

Conditions d'utilisation des contenus du Conservatoire numérique

1- [Le Conservatoire numérique](#) communément appelé [le Cnum](#) constitue une base de données, produite par le Conservatoire national des arts et métiers et protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle. La conception graphique du présent site a été réalisée par Eclydre (www.eclydre.fr).

2- Les contenus accessibles sur le site du Cnum sont majoritairement des reproductions numériques d'œuvres tombées dans le domaine public, provenant des collections patrimoniales imprimées du Cnam.

Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n° 78-753 du 17 juillet 1978 :

- la réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur ; la mention de source doit être maintenue ([Cnum - Conservatoire numérique des Arts et Métiers - https://cnum.cnam.fr](#))
- la réutilisation commerciale de ces contenus doit faire l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

3- Certains documents sont soumis à un régime de réutilisation particulier :

- les reproductions de documents protégés par le droit d'auteur, uniquement consultables dans l'enceinte de la bibliothèque centrale du Cnam. Ces reproductions ne peuvent être réutilisées, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.

4- Pour obtenir la reproduction numérique d'un document du Cnum en haute définition, contacter [cnum\(at\)cnam.fr](mailto:cnum(at)cnam.fr)

5- L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

6- Les présentes conditions d'utilisation des contenus du Cnum sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE

NOTICE DE LA REVUE	
Auteur(s) ou collectivité(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Auteur(s)	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 193.-195.
Nombre de volumes	125
Cote	CNAM-BIB P 1329-B et P 1329-C
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Note	La collection comporte des lacunes : n°24; n°58; n°63; n°67; n°76-n°77
Notice complète	https://www.sudoc.abes.fr/cbs//DB=2.1/SET=17/TTL=3/REL?PPN=261820893&RELTYPE=NT
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-B_P1329-C
LISTE DES VOLUMES	
	N°25 (1936)
	N°26 (1937)
	N°27 (1937)
	N°28 (1937)
	N°29 (1938)
	N°30 (1939)
	N°31 (1936)
	N°32 (1938)
	N°33 (1938)
	N°34 (1938)
	N°35 (1938)
	N°36 (1938)
	N°37 (1938)
	N°38 (1938)
	N°39 (1938)
	N°40 (1939)
	N°41 (1939)
	N°42 (1939)
	N°43 (1939)
	N°44 (1939)
	N°45 (1938)
	N°46 (1940)
	N°47 (1940)
	N°48 (1940)
	N°49 (1940)
	N°50 (1940)
	N°51 (1941)
	N°52 (1941)
	N°53 (1941)
	N°54 (1941)
	N°55 (1942)
	N°56 (1942)
	N°57 (1942)
	N°59 (1942)

	N°60 (1941)
	N°61 (1942)
	N°62 (1943)
	N°64 (1943)
	N°65 (1943)
	N°66 (1943)
	N°68 (1943)
	N°69 (1943)
	N°70 (1943)
	N°71 (1943)
	N°72 (1944)
	N°73 (1943)
	N°74 (1944)
	N°75 (1944)
	N°78 (1944)
	N°79 (1944)
	N°80 (1944)
	N°81 (1944)
	N°82 (1944)
VOLUME TÉLÉCHARGÉ	N°83 (1944)
	N°84 (1944)
	N°85 (1944)
	N°86 (1945)
	N°87 (1945)
	N°88 (1945)
	N°89 (1945)
	N°90 (1945)
	N°91 (1945)
	N°92 (1945)
	N°93 (1945)
	N°94 (1945)
	N°95 (1946)
	N°96 (1946)
	N°97 (1946)
	N°98 (1944)
	N°99 (1945)
	N°100 (1945)
	N°101 (1946)
	N°102 (1946)
	N°103 (1946)
	N°104 (1946)
	N°105 (1946)
	N°106 (1946)
	N°107 (1947)
	N°108 (1947)
	N°109 (1947)
	N°110 et 111 (1947)
	N° 112 (1947)
	N° 113 (1947)
	N° 114 (1947)
	N° 115 (1947)
	N° 116 (1947)
	N° 117 (1947)
	N° 118 (1948)
	N° 119 (1948)
	N° 120 (1948)
	N° 121 (1948)
	N° 122 (1947)

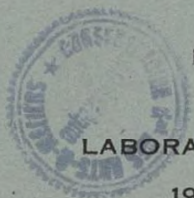
	N° 123 (1948)
	N° 124 (1948)
	N° 125 (1948)
	N° 126 (1948)
	N° 127 (1948)
	N° 128 (1948)
	N° 129 (1948)
	N° 130 (1949)
	N° 131 (1949)
	N° 132 (1949)
	N° 133 (1948)
	N° 134 (1949)
	N° 135 (1948)
	N° 136 (1949)
	N° 137 (1950)
	N° 138 (1950)
	N° 139 (1950)
	N° 140 (1950)
	N° 141 (1950)
	N° 142 (1948)
	N° 143 (1950)
	N° 144 (1950)
	N° 145 (1951)
	N° 146 (1951)
	N° 147 (1951)
	N° 148 (1951)
	N° 149 (1951)
	N° 150 (1951)
	N° 151 (1951)
	N° 152 (1951)
	N° 153 (1952)
	N° 154 (1952)
	N° 155 (1952)

NOTICE DU VOLUME TÉLÉCHARGÉ	
Auteur(s) volume	Laboratoire d'essais mécaniques physiques chimiques et de machines du Conservatoire national des Arts et Métiers
Titre	Publication : Laboratoire d'essais
Volume	N°83 (1944)
Adresse	Paris : Conservatoire national des arts et métiers, 1944
Collation	1 vol. (p. [43-]52) : ill. ; 27 cm
Nombre de vues	16
Cote	CNAM-BIB P 1329-C (5)
Sujet(s)	Conservatoire national des arts et métiers (France) Génie industriel -- 20e siècle
Thématique(s)	Histoire du Cnam
Typologie	Revue
Langue	Anglais Français
Date de mise en ligne	10/04/2025
Date de génération du PDF	07/02/2026
Recherche plein texte	Disponible
Notice complète	https://www.sudoc.fr/039014541
Permalien	https://cnum.cnam.fr/redir?P1329-C.5

...

8° Ru. 107

RÉPUBLIQUE FRANÇAISE
LABORATOIRE D'ESSAIS



BULLETIN
DU
LABORATOIRE D'ESSAIS

1944 - N° 5

PUBLICATION N° 83

(Voir le sommaire au verso)

SOMMAIRE

L. LE BLAN. — La régulation automatique progressive et l'enregistrement de précision.....	page 43
--	---------



BULLETIN DU LABORATOIRE D'ESSAIS

DU CONSERVATOIRE NATIONAL DES ARTS & MÉTIERS



LA RÉGULATION AUTOMATIQUE PROGRESSIVE ET L'ENREGISTRE- MENT DE PRÉCISION

La précision avec laquelle doivent être maintenues constantes diverses grandeurs au cours des opérations industrielles est allée en croissant au cours du temps, si bien que des conditions de stabilité qui, au début de notre siècle, semblaient réservées aux travaux de laboratoire, sont maintenant exigées couramment dans l'industrie.

Il y a pour cette nécessité de précision deux raisons fondamentales :

a) Dans certains cas, le rendement d'un appareil dépend d'un certain nombre de paramètres et il est maximum pour un groupe de valeurs optima de ces paramètres. Un exemple très élémentaire est celui du chauffage au moyen d'un fluide combustible. S'il n'y a pas assez d'air, il y aura perte de gaz non brûlé; s'il y a trop d'air, il y aura perte inévitable de calories dans les gaz d'échappement. On aura intérêt à maintenir constant à sa valeur optimum le rapport des débits de combustible et de comburant. De même, les industries utilisant des réactions chimiques exothermiques doivent prévoir un réglage de la température qui ne doit pas être trop basse pour éviter une vitesse de réaction trop faible, ni trop haute de crainte de diminuer exagérément le rendement.

b) Dans d'autres cas, le produit recherché ne peut être obtenu avec toutes les caractéristiques requises que si les paramètres qui en régissent la production sont compris dans un domaine qui peut être très restreint. C'est le cas de nombreuses réactions chimiques et opérations de puri-

fication (distillations). C'est aussi le cas, bien connu depuis le développement de l'horlogerie électrique à moteur synchrone, de la fréquence de certains réseaux de distribution d'énergie électrique à tension alternative. La régulation de cette fréquence supprime la remise à l'heure des pendules par l'usager, permet aussi essentiellement l'interconnexion des réseaux.

L'automatisme dans la régulation, qui n'est somme toute qu'une extension du machinisme appliqué à la commande des machines, présente les avantages suivants : a) il supprime la dépense de personnel pour la régulation manuelle; b) dans certains cas, il donne de meilleurs résultats que la régulation manuelle, non pas tant parce que, au contraire de l'homme, il ne peut être accusé d'inattention, mais parce que, comme nous le verrons plus loin, certains problèmes délicats de régulation font intervenir trois dérivées successives d'une même fonction, auxquels cas l'homme ne peut concurrencer sérieusement le régulateur automatique.

Une installation de régulation automatique bien réglée ne présente aucun inconvénient, à la condition d'être doublée d'une régulation manuelle, celle-ci pouvant être instantanément mise en service au cas de besoin. En ce qui concerne les règles à observer pour une installation de régulation automatique, le lecteur trouvera d'intéressants renseignements dans un article de « MESURES » (N° 58, décembre 1941. Cahier des charges des appareils et installations de régulation automatique, par F. GHILARDI).

PRINCIPE FONDAMENTAL DE TOUT SYSTÈME DE RÉGULATION

Le principe fondamental de tout système de régulation consiste en l'introduction d'une réaction de la valeur de la grandeur à régler sur la valeur d'un ou plusieurs paramètres de celle-ci, dans un sens tel que la grandeur subisse des variations moindres qu'en l'absence du système régulateur, pour un même ensemble de variations des paramètres dues à des causes extérieures.

Nous n'avons pas l'intention d'énumérer les diverses sortes de grandeurs qui sont éventuellement soumises, dans l'industrie, à une régulation automatique. Il y en a toutefois qui se retrouvent assez souvent pour que nous les citions ici : températures, débits, pressions, vitesses, tensions électriques.

Nous désignerons toujours dans la suite par θ la valeur instantanée de la grandeur à régler et par Θ sa valeur

idéale, le paramètre sur lequel on agit pour régler θ étant noté Q . Ainsi, pour le chauffage d'un four, θ sera la température et Q la puissance thermique fournie.

D'une manière générale, la variation du paramètre Q nécessite l'utilisation d'un intermédiaire (électrique, pneumatique ou hydraulique) consommant une puissance que l'appareil de mesure de θ est incapable de fournir. Il y a certes des exceptions telles que les systèmes utilisés pour maintenir un niveau constant dans un récipient dépourvu de déverse, au moyen d'un robinet actionné par un flotteur. Nous en verrons une autre plus loin pour le réglage de la vitesse de groupes turbo-alternateurs. Ces exceptions mises à part, un relais amplificateur de puissance est nécessaire, qui peut appartenir à divers types que nous ne pourrions décrire qu'après avoir déterminé les relations devant exister entre les variations de Q et l'écart $\theta - \Theta$.

ASPECTS MATHÉMATIQUES DE LA QUESTION

Il s'agit de choisir une relation (1) $Q = Q(\theta - \Theta)$ déterminant au point de vue mathématique le système d'asservissement. Il n'est pas possible de donner une forme à la relation (1) qui permette de construire un appareil de régulation automatique assurant une régulation parfaite

dans tous les cas, et ceci à cause de l'inertie mécanique ou thermique, et de la valeur finie des vitesses de propagation des vibrations mécaniques et de la chaleur dans les milieux réels. Ces facteurs — inertie et propagation — qu'à tort on désigne souvent globalement par « iner-

tie » (1) parce qu'ils causent tous deux un retard entre la variation de la grandeur commandée et sa commande, ont pour effet de créer, dans les installations munies de régulateurs automatiques, des oscillations de θ autour de Θ , oscillations qui peuvent être amorties, entretenues ou croissantes. Le problème se pose alors ainsi : amortir les oscillations au maximum tout en conservant au régulateur son maximum d'efficacité.

Nous allons essayer de donner un aperçu de l'étude mathématique de quelques cas particuliers représentant des classes très étendues d'appareils.

1° LE SYSTÈME A RÉGLER NE PRÉSENTE NI INERTIE NI TEMPS DE PROPAGATION. — Ce cas se rapproche de certains cas réels où l'inertie ou les temps de propagation sont négligeables, ce qui est le cas de circuits électriques ne comportant pas d'organes mécaniques ni de bobines ou capacités notables.

Nous choisirons pour l'illustrer l'exemple suivant qui nous sera utile par la suite (exemple **E₁** (fig. 1)).

Un fluide venant d'un réservoir à la température θ circule dans un tuyau avec le débit D . En un point du tuyau est placée une résistance chauffante. En aval de la résistance chauffante se trouve une résistance thermométrique donnant la température θ du fluide en ce point. L'inertie thermique de ces résistances est supposée négligeable.

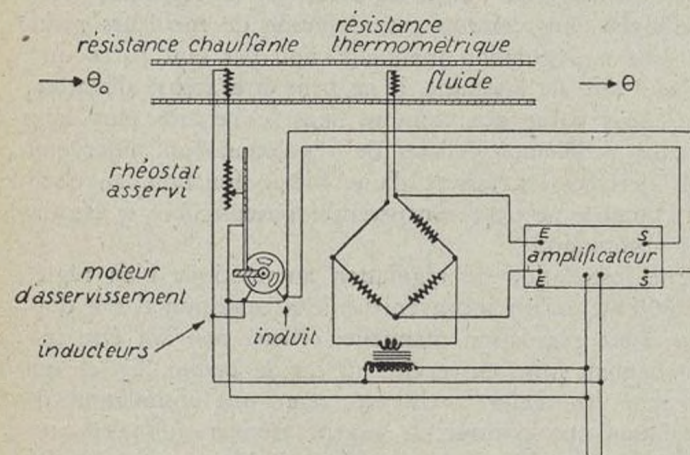


Fig. 1. — Régulateur à correction intégrale utilisant un amplificateur à lampes actionnant un moteur.

geable ainsi que le temps mis par le fluide pour aller de l'une à l'autre. Il s'agit de maintenir la température θ à la valeur constante Θ . Pour ce faire, on peut utiliser le système de régulation suivant **R₁** : la résistance thermométrique constitue une branche d'un pont alimenté en alternatif par le secteur, et équilibré quand $\theta = \Theta$, les autres résistances étant maintenues à température constante. La tension de sortie du pont est amplifiée par un amplificateur de puissance débitant sur l'induit d'un moteur actionnant le rhéostat réglant le courant de chauffage du fluide. Les inducteurs sont alimentés par le secteur et l'amplificateur conserve la phase de la tension à $k\pi$ près, de telle manière que le sens de rotation du moteur dépend du signe de $\theta - \Theta$, et sa vitesse est approximativement proportionnelle à $\theta - \Theta$ à condition de négliger l'inertie des pièces en mouvement, ce que nous ferons par la suite sauf mention contraire (2). L'ensemble est monté de telle sorte que le courant de chauffage augmente quand $\theta < \Theta$. Si le rhéostat est à variation linéaire, on a approximativement :

$$(1) \quad \frac{dQ}{dt} = -A(\theta - \Theta), \quad A > 0$$

Cette relation cesse d'être valable pour $\theta - \Theta$ petit, car le moteur s'arrête pour $\theta - \Theta < \epsilon' < \theta < \Theta + \epsilon$ par suite des frottements. En prenant une amplification

assez grande, on peut diminuer ϵ et ϵ' autant qu'on le veut.

Supposons qu'à un instant donné, θ soit égal à $\Theta + \Delta\theta$, le moteur va tourner avec une vitesse proportionnelle à tout moment à $\theta - \Theta$, diminuant Q si $\Delta\theta > 0$, et il s'arrêtera pour $\theta = \Theta + \epsilon$. On peut voir d'ailleurs facilement la loi de retour à l'équilibre, en admettant la relation (1). La température du fluide à

tout instant est $\theta = \theta_0 + \frac{Q}{M}$ (2) M étant la capacité calorifique du débit.

En éliminant Q on obtient :

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{A}{M}(\theta - \Theta)$$

d'où la solution :

$$\theta = \Delta\theta e^{-\frac{A}{M}t} + \Theta$$

Le retour à l'équilibre se fera d'autant plus vite que le moteur sera plus rapide ou le débit plus faible (3), et à la limite, la régulation tendra à se faire instantanément et avec toute la précision désirable. Le cas étudié ne présente donc pas de difficultés.

2° LE SYSTÈME A RÉGLER PRÉSENTE UN TEMPS DE PROPAGATION NOTABLE. — Nous allons reprendre l'exemple précédent avec la modification suivante (exemple **E₂** : la distance entre les deux résistances immergées est maintenant supposée assez grande relativement à la vitesse du fluide pour que le temps mis par le fluide pour aller de l'une à l'autre cesse d'être négligeable. Nous supposons d'autre part la conductibilité thermique du fluide assez faible pour que la température d'une tranche ne varie pas quand elle va de la résistance chauffante au thermomètre. Le système est encore muni du régulateur **R₁**. A l'instant t la température du fluide $\theta(t)$ et l'équation (1) est encore valable. Mais la tranche passant à l'instant t sur le thermomètre a été chauffée à l'instant $t - \tau$ et il faut remplacer (2) par :

$$(3) \quad \theta(t) = \theta_0 + \frac{Q(t - \tau)}{M}$$

Pour étudier le phénomène, nous allons diviser le temps en parties égales de durée τ . Nous supposons que, jusqu'au début de la période numéro 0, le fluide avait pour températures, initiale θ_0 , finale Θ ; la puissance fournie étant Q_0 . Au début de la période N° 0, la température initiale passe brusquement à la valeur $\theta_0 + \Delta\theta_0$. Il s'ensuit que la température finale devient $\Theta + \Delta\theta_0$ et l'équation (3) doit être remplacée par :

$$(4) \quad \theta(t) = \theta_0 + \Delta\theta_0 + \frac{Q(t - \tau)}{M}$$

Pour simplifier l'écriture, nous introduirons

$$\Delta Q = Q - Q_0$$

et comme

$$\frac{Q_0}{M} = \Theta - \theta_0$$

1. — Nous rappelons que, dans le domaine de la mécanique, on trouve initialement le terme d'inertie employé dans « principe d'inertie ». A partir de là, on emploie le terme d'inertie pour désigner certaines apparences des phénomènes mécaniques qui sont précisément des conséquences de ce principe. Il est bon alors de spécifier qu'il s'agit d'une inertie mécanique, pour la distinguer de ce que l'on désigne couramment par inertie calorifique. Ce dernier terme est d'ailleurs appliqué souvent à tort à deux phénomènes distincts, l'inertie par capacité calorifique (qui, au point de vue mathématique, est à rapprocher de l'inertie mécanique) et l'inertie par vitesse finie de propagation. Il nous semble qu'il y aurait intérêt à abandonner le vocable d'inertie pour désigner ce dernier phénomène.

d'après (3), (4) s'écrit :

$$(5) \quad \theta(t) - \theta = \Delta \theta_0 + \frac{\Delta Q(t - \tau)}{M}$$

En utilisant les équations (1) et (5), on voit aisément (en prenant pour origine des temps le début de la période étudiée) que :

pendant la période N° 0

$$\theta = \theta_0, \quad \Delta Q = 0$$

pendant la période N° 1

$$\theta = \theta_0 + \Delta \theta_0, \quad \Delta Q = -A \Delta \theta_0$$

pendant la période N° 2

$$(6) \quad \theta = \theta_0 + \Delta \theta_0 \left(1 - \frac{A \tau}{M}\right)$$

$$(7) \quad \Delta Q = -A \Delta \theta_0 \left(\tau + t - \frac{A \tau^2}{2M}\right)$$

pendant la période N° 3

$$(8) \quad \theta = \theta_0 + \Delta \theta_0 \left[1 - \frac{A}{M} \left(\tau + t - \frac{A \tau^2}{2M}\right)\right]$$

etc...

On passe d'une période à l'autre par intégration du système [(1), (5)] la constante d'intégration étant déterminée par la continuité de ΔQ . A chaque période nouvelle, θ est représentée par un polynôme d'un degré supérieur d'une unité à celui de la période précédente. Quand le temps croît indéfiniment, ce polynôme tend vers une série, et il est intéressant de voir si cette série est unique. Pour l'étudier, nous allons changer notre numération des périodes, prenant comme numéro de l'une le degré du polynôme température correspondant. Nous avons alors pendant la période N° p

$$(9) \quad \theta_p(t) - \theta = \Delta \theta_0 [a_{0p} + a_{1p}t + \dots + a_{pp}t^p]$$

A partir de l'équation (9) nous pouvons calculer $dQ_p(t)$

d'où ΔQ_p puis θ_{p+1} .

dt

Le résultat obtenu doit être identique à :

$$\theta_{p+1}(t) = \Delta \theta_0 [a_{0,p+1} + a_{1,p+1}t + \dots + a_{p+1,p+1}t^{p+1}]$$

L'identification nous donne les équations :

$$(10) \quad a_{0,p+1} = a_{0,p} + a_{1,p}\tau + \dots + a_{p,p}\tau^p$$

$$(11) \quad \begin{cases} a_{1,p+1} = -\frac{A}{M} a_{0,p} \\ \dots \dots \dots \\ a_{j,p+1} = -\frac{A}{M} a_{j-1,p} \frac{1}{j} \\ \dots \dots \dots \\ a_{p+1,p+1} = -\frac{A}{M} a_{p,p} \frac{1}{p+1} \end{cases}$$

A partir des équations (11) on obtient la relation générale :

$$(12) \quad a_{k,j} = \left(-\frac{A}{M}\right)^k \frac{a_{0,j-k}}{k!}$$

2. — Le fait que nous fassions intervenir la vitesse de rotation du moteur ne contredit pas notre désir de négliger toute inertie mécanique. C'est au contraire grâce à cette dernière approximation que nous pouvons écrire que sa vitesse est à tout instant proportionnelle à la tension aux bornes de l'induit.

Dans un seul cas, par la suite, nous tiendrons compte de l'inertie, et ce sera précisément celle d'un rotor de moteur, en décrivant notre système de régulation dérivée.

3. — Il faut bien noter que le débit intervient ici non pas par la vitesse du fluide, puisque nous avons supposé négligeable le temps de transit du fluide du réchauffeur au thermomètre, mais seulement par la capacité calorifique M . Il n'en sera pas de même dans la question suivante où le temps de transit intervient.

qui permet de transformer (10) qui donne alors, pour les périodes N° 2 à $p+1$, en tenant compte du résultat déjà obtenu :

$$a_{1,1} = -\frac{A}{M} \quad (\text{équation 6})$$

$$a_{0,0} = 1$$

$$(13) \quad \begin{cases} a_{0,p+1} = a_{0,p} - a_{0,p-1} \frac{A}{M} \tau + a_{0,p-2} \frac{A^2 \tau^2}{M^2} \frac{1}{2} + \dots \\ + a_{0,1} \left(-\frac{A \tau}{M}\right)^{p-1} \frac{1}{(p-1)!} + \left(-\frac{A \tau}{M}\right)^p \frac{1}{p!} \\ \dots \dots \dots \\ a_{0,3} = a_{0,2} - a_{0,1} \frac{A \tau}{M} + \left(\frac{A \tau}{M}\right)^2 \frac{1}{2} \\ a_{0,2} = a_{0,1} - \frac{A \tau}{M} \\ a_{0,1} = 1 \end{cases}$$

Faute de pouvoir donner, dans le cas où p n'est pas numériquement fixé, la valeur de $a_{0,p+1}$, nous chercherons ce que deviennent les coefficients d'indice élevé quand p tend vers l'infini. Nous utiliserons les remarques suivantes :

1° Si dans (13) on donne aux a_{0j} les valeurs numériques solutions, correspondant à $\frac{A \tau}{M} = x_0$ ne dépendant

que des appareils étudiés, on peut écrire $A_{0,p+1} = f(x_0)$, $f(x)$ étant le deuxième membre de la première équation (13) où l'on a posé $\frac{A \tau}{M} = x$. On a ensuite : $A_{0,p} = f'(x_0)$ et

$$a_{0,p-q+1} = (-1)^{q-1} f^{(q)}(x_0)$$

2° L'étude expérimentale d'installations de régulation automatique montre que l'on obtient, dans de nombreux cas, une variation sinusoïdale amortie ou croissante.

Nous allons essayer une telle solution dans le cas présent et, pour cela, supposons que $f(x)$ soit

$$f(x) = K e^{\alpha x} \cos \beta x$$

K , α et β étant des constantes réelles, avec $\alpha^2 + \beta^2 = 1$, soit $\alpha = \cos \varphi$, $\beta = \sin \varphi$.

On a alors :

$$\begin{aligned} a_{0,p+1} &= K e^{\alpha x_0} \cos \beta x_0 \\ a_{0,p} &= K e^{\alpha x_0} \cos (\beta x_0 + \varphi) = -\frac{K e^{\alpha x_0}}{2} \left[e^{i(\beta x_0 + \varphi)} + e^{-i(\beta x_0 + \varphi)} \right] \\ &\dots \dots \dots \\ a_{0,p-q+1} &= (-1)^q K e^{\alpha x_0} \cos (\beta x_0 + q \varphi) = (-1)^q \frac{K e^{\alpha x_0}}{2} \left[e^{i(\beta x_0 + q \varphi)} + e^{-i(\beta x_0 + q \varphi)} \right] \end{aligned}$$

Portons ces valeurs dans la première équation (13) et supposons que p tend vers l'infini. Il vient par application du développement en série de e^x et des formules d'EULER

$$K e^{\alpha x_0} \cos \beta x_0 = -K e^{2\alpha x_0} \cos [2\beta x_0 + \varphi]$$

α et β sont donc déterminés par le système

$$(14) \quad \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 1 \\ e^{\alpha x_0} \cos (2\beta x_0 + \varphi) + \cos \beta x_0 = 0 \end{cases}$$

On obtient, alors, pour la température :

$$(15) \quad \theta = \theta_0 + B \Delta \theta_0 e^{\alpha x} \cos (\beta x - \gamma)$$

B et γ étant des constantes déterminées par le système (13); α peut être positif, négatif ou nul. Dans ce dernier cas, on obtient une sinusoïde pour le système de valeurs

$$\alpha = 0, \quad \beta = \pm 1, \quad \varphi = \pm \frac{\pi}{2}, \quad \beta x_0 = \pm \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

La dernière égalité exprime la condition que doit remplir le système matériel étudié

$$(16) \quad \frac{A\tau}{M} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

La pulsation est dans ce cas $\frac{A}{M}$ d'après (15), donc la

période est $\frac{2\pi M}{A}$; (16) montre que τ est alors égal à un nombre entier de périodes plus un quart de période.

La signification physique de ce résultat est évidente. Nous ne pousserons pas plus loin l'étude mathématique ci-dessus qui n'offre d'intérêt que de montrer, outre la complexité des calculs, l'existence de phénomènes périodiques, amortis ou croissants, résultant de l'action du régulateur.

Avant de quitter l'exemple E_2 , nous allons montrer à quelles difficultés se heurte l'utilisation d'un autre mode de réglage dit à action proportionnelle. On peut penser que les oscillations obtenues avec R_1 sont dues en partie au fait que, si $\theta - \Theta = 0$, le moteur tourne sans arrêt et fait ainsi varier Q d'une quantité abusive par suite du retard τ . Pour parer à cet inconvénient, on peut utiliser un régulateur qui a pour mission d'ajouter à l'un des paramètres Q une variation ΔQ proportionnelle à $\theta - \Theta$ dans le sens qui convient. Un tel régulateur, que nous appellerons R_2 , peut être réalisé à partir de R_1 , le moteur étant soumis à un couple de torsion de la part d'un ressort ayant une extrémité fixe et l'autre fixée à son axe. Le couple de torsion résistant est réglé à 0 alors que $\theta = \Theta$ et $Q = Q_0$. Le moteur prend à tout moment une position d'équilibre correspondant à l'égalité du couple moteur et du couple résistant. On a alors proportionnalité entre l'angle de rotation et $\theta - \Theta$.

Pour un tel système, l'équation (2) doit être remplacée par (2')

$$Q = Q_0 - A(\theta - \Theta)$$

Pour étudier l'action de R_2 sur E_2 , il convient encore de diviser le temps en périodes de durée τ et, pendant les premières on a, à la suite d'une perturbation identique à celle envisagée pour l'ensemble E_2, R_1 ,

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \Theta \\ \theta_2 &= \Theta + \Delta\theta_0 \\ \theta_3 &= \Theta + \Delta\theta_0 \left(1 - \frac{A}{M}\right) \\ \theta_4 &= \Theta + \Delta\theta_0 \left[1 - \frac{A}{M} \left(1 - \frac{A}{M}\right)\right] \\ &\dots \dots \dots \\ \theta_p &= \Theta + \Delta\theta_0 \left[1 - \frac{A}{M} \left(1 - \frac{A}{M} \left(1 - \frac{A}{M} \dots\right)\right)\right] \end{aligned}$$

Quand p devient infini, θ tend vers :

$$\Theta + \Delta\theta_0 \left[1 - \frac{A}{M} + \frac{A^2}{M^2} - \dots + \left(-\frac{A}{M}\right)^p + \dots\right]$$

On en déduit :

1° Si $\frac{A}{M} > 1$ oscillations divergentes

2° Si $\frac{A}{M} = 1$ oscillations entretenues

3° Si $\frac{A}{M} < 1$, $\theta \rightarrow \Theta + \frac{\Delta\theta_0}{1 + \frac{A}{M}} > \Theta + \frac{\Delta\theta_0}{2}$

(si $\Delta\theta_0 > 0$)

Ce dernier cas est le seul qui conduise à des oscillations amorties, donc le seul intéressant dans la pratique. Malheureusement, la variation initiale est divisée au plus par deux, d'où une régulation très médiocre.

Nos résultats montrent que le système réglé n'est le siège d'oscillations entretenues que si certaines relations sont vérifiées entre ses caractéristiques. Pratiquement, il est impossible que ces relations soient rigoureusement vérifiées, et cependant, on observe fréquemment des oscillations, parfois voisines de sinusoïdes pures. Cela tient à ce que les conditions théoriques des exemples précédents ne sont pas remplies. Il arrive que la sensibilité du régulateur diminue quand $|\theta - \Theta|$ croît de telle sorte que le coefficient des équations (2) ou (2') diminue quand $|\theta - \Theta|$ croît. En pareil cas, la condition pour que des oscillations croissantes prennent naissance peut être remplie pour $|\theta - \Theta| \leq \alpha$ et ne peut plus l'être pour $|\theta - \Theta| > \alpha$.

En conséquence, l'amplitude des oscillations croîtra jusqu'à un maximum puis restera constante. Un phénomène tout à fait analogue se produit dans les oscillateurs à lampes. Le fait que θ soit tout de même, dans certains cas, représentée par une sinusoïde, provient de ce que, dans le cas d'appareils thermiques par exemple, la propagation d'une variation périodique de température se fait dans un milieu donné avec une atténuation de l'amplitude qui est d'autant plus faible que la fréquence est plus faible, d'où une élimination plus ou moins complète des harmoniques de rang supérieur à 1.

3° LE SYSTÈME A RÉGLER PRÉSENTE DE L'INERTIE THERMIQUE. — Nous étudierons le cas d'un échangeur de température schématisé constitué par deux récipients A et B , le fluide à l'intérieur de chacun d'eux étant agité assez vivement pour être isotherme, les températures étant T_1 pour A et T_2 pour B .

Ils sont séparés par une cloison C à travers laquelle les échanges de chaleur obéissent à la relation

$$q = \alpha (T_1 - T_2)$$

α étant une constante > 0 et q la puissance calorifique allant de A vers B .

B cède au milieu extérieur une puissance constante q_0 , et A reçoit de l'extérieur une puissance Q , dont la valeur est commandée par un régulateur, destiné à maintenir T_2 à la valeur T_0 . Les capacités calorifiques de A et B n'étant pas négligeables, nous avons, β et γ étant des constantes positives :

$$\frac{dT_2}{dt} = \beta (q - q_0), \quad \frac{dT_1}{dt} = \gamma (Q - q)$$

a) Supposons le régulateur du type R_1 . On a alors

$$\frac{dQ}{dt} = -\delta (T_2 - T_0)$$

δ étant une constante positive. L'étude des 4 équations ci-dessus montre que T_2 obéit à l'équation

$$\frac{d^3 T_2}{dt^3} + a(\beta + \gamma) \frac{d^2 T_2}{dt^2} + \alpha \beta \gamma \delta (T_2 - T_0) = 0$$

Il n'est pas possible d'expliciter les solutions qui sont de la forme :

$$T_2 - T_0 = A e^{-at} + B e^{-bt} \cos(ct + d)$$

On connaît cependant la somme :

$$a + b = \alpha(\beta + \gamma)$$

où le régulateur (δ) n'intervient pas, qui donne une idée approximative de la vitesse de retour à l'équilibre après une perturbation. Ce retour se fait suivant une courbe que l'on peut qualifier de sinusoïde amortie à axe exponentiel. Il serait intéressant de connaître $A e^{-at} \pm B e^{-bt}$ courbes enveloppes de la sinusoïde précédente.

b) Supposons le régulateur du type R_2 . On a maintenant :

$$Q = Q_0 - \delta (T_2 - T_0)$$

T_2 obéit à l'équation différentielle

$$\frac{d^2 T_2}{dt^2} + \alpha (\beta + \gamma) \frac{dT_2}{dt} + \alpha \beta \gamma \delta (T_2 - T_0) = 0$$

Si δ est assez grand, le retour à l'équilibre après une perturbation se fait suivant une loi exponentielle amortie, δ n'intervenant que dans la pulsation. Le régulateur n'a donc pas d'influence sur l'amortissement des oscillations. Supposons que la perturbation ait consisté en une variation du terme Q_0 , qui est passé de Q_0 à $Q_0 + \Delta Q_0$. T_2 obéit alors à une nouvelle équation différentielle

$$\frac{d^2 T_2}{dt^2} + \alpha (\beta + \gamma) \frac{dT_2}{dt} + \alpha \beta \gamma \delta (T_2 - T_0) = \alpha \beta \gamma \Delta Q_0$$

dont la solution est :

$$T_2 = T_0 + \frac{\Delta Q_0}{\delta} \left[1 + \frac{e^{-\alpha (\beta + \gamma) t}}{\sqrt{1 - \frac{\alpha (\beta + \gamma)^2}{4 \beta \gamma \delta}}} \cos (\omega t - \varphi) \right]$$

avec

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{4 \alpha \beta \gamma \delta - \alpha^2 (\beta + \gamma)^2} \text{ et } \tan \varphi = \frac{\alpha (\beta + \gamma)}{2 \omega}$$

c) Supposons qu'à l'action proportionnelle — $\delta (T_2 - T_0)$ s'ajoute une action proportionnelle à $\frac{dT_2}{dt}$ soit — $\varepsilon \frac{dT_2}{dt}$ ε étant > 0 (régulateurs $R_2 + R_3$). L'équation de correction s'écrit maintenant :

$$Q = Q_0 - \delta (T_2 - T_0) - \varepsilon \frac{dT_2}{dt}$$

L'équation différentielle relative à T_2 s'écrit :

$$\frac{d^2 T_2}{dt^2} + \alpha (\beta + \gamma + \beta \gamma \varepsilon) \frac{dT_2}{dt} + \alpha \beta \gamma \delta (T_2 - T_0) = 0$$

ASPECTS PRATIQUES

Nous avons appliqué aux exemples précédents trois systèmes de régulation différents.

1° Le système R_1 , ou système rendant le paramètre Q fonction linéaire de l'intégrale $\int_{t_0}^t (\theta - \Theta) dt$, donne comme limite de θ la valeur idéale Θ . Nous l'appellerons *système à correction intégrale*.

2° Le système R_2 , donne une limite différente de Θ , mais qui peut en être très voisine si le régulateur est assez sensible. On l'appelle en général *système à correction (ou action) proportionnelle* (à $\theta - \Theta$).

3° Le système R_3 , donne à lui seul une limite quelconque, mais couplé à l'un des systèmes R_1 , R_2 ou $R_1 + R_2$, il augmente à volonté la vitesse de stabilisation. Nous l'appellerons *système à correction dérivée*.

Le système R_1 sera utilisé là où une grande précision est requise. Ce sera le cas de certaines applications de laboratoires et aussi, comme nous verrons plus loin, d'appareils enregistreurs.

Le système R_2 sera utilisé pour des régulations plus grossières.

Le système R_3 sera appliqué en connexion avec l'un des deux précédents aux systèmes qui ont une tendance par trop gênante à l'oscillation (« pompage » en argot technique). Nous n'avons d'ailleurs pas connaissance d'applications industrielles nombreuses utilisant le système R_3 .

Avant de décrire quelques systèmes pratiques donnant lieu à des réalisations industrielles, nous allons indiquer les procédés permettant la transformation de la grandeur θ .

A la suite d'une perturbation analogue à celle étudiée dans le précédent paragraphe, elle s'écrit :

$$\frac{d^2 T_2}{dt^2} + \alpha (\beta + \gamma + \beta \gamma \varepsilon) \frac{dT_2}{dt} + \alpha \beta \gamma \delta (T_2 - T_0) = \alpha \beta \gamma \Delta Q_0$$

dont la solution est :

$$T_2 + T_0 + \frac{\Delta Q_0}{\delta} \left[1 + \frac{e^{-\frac{\alpha (\beta + \gamma + \beta \gamma \varepsilon) t}{2}}}{\sqrt{1 - \frac{\alpha (\beta + \gamma + \beta \gamma \varepsilon)^2}{4 \beta \gamma \delta}}} \cos \omega t - \varphi \right]$$

avec

$$\omega = \frac{1}{2} \sqrt{4 \alpha \beta \gamma \delta - \alpha^2 (\beta + \gamma)^2} \text{ et } \tan \varphi = \frac{\alpha (\beta + \gamma + \beta \gamma \varepsilon)}{2 \omega}$$

Comparons les trois types de régulateurs utilisés. Le régulateur R_1 ramène T_2 exactement à la valeur T_0 .

Les régulateurs R_2 et $R_2 + R_3$ ramènent T_2 à une valeur aussi voisine que l'on veut de T_0 , à condition de prendre δ assez grand. Si δ est assez grand, les exponentielles enveloppes du dernier terme de T_2 peuvent s'écrire pour R_2

$$\frac{\Delta Q_0}{\delta} e^{-\frac{\alpha (\beta + \gamma)}{2} t}$$

et pour $R_3 + R_2$

$$\frac{\Delta Q_0}{\delta} e^{-\frac{\alpha (\beta + \gamma + \beta \gamma \varepsilon)}{2} t}$$

On voit que la régulation R_3 permet de diminuer à volonté la constante de temps du système, ce que ne permettrait pas la régulation R_2 , et sans pour cela changer l'amplitude initiale des oscillations. On conçoit aisément que la régulation R_3 seule, si elle amortit les perturbations éventuelles, donne pour la limite de T_2 une valeur arbitraire. C'est pourquoi elle ne sera jamais employée qu'avec R_1 ou R_2 ou $R_1 + R_2$.

Tout régulateur doit fonctionner d'après les indications de l'appareil de mesure de θ . Dans certains cas assez rares, l'appareil de mesure est assez puissant pour supporter, sans que de notables erreurs s'ensuivent, les réactions provenant de son utilisation comme moteur d'asservissement de Q . C'est le cas du régulateur à boules utilisé depuis longtemps pour la régulation de vitesse des machines à vapeur (régulation R_2) ou bien d'un système permettant de maintenir constante la fréquence de groupes turbo-alternateurs malgré les variations de charge : on applique la régulation R_1 , l'angle d'ouverture de la vanne d'admission d'eau ou de vapeur étant fonction linéaire de l'angle de rotation de la couronne portant le planétaire d'un système d'engrenages différentiels, entraînés par deux moteurs synchrones, alimentés l'un par l'alternateur à régler, l'autre par du courant alternatif à fréquence constante égale à Θ , obtenu par amplification à partir d'un diapason entretenu. Mais la plupart du temps, l'appareil de mesure est de très faible puissance (galvanomètre, manomètre différentiel, compteur de débit de fluide) et il importe de ne pas ajouter aux frottements inhérents à l'appareil de mesure. C'est pourquoi on est amené à utiliser un transformateur de la grandeur donnant sa mesure sur le cadran d'un appareil de mesure assez puissant pour commander le moteur d'asservissement. Nous allons donner deux exemples de tels transformateurs, destinés à transformer une mesure électrique. Ils sont néanmoins d'un emploi universel, car il est possible de ramener la mesure de n'importe quelle grandeur à la mesure d'une

tension électrique continue ou alternative. Les meilleurs systèmes utilisent une méthode de zéro, faisant intervenir un pont de Wheatstone ou un potentiomètre pour la mesure de force électromotrice par la méthode d'opposition. Le transformateur est un appareil destiné à régler automatiquement le pont ou le potentiomètre. Il donne sur un cadran la valeur de la résistance qui varie, et le moteur actionnant le repère mobile est assez puissant pour commander le moteur d'asservissement.

1° Pont de Wheatstone, et potentiomètre à reréglage automatique (systèmes Leeds et Northrup). Ces dispositifs sont employés dans les appareils régulateurs enregistreurs M.E.C.I.

par une pince et des palpeurs, en liaison avec la pièce C, viennent la serrer, prenant ainsi, de même que C une position autour de A qui dépend seulement de la position de l'aiguille. Pendant la période suivante, l'aiguille est libérée, B et C sont embrayés et des cames ramènent C à la position qu'elle aurait occupée si le galvanomètre s'était trouvé au zéro, entraînant B avec elle.

Les connexions et caractéristiques du système sont choisies de telle sorte que cette opération ait pour effet de rerégler presque exactement pont ou potentiomètre. De toute façon, le réglage sera parfait pendant les périodes suivantes de fonctionnement. Le moteur qui actionne ces pièces peut être choisi aussi puissant que l'on veut et, par

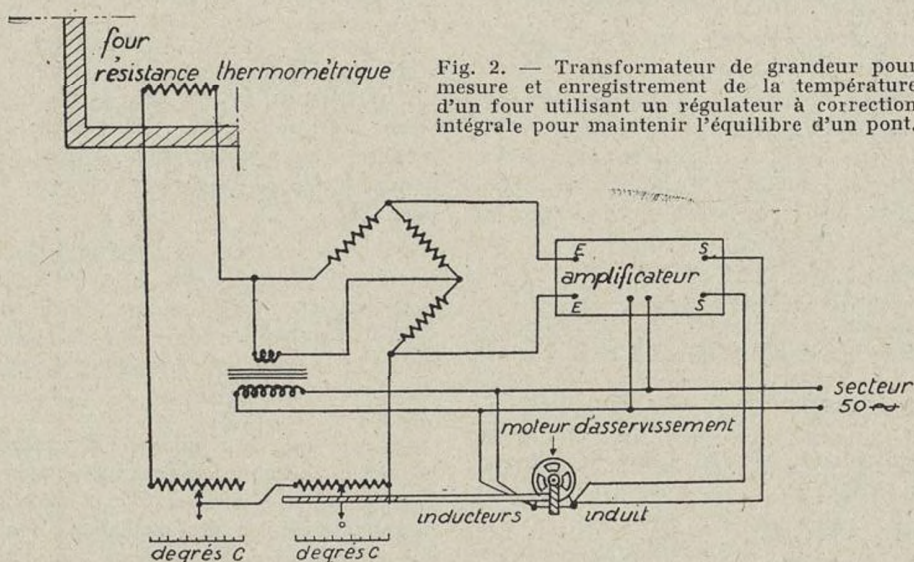


Fig. 2. — Transformateur de grandeur pour mesure et enregistrement de la température d'un four utilisant un régulateur à correction intégrale pour maintenir l'équilibre d'un pont.

Le pont de Wheatstone est utilisable pour la mesure des températures par résistance, le potentiomètre pour la mesure de toute tension continue par la méthode d'opposition. L'appareil de mesure primaire est, dans les deux cas, un galvanomètre de construction particulièrement robuste et de période courte. L'une des résistances du pont, ou le

conséquent, pourra commander le moteur d'asservissement, et le bras B pourra en même temps commander un dispositif enregistreur. Un dispositif qui n'est pas moins ingénieux équipe un régulateur indicateur de la *Pyrométrie Industrielle*. Le lecteur trouvera des renseignements détaillés dans l'article de M. CLERGEOT, « La régulation

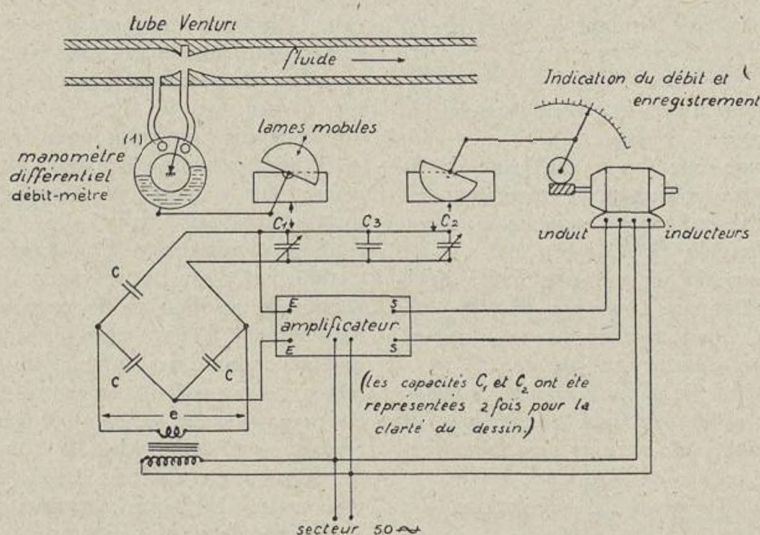


Fig. 3. — Transformateur de grandeur pour la mesure et l'enregistrement de débits de fluide, utilisant un pont de capacités maintenu en équilibre par un régulateur R. (Nota : Le manomètre différentiel utilisé est un tore pendulaire statique dont le lecteur trouvera la description dans l'article de M. GAGNANT : *La régulation automatique des débits de fluide*, Mesures, novembre 1939, n° 46, p. 4.)

contact du potentiomètre, peuvent varier par rotation d'un bras B autour d'un axe A. Autour de cet axe peut tourner une pièce C qui peut ou non être embrayée avec B. L'aiguille du galvanomètre est périodiquement immobilisée

pyrométrique des fours à résistance », paru dans la revue « MESURES », n° 61, février 1942.

2° Le transformateur de grandeur précédent n'est en vérité qu'un régulateur dérivé du type R₁, obligeant la

teur et son induit par le secondaire de l'autotransformateur (entre A et le point milieu) sous tension proportionnelle à $\theta - \Theta$. Il permet donc la correction intégrale qui peut être dosée par déplacement du curseur B .

Le moteur M_2 permet à la fois la correction proportionnelle et la correction dérivée, selon le processus suivant. La correction proportionnelle doit être proportionnelle à la tension secondaire de l'autotransformateur qui est appliquée au transformateur T_1 . La correction dérivée doit être, grossièrement du moins, proportionnelle à la tension

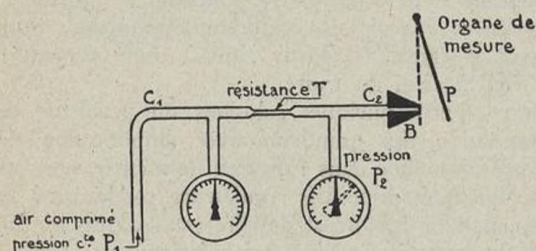


Fig. 6.

de sortie de l'amplificateur A_L , qui est à peu près proportionnelle à $\frac{d\theta}{dt}$ par suite de l'inertie du moteur M_1 . Il

serait facile de le vérifier par le calcul. On n'utilisera pas directement la tension appliquée à M_1 , mais celle produite par un étage intermédiaire, d'où la sortie séparée S_1 . Cette tension est appliquée au transformateur T_2 . On ajoute une fraction des tensions secondaires T_1 et T_2 réglée au moyen des potentiomètres E et D . La correction doit être proportionnelle à cette somme S . Dans ce but, le moteur M_2 est alimenté par l'amplificateur A_1 , lui-même alimenté par la somme de S et d'une tension S' obtenue aux bornes du potentiomètre C à point milieu alimenté par le transformateur T_3 . Ce potentiomètre est commandé par M_2 , dans un sens tel que sa rotation due à S crée une tension S' s'opposant à S . Quand $S' = S$, ce qui a lieu pour un angle de rotation de M_2 qui ne dépend que de S , la tension d'entrée de l'amplificateur est nulle et le moteur s'arrête. Au cas où la correction dérivée n'est pas nécessaire, on peut supprimer l'amplificateur A_2 . M_2 est alors alimenté par deux curseurs de l'autotransformateur, l'un étant A et l'autre C , T_3 étant supprimé. Le fonctionnement est évident : M_2 tourne jusqu'à ce que C coïncide avec A .

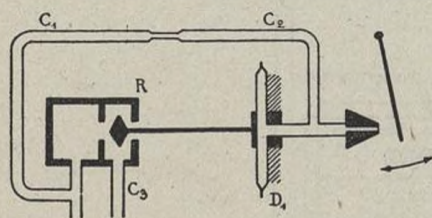


Fig. 7.

2° Régulateurs pneumatiques MECI.

a) Régulateur à deux positions. — Le principe fondamental des appareils qui vont être décrits est analogue à celui du micromètre SOLEX, et il apparaît clairement sur la figure 6. Par suite de l'étranglement T , la pression p_2 dépend de la position de la palette P liée à l'organe de mesure relativement à la buse B fixe. Pratiquement, le diamètre intérieur de B étant très faible (0,2 mm), un déplacement de quelques dizaines de microns de l'extrémité de P suffit pour faire passer p_2 de son maximum (palette collée) p_{2M} à son minimum p_{2m} .

Si la canalisation C_2 est mise en communication avec un diaphragme élastique D_1 , celui-ci pourra commander un organe régulateur. Mais la puissance mise en jeu est très faible car $p_{2M} - p_{2m}$ est petit. Aussi emploie-t-on le dispositif de la figure 7, où D_1 commande un relais pneumatique R . La pression dans le canal C_3 pourra être ainsi la pression atmosphérique ou p_1 , et la différence entre les deux sera suffisante pour actionner un moteur pneumatique.

A cause de l'extrême sensibilité de l'appareil, la zone de régulation progressive est infiniment étroite (quelques microns pour le déplacement linéaire de la palette) de telle sorte, qu'en pratique, ce régulateur fonctionne en tout ou rien. Le régulateur MECI est prévu pour l'utilisation d'un moteur d'asservissement à air comprimé à membrane.

b) Régulateur à action proportionnelle (REACTOR). — Cet appareil, représenté figure 8, est une reproduction du régulateur précédent à deux positions, modifié par l'ad-

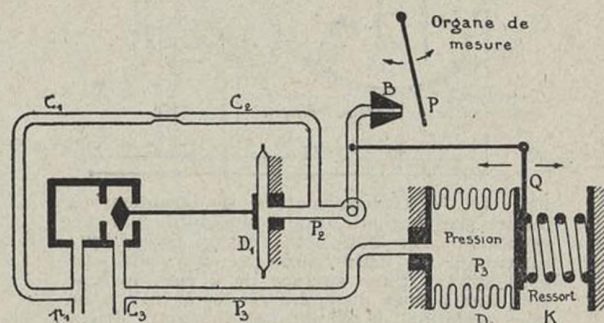


Fig. 8. — Schéma de principe du « Reactor », (Communiqué par la Société MECI).

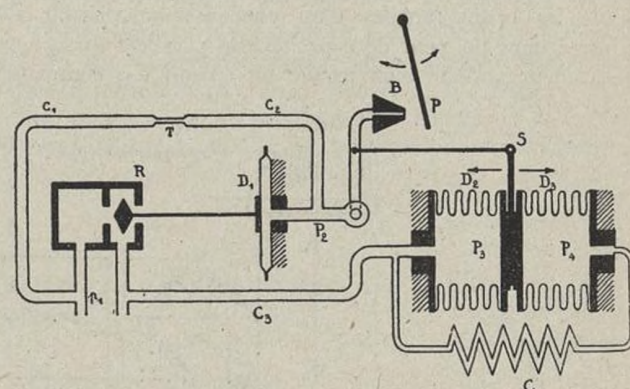


Fig. 9. — Schéma de principe du « Stabilog ». (Communiqué par la Société MECI).

jonction d'un régulateur qui maintient la buse, rendue mobile, contre la palette P (à quelques microns près), et ceci grâce aux diaphragmes D_2 alimentés par C_3 et équilibrés par le ressort K . Un embellage rend solidaire la buse B et l'extrémité mobile S du ressort K .

L'organe de mesure étant à la position idéale Θ , le moteur d'asservissement est connecté à l'organe de commande de Q de telle sorte que Q ait la valeur correspondant à Θ . La pression dans C_3 est alors p_3^0 . En marche, nous avons approximativement, par suite de la liaison (B, S) : $A(\theta - \Theta) = x$, x étant le déplacement de S à partir de la position initiale correspondant à p_3^0 , et

4. — Obtenue par application de la loi de Poiseuille. Nous négligeons dans les équations la variation de volume des compartiments à soufflets ainsi que la variation de densité du gaz lors de son trajet dans le capillaire. Sans cela, nous n'obtiendrions pas des résultats aussi simples.

$Bx = p_3 - p_3^0$ (équilibre du ressort);

d'où : $p_3 - p_3^0 = AB (\theta - \Theta)$

Si la variation de Q sous l'influence du moteur d'asservissement à membrane est linéaire en fonction de p_3 , le système est un régulateur à action proportionnelle.

b) *Régulateur à action proportionnelle et intégrale conjuguée (STABILOG)*. — Le schéma de principe est représenté figure 9. C'est le système REACTOR où le ressort K a été remplacé par les diaphragmes D_3 , identiques à D_2 , et communiquant avec eux par un tube capillaire C servant de résistance pneumatique.

Dans cet appareil comme dans le précédent, la liaison (B, S) oblige la buse à demeurer à quelques microns de la palette. S'il n'en était pas ainsi, en effet, p_3 deviendrait la pression atmosphérique ou la pression p_1 , ce qui communiquerait à S un déplacement rapprochant B de P . La pression p_4 ne participe qu'avec un retard notable aux variations de p_3 , grâce à C .

On voit aisément que l'appareil ne sera complètement en équilibre que si $p_3 = p_4$, S occupant la position S_0 . La position correspondante de la palette donnera la valeur R_1 à laquelle le régulateur va ramener θ . On voit

3° Autres régulateurs.

Il existe de nombreux types de régulateurs. Nous avons décrit jusqu'à présent ceux d'entre eux qui nous paraissent les plus perfectionnés. On rencontre surtout des types R_1 seul ou R_2 seul.

a) *Type R_1 seul*. — Ils ne sont pas en général soumis à l'équation

$$\frac{dQ}{dt} = -A (\theta - \Theta) \quad (1)$$

mais à une équation de la forme :

$$\frac{dQ}{dt} = \pm A \quad (2)$$

Quand θ sort de l'intervalle $[\theta - \epsilon, \theta + \epsilon]$, une suite de contacts commandant des puissances croissantes actionne finalement les contacteurs d'un moteur, qui tourne à vitesse constante, corrigeant le paramètre Q d'où l'équation (2).

b) *Type R_2 seul*. — Ce sont surtout des régulateurs électroniques utilisant des lampes de sortie de grande puissance ou des thyatron à commande de grille par tension déphasée par rapport à la tension plaque.

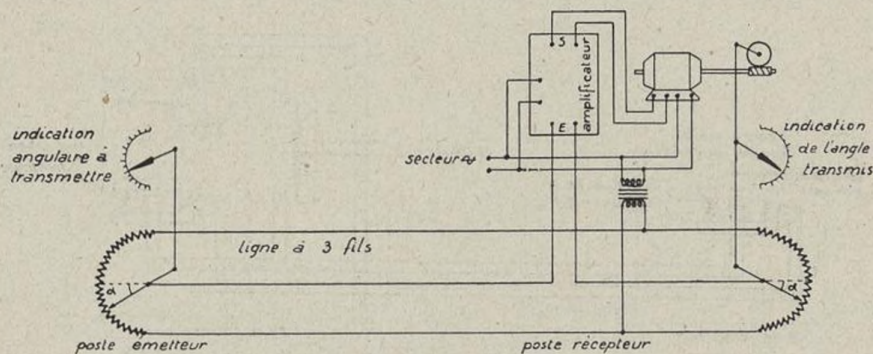


Fig. 10. — Représentation schématique d'une installation de télécommande de précision. L'installation utilise un pont de Wheatstone à reréglage automatique utilisant un système à commande continue (ampli + moteur) pouvant être remplacé par un régulateur à intervention rythmée quand la variation de la grandeur à transmettre n'est pas trop rapide. La commande primaire dérègle le pont, le régulateur le rerègle à l'autre bout de la ligne, le moteur d'asservissement accomplissant ainsi la commande secondaire. Les rhéostats sont bobinés régulièrement de sorte qu'à l'équilibre $a = b$. L'angle transmis est alors égal à l'angle à transmettre.

donc dès maintenant que ce régulateur donne les mêmes résultats qu'un régulateur R_1 quant à la limite de réglage. Nous allons examiner de plus près son fonctionnement. Nous avons entre les pressions p_3 et p_4 la relation (4)

$$p_3 - p_4 = D \frac{dp_4}{dt}$$

d'autre part, l'équilibre des deux diaphragmes D_2 et D_3 permet d'écrire :

$$p_3 - p_4 = Bx$$

x étant la mesure algébrique du déplacement de S à partir de S_0 .

Enfin, on a

$$A (\theta - \Theta) = x$$

Éliminons x et p_4 , il vient :

$$\frac{dp_3}{dt} = AB \frac{d\theta}{dt} + \frac{AB}{D} (\theta - \Theta)$$

que l'on peut intégrer :

$$p_3 = AB\theta + \frac{AB}{D} \int (\theta - \Theta) dt$$

On voit donc que la correction est à la fois intégrale et proportionnelle. Les caractéristiques du tube C permettent de doser l'action intégrale.

Il semble que, jusqu'à présent, ces régulateurs aient été utilisés essentiellement pour des réglages automatiques d'excitation, ou de puissance de chauffage (thyatron, dans le cas de petits fours).

On trouvera des indications dans l'article de M. GAGNANT, « L'orientation des régulateurs électriques », dans le numéro d'avril 1943, N° 75 de MESURES.

Les laboratoires américains utilisent volontiers les régulateurs électroniques à sortie par thyatron. C'est un type de tube très commode qui permet facilement de contrôler une puissance de plusieurs kilowatts. Son inconvénient majeur est l'instabilité de sa caractéristique d'amorçage. Mais cet inconvénient ne gêne pas dans les régulateurs R_2 sensibles, car ils règlent aussi bien les erreurs provenant du thyatron. Nous donnons, à la fin de l'article, des références bibliographiques relatives à cette question.

Signalons encore certains montages utilisant, pour le réglage de la position d'un organe mobile (en général organe de mesure), un système utilisant une ou plusieurs cellules photoélectriques, éclairés par réflexion d'un faisceau lumineux sur un miroir porté par l'organe mobile. Comme le régulateur pneumatique à deux positions, ce système ne peut servir qu'à des régulations tout ou rien, ou type R_1 .

du paragraphe (a) précédent ($\frac{dQ}{dt} = \pm A$). Cette façon

d'envisager le type R_1 risque d'ailleurs, dans bien des cas, de provoquer des pompages exagérés, car le moteur ne ralentit pas quand θ se rapproche de la valeur convenable, et il risque de dépasser cette valeur.

TÉLÉCOMMANDE DE PRÉCISION

Nous avons vu comment la détermination de systèmes de régulation amène à imaginer des transformateurs de grandeur permettant l'enregistrement graphique de mesures obtenues à partir d'appareils primaires de très faible puissance, tels que les galvanomètres. Or, ces mêmes trans-

CONCLUSIONS

Pour nous permettre une présentation et une critique fructueuses de quelques systèmes de régulation choisis parmi ceux qui nous semblent les plus perfectionnés, nous avons exposé au début l'étude quantitative de quelques cas représentatifs.

En ce qui concerne les transformateurs de grandeur, pour la régulation, l'enregistrement, la télémesure et la

Il nous semble plus simple et plus sûr d'utiliser le dispositif de la figure 4 accouplé à l'un des régulateurs électriques ou pneumatiques décrits plus loin.

formateurs de grandeur peuvent servir à la télémesure, ou la télécommande de précision. Les figures 10 et 11 indiquent deux systèmes possibles à trois ou quatre fils de lignes.

la régulation dérivée. Au point de vue pratique, les appareils à intervention rythmée nécessitent une construction mécanique de précision, alors qu'un amplificateur pour régulateur n'est nullement un appareil de précision. On lui demande seulement de traduire 0 par 0.

En ce qui concerne le correcteur lui-même, les régula-

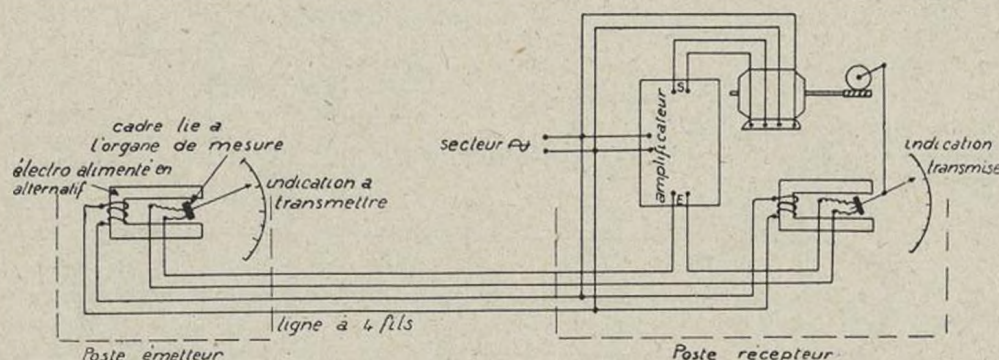


Fig. 11. — Représentation schématique d'une installation de télémesure de précision, utilisant un régulateur à action intégrale. Le principe est celui de la figure précédente, cependant la tension à maintenir nulle n'est pas la tension de sortie d'un pont, mais celle qui est aux bornes d'une série de deux cadres induits par des électro-aimants alimentés en alternatif et identiques aux deux postes émetteur et récepteur.

L'emploi de ce système, où le cadre n'est soumis à aucune forme électromagnétique, permet la télémesure à partir d'appareils de mesures de faible puissance (galvanomètre). Ce montage est d'ailleurs aussi bien apte à la Télécommande.

télécommande, nous pensons que le système amplificateur électronique et moteur constitue une solution plus satisfaisante, au point de vue théorique et pratique, que les appareils à intervention rythmée. Dans ces appareils, la sensibilité est limitée par le galvanomètre qui doit être robuste, vu le régime vexatoire auquel son aiguille est soumise. D'autre part, leur indication n'est pas absolument instantanée, et ils ne donnent pas, comme le premier sys-

tème, une tension proportionnelle à $\frac{d\theta}{dt}$ utilisable pour

teurs pneumatiques nous semblent devoir donner toute satisfaction et pouvoir concurrencer un régulateur électrique du type de la figure 5, sauf toutefois en ce qui concerne la correction dérivée.

Pour les applications ne demandant qu'une précision médiocre, de nombreux régulateurs sont décrits dans les revues techniques qui sont plus simples que ceux décrits ici en détail.

L. LE BLAN.

INDICATIONS BIBLIOGRAPHIQUES COMPLÉMENTAIRES

Le lecteur trouvera une documentation abondante et variée dans de nombreux numéros de la revue *Mesures*.

En ce qui concerne les régulateurs à thyatron, on trouve des indications précises sur le fonctionnement de ces tubes et leurs applications à la régulation progressive par déphasage entre tensions grille et plaque dans l'article suivant :

A. W. HULL. — Hot Cathode Thyatrons, *General Electric Review*, vol. 32, 1929, pages 213 et 290.

Divers montages sont par ailleurs décrits dans la *Review of Scientific Instruments*.

MANSÉN BENEDICT. — Use of an alt. C. Bridge in Laboratory temperature control, *R.S.I.*, Juillet 1937.

DENNISON BANCROFT. — Two bridge controlled thyatron thermostats, *R.S.I.*, Janvier 1942.

ZABEL et HANCOX. — Régulateur de température par thermocouple et potentiomètre, *R.S.I.* 5-28 (1934).

Enfin, l'utilisation d'un moteur d'asservissement pour régulateur alimenté par un amplificateur magnétique est décrite dans un article de M. H.E. GIROD, Application des amplificateurs magnétiques au contrôle et à la régulation automatique de la température des fours, *Bulletin de la Société Française des Electriciens*, n° 8, tome I, 6^e série, Août-oct. 1941.

