

Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- [Le Conservatoire numérique](#) communément appelé [le Cnum](#) constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre (www.eclydre.fr).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - https://cnum.cnam.fr](#))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

NOTICE DE LA REVUE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Auteur(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 193.-195.
Nombre de volumes	125
Cote	CNAM-BIB P 1329-B et P 1329-C
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Note	La collection comporte des lacunes : n°24; n°58; n°63; n°67; n°76-n°77
Notice complète	https://www.sudoc.abes.fr/cbs//DB=2.1/SET=17/TTL=3/REL?PPN=261820893&RELTYPE=NT
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B_P1329-C
LISTE DES VOLUMES	
	N°25 (1936)
	N°26 (1937)
	N°27 (1937)
	N°28 (1937)
	N°29 (1938)
	N°30 (1939)
	N°31 (1936)
	N°32 (1938)
	N°33 (1938)
	N°34 (1938)
	N°35 (1938)
	N°36 (1938)
	N°37 (1938)
	N°38 (1938)
	N°39 (1938)
	N°40 (1939)
	N°41 (1939)
	N°42 (1939)
	N°43 (1939)
	N°44 (1939)
	N°45 (1938)
	N°46 (1940)
	N°47 (1940)
	N°48 (1940)
	N°49 (1940)
	N°50 (1940)
	N°51 (1941)
	N°52 (1941)
	N°53 (1941)
	N°54 (1941)
	N°55 (1942)
	N°56 (1942)
	N°57 (1942)
	N°59 (1942)

	N°60 (1941)
	N°61 (1942)
	N°62 (1943)
	N°64 (1943)
	N°65 (1943)
	N°66 (1943)
	N°68 (1943)
	N°69 (1943)
	N°70 (1943)
	N°71 (1943)
	N°72 (1944)
	N°73 (1943)
	N°74 (1944)
	N°75 (1944)
	N°78 (1944)
	N°79 (1944)
	N°80 (1944)
	N°81 (1944)
	N°82 (1944)
	N°83 (1944)
	N°84 (1944)
	N°85 (1944)
	N°86 (1945)
	N°87 (1945)
	N°88 (1945)
	N°89 (1945)
	N°90 (1945)
	N°91 (1945)
	N°92 (1945)
	N°93 (1945)
	N°94 (1945)
	N°95 (1946)
	N°96 (1946)
	N°97 (1946)
	N°98 (1944)
	N°99 (1945)
	N°100 (1945)
	N°101 (1946)
	N°102 (1946)
	N°103 (1946)
	N°104 (1946)
	N°105 (1946)
	N°106 (1946)
	N°107 (1947)
	N°108 (1947)
	N°109 (1947)
	N°110 et 111 (1947)
	N° 112 (1947)
	N° 113 (1947)
	N° 114 (1947)
	N° 115 (1947)
VOLUME TÉLÉCHARGÉ	N° 116 (1947)
	N° 117 (1947)
	N° 118 (1948)
	N° 119 (1948)
	N° 120 (1948)
	N° 121 (1948)
	N° 122 (1947)

	N° 123 (1948)
	N° 124 (1948)
	N° 125 (1948)
	N° 126 (1948)
	N° 127 (1948)
	N° 128 (1948)
	N° 129 (1948)
	N° 130 (1949)
	N° 131 (1949)
	N° 132 (1949)
	N° 133 (1948)
	N° 134 (1949)
	N° 135 (1948)
	N° 136 (1949)
	N° 137 (1950)
	N° 138 (1950)
	N° 139 (1950)
	N° 140 (1950)
	N° 141 (1950)
	N° 142 (1948)
	N° 143 (1950)
	N° 144 (1950)
	N° 145 (1951)
	N° 146 (1951)
	N° 147 (1951)
	N° 148 (1951)
	N° 149 (1951)
	N° 150 (1951)
	N° 151 (1951)
	N° 152 (1951)
	N° 153 (1952)
	N° 154 (1952)
	N° 155 (1952)

NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Auteur(s) volume	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Volume	N° 116 (1947)
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 1947
Collation	1 vol. (p. [255-264]) : ill. ; 27 cm
Nombre de vues	16
Cote	CNAM-BIB P 1329-C (24)
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Thématique(s)	Histoire du Cnam
Typologie	Revue
Langue	Anglais Français
Date de mise en ligne	10/04/2025
Date de génération du PDF	07/02/2026
Recherche plein texte	Disponible
Notice complète	https://www.sudoc.fr/039014541
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-C.24

...

8^e Km. 107

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
LABORATOIRE D'ESSAIS



BULLETIN
DU
LABORATOIRE D'ESSAIS

1947 - N° 25



PUBLICATION N° 116

(Voir le sommaire au verso)

SOMMAIRE

P. L. BILLARD — Application de la méthode de l'immersion
à la mesure de l'indice de réfraction des verres organiques . . .

BULLETIN DU LABORATOIRE D'ESSAIS

DU CONSERVATOIRE NATIONAL
DES ARTS & MÉTIERS

APPLICATION DE LA MÉTHODE DE L'IMMERSION A LA MESURE DE L'INDICE DE RÉFRACTION DES VERRES ORGANIQUES

A. 747

La liste des matières transparentes utilisables en optique s'est enrichie depuis quelques années d'une catégorie de résines synthétiques connues sous le nom de verres organiques. Il est indispensable que le calculateur qui voudra utiliser ces nouvelles substances pour la réalisation des systèmes optiques connaisse bien leurs propriétés. Parmi celles-ci il en est une, commune à la plupart de ces matières et qui est, le plus souvent, assez gênante : c'est leur grand coefficient de dilatation. Il en résulte une grande variation de leur indice de réfraction avec la température. Cette forte variation a pour conséquence que les propriétés optiques d'une lentille en verre organique

(convergence, aberrations...) varient avec la température. On peut tenter de combiner des lentilles de verres différents, de façon à annuler cette variation. Il faut alors connaître d'une façon précise l'indice pour chaque température.

Ces considérations montrent que les méthodes classiques de réfractométrie sont difficilement applicables à la mesure des indices de réfraction des verres organiques. Il faut employer une méthode où l'échantillon soit placé à une température bien définie et facilement mesurable.

On trouvera dans cette étude des résultats relatifs aux polymères et copolymères du méthylacrylate de méthyle et du styrène.

RELATION ENTRE LE COEFFICIENT DE DILATATION ET LA VARIATION DE L'INDICE AVEC LA TEMPÉRATURE

La théorie électromagnétique de la lumière permet de prévoir avec une certaine approximation la relation entre la dilatation et la variation de l'indice. En effet, le coefficient de dilatation intervient dans le calcul de la densité. Or, on connaît trois formules, d'ailleurs en désaccord entre elles, liant l'indice de la réfraction et la densité.

De la formule de SELLMÉIER liant l'indice d'une substance pour une longueur d'onde donnée à la longueur d'onde et au nombre d'électrons par unité de volume, on tire aisément :

$$(S) \quad \frac{n^2 - 1}{d} = C_{te}$$

n étant l'indice de réfraction et d la densité.

Cette formule, qui ne fait intervenir que le champ électrique produit par l'onde lumineuse et non le champ moléculaire, est corrigée par celle de LORENTZ-LORENZ qui peut s'écrire :

$$(L) \quad \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{d} = C_{te}.$$

Lorsque l'indice tend vers l'unité, ces deux for-

mules sont équivalentes ainsi que la loi de GLADSTONE, beaucoup plus simple :

$$(G) \quad \frac{n - 1}{d} = C_{te}$$

On voit aisément que ces trois formules peuvent se résumer en une seule dépendant d'une constante qui sera différente dans chacun des trois cas. Supposons que dans l'intervalle de températures qui nous intéresse (-10° à $+40^\circ$), la dilatation soit une fonction linéaire de la température.

On a alors :

$$d = d_0 \frac{1}{1 + 3\alpha t}$$

d_0 étant la densité à 0° et α le coefficient de dilatation linéaire de la substance.

Les trois formules peuvent alors s'écrire :

$$(S') \quad n^2 - 1 = \frac{n_0^2 - 1}{1 + 3\alpha t}$$

pour la loi de SELLMÉIER.

$$(L') \quad n^2 - 1 = \frac{n_0^2 - 1}{1 + (n_0^2 + 2) \alpha t}$$

pour la loi de LORENTZ.

De plus, en négligeant les termes en $\alpha^2 t^2$, la loi de GLADSTONE s'écrit :

$$(G') \quad n^2 - 1 = \frac{n_0^2 - 1}{1 + \frac{6n}{n_0 + 1} \alpha t}$$

ce qui peut s'exprimer en disant que l'indice est une fonction homographique de la température.

Il est intéressant de choisir un paramètre tel que la loi, soit linéaire. Posons :

$$\mu = \frac{1}{n^2 - 1} \quad \left(\text{avec } \mu_0 = \frac{1}{n_0^2 - 1} \right)$$

Les trois expressions (S'), (L'), (G') prennent alors la forme commune :

$$(1) \quad \mu = \mu_0 (1 + kt)$$

avec :

$k = 3\alpha$ dans le premier cas (formule de SELLMÉIER);

$k = (n_0^2 + 2)\alpha$ dans le deuxième cas (formule de LORENTZ);

CHOIX D'UNE MÉTHODE DE MESURE DES INDICES

Il est très difficile d'obtenir en plexiglas (polymère du méthylacrylate de méthyle) ou en polystyrol des prismes par moulage direct. D'autre part, le surfacage de ces matières avec une bonne précision est une opération assez pénible à cause de leur manque de dureté. La méthode du prisme au minimum de déviation s'élimine donc d'elle-même.

La méthode de l'incidence rasante semble plus applicable. On peut en effet obtenir par moulage des plans suffisamment précis. Ce procédé permet d'effectuer une première série de mesures pour dégrossir le problème. L'appareil (Réfractomètre de PULFRICH) est laissé toute une nuit, ainsi que les échantillons dont on mesure l'indice dans des enceintes à -5° , 0° , $+15^\circ$. Les mesures sont effectuées le matin, l'équilibre des températures était supposé atteint. On trouve ainsi que la variation d'indice avec la température est de l'ordre de 10 unités du cinquième ordre par degré pour tous les échantillons étudiés. Mais, malgré les précautions prises, la température de l'air ambiant diffère encore de plusieurs degrés de celle qu'indique un thermomètre posé sur le réfractomètre. Le résultat est qu'on obtient sur un graphique (n, t) des points qu'il est impossible de joindre par un trait continu.

Une méthode pratique pour obtenir une bonne définition de la température de l'échantillon est de l'immerger dans un liquide dont on maintient la température constante. Nous avons employé le procédé qu'avait indiqué M. Ch. FABRY (1), plus simple et moins délicat que les méthodes interférentielles. Une légère modification de l'appareil permet de faire varier la température.

DESCRIPTION DE L'APPAREIL.

Une cuve en verre, dont les parois sont des lames à faces sensiblement parallèles, est placée

$k = \frac{6n_0}{n_0 + 1} \alpha$ dans le troisième cas (formule de GLADSTONE).

Pratiquement, ces valeurs étant fort différentes (respectivement 3α , $4,25\alpha$, $3,6\alpha$ pour $n = 1,5$), k sera déterminé expérimentalement.

Plus généralement, les lois précédentes lient les deux phénomènes : allongement d'une éprouvette en fonction de la température et variation d'indice de cette éprouvette dans les mêmes conditions par les formules :

$$l = l_0 [1 + \alpha_f(t)]$$

$$\mu = \mu_0 [1 + k_f(t)]$$

Nous nous proposons de faire une étude expérimentale de la variation d'indice avec la température d'échantillons de verres organiques et de l'allongement dans les mêmes conditions d'éprouvettes taillées dans la même substance, de vérifier si les deux phénomènes sont bien liés comme l'indique la théorie et, dans ce cas, de donner la valeur expérimentale du coefficient k sur lequel les trois formules ne sont pas d'accord.

Accessoirement, nous chercherons si le coefficient k est une constante pour toute une famille de verres, ce qui permettrait de déduire la variation d'indice de la mesure du seul coefficient de dilatation.

dans une boîte parallélépipédique calorifugée au moyen de laine de verre. Trois des faces latérales de la cuve sont doublées par trois lames à faces parallèles emprisonnant une épaisseur d'air

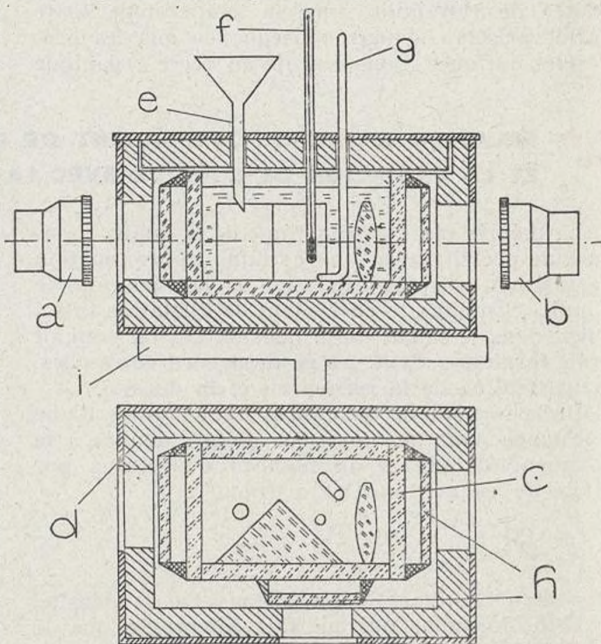


Fig. 1. — Appareil pour la mesure des indices; a) objectif du collimateur. — b) objectif de la lunette. — c) cuve en verre. — d) boîte calorifugée. — e) entonnoir de remplissage. — f) thermomètre. — g) agitateur. — h) glaces doublant les parois. — i) plateforme du goniomètre.

de quelques millimètres. Ce dispositif a pour but d'éviter les condensations de vapeur d'eau sur les parois lors de la mesure aux basses températures (fig. 1).

A ces trois faces correspondent trois fenêtres percées dans la boîte. La boîte est fermée par un couvercle calorifugé et placée sur la plateforme d'un goniomètre. Le réglage s'effectue par autocollimation à travers deux fenêtres rectangulaires.

La cuve, traversée par le faisceau lumineux issu du collimateur, est remplie d'un liquide dont on peut faire varier l'indice de manière continue. Sur le trajet des rayons lumineux sont immergés un prisme en verre d'angle sensiblement égal à 90° et l'échantillon de verre organique dont on veut mesurer l'indice. Il s'agit ici d'une lentille biconvexe ou biconcave dont le diamètre est au moins égal à celui de l'objectif et dont la puissance est la plus forte possible. Enfin un thermomètre gradué en $1/5$ de degré et un agitateur plongent dans la cuve.

Le liquide d'immersion ne doit dissoudre ni gonfler le verre organique. On doit d'autre part pouvoir lui donner des indices de réfraction encadrant l'indice de l'échantillon à mesurer.

Le mélange sulfure de carbone-tétrachlorure de carbone est utilisable pour le plexiglas aux températures inférieures à 25° . Pour le polystyrène que dissout le mélange précédent, et pour le plexiglas aux températures supérieures à 25° , on emploie une solution concentrée et filtrée de bromomercure de baryum dont l'indice peut monter jusqu'à 1,66.

Principe de la mesure

La méthode consiste à égaliser approximativement l'indice X du liquide d'immersion et celui n de l'échantillon. On mesure ensuite X par la méthode du minimum de déviation au moyen du prisme d'indice N connu immergé dans le liquide.

Pour chaque valeur de X on mesure la puissance de la lentille immergée. Celle-ci, qui est très faible, est repérée par le tirage de l'oculaire de la lunette.

A chaque valeur de X correspond donc une déviation D du faisceau lumineux et un tirage t de l'oculaire. Par interpolation, on en tire la déviation correspondant à une puissance nulle de la lentille ($X = n$).

CALCUL DE X .

Soit D la déviation du faisceau lumineux, A l'angle du prisme immergé (fig. 2).

On trouve dans le mémoire cité la formule :

$$(2) \quad D = 2(N - X) \operatorname{tg} \frac{A}{2}$$

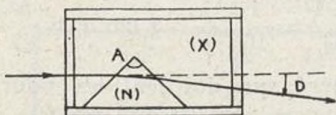


Fig. 2

valable pour $D < 1^\circ$ et lorsque le prisme se trouve traversé au minimum de déviation. Dans la pratique, il a été impossible d'utiliser cette formule telle quelle car, d'une part la déviation était toujours supérieure à 1° , et, d'autre part, on a donné au prisme une position fixe en appliquant la face hypothénuse contre une paroi latérale de la cuve, position qui ne correspond pas exactement au minimum de déviation.

Mais les formules auxquelles on aboutit dans ce cas étant inutilement compliquées, il est préférable de procéder de la manière suivante :

1° On supposera les faces de la cuve exactement parallèles et le faisceau incident perpendiculaire à ces faces. On calculera alors l'indice X comme si le prisme A était au minimum de déviation;

2° On calculera la correction à apporter à cet indice à cause de la position du prisme;

3° Eventuellement, on ajoutera les corrections dues à la position du faisceau incident par rapport à la normale aux faces.

Cas du prisme au minimum de déviation.

Soit Δ la déviation provoquée par le prisme, à l'intérieur du liquide (fig. 3). Les formules du prisme s'écrivent dans ce cas :

$$\sin i = \frac{N}{X} \sin \frac{A}{2}$$

$$i = \frac{A}{2} + \frac{\Delta}{2}$$

d'où on tire par élimination de $\sin i$:

$$(3) \quad X = \frac{N}{\sin \frac{\Delta}{2} \cotg \frac{A}{2} + \cos \frac{\Delta}{2}}$$

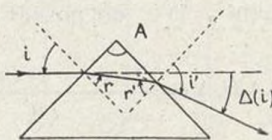


Fig. 3

D'autre part, Δ est lié à la déviation D par la relation :

$$X \sin \Delta = \sin D \quad (\text{fig. 4})$$

X est donc solution du système d'équations (3), (4).

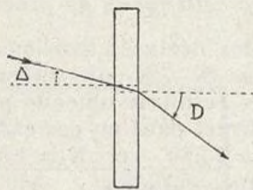


Fig. 4

On peut résoudre ce système d'équations par approximations successives en portant dans l'équation (4) une valeur approchée de X (celle donnée par (2), par exemple), puis en portant la valeur de Δ obtenue dans l'équation (3). On obtient une valeur en général satisfaisante de X ; sinon, on peut recommencer l'ensemble des opérations en partant de cette valeur plus précise de X .

CORRECTION A APPORTER A CAUSE DE LA POSITION DU PRISME.

Soient i_m l'angle d'incidence correspondant au minimum de déviation et i l'angle d'incidence

réelle (fig. 5). Il faut affecter Δ d'une correction augmentant sa valeur absolue de :

$$\Delta(i) - \Delta(i_m) = (i - i_m) [\Delta'(i)]_{i=i_m} + \frac{1}{2!} (i - i_m)^2 [\Delta''(i)]_{i=i_m} + \dots$$

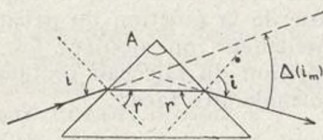


Fig. 5

Le premier terme est nul.

$$[\Delta''(i)]_{i=i_m} = \left[\frac{d^2 \Delta}{di^2} \right]_{i=i_m} = \frac{2(n^2 - 1) \sin r_m}{n \cos i_m \cos^2 r_m} = \frac{2(n^2 - 1) \sin \frac{A}{2}}{n \cos i_m \cos^2 \frac{A}{2}}$$

La prisme de référence est sensiblement isocèle et l'angle A est proche de 90° . Dans ces conditions,

$$(i - i_m)^2 \cong (n' - 1)^2, \text{ en posant } n' = \frac{N}{X} \text{ et,}$$

$$(5) \quad \Delta(i) - \Delta(i_m) \cong \frac{2(n'^2 - 1)(n' - 1)^2}{n'}$$

lorsque n' est suffisamment proche de l'unité.

La correction à effectuer sur l'indice se calcule alors en différenciant la formule (2), suffisamment exacte pour cet usage.

$$(6) \quad dX \cong \frac{1}{2} X d\Delta \cong \frac{(n'^2 - 1)(n' - 1)^2}{n'} X$$

Justification de cette façon de procéder.

Il faut que les dérivées troisièmes n'interviennent pas et que $N - X$ soit suffisamment faible. Comparons les résultats obtenus par ces formules au calcul direct dans un cas extrême.

Soient $X = 1,580$ et $N = 1,513$.

Le calcul direct donne :

$$\begin{aligned} \Delta(i_m) &= 4^\circ,7618, \\ \Delta(i) &= 4^\circ,7783, \\ \Delta(i_m) - \Delta(i) &= 0^\circ,0165. \end{aligned}$$

D'autre part,

$$\frac{2(n'^2 - 1)(n' - 1)^2}{n'} = 0,00031 \text{ radian} = 0^\circ,0176.$$

L'erreur commise ($0^\circ,0011 < 4''$ d'arc) est inférieure à la précision des pointés. Le calcul approché est donc acceptable. Pratiquement, les résultats ont été contrôlés par une série de mesures où le prisme a été remplacé à chaque pointé au minimum de déviation.

Pour appliquer la formule (6), on peut partir d'une valeur approchée de n' , par exemple celle

fournie par (2). En effet, l'erreur relative commise sur la déviation est de l'ordre de :

$$\frac{d(n'^2 - 1)}{n'^2 - 1} + 2 \frac{d(n' - 1)}{n' - 1} = \frac{dn'}{n'} = \frac{2(n' - 1)}{n'} dn'.$$

Cette valeur est très inférieure à dn' . Pour $dn' = 0,002$, par exemple, on trouve sur une erreur inférieure à $0^\circ,00005$, également inappréciable.

Précision des mesures effectuées

L'erreur commise sur l'indice cherché est fonction de la précision avec laquelle est connu l'indice du prisme de référence, de la puissance de la lentille dont on mesure l'indice, et de la précision des pointés dans la mesure des angles.

PRÉCISION SUR L'INDICE N DU PRISME DE RÉFÉRENCE.

Il est mesuré au goniomètre sur une des faces à 45° . L'application des formules habituelles donne comme limite supérieure de l'erreur commise :

$$d_1 n = 0,00003.$$

PRÉCISION DANS LA MESURE DE L'INDICE DU LIQUIDE.

Elle est un peu meilleure car on utilise ici l'angle de 90° .

$$d_2 n = 0,00001.$$

ERREUR COMMISE SUR L'ÉGALISATION DES INDICES.

La mesure se fait par interpolation pour des liquides de composition légèrement différentes.

Soient D la puissance dans l'air de la lentille en verre organique,

F la distance focale de l'objectif du goniomètre,

h son rayon d'ouverture,

e l'épaisseur minima de la lentille de rayon h ,

dx l'imprécision de pointés longitudinaux de la lunette du goniomètre.

A une erreur dx de pointé correspond une erreur sur l'indice dn :

$$dn = \frac{n - 1}{F^2} \frac{dx}{D}.$$

D'autre part :

$$dx = \frac{\lambda}{8a^2}.$$

On en tire :

$$dn = \frac{n - 1}{Dh^2} = \frac{1}{16} \frac{\lambda}{e} \left(\text{car } e = \frac{h^2}{2} \frac{D}{n - 1} \right)$$

On a opéré sur des lentilles pour lesquelles $e = 5 \text{ mm}$.

D'où :

$$d_3 n = 0,000006.$$

De plus, l'indice du prisme de référence n'a pas été mesuré pour plusieurs températures. Il s'agit de borosilicates-crowns dont on connaissait approximativement le coefficient de dilatation. L'indice à chaque température a été calculé en fonction de l'indice à 20° en supposant que la loi de LORENTZ s'applique dans ce cas (2).

Il est difficile d'évaluer l'erreur que l'on peut

ainsi commettre. Pour une variation de température de 20°, la loi de LORENTZ indique une variation d'indice de l'ordre de 18.10⁻⁵. Or la loi de SELLMÉIER donnerait 13.10⁻⁵. On peut donc commettre aux températures proches de 0° et de 40° une erreur de l'ordre de 0,00005 sur l'indice.

En résumé, l'erreur maximum sur la *valeur absolue* de l'indice de la lentille immergée est :

$$dn = 0,00006 \text{ au voisinage de } 20^\circ, \text{ et } \\ dn = 0,00010 \text{ vers } 0^\circ \text{ et } 40^\circ.$$

Mais si on ne mesure que les *variations d'indice*, l'erreur n'est plus que de l'ordre de :

$$dn = 0,000025 \text{ au voisinage de } 20^\circ \text{ et } \\ dn = 0,00006 \text{ aux températures extrêmes.}$$

La méthode est donc particulièrement indiquée pour la mesure des variations d'indice avec la température.

PRÉCISION OBTENUE AVEC LE COEFFICIENT k .

En différenciant la relation :

$$k = \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta \mu}{\Delta t},$$

on obtient :

$$\left| \frac{dk}{k} \right| < 2 \left| \frac{dt}{\Delta t} \right| + \left| \frac{d\mu}{\mu} \left(1 + \frac{2\mu}{\Delta \mu} \right) \right| \\ = 2 \left| \frac{dt}{\Delta t} \right| + \frac{2n}{n^2 - 1} dn$$

Prenons, par exemple, le copolymère méthacrylate de méthyle-styrolène étudié plus loin :

$$n_D = 1,58 \quad dn = 0,00003.$$

On trouve alors une précision de l'ordre de 2 % dans la mesure du coefficient k de variation d'indice avec la température.

$$-\frac{d\mu}{\mu} \left(1 + \frac{2\mu}{\Delta \mu} \right) = 0,01 \quad 2 \frac{dt}{\Delta t} = 0,01.$$

Cette contribution égale de l'erreur sur la température et de l'erreur sur l'indice est assez remarquable.

Exemple de conduite du calcul

Pour montrer comment s'effectue le calcul à partir des mesures effectuées, nous donnerons un seul exemple, concernant l'indice d'un copolymère de méthacrylate de méthyle et de styrolène, pour la raie D du sodium, à la température de 9°,7 C.

Pour chaque composition du liquide d'immersion, le tirage x de la lunette et l'angle y lu sur le cercle divisé du goniomètre sont indiqués sur le tableau suivant :

x	29,0	31,0	33,2
y	221°,8640	221°,8750	221°,8867

Lecture directe : $x = 30,3 \quad y = 229°,5592$.

On peut donc tracer une courbe d'interpolation (fig. 6) qui montre que la direction correspondant

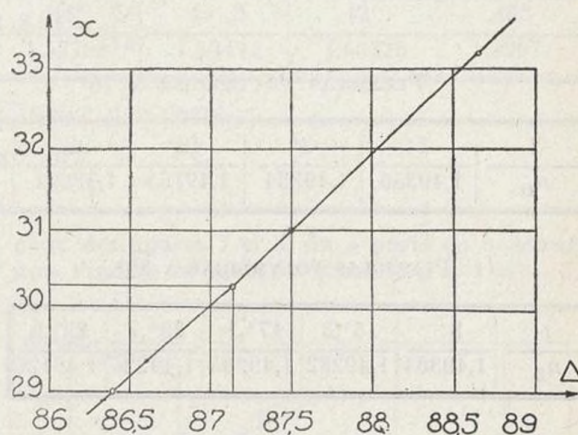


Fig. 6.

(En abscisses, angles de déviation en centièmes de degré.)

à une égalisation d'indice ($x=30,3$) est 221°,8714.

D'où : $D = 7°,6878$.

On peut alors calculer une valeur approchée de l'indice $n = X$ au moyen de la formule (2) où l'on pose : $A = 90°$.

Indice approché :

t	D	$\frac{D}{2}$ radians	N	X	N/X
9°,7	7°,6878	0,0670887	1,51287	1,57996	0,957531

Correction pour le minimum de déviation.

t	$\frac{(n'^2 - 1)(n'' - 1)^2}{n}$	$d\Delta$	dX	Δ corrigé	X corrigé
9°,7	0,0156474	0°,0179	0,00014	4°,8462	1,57982

Indice définitif.

t	X corrigé	D	sin D	sin Δ	Δ/2	sin Δ/2	cos Δ/2	N	X définitif
9°,7	1,57982	7,6699	0,133466	0,0844818	2°,4231	0,0422784	0,999106	1,51287	1,58116
—	1,58116	—	—	0,0844102	2°,4210	0,0422418	0,999108	1,51287	1,58110
—	1,58110	—	—	0,0844133	2°,4212	0,0422453	0,999108	—	—

RÉSULTATS CONCERNANT DES MESURES D'INDICES

Les mesures d'indices ont été effectuées, pour diverses longueurs d'onde, sur :

a) le polyméthacrylate de méthyle, ou plexiglas, additionné de 0,02 % de peroxyde de benzoïle et polymérisé à 60°, 70° et 80°;

b) un co-polymère de méthacrylate de méthyle et de styrène à 80 % de styrène;

c) les monomères purs.

Les résultats sont rassemblés dans les tableaux suivants :

PLEXIGLAS POLYMÉRISÉ A 60°.

<i>t</i>	5°	8°,4	14°,3	16°	17°	20°
<i>n_D</i>	1,49343	1,49289	1,49212	1,49201	1,49192	1,49149
<i>t</i>	22°5	27°	28°	34°	38°	39°
<i>n_D</i>	1,49109	1,49036	1,49017	1,48954	1,48888	1,48862
<i>t</i>	43°	Variation moyenne d'indice par degré entre 5° et 43° :				
<i>n_D</i>	1,48833					

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 13,8 \cdot 10^{-5}.$$

PLEXIGLAS POLYMÉRISÉ A 70°.

<i>t</i>	1°	3°	19°	25°	
<i>n_D</i>	1,49356	1,49334	1,49155	1,49091	

Variation moyenne d'indice par degré :

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 11,5 \cdot 10^{-5}.$$

PLEXIGLAS POLYMÉRISÉ A 80°.

<i>t</i>	8°	15°,3	17°,1	20°,7	29°,0
<i>n_D</i>	1,49364	1,49282	1,49265	1,49226	1,49126

Variation moyenne d'indice par degré :

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 10,8 \cdot 10^{-5}.$$

CO-POLYMÈRE MÉTHACRYLATE-STYROLÈNE POLYMÉRISÉ A 80°.

<i>t</i>	1°	3°,8	19°	20°,1	21°
<i>n_D</i>	1,57723	1,57693	1,57430	1,57413	1,57399

Variation moyenne d'indice par degré :

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 16,2 \cdot 10^{-5}.$$

CO-POLYMÈRE MÉTHACRYLATE-STYROLÈNE POLYMÉRISÉ A 90°.

<i>t</i>	5°,3	9°,7	11°,5	12°	13°	16°,8
$\lambda = 614 m\mu$						
$\lambda = 590 m\mu$	1,58180	1,58110	1,58059	1,58054	1,58047	1,58003
$\lambda = 569 m\mu$				1,57285		1,58216
$\lambda = 515 m\mu$						1,58855
<i>t</i>	19°,6	21°,8	25°,5	30°	31°	35°
$\lambda = 614 m\mu$		1,57650			1,57513	
$\lambda = 590 m\mu$	1,57944	1,57919	1,57855	1,57812	1,57799	1,57747
$\lambda = 569 m\mu$		1,58144	1,58085			
$\lambda = 515 m\mu$		1,58784	1,58728			
$\lambda = 498 m\mu$		1,59001				
<i>t</i>	35°,2	38°	38°,2	41°,5	43°	
$\lambda = 614 m\mu$	1,57443	1,57400				
$\lambda = 590 m\mu$	1,57747		1,57691	1,57645	1,57631	
$\lambda = 569 m\mu$	1,57913	1,57891				

Variation moyenne d'indice par degré :

$$\text{pour } \lambda = 614 m\mu \quad \frac{\Delta n}{\Delta t} = 14,7 \cdot 10^{-5}$$

$$\lambda = 590 m\mu \quad \frac{\Delta n}{\Delta t} = 14,4 \cdot 10^{-5}$$

$$\lambda = 569 m\mu \quad \frac{\Delta n}{\Delta t} = 14,5 \cdot 10^{-5}$$

On trouvera sur les figures 7 et 8 les graphiques des variations avec la température des indices des verres étudiés.

MONOMÈRES PURS.

Les mesures d'indices s'effectuent dans le même

appareil que pour les polymères. Le liquide d'immersion est remplacé par le monomère étudié, le prisme de référence restant en place. C'est la méthode du prisme appliquée à un prisme liquide d'angle égal à 270° et d'indice inférieur à l'unité.

Méthacrylate de méthyle fraîchement distillé.

t	21°,6	22°,9	27°,2	29°,9	34°,5	38°,9	40°,9
n_D	1,41413	1,41328	1,41095	1,40956	1,40665	1,40448	1,40369

Variation moyenne d'indice par degré :

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 53,1 \cdot 10^{-5}.$$

Styrolène fraîchement distillé.

t	22°,5	22°,8	27°	34°	40°,2	42°	46°
n_D	1,54457	1,54445	1,54202	1,53798	1,53424	1,53329	1,53077

Variation moyenne d'indice par degré :

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 58,7 \cdot 10^{-5}.$$

Les graphiques des variations d'indice des monomères avec la température se trouvent sur les figures 9 et 10. Sur ces graphiques ainsi que sur

ceux des figures 7 et 8, on a porté en ordonnées, non l'indice n , mais la quantité $\mu = 1/n^2 - 1$.

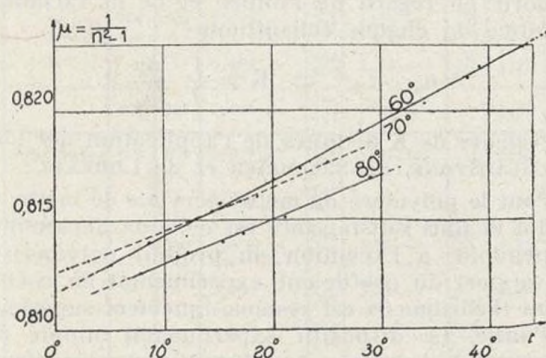


Fig. 7. — Variation de l'indice de réfraction avec la température; Polymère du méthacrylate de méthyle (polymérisation à 60° - 70° - 80°); Raie D du Sodium.

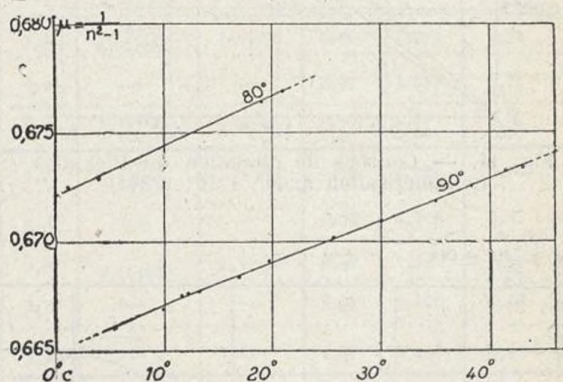


Fig. 8. — Variation de l'indice de réfraction avec la température; Co-polymère méthacrylate-styrolène (polymérisation à 80° - 90°); Raie D du Sodium.

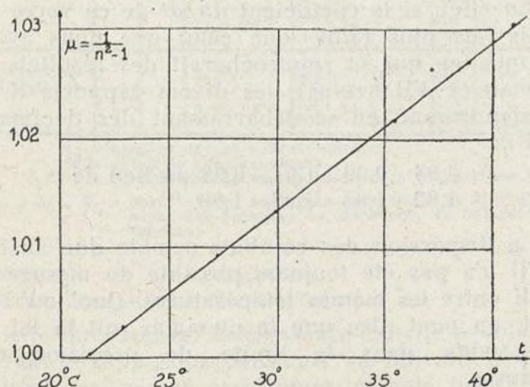


Fig. 9. — Variation de l'indice de réfraction avec la température; Méthacrylate de méthyle (monomère); Raie D du Sodium.

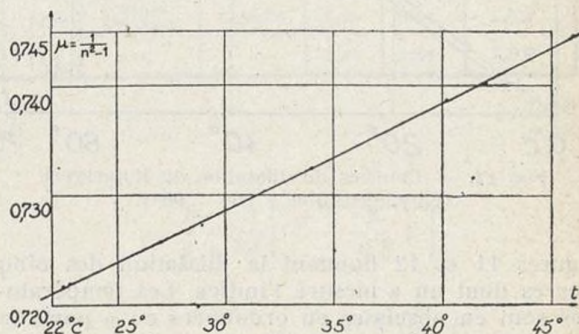


Fig. 10. — Variation de l'indice de réfraction avec la température; Styrolène (monomère); Raie D du Sodium.

COMPARAISON DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS AVEC LA DILATATION DES VERRES ORGANIQUES

Pour répondre à la question qui s'était posée au début de cette étude, il faut mesurer le coefficient de dilatation des verres organiques considérés et de leurs monomères aux températures pour lesquelles ont été mesurés leurs indices.

Pour les solides on a utilisé le dilatomètre CHÈVENARD; des éprouvettes parallélépipédiques de 50 mm. de longueur, à section carrée de 4 mm. de côté, ont été taillées dans les verres organiques dont on a mesuré les indices. La mesure a été faite entre la température ambiante et leur point de ramollissement par comparaison avec la dilatation d'une tige d'aluminium de 200 mm. de longueur.

D'autre part, la dilatation des monomères a été étudiée au moyen d'un dilatomètre à tige et comparée au coefficient de dilatation du mercure.

Les courbes des figures 11, 12 et 13 résument les résultats de ces cinq expériences. Celles des

ce qui permet une comparaison facile avec les courbes de variation d'indice.

On voit que le coefficient de dilatation du plexiglas oscille entre $0,88.10^{-4}$ et $1,17.10^{-4}$ suivant les conditions de polymérisation.

Le coefficient de dilatation du polystrol est compris entre $0,86.10^{-4}$ et $0,96.10^{-4}$.

La figure 13 est relative aux monomères. On voit que ces courbes sont, aux températures inférieures à 40° , très sensiblement rectilignes, ainsi

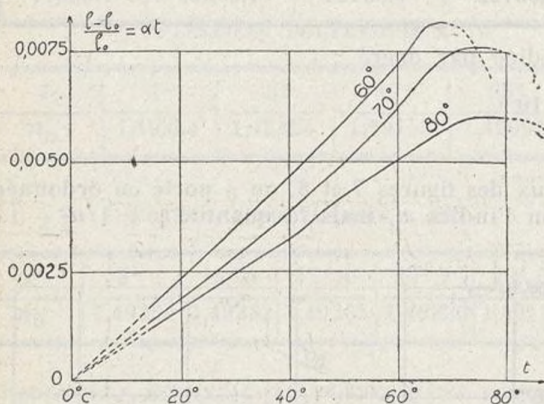


Fig. 11. — Courbes de dilatation du Plexiglas (polymérisation à 60° - 70° - 80°).

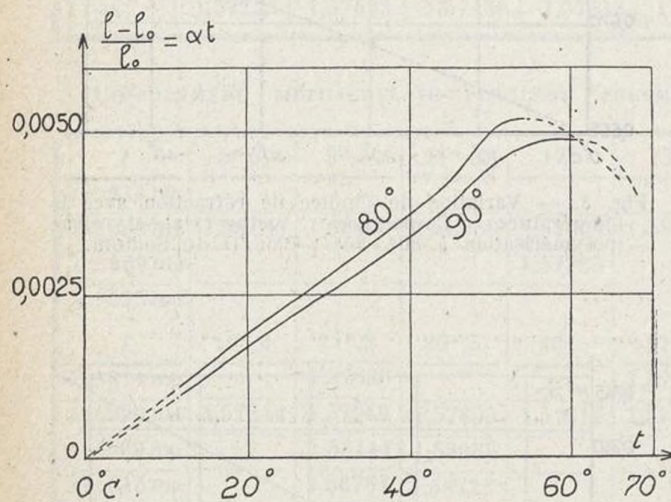


Fig. 12. — Courbes de dilatation du Polystyrol (polymérisation à 80° - 90°).

figures 11 et 12 donnent la dilatation des cinq verres dont on a mesuré l'indice. Les températures sont en abscisses en ordonnées on a porté la quantité :

$$\frac{l-l_0}{l_0} = \alpha t,$$

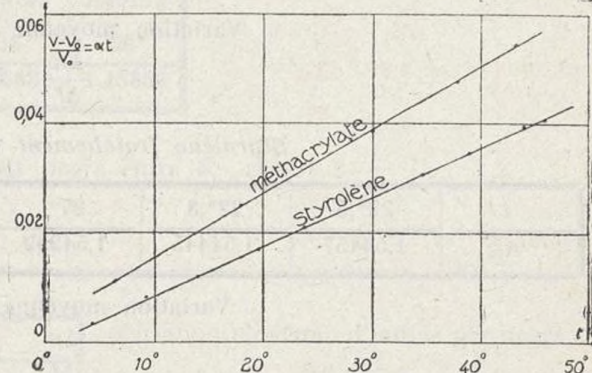


Fig. 13. — Courbes de dilatation des monomères.

que les courbes de variation d'indice déjà présentées.

Dans le tableau récapitulatif de la page 204, on a porté en regard de l'indice et de la variation d'indice de chaque échantillon

$$\left(n_0, n_{20} \text{ et } K = \frac{1}{t} \frac{\Delta n}{\mu} \right)$$

les valeurs de K déduites de l'application des lois de GLADSTONE, de SELLMÉIER et de LORENTZ.

Pour le polymère du méthacrylate de méthyle, la loi la plus satisfaisante est celle de SELLMÉIER. Cependant, à l'exception du produit polymérisé, le rapport du coefficient expérimental au coefficient théorique 3α est systématiquement supérieur à l'unité. Le dispositif expérimental adopté ne permet pas de savoir si ce léger écart correspond à une propriété intrinsèque du plexiglas. Il peut être dû à l'incertitude concernant la variation avec la température de l'indice du prisme en verre de référence.

En effet, si le coefficient dn/dt de ce verre est trois fois plus faible que celui que nous avons adopté (ce qui se rapprocherait des résultats de FIZEAU et d'HASTINGS), les divers rapports K/K_s deviendraient, en se débarrassant des décimales inutiles,

0,98	0,99	1,01	0,98 au lieu de
1,02	1,05	1,07	1,00.

La dispersion des résultats semble due au fait qu'il n'a pas été toujours possible de mesurer α et K entre les mêmes températures. Quoi qu'il en soit, on peut dire que le plexiglas suit la loi de SELLMÉIER dans la limite de précision des mesures.

Le polystrol a une variation d'indices comprise entre celles qu'indiquent les lois de SELLMÉIER et de LORENTZ. Il se trouve que c'est à peu

près celle que fournit la formule de GLADSTONE, ce qui peut paraître surprenant, étant données les hypothèses simplificatrices introduites dans cette formule et l'indice élevé de cette substance.

Quant aux monomères, ils suivent presque uniformément la loi de LORENTZ.

Sans vouloir décider de la forme même de la loi, on peut donc admettre pour la variation avec la température de l'indice des verres organiques et de leurs monomères, les formules suivantes :

Plexiglas.

$$\mu = \mu_0 (1 + 3\alpha t).$$

Co-polymère styrolène-méthylacrylate.

$$\mu = \mu_0 \left(1 + \frac{6n_0}{n_0 + 1} \alpha t \right)$$

ou

$$\mu = \mu_0 [1 + 1,2 (n_0^2 + 2) \alpha t]$$

Monomères

$$\mu = \mu_0 [1 + (n_0^2 + 2) \alpha t]$$

avec

$$\mu = \frac{1}{n^2 - 1}$$

$$\mu_0 = \frac{1}{n_0^2 - 1}$$

température, en négligeant les termes en $\alpha^2 t^2$, l'indice est une fonction homographique de la température. On peut écrire, avec les notations déjà utilisées,

$$n = \frac{2n_0 + \frac{K}{n_0} t}{2 + Kt}$$

n est une fonction de λ et t

n_0 est une fonction de λ .

Posons :

$$\frac{n-1}{dn} = \bar{\nu}$$

c'est la dispersion au voisinage de la longueur d'onde pour laquelle l'indice du verre est n .

On a :

$$\begin{aligned} dn &= \frac{2dn_0}{2 + Kt} - \frac{\frac{K}{n_0^2} t dn_0}{2 + Kt} \\ &= \frac{dn_0}{2 + Kt} \left[2 - \frac{K}{n_0^2} t \right] \\ n - 1 &= \frac{2(n_0 - 1) - \frac{K}{n_0} (n_0 - 1)t}{2 + Kt} \end{aligned}$$

TABLEAU RÉCAPITULATIF DES MESURES EFFECTUÉES

Substance étudiée	t_p	t_R	α linéaire mesuré	entre: et:	K mesuré	entre: et:	K_G	K_S	K_L	n_0	μ_0	n_{20}	$\frac{K}{K_G}$	$\frac{K}{K_S}$	$\frac{K}{K_L}$
Plexiglas	60°	65°	$1,168 \cdot 10^{-4}$	14° 43'	$3,44 \cdot 10^{-4}$	14° 43'	4,20	3,50	4,95	1,49410 0,811360		1,49149	0,82	0,982	0,69
-	70°	80°	0,875 --	15° 32'	2,69 --	15° 25'	3,14	2,63	3,71	1,49370 0,812066		1,49142	0,86	1,023	0,72
-	-	-	0,889 --	15° 40'	2,80 --	15° 25'	3,20	2,67	3,95	---		---	0,87	1,047	0,71
-	80°	90°	0,846 --	12° 45'	2,76 -- 2,53 --		3,04	2,54	3,59	1,49448 0,810585		1,49233	0,90 0,83	1,07 1,00	0,77 0,70
Copolymère	80°	60°	$0,937 \cdot 10^{-4}$	14° 25'	$3,37 \cdot 10^{-4}$	14° 21'	3,44	2,81	4,22	1,57731 0,672095		1,57407	0,98	1,204	0,80
-	-	-	0,959 --	14° 40'	3,48 --		3,52	2,88	4,32	---		---	0,99	1,205	0,81
-	90°	64°	0,859 --	14° 29'	3,04 --	17° 30'	3,15	2,58	3,87	0,664810		1,57930	0,97	1,18	0,79
-	-	-	0,866 --	29° 39'	3,14 --	30° 41'	3,18	2,60	3,90	---		---	0,99	1,207	0,80
-	-	-	0,863 --	14° 44'	3,07 --	13° 43'	3,17	--	3,89	---		---	0,97	1,185	0,79
α cubique															
Méthyl- acrylate (monomère)			$14,1 \cdot 10^{-4}$	0° 18'	$15,9 \cdot 10^{-4}$		16,5	14,1	18,8	1,42540 0,969211		1,41479	0,96	1,13	0,845
			$11,6 \cdot 10^{-4}$	18° 43'	15,4 --	20° 46'	13,6	11,6	15,6	---		---	1,13	1,33	0,99
			$11,4 \cdot 10^{-4}$	18° 38'	15,4 --	20° 38'	13,4	11,4	15,3	---		---	1,15	1,35	1,01
			$11,2 \cdot 10^{-4}$	18° 30'	15,3 --	20° 28'	13,2	11,2	15,1	---		---	1,16	1,37	1,01
Styrolène (monomère)			$9,08 \cdot 10^{-4}$	0° 46'	$13,9 \cdot 10^{-4}$	0° 45'	11,0	9,08	13,4	1,55780 0,700884		1,54605	1,26	1,53	1,037
			$8,91 \cdot 10^{-4}$	23° 46'	13,6 --	23° 46'	10,8	8,91	13,1	---		---	1,26	1,53	1,038

t_p = température de polymérisation

t_R = point de ramollissement

K = coefficient de variation avec la température de $1/n^2 - 1$

K_G, K_S, K_L = coefficients analogues déduits de la dilatation au moyen des formules de Gladstone, de Sellmeier et de Lorentz.

INFLUENCE DE CE PHÉNOMÈNE SUR LA DISPERSION CHROMATIQUE.

Cette question est intéressante dans le problème suivant : supposons construit un objectif achromatique en verres organiques, calculé pour une certaine température. L'achromatisme est-il conservé à une autre température?

Dans un faible domaine de variation de tem-

$$= \frac{n_0 - 1}{2 + Kt} \left[2 - \frac{K}{n_0^2} t \right]$$

$$\frac{dn}{n-1} = \frac{dn_0}{n_0-1} \frac{2 - \frac{K}{n_0^2} t}{2 - \frac{K}{n_0} t}$$

$$\text{ou } \bar{v} = \bar{v}_0 \frac{1 - \frac{K}{2n_0} t}{1 - \frac{K}{2n_0^2} t} \quad (7)$$

\bar{v} est donc une fonction homographique décroissante de la température.

Ces résultats se généralisent facilement dans un domaine spectral étendu. Posons, à la manière habituelle :

$$v_0 = \frac{Dn_0 - 1}{Fn_0 - Cn_0} \quad v = \frac{Dn - 1}{Fn - Cn}$$

En appliquant les formules précédentes, on trouve :

$$(8) \quad v = v_0 \frac{1 - \frac{K}{2Dn_0} t}{1 - \frac{K}{2Cn_0 Fn_0} t}$$

expression qui, à la limite, se ramène à la for-

CONCLUSIONS

L'indice des verres organiques étudiés varie de 10 à 15 unités du cinquième ordre par degré, ce qui est considérable. Il faut donc tenir compte de cette variation dans le calcul de toute combinaison d'optique renfermant des verres organiques.

Cependant la dispersion chromatique de ces verres peut être considérée comme pratiquement indépendante de la température.

Le coefficient de dilatation de ces verres est compris entre $\alpha = 7.10^{-5}$ et $\alpha = 12.10^{-5}$.

Pour les deux familles de verres étudiées, on peut prévoir par le calcul la variation d'indice avec la température, connaissant le coefficient de dilatation dans le domaine considéré.

Les monomères suivent la loi de LORENTZ-LORENZ. Le calcul du champ moléculaire qui aboutit à cette loi est donc correct dans le cas étudié.

Pour le plexiglas, au contraire, tout se passe comme si les oscillateurs contenus dans chaque

mole (7); elle lui est de plus équivalente quand Dn_0 est la moyenne géométrique entre Cn_0 et Fn_0 .

APPLICATION AUX VERRES ÉTUDIÉS.

a) Plexiglas.

$$Dn_0 = 1.494 \quad v_0 = 56 \quad K = 2,58.10^{-4}.$$

D'après le calcul précédent, la dispersion à 20°C est :

$$Dv(20^\circ) = 55,97.$$

b) Polystyrol.

$$Dn_0 = 1,582 \quad v = 30 \quad K = 2,35.10^{-4}.$$

A la température de + 30°C :

$$Dv(20^\circ) = 29,96.$$

De telles variations de la dispersion sont absolument négligeables. Leur effet sur un achromat est de replier la courbe de chromatisme autour d'un point correspondant à une longueur d'onde très proche de la radiation efficace.

molécule n'étaient soumis qu'au seul champ électromagnétique produit par l'onde qui les traverse. On doit pouvoir tirer de cette neutralisation du champ moléculaire des renseignements intéressants sur la structure de la molécule.

La formule de LORENTZ ne s'applique pas non plus au polystyrol. Il est curieux que ce corps obéisse à la loi de GLADSTONE qui n'a été établie que lorsque n tend vers l'unité. Il serait intéressant d'élucider ce point en étudiant des co-polymères ayant différents teneurs en styrolène.

Enfin il est utile de rappeler que dans ce travail il n'est question que d'indices par rapport à celui de l'air à 20°C. La variation d'indice de l'air avec la température étant loin d'être négligeable, il faudrait en tenir compte, notamment dans le cas où on voudrait appliquer ces résultats au calcul d'un instrument d'optique.

P.-L. BILLARD.

(1) *Journal de Physique*, janvier 1919.

(2) Les résultats expérimentaux concernant la variation avec la température des indices, des verres d'optique sont assez anciens et souvent contradictoires. Ainsi FIZEAU (CR 23 juin 1862), étudiant un verre de Saint-Gobain, trouve une légère augmentation avec la température. Ces expériences ont été reprises par PULFRICH et HASTINGS; ce dernier trouvait pour un crown

de Feil ($n_D = 1,519$) une variation $\frac{dn}{dt} = + 0,1.10^{-6}$, ce

qui est insignifiant. Mais ces indices étaient mesurés par rapport à l'air, ce qui fausse les chiffres indiqués.

La plupart des auteurs qui ont eu récemment besoin de ces renseignements citent les chiffres de PULFRICH,

et concluent que la variation d'indice doit être causée par deux phénomènes dont le second est prédominant, surtout quand la température s'élève beaucoup : dilatation et changement de structure du verre.

Cependant L. W. TILTON (*Journ. of Research of the Nl Bureau of Standards*, vol. 14, 1935) donne quelques résultats pour des verres dont il n'indique ni le coefficient de dilatation ni le domaine de températures uti-

lisés. Il trouve ainsi des crowns pour lesquels $\frac{dn}{dt}$ varie de -3.10^{-6} à $+3.10^{-6}$.

Ces résultats concernant des verres, dont certains ne se fabriquent plus, pour des intervalles de température inconnus ou supérieurs à 100°, n'ont pas été utilisés dans ce travail.



d
o.

à

t
t

