

Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- Le Conservatoire numérique communément appelé le Cnum constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre (www.eclydre.fr).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - https://cnum.cnam.fr](https://cnum.cnam.fr))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment possible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

NOTICE DE LA REVUE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Auteur(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 193.-195.
Nombre de volumes	125
Cote	CNAM-BIB P 1329-B et P 1329-C
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Note	La collection comporte des lacunes : n°24; n°58; n°63; n°67; n°76-n°77
Notice complète	https://www.sudoc.abes.fr/cbs//DB=2.1/SET=17/TTL=3/REL ?PPN=261820893&RELTYP=NT
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B_P1329-C
LISTE DES VOLUMES	
	N°25 (1936)
	N°26 (1937)
	N°27 (1937)
	N°28 (1937)
	N°29 (1938)
	N°30 (1939)
	N°31 (1936)
	N°32 (1938)
	N°33 (1938)
	N°34 (1938)
	N°35 (1938)
	N°36 (1938)
	N°37 (1938)
	N°38 (1938)
	N°39 (1938)
	N°40 (1939)
	N°41 (1939)
	N°42 (1939)
	N°43 (1939)
	N°44 (1939)
	N°45 (1938)
	N°46 (1940)
	N°47 (1940)
	N°48 (1940)
	N°49 (1940)
	N°50 (1940)
	N°51 (1941)
	N°52 (1941)
	N°53 (1941)
	N°54 (1941)
	N°55 (1942)
	N°56 (1942)
	N°57 (1942)
	N°59 (1942)

	N°60 (1941)
	N°61 (1942)
	N°62 (1943)
	N°64 (1943)
	N°65 (1943)
	N°66 (1943)
	N°68 (1943)
	N°69 (1943)
	N°70 (1943)
	N°71 (1943)
	N°72 (1944)
	N°73 (1943)
	N°74 (1944)
	N°75 (1944)
	N°78 (1944)
	N°79 (1944)
	N°80 (1944)
	N°81 (1944)
	N°82 (1944)
	N°83 (1944)
	N°84 (1944)
	N°85 (1944)
	N°86 (1945)
	N°87 (1945)
	N°88 (1945)
	N°89 (1945)
	N°90 (1945)
	N°91 (1945)
	N°92 (1945)
	N°93 (1945)
	N°94 (1945)
	N°95 (1946)
	N°96 (1946)
	N°97 (1946)
	N°98 (1944)
	N°99 (1945)
	N°100 (1945)
	N°101 (1946)
	N°102 (1946)
	N°103 (1946)
	N°104 (1946)
	N°105 (1946)
	N°106 (1946)
	N°107 (1947)
	N°108 (1947)
	N°109 (1947)
	N°110 et 111 (1947)
	N° 112 (1947)
	N° 113 (1947)
	N° 114 (1947)
	N° 115 (1947)
	N° 116 (1947)
	N° 117 (1947)
	N° 118 (1948)
	N° 119 (1948)
	N° 120 (1948)
	N° 121 (1948)
	N° 122 (1947)

	N° 123 (1948)
	N° 124 (1948)
	N° 125 (1948)
	N° 126 (1948)
	N° 127 (1948)
	N° 128 (1948)
	N° 129 (1948)
	N° 130 (1949)
	N° 131 (1949)
	N° 132 (1949)
	N° 133 (1948)
	N° 134 (1949)
	N° 135 (1948)
	N° 136 (1949)
	N° 137 (1950)
	N° 138 (1950)
	N° 139 (1950)
	N° 140 (1950)
	N° 141 (1950)
	N° 142 (1948)
VOLUME TÉLÉCHARGÉ	N° 143 (1950)
	N° 144 (1950)
	N° 145 (1951)
	N° 146 (1951)
	N° 147 (1951)
	N° 148 (1951)
	N° 149 (1951)
	N° 150 (1951)
	N° 151 (1951)
	N° 152 (1951)
	N° 153 (1952)
	N° 154 (1952)
	N° 155 (1952)

NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Auteur(s) volume	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Volume	N° 143 (1950)
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 1950
Collation	1 vol. (3 p.) : ill. ; 25 cm
Nombre de vues	8
Cote	CNAM-BIB P 1329-B (84)
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Thématique(s)	Histoire du Cnam
Typologie	Revue
Langue	Anglais Français
Date de mise en ligne	10/04/2025
Date de génération du PDF	07/02/2026
Recherche plein texte	Disponible
Notice complète	https://www.sudoc.fr/039014541
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B.84

Note de présentation du

...

8° Théoy (80)

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
LABORATOIRE D'ESSAIS



PI 392

SUR LE CALCUL DES COURANTS INDUITS DANS UNE
SPHÈRE PLEINE. SELF PROPRE ET MUTUELLE
INDUCTANCE AVEC UN SOLÉNOÏDE INDÉFINI
par M. A. Colombani

PUBLICATION N° 143

(*Extrait des Comptes Rendus de l'Académie des Sciences,
T. 231 P. 570-572 - Séance du 18 Septembre 1950*)



ÉLECTRICITÉ. — *Sur le calcul des courants induits dans une sphère pleine. Self propre et mutuelle inductance avec un solénoïde indéfini.* Note (*) de M. ANTOINE COLOMBANI, présentée par M. Gustave Ribaud.



J'ai exposé dans de récentes publications (¹) les résultats intéressants auxquels conduit l'étude des courants induits dans une pellicule métallique sphérique d'épaisseur e et de conductibilité γ placée dans un champ magnétique périodique et uniforme :

$$H = H_0 \cos \omega t.$$

Je donne brièvement ici ceux qui concernent le cas d'une sphère métallique pleine de rayon a .

Toujours en régime quasi stationnaire et dans le système de coordonnées sphériques r, θ, φ , considérons les équations déjà obtenues dans le cas de la pellicule. Les champs intérieurs sont :

$$H_{\theta_i} = -H_0 \sin \theta \left[\cos \omega t + \frac{1}{2} \cos \chi \cos(\omega t + \chi) \right] \text{ pour le champ magnétique tangentiel,}$$
$$h_{\varphi_i} = -\frac{H_0}{2} \omega a \sin \theta [\sin \omega t - \cos \chi \sin(\omega t + \chi)] \text{ pour le champ électrique,}$$

avec

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{3\varepsilon^2}{2ae}, \quad \varepsilon = (2\pi\mu\omega\gamma)^{-\frac{1}{2}}.$$

Il suffit évidemment, pour passer du cas précédemment étudié à celui de la sphère pleine pour une profondeur de pénétration très faible devant le rayon a , de poser $\operatorname{tg} \chi = 0$ en première approximation.

D'où

$$H_{\theta_i} = -\frac{3}{2} H_0 \sin \theta \quad \text{et} \quad h_{\varphi_i} = 0.$$

Le champ électrique total extérieur est

$$h_{\varphi_i} = -H_0 \frac{\omega r}{2} \sin \theta \left[\sin \omega t - \frac{a^3}{r^3} \cos \chi \sin(\omega t + \chi) \right].$$

(*) Séance du 11 septembre 1950.

(¹) *Comptes rendus*, 230, 1950, p. 1149; 230, 1950, p. 2158-2160.

Pour $\cos\gamma=1$ on en déduit donc que le champ électrique créé par les courants induits à travers le solénoïde est

$$h_{\varphi_i} = -H_0 \frac{\omega \alpha^3}{2r^2} \sin \theta \sin \omega t.$$

La f. é. m. induite dans le solénoïde de rayon b portant n spires au centimètre est

$$e_s = 2\pi nb \int_{+\infty}^{-\infty} h_{\varphi_i} dz = 2\pi nj\omega \alpha^3 H_0 = j8\pi^2 n^2 \omega \alpha^3 I_0, \quad \text{avec } H_0 = 4\pi n I_0.$$

Du fait de notre approximation e_s *est purement imaginaire. On en déduit la variation de self du primaire :* $L_1 = 8\pi^2 n^2 \alpha^3$.

Mais il existe évidemment dans la f. é. m. induite une partie réelle correspondant à la puissance dissipée par courants de Foucault. On obtient celle-ci en calculant la valeur moyenne du flux du vecteur de Poynting sur la surface extérieure de la sphère

$$W = \iint \frac{1}{4\pi} H_0 \Lambda h_{\varphi} dS, \quad \text{avec } H_0 = -\frac{3}{2} H_0 \sin \theta \quad \text{et} \quad h_{\varphi} = -\frac{3}{8\pi\gamma\varepsilon} H_0 \sin \theta.$$

On obtient h_{φ} en remarquant que pour une fréquence infinie la densité superficielle i_s et H_0 satisfont pour $r=a$ à la relation $4\pi i_s = H_0$. D'où

$$i_s = -\frac{3}{8\pi\gamma\varepsilon} H_0 \sin \theta.$$

Si l'on considère alors une fréquence très élevée mais finie on peut poser $i=i_s/\varepsilon$, i désignant une densité de courant uniforme dans la couche d'épaisseur ε . D'où $h_{\varphi}=i_s/\gamma\varepsilon$. Tous calculs faits, on trouve $W=3a^2 H_0^2 / 16\pi\gamma\varepsilon$. D'où l'augmentation de résistance du primaire $R_1=6\pi a^2 n^2 / \gamma\varepsilon$ et un facteur de surtension $s_1=L_1 \omega / R_1 = 2a/3\varepsilon$.

La connaissance de l'intensité totale induite qui est $I_i = \iint_{\Sigma} id\Sigma = 3a H_0 / 4\pi$ (avec $d\Sigma=a\varepsilon d\theta$) et de W permet le calcul de la résistance propre de la couche sphérique occupée par le courant $1/2 \mathcal{R} I_i^2 = W$. D'où $\mathcal{R}=2\pi/3\gamma\varepsilon$. De même pour la self propre $\mathcal{L}\omega I_i^2 = e_s I_0$. D'où $\mathcal{L}=8\pi^2 a^2 / 9$. On en déduit le coefficient $s=\mathcal{L}\omega/\mathcal{R}=2a/3\varepsilon$ égal à celui du primaire. (Dans le cas de la sphère creuse, nous avons vu que l'égalité $s=s_1$ n'avait lieu que pour la valeur optimale $e=3\varepsilon^2/2a$).

Enfin, le coefficient d'induction mutuelle s'obtient par la relation

$$e_s = -j M \omega I_i,$$

ce qui donne $M=8\pi^2 n a^2 / 3$.

Dans le cas de la pellicule métallique sphérique, nous avons trouvé

$$M = \frac{8}{3} \pi^2 n a^2 \left[1 + \frac{9\varepsilon^4}{4a^2 e^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \text{soit} \quad \frac{8}{3} \sqrt{2\pi^2 n a^2} \quad \text{à l'optima.}$$

(3)

Remarque. — On peut aboutir à ces résultats en posant ω très grand dans les formules générales donnant les champs intérieurs et extérieurs à la sphère (²). Mais les calculs sont infiniment plus longs et ne présentent pas l'originalité et la simplicité de ceux qui se déduisent de nos équations sur la pellicule sphérique.

(²) *Journal de Physique*, 11, 1950, p. 201.

(Extrait des *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,
t. 231, p. 570-572 séance du 18 septembre 1950.)

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADEMIE DES SCIENCES
137553-50 Paris — Quai des Grands-Augustins, 55.







