NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

NOTICE DE LA REVUE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Auteur(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 193.-195.
Nombre de volumes	125
Cote	CNAM-BIB P 1329-B et P 1329-C
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Note	La collection comporte des lacunes : n°24; n°58; n°63; n°67; n°76-n°77
Notice complète	https://www.sudoc.abes.fr/cbs//DB=2.1/SET=17/TTL=3/REL?PPN=261820893&RELTYPE=NT
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B_P1329-C
LISTE DES VOLUMES	
	N°25 (1936)
	N°26 (1937)
	N°27 (1937)
	N°28 (1937)
	N°29 (1938)
	N°30 (1939)
	N°31 (1936)
	N°32 (1938)
	N°33 (1938)
	N°34 (1938)
	N°35 (1938)
	N°36 (1938)
	N°37 (1938)
	N°38 (1938)
	N°39 (1938)
	N°40 (1939)
	N°41 (1939)
	N°42 (1939)
	N°43 (1939)
	N°44 (1939)
	N°45 (1938)
	N°46 (1940)
	N°47 (1940)
	N°48 (1940)
	N°49 (1940)
	N°50 (1940)
	N°51 (1941)
	N°52 (1941)
	N°53 (1941)
	N°54 (1941)
	N°55 (1942)
	N°56 (1942)
	N°57 (1942)
	N°59 (1942)

	N°60 (1941)
	N°61 (1942)
	N°62 (1943)
	N°64 (1943)
	N°65 (1943)
	N°66 (1943)
	N°68 (1943)
	N°69 (1943)
	N°70 (1943)
	N°71 (1943)
	N°72 (1944)
	N°73 (1943)
	N°74 (1944)
	N°75 (1944)
	N°78 (1944)
	N°79 (1944)
	N°80 (1944)
	N°81 (1944)
	N°82 (1944)
	N°83 (1944)
	N°84 (1944)
	N°85 (1944)
	N°86 (1945)
	N°87 (1945)
	N°88 (1945)
	N°89 (1945)
	N°90 (1945)
	N°91 (1945)
	N°92 (1945)
	N°93 (1945)
	N°94 (1945)
	N°95 (1946)
	N°96 (1946)
	N°97 (1946)
	N°98 (1944)
	N°99 (1945)
	N°100 (1945)
	N°101 (1946)
	N°102 (1946)
	N°103 (1946)
	N°104 (1946)
	N°105 (1946)
	N°106 (1946)
	N°107 (1947)
	N°108 (1947)
	N°109 (1947)
	N°110 et 111 (1947)
	N° 112 (1947)
	N° 113 (1947)
	N° 114 (1947)
	N° 115 (1947)
	N° 116 (1947)
VOLUME TÉLÉCHARGÉ	N° 117 (1947)
	N° 118 (1948)
	N° 119 (1948)
	N° 120 (1948)
	N° 121 (1948)
	N° 122 (1947)

	N° 123 (1948)
	N° 124 (1948)
	N° 125 (1948)
	N° 126 (1948)
	N° 127 (1948)
	N° 128 (1948)
	N° 129 (1948)
	N° 130 (1949)
	N° 131 (1949)
	N° 132 (1949)
	N° 133 (1948)
	N° 134 (1949)
	N° 135 (1948)
	N° 136 (1949)
	N° 137 (1950)
	N° 138 (1950)
	N° 139 (1950)
	N° 140 (1950)
	N° 141 (1950)
	N° 142 (1948)
	N° 143 (1950)
	N° 144 (1950)
	N° 145 (1951)
	N° 146 (1951)
	N° 147 (1951)
	N° 148 (1951)
	N° 149 (1951)
	N° 150 (1951)
	N° 151 (1951)
	N° 152 (1951)
	N° 153 (1952)
	N° 154 (1952)
	N° 155 (1952)

NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Auteur(s) volume	**Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers**
Titre	**Publication : Laboratoire d'essais**
Volume	N° 117 (1947)
Adresse	**Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 1947**
Collation	**1 vol. (p. [265-273]) : ill. ; 27 cm**
Nombre de vues	**16**
Cote	**CNAM-BIB P 1329-C (25)**
Sujet(s)	**Conservatoire national des arts et métiers (France)** **Génie industriel -- 20e siècle**
Thématique(s)	**Histoire du Cnam**
Typologie	**Revue**
Langue	**Anglais** **Français**
Date de mise en ligne	**10/04/2025**
Date de génération du PDF	**07/02/2026**
Recherche plein texte	**Disponible**
Notice complète	https://www.sudoc.fr/039014541
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-C.25

Note de présentation du ....

...

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

LABORATOIRE D'ESSAIS

BULLETIN

DU

LABORATOIRE D'ESSAIS

1947 - N° 26

PUBLICATION N° 117

(Voir le sommaire au verso)

SOMMAIRE

BULLETIN DU LABORATOIRE D'ESSAIS
DU CONSERVATOIRE NATIONAL
DES ARTS & MÉTIERS

LA COMPARAISON DES ÉTALONS DE MASSE AU LABORATOIRE D'ESSAIS

A. 12

Le *Laboratoire d'Essais* détient la copie française de l'étalon international de masse, et il est chargé de toutes les comparaisons de masse qui nécessitent une très haute précision. Dans ce but, il a fait construire une balance de grande sensibilité, destinée à la comparaison des étalons du kilogramme. Cette étude a pour objet la détermination des possibilités de cette balance et son application aux comparaisons d'étalons de masse. Avant d'en étudier les qualités, j'en ferai la description, et j'indiquerai la méthode employée pour faire une pesée.

DESCRIPTION DE LA BALANCE JOUAN.

Terminée en 1937 par la Maison Jouan, elle a une portée de 1 kg. et une sensibilité de 0,05 mg. Je préciserai par la suite ce que représente cette valeur de la sensibilité.

Le fléau comporte trois couteaux d'agate : celui du centre supporte le fléau, et les deux autres supportent les plateaux. La distance des couteaux extrêmes est de 350 mm. Un étrier supporte chaque plateau par l'intermédiaire d'un crochet qui repose sur un anneau vertical. Cette liaison permet une oscillation transversale des plateaux.

Différentes commandes, groupées sur un tableau à 2 m. 40 de la balance, permettent d'effectuer les pesées à distance, par la méthode de Gauss, de façon à éviter le rayonnement calorifique de l'observateur.

1° Le bloquage du fléau soulève simultanément le fléau et les deux plateaux : les trois couteaux n'appuient ainsi sur leur plan d'acier que pendant le temps nécessaire aux pesées. Toutefois, lorsque le fléau est bloqué, les plateaux peuvent encore osciller autour d'un axe sensiblement confondu avec l'arête de leur couteau;

2° Le bloquage des plateaux permet d'y poser les étalons sans entraîner leur oscillation. Des supports à mouvement vertical soulèvent légèrement les plateaux par leur base : cette base comporte trois pointes verticales en face de logements coniques des supports;

3° Les étalons peuvent être permutés au moyen de deux commandes : l'une permet de soulever les étalons des plateaux, et de les transporter sur deux plateaux auxiliaires. Ces derniers sont symétriques par rapport au pied de la balance, et la deuxième commande les permute par une rotation de 180°. Le mouvement inverse de la première commande ramène alors les étalons permutés sur les plateaux de la balance. La précision de l'ensemble est telle qu'après transposition, les centres de gravité des étalons reprennent leur place à une fraction de millimètre près;

4° La mesure de la sensibilité s'effectue par addition d'une surcharge sur chaque plateau. Ces surcharges reposent sur des fourchettes mobiles qui peuvent s'abaisser en laissant leur charge sur d'autres fourchettes fixées aux plateaux. On augmente ainsi la différence des masses sur les plateaux de 1 milligramme, soit à droite, soit à gauche, suivant le jeu de surcharges ajouté.

Au-dessus de ce groupe de commandes, la position d'un spot sur une échelle verticale graduée permet de lire la déviation du fléau par la méthode de Poggendorff. La lampe d'éclairage est à côté de l'échelle, et le miroir mobile est fixé au fléau. La lecture de la position du spot se fait au dixième de millimètre, ce qui correspond au centième de milligramme.

Un thermomètre gradué en vingtièmes de degré, placé dans la cage de la balance, permet de mesurer la température au centième de degré. On l'observe à distance avec une lunette.

L'air de la salle est conditionné : la température est maintenue à 20° et le degré hygrométrique à 65 %. On le mesure dans la salle, ainsi que la pression atmosphérique.

La balance repose sur un bloc de béton séparé des fondations par une couche de matière antivibratoire. Ce bloc n'a aucun contact avec le plancher, pour éviter le plus possible les trépidations.

DESCRIPTION D'UNE PESÉE.

Les masses à comparer étant mises en place, on laisse la balance au repos plusieurs heures sans s'en approcher, pour permettre à l'équilibre thermique de s'établir entre toutes les pièces.

Pour centrer les poids sur les plateaux, on bloque le fléau et l'on dégage le bloquage des plateaux. Les couteaux sont ainsi hors de cause, mais les plateaux peuvent encore osciller autour des supports de bloquage. En soulevant et en abaissant plusieurs fois les masses des plateaux au moyen des commandes, on provoque une oscillation des plateaux qui s'amortit en quelques manœuvres. Les masses sont centrées si les plateaux ne bougent plus quand elles viennent s'y reposer.

Il faut un peu d'habitude pour libérer le fléau en lui donnant une vitesse initiale ni trop grande ni trop faible, sans créer d'oscillation propre des plateaux. De même, pour arrêter le fléau, il faut le bloquer juste à son passage par la position d'équilibre, pour éviter les chocs des couteaux sur leurs plans.

Le fléau étant libéré, on note les valeurs des quatre premières élongations dont on fait la moyenne au fur et à mesure. Je préciserai plus loin les raisons d'observer quatre élongations, et la façon de calculer ces moyennes : la position d'équilibre calculée figure dans la quatrième colonne de nombres du tableau suivant. Après la lecture des quatre élongations, on arrête le fléau, on bloque les plateaux, et l'on permute les étalons. Une pesée comprend dix comparaisons : elle dure ainsi 40 minutes, et c'est ce qui limite le nombre des comparaisons. Les résultats des observations se présentent de la façon suivante :

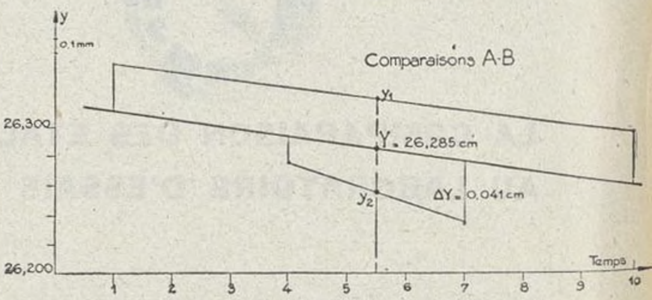
(*Voir tableau page suivante.*)

Les masses à comparer sont ici deux étalons en acier inoxydable Uranus, en cours d'ajustage. En A, c'est la masse *k* 1.2. surmontée de 340 mg. en masses divisionnaires, et en B, la mase *k* 1.1. surmontée de 1 mg.

L'ordre des transpositions est tel que toute comparaison s'y trouve faite deux fois en des temps symétriques par rapport au milieu de la pesée. L'addition d'une surcharge de 1 mg. pour mesurer la sensibilité se fait du côté de la masse la plus faible. C'est pourquoi elle figure à la troisième comparaison, lorsque les masses ont déjà été comparées dans chaque position.

Une pesée définit ainsi pour chacune des comparaisons AB et BA, quatre valeurs y de l'élongation d'équilibre. A la précision des mesures, ces valeurs sont fonction linéaire du temps, et la méthode des moindres carrés permet de déterminer la droite la plus probable qui représente cette fonction. Elle est tracée pour les comparaisons (A.B.) sur le graphique (1).

Ce procédé détermine deux éléments : la position d'équilibre moyenne au cours de la pesée, $Y = 26{,}285$ cm., et l'écart maximum entre les cotes de la droite et celles des points donnés par les observations : $\Delta Y = 0{,}041$ cm. Cet écart définit l'erreur probable ΔY sur la mesure de Y.



Graphique (1)

En réalité la mesure du temps n'est pas précise : chaque comparaison dure deux minutes. La recherche de la droite la plus probable n'est donc pas très indiquée, d'autant que la disposition symétrique des comparaisons permet une détermination plus rapide des éléments précédents : les moyennes des valeurs de y qui se correspondent dans la symétrie définissent deux nombres, y_1 et y_2. Leur demi-somme donne la position d'équilibre moyenne Y et leur demi-différence donne l'erreur probable, ou tout au moins une valeur approchée de cette erreur (1).

La différence des deux masses A et B est alors donnée par la relation qui sera justifiée plus loin :

$$m = \frac{\sigma}{2} \, (Y' - Y)$$

où Y est la moyenne relative aux comparaisons (A.B), Y' aux comparaisons (B.A) et σ est la sensibilité en mg. par cm. La sensibilité est déterminée par les deux comparaisons supplémentaires : la masse de la surcharge est de 1 mg. 008 et elle crée un déplacement de l'équilibre de :

$$27{,}220 - 26{,}284 = 0{,}936 \text{ cm.}$$

d'où $\sigma = 1{,}077$ mg. par cm.

et $m = 0{,}037$ mg.

L'erreur probable sur la pesée se détermine en composant les erreurs sur Y et Y', devant lesquelles l'erreur sur σ est du deuxième ordre.

$$\Delta m = \pm \frac{\sigma}{2} \, (\Delta Y + \Delta Y') \doteq \pm 0{,}050 \text{ mg.}$$

(1) Cette valeur approchée est une limite inférieure de l'erreur probable. Si elle diminue trop l'erreur probable, sans que les quatre valeurs de y soient très rapprochées, il suffit de grouper deux à deux ces quatre valeurs de façon non symétrique pour obtenir une limite supérieure de l'erreur probable. On le vérifie facilement sur une étude graphique des cas de figure possibles.

TABLEAU DES NOTATIONS D'UNE PESEE

Température	Elongations	Moyennes			Masses à gauche	Masses à droite
9 h. 22	22,17					
	30,30	26,235				
	22,55	26,425	26,330			
20°,20	30,02	26,285	26,355	26,342	A	B
	21,91					
	30,71	26,310				
	22,26	26,485	26,397			
20°,19	30,43	26,345	26,415	26,406	B	A
	17,08					
	36,92	27,000				
	17,88	27,400	27,200			
20°,20	36,21	27,045	27,222	27,211	A + 1 mg.	B
	14,70					
	37,36	26,030				
	15,60	26,480	26,255			
20°,20	36,55	26,075	26,277	26,266	A	B
	19,43					
	32,88	26,155				
	19,97	26,425	26,290			
20°,21	32,41	26,190	26,307	26,298	B	A
	20,73					
	31,62	26,175				
	21,18	26,400	26,287			
20°,21	31,23	26,205	26,302	26,294	B	A
	17,77					
	34,38	26,075				
	18,39	26,385	26,230			
20°,21	33,80	26,095	26,240	26,235	A	B
	17,52					
	36,57	27,045				
	18,23	27,400	27,222			
20°,21	35,92	27,075	27,237	27,230	A + 1 mg.	B
	20,52					
	32,06	26,290				
	20,98	26,520	26,405			
20°,24	31,67	26,325	26,422	26,413	B	A
	20,76					
	31,61	26,185				
	21,18	26,395	26,290			
20°,24	31,22	26,200	26,297	26,294	A	B
10 h. 05						

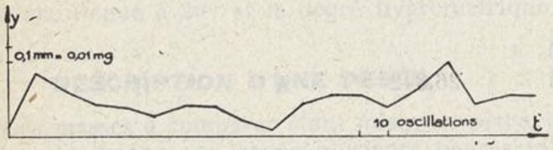
10 h. 05 le 11-6-46) Unité : 1 cm. de l'échelle $\sim$ 1 mg.

QUALITÉS DE LA BALANCE.

Etude du mouvement.

Avant d'étudier les notions de justesse, sensibilité et fidélité — d'ailleurs difficiles à isoler — j'exposerai quelques résultats sur le mouvement de la balance. Une étude de la correction de poussée de l'air achèvera de déterminer les conditions d'emploi.

La balance n'est pas amortie, parce qu'un amortisseur à air, seul compatible avec la précision cherchée, serait trop encombrant pour une portée de 1 kg. On ne cherche donc pas à attendre l'arrêt des oscillations, ce qui durerait trois heures, et l'on calcule la position d'équilibre à un instant donné du mouvement en faisant une moyenne pondérée de plusieurs élongations successives. Le graphique (2) montre la variation de la position d'équilibre ainsi calculée, au cours de l'amortissement de la balance. Entre chaque



Graphique (2)

mesure de cet équilibre, j'ai laissé passer dix oscillations. Les variations de l'équilibre sont de 0,02 mg. autour de la position moyenne. La mesure de la fidélité conduit à des écarts nettement plus grands. Par ailleurs, une part des variations du graphique tient aux conditions atmosphériques qui ne peuvent être stables aussi longtemps. Ce résultat justifie donc la manière d'observer la position d'équilibre.

La période de la balance est grande, et varie assez peu avec la charge, ce qui prouve une grande rigidité du fléau. Sa valeur est la suivante :

Charge (g)......	1.000	500	200	0
Période (s.)	68	60	50	44

(Une balance Collot-Longue, de même sensibilité, plus ancienne, a pour période 58 s. à vide et 105 s. sous une charge de 1 kg.)

La lenteur du mouvement permet de supposer que le frottement de l'air est proportionnel à la vitesse, et par suite que *l'amortissement de la balance est exponentiel.* Les courbes (3) vérifient cette hypothèse : elles représentent le logarithme de l'amplitude des oscillations (en mm.) en fonction du temps, lorsque la balance oscille librement avec une charge de 1 kg. Les écarts à des droites correspondent à une variation d'amplitude de l'ordre du centième : c'est à cette précision que l'amortissement reste exponentiel pendant toute la durée du mouvement.

Pour trois de ces courbes, la pente reste sensiblement la même; elle définit le décrément logarithmique du mouvement. Sa valeur est de 0,030 à un dixième près en valeur relative. Il est probable que les conditions d'observation étaient moins bonnes pour la quatrième de ces courbes, bien que rien de net n'y apparaisse.

Après une heure d'oscillation, les écarts des observations à la droite théorique augmentent. Mais l'amplitude n'est plus que de quelques millimètres, donc n'est connue qu'avec une faible précision. Par ailleurs, la vitesse de déplacement des plateaux n'est plus que de 0,02 mm. par seconde, contre 0,3 au début du mouvement. Il est donc probable que le frottement du couteau sur son plan devient alors prépondérant dans l'amortissement.

En conclusion, le mouvement de la balance est amorti suivant une loi exponentielle, avec une précision de l'ordre de un pour cent. Les écarts à cette loi ne sont pas systématiques. Dans l'intervalle des cinq ou dix premières oscillations, la loi exponentielle est suivie avec une précision du millième.

Application : Calcul de l'équilibre.

Si le mouvement est exponentiel, les élongations forment une suite de nombres de la forme

$$y_n = a + b(\varepsilon - 1)^n$$

où a, b, ε sont des constantes positives, et n le numéro d'ordre de l'élongation considérée, ε est sensiblement égal au décrément logarithmique δ, puisque $-1 + \varepsilon$ est le début du développement en série de $-e^{-\delta}$.

Le calcul de l'équilibre consiste alors à déterminer la constante a, connaissant les valeurs successives de y_n. En négligeant les puissances de ε supérieures à 2, ce que justifie le calcul numérique, puisque ε^3 est de l'ordre de 3.10^{-5}, on obtient une expression de la forme :

$$8a = y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4$$

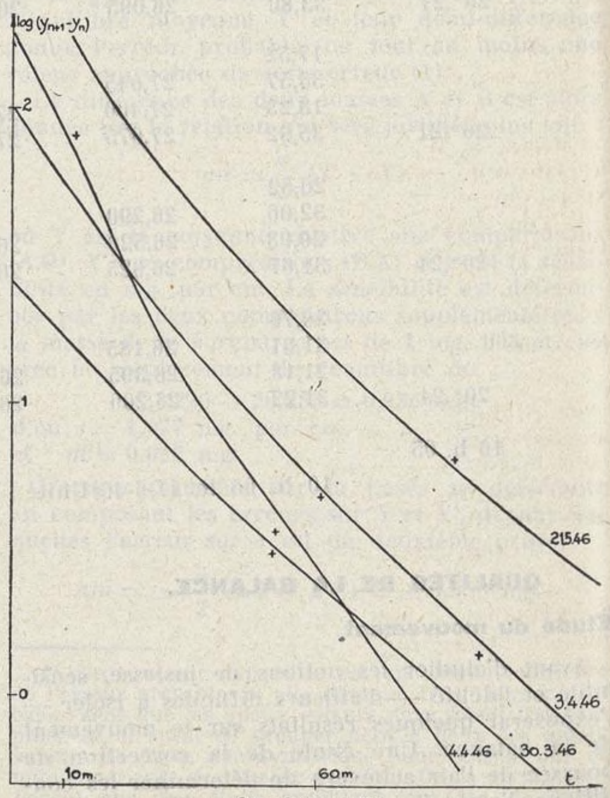
où les coefficients des y sont ceux du binôme (Thiesen, *Travaux et Mémoires du B.I.P.M.*, tome V, p. 24, et t. VIII, p. 26).

Le calcul effectif de cette moyenne se présente sous la forme suivante :

18,48			
32,39	25,435		
19,03	25,710	25,572	
31,89	25,460	25,585	25,578

Les élongations sont inscrites dans la colonne de gauche. Chaque nombre des autres colonnes est la moyenne des deux nombres de la colonne située à sa gauche, sur la même ligne et sur celle du dessus.

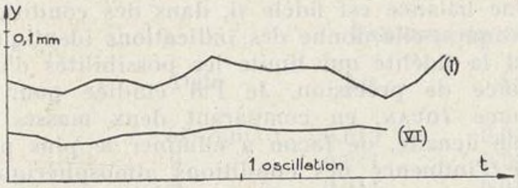
Ce procédé de calcul a l'avantage de pouvoir se faire au cours de la pesée, sans avoir à attendre les valeurs des quatre élongations successives. Il permet de constater immédiatement les



Graphique (3)

erreurs de lecture et d'y remédier en observant des élongations supplémentaires.

Il paraîtrait utile de calculer les moyennes en utilisant un assez grand nombre d'élongations successives. En fait, il n'en est rien. Les courbes (4) représentent la variation de la moyenne calculée avec quatre termes, pour une série d'élongations



Graphique (4)

successives. Elle reste à l'intérieur d'une bande de 0,2 mm. de large. Or, le fait de lever et d'abaisser le fléau provoque des écarts deux ou trois fois plus grands, ainsi que le montre l'étude de la fidélité. Il n'y a donc pas lieu de prendre plus de quatre élongations pour améliorer les résultats. On pourrait même n'utiliser que trois termes successifs, et en prendre quatre constitue une garantie contre les erreurs de lecture.

Ces mêmes courbes présentent un autre intérêt. Les élongations qui ont servi à les tracer ont été observées dès le déclanchement du fléau. Elles montrent que la balance prend son régime d'amortissement dès le déclanchement. Il n'est donc pas utile d'attendre quelques élongations pour en observer quatre successives.

Justesse.

Une balance est juste si l'addition de masses égales sur les deux plateaux ne modifie pas son équilibre. Ceci entraîne que les bras de fléau sont égaux. En effet, si l et l' sont les longueurs de ces bras, m et m' les masses des plateaux, σ la sensibilité, l'équation d'équilibre à vide est :

$$ml - m'l' = \sigma l y$$

où σy est la surcharge qu'il faudrait placer sur le plateau de longueur de fléau l, pour déplacer le spot lumineux de y cm.

Si l'on ajoute une masse M sur chaque plateau, l'équation d'équilibre devient :

$$(m + \mathrm{M})l - (m' + \mathrm{M})l' = \sigma l y'$$

d'où en comparant ces deux équations, l'équivalence des conditions :

$$l = l' \quad \text{et} \quad y = y'.$$

En pratique, il n'est pas possible d'ajouter des masses égales sur les deux plateaux. En plaçant deux masses M et M′ voisines dans les deux positions possibles sur les deux plateaux, on obtient deux équations d'équilibre :

$$(m + \mathrm{M})\, l - (m' + \mathrm{M'})\, l' = \sigma l y_1,$$
$$(m + \mathrm{M'})\, l - (m' + \mathrm{M})\, l' = \sigma l y_2.$$

et en comparant avec l'équation d'équilibre à vide, on obtient la différence $l - l'$:

$$(l - l')\,(\mathrm{M} + \mathrm{M'}) = \sigma l\,(y_1 + y_2 - 2y).$$

Cette différence a été mesurée par la balance Jouan pour des masses M et M′ de 1 kg. Elle donne :

$$l - l' = 5.10^{-6} l = 0{,}9\ \mu.$$

Une étude rapide a permis de vérifier que le déplacement de « l'équilibre moyen » $\dfrac{y_1 + y_2}{2}$ est proportionnel à la charge M et provient donc bien d'une différence de longueur des bras de fléau.

Il faut remarquer l'importance du déplacement de cet équilibre moyen : pour le passage de 0 à 1 kg, il correspondrait à l'addition d'une surcharge de 4 mg sur l'un des plateaux, alors que la balance permet d'apprécier quelques centièmes de mg. Malgré la petitesse de la différence $l - l'$ qui montre avec quel soin est construite cette balance, on conçoit qu'une balance de précision n'est jamais assez juste pour y faire des pesées simples.

C'est pourquoi l'on opère par double pesée, ce qui permet d'éliminer entièrement l'influence de $l - l'$. On utilise ici la méthode de Gauss : les deux masses à comparer sont placées alternativement dans une position et dans celle que l'on obtient en transposant les masses sur les deux plateaux.

Les deux équations d'équilibre ont déjà été écrites. Par différence, elles donnent :

$$(\mathrm{M'} - \mathrm{M})\,(l + l') = \sigma l\,(y_2 - y_1).$$

Or la mesure de la sensibilité ne détermine σ qu'à deux millièmes près, ce qui oblige à ne comparer que des masses M et M′ très voisines. Dans ces conditions, la différence entre l et l', qui est de $5.10^{-6} l$ est négligeable et la différence M′ — M est donnée par la relation :

$$\mathrm{M'} - \mathrm{M} = \frac{\sigma}{2}\,(y_2 - y_1).$$

On vérifie donc que la justesse n'a pas d'influence sur la précision des pesées.

Sensibilité.

La sensibilité garantie par le constructeur est de 0,5 mg. C'est, par définition, la plus petite charge qui donne une déviation appréciable du fléau. Il n'est guère possible de mesurer cette valeur avec précision, sans faire intervenir d'erreur systématique du même ordre. Aussi utilise-t-on comme définition pratique de la sensibilité, la variation de masse qui correspond à 1 cm. de l'échelle graduée où se fait l'image du spot. Sa valeur n'est pas fixe : elle dépend un peu des conditions atmosphériques, et c'est pourquoi elle se mesure au cours de chaque pesée. Elle reste voisine de 1 mg. par cm.

Sa mesure se fait par la méthode de Poggendorff. La largeur du spot lumineux a été réduite à un quart de mm. par réglage de la lampe et élimination de la lumière parasite. Avec un peu d'habitude, il est possible d'interpoler la position du spot au *dixième de millimètre*. Les courbes de la figure (4) le confirment.

Un réglage assez délicat a permis de rendre la source lumineuse et son image symétriques par rapport à l'axe optique du miroir. Comme cet axe optique se déplace dans un plan vertical, autour de l'horizontale, il faut que la règle sur laquelle se fait la lecture soit verticale. Si elle fait un angle α avec la verticale, la lecture y pour l'angle d'inclinaison θ du faisceau réfléchi avec l'horizontale est remplacée par une lecture y_1 et leur différence est :

$$y - y_1 = \mathrm{L}\,[\,\mathrm{tg}\,\theta - \mathrm{tg}\,(\theta - \alpha) - \mathrm{tg}\,\alpha\,].$$

où L est la distance du miroir à la règle. Au quatrième ordre près :

$$y - y_1 = \mathrm{L}\alpha\theta\,(\theta - \alpha)$$

et pour une amplitude y de 12 cm., cette différence est de 0,1 mm. pour $\alpha = 1°$. Comme cette règle a 50 cm. de haut, il est possible de faire ce réglage à 10 secondes près avec un fil à plomb.

Les masses qui servent à mesurer la sensibilité sont voisines de 875 mg. Prises deux à deux, elles ont une différence de 1 mg. Cette différence peut être déterminée sur une microbalance au moyen de masses divisionnaires, à 0,002 mg. près. Pour que l'indétermination sur la sensibilité n'introduise pas d'erreur supérieure au millième de milligramme, il faut que la différence des deux étalons soit inférieure à 0,5 mg, ce que l'on peut toujours obtenir en ajoutant des masses marquées de quelques milligrammes sur les étalons. La comparaison des deux étalons constitue alors une *interpolation* par rapport à la détermination de la sensibilité de la balance.

Les étalons du kilogramme sont définis avec une précision allant de $\pm$ 0,04 à $\pm$ 0,004 mg. Or, les masses divisionnaires qui servent à étalonner les surcharges doivent être déterminées à mieux que 0,02 mg. près, ce qui paraît paradoxal, puisque ces déterminations ont pour base celle de l'étalon de 1 kg. Le calcul suivant montre la possibilité de ce fait.

Note sur l'étalonnage des masses divisionnaires.

Supposons qu'une balance de sensibilité σ ait permis l'étalonnage d'une série de masses de 1 kg. à 100 gr. La masse de 100 gr. est définie avec une erreur probable :

$$d\mathrm{M}_1 = \eta\ (= 0{,}04\ \mathrm{mg.}).$$

A partir de cette masse, déterminons deux étalons de 50 gr. sur une balance permettant de diminuer de moitié l'erreur probable. Ce n'est pas impossible, puisque la portée est dix fois plus faible que pour la balance précédente. Les équations de comparaison sont alors :

$$\mathrm{M}_1 = 100\ \mathrm{gr.} + \varepsilon \qquad d\mathrm{M}_1 = d\varepsilon = \eta$$

$$\mathrm{M}_1 + \varepsilon_1 = \mathrm{M}' + \mathrm{M}'' \qquad d\,(\mathrm{M}_1 + \varepsilon_1) = \eta$$

$$\varepsilon_2 = \mathrm{M}' - \mathrm{M}'' \qquad d\varepsilon_2 = \eta/2$$

En résolvant en M′ et M″, nous aurons

$$\mathrm{M}' = \frac{1}{2}\left[\mathrm{M}_1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2\right]$$

$$d\mathrm{M}' = \frac{1}{2}\left[d\,(\mathrm{M}_1 + \varepsilon_1) + d\varepsilon_2\right] = \frac{3}{4}\,\eta$$

$$\mathrm{M}'' = \frac{1}{2}\left[\mathrm{M}_1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2\right]$$

$$d\mathrm{M}'' = d\mathrm{M}' = \frac{3}{4}\,\eta$$

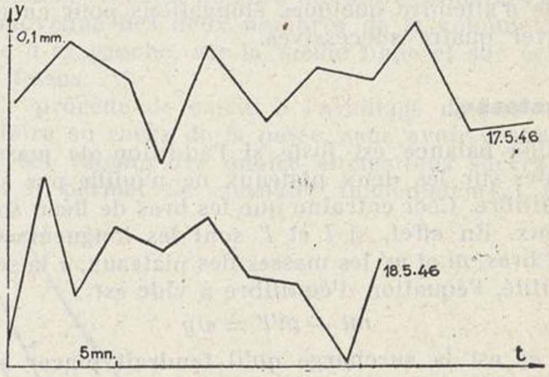
L'erreur probable sur M′ et M″ est plus faible que pour M. Il n'y a pas conservation de l'erreur relative, mais l'erreur absolue peut diminuer si l'on dispose d'une suite de balances adaptées chacune à une étendue limitée de masses.

Fidélité.

Une balance est fidèle si, dans des conditions identiques, elle donne des indications identiques. C'est la fidélité qui limite les possibilités d'une balance de précision. Je l'ai étudiée pour la balance Jouan, en comparant deux masses de même densité, de façon à éliminer le plus possible l'influence des conditions atmosphériques.

1° Une série de mesures a été faite en notant les élongations successives pendant dix périodes. Chaque calcul de l'équilibre porte sur quatre élongations successives. Les graphiques (4) représentent les cas le plus et le moins favorable de la série. La position d'équilibre est ainsi définie à $\pm$ 0,015 mg. près.

2° Une série de mesures a été faite en relevant le fléau après avoir noté quatre élongations, mais sans faire de transposition des masses. Les graphiques (5) représentent ces résultats. Ils définissent la position d'équilibre à $\pm$ 0,060 mg., soit avec quatre fois moins de précision que dans le cas précédent. Ceci montre



Graphique (5)

que dans une pesée, il importe plus de multiplier les abaissements de fléau que de chercher une formule plus compliquée pour augmenter la précision des résultats.

3° Une série de mesures a été faite en transposant les masses à comparer, suivant le schéma déjà indiqué pour les pesées. Seule la mesure de la sensibilité a été supprimée, et l'influence des conditions atmosphériques y est négligée, puisque les masses ont même densité. Les colonnes Δy et $\Delta y'$ représentent les erreurs probables, l'une pour la comparaison (A.B.), l'autre pour la comparaison (B.A.). La différence des deux masses est :

$$m = \frac{\sigma}{2}\left(y' - y\right)$$

et l'erreur probable sur chaque pesée est :

$$\Delta m = \pm\,\frac{\sigma}{2}\left(\Delta y + \Delta y'\right).$$

Au bas de chaque colonne, j'ai indiqué la valeur moyenne des résultats. La moyenne des erreurs probables sur chaque pesée est de 0,032 mg. et le maximum de cette erreur est de 0.048 mg. On peut donc en conclure qu'une pesée définit la différence de deux étalons à mieux que 0,05 mg.

Tableau de résultats (unité : 1 mg.).

Date	Δy	$\Delta y'$	Δm	m	$m - \bar{m}$
5/4/46	0,019	0,046	0,032		
9	0,011	0,007	0,009		
9	0,011	0,014	0,013	1,074	+ 0,070
9	0,037	*0,053*	0,045	1,035	+ 0,031
10	*0,063*	0,024	0,043	0,937	— 0,067
11	0,058	0,005	0,032	0,961	— 0,043
11	0,036	*0,061*	*0,048*	0,924	— 0,080
16	0,034	*0,061*	0,042	1,060	+ 0,056
16	0,047	0.022	0,034	1,005	+ 0,001
16	0,043	0,036	0,040	0,985	— 0,019
16	0,050	0,044	0,047	1,004	0,000
18	0.045	0,017	0,031	1,034	+ 0,030
18	0,016	0,020	0,018	1,031	+ 0,027
26	0,039	0,013	0,026	1,034	+ 0,030
30	0,003	0,053	0,028	0,971	— 0,033
Moyennes	0,0341	0,0317	0,0325	$\bar{m}$ = 1,0041	0,0375

Dans la dernière colonne, j'ai indiqué les écarts des différentes valeurs obtenues pour la masse, à la moyenne de ces valeurs : ce sont les *erreurs résiduelles* que présentent chacune des pesées par rapport à la moyenne de l'ensemble. La moyenne des valeurs absolues de ces erreurs résiduelles est de 0,0375 mg., ce qui est du même ordre que les erreurs probables sur chaque pesée. Ceci montre qu'il subsiste des erreurs systématiques dans ces mesures.

La fidélité de la balance Jouan limite donc la comparaison des étalons à une précision de ± 0,04 mg. Pour obtenir des résultats plus précis, il peut être utile de comparer une série de quelques étalons dans toutes les combinaisons possibles : cela permet de faire des compensations des résultats dont la sécurité se trouve augmentée. Il intervient alors dans ces comparaisons une autre source d'erreur indépendante de la balance : la correction de poussée de l'air.

Corrction de poussée de l'air.

La comparaison de deux étalons ne se fait jamais dans les mêmes conditions de température et de pression. Comme elle détermine la *masse apparente* de ces étalons — c'est-à-dire compte tenu de la poussée d'Archimède — il faut déterminer la valeur de cette poussée pour ramener la masse observée à celle qu'aurait l'étalon dans le vide.

Par exemple, prenons la comparaison de l'étalon en platine à l'un des quatre étalons secondaires en acier Uranus. Leurs volumes respectifs sont de 46 et 126 millilitres environ. Notons que l'unité de volume est le millilitre et non le centimètre cube, parce que la mesure du volume des étalons se fait au moyen d'une balance hydrostatique, et prend une masse d'eau pour référence, et que, par ailleurs, le calcul de la masse du volume d'air de la poussée d'Archimède s'effectue en millilitres par les tables de Regnault (le décimètre cube est défini par l'étalon de longueur qui est le mètre, le litre est défini comme le volume à 4°, d'un kilogramme d'eau. Entre les deux unités subsiste une différence de 27.10⁻⁶).

Un calcul d'erreurs sur la masse d'air de la poussée d'Archimède précisera la qualité à demander aux mesures météorologiques. Utilisons la formule approchée :

$$m = v a_0 \frac{T_0}{T} \cdot \frac{H - 0,3779\, h f_T}{H_0}$$

qui ne tient pas compte du gaz carbonique; v est le volume d'air à T° absolus. a_0 la densité de l'air dans les conditions normales T_0, H_0; H est la pression atmosphérique, h le degré hygrométrique et f_T la tension maximum de vapeur d'eau à T°.

Les conditions d'observation actuelles donnent une précision de :

— 0,02 mm. de mercure pour H.

— 0,01 % pour h,

— 0,01° pour T,

— 0,02 millilitre pour v : la balance hydrostatique a une sensibilité de 0,1 mg., mais les nombreuses causes d'erreurs dans cette mesure diminuent beaucoup l'usage que l'on peut en faire.

Dans ces conditions, la définition de la masse d'air de la poussée d'Archimède donne une erreur probable un peu inférieure à 0,03 mg., c'est-à-dire près de la moitié de l'erreur probable dans la comparaison de deux étalons.

L'importance de cette erreur montre tout l'intérêt que présente l'utilisation de masses de même densité, chaque fois que c'est possible. C'est pourquoi une série d'étalons secondaires en acier Uranus de 10 kg. à 1 gr. est en cours d'ajustage au *Laboratoire d'Essais.*

On voit l'importance que peuvent avoir les instruments de mesure météorologiques sur la qualité des pesées, et l'avantage que l'on peut tirer de leurs améliorations.

APPLICATION A L'INTERCOMPARAISON D'ÉTALONS.

A la suite de l'étude de la balance JOUAN, j'ai effectué une intercomparaison d'étalons dont disposait le *Laboratoire d'Essais* :

l'étalon national n° 35 en platine iridié,

— un kilogramme n° IV en platine iridié appartenant au *Conservatoire des Arts et Métiers*,

un kilogramme n° 43 en platine iridié non ajusté appartenant au *Conservatoire des Arts et Métiers,*

deux étalons secondaires du *Laboratoire d'Essais*, l'un en baros, l'autre en uranus.

Chacun de ces étalons a été comparé à tous les autres suivant la méthode de pesée déjà décrite. Pour éviter leur usure, ils ont été posés sur deux plateaux pendant les pesées. L'influence de la masse de ces plateaux est éliminée en dédoublant ces comparaisons : chacun des plateaux est associé successivement à chacun des deux étalons comparés.

La réduction de ces pesées dans le vide a nécessité différentes mesures complémentaires : une série de mesures du volume des étalons en baros et en uranus par la méthode hydrostatique sur une balance sensible à 0,1 mg. a donné les résultats suivants :

	Uranus	*Baros*
	—	—
	126,3790 ml.	116,862 3 ml.
	126,384 3	*116,868 7*
	126.398 3	*116,856 4*
	126,401 1	116,867 4
	126,387 6	116,860 1
	126,385 7	*116,866 2*
Volume moyen	126,389 3 ml.	*116.863 5* ml.

L'incertitude sur ces mesures est de 0,022 ml sur l'uranus et 0,012 ml sur le baros. La précision qui en résulte est suffisante pour les intercomparaisons.

Pour toutes les mesures où interviennent des masses divisionnaires, une boîte de masses en platine de 1 gr. à 1 mg. a été étalonnée avec des erreurs probables allant de 0,001 à 0,003 mg. Ces mesures se réfèrent aux deux masses extrêmes de la boîte (1 gr. et 1 mg.) qui ont été étalonnées au *Bureau International des Poids et Mesures.*

La réduction des comparaisons a nécessité l'usage de différentes tables : densité de l'eau, tension maxima de la vapeur d'eau, poids du litre d'air atmosphérique, en fonction de la température. J'ai utilisé celles qui ont été établies par P. CHAPPUIS et O.J. BROCH et publiées dans les tomes XIII et I des *Travaux et Mémoires du B.I.P.M.*

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant (l'unité est le mg.). Dans chaque case figure en première ligne la différence X-Y des masses, déduite des pesées. Dans la partie droite du tableau, j'ai indiqué en deuxième ligne avec quelle erreur probable était obtenu chacun de ces nombres.

La méthode des moindres carrés permet de déduire de ces observations surabondantes des résultats qui concordent entre eux, tout en donnant des écarts minima avec les écarts d'observation. Son application est ici fort simple. Si A, B, C, D, E, sont les cinq étalons, la somme des nombres de la première colonne est égale à (A + B + C + D + E) — 5 A, celle de la deuxième colonne (A + B + C + D + E) — 5 B, et l'on adopte pour valeur de A — B le cinquième de la différence des sommes de ces deux colonnes.

Ce sont ces résultats compensés qui figurent à la deuxième ligne dans les cases de gauche. En troisième ligne sont inscrites les *erreurs résiduel-*

Y / X	Baros	Uranus	43	IV	35
Baros		— 4,449 ± 0,018	— 73,862 ± 0,039	— 3,672 ± 0,054	— 4,244 + 0,013
Uranus	+ 4,449 + 4,447 + *0,002*		— 69.384 ± 0,080	+ 0,720 + 0,045	+ 0,221 ± 0,034
43	+ 73,862 + 73,849 + *0,013*	+ 69,384 + 69,402 — *0,018*		+ 70,115 ± 0,020	+ 69,657 ± 0,040
IV	+ 3,672 + 3,711 — *0,039*	— 0,720 — 0,736 + *0,016*	— 70,115 — 70,138 + *0,023*		— 0,510 ± 0,040
35	+ 4,244 + 4,221 + *0,023*	— 0,221 — 0,226 + *0,005*	— 69,657 — 69,628 + *0,029*	+ 0,510 + 0,510 *0,000*	
S	+ 86,227	+ 63,994	— 283,018	+ 67,673	+ 65,124
S/5	+ 17,2454	+ 12,7988	— 56,6036	+ 13,5346	+ 13,0248
Σ S/5		+ 30,0442	— 26,5594	— 13,0248	0,000

les obtenues par différence des deux nombres de chaque case.

La comparaison des erreurs probables et des erreurs résiduelles permet de vérifier la loi de Gauss : l'ensemble des mesures comporte en réalité 20 intercomparaisons, puisque chacune est faite deux fois. En divisant la moyenne des erreurs probables et l'erreur probable maximum par $\sqrt{20}$, l'on obtient des nombres très voisins de l'erreur résiduelle moyenne et de l'erreur résiduelle maximum :

La connaissance de la valeur de l'étalon n° 35

$$35 = 1 \text{ kg} + 0{,}191 \text{ mg} \pm 0{,}003 \text{ mg.}$$

détermine la valeur des quatre autres masses :

$$\begin{aligned} \text{IV} &= 1 \text{ kg.} - 0{,}321 \text{ mg.} \\ 43 &= 1 \text{ kg.} + 69{,}819 \text{ mg.} \\ \text{Uranus} &= 1 \text{ kg.} + 0{,}417 \text{ mg.} \\ \text{Baros} &= 1 \text{ kg.} - 4{,}030 \text{ mg.} \end{aligned}$$

En comparant les valeurs des erreurs probables et résiduelles, on peut admettre que ces résultats sont donnés à $\pm$ 0,02 mg. près, c'est-à-dire avec l'extrême limite de ce que peut permettre la balance Jouan.

Unité 1 mg	Erreur probable	Erreur probable / $\sqrt{20}$	Erreur résiduelle
Moyenne	0,0766	0,0171	0,0168
Maximum	0,1600	0,0358	0,039

CONCLUSION.

Les propriétés métrologiques de la balance Jouan du *Laboratoire d'Essais* sont les suivantes :

Justesse : à 0,06 mg. près.

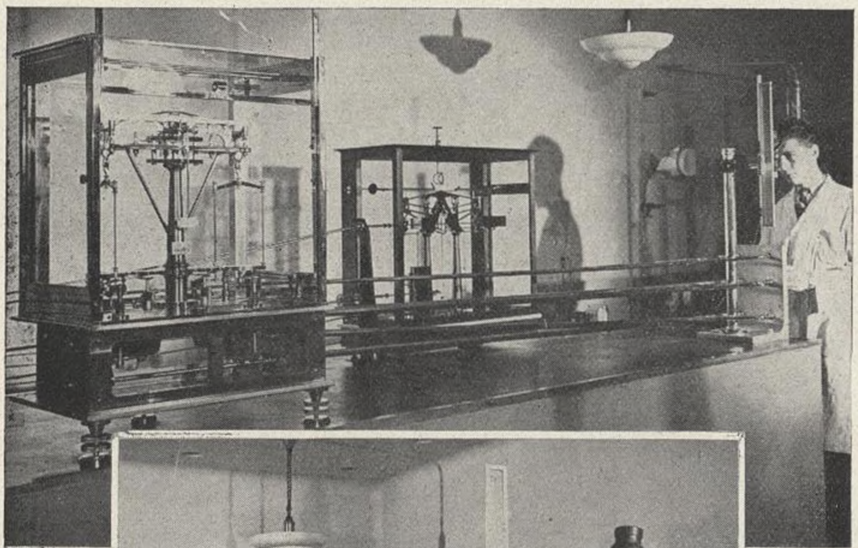
Sensibilité : 1 mg. par cm. de l'échelle — légèrement variable.

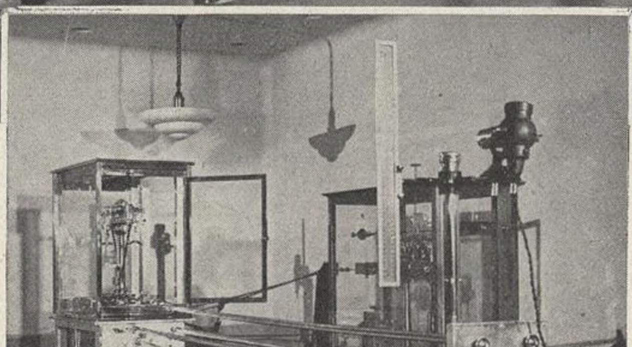
Fidélité : à $\pm$ 0,04 mg. près.

Son utilisation permet de comparer des étalons secondaires à $\pm$ 0,04 mg. près, et une série d'intercomparaisons permet de ramener à $\pm$ 0,02 mg. l'incertitude sur chaque résultat d'une intercomparaison.

Les procédés de mesure que j'ai indiqués sont en usage au *Bureau International des Poids et Mesures*. J'en ai ainsi justifié l'emploi sur la balance Jouan qui satisfait aux besoins de la métrologie des masses en France.

Joseph Chatelet.





Dépôt légal, 3e trimestre 1947, n° 155. Imp. spéciale de *Mesures*. 117, rue des Poissonniers, Paris.