

Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- [Le Conservatoire numérique](#) communément appelé [le Cnum](#) constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre (www.eclydre.fr).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - https://cnum.cnam.fr](https://cnum.cnam.fr))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment possible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

NOTICE DE LA REVUE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Auteur collectif - Revue
Titre	L'Industrie nationale : comptes rendus et conférences de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale
Adresse	Paris : Société d'encouragement pour l'industrie nationale, 1949-2003
Collation	167 vol.
Nombre de volumes	167
Cote	INDNAT
Sujet(s)	Industrie
Note	Numérisation effectuée grâce au prêt de la collection complète accordé par la Société d'encouragement pour l'industrie nationale (S.E.I.N.)
Notice complète	https://www.sudoc.fr/039224155
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?INDNAT
LISTE DES VOLUMES	
	1949, n° 1 (janv.-mars)
	1949, n° 2 (avril-juin)
	1949, n° 3 (juil.-sept.)
	1949, n° 4 (oct.-déc.)
	1949, n° 4 bis
	1950, n° 1 (janv.-mars)
	1950, n° 2 (avril-juin)
	1950, n° 3 (juil.-sept.)
	1950, n° 4 bis
	1951, n° 1 (janv.-mars)
	1951, n° 2 (avril-juin)
	1951, n° 3 (juil.-sept.)
	1951, n° 4 (oct.-déc.)
	1952, n° 1 (janv.-mars)
	1952, n° 2 (avril-juin)
	1952, n° 3 (juil.-sept.)
	1952, n° 4 (oct.-déc.)
	1952, n° spécial
	1953, n° 1 (janv.-mars)
	1953, n° 2 (avril-juin)
	1953, n° 3 (juil.-sept.)
	1953, n° 4 (oct.-déc.)
	1953, n° spécial
	1954, n° 1 (janv.-mars)
	1954, n° 2 (avril-juin)
	1954, n° 3 (juil.-sept.)
	1954, n° 4 (oct.-déc.)
	1955, n° 1 (janv.-mars)

	1955, n° 2 (avril-juin)
	1955, n° 3 (juil.-sept.)
	1955, n° 4 (oct.-déc.)
	1956, n° 1 (janv.-mars)
	1956, n° 2 (avril-juin)
	1956, n° 3 (juil.-sept.)
	1956, n° 4 (oct.-déc.)
	1957, n° 2 (avril-juin)
	1957, n° 3 (juil.-sept.)
	1957, n° 4 (oct.-déc.)
	1957, n° spécial (1956-1957)
	1958, n° 1 (janv.-mars)
	1958, n° 2 (avril-juin)
	1958 n° 3 (juil.-sept.)
	1958, n° 4 (oct.-déc.)
	1959, n° 1 (janv.-mars)
	1959, n° 2 (avril-juin)
	1959 n° 3 (juil.-sept.)
	1959, n° 4 (oct.-déc.)
	1960, n° 1 (janv.-mars)
	1960, n° 2 (avril-juin)
	1960, n° 3 (juil.-sept.)
	1960, n° 4 (oct.-déc.)
	1961, n° 1 (janv.-mars)
	1961, n° 2 (avril-juin)
	1961, n° 3 (juil.-sept.)
	1961, n° 4 (oct.-déc.)
	1962, n° 1 (janv.-mars)
	1962, n° 2 (avril-juin)
	1962, n° 3 (juil.-sept.)
	1962, n° 4 (oct.-déc.)
	1963, n° 1 (janv.-mars)
	1963, n° 2 (avril-juin)
	1963, n° 3 (juil.-sept.)
	1963, n° 4 (oct.-déc.)
	1964, n° 1 (janv.-mars)
VOLUME TÉLÉCHARGÉ	1964, n° 2 (avril-juin)
	1964, n° 3 (juil.-sept.)
	1964, n° 4 (oct.-déc.)
	1965, n° 1 (janv.-mars)
	1965, n° 2 (avril-juin)
	1965, n° 3 (juil.-sept.)
	1965, n° 4 (oct.-déc.)
	1966, n° 1 (janv.-mars)
	1966, n° 2 (avril-juin)
	1966, n° 3 (juil.-sept.)
	1966, n° 4 (oct.-déc.)
	1967, n° 1 (janv.-mars)
	1967, n° 2 (avril-juin)
	1967, n° 3 (juil.-sept.)

	1967, n° 4 (oct.-déc.)
	1968, n° 1
	1968, n° 2
	1968, n° 3
	1968, n° 4
	1969, n° 1 (janv.-mars)
	1969, n° 2
	1969, n° 3
	1969, n° 4
	1970, n° 1
	1970, n° 2
	1970, n° 3
	1970, n° 4
	1971, n° 1
	1971, n° 2
	1971, n° 4
	1972, n° 1
	1972, n° 2
	1972, n° 3
	1972, n° 4
	1973, n° 1
	1973, n° 2
	1973, n° 3
	1973, n° 4
	1974, n° 1
	1974, n° 2
	1974, n° 3
	1974, n° 4
	1975, n° 1
	1975, n° 2
	1975, n° 3
	1975, n° 4
	1976, n° 1
	1976, n° 2
	1976, n° 3
	1976, n° 4
	1977, n° 1
	1977, n° 2
	1977, n° 3
	1977, n° 4
	1978, n° 1
	1978, n° 2
	1978, n° 3
	1978, n° 4
	1979, n° 1
	1979, n° 2
	1979, n° 3
	1979, n° 4
	1980, n° 1
	1982, n° spécial

	<u>1983, n° 1</u>
	<u>1983, n° 3-4</u>
	<u>1983, n° 3-4</u>
	<u>1984, n° 1 (1er semestre)</u>
	<u>1984, n° 2</u>
	<u>1985, n° 1</u>
	<u>1985, n° 2</u>
	<u>1986, n° 1</u>
	<u>1986, n° 2</u>
	<u>1987, n° 1</u>
	<u>1987, n° 2</u>
	<u>1988, n° 1</u>
	<u>1988, n° 2</u>
	<u>1989</u>
	<u>1990</u>
	<u>1991</u>
	<u>1992</u>
	<u>1993, n° 1 (1er semestre)</u>
	<u>1993, n° 2 (2eme semestre)</u>
	<u>1994, n° 1 (1er semestre)</u>
	<u>1994, n° 2 (2eme semestre)</u>
	<u>1995, n° 1 (1er semestre)</u>
	<u>1995, n° 2 (2eme semestre)</u>
	<u>1996, n° 1 (1er semestre)</u>
	<u>1997, n° 1 (1er semestre)</u>
	<u>1997, n°2 (2e semestre) + 1998, n°1 (1er semestre)</u>
	<u>1998, n° 4 (4e trimestre)</u>
	<u>1999, n° 2 (2e trimestre)</u>
	<u>1999, n° 3 (3e trimestre)</u>
	<u>1999, n° 4 (4e trimestre)</u>
	<u>2000, n° 1 (1er trimestre)</u>
	<u>2000, n° 2 (2e trimestre)</u>
	<u>2000, n° 3 (3e trimestre)</u>
	<u>2000, n° 4 (4e trimestre)</u>
	<u>2001, n° 1 (1er trimestre)</u>
	<u>2001, n° 2-3 (2e et 3e trimestres)</u>
	<u>2001, n°4 (4e trimestre) et 2002, n°1 (1er trimestre)</u>
	<u>2002, n° 2 (décembre)</u>
	<u>2003 (décembre)</u>

NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Titre	L'Industrie nationale : comptes rendus et conférences de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale
Volume	<u>1964, n° 2 (avril-juin)</u>
Adresse	Paris : Société d'encouragement pour l'industrie nationale, 1964

Collation	1 vol. (32 p.) ; 27 cm
Nombre de vues	44
Cote	INDNAT (67)
Sujet(s)	Industrie
Thématique(s)	Généralités scientifiques et vulgarisation
Typologie	Revue
Langue	Français
Date de mise en ligne	03/09/2025
Date de génération du PDF	08/09/2025
Recherche plein texte	Non disponible
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?INDNAT.67

Note d'introduction à [l'Industrie nationale \(1947-2003\)](#)

[L'Industrie nationale](#) prend, de 1947 à 2003, la suite du [Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale](#), publié de 1802 à 1943 et que l'on trouve également numérisé sur le CNUM. Cette notice est destinée à donner un éclairage sur sa création et son évolution ; pour la présentation générale de la Société d'encouragement, on se reporterà à la [notice publiée en 2012 : « Pour en savoir plus »](#)

[Une publication indispensable pour une société savante](#)

La Société, aux lendemains du conflit, fait paraître dans un premier temps, en 1948, des [Comptes rendus de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale](#), publication trimestrielle de petit format résumant ses activités durant l'année sociale 1947-1948. À partir du premier trimestre 1949, elle lance une publication plus complète sous le titre de [L'Industrie nationale. Mémoires et comptes rendus de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale](#).

Cette publication est différente de l'ancien [Bulletin](#) par son format, sa disposition et sa périodicité, trimestrielle là où ce dernier était publié en cahiers mensuels (sauf dans ses dernières années). Elle est surtout moins diversifiée, se limitant à des textes de conférences et à des rapports plus ou moins développés sur les remises de récompenses de la Société.

[Une publication qui reflète les ambitions comme les aléas de la Société d'encouragement](#)

À partir de sa création et jusqu'au début des années 1980, [L'Industrie nationale](#) ambitionne d'être une revue de référence abondant, dans une sélection des conférences qu'elle organise — entre 8 et 10 publiées annuellement —, des thèmes extrêmement divers, allant de la mécanique à la biologie et aux questions commerciales, en passant par la chimie, les différents domaines de la physique ou l'agriculture, mettant l'accent sur de grandes avancées ou de grandes réalisations. Elle bénéficie d'ailleurs entre 1954 et 1966 d'une subvention du CNRS qui témoigne de son importance.

À partir du début des années 1980, pour diverses raisons associées, problèmes financiers, perte de son rayonnement, fin des conférences, remise en question du modèle industriel sur lequel se fondait l'activité de la Société, [L'Industrie nationale](#) devient un organe de communication interne, rendant compte des réunions, publient les rapports sur les récompenses ainsi que quelques articles à caractère rétrospectif ou historique.

La publication disparaît logiquement en 2003 pour être remplacée par un site Internet de même nom, complété par la suite par une lettre d'information.

Commission d'histoire de la Société d'Encouragement,

Juillet 2025.

Bibliographie

Daniel Blouin, Gérard Emtoz, [« 220 ans de la Société d'encouragement »](#), Histoire et Innovation, le carnet de recherche de la commission d'histoire de la Société d'encouragement, en ligne le 25 octobre 2023.

Gérard EMTOZ, [« Les parcours des présidents de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale des années 1920 à nos jours. Deuxième partie : de la Libération à nos jours »](#), Histoire et Innovation, carnet de recherche de la commission d'histoire de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale, en ligne le 26 octobre 2024.

S. E. I. N.
Bibliothèque

L'INDUSTRIE NATIONALE

*Comptes rendus et Conférences
de la Société d'Encouragement
pour l'Industrie Nationale*

*Publiés avec le concours
du Centre National de la Recherche Scientifique*

•

Revue trimestrielle
1964 - N° 2 ● ●

NUMERO CONSACRE
A LA SIMILITUDE

S.E.I.N.
Bibliothèque

N° 2 — AVRIL-JUIN 1964

SOMMAIRE

TEXTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES (1)

La Similitude.

- I. — Analyse dimensionnelle et similitude en mécanique des fluides p. 3

Introduction par M. l'Inspecteur Général PAUL CHAPOUTHIER.

Conférence par M. MICHEL HUG.

- II. — Applications de la similitude dans le domaine des turbines hydrauliques p. 15

Introduction par M. l'Inspecteur Général PAUL CHAPOUTHIER.

Conférence par M. CLAUDE HERMANT.

- COMPTE RENDUS BIBLIOGRAPHIQUES p. 31

(1) Voir les résumés des articles en page 3 de couverture.

Publication sous la direction de M. Jean LECOMTE

Membre de l'Institut, Président, avec le concours du Secrétariat de la Société.

Les textes paraissant dans *L'Industrie Nationale* n'engagent pas la responsabilité de la Société d'Encouragement quant aux opinions exprimées par leurs auteurs.

44, rue de Rennes, PARIS, 6^e (LIT. 55-61)

le n° : 7,50 F

C.C.P. Paris, n° 618-48

TEXTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

I - Analyse dimensionnelle
et similitude en mécanique des fluides

par M. M. Hug

II - Applications de la similitude
dans le domaine des turbomachines hydrauliques

par M. C. Hermant

INTRODUCTIONS

par M. l'Inspecteur Général P. CHAPOUTHIER

1^e CONFÉRENCE (1)

I. - L'art de la similitude

Exposé introductif de M. l'Inspecteur général CHAPOUTHIER,
Membre du Comité des Arts mécaniques

La notion de similitude — et celle de proportionnalité qui en découle — est un des souvenirs les plus vivaces dans la mémoire de chacun de nous comme dans celle de l'humanité. Nous avons débuté à l'école par la règle de 3, puis les triangles semblables, de même que le chasseur paléolithique des bords de la Vézère dessinait des images réduites de rennes et de mammouths sur les parois de sa grotte.

La similitude est née en effet autour de la géométrie, ce qui a fait dire à certains que c'était une notion euclidienne. Elle ne trouve pas sa place dans les espaces non euclidiens, notamment dans celui de Riemann, auquel la relativité généralisée voudrait nous conduire et qui n'accepte ni la notion de parallélisme ni même celle de droite prolongée jusqu'à l'infini.

D'autre part, tandis que c'est à la nature que les peintres donnent le nom de modèle et à l'image réduite celui de tableau, par une inversion fâcheuse c'est à la figuration réduite que les ingénieurs ont donné le nom de « modèle », ce qui les oblige à donner à la nature, qu'elle soit sauvage ou aménagée par l'homme, le nom affreux de « prototype ».

De la géométrie le développement de l'analyse a rapidement étendu la méthode à la mécanique et à la physique. Vue sous cet angle, la similitude apparaît comme un cas particulier d'une méthode d'investigation beaucoup plus générale, celle des transformations. Les mots d'inversion, d'affinité évoquent eux aussi des souvenirs très chers dans vos mémoires de géomètres. Chaque fois qu'un phénomène peut être mis sous la forme d'une équation, il suffit d'écrire cette équation en vraie grandeur, puis sur le modèle représentatif, et de définir la loi de correspondance entre ces deux équations. Alors, sans avoir besoin de résoudre l'équation, on pourra passer d'un paramètre à l'autre, ce qui sera généralement plus simple.

La similitude offre la loi de correspondance la plus simple, celle de la proportionnalité, mais il y en a de plus générales et de plus compliquées. Vous vous rappelez, en particulier, comment la relativité restreinte a consisté à confronter deux phénomènes définis : l'un par les équations de la Mécanique Classique, l'autre par celles de l'électromagnétisme, avec deux systèmes de transformation : celui de Galilée et celui de Lorentz. Un autre exemple emprunté à l'hydrodynamique est celui des écoulements potentiels plans : une fonction

(1) Faite le 28 novembre 1963 à la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale.

analytique pour définir l'écoulement à étudier, une deuxième fonction analytique définit le passage d'un écoulement à un autre par une transformation conforme.

Cette méthode de correspondance entre deux équations connues et écrites est désignée parfois sous le nom de *méthode directe*. Elle repose uniquement sur la correspondance entre ces deux équations ; il n'est donc pas nécessaire que les deux phénomènes soient les mêmes, pourvu que les équations qui les régissent soient comparables.

D'où les analogies, les simulateurs qui permettent de remplacer un fluide par un autre, l'eau par l'électricité par exemple, à la limite, les calculatrices électroniques qui permettent la solution des équations relèvent du même courant d'idées. Cependant, la comparaison du même phénomène à deux échelles différentes sera toujours plus parlante, plus stimulante pour l'imagination des ingénieurs. C'est pourquoi, elle a connu un tel succès.

nombre d'Euler $\frac{p}{\rho V^2}$ rapport des forces de pression aux forces d'inertie

nombre de Froude $\frac{V^2}{gL}$ rapport des forces d'inertie à celles de pesanteur

nombre de Reynolds $\frac{VL}{\nu}$ rapport des forces d'inertie à celles de viscosité

ou même plus compliqués encore comme nous le verrons la prochaine fois avec M. Hermant.

Analyser soigneusement les paramètres qui interviennent dans un phénomène, former avec eux des nombres sans dimensions et écrire qu'ils se conservent équivaut à écrire la loi de correspondance entre les deux phénomènes. Elle ne donne pas la loi du phénomène lui-même, car elle donne ni la

A côté de cette méthode directe, il y a une deuxième manière d'aborder le problème, plus large et à certains égards plus physique, celle des invariants qui, dans le cas de la similitude, prend le nom d'*analyse dimensionnelle ou inspectionnelle*. Il n'est pas nécessaire de savoir écrire les équations du phénomène, il suffit de noter qu'il y a des grandeurs dont la valeur ne change pas quand on leur applique une transformation du groupe considéré. En géométrie, par exemple, une inversion se trouve complètement définie par la connaissance du cercle d'inversion, lieu géométrique des points qui restent invariants dans la transformation. Ceux de mon âge se rappellent comment le débat sur la relativité restreinte s'est concentré autour des deux invariants ds^2 de Galilée et de Lorentz. Pour la similitude, la caractéristique de ces invariants est d'être des nombres sans dimensions. Cela est évident, puisque les variables sont proportionnelles. Si la similitude est seulement géométrique, ce sont des angles et des rapports de longueurs. Pour un phénomène de mécanique des fluides, ce seront des nombres plus compliqués :

forme précise de cette loi, ni ses coefficients numériques, mais d'une part, elle permet d'expérimenter physiquement sur un modèle, d'autre part, elle met de l'ordre dans les résultats, réduit le nombre de paramètres à faire intervenir, achemine vers la loi du phénomène. En écartant certaines formes littérales, en permettant de reconnaître si une formule est fausse, elle a une valeur de recherche.

Transposons, en effet, dans l'ordre moral. Si j'ai, auprès de moi, un sage conseiller pour me dire tout ce qu'il ne faut pas faire et que je l'écoute : tu ne tueras pas, tu ne mentiras pas, tu ne commettras pas d'adultère, on ne peut pas dire que je sois un homme de bien ; je ne fais rien de positif, mais vous admettrez cependant que je suis déjà fortement engagé sur le chemin de la vertu.

C'est un tel service que rend au physicien l'analyse dimensionnelle : la force vive a la dimension d'un travail, une quantité de mouvement celle d'une force multipliée par un temps, d'où le théorème des forces vives et celui des quantités de mouvement, le fait que $\frac{P}{g}$ a la dimension d'une pression conduit à la notion de pression dynamique ; réci-

proquement $\frac{P}{g}$ a la dimension du carré

d'une vitesse, d'où la célérité de l'onde de pression dans un milieu élastique. V^2 a la dimension de g^h , d'où la loi de la chute des corps (Galilée) et la célérité des ondes de gravité dans un canal (Lagrange).

Tels sont, simplifiés et schématisés, les traits généraux de la similitude avec, *d'une part*, sa double méthode d'approche, par correspondance d'équations et par fabrication d'invariants et, *d'autre part*, sa double application :

- expérimentale pour l'étude d'un phénomène à échelle réduite et la mise en ordre des résultats,
- théorique pour la découverte et la formulation d'une loi physique.

Il me reste à dissiper dans votre esprit deux illusions opposées que mon exposé a pu contribuer à faire naître.

La première est que la similitude est quelque chose de très simple. La proportionnalité, la règle de 3 sont des lois si élémentaires que les profanes visitant un modèle réduit ont généralement

l'impression qu'il ne s'agit que d'un jeu, un jeu pour grands enfants. Mais il y a d'autres contraintes qui résultent des données physiques et viennent compliquer singulièrement la règle du jeu. Par exemple, il y a la pesanteur g qui a la dimension d'une accélération. Il faudrait la mettre à l'échelle : or, elle sera en général la même dans la nature et sur le modèle ; il y a la densité du fluide, sa viscosité. Il y aura l'apparition de phénomènes régis par un seuil physique fixe — par exemple la cavitation dans les machines. Il arrivera souvent que, compte tenu de ces conditions supplémentaires, non seulement le problème mathématique ne sera plus évident, mais il sera insoluble et nécessitera, pour être résolu, des acrobaties plus ou moins légitimes.

La deuxième illusion, c'est de voir dans la similitude uniquement un problème de mathématiques. Il est vrai que les mathématiciens y brillent beaucoup — et le rappel que j'ai fait des équations pourrait entretenir cette illusion — mais une différence importante sépare le mathématicien pur de l'ingénieur ; c'est ce que nous appelons les « conditions aux limites », ce qui se passe aux frontières du modèle. Le mathématicien peut, en général, les choisir et il les choisit très simples : des droites, des sphères, des courbes susceptibles de définition algébrique. L'ingénieur n'a pas le droit de les choisir, il doit les recevoir telles quelles. Or, dans la nature, il y aura rarement des droites, rarement des sphères ; il y aura la mer avec son infini (et qui peut reproduire l'infini ?), des fleuves avec leurs sinuosités et leurs méandres, des montagnes et des vallées qui échappent à toute définition mathématique. Il faudra, pour les reproduire, faire appel non seulement à l'imagination, mais encore à toutes les ressources de la technique et de la technologie.

C'est ce qui fait que la similitude n'est pas seulement une Science, mais un Art au sens où on dit : « L'Art de

l'Ingénieur », au sens aussi que donnaient à ce mot, les philosophes de la Renaissance : « L'Art, c'est l'homme

ajouté à la nature. » La nature apporte ses sites, ses rivages, ses fleuves, ses montagnes, à l'ingénieur d'en tirer parti.

II. - Analyse dimensionnelle

et similitude en mécanique des fluides

Par M. MICHEL HUG,

Ingénieur des Ponts et Chaussées,

Adjoint au Directeur du Centre de Recherches et d'Essais de Chatou
(Electricité de France)

INTRODUCTION.

Il ne semble pas y avoir de meilleure introduction à un exposé sur la similitude que la citation des premiers auteurs. J. Bertrand, dans une note sur la similitude en mécanique (*Journal de l'Ecole Polytechnique*, tome XIX, 1848, 32^e cahier), nous rappelle une question que Galilée examine dans un de ses Dialogues.

« Comment se fait-il que tant de machines qui réussissent en petit deviennent impraticables sur une plus grande échelle ? S'il est vrai que la géométrie soit la base de la mécanique, de même que les dimensions plus ou moins grandes ne changent pas les propriétés des triangles, des cercles ou des cônes, de même une grande machine entièrement conforme à une

« autre plus petite semblerait devoir réussir dans les mêmes circonstances et résister aux mêmes causes de destruction. Galilée traite cette question au point de vue de l'équilibre et de la résistance des matériaux, et il ne lui est pas difficile de montrer, par de nombreux exemples, que la résistance d'un système solide n'est pas proportionnelle à ses dimensions. »

Toujours dans la même note, J. Bertrand nous montre que Newton, dans le livre des *Principes*, a été beaucoup plus loin : « Il a donné la condition nécessaire et suffisante pour que deux systèmes semblables au point de vue géométrique le soient aussi au point de vue mécanique, c'est-à-dire pour que non seulement les lignes de l'un des systèmes, mais encore les temps, les forces et les masses, aient et

« conservent un rapport constant avec les éléments homologues de l'autre système. »

J. Bertrand cite également le théorème de Newton d'après Cauchy :

« Si deux systèmes semblables de corps sont composés d'un nombre égal de particules, et que les particules correspondantes soient respectivement semblables et proportionnelles dans les deux systèmes, qu'elles soient posées de même entre elles et qu'elles aient une raison donnée de densité, qu'elles commencent à se mouvoir semblablement dans des temps proportionnels, et qu'enfin les forces accélératrices correspondantes soient inversement comme le diamètre des particules et directement comme le carré des vitesses, les particules continueront à se mouvoir de la même manière dans des temps proportionnels. »

Ce théorème constitue déjà une véritable théorie de la similitude en mécanique. Voulant replacer la similitude dans le cadre plus général de l'analyse dimensionnelle, on constate qu'il s'agit là d'une question élémentaire, mais en donnant le même sens à l'adjectif que lorsque l'on voudra qualifier l'arithmétique d'élémentaire. En raison de sa nature même, ce sujet a fait l'objet de très nombreux travaux dont la valeur s'échelonne du traité à haute tenue mathématique jusqu'à la sottise pure et simple. Je suis sûr que mon exposé n'aura pas de haute tenue mathématique, je me contente d'espérer qu'il ne contiendra pas de sottise.

Voulant replacer le sujet dans son cadre général, j'ai réuni en bibliographie quelques références qui sont classées dans l'ordre chronologique afin de rendre hommage aux précurseurs. Il va de soi que cet ordre perd toute signification pour les années récentes.

ANALYSE DIMENSIONNELLE.

C'est en 1888 que J.-B. Fourier (1) a le premier appliqué aux grandeurs physiques le concept de dimension et à ce titre, on peut le considérer comme à l'origine de l'analyse dimensionnelle. Quelques années plus tard, A. Vaschy (2) donnera un premier énoncé du théorème des π . En 1911, D. Riabouchinsky (3), puis en 1914, E. Buckingham (4) vont préciser la notion de monôme à exposant dimensionnel nul et en particulier le nombre de monômes indépendants que l'on peut former à partir des grandeurs qui interviennent dans le phénomène étudié. C'est là l'origine du théorème appelé dans les cours de mécanique théorème de Vaschy-Buckingham ou théorème des π , cette dernière appellation étant due à P. W. Bridgman (5). Un énoncé très court de ce théorème est donné par H. L. Langhaar (7) : « Si une équation est dimensionnellement homogène elle peut être réduite à une relation entre une série complète de produits sans dimensions. » En fait, le théorème des π comprend deux parties. La première partie établit que toute équation physique complète (subsistant après un changement arbitraire des unités fondamentales) peut s'écrire :

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots) = 0$$

où les lettres π_i caractérisent les monômes à dimension nulle et indépendants entre eux que l'on peut former avec les grandeurs physiques étudiées. La seconde partie du théorème donne le nombre de ces monômes indépendants comme égal à la différence entre le nombre total des grandeurs et celui des grandeurs fondamentales.

Dans cet exposé, je suis obligé de passer sous silence les raisons qui font de cette théorie « élémentaire » une théorie difficile. Je me contenterai d'en donner une énumération rapide et non exhaustive : qu'entend-on par grandeur fondamentale, qu'appelle-t-on équation

homogène, qu'est-ce que la mesure d'une grandeur, comment les dimensions d'une grandeur vont-elles dépendre du choix des lois physiques invariantes et comment ceci fera-t-il apparaître des « constantes dimensionnées » dans les expressions des autres lois, etc... ?

La deuxième partie de la bibliographie (5 à 12) a été choisie pour permettre au lecteur désirant approfondir ces questions de le faire sans recherches inutiles. Cette liste d'ouvrages pourra d'ailleurs être complétée éventuellement en faisant appel aux bibliographies de G. Birkhoff (6) et M. Holt (11).

Quelles sont les applications de l'analyse dimensionnelle ? On peut en trouver trois qui sont :

- Présentation de calculs théoriques ou de résultats expérimentaux.
- Prévisions de lois physiques.
- Etablissement des critères de similitude.

Après ce préambule indispensable sur l'analyse dimensionnelle, nous nous rapprochons de notre sujet : la similitude.

SIMILITUDE.

Il semble maintenant possible de donner une définition de la similitude, je vous proposerai celle de P. W. Bridgeman (5), développée par A. Martinot-Lagarde (10). Soit un ensemble de phénomènes caractérisés par exemple par :

$$\text{I} \left\{ \begin{array}{l} f(x, y, a, b, c, d) = 0, \\ g(x, y, a, b, c, d) = 0, \end{array} \right.$$

où x et y sont les inconnues et $a b c d$ les données constituées par des paramètres physiquement indépendants. S'il

existe des facteurs x' , y' , a' , b' , c' , d' , tels que le système II :

$$\text{II} \left\{ \begin{array}{l} f(x'x, y'y, a'a, b'b, c'c, d'd) = 0, \\ g(x'x, y'y, a'a, b'b, c'c, d'd) = 0, \end{array} \right.$$

soit vérifié en même temps que I pour toute solution x, y de I, on dira qu'il y a similitude dans le domaine physique considéré. Du fait que les facteurs (x', \dots, d') sont indépendants des valeurs (x, y, \dots, d) , leurs conditions d'existence seront des relations entre eux seuls :

$$\varphi_i(x', \dots, d') = 0.$$

Les facteurs $x' \dots d'$ sont dits des échelles, les relations φ_i des relations de similitude. La similitude est alors la transformation qui fait passer du phénomène (x, \dots, d) au phénomène $(x'x, \dots, d'd)$ dans le domaine physique considéré où l'ensemble des similitudes forme un groupe (10), (12). On appellera degrés de liberté dans la similitude le nombre des échelles que les relations φ_i laissent arbitraires.

Nous allons maintenant rappeler quels sont les principaux monômes π utilisés en mécanique des fluides. Ces π auront trois utilisations pratiques : utilisés après application du théorème des π dans les relations physiques ils constituent des variables réduites commodes ; utilisés seuls, leur valeur numérique dans tel ou tel cas permettra au spécialiste de juger rapidement de l'importance relative dans le phénomène étudié des notions physiques qu'ils représentent ; enfin, troisièmement, quand on remplacera dans leur expression les mesures de chaque grandeur y intervenant par les échelles de similitude correspondantes et en égalant ce monôme à l'unité, on obtiendra des relations φ_i définies ci-dessus.

PRINCIPAUX MONOMES UTILISÉS EN MECANIQUE DES FLUIDES.

a) MECANIQUE DES FLUIDES SANS TRANSFERT DE CHALEUR,

Nous aurons tout d'abord le nombre de Reynolds, paramètre de viscosité,

rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité (par unité de volume) :

$$\text{forces d'inertie : } \varrho \gamma_x = \frac{d(\varrho V^2)}{dx} \sim \frac{\varrho V^2}{L}$$

$$\text{forces de viscosité : } \frac{d\tau}{dn} = \frac{\mu d^2V}{dn^2} \sim \frac{\mu V}{L^2}$$

$$\text{D'où : } Re = \frac{VL}{\nu}$$

où ρ , μ , ν sont respectivement la masse spécifique, la viscosité dynamique et la viscosité cinématique et où les capitales représentent les dimensions des grandeurs V vitesse et L longueur, le symbole \sim dénotant l'équivalence dimensionnelle.

En application de ce qui a été vu plus haut, nous pouvons dire que le nombre de Reynolds constitue une variable réduite commode dans les calculs et dans les représentations de résultats expérimentaux ; par ailleurs le spécialiste aura en tête une échelle de nombre de Reynolds à laquelle il comparera tel ou tel cas précis pour y juger de l'importance des forces de viscosité, enfin nous appellerons similitude de Reynolds, la similitude qui sera caractérisée par :

$$\frac{\lambda_v \lambda_L}{\lambda_\nu} = 1$$

où λ_v , λ_L , λ_ν représentent respectivement les échelles des vitesses, des longueurs et des viscosités cinématiques. Cette similitude aura comme propriété de conserver entre le modèle et le prototype le même rapport des forces de viscosité aux forces d'inertie

Les autres nombres rencontrés seront : le nombre de Froude, paramètre de gravité, dont le carré est égal au rapport des forces d'inertie aux forces de pesanteur :

$$F^2 = \frac{V^2}{gL}$$

où g est l'accélération de la pesanteur ; le nombre d'Euler, paramètre de pression, rapport des forces de pression aux

forces d'inertie et égal à $\frac{P}{\rho V^2}$; le nombre

de Strouhal caractérisant la fréquence de

vibration N d'un corps immérgé dans un fluide par rapport à la vitesse de ce fluide : $\frac{NL}{V}$; le nombre de Weber, paramètre de capillarité, rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité :

$$We = \frac{V^2 L}{\sigma/\rho}$$

où σ est la tension superficielle du fluide. Nous introduirons encore le nombre de Mach, rapport de la vitesse du fluide à la vitesse du son dans ce fluide, car il caractérise le rapport des forces d'inertie aux forces de compressibilité (son carré est égal à ce rapport) et interviendra à ce titre dans la similitude à l'air d'écoulements de fluides incompressibles :

$$\text{forces d'inertie : } \frac{\rho V^2}{L}$$

forces de compressibilité : par unité de surface $dp = \epsilon \frac{dv}{v}$

$$\text{par unité de volume } \frac{d(\epsilon \frac{dv}{v})}{dx} \sim \frac{\epsilon}{L}$$

$$M^2 = \frac{\rho V^2}{L} / \frac{\epsilon}{L} = \frac{\rho V^2}{\epsilon} = \frac{V^2}{C^2}$$

$$M = \frac{V}{c}$$

b) TRANSFERTS DE CHALEUR CONDUCTION ET CONVECTION.

En laissant de côté le problème du rayonnement, les deux mécanismes qui vont intervenir dans l'échange de chaleur entre un corps à la température T_0 et un fluide qui l'entoure et qui se trouve à l'infini à la température T_∞ sont la conduction et la convection. En effet, si on suppose le fluide immobile initialement et restant immobile au cours de l'échange, celui-ci se fera uniquement par conduction, il sera proportionnel à la conductivité thermique du fluide et au gradient de température. Si, au contraire, le fluide est en mouvement

et que l'on suppose la conductivité négligeable, le phénomène devient essentiellement un transport à la vitesse V du fluide où les quantités de chaleur transportées à travers l'unité de surface seront proportionnelles à la capacité calorifique du fluide par unité de volume, à la vitesse du fluide et à l'écart de température à la température initiale. En fait le transfert de chaleur se fera à l'aide de ces deux mécanismes et le flux de chaleur ϕ (quantité de chaleur par unité de temps) issu du corps considéré dépendra donc des quantités suivantes :

k conductibilité thermique du fluide ;

ϱc capacité calorifique du fluide par unité de volume (c étant la capacité calorifique par unité de masse) ;

V vitesse de l'écoulement ;

T température ;

L dimension caractéristique du corps considéré.

La loi physique caractérisant cet échange s'écrira :

$$f(\phi, k, \varrho c, V, T, L) = 0$$

En choisissant comme grandeurs fondamentales, outre la longueur et le temps, la quantité de chaleur ϕ et la température θ , nous voyons que la loi précédente pourra s'exprimer comme une relation entre deux paramètres sans dimension (notons que la masse n'intervient pas malgré la présence de ϱ dans ϱc , ceci uniquement afin de ne pas alourdir les notations). Les dimensions des différents paramètres sont alors données par le tableau :

	ϕ	k	ϱc	V	T	L
l	0	-1	-3	1	0	1
t	-1	-1	0	-1	0	0
q	1	1	1	0	0	0
θ	0	-1	-1	0	1	0

Pour rechercher les deux monômes adimensionnels, nous posons :

$$\phi^{x_1} k^{x_2} \varrho c^{x_3} V^{x_4} T^{x_5} L^{x_6} = l^0 t^0 q^0 \theta^0$$

D'où :

$$\left\{ \begin{array}{ll} -x_2 - 3x_3 + x_4 & + x_6 = 0 \\ -x_1 - x_2 & -x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 & = 0 \\ -x_2 - x_3 & + x_5 = 0 \end{array} \right.$$

Nous pouvons poser soit :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 1 \text{ (système homogène)} \\ x_3 = 0 \text{ (pour éliminer } \varrho c) \end{array} \right. \quad (2) \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 1 \text{ (système homogène)} \\ x_2 = 0 \text{ (pour éliminer } k) \end{array} \right.$$

soit :

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} x_1 = 1 \text{ (système homogène)} \\ x_3 = 0 \text{ (pour éliminer } \varrho c) \end{array} \right. \quad (2) \left\{ \begin{array}{l} x_3 = 1 \text{ (système homogène)} \\ x_1 = 0 \text{ (pour éliminer } \phi) \end{array} \right.$$

et nous obtiendrons les monômes adimensionnels utilisés couramment :

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \text{nombre de Nusselt} = \frac{\phi}{LkT} \\ \text{nombre de Margoulis} = \frac{\phi}{L^2 \rho c VT} \\ (\text{ou de Stanton}) \end{array} \right.$$

et la loi physique caractérisant l'échange s'écrira par exemple :

$$Nu = f(Pe)$$

Remarquons que nous aurions pu établir directement les π conduction (nombre de Nusselt) et π convection (nombre de Stanton) ainsi que le nombre de Peclet qui n'est autre que le rapport des deux premiers, d'une manière analogue à ce que nous avons fait pour le nombre de Reynolds.

Notons également que dans le nombre de Peclet $\frac{VL}{\alpha}$ ($\alpha = \frac{k}{\rho c}$ s'appelle la diffusivité thermique) le groupe VL peut également s'écrire $\frac{L^2}{t}$ et que $\frac{L^2}{\alpha t}$ n'est autre que l'inverse du paramètre de Fourier caractérisant la conduction en régime non permanent.

INTRODUCTION DE LA VISCOSITÉ

Si dans l'étude précédente, nous voulons maintenant introduire la viscosité, en reprenant l'analyse ci-dessus nous sommes amenés à introduire soit le

nombre de Reynolds $\frac{VL}{\nu}$ soit le nombre

$\frac{\nu}{\alpha}$, rapport du nombre de Peclet au nombre de Reynolds et qu'on appelle nombre de Prandtl.

INTRODUCTION DE LA PESANTEUR

Dans le cas où l'on veut prendre en compte l'influence de la convection libre due à la force ascensionnelle que provoquera dans le champ de la pesanteur une variation de masse spécifique d_ϕ on

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} \text{nombre de Nusselt} = \frac{\phi}{LkT} \\ \text{nombre de Peclet} = \frac{VL}{k/\rho c} \end{array} \right.$$

peut comparer ces forces à celles dues à la viscosité. La force ascensionnelle par unité de volume sera :

$$gd_\phi = \beta \beta T g$$

si β est le coefficient de dilatation et T l'élévation de température et ces forces seront comparées aux forces de viscosité $\frac{\mu V}{L^2}$ ou mieux $\frac{\nu^2}{L^3}$ si l'on veut éviter le paramètre cinématique V , nous obtenons alors le nombre de Grashof :

$$Gr = \frac{\beta T g L^3}{\nu^2}$$

qui n'est d'ailleurs autre que le carré d'un nombre de Reynolds basé sur la vitesse de l'écoulement dû à la convection naturelle.

2) RELATIONS SUPPLEMENTAIRES.

Dans ce paragraphe où nous avons présenté les nombres adimensionnels classiques intervenant dans les problèmes de transfert thermique, nous devons remarquer que nous n'avons utilisé que quelques-uns des monômes adimensionnels possibles puisque tous les produits, rapports, puissances des nombres précédents seront également des nombres sans dimensions caractéristiques et que c'est seulement l'expérience (ainsi que la tradition) qui guide dans le choix à faire. Notons cependant que dans le cas d'écoulements fortement organisés tels que l'écoulement laminaire au voisinage d'une paroi, certains auteurs (13) font jouer aux longueurs dans les différentes directions des rôles différents :

- l_x le long de l'écoulement,
- l_y le long de la paroi, perpendiculairement à l'écoulement,
- l_z perpendiculairement à la paroi.

Ils les considèrent comme ayant des dimensions différentes, ce point de vue étant justifié par le fait que le phénomène étudié est parfaitement anisotrope.

Si nous reprenons le nombre de Reynolds, il sera le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité :

$$\text{forces d'inertie : } \varphi \gamma_x = \frac{d_2 V^2}{dx} \frac{\varphi V^2}{l_x}$$

$$\text{forces de viscosité : } \frac{dz}{d\gamma} = \frac{\mu d^2 V}{dz^2} \frac{\mu V}{l_z^2}$$

et le nombre de Reynolds caractérisant la dimension L_x de la paroi $\frac{V L_x}{\gamma}$ aura les

dimensions de $\left(\frac{l_z}{L_x}\right)^2$. Le nombre de Nusselt s'écrira :

$$N_u = \frac{\varphi}{l_x l_y} \frac{l_z}{k \theta} = \frac{\varphi}{k \theta l_y} \frac{l_z}{l_x}$$

il aura les dimensions de $\left(\frac{l_z}{L_x}\right)$. Le nombre de Prandtl reste adimensionnel dans cette optique. Finalement, la relation :

$N_u = f(Re, Pr)$
pourra alors s'écrire dans le cas de cet écoulement :

$$N_u / \sqrt{R_e} = f(Pr).$$

APPLICATIONS AUX MODELES.

On peut commencer ce paragraphe par une citation de Reynolds donnée par H. L. Langhaar (7) : « L'expérimentation sur modèle semble constituer un moyen commode d'investigation et de détermination à priori des effets de toute installation proposée pour un estuaire ou pour un port ; moyen, d'après ce que je sais, qu'il serait folie de négliger avant d'entreprendre une quelconque réalisation coûteuse ». Reynolds ne considérait alors que des modèles de génie civil. On peut dire maintenant que l'intérêt de l'essai sur modèle réduit dans tous les cas où il est possible n'est plus contesté.

Les problèmes qui vont maintenant se poser sont de deux ordres. Le souci de la précision du passage des caractéristiques du modèle à celles de la réalisation grandeur va conduire à vouloir représenter sur le modèle tous les aspects du phénomène pouvant avoir une influence sur le problème à étudier et à choisir un dimensionnement du modèle suffisamment grand pour améliorer la précision des mesures sur modèle. En sens inverse, pour garder au modèle tout son intérêt, le souci de limiter son coût à une faible fraction de celui de la réalisation industrielle va conduire à choisir le dimensionnement le plus faible possible.

Il peut paraître curieux à ce point de l'exposé qu'il puisse y avoir une difficulté quelconque à passer des caractéristiques du modèle à celles du prototype, puisque quelques lignes plus haut il suffisait de faire une affinité λ_i sur chacune des grandeurs en cause. L'explication réside en ce qu'une similitude totale n'est presque jamais possible sauf si on considère l'identité. On devra donc choisir au moment d'établir un modèle l'aspect du problème que l'on considère comme principal et baser la similitude sur ce choix. Ceci ne suffit d'ailleurs pas à garantir que cette similitude soit pratiquement possible.

Considérons en effet la similitude de Reynolds (représentation des forces de viscosité et d'inertie dans le même rapport) :

$$\frac{\lambda_v \lambda_L}{\lambda_\gamma} = 1$$

D'où nous tirons :

l'échelle des vitesses : $\lambda_v = \lambda_\gamma \lambda_L^{-1}$

l'échelle des débits : $\lambda_Q = \lambda_\gamma \lambda_L$

l'échelle des différences de pressions dynamiques : $\lambda_P = \lambda_\gamma \lambda_v^2 \lambda_L^{-2}$

l'échelle des puissances : $\lambda_W = \lambda_\gamma \lambda_v \lambda_L^{-1}$.

Nous voyons ainsi que, pour constituer un modèle de Reynolds au dixième ($\lambda_L = 1/10$) et pour l'essayer avec le même fluide que dans le prototype, nous devrions avoir des débits dix fois plus faibles que sur le prototype, mais des différences de pressions cent fois

plus fortes et des puissances dix fois plus élevées que celles du prototype, ce qui exclut pareille possibilité dans le cas des machines. Il se trouve, heureusement, qu'au-dessus d'un certain seuil du nombre de Reynolds, l'influence des forces de viscosité sur l'écoulement cesse d'être fonction du nombre de Reynolds, et ainsi, à condition que le modèle se trouve au-dessus de ce seuil, on pourra s'affranchir de la condition de similitude de Reynolds.

D'autres problèmes encore de précision et de dimensionnement vont se poser : quelle étendue de la réalisation grandeur doit-on représenter sur le modèle et avec quelle précision, comment et avec quelle précision représenter sur le modèle les conditions aux limites de celui-ci ? On voit, en définitive, que les différentes caractéristiques du modèle résulteront d'une part d'un certain nombre de contraintes : coût, caractéristiques des installations fixes existantes, limitations technologiques diverses et d'un certain nombre de choix entre les phénomènes qu'il est indispensable de représenter sur le modèle et ceux qu'il est possible de négliger, quitte à introduire un terme correctif approprié. L'ensemble des phénomènes négligés va provoquer un écart entre les caractéristiques du modèle et celles de la réalisation grandeur et c'est cet écart qu'on appelle effet d'échelle dans la similitude étudiée et qu'il est indispensable de connaître ou au moins d'estimer si l'on veut pouvoir déterminer raisonnablement le dimensionnement des modèles. Devant le grand nombre de paramètres adimensionnels qui ont été introduits plus haut et qui chacun constituent une relation de similitude, on se rend compte facilement que très peu

de modèles auront un nombre de degrés de liberté suffisant pour satisfaire à plusieurs de ces relations de similitude et que par conséquent chacun des phénomènes non représentés sera la cause d'un effet d'échelle plus ou moins important et que seule une analyse minutieuse théorique et expérimentale permettra d'estimer. Notons cependant que l'on pourra augmenter artificiellement le nombre des degrés de liberté du modèle en autorisant des distorsions de certaines de ses échelles qui permettront de satisfaire de nouvelles relations de similitude sans porter atteinte à celles qui sont déjà vérifiées.

CONCLUSION.

Dans cet exposé, un équilibre a été recherché entre les aspects théoriques et pratiques de l'analyse dimensionnelle et de la similitude en négligeant peut-être l'application aux modèles et les problèmes correspondants. Ce dernier aspect, ignoré de la théorie, est assez délicat à présenter car il porte sur un grand nombre de problèmes différents dont l'exposé peut masquer les problèmes essentiels de la similitude et c'est donc volontairement que nous avons limité le paragraphe précédent. Nous espérons cependant que ce qui a été dit permet d'imaginer le rôle de l'expérimentateur qui doit à la fois posséder complètement non seulement les connaissances actuelles en matière d'analyse dimensionnelle, mais encore les connaissances de mathématiques, de physique et de mécanique des fluides qui lui permettront de calculer, d'estimer ou de déterminer par l'expérience la grandeur des effets d'échelle qu'entrainera la non-représentation dans sa similitude de tel ou tel phénomène.

BIBLIOGRAPHIE

1. J.-B. FOURIER : *Théorie analytique de la chaleur*, Gauthier-Villars, Paris, 1888.
2. A. VASCHY : *Traité d'électricité et de magnétisme*, Paris, 1890. *Compte Rendu à l'Académie des Sciences*, T. 114, 1892.

3. D. RIABOUCHINSKY : *L'aérophile*, Paris, septembre 1911. *Bulletin technique du Ministère de l'Air*, n° 17, 1924.
4. E. BUCKINGHAM : On physically similar systems. *Physical Review*, 1914.
5. P.-W. BRIDGMAN : *Dimensional Analysis*, Yale University, 1922.
6. G. BIRKHOFF : *Hydrodynamics : A Study in Logic, Fact and Similitude*, Princeton University, 1950 ou traduction de M. Jorand : *Hydrodynamique*, Dunod, 1955.
7. H.-L. LANGHAAR : *Analyse dimensionnelle et théorie des maquettes*, traduction de C. Charconet, Dunod, 1956.
8. R. COMOLET : *Introduction à l'analyse dimensionnelle et aux problèmes de similitude en mécanique des fluides*, Masson, 1958.
9. L.-I. SEDOV : *Similarity and dimensional Methods in Mechanics*, Info-search Ltd, Londres, 1959.
10. A. MARTINOT-LAGARDE : Similitude physique. Exemples d'applications à la mécanique des fluides. *Mémorial des sciences physiques*, Gauthier-Villars, 1960.
11. M. HOLT : *Dimensional Analysis. Chap. 15. Handbook of fluid dynamics* (V.L. Streeter, éditeur), Mc Graw Hill, 1961.
12. R. SAINT-GUILHEM : Principes de l'analyse dimensionnelle et invariance des relations vectorielles dans certains groupes d'affinités. *Mémorial des sciences physiques*, Gauthier-Villars, 1962.
13. O.-A. SANDERS : Some Reflections on Progress in Engineering Heat Transfer. International Heat Transfer Conference. A.S.M.E., sep. 1961.

2^e CONFÉRENCE (1)

I. - *La similitude et les machines tournantes*

Exposé introductif de M. l'Inspecteur général CHAPOUTHIER,

Membre du Comité des Arts mécaniques

Il y a quinze jours, avec M. Hug, nous avons envisagé la similitude dans toute sa généralité : des paramètres, des invariants, des lois de correspondance.

Les machines hydrauliques y constituent un chapitre particulier en nous offrant un de ces points de rencontre de la nature avec l'homme que j'évoquais la dernière fois. On peut dire, en effet, très schématiquement, qu'une machine hydraulique est constituée par une roue qui tourne dans une veine fluide. Le fluide, c'est la part de la nature, la roue, c'est la part de l'homme.

Nous allons donc voir apparaître, à côté des paramètres proprement hydrauliques dont les deux principaux sont l'échelle des longueurs et l'échelle des vitesses, de nouveaux paramètres mécaniques plus spécifiques des machines dont l'un est naturellement la vitesse de rotation de la roue.

A nouveaux paramètres, nouveaux invariants : la similitude va mettre en relief un invariant célèbre qui, en dépit des incohérences regrettables dont il est l'objet, joue dans l'hydraulique des

machines un rôle éminent et qui est connu sous le nom de « vitesse spécifique ».

Si deux machines géométriquement semblables (constance du rapport des longueurs) sont le siège des deux écoulements cinématiquement semblables (constance du rapport des vitesses), si, ni la pesanteur, ni la viscosité n'interviennent explicitement et si, par ailleurs, on ne s'intéresse qu'aux vitesses et aux charges, ce qui est souvent le cas des écoulements industriels envisagés, ces deux rapports suffiront à définir la loi de correspondance entre les pertes de charge des deux écoulements. Cette similitude est dite cinématique, ou similitude d'Euler parce qu'elle respecte l'invariant $\frac{P}{\rho V^2}$ dit nombre d'Euler. Elle compte deux degrés de liberté. Comme par ailleurs la puissance fournie par la machine dépend d'au moins trois paramètres, par exemple :

le débit Q,

l'énergie par unité de poids H,

le nombre de tours de roue par unité de temps N,

(1) Faite le 12 décembre 1963 à la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale.

ces trois paramètres et plus généralement trois paramètres quelconques qui seraient indépendants, s'il n'y avait pas similitude, seront, du fait de la similitude, liés par une relation invariante.

Ce nombre sans dimensions apparaîtra en écrivant les trois équations de dimension qui relient les trois paramètres aux deux rapports de similitude et en éliminant les deux rapports entre les trois équations. Ainsi apparaît le groupement adimensionnel $\frac{NQ^{1/2}}{gH^{3/4}}$.

Au lieu du débit Q , on aurait pu envisager la puissance $W = \varrho g Q H$, ce qui mettrait l'invariant sous la forme équivalente :

$$N \left(\frac{W}{\varrho} \right)^{1/2} \frac{1}{(gH)^{5/4}}$$

Nous obtenons ainsi un nombre unique, le même pour toutes les machines en régime cinématiquement semblable, nombre sans dimensions indépendant des unités (à condition qu'elles soient cohérentes), indépendant du fluide, indépendant du champ de gravitation. S'il avait été retenu sous cette forme, il aurait eu une valeur universelle, il aurait été le même dans les pays utilisant le système métrique aussi bien que dans les pays anglo-saxons. Il aurait été valable quel que fût le fluide aussi bien pour une machine à eau que pour un aéromoteur, quel que fût le champ de gravitation aussi bien sur la lune que sur la terre.

Malheureusement l'usage a fait prévaloir un choix moins rationnel.

On ne tient pas compte de g , le nombre ne sera plus sans dimensions. On fait Q et H égaux à 1. L'invariant se réduit à N que l'on écrit N_s . On appelle nombre de Brauer, utilisé surtout pour les pompes, vitesse spécifique ou nom-

bre de tours spécifique, ou plus simplement n_s , le nombre de tours par minute de la machine semblable au prototype donné et débitant 1 m³/sec. sous 1 m de chute.

$$n_s = N \frac{Q^{1/2}}{H^{3/4}}$$

Pour les turbines on fait $\varrho = 1$ et on considère la vitesse spécifique :

$$n_s = N \frac{W^{1/2}}{H^{5/4}}$$

ou nombre de Kammerer, nombre de tours par minute de la machine semblable au prototype produisant un cheval sous 1 m de chute.

Vous noterez deux inconséquences : il y a deux unités de temps, les débits et les puissances sont évalués par seconde, la rotation en nombre de tours par minute. Le nombre envisagé n'est ni adimensionnel, ni même cohérent. On pourrait souhaiter plus de logique dimensionnelle. Par ailleurs, 1 m³/sec sous 1 m ne correspond pas à 1 cheval. Les deux définitions turbine-pompe ne sont pas réciproques.

La similitude joue, dans l'hydraulique des machines, un rôle très important ; elle permet notamment :

- au constructeur, le choix du type de machine et son étude à échelle réduite,
- à l'utilisateur, la vérification sur modèle des performances de la roue dans des conditions plus complètes et plus économiques.

C'est aussi un des chapitres où l'influence des paramètres non représentés, ce que M. Hug a appelé « l'effet d'échelle », risque d'être particulièrement dangereux. Les diverses formules de transposition du modèle au prototype, utilisées par les constructeurs, sont encore à mettre au point. Le secret

dont on les entoure témoigne de leur imperfection. D'où l'intérêt de la station d'essais montée à Chatou par l'Électricité de France et qui permet, outre la réception sur modèle réduit des roues

fournies par les constructeurs, une analyse de cet « effet d'échelle » en comparant les résultats globaux donnés par le matériel en exploitation avec ceux enregistrés à la station d'essais.

II. - Applications de la similitude

dans le domaine des turbomachines hydrauliques

par M. CLAUDE HERMANT,

Chef du Département « Essais »,

Centre de Recherches et d'Essais de Chatou

Après l'exposé de M. Hug sur la similitude appliquée à la Mécanique des fluides, nous allons maintenant envisager les applications plus particulières de cette théorie dans le domaine des turbomachines hydrauliques.

On sait que l'étude des turbomachines fait largement appel aux notions de similitude, tout d'abord dans le but de classer les différents types de turbomachines en faisant apparaître l'influence des variations de la forme et de l'échelle géométrique ainsi que l'influence de la vitesse de rotation.

On peut également considérer l'aspect plus particulier qui concerne la comparaison entre les caractéristiques de fonctionnement de deux machines géo-

métriquement semblables, et notamment, la comparaison entre la machine industrielle et un « modèle » géométriquement conforme, mais d'échelle réduite. C'est surtout ce dernier aspect dont il sera fait mention dans cet exposé sommaire, c'est-à-dire la comparaison entre le « prototype » (industriel) et le « modèle » (réduit), du moins dans la mesure où vous me permettrez d'utiliser encore ces termes de spécialistes, après la critique si juste que vient d'en faire M. l'Inspecteur Général Chappothier.

La technique des essais sur modèle réduit s'est, en effet, développée particulièrement dans le domaine des turbomachines. Il y a à cela plusieurs raisons et tout d'abord le fait que les lois de la Mécanique des fluides sont trop com-

plexes pour que le projet d'une turbomachine puisse être calculé théoriquement, en bureau d'études, de la même manière qu'un projet de moteur électrique, par exemple. Comme souvent en hydraulique, on utilisera donc, comme moyen de calcul, une maquette, un modèle réduit, avec, il faut le noter, un souci de précision qu'on retrouve rarement par ailleurs, dans la technique des essais sur modèles réduits. Alors que, fréquemment, une précision de 10 % et même moins est considérée comme suffisante, on recherchera ici des précisions bien meilleures atteignant, par exemple, la fraction de pour cent, dans des essais de modèles réduits de turbines. Ceci tient à ce que le rendement d'une machine hydraulique constitue dans le choix d'un équipement un critère très sensible : une perte ou un gain de un pour cent sur le rendement d'une turbine représente, en effet, en valeur actualisée, une somme importante pouvant atteindre le prix de la machine elle-même.

Les laboratoires d'essais de machines hydrauliques seront donc construits de manière à pouvoir obtenir des mesures très précises et rigoureusement comparables d'un modèle à un autre ; par ailleurs, on s'efforcera de transposer convenablement les caractéristiques du modèle en vue de prévoir celles du prototype industriel.

L'expression « en vue de prévoir » que je viens de prononcer me conduit à terminer cette introduction en remarquant une autre particularité de cette technique : alors que les études effectuées sur modèle, en laboratoire, ont généralement pour but de prévoir, *a priori*, le comportement de la réalisation grande nature, il arrive que l'on procède à des essais de turbomachines sur modèles réduits dans le but de vérifier que les garanties techniques données par le constructeur de la machine industrielle sont bien respectées. En effet, pour diverses causes (difficultés et limitations des essais industriels, grande précision nécessaire) l'usage se répand de plus en plus en France et à l'étranger d'attacher les clauses de garantie relatives à la fourniture de turbines basse chute, par exemple, aux résultats des essais sur modèles réduits. C'est l'une des raisons pour lesquelles une station d'essais de modèles réduits de turbines a été construite et est exploitée au Centre de Recherches et d'Essais E.D.F. de Chatou.

Le but et l'intérêt de ces applications de la similitude ayant été ainsi précisés, je voudrais maintenant rappeler l'essentiel des lois de similitude appliquée aux turbomachines et examiner ensuite sommairement dans quelle mesure ces lois sont vérifiées par l'expérience.

1. RAPPEL DES LOIS DE SIMILITUDE DES TURBOMACHINES.

1. 1. Application de l'analyse dimensionnelle.

L'analyse dimensionnelle dont M. Hug vous a montré l'intérêt en Mécanique des fluides va nous permettre de retrouver directement la forme générale de l'équation de fonctionnement d'une tur-

bomachine d'où nous pourrons déduire les relations de similitude qui nous intéressent.

Si nous considérons une turbomachine particulière tournant à une certaine vitesse et parcourue par un fluide de caractéristiques physiques déterminées, il est à peu près évident *a priori*, qu'il y a une relation entre le débit du fluide

qui la traverse et la quantité d'énergie mécanique échangée entre le fluide et la roue mobile.

Nous allons délimiter le problème en supposant donnée la forme géométrique de la machine ; celle-ci est donc définie par une seule dimension que nous prendrons égale au diamètre D de la roue. En outre, cette roue tourne autour de son axe à une vitesse uniforme de N tours par unité de temps.

Outre D et N , le fonctionnement de la machine est déterminé par le débit Q et par les grandeurs physiques fonction de la nature du fluide supposé incompressible, c'est-à-dire la masse spécifique du fluide ϱ et sa viscosité cinématique ν .

Désignons par p_t l'énergie mécanique totale de l'unité de volume du fluide, exprimée en unités de pression ; c'est la somme de l'énergie de pression, de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique :

$$p_t = p + \varrho g z + \frac{\nu^2}{2}$$

où : p est la pression,

ϱ la masse spécifique du fluide,

g l'accélération de la pesanteur,

z la cote d'altitude du point considéré,

V la vitesse de l'écoulement.

Nous sommes ainsi conduits à rechercher la forme de la relation définissant la variation d'énergie Δp_t entre l'entrée et la sortie de la machine, en fonction des autres grandeurs citées plus haut.

$$\Delta p_t = f(D, N, Q, \varrho, \nu)$$

Ceci posé (en admettant, en particulier, que toutes les grandeurs physiques qui interviennent sont bien prises en compte), nous avons vu que selon l'analyse dimensionnelle, cette équation entre six grandeurs peut être réduite à une relation entre trois produits sans

dimensions indépendants, appelés termes π , formés à partir de ces grandeurs.

Ces coefficients adimensionnels apparaissent aisément en considérant les paramètres caractéristiques de vitesses suivants :

(ND) : Vitesse caractéristique de la roue mobile.

(Q/D^2) : Vitesse caractéristique de l'écoulement.

On peut ainsi retenir les trois nombres sans dimensions suivants :

$$\pi_1 = \frac{\Delta p_t}{\varrho (ND)^2}, \pi_2 = \frac{(Q/D^2)}{(ND)}, \pi_3 = \frac{(Q/D^2)D}{\nu}$$

π_1 et π_2 sont les coefficients de Rateau :

Coefficient manométrique $\mu_R = \frac{\Delta p_t}{\varrho N^2 D^2}$

Coefficient de débit $\delta_R = \frac{Q}{N D^3}$

π_3 est un nombre de Reynolds caractéristique de l'écoulement :

$$\mathcal{R} = \frac{Q}{D \nu}$$

Ainsi, le fonctionnement d'une série de turbomachines géométriquement semblables, de dimension et de vitesse quelconques, s'exprime par la seule relation :

$$\mu_R = f(\delta_R, \mathcal{R})$$

Dans la pratique, on remplace généralement Δp_t par son expression en fonction de la différence de charge H entre l'entrée et la sortie de la machine définie par :

$$\Delta p_t = \varrho g H \text{ d'où, } \mu_R = \frac{g H}{N^2 D^2}$$

Apparaît alors le terme g , accélération de la pesanteur, ce qui, notons-le en passant, est assez artificiel ; en effet, dans les écoulements en charge en question, l'accélération de la pesanteur n'intervient pas directement, mais seulement par le groupement $p^* = p + \varrho g z$, pression corrigée de l'effet de la pesanteur.

1. 2. Remarques :

— On peut donner à cette relation la signification mécanique suivante : en similitude géométrique et cinématique (même valeur de δ_R), il existe une relation $\mu_R = f(\mathcal{R})$ entre les rapports de forces en présence. Le coefficient manométrique μ_R correspond en effet aux rapports des forces principales mises en jeu : forces de pression et forces d'inertie. Quant au nombre de Reynolds, on sait qu'il est proportionnel au rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité.

— Nous avons considéré jusqu'à présent le cas simple d'une machine hydraulique mise en mouvement par l'écoulement en charge d'un fluide massique et visqueux, que nous avons supposé incompressible. Dans des domaines voisins, d'autres caractéristiques physiques pourront intervenir : par exemple, la compressibilité du fluide, ce qui nécessitera l'intervention d'un autre nombre sans dimensions, le nombre de Mach correspondant, comme on nous l'a montré, au rapport des forces d'inertie aux forces de compressibilité.

En outre, d'autres facteurs peuvent avoir une influence dans le fonctionnement des machines hydrauliques. C'est ainsi qu'on peut avoir à tenir compte des forces de pesanteur, et des forces de capillarité. Deux autres rapports de force sont alors à prendre en considération sous la forme de nombres sans dimensions suivants : le nombre de

Froude $\frac{V^2}{g D}$ rapport des forces d'inertie

aux forces de pesanteur et le nombre

de Weber $\frac{V^2 D}{A/\rho}$ rapport des forces d'inertie aux forces de capillarité liées à la tension superficielle A.

1. 3. Similitude de Combes- Rateau.

Dans les domaines d'utilisation usuelle des pompes et des turbines intéressant la pratique industrielle, la relation précédente $\mu_R = f(\delta_R, \mathcal{R})$ se simplifie. En effet, les vitesses sont élevées, l'écoulement est turbulent et il est même suffisamment turbulent pour que les forces de frottement soient essentiellement des forces d'inertie liées à des échanges de quantité de mouvement. La part des forces de frottement variant avec la viscosité devient négligeable, de même que l'influence du nombre de Reynolds. Les forces de frottement sont alors des forces d'inertie proportionnelles aux forces d'inertie principales et elles sont donc prises en compte dans le coefficient μ_R .

On obtient ainsi la relation très simple $\mu_R = f(\delta_R)$ soit : $\frac{gH}{N^2 D^2} = f\left(\frac{Q}{ND^3}\right)$.

Cette relation résume les règles de similitude appliquées couramment par les techniciens des turbomachines à une série géométriquement semblable.

Dans les conditions indiquées ci-dessus, on retrouve donc les mêmes lois de similitude que pour les écoulements de fluides parfaits en charge ; il importe de rappeler que, dans ce cas, la similitude géométrique, cinématique et dynamique est caractérisée par l'égalité des nombres d'Euler E calculés de la même manière pour les écoulements semblables que l'on considère :

$$E = \frac{\Delta p^*}{\rho V^2}$$

où : Δp^* est la différence de pression étoilée (pression corrigée de l'effet de la pesanteur) entre deux points de l'écoulement.

ρ la masse spécifique du fluide.

V une vitesse de l'écoulement prise comme référence.

On utilisera également d'autres coefficients caractéristiques. Ce sont notamment le coefficient de puissance

$$\tau_r = \mu_r \delta_r = \frac{\rho g Q H}{\rho N^3 D^5} = \frac{W_h}{\rho N^3 D^5}$$

ainsi que le rendement $\eta = \frac{W_m}{W_h}$ égal au rapport de la puissance W_m transmise à la roue à la puissance W_h de la veine fluide.

On peut évidemment imaginer bien d'autres combinaisons sans dimensions à partir des termes précédents. On peut en particulier éliminer le diamètre D en formant $\frac{(\delta_r)^2}{(\mu_r)^3}$. En prenant la puissance $1/4$ de ce rapport, on obtient une expression très utilisée, avec quelques variantes, par les constructeurs de turbomachines : il s'agit du nombre de tours spécifique :

2. APPLICATION DES LOIS DE SIMILITUDE AUX ESSAIS DE TURBOMACHINES

Nous allons maintenant passer à l'application des relations de similitude énoncées ci-dessus ; nous considérerons, en particulier, le cas d'une turbine « modèle » reproduisant à échelle réduite la machine industrielle et que nous voulons faire fonctionner en similitude avec celle-ci.

On peut montrer que nous disposons pour cela de deux degrés de liberté. En effet si le même fluide est utilisé sur le prototype et sur le modèle réduit, le fonctionnement de ce dernier est entièrement défini par un paramètre géométrique — son échelle par rapport au prototype — et par trois paramètres de fonctionnement : la chute, le débit, la vitesse. En similitude de Combes-Ra-

Ainsi un seul point de fonctionnement d'une turbomachine particulière nous permet d'en prévoir une double infinité obtenue par une double similitude géométrique et cinématique (variation de l'échelle des longueurs et des vitesses) ; ces points de fonctionnement « homologues » sont caractérisés par la même valeur des coefficients que nous avons cités : $\mu_r, \delta_r, \tau_r, N_s, \eta$.

On comprend donc l'intérêt d'utiliser ces coefficients pour représenter les courbes caractéristiques de fonctionnement. Si cela est maintenant courant, un besoin d'unification se fait néanmoins sentir, car les coefficients en usage sont très nombreux, d'autant plus que l'on conserve même l'habitude de se servir de grandeurs dimensionnelles.

teau, ces quatre paramètres doivent satisfaire aux deux égalités suivantes où μ_r et δ_r concernent le prototype et μ'_r, δ'_r le modèle réduit ($\mu_r = \frac{gH}{N^2 D^2}$ et $\delta_r = \frac{Q}{ND^3}$ sont, bien entendu, reliés entre eux par la caractéristique de fonctionnement de la machine) :

$$\mu'_r = \mu_r$$

$$\delta'_r = \delta_r$$

Les deux degrés de liberté dont nous disposons ainsi nous permettent, après avoir choisi l'échelle géométrique, de satisfaire éventuellement à une autre condition ; nous en verrons bientôt l'intérêt.

2.1. Effet d'échelle.

Les études concernant les turbomachines sont grandement facilitées du fait que les résultats obtenus par cette similitude à deux degrés de liberté constituent une approximation souvent satisfaisante en pratique industrielle. Mais il ne s'agit que d'une approximation et, dans certains cas, la différence avec la réalité n'est pas négligeable devant la précision recherchée, en particulier si les « échelles » s'écartent beaucoup de l'unité. Par exemple, les rendements du prototype et du modèle réduit pourront différer entre eux de plusieurs points (%).

Quelles sont donc les principales raisons des différences que l'on constate entre cette théorie et l'expérience et auxquelles on donne le nom d'« effet d'échelle » ?

Les facteurs essentiels peuvent être mis en lumière en analysant l'effet d'échelle sur les pertes des turbomachines, et plus précisément sur les pertes hydrauliques internes.

2.1.1. Similitude géométrique.

Les lois de similitude considérées supposent un certain nombre de conditions. Parmi celles-ci, certaines ne sont pas toujours convenablement respectées.

C'est ainsi qu'il y aurait beaucoup à dire sur la condition, pourtant simple en apparence, de similitude géométrique modèle-prototype ; diverses questions se posent à ce sujet, concernant notamment l'étendue de la représentation sur modèle : En plus de la turbine elle-même, doit-on représenter sur modèle les pertuis d'entrée et de sortie ? La position des plans d'eau amont et aval doit-elle être en similitude ? (On retrouve alors la similitude de Reech-

Froude). En outre, avec quelle précision doit-on respecter cette similitude géométrique ? Quelles tolérances de fabrication peut-on admettre pour le modèle et comment les vérifier ? (Photogrammétrie des pales).

Cette condition de similitude géométrique est, du reste, plus exigeante encore qu'on ne pourrait le penser, car, en principe, elle concerne même l'état de surface des éléments en contact avec le fluide : conduit hydraulique, distributeur et roue.

La similitude de Combes-Rateau est, en effet, valable pour les écoulements rapides de fluide réel, compte tenu des pertes par frottement, à condition que les rugosités soient égales en valeur relative sur le modèle et sur le prototype. (Aux fortes vitesses, plus précisément lorsque le nombre de Reynolds est supérieur à une certaine valeur, les forces de frottement sont proportionnelles aux forces d'inertie, le coefficient de proportionnalité n'étant fonction que de la rugosité relative).

On peut donc dire que, théoriquement, la condition de similitude géométrique s'applique aux états de surface, et que les rugosités devraient être égales, en valeur relative sur le modèle et sur le prototype. En pratique ces rugosités relatives sont différentes, ce qui a, en définitive, une importance secondaire du fait des libertés que l'on est amené à prendre, comme nous allons le voir, avec l'échelle des nombres de Reynolds.

2.1.2. Nombre de Reynolds.

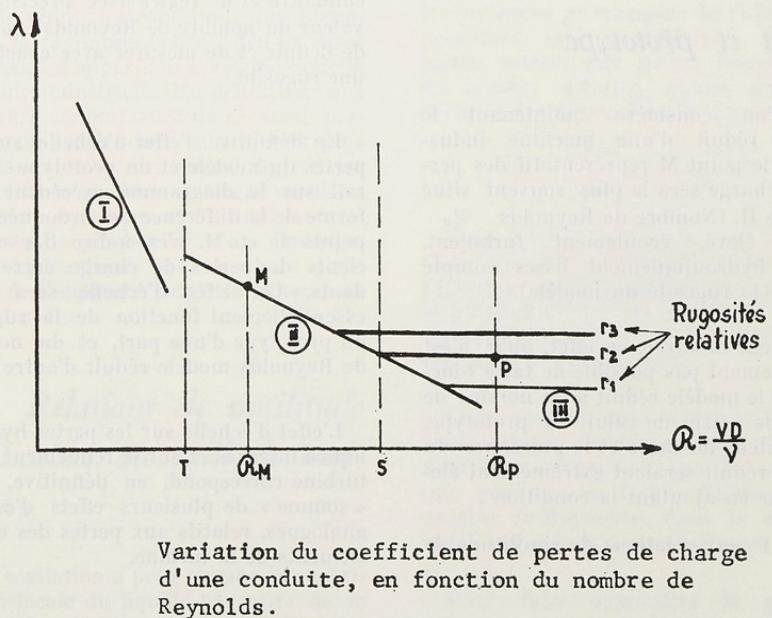
Nous avons vu que divers autres facteurs physiques peuvent intervenir dans le fonctionnement d'une turbomachine et que, pour en tenir compte dans les lois de similitude, pour les « mettre à l'échelle », il fallait réaliser l'égalité de tous les facteurs π correspondants.

Le plus important des facteurs π dont nous n'avons pas tenu compte jusqu'à présent est le nombre de Reynolds qui, rappelons-le, caractérise le rapport des forces de viscosité aux forces d'inertie et qui intervient directement sur la similitude des écoulements dans les couches limites. Son influence est généralement faible dans les applications usuelles de la similitude aux turbomachines industrielles les plus courantes. Mais il n'en est pas de même lorsqu'on l'on s'intéresse à la similitude prototype-modèle réduit, car la gamme de variation du nombre de Reynolds est alors beaucoup plus étendue.

2.1.3. Application pratique.

L'influence du nombre de Reynolds et de la rugosité sur la variation des pertes apparaît clairement en examinant le

diagramme du coefficient de pertes de charge dans une conduite en fonction du nombre de Reynolds $\mathcal{R} = VD/\nu$ caractérisant l'écoulement (fig. ci-dessous). Appliqué à une turbomachine, ce diagramme peut nous donner une information sur la variation des pertes à l'intérieur du conduit hydraulique. En ce qui concerne les autres pertes internes, il faudrait considérer les valeurs des coefficients de frottement relatifs aux divers organes de la machine : distributeur, roue, etc..., et étudier leurs variations en fonction de \mathcal{R} , en tenant compte de la position de la zone de transition entre écoulement lamininaire et turbulent. Pour simplifier, nous n'examinerons que le diagramme classique de pertes de charge en tuyau. Comme les pertes des divers éléments constituant la machine varient, en fait, de manière analogue, les conclusions essentielles que nous tirerons de cet examen seront valables qualitativement pour l'ensemble des pertes internes de la machine.



2.1.3.1. Similitude de machines industrielles.

Sur le diagramme de la figure ci-dessus, le coefficient de pertes de charge d'une machine industrielle correspond à un point P situé généralement en zone III (Ecoulement très turbulent, nombre de Reynolds R_v élevé, parois hydrauliques rugueuses).

A rugosité relative constante, le coefficient de frottement reste constant tant que l'on reste dans cette zone, c'est-à-dire pour autant que le nombre de Reynolds soit suffisamment élevé (Seuil de Reynolds). Dans la mesure où cette condition est vérifiée pour les divers organes, une série industrielle de turbomachines semblables fonctionnant en similitude de Combes-Rateau aura les mêmes pertes relatives et donc même rendement.

2.1.3.2. Similitude entre modèle réduit et prototype.

Si l'on considère maintenant le modèle réduit d'une machine industrielle, le point M représentatif des pertes de charge sera le plus souvent situé en zone II. (Nombre de Reynolds R_m moins élevé, écoulement turbulent, parois hydrauliquement lisses compte tenu de la rugosité du modèle).

On peut montrer, en effet, qu'il n'est pratiquement pas possible de faire fonctionner le modèle réduit à un nombre de Reynolds voisin de celui du prototype. (La hauteur de chute et la puissance du modèle réduit seraient extrêmement élevées, car en ajoutant la condition :

$$\frac{R_m}{R_p} = 1 \text{ aux relations de similitude de}$$

Combes-Rateau, on trouve que l'échelle des puissances est égale à l'inverse de l'échelle géométrique et que l'échelle des chutes est égale au carré de cet inverse).

En pratique, R_m est très inférieur à R_p ($\frac{R_m}{R_p} \sim 1/20$ à $1/50$, par exemple, pour des essais sur modèle réduit de turbines basse chute). On s'assure seulement que le nombre de Reynolds caractérisant le régime d'écoulement autour des divers éléments du modèle est suffisant pour que l'on soit certain de se trouver au-delà de la zone de transition entre écoulements laminaires et turbulents ($R_m > T$).

Le fait que le modèle réduit puisse être considéré comme hydrauliquement lisse et qu'ainsi, la rugosité des surfaces n'intervienne pas, présente du reste un avantage, lorsqu'il s'agit de comparer les performances de plusieurs modèles réduits relatifs, par exemple, à un même projet. Il est en effet plus facile de connaître et de régler avec précision la valeur du nombre de Reynolds R_m , que de définir et de mesurer avec exactitude une rugosité.

En définitive, l'effet d'échelle sur les pertes du modèle et du prototype apparaît sur le diagramme précédent sous forme de la différence des ordonnées des points P et M, c'est-à-dire des coefficients de pertes de charge correspondants. Cet effet d'échelle sera donc essentiellement fonction de la rugosité du prototype d'une part, et du nombre de Reynolds modèle réduit d'autre part.

L'effet d'échelle sur les pertes hydrauliques internes et sur le rendement de la turbine correspond, en définitive, à la « somme » de plusieurs effets d'échelle analogues, relatifs aux pertes des divers éléments de la turbine.

3. SIMILITUDE DE CAVITATION

Il ne serait pas convenable de terminer cet exposé sur la similitude appliquée aux turbomachines hydrauliques sans dire quelques mots au sujet de la cavitation, phénomène dont l'importance est bien connue dans ce domaine du fait de ses conséquences fâcheuses sur les performances et la durée de vie des turbines et des pompes.

L'étude de la cavitation peut être envisagée de bien des points de vue. Les préoccupations du physicien, par exemple, pourront être assez différentes de celles de l'ingénieur, lequel s'efforcera surtout d'éviter qu'apparaisse ce phénomène redoutable et essaiera donc de caractériser les conditions limites à ne pas dépasser.

La similitude va heureusement venir en aide à l'ingénieur en lui offrant notamment la possibilité d'étudier sur modèle réduit les conditions qui provoquent la cavitation, et de définir ainsi un « seuil d'apparition » valable pour la machine industrielle. En définitive, une meilleure connaissance de ce seuil permettra de déterminer le projet le plus économique : on s'efforcera de réduire le prix de la machine en augmentant sa vitesse au maximum et de diminuer les dépenses de génie civil d'un aménagement hydraulique par un choix judicieux de l'implantation de la pompe ou de la turbine.

3.1. Relations de similitude applicables au seuil de cavitation.

La cavitation a pour origine la vaporisation locale du liquide par suite de la diminution de la pression produite loca-

lement par la dynamique de l'écoulement. De manière élémentaire, on admet en première approximation que la cavitation apparaît en un point M dès que la pression p_M en ce point devient inférieure à la tension de vapeur p_v du liquide.

En nous limitant à ce qui concerne les conditions d'apparition de la cavitation, nous allons donc nous intéresser maintenant aux différences $p_M - p_v$ et comparer leurs valeurs aux points homologues de machines semblables.

C'est donc le moment de nous rappeler ce qui a été dit au sujet de la répartition des pressions dans des machines fonctionnant en similitude : nous avons vu qu'en similitude géométrique, cinématique et dynamique à 2 degrés de liberté (similitude de Combes-Rateau), les pressions p^* corrigées de l'effet de la pesanteur sont caractérisées par la même valeur, aux points homologues, du nombre d'Euler, quelle que soit l'échelle des dimensions et des vitesses :

$$E_{(M)} = \frac{\Delta p^*}{\rho V^2} = \frac{p_A^* - p_M^*}{\rho V^2}$$

Dans cette relation, p_M^* est la pression étoilée en un point M quelconque à l'intérieur de la turbomachine, p_A^* est la pression étoilée en un point A pris comme référence, V est une vitesse de référence de l'écoulement.

Cette relation qui correspond à la similitude des fluides parfaits, peut être admise pour l'instant, avec les réserves que nous avons faites (influence du nombre de Reynolds), dans le domaine industriel que nous considérons.

Pour faire apparaître la pression absolue p qui nous intéresse, utilisons

la relation de définition de p^* en fonction de la cote z du point M :

$$p^* = p + \frac{1}{2} g z$$

Le nombre d'Euler $E_{(M)}$ qui n'est fonction que du point M considéré s'écrit ainsi :

$$E_{(M)} = \frac{p_{A^*} - p_{M^*}}{\rho V^2} = \frac{p_A - p_M}{\rho V^2} - \frac{g \Delta z}{V^2}$$

avec $\Delta z = z_M - z_A$, différence des cotes entre le point M et le point A pris comme référence.

On en tire :

$$\frac{p_M}{\rho V^2} = \frac{p_A}{\rho V^2} - E_{(M)} - \frac{g \Delta z}{V^2}$$

et

$$\frac{p_M - p_v}{\rho V^2} = \frac{p_A - p_v}{\rho V^2} - E_{(M)} - \frac{g \Delta z}{V^2} \quad (1)$$

Cette relation nous permet de préciser les conditions de similitude au point de vue cavitation :

Si l'on considère deux machines semblables fonctionnant en similitude de Combes-Rateau, $E_{(M)}$ a même valeur en deux points homologues. Le rapport

$\frac{p_M - p_v}{\rho V^2}$ aura donc même valeur aux points homologues, aux conditions suivantes :

1° le « nombre de cavitation » $\frac{p_A - p_v}{\rho V^2}$ qui définit le niveau des pressions par rapport à la tension de vapeur doit avoir même valeur pour les deux machines. Les pressions doivent donc être réglées de manière qu'en un point, la pression comptée à partir de la tension de vapeur soit à l'échelle du carré des vitesses.

2° $\frac{g \Delta z}{V^2} = \text{Cte. Condition de similitude de Reech-Froude, nécessaire pour que les gradients de pression soient identiques.}$

A ces conditions $\frac{p_M - p_v}{\rho V^2}$ est invariant d'une machine à l'autre : les distributions des pressions comptées à partir de la pression critique sont en affinité, à une échelle qui est celle des carrés des vitesses, donc celle des hauteurs de chute.

Dans le cas des turbines à réaction, on utilise pratiquement la relation précédente (1) en prenant comme référence les conditions hydrauliques régnant à l'aval de la turbine, à la sortie de l'aspirateur.

Pour cela, on prend pour p_A la pression d'un point supposé à une altitude égale à la cote moyenne de la roue et qui serait soumis aux conditions hydrauliques « aval ».

On a ainsi $p_A = \rho g (H_a + H_s)$ où H_a est la hauteur de liquide correspondant à la pression atmosphérique régnant à l'aval et où H_s est la hauteur d'aspiration (Cote de la roue au-dessus du niveau aval).

En remplaçant p_v par la hauteur de liquide équivalente h_v , et V^2 par la hauteur de chute H qui lui est proportionnelle, la relation (1) devient :

$$\frac{p_M - p_v}{\rho H} = \frac{H_a - H_s - h_v}{H} - E'_{(M)} - \frac{\Delta z}{H} \quad (2)$$

Dans cette relation, le nombre de cavitation est remplacé par un coefficient souvent utilisé en pratique, le coefficient de Thoma :

$$\sigma = \frac{H_a - H_s - h_v}{H}$$

Le nombre d'Euler $E'_{(M)}$ devient :

$$E'_{(M)} = \frac{p_{A^*} - p_{M^*}}{\rho H}$$

où p_{A^*} correspond à la hauteur piézo-métrique aval.

Δz est la cote du point M considéré, rapportée à la cote moyenne de la roue.

Dans le cas où $\frac{\Delta z}{H}$ est petit (dimension verticale de la roue relativement faible), on a pour la différence $p_m - p_v$

$$\frac{p_m - p_v}{\sigma H} = \sigma - E'_{(M)}$$

avec $E'_{(M)} = \frac{p^*_a - p^*_{m_a}}{\sigma H}$, nombre dont la

valeur en chaque point de la roue n'est fonction que du type de machine, de même que la valeur maximale E'_{max} atteinte en un point particulier de la roue.

En première approximation, on prend habituellement comme condition de non-cavitation $p_m > p_v$, c'est-à-dire :

Coefficient de Thoma $> E'_{max}$

3.2. Application aux essais de cavitation sur modèle réduit.

Le nombre d'Euler E'_{max} qui intervient dans la relation fondamentale établie ci-dessus n'est fonction que du type de machine et du point de fonctionnement pour des machines fonctionnant en similitude de Combes-Rateau ; il est indépendant de l'échelle géométrique et de la vitesse de rotation. La valeur limite du coefficient de Thoma qu'on appelle habituellement σ critique et qui conditionne l'implantation de la turbine (H_s) est donc transposable, selon les relations précédentes, d'une machine à une autre machine semblable ; cette valeur limite pourra aussi être déterminée par des essais sur modèle réduit. Ces essais seront conduits de manière à pouvoir faire varier σ dans une gamme assez étendue ; on agira pour cela sur la pression d'air au-dessus des niveaux libres que l'on réduira jusqu'à faire apparaître les premiers symptômes de cavitation : bruits, bulles, altérations des performances.

3.2.1. Intérêt de la similitude de Froude.

Comme le montrent les relations établies précédemment, il est souhaitable de tenir compte de la similitude de Froude si l'on veut représenter convenablement la distribution des pressions absolues dans l'ensemble de la turbomachine. Ceci est particulièrement nécessaire lorsque les dimensions verticales de la roue sont relativement importantes et que l'on ne peut localiser, *a priori*, les zones d'apparition de la cavitation (turbines basse chute, type bulbe, en particulier).

3.2.2. Influence de divers facteurs physiques sur la similitude de cavitation.

Pour simplifier cet exposé, nous n'avons considéré jusqu'à présent que l'influence de la pression sur le phénomène de cavitation. Pour donner de la réalité une image plus fidèle, il faut remarquer que, si la pression est bien le facteur essentiel, d'autres grandeurs physiques interviennent également ; ce sont, en particulier, la tension superficielle, ainsi que les dimensions et la teneur en air des noyaux qui sont à l'origine de la formation des bulles. Il y a lieu de considérer aussi le facteur temps, c'est-à-dire, la durée de grossissement de la bulle qui est entraînée par l'écoulement, et qui est donc soumise à la pression réduite pendant un temps limité.

Pour que la similitude soit complète, il faudrait mettre tous ces facteurs « à l'échelle », ce qu'on ne peut réaliser pour tous à la fois. Selon les conditions et le but final des essais de cavitation que

l'on entreprend, on insistera donc plus ou moins sur tel ou tel aspect de la similitude. C'est ainsi qu'en plus des nombres de Reynolds et de Froude déjà cités, on pourrait parler de l'influence du nombre de Weber relatif aux forces capillaires, ou encore de l'influence de

l'échelle des temps de Reinhart $\frac{D}{\sqrt{gH}}$

qui caractérise le temps de passage de la bulle dans la zone basse pression.

La similitude de cavitation ne peut donc pas être complète et, pour prévoir les « effets d'échelle » qui ne manqueront pas d'apparaître, il faudra pousser plus loin l'analyse des phénomènes mis en jeu. Reprenant le point de vue du physicien, on pourra se baser sur l'équation définissant le développement d'une bulle de cavitation à partir d'un noyau initial et en déduire une valeur plus précise de la pression « critique » p_{cr} , caractérisant le seuil de cavitation ; ce sera, par exemple, la valeur de la pression qui, appliquée localement durant un certain temps t , provoque la naissance d'une bulle et l'accroissement de son volume jusqu'à une valeur fixée à l'avance.

Schématiquement, on obtient ainsi une expression de l'écart entre p_v et p_{cr} :

$$p_v - p_{cr} = f(A, R_o, C, t)$$

où p_{cr} = pression « critique ».

p_v = tension de vapeur du liquide.

A = tension superficielle.

R_o = dimension du noyau initial.

C = concentration en gaz dissous dans le liquide.

t = durée de séjour de la bulle dans la zone de pression p_{cr} .

Si nous nous reportons à la relation (2) :

$$\frac{p_v - p_{cr}}{\sigma H} = \sigma - E' - \frac{\Delta z}{H}$$

nous voyons que le seuil de cavitation, que nous définissons ainsi localement par $p_m = p_{cr}$, correspond pour σ à la valeur « critique » suivante :

$$\sigma_{cr} = E' + \frac{\Delta z}{H} - \frac{1}{\sigma H} f(A, R_o, C, t)$$

Cette relation donne une idée de l'effet d'échelle à craindre sur le coefficient de Thoma σ du fait, par exemple, des variations de hauteur de chute et de teneur en air entre une turbine et son modèle réduit. Bien que ces divers facteurs interviennent de manière assez complexe, leur influence a pu être précisée expérimentalement par des études récentes effectuées, en particulier, au Centre de Recherches et d'Essais d'Électricité de France de Chatou.

Comptes rendus

bibliographiques

ALBERT (Pierre). Directeur de recherches au C.N.R.S. *Analyses par radioréfraction*. Paris, 1959, 187 pages, 37 fig., 16 tables, Rhône-Poulenc, Paris.

L'ouvrage a obtenu en 1958 le Prix Latécoère de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale.

COMPTE RENDUS BIBLIOGRAPHIQUES

Il est difficile de donner une synthèse de ce livre sans faire quelques commentaires sur les applications de la méthode radioréfractrice. Il n'est certes pas nécessaire de donner tous les résultats obtenus jusqu'à nos nouvelles techniques. D'autre part, sous les specifications de la méthode analytique, peuvent trouver son application dans ce livre l'orientation initiale qui leur permettra de choisir la méthode pour traiter les problèmes qu'ils se proposent de résoudre.

A l'origine de M. Albert s'adresse également à un large public et nous le voyons d'ailleurs rappeler à plusieurs reprises les premiers chapitres les notions les plus fondamentales : échelles, réactions, mécanismes, etc. On apprendra aussi de nombreuses définitions qui sont nécessaires pour bien comprendre les chapitres suivants. On connaît aussi avec intérêt les deux principaux types d'appareils de détection utilisés dans l'analyse, mais également l'auteur souligne les causes d'erreurs qu'il convient de bien connaître pour effectuer des mesures correctes de radioréfraction.

Cet important ouvrage publié sous la direction du M. Jacques Bénard, comporte, dans son premier volume, les chapitres suivants :

- I. — *La surface des métaux*, par J. Bénard.
- II. — *L'absorption réversible de l'oxygène sur les métaux*, par J. Bénard.
- III. — *La cinétique d'adsorption de l'oxygène sur les métaux*, par J. Bénard.
- IV. — *Condensation de film d'oxyde métallique*, par J. Bénard.
- V. — *Incidence de l'adsorption sur les propriétés de métal*, par J. Bénard.
- VI. — *Géométrie dans les films d'oxyde superposés*, par J. Bénard.
- VII. — *Films minces formés au cours de l'adsorption superficielle des métaux*, par J. Baudelle et P. Desjardin.
- VIII. — *Orientations des produits de réaction à la surface d'un métal*, par J. Baudelle.

Comptes rendus bibliographiques

ALBERT (PHILIPPE), Directeur de Recherches au C.N.R.S. — *L'analyse par radioactivation*, 15,5 × 11,5, 167 pages, 37 fig., 15 tableaux, Rhode-Saint-Genèse (Belgique), A. de Visscher, 1964, Paris, Gauthier-Villars & C^e.

Comme l'indique dans sa préface le Professeur G. Chaudron : « Cette publication intéressera certainement de nombreux lecteurs : tout d'abord, tous les physiciens, chimistes et ingénieurs qui désirent compléter leurs connaissances sur les applications de la science nucléaire ; ils seront certainement émerveillés par les résultats obtenus grâce à ces nouvelles techniques ; d'autre part, tous les spécialistes de la chimie analytique pourront trouver souvent dans ce livre l'orientation initiale qui leur permettra de choisir la bonne voie pour traiter les problèmes qu'ils se proposent de résoudre.

« L'ouvrage de M. Albert s'adresse également à un large public et nous le félicitons d'avoir rappelé si clairement dans les premiers chapitres les notions les plus fondamentales : isotopes, réactions nucléaires, etc. On apprendra ainsi de nombreuses définitions qui sont nécessaires pour bien comprendre les chapitres suivants. On connaîtra aussi avec intérêt les deux principaux types d'appareils de détection utilisés dans l'analyse, mais également l'auteur souligne les causes d'erreurs qu'il convient de bien connaître pour effectuer des mesures correctes de radioactivité. »

L'auteur a obtenu en 1958 le *Prix Bardy* de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale.

BENAR (JACQUES), Professeur à la Faculté des Sciences de Paris. — *L'oxydation des Métaux*. Tome I : *Processus fondamentaux*, in-8°, 465 pages, 195 fig., 21 tableaux. Tome II : *Monographies*, in-8°, 517 pages, 224 fig., 28 tableaux, Paris, Gauthier-Villars, 1962 et 1964.

Cet important ouvrage publié sous la direction de M. Jacques Bénard comporte, dans son premier volume, les chapitres suivants :

- I. — *La surface des métaux*, par J. Bénard.
- II. — *L'adsorption réversible de l'oxygène sur les métaux*, par J. Bénard.
- III. — *La cinétique d'adsorption de l'oxygène sur les métaux*, par J. Bénard.
- IV. — *Constitution du film d'oxygène adsorbé*, par J. Bénard.
- V. — *Incidence de l'adsorption sur les propriétés du métal*, par J. Bénard.
- VI. — *Germination dans les films d'oxyde superficiels*, par J. Bénard.
- VII. — *Films minces formés au cours de l'oxydation superficielle des métaux*, par J. Bardolle et F. Bouillon.
- VIII. — *Orientation des produits de la réaction à la surface d'un métal*, par J. Bardolle.

- IX. — *Méthodes d'étude de la croissance des couches d'oxyde d'épaisseur notable*, par G. Valensi.
- X. — *Résultats expérimentaux sur la croissance des couches d'oxydes d'épaisseur notable*, par G. Valensi.
- XI. — *Théorie quantitative de la cinétique de l'oxydation des métaux*, par G. Valensi.
- XII. — *Stabilité des oxydes métalliques et réactions dans l'état solide*, par J. Moreau.
- XIII. — *La diffusion dans les oxydes et la cinétique d'oxydation des alliages*, par J. Moreau.
- XIV. — *Les différents modes d'oxydation des alliages*, par J. Moreau et J. Bénard.
- XV. — *Oxydation interne des alliages*, par J. Moreau.
- XVI. — *Structure réelle des couches d'oxydation épaisses*, par J. Cagnet.
- VII. — *Les métaux réfractaires*, par Jacques Oudar et Jean Paidassi.
- VIII. — *Le molybdène et ses alliages*, par Jean Pouliignier.
- IX. — *L'oxydation catastrophique par les oxydes à bas point de fusion*, par Jean Moreau.
- X. — *Oxydation du zirconium*, par Donald Whitwham, Jean Paidassi et Jean Hérenguel.
- XI. — *Le cuivre*, par Jacques Oudar.
- XII. — *Les métaux légers*, par Jacques Oudar et Jean Paidassi.
- XIII. — *Oxydation anodique de l'aluminium et de ses alliages*, par Pierre Lelong, Roger Segond et Jean Hérenguel.
- XIV. — *Monographies de divers métaux*, par Jacques Oudar.
- XV. — *Les matériaux céramiques et les cermets*, par Jean Pouliignier.

Les monographies auxquelles est consacré le second volume portent sur :

- I. — *Le fer*, par Jean Paidassi.
- II. — *Les métaux de la famille du fer*, par Jean Paidassi.
- III. — *Les alliages à base de fer et les aciers inoxydables*, par Jean Moreau.
- IV. — *Les alliages de nickel et de nickel-chrome*, par Jean Moreau et Jean Pouliignier.
- V. — *Les alliages de cobalt*, par Jean Pouliignier.
- VI. — *Le titane et les alliages de titane*, par Adrien Saulnier.

MUNSTER (ARNOLD), Ancien Professeur associé à la Faculté des Sciences de Paris, Professeur de Chimie Physique Théorique à l'Université de Francfort, S.I.M. — *Les liquides simples. Théories et données expérimentales*, in-8°, 77 pages, 18 fig., 10 tableaux, Paris, Gauthier-Villars, 1964.

L'auteur indique qu'il a tenté d'entreprendre une présentation de la théorie de l'état liquide qui soit accessible aux expérimentateurs : présentation moderne, dont cependant sont supprimés les détails mathématiques afin de mettre en relief les idées essentielles ainsi que la comparaison des résultats avec les données expérimentales.

CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

15, Quai Anatole-France - PARIS-7^e

C.C.P. Paris 9061-11

Tél. : SOLférino 93-39

Colloques Internationaux

N° 108

MÉCANIQUE DE LA TURBULENCE

M A R S E I L L E

28 août - 2 septembre 1961

Volume relié pellior, in-4° coquille, comportant 472 pages et 4 planches hors-texte

Prix : 60 F.

SOCIÉTÉ GÉNÉRALE D'ENTREPRISES

Société Anonyme au Capital de 36.160.000 F.

56, Rue du Faubourg-Saint-Honoré. - PARIS (8^e)

ENTREPRISES GENERALES TRAVAUX PUBLICS ET BATIMENT EQUIPEMENT ELECTRIQUE

BARRAGES - USINES HYDRO-ELECTRIQUES ET THERMIQUES

USINES, ATELIERS ET BATIMENTS INDUSTRIELS

TRAVAUX MARITIMES ET FLUVIAUX

AEROPORTS - OUVRAGES D'ART

ROUTES - CHEMINS DE FER

CITES OUVRIERES - EDIFICES PUBLICS ET PARTICULIERS

ASSAINISSEMENT DES VILLES - ADDUCTIONS D'EAU

BUREAUX D'ETUDES

CENTRALES ELECTRIQUES ELECTRIFICATION DES VOIES FERREES

GRANDS POSTES DE TRANSFORMATION ELECTRIFICATIONS RURALES

LIGNES DE TRANSPORT DE FORCE EQUIPEMENTS ELECTRIQUES INDUSTRIELS

SOCIÉTÉ D'ÉLECTRO-CHIMIE D'ÉLECTRO-MÉTALLURGIE et des ACIÉRIES ÉLECTRIQUES D'UGINE

ACIERS PRODUITS CHIMIQUES ALUMINIUM MAGNÉSIUM FERRO-ALLIAGES ÉTAIN

SIEGE SOCIAL : 10, RUE DU GENERAL-FOY - PARIS (8^e)

TELEPHONE : EUROPE 31-00

ADRESSE TELEGRAPHIQUE : TROCHIM PARIS



VENTE A CRÉDIT PAR LA **Din**



L.P.F. 0.97

403

404

VOITURES DE QUALITÉ

PEUGEOT

MAISON FONDÉE EN 1895

"LES ÉLECTRICIENS DE FRANCE"

Ets JULES VERGER & DELPORTE

Société Anonyme, au Capital de 10.000.000 de F

ÉQUIPEMENTS ÉLECTRIQUES, ÉLECTRONIQUES ET TÉLÉPHONIQUES

Siège Social, Bureau d'Etudes, Services : 141 bis, 141 ter, rue Scussure, PARIS-17^e

6 lignes « départ » groupées : MAC. 29-56 (4 lignes groupées), CAR. 07-17 (2 lignes groupées).

Usine et Départements : Réparations — Bobinage — Radio — Télévision — Electronique — Automation
53, rue Maurice-Bokanowski, ASNIERES - Tél. GRE. 39-90, 62-28

Département : ELECTRO-VAPEUR - 92, avenue des Ternes, PARIS-17^e - Tél. ETO. 42-70

Agence de VERSAILLES : 1, place Gambetta - Tél. 950-56-50 - Mag. 21, rue d'Anjou - Tél. 950-01-10

MAGASINS DE VENTE : Radio — Télévision — Electro-Ménager — Froid :

92, Avenue des Ternes, PARIS-17^e - Tél. ETO. 42-70

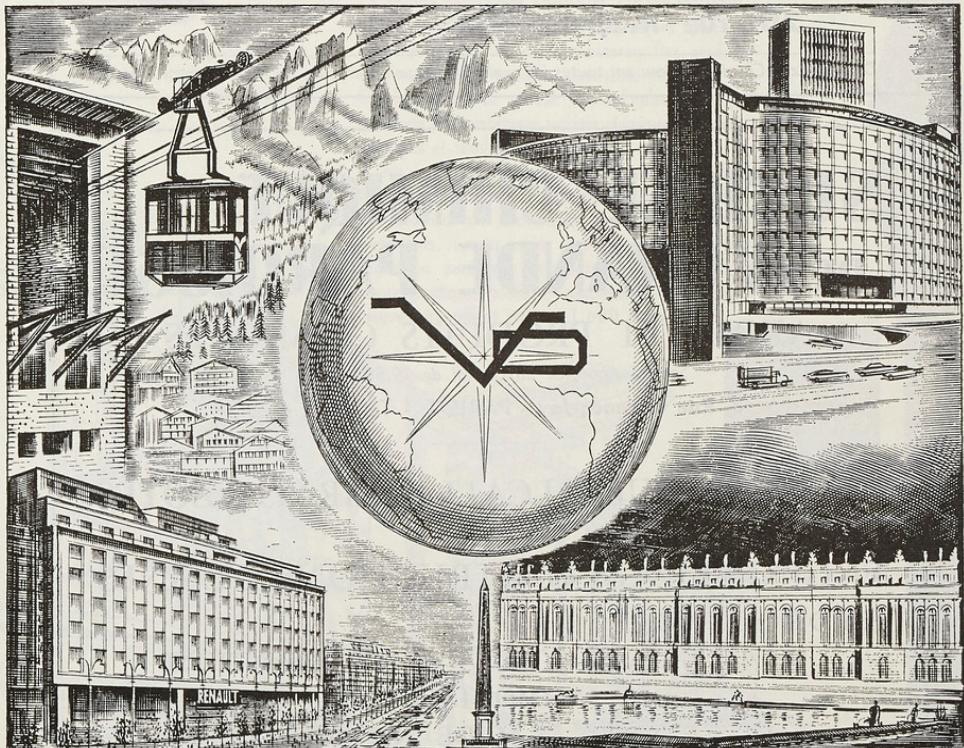
53, Rue Maurice-Bokanowski, ASNIERES - Tél. GRE. 39-90, 62-28.

EN AFRIQUE : SENEGAL	- DAKAR	Bureaux-Magasins : 164, rue Blanchot - B. P. 968 - Tél. 227-26, 227-29. Ateliers : Km 6,5, route de Rufisque, Hann - Tél. 451-39.
Côte-d'Ivoire	- SAINT-LOUIS	: B. P. 101 - Tél. 51.
Dahomey	- ABIDJAN	: B. P. 4140 - Tél. 553-95.
Mauritanie	- COTONOU	: B. P. 184 - Tél. 27-76.
Haute-Volta	- PORT-ETIENNE	: B. P. 68, NOUAKCHOTT : B. P. 3 - Tél. 23-06.
Togo	- OUAGADOUGOU	: B. P. 394 - Tél. 23-54 — BOBO DIOUASSO : B. P. 334 - Tél. 26.
	- LOME	: B. P. 437.

quelques réalisations récentes

VAL D'ISÈRE - Téléphérique

MAISON DE LA RADIO



RENAULT (Champs-Elysées)

PALAIS DE VERSAILLES

« LES ELECTRICIENS DE FRANCE » SONT JOUR ET NUIT
DIMANCHE ET FETES A LA DISPOSITION DE LEUR CLIENTELE

LES FILTRES DURIEUX



PAPIER A FILTRER

En disques, en filtres plissés, en feuilles 52 × 52

SPECIALITES :

FILTRES SANS CENDRES

N°s 111, 112 et Crêpé N° 113 extra-rapide

Filtres Durcis n° 128 & Durcis sans cendres
n° 114



Cartouches pour extracteurs de tous systèmes

PAPIER "CRÊPÉ DURIEUX"

Toutes Dimensions, pour Filtres-Presses. (Envoi d'échantillons sur demande)

Registre du Comm. de la Seine N° 722-521-2-3 Téléphone : ARCHives 03-51

MEDAILLE D'OR de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale
(Juillet 1918)

20, rue Malher, PARIS (4^e)

Demandez le Catalogue donnant toutes les explications sur les emplois de mes différentes sortes

SOCIÉTÉ CHIMIQUE DE LA GRANDE PAROISSE

AZOTE ET PRODUITS CHIMIQUES

Société Anonyme au capital de 19.595.800 F.

8, Rue Cognacq-Jay - PARIS-7^e - Tél INV. 44-30

AMMONIAQUE - ALCALI - ENGRAIS AZOTÉS

•
ENGINEERING - CONSTRUCTIONS D'USINES
HYDROGÈNE

GAZ DE VILLE - GAZ DE SYNTHÈSE

AMMONIAQUE

ACIDE NITRIQUE

ENGRAIS AZOTÉS



63 DIV. 10019

**APPAREILS DE LABORATOIRE
ET MACHINES INDUSTRIELLES**

P. CHEVENARD

- pour l'analyse dilatométrique et thermomagnétique des matériaux ;
- pour l'essai mécanique et micromécanique des métaux à froid et à chaud ;
 - Essais de traction, le flexion, de compression, de dureté ;
 - Essais de fluage (Traction-Relaxation) et de rupture ;
 - Essais de torsion alternée ;
 - Etude du frottement interne ;
- pour l'étude des réactions chimiques par la méthode de la pensée continue ;
- pour la mesure des températures et le réglage thermostatique des fours.



**A. D. A. M. E. L.
4-6, Passage Louis-Philippe
PARIS (11^e)**

RÉSUMÉS DES ARTICLES

ANALYSE DIMENSIONNELLE ET SIMILITUDE EN MÉCANIQUE DES FLUIDES

par M. Michel HUG p. 6.

Introduction historique.

Analyse dimensionnelle :

- historique,
- théorème des
- applications pratiques.

Similitude :

- définition.

Principaux monômes adimensionnels :

- en mécanique des fluides,
- en magnétohydrodynamique,
- en transfert thermique.

APPLICATIONS DE LA SIMILITUDE DANS LE DOMAINE DES TURBOMACHINES HYDRAULIQUES

par M. Claude HERMANT p. 17.

L'étude des turbo-machines fait largement appel à la théorie de la similitude ; cette théorie permet de classer les divers types de machines possibles, et de prévoir toutes leurs caractéristiques de fonctionnement à partir d'un nombre limité d'essais.

L'intérêt de ce moyen d'étude explique le développement des essais de turbo-machines effectués sur modèle réduit dans le but de prévoir et d'interpréter les caractéristiques de la machine industrielle.

