

Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- Le Conservatoire numérique communément appelé le Cnum constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre (www.eclydre.fr).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - https://cnum.cnam.fr](https://cnum.cnam.fr))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment possible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

NOTICE DE LA REVUE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Auteur(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 193.-195.
Nombre de volumes	125
Cote	CNAM-BIB P 1329-B et P 1329-C
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Note	La collection comporte des lacunes : n°24; n°58; n°63; n°67; n°76-n°77
Notice complète	https://www.sudoc.abes.fr/cbs//DB=2.1/SET=17/TTL=3/REL ?PPN=261820893&RELTYPE=NT
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B_P1329-C
LISTE DES VOLUMES	
	N°25 (1936)
	N°26 (1937)
	N°27 (1937)
	N°28 (1937)
	N°29 (1938)
	N°30 (1939)
	N°31 (1936)
	N°32 (1938)
	N°33 (1938)
	N°34 (1938)
	N°35 (1938)
	N°36 (1938)
	N°37 (1938)
	N°38 (1938)
	N°39 (1938)
	N°40 (1939)
	N°41 (1939)
	N°42 (1939)
	N°43 (1939)
	N°44 (1939)
	N°45 (1938)
	N°46 (1940)
	N°47 (1940)
	N°48 (1940)
VOLUME TÉLÉCHARGÉ	N°49 (1940)
	N°50 (1940)
	N°51 (1941)
	N°52 (1941)
	N°53 (1941)
	N°54 (1941)
	N°55 (1942)
	N°56 (1942)
	N°57 (1942)
	N°59 (1942)

	N°60 (1941)
	N°61 (1942)
	N°62 (1943)
	N°64 (1943)
	N°65 (1943)
	N°66 (1943)
	N°68 (1943)
	N°69 (1943)
	N°70 (1943)
	N°71 (1943)
	N°72 (1944)
	N°73 (1943)
	N°74 (1944)
	N°75 (1944)
	N°78 (1944)
	N°79 (1944)
	N°80 (1944)
	N°81 (1944)
	N°82 (1944)
	N°83 (1944)
	N°84 (1944)
	N°85 (1944)
	N°86 (1945)
	N°87 (1945)
	N°88 (1945)
	N°89 (1945)
	N°90 (1945)
	N°91 (1945)
	N°92 (1945)
	N°93 (1945)
	N°94 (1945)
	N°95 (1946)
	N°96 (1946)
	N°97 (1946)
	N°98 (1944)
	N°99 (1945)
	N°100 (1945)
	N°101 (1946)
	N°102 (1946)
	N°103 (1946)
	N°104 (1946)
	N°105 (1946)
	N°106 (1946)
	N°107 (1947)
	N°108 (1947)
	N°109 (1947)
	N°110 et 111 (1947)
	N° 112 (1947)
	N° 113 (1947)
	N° 114 (1947)
	N° 115 (1947)
	N° 116 (1947)
	N° 117 (1947)
	N° 118 (1948)
	N° 119 (1948)
	N° 120 (1948)
	N° 121 (1948)
	N° 122 (1947)

	N° 123 (1948)
	N° 124 (1948)
	N° 125 (1948)
	N° 126 (1948)
	N° 127 (1948)
	N° 128 (1948)
	N° 129 (1948)
	N° 130 (1949)
	N° 131 (1949)
	N° 132 (1949)
	N° 133 (1948)
	N° 134 (1949)
	N° 135 (1948)
	N° 136 (1949)
	N° 137 (1950)
	N° 138 (1950)
	N° 139 (1950)
	N° 140 (1950)
	N° 141 (1950)
	N° 142 (1948)
	N° 143 (1950)
	N° 144 (1950)
	N° 145 (1951)
	N° 146 (1951)
	N° 147 (1951)
	N° 148 (1951)
	N° 149 (1951)
	N° 150 (1951)
	N° 151 (1951)
	N° 152 (1951)
	N° 153 (1952)
	N° 154 (1952)
	N° 155 (1952)

NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Auteur(s) volume	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Volume	N°49 (1940)
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 1940
Collation	1 vol. ([12] p.) : ill. ; 32 cm
Nombre de vues	16
Cote	CNAM-BIB P 1329-B (25)
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Thématique(s)	Histoire du Cnam
Typologie	Revue
Langue	Anglais Français
Date de mise en ligne	10/04/2025
Date de génération du PDF	07/02/2026
Recherche plein texte	Disponible
Notice complète	https://www.sudoc.fr/039014541
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B.25

Note de présentation du

...

P1329-8

8° Rue 107 (26)

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
LABORATOIRE D'ESSAIS



SIMILITUDE DE FONCTIONNEMENT
DES AVIONS EN VUE DES CONDITIONS
D'ESSAIS A RÉALISER

par A. Tenot



PUBLICATION N° 49
(Extrait de "Mécanique"
Mars - Avril 1940)



Similitude de fonctionnement des avions en vue des conditions d'essais à réaliser



(contraintes et rapports de similitude)

Par M. A. TENOT

Professeur de Mécanique à l'École Nationale d'Arts et Métiers de Paris
Chargé de la Direction du laboratoire d'essais du Conservatoire National des Arts et Métiers

Notations

Nous affecterons toutes les grandeurs caractéristiques de la maquette d'indice (e), et celles de l'avion vraie grandeur de l'indice (a).

D'autre part, nous désignerons les rapports de similitude fondamentaux par :

$$0 = \frac{T_e}{T_a}, \text{ le rapport des temps ;}$$

$$m = \frac{M_e}{M_a}, \text{ le rapport des masses des éléments solides ;}$$

$$\lambda = \frac{L_e}{L_a}, \text{ le rapport des longueurs (trajectoires éventuelles) ou de dimensions homologues } (\lambda < 1);$$

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} = \text{rapport des masses spécifiques des fluides ;}$$

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_a} = \text{rapport des poids spécifiques moyens des corps solides ;}$$

$$\frac{v_e}{v_a} = \mu, \text{ rapport des vitesses, éventuellement imposé.}$$

Nous conserverons, pour les hélices, les coefficients de similitude classiques :

$$\gamma = \frac{v}{n \cdot D}, \quad \chi = \frac{\tau}{\rho \cdot n^3 \cdot D^5}, \quad \tau = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4}, \quad \frac{H}{D} \text{ leur pas relatif au diamètre } D;$$

$$\eta = \frac{T \cdot v}{\tau} = \tau \cdot \frac{\gamma}{\chi} \text{ leur rendement pour le régime } \gamma \text{ et le pas } \frac{H}{D}$$

1^o LES DEUX DOMAINES D'APPLICATION DE LA SIMILITUDE DES AVIONS.

Lorsqu'il s'agit d'expérimenter un nouveau type d'aile, de planeur, ou d'avion motorisé, nous pouvons envisager de déterminer les caractéristiques de leur modèle réduit, soit dans une souf-

L'étude d'ensemble sur la similitude « en soufflerie » des maquettes d'avions et sur la similitude « des maquettes volantes », que l'auteur présente dans ce mémoire, a pour objet de répondre à deux buts :

1^o D'exposer, sous la forme la plus simple, accessible à tous les ingénieurs mécaniciens, sans faire appel aux subtiles équations d'équilibre dynamique du vol de l'avion, mais sous une forme aussi didactique et précise que possible, cet important domaine de « l'étude expérimentale des aérodynes », la détermination de leurs performances et de leurs calculs au bureau d'études. A cette fin, M. Tenot est tout simplement parti de la loi fondamentale de la mécanique, en insistant, toutefois, au début, sur les conditions générales de similitude hydrodynamique auxquelles n'échappent pas « les planeurs et les hélices » ;

2^o De jeter une certaine clarté sur un sujet qui a déjà fait l'objet de nombreux mémoires, mais dans lesquels M. Tenot a pu relever des erreurs de principe, en particulier, en ce qui concerne l'idée justifiée de la détermination de « familles de maquettes volantes », pour répondre à telles conditions de puissance spécifique, d'évolution, de maniabilité, de durée de roulement au sol, etc.

répartitions (centre de gravité et moments d'inertie).

2^o CONTRAINTES DE SIMILITUDE COMMUNES POUR LES MAQUETTES ESSAYÉES EN SOUFFLERIE ET LES MAQUETTES VOLANTES.

Pour déduire des résultats d'essais d'une maquette expérimentée dans le vent d'une soufflerie ou de ceux d'une maquette en vol, les caractéristiques de l'avion vraie grandeur, il est (ou il serait) nécessaire d'observer des contraintes de similitude communes qui sont les suivantes :

1^o Similitude géométrique absolue.

Cette similitude de forme est telle que si l'on prend deux photographies, l'une de la maquette, l'autre de l'avion (les deux motorisés ou non), au même format, ces deux photographies sont identiques. En particulier, on a :

a) mêmes angles géométriques, mêmes braquages des volets, ailerons, gouvernes...

$$b) \frac{\text{corde } l_e}{\text{corde } l_a} = \frac{\text{envergure } L_e}{\text{envergure } L_a} = \frac{\text{diamètre hélice } D_e}{\text{diamètre hélice } D_a} = \lambda.$$

Les pas relatifs des hélices en des points homologues seront les mêmes.

2^e Similitude de surface.

Cette contrainte est difficile à observer, d'une part, parce qu'elle est d'abord mal aisée à définir dans l'état actuel de nos connaissances (influence de la rugosité relative sur les couches laminaires et turbulentes, **sur le point de transition**, sur les décollements, les traînées de surface), d'autre part, pour des raisons de construction (degré de poli, vernis, têtes de rivets, bossages...).

La non-observation de cette contrainte peut provoquer, surtout pour les fortes incidences, non seulement des inégalités d'actions de contact de frottement, mais aussi de forme (décollements locaux), et, par conséquent, des *conditions de stabilité* différentes.

3^e Similitude aérodynamique.

Elle porte sur trois points, les deux derniers d'un caractère absolument général.

a) Même incidence aérodynamique.

Cette contrainte de similitude implique, pour l'incidence géométrique des maquettes expérimentées en soufflerie, les corrections de parois ; elle exclut, d'autre part, pour les avions en vol, les rafales de direction quelconques.

b) Même influence relative des forces de viscosité dans leur rapport avec l'agitation de l'air à l'infini amont de la maquette (turbulence préexistante). En d'autres termes :

Même nombre (1) de Reynolds $\sigma = \frac{v \cdot l}{\nu}$ à égalité de pré-turbulence.

Cette contrainte, imposée par la proportionnalité entre les forces de viscosité et les forces d'inertie en 2 points homologues des 2 modèles, est difficile à réaliser, parce que la nature de la turbulence (intensité et finesse) reste encore mal définie ; elle exclut toute turbulence désordonnée ou à grande échelle (cas de remous pour la maquette volante dans la libre atmosphère).

Des inégalités de surfaces de parois (rugosités) peuvent, en outre, provoquer des différences de turbulence (de surface).

Pour les maquettes en soufflerie, plus petit est le nombre de Reynolds σ , plus grande doit être la pré-turbulence, afin d'augmenter le nombre de Reynolds effectif ; le « seuil » du régime (nombre de Reynolds critique) est, en effet, diminué par cette pré-turbulence.

c) Même influence relative éventuelle des effets de compressibilité (variation d'énergie interne du fluide aussi bien pour le planeur à grande vitesse que pour les pales des hélices).

En d'autres termes (2) :

Même nombre de Bairstow $\frac{v_x}{a_x}$ ou $\frac{w_x}{a_x}$, a_x étant la vitesse

du son à l'infini amont de la maquette (ou du profil d'hélice), v_x la vitesse de l'air à l'infini amont de la maquette, w_x la vitesse relative à l'infini amont du profil considéré de la pale d'hélice (profils situés en des points homologues).

Cette contrainte de similitude détermine respectivement les rapports limites de $\frac{v_x}{a_x}$ et $\frac{w_x}{a_x}$ (inférieurs à l'unité), car la seule condition $\frac{v_x}{a_x} < 1$ (ou $\frac{w_x}{a_x} < 1$) n'exclut pas (3), le long des profils, des vitesses hypersoniques provoquant des ondes de choc (bord d'attaque, aspérité, discontinuité de surface). Dans l'état actuel de nos connaissances, nous ignorons, en effet, l'influence relative précise des ondes de choc sur les caractéristiques de l'avion et de ses hélices, et par conséquent, les conditions de similitude correspondantes.

Pourvu que $\frac{v_x}{a_x}$ et $\frac{w_x}{a_x}$ soient notamment inférieurs à l'unité (ordre de la limite : 0,4), les effets de variation de l'énergie interne de l'air sont négligeables et négligés, et la contrainte de similitude de Mach-Bairstow n'est pas respectée.

3^e SIMILITUDE DES MAQUETTES EXPÉRIMENTÉES EN SOUFFLERIE.

Les contraintes de similitude sont celles que nous venons d'exposer. Les essais étant faits au point fixe (dans un courant d'air en mouvement), les accélérations linéaires ou angulaires sont naturellement nulles, et les notions de masse et de moments d'inertie sont exclues ; cette similitude implique donc pour l'avion vraie grandeur *un vol rectiligne et uniforme*.

a) Les deux axes de référence liés à la maquette doivent être homologues de ceux de l'avion vraie grandeur.

En particulier l'axe de tangage de la maquette doit être l'homologue de l'axe qui passe par le centre de gravité des forces-poids de l'avion, ce qui n'implique pas que le centre de gravité de la maquette soit un point homologue de celui de l'avion (des tarages statiques — détermination des zéros — permettant d'éliminer par différence les forces de volume et leurs moments).

b) Les moments des forces de frottement intervenant dans la mesure des moments de charnière (4) et dus aux frottements dans les articulations (roulements) devraient être dans le même rapport que les moments des actions de contact aérodynamiques.

Dans l'impossibilité où l'on se trouve de réaliser une telle condition, on tend à s'en rapprocher en faisant que ces moments parasites (qui interviennent tantôt avec le signe + tantôt avec le signe —, suivant le sens de la manœuvre) soient les plus petits possibles ; d'où la nécessité :

1) D'avoir des volets ou gouvernes très légères ;

(1) Utilisation de souffleries à densité variable.

(2) Il suffit de se reporter à l'équation exprimant la conservation de l'énergie pour fluides compressibles :

$$\frac{v_x^2}{2} + \frac{a_x^2}{\gamma - 1} = \frac{v_M^2}{2} + \frac{a_M^2}{\gamma - 1}, \text{ avec } \gamma = \frac{C_p}{C_v},$$

et d'exprimer que $v_\infty : a_\infty$ et $v_M : a_M$ sont respectivement les mêmes pour les 2 modèles.

(3) Ainsi, en considérant le cas d'une transformation sans dégradation d'énergie, une vitesse $v_\infty = 150 \text{ m/s}$, une température $t_\infty = 10^\circ \text{ (p}_x = 1)$, donc un rapport $\frac{v_x}{a_\infty} = 0,41$, le calcul montre qu'en un point M d'un profil où le coefficient de dépression est $C_p = -2,5$, on a :

$v_M = 298 \text{ m/s}$, $t_M = -23^\circ$, $a_M = 318 \text{ m/s}$, et $\frac{v_M}{a_M} = 0,937$ (nombre de Mach-Bairstow local).

(4) Cette contrainte de similitude mécanique s'applique également aux maquettes volantes.

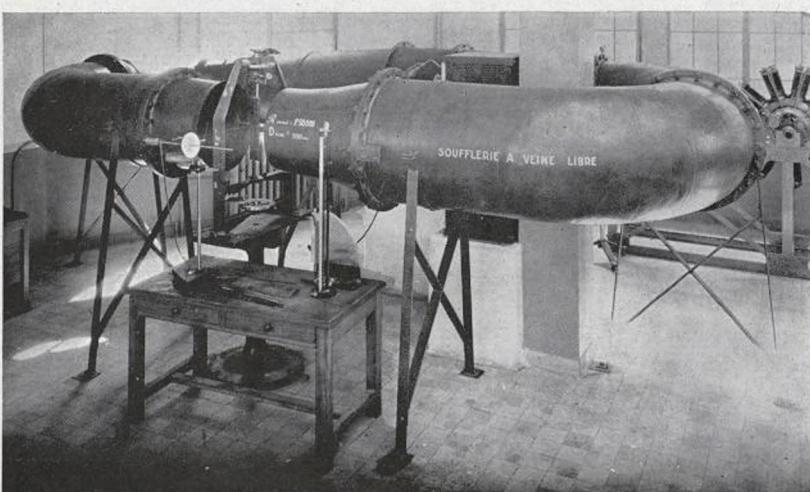
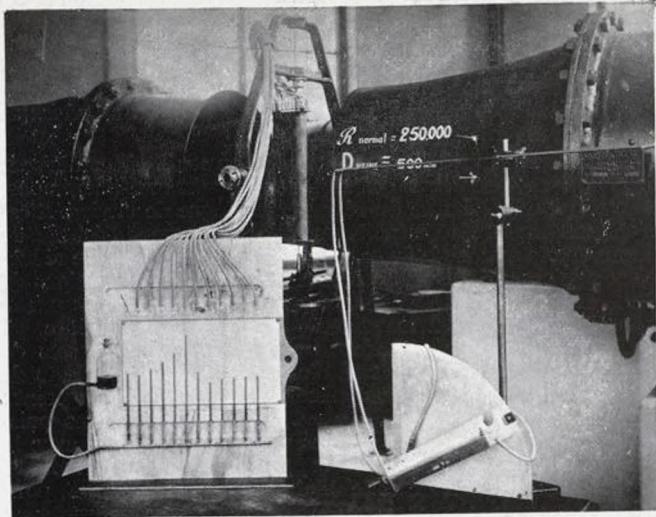


Fig. 1

Soufflerie aérodynamique d'enseignement pour l'étude qualitative des maquettes d'avions au point fixe
(Laboratoire de l'Ecole d'Arts et Métiers de Châlons-sur-Marne)



← Fig. 2

Détermination expérimentale des surpressions et des dépressions relatives, dans le champ néodynamique d'une aile, le long de ses parois

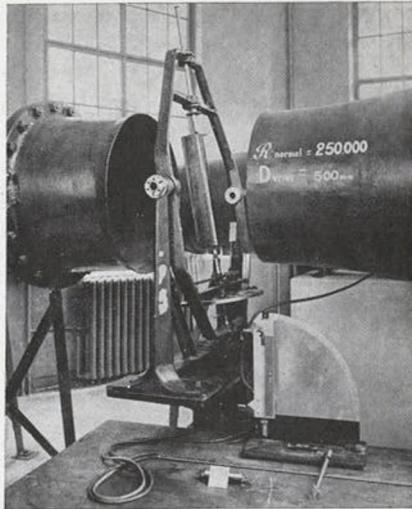


Fig. 3 →

Détermination du moment de tangage à l'aide d'une girouette aérodynamique

2) Si possible de rapprocher leur centre de gravité de l'axe d'articulation ;

3) De réduire au minimum les frottements des paliers ou butées au minimum par l'emploi de roulements à billes ou à aiguilles.

La détermination de deux courbes par des manœuvres inversées (angles croissants et décroissants) permet d'obtenir une valeur moyenne indépendante des frottements, mais il est bien évident que si ceux-ci étaient exagérés, la sensibilité des mesures en serait affectée, et inégalement pour la maquette et l'avion vraie grandeur.

Nous avons alors à distinguer deux cas :

A) Similitude des planeurs (et des ailes).

Si toutes les contraintes de similitude que nous venons d'exposer étaient strictement observées, les coefficients classiques sans dimension :

$$100 \cdot C_x = \frac{F_x}{\rho \cdot S \cdot \frac{v_x^2}{2}}, \quad 100 \cdot C_z = \frac{F_z}{\rho \cdot S \cdot \frac{v_x^2}{2}}$$

$$100 \cdot C_y = \frac{F_y}{\rho \cdot S \cdot \frac{v_x^2}{2}}$$

$$100 \cdot C_{M_t} = \frac{M}{\rho \cdot S \cdot L \cdot \frac{v_x^2}{2}} \dots \text{etc...}$$

$$\text{réaction de manche : } r_\beta = \frac{R_\beta}{\rho \cdot S \cdot \frac{v_x^2}{2}} \quad (\text{compte tenu du rapport de similitude des tringles de commande des gouvernes})$$

seraient les mêmes pour la maquette expérimentée en soufflerie et l'avion dans l'atmosphère libre. Naturellement, il y aura toujours de légers écarts, en particulier par suite de différences d'influence de la turbulence; il est surtout intéressant de connaître le signe de ces écarts, afin d'apporter les corrections qualitatives nécessaires.

En général, les C_z obtenus en vol sont toujours de quelques points supérieurs à ceux mesurés en soufflerie.

Relations théoriques entre les forces, les moments (de stabilité ou de charnière) et autres grandeurs caractéristiques, lorsque les vitesses et les masses spécifiques sont différentes (λ = rapport de similitude).

Soient :

$\mu = \frac{v_e}{v_a}$ le rapport des vitesses (relatives) de l'air (qu'il ne faut pas confondre avec le coefficient de viscosité μ) ;

ρ_e le rapport des masses spécifiques de l'air (résultant par exemple d'altitudes différentes).

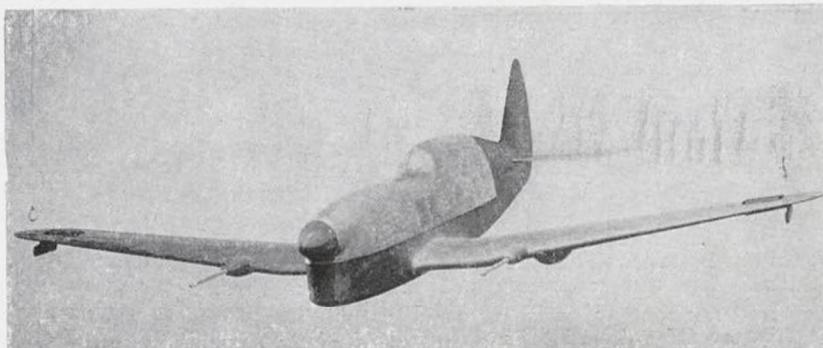


Fig. 4. — Maquette d'avion non motorisée

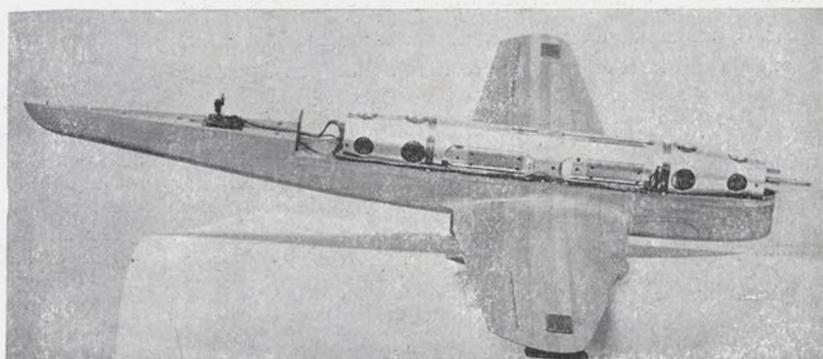


Fig. 5. — Maquette d'avion motorisé avec 2 moteurs dynamométriques pour 2 hélices coaxiales

Nous avons :

$$\text{Forces : } \frac{F_e}{F_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^2 \cdot \mu^2,$$

$$\text{Moments de stabilité ou de charnière : } \frac{M_e}{M_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^3 \cdot \mu^2,$$

$$\text{Charge par unité de surface : } \frac{p_e}{p_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \mu^2,$$

Coefficient de surpression ou de dépression en des points homologues :

$$C_p = \frac{\Delta p}{\rho} : \frac{v^2}{2}, \text{ les mêmes ;}$$

Contraintes de similitude en défaut (la prétrubulence permet de corriger celle de Reynolds) :

$$\text{Nombre de Reynolds : } \frac{R_e}{R_a} \cong \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda \cdot \mu, \text{ en négligeant l'influence de la température sur la viscosité.}$$

$$\text{Nombre de Bairoff : } \frac{v_e}{a_e} : \frac{v_a}{a_a} = \mu \cdot \left(\frac{T_e}{T_a} \right)^{-1/2}, T \text{ étant la température absolue de l'air à l'infini amont de la maquette ou de l'avion.}$$

B) Similitude des maquettes motorisées.

Les maquettes motorisées font intervenir l'influence des hélices sur le coefficient de trainée (résultant) et sur les conditions de stabilité (longitudinale, latérale et de lacet). Cette influence a deux causes :

- a) effet de souffle (*interaction du planeur avec l'hélice*) ;
- b) traction proprement dite des hélices.

a) La similitude des effets de souffle n'est pas absolument certaine, car les sillages derrière les hélices ne sont pas nécessairement homologues. En particulier, il est vraisemblable que la similitude des tourbillons provoqués par les hélices obéit à la loi de Reynolds — qu'il est impossible de respecter.

Mais, même s'il y a écart entre les effets de souffle, c'est-à-dire si leur similitude n'est pas exacte, cet écart restera néanmoins toujours notablement inférieur à la valeur absolue de l'effet de souffle sur $C_x, C_x, C_y, C_m, C_{m_r}$ et C_{m_0} : d'où le grand intérêt des maquettes motorisées.

b) La traction proprement dite des hélices influe naturellement sur C_x , qui peut alors devenir négatif ; mais la considération d'un C_x résultant nous ramène à la similitude des planeurs.

Cette traction peut modifier les coefficients de tangage, de roulis et de giration ; l'essentiel, c'est qu'elle les modifie dans le même rapport, respectivement pour la maquette en soufflerie et l'avion vraie grandeur (en vol rectiligne et uniforme).

L'intervention des hélices nous conduit à d'autres conditions de similitude qui leur sont propres :

a) Vitesses de rotation : les régimes sont homologues pour le même $\gamma = \frac{v}{n \cdot D}$ (même angle d'attaque en des points homologues, ce qui implique que les hélices sont au même pas relatif, et ont la même déformation relative). Par conséquent :

$$\frac{N_e}{N_a} = \frac{\mu}{\lambda} \left(\text{indépendant de } \frac{\rho_e}{\rho_a} \right);$$

b) Efforts de traction. Couples moteurs (et de renversement) et puissances effectives :

Traction : $\frac{T_e}{T_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^2 \cdot \mu^2$ (même $\tau = \frac{T}{\rho \cdot n^2 \cdot D^4}$), (comme pour les forces)

Couples (comme pour les moments de forces) : $\frac{C_e}{C_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^3 \cdot \mu^2$ (même $\beta = \frac{C}{\rho \cdot n^2 \cdot D^5}$),

Puissances : $\frac{\mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^2 \cdot \mu^3$ (même $\chi = \frac{\mathcal{P}}{\rho \cdot n^3 \cdot D^5}$).

Remarque I : Dans les essais en soufflerie de maquettes motorisées, il sera nécessaire d'encadrer les régimes de vol de l'avion vraie grandeur par une succession de régimes plus ou moins voisins qui, bien qu'inaccessibles à l'avion en vol constituent un précieux moyen d'investigation (voir la remarquable étude de M. Rebuffet parue dans *Science aérienne*, n° 2, mars-avril 1939).

Ces larges limites d'essais pratiquées en soufflerie conduisent à prévoir et à aménager des moteurs de puissance plus importante que celle déduite du régime homologue de l'avion. C'est l'encombrement de ces moteurs qui fixe souvent l'échelle de la maquette motorisée (avec pilote à bord), le rapport de réduction minimum étant fixé, d'autre part, par les dimensions de la veine d'expérience (et des interactions de parois) et par le prix de revient de la maquette. Aux faibles γ de l'hélice, on est conduit, si l'on maintient v constant, à des vitesses de rotation très élevées ; comme, d'autre part, les coefficients de puissance χ sont grands, les puissances du moteur s'exagèrent ; nous avons en effet, $\mathcal{P} = \rho \cdot \chi \cdot n^3 \cdot D^5$. Pour limiter ces puissances maxima (à faible γ) à des valeurs compatibles avec la place dont on dispose dans la maquette pour loger le moteur, les appareils de mesure et le pilote, on peut être conduit, pour réaliser ces faibles valeurs de γ , à diminuer v sans augmenter n ; mais alors, la précision des mesures est moins bonne et le nombre de Reynolds de la maquette diminue.

Remarque II : En désignant par θ le rapport des temps, on serait tenté (pour exprimer les rapports de similitude dérivés en fonction des trois rapports de similitude fondamentaux λ, m et θ) d'écrire :

$$\frac{v_e}{v_a} = \lambda \cdot \theta^{-1}.$$

Cette façon de faire n'a aucune signification physique car il n'existe aucune corrélation entre le rapport des vitesses du vent de la soufflerie et de l'avion dans la libre atmosphère, avec le rapport de similitude géométrique λ .

Par contre, comme nous allons le voir, cette corrélation existe pour les maquettes volantes (sauf si leur mouvement est rectiligne et uniforme), et c'est pourquoi l'étude de leur similitude est différente de celle que nous venons d'exposer.

4^e SIMILITUDE DES MAQUETTES VOLANTES.

Nous supposerons un mouvement permanent du fluide en toute région du champ aérodynamique perturbé par la maquette volante ou l'avion lui-même ; cette hypothèse exclut, non seulement la turbulence désordonnée de l'atmosphère (remous), mais également tout décollement global de l'air des parois d'extrados (incidences ou braquages toujours inférieurs aux angles critiques).

Comme nous l'avons précisé plus haut, et d'après les expériences qui ont été faites en hydraulique sur les tourbillons alternés (voir travaux de Camichel), il paraît vraisemblable que ceux-ci obéissent à la loi de Reynolds. Or, pour les grands angles d'incidence ou de braquage, les actions aérodynamiques découlant de ces tourbillons prennent une importance relative très grande. D'où la nécessité de ne pas dépasser de trop grands angles pour éviter de trop grands « écarts » : application aux essais de vrille.

Tout ce que nous allons déduire est valable quel que soit l'état cinématique de la maquette volante ou de l'avion : mouvement uniforme et rectiligne, ou mouvement varié et curviligne, par rapport à des axes de référence invariablement liés à l'air (ou au sol (1)) ; mouvement relatif par rapport à des axes de références liés à l'avion.

Pour déduire les contraintes de similitude entre la maquette volante et l'avion vraie grandeur, nous allons, plutôt que de partir des équations d'équilibre dynamique de vol de l'avion, utiliser la loi de d'Alembert (principe fondamental de la mécanique) qui est à la base de ces équations.

(1) Si l'air est immobile.

Nous rappelons que la non-observation des contraintes générales de similitude exposées plus haut — particulièrement en ce qui concerne la viscosité, la turbulence et la compressibilité — nous conduira à des écarts que seule l'expérience permettra de chiffrer.

1^o Interprétation des équations d'équilibre dynamique de projections.

Par rapport à l'un quelconque des axes de référence « absolus », Ox par exemple, le principe de d'Alembert s'écrit :

$$(1) \quad I \quad \left. \begin{array}{l} \rightarrow + \Sigma (\text{forces extérieures de volume})_x \\ \rightarrow + \Sigma (\text{forces extérieures de contact aérodynamiques})_x \\ \rightarrow + \Sigma (\text{forces d'inertie appliquées aux différentes particules de l'avion})_x \end{array} \right\} = 0.$$

Les forces extérieures de contact comprennent ici, exclusivement, les actions de contact aérodynamiques (2) de forme et de frottement, toutes de la forme :

$$F = C \cdot S \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}, \quad \text{avec } C = C_x, C_z, C_y \dots$$

Les forces d'inertie « absolues » comprennent aussi bien les composantes tangentielles $-m \cdot \frac{dv}{dt}$ (motrices s'il y a déceleration, et vice versa) que les composantes normales dites centrifuges $-m \cdot \frac{v^2}{r}$. Nous savons, d'autre part, que la composition des accélérations nous permet de déduire l'accélération relative, connaissant celles d'entraînement et de Coriolis.

Il nous paraît nécessaire de préciser que la similitude, en 2 points homologues des 2 modèles, entre les forces d'inertie relatives (conditionnées par les dimensions des aérodynes) et les forces d'inertie d'entraînement (conditionnées par les trajectoires des centres de gravité), implique une similitude totale des avions et des trajectoires de leurs centres de gravité G : même valeur de λ . Ces trajectoires seront homothétiques pour les 2 aérodynes, même dans le cas de la vrille stationnaire (mouvement uniforme mais non rectiligne de G).

Les forces extérieures de volume sont celles dues aux poids (matière hétérogène) ; on a, en désignant par ϖ_e et ϖ_a les poids spécifiques moyens des 2 modèles :

$$\frac{P_e}{P_a} = \lambda^3 \cdot \frac{\varpi_e}{\varpi_a}.$$

Or, comme les deux avions évoluent dans le même champ de la pesanteur, g a la même valeur pour les deux, de sorte que :

$$\frac{P_e}{P_a} = \frac{M_e}{M_a} = \lambda^3 \cdot \frac{\varpi_e}{\varpi_a},$$

d'où :

$$(1) \quad m = \lambda^3 \cdot \frac{\varpi_e}{\varpi_a}$$

1) Exprimons d'abord qu'il y a similitude entre les forces de volume et les forces d'inertie :

$$\frac{P_e}{P_a} = m = m \cdot \lambda \cdot \theta^{-2},$$

d'où :

$$(2) \quad \lambda \cdot \theta^{-2} = 1 \quad \rightarrow \text{mêmes accélérations linéaires tangentielles ou normales en des points homologues.}$$

Les accélérations angulaires, qui ont le rapport de similitude θ^{-2} , sont donc dans le rapport :

$$(3) \quad \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_e : \left(\frac{d\omega}{dt} \right)_a = \lambda^{-1}$$

La relation (2) peut encore s'écrire :

$$(4) \quad \lambda \cdot \theta^{-1} = 0 = \lambda^{1/2} \quad \rightarrow \text{rapport de similitude des vitesses.}$$

Nous pouvons encore interpréter cette contrainte de similitude comme suit :

$$(4 \text{ bis}) \quad \frac{v_e}{v_a} = \left(\frac{l_e}{l_a} \right)^{1/2} : \text{ nous retrouvons la règle de Froude.}$$

2) Exprimons maintenant la similitude exacte entre les forces aérodynamiques (ou hydrodynamiques) (1) en mouvement dit turbulent, et celles d'inertie :

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \frac{C_e}{C_a} \cdot \lambda^2 \cdot \frac{v_e^2}{v_a^2} = m \cdot \lambda \cdot \theta^{-2}.$$

Les conditions de similitude générale imposent $C_e = C_a$. Comme

$$\left(\frac{v_e}{v_a} \right)^2 = \lambda^2 \cdot \theta^{-2},$$

nous obtenons :

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^4 \cdot \theta^{-2} = m \cdot \lambda \cdot \theta^{-2},$$

d'où :

$$(5) \quad m = \lambda^3 \cdot \frac{\rho_e}{\rho_a}$$

La confrontation des égalités (1) et (5) implique immédiatement la condition impérative suivante :

$$(5 \text{ bis}) \quad \frac{\rho_e}{\rho_a} = \frac{\varpi_e}{\varpi_a}$$

On voit que les rapports des poids spécifiques moyens des fluides d'une part, des éléments solides d'autre part, doivent être identiques. De sorte qu'on ne peut jouer (2) sur le rapport $\varpi_e : \varpi_a$ que dans les limites de variation classique de ρ en fonction de l'altitude z (ρ fonction de la pression atmosphérique et de la température). On pourrait toutefois élargir le champ de variation de $\rho_e : \rho_a$ (donc le rapport des densités moyennes des deux avions) en ayant recours à des fluides gazeux ou liquides, de densités notamment différentes (eau, pétrole, hydrogène).

Mais, pour l'atmosphère libre (puisque il s'agit de maquettes volantes avec pilote), le champ de variation de $\rho_e : \rho_a$, jusqu'à l'altitude de 10 000 m, n'est que de l'ordre de $\frac{1}{3}$ à 3.

Le désir que l'on pourrait avoir d'obtenir une plus grande souplesse de similitude — une famille de maquettes — pour l'obtention de certaines conditions à réaliser (telles que : mêmes puissances, ou mêmes vitesses, ou mêmes régimes d'hélices) en choisissant arbitrairement le rapport $\varpi_e : \varpi_a$, ne peut se concilier que si l'on dispose simultanément d'air à différentes altitudes, telles que :

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} = \frac{\varpi_e}{\varpi_a}.$$

En particulier, si l'on pose :

$$\varpi_e = \lambda,$$

ou, ce qui revient au même :

$$\frac{\varpi_e}{\varpi_a} = \lambda^{\alpha-3},$$

il faut que simultanément l'on ait à sa disposition :

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} = \lambda^{\alpha-3}.$$

(1) Pour un hydravion en vol, mais en contact avec l'eau, il faut également considérer les actions de contact hydrodynamiques avec la coque, qui sont également de la forme :

$$F = C \cdot S \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}.$$

(2) Si, en particulier, on pose $\rho_e : \rho_a = 1$ (alt. homologues), on doit nécessairement réaliser $\varpi_e : \varpi_a = 1$ et l'on ne peut pas écrire $\varpi_e : \varpi_a = \lambda^\alpha$ avec $\alpha \neq 1$ et $\lambda \neq 1$.

Exemple : 1^o pour $\alpha = 4$, $\frac{v_e}{v_a} = \lambda = \frac{\rho_e}{\rho_a}$; si d'autre part $\lambda = 1/3$, on voit que, s'il est relativement facile de réaliser $v_e : v_a = 1/3$, on sera dans l'obligation d'expérimenter la maquette volante à 10 000 m d'altitude ($\delta = 0,33$) pour être dans les mêmes conditions de vol que l'avion vraie grandeur au sol;

2^o pour $\alpha = 2$, $\frac{v_e}{v_a} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\rho_e}{\rho_a}$. Si $\lambda = 1/3$, $\frac{\rho_e}{\rho_a} = 3$; on voit

que la maquette devra évoluer au sol alors que l'avion vrai de grandeur devra voler à l'altitude 10 000 m (avec compresseur bien entendu).

2^o Interprétation des équations d'équilibre dynamique de moments.

Par rapport à l'un quelconque des axes de référence x, y ou z , nous avons :

$$\begin{array}{l} \rightarrow + \sum M_x \text{ forces extérieures de volume} \\ \rightarrow + \sum M_x \text{ forces extérieures de contact} \\ \rightarrow + \sum M_x \text{ forces d'inertie appliquées aux} \\ \text{différentes particules de l'avion} \end{array} \left. \right\} = 0.$$

Ces derniers moments sont homogènes à

$$- I_x \cdot \frac{d\omega}{dt} = - I_x \cdot \frac{d^2\alpha}{dt^2},$$

I_x étant le moment d'inertie massique de l'avion par rapport à l'axe Ox , ω une vitesse angulaire et α un angle.

1) La similitude entre les moments des forces extérieures de volume et ceux des forces d'inertie nous donne (en désignant par d_{ag} les bras de levier des forces-poids par rapport à l'axe considéré) :

$$\frac{M_e \cdot g \cdot d_{eg}}{M_a \cdot g \cdot d_{ag}} = m \cdot \frac{d_{eg}}{d_{ag}} = m \cdot \lambda^2 \cdot 0^{-2};$$

Or :

$$\lambda \cdot 0^{-2} = 1,$$

d'où :

$$(6) \quad \frac{d_{eg}}{d_{ag}} = \lambda$$

Ceci est vrai quel que soit l'axe considéré; ce qui signifie que les centres de gravité doivent occuper des positions homologues (6α).

2) Si nous interprétons maintenant la similitude des moments des forces d'inertie et ceux des forces aérodynamiques, nous obtenons :

$$\frac{I_e}{I_a} \cdot 0^{-2} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^5 \cdot 0^{-2},$$

d'où :

$$(7) \quad \frac{I_e}{I_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^5$$

Comme nous avons à considérer respectivement chacun des 3 axes de références, nous voyons que les 3 moments d'inertie sont respectivement dans le même rapport :

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^5.$$

Par conséquent, les ellipsoïdes d'inertie de la maquette volante et de l'avion, rapportés à ces axes de référence, sont homothétiques (7α).

Les conditions 6α et 7α peuvent se réduire en une seule : Les ellipsoïdes d'inertie centraux (ceux relatifs aux centres de gravité homologues) doivent être homothétiques.

Il est facile de voir, en combinant (5) et (7), que les rayons de giration pris par rapport à l'un quelconque des axes de référence (issus ou non de G), sont dans le rapport λ .

Conséquences de ces contraintes de similitude.

A la lumière des résultats obtenus, calculons les rapports de similitude des autres grandeurs fondamentales :

(8) Vitesses de rotation des hélices :

$$\gamma = \frac{v_e}{n_e \cdot D_e} = \frac{v_a}{n_a \cdot D_a},$$

d'où :

$$\frac{n_e}{n_a} = \lambda^{-1/2}$$

(9) Puissances effectives des hélices :

$$\frac{\mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_a} = \frac{\chi \cdot \rho_e \cdot n_e^3 \cdot D_e^5}{\chi \cdot \rho_a \cdot n_a^3 \cdot D_a^5},$$

d'où :

$$\frac{\mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^{7/2}$$

(10) Couples effectifs des hélices :

$$\frac{\mathcal{C}_e}{\mathcal{C}_a} = \frac{\mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_a} \cdot \frac{N_a}{N_e},$$

d'où :

$$\frac{\mathcal{C}_e}{\mathcal{C}_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^4$$

(11) Efforts de traction des hélices :

$$\frac{T_e}{T_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \left(\frac{N_e}{N_a} \right)^2 \cdot \left(\frac{D_e}{D_a} \right)^4$$

d'où :

$$\frac{T_e}{T_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^3$$

même rapport que les masses et les poids, ce qui était prévisible;

(12) Charge par unité de surface alaire :

$$\frac{p_e}{p_a} = \frac{F_e}{F_a} \cdot \frac{S_a}{S_e},$$

d'où :

$$\frac{p_e}{p_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda$$

(13) Coefficients de surpression en des points homologues :

$$\frac{C_{pe}}{C_{pa}} = 1 \quad C_{pe} = C_{pa};$$

de même, tous les coefficients unitaires, les C_s , les C_x , C_m ... sont respectivement égaux.

(14) Moments stabilisateurs et moments de charnière :

$$\frac{M_e}{M_a} = \frac{C_e}{C_a} \quad \frac{M_e}{M_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^4$$

(15) Projections cinétiques :

$$\frac{M_e \cdot v_e}{M_a \cdot v_a} = \frac{F_e \cdot t_e}{F_a \cdot t_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^3 \cdot \lambda^{1/2} \quad \frac{M_e \cdot v_e}{M_a \cdot v_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^{7/2}$$

(16) Moments cinétiques :

$$\frac{I_e \cdot \omega_e}{I_a \cdot \omega_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^5 \cdot \lambda^{-1/2} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^{9/2}$$

(17) Energies cinétiques globales :

$$\frac{E_e}{E_a} = \frac{M_e \cdot v_e^2}{M_a \cdot v_a^2} = m \cdot \lambda,$$

d'où :

$$\frac{E_e}{E_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^4$$

Nous obtenons ici le même rapport de similitude que pour les moments de force et que pour les travaux; c'était à prévoir, car ces trois grandeurs ont la même équation de dimension.

(18) Nombres de Reynolds (à la même température) :

$$\frac{R_e}{R_a} = \frac{v_e \cdot l_e}{v_a \cdot l_a} \cdot \frac{\rho_e}{\rho_a},$$

soit :

$$\frac{R_e}{R_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^{3/2}$$

Pour que la similitude de Froude, conditionnant l'égalité des accélérations linéaires, et celle de Reynolds soient simultanément satisfaites, il faudrait que l'on ait :

$$\begin{cases} R_e = R_a, \text{ soit } \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^{3/2} = 1, \\ \lambda \cdot \theta^{-2} = 1. \end{cases}$$

Le rapport λ devrait donc être choisi en fonction du rapport $\rho_e : \rho_a$, condition bien classique :

$$\lambda = \left(\frac{\rho_a}{\rho_e} \right)^{2/3}.$$

(19) Nombres de Mach-Bairstow (sans ondes de choc, et variation de l'énergie interne par transformation adiabatique réversible : $a^2_x = \gamma \cdot \frac{P_x}{\rho_x} = \gamma \cdot g \cdot R \cdot T_x$) :

$$\left(\frac{v_x}{a_x} \right)_e : \left(\frac{v_x}{a_x} \right)_a = \left(\lambda \cdot \frac{T_{xa}}{T_{xe}} \right)^{1/2},$$

T étant les températures absolues.

Cas particulier de la similitude des maquettes volantes : vol rectiligne et uniforme.

Les accélérations sont toutes nulles ; il en est par conséquent de même des forces d'inertie.

Les contraintes de similitude, conditionnées, soit par la proportionnalité des forces d'inertie et des forces aérodynamiques de contact, soit par la proportionnalité des moments de ces deux catégories de forces, se trouvent éliminées.

Cette similitude des maquettes en vol rectiligne et uniforme peut présenter un intérêt aussi grand que celui des maquettes en soufflerie, mais exclut toute la supériorité des maquettes volantes sur celles au point fixe puisqu'elle ne permet pas d'étudier :

a) Les accélérations angulaires et linéaires en régime varié (en particulier la stabilité latérale, la vrille stationnaire et la sortie de vrille) ;

b) La « maniabilité » de l'appareil, c'est-à-dire les temps correspondants à une certaine évolution ;

c) Les périodes de roulement au décollage ou à l'atterrissage.

Conditions de similitude en vol rectiligne et uniforme.

a) La proportionnalité des forces de volume et des actions de contact aérodynamiques nous donne :

$$\left(\frac{P_e}{P_a} = \frac{m_e}{m_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^3 \right) = \left(\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^2 \cdot \frac{v_e^2}{v_a^2} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^4 \cdot \theta^{-2} \right),$$

soit :

(1)

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} = \frac{\lambda}{\theta} \cdot \lambda^{-2}$$

Si $\omega_e : \omega_a = \rho_e : \rho_a$, nous retombons sur la loi de similitude en vol varié quelconque : mêmes accélérations linéaires (Froude).

b) La proportionnalité des moments des deux natures de forces extérieures précédentes nous conduit à :

$$\left(\frac{M_e \cdot g \cdot d_{ea}}{M_a \cdot g \cdot d_{aa}} = m \cdot \frac{d_{ea}}{d_{aa}} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^3 \cdot \frac{d_{ea}}{d_{aa}} \right) = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^5 \cdot \theta^{-2};$$

d'où, en tenant compte de (1),

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^4 \cdot \theta^{-2} \cdot \frac{d_{ea}}{d_{aa}} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^5 \cdot \theta^{-2},$$

soit :

(2)

$$\frac{d_{ea}}{d_{aa}} = \lambda \quad d_a = x_a \text{ ou } y_a \text{ ou } z_a.$$

Comme cette relation doit s'appliquer à chacun des 3 axes de référence, elle signifie que les centres de gravité doivent encore occuper des positions homologues (ce qu'il n'est pas nécessaire de réaliser pour les maquettes en soufflerie).

(3) c) D'autre part, les $\gamma = \frac{v}{n \cdot D}$ devront être naturellement les mêmes pour les deux hélices.

Les moments d'inertie peuvent être absolument quelconques.

Les trois seules contraintes de similitude à observer sont donc celles interprétées par les relations (1) (2) et (3).

Le rapport $\rho_e : \rho_a$ nous est imposé dans les limites disponibles de l'atmosphère libre (de $1/3$ à 3 environ pour z variant de 0 à $10\ 000$ m), mais nous sommes libres de prendre pour $\omega_e : \omega_a$, rapport des poids spécifiques moyens de la maquette volante et de l'avion, toute valeur arbitraire, pourvu que les conditions de choix de matière, de résistance des matériaux et d'encombrement soient conciliaires.

Posons donc :

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} = \lambda^n, \quad \left(\text{poids } \frac{P}{P_a} = \lambda^{n+3} \right),$$

n pouvant être un exposant entier ou fractionnaire, positif ou négatif ; la contrainte générale de similitude :

$$\frac{\rho_e}{\rho_a} = \frac{\lambda}{\theta} \cdot \lambda^{-2},$$

devient :

$$\lambda^n = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda \cdot \theta^{-2},$$

d'où :

$$\lambda^{n-1} \cdot \theta^2 = \frac{\rho_e}{\rho_a}, \quad \frac{\rho_e}{\rho_a} \text{ pouvant varier de } 1/3 \text{ à } 3.$$

Nous en déduisons successivement les rapports de similitude principaux (voir le tableau de la page 37).

Pour deux avions, maquette volante et avion vraie grandeur, volant en ligne droite et à vitesse constante à la même altitude ($\rho_e = \rho_a$), on voit à quelle condition les grandeurs : poids, temps, vitesses, puissances, nombres de Reynolds sont respectivement identiques.

De la valeur de n découlent immédiatement les autres rapports de similitude :

1^{er} exemple : même nombre de Reynolds à la même altitude :

$n = -3, \frac{P_e}{P_a} = 1$: les 2 avions pèsent le même poids.

RÉSUMÉ DES CONTRAINTES DE SIMILITUDE ET DES RAPPORTS DE SIMILITUDE

(mouvement du fluide supposé permanent)

e : maquette d'essai. — a : avion vraie grandeur. — ρ : masses spécifiques des fluides. — ω : poids spécifiques moyens des solides

Conditions ou contraintes de similitude		Rapports de similitude des grandeurs caractéristiques	I. Maquette expérimentée en soufflerie	II. Maquette volante
Générales	1 ^o Similitude de forme :	Dimensions Surfaces Volumes Angles	λ λ^2 λ^3 λ^{-1}	
	2 ^o Similitude de surface :	Rugosités relatives		λ^{-1} (en attendant de mieux connaître cette influence de surface)
	3 ^o Similitude aérodynamique :	a) Même incidence aérodynamique (corrections de parois effectuées); b) Même influence de la viscosité dans ses rapports avec la turbulence préexistante; c) Même influence relative de la variation d'énergie interne de l'air (compressibilité).		$i_e = i_a$ \mathcal{R}_e effectif = \mathcal{R}_a effectif (ou, en d'autres termes, \mathcal{R}_e et \mathcal{R}_a supérieurs à \mathcal{R}_o critiques respectifs) — palliatif plutôt que certitude. Mêmes nombres de Bairstow pour le planeur et pour l'hélice, et absence de toutes ondes de choc ($v_m : a_m < 1$ en tous points M de la maquette et de l'avion).
	4 ^o Nature cinématique du vol :		Uniforme et rectiligne	Varié quelconque (λ aérodynes = λ trajectoires G)
	5 ^o Axes de référence liés à la maquette :		Homologues de ceux de l'avion, mais non pas nécessairement issus de G maquette.	Issus de G maquette, point homologue de G avion.
	6 ^o Masses ou poids :		Quelconques	$\frac{M_e}{M_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^3 = \frac{\omega_e}{\omega_a} \cdot \lambda^3$, d'où $\omega_e : \omega_a = \rho_e : \rho_a$.
	7 ^o Moments d'inertie :		Quelconques	$\frac{I_e}{I_a} = \frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^5$ Les contraintes 5 et 7 signifient : ellipsoïdes centraux d'inertie homothétiques.
	8 ^o Relation nécessaire entre vitesses et dimensions :	Coefficients unitaires : C_{p_m} , C_x , C_z , C_y , C_r , C_{mt} , C_{mr} , C_{mg} et r .	Aucune (rapport des vitesses arbitraires : $v_e : v_a = \mu$)	$\frac{v_e}{v_a} = \lambda \cdot \theta^{-1} = \lambda^{1/2}$, C'est la règle classique de Froude
		Temps θ Vitesses avions Vitesses angulaires Accélérations linéaires Accélérations angulaires	Identiques (coefficients de surpression effective C_{pm} identiques en des points homologues)	Identiques
Restreintes		1) Forces, traction hélices ; 2) Moments stabilisateurs de charnière et couples moteurs ou de renversement ; 3) Puissances moteurs maquettes motorisées ; 4) Vitesses de rotation des hélices ; 5) Charges par unité de surface ; 6) Nombres de Reynolds à température constante ; 7) Variation de projections cinétiques des masses solides ; 8) Variation des moments cinétiques, masses solides ; 9) Variation d'énergie cinétique masses solides ; 10) Poids par unité de puissance.	Sans intérêt $v_e = 0$, v_a quelconque Nulls Nulls	$\lambda^{1/2}$ $\lambda^{1/2}$ $\lambda^{-1/2}$ Egales λ^{-1}
			$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^2 \cdot \mu^2$	$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^3 =$ rapport des masses
			$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^3 \cdot \mu^2$	$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^4 = m \cdot \lambda$
			$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^2 \cdot \mu^3$	$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^{7/2}$
			$\mu : \lambda$	$\lambda^{-1/2}$
			$(\rho_e : \rho_a) \cdot \mu^2$	$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda$
			$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda \cdot \mu$	$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^{3/2}$
			0	$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^{7/2}$
			0	$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^{9/2}$
			0 Quelconques	$(\rho_e : \rho_a) \cdot \lambda^4$ $\lambda^{-1/2}$

Grandeur	Rapport		Conditions de grandeurs égales pour $\rho_e = \rho_a$	
	Si $\rho_e \neq \rho_a$	Si $\rho_e = \rho_a$	Exposant n	Rapport des poids λ^{n+3}
Temps θ	$\left(\frac{\rho_e}{\rho_a}\right)^{1/2} \cdot \lambda^{-\frac{n-1}{2}}$	$\lambda^{-\frac{n-1}{2}}$	n	λ^4
Vitesses linéaires : $\lambda \cdot \theta^{-1}$	$\left(\frac{\rho_e}{\rho_a}\right)^{-1/2} \cdot \lambda^{\frac{n+1}{2}}$	$\lambda^{\frac{n+1}{2}}$	$-n$	λ^2
Vitesses angulaires : θ^{-1}	$\left(\frac{\rho_e}{\rho_a}\right)^{-1/2} \cdot \lambda^{\frac{n-1}{2}}$	$\lambda^{\frac{n-1}{2}}$	n	λ^4
Accélérations	toutes nulles			
Masses, forces-poids ou aérodynamiques (inerties exclues) $\frac{\rho_e}{\rho_a} \cdot \lambda^3$	λ^{n+3}	λ^{n+3}	-3	1
Charges par m ² : P/S	λ^{n+1}	λ^{n+1}	$-n$	λ^2
Puissances (1) : $m \cdot \lambda \cdot \theta^{-1}$	$\left(\frac{\rho_e}{\rho_a}\right)^{-1/2} \cdot \lambda^{\frac{3n+7}{2}}$	$\lambda^{\frac{3n+7}{2}}$	$-7/3$	$\lambda^{2/3}$
Poids par cheval : P/T	$\left(\frac{\rho_e}{\rho_a}\right)^{1/2} \cdot \lambda^{-\frac{n+1}{2}}$	$\lambda^{-\frac{n+1}{2}}$	$-n$	λ^2
Nombre de Reynolds (pour $\rho_e = \rho_a$)	$\lambda^{\frac{n+3}{2}}$			
Vitesses linéaires/régime hélice	λ , indépendant de $\frac{\rho_e}{\rho_a}$			

(1) Les puissances étant dans le rapport $\frac{F_e \cdot v_e}{F_a \cdot v_a} = \frac{P_e \cdot v_e}{P_a \cdot v_a} = m \cdot \lambda \cdot \theta^{-1}$, il serait faux d'écrire $\frac{P_e}{P_a} : \frac{v_e}{v_a} = (m \cdot \lambda \cdot \theta^{-1}) : (\lambda \cdot \theta^{-1})$, parce que le rapport des accélérations (2) est indéterminé : $\lambda \cdot \theta^{-2} = \frac{0}{0}$.

Que deviennent : les puissances :

$$\lambda^{-\frac{3n+7}{2}} = \lambda^{-1},$$

les vitesses linéaires :

$$\lambda^{\frac{n+1}{2}} = \lambda^{-1},$$

les poids par cheval :

$$\lambda^{-\frac{n+1}{2}} = \lambda^{+1}.$$

Si la maquette volante est à l'échelle $1/3$, il en résulte que :

$$\frac{P_e}{P_a} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{v_e}{v_a} = 3 \cdot \frac{v_e}{v_a} \quad (\text{ce sera impossible faute de place})$$

$$v_e = 3 \cdot v_a \quad (\text{encore impossible}).$$

On tombe naturellement sur des conditions incompatibles avec les données constructives ou de sécurité.

2^e exemple : $\lambda = 1/3$ et même puissance.

Impossible car les moteurs ne pourraient pas être logés dans la maquette volante.

3^e exemple : même vitesse linéaire, même altitude et $\lambda = 1/3$:

$$n = -1, \quad \frac{P_e}{P_a} = \lambda^2 = \frac{1}{9} \quad (\text{possible}),$$

Régimes d'hélices :

$$\frac{n_e}{n_a} = \lambda^{\frac{n-1}{2}} = 3 \quad (\text{déjà plus difficile}),$$

(2) Il eût été possible, pour éviter toute confusion éventuelle, de ne pas expliciter $v_e : v_a$ en fonction de λ et θ , alors que nous avons considéré le mouvement rectiligne et uniforme comme un cas limite du mouvement varié.

Puissances :

$$\frac{P_e}{P_a} = \lambda^{-\frac{3n+7}{2}} = \lambda^2 = \frac{1}{9} \quad (\text{possible}),$$

Poids par m² :

$$\lambda^{n+1} = \lambda^0 = 1 \quad (\text{possible}),$$

Poids par cheval :

$$\lambda^{-\frac{n+1}{2}} = \lambda^0 = 1 \quad (\text{possible}).$$

Les nombres de Reynolds seront dans le rapport :

$$\frac{R_e}{R_a} = \lambda = \frac{1}{3};$$

L'influence des forces de viscosité (dans l'atmosphère libre non turbulente) pourra alors ne pas être identique pour la maquette volante et pour l'avion (décollement, angle d'attaque critique, C_z max., stabilité...).

Similitude en vol rectiligne et uniforme à altitudes distinctes.

La possibilité de faire ces essais, à la condition que les moteurs soient munis de compresseurs centrifuges (rétablissant la pression à l'admission, avec surcompression éventuelle), élargit le champ de la similitude, en nous donnant plus de latitude quant au choix des rapports : $\rho_e : \rho_a$, ou $P_e : P_a$, ou $\rho_e : \rho_a$, pour réaliser telle condition désirée à l'avance ; le rapport $\rho_e : \rho_a$ peut, en effet, varier pratiquement de $1/3$ à 3 .

Reprendons le 3^e exemple : nous n'aurons pas la prétention de réduire la vitesse des hélices de la maquette volante en jouant sur le rapport $\rho_e : \rho_a$, puisque le rapport de similitude :

$$\frac{\text{vitesse hélice } n_e}{\text{vitesse avion } v_e} : \frac{\text{vitesse } n_a}{\text{vitesse } v_a} = \frac{1}{\lambda},$$

est indépendant de l'altitude.

Essayons $\rho_e : \rho_a = 1/2$: la maquette volera à 6 700 m d'altitude, le gros avion au sol. Nous voulons les mêmes vitesses, en mouvement rectiligne et uniforme bien entendu, en conservant $\lambda = 1/3$:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{3n+7}{2}} \cdot \lambda^{\frac{n+1}{2}} = 1;$$

d'où :

$$n + 1 = 0,62, \quad n = -0,38.$$

Rapport des poids :

$$\frac{P_e}{P_a} = \lambda^{n+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2,62} = \frac{7}{100} \quad (\text{au lieu de } \frac{11}{100}),$$

rapport des vitesses d'hélices : conservé ; rapport des puissances = rapport des poids = $\frac{7}{100}$.

Nous pourrions envisager le processus inverse, avec $\rho_e : \rho_a = 2$, maquette volante au sol, gros avion à l'altitude 6 700 m, ceci en vue d'augmenter le rapport $P_e : P_a$ déjà trop faible (questions de résistance de la matière).

Comme on le voit, le vol à des altitudes distinctes peut présenter un véritable intérêt.

Mais il ne faut pas perdre de vue que ces dernières considérations ne s'appliquent qu'au vol rectiligne et uniforme — sans accélérations d'aucune sorte — sans évolution possible. Nous avons vu, en effet, plus haut, que le vol varié quelconque impose les contraintes de similitude complémentaires suivantes :

1^o trajectoires homologues ;

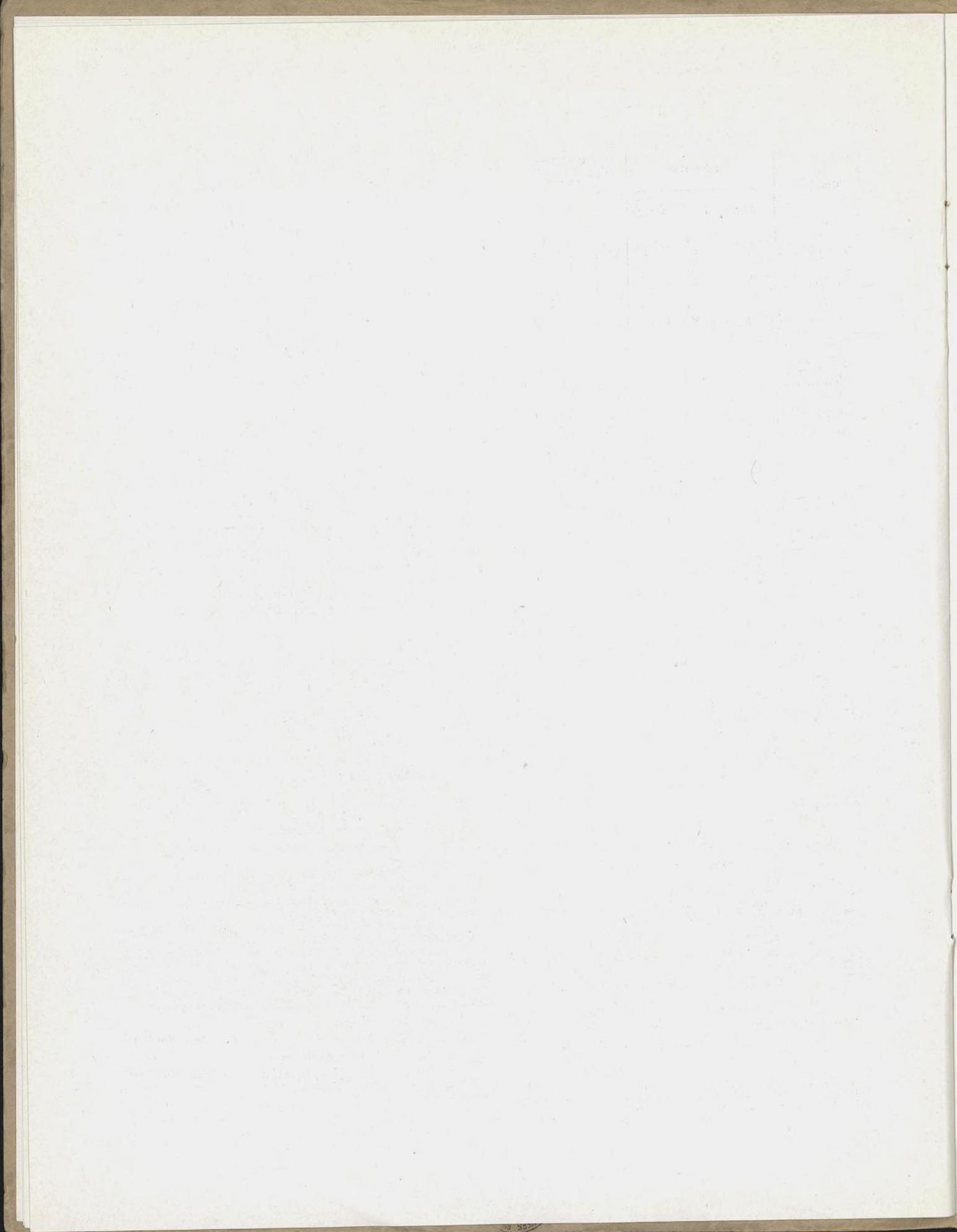
2^o $\rho_e : \rho_a$ (matières solides) = $\rho_e : \rho_a$ (matières fluides) ;

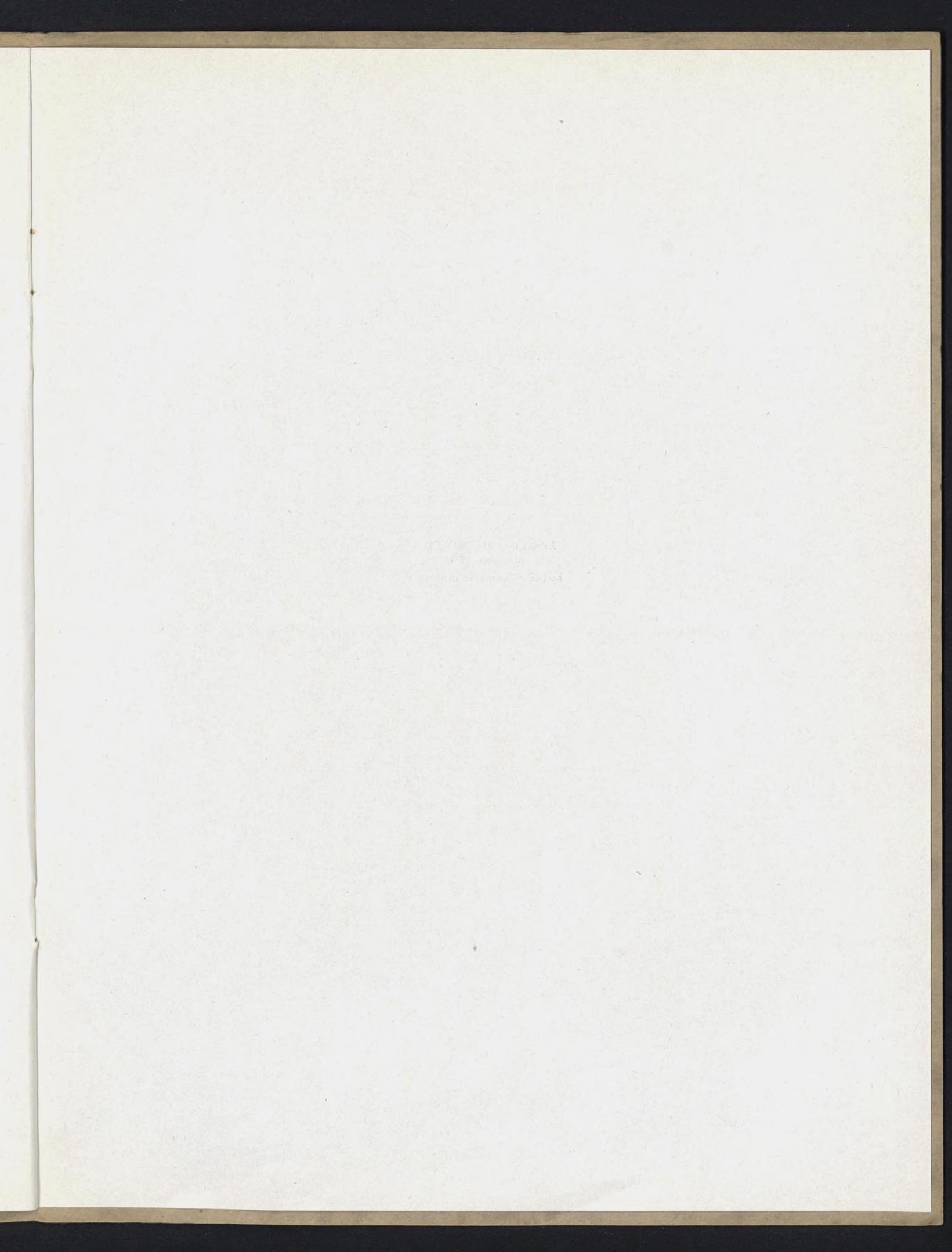
3^o ellipsoïdes d'inertie homologues,

contraintes conditionnées par la similitude des effets d'inertie à chaque instant (forces et moments). Ce sera là notre conclusion.

A. TENOT.







Extrait de « MÉCANIQUE »
Mars-Avril 1940
Édition « Science et Industrie »

