

Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- Le Conservatoire numérique communément appelé le Cnum constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre (www.eclydre.fr).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - https://cnum.cnam.fr](https://cnum.cnam.fr))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment possible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

NOTICE DE LA REVUE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Auteur(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 193.-195.
Nombre de volumes	125
Cote	CNAM-BIB P 1329-B et P 1329-C
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Note	La collection comporte des lacunes : n°24; n°58; n°63; n°67; n°76-n°77
Notice complète	https://www.sudoc.abes.fr/cbs//DB=2.1/SET=17/TTL=3/REL ?PPN=261820893&RELTYP=NT
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B_P1329-C
LISTE DES VOLUMES	
	N°25 (1936)
	N°26 (1937)
	N°27 (1937)
	N°28 (1937)
	N°29 (1938)
	N°30 (1939)
	N°31 (1936)
	N°32 (1938)
	N°33 (1938)
	N°34 (1938)
	N°35 (1938)
	N°36 (1938)
	N°37 (1938)
	N°38 (1938)
	N°39 (1938)
	N°40 (1939)
	N°41 (1939)
	N°42 (1939)
	N°43 (1939)
	N°44 (1939)
	N°45 (1938)
	N°46 (1940)
	N°47 (1940)
	N°48 (1940)
	N°49 (1940)
	N°50 (1940)
	N°51 (1941)
	N°52 (1941)
	N°53 (1941)
	N°54 (1941)
	N°55 (1942)
	N°56 (1942)
	N°57 (1942)
	N°59 (1942)

	N°60 (1941)
	N°61 (1942)
	N°62 (1943)
	N°64 (1943)
	N°65 (1943)
	N°66 (1943)
	N°68 (1943)
	N°69 (1943)
	N°70 (1943)
	N°71 (1943)
	N°72 (1944)
	N°73 (1943)
	N°74 (1944)
	N°75 (1944)
	N°78 (1944)
	N°79 (1944)
	N°80 (1944)
	N°81 (1944)
	N°82 (1944)
	N°83 (1944)
	N°84 (1944)
	N°85 (1944)
	N°86 (1945)
	N°87 (1945)
	N°88 (1945)
	N°89 (1945)
	N°90 (1945)
	N°91 (1945)
	N°92 (1945)
	N°93 (1945)
	N°94 (1945)
	N°95 (1946)
	N°96 (1946)
	N°97 (1946)
	N°98 (1944)
	N°99 (1945)
	N°100 (1945)
	N°101 (1946)
	N°102 (1946)
	N°103 (1946)
	N°104 (1946)
	N°105 (1946)
	N°106 (1946)
	N°107 (1947)
	N°108 (1947)
	N°109 (1947)
	N°110 et 111 (1947)
	N° 112 (1947)
	N° 113 (1947)
	N° 114 (1947)
	N° 115 (1947)
	N° 116 (1947)
	N° 117 (1947)
	N° 118 (1948)
	N° 119 (1948)
	N° 120 (1948)
	N° 121 (1948)
	N° 122 (1947)

	N° 123 (1948)
	N° 124 (1948)
	N° 125 (1948)
	N° 126 (1948)
	N° 127 (1948)
	N° 128 (1948)
	N° 129 (1948)
	N° 130 (1949)
	N° 131 (1949)
	N° 132 (1949)
	N° 133 (1948)
	N° 134 (1949)
	N° 135 (1948)
	N° 136 (1949)
	N° 137 (1950)
	N° 138 (1950)
	N° 139 (1950)
	N° 140 (1950)
	N° 141 (1950)
	N° 142 (1948)
	N° 143 (1950)
	N° 144 (1950)
	N° 145 (1951)
	N° 146 (1951)
	N° 147 (1951)
	N° 148 (1951)
	N° 149 (1951)
	N° 150 (1951)
VOLUME TÉLÉCHARGÉ	N° 151 (1951)
	N° 152 (1951)
	N° 153 (1952)
	N° 154 (1952)
	N° 155 (1952)

NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Auteur(s) volume	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Volume	N° 151 (1951)
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 1951
Collation	1 vol. (p. [26-30]) : ill. ; 28 cm
Nombre de vues	10
Cote	CNAM-BIB P 1329-B (92)
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Thématique(s)	Histoire du Cnam
Typologie	Revue
Langue	Anglais Français
Date de mise en ligne	10/04/2025
Date de génération du PDF	07/02/2026
Recherche plein texte	Disponible
Notice complète	https://www.sudoc.fr/039014541
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B.92

Note de présentation du

...

P1329-B

8° Tug 107 (88)

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
LABORATOIRE D'ESSAIS

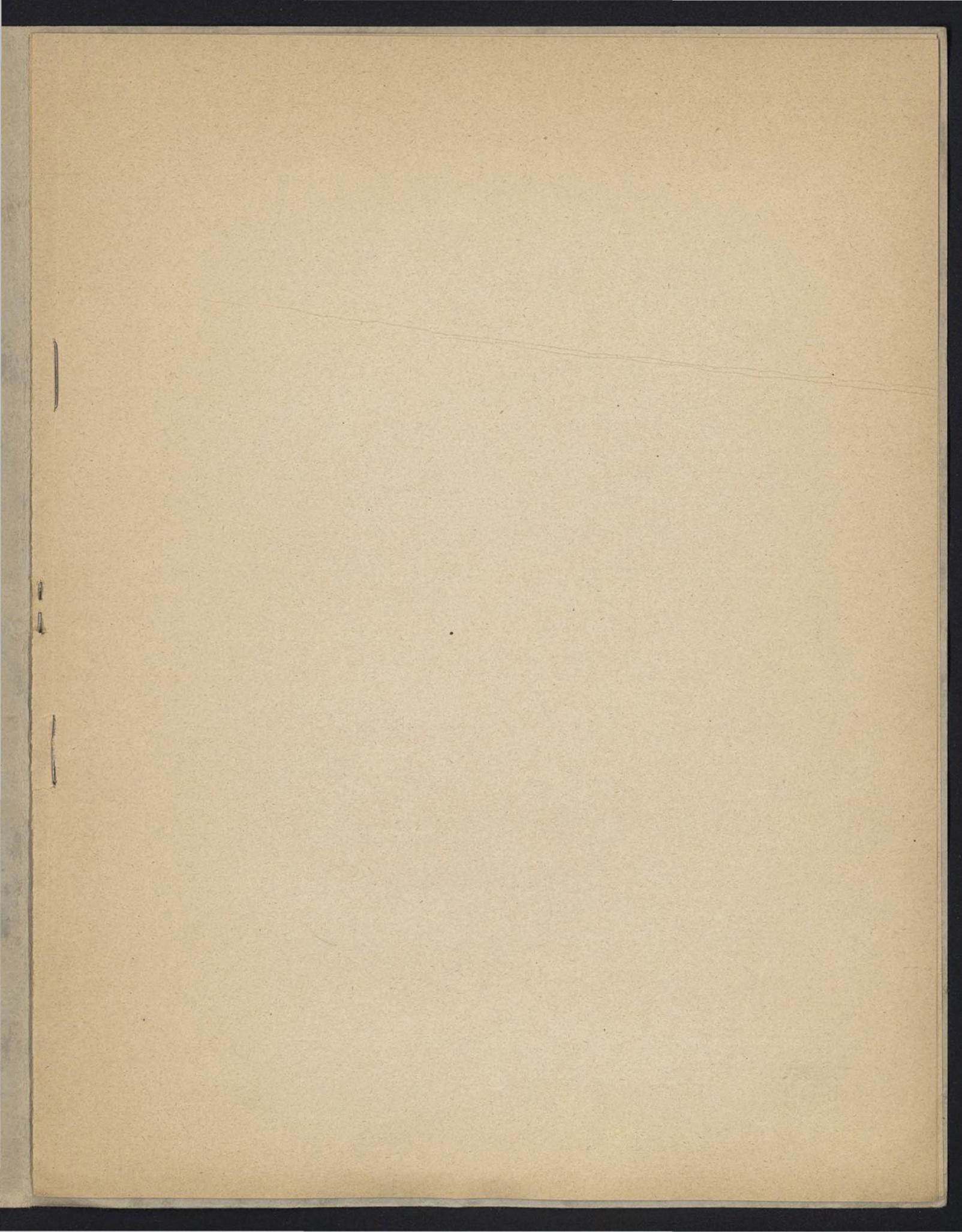


CHAUFFAGE PAR INDUCTION
D'UNE SPHÈRE MÉTALLIQUE CREUSE

par M. Antoine Colombani

PUBLICATION N° 151
(Extrait du Journal de Physique et Radium
T. 12 - Janvier 1951 - p. 26)







CHAUFFAGE PAR INDUCTION D'UNE SPHÈRE MÉTALLIQUE CREUSE

Par M. ANTOINE COLOMBANI.

Sommaire. — J. J. Thomson a montré le premier qu'un tube métallique soumis à un champ magnétique périodique axial présente un maximum de puissance dissipée par courants de Foucault pour une valeur optimale de son épaisseur. G. Ribaud retrouva et vérifia expérimentalement ce résultat. Il signala également un phénomène analogue dans le cas du disque métallique mince de dimensions finies perpendiculaire au champ.

J'ai pu, dans le cas d'une sphère creuse d'épaisseur faible, mettre en évidence un optima semblable aux précédents et susceptible d'applications intéressantes dès l'instant où l'on se propose de faire absorber par une couche métallique sphérique un maximum d'énergie.

Les calculs en coordonnées sphériques font intervenir normalement les fonctions de Bessel et de Legendre. Ils deviennent rapidement très compliqués du fait des « conditions aux limites ».

Cependant, en utilisant la notion de potentiel magnétique, j'ai pu éviter l'introduction des fonctions sphériques et aboutir très rapidement à un résultat qui n'avait pas encore été mis en évidence.

Considérons une sphère métallique creuse placée dans un champ magnétique périodique et uniforme $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cos \omega t$ (fig. 1). Par induction, des cour-

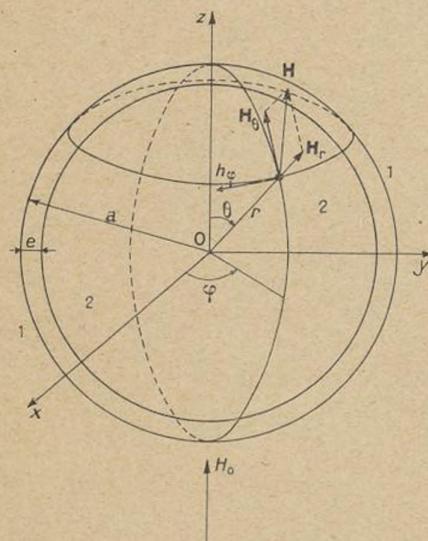


Fig. 1.

rants de Foucault se développent dans le métal. Pour écrire les relations de Maxwell qui relient les champs entre eux à l'intérieur comme à l'extérieur du métal, nous supposerons le régime quasi stationnaire. Jusqu'à des fréquences élevées, nous savons

que cette approximation est bien justifiée [1, 2]. Nous nous placerons d'autre part dans le cas où l'épaisseur de pénétration $\varepsilon = (2\pi\omega\gamma)^{-\frac{1}{2}}$ (ω , pulsation; γ , conductibilité) est grande vis-à-vis de l'épaisseur du métal. Pour des fréquences assez élevées, cette épaisseur sera donc celle d'une couche mince métallique.

Ceci posé, remarquons que les trajectoires circulaires des courants de Foucault dans le métal sont situées dans des plans perpendiculaires au champ inducteur \mathbf{H} .

En coordonnées sphériques les composantes \mathbf{h} , et \mathbf{h}_θ du champ électrique \mathbf{h} sont donc nulles ainsi que la composante \mathbf{H}_φ du champ magnétique

$$\mathbf{h}_r = \mathbf{h}_\theta = \mathbf{H}_\varphi = 0.$$

Les équations générales

$$\text{rot } \mathbf{h} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi\gamma \mathbf{h},$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0,$$

se réduisent alors aux suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin \theta \mathbf{h}_\varphi) = -r^2 \sin \theta \frac{\partial \mathbf{H}_r}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \sin \theta \mathbf{h}_\varphi) = r \sin \theta \frac{\partial \mathbf{H}_\theta}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r \mathbf{H}_\theta) - \frac{\partial \mathbf{H}_r}{\partial \theta} = 4\pi\gamma r \mathbf{h}_\varphi, \quad (3)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \mathbf{H}_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \mathbf{H}_\theta) = 0. \quad (4)$$

En négligeant les termes de second ordre (qui sont continus) l'intégration de l'égalité (3) sur l'épaisseur e très petite de la couche conduit à la relation

$$4\pi\gamma\alpha e h_\varphi = [r H_0]_1^1, \quad (3)$$

a étant le rayon extérieur de la sphère.

Les notations 1 et 2 désignent les milieux extérieurs au métal de la couche. Le chiffre 1 se rapporte à l'espace extérieur, et le chiffre 2 à la cavité interne.

L'égalité (5) permet d'écrire

$$4\pi\gamma\alpha e \frac{\partial}{\partial\theta} (\sin\theta h_\varphi) = \left[\frac{\partial}{\partial\theta} (r \sin\theta H_0) \right]_2^1.$$

Or, d'après (1) :

$$\frac{\partial}{\partial\theta} (\sin\theta h_\varphi) = -r \sin\theta \frac{\partial H_r}{\partial t} \quad (\text{en 1 comme en 2}).$$

De plus, d'après (4) :

$$\sin\theta \frac{\partial}{\partial r} (r^2 H_r) + \frac{\partial}{\partial\theta} (r \sin\theta H_0) = 0.$$

Par conséquent, on déduit que

$$4\pi\gamma\alpha e \frac{\partial}{\partial t} (r H_r) = 4\pi\gamma\alpha e \frac{\partial}{\partial t} (r H_r)_2 = \left[\frac{\partial}{\partial r} (r^2 H_r) \right]_2^1.$$

Ces relations se refèrent au champ H_r à la limite de la couche, mais à l'intérieur de celle-ci. Par continuité, on peut écrire en fonction des potentiels ψ_1 et ψ_2 en (1) et (2) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(r \frac{\partial\psi_1}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(r \frac{\partial\psi_2}{\partial r} \right) = \frac{k}{2ae} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\psi}{\partial r} \right) \right]_2^1, \quad (6)$$

avec

$$k = \frac{1}{2\pi\gamma}.$$

Détermination des potentiels. — Prenons comme potentiel inducteur :

$$\psi_0 = -H_0 r \cos\theta e^{j\omega t}. \quad (7)$$

La présence des courants induits perturbe ce potentiel et conduit à écrire

$$\psi_1 = \psi_0 + \frac{a^3}{r^2} A_1 \cos\theta e^{j\omega t}, \quad (8)$$

$$\psi_2 = \psi_0 + A_2 r \cos\theta e^{j\omega t}. \quad (9)$$

Ces formes satisfont aux conditions générales de régularité et le champ extérieur se réduit bien au champ inducteur à grande distance.

Elles satisfont d'autre part aux conditions aux limites des égalités (6) si

$$j\omega[-H_0 + A_2] = j\omega[-H_0 - 2A_1] = \frac{k}{ae} [A_1 - A_2].$$

D'où

$$A_1 = \frac{-A_2}{2} = \frac{-H_0}{2 \left(1 + \frac{3k}{2j\omega ae} \right)}.$$

Soit

$$A_1 = \frac{-A_2}{2} = -\frac{H_0(1+j\alpha)}{2(1+\alpha^2)},$$

en posant

$$\alpha = \frac{3k}{2\omega ae} = \frac{3}{4\pi\omega\gamma ae} = \frac{3\varepsilon^2}{2ae}.$$

D'où

$$\psi_1 = - \left[r + \frac{(1+j\alpha)}{2(1+\alpha^2)} \frac{a^3}{r^2} \right] H_0 \cos\theta e^{j\omega t},$$

$$\psi_2 = -r \left[1 - \frac{1+j\alpha}{1+\alpha^2} \right] H_0 \cos\theta e^{j\omega t}.$$

En prenant les parties réelles et en posant $\operatorname{tg}\chi = \alpha$ on en déduit les valeurs de ψ_1 et ψ_2 correspondantes au potentiel inducteur ψ_0 :

$$\psi_1 = -H_0 \cos\theta \left[r \cos\omega t + \frac{a^3}{2r^2} \cos\chi \cos(\omega t + \chi) \right], \quad (10)$$

$$\psi_2 = r H_0 \cos\theta [-\cos\omega t + \cos\chi \cos(\omega t + \chi)]. \quad (11)$$

Les termes additionnels représentant les perturbations de potentiel dues aux courants induits.

Nous voyons déjà qu'à l'intérieur de la sphère, la présence des courants de Foucault produit un champ de sens opposé au champ inducteur H_0 , d'amplitude égale à $H_0 \cos\chi$ et déphasé d'un angle

$$\chi = \operatorname{arctg} \frac{3\varepsilon^2}{2a}.$$

Calcul des champs. — En supposant les perméabilités égales à l'unité, la valeur des champs dans les milieux 1 et 2 s'obtient directement à partir de ψ_1 et ψ_2 : On a

$$H_{r_1} = -\frac{\partial\psi_1}{\partial r} = H_0 \cos\theta \left[\cos\omega t - \frac{a^3}{r^3} \cos\chi \cos(\omega t + \chi) \right], \quad (12)$$

$$H_{\theta_1} = -\frac{\partial\psi_1}{r\partial\theta} = -H_0 \sin\theta \left[\cos\omega t + \frac{a^3}{2r^3} \cos\chi \cos(\omega t + \chi) \right], \quad (13)$$

$$H_{r_2} = -\frac{\partial\psi_2}{\partial r} = H_0 \cos\theta [-\cos\omega t - \cos\chi \cos(\omega t + \chi)], \quad (14)$$

$$H_{\theta_2} = -\frac{\partial\psi_2}{r\partial\theta} = H_0 \sin\theta [-\cos\omega t + \cos\chi \cos(\omega t + \chi)], \quad (15)$$

$$h_{\varphi_1} = -\frac{H_0}{2} \omega r \sin\theta \left[\sin\omega t - \frac{a^3}{r^3} \cos\chi \sin(\omega t + \chi) \right], \quad (16)$$

$$h_{\varphi_2} = -\frac{H_0}{2} \omega r \sin\theta [\sin\omega t - \cos\chi \sin(\omega t + \chi)]. \quad (17)$$

A la limite pour $r = a$, on a

$$h_{\varphi_1} = h_{\varphi_2} = -\frac{H_0}{2} \omega a \sin\theta [\sin\omega t - \cos\chi \sin(\omega t + \chi)]. \quad (18)$$

C'est le champ électrique dans la couche métallique (la composante tangentielle du champ électrique est continue).

Remarques. — 1^o Toujours dans la condition $\varepsilon \gg e$ si la fréquence est suffisamment élevée pour que $\operatorname{tg} \chi = \alpha = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon^2}{ae}$ soit très petit, on constate facilement qu'à l'extérieur de la sphère (région 1) les formules donnant les champs deviennent

$$H_{r_1} = H_0 \left[1 - \frac{a^3}{r^3} \right] \cos \theta \cos \omega t, \quad (19)$$

$$H_{\theta_1} = -H_0 \left[1 + \frac{a^3}{2r^3} \right] \sin \theta \cos \omega t, \quad (20)$$

$$h_{\varphi_1} = -\frac{\omega r}{2} H_0 \left[1 - \frac{a^3}{r^3} \right] \sin \theta \sin \omega t. \quad (21)$$

La densité superficielle de courant i_s est donnée à partir de H_{θ_1} pour $r = a$ par la relation

$$4\pi i_s = H_{\theta_1} = -\frac{3}{2} H_0 \sin \theta.$$

D'où

$$i_s = -\frac{3}{8\pi} H_0 \sin \theta.$$

On retrouve des formules déjà établies dans le cas de la sphère conductrice pleine pour des fréquences élevées [2, 4, 6].

2^o A l'intérieur de la cavité sphérique, le champ résultant magnétique

$$H_t = H_{r_2} \cos \theta - H_{\theta_2} \sin \theta$$

vaut, tous calculs faits :

$$H_t = H_0 \sin \chi \sin(\omega t + \chi)$$

et le champ électrique ($h_t = h_{\varphi}$) :

$$h_t = -H_0 \frac{\omega r}{2} \sin \theta \sin \chi \cos(\omega t + \chi) \quad (1).$$

Si α est grand (basse fréquence), on peut écrire

$$\sin \chi = 1 - \frac{2}{9} \frac{\alpha^2 e^2}{\varepsilon^4}.$$

D'où

$$\begin{aligned} H_t &= \left(1 - \frac{2}{9} \frac{\alpha^2 e^2}{\varepsilon^4} \right) H_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= H_0 \left(1 - \frac{2}{9} \frac{\alpha^2 e^2}{\varepsilon^4} \right) \cos \omega t, \\ h_t &= -\left(1 - \frac{2}{9} \frac{\alpha^2 e^2}{\varepsilon^4} \right) H_0 \frac{\omega r}{2} \sin \theta \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) \\ &= \left(1 - \frac{2}{9} \frac{\alpha^2 e^2}{\varepsilon^4} \right) \frac{\omega r}{2} H_0 \sin \theta \sin \omega t. \end{aligned}$$

Le champ H_0 est peu perturbé.

Si α est très petit, en remplaçant $\sin \chi$ par α ,

(1) La valeur moyenne du vecteur de Poynting $\frac{1}{4\pi} H_0 \wedge h_t$ est nulle. Il n'y a pas d'énergie dissipée dans la cavité sphérique.

on obtient

$$H_t = \frac{3\varepsilon^2}{2ae} H_0 \sin \omega t,$$

$$h_t = -\frac{3\varepsilon^2}{2ae} \frac{\omega r}{2} H_0 \cos \omega t.$$

Le champ magnétique résultant est négligeable.

Enfin, un cas particulièrement intéressant est celui où $\alpha = 1$, comme nous le verrons plus loin. On trouve alors dans la cavité

$$\begin{aligned} H_t &= \frac{1}{\sqrt{2}} H_0 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right), \\ h_t &= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \omega r H_0 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right). \end{aligned}$$

Si la condition $\alpha = 1$ ($\frac{3\varepsilon^2}{2ae} = 1$) est réalisée, l'amplitude du champ magnétique intérieur vaut $\frac{H_0}{\sqrt{2}}$ et est déphasée de $-\frac{\pi}{4}$ sur le champ inducteur.

Calcul de la puissance dissipée dans le métal.

— L'expression de la puissance dissipée par les courants de Foucault dans le métal est

$$W = \frac{1}{T} \int_0^T \int_{a-e}^a \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \gamma h_{\varphi}^2 d\tau,$$

avec

$$d\tau = r^2 \sin \theta d\theta dr d\varphi$$

et

$$h_{\varphi} = -\frac{H_0 \omega a}{2} \sin \theta [\sin \omega t - \cos \chi \sin(\omega t + \chi)].$$

On en déduit après intégration

$$W = H_0^2 \frac{\pi}{3} \omega^2 \gamma a^4 e \sin^2 \chi = \frac{3}{2} H_0^2 \frac{\omega a^4 \varepsilon^2 e}{9\varepsilon^4 + 4a^2 e^2}. \quad (22)$$

Cette dernière expression passe par un maximum pour une valeur optimale de l'épaisseur

$$e_{\text{opt}} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon^2}{a}. \quad (23)$$

Pour cette valeur de e la puissance dissipée vaut

$$W_{\text{opt}} = \frac{H_0^2}{8} \omega a^3. \quad (24)$$

Elle est proportionnelle au cube du rayon et indépendante de la conductibilité. La représentation de W en fonction de e a donc l'aspect de la figure 2.

Après un maximum pour $e_{\text{opt}} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon^2}{a}$ la puissance décroît rapidement. Lorsque l'épaisseur continue à croître, la formule (22) n'est plus valable et doit être remplacée par celle qui donne la puissance

dépensée en haute fréquence dans une sphère pleine de rayon $b + e$ (e étant la variable et b le rayon

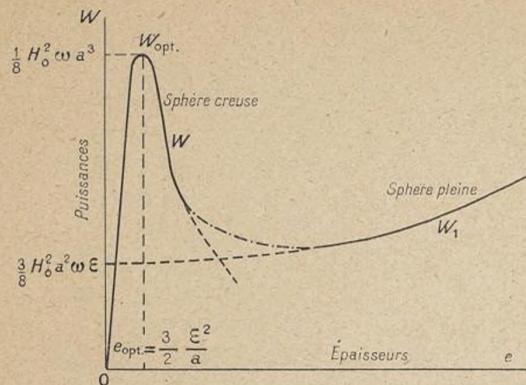


Fig. 2.

intérieur de la sphère creuse considérée jusqu'ici). Cette puissance est

$$W_1 = \frac{3}{8} H_0^2 (b + e)^2 \omega \epsilon, \quad \text{avec } b = a - e.$$

La courbe W_1 doit donc se raccorder avec W .

G. Ribaud [3], dans son étude sur le disque plan

Nature.	$f = 5 \cdot 10^7$.				$f = 5 \cdot 10^5$.			
	ϵ	e_{opt}	η	ϵ	e_{opt}	η		
Cu tiède	10 μ	15 m μ	333	0,1 mm	1,5 μ	33		
Métal :								
$\rho = 10 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$	20 μ	60 m μ	166	0,2 mm	6 μ	16		
$\rho = 100 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm}$	70 μ	0,7 μ	50	0,7 mm	73 μ	5		
Graphite	220 μ	7,2 μ	15	2,2 mm	0,72 mm	1,5		

Il est certain, par analogie avec le problème du disque plan, que l'existence de l'optima de puissance dans le cas de la sphère creuse, peut présenter un grand intérêt pour le chauffage de certains corps, ou dans les études de bolométrie. Dans ce dernier cas, l'épaisseur optima très faible peut être obtenue par dépôt métallique sur un support sphérique ou un tube cylindrique isolants. J'espère pouvoir revenir ultérieurement sur cette question.

Signalons enfin que le rapport de la puissance dissipée dans la couche (22) à celle qui serait dissipée dans les mêmes conditions dans une sphère pleine de même rayon, tend vers la limite

$$\beta = \frac{\epsilon}{e} \quad (e \ll \epsilon)$$

quand le rayon a de la sphère croît indéfiniment. Le même raisonnement, appliqué au tube indéfini de J. J. Thomson, conduit au même résultat, ce qui est bien normal.

de faible épaisseur perpendiculaire au champ induiteur, trouve pour la puissance dissipée optimale une valeur égale à (24) pour une épaisseur

$$e_{\text{opt}} = k \frac{\epsilon^2}{a}$$

(a , rayon du disque, k , coefficient voisin de 2).

Je rappelle que J. J. Thomson a également obtenu une valeur optima pour l'épaisseur d'un tube indéfini soumis à un champ magnétique axial.

$$e_{\text{opt}} = \frac{\epsilon^2}{a} \quad \text{et} \quad W_{\text{opt}} = \frac{1}{16} \omega \alpha^2 H_0^2$$

(a, rayon moyen du tube).

Si nous calculons le rapport de la puissance optimale donnée par l'expression (24) à la puissance dissipée dans une sphère pleine de même nature et de même diamètre, nous trouvons dans les mêmes conditions d'induction

$$\eta = \frac{W_{\text{opt}}}{W} = \frac{\frac{1}{8} H_0^2 \omega \alpha^3}{\frac{3}{8} H_0^2 a^2 \omega \epsilon} = \frac{a}{3 \epsilon} \quad (2).$$

Ce rapport peut être très élevé. Je donne ci-dessous quelques exemples portant sur des couches sphériques de nature différente avec $a = 10 \text{ mm}$, et pour deux fréquences $5 \cdot 10^7$ et $5 \cdot 10^5$.

Remarque. — On peut également calculer la puissance dissipée par l'intermédiaire du vecteur de Poynting.

La valeur moyenne du flux de ce vecteur sur la surface extérieure de la couche est en effet

$$W = - \frac{1}{4\pi} \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^\pi \int_0^{2\pi} h_{\varphi_1} \wedge H_0 r^2 \sin \theta d\theta d\varphi dz,$$

avec (pour $r = a$) :

$$H_{0_1} = - H_0 \sin \theta \left[\cos \omega t + \frac{1}{2} \cos \chi \cos(\omega t + \chi) \right],$$

$$h_{\varphi_1} = - H_0 \frac{\omega \alpha}{2} \sin \theta [\sin \omega t - \cos \chi \sin(\omega t + \chi)].$$

On trouve

$$W = \frac{H_0^2 \omega \alpha^3}{2} \sin \chi \cos \chi = \frac{3}{2} H_0^2 \omega \alpha^3 \frac{\epsilon^2 e}{4 a^2 e^2 + 9 \epsilon^4},$$

(2) Pour le cas J. J. Thomson, on trouve $\eta = \frac{a}{2 \epsilon}$.

expression identique au résultat déjà obtenu (22).

Enfin, la valeur moyenne du flux dans la cavité est

$$W = -\frac{1}{4\pi} \frac{1}{T} \int_0^T \int_0^\pi \int_0^{2\pi} h_{\varphi_2} \wedge H_{\theta_2} r^2 \sin \theta d\theta d\varphi,$$

avec

$$\begin{aligned} H_{\theta_2} &= H_0 \sin \theta [-\cos \omega t + \cos \chi \cos (\omega t + \chi)], \\ h_{\varphi_2} &= -H_0 \frac{\omega \alpha}{2} \sin \theta [\sin \omega t - \cos \chi \sin (\omega t + \chi)]. \end{aligned}$$

On vérifie qu'elle est nulle, ce qui est évident puisqu'il n'y a pas de puissance dissipée dans cet endroit.

Manuscrit reçu le 21 avril 1950.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] THOMSON J. J. — Recent Researches.
- [2] COLOMBANI A. — Étude sur les courants de Foucault. *J. Phys.*, 1948, **9**, 273-286. Détermination de la perméabilité apparente et du facteur de qualité en haute fréquence d'une poudre magnétique. *J. Phys.*, 1950, **11**, 201.
- [3] RIBAUD G. — Chauffage par induction d'un disque circulaire mince normal aux lignes de champ. *J. Phys.*, 1946, **7**, 900.
- [4] JOUGUET M. — Courants de Foucault et fours à induction (Gauthier-Villars).
- [5] POYNTING. — On the transfer of Energy in the Electromagnetic Field. *Phil. Trans.*, 1884, Part. II, 343.
- [6] CLERK MAXWELL. — Traité d'Électricité et de Magnétisme, II.

