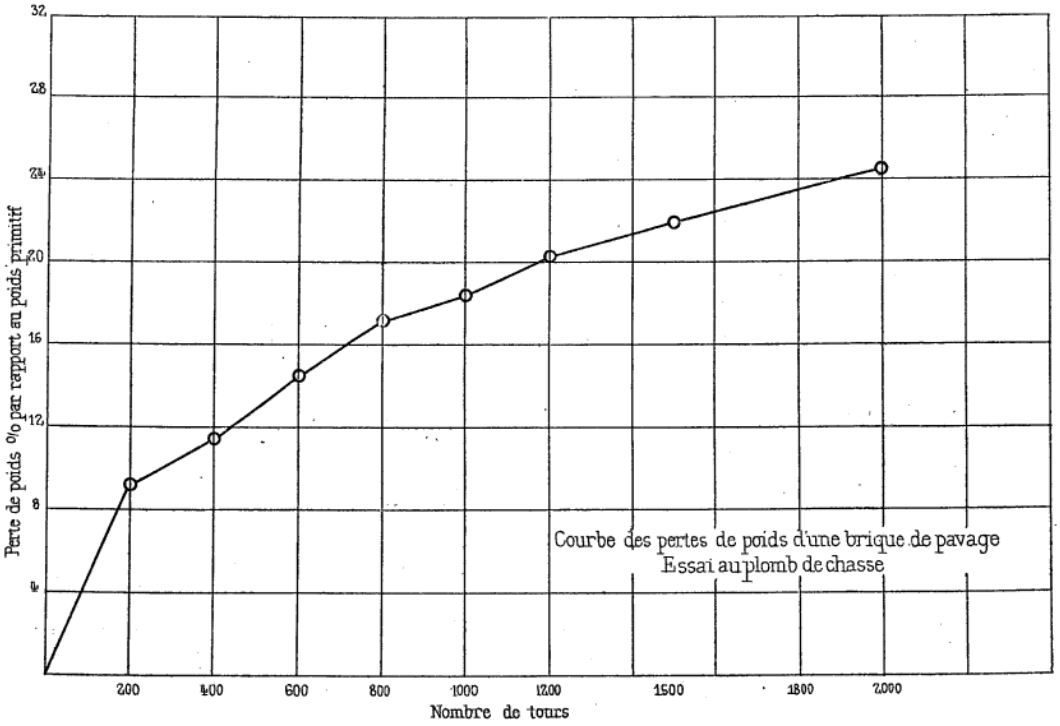


Fig. 1. — Machine à essayer les briques.

total des briques soumises à l'essai exprimée en centièmes de leur poids primitif. Dans la première partie de l'essai il se produit des éclats sur les arêtes des briques tandis que la seconde période correspond à un effet de frottement.

Les ingénieurs emploient couramment pour ces essais un tambour ou tonneau ordinaire de fonderie qu'on ne peut guère comparer aux appareils plus perfectionnés d'un laboratoire d'essais. Le tambour choisi doit être facile à manœuvrer et permettre de maintenir

1. Cette précaution ne s'applique pas aux tambours ayant la forme de celui qui est décrit ci-après.
2. Les pavés ont environ $0^m,254 \times 0^m,102 \times 0^m,089$ et les briques $0^m,229 \times 0^m,102 \times 0^m,076$.
3. D'après les travaux du professeur A.-N. Talbot.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

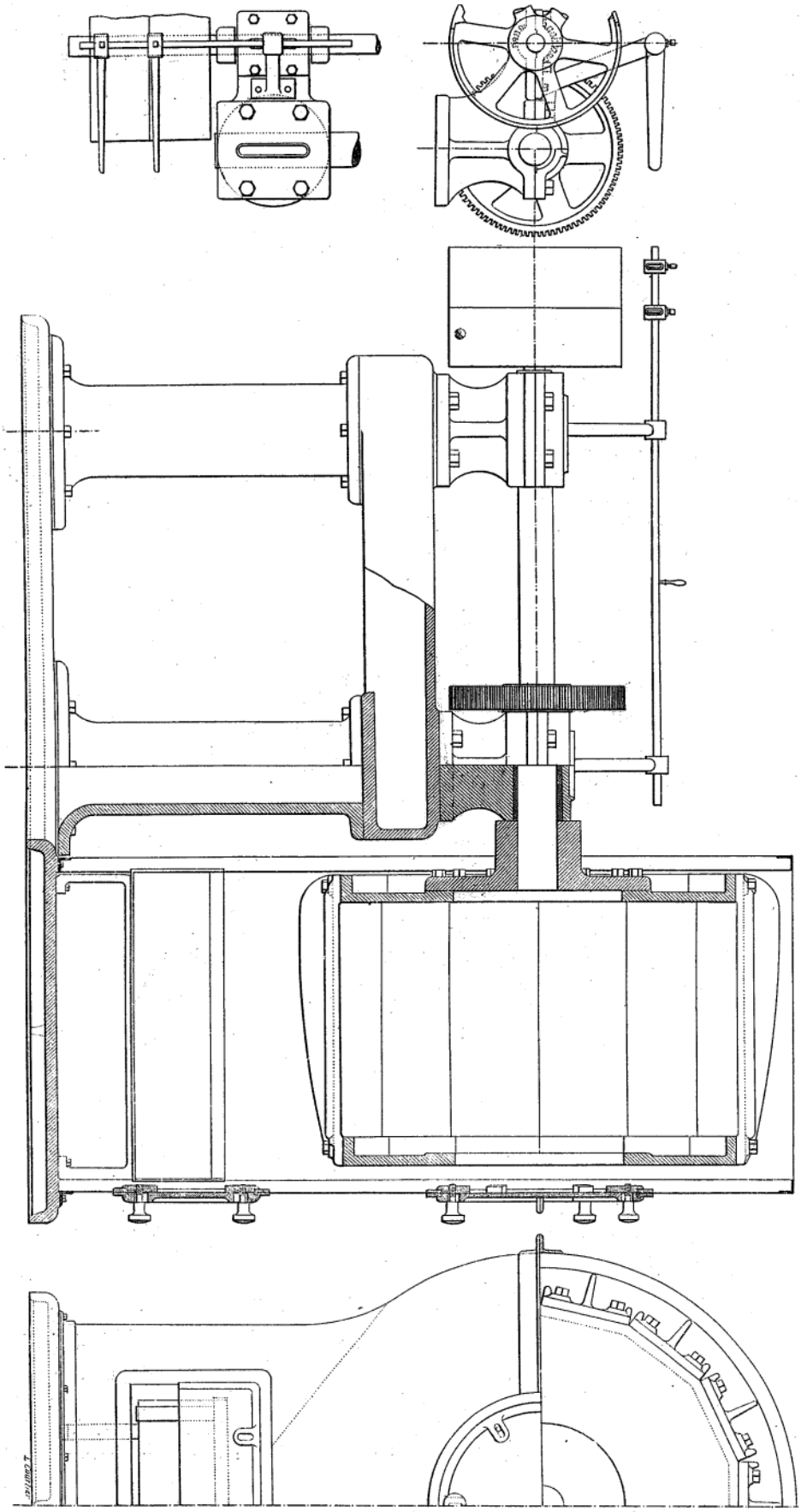


Fig. 2. — Machine à essayer les briques (Université Purdue). — Échelle de 166mm par mètre

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

l'atmosphère du laboratoire exempte de poussière. Un tambour de ce genre, étudié et construit dans l'atelier des machines-outils de l'Université Purdue (fig. 2), a été placé dans le Laboratoire d'essais des matériaux de cet établissement. Depuis, un appareil semblable a été construit pour l'Université Columbia, à New-York; on a profité de l'expérience acquise pour perfectionner certains détails (fig. 3 et 4). La figure 1 représente une coupe par l'arbre principal et une demi-élévation en bout. Le tambour a $0^m,508$ de longueur et $0^m,711$ de diamètre; les douves, au nombre de 14, sont séparées par des intervalles de 6 millimètres. Les douves représentées figure 1, reconnues trop faibles, ont été remplacées par d'autres présentant, au lieu d'une seule nervure centrale, deux fortes nervures sur leurs arêtes. Le tambour et les douves sont en fonte, mais les douves dureraient plus longtemps si elles étaient en acier.

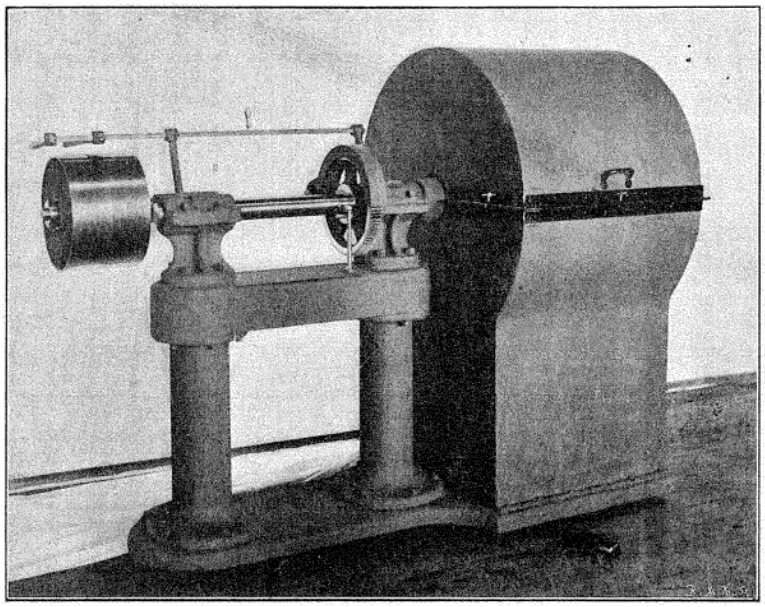


Fig. 3. — Machine à essayer les briques prête à fonctionner (Université Purdue).

A l'une des extrémités du tambour est boulonné un plateau en tôle de 36 millimètres d'épaisseur qui est fixé à un arbre de 89 millimètres de diamètre. L'autre extrémité du tambour est donc libre et on y a ménagé une ouverture pour introduire et retirer les briques, opérations qui exigent, dans le cas des tambours ordinaires, le démontage d'une douve. Ce dispositif économise du temps et permet de faire des pesées répétées pendant l'essai. Dans le cas où on emploie des grenailles pour remplir le tambour, on ferme l'ouverture pratiquée dans son extrémité libre au moyen d'une tôle.

L'arbre principal tourne dans deux coussinets reposant sur un lourd sommier en fonte que supportent deux colonnes en fonte reliées à la base par une forte plaque de fondation en fonte. L'arbre principal est commandé par un arbre parallèle au moyen d'un train d'engrenage dont la raison est 1/4. L'arbre parallèle porte deux poulies dont une folle, de $0^m,305$ de diamètre, avec courroie de 101 millimètres.

Pour éviter la poussière, le tambour est entouré d'une enveloppe de tôle faite de deux parties; la partie inférieure repose sur la plaque de fondation en fonte de la machine; la partie supérieure est reliée à l'autre par une charnière autour de laquelle on la fait osciller quand on veut examiner ou réparer le tambour. Une ouverture circulaire pratiquée dans l'enveloppe correspond à celle qui est percée à l'extrémité du tambour : l'ouverture ménagée dans l'enveloppe peut être facilement fermée au moyen d'une plaque de tôle maintenue par des crochets.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

A la partie inférieure de l'enveloppe se trouve une porte qui permet de retirer un récipient dans lequel viennent se réunir les poussières provenant du tambour.

La figure 3 représente la machine perfectionnée prête à fonctionner. La figure 4 représente la machine dont on a enlevé l'enveloppe, le récipient à poussière étant partiellement retiré. Dans la figure 3, on voit près de l'engrenage un support vertical sur lequel est placé un compteur de tours.

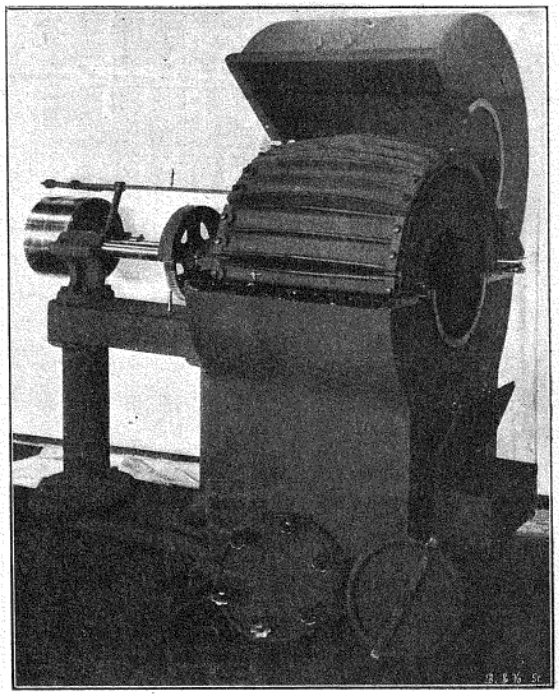


Fig. 4. — Machine à essayer les briques (Université Purdue).

La machine complète pèse à peu près 816 kilogrammes et coûte environ 1000 francs, matière et main-d'œuvre comprises.

APPAREIL POUR LES ESSAIS AU CHOC

On a procédé au Laboratoire de l'Université Purdue, pendant ces trois dernières années, à une série d'essais ayant pour but de déterminer comment se comportent, au choc, le fer et l'acier soumis à une tension. Au début, on employait à cet effet une machine provisoire en bois. Cette méthode d'essai parut devoir donner des résultats si satisfaisants qu'une machine définitive en fer fut étudiée et construite; les détails mécaniques en furent disposés de manière à rendre l'opération facile et prompte. La machine a fonctionné pendant deux mois, et, suivant l'avis des auteurs, elle constitue un appareil très précieux. Nous allons en donner une description.

Dans la machine primitive le mouton M était suspendu à une chape fixée par des coins à l'extrémité inférieure de l'éprouvette B. Le mouton et l'éprouvette étaient soulevés vers une chape semblable C fixée par des coins à l'extrémité supérieure de l'éprouvette comme le montre le diagramme 1.

Quand on provoque la chute du mouton, la chape supérieure vient porter sur un étrier P placé entre les deux montants de la machine. La valeur de la déformation et le travail auquel elle donne lieu sont fournis par une courbe de vitesse tracée à la surface d'un tambour

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

rotatif D par un crayon fixé au mouton M. Cette machine provisoire était employée pour rompre d'un seul coup de mouton des fils de fer et d'acier de $3^m,048$ de long (diamètre variant de 3 à $8^{mm},4$) au moyen de moutons de 363 ou de 544 kilogrammes tombant d'une hauteur variant de $1^m,829$ à $3^m,658$ [1].

La machine définitive est analogue comme principe à l'appareil provisoire. On l'a rendue plus commode pour l'essai des éprouvettes courtes, en supprimant l'étrier et en rendant la chape supérieure mobile de manière à diminuer la distance qui sépare les colonnes (diagramme 2). La chape est arrêtée directement dans sa course par les montants de la

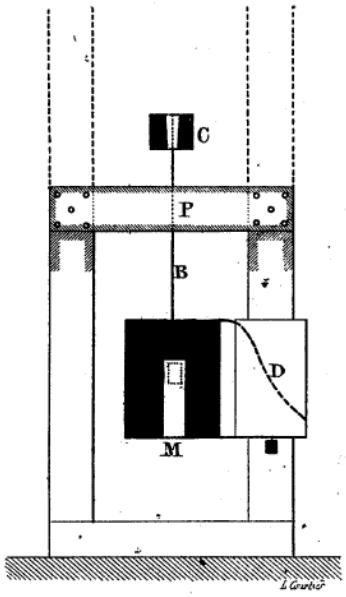


Diagramme 1.

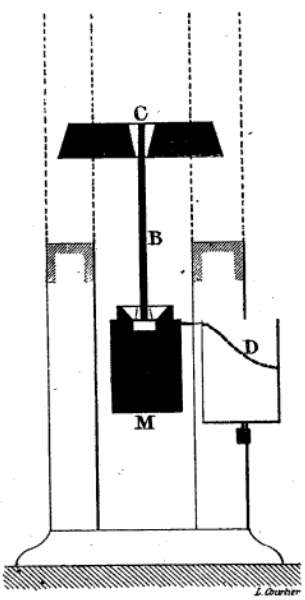


Diagramme 2.

Machine à essayer au choc.

machine. Les détails : mode d'attache du poids, appareil enregistreur, treuil de levage, ont été étudiés de manière à vaincre d'un seul coup la « résilience totale » ou travail de déformation à la rupture d'une éprouvette en acier doux de $127^{mm},7$ de diamètre, longue de 203 millimètres entre les têtes. Ordinairement le coup de mouton correspond à 483 kilogrammètres. La machine est disposée de manière à permettre d'effectuer des essais de compression. Nous discuterons plus loin la résistance à la flexion des différents organes de la machine et nous estimerons la quantité de force vive absorbée par sa déformation. Nous nous occuperons pour le moment du principe de la machine et de la description de ses détails.

THÉORIE DU FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE

Soient deux masses $M_1 M_2$, réunies par une tige S (diagramme 3).

Le système tombe d'une hauteur h. La masse M_1 venant frapper la masse M_2 il en résulte une déformation accompagnée de la rupture de S.

Soient :

W_1, W_2,	les poids respectifs des masses $M_1 M_2$.
$C_1 C_2$,	les vitesses initiales respectives des masses $M_1 M_2$, avant le choc.
$V_1 V_2$,	les vitesses initiales respectives des masses $M_1 M_2$, après le choc.
$\int T dl$	le travail de déformation du système entier.
l_1	la flexion de M_1.
l_2	l'allongement de S.

1. Voir le Rapport préliminaire du Comité sur l'état actuel de la question des essais au choc. *Bulletin* n° 5 de la Section américaine de la Société Internationale pour l'essai des matériaux.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

En appliquant le théorème des forces vives entre le moment où M_1 entre en contact avec M_3 et le moment de la rupture de la tige S, on a :

$$W_1 l_1 + W_2 (l_1 + l_3) = \int T dl + \frac{1}{2} M_1 V_1^2 + \frac{1}{2} M_2 V_2^2 - \frac{1}{2} (M_1 + M_2) C_1^2.$$

Dans l'appareil employé on peut négliger $W_1 l_1$ qui est très petit par rapport à $W_2 (l_1 + l_3)$. On peut aussi négliger $\frac{1}{2} M_1 V_1^2$, et il reste

$$\int T dl = W_2 (l_1 + l_3) + \frac{1}{2} (M_1 + M_2) C_1^2 - \frac{1}{2} M_2 V_2^2. \qquad (A)$$

La méthode d'essai comporte la mesure de l_1 de l_3, et de C_1 et de V_2 d'après la courbe enregistrée sur le tambour par un crayon fixé au mouton; l_1 et l_3 sont mesurés directement sur la courbe tandis que l'on calcule les vitesses C_1 et V_2 en construisant un triangle rectangle dont l'hypothénuse est la course du crayon sur le tambour et dont les autres côtés sont les vitesses C_1 ou V_2 et la vitesse circonférentielle du tambour qui est fournie par un diapason maintenu en contact avec le tambour pendant l'essai.

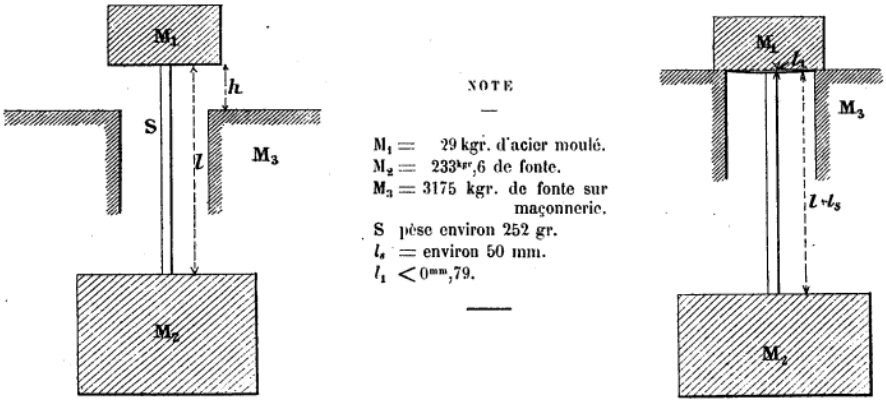


Diagramme 3. — Machine à essayer au choc.

Le travail de déformation est donc égal au produit du poids du mouton par l'allongement total de l'éprouvette, plus la différence de force vive du système avant et après le choc [1].

Une fraction de $\frac{1}{2} M_1 C^2$ concourt seule à la déformation de S, car le choc de M_1 contre M_3 absorbe environ 90 % de $\frac{1}{2} M_1 C^2$: si, par exemple, on laisse tomber la masse M_1 d'une hauteur h elle ne rebondira qu'à une hauteur égale à 1/10 h.

Pour obtenir le travail de déformation de l'éprouvette (y compris l'énergie élastique et non compris la striction, la quantité $\int T dl$ doit subir une correction afin de tenir compte de la déformation des organes de la machine tels que la chape, les têtes de l'éprouvette, les colonnes, etc.

Les chapes peuvent être tarées au moyen d'une machine d'essai à l'état statique du type ordinaire; on connaîtra ainsi l'énergie élastique correspondant à une flexion quelconque. Les flexions de ces chapes peuvent être obtenues quand le système fonctionne au choc et on peut ainsi corriger l'erreur en ce qui concerne l'éprouvette.

1. Si on construit les tangentes successives à la courbe de déformation et les accélérations composées successives, on peut construire une courbe des allongements correspondant aux charges.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

DESCRIPTION DE LA MACHINE

La figure 5 représente la machine complète telle qu'elle est montée dans le Laboratoire d'essais. Son soubassement, en partie enfoncé dans le sol, repose sur un massif de fondation en maçonnerie de briques ($1^m,524 \times 1^m,524 \times 1^m,829$) et de ciment naturel édifié sur une aire de gravier ; les quatre assises supérieures sont en maçonnerie de briques, de pavage et de ciment Portland. Une couche de mortier de ciment Portland (1 : 1) est interposée entre la plaque de fondation et le massif. La machine (fig. 6) consiste en un solide bâti en fonte pesant environ 2267 kilogrammes qui supporte deux colonnes en fonte de $3^m,658$ de hauteur reliées au sommet par une entretoise en fonte (voir les détails fig. 7). La face interne de chaque colonne est dressée et sert de guide au mouton. Chaque colonne comprend deux parties assemblées par des boulons et des goujons; la partie inférieure est une pièce

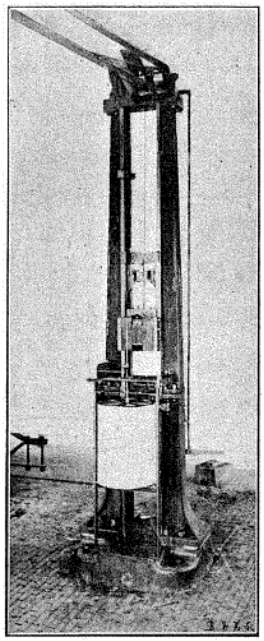


Fig. 5. — Machine à essayer au choc (Université Purdue).

de fonte pesant 250 kilogrammes; la partie supérieure présente une section en forme d'U (238 kilogrammes). Chaque colonne pèse donc 488 kilogrammes. On peut augmenter la hauteur de la machine en ajoutant une section aux colonnes.

La figure 6 représente la chape supérieure à laquelle est fixée l'éprouvette; cette chape consiste (fig. 6) en une forte pièce d'acier moulé (30 kilogrammes) dont les extrémités peuvent pénétrer à l'intérieur de la partie de la colonne qui sert de guide. Au centre est un trou rectangulaire dans lequel on fixe l'éprouvette par des coins. On peut remplacer les coins par des écrous en filetant les extrémités de l'éprouvette [1].

La chape inférieure par l'intermédiaire de laquelle le mouton est suspendu à l'éprouvette est également une pièce d'acier moulé dans laquelle est ménagée une ouverture rectangulaire. La chape est reliée au mouton (fig. 6) par deux forts boulons.

Le mouton est un bloc de fonte pesant 234 kilogrammes que l'on ajuste dans les guides avec un peu de jeu, en ménageant un léger frottement. La face inférieure du mouton pré-

1. Cette chape ne révèle aucune trace de rupture ni de flexion après la rupture de 70 éprouvettes.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

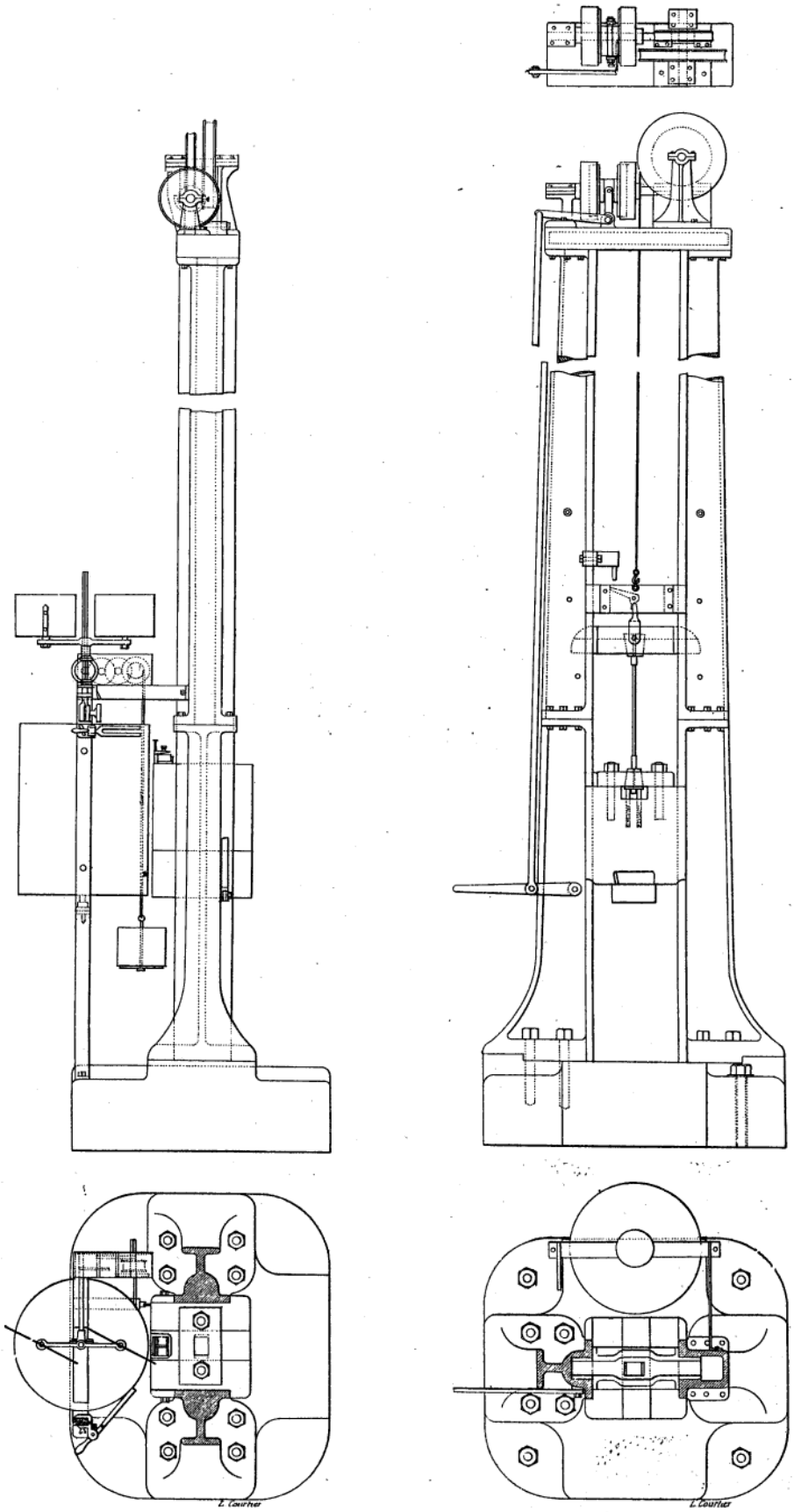


Fig. 6. — Machine à essayer au choc (Université Purdue). — Échelle de 125mm par mètre.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

sente une rainure en queue d'aronde dans laquelle on peut fixer, au moyen de clavettes, des têtes de formes diverses pour essais de compression.

Pour lever ou abaisser le mouton on emploie un treuil étudié de manière à permettre de lever, d'abaisser ou d'arrêter le mouton en un point quelconque de sa course. A cet effet, l'arbre qui porte le tambour de levage est muni d'une vis qui porte le tambour du treuil; sur cet arbre sont calées deux poulies de friction tournant en sens inverse et commandées par un levier oscillant relié à un arbre de commande vertical parallèle aux montants. Les poulies et l'arbre sont maintenus en contact par des ressorts; on lève ou on abaisse le levier, suivant que l'on désire soulever ou laisser tomber le mouton.

Pour provoquer la chute de l'éprouvette et du mouton d'une hauteur donnée, on emploie une chape spéciale de déclenchement (fig. 7). Cette chape est accrochée au câble du treuil et glisse librement entre les guides. Une pièce métallique, reliée à la chape supérieure à laquelle est fixée l'éprouvette, porte un crochet maintenu en place par un ressort

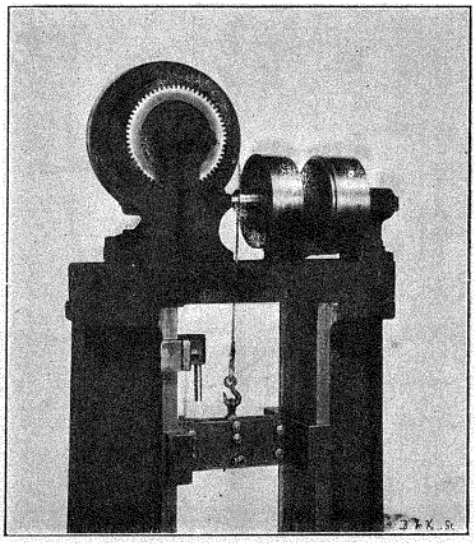


Fig. 7. — Mécanisme de levage et de déclenchement.

et qui peut entrer en prise avec une cheville à section carrée faisant partie de l'appareil de déclenchement (fig. 6). Ces organes étant en prise, le tout peut être soulevé au moyen du treuil jusqu'à ce que la chape vienne en contact avec le taquet d'arrêt qui a été fixé sur les guides à la hauteur voulue. Le taquet d'arrêt abaisse alors la détente que porte l'appareil de déclenchement et le crochet est ainsi libéré, ce qui provoque la chute du système. On a constaté plusieurs cas de rupture des boulons qui fixent la sphère et les guides à la chape supérieure.

Les circonstances qui accompagnent chaque choc sont enregistrées par un crayon fixé au mouton sur un tambour rotatif en tôle maintenu verticalement par un cadre que l'on peut lever ou abaisser à la hauteur convenable pour enregistrer les essais suivant la longueur des éprouvettes.

Afin de réduire le frottement, l'extrémité inférieure de l'arbre du tambour est munie de coussinets à billes. Un poids de $22^{kg},6$ relié à un mouvement d'horlogerie fournit la force nécessaire pour faire tourner le tambour. Quand l'appareil fonctionne, le poids est soulevé à une certaine hauteur, et, pendant qu'il tombe, la vitesse du tambour s'accélère jusqu'à l'arrêt, mais elle reste pratiquement constante pendant le choc. On peut ainsi faire varier et régler la vitesse du tambour en faisant varier la hauteur à laquelle on soulève le poids de l'horloge.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

On connaît la vitesse exacte du tambour au moment de la chute au moyen d'un diapason dont une branche est munie d'une pointe de bronze; ce diapason enregistre ses vibrations sur une bande de papier spécial fixée à la partie supérieure du tambour.

Le crayon enregistreur est actionné par un électro-aimant, et, quand le mouton tombe, il se produit un contact électrique après que la pointe du crayon a dépassé l'arête supérieure du tambour. L'aimant attire alors une armature et applique le crayon contre le tambour.

Quand on veut essayer des éprouvettes longues, on doit bloquer la chape supérieure, ce qui peut se faire en remplissant avec des blocs rectangulaires maintenus par des boulons la partie inférieure des colonnes de support.

Le fonctionnement de la machine est très simple et très rapide. Pour procéder à un essai, l'opérateur assujettit d'abord l'éprouvette entre le mouton et la chape supérieure. Si la fixation de l'éprouvette s'obtient au moyen de coins, ils doivent être introduits à force dans la chape inférieure avec une pince et chassés dans la chape supérieure avec une masse pour éviter tout glissement. L'appareil de déclenchement est ensuite abaissé et accroché à la chape supérieure.

La figure 8 donne les dimensions adoptées pour les éprouvettes.

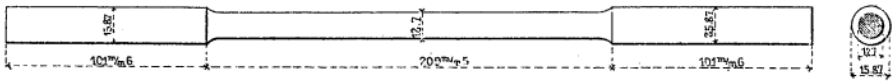


Fig. 8. — Éprouvette pour essai au choc.

On trace sur le tambour une ligne de base correspondant à la longueur primitive de l'éprouvette et on amène ensuite tout le système au point que l'on choisit comme origine de la chute. La chaîne du poids de l'horloge est ensuite enroulée de la quantité nécessaire pour que le tambour atteigne la vitesse voulue et, au moment où ce poids atteint le taquet, on soulève le système qui est ensuite déclenché. En même temps, on approche le diapason enregistreur de la surface du tambour. Des billes de sapin amortissent le choc du mouton sur la plaque de fondation après la rupture de l'éprouvette. Il faut environ six minutes pour mettre l'éprouvette en place et la rompre; la rupture des éprouvettes sur lesquelles ont porté les essais dure 1/100e de seconde. On n'a pas exécuté les régulateurs à ailettes prévus dans le projet sur l'arbre du tambour.

CALCUL DE LA DÉFORMATION DES ORGANES DE LA MACHINE

Reportons-nous à l'équation (A) :

$$\int T dl = W_2 (l_1 + l_3) + \frac{1}{2} (M_1 + M_2) C_1^2 - \frac{1}{2} M_2 V_2^2.$$

L'expression $\int T dl$ renferme le travail de déformation de l'éprouvette; (*a*) celui des coins; (*b*) celui des têtes de l'éprouvette; (*c*) celui de la chape M_1; (*d*) celui de la chape M_2; (*e*) celui des colonnes de support de la machine, et enfin (*f*) le travail de frottement sur les guides.

a et *b*. Nous avons dit qu'on pouvait assujettir les coins assez solidement pour empêcher tout déplacement notable.

c. Avant de mettre en place les chapes supérieure et inférieure, on les soumet à des charges successives jusqu'à 13 608 kilogrammes sur une machine à essayer, système Olsen, et on note les flexions.

Les chapes sont supportées à leurs extrémités et les charges sont appliquées par l'intermédiaire d'une éprouvette fixée à la chape par des coins, comme on le fait dans les

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

essais au choc. On note les flexions des chapes au centre de leur longueur entre supports comme suit :

CHAPE SUPÉRIEURE

CHARGES	RÉSULTATS LUS			RÉSULTATS LUS		
	CÔTÉ DROIT	CÔTÉ GAUCHE	MOYENNE	CÔTÉ DROIT	CÔTÉ GAUCHE	MOYENNE
kilog.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.	mm.
91	6,929	6,969	6,974	6,977	6,965	6,971
4.536	6,969	6,962	6,965	6,967	6,956	6,961
9.072	6,962	6,95	6,956	6,956	6,945	6,955
13.608	6,95	6,94	6,945	6,95	6,94	6,945
91	»	»	»	6,977	6,967	6,972

La flexion moyenne de ces deux essais était :

CHARGES	FLEXIONS
—	—
kilog.	mm.
91	»
4.536	0,889
9.072	1,778
13.608	2,032

De même, on avait pour la chape inférieure M_2 fixée au mouton les résultats suivants :

CHAPE INFÉRIEURE

CHARGES	RÉSULTATS LUS			
	CÔTÉ DROIT	CÔTÉ GAUCHE	MOYENNES	FLEXIONS
kilog.	mm.	mm.	mm.	mm.
91	3,6957	3,7084	3,70205	»
4.536	3,7135	3,7211	3,7173	0,01524
9.072	3,7459	3,7262	3,73505	0,03302
13.608	3,7414	3,7668	3,7541	0,05334
91	3,7053	3,7236	3,71345	0,01270
13.608	3,7465	3,7719	3,7592	0,05842

Ces flexions comprennent celles de la chape inférieure et des boulons de fixation.

Nous avons ainsi un moyen d'évaluer la force vive emmagasinée dans les chapes pour toute flexion donnée pouvant se produire sous l'influence d'un choc quand les chapes fonctionnent.

d. Pour M_2 un style est fixé solidement au mouton de manière à obtenir sur la chape inférieure une courbe indiquant toute flexion des boulons ou de la chape qui pourrait se produire. Pour un coup correspondant à $276^{kgm},5$ on n'a constaté aucune flexion.

Jusqu'à présent, on n'a étudié aucune méthode pour mesurer la flexion de la chape supérieure. On peut cependant supposer que la proportion relative de force vive absorbée par les deux chapes et par l'éprouvette reste sensiblement la même, quelle que soit la rapidité avec laquelle l'éprouvette se rompt. Cette hypothèse est rendue légitime par le fait que « la résilience totale », ou travail de déformation dû à la rupture de l'acier doux,

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

paraît ne pas différer beaucoup dans le cas de l'essai au choc et de l'essai statique. L'inertie de la chape supérieure diminue la quantité de force vive absorbée par ce corps.

Si l'on accepte cette hypothèse, on aura pour une éprouvette en acier au nickel de $12^{mm},7$ de diamètre et de 210 millimètres de longueur entre les têtes, dont la charge maximum de rupture dans un essai à l'état statique est d'environ 20000 livres (9072 kilogrammes) :

$$\text{Travail absorbé par la chape supérieure } \frac{20000 \times 0,4536}{2} \times 0,007 \times 0,0254 = 0^{kgm},8065.$$

$$\text{— — } \frac{20000 \times 0,4536}{2} \times 0,001 \times 0,0254 = 0^{kgm},1142.$$

Puisque l'éprouvette absorbe environ 2000 pieds-livre ($275^{kg},5$), l'erreur provenant de l'hypothèse faite est très faible.

e. L'énergie représentée par la quantité $1/2\, M_1 C_1^2$, c'est-à-dire la force vive de la chape supérieure est toujours entièrement perdue dans le choc contre les colonnes de la machine. Dans le cas où la chape supérieure tombe en chute libre d'une hauteur de $1^m,98$, elle ne rebondit qu'à une hauteur de 203 millimètres, c'est-à-dire que, dans l'équation (A), on peut prendre $\frac{M_1}{10}$ pour valeur de M_1.

f. Le frottement des guides pendant la déformation de l'éprouvette peut être estimé en observant le retard de la chute du mouton tombant en chute libre. Neuf observations faites pour déterminer la vitesse due à une chute de $1^m,676$ de hauteur ont donné une vitesse moyenne de $5^m,566$ par seconde avec une variation de $5^m,492$ à $5^m,620$, la vitesse théorique étant de $5^m,739$. Le poids de la masse en mouvement étant de 550 livres (250 kilogr.), le retard correspond à un frottement constant d'environ 48 livres ($21^{kg},7$). Le travail du frottement pendant la déformation de l'éprouvette est donc de :

$$\frac{48 \times 0,4536 \times 2 \times 0,3049}{12} = \times 0,1383 = 1^{kgm},1\ (1).$$

Les guides sont lubrifiés avec de l'huile.

La méthode qui consiste à mener des tangentes « à l'œil » aux courbes tracées sur le tambour entraîne une erreur compensatrice dont on n'a pas déterminé le degré de probabilité. Les écarts entre les valeurs données ci-dessus peuvent cependant servir d'indication. Si les coins sont bien serrés et si l'appareil est en bon état on peut admettre que sur les 2000 pieds-livre ($276^{kg},5$) d'énergie nominalement absorbés par l'éprouvette, environ 95 % sont réellement absorbés par cette éprouvette. Une partie de ces 95 % est évidemment représentée par l'allongement élastique de la tige; il en résulte un recul si la tige n'est pas rompue. Dans un petit nombre de cas, l'éprouvette était étirée et présentait une striction au bout d'un seul coup de mouton sans qu'il en résultât de rupture. Dans un cas, le recul fut de 1/4 de pouce ($6^{mm},3$) ce qui représente, pour le poids soulevé de 263 kilogrammes, une énergie élastique de 12 pieds-livre ($1^{kg},656$).

Le diagramme 4 montre le genre de courbes que l'on obtient sur le tambour; ces courbes correspondent à des éprouvettes d'acier doux de $12^{mm},7$ de diamètre et de $0^m,210$ de longueur entre têtes.

Ces barreaux ont été cassés à différentes températures. Le tableau 1 donne les résultats des observations; le diagramme 4 fournit un exemple de calculs.

La machine est actuellement utilisée par MM. Jewell et Eaton de Purdue qui effectuent des recherches sur l'effet de la température sur l'élasticité des métaux soumis à des chocs. On opère sur des éprouvettes d'acier au nickel, d'acier doux et de fer forgé : les températures varient de $-73°$ à $+210°$. Il est difficile de casser les éprouvettes au milieu quand on opère à basse température, même en refroidissant les coins et les chapes. Les deux extrémités présentent des étranglements tandis que le milieu conserve son diamètre primitif.

1. L'allongement de l'éprouvette est de 2 pouces, c'est-à-dire 2 douzièmes de pied.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

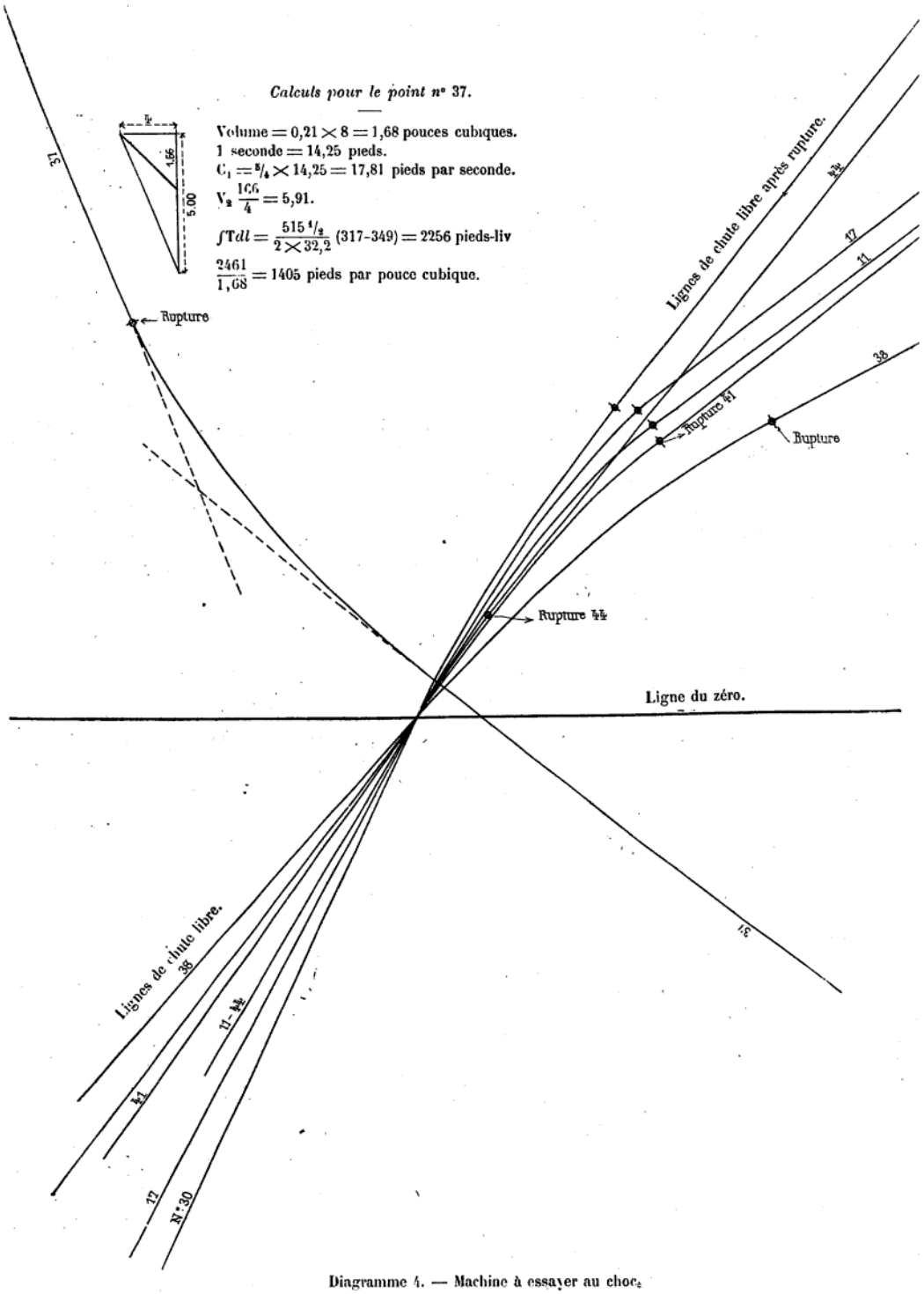


Diagramme 4. — Machine à essayer au choc.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

NOTE DU PROFESSEUR W. K. HATT

L'étude des détails mécaniques et la construction de ces machines dans l'atelier de l'Université Purdue sont dues à M. W.-P. Turner qui a collaboré à la rédaction de la note ci-dessus.

TABLEAU I — ESSAIS AU CHOC

ACIER DOUX — UN COUP DE MOUTON

NUMÉRO DE L'ESSAI	DIAMÈTRE	POIDS du MOUTON	HAUTEUR de CHUTE	VITESSE INITIALE	VITESSE FINALE	ALLONGEMENT	DIAMÈTRE au point DE RUPTURE	ÉLASTICITÉ par CENTIMÈTRE cube	TEMPÉRATURE de L'ESSAI	SITUATION du point DE RUPTURE
	mm.	kg.	m.	mètres par seconde	mètres par seconde	mm.	mm.	kgm.	Degrés centigrades	en centimètres à partir de l'extrémité de l'éprouvette
11	0,01297	234	1.676	5.578	2.539	51,3	7,4	11.16	+ 21°	2,54
44	0,0129	»	1.549	5.501	4.078	17,3	7,87	6.24	— 73°	2,54
30	0,01333	»	1.676	5.562	3.267	53,3	7,44	9.07	— 20°	20,32
17	0,01284	»	1.676	5.611	2.341	53,3	7,39	12.21	0°	2,54
38	0,01270	»	1.524	5.517	2.478	50,8	7,62	11.65	+ 100°	10,16
41	0,01276	»	»	5.276	2.990	47,2	7,75	8.40	+ 204°	2,54
37	0,01316	»	1.524	5.428	1.801	62,2	7,19	13.48	+ 100°	10,16

WILLIAM KENDRICK HATT et W.-P. TURNER.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

XIII

SUR

UN APPAREIL ENREGISTREUR PORTATIF[1]

DONNANT UN DIAGRAMME

DE L'EFFORT EN FONCTION DE LA DÉFORMATION

NOTE

Présentée par Gus. C. HENNING

DE NEW-YORK

MEMBRE DU COMITÉ DIRECTEUR DE L'ASSOCIATION INTERNATIONALE DES ESSAIS DES MATÉRIAUX

Quand je faisais mes études d'ingénieur au « Stevens Institute of Technology », j'ai eu la bonne fortune d'être l'élève de M. Robert H. Thurston, et, comme j'avais du goût pour les études expérimentales, j'obtins promptement de lui la permission de faire usage des appareils dont disposait le laboratoire qui lui était confié. Une des machines qui attira immédiatement mon attention fut la machine à essayer à la torsion de Thurston, munie d'une disposition pour enregistrer graphiquement.

Après en avoir fait usage pendant quelques jours, je vis que, bien que cet appareil fût très commode, il n'était pas d'une grande précision et que les résultats qu'il donnait ne pouvaient pas inspirer confiance. Au surplus, l'emploi de ce dispositif était limité à un type particulier de machine à torsion et ne pouvait être étendu à aucun autre.

Je fus frappé de l'intérêt qu'il y aurait à faire usage d'un enregistreur graphique pour les essais de matériaux et, depuis ces premiers essais, l'étude de ce sujet a occupé mon attention de temps à autre.

M'étant trouvé occupé en 1876 à la construction du pont de New-York à Brooklyn, où on pratiquait une machine à essayer aussi pourvue d'un appareil enregistreur, je l'étudiai ; ces appareils sont devenus plus tard la machine à essayer Fairbanks, et l'appareil à diagramme Abbott employé avec elle. Ce dernier était cependant si compliqué et si difficile à régler, qu'il disparut rapidement de sa mort naturelle, quelques spécimens de cet appareil (probablement trois) ayant seulement été mis en service. Ses applications étaient limitées, il n'avait pas d'utilité pratique, et on cessa promptement de l'employer. Beaucoup d'autres appareils enregistreurs ont été construits antérieurement, mais surtout après cette date, la plupart d'entre eux étaient des accessoires des machines. Ces appareils enregistraient simplement soit la déformation élastique sans l'amplifier, produisant ainsi des diagrammes de peu de valeur, soit un diagramme partiel ; le choc qui se produit au moment

1. Pour ce qui concerne tous ces enregistreurs, voyez le Manuel Martens sur les essais de matériaux, Chapman et Hall, L[d] London, John Wiley et Sons N. Y. et aussi J. Springer, Berlin.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de la rupture aurait detruit ces appareils, il fallait par conséquent les enlever avant l'achèvement de l'essai, ce qui donnait des diagrammes incomplets.

M'étant beaucoup occupé d'essais de matériaux pendant bien des années et ayant acquis par mon expérience personnelle la connaissance des points faibles des machines à essayer et de leur fonctionnement, il me parut désirable d'employer un appareil de contrôle pour les travaux faits sous ma direction; ceci me conduisit à élaborer un grand nombre de projets, dont aucun, du reste, ne remplit le but et qui furent promptement abandonnés comme peu pratiques ou défectueux.

Des appareils de ce genre doivent être portatifs, facilement applicables à toute machine et propres aux essais de tous les genres; ils doivent enregistrer l'essai depuis le commencement jusqu'à la fin; être facilement maniés par les opérateurs; ne pas causer de pertes de temps, une fois réglés; être précis et sûrs; et enfin produire des diagrammes comparables, ne nécessitant ni retraçage ni correction. En 1896 enfin, une idée nouvelle se présenta à

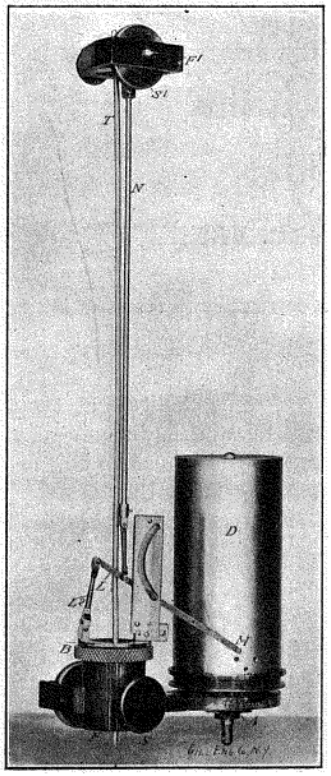


Fig. 1 *a*.

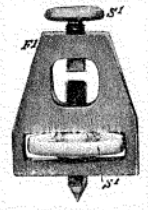


Fig. 1 *b*.

moi qui promettait de donner des résultats satisfaisants. L'indicateur de la machine à vapeur me parut tout à coup réaliser un type convenable pour un appareil de ce genre et pouvoir rendre des services après avoir subi les modifications convenables. Mes études m'avaient porté à croire qu'une amplification modérée de la déformation élastique répondrait aux besoins de la pratique et la multiplication par 10 me parut suffisante, comme la pratique l'a montré depuis. Le professeur Martens a aussi émis une opinion semblable. En conséquence, un indicateur Ashcroft fut modifié comme le montre la figure 1, *a* et *b*. Le cylindre F fut coupé un peu au-dessous du couvercle B et les pièces S furent soudées pour constituer un support. La tige du piston N fut allongée et retournée, et son extrémité supérieure réunie par un joint universel à un autre support ou bague, F (fig. 1, *a*). Le ressort fut enlevé du tambour et une ficelle, C, avec un contrepoids et des poulies-guides lui fut substituée. L'appareil ainsi modifié était prêt à être monté et pouvait servir à l'essai

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

de fils métalliques de petit diamètre auxquels il avait d'abord été destiné. L'appareil étant relié à l'éprouvette, tout changement dans la longueur de cette dernière actionnait le système de leviers vers le haut ou vers le bas, traçant sur le papier une ligne verticale. La corde C étant attachée en un point quelconque de la machine à essayer, dont les déplacements étaient proportionnels aux charges appliquées, le tambour tournait ainsi proportionnellement aux charges appliquées à l'éprouvette et équilibrées. Pour réduire l'ordonnée des charges dans les proportions du diagramme (fig. 2), la ficelle dont il était fait usage avec cet instrument était attachée, en un point convenable, à une légère tige de bois dont l'extrémité supérieure se déplaçait en avant et en arrière avec le poids mobile, tandis que l'extrémité inférieure était articulée au plancher. On pouvait obtenir ainsi telle réduction qu'on voulait de l'ordonnée des charges, mais c'était une disposition incommode et donnant des résultats inexacts.

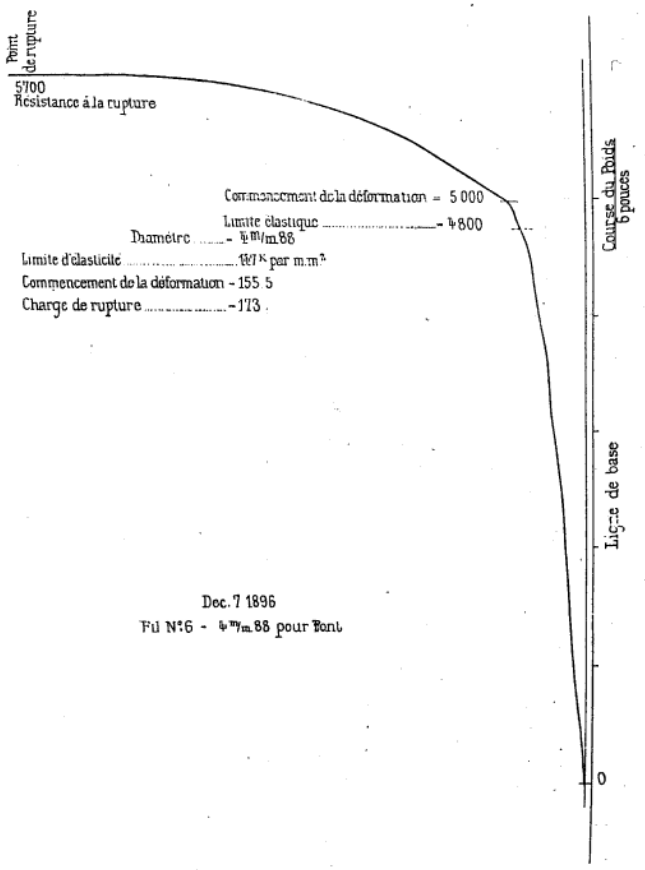


Fig. 2.

Comme on se servait d'éprouvettes de 306 millimètres (12 pouces), on laissa les leviers multiplicateurs donner des indications multipliées par 5 comme dans les indicateurs.

Les diagrammes obtenus par l'indicateur représenté par la figure 1 sont représentés par la figure 2, et, comme les fils métalliques ne s'allongent pas beaucoup, le papier ordinaire du tambour d'un indicateur avait une circonférence et une hauteur suffisantes pour contenir le diagramme entier, sans changer d'échelle, jusques et y compris le moment de la rupture. Pour éviter qu'il se produisit des avaries à ce moment, le couvercle B du cylindre F n'était tenu que par frottement, au lieu d'être vissé comme dans les indicateurs ordinaires. En conséquence, au moment de la rupture, l'appareil se séparait en deux parties sans qu'il se soit produit le moindre accident pendant plusieurs centaines d'essais.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Le fonctionnement de cet instrument était si satisfaisant que j'essayai immédiatement de l'employer pour d'autres essais.

Mais les matériaux de construction s'allongent de plus de 25 % tandis que le fil d'acier dur ne s'allonge que de 5 à 6 % et les éprouvettes-type habituellement employées sont de 203 millimètres (8 pouces) au lieu de 306 millimètres (12 pouces) dans le cas des fils d'acier, il était nécessaire de tenir compte de ces conditions. Une multiplication de 10 fois a été obtenue en portant le rapport du principal levier enregistreur de 5 à 10 en perçant un petit trou pour obtenir ce résultat comme on le voit dans la figure 3 *a*.

Enregistrer l'allongement total jusqu'au moment de la rupture constituait cependant un problème très embarrassant. Je trouvais qu'il n'était pas nécessaire d'enregistrer les allongements permanents à une échelle amplifiée, car une règle divisée au 1/100e de pouce

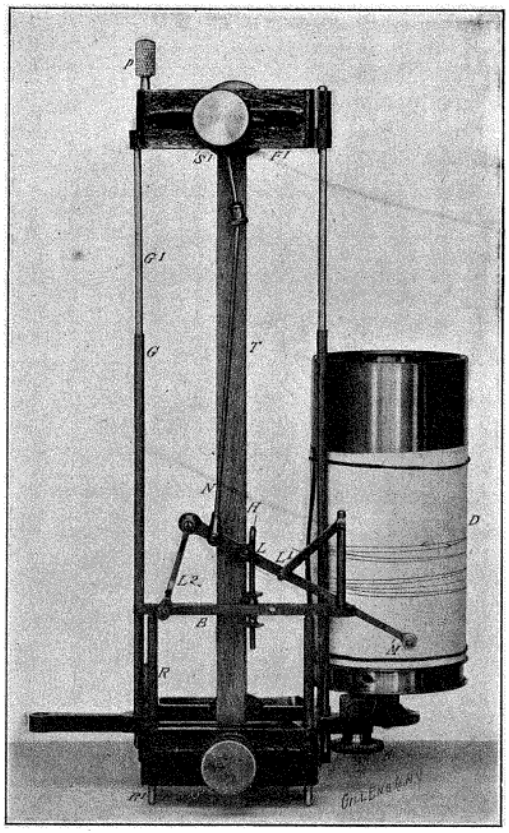


Fig. 3 *a*.

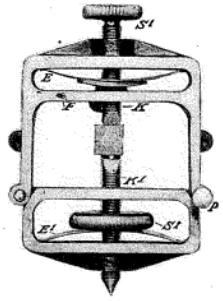


Fig. 3 *b*.

(0m/m,25) est pratiquement suffisante et d'un emploi général pour les mesurer. D'autre part, il ne conviendrait pas de réduire l'enregistrement des déformations élastiques et le problème qui se posait était de trouver un appareil enregistreur pouvant enregistrer sur une grande échelle une partie du phénomène et se réglant automatiquement pour enregistrer en vraie grandeur l'autre partie à un moment déterminé. Comme il était en tous cas nécessaire d'éviter les détériorations, il fallait que l'appareil se séparât complètement en deux parties au moment de la rupture et par suite les leviers du parallélogramme étaient montés sur une barre B munie de deux petits tubes fendus R glissant sur deux tiges parallèles R_1 tenues par le support F (voyez fig. 3 *a*).

En conséquence, tout le parallélogramme pouvait fonctionner tant que les deux bagues-support s'écartaient l'une de l'autre par suite du changement de longueur de la pièce.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Mais, comme le frottement entre les tubes et les tiges servant de guides maintenait solidement la barre portant les leviers, ces derniers continuaient à multiplier tant qu'ils n'avaient pas atteint leur position extrême; il venait aussitôt à l'idée de les arrêter au point où le diagramme montrait que l'allongement élastique avait pris fin et où l'allongement permanent commençait. Les leviers furent donc arrêtés par un petit crochet H contre lequel ils venaient porter et qu'on pouvait assujettir dans une position quelconque.

Il est aussi devenu évident que les points d'attache S et S_1 des supports devraient être réglables automatiquement dans une large mesure pendant l'essai, de façon que l'appareil ne se détachât pas et ne vînt pas à tomber quand la section de l'éprouvette subirait une réduction au cours de l'essai.

Ces considérations ont conduit à la construction d'un support comme celui qui est représenté par la figure 3 *b*.

Dans ce type, les vis de serrage S et S_1 agissent sur des ressorts E et E_1 et les supports sont à charnières. Le support à charnières permet à l'appareil d'être attaché à l'éprouvette quand celle-ci est serrée dans les mâchoires de la machine à essayer, les ressorts de serrage E et E_1 assurent un bon serrage continuel de l'appareil sur l'éprouvette même, si le point de striction maximum se trouve être exactement sous les couteaux assurant le contact. Ces ressorts évitent le gauchissement des châssis pendant la diminution de section de l'éprouvette dans l'essai à la traction et aussi pendant l'accroissement de section dans l'essai à l'écrasement.

En employant une bielle N courte et réglable, cet appareil peut servir également bien aux essais à la traction ou à l'écrasement.

Les courbes représentées par la figure 3 *a*, essai de fonte soumise à des tractions et à des écrasements alternatifs, et par la figure 4, essai à la traction d'acier doux, ont été faites avec cet enregistreur. On n'a rien fait pour réduire l'ordonnée relative aux charges et, par suite, les diagrammes donnés par de grandes éprouvettes exigeant une grande charge pour la rupture feraient plusieurs fois le tour du tambour comme dans la figure 4.

Pour éviter ces diagrammes faisant plusieurs fois le tour du tambour (ou enregistrés par plusieurs traits sur le papier), on a prévu un assortiment de poulies de réduction que l'on voit sur la figure 5.

La figure 5 est un croquis détaillé de l'instrument complet. Deux supports articulés, F et F_1, sont munis de vis S terminées en couteaux, passant dans des fourrures *b* qui portent les ressorts E. Des axes de charnière *h* permettent l'ouverture des supports, et des chevilles coniques *p* les assemblent d'une façon rigide quand ils sont refermés sur l'éprouvette T.

Pour que ces couteaux K des supports supérieurs et inférieurs portent sur l'éprouvette T, à des distances données et connues, les bielles-guides G_1 glissant dans les tubes G sont faites d'une certaine longueur. Ces bielles G_1 et tubes G obligent les supports F et F_1 à s'éloigner ou à se rapprocher l'un de l'autre sans que leur parallélisme soit altéré et opposent une résistance aux oscillations du support inférieur qui porte le tambour D sur le bras A. Comme les changements de longueur que peut subir le métal pendant l'essai et jusqu'au moment de la rupture sont très grands, il faudrait un très long tambour pour les enregistrer, à une échelle agrandie jusqu'à ce point; le mécanisme multiplicateur à parallélogramme deviendrait très grand et très encombrant. D'autre part, les changements de longueur avant le point où commence l'allongement permanent sont très faibles et ne peuvent être enregistrés avec quelque utilité qu'à une échelle amplifiée. Pour enregistrer les changements de longueur élastique à une échelle agrandie, et les changements permanents en vraie grandeur, puisque ces derniers ne sont jamais mesurés avec une approximation plus grande que 1/100e de pouce (0mm,25), la disposition suivante a été employée : Le butoir H arrête le mécanisme multiplicateur au point désiré, après quoi ce dernier constitue un tout rigide; tout nouveau changement qui se produit alors dans la longueur est enregistré en vraie grandeur. Pour fonctionner comme on vient de le dire, le parallélogramme monté sur la barre B est muni de deux tubes, R_1 glissant sur les tiges R, ces dernières seulement

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

étant fixées au support F. Ces tubes R sont fendus et peuvent être disposés de façon à exercer sur les tiges R, la pression nécessaire.

On voit que la résistance totale maximum entre les supports F et F_1 est le frottement des tubes G et R sur les tiges G_1 et R_1, celui de la plume M et la résistance du parallélogramme articulé.

En conséquence, la résistance totale est très faible et ne peut influencer le résultat même dans la plus faible mesure en provoquant le glissement des couteaux et des supports. Le

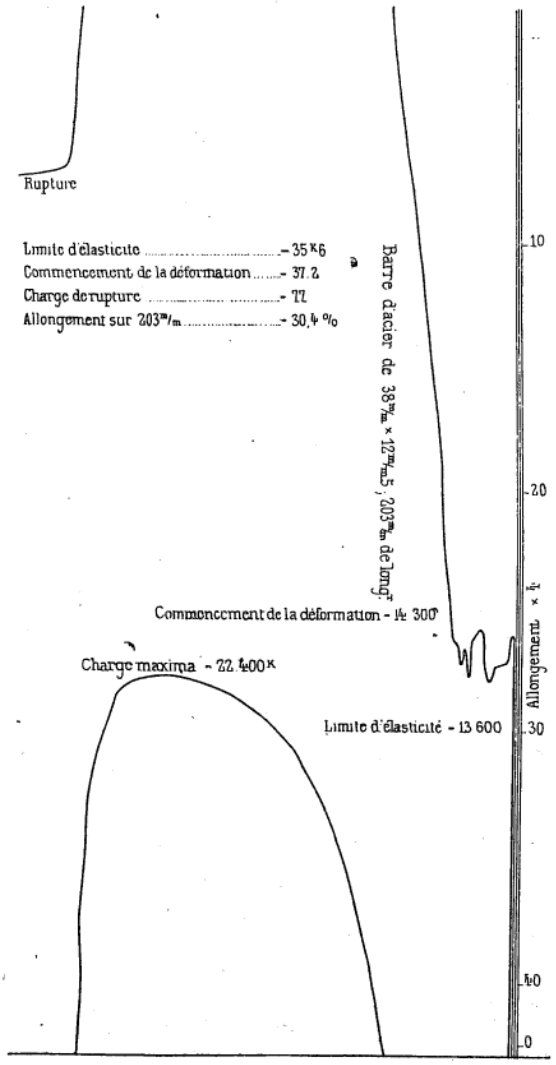


Fig. 4.

papier qui est sur le tambour doit passer devant la plume *m*, avec une vitesse égale ou proportionnelle au mouvement du poids sur le levier de la machine. Comme les charges sont grandes ou petites, suivant les dimensions et la qualité de l'éprouvette, le poids doit parcourir une course plus ou moins grande pour établir l'équilibre. Comme il est désirable, d'ailleurs, d'enregistrer tous les essais sur des diagrammes de mêmes dimensions, le chemin parcouru par le poids est augmenté ou diminué par une poulie à gorge P, la ficelle C attachée au poids étant passée autour de l'une quelconque des gorges; l'extrémité libre de cette ficelle porte un faible poids lui donnant toujours la même tension. Sur une autre gorge quelconque de la poulie P est enroulée une autre ficelle passant autour du

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

tambour, qui est maintenue à une tension constante au moyen d'un faible poids attaché à son extrémité. En choisissant convenablement les positions des ficelles sur les différentes rainures, on peut donner au tambour le mouvement de rotation que l'on désire.

On trouva que cet instrument comportait trop de ficelles à manœuvrer, chacune d'elles pouvant donner des ennuis et demander un long réglage. Le support de l'appareil (fig. 3) fut aussi trouvé assez mal commode, et le type de support représenté par la figure 5 fut adopté. Les ressorts dans ces supports portaient exactement dans les coins, et, par conséquent, leur pression n'avait qu'une faible tendance à produire même un petit changement dans la forme des supports. Ces ressorts étaient d'ailleurs assez difficiles à faire et leur courbure réduisait aussi l'espace disponible dans le support, ce qui limitait les dimensions

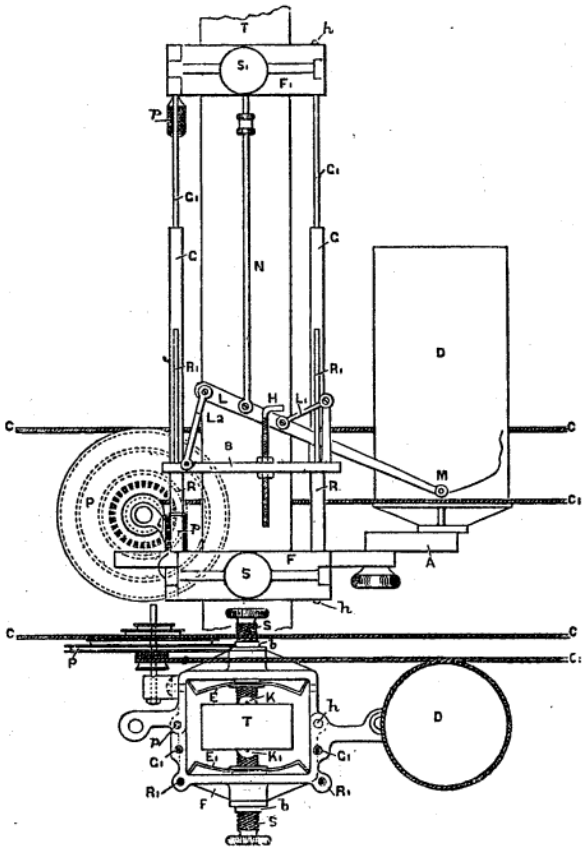


Fig. 5. — Enregistreur de poche Henning, 1896.

de l'éprouvette sur laquelle on pouvait les placer. D'autre part, il était très important que l'appareil fût très léger pour résister au choc, au moment de la rupture; la réduction des dimensions et du poids des supports constituait un *desideratum*. Pour ces raisons, les ressorts furent courbés sans bouts retournés et les côtés des supports furent percés pour leur donner passage comme on le voit dans la figure 7 *b*. Ceci réduisait le poids et les dimensions des supports et les ressorts s'aplatissaient sous charge, prenant le moins de place possible dans les supports. La pression des ressorts se trouvait ainsi transmise directement aux côtés des supports, ce qui écartait toute possibilité de déformation de ces derniers.

On trouva aussi que la position verticale des poulies de réduction P (fig. 5) n'était pas commode; ce qui conduisit à la disposition représentée par la figure 6.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Dans ce type, dont plus de vingt exemplaires sont employés pratiquement dans les laboratoires d'essai des différentes usines, chemins de fer et collèges, les poulies de réduction P sont maintenues dans la position horizontale par le bras I; l'axe porte une tête molletée K qui engrène avec le bord molleté du tambour D; le bras I peut être placé dans une position quelconque de façon que la feuille puisse être conduite de la façon la plus commode aux gorges des poulies P. Ces gorges et la tête molletée sont dans des proportions telles que la course du poids puisse être réduite à 1/6, 1/5, 1/4, 1/3 ou 1/2, à volonté. Si la ficelle est passée directement autour du tambour sans qu'il soit fait usage des poulies, le tambour tournera à la vitesse du poids.

Cet appareil peut être employé pour les essais à la traction et pour les essais à l'écrasement, de flexion, de poinçonnage et de cisaillement.

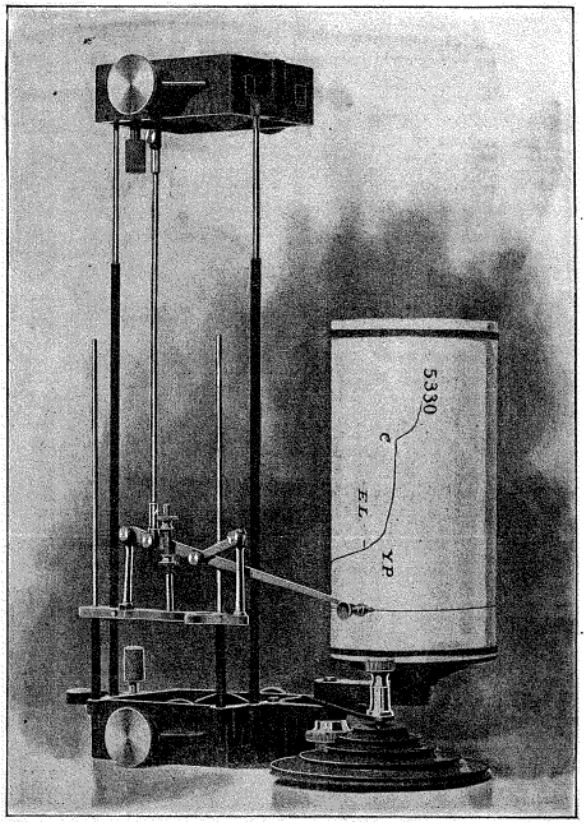


Fig. 6.

L'emploi continuel d'un aussi grand nombre de ces enregistreurs dans les conditions de la pratique ordinaire a démontré l'utilité et l'exactitude de cet instrument. C'est un moyen de contrôle des opérateurs négligents; il met immédiatement les erreurs en évidence et donne une indication complète des caractères du métal.

Les différentes conditions dans lesquelles cet enregistreur a été employé ont fait connaître les desiderata que différents opérateurs ou ingénieurs voudraient lui voir remplir, pour donner satisfaction à leurs besoins spéciaux, dans le travail journalier des laboratoires d'essai. Ainsi, les uns désirent employer l'enregistreur sur des éprouvettes de 50 millimètres (2 pouces) de longueur, d'autres sur des longueurs de $1^{m},50$ (5 pieds). Ces conditions sont réalisées en appliquant des tiges et des tubes K, C, N, plus longs ou plus courts ainsi qu'un tambour plus court. En dehors de cela, aucun changement n'est nécessaire.

D'autres désirent une multiplication plus grande que 10; quelques-uns demandent jus-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

qu'à 100. Bien que cela puisse avoir quelque utilité pour des recherches expérimentales, l'expérience a montré qu'une multiplication par 10 des déformations élastiques est largement suffisante pour les besoins de la pratique.

D'autres encore désirent que les diagrammes soient tracés sur une surface plane et non sur un papier enroulé autour d'un cylindre.

Comme il était facile de modifier l'enregistreur pour réaliser toutes ces demandes, on a construit la disposition représentée par la figure 7, plusieurs de ces appareils sont maintenant en service et sont trouvés aussi commodes que ceux des premiers types.

Il était également facile de donner différentes échelles d'agrandissement, et ce nouveau modèle permet d'obtenir avec une égale facilité des agrandissements de 10, 20, 25, 50 et 100 fois.

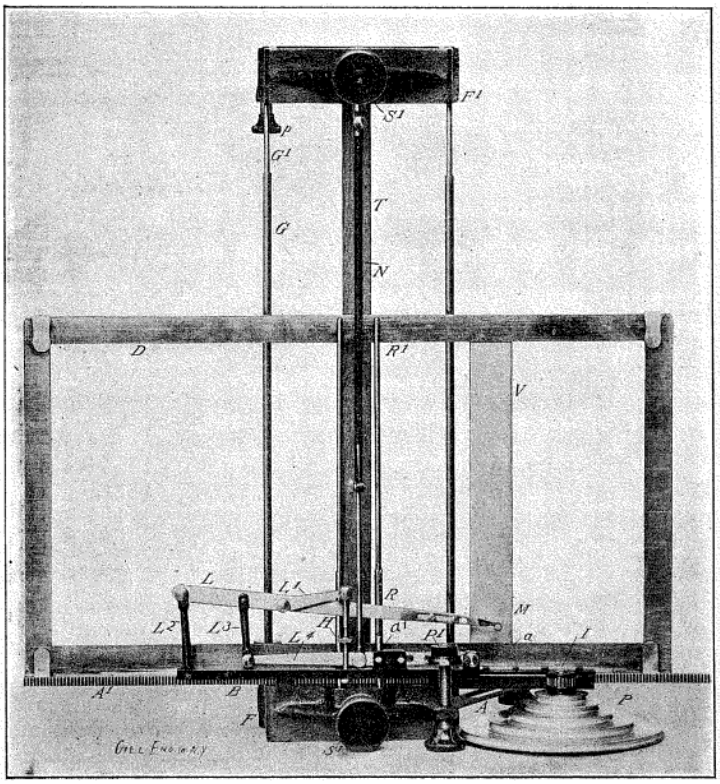


Fig. 7 *a*.

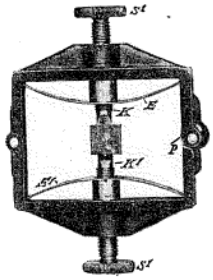


Fig 7 *b*

La position de la plume a aussi été rendue réglable de façon qu'on pût obtenir la plus grande précision possible.

Dans la figure 7, les parties semblables portent les mêmes lettres que dans les figures précédentes.

On a ajouté un levier additionnel L_4 qui est muni de plusieurs trous d'attache supplémentaires. Le crochet qui arrête le mouvement des leviers a été remplacé par un écrou H, sur le support portant le levier L_1. Le levier L a deux trous d'articulation et la position de la plume à son extrémité est réglable.

La barre B porte maintenant deux supports de connexion a et a_1, le dernier est muni de trois trous d'articulation.

Le tambour a été remplacé par un châssis plat D qui tient le papier, monté sur une cré-

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

maillère A_1 et cette dernière engrène avec un petit pignon porté par la partie supérieure de l'axe L. Cet axe avec la poulie P est porté par le bras A qui porte aussi un bras réglable à coulisse portant la petite poulie-guide P_1. La corde, après avoir passé autour d'une gorge en P, passe sur une poulie-guide comme avant et est raidie par un petit poids. Si la corde est enroulée autour de P, dans l'un ou l'autre sens, le papier D se déplacera vers la droite ou vers la gauche suivant ce qu'on pourra désirer. La gorge sur laquelle on passe la ficelle détermine l'échelle de charge du diagramme [1]. La corde doit être dirigée de telle façon que la résultante des tensions des deux barres passe par l'axe de l'éprouvette cylindrique, ce qui prévient toute tendance à faire tourner l'appareil enregistreur dans la position qu'il occupe. La barre-guide V sert à tenir le papier plat *quand il passe entre lui et la plume.*

La bielle N a été faite télescopique, de façon que la pointe de la plume M puisse être ajustée au commencement de l'opération, à une hauteur verticale quelconque; ceci permet de tracer plusieurs diagrammes les uns contre les autres et parallèles sans recouvrements, ce qui facilite les comparaisons et dispense de changer le papier, à chaque essai.

Quand on désire employer cet enregistreur sur des éprouvettes courtes, les longues pièces G, G_1, R_1 M et N_1 ainsi que V et le cadre à papier sont enlevés et des pièces courtes convenables pour ce cas leur sont substituées. De cette façon il n'y a pas de difficulté à employer l'enregistreur sur des éprouvettes de 2 pouces (50 millimètres) du genre de celles que le contrôle de l'armée et de la marine emploie fréquemment pour les blindages et l'artillerie.

ESSAI A L'ÉCRASEMENT

Comme on l'a dit plus haut, les tiges G_1 touchent le fond des tubes C et par suite dans les essais dans lesquels les deux supports doivent s'approcher l'un de l'autre, pendant l'essai d'écrasement, il faut employer les tiges G_1 plus courtes et régler l'instrument au moyen de repères, ce qui est gênant et peu précis dans beaucoup de cas. Pour surmonter cette difficulté dans le nouvel instrument (fig. 7), les extrémités des tubes G_1 ne sont pas fermées, mais les tiges G_1 peuvent les traverser complètement, ainsi que les supports, ce qui permet aux supports d'approcher librement l'un de l'autre pendant les essais de compression. Pour mettre automatiquement l'instrument à la longueur normale sans le marquer préalablement, l'espace compris entre les extrémités supérieures des tubes G et la face inférieure du support est rempli par des tubes fendus de longueur convenable entourant les tiges G_1. Ces courts tubes fendus, qu'on ne voit pas dans la figure 7, et les longs tubes, règlent la longueur sur laquelle l'enregistreur doit se fixer sur l'éprouvette. Aussitôt que l'enregistreur est attaché à l'éprouvette, ces tubes fendus — qui sont très minces — sont ouverts légèrement de façon à pouvoir glisser sur les longs tubes inférieurs G, sur lesquels ils restent pendant l'essai, permettant ainsi aux tiges G_1 de glisser librement vers le bas dans les tubes G, pendant que l'essai d'écrasement rapproche les deux supports l'un de l'autre.

Il doit être entendu cependant que, pour les essais d'écrasement, la barre B avec la plume dans la position la plus élevée qu'elle puisse occuper, est montée sur les tiges R_1 de façon à occuper une position telle que la plume M touche le papier près de son bord supérieur, tandis que dans les essais de traction elle touche le papier vers le bord inférieur.

ESSAI A LA FLEXION

Pour l'essai à la flexion, on emploie l'enregistreur comme dans l'essai à l'écrasement; il est attaché à la pièce à essayer et à la table, ou à une colonne montée sur elle, comme le comprendront facilement toutes les personnes auxquelles les essais sont familiers. Il n'est donc pas nécessaire d'insister davantage dans cette note.

1. Quand on désire faire mouvoir le papier de la même quantité que le poids, les pièces P et I sont enlevées; la ficelle est alors attachée au poids, passée autour de la poulie-guide P_1, puis derrière l'un ou l'autre des ressorts qui maintiennent le papier à l'extrémité inférieure du châssis, suivant ce qui convient le mieux. De là, elle passe sur une poulie-guide convenablement montée et est attachée à un poids qui la raidit. Si le papier doit se déplacer vers la droite, la corde est passée sous le ressort presse-papier de gauche et *vice versa*.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

POINÇONNAGE ET CISAILLEMENT

Pour les essais de poinçonnage et de cisaillement, dans lesquels le ressort des mâchoires de la machine à poinçonner ou à cisailler donne la mesure des forces appliquées, l'enregistreur est employé comme dans les essais à la traction, le ressort de la machine agissant sur le système de leviers multiplicateurs, tandis que le mouvement du poinçon de la cisaille est employé pour faire mouvoir le papier en avant ou en arrière. La méthode la plus commode pour attacher l'enregistreur au bâti d'une poinçonneuse ou d'une cisaille est de boulonner des barres en **U** aux mâchoires, l'une reliée à la mâchoire supérieure et l'autre à la mâchoire inférieure, les extrémités libres se trouvant exactement en face l'une de l'autre et à une distance n'excédant pas 7 pouces (175 millimètres); l'enregistreur est alors attaché aux extrémités libres de ces deux **U** comme sur une éprouvette.

MONTAGE DE L'ENREGISTREUR

Comme l'enregistreur est monté sur les éprouvettes et, sur les machines à essayer, exactement de la même manière pour les différentes sortes d'essais, il suffira de décrire la façon dont il est monté et réglé pour l'enregistrement des essais de tension.

Cette description est donnée pour montrer combien il est facile de monter l'appareil et de s'en servir, et combien il faut peu de temps pour le mettre en place. Ce dernier point est très important dans les essais courants, et c'est une des raisons pour lesquelles cet instrument est pratique. La poulie-guide de l'extrémité de la ficelle à laquelle est attaché un poids, est montée de telle façon, sur un point fixe quelconque du bâti de la machine, que la ficelle soit convenablement guidée, de façon à être dans le plan des gorges des poulies de réduction quand l'enregistreur est dans la position la plus convenable avec la machine dont on fait usage pour l'essai.

Lorsqu'on a choisi les dimensions des éprouvettes qu'on veut employer, les deux vis opposées S des deux supports sont réglées symétriquement de telle façon que la distance entre les couteaux soit de 10 millimètres environ moindre que les dimensions de l'éprouvette sur laquelle l'enregistreur doit être attaché.

On met ensuite un papier sur le support dont on se sert, on remplit d'encre la plume M et on la glisse dans le tube qui est à l'extrémité du levier L. Pendant ce temps, l'éprouvette a été solidement fixée dans les mâchoires ou porte-éprouvettes de la machine.

Les goujons coniques *p* sont alors enlevés et les supports ouverts, de façon que l'instrument puisse être placé autour de l'éprouvette; ensuite on ferme les supports — celui du bas le premier — et on s'assure, en fermant celui du haut, qu'il est aussi rapproché que possible de celui du bas; on doit prendre soin que les bords des couteaux portent sur les axes des faces opposées. Il doit être entendu que la ficelle qui entraîne le papier doit aller directement à la gorge de la poulie de réduction dont on fait usage.

Cette ficelle est attachée en un point quelconque de la machine à essayer, se déplaçant proportionnellement à la charge appliquée à l'éprouvette, et de telle façon qu'on puisse la faire passer directement sur la poulie de réduction de l'enregistreur. Comme ce point d'attache varie avec la machine employée, chaque expérimentateur doit s'en rapporter à son jugement pour faire un choix convenable. Après avoir choisi le point qui convient le mieux, on passe la ficelle autour de la gorge de P, qui fera mouvoir le papier de la quantité demandée, puis sur la poulie-guide; enfin on la raidit par le poids dont on a parlé. Une fois l'appareil réglé pour un essai, il suffit d'un moment pour passer d'une éprouvette à l'autre sur la même machine.

Le châssis avec son papier est alors glissé dans la position convenable, la plume M est insérée dans le tube-support et l'instrument est prêt pour enregistrer l'essai sans plus de réglage. Quand les leviers sont réglés, comme le montre la figure 7*a*, l'enregistreur reproduit un diagramme dans lequel les allongements élastiques sont multipliés par 10. Quand on désire multiplier par 20, le levier 4_1 est relié au trou qu'on voit en L.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Pour multiplier par 25, le levier L est dans la position précédente, mais l'axe a est placé dans le trou du milieu a_1 et dans le cinquième trou de L_4.

Pour multiplier par 50, l'axe est encore changé et mis dans le trou de droite de a_1 et dans le deuxième trou de L_4; la bielle de connexion N est reliée au quatrième trou de L_4.

Pour multiplier par 100, l'axe est passé dans le dernier trou à gauche de a_1 et le troisième trou de L_4 avec la bielle de connexion comme précédemment.

Quand on désire que le déplacement du papier soit exactement celui de la ficelle, cette dernière est passée autour de la petite poulie-guide P, puis sous l'un des ressorts (droite ou gauche) tenant le papier, et ensuite sur la grande poulie-guide placée en un point convenable pour le but à remplir.

Comme on l'a dit antérieurement, on peut faire mouvoir le papier à droite ou à gauche, suivant qu'on le trouvera plus commode, en faisant passer la ficelle sur la poulie dans un sens ou dans l'autre.

Pour résumer ce qui est nécessaire à la préparation de l'enregistreur pour le service, après les réglages préliminaires nécessaires au but particulier qu'on a en vue, nous trouvons qu'il n'y a que quatre opérations à exécuter, savoir :

a. Fixer l'enregistreur autour de l'éprouvette;
b. Mettre la ficelle motrice autour de la poulie et du guide;
c. Mettre le châssis à papier en position;
d. Mettre la plume en place à toucher le papier.

La seule chose à faire pour enlever l'enregistreur de l'éprouvette et de la machine est de dérouler la ficelle de la poulie et d'enlever les chevilles coniques des supports supérieurs et inférieurs. Ceci fait, l'enregistreur peut être enlevé immédiatement d'une seule pièce.

Bien que l'instrument ne pèse qu'une livre (450 grammes), il a des dimensions et une forme telles, qu'on peut l'employer sur des éprouvettes de toutes les formes et de tous les genres comprenant des fils métalliques et des tôles minces, dont les sections ont des dimensions inférieures à $2^{po} \times 1^{po}$ 3/8 ($50^{mm} \times 34^{mm},8$). On verra donc qu'il peut être appliqué à toutes les éprouvettes d'un usage courant pour déterminer les propriétés des matériaux.

Dans tous ces exemples et toutes ces descriptions, on a supposé que l'enregistreur était employé dans une position verticale. La raison pour laquelle nous avons fait cette supposition est que les machines à essayer verticales sont d'un emploi à peu près général aux États-Unis.

L'enregistreur est toutefois aussi pratique quand il est appliqué dans la position horizontale, c'est-à-dire quand son axe est dans un plan horizontal, tandis que le châssis porte-papier se meut dans un plan vertical. Dans cette position, le poids du châssis sert de contrepoids à la ficelle, et, pendant que la ficelle remonte le châssis du papier, son propre poids le fait descendre quand la ficelle cède ou quand la charge décroît.

La pression des couteaux sur l'éprouvette, produite par les ressorts, est suffisante pour maintenir l'enregistreur solidement attaché à l'éprouvette dans sa position primitive, tout aussi bien que quand on en fait usage verticalement.

GUS. C. HENNING.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

TABLE DES MATIÈRES

ÉTUDES GÉNÉRALES

I. — ÉTUDES SUR LA CONSTITUTION MOLÉCULAIRE DES CORPS ET LEURS LOIS DE DÉFORMATION SOUS L'APPLICATION DES EFFORTS

Pages.

I. Constitution moléculaire des corps. Communication présentée par M. Ricour 1

Vue générale sur la matière 2
Mouvements relatifs des atomes mécaniques 5
Mouvements intérieurs des atomes mécaniques 17
Phénomènes physiques se rattachant aux vibrations intérieures des atomes mécaniques 24
Molécules et atomes chimiques 31
Lumière et chaleur 34
Molécules et atomes d'ordre infra-chimique 45
Rôle de la force dans les transformations des corps 51
Constitution et rôle de l'éther 85

II. Phénomènes qui accompagnent la déformation permanente des métaux. Communication présentée par M. le commandant Hartmann 95

Déformations permanentes dues à l'action des efforts mécaniques 97
Déformations dues à l'action de la trempe 128
Déformations dues à l'action de la chaleur 151
Conclusions 134
Travaux français et étrangers sur les déformations permanentes des métaux 158

III. La déformation des solides. Lois, mécanisme et conséquences au point de vue des essais et de leur interprétation. Communication présentée par M. Mesnager 143

Lois généralement admises et méthodes ordinairement suivies 144
Conséquences des lois précédentes au point de vue du mécanisme de la déformation et des essais . 149
Conclusions 165
Annexes 167

IV. Conduite rationnelle des essais de matériaux de construction d'après les lois du mécanisme des actions moléculaires et du frottement à l'intérieur des corps. Communication présentée par M. A. Rejtö, professeur à l'école polytechnique de Budapest 185

Règles relatives à la forme des pièces d'essai et à l'exécution de ces essais 186
Détermination des propriétés caractéristiques 191
Planches 207

V. Étude sur les propriétés physiques et mécaniques des métaux. Communication présentée par MM. P. Charbonnier et Ch. Galy-Aché, capitaines d'artillerie de la marine 235

Machines d'essai 237
De l'élasticité et de la limite d'élasticité 245
Étude du cuivre 262
Étude du fer 282
Résumé et conclusions 296

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

VI. Recherches sur les résistances à la rupture des matériaux isotropes non ductiles. Application aux essais de pierres, mortiers, etc. Communication présentée par M. R. Feret, chef du laboratoire des ponts et chaussées, à Boulogne-sur-mer 501

Divers modes de rupture 501
Étude spéciale de la rupture par flexion 507
Formules générales de la rupture 514
Essais par compression, cisaillement, poinçonnage, etc. 521
Essais par flexion 535
Résumé et conclusions 548

II. — HISTORIQUE DES MÉTHODES D'ESSAI. — LABORATOIRES ET APPAREILS D'ESSAI

VII. Évolution des méthodes et des appareils employés pour l'essai des matériaux de construction (d'après les documents du temps). Communication présentée par M. Ch. Frémont 551

Résistance des matériaux 551
Machine à essayer à la traction 588
Évolution des méthodes employées pour l'essai des métaux 412
Cintrage; courbage; pliage 427
Méthodes proposées 429
De l'influence des dimensions de l'entaille 445
Essai d'un rail 445
Prix de revient des éprouvettes 449
Conclusions 452

VIII. Étude de la résistance des matériaux de 1867 à 1878. Note présentée par M. A. Ollivier, ingénieur-expert 455

IX. L'organisation, l'outillage et les travaux du service des expériences et des essais du conservatoire national des arts et métiers. Note sommaire présentée par M. Léon Masson, ingénieur sous-directeur du conservatoire 457

X. Laboratoire de l'école nationale des ponts et chaussées. Note sur leurs origines, leurs installations, les appareils et méthodes d'essai employés et leurs travaux, présentée par M. Paul Debray, ingénieur en chef des ponts et chaussées, ancien professeur et chef du service des laboratoires à l'École nationale des ponts et chaussées, et M. A. Mesnager, ingénieur des ponts et chaussées, professeur et chef du service des laboratoires à l'École nationale des ponts et chaussées 465

Origines des laboratoires 464
Installations des laboratoires 467
Appareils et méthodes d'essai 469
Travaux des laboratoires 486

XI. Nécessité et avantages des laboratoires d'essai annexés à la construction et à l'exploitation des chemins de fer. Communication présentée par M. Vl. Herzenstein 495

Annexe. — Laboratoire d'essai à la construction des lignes nouvelles de la compagnie des chemins de fer Moscou-Vindau-Rybinsk 501

XII. Note sur les nouveaux appareils employés dans le laboratoire d'essais de matériaux de construction de l'université Purdue à Lafayette, Ind. (États-Unis). Communication présentée par M. William Kendrick Hatt, professeur agrégé de mécanique appliquée, et M. W.-P. Turner, instructeur à l'atelier de machines-outils. 507

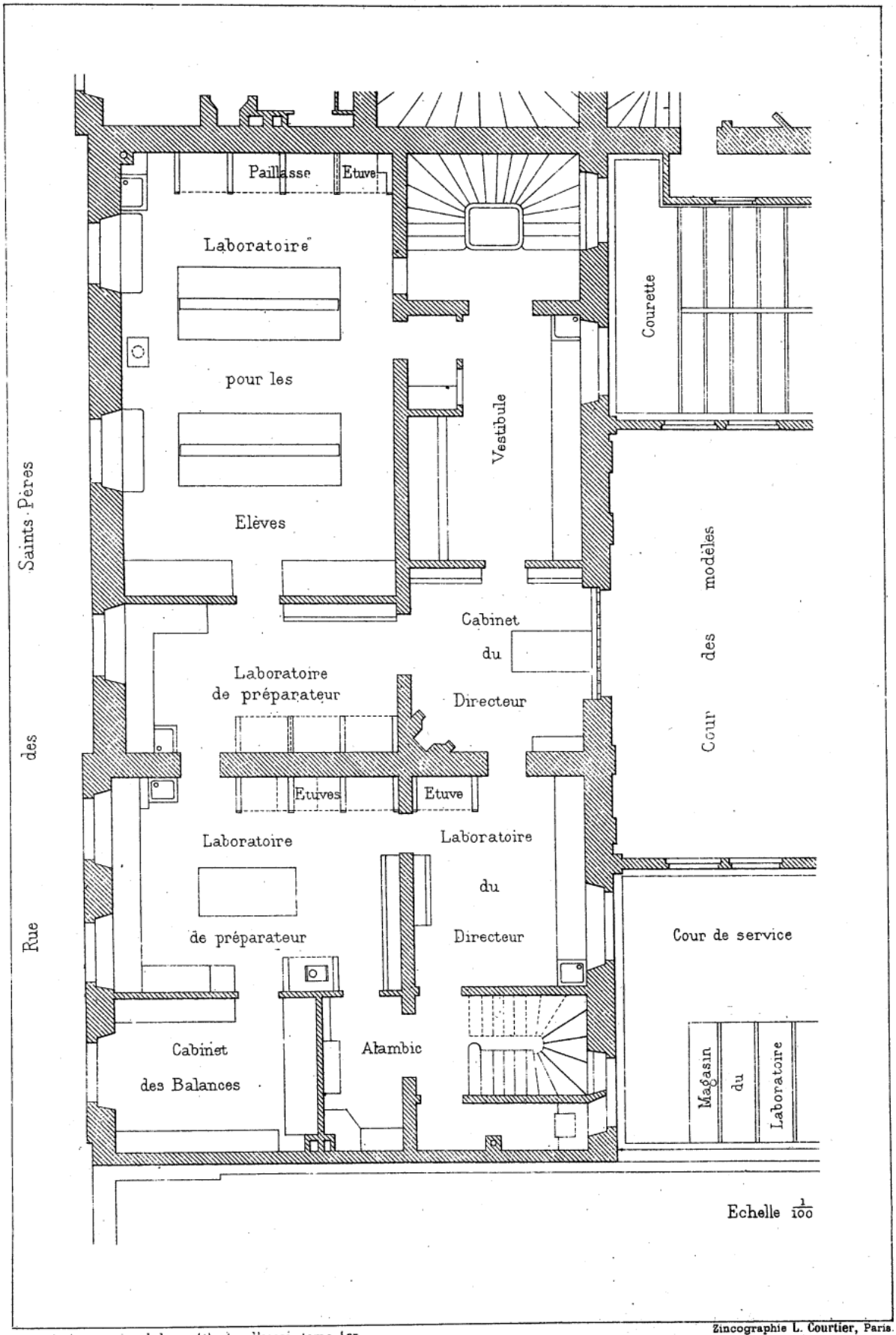
Tambour rotatif pour l'essai des briques de pavage 507
Appareil pour les essais au choc 511
Théorie du fonctionnement de la machine 512
Description de la machine 514
Calcul de la déformation des organes de la machine 517

XIII. Sur un appareil enregistreur portatif donnant un diagramme de l'effort en fonction de la déformation. Note présentée par Gus. C. Henning, de New-York, membre du comité directeur de l'Association internationale des essais des matériaux 525

44494. — Imprimerie générale Lahure, 9, rue de Fleurus, à Paris.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

LABORATOIRE DE CHIMIE DE L'ÉCOLE DES PONTS ET CHAUSSÉES. PL.I



Congrès international des méthodes d'essai, tome 1er

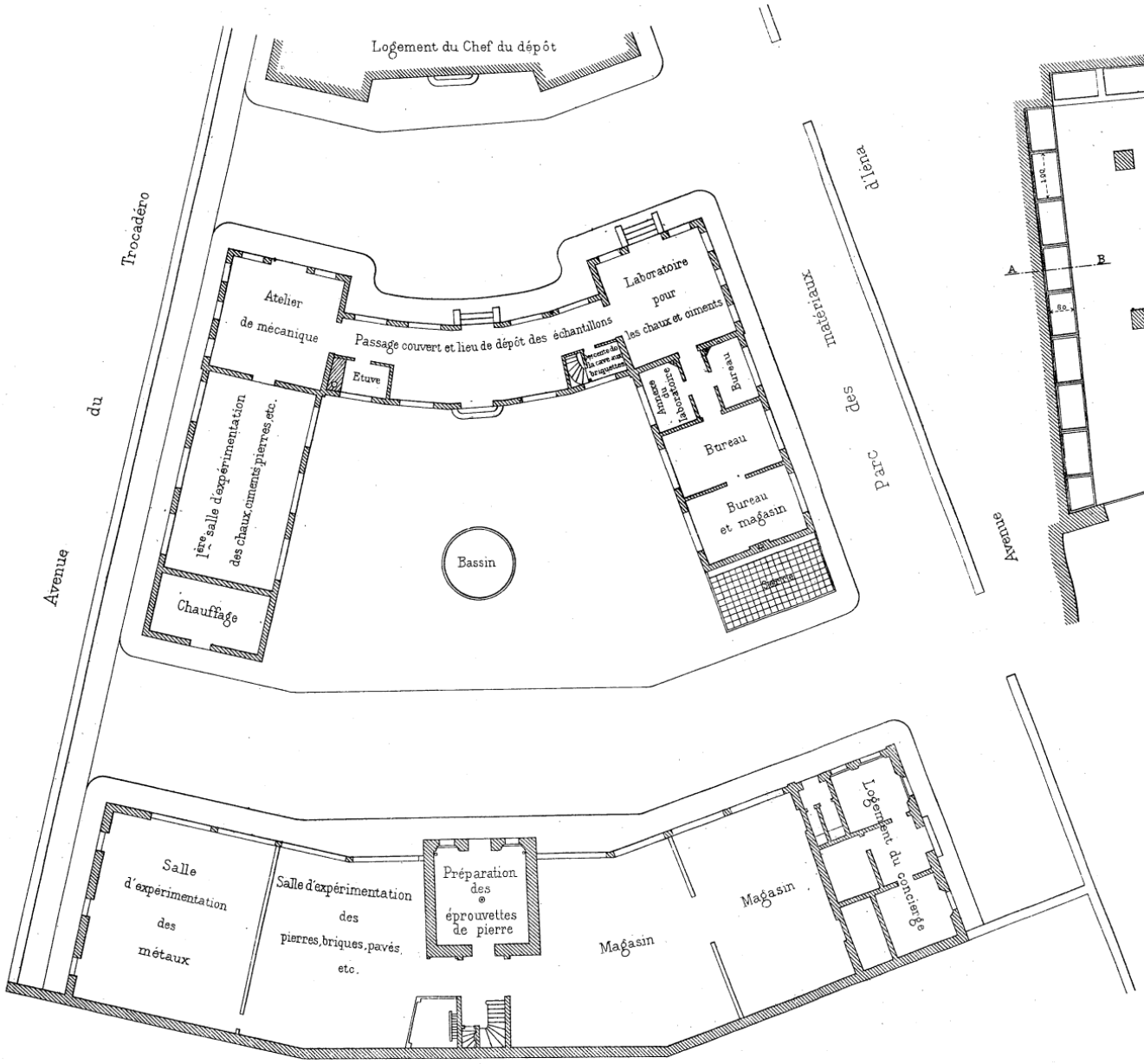
Zincographie L. Courtier, Paris.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

LABORATOIRES D'ESSAIS DES MATÉRIAUX DE CONSTRUCTION AU DÉPÔT DE L'ÉCOLE DES PONTS ET CHAUSSEES.

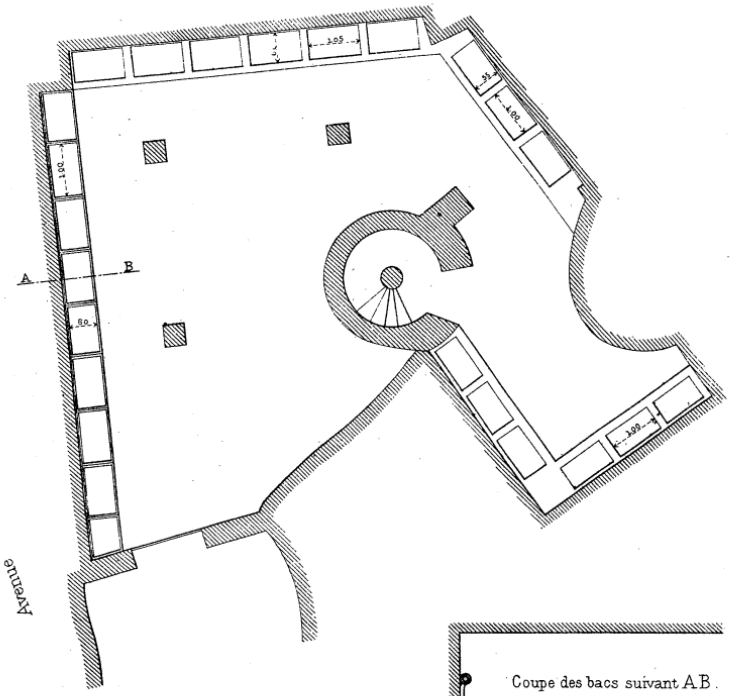
PLAN D'ENSEMBLE

Echelle de $0^{m}004$ pour mètre. (1/250)



PLAN DES CAVES OÙ SONT CONSERVÉES LES BRIQUETTES DE CHAUX, CIMENTS.

Echelle de $0^{m}01$ pour mètre. (1/100)



LÉGENDE

(a) Canalisation de gaz.

(b) Canalisation d'eau.

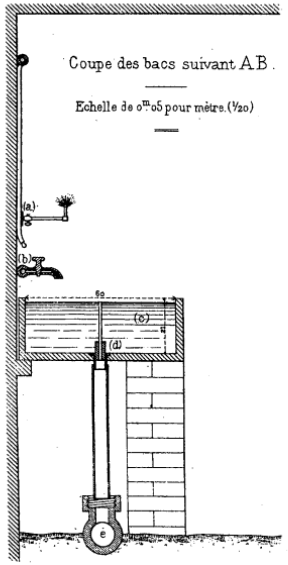
(c) Bacs dans lesquels sont conservées les briquettes de chaux, ciments.

(d) Tampon en caoutchouc pour la fermeture du trou de vidange du bac.

(e) Conduite d'évacuation des eaux de vidange des bacs.

Coupe des bacs suivant A.B.

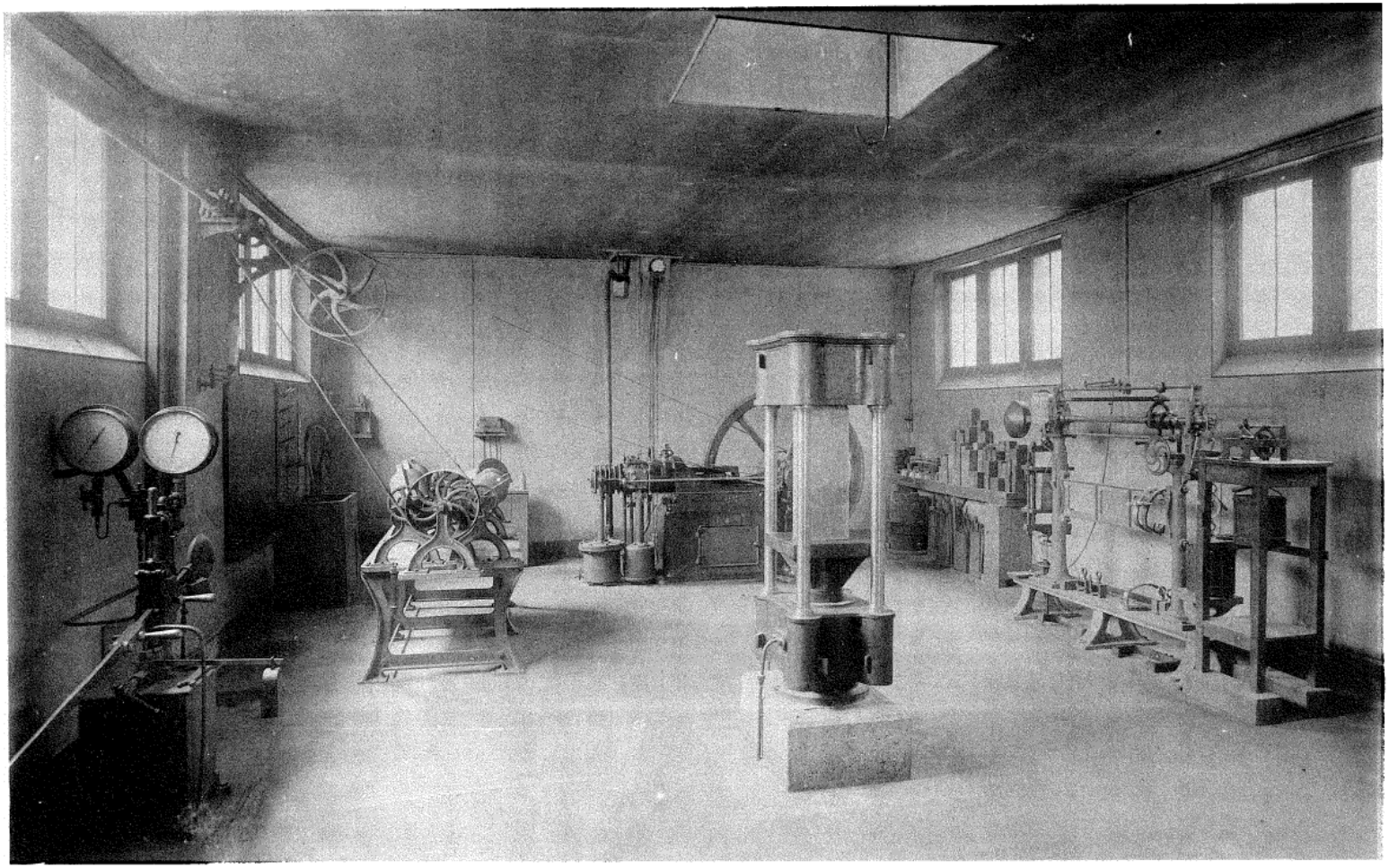
Echelle de $0^{m}05$ pour mètre. (1/20)



Zincographie L. Courtier, Paris

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

PREMIÈRE VUE DE LA 1re SALLE D'EXPÉRIMENTATION DES PIERRES, CHAUX, CIMENTS, ETC.

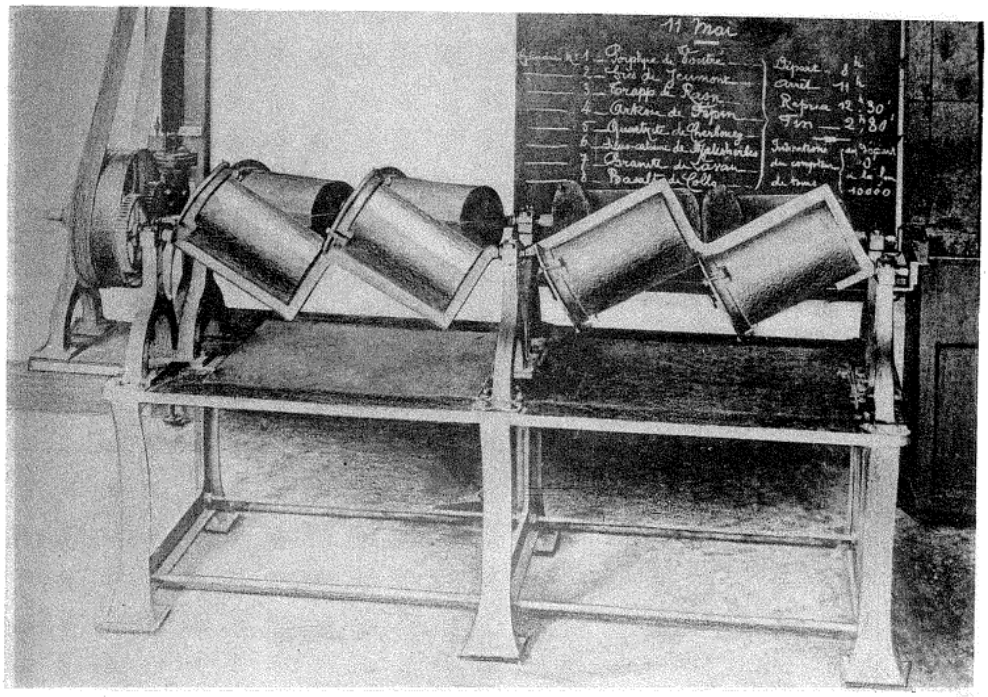


Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

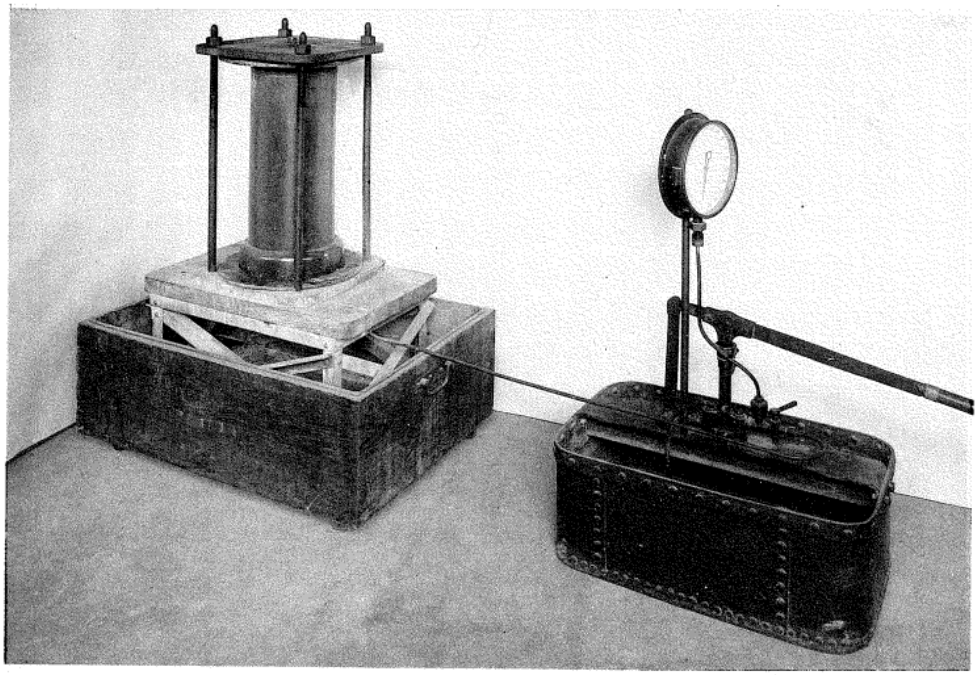
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

MACHINE POUR L'ESSAI DES MATÉRIAUX D'EMPIERREMENT

Pl. III *bis*



APPAREIL POUR L'ESSAI DES TUYAUX



Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

DEUXIÈME VUE DE LA 1re SALLE D'EXPÉRIMENTATION DES PIERRES, CHAUX, CIMENTS, ETC.



Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

PRESSE A LEVIER POUR ESSAIS A LA COMPRESSION, À LA TRACTION ET AU CISAILLEMENT.

Fig.1. Elévation. ($\frac{1}{40}$)

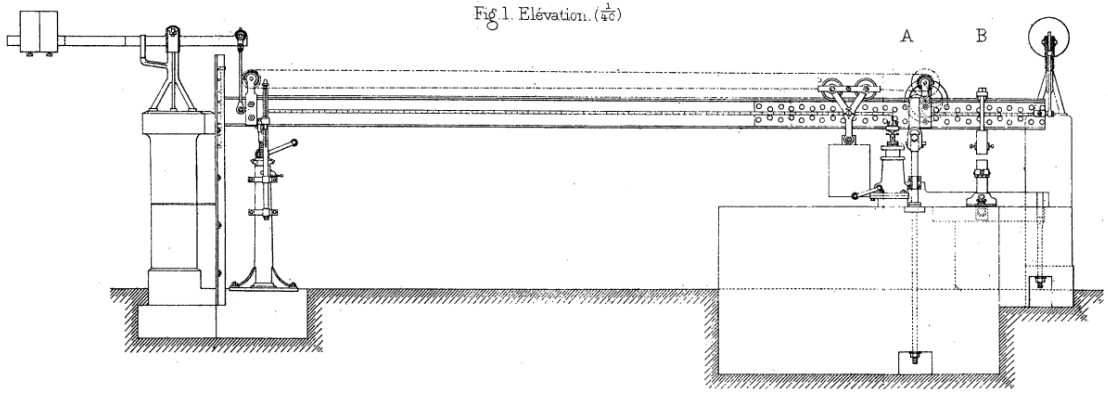
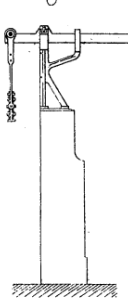


Fig.2. Profil.

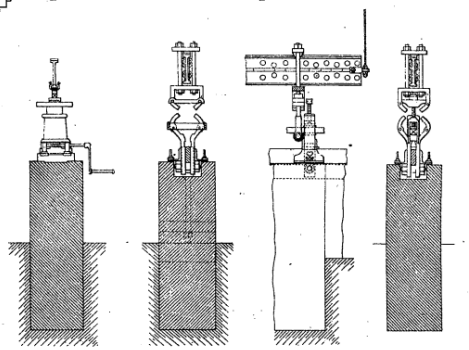


Coupes transv.les des dispositifs

Fig.3 pour la compression.

Fig.4 pour l'arrachement.

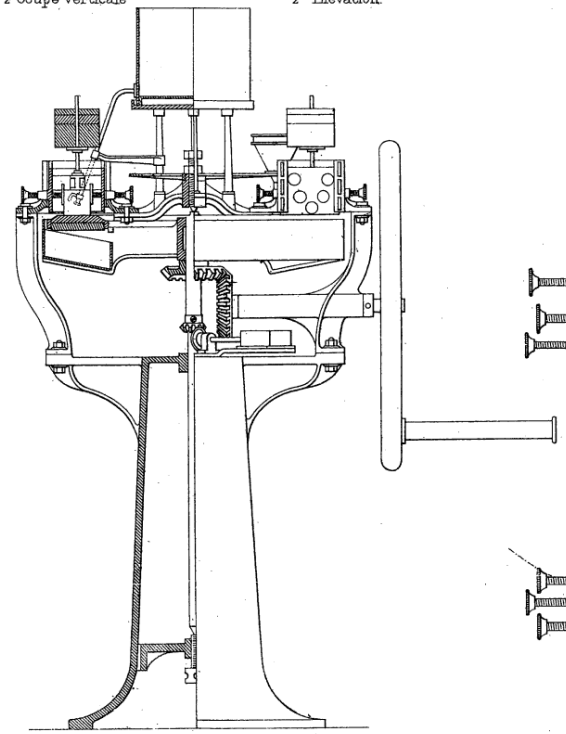
Fig.5. Elévation et coupe transversale en B du dispositif pour le cisaillement.



MACHINE D'ESSAI À L'USURE PAR FROTTEMENT SUR UNE PISTE CIRCULAIRE.

Fig.6. ($\frac{1}{10}$)
$\frac{1}{2}$ Coupe verticale

Fig 7
$\frac{1}{2}$ Elévation



BOITE - PORTE - ÉCHANTILLONS.

Fig. 8.
Coupe verticale. ($\frac{1}{5}$)

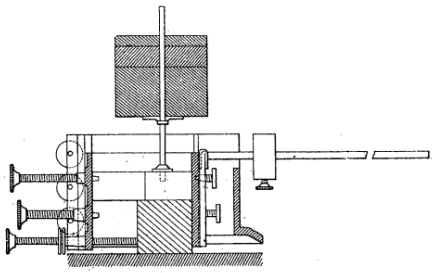


Fig. 9. Coupe horizontale.

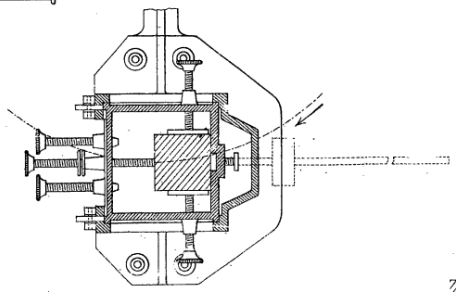
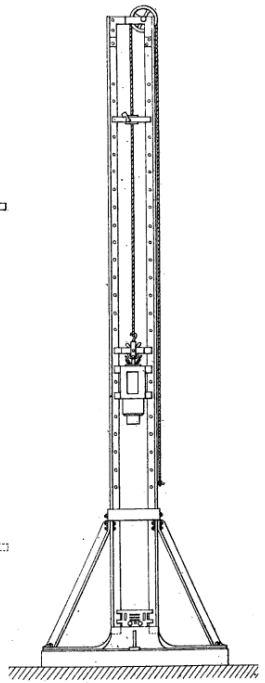
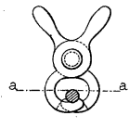


Fig.10. Elévation ($\frac{1}{25}$)



SONNETTE POUR ESSAIS AU CHOC.

Fig.11. Déclic fermé ($\frac{1}{5}$)



Coupe aa



Fig.12. Déclic ouvert



Fig.13. Elévation du mouton. ($\frac{1}{5}$)

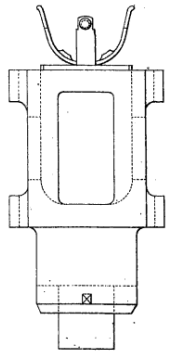


Fig.14. Profil du mouton.

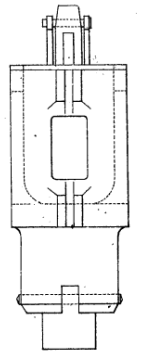


Fig.15. Plan par dessus.

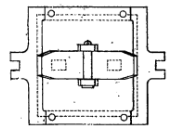
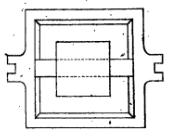


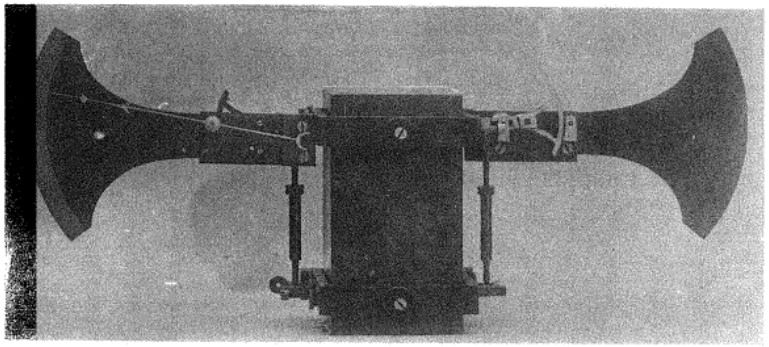
Fig.16. Plan par dessous.



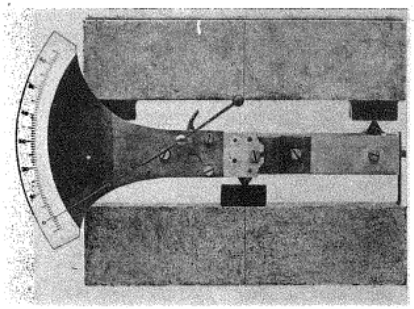
Zincographie L. Courtier, Paris

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

APPAREIL MICROMÉTRIQUE POUR MESURER LA COMPRESSIBILITÉ (1/4)

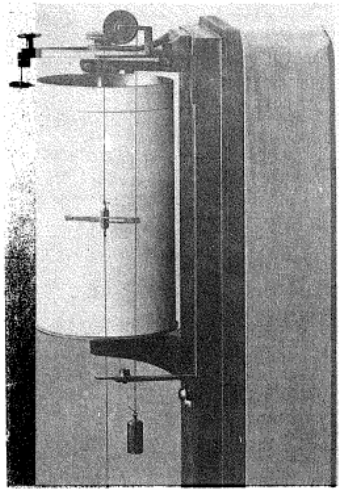


APPAREIL MICROMÉTRIQUE POUR LE TARAGE DES PRESSES HYDRAULIQUES (1/4)

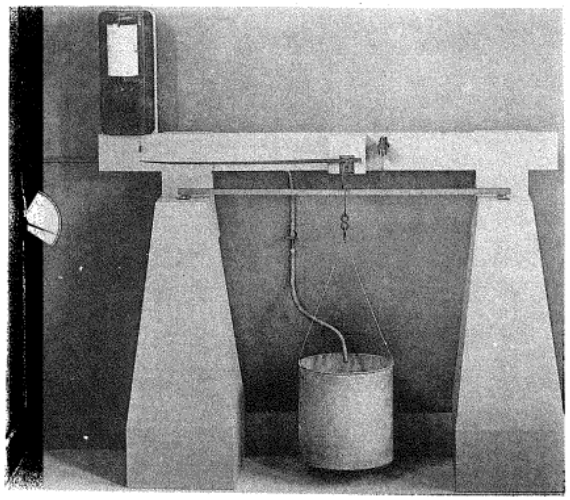


APPAREIL ENREGISTREUR POUR L'ÉTUDE DE LA FLEXION DES PRISMES POSÉS SUR 2 APPUIS

Détail de l'enregistreur (1/4)

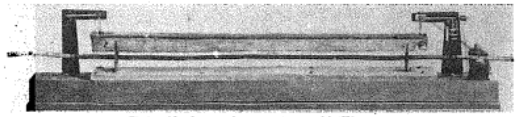


Vue d'ensemble (1/20)

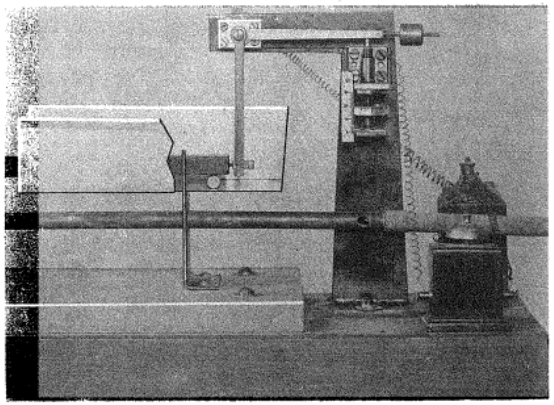


APPAREIL MICROMÉTRIQUE POUR L'ÉTUDE DE LA DILATATION

Vue d'ensemble (1/20)



Détail du micromètre (1/5)



Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

MACHINE À GLACE. (DOUANNE, JOBIN ET Cie)

Fig.1. Elévation générale. ($\frac{1}{20}$)

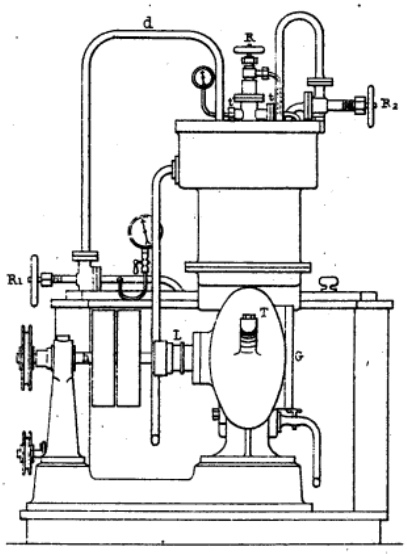


Fig.2. Coupe suivant CD. ($\frac{1}{20}$)

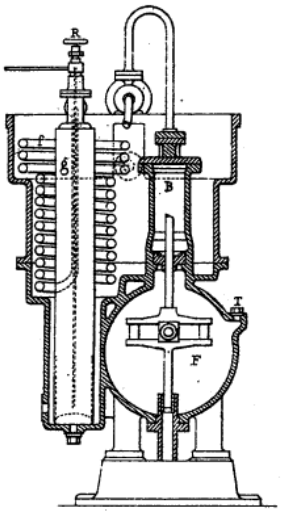


Fig.3. Coupe suivant EF. ($\frac{1}{20}$)

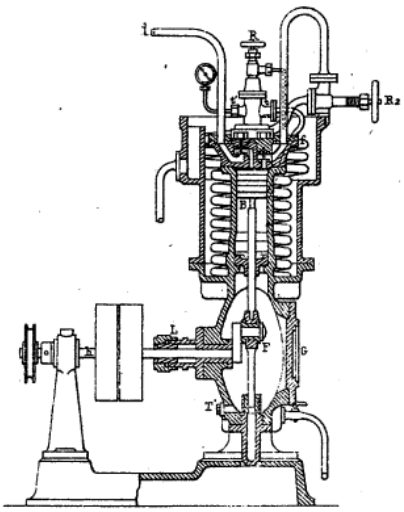


Fig.4. Plan général. ($\frac{1}{20}$)

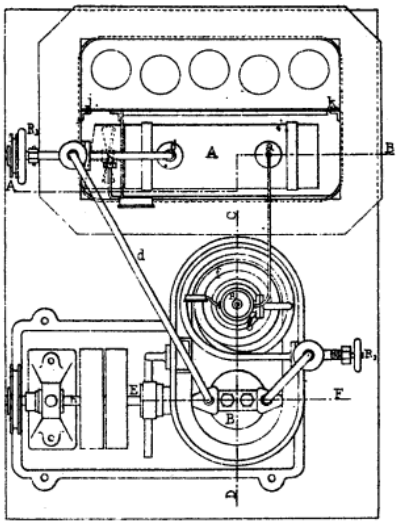


Fig.5. Coupe suivant AB. ($\frac{1}{20}$)

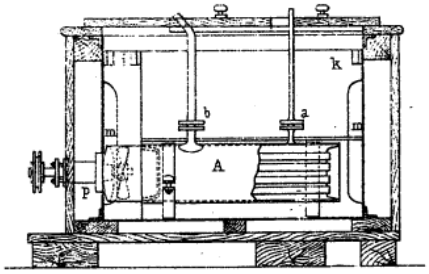


Fig.6. Détail du robinet R. ($\frac{1}{5}$)

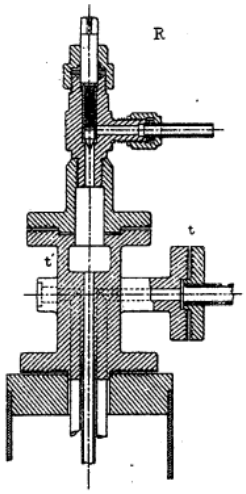


Fig.7. Détail du robinet R2 ($\frac{1}{5}$)

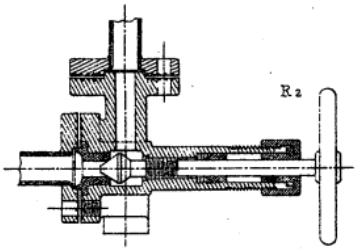


Fig.8. Détail des clapets. ($\frac{1}{5}$)

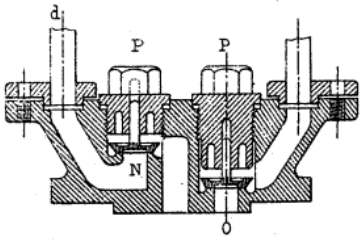


Fig.9. Boite porte-échantillons. ($\frac{1}{10}$)

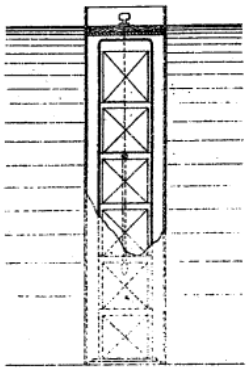


Fig.10. Coupe horizontale. ($\frac{1}{10}$)

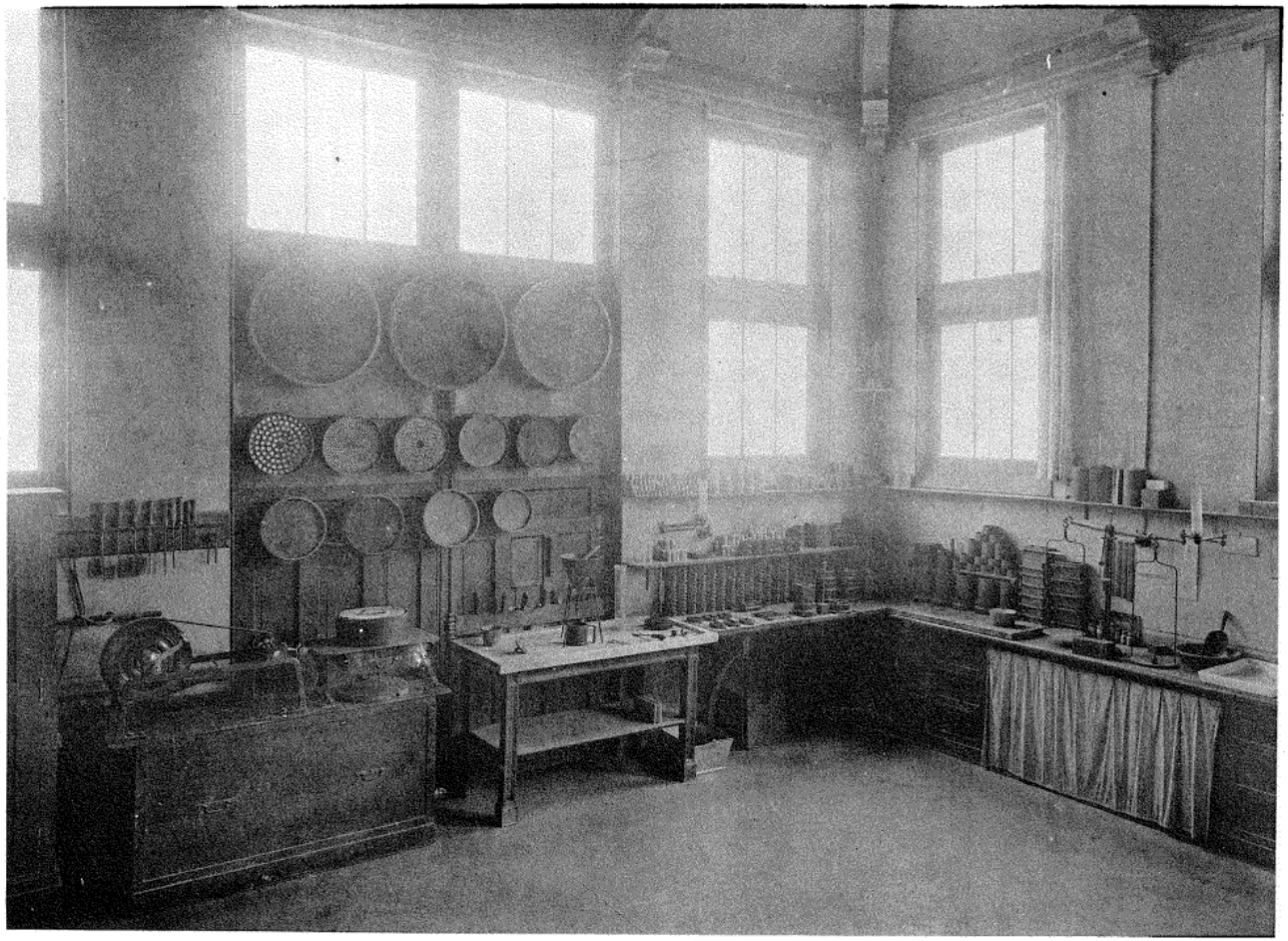


Zincographie L. Courtier, Paris.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

PREMIÈRE VUE DU LABORATOIRE DES CHAUX ET CIMENTS

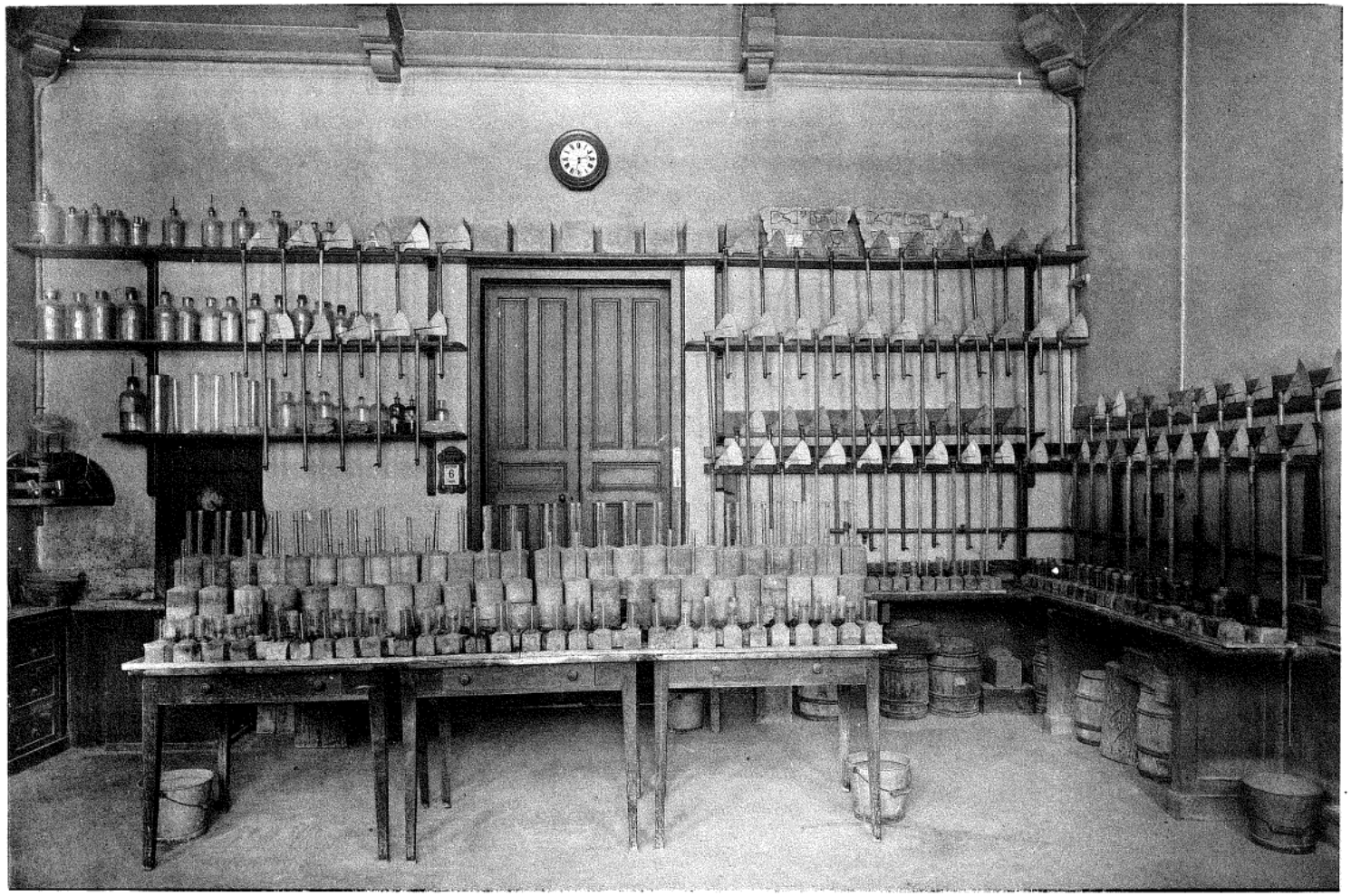
Pl. VIII



Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

DEUXIÈME VUE DU LABORATOIRE DES CHAUX ET CIMENTS

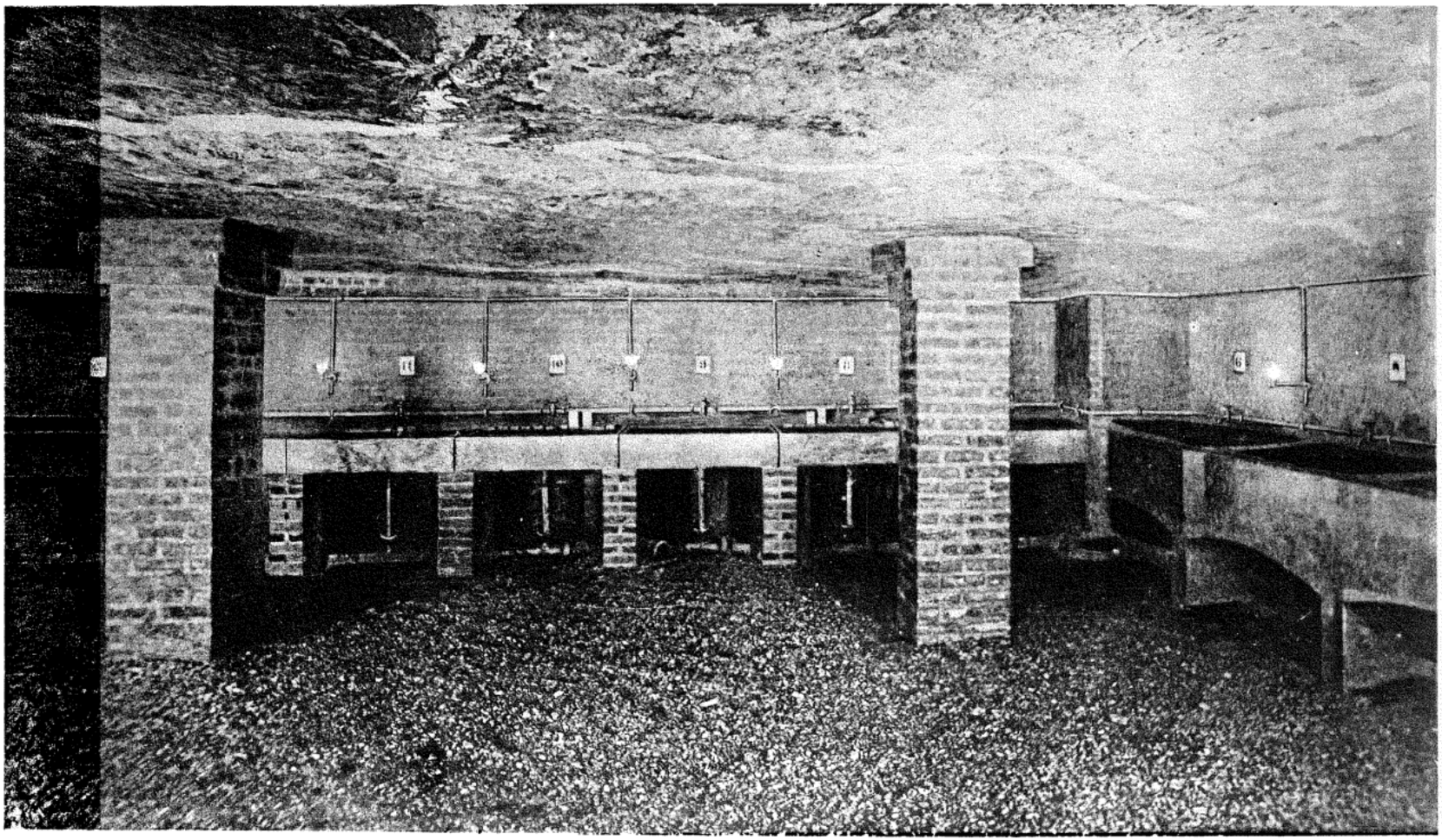


Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

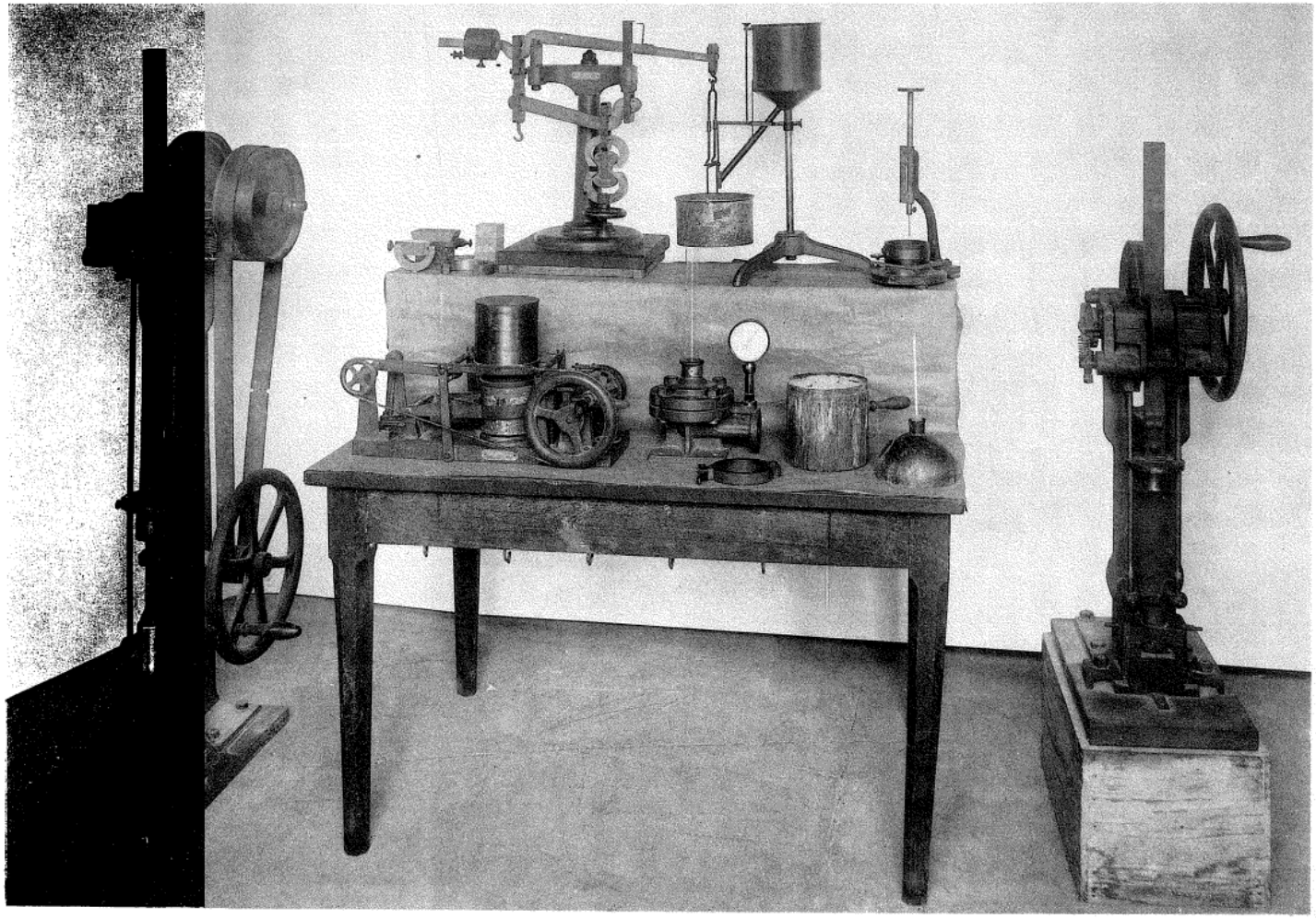
VUE DES CAVES OU SONT CONSERVÉES LES BRIQUETTES DE CHAUX ET CIMENTS

Pl. X



Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

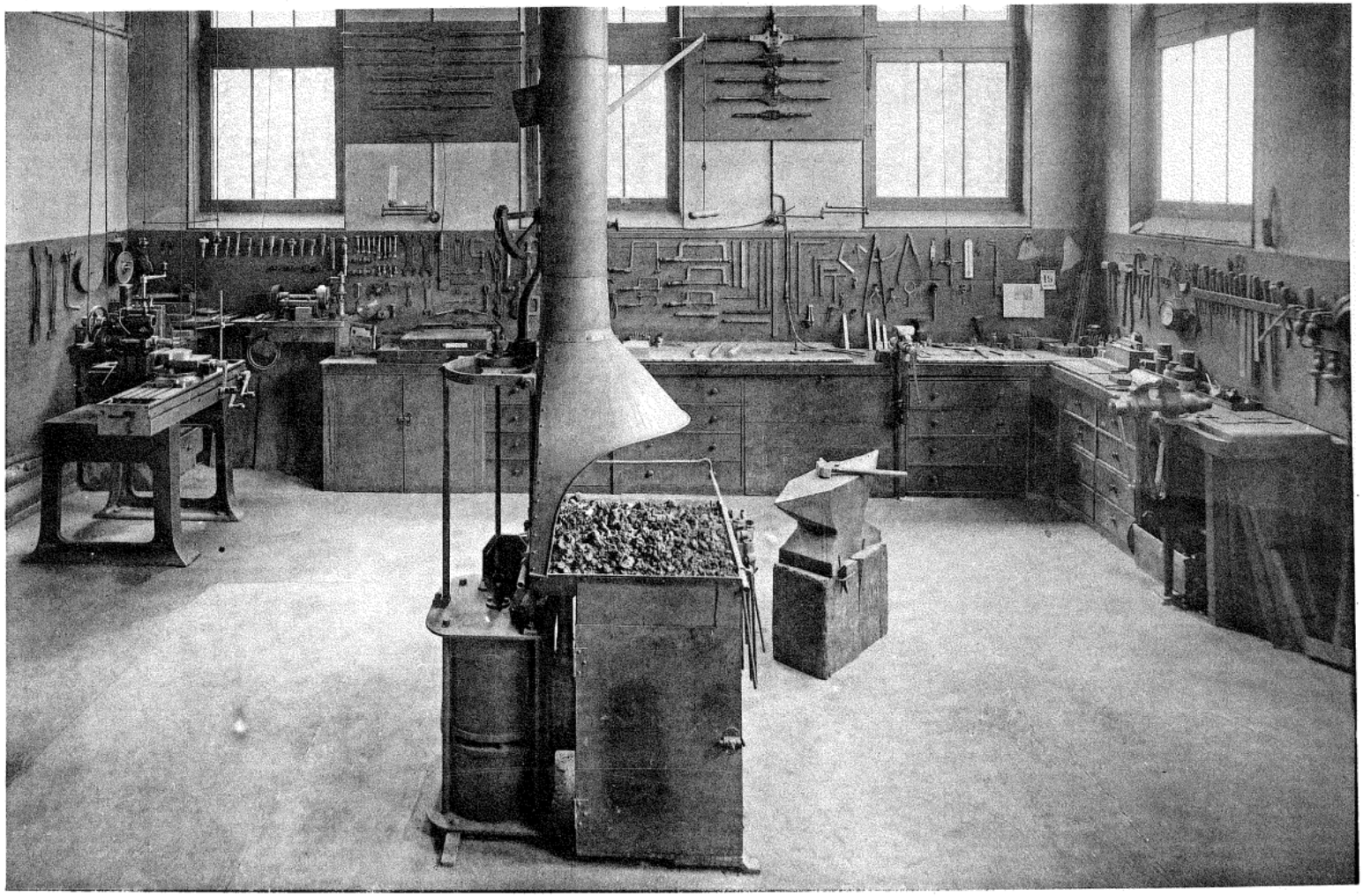
Droits réservés au Cnam et à ses partenaires



Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

PREMIÈRE VUE DE L'ATELIER DE MÉCANIQUE

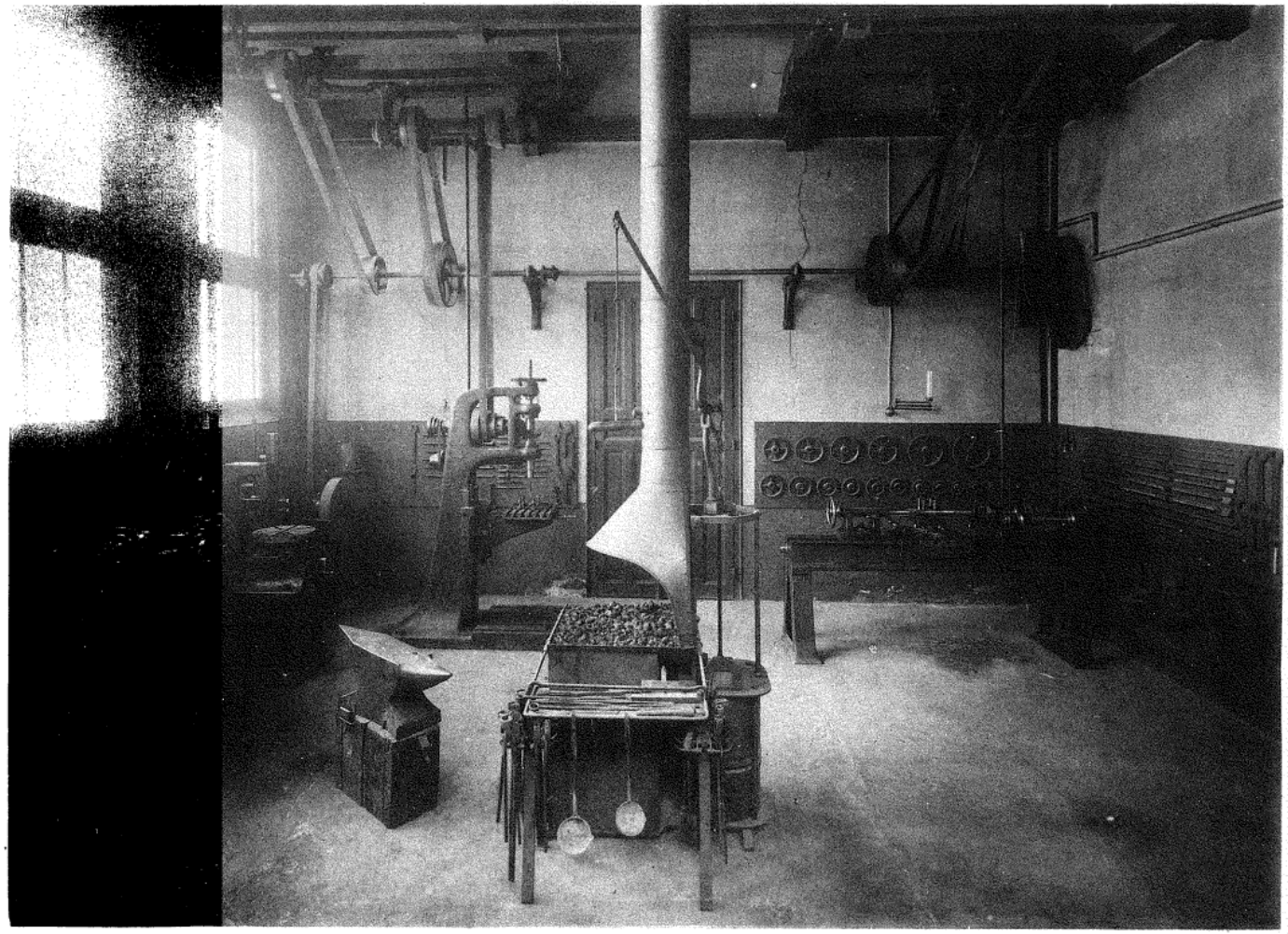


Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

DEUXIÈME VUE DE L'ATELIER DE MÉCANIQUE

Pl. XII *bis*

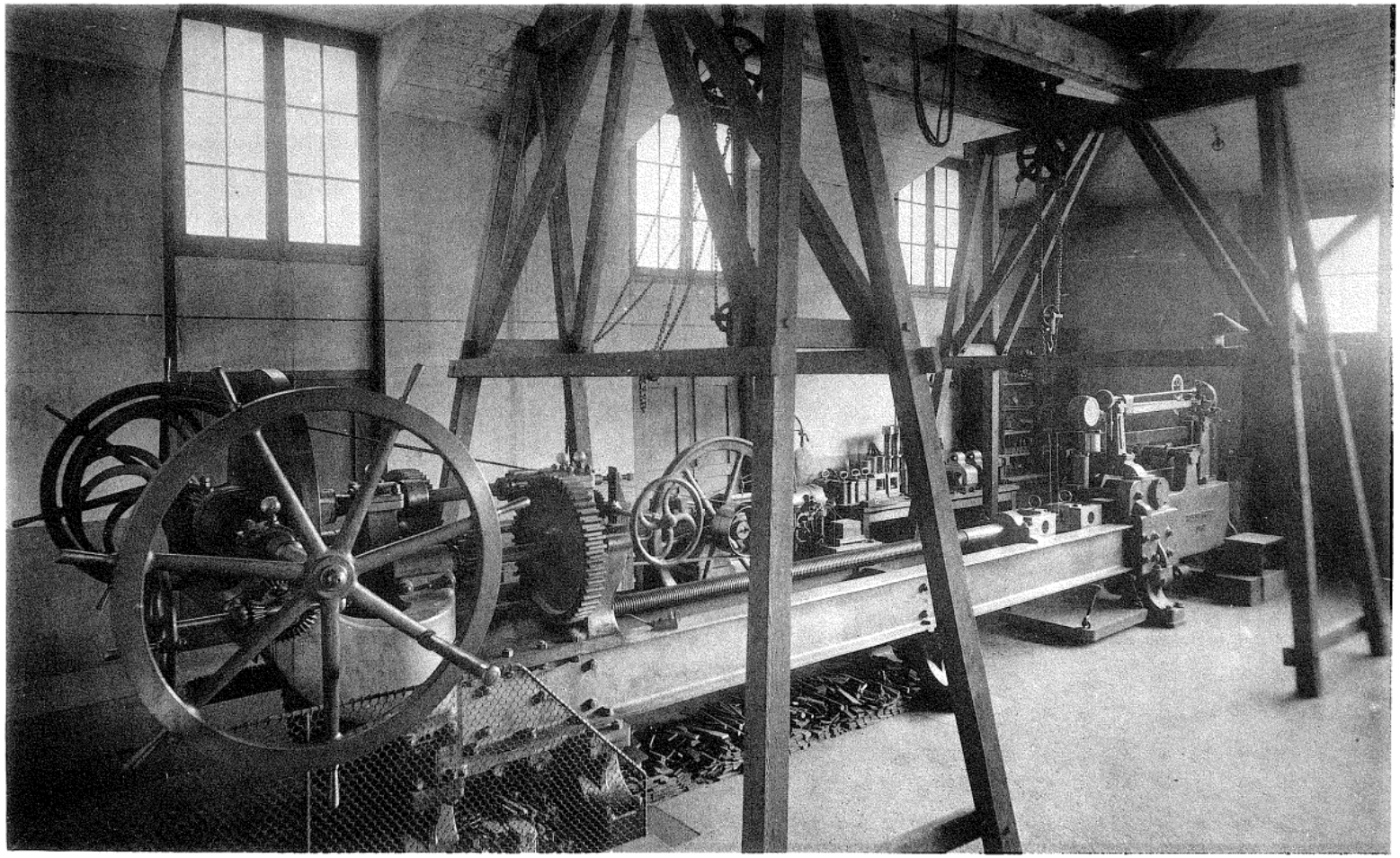


Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

VUE DE LA MACHINE A ESSAYER LES MÉTAUX

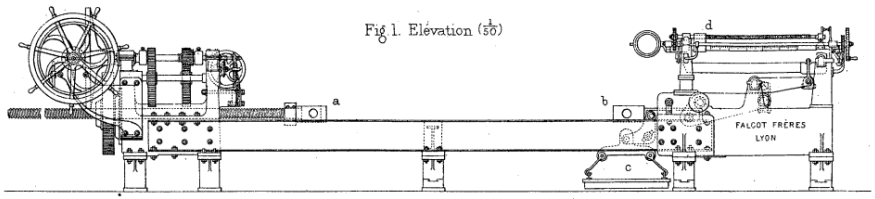
Pl. XIII



Atelier photographique de l'École des Ponts et Chaussées.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires

Fig 1. Elévation ($\frac{1}{50}$)



Appareil de traction — *Appareil indicateur*

Fig. 2. Plan ($\frac{1}{50}$)

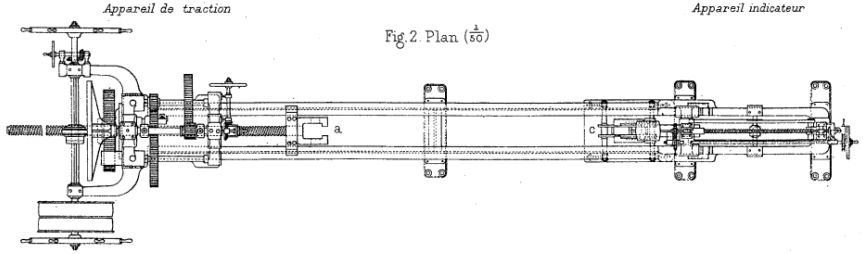


Fig. 5. Dispositif pour essais à la compression ($\frac{1}{50}$)



Fig. 6. Dispositif pour essais à la flexion ($\frac{1}{50}$)

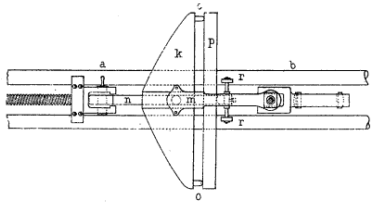


Fig. 6 bis. Modification du dispositif de la Fig 6 pour essais à la compression.

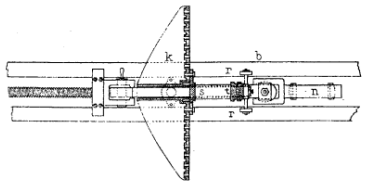


Fig 19 et 20. Amarrage des gros câbles de chanvre ($\frac{1}{25}$)

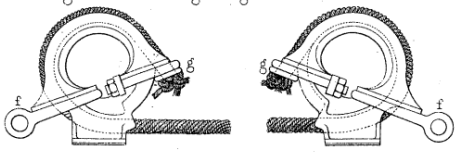


Fig 21 et 22 Amarrage des câbles plats de chanvre ($\frac{1}{25}$)

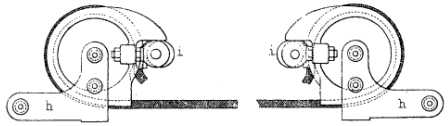


Fig 25. Profil transversal.

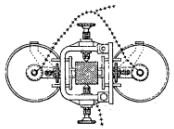


Fig. 3. Vue en bout du côté de la transmission. ($\frac{1}{50}$)

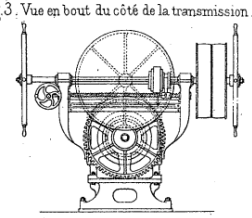


Fig. 4. Vue en bout du coté de l'indicateur

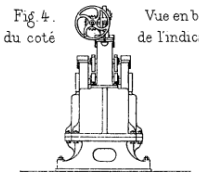


Fig 13 et 14. Amarrage des chaines. ($\frac{1}{25}$)

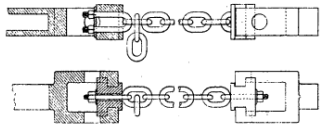


Fig 15 et 16. Amarrage des câbles métalliques.

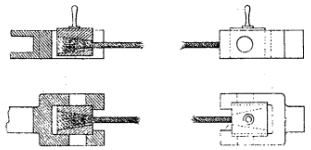


Fig 17 et 18. Amarrage des cordes de chanvre. ($\frac{1}{25}$)



Fig 7 et 8. Griffes de traction et d'attache. ($\frac{1}{25}$)

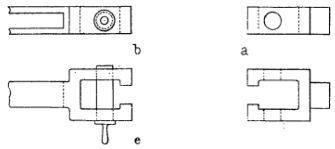


Fig 9 et 10. Amarrage des barres carrées. ($\frac{1}{25}$)

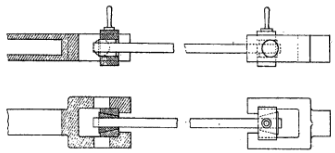
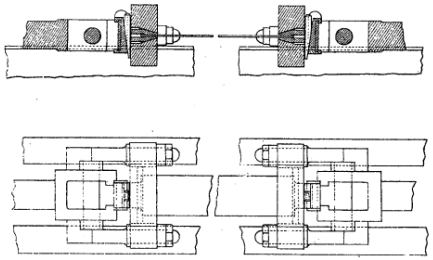


Fig 11 et 12. Amarrage des barres plates. ($\frac{1}{25}$)



Appareil micrométrique pour mesurer l'allongement.

Fig. 23. Plan ($\frac{1}{6}$)

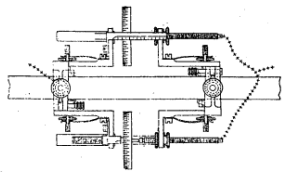
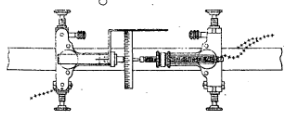


Fig 24. Elévation.



Zincographie L. Courtier, Paris.

Droits réservés au Cnam et à ses partenaires