NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

Auteur(s)	Moors, B. P. (18..-19..)
Titre	Vérification géométrique et vérification au poids de l'eau des mesures de capacité néerlandaises
Adresse	La Haye : [s.n.], 1906
Collation	1 vol. (120 p., 3 pl. dépl.) ; 29 cm
Nombre d'images	131
Cote	CNAM-BIB MET 772 Res
Sujet(s)	Poids et mesures Mesures hydrauliques Génie hydraulique -- Instruments
Thématique(s)	Machines & instrumentation scientifique Trésors & unica
Typologie	Manuscrit
Note	Don du bureau de la métrologie, ministère de l'Économie, de l'Industrie et de l'Emploi, 2010.
Langue	Français
Date de mise en ligne	13/07/2018
Date de génération du PDF	07/09/2021
Permalien	http://cnum.cnam.fr/redir?MET772RES

Vérification géométrique

et

vérification au poids de l'eau

des

Mesures de capacité.

Vérification géométrique
et
vérification au poids de l'eau
des
mesures de capacité néerlandaises

par

B. P. Moors,

Inspecteur des poids et mesures.

La Haye, novembre 1906.

Pour la Table des Matières
voyez à la page 116.

I.

Vérification géométrique des mesures de capacité néerlandaises.

Vérification géométrique des mesures de capacité.

§ 1. La vérification des mesures de capacité peut s'effectuer de trois manières :

1° au moyen de la mensuration à la graine, qui semble en effet la plus naturelle et la plus pratique ; elle était autrefois généralement employée et on y a encore le plus recours aujourd'hui (*) ;

2° en mesurant les diamètres et les hauteurs, procédé qui, à cause de la forme géométrique prescrite aux mesures, est très simple et très aisé ; et enfin

3° nous avons la vérification à la mesure de l'eau et celle au poids de l'eau, procédés qui ne sont applicables qu'aux mesures parfaitement étanches et dont le fond ainsi

---

(*) Voyez ma „Théorie, Vérification et Correction des Bascules", manuscrit, pag. 155÷157.

que les parois sont impénétrables aux liquides. Le dernier genre de vérification garantit le plus haut degré possible d'exactitude.

Je consacrerai un travail spécial à la vérification au poids de l'eau (§20 et suivants ci-après) et, quant à la mensuration à la graine, je m'en occupe dans les §§ 14 ÷ 17. Cette dernière méthode n'est pas la plus sûre pour la vérification des mesures. Tout le monde sait avec quelle facilité la surface des graines dont est remplie la mesure s'affaise au moindre choc ou à la moindre trépidation. L'on comprend aisément aussi que l'humidité ou la sécheresse, ainsi que la manière dont est fait le remplissage peuvent avoir de grandes différences dans les quantités mesurées au moyen du même récipient. Il en résulte que, pour obtenir une bonne vérification au moyen de ce procédé, il faut une certaine habilité, de la patience et des soins, sans quoi l'on n'arrivera guère à des résultats identiques, ni, par conséquent, dignes de confiance.

La méthode géométrique, que nous avons indiquée en second lieu et qui est en usage dans les Pays-Bas depuis 1828, est très rapide et peut s'appliquer en tous temps et dans tous les lieux avec la même facilité. D'autre part, l'organisation du système métrique favorise et recommande l'emploi de ce procédé.

§ 2. De toutes les formes que l'on a pu donner aux mesures de capacité, il n'y en a pas qui s'accorde mieux avec une vérification facile et rapide que la forme cylindrique. Le cylindre est une des formes géométriques les plus parfaites, et c'est aussi pour cette raison qu'il fut à bon droit choisi dans le système métrique primitif. On prescrivit des cylindres tels que, pour l'unité métrique, ainsi que pour ses multiples et ses subdivisions, la hauteur fût égale au diamètre. Non seulement il devait en résulter plus d'uniformité, mais encore, dans la vérification, plus d'aisance, de sureté et de rapidité, lesquelles sont d'un si grand prix dans une pareille opération. Il en découla en même temps que les dimensions des mesures de capacité devaient être exprimées en fractions d'un dixième et d'un centième de millimètre. On jugea dans les Pays-Bas, qu'il était très difficile pour l'ouvrier, surtout à cause de la flexion irrégulière de la paroi courbe, d'atteindre exactement un tel résultat. C'est pourquoi autrefois notre Gouvernement, et à mon sens il eut tort, voulut faciliter les choses en arrondissant, pour la plupart des mesures, les dimensions à un chiffre rond de millimètres, sans plus mentionner par conséquent de fractions. Les dimensions des diamètres et des hauteurs pour toutes les mesures sont publiées dans les tables A et suivantes à la page 84 de la „Loi relative aux Mesures, „Poids et Instruments de pesage, du 7 avril 1869 (Journ. Off. N°57) avec annexes „et annotations". On y verra que pour les mesures en usage pour les liquides le Gouvernement a également admis des mesures dans lesquelles la hauteur est le double du diamètre.

Donc en prescrivant pour les dimensions des mesures un nombre de millimètres en chiffres ronds, chiffres qui ne sont exacts qu'au plus à un demi-millimètre près, il résulte que les mesures construites conformément au règlement sont ou plus grandes ou plus petites que l'étalon. De là qu'on parle dans les Pays-Bas du contenu systématique et du contenu règlementaire. Le premier se dit du contenu d'une mesure qui concorde de façon parfaite avec un multiple de l'étalon, le second se dit d'un contenu d'une mesure lorsqu'il répond exactement à celui d'un cylindre dont le diamètre et la hauteur sont ceux que le règlement prescrit pour cette mesure. Le vérificateur comme tel n'a à tenir compte, en vérifiant une mesure, que du contenu règlementaire.

Après avoir exposé ces points, je traiterai de la mensuration des mesures cylindriques et spécialement de celles dont le dia: mètre et la hauteur sont approximativement égaux.

Le contenu d'un cylindre imparfait, avec une surface inférieure et supérieure plane et parallèle, représenté par la surface d'une figure plane.

§ 3. Supposons un tel cylindre imparfait, posé sur un plan horizontal, divisé, au moyen de plans horizontaux, en un nombre t de tranches, ayant toutes la même hauteur Δ; t étant très grand.

Soit, fig. 1, S_1 (exprimée en millimètres carrés) la surface de la base de la tranche inférieure ou de la première des t tranches; S_2 la surface de la base de la deuxième tranche; S_3 la surface de la base de la troisième tranche; et ainsi de suite; S_t la surface de la base de la t^e ou dernière tranche.

Soit, dans la fig. 2, la droite a, b, per:

pendiculaire sur la ligne $C_1 C_{t+1}$ — qui tombe dans le prolongement du plan $B_1 B_{t+1}$ de la fig. 1 — égale à la distance des plans $A_1 A_{t+1}$ et $B_1 B_{t+1}$ de la fig. 1 et divisans la ligne $a_1 C_1$ en un nombre t de parties égales Δ, alors nous pouvons représenter, dans la fig. 2, la surface S_m de la base de la m^e tranche de la fig. 1 au moyen d'une droite ou ordonnée y_m qui est élevée perpendiculairement sur la ligne $a_1 C_1$, qui, compté de la ligne $a_1 C_1$, contient autant d'unités de longueur (millimètres) que la base S_m contient d'unités de surface et qui est aussi éloignée de la ligne $C_1 C_{t+1}$ que le plan S_m l'est du plan $B_1 B_{t+1}$.

Représentons de la même manière, dans la fig. 2, les bases de toutes les tranches de la fig. 1 par des ordonnées, il sera évident que, si par les sommets de ces ordonnées nous traçons la courbe $a_{t+1}\ C_{t+1}$, nous aurons, pour connaître le nombre des unités cubiques du corps $A_1 A_{t+1} B_{t+1} B_1$ qu'à calculer le nombre des unités de surface de la figure $a_1 a_{t+1} b_{t+1} b_1$.

En effet, soit, dans la fig. 1, S_m la surface de la base de la m^e tranche, en ce cas le contenu de cette tranche sera égal à $S_m . \Delta$; et, désignant par C le contenu du cylindre imparfait, nous aurons :

$$C = S_1 . \Delta + S_2 . \Delta + S_3 . \Delta + \ldots + S_t . \Delta =$$
$$= \Delta (S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_t).$$

Soit encore y_m l'ordonnée initiale de la m^e bande dans la fig. 2, alors la surface de cette bande est égale à $y_m . \Delta$; et désignant par S la surface du rectangle imparfait de la fig. 2, on aura :

$$S = y_1 . \Delta + y_2 . \Delta + y_3 . \Delta + \ldots + y_t . \Delta =$$
$$= \Delta (y_1 + y_2 + y_3 + \ldots + y_t).$$

Puisque maintenant à toute distance arbitraire $m.\Delta$, la valeur de S_m correspond en unités de surface avec la valeur de y_m en unités de longueur, de même, pour la même abscisse dans les deux figures 1 et 2, les valeurs numériques de S_{m+p} et y_{m+p} seront égales ; d'où résulte que la valeur numérique de S sera égale à celle de C.

Par conséquent : pour déterminer la capacité cubique C, nous pouvons nous contenter de calculer la surface S.

Formules approximatives pour calculer la surface d'un rectangle imparfait.

§ 4. Voici par quelles opérations on obtient la valeur approximative de la surface S d'un rectangle imparfait $Q_1 P_1 P_{n+1} Q_{n+1}$, fig. 3.

Nous admettons provisoirement que la courbe limite $P_1 P_{n+1}$ oppose, sur toute sa longueur, son côté concave à l'axe X; nous divisons la base $Q_1 Q_{n+1} = H$ en un nombre fini n de parties égales $Q_1 Q_2 = Q_2 Q_3 = \dots = Q_n Q_{n+1}$, et, en chacun des points de division Q_{m+1}, ainsi qu'au milieu de chacune de ces parties, nous élevons une ordonnée. Nous désignons par y_m les ordonnées élevées aux points Q_m, et par y'_m celles élevées au point du milieu des parties égales. Nous nous représentons les sommets P_1 et P'_1 des deux premières ordonnées réunis par une droite, de même que les deux sommets P'_n et P_{n+1} des deux dernières ordonnées, et ensuite sont réunis les sommets des ordonnées consécutives, notamment P'_1 et P'_2, P'_2 et P'_3, et ainsi de suite, P'_{n-1} et P'_n. La surface du polygone inscrit s'exprime donc de la sorte :

$$\frac{\mathcal{H}}{2n}\cdot\frac{y_1+y'_1}{2}+\frac{\mathcal{H}}{2n}(y'_1+y'_2)+\cdots+\frac{\mathcal{H}}{2n}(y'_{n-1}+y'_n)+\frac{\mathcal{H}}{2n}\cdot\frac{y'_n+y_{n+1}}{2}=$$

$$=\frac{\mathcal{H}}{2n}\left\{\frac{y_1-y'_1}{2}+\frac{2y'_1}{2}+y'_1+2y'_2+2y'_3+\cdots+2y'_m+y'_n+\frac{2y'_n}{2}+\frac{y_{n+1}-y'_n}{2}\right\}=$$

$$=\frac{\mathcal{H}}{n}\left\{Y+\frac{y_1+y_{n+1}}{4}-\frac{y'_1+y'_n}{4}\right\}\cdots\cdots\cdots(1)$$

si nous représentons par Y la somme des ordonnées y'_m.

Cette surface est apparemment plus petite que celle de la figure limitée par la courbe $P_1 P_{n+1}$.

Maintenant nous traçons par chacun des sommets P'_1, P'_2, ... P'_n des ordonnées y'_m une tangente, aboutissant au prolongement de l'ordonnée qui précède immédiatement et de l'ordonnée qui suit immédiatement, c.-à-d. y_m et y_{m+1}, grâce à quoi nous obtenons un polygone avec des angles rentrants et saillants dont la surface est plus grande que celle de la figure limitée par la courbe $P_1 P_{n+1}$ et qui s'exprime par la formule suivante

$$\frac{\mathcal{H}}{n}(y_1' + y_2' + y_3' + \dots + y_n') = \frac{\mathcal{H}}{n} \cdot Y \dots\dots\dots (2)$$

Si nous mettons (que) la valeur approximative S de la figure limitée par la courbe effective $P_1 P_{n+1}$ est égale à la surface selon (2) alors la faute par rapport à la surface effective sera moindre que la différence entre (2) et (1), c'est-à-dire moindre que

$$\frac{\mathcal{H}}{n}\left(\frac{y_1' + y_n'}{4} - \frac{y_1 + y_{n+1}}{4}\right) \dots\dots\dots (3)$$

Si l'on élève du milieu E de la ligne $Q_1 Q_{n+1}$ la perpendiculaire VE et si on joint les sommets des ordonnées extrêmes, ainsi que ceux de la seconde et de l'avant-dernière ordonnée, alors ces droites et la perpendiculaire VE se coupent aux points V et U de sorte que l'on a

$$UE = \frac{y_1 + y_{n+1}}{2} \quad \text{et} \quad VE = \frac{y_1' + y_n'}{2},$$

par conséquent

$$\frac{y_1' + y_n'}{4} - \frac{y_1 + y_{n+1}}{4} = \frac{1}{2} VU \dots\dots\dots (4)$$

Or si nous posons

$$S = \frac{\mathcal{H}}{n} \cdot Y = \mathcal{H} \cdot \frac{y_1' + y_2' + \dots + y_{n-1}' + y_n'}{n} \dots\dots (5)$$

alors la faute de l'approximation est inférieure à

$$\frac{H}{n} \cdot \frac{1}{2} VU \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

faute qui est apparemment minime, lorsque la courbe $P_1 P_{n+1}$ s'écarte peu d'une droite ou si n est grand.

On peut traduire la formule (5) par ces mots :

On obtient une surface approximative de la figure limitée par la courbe $P_1 P_{n+1}$, fig. 3, en multipliant sa largeur $Q_1 Q_{n+1} = H$ par la moyenne des ordinées médiaires.

Lorsque la courbe dont nous nous occupons oppose son côté convexe tout entier à la ligne $Q_1 Q_{n+1}$, il est évident que l'on verra se produire l'inverse de ce qui a été exposé plus haut. Notamment la surface du polygone inscrit sera plus grande que la surface effective de la figure, tandis que la surface du polygone formé par les tangentes sera plus petite ; l'expression pour la surface approximative demeure la même que celle sous (5) et de même, au signe près, l'expression sous (6).

Il est également évident que l'expression sous (5) demeure la même lorsque la ligne oppose partiellement un côté concave et partiellement un côté convexe à la ligne $P_1 P_{n+1}$; dans ce cas cependant la différence entre l'approximation et la surface effective sera plus petite que la somme des fautes en rapport avec les parties concaves et convexes de la courbe limite, vu que ces fautes sont accompagnées de signes contraires et par conséquent se détruisent partiellement.

On obtient par la méthode dite „des trapèzes (x) une valeur en générale moins exacte de la surface de la figure $Q_1 P_1 P_{n+1} Q_{n+1}$, fig 3. Cette méthode consiste en ceci que l'on prend la somme des trapèzes qui ont pour côtés deux ordonnées consécutives. On remplace dans cette approximation la

---

(x) Voyez mon travail: „Valeur approximative „d'une Intégrale définie", p. 2, § 3.

courbe limite P_1P_{n+1} par une ligne brisée et la surface approximative de la figure est égale à

$$S = H \cdot \frac{y_1 + 2y_2 + 2y_3 + \dots + 2y_{n-1} + 2y_n + y_{n+1}}{2n} \quad (7)$$

L'exactitude de la formule d'approximation sous (7) augmente en règle générale concurremment avec n, n représentant le nombre des ordonnées mises en compte, parce que la ligne brisée se rapproche en général d'autant plus de la ligne limite effective que n est plus grand.

Il est évident

1° que, si l'on cherche une grande exactitude, il ~~ne~~ faut faire usage de la formule (7) alors seulement que la courbe P_1P_{n+1} diffère <u>peu</u> <u>d'une</u> <u>droite</u> ou, dans le cas contraire, lorsque l'on prend n <u>très</u> <u>grand</u> et

2° que la formule (7), pour des lignes courbes qui entre les ordonnées limites apposent soit entièrement leur côté convexe, soit entièrement leur côté concave à la ligne Q_1Q_{n+1}, procure, dans le premier cas, une surface trop grande et, dans le second cas, une surface trop petite.

Calcul approximatif de la surface d'une figure plane se rapprochant plus ou moins d'un cercle.

§ 6. La section d'une mesure cylindrique debout, par un plan horizontal, représente une courbe fermée qui ne s'écarte pas beaucoup d'un cercle.

Admettant que la circonférence extérieure de la fig. 4 représente une telle section, dont nous voulons déterminer la surface et soit C un point situé au point ou très près du point pouvant être considéré comme le centre de la section.

Nous supposons que, du point C, nous tracions vers la circonférence de la figure $2n$ rayons vecteurs $Cp_1 = r_1$, $Cp_2 = r_2$, ... $Cp_{2n} = r_{2n}$ qui, deux à deux, tombent dans leur mutuel prolongement; supposons que les longueurs de ces rayons vecteurs soient connues et que l'angle que forme chaque rayon vecteur en coupant le rayon vecteur qui suit immédiatement soit égal à α.

Il s'agit maintenant de développer une formule d'approximation pour la surface de la figure.

A cet effet nous exprimons dans les données la surface de chacun des secteurs p_1Cp_2, p_2Cp_3, p_3Cp_4, etc.

Si $2n$ est grand, si, par conséquent, les angles $p_1Cp_2 = p_2Cp_3 = \dots = p_{2n}Cp_1 = \alpha$ sont petits, ou si la circonférence de la section, fig. 4, s'écarte peu du cercle et que le point C est situé non loin du centre de la figure, alors deux rayons vecteurs qui se suivent immédiatement seront à peu de chose près égaux et chacune des figures p_1Cp_2, p_2Cp_3, et ainsi de suite différera peu d'un secteur de cercle, dont le rayon est égal à un des rayons vecteurs, par exemple égal au rayon vecteur initial du secteur intéressé. Ainsi donc nous représentons la surface s_m du m^e secteur égale à

$$\frac{2 r_m \pi}{2n} \cdot \frac{1}{2} r_m = \frac{r_m^2 \pi}{2n}.$$

Si nous y remplaçons m par $1, 2, \ldots 2n$ alors nous obtenons la surface approximative du

$$\text{secteur } p_1 C p_2 = \frac{r_1^2 \pi}{2n},$$

$$\text{secteur } p_2 C p_3 = \frac{r_2^2 \pi}{2n},$$

. . . .

$$\text{secteur } p_{2n} C p_1 = \frac{r_{2n}^2 \pi}{2n}.$$

La somme de tous ces secteurs nous procure la surface approximative s de la figure entière. Par conséquent

$$s = \frac{\pi}{2n}\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \ldots + r_{2n}^2\right) \ldots\ldots (8)$$

On obtient cette formule en prenant le rayon vecteur initial comme base pour le calcul de la surface du secteur. Nous aurions pu tout aussi bien prendre le dernier rayon vecteur, ou l'un de ceux situés dans l'intervalle, ou la moitié de la somme des rayons vecteurs, etc. Tous ces procédés aboutissent presque à un même résultat, lorsque $2n$ est <u>grand</u> ou lorsque la courbe s'écarte <u>peu</u> du cercle et que le point C est situé non loin du centre de la figure. Si nous prenons par exemple, pour calculer la surface du secteur $p_m C p_{m+1}$, la moyenne, c'est-à-dire la demi-somme des rayons vecteurs, alors la surface se trouve représentée par

$$s_m = \left(\frac{r_m + r_{m+1}}{2}\right)^2 \cdot \frac{\pi}{2n} = \frac{\pi}{8n}\left(r_m + r_{m+1}\right)^2 =$$

$$= \frac{\pi}{8n}\left\{2\left(r_m^2 + r_{m+1}^2\right) - \left(r_m - r_{m+1}\right)^2\right\} =$$

$$= \frac{\pi}{4n}\left(r_m^2 + r_{m+1}^2\right) - \frac{\pi}{8n}\left(r_m - r_{m+1}\right)^2.$$

Tous les s_m additionnés donnent

$$S = \frac{\pi}{2n}\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots + r_n^2\right) -$$

$$- \frac{\pi}{8n}\left\{(r_1 - r_2)^2 + (r_2 - r_3)^2 + \dots + (r_{2n} - r_1)^2\right\}.$$

Le dernier terme renferme les carrés de $2n$ différences qui, lorsque $2n$ est <u>grand</u> ou lorsque les valeurs $(r_1 - r_2)$, $(r_2 - r_3)$, $\dots (r_{2n} - r_1)$ sont très petites (comme c'est le cas avec une courbe qui s'écarte <u>peu</u> d'un cercle), sont chacune en particulier si peu importante que leur somme, en comparaison de la valeur de l'avant-dernier terme, ne peut être d'aucune por.

tée. Le dernier terme peut par conséquent être négligé, de sorte que, pour s il ~~###~~ reste l'expression que nous avons déjà obtenue sub (8).

Détermination du diamètre approximatif d'une section horizontale d'une mesure cylindrique.

§ 7. Dans la pratique de la vérification des mesures de capacité on ne mesure pas les rayons vecteurs mais toujours les diamètres et, ce faisant, on suppose que tous les diamètres mesurés passent par le même point C, fig. 4, (*).

Si donc le nombre des rayons vecteurs est égal à $2n$, alors n représente le nombre de diamètres.

(*) Nous entendons par diamètre de la figure curviligne la somme de chaque couple de rayons vecteurs tombant dans leur mutuel prolongement, indépendamment de la position du point C.

Soit d_1 le premier diamètre, d_2 le second, etc. d_n le dernier et représentons par x_1, x_2, ... x_n les différences entre deux rayons vecteurs tombant dans leur mutuel prolongement, alors on a

$$d_1 = r_1 + r_{n+1} \qquad \text{et} \qquad r_1 - r_{n+1} = x_1 \quad ,$$
$$d_2 = r_2 + r_{n+2} \qquad " \qquad r_2 - r_{n+2} = x_2 \quad ,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$d_n = r_n + r_{2n} \qquad " \qquad r_n - r_{2n} = x_n \quad ;$$

En portant au carré et en additionnant:

$$d_1^2 = r_1^2 + 2r_1 . r_{n+1} + r_{n+1}^2$$
et $$x_1^2 = r_1^2 - 2r_1 . r_{n+1} + r_{n+1}^2$$
ainsi $$d_1^2 + x_1^2 = 2(r_1^2 + r_{n+1}^2) \; ;$$
de même $$d_2^2 + x_2^2 = 2(r_2^2 + r_{n+2}^2)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$d_n^2 + x_n^2 = 2(r_n^2 + r_{2n}^2) ,$$

ce qui, en additionnant, procure

$$\frac{1}{2}(d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2 + x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) =$$
$$= r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_{2n}^2 .$$

Si nous représentons par d le diamètre du cercle dont la surface est égale à la surface sub (8) alors

$$s = \frac{\pi}{4} d^2 .$$

En substituant la valeur de $z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2$, que nous venons de trouver dans (8), alors, en relation avec la dernière expression obtenue pour S,

$$d^2 = \frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2}{n} + \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}.$$

Cette expression pour d^2 et la valeur de d qui peut en être déduite est assez compliquée ; mais il est facile de démontrer qu'on ne commet aucune erreur appréciable si le diamètre approximatif d est simplement assimilé à la moyenne de tous les diamètres mesurés, que nous nommerons $\mathcal{D}$; c'est-à-dire si l'on établit

$$d = \mathcal{D} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_n}{n}$$

en admettant qu'on ait mesuré <u>un nombre suffisant de diamètres</u> ou, en d'autres mots, que n soit <u>grand</u>.

Pour démontrer ce que nous venons d'établir, nous représentons les différences successives, entre le diamètre moyen $\mathcal{D}$ et chacun des diamètres qu'on a mesuré, par

$$y_1 \,,\ y_2 \,,\ \ldots\ y_n \,;$$

de sorte que nous avons

$d_1 = D + y_1$, par conséquent $d_1^2 = D^2 + 2Dy_1 + y_1^2$,
$d_2 = D + y_2$ " " $d_2^2 = D^2 + 2Dy_2 + y_2^2$,
. . . .
$d_n = D + y_n$ " " $d_n^2 = D^2 + 2Dy_n + y_n^2$.

Pour être court, nous représenterons la somme des termes affectés d'une même expression générale, par le signe Σ suivi de cette expression, ainsi

$$\Sigma d_m = nD + \Sigma y_m \quad \text{ou} \quad \frac{\Sigma d_m}{n} = D + \frac{\Sigma y_m}{n} \,,$$

mais, puisque

$$\frac{\Sigma d_m}{n} = D \,,$$

nous avons aussi

$$\Sigma y_m = 0 \,;$$

mais

$$\Sigma d_m^2 = nD^2 + 2D\,\Sigma y_m + \Sigma y_m^2 \,,$$

donc, parce que $\Sigma y_m = 0$,

$$\Sigma d_m^2 = nD^2 + \Sigma y_m^2 \,,$$

alors

$$d_1^2 + d_2^2 + \ldots + d_n^2 = nD^2 + (y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_n^2) \,.$$

En substituant cette valeur de Σd_m^2 dans la précédente expression pour d^2

nous obtenons

$$d^2 = \mathfrak{D}^2 + \frac{y_1^2 + y_2^2 + \cdots + y_n^2}{n} - \frac{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}{n} \quad \ldots\ldots (9)$$

Les deux derniers termes ne peuvent avoir d'influence appréciable sur l'approximation de la surface de la figure que nous avons en vue, et cela même pas lorsque le point C tombe loin du centre proprement dit, et lorsque la figure s'écarte beaucoup d'un cercle, pourvu que n soit pris suffisamment grand.

En effet en supposant par exemple que dans le $\frac{1}{2}$ hectolitre, où $\mathfrak{D}$ comporte à peu près 400 millimètres, la plus grande valeur de x, tout comme celle de y, équivaut à 3 millimètres — et ce sont là des écarts tellement considérables qu'ils ne se rencontreront guère dans une mesure soumise à la vérification — si en outre le cas se présente sous un aspect moins favorable encore que ce n'est possible dans une courbe régulièrement incurvée et si nous supposons que x_p et y_p mesurent toujours 3 millimètres, alors même la différence entre le diamètre moyen de la section de la mesure et le diamètre du cercle dont la surface est égale à celle de la section sera peu appréciable.

Car il résulte de (9) que l'on aurait

$$\mathcal{D}^2 < d^2 < \mathcal{D}^2 + 3^2 + 3^2$$

donc

$$\mathcal{D} < d < (\mathcal{D}^2 + 18)^{\frac{1}{2}}$$

ou

$$\mathcal{D} < d < \mathcal{D} + \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{\mathcal{D}} - \frac{1}{144} \left(\frac{18}{\mathcal{D}}\right)^3 + \cdots + \text{etc.},$$

ou, en négligeant les termes très minimes qui n'ont aucune influence sur la dernière décimale,

$$\mathcal{D} < d < \mathcal{D} + 0{,}02 .$$

Même dans le cas le plus défavorable, qui n'est d'ailleurs qu'une conjecture impossible, il apparaît que le montant de la faute ne serait quand même que de 0,02 millimètre. Cependant nous devons ici tenir compte que dans notre calcul effectué dans ce §-ci et dans le § précédent nous avons admis <u>que</u> <u>nous</u> <u>avions</u> <u>mis</u> <u>en</u> <u>compte</u> <u>un</u> <u>nombre</u> <u>suffisant</u> <u>de</u> <u>diamètres</u>, de sorte qu'également la surface approximative s sub (8) de la section ne diffère que très peu de la surface effective de la section et que par conséquent aussi le diamètre approximatif d se rapproche de très près du diamètre du cercle dont la surface est égale à celle de la section de la mesure. Sous cette condition, la différence dont nous nous occupons peut, à cause de son insignifiance, <u>toujours</u> être négligée en déterminant la capacité des mesures. Nous pouvons donc établir, n étant <u>suffisamment</u> <u>grand</u> <u>ou</u> lorsque la courbe s'écarte <u>peu</u> du cercle,

$$\mathfrak{D}^2 = d^2$$

donc également

$$\mathfrak{D} = d = \frac{d_1 + d_2 + \ldots + d_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \Sigma\, d_m \quad \ldots\ldots (10)$$

ou en d'autre termes : le diamètre moyen $\mathfrak{D}$ équivaut au diamètre d du cercle qui a la même surface que la section de la mesure.

<u>Réduction des fautes des diamètres à une faute dans la hauteur des mesures dont la paroi n'est qu'approximativement</u>

<u>cylindrique et dont le bord supérieur ainsi que le fond forment deux plans parallèles.</u>

§8. Dans la vérification géométrique d'une mesure il ne s'agit pas de connaître la grandeur même du contenu de la mesure, mais bien de combien, du fait de ses dimensions inexactes, la mesure est ou trop grande ou trop petite.

Les formules obtenues précédemment concernant la surface approximative d'une figure plane peuvent nous servir ici.

Nous admettons provisoirement que le bord supérieur et le fond forment deux plans horizontaux et que la hauteur de la mesure est absolument conforme à la hauteur H prescrite par le règlement.

Nous divisons la mesure, en partant du plan formé par le bord supérieur (le bord-mesureur) en n tranches de même hauteur, au moyen de plans horizontaux, que l'on peut indiquer par exemple par des traits à la craie sur la paroi intériivre de la mesure (*)

Nous représentons les diamètres moyens de la mesure dans les plans horizontaux susdits par $\mathcal{D}+\Delta\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}+\Delta\mathcal{D}_2$, ... $\mathcal{D}+\Delta\mathcal{D}_{n+1}$, où $\mathcal{D}$ désigne le diamètre prescrit par le règlement et $\Delta\mathcal{D}_m$ la faute du diamètre dans le m^e plan horizontal. Le contenu d'une mesure parfaitement conforme au règlement et dans laquelle par conséquent $\Delta\mathcal{D}_1 = \Delta\mathcal{D}_2 = \dots = \Delta\mathcal{D}_{n+1} = 0$, sera, par exemple selon (7), représenté par

$$C = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{\mathcal{H}}{2n}\left(\mathcal{D}^2 + 2\mathcal{D}^2 + \dots + 2\mathcal{D}^2 + \mathcal{D}^2\right) = \frac{\pi}{4}\mathcal{D}^2\mathcal{H} \dots (11)$$

D'une mesure qui ne serait pas exactement cylindrique, c'est-à-dire d'une mesure soumise à la vérification, nous désignons le contenu approximatif par $C+\Delta C_1$, et nous avons alors

$$C+\Delta C_1 = \frac{\pi}{4}\cdot\frac{\mathcal{H}}{2n}\left\{(\mathcal{D}+\Delta\mathcal{D}_1)^2 + 2(\mathcal{D}+\Delta\mathcal{D}_2)^2 + \dots + 2(\mathcal{D}+\Delta\mathcal{D}_n)^2 + (\mathcal{D}+\Delta\mathcal{D}_{n+1})^2\right\} \dots (12)$$

Si maintenant la mesure à vérifier, dont il est question sub (12), s'écarte <u>peu</u> d'un

---

(*) Nous décrirons au § 13 l'instrument dont on se sert dans ce but.

cylindre, alors la courbe correspondante $a_{t+1}\, b_{t+1}$, fig. 2, différera peu d'une droite, d'où résulte, en rapport avec ce que nous avons démontré dans le § 5, que le contenu approximatif, que nous avons calculé, notamment $C + \Delta C_1$ sub (12), concordera à peu de chose près avec le contenu effectif de la mesure.

Si nous développons l'équation sub (12) et si nous en soustrayons celle sub (11), alors nous trouvons:

$$\Delta C_1 = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{H}{2n} \left(2D.\Delta D_1 + 4D.\Delta D_2 + \ldots + 4D.\Delta D_n + 2D.\Delta D_{n+1} \right) +$$
$$+ \frac{\pi}{4} \cdot \frac{H}{2n} \left(\overline{\Delta D_1}^2 + 2.\overline{\Delta D_2}^2 + \ldots + 2.\overline{\Delta D_n}^2 + \overline{\Delta D_{n+1}}^2 \right).$$

La valeur du dernier terme dans le second membre de cette équation a, <u>lorsque</u> ΔD_m <u>est très petit</u>, surtout dans les mesures de grandes dimensions, aucune influence appréciable en comparaison avec la valeur du premier terme, de sorte que, dans ce cas, nous pouvons écrire avec une exactitude suffisante

$$\Delta C_1 = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{H.D}{n} \left(\Delta D_1 + 2.\Delta D_2 + \ldots + 2.\Delta D_n + \Delta D_{n+1} \right) \ldots \quad (13)$$

Le contenu ΔC_1 correspond au contenu d'une tranche cylindrique dont D est le dia:

mètre et ΔH la hauteur, soit

$$\frac{\pi}{4} D^2 . \Delta H = \frac{\pi}{4} . \frac{HD}{n} \left(\Delta D_1 + 2.\Delta D_2 + \cdots + 2.\Delta D_n + \Delta D_{n+1} \right)$$

ou

$$\Delta H = \frac{HD}{D^2} . \frac{\Delta D_1 + 2.\Delta D_2 + \cdots + 2.\Delta D_n + \Delta D_{n+1}}{n}$$

Dans les mesures dont la hauteur est, à très peu de chose près, la même que le diamètre on peut poser $\frac{HD}{D^2} = 1$, de sorte que, pour ces mesures, l'on peut écrire :

$$\Delta H = \frac{1}{n} \left(\Delta D_1 + 2.\Delta D_2 + \cdots + 2.\Delta D_n + \Delta D_{n+1} \right) \cdots\cdots (14)$$

Par conséquent, toute mesure, soumise à la vérification et semblable à celle dont il vient d'être question ci-dessus, d'une hauteur H et dont les diamètres dans les différentes sections horizontales diffèrent très peu du diamètre D prescrit par le règlement, peut être considérée comme équivalente à une mesure parfaitement cylindrique dont le diamètre et la hauteur sont respectivement égaux à D et $H + \Delta H$ – dans la supposition naturellement que $\frac{H}{D}$ est à peu de chose près $= 1$.

La formule (14) relève donc quelle est la faute dans la hauteur de la mesure à vérifier, faute qui, à proprement parler, résulte des écarts entre les diamètres et celui prescrit par le règlement.

Voici comment il faut procéder pour déterminer la grandeur de la faute :

On prend la somme des écarts moyens des diamètres dans le fond et le bord supérieur, plus deux fois la somme des écarts moyens dans les sections intermédiaires et l'on divise le total par le nombre n, c'est-à-dire par le nombre des tranches dans lequel on a supposé d'avoir divisée la mesure.

Détermination de la faute de la hauteur moyenne d'une mesure dont la paroi n'est qu'approximativement cylindrique, avec un bord supérieur horizontal et un fond suffisamment plat mais placé dans une position inclinée.

§ 9. Nous divisons le bord supérieur de la mesure soumise à la vérification, par un

grand nombre $4p$ de points, en $4p$ parties d'égale longueur et nous désignons les distances dans le sens vertical entre ces points et le fond de la mesure, c'est-à-dire la hauteur de la paroi de la mesure, par
$H_1 = H + \Delta H_1$, $H_2 = H + \Delta H_2$, ... $H_{4p} = H + \Delta H_{4p}$,
H étant la hauteur règlementaire.

Nous nous figurons ensuite que la mesure à vérifier est transformée en une mesure parfaitement cylindrique, telle qu'il en a été question dans le § précédent et dont le contenu est équivalent à celui de la mesure qui nous est soumise, son diamètre étant égal à D et toutes les hauteurs de la paroi, selon (14), étant de ΔH plus grandes que celles de la mesure à vérifier. Nous supposons en outre que la mesure cylindrique a un fond plat, avec une inclinaison absolument identique à celle de la mesure à vérifier.

Si, par l'axe de la mesure cylindrique et chacun des $4p$ points de division du bord supérieur, nous faisons passer un plan vertical alors ces plans se coupent successivement l'un l'autre sous le même angle. La mesure est donc divisée en $4p$ secteurs qui sont deux par deux limités par les mêmes plans verticaux. Soit la fig. 5 représentant deux de ces secteurs diamétralement opposés l'un à l'autre ; AA_1 est l'axe de la mesure, a_1, a_2, a_{2p+1} et a_{2p+2} sont les points dans lesquels les plans limites de ces secteurs coupent la circonférence du bord supérieur et a'_1, a'_2, a'_{2p+1} et a'_{2p+2} les points dans lesquels ils coupent le fond.

Etant donné que nous pouvons écrire

$$\frac{a_1a'_1 + a_2a'_2}{2} = \frac{\mathcal{H}_1 + \Delta\mathcal{H} + \mathcal{H}_2 + \Delta\mathcal{H}}{2} = \frac{\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + 2.\Delta\mathcal{H}}{2}$$

ainsi que

$$\frac{a_{2p+1}a'_{2p+1} + a_{2p+2}a'_{2p+2}}{2} = \frac{\mathcal{H}_{2p+1} + \mathcal{H}_{2p+2} + 2.\Delta\mathcal{H}}{2}$$

nous pouvons donc également poser respectivement égales à

$$\frac{\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + 2\Delta\mathcal{H}}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\mathcal{H}_{2p+1} + \mathcal{H}_{2p+2} + 2.\Delta\mathcal{H}}{2}$$

les hauteurs moyennes à la paroi de ces secteurs.

Si en outre nous divisons la mesure

en un nombre très grand d'anneaux A, au moyen de plans cylindriques circulaires, dont l'axe commun est le même que l'axe de la mesure, alors les plans limites verticaux des 4p secteurs divisent chaque anneau en 4p parties.

Si nous prenons arbitrairement deux parties d'un anneau, qui se trouvent dans deux secteurs diamétralement opposés l'un à l'autre, alors il est évident que la somme des contenus de ces deux parties équivaut au produit de la surface de la section horizontale d'une de ces parties et la somme des hauteurs $\frac{\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + 2.\Delta\mathcal{H}}{2}$ et $\frac{\mathcal{H}_{2p+1} + \mathcal{H}_{2p+2} + 2.\Delta\mathcal{H}}{2}$, d'où résulte que le contenu total des deux secteurs opposés diamétralement l'un à l'autre est égal à

$$\frac{1}{4p} \cdot \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi \left(\frac{\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + 2.\Delta\mathcal{H}}{2} + \frac{\mathcal{H}_{2p+1} + \mathcal{H}_{2p+2} + 2.\Delta\mathcal{H}}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{8p} \cdot \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi \left(\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + \mathcal{H}_{2p+1} + \mathcal{H}_{2p+2} + 4.\Delta\mathcal{H} \right);$$

et le contenu total des 4p secteurs, dans lesquels on a divisé la mesure, c'est-à-dire le contenu de la mesure tout entière, que nous représentons par $C + \Delta C$, égal à

$$C + \Delta C = \frac{1}{4p} \cdot \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi \left(\mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2 + \dots + \mathcal{H}_{4p-1} + \mathcal{H}_{4p} + 4p . \Delta \mathcal{H} \right) =$$

$$= \frac{1}{4p} \cdot \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi \left\{ (\mathcal{H} + \Delta \mathcal{H}_1) + (\mathcal{H} + \Delta \mathcal{H}_2) + \dots + (\mathcal{H} + \Delta \mathcal{H}_{4p}) + 4p . \Delta \mathcal{H} \right\} =$$

$$= \frac{1}{4p} \cdot \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi \left\{ 4p . \mathcal{H} + \Delta \mathcal{H}_1 + \Delta \mathcal{H}_2 + \dots + \Delta \mathcal{H}_{4p} + 4p . \Delta \mathcal{H} \right\} =$$

$$= \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi . \mathcal{H} + \left[\frac{\Delta \mathcal{H}_1 + \Delta \mathcal{H}_2 + \dots + \Delta \mathcal{H}_{4p}}{4p} + \Delta \mathcal{H} \right] \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi ,$$

ou, puisque $C = \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi \mathcal{H}$,

$$\Delta C = \left[\frac{\Delta \mathcal{H}_1 + \Delta \mathcal{H}_2 + \dots + \Delta \mathcal{H}_{4p}}{4p} + \Delta \mathcal{H} \right] \cdot \frac{1}{4} \mathcal{D}^2 \pi .$$

Il en résulte qu'en relation avec (14) la mesure sera donc trop haute de

$$\frac{\Delta \mathcal{D}_1 + 2 \Delta \mathcal{D}_2 + \dots + 2 \Delta \mathcal{D}_n + \Delta \mathcal{D}_{n+1}}{n} + \frac{\Delta \mathcal{H}_1 + \Delta \mathcal{H}_2 + \dots + \Delta \mathcal{H}_{2p}}{4p} \quad \dots (15)$$

La formule (15) indique donc de combien la mesure à vérifier est trop haute, par suite aussi bien des écarts entre les diamètres dans les différentes sections horizontales et le diamètre règlementaire, que des écarts entre les hauteurs de la paroi et la hauteur prescrite. Cette formule peut se traduire par la règle suivante, applicable aux mesures dont le diamètre et la hauteur règlementaires sont à peu près égaux entre eux:

Règle pour déterminer la faute totale

dans la hauteur, d'une mesure dont la paroi n'est qu'à peu de chose près cylindrique, avec un bord supérieur plat et un fond suffisamment plat mais placé dans une position inclinée.

Supposez que la mesure ait été divisée par des plans horizontaux dans un nombre pair n de tranches d'égale hauteur; mesurez quelques-uns des diamètres dans chacun des $n+1$ plans horizontaux, c'est-à-dire, dans chacun des $n+1$ plans limites des n tranches; prenez la somme des écarts moyens ($\Delta D_1 + \Delta D_{n+1}$) des diamètres dans le plan inférieur et supérieur de la mesure, plus deux fois la somme des écarts moyens ($\Delta D_2 + \dots + \Delta D_n$) des diamètres dans les plans intermédiaires et divisez ce total par n, c'est-à-dire par le nombre des tranches dans lesquelles vous avez supposé que la mesure a été partagée. Soit ce quotient représenté par

$$\frac{\Delta D_1 + 2.\Delta D_2 + \dots + 2.\Delta D_n + \Delta D_{n+1}}{n};$$

divisez le bord supérieur de la mesure en

4 p parties égales; prenez, à chacun des points de division, la hauteur de la paroi; soustrayez de chacune des hauteurs obtenues la hauteur prescrite par le règlement; ces différences donnent les fautes successives des hauteurs mesurées; prenez la moyenne de ces différences; soit cette moyenne représentée par

$$\frac{\Delta H_1 + \Delta H_2 + \cdots + \Delta H_{4p}}{4p};$$

la somme de ces deux termes, en prenant en considération leur signe, donne approximativement, traduite en hauteur, la <u>faute</u> <u>totale</u> que l'on recherchait.

Observations.

§10. La règle que nous venons de développer – après avoir remplacé l'initiale M du mot hollandais "Middellijn" par l'initiale D du mot français équivalent "Diamètre" – est la même que celle citée au §8 de la page 157 de mon ouvrage: "Loi relative aux Mesures, Poids et In-

„ struments de pesage du 7 Avril 1869 (Journ.
„ Off. N° 57) avec annexes et annotations";
et qui est rigoureusement démontrée au point de vue mathématique dans mon travail y annexé: „Meetkundige inhoudsvin-
„ding der Nederlandsche maten" (= Vérification géométrique des mesures de capacité néerlandaises).

Egalement dans le dernier ouvrage j'ai développé rigoureusement au point de vue mathématique les formules qui doivent être appliquées dans la vérification

1° des mesures cylindriques dont le rapport entre le diamètre D et la hauteur H est égal, ou à peu de chose près égal, à 2 ou à $\frac{1}{2}$;

2° des mesures cylindriques dont le fond n'est pas plat mais irrégulièrement bombé;

3° des mesures en forme de tonneau.

En outre j'ai donné dans cet ouvrage des indications - auxquelles j'ai joint les principes sur lesquels je me suis fondé - concernant les plans dans lesquels, par préférence, les diamètres doivent être mesurés, concernant les directions des diamètres, les points du bord supérieur d'où l'on doit prendre les hauteurs, etc. Je crois provisoirement inutile de développer les formules dont il est question au 1er, 2^{o} et 3^{o}, parce que je n'ai, avec cet écrit-ci, d'autre dessein que de montrer, aussi brièvement que possible, de quelle manière aux Pays-Bas, on détermine par le calcul géométrique les fautes dans la capacité des mesures. Si cependant vous désiriez de posséder une traduction ou une adaptation de l'ouvrage susdit où, en vue de la pratique, il serait tenu compte des dimensions qu'ont chez vous les mesures de capacité, je serais, dans ce cas, tout disposé à effectuer ce travail. —

De ce que nous avons dit dans les §§ précédents, il résulte suffisamment que nous sommes à même, grâce à la géométrie, de déterminer approximativement le contenu de toutes les mesures de capacité qui, aussi bien en ce qui concerne la paroi que le fond, s'écartent assez fortement de la forme normale et cela avec toute exactitude désirable, pourvu que nous prenions le nombre nécessaire de dimensions. Nous avons à plusieurs reprises attiré l'attention sur ce fait que, lorsque par exemple les sections horizontales des mesures s'écartent beaucoup du cercle, nous devons mesurer dans chaque plan un grand nombre de diamètres et qu'alors, en général, le nombre des plans dans lesquels ces diamètres seront mesurés doit être considérable.

De là résulte que la détermination par le procédé géométrique du contenu d'une mesure très irrégulière prendra beaucoup de temps. Pour obvier à cet inconvénient et pour pouvoir se borner à des mesurages relativement peu nombreux (voyez §4, p. 149 des „Loi relative etc.„), il est, dans les Pays-Bas, prescrit aux vérificateurs de contrôler sévèrement, lorsque pour la première fois une mesure nouvellement construite est soumise à la vérification, si elle répond à toutes les prescriptions règlementaires; on ne peut témoigner aucune indulgence, ni tolérer le moindre infraction aux règlements établis. Aussi les mesures cylindriques qui sont poinçonnées dans les Pays-Bas ne s'écartent que très peu de la forme parfaitement cylindrique; leur bord supérieur dans son entier se trouve suffisamment dans un même plan; il est, à très peu de chose près, parallèle au fond, et tous deux sont perpendiculaires à l'axe; les écarts entre les diamètres et le diamètre prescrit sont très minimes. Ces circonstances ont l'immense avantage d'abréger, dans les Pays-Bas, la durée de la vérification des mesures de capacité; elles peuvent être contrôlées en peu de temps et, lors de la revérification, on peut très vite, très facilement et avec une grande sûreté ~~[illegible]~~ vérifier le résultat précédemment obtenu. Car, du moment que la mesure, lors de la première vérification, satisfait aux prescriptions, elle se maintient très longtemps dans ce même état et cela parce que la structure de la mesure est soumise à un contrôle sévère

(×); les mesures peuvent se rouiller et perdre quelque peu de leur propreté, mais leur contenu demeure le même, car les mesures bossuées, dont le fond s'est trop incurvé ou qui ont subi d'autres déformations, ne sont pas reçues mais mises au rebut.

Afin que l'on puisse apprécier la construction et la forme des mesures de capacité poinçonnées dans les Pays-Bas, j'en ai joint ici quelques-unes des plus usuelles. Ce sont des mesures telles qu'elles sont en usage dans le commerce; elles peuvent servir de types pour toutes les mesures fabriquées dans les Pays-Bas et employées dans le commerce.

Description des

(×) Afin qu'on puisse se rendre compte comment se contrôle la construction des mesures lors de la première vérification, j'ai décrit dans les §§ 17 e.s. de cet ouvrage la manière dont cette opération s'effectue dans les bureaux de vérification ici pour les mesures de fer, de cuivre et de fer blanc.

Instruments de mesurage.

§12. Les instruments en usage pour la détermination géométrique du contenu des mesures de capacité cylindriques, sont, pour ce qui regarde leur forme, au nombre de trois.

1° Les profils au moyen desquels il est possible de prendre la dimension des diamètres et de la hauteur des mesures de 2 litres et au-dessous;

2° les mesures à coulisses pour prendre la dimension des diamètres des mesures de ½ décalitre et au-dessus, et

3° l'instrument pour prendre les hauteurs de toutes les mesures dont la hauteur est à peu près égale au diamètre;

tous ces instruments sont de laiton (*).

(*) Il y a encore en usage des instruments pour la vérification de l'épaisseur et la largeur des bandes, l'épaisseur de la paroi, du fond, etc. L'instrument pour déterminer l'épaisseur des bandes est représenté à la fi-

1°. Les <u>profils</u>. La figure 6 représente un profil grandeur naturelle pour la mesure de 1 décilitre; les profils pour les mesures de capacité de 2, 1 et ½ litres, 2 et 1/2 décilitres, ne se distinguent de celui en usage pour les mesures de 1 décilitre qu'en ce qu'ils ont d'autres dimensions.

Au côté inférieur du profil, est adaptée une pièce à coulisse AB fixée au moyen de deux vis, de telle sorte que cette pièce peut se déplacer aisément à droite et à gauche. Cette disposition permet de mesurer un diamètre plus grand ou plus petit que celui que le règlement prescrit pour la mesure en question. Ainsi que le montre la pièce AB de la figure, les divisions sont engravées sur le côté étroit de cette pièce, afin qu'on puisse les

---

gure 10 dans sa grandeur naturelle et sert entre autre à mesurer la largeur et l'épaisseur de la tringle horizontale et le diamètre de la potence du demi-hectolitre pour les grains.

voir aisément pendant qu'on fait usage du profil. Afin de pouvoir également déplacer aisément cette pièce à coulisse vers le fond de la mesure, on se sert du levier C qui tourne sur le pivot; il donne à sa partie inférieure dans une encoche de la pièce à coulisse et, à sa partie supérieure, près de D, il est légèrement courbé en dehors.

On tient l'instrument par la partie supérieure, on place le pouce sur l'extrémité D du levier et on pousse ce dernier et par conséquent en même temps la pièce à coulisse très facilement contre la paroi intérieure de la mesure; en même temps on déplace légèrement l'instrument dans le sens horizontal afin d'obtenir la plus grande dimension, c'est-à-dire le diamètre de la mesure (p. 23, note) dans cette section et dans cette direction.

2° Les mesures à coulisse. Pour la mesure d'un ½ décalitre on se sert toujours d'une mesure à coulisse spéciale, qui est représentée en grandeur naturelle à la fig. 7.

Autrefois pour les mesures de 1 et de 2 décalitres et d'un ½ hectalitre (et également pour celles de ¼ d'hectalitre, mais cette dernière mesure a été interdite depuis 1874 et depuis cette date elle n'est donc plus admise à la vérification) on (ne) se servait que d'une seule mesure à coulisse, dont la fig. 9 représente la construction. Aujourd'hui, par contre, on se sert, pour chacune de ces mesures d'un instrument spécial, de telle sorte que les mesures à coulisse sont au nombre de 4. Les mesures à coulisse pour ½, 1 et 2 décalitres ont la forme représentée à la fig. 7., celle pour le ½ hectalitre a la forme représentée à la fig. 9.

3°. La figure 8 représente l'<u>instrument pour prendre les hauteurs</u> à la moitié de sa grandeur naturelle et brisé en son milieu. AB est une tige plate d'une longueur d'environ 47 centimètres, de 14 millimètres de largeur et de 4 millimètres d'épaisseur; sur l'un de ses larges côtés, se trouvent gravées les hauteurs règlementaires des différentes mesures. La partie mobile CD a, à l'intérieur, près de D, un faible ressort, qui la presse suffisamment contre la tige AB tout en ne compromettant en rien sa mobilité. –

Les parties ombrées, dans les figures 6, 7, 8, 9 et 10, là où les instruments touchent à la paroi ou au fond de la mesure, représentent des parties en acier durci.

Ces instruments, qui ont été construits avec une scrupuleuse justesse, subissent toujours quelque usure; ils doivent par conséquent être vérifiés de temps en temps et c'est, sous forme d'un terme de correction, que l'on tient compte de leurs fautes lors de la vérification des mesures de capacité.

Description des moyens dont on dispose pour déterminer les plans dans lesquels on doit mesurer les diamètres.

§ 13. Dans la fig. 11, AB représente une règle de bois qui, à sa partie inférieure, est munie de deux lames élastiques de laiton, placées l'une contre l'autre et qui tiennent un morceau de craie fortement serré. Le long de la règle on peut glisser une pièce à coulisse D munie d'une partie saillante E, qui peut être fixée à n'importe quelle endroit de la règle. Cette règle est pourvue, sur deux de ses côtés, de divisions qui indiquent les différentes hauteurs auxquelles on doit fixer la coulisse D de sorte que la distance entre la surface inférieure de la partie saillante jusqu'à la pointe du morceau de craie soit égale à la distance entre le bord supérieur de la mesure et le plan dans lequel les diamètres doivent être mesurés.

On indique ce plan en appuyant le morceau de craie contre la paroi intérieure de la mesure debout et, en même temps que la règle AB est placée dans un sens vertical, on fait glisser sur le bord supérieur la coulisse D dont la partie saillante E repose sur ce bord.

Cet instrument, dont nous venons de décuivre la structure est toujours en usage pour la vérification des mesures de fer.

Pour la vérification des mesures de fer blanc, qui sont présentées en grand nombre, on se sert de petits cubes creux en bois dont la hauteur correspond au 1/4 et aux 2/4 de la hauteur règlementaire H de la mesure. Le plan aux 3/4 H s'obtient en plaçant les deux petits cubes l'un sur l'autre.

Comparaison entre le résultat obtenu en déterminant la capacité d'une mesure vérifiée au moyen du procédé géométrique et le résultat obtenu par le mesurage à la graine.

§ 14. Etant donné que certaines mesures de capacité servent à mesurer du grain, des fèves, des pois, etc. il paraît tout naturel qu'en les remplissant de graines d'une façon prudente et pratique les mesures puissent être contrôlées et vérifiées entre elles. Il n'y a donc rien d'étonnant que, lors de l'introduction en France du système métrique, la vérification à la graine ait été ordonnée et qu'elle se trouve encore à présent prescrite dans plusieurs Etats de l'Europe.

Cependant cette vérification, pour qu'elle se fasse convenablement, requiert un grand appareil, beaucoup de patience et d'attention, ce qui ne laisse pas de rendre cette opération longue et embarrassante, du moins quand il s'agit de grandes mesures.

En premier lieu, il faut une collection complète de mesures-étalons, un exemplaire de chaque espèce. Si par exemple on remplit de graine cinq fois de suite un décalitre et si on verse chaque fois le contenu dans un demi-hectolitre on constatera que cette dernière mesure n'est qu'incomplètement remplie. Etant donné que la graine y tombe de plus haut et dans un plus grand espace, elle peut mieux s'étaler dans la largeur, tandis que les couches inférieures, la hauteur et le poids des couches supérieures y aidant, sont plus comprimées que dans une mesure plus petite, de sorte qu'il restera toujours un vide; tantôt plus grand, tantôt plus petit.

En second lieu, il faut employer une <u>semence dont la graine soit ronde et unie, petite et toute sèche</u>. Elle doit être très propre, exempte de brins de paille et d'autres matières étrangères, puis il importe beaucoup de conserver toujours la semence dans un lieu sec, et, quand elle n'a pas servi depuis quelque temps, de la secouer préalablement avec soin, ou plutôt de la faire passer quelques fois par la trémie, afin de lui faire gagner autant que possible un degré uniforme de température, de sécheresse et de poli. Cela est surtout nécessaire, quand il s'agit d'opérer une vérification avec une grande exactitude.

Ensuite il faut une <u>trémie convenable</u>, assez grande pour contenir en une seule fois toute la graine qu'exige la mesure.

Elle doit être unie à l'intérieur sans aucunes proéminences qui pourraient arrêter la graine au passage; à l'extrémité inférieure elle doit avoir un tube cylindrique pouvant être fermé en bas à l'aide d'une plaque tournant dans le sens latéral. Cette trémie doit être placée contre une potence à laquelle elle est vissée de façon que le bas bout du tube soit tenu à une distance déterminée du bord supérieur de la mesure et dirigé sur un point déterminé du fond de la mesure.

La trémie qui sert pour les grandes mesures étant trop lourde pour les mesures plus petites, il faut, pour vérifier commodément et promptement, au moins trois trémies de grandeur et de dimensions différentes.

Il faut encore disposer sous chaque trémie un <u>récipient</u> <u>spacieux</u> aux parois élevées, pour placer dans son enceinte la mesure et pour recevoir la graine échappée en bondissant ou écartée par la radoire.

Enfin il faut une radoire droite et unie en forme de règle solide, d'un bois très dur, de cuivre ou de fer.

Voilà l'appareil compliqué pour la vérification au moyen de la graine.

Passons à la façon de s'en servir:

D'abord on remplit de graine, en dépassant légèrement le bord supérieur, la mesure-étalon ayant la même capacité que la mesure qu'on veut vérifier et on verse le contenu dans la trémie, après avoir préalablement fermé la plaque sous le tube.

Puis on place le même étalon sous la trémie, dans le récipient, de sorte que le jet tombe toujours au-dessus du centre de la mesure. Alors on ouvre la trémie et on laisse l'étalon se remplir.

Ensuite, à l'aide d'une plume d'oiseau, on range contre le bord supérieur, doucement et sans la comprimer, la graine qui s'est un peu entassée au centre, afin de combler les vides restants; puis on passe la radoire sur le bord pour obtenir une surface plane justement au niveau du bord.

Maintenant on ferme la plaque de la trémie et on y verse toute la graine contenue dans l'étalon, en ayant soin que rien ne se perde. On place au-dessous la mesure à vérifier et on y laisse couler de la même façon la graine mesurée, on la range de même et on y passe la radoire. Or, si la graine par exemple ne remplit pas complètement la mesure, il s'ensuit qu'elle est trop grande ou qu'elle ne dépasse la capacité légale que d'un quantum toléré; ce qu'on peut aisément vérifier à la main avec une petite mesure p. e. un décilitre; mais quand la mesure en question est trop petite et qu'ainsi elle ne peut contenir toute la graine de l'étalon, l'excédent sera radé dans le récipient qu'il faut vider avec soin avant l'expérience; on recueille cet excédent pour en vérifier également la quantité.

Durant toute l'opération, on évitera soigneusement tous les heurts contre la mesure ou l'appareil et tout ébranlement, car, si un de ces accidents se produisait, ne fût-ce que par le roulement d'une voiture passant dans la rue, tout serait remis en question et on serait obligé de recommencer à nouveau toute l'opération.

Pour une vérification importante, où il s'agit d'opérer avec une grande exactitude, on devra faire repasser dans la trémie la graine de la mesure déjà essayée et de la trémie dans l'étalon afin de s'assurer qu'il n'y a point eu d'erreur.

Il est tout aussi nécessaire de rader aussitôt après le remplissage d'une mesure, vu que l'expérience a enseigné que la graine, après avoir passé plusieurs fois par la trémie, acquiert quelque chaleur par le frottement et se gonfle, mais qu'après quelque temps de repos elle se dégonfle, de sorte qu'en tardant trop à rader on courrait le risque d'obtenir des résultats trempeurs.

Il faut surtout veiller à ce que la graine qu'on emploie soit parfaitement sèche, parce que la moindre humidité diminue de beaucoup sa rapidité, sa fluidité et exerce par conséquent une grande influence sur la détermination de la capacité des mesures au moyen du mesurage à la graine. La graine est très hygroscopique; dans une atmosphère humide ou mise en contact avec des corps humides, elle absorbe aisément des vapeurs que, par un temps sec, elle cède à l'atmosphère ou aux corps secs qu'elle touche. Si elle a absorbé beaucoup de vapeur, elle se dilate considérablement et, redevenue sèche, elle se rétrécit.

§ 15. Tel est en traits généraux le mesurage à la graine.

En observant toutes les précautions indiquées, en s'armant de la patience et de l'attention nécessaires pour obvier à tous les accidents et à toutes les erreurs, elle mène fort bien à des résultats satisfaisants, en supposant que les étalons qu'on emploie soient faits en laiton ou en fer et que par conséquent ils soient soustraits à toute influence de l'humidité ou de la sécheresse. Mais quel appareil et que de longueurs! Déjà dans le bureau de vérification établi au siège du district ces embarras et ces difficultés sont énormes, mais ils le sont bien plus lorsque le vérificateur se déplace pour les tournées périodiques de revérification. Alors les appareils si lourds et de si grandes dimensions, qu'il doit emporter avec lui, sont susceptibles de se détériorer, à cause des cahots et des secousses des voitures, à cause des emballages et déballages fréquents et enfin les locaux dans lesquels se tiennent les séances de revérification au cours des tournées sont souvent étroits et mal aménagés.

Par contraire le procédé géométrique ne demande pour tout appareil qu'une

boîte remplie de petits instruments de mesu-
rage, à l'abri de tous les accidents ; il peut
être appliqué à toute heure et en tout lieu,
sans préparation, et, appliqué convenablement,
il donne des résultats identiques et sûrs.

§16. Maintefois j'ai effectué des vérifi-
cations au moyen de la graine avec
une semence bien sèche, petite et ronde qui,
purgée auparavant de toute poussière, a-
vait été versée à quelques reprises de la
mesure à vérifier dans la trémie et vice-
versa, et qui satisfaisait du reste à tou-
tes les conditions formulées.

Je l'ai fait aussi bien avec des mesu-
res neuves, qui étaient très bien construi-
tes, qu'avec des mesures très anciennes,
mal entretenues, et dont les diamètres
dans les diverses sections s'écartaient
considérablement, non seulement du dia-
mètre prescrit, mais encore les uns d'
avec les autres.

Je commençais par déterminer le

poids de la mesure à vide. Ensuite la mesure était placée sous la trémie, je la remplissais de graine, et j'y passais une radoire parfaitement droite et unie. Puis la mesure remplie était pesée et en soustrayant le poids de la mesure vide du poids alors obtenu, je déterminais le poids de la graine contenue dans la mesure. Ensuite je faisais la même opération avec une mesure-étalon, dont je connaissais parfaitement la capacité. J'opérais à tour de rôle avec les deux mesures.

Pendant ces expériences, les mesures étaient disposées sous la trémie de façon à permettre à la graine de tomber exactement au-dessus du centre du fond et je laissais s'écouler la graine jusqu'à ce que la trémie fut vide. Ensuite je rangeais, avec une plume, la graine qui s'était un peu entassée vers le centre, en opérant avec précaution et en ayant soin de rendre les circonstances toujours identiques, jusqu'à ce que la mesure fût remplie sur toute sa surface; puis en un seul coup de radoire j'enlevais la graine de façon qu'il n'en restât plus rien sur le bord. En remplissant les mesures, je prenais chaque fois toutes les précautions requises de façon <u>que la manière de les remplir et de les rader fût constamment la même</u>. Les résultats des pesages étaient satisfaisants et s'accordaient très bien entre eux, de telle manière que je trouvais constamment à peu près la même différence entre le poids de la graine dans la mesure-étalon et celui de la mesure à vérifier, ou ce qui revient au même entre la capacité de l'une et de l'autre.

Puis je vérifiais la mesure au moyen du procédé géométrique et je comparais sa capacité avec celle de l'étalon; les résultats étaient de nouveau très satisfaisants et même, en général, tant soit peu plus que par la vérification à la graine.

On peut donc dire que dans les deux expériences les deux espèces de vérification concordent assez bien et il résulte des expériences que la vérification au moyen de la graine opérée avec les précautions nécessaires, avec des mesures égales et semblables, et présentant du reste les mêmes circonstances, peut donner des résultats très satisfaisants et que par conséquent dans les conditions prescrites elle peut être mise sur le même pied que la vérification géométrique. Toutefois, comme ces conditions sont difficiles à remplir, que par exemple rien qu'une différence plus ou moins grande dans le poli ou dans la rugosité intérieurs des mesures, qualités sujettes à des changements continuels - une légère humidité de la graine - la différence en rondeur et en rapidité des graines et leur façon inégale de se ranger - enfin toute autre circonstance se produisant pendant le remplissage ou le radage - que tout cela, dis-je, peut donner une différence sensible dans la comparaison des mesures par la vérification au moyen de la graine. Comme, d'autre part, la vérification au moyen de la graine est bien plus embarrassante et demande beaucoup plus de temps, la concordance que nous avons reconnue plus haut entre les deux procédés de vérification ne diminue ~~en~~ rien la préférence qu'il faut, à mon avis, accorder à la vérification géométrique. Pour acquérir quelque certitude par la vérification au moyen de la graine, la même opération doit nécessairement être répétée. Avec la vérification géométrique il suffit d'une seule opération suivant une règle invariable.

Sans parler encore des mesures préparatoires requises, il me fallait pour chaque comparaison à la graine entre la mesure-étalon et la mesure à vérifier au moins 3/4 d'heure, tandis que, quand on s'est familiarisé avec le procédé géométrique, on vérifie une même mesure facilement en six minutes. Les mesures au-dessous d'un 1/2 hectolitre se vérifient en beaucoup moins de temps, avec la certitude d'un résultat exact.

Qu'il me soit permis d'observer encore que les expériences que j'ai faites avec la trémie ont abouti au résultat: que la vérification à la trémie, pour la pratique ordinaire, autant au point de vue de la promptitude de l'opération, qu'au point de vue de l'exactitude des résultats (et j'insiste surtout sur ce dernier point) le cède à la vérification géométrique.

Vérification de la composition des Mesures de fer.

§17. Dans les bureaux de vérification, chaque mesure de fer subit deux vérifications concernant sa composition, l'une avant et l'autre après qu'elle a reçu la couche de peinture (Loi relative aux Mesures etc. p. 62, 4e al.).

Dans les mesures non peintes et qui, pour éviter la rouille, sont enduites d'huile de lin, on contrôle d'abord si le fond et la paroi ont l'épaisseur prescrite et si les dimensions des cercles et des bandes en croix (et pour les mesures à grain également la tringle horizontale et la potence (*)) répondent aux prescriptions.

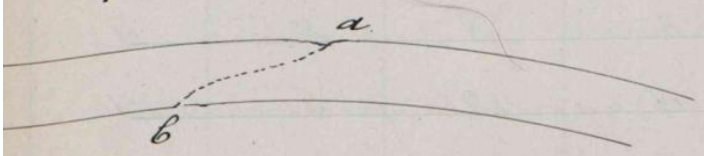
Si elles satisfont, on contrôle si la mesure ne laisse aucune fente, afin d'être assuré

(*) Par quoi je comprends: la tringle verticale.

qu'après la peinture elle sera convenablement étanche. A cet effet le vérificateur tourne la mesure du côté du jour et y regarde de façon que, s'il y a entre le fond et la paroi quelque interstice qui laisse passer la lumière, il s'en apperçoive. C'est également de cette manière, mais en s'aidant par-dessus le marché d'un couteau, que l'on contrôle plus tard si la mesure est convenablement étanche.

Si l'étanchéité de la paroi et du fond est jugée suffisante, on contrôle si le fer dont la mesure est faite est intact et sans rouille et si, à l'endroit des ourlets, il n'est ni déchiré ni fissuré; si les bandes sont intactes et bien jointes; etc.

Ce contrôle se fait à vue aussi longtemps qu'il n'y a pas de raison pour suspecter des vices de construction. Mais, au



moindre doute à cet égard, pourvu que seulement une petite partie du joint, telle qu'elle est indiquée par le pointillé de la figure, soit visible, on martelle le joint on on a recours à un ciseau pour le défaire dans son entier ou partiellement. Et si cette tentative réussit ou si l'on juge seulement que le joint n'est pas suffisamment solide la mesure est renvoyée à la fabrique où le joint doit être soudé au cuivre.

On contrôle ensuite si les rivets sont solides et convenablement appliqués (x); s'ils sont ré:

(x) Le tableau ci-dessous donne le nombre des rivets.

Genre de la mesure.	Pour la fixation:					
	Des extrémités de la paroi (joint) (a)	Paroi et bord supérieur.	Paroi et bord inférieur. (c)	Paroi et fond (à part)	Bandes en croix et fond.	Plaque portant le nom et la paroi.
50 L (houille)	14	17 (b)	8	24	9	4
50 L (grain)	14	17 (b)	8	24	8	4
20 Litres.	11	11 (b)	8	16	9	4
10 "	9	9 (b)	8	8	5	4
5 "	8	7	4	12	5	4
2 "	7	6	4	8	5	2
1 "	6	5	4	4		2
½ "	5	4		6		2

gulièrement placés sur la paroi; les cercles et les bandes en croix; si les trous sont bien bouchés et si de part et d'autre le petit boulon est muni d'une tête convenable.

On éprouve la solidité des rivets en les heurtant au moyen d'un marteau. Si on aperçoit de part et d'autre les extrémités du rivet, on heurte des deux côtés. C'est au son que l'on reconnaît immédiatement si le rivet est mal appliqué ou s'il est brisé (*).

Ensuite on constate si les cercles enser-

(a) Un de ces rivets traverse également le bord supérieur.

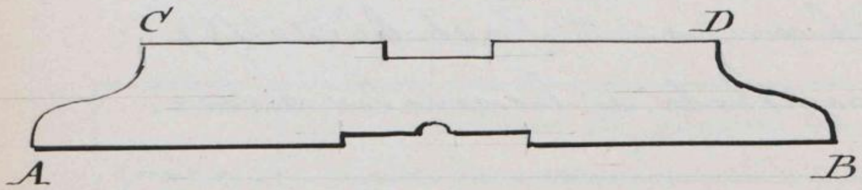
(b) Disposés régulièrement sur la circonférence, à l'exception d'un seul qui traverse le joint de la paroi

(c) Exception faite pour le litre, 4 de ces rivets traversent les bandes en croix.

(*) La ~~jonc~~ jonction entre la paroi et le bord supérieur, de la paroi, du cercle à la ½ hauteur et des poignées et entre le fond et les bandes en croix se fait au moyen de boulons à tête encastrée. L'encastrement se fait dans les bandes.

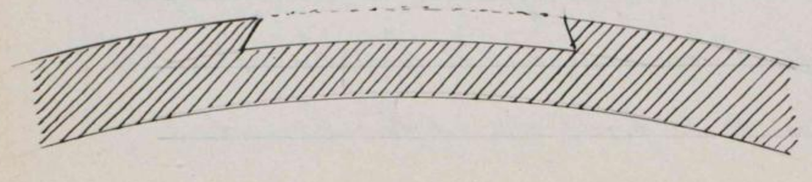
rent partout parfaitement bien le corps de la mesure et si les bandes en croix sont bien appliqués contre le fond; si le bord supérieur et le bord inférieur sont bien mis et si le fond est plat.

On constate si le bord supérieur et inférieur sont unis en y plaçant des anneaux en fer forgé et façonnés au tour. Pour contrôler si le fond est plat on se sert d'une lame (plaque) de fer ayant la forme ci-contre,



E. dont on applique la face AB entre les bandes en croix et diamétralement entre elles; et la face CD, on l'applique perpendiculairement sur les bandes.

Ensuite on vérifie encore si les bouts des bandes en croix sont de niveau avec le bord inférieur; dans les mesures de plus d'un ½ D.L., si le creux pour l'étain du poinçonnage dans le bord supérieur est suf-



fisamment large et profond et d'une forme convenable, de sorte qu'il n'y ait pas de danger que l'étain se détache, et, dans les mesures à grain, si la tringle horizontale n'est ni trop haute ni trop basse et si la potence est placée assez bien au centre du fond.

Dès qu'on constate une défectuosité, on interrompt la vérification et la mesure est renvoyée pour être remise dans l'état exigé, enfin d'éviter autant que possible que le fabricant ne se repose trop sur le contrôle du vérificateur et néglige de veiller lui-même que ses mesures soient bien construites.

Il se peut qu'une mesure qui a été renvoyée aujourd'hui pour une raison, le soit encore demain pour une autre raison.

Ce n'est qu'après que ces différentes opérations de contrôle ont été effectuées que l'on vérifie la capacité.

Comme la mesure doit encore être peinte il faut tenir compte de l'épaisseur de la couche de peinture.

D'un grand nombre d'expériences, que l'on refait de temps en temps, il résulte que l'épaisseur de la couche varie entre 0,04 et 0,06 m.m. Pour plus de certitude, on admet qu'elle peut comporter entre 0,03 et 0,07 m.m. Après la peinture, le diamètre sera donc plus petit du double de ce chiffre, c'est-à-dire de 0,06 à 0,14 m.m., et la hauteur sera plus petite de 0,03 à 0,07 m.m. La différence entière dans la hauteur pourra donc s'exprimer de la sorte de 2 × 0,06 + 0,03 à 2 × 0,14 + 0,07 ou de 0,15 à 0,35 m.m.

C'est pourquoi il est exigé que les mesures non peintes soient plus hautes qu'il ne conviendrait pour qu'elles eussent la capacité règlementaire et cela d'au moins 0,35 m.m., pour qu'après avoir été enduites d'une couche de peinture de 0,07 m.m. la mesure ne soit pas trop petite; et, en même temps, il est exigé que la mesure ne soit pas plus haute que ne le permet le règlement, hauteur à laquelle s'ajoute 0,15 m.m.; afin d'éviter qu'en appliquant une couche de 0,03 m.M. la mesure ne soit trop grande.

Si la capacité est approuvée, le vérificateur applique un poinçon particulier quelque part, par exemple la marque ♀ sur un des bandes en croix, ou sur le bord inférieur au côté intérieur, afin qu'il peut voir plutard que la mesure est donnée au fabricant pour être peinte.

Lorsqu'ensuite la mesure est rapportée, on recherche si la couleur est bien enduite; si ça et là, à la suite de l'oxydation du fer, elle ne s'est détachée, et, en ce cas, on peut aisément l'enlever au moyen de l'ongle; si tous les joints, surtout ceux des bandes en croix contre le fond, sont bien bouchés par la peinture; si la plaque portant le nom de la mesure est bonne et convenablement fixeé à la paroi, enfin si on a bien fixé aussi l'étain qui doit porter l'empreinte du poinçon.

Apres qu'il a paru que la mesure satisfait à toutes les exigences, on y applique les empreintes des poinçons.

Véri.

Vérification de mesures en cuivre.

§ 18. Matière.

Le métal doit être intact, il ne peut ni s'écailler ni présenter des parties poreuses. Il doit être poli sur la face intérieure et extérieure. Pour les mesures destinées aux liquides, la face intérieure doit être lisse et régulièrement étamée.

Le corps de la mesure a la forme d'un cylindre circulaire et droit; les sections perpendiculaires à l'axe, doivent paraître circulaire; le fond doit être plat, fait que l'on contrôle en appliquant extérieurement contre le fond des lames de fer du même modèle que celle qui se trouve reproduite à la page 70.

Le bord doit apparaître partout d'égale largeur et doit être uni et plat.

La forme de toutes les parties constitutives ne doit pas sensiblement s'écarter des modèles établis. Le bord inférieur ou bord d'appui doit être établi de telle manière que la mesure soit parfaitement d'aplomb sur une surface horizontale.

Dénomination.

La plaque portant le nom de la mesure doit être de forme régulière, découpée avec la plus grande netteté. Les caractères, les chiffres et les marques doivent y être empreints ou gravés de façon parfaitement lisible et régulière.

Composition.

Les extrémités de la paroi, du goulot au bec, du bord d'appui et des bandes sont joints ensemble en dents de loup et soudés au cuivre. Dans leur jointure, toutes les parties constitutives doivent parfaitement s'ajuster l'une à l'autre. Le goulot doit encercler le bord supérieur, le bord d'appui doit encercler le bord inférieur et doit être soudé autour du corps de la mesure au moyen d'une bande martelée, qui doit être partout de la même largeur. Les autres jointures doivent être en outre rivées. Les rivets doivent être encastrés à leurs deux bouts. On se convainc de ce fait en plaçant un mandrin non-pointu dans l'axe du boulon suspect et en frappant de legers coups au moyen d'un marteau; il ne faut pas que le boulon cède au cours de cette opération.

Il faut que la soudure ait parfaitement pénétré partout entre les jointures.

Au cas où l'on aurait renforcé les bords au moyen d'un fil de fer ou d'acier, il faut que l'ourlet soit bien fermé.

Dans les mesures munies d'un tuyau d'écoulement, il faut que la tringle horizontale soit placée bien droite, plate et qu'elle s'adapte parfaitement au diamètre de la mesure. Le bord supérieur du tuyau doit s'ouvrir exactement dans le même plan que le plan supérieur de la tringle horizontale et que le bord-mesureur de la mesure.

Vérification des mesures de fer blanc.

§ 19. Matière.

Le fer blanc doit être intact, lisse et ne peut s'écailler ni présenter d'éraillures, ni tache de rouille ou quelque autre défaut. On ne peut y découvrir aucune trace de cylindrage ou de martilement. Les bords qui ont été ourlés ne peuvent être ni déchirés ni fissurés.

Forme.

On regarde si les parties constitutives ne s'écartent pas trop visiblement du modèle prescrit. Le goulot, le bord d'appui, les anses, les poignées, etc. doivent être bien construits et placés de façon régulière.

Le corps doit être cylindrique. Si l'on fait glisser une règle mince et droite, et mieux encore une lame d'acier à bord droit, le long du pourtour du cylindre, il faut qu'elle s'y applique partout de manière parfaite. Les sections perpendiculaires à l'axe du cylindre doivent apparaître circulaire.

Le fond est plat; on contrôle ce fait en appliquant extérieurement contre le fond les lames dont nous avons déjà parlé plus haut (voyez p. 70)

Le bord d'appui permet à la mesure d'être bien d'aplomb.

Dénomination. La plaque portant le

nom de la mesure est régulière, bien finie quant à la forme, nettement découpée, d'un métal brillant sans éraillures; elle a la même courbure que le corps de la mesure et s'y ajuste donc parfaitement. Les caractères, les chiffres et les marques doivent être profondement, régulièrement et lisiblement empreints. On n'admet donc pas des caractères incomplètement frappés, ni ceux qui seraient frappés en double ou de travers, etc.

Composition et travail. Toutes les parties constitutives doivent s'ajuster parfaitement dans leurs jointures; la soudure ne peut donc servir que pour joindre ces parties et non comme remplissage pour boucher leurs lacunes.

Les bords minces de toutes les parties doivent être découpés nettement, sans morfil; l'anse de fer doit être étamée et lisse. Là où l'on fait usage de fil de fer ou d'acier pour donner plus de solidité il faut que l'ourlet soit bien fermé.

Le bord d'appui doit être partout de la

même largeur, de même que les bords martelés au moyen duquel le gaulot est fixé autour du bord supérieur et le bord d'appui autour du corps de la mesure.

Les bandes sont découpées en ligne droite et à angle droit; si l'on fait un cercle en soudant des bandes les unes aux autres, alors elles doivent avoir entre elles la même largeur.

Aux jointures des différentes parties constitutives, il faut que la soudure pénètre parfaitement entre les joints, sans qu'il y ait de coulure. On vérifie soigneusement les jointures pour se rendre compte que la mesure répond à ces exigences.

On contrôle particulièrement si les différentes bandes de fer blanc qui forment le bord au cercle supérieur sont soudées sur toute leur surface, de telle sorte qu'entre elles et avec le corps de la mesure elles ne constituent qu'un seul tout. Si le travail est bien exécuté, on ne découvrira dans l'épaisseur du bord au cercle supérieur pas une seule séparation entre les bandes ; là où cette séparation serait visible il ne faudra pas qu'on puisse faire ~~entrer~~ pénétrer la pointe d'un couteau par exemple (le métal de la lame ne doit pas être trop durci). Lorsque les mesures ne sont pourvues ni de bec, ni de goulot, ni d'anse, ni de poignée, on peut faire subir à la mesure une sûre épreuve en frappant le cercle supérieur au moyen d'un petit marteau, tandis qu'on presse le fond ; si le son obtenu est pur et métallique, c'est la preuve que le cercle est bien construit ; s'il y avait un défaut, il apparaîtrait d'ailleurs au moment où on frapperait le poinçon. Lorsque les bandes qui forment le bord supérieur ne sont pas bien tendues et ne sont pas bien soudées l'une à l'autre alors tout autour du champs de l'empreinte du poinçon le métal est enfoncé et l'empreinte ~~ne~~ pas suffisamment distincte.

Dans les mesures sur lesquelles on n'applique pas l'empreinte du poinçon sur le cerclé supérieur mais sur de petites plaques d'étain saudées sur le corps de la mesure, ces plaques daivent avoir une forme régulière et être d'une dimensiau suffisante pour recevoir au moins 4 empreintes et n'être pas trop épaisses.

II.

Vérification au poids de l'eau des mesures de capacité néerlandaises.

Vérification au poids de l'eau des mesures de capacité.

§20. Le contenu, à 15° (*), d'une mesure à véri-
fier, par exemple une mesure de n litres <u>en fer</u>, peut être dérivé du poids de l'eau ordinaire à t° dont on remplit la mesure, pourvu que l'on sache le poids de l'eau à t° remplissant une mesure de contrôle m, <u>en laiton</u> par exemple, dont le contenu à 15° est exactement connu.

Commençons par supposer que le contenu de la mesure de contrôle m, à 15°, soit connu et qu'une mesure <u>de fer</u> M contienne, à 15°, exactement 1 litre. Étant donné que nous connaissons les coefficients de dilatation des métaux dont sont faites les mesures m et M, nous pouvons calculer quel sera le contenu de ces mesures à t°. Si ensuite

---

(*) Art. 3 du Règlement. Voyez „Loi etc." p. 47, art. 3.
Nous entendons par t°, t degrés du thermomètre centigrade.

la mesure m est remplie d'eau à $t°$ et si l'on pèse cette eau, on peut, puisque l'on connait les contenus des mesures m et M et le poids de l'eau qui remplit la mesure m, égale-ment calculer le poids de l'eau à $t°$ remplis-sant la mesure M.

Si maintenant nous admettons qu'on ait, en pesant, obtenu le poids Q pour l'eau, à $t°$, remplissant une mesure de fer de n litres qui doit être vérifiée, alors la dif-férence entre Q et le produit de n par le poids calculé de l'eau contenue dans M fait connaître de combien la mesure de n litres en fer à $t°$, et par conséquent aus-si suffisamment exact à $15°$, est plus gran-de ou plus petite que n litres.

On suppose que les mesures et l'eau qui les remplit ont la même température et que toute l'eau employée pour les pesages est de la même espèce et de la même qua-lité.

§ 21. Affin de pouvoir exprimer dans les données le poids de l'eau qui, à $t°$, remplirait la mesure M, posans que pour les mesures m et M :

le contenu en litres à 15° soit . . . . c_{15} „ 1 ,
„ coefficient de dilatation linéaire du métal dont est faite la mesure . . . . α „ α_1 ,
la densité de l'eau distillée à $t°$ . . . . . . d_t „ d_t ,
„ „ „ „ „ ordinaire employée au cours des pesages à $t°$ . . . . $d_t + y$ „ $d_t + y$
le poids absolu en kilog. des poids qui, dans l'atmosphère, à $t°$, font équilibre à l'eau contenue dans la mesure . . . p „ P ,
le poids spécifique du métal dont sont faits les poids . . . . s „ s_1 ,
et le poids en kilog. de 1 litre de l'air dans lequel s'effectuent les pesages . . . e „ e .

Nous admettons qu'au cours des pesages :

α et α_1 sont compris entre	0,000023	et	0,0000085,
s „ s_1 „ „ „	9	„	7 ,
$d_t + y$ „ „ „	1,004	„	0,996 ,
e „ „ „	0,0013	„	0,0011 et
t „ „ „	25	„	5 . (1)

Si la mesure m est remplie d'eau <u>ordinaire</u>

à t° et si le pesage de cette eau a lieu dans le vide, alors 2

$$p = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3(d_t+y)$$

mais, lorsque le pesage a lieu dans l'atmosphère, l'expression pour p est 3

$$p = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3(d_t+y) - c_t.e + v_t.e \quad ,$$

dans laquelle c_t représente le contenu de la mesure à t° et v_t le volume des poids employés lors des pesages à t°.

La dernière expression pour p ne diffère qu'une quantité inappréciable de cette autre expression beaucoup plus simple pour p 4 :

$$p = c_{15}\left[\{1+3(t-15)\alpha\}(d_t+y) - \frac{s-1}{s}e\right] \ldots\ldots (16)$$

Si, par contre, la mesure M est remplie d'eau <u>distillée</u> et si le pesage de cette eau se fait également à t° dans l'atmosphère, alors on a, quand p_1 représente le poids de l'eau, suivant (16), où pour ce cas $y=0$:

$$p_1 = c_{15}\left[\{1+3(t-15)\alpha\}d_t - \frac{s-1}{s}e\right] \ldots\ldots (17)$$

d'où

$$c_{15} = \frac{p_1}{\{1+3(t-15)\alpha\}d_t - \frac{s-1}{s}e} \ldots\ldots (18)$$

Si maintenant, en prenant en considération les valeurs exactes de e, s, etc., pour diffé-

rentes valeurs de t, les valeurs de c_{15} sont dé-
duites de (18), alors, pour le contenu de la mesure
m à 15°, on peut accepter la moyenne de ces va-
leurs comme étant la valeur exacte de c_{15}. En-
suite on peut calculer de (17) les valeurs de p_t
pour $t = 5, 6, 7$, jusque et y compris $t = 25$
et les consigner dans une table. Dès lors on
connaît, de façon définitive et pour longtemps,
pour toutes les températures exprimées en un
nombre entier de degrés, le poids de l'eau dis-
tillée qui, à chacune de ces températures,
remplirait la mesure m.

Étant donné que les poids, qui dorénavant
seront employés pour le pesage de l'eau, ont
été ajustés dans l'atmosphère d'après un
étalon en laiton, nous pouvons établir en
(17) $s = 8{,}6$. Il est difficile, dans les bu-
reaux de vérification, de déterminer ~~les~~ va-
leur de l. Approximativement, l'on peut
admettre que l'air est pour la moitié satu-
rée d'humidité et que l est égal à (5)

$$l = \frac{0{,}001295}{1+0{,}004} \cdot \frac{b}{760},$$

où b représente la hauteur barométrique.

Si l'on prend pour b la hauteur moyenne, alors

$$e = \frac{0,001295}{1+0,004t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

de sorte qu'après substitution en (17) et après développement on obtient avec une exacti:tude suffisante (6)

$$p_1 = c_{15}\left[\left\{d_t - \frac{0,001144}{1+0,004t}\right\} + 3(t-15)\,d_t \cdot \alpha\right] \ldots (20)$$

Au moyen de cette formule, on peut cal:culer les valeurs de p_1 pour différentes va:leurs de t pour une mesure de contrôle m, valeurs qui sont consignées dans la colon:ne 2 de la table publiée à la fin de ce tra:vail. (7)

§ 22. Le plus souvent, dans la vérification au poids de l'eau, on emploie de l'eau de pluie, de l'eau de pompe ou de l'eau de conduite. Les densités de ces différentes eaux – du moment qu'elles sont pures – ne diffèrent guère de celle de l'eau distillée et leur coefficient de dilatation peut être consi:déré comme étant le même que celui de l'eau distillée. Pour toutes les températures entre 5° et 25°, on peut donc admettre que la densité de l'eau de pluie, de l'eau de pompe, de l'eau de canduite est égale à $d_t + y$, où d_t représente la densité de l'eau distillée à $t°$ et y une valeur constante.

De (16) et (17) résulte

$$p - p_1 = c_{15}\{1 + 3(t-15)\alpha\} y$$

d'où (8)

$$y = \frac{p - p_1}{c_{15}\{1+3(t-15)\alpha\}} = \frac{p-p_1}{c_{15}} - \frac{3(p-p_1)(t-15)\alpha}{c_{15}\{1+3(t-15)\alpha\}}.$$

Si maintenant le contenu c_{15} de la mesure de contrôle m s'écarte fort peu de celui d'une mesure d'un litre dont la capacité serait exacte, alors nous pouvons, puisque $(p-p_1)$ et α sont toujours relativement <u>très</u> petits, tandis que $(t-15)$ est tout au plus égal à 10, écrire avec une exactitude suffisante

$$y = p - p_1 \quad \text{. . . . .} \quad (21)$$

c'est-à-dire que y est la différence entre le poids de l'eau ordinaire et celui de l'eau distillée remplissant la mesure de contrôle.

On constate le poids de l'eau ordinaire au moyen de pesage et celui de l'eau distillée, comme nous l'avons déjà fait remarquer à la fin du § 21, est consigné dans la colonne 2 de la table à la page 121.

Selon (16), l'on peut écrire, lorsque C_{15} y est remplacé par le contenu de la mesure M à 15°, c'est-à-dire par l'unité et α par α,

$$P = \left[\left\{ 1 + 3(t-15)\alpha_1 \right\} (d_t + y) - \frac{s_1 - 1}{s_1} e \right] \cdots\cdots (22)$$

En supposant de nouveau que les poids, dont on fait usage pour le pesage de l'eau de la mesure à vérifier, aient été ajustés dans l'atmosphère d'après un étalon de laiton et que la valeur de e est considérée comme étant la même que celle sub (19), alors on obtient avec une exactitude suffisante, après avoir développé (22), vu que y est relativement très petit 9

$$P = \left[\left\{ d_t - \frac{0{,}001144}{1+0{,}004t} \right\} + 3(t-15)d_t\alpha_1 + y \right] K.G. \cdots\cdots (23)$$

Les valeurs de P, calculées au moyen de cette formule sont, pour les différentes valeurs de t, consignées dans la 4e colonne et les suivantes de la table pour les mesures d'étain, de laiton, de cuivre rouge, de fer, de fer blanc et de verre. (10)

§ 23. La valeur de y, pour de l'eau de pluie recueillie dans une citerne bien close, est assez constante et indépendante de t; il en est de même pour l'eau de pompe et l'eau de conduite. Dans une vérification ordinaire, on peut se contenter de prendre dans la table pour y la moyenne des valeurs qui ont été trouvées dans les dernières expériences, — dans la supposition notamment que les résultats de ces expériences diffèrent très peu entre eux, en d'autres termes que l'eau soit pure, que les expériences aient été faites à une date qui n'est pas trop éloignée et qu'il n'y ait pas de raison pour supposer que l'espèce ou la qualité [de l'eau] [ait changée.] Dans ce cas, en faisant la vérification des mesures au moyen du poids de l'eau, on peut, sans recourir à la mesure de contrôle m, se contenter de prendre dans la table le poids de l'eau emplissant exactement la mesure imaginaire M pour une valeur connue de y et de t et de multiplier ce poids par n, n étant le nombre des litres que doit, à 15°, contenir la mesure à vérifier.

Si, par exemple, la mesure à vérifier est une mesure de 20 litres, en laiton, que le pesage de l'eau s'effectue à 19° et que $y = 0,32$ gramme, alors on trouve le contenu d'une mesure-étalon en laiton de 20 litres de la façon suivante:

Conformément aux données de la 6e colonne de la table, le poids de l'eau qui devrait se trouver dans la mesure M comporterait $997,63 + 0,32 = 997,95$ grammes, par conséquent le poids de l'eau contenue dans une mesure-étalon de laiton de 20 litres à 19° sera de $20 \cdot 997,95 = 19959,0$ grammes. Si cependant on a trouvé, pour le poids de l'eau contenue dans la mesure de 20 litres en laiton, qu'il s'agissait de vérifier, 20005 grammes, alors la mesure est trop grande de $20005 - 19959 = 46$ centimètres cubes.

Vérification des mesures de capacité au poids de l'eau dans les Pays-Bas.

§ 24. Dans le Règlement concernant la forme, la composition et les dimensions des poids et mesures, tables C et F, page 84 de la „Loi „relative aux Mesures, etc", on trouve les diamètres et les hauteurs règlementaires des mesures de capacité néerlandaises exprimés seulement en millimètres ou en demi-millimètres. Il en résulte que les mesures qui se conforment exactement aux dimensions prescrites par le Règlement pour les diamètres et les hauteurs, sont à 15° un peu plus petites ou un peu plus grandes que l'étalon correspondant. Ainsi, pour la mesure de 2 litres (11) du modèle bas, le diamètre (D) et la hauteur (H) prescrits sont respectivement 137 et 136 m.M. Le calcul nous montre qu'une mesure ayant exactement ces dimensions est de 4,80 $\overline{c.M.}^3$ plus grande que l'étalon correspondant. Pour la mesure d'un litre du modèle bas, les dimensions sont D = 109 et H = 107 m.M., de sorte que le contenu est de 1,55 $\overline{c.M.}^3$ plus petit que celui de l'étalon (12). Le vérificateur doit tenir compte de ces circonstances en ce sens qu'il ne peut approuver aucune autre mesure de capacité que celles qui, également quant au contenu, satisfont au Règlement. On doit donc, comme contenance minimum à 15° au litre du modèle bas, se contenter de 998,45 c.M.³, tandis qu'il ne pourra pas approuver une mesure de 2 litres du modèle bas qui, à 15°, serait plus petite que 2004,80 c.M³.

En outre le vérificateur doit pour chaque mesure de capacité tolérer, en admettant un diamètre exact, que la hauteur soit plus grande de 0,2 à 0,3 ou 1 m.M., selon que la mesure est destinée à des mesurages de précision ou à des mesurages ordinaires (*). Le contenu de chaque mesure doit donc être égal à ou être plus grand que la capacité minimum que le Règlement exige ou être égal à ou être plus petit que la capacité maximum qu'il tolère. Je crois inutile de faire connaître les calculs particuliers que l'on doit appliquer pour la vérification et la revérification des mesures de capacité dans les Pays-Bas, attendu que, dans aucun autre pays, ces calculs ne sont nécessaires.

(*) Voyez : Loi relative aux Mesures etc ; p. 58, Art. 28, et p. 67, Art. 45.

Sur le procédé de remplissage des mesures sans tringle horizontale ni potence.

§ 25. Pendant le remplissage de la mesure de cantrôle on fait usage d'un disque de verre ; le bord-mesureur de cette mesure doit donc former un plan parfait. Si on fait également usage d'un disque de verre lors du remplissage des mesures de plus de deux litres qu'il s'agit de vérifier, il arrive que le disque est cause que l'eau déborde pendant l'opération et que celle-ci échoue. Il vaut mieux, pour ces mesures, qui ne sont pas munies d'une tringle et d'une potence, de se servir d'un instrument de fer ou de laiton, dont voici la Structure :

Au centre d'un tube se trauve une vis dont le pas est de 1 ou ½ m.M. De ce tube rayonnent trois lames, fig. 12, d'égales longueurs, dont les ~~su~~faces supérieures tombent à peu près dans un même plan, qui est perpendiculaire à l'axe du tube. A l'extrémité de chacune des trois lames est finée une pointe qui est parallèle à l'axe du tube. L'une des trois pointes est mobile et peut aller et venir dans le sens de la lame. Les trois pointes sont à peu près à égale distance l'une de l'autre et de l'axe du tube. La distance de chacune de ces pointes à l'axe est un peu plus grande que la moitié du diamètre de la mesure pour laquelle l'instrument est construit. L'extrémité de la vis, ainsi que les pointes, sont en ivoire ou d'un métal à l'abri de la rouille et légèrement épointées.

Voici la manière de se servir de cet instrument:

Préalablement on le place sur une surface parfaitement égale, par exemple sur une plaque de glace de miroir très unie, et l'on met l'instrument au point en déplaçant la vis de façon que sa pointe soit exactement dans le même plan que les trois pointes extérieures. Le bord-mesureur étant autant que possible placé dans une position horizontale (13), on met l'instrument sur ce bord et on remplit d'eau la mesure jusqu'à ce que le niveau d'eau atteigne l'extrémité de la vis.

<u>Sur le procédé de remplissage des mesures</u>

avec tringle et potence.

§ 26. Lors du remplissage d'une mesure munie d'une tringle horizontale et d'une potence ou d'un tuyau d'écoulement, on peut faire usage d'un instrument composé d'un tube assez volumineux, d'une hauteur de 3 à 4 c.m., dont la face inférieure est parfaitement unie. Le tube est pourvu de deux lames placées diamétralement opposées l'une à l'autre. A l'extrémité de chacune, se trouve une vis terminée en pointe et dont la tête porte des subdivisions. Avant le remplissage de la mesure, on met l'extrémité des deux vis dans le même plan que la face inférieure du tube. Ce tube est muni de deux pinces à ressort permettant de fixer solidement l'instrument sur la surface supérieure de la tringle horizontale.

On remplit d'eau à quelques millimètres près la mesure, après avoir fermé le tuyau d'écoulement s'il y en a un, au moyen d'un bouchon. On place l'instrument sur le centre de la tringle, laquelle doit être le plus possible hori:

zantale, et de façon que les deux lames lui soient perpendiculaires. On remplit ensuite la mesure, jusqu'à ce que le niveau atteigne presque l'extrémité d'une des vis. Puis on tourne les têtes des deux vis jusqu'à ce que les pointes des vis soient en contact avec l'eau et on note la position des vis en recourant dans ce but aux subdivisions que porte leur tête. On enlève maintenant l'instrument et on pèse l'eau.

Au moyen du poids de l'eau, du diamètre moyen de la mesure au bord supérieur et de la moitié de la somme que l'on a constatée sur les subdivisions de la tête des vis, on peut, en recourant à la table, calculer le contenu de la mesure.

Sur le pesage de l'eau contenue dans les mesures à vérifier.

§ 27. Voici de quelle manière on peut déterminer le poids de l'eau contenue dans les mesures à vérifier.

On place, quand c'est nécessaire, sur le pla:

teau droit de la balance, un disque de bois (13),

la mesure vide (après avoir bouché le tuyau d'écoulement, s'il y en a un) et

un poids de n kilogrammes selon le nombre de litres que la mesure doit contenir,

et, dans le plateau gauche, la tare nécessaire.

Après avoir immobilisé le plateau droit (*), on enlève le poids et on remplit d'eau la mesure jusqu'au ~~ni~~ niveau voulu. On rétablit l'équilibre rompu en plaçant quelques petits poids dans le plateau le moins chargé. Le poids de l'eau qui remplirait exactement la mesure est alors égal à n kilogrammes (plus, pour les mesures munies d'une tringle horizontale et d'une potence, le poids du volume d'eau équivalent à celui d'un cylindre dont la base serait égale à la surface du plan supérieur de la mesure et dont la hauteur serait la demi-somme des indications procurées par les têtes

---

(*) Voyez "Théorie, vérification et correction des Bascules" §14, p. 146.

de vis (*)), plus ou moins les petits poids que l'on a ajoutés, notamment plus lorsqu'ils ont été mis dans le plateau gauche, moins quand ils ont été mis dans le plateau droit.

Notes.

(1) On peut établir comme moyenne du coefficient de dilatation linéaire

de l'étain . . . . 0,000 023 ,
du laiton . . . . 0,000 019 ,
du cuivre rouge . . . . 0,000 017 ,
du fer et du fer blanc . . 0,000 012 et
du verre . . . . 0,000 0085 (**)

(*) Il est évident qu'également pour les mesures sans tringle on peut se contenter de ne remplir qu'incomplètement la mesure et calculer l'eau manquante au moyen du diamètre moyen du plan supérieur de la mesure et les indications du cadran.

(**) Voyez: „Leitfaden der practischen Physik von Dr. „ F. Kohlrausch, Leipzig, 1887, pag. 341.

Comme moyenne du poids spécifique
du cuivre rouge . . . 8,9 ,
du laiton . . . . . . 8,6 et
de la fonte . . . . . 7,1 (*)
Le poids d'un litre d'air sec, pour une hauteur barométrique de b m.ll. et une température de t°, est,
entre $b = 700$ et $b = 770$, $t = 5$ et $t = 25$:
au plus bas, c.-à-d. 0,00109 quand $b = 700$ et $t = 25$,
" " haut, " 0,00129 " $b = 770$ " $t = 5$ (**)

Je n'ai trouvé nulle part le coefficient de dilatation du fer blanc, mais ce qui suit montrera qu'il ne diffère pas appréciablement de celui du fer.

On réunit des barres de fer et d'étain, qui sont de la même longueur et de la même largeur, en un seul faisceau bien compact. Soit A_1 la somme des sections des barres de fer, et A_2 la somme des sections des barres d'étain,

---

(*) Voyez "Leitfaden der practischen Physik von " Dr. F. Kohlrausch, Leipzig, 1887, pag. 335.
(**) Id. pag. 339.

$\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ les modules d'élasticité, α_1 et α_2 les coefficients de dilatation; alors la question est de savoir de combien ce faisceau s'allongera quand la température s'élève de 1°.

Il se développera une force F qui contrariera la dilatation des barres d'étain et qui augmentera celle des barres de fer; on peut donc exprimer l'allongement relatif aussi bien au moyen de $\alpha_1 + \frac{F}{\mathcal{E}_1 A_1}$, qu'au moyen de $\alpha_2 - \frac{F}{\mathcal{E}_2 A_2}$. Ainsi on a

$$\alpha_1 + \frac{F}{\mathcal{E}_1 A_1} = \alpha_2 - \frac{F}{\mathcal{E}_2 A_2}$$

d'où l'on trouve, en posant $\alpha_1 = 0,000012$, $\alpha_2 = 0,000023$, $\mathcal{E}_1 = 19\,000$, $\mathcal{E}_2 = 4000$ et $A_1 = n A_2$, pour l'allongement relatif (*)

$$0,000012 + \frac{0,000011}{1 + 4,75\, n}.$$

Vu que l'épaisseur de deux couches d'étain réunies dans le fer blanc fortement

---

(*) $\alpha_1 + \frac{F}{\mathcal{E}_1 A_1} = \alpha_2 - \frac{F}{\mathcal{E}_2 A_2} = \alpha_2 - \frac{nF}{\mathcal{E}_2 A_1}$ ou $\frac{F}{A_1}\left\{\frac{1}{\mathcal{E}_1} + \frac{n}{\mathcal{E}_2}\right\} =$
$= \alpha_2 - \alpha_1$, donc $F = (\alpha_2 - \alpha_1)\cdot\frac{\mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_2 \cdot A_1}{\mathcal{E}_2 + n\cdot\mathcal{E}_1}$; par conséquent l'allongement relatif $= \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1)\cdot\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_2 + n\mathcal{E}_1} =$
$= 0,000012 + 0,000011 \cdot \frac{4000}{4000 + n\cdot 19000} = 0,000012 + \frac{0,000011}{1 + 4,75\, n}.$

étamé est de 0,024 et, pour le fer blanc ordinaire, de 0,018 m.m., tandis que le fer blanc le plus mince qui soit admis pour les mesures a au moins 0,39 m.m., c'est-à-dire que la tôle de fer intérieure a encore au moins 0,366 m.m d'épaisseur, il en découle que la valeur de n ci-dessus est plus grande que 15 (x). Si cependant l'on pose $n = 15$ et si l'on admet que le coefficient de dilatation du fer soit exactement égal à 0,000012, alors l'allongement dont il est question ici sera encore inférieur à 0,0000122 (xx), tandis qu'il sera certainement supérieur à

(x) $n A_2 = A_1$ ou $n . 0,024 = 0,366$ ou $n = \frac{366}{24} = \frac{61}{5} = 15,25$.

(xx) $n = 15$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 4,75 \\ \hline 75 \\ 105 \\ 60 \\ \hline 71,25 \end{array}$$

donc $1 + 4,75\,n = 72,25$

$$\frac{0,000011}{72,25} = 0,000\,000\,15$$

$$\begin{array}{r} 0,000\,000\,15 \\ 0,000012 \\ \hline 0,0000122 \end{array}$$

$$72 \,/\, 0,0000110 \,/ = 0,00000015$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline 380 \end{array}$$

0,000012. Nous en concluons que le coefficient de dilatation du fer blanc peut être considéré comme étant le même que celui de fer.

(2) Nous pouvons admettre qu'à $t°$ la mesure M a la même forme qu'à 15°. Représentons le contenu de la mesure à $t°$ par c_t, alors c_t et c_{15} sont proportionnels aux troisièmes puissances d'une droite tracée sur la mesure. Soit l_{15} la dimension de la droite à 15°, l_t sa longueur à $t°$ et α le coefficient de dilatation linéaire, alors

$c_t : c_{15} = l_t^3 : l_{15}^3$ et également $l_t = \{1+(t-15)\alpha\} l_{15}$

ainsi

$c_t : c_{15} = \{1+(t-15)\alpha\}^3 : 1$

d'où

$$c_t = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3.$$

Le poids effectif p de l'eau contenue dans la mesure est par conséquent, à $t°$,

$$p = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3(d_t+y).$$

(3) Si le pesage a lieu dans l'atmosphère, alors le poids de l'air déplacé par le vo-

lume d'eau est à soustraire du poids de l'eau; de même pour les poids qui, dans l'atmosphère, font équilibre à l'eau contenue dans la mesure, on doit soustraire le poids de l'air qu'ils déplacent.

Soit v_t le volume de ces poids, à $t°$, alors nous pouvons écrire avec une exactitude absolue

$$p - v_t . e = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3 . (d_t + y) - c_t . e$$

ou

$$p = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3 (d_t + y) - c_t . e + v_t . e$$

4 A la place de l'avant-dernière expression dans 3, on peut écrire, si v_{15} représente le volume des poids à 15° :

$$p - [v_{15} + (v_t - v_{15})] e = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3 (d_t + y) - [c_{15} + (c_t - c_{15})] e$$

ou

$$p - v_{15} e = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3 (d_t + y) - c_{15} . e - [(c_t - c_{15}) - (v_t - v_{15})] e .$$

Si maintenant — la température étant de 15°, et en prenant comme unité la densité de l'eau distillée à cette température — le poids spécifique de la matière dont sont faits les poids est égal à s, il en résulte, puisque le poids de l'eau dans la mesure m est égal à celui des poids, que $v_{15} = \frac{c_{15}}{s}$.

De même on peut écrire $v_t = \frac{c_t}{s}$.

Par conséquent

$$p - \frac{c_{15}}{s} \cdot e = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3(d_t+y) - c_{15} \cdot e - \left[\left(c_t - c_{15}\right) - \left(\frac{c_t}{s} - \frac{c_{15}}{s}\right)\right]e$$

ou

$$p - \frac{c_{15}}{s} e = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3(d_t+y) - c_{15} \cdot e - (c_t - c_{15}) \cdot \frac{s-1}{s} \cdot e$$

ou puisque, voyez 2

$$c_t = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3,$$

alors

$$p - \frac{c_{15}}{s} e = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3(d_t+y) - c_{15} e - c_{15}\left[\{1+(t-15)\alpha\}^3 - 1\right] \cdot \frac{s-1}{s} e$$

ou

$$p = c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3(d_t+y) - c_{15} \cdot e \cdot \frac{s-1}{s} - c_{15} \cdot e \cdot \frac{s-1}{s}\left[\{1+(t-15)\alpha\}^3 - 1\right] =$$

$$= c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3(d_t+y) - c_{15} \cdot e \cdot \frac{s-1}{s}\{1+(t-15)\alpha\}^3 =$$

$$= c_{15}\{1+(t-15)\alpha\}^3 \cdot \left[(d_t+y) - \frac{s-1}{s} e\right].$$

Maintenant

$$\{1+(t-15)\alpha\}^3 = 1 + 3(t-15)\alpha + 3(t-15)^2\alpha^2 + (t-15)^3\alpha^3;$$

par conséquent

$$p = c_{15}\{1+3(t-15)\alpha\}\left[(d_t+y) - \frac{s-1}{s} e\right] +$$
$$+ c_{15}(t-15)^2\alpha^2\{3+(t-15)\alpha\}\left[(d_t+y) - \frac{s-1}{s} e\right].$$

La valeur du dernier terme dans le second membre de la dernière équation ne diffère qu'une quantité inappréciable de la valeur de l'expression

$$3\, c_{15}\, (t-15)^2 \alpha^2,$$

valeur qui devient la plus grande pour les plus grandes valeurs de t et α. Si l'on suppose $t = 25$ et $\alpha = 0,000023$, alors

$$3\, c_{15}\, (t-15)^2 \alpha^2 = 0,000\,0002 \text{ K.G} = 0,2 \text{ milligramme } (^*)$$

En négligeant le terme en question on commet donc une faute de $\pm$ 0,2 m.G. par poids de litre d'eau

5 Extrait de „Leitfaden der Praktischen Physik von Kohlrausch", p. 45 (2).

(*) $3\, c_{15} \cdot 100 \cdot \overline{0,000023}^2$ =

$$\begin{array}{r} 0,000023 \\ 0,000023 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 0,000000000529 \\ 300 \\ \hline 0,000000158700 \end{array}$$

ainsi

$0,000\,000\,16\, c_{15}$

(6)

$$\begin{array}{r} 0,001295 \\ 76 \\ \hline 7770 \\ 9065 \\ \hline 0,098420 \end{array}$$

$$\frac{s-1}{s} = \frac{8,6-1}{8,6} = \frac{76}{86}.$$

$$\begin{array}{r|l} 86 & 0,098420 \quad |0,001144 \\ & 86 \\ \hline & 124 \\ & 86 \\ \hline & 382 \\ & 344 \\ \hline & 380 \\ & 344 \\ \hline & 36 \end{array}$$

(7) La première colonne de la table ne peut être remplie que lorsque i_{15} dans (20) est exactement connu.

Si l'on veut que la table soit la même pour tous les bureaux de vérification dans tout le pays, alors il faut également que la valeur de i_{15} pour toutes les mesures de contrôle soit la même; dans ce cas, il sera préférable de prendre $i_{15} = 1$ litre.

La forme la meilleure pour les mesures de contrôle semble être celle d'un cylindre, de laiton, dont la hauteur est à peu près le double du diamètre et qui est pourvu d'une double paroi et d'un fond épais, afin d'empêcher tout changement local de température, lorsque, par exemple, on prend la mesure dans la main(*)

Pour toute sûreté il est recommandable que la capacité de la mesure, à 15°, soit un peu plus grande qu'un litre. On ramène la mesure à sa capacité exacte, lors de la vérification au poids de l'eau, en laissant choir dans la mesure M incomplètement remplie, une petite plaque d'argent préalablement mouillée, dont les dimensions sont telles, qu'après soustraction de l'espace qu'elle occupe, le contenu de la mesure soit, à 15°, précisément égal à 1 litre.

On peut encore forer au milieu du fond une ouverture qui est bouchée ensuite hermétiquement au moyen d'une vis dont la

---

(*) Donc à peu près $D = 86$ et $H = 172$ m.m. car:

$\frac{1}{4} D^2 \pi . 2D = 1\,000\,000$ log $2000000 = 6,3010300$

$D^3 \pi = 2000000$ " $\pi = 0,4971499$

$D^3 = \frac{2\,000\,000}{\pi}$ $\overline{5,8038801}$

$\sqrt[3]{}$ log $D = 1,9346267$

$D = 86,025$

$H = 2D = 172,05$

tête à demi arrondie serre avec son plan inféri-eur contre le fond intérieur de la mesure et dont le volume équivaut à la différence entre le contenu de la mesure et un litre.

Enfin, on peut adapter cette tête de vis à demi arrondie contre la face inférieure du disque de verre, dans le bouton de cuivre qui y est attaché, fig. 13.

Si la mesure de contrôle m est faite de laiton et si $c_{15} = 1$, alors les chiffres de la deuxième colonne de la table sont les mêmes que ceux de la sixième colonne pour $y = 0$.

(8)

$$c_{15} + 3c_{15}(t-15)\alpha \; \Big/ \; p - p_1 \qquad \Big/ \; \frac{p-p_1}{c_{15}} - \frac{3(p-p_1)(t-15)\alpha}{c_{15}+3c_{15}(t-15)\alpha}$$

$$\frac{p - p_1 + 3(p-p_1)(t-15)\alpha}{-\,3(p-p_1)(t-15)\alpha}$$

(9) $$P = \left[\left\{1 + 3(t-15)\alpha_1\right\}(d_t + y) - \frac{s_1 - 1}{s_1}\,e\right] =$$

$$= \left[d_t + 3(t-15)d_t\cdot\alpha_1 + y + 3(t-15)y\cdot\alpha_1 - \frac{s_1-1}{s_1}\,e\right]$$

ou, puisque y est relativement petit, suffi-samment exact

$$\mathcal{P} = \left[\left\{d_t - \frac{s_\cdot - 1}{s_1} e\right\} + 3(t - 15)\, d_t \cdot \alpha_1 + y\right] =$$

$$= \left[\left\{d_t - \frac{0{,}001144}{1 + 0{,}004t}\right\} + 3(t - 15)\, d_t \cdot \alpha_1 + y\right]$$

10 Voyez à la page 114.

t	d_t	$\frac{0,001144}{1+0,004t}$	$d_t - \frac{0,001144}{1+0,004t}$ A	$t-15$	$3(t-15)d_t.\alpha$	$3(t-15)d_t\alpha$ pour étain $\alpha = 0,000023$ B	Étain A + B.
25	0,99 713	0,00104	0,99609	10	30 α	0,00069	0,99678
24	737	104	633	9	27 "	62	695
23	761	105	656	8	24 "	55	711
22	784	105	679	7	21 "	48	727
21	806	106	700	6	18 "	41	741
20	827	106	721	5	15 "	34	755
19	847	107	740	4	12 "	28	768
18	866	107	759	3	9 "	21	780
17	884	107	777	2	6 "	14	791
16	900	108	792	1	3 "	7	799
15	915	108	807	0	0 "	0	807
14	930	108	822	-1	-3 "	-0,00007	815
13	943	109	834	-2	-6 "	- 14	820
12	955	109	846	-3	-9 "	- 21	825
11	965	110	855	-4	-12 "	- 28	827
10	974	110	864	-5	-15 "	- 34	830
9	982	110	872	-6	-18 "	- 41	831
8	988	111	877	-7	-21 "	- 48	829
7	994	111	883	-8	-24 "	- 55	828
6	997	112	885	-9	-27 "	- 62	823
5	999	112	887	-10	-30 "	- 69	818

Etc.

(11) $\frac{1}{4} \cdot \overline{137}^2 \cdot \pi \cdot 136.$

log 137 = 2,1367206
" " = 2,1367206
" π = 0,4971499
" 136 = 2,1335389

6,9041300
" 4 = 0,6020600

6,3020700
2004800 $\overline{m.M}^3$.
2004,8 $\overline{c.M}^3$

(12) $\frac{1}{4} \cdot \overline{109}^2 \cdot \pi \cdot 107$

log 109 = 2,0374265
" " = 2,0374265
" π = 0,4971499
" 107 = 2,0293838

6,6013867
" 4 = 0,6020600

5,9993267
998450 $\overline{m.M}^3$.
1000000 "

\- 1550 "
\- 1,55 $\overline{c.M}^3$.

(13) La mesure peut être remplie pendant qu'elle se trouve placée sur un disque de bois qui se trouve sur le plateau de la balance. Le disque est muni de trois vis de règlage, afin de pouvoir établir le bord-mesureur dans un plan exactement horizontal.

Table des Matières.

Page.

I. Vérification géométrique des mesures de capacité . . . . 5.

Le contenu d'un cylindre imparfait, avec une surface inférieure et supérieure plane et parallèle, représenté par la surface d'une figure plane . . . . 10.
Formules approximatives pour calculer la surface d'un rectangle imparfait . . . . 13.
Calcul approximatif de la surface d'une figure plane se rapprochant plus ou moins d'un cercle . . . . 19.
Détermination du diamètre approximatif d'une section horizontale d'une mesure cylindrique . . . . 23.
Réduction des fautes des diamètres à une faute dans la hauteur des mesures dont la paroi n'est qu'approximativement cylindrique et dont le

Page.

bord supérieur, ainsi que le fond, forment deux plans parallèles . . . . . 29.

Détermination de la faute de la hauteur moyenne d'une mesure dont la paroi n'est qu'approximativement cylindrique, avec un bord supérieur horizontal et un fond suffisamment plat mais placé dans une position inclinée . . . . 34.

Observations . . . . 40.

Description des Instruments de mesurage . . . . 45.

Description des moyens dont on dispose pour déterminer les plans dans lesquels on doit mesurer les diamètres . . . . 50.

Comparaison entre les résultats obtenus en déterminant la capacité d'une mesure vérifiée au moyen du procédé géométrique et les résultats obtenus par le mesurage à la graine . . . . 52.

Page.

Vérification de la composition des Mesures de fer . . . . 66.
Vérification des Mesures de cuivre . . . 74.
Vérification des Mesures de fer blanc . . . 76.

II. Vérification au poids de l'eau des mesures de capacité . . . . 85.

Vérification des mesures de capacité au poids de l'eau dans les Pays-Bas . . . 94.
Sur le procédé de remplissage des me:sures sans tringle horizontale ni potence . . . . 97.
Sur le procédé de remplissage des me:sures avec tringle et potence . . . . . . 99.
Sur le pesage de l'eau contenue dans les mesures à vérifier . . . . 100.
Notes . . . . 102.

t.	Poids p, de l'eau distillée qui remplirait, à t°, la mesure de contrôle m en laiton.	Différence pour 0°1 en plus.	Poids P dans la mesure M, lorsqu'elle est faite de Etain.	pour 0°1 en pl.	Laiton.	pour 0°1 en pl.	Cuivre.	pour 0°1 en pl.	Fer ou fer blanc.	pour 0°1 en pl.	Verre.	pour 0°1 en pl.
		en grammes.										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
25			996,78 + y		996,66+y		996,60 + y		996,45+y		996,34+y	
24		-0,018	6,95 " "	-0,017	6,84 " "	-0,018	6,79 " "	-0,019	6,65 " "	-0,020	6,55 " "	-0,021
23		18	7,11 " "	16	7,02 " "	18	6,97 " "	18	6,85 " "	20	6,76 " "	21
22		17	7,27 " "	16	7,19 " "	17	7,15 " "	18	7,04 " "	19	6,97 " "	21
21		15	7,41 " "	14	7,34 " "	15	7,31 " "	16	7,22 " "	18	7,15 " "	18
20		16	7,55 " "	14	7,50 " "	16	7,46 " "	15	7,39 " "	17	7,34 " "	19
19		13	7,68 " "	13	7,63 " "	13	7,60 " "	14	7,54 " "	15	7,50 " "	16
18		13	7,80 " "	12	7,76 " "	13	7,74 " "	14	7,70 " "	16	7,67 " "	17
17		12	7,91 " "	11	7,88 " "	12	7,87 " "	13	7,84 " "	14	7,82 " "	15
16		10	7,99 " "	8	7,98 " "	10	7,97 " "	10	7,96 " "	12	7,95 " "	13
15		9	8,07 " "	8	8,07 " "	9	8,07 " "	10	8,07 " "	11	8,07 " "	12
14		9	8,15 " "	8	8,16 " "	9	8,17 " "	10	8,18 " "	11	8,19 " "	12
13		7	8,20 " "	5	8,23 " "	7	8,24 " "	7	8,27 " "	9	8,29 " "	10
12		6	8,25 " "	5	8,29 " "	6	8,31 " "	7	8,35 " "	8	8,39 " "	10
11		3	8,27 " "	2	8,32 " "	3	8,35 " "	4	8,41 " "	6	8,45 " "	6
10		3	8,30 " "	3	8,35 " "	3	8,39 " "	4	8,46 " "	5	8,51 " "	6
9		-0,003	8,31 " "	-0,001	8,38 " "	-0,003	8,42 " "	-0,003	8,50 " "	4	8,57 " "	6
8		+0,001	8,29 " "	+0,002	8,37 " "	+0,001	8,41 " "	+0,001	8,52 " "	-0,002	8,59 " "	2
7		0	8,28 " "	+0,001	8,37 " "	0	8,42 " "	-0,001	8,54 " "	+0,002	8,63 " "	-0,004
6		+0,003	8,23 " "	5	8,34 " "	+0,003	8,39 " "	+0,003	8,53 " "	+0,001	8,63 " "	0
5		4	8,18 " "	5	8,30 " "	4	8,36 " "	3	8,51 " "	2	8,61 " "	+0,002

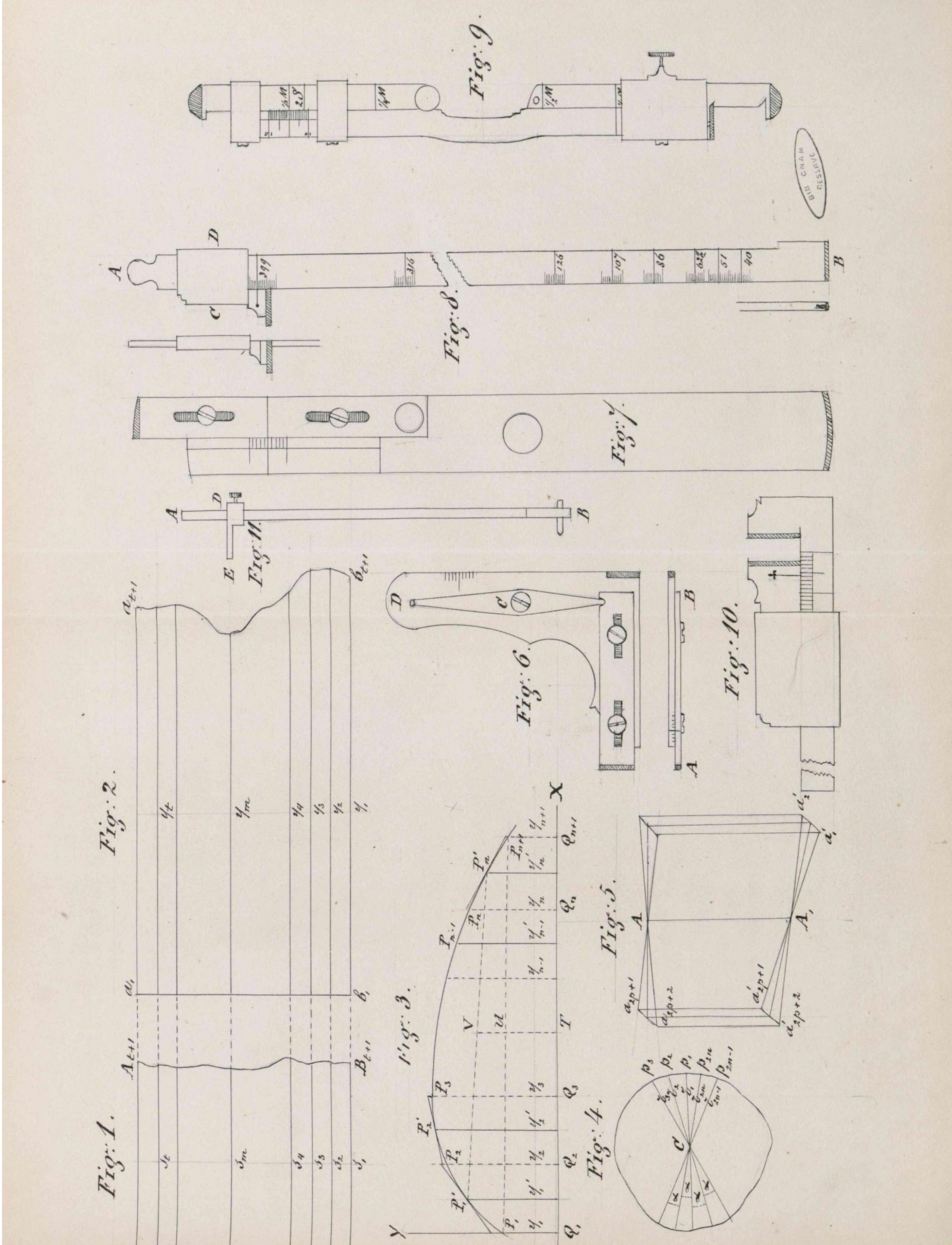
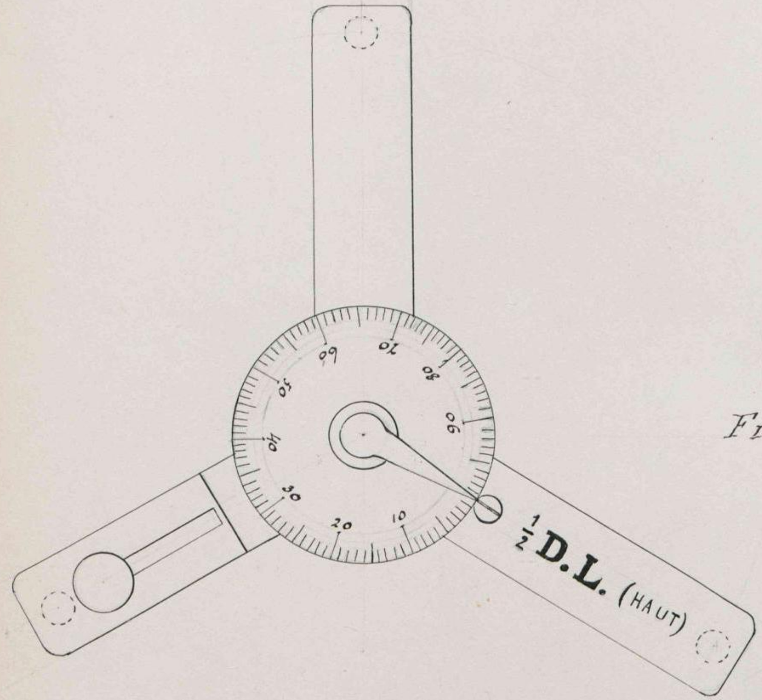


Fig: 1.
Fig: 2.
Fig: 3.
Fig: 4.
Fig: 5.
Fig: 6.
Fig: 7.
Fig: 8.
Fig: 9.
Fig: 10.
Fig: 11.



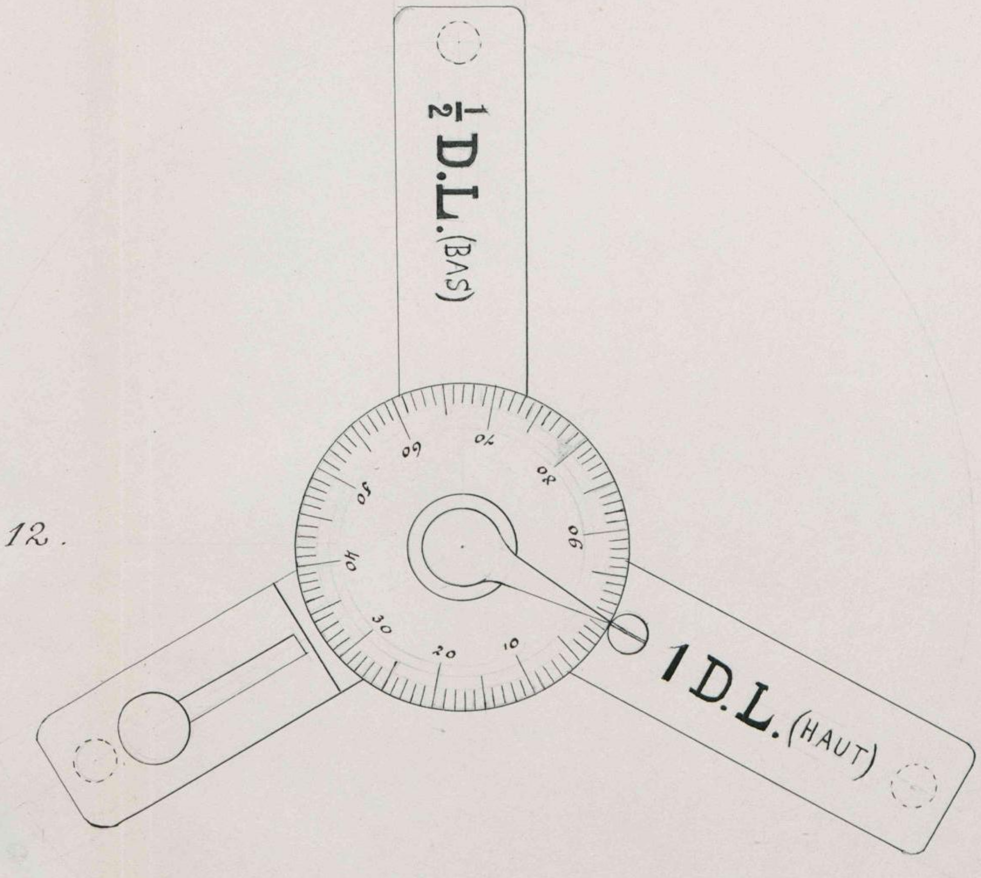


Fig: 12.

Fig: 12.

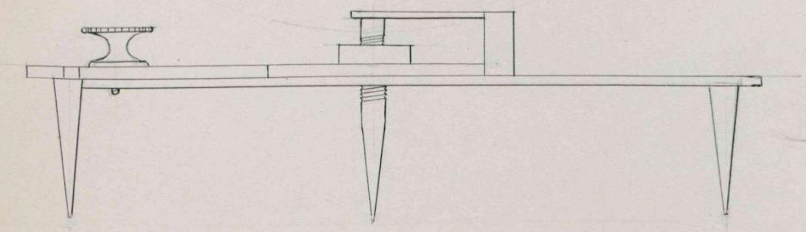


Fig: 13.
Disque de verre. p. 97.